



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

**LOS PROCEDIMIENTOS UTILIZADOS Y LOS ERRORES COMETIDOS POR
ALUMNOS EGRESADOS DE PRIMARIA EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS QUE REQUIEREN CÁLCULO DE PORCENTAJES**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

MIRIAM ELIZABETH LÓPEZ GUZMÁN

ASESOR:

ARTURO BAZÁN ZURITA

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
I.1 Justificación y planteamiento del problema	4
I.2 Objetivos	14
CAPÍTULO II	
II.1 Marco referencial	15
II.1.1 Plan y programas de estudio	15
II.1.2 Libro para el maestro	18
II.1.3 Libro de texto	19
II.2 Revisión de la literatura	27
II.2.1 Enseñanza de los porcentajes	27
II.2.2 Clasificación de errores	30
CAPÍTULO III	
III.1 Diseño del instrumento	39
III.2 Muestra y aplicación del instrumento	47
III.3 Procesamiento de la información	48
CAPÍTULO IV	
IV.1 Desempeño general de la muestra	49
IV.2 Desempeño de la muestra por bloque	62

IV.2.1 Bloque I: Gráfico	62
IV.2.2 Bloque II: Numérico	79
IV.2.3 Bloque III: Conversiones	107
IV.2.4 Bloque IV: Problemas	114
IV.3 Comparativo del comportamiento en los bloques	135
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	154
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y HEMEROGRÁFICAS	158
ANEXOS	160

INTRODUCCIÓN

El Plan y programas de estudio de 1993, correspondientes a educación primaria en la materia de matemáticas, señalan que los alumnos deberán adquirir conocimientos básicos que les permitan plantear, reconocer y resolver problemas en diferentes ámbitos a los que se enfrenten.

Sin embargo, los reportes de instituciones nacionales encargadas de evaluar el nivel de logro alcanzado por alumnos de educación primaria, indican que los resultados en la materia de matemáticas son insatisfactorios y más aún en el tema de porcentajes situación que es preocupante, ya que los alumnos no logran desarrollar las habilidades y adquirir los conocimientos que se requieren para poder resolver los problemas a los que se enfrentan en su vida cotidiana.

A diferencia de muchos tópicos de los currículos de matemáticas, los porcentajes tienen una amplia aplicabilidad en la vida diaria por ejemplo en el cálculo de impuestos y de descuentos, en el crecimiento de la población, en la lectura eficaz de las tablas y gráficas con cantidades relativas presentadas en periódicos y revistas y en la interpretación de información diversa que se da en los medios, son una herramienta necesaria para el tratamiento de la información que se presenta en la práctica cotidiana.

Además, es un tema que es relevante por sus conexiones con otros tópicos de los currículos de matemáticas de nivel básico, como son números fraccionarios, comparación y equivalencia de fracciones, multiplicación y división de números decimales, proporcionalidad, lectura e interpretación de tablas y gráficas entre otros temas; parte de la importancia y relación de este con otros temas se observa en la organización de los contenidos de los programas de matemáticas de educación primaria, ya que se aborda en los ejes: **los números, sus relaciones y sus operaciones, tratamiento de la información y procesos de cambio**, con el propósito, que los alumnos comprendan la relación entre los números y los signos que los representan, analicen información presentada en diversos medios y elaboren tablas y gráficas donde se registran procesos de variación.

Esta tesis pretende indagar el desempeño de alumnos egresados de primaria en problemas donde se utiliza el porcentaje, así como los procedimientos que ellos emplean y los errores que cometen en el cálculo, expresión, planteamiento y resolución de problemas de porcentaje

El trabajo se conforma de cuatro capítulos y un apartado de conclusiones, en los que se presentan los contenidos que a continuación se mencionan:

En el primer capítulo se presenta la justificación del trabajo la cual se basa en el reconocimiento de las deficiencias en la matemática de los alumnos de educación básica en particular lo referente al cálculo, expresión, planteamiento y resolución de problemas de porcentaje, se muestran los resultados obtenidos en distintas evaluaciones a nivel nacional sobre el logro escolar de los estudiantes en el tema de porcentajes, finalmente se enuncia el problema que se abordará en este trabajo recepcional y los objetivos que se pretenden alcanzar.

El segundo capítulo se divide en dos partes, en la primera se analizan documentos oficiales como el Plan y Programas de estudio de matemáticas de educación básica y los libros para el maestro de quinto y sexto grado de primaria, la segunda parte corresponde a la revisión de la literatura sobre la enseñanza-aprendizaje y las problemáticas que se presentan en el tema de porcentajes

En el tercer capítulo se expone la metodología empleada en este trabajo de investigación, conformado por tres apartados, en el primero se indican los aspectos considerados para el diseño del instrumento preliminar, su aplicación y elaboración del instrumento definitivo; el segundo apartado se refiere a la muestra objeto de estudio de este trabajo y la aplicación del instrumento, finalmente se expone como se procesó y analizó la información relativa a los procedimientos utilizados y los errores que cometen alumnos egresados de primaria del Colegio Sara Alarcón.

El cuarto capítulo se conforma de tres apartados, en el primero se muestran los resultados del comportamiento de los 59 estudiantes que constituyen la muestra estudiada, se presentan los estadísticos descriptivos sobre su

desempeño en las tareas de porcentaje planteadas en el instrumento y se expone la clasificación de procedimientos y la tipología de errores con base en lo observado en los registros; en el segundo apartado se exponen los resultados relevantes sobre el desempeño de la muestra en los cuatro bloques en que se dividió el instrumento, en el último apartado se hace una comparación del desempeño de la muestra en los diferentes bloques.

En las conclusiones del trabajo se presentan los resultados a los que se arribó del análisis de las respuestas al instrumento aplicado, así como las sugerencias que se desprenden de este trabajo recepcional para estudios posteriores del tema de porcentajes.

En los anexos se expone información complementaria al trabajo recepcional, donde se muestra el instrumento piloto y tablas con la información procesada de las respuestas al instrumento aplicado.

CAPÍTULO I

Como ya se señaló, en este primer capítulo se presenta la justificación del trabajo la cual se basa en el bajo desempeño de alumnos de educación básica en matemáticas, en particular en el eje temático denominado **Procesos de Cambio**, se dan algunos elementos que ponen de manifiesto la importancia del tema, posteriormente, se exponen los resultados de distintas instituciones encargadas de evaluar a nivel nacional el logro escolar de los estudiantes en específico del tema de porcentajes, finalmente se plantea el problema que se abordará y los objetivos que se pretenden alcanzar en este trabajo recepcional.

I.1 Justificación y planteamiento del problema

La amplia aplicabilidad de los porcentajes en la vida diaria al calcular impuestos, descuentos, recargos, el crecimiento de la población, la proporción de personas desempleadas, la interpretación de tablas y gráficas, permite tener un mayor acercamiento de los hechos que suceden a nuestro alrededor y de interpretación de la información que se presenta en diversos medios; además de ser un tema relevante por su interconexión con otros tópicos de los currículos de matemáticas de nivel básico como son, números fraccionarios, comparación y equivalencia de fracciones, multiplicación y división de números decimales, proporcionalidad, lectura e interpretación de tablas y gráficas entre otros temas, dicha relación se observa en la organización de los contenidos del programa de matemáticas de educación primaria ya que se aborda en los ejes denominados: **los números, sus relaciones y sus operaciones**, que tiene como propósito que los alumnos comprendan cabalmente la relación entre los números y los signos que los representan; **tratamiento de la información**, donde se espera que los alumnos analicen información presentada en diversos medios para resolver problemas matemáticos y **procesos de cambio**, donde se espera que los alumnos elaboren y analicen tablas y gráficas en las que se registran procesos de variación, culminen con las nociones de razón y proporción las cuales son fundamentales para la comprensión de diversos tópicos matemáticos necesarios para que resuelvan problemas a los que se enfrentan en su vida diaria.

Conviene destacar que además de las múltiples conexiones citadas se propone que el tratamiento del tema tome en cuenta los procedimientos espontáneos de los estudiantes en la resolución de problemas y que ellos utilicen el cálculo de porcentajes mediante procedimientos informales y posteriormente mediante procedimientos convencionales, esto mediante una formalización progresiva.

Zeisel (1974) considera a las cifras de los porcentajes como parte de datos estadísticos, señala que esta sencillez de la estadística de los porcentajes es engañosa, y que frecuentemente es causa de tergiversación inadvertida o deliberada. Por otra parte, menciona que las cifras que representan un tanto por ciento se utilizan para indicar con mayor claridad la dimensión relativa de dos o más números, de modo que la función fundamental de las cifras del tanto por ciento consiste en esclarecer la relación entre dos o más cifras.

Además, este esclarecimiento se logra a partir de la reducción de todos los números a una escala que sea fácil de multiplicar y dividir y que por regla general son números menores a 100, y mediante la transformación de uno de los números que es la base, en la cifra 100, lo cual lo hace fácilmente divisible entre y por otros números, con lo que se facilita la precisión de su magnitud relativa.

Reportes de instituciones nacionales encargadas de evaluar el nivel de logro alcanzado por alumnos de educación primaria, indican que los resultados en la materia de matemáticas son insatisfactorios y más aún en el tema de porcentajes, situación que es preocupante ya que los alumnos no logran desarrollar las habilidades y adquirir los conocimientos que se requieren para desenvolverse adecuadamente en sociedad y poder resolver los problemas a los que se enfrentan en su vida cotidiana.

La prueba ENLACE (Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares), aplicada en 2008 a alumnos de educación básica, muestra que los resultados que se obtienen en la materia de matemáticas son insatisfactorios.

A nivel nacional se observa que, aproximadamente, la mitad de los alumnos (49.5%) tienen un nivel de logro elemental, más de una quinta parte de los alumnos tiene un nivel de logro insuficiente (22.8%) y menos de dos quintas partes de los alumnos (37.7%) registran un nivel de logro entre bueno y excelente. La preocupación por parte de los sectores involucrados en la educación es evidente, ya que los resultados de la prueba ENLACE demuestran que, aproximadamente, la mitad de los alumnos adquieren y desarrollan las competencias elementales en la materia de matemáticas.

El tema de porcentajes en la prueba ENLACE que se aplicó en 2008 a alumnos de quinto grado de primaria, se conforma de una pregunta con nivel de dificultad medio, donde se espera que los alumnos identifiquen valores faltantes en situaciones de variación proporcional y expresen porcentajes con números fraccionarios, como se muestra a continuación:

93. *En el grupo de Carlos $\frac{3}{4}$ partes del total aprobó matemáticas. ¿Qué porcentaje de alumnos aprobaron?*

- A) 20%
- B) 25%
- C) 75%
- D) 80%

Los resultados indican que el 13% de los alumnos que presentaron la prueba a nivel nacional respondieron correctamente la pregunta y es el inciso con menor porcentaje de alumnos, mientras que el 87% restante eligieron la respuesta incorrecta, información que se advierte en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	24	22	23	26	22
B	55	46	34	31	47
C	10	14	15	17	13
D	10	16	26	23	16

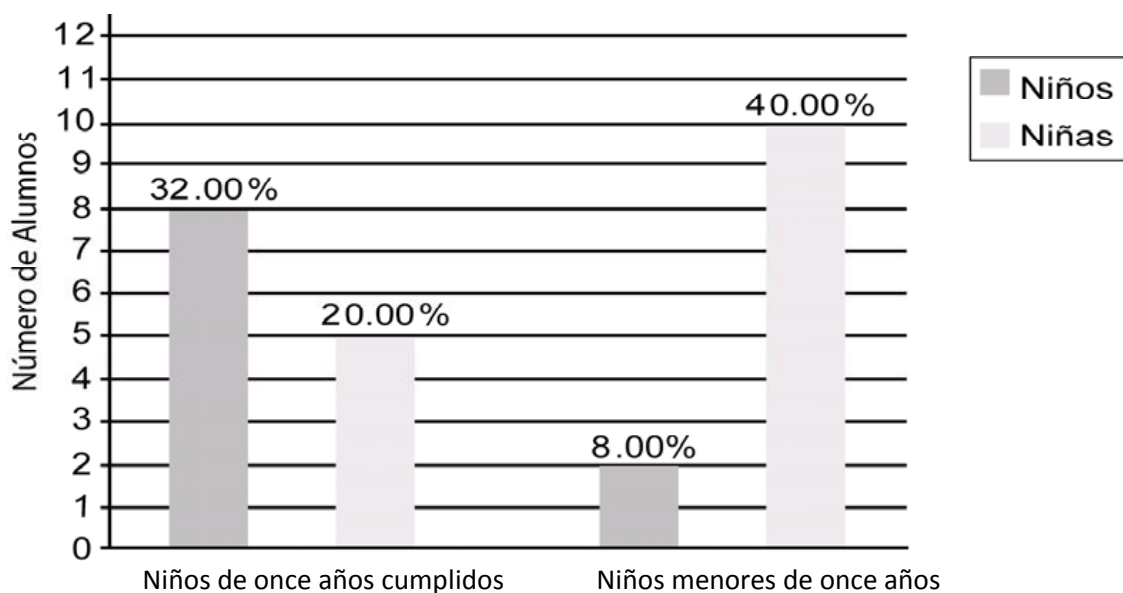
Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

En sexto grado la prueba contiene seis preguntas del tema de porcentajes organizadas en tres sesiones: la primera incluye información para contestar cuatro

preguntas con grado de dificultad medio, se espera que los alumnos analicen e interpreten la información proporcionada en una gráfica de barras con base en un texto breve sobre porcentajes o cifras, interpreten la información presentada en una de las barras de una gráfica e interpreten la información en una gráfica de barras al relacionar el contenido de un texto con su representación en la gráfica; la quinta sesión incluye una pregunta con grado de dificultad alto, y se espera que los alumnos titulen una la gráfica de modo que éste sintetice la información contenida; por ultimo y la séptima incluye una pregunta con grado de dificultad medio, donde se espera que los alumnos determinen la cantidad que representa un porcentaje con base en la información proporcionada, como se muestra a continuación:

A continuación se presenta una gráfica con un texto, analiza la información y contesta las siguientes cuatro preguntas.

Alumnos de 6° A



La gráfica anterior representa la distribución de los alumnos que se inscribieron al grupo 6° "A" en la escuela primaria "Bandera de México", de acuerdo con su edad y sexo.

Como puede observarse 10 son niños y 15 son niñas. El 32% del total de alumnos son niños que ya cumplieron 11 años y el 8% son niños que no han cumplido los

11. Mientras que el 40% son niñas que no han cumplido los once años y el 20% son niñas que ya los cumplieron.

39. ¿Cuántos alumnos se inscribieron en el grupo 6 “A”?

- A) 02 B) 8 C) 10 D) 25

Los resultados indican que el 59% de los alumnos interpreta correctamente la información proporcionada en el problema, mientras que, el resto elige una respuesta incorrecta, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	3	7	10	18	7
B	9	15	17	18	14
C	14	19	22	26	18
D	71	57	49	33	59

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

40. ¿Qué representa la cuarta barra de la gráfica?

- A) Las niñas de 11 años.
B) Los niños de 11 años.
C) Las niñas menores de 11 años.
D) Los niños menores de 11 años.

Los resultados indican que el 51% de los alumnos interpreta correctamente la información proporcionada en la gráfica de barras, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	7	13	20	22	13
B	6	13	20	22	12
C	66	48	36	35	51
D	19	23	23	16	22

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

41. ¿Qué barra de la gráfica se relaciona con lo que está subrayado en el texto?

- A) La cuarta.
B) La tercera.
C) La primera.

D) *La segunda.*

Los resultados indican que 53% de los alumnos responde correctamente a la pregunta donde tienen que relacionar la información del enunciado con la información de la gráfica de barras, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	10	18	24	25	17
B	11	18	19	23	17
C	70	50	40	33	53
D	7	12	15	15	11

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

42. *¿Qué alumnos son los más numerosos del salón?*

- A) *Las niñas que ya cumplieron once años.*
- B) *Las niñas que no han cumplido once años.*
- C) *Los niños que ya cumplieron once años.*
- D) *Los niños que no han cumplido once años.*

Los resultados indican que el 47% de los alumnos contesta correctamente la pregunta, donde tienen que identificar la cantidad que representa un porcentaje, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	13	22	26	36	20
B	64	43	34	24	47
C	10	18	23	22	17
D	11	15	15	13	14

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

El grado de dificultad de la siguiente pregunta que se localiza en la quinta sesión es alto y se espera que los alumnos calculen porcentajes múltiplos de 10 o de 5 en situaciones cotidianas y calculen porcentajes enteros menores que 100 en un contexto familiar para el alumno, como se muestra a continuación:

89. *Elena hizo un collar con 25 conchitas de colores. Colocó 3 blancas, por cada 2 verdes. ¿Qué porcentaje de conchitas verdes utilizó para hacer el collar?*

- A) 60%
- B) 40%

C) 30% D) 20%

Los resultados indican que el 27% de los alumnos contestan correctamente la pregunta, cuando se pide calcular el porcentaje que representa una parte del total, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	15	16	20	18	17
B	38	25	18	19	27
C	19	27	35	23	26
D	25	30	25	39	28

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

El nivel de dificultad de la siguiente pregunta que se localiza en la séptima sesión de la prueba es medio y se espera que los alumnos analicen e interpreten información de diversas fuentes, tales como tablas, gráficas de barras, facturas, recibos, etcétera, en un contexto determinado, contesten preguntas con base en la frecuencia relativa de dos o más conjuntos de datos en una situación específica.

135. Durante una semana, el dueño de una fábrica de juguetes registró que hubo 40 errores al armar un carrito. El dueño anotó estos datos en una tabla:

Día	Errores	Porcentaje
Lunes	11	27.5 %
Martes	7	17.5 %
Miércoles		15 %
Jueves	15	37.5 %
Viernes	1	2.5 %

En la tabla el dueño sólo anotó el porcentaje de los errores del día miércoles, pero no anotó la cantidad de errores. ¿En cuál de las siguientes opciones está la cantidad **correcta** de errores de este día?

- A) 5
- B) 6
- C) 12
- D) 14

Los resultados indican que el 40% de los alumnos contestan correctamente la pregunta, donde se tiene que calcular la cantidad que representa cierto porcentaje con base en la información proporcionada, como se observa en la siguiente tabla de porcentajes:

	PARTICULAR	GENERAL	INDÍGENA	CONAFE	NACIONAL
A	27	27	24	18	27
B	50	39	31	34	40
C	14	20	25	24	19
D	7	12	18	22	11

Información obtenida de www.enlace.sep.gob.mx

Los tópicos que se consideran en la prueba ENLACE muestran un conocimiento deficiente de los alumnos, lo cual indica que no han desarrollado la capacidad para resolver problemas.

Los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE) realizados por el INEE indican que el 52.3% de los alumnos de sexto grado a nivel nacional, tiene un nivel de logro básico en la materia de matemáticas, mientras que, el 30.4% de los alumnos registra niveles de logro medio y avanzado.

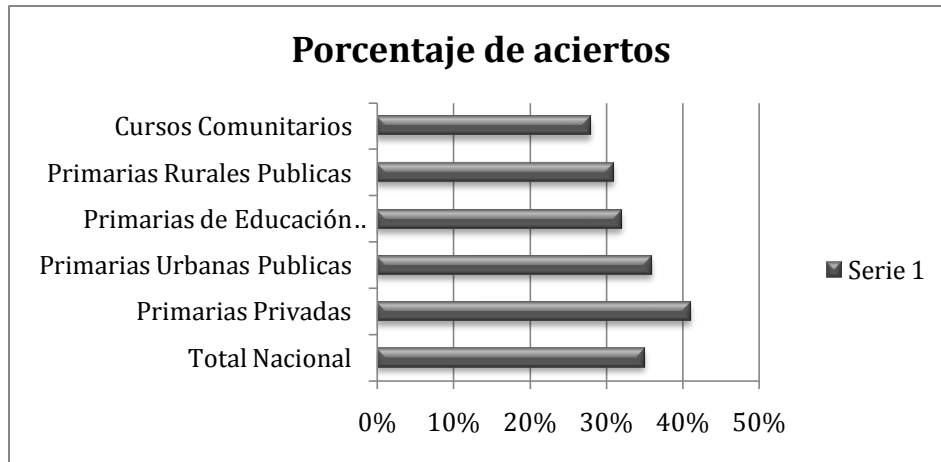
En relación con el tema de porcentajes la prueba EXCALE se conforma de dos reactivos, en el primero, se pide calcular porcentajes con más de una operación a cantidades no mayores de cuatro dígitos, en el segundo se pide calcular porcentajes a cantidades no mayores de cien e interpretarlos en el contexto de un problema, como se muestra a continuación:

Un boleto para el partido Pumas-América cuesta \$ 130.00. ¿Cuál será su precio si se compra con 30% de descuento?

- A. \$ 91.00 *
- B. \$ 39.00
- C. \$ 30.00
- D. \$ 100.00

* *Respuesta correcta*

Los resultados indican que a nivel nacional el 35% de los alumnos contesta correctamente la pregunta, como se observa en la siguiente gráfica:



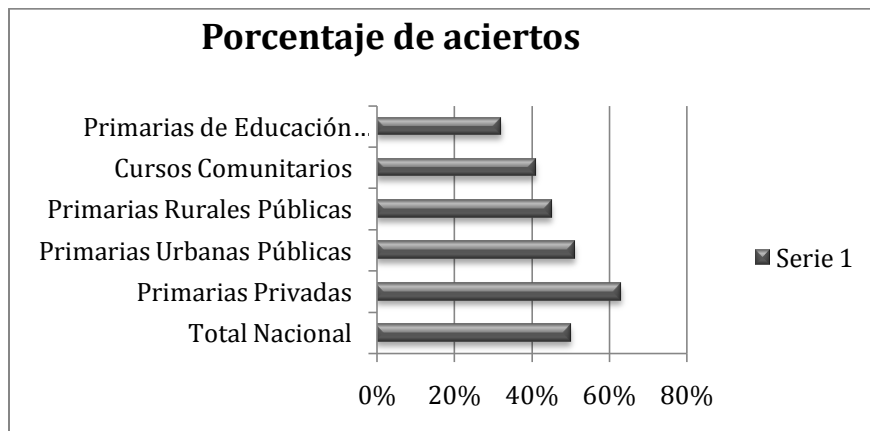
Información obtenida de www.inee.edu.mx

Ana pagó \$ 180.00 por una blusa, ella pagó solamente el 60% del precio total. ¿Cuál era el precio de la blusa sin descuento?

- A. \$ 300.00 *
- B. \$ 240.00
- C. \$ 108.00
- D. \$ 120.00

* Respuesta correcta

Los resultados indican que el 50% de los alumnos responde correctamente la pregunta, como se observa en la siguiente gráfica:



Información obtenida de www.inee.edu.mx

Los resultados de EXCALE muestran la deficiencia de los conocimientos y habilidades desarrollados por alumnos de sexto grado en el tema de porcentajes, dificultad que aumenta cuando se pide calcular porcentajes con más de una operación; aun cuando la prueba no abarca todos los tópicos de los currículos de matemáticas del plan y programas de estudio, como son, obtener a partir de cantidades dadas el tanto por ciento que se aplicó, la equivalencia entre diferentes formas de representar el tanto por ciento, el cálculo de un tanto por ciento sobre otro, interpretación de gráficas, completar tablas de cantidades relativas, entre otros.

Aun cuando los resultados de las pruebas antes mencionadas son sintomáticos de las deficiencias de los alumnos en el tema de porcentajes, no tenemos información sobre el dominio que tienen los alumnos del tema en todos los tópicos que abarcan el programa. El interés de este trabajo se centra en el desempeño de los estudiantes egresados de primaria en el tema de porcentajes, en la identificación de los procedimientos que utiliza y los errores que comete, ya sean propios de los porcentajes o a causa del manejo de conocimientos previos que tienen relevancia en este y las causas de los mismos. La finalidad es identificar las fallas y permitir tomar soluciones remediales en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Existe escasa literatura respecto a la enseñanza-aprendizaje del tema de porcentajes, como menciona Zeisel, pocos autores se han abocado a un estudio detallado de estos.

Los resultados de diferentes pruebas como son ENLACE y EXCALE, así como la presencia y utilidad de los porcentajes en la vida cotidiana, nos llevan a plantear las siguientes interrogantes:

¿Cuál es el dominio de los alumnos en el tema de porcentajes?

¿Cuáles son los procedimientos que utilizan alumnos egresados de primaria en la resolución de problemas que requieren cálculo de porcentajes? y

¿Cuáles son los errores que cometen?

Este trabajo tiene el propósito de indagar sobre el desempeño de egresados de primaria en el tema de porcentajes, contenido que se aborda en quinto y sexto grado de primaria. Para lograr lo anterior se elaboró un instrumento donde se aplican el cálculo de porcentajes en diferentes situaciones. La investigación que se pretende realizar no se limita a estudiar los procedimientos correctos o incorrectos que utilizan los alumnos en la resolución de problemas, se propondrá una tipología de los procedimientos y se identificarán los errores con mayor frecuencia, además, se organizarán las preguntas agrupando aquellas que corresponden al mismo contexto para observar el desempeño y los errores que se cometen en cada uno de estos grupos, por último, se comparará el desempeño en cada uno de ellos.

El propósito principal del trabajo de investigación es identificar los procedimientos y los errores en que incurrir alumnos egresados de primaria en la resolución de problemas que requieren cálculo de porcentajes.

I.2 Objetivos

Con base en las preguntas y el propósito de la investigación se muestran los siguientes objetivos:

- Conocer el desempeño de los alumnos egresados de primaria en el tema de porcentajes
- Identificar los procedimientos que utilizan alumnos egresados de primaria en la resolución de problemas que requieren cálculo de porcentajes por medio de la aplicación de un instrumento
- Detectar los errores que cometen alumnos egresados de primaria en la resolución de problemas de porcentaje

CAPÍTULO II

El presente capítulo está integrado por dos partes, en la primera se expone el marco referencial que se deriva de documentos oficiales, Plan y Programas de estudio de matemáticas de educación básica y de los libros para el maestro de quinto y sexto grado de primaria; la segunda parte se revisa la literatura sobre la enseñanza-aprendizaje y las problemáticas que se presentan en el tema de porcentajes

II.1 Marco referencial

En este apartado se presentan los programas de estudio de matemáticas (SEP, 1993), con los objetivos, las recomendaciones didácticas, los conocimientos y las habilidades que debe desarrollar el alumno de quinto y sexto grado de primaria, información que se complementa con lo que estipula el libro para el maestro y la página mi ayudante de matemáticas.

II.1.1 Plan y programas de estudio

Enfoque

Se propone que los niños, en la construcción de conocimientos matemáticos, partan de experiencias concretas, el dialogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos.

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que el niño haga uso de los conocimientos que ya posee en la resolución de problemas, y a partir de sus soluciones iniciales compare resultados y formas de solución, para hacerlos evolucionar a los conceptos y procedimientos propios de las matemáticas.

Propósitos generales

Los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas
- La capacidad de anticipar y verificar sus resultados
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática
- La imaginación espacial
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

En resumen, que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo consideren un instrumento que les permita reconocer, plantear y resolver problemas en diversos ámbitos.

Organización del contenido

Los contenidos del currículo están articulados en seis ejes:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones
- Medición
- Geometría
- Procesos de cambio
- Tratamiento de la información
- La predicción y el azar

El tema de porcentajes se aborda en quinto y sexto grado de primaria en los ejes temáticos **Los números, sus relaciones y sus operaciones**, **Tratamiento de la información y Procesos de cambio**, razón por la cual se presentan a continuación los propósitos particulares referidos al tema de porcentajes en estos ejes.

Propósitos particulares

Los números, sus relaciones y sus operaciones

Los contenidos de esta línea se trabajan desde el primer grado con el fin de proporcionar experiencias que pongan en juego los significados que los números adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos. El objetivo es que los alumnos, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela, comprendan más cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y puedan utilizarlos como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas. Dichas situaciones se plantean con el fin de promover en los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que les permitan la construcción de conocimientos nuevos o la búsqueda de la solución a partir de los conocimientos que ya poseen.

Tratamiento de la información

Analizar y seleccionar información planteada en través de textos, imágenes u otros medios es la primera tarea que realiza quien intenta resolver un problema matemático. Ofrecer situaciones que promuevan este trabajo es propiciar en los alumnos el desarrollo de la capacidad para resolver problemas. Por ello, a lo largo de la primaria se proponen contenidos que tienden a desarrollar en los alumnos la capacidad para tratar la información.

Procesos de cambio

El desarrollo de este eje se inicia con situaciones sencillas en el cuarto grado y se profundiza en los dos últimos grados de la educación primaria. En él se abordan fenómenos de variación proporcional y no proporcional. El eje conductor está conformado por la lectura, la elaboración y el análisis de tablas y gráficas en las que se registran y analizan procesos de variación. Se culmina con las nociones de razón y proporción, las cuales son fundamentales para la comprensión de varios tópicos matemáticos y para la resolución de muchos problemas que se presentan en la vida diaria de las personas.

II.1.2 Libro para el maestro

El libro para el maestro surge como un apoyo al trabajo profesional de los maestros de las escuelas primarias. Tiene como propósito proporcionar material adecuado para los maestros que deseen profundizar en la enseñanza de una asignatura, a lo largo de todo el ciclo de educación primaria.

Las propuestas didácticas que en éste se ofrecen son abiertas y brindan amplias posibilidades de adaptación a las formas de trabajo del maestro, a las formas específicas en donde realiza su labor, y a los intereses, necesidades y dificultades de aprendizaje de los niños.

El papel fundamental del maestro consiste en el diseño de actividades que susciten el interés de los alumnos, para que se apropien de los conceptos matemáticos.

Recomendaciones didácticas generales

Las recomendaciones didácticas planteadas tienen el propósito de brindar algunas herramientas que apoyen la tarea del maestro. Con la finalidad de que éste propicie las condiciones más favorables para la formación de los alumnos se le sugiere:

- Motivar la reflexión, verificación y expresión de resultados de forma personal y colectiva.
- Seleccionar o diseñar actividades que impliquen variedad en la forma de presentar información
- Seleccionar situaciones problemáticas en las que puedan utilizar diversos procedimientos.
- Proponer a los alumnos que comparen y justifiquen sus procedimientos.
- Fomentar el trabajo en equipo.

Recomendaciones didácticas por eje

Los números, sus relaciones y sus operaciones. Para el cálculo de porcentajes se sugiere partir de la búsqueda de razones equivalentes, por ejemplo 1 de cada 2, que es lo mismo que $\frac{1}{2}$ o 50 de cada 100. De esta manera, trabajando con $\frac{50}{100}$ como equivalente a $\frac{1}{2}$, se llega a expresar esta relación como el 50 por ciento.

Tratamiento de la información. El propósito de este eje es que los alumnos recolecten, organicen en tablas y representen gráficamente la información de diversas fuentes.

Procesos de cambio. Con los contenidos de este eje se pretende que el alumno se introduzca en los diferentes tipos de variación o cambio que existen entre dos magnitudes, por ejemplo, entre la edad y el peso o entre el espacio recorrido y el tiempo empleado para ello.

El objetivo es que los niños se aproximen a la noción de proporcionalidad directa en términos cualitativos, a través del análisis de diferentes tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional, se abordan otras formas de variación las que se relacionan con otras líneas conceptuales desde el punto de vista numérico, como son la escala y el porcentaje.

El propósito es que los alumnos se percaten de que las matemáticas son un conjunto de conceptos aritméticos, geométricos, etcétera, relacionados entre sí.

II.1.3 Libro de texto

El libro de texto tiene la función de ser empleado después que el maestro ha tratado, analizado y discutido los temas con el alumno. Las actividades propuestas en cada lección fueron diseñadas para trabajar de manera individual, por equipos o por parejas, a fin que se expongan, comenten, y discutan los procedimientos empleados.

Los libros de texto gratuito de *Quinto y Sexto grado* están conformados por 87 lecciones, de dos páginas cada una, distribuidas en cinco bloques.

El tema de porcentajes en quinto grado de primaria se aborda en cinco lecciones del libro de texto y en sexto grado en diez lecciones, como se advierte a continuación:

Secuencia de los contenidos en quinto grado, por lección bloque y eje temático:

QUINTO GRADO

LECCIÓN 57

BLOQUE CUATRO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

- Reconocimiento del signo%
- Manejo de porcentajes como “tantos de cada cien”
- Uso de los porcentajes (Descuentos y recargos)
- Estimación de porcentajes a través de tablas de variación proporcional
- Relación entre porcentajes y fracciones ($1/2$, $1/4$, $1/10$)
- Calculo de cuanto es cierto porcentaje de una cantidad
- Calculo de que porcentaje es un numero de otro

LECCIÓN 68

BLOQUE CUATRO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Estimación de porcentajes mayores de 100 con material concreto
- Percepción de tamaños relativos
- Uso de la regla en la comprobación de porcentajes

LECCIÓN 73
BLOQUE CINCO

EJES: TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN, LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Análisis de información contenida en tablas (números naturales, fraccionarios y porcentajes)
- Cálculo mental de relaciones entre fracción y entero ($1/3$ de 32)
- Uso de la calculadora en expresiones: $2/3$ de 456 (razones)
- Invención de problemas de porcentaje

LECCIÓN 74
BLOQUE CINCO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Cálculo del 10% , 20%, 30% ...
- Empleo de diversos procedimientos en el cálculo de porcentajes
- Cálculo mental de 10% como tantos de cada 1000
- Cálculo del 1% con cantidades de hasta cuatro números
- Cálculo del 10 y 1% como base para calcular otros porcentajes

LECCIÓN 82
BLOQUE CINCO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Expresión de cantidades equivalentes en decimales, fracciones y

porcentajes

- Análisis de información contenida en tablas
- Expresión de 3 procedimientos distintos en el cálculo de porcentajes
- Cálculo de porcentajes con más de una operación

Secuencia de los contenidos en sexto grado por lección, bloque y eje temático:

SEXTO GRADO

LECCIÓN 12

BLOQUE UNO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Análisis e interpretación de información contenida en tablas (Frecuencias relativas y frecuencias absolutas)
- Interpretación y uso de pictogramas en tablas

LECCIÓN 18

BLOQUE UNO

EJE: PROCESOS DE CAMBIO

- Análisis e interpretación de información expresada en porcentajes
- Relación entre fracción, razones y porcentajes

LECCIÓN 31

BLOQUE DOS

EJE: TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Análisis e interpretación de la información expresada en diferentes medios
- Llenado de tablas de acuerdo con la información proporcionada en un artículo

LECCIÓN 52

BLOQUE TRES

EJE: TRATAMIENTO DE LA INFORMACION

- Análisis de la información contenida en una gráfica de pastel
- Análisis de la validez de la información expresada en porcentajes
- Usos de los porcentajes

LECCIÓN 53

BLOQUE TRES

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES,
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y PROCESOS DE CAMBIO

- Relación entre razón y porcentaje
- El uso de porcentajes en la toma de decisiones
- Ventajas del uso de porcentajes
- Uso del término frecuencias absoluta y frecuencia relativa (qué son, usos, ventajas y desventajas)

LECCIÓN 59

BLOQUE CUATRO

EJES LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Cálculo del 10%, 20%, 30% ...
- Cálculo del 10% a partir de dividir la cantidad entre 10
- Elección entre procedimientos para el cálculo de porcentajes
- Cálculo de porcentajes con más de una operación
- Cálculo del 100%

LECCIÓN 61

BLOQUE CUATRO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES, PROCESOS DE CAMBIO Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Concepto de razón y su relación con los porcentajes
- Relación entre razón, fracción y porcentaje

LECCIÓN 75

BLOQUE CINCO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES, PROCESOS DE CAMBIO Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- El uso de los porcentajes en la toma de decisiones
- Uso de frecuencias relativas
- Importancia del análisis de la información (ventajas, manejo y usos)

LECCIÓN 81

BLOQUE CINCO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- Cálculo de porcentajes
- Manejo de frecuencias relativas y absolutas

LECCIÓN 84

BLOQUE CINCO

EJES: LOS NÚMEROS SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES Y PROCESOS DE CAMBIO

- ✓ Es lo mismo restar el 10% a un artículo y al resultado sumarle el 15% que primero sumar el 15% y posteriormente restarle el 10%

Si bien es cierto que el tema de porcentajes se presenta en varios ejes, hay dominancia de este contenido en el eje temático Procesos de cambio que sistemáticamente se muestra a continuación:

Contenidos en el eje Procesos de cambio de Quinto Grado:

Cálculo de porcentajes

Cálculo de porcentajes mediante procedimientos informales

Cálculo de porcentajes mediante procedimientos convencionales

Expresión de porcentajes

Contenidos en el eje Procesos de cambio de Sexto Grado:

Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional

Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional y

no proporcional

Expresión de porcentajes con números fraccionarios	Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes
Expresión de porcentajes con números decimales	El valor unitario como procedimiento para resolver ciertos problemas de proporcionalidad
Resolución de problemas sobre porcentajes	Los productos cruzados como método para comprobar si hay o no proporcionalidad
Resolución de problemas donde se calcula cuánto es cierto porcentaje de una cantidad	Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje
Resolución de problemas donde se calcula qué porcentaje es un número de otro	
Resolución de problemas donde se calcula qué cantidad corresponde al 100%	
Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje	

A partir de lo anterior se puede advertir que los contenidos de quinto grado se centran en el tratamiento conceptual y en sexto predomina la aplicabilidad, su relación con variación proporcional y con la información dada en gráficas y tablas. Conviene destacar en relación al planteamiento y resolución de problemas que los problemas que corresponden a sexto grado son de mayor complejidad debido a que se presenta mayor variedad en diversos contextos, donde se pide al alumno realice conversiones, exprese porcentajes en sus diferentes representaciones y resuelva problemas de dos etapas.

II.2 Revisión de la literatura

En este apartado se presentan los resultados de la revisión de artículos, estudios sobre el porcentaje y su enseñanza, así como la literatura relativa a los errores en matemáticas, donde se exponen el tipo de errores para cualquier tema de matemáticas y las clasificaciones de errores que se han hecho para temas específicos.

II.2.1 Enseñanza de los porcentajes

En cuanto a las investigaciones consultadas sobre procesos de enseñanza-aprendizaje de porcentajes encontramos a los siguientes autores:

Wiebe, (1986) en su artículo “Manipulating percentages” manifiesta la presencia de porcentajes en todas partes, en los porcentajes de ingredientes de los alimentos, los materiales de la ropa que usamos, en información de programas de televisión y en los impuestos a nuestros ingresos o de nuestras compras, de modo que en la sociedad moderna, las personas que no entienden los porcentajes tendrán dificultad para leer artículos y anuncios del periódico y no podrán saber si están siendo engañados por instituciones financieras e incluso por los políticos.

Sin embargo, señala que a pesar de los continuos esfuerzos para enseñar porcentajes, los estudiantes de primaria, secundaria superior y universitarios siguen teniendo poca comprensión de los problemas que implican porcentajes.

Bohom y Wiebe, citados por Wiebe, encontraron que el promedio de alumnos que resuelven porcentajes de la forma $A\%$ de B en situaciones meramente numéricas es del 32% y en situaciones referentes a problemas verbales la puntuación es del 50%.

Wiebe señala que una de las causas de las dificultades con problemas relacionados con porcentajes, puede ser la falta de correspondencia entre las estrategias de enseñanza y el de madurez cognitiva de los estudiantes, ya que autores como Lawson (1978) y Chiapetta (1977) consideran a los estudiantes de

secundaria como pensadores no formales y el uso de porcentajes se encuentra en un nivel formal, sin embargo la mayoría de los teóricos cognitivos manifiestan que estos conceptos pueden ser parcialmente dominados si se presentan a través de situaciones concretas manipulables.

Van den Heuvel-Panhuizen (2003), propone la enseñanza y aprendizaje de porcentajes con el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), la cual propone el aprendizaje a partir de la matematización progresiva, es decir, el uso de modelos para promover y desarrollar el progreso, de niveles informales para llegar a niveles formales. Las características de los modelos que permiten pasar de un nivel a otros son: partir de contextos realistas, ser flexibles para poder ser aplicados a un nivel más avanzado y que puedan reinventarse, para ayudar a la matematización vertical con la posibilidad de regresar al origen de la estrategia.

La EMR de acuerdo con Van den Heuvel-Panhuizen parte de las ideas de Freudenthal quien señala que la mejor forma de aprender matemáticas es por medio de la matematización, que consiste en organización de la disciplina a partir de la realidad o de la matemática misma. Además señala que Freudenthal menciona dos tipos de matematización, la horizontal, que parte del mundo de la vida al mundo de los símbolos y la vertical, que se mueve dentro del mundo de los símbolos, lo que en la EMR es partir de niveles informales para llegar a niveles o estructuras formales.

La autora recurre al modelo de regletas, debido a la interconexión de los porcentajes con el aprendizaje de fracciones, decimales y razones, por lo que plantea trabajar a partir de la relación entre sí de estos conceptos de número racional.

El modelo de regletas de Van den Heuvel-Panhuizen, parte de situaciones informales donde se maneja el porcentaje como tantos de cada tantos y se llega a la utilización de porcentajes como operadores a partir de un modelo de regletas que cambia gradualmente.

Autores como Erickson (1990) y McGivney (1988) manifiestan su preocupación acerca de las problemáticas que presentan estudiantes e incluso personas muy brillantes para resolver problemas de porcentajes. Erickson señala que los resultados de la cuarta Evaluación del Progreso Educativo (por sus siglas en inglés NAEP) revelan que solo el 40% de los alumnos de undécimo grado, que se sometieron a la prueba contestan correctamente a preguntas donde se les pide calcular el 15% de 12.

La preocupación de estos autores los lleva a proponer modelos de aprendizaje de porcentajes que permitan abordar esta problemática, Erickson plantea el modelo de regletas, que consiste en la estimación de porcentajes a partir del manejo del 100 como la totalidad y las cantidades menores a cien como una fracción de la totalidad, por su parte McGivney propone el aprendizaje de porcentajes a partir de mnemotécnicas [(es el #) / (de #) = (% #) / 100] y del uso de proporciones de la forma $a/b = c/d$.

En resumen, Wiebe, Van den Heuvel-Panhuizen, Erickson y McGivney manifiestan su preocupación por el aprendizaje de los porcentajes debido a su cotidianeidad y utilidad para tener una mejor comprensión de lo que ocurre a nuestro alrededor.

Para ello proponen el aprendizaje de porcentajes a través de diversos modelos que permiten desarrollar el concepto de porcentaje gradualmente. No obstante, señalan que a pesar de los continuos esfuerzos en la enseñanza de porcentajes, estudiantes de todos los niveles educativos tienen un nivel de comprensión bajo de los problemas que implican porcentajes.

Conviene destacar que las fallas a las que aluden los autores que incluyen a alumnos de secundaria, solamente mencionan cierto tipo de preguntas que no cubren todos los contenidos propuestos en los Planes y Programas de la Educación Básica en México y similarmente sus propuestas se limitan solo a algunos tópicos de dicho contenido programático. El énfasis de estos trabajos está en propuestas para la enseñanza de porcentajes.

Si bien los trabajos anteriores permiten conocer algunas fallas de los estudiantes, para los propósitos de este trabajo, las investigaciones no aportaron elementos significativos para el análisis de los procedimientos que utilizan los alumnos para resolver problemas de porcentaje y para la detección de errores en los que incurren.

II.2.2 Clasificación de errores

En relación con la literatura referente a los errores que cometen los alumnos en la asignatura de matemáticas se encontraron trabajos de dos tipos, uno sobre una tipología general de errores que son aplicables a cualquier área de matemáticas: Radatz, Mulhern, Davis y Esteley-Villareal y otro que propone clasificaciones de errores para temas específicos, errores en álgebra: Movsholovitz-Zaslavsky-Inbar, en la resolución de problemas verbales: Bazán y Chalini y para el tema de interés de este trabajo: Venezky.

Radatz (1980) ofrece una categorización de errores que se puede ilustrar de la siguiente manera:

1. Errores debidos a dificultades de lenguaje, que consiste en el uso inadecuado de símbolos y términos matemáticos, a causa de un aprendizaje inadecuado.
2. Errores debidos a dificultades para obtener información espacial, que consiste en la producción de imágenes espaciales inadecuadas en tareas matemáticas.
3. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de los prerrequisitos, que consiste en los errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos en las tareas matemáticas.
4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento, este tipo de error consiste en la incapacidad del pensamiento para ser flexible y adaptarse a situaciones nuevas del cual se desprenden 4 subtipos:

- Por perseveración: predominan elementos singulares de un problema
 - De asociación: los razonamientos o asociaciones son incorrectos entre elementos singulares
 - De interferencia: los conceptos u operaciones interfieren unos con otros
 - De asimilación: la información se procesa mal debido a fallas de percepción
5. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes, consiste en la aplicación de reglas en contenidos diferentes

Este modelo apela al proceso mental que puede incitar a que los alumnos cometan el error y en otras ocasiones recurre a cuestiones que el alumno no realizo o de las cuales no dejó rastro.

Mulhern (1989) presenta una categorización general de los errores cometidos por los alumnos:

1. Los errores que surgen en la clase generalmente de manera espontánea y sorprenden al profesor.
2. Son persistentes, particulares de cada individuo y difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno.
3. Predominan los errores sistemáticos (revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, en general, son resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la Matemática, reconocibles o no reconocibles por el profesor) con respecto a los errores por azar u ocasionales.
4. Los alumnos en el momento no toman conciencia del error.
5. Algunos errores se gestan en la comprensión o en el procesamiento que hace el alumno de la información que da el profesor. Los alumnos recrean o inventan su propio método en base al método descrito por el profesor.

Davis (1984) elaboró una teoría de esquemas o constructos personales que le permitió tipificar e interpretar algunos de los errores más usuales de los alumnos en el aprendizaje de matemática. Los errores clásicos explicados son:

1. Reversiones binarias
2. Errores inducidos por el lenguaje o la notación
3. Errores por recuperación de un esquema previo
4. Errores producidos por una representación inadecuada y
5. Reglas que producen reglas

Esteley-Villareal (1990, 1992, 1996) realizaron una categorización de errores en matemáticas y discutieron las siguientes categorías:

1. Errores al operar con números reales en cálculos planteo y resolución de ecuaciones
2. No empleo o uso parcial de la información
3. No verificación de resultados parciales o totales que se manifiestan en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales
4. Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones)
5. No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, etc., en un caso particular
6. Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada
7. Errores de lógica, justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje
8. Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo

Movsholovitz-Zaslavsky-Inbar (1987) plantean un modelo que se basa en las respuestas de un examen escrito, el cual obtuvo después de analizar las respuestas de un examen que cubría diferentes tópicos.

De acuerdo con Movsholovitz-Zaslavsky-Inbar los errores encontrados se clasifican en seis categorías:

1. Datos mal utilizados, son los que surgen de la discrepancia entre los datos que aparecen en cuestión y el tratamiento que le da el alumno.

Dentro de esta categoría se encuentran casos en los que:

- Añaden datos extraños
- Olvidan algún dato necesario para la solución
- Se contesta algo que no es necesario
- Se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado
- Se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta, o bien
- Se hace una lectura incorrecta del enunciado

2. Interpretación incorrecta del lenguaje, en esta categoría se incluyen los errores que son resultado de una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos de un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto, esto ocurre cuando:

- Se plantea un problema en ecuaciones expresando una relación diferente de la enunciada
- Cuando se designa un concepto matemático mediante un símbolo distinto al normalmente usado y operando con el según las reglas usuales
- Se realiza una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa

3. Inferencias no válidas lógicamente, esta categoría incluye a los errores producidos por falacias de razonamiento y no se refieren al contenido específico. Se encuentran aquellos errores producidos por:

- Derivar de un enunciado condicional su recíproco o su contrario
- Derivar de un enunciado condicional y de su consecuente, el antecedente

- Utilizar incorrectamente los cuantificadores
 - También realizar saltos injustificados en una inferencia lógica
4. Teoremas o definiciones deformados, se producen por la deformación de un principio, regla o definición, este tipo de error lo encontramos cuando:
- Se aplica un teorema sin que se cumplan las condiciones necesarias
 - Se realiza una interpretación o desarrollo inadecuado de una definición, teorema o fórmula
5. Falta de verificación en la solución, se incluyen aquí los errores donde cada paso de la realización es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada
6. Errores técnicos, se incluyen los errores :
- De cálculo
 - Al tomar datos de una tabla
 - En la manipulación de símbolos algebraicos
 - Y otros derivados de la ejecución de algoritmos básicos

Bazán y Chalini (2004) construyeron la siguiente categorización de errores, resultado de la revisión de la literatura y de la experiencia de un estudio sobre solución de problemas.

La tipología considera 7 dimensiones:

1. Manejo de la información relativa al enunciado del problema
2. Interpretación del problema
3. Dominio operativo de datos y relaciones
4. Errores en el registro de la solución que el alumnos da al problema
5. Cualidades de expresión y validez de la solución
6. Consistencia de los procedimientos de solución
7. Resultados sin sustentación

Que se desarrollan de la siguiente manera:

1. Manejo no adecuado de la información planteada en el enunciado. Incluye errores de discrepancia entre los datos estipulados en el enunciado y los que el alumno utiliza, las categorías en las que se subdivide son las siguientes:
 - 1.1. Se añaden datos que no se establecen en el enunciado ni se derivan de ellos.
 - 1.2. Se establecen requerimientos no demandados por el enunciado.
 - 1.3. Uso incorrecto de los datos.
 - 1.4. Omisión de la información necesaria.
 - 1.5. Omisión de condiciones del problema
 - 1.6. Utilización no articulada del conjunto de condiciones
 - 1.7. Uso de las condiciones de forma incorrecta.
 - 1.8. No utilización de condiciones
2. Errores de interpretación del enunciado, incluye errores relacionados con la traducción del enunciado o sus partes constitutivas a la representación matemática.
 - 2.1. interpretación incorrecta de expresiones del lenguaje común al lenguaje matemático.
 - 2.2. interpretación equivocada de conceptos del enunciado.
3. Errores en el dominio operativo, incluye errores en los cálculo y manipulación algebraica
 - 3.1. se cometen errores aritméticos
 - 3.2. se cometen errores algebraicos
4. Errores en el registro de la solución que el alumno da al problema
 - 4.1. La solución que se da es parcial o incompleta
 - 4.2. La solución se dimensiona incorrectamente
 - 4.3. La solución no se dimensiona
5. Errores en la validación de la solución
 - 5.1. Verificación de la solución en un conjunto parcial de las condiciones del problema.

- 5.2. No verificación de la solución en las condiciones del problema
- 6. Errores de consistencia de los procedimientos de solución
 - 6.1. El procedimiento carece de sentido para resolver el problema
 - 6.2. Procedimiento incompleto
 - 6.3. La solución no se desprende del procedimiento seguido
- 7. Resultados sin sustentación
 - 7.1. Postula un resultado sin justificarlo
 - 7.2. Postula un resultado intermedio sin justificarlo
 - 7.3. Postula un resultado y verifica las condiciones
 - 7.4. Postula un resultado y verifica parcialmente las condiciones
 - 7.5. Postula un resultado y no verifica las condiciones

Venezky (1988) realizó un estudio de investigación para evaluar el conocimiento básico de porcentajes a estudiantes de primaria y universitarios. Lo que motivó a Venezky en la selección de este tema fue la dificultad para comprender el concepto de porcentaje tanto en estudiantes de primaria como universitarios y la practicidad del tema, ya que los porcentajes se utilizan al ir de compras o en las finanzas personales, por lo que se requieren para la alfabetización matemática.

Para identificar las habilidades básicas de los porcentajes se realizó una prueba de detección la cual cubrió habilidades de identificación de un porcentaje determinado, conversión de una forma numérica a una forma verbal, conversión de una forma numérica o decimal en forma de porcentaje, conversión del porcentaje a decimal, solución de una ecuación simple y la resolución de problemas de palabras simples que involucran el porcentaje de un número.

Los resultados de la prueba muestran que las estrategias exitosas de los estudiantes universitarios son:

- 1. Replanteamiento del problema
- 2. Comprobación de la verosimilitud de los cálculos
- 3. Desarrollo de planes de solución y
- 4. Uso de diagramas

Las estrategias exitosas de los estudiantes de primaria son:

1. En algunos casos se presenta a comprobación de la verosimilitud de de la solución y
2. Desarrollo de planes de solución donde generaron y resolvieron ecuaciones simples.

Los errores que cometen estudiantes universitarios son:

1. Plan de solución incorrecta y
2. Uso incorrecto de las ecuaciones

Los errores que cometen estudiantes de primaria son:

1. Aplicación incorrecta de la ecuación proporcional (invierte un término de la proporción)
2. Plan de solución incorrecto, al parecer resultado de la impulsividad, que generalmente se manifiesta como un plan de solución basado en multiplicar o dividir las cantidades del problema
3. Interpretación incorrecta (errores de lectura), que tienen como resultado el uso incorrecto de supuestos matemáticos y
4. Conocimiento incompleto, a veces los estudiantes intentan aplicar procedimientos que no entienden completamente

Venezky señala que el ambiente para los alumnos de primaria presenta tendencias a responder rápidamente y usualmente este tipo de respuestas es alentado, sobre todo en matemáticas. De modo que el impulso para el automatismo ha llevado a una tensión considerable en la rápida respuesta en la enseñanza de matemáticas elementales, y aunque la solución de problemas de palabra en niveles de grado superior pueden ser enseñados de una manera más reflexiva, viejos hábitos permanecen.

Además señala, que en las aulas de primaria típica, invade el entorno competitivo en el que los premios para el primero con la respuesta correcta son considerablemente más altos que los castigos para el que responde rápidamente una respuesta incorrecta. Los estudiantes universitarios tienen más experiencia

en resolver problemas de palabras y por lo tanto son más hábiles en el reconocimiento de diferentes tipos de problemas, mientras que los estudiantes de primaria por falta de suficiente exposición a problemas de enunciados verbales, a menudo recurren a los componentes más conocidos de un problema y lo que les falta son elementos críticos.

En resumen, la clasificación de errores que nos ofrecen los autores mencionados, muestran una serie de errores que son aplicables parcialmente al tema de porcentajes, las clases o tipos que proponen son demasiado generales o específicos a cierto tipo de tópicos y su uso reportaría información poco significativa y provechosa para las pretensiones de este trabajo. No cubren la variedad de errores posibles al contestar el instrumento, ya que no fueron diseñadas para detectar errores que se presentan en la resolución de problemas que implican el cálculo de porcentajes.

Por su parte Venezky, muestra una clasificación de los errores que presentan alumnos de primaria y universitarios en la resolución de problemas de porcentajes, y que efectivamente se observan en el desempeño de los alumnos que comprenden la muestra, sin embargo resulta de poca utilidad debido a que es insuficiente en las categorías que presenta, no alude procedimientos como el tanteo, conteo, respuesta sin justificar o sin procedimiento.

En la aplicación del instrumento fueron detectados los errores plan de solución incorrecto, interpretación incorrecta y conocimiento incompleto de acuerdo con Venezky, no obstante se observaron errores adicionales, por lo que se procedió a la generación de otra clasificación, la cual se presentará en el capítulo tres.

CAPÍTULO III

En este capítulo se presenta la metodología empleada en esta tesis, está conformado por tres apartados, en el primero se indican los aspectos considerados para el diseño del instrumento preliminar, su aplicación y la elaboración del instrumento definitivo; en el segundo se refiere a la muestra objeto de estudio de este trabajo y la aplicación del instrumento, finalmente se muestra la forma como se procesó y analizó la información relativa a los procedimientos utilizados y los errores que cometen alumnos egresados de primaria de la escuela elegida para la investigación de campo.

III.1 Diseño del instrumento

Para la elaboración del instrumento se consideraron los contenidos, objetivos y propósitos que se plantean en el plan y programas de estudio de matemáticas en educación primaria, en el libro para el maestro, la página mi ayudante de matemáticas, además de la literatura revisada.

En el diseño del instrumento se tomó en cuenta tanto los contenidos (cálculo de porcentaje, diferentes expresiones de porcentaje, problemas de porcentaje, problemas de porcentaje a partir del análisis de tablas y gráficas), como la diversidad de situaciones y contextos (encuestas sobre lectura, impuestos y descuentos, producción de leche y problemas numéricos) donde se presentan los porcentajes.

El instrumento se remitió a la revisión de expertos para ver si se cubrían los temas planteados en los documentos oficiales antes mencionados. Se hicieron los cambios sugeridos, tanto en redacción como en la incorporación de preguntas. Una vez realizadas dichas correcciones el instrumento preliminar quedó conformado de 9 preguntas, en las cuales se observaría el manejo del concepto de porcentaje, los procedimientos que utilizan los alumnos para calcular porcentajes puramente matemáticos, el manejo de fracciones, decimales y porcentajes como expresiones equivalentes, el análisis de la información contenida en diversos medios (tablas, gráficas de barras, gráficas circulares), el

cálculo de porcentajes en el contexto de un problema y la elaboración de problemas de porcentaje (véase anexo 1).

El instrumento preliminar se aplicó a alumnos egresados de primero de secundaria con la finalidad de observar la dificultad del instrumento, la redacción, el exceso de los contenidos, el tiempo de resolución y realizar las correcciones pertinentes. De la revisión de los resultados, se convino modificar los enunciados de algunas preguntas y elevar el grado de dificultad, ya que algunas resultaron muy fáciles.

Una vez aplicado el instrumento preliminar y realizadas las correcciones, el instrumento final quedó estructurado de la siguiente manera: la pregunta 1 con sus dos incisos, cubriría el objetivo de reconocimiento del signo de % y manejo del concepto de porcentaje como tantos de cada cien, las preguntas 2, 3 y 4 con sus tres incisos cada una, cubrirían los objetivos de cálculo de porcentajes directo (la cantidad que representa un porcentaje, el 100% dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra) de cantidades mayores a cien y expresadas con decimales, la pregunta 5 con sus cuatro incisos, cubriría el objetivo de manejo de fracciones, porcentajes y decimales como expresiones equivalentes, la pregunta 6 con sus cuatro incisos cubriría el objetivo, cálculo de porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, la pregunta 7 con sus dos incisos cubriría los objetivos, análisis e interpretación de la información contenida en una tabla y elaboración de gráficas de barras, la pregunta 8 con sus dos incisos cubriría el objetivo, análisis e interpretación de la información contenida en una gráfica circular y la pregunta 9 cubriría el objetivo sobre planteamiento de problemas de la vida cotidiana.

El instrumento tiene cuatro tipos de preguntas que corresponden a cierto tipo de situaciones donde está presente el porcentaje, un primer grupo de preguntas corresponde a la expresión y representación de porcentajes en un gráfico y lectura e interpretación de gráficas de barras, representan el 17% y las preguntas que integran este grupo son 1 inciso a y b y 7 incisos a) y b); un segundo grupo de preguntas corresponde al cálculo directo de porcentajes

mayores a cien, menores a cien y con decimales, representan casi el 37% y las preguntas que integran este grupo son 2 incisos a), b) y c), la pregunta 3 incisos a), b) y c), y la pregunta 4 incisos a), b) y c); un tercer grupo de preguntas corresponde a la relación de los porcentajes con decimales y fracciones, representan alrededor del 17% y la pregunta que integra este grupo es la 5 incisos a), b), c) y d), el último grupo corresponde al cálculo de porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, representa alrededor del 29% y las preguntas que lo integran son: 6 incisos a), b), c) y d), 8 incisos a) y b) y la pregunta 9.

De acuerdo con lo anterior, la organización de las preguntas corresponde a los bloques, gráfico, numérico, de conversiones y de problemas, que corresponden a cada uno de los grupos antes mencionados.

Para la proporción de los bloques se tomó en cuenta la ponderación que le dan a estas situaciones en la propuesta curricular. En el capítulo siguiente se muestra el análisis del comportamiento de la muestra respecto a las preguntas que corresponden a los bloques mencionados.

A continuación se presenta el instrumento aplicado:

NOMBRE: _____

GRUPO: _____ EDAD: _____

INSTRUCCIONES: Lee con atención las siguientes preguntas y contesta lo que se te pide.

ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

1. Ana y Carlos asistieron a dos eventos que organizaron en su escuela y representaron el porcentaje de asistencia de la siguiente manera, ayuda a Ana y a Carlos a completar la información que les hace falta.

3. Halla el número en cada caso. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?

b) Cuarenta es el 20%, ¿de qué número?

c) Doscientos es el 130%, ¿de qué número?

4. Calcula los siguientes porcentajes. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) ¿Qué tanto por ciento es 18 de 60?

b) ¿Qué tanto por ciento es 20 de 36?

c) ¿Qué tanto por ciento es 80 de 50?

5. Completa la información que hace falta. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) Para obtener el 15.5% de 80 se debe multiplicar 80 por _____

b) Para obtener $\frac{3}{5}$ partes de 75 es equivalente a calcular el _____ % de 75.

c) Al multiplicar por 3 a 145 se obtiene _____ % de 145.

d) Al multiplicar 1.15 por 25 que porcentaje de 25 se obtiene _____

6. Resuelve los siguientes problemas. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS
- a) Si hoy han faltado a clase por enfermedad el 20% de los 30 alumnos/as, ¿cuántos alumnos/as han asistido?, ¿Cuántos alumnos/as han faltado?
- b) Había ahorrado el dinero suficiente para comprarme una grabadora que costaba \$469.00. Cuando llegué a la tienda, esta tenía una rebaja del 20%. ¿Cuánto tuve que pagar por ella? ¿Cuánto me ahorre?
- c) Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?
- d) Otro artículo, que estaba rebajado un 15%, nos costó \$ 32500. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

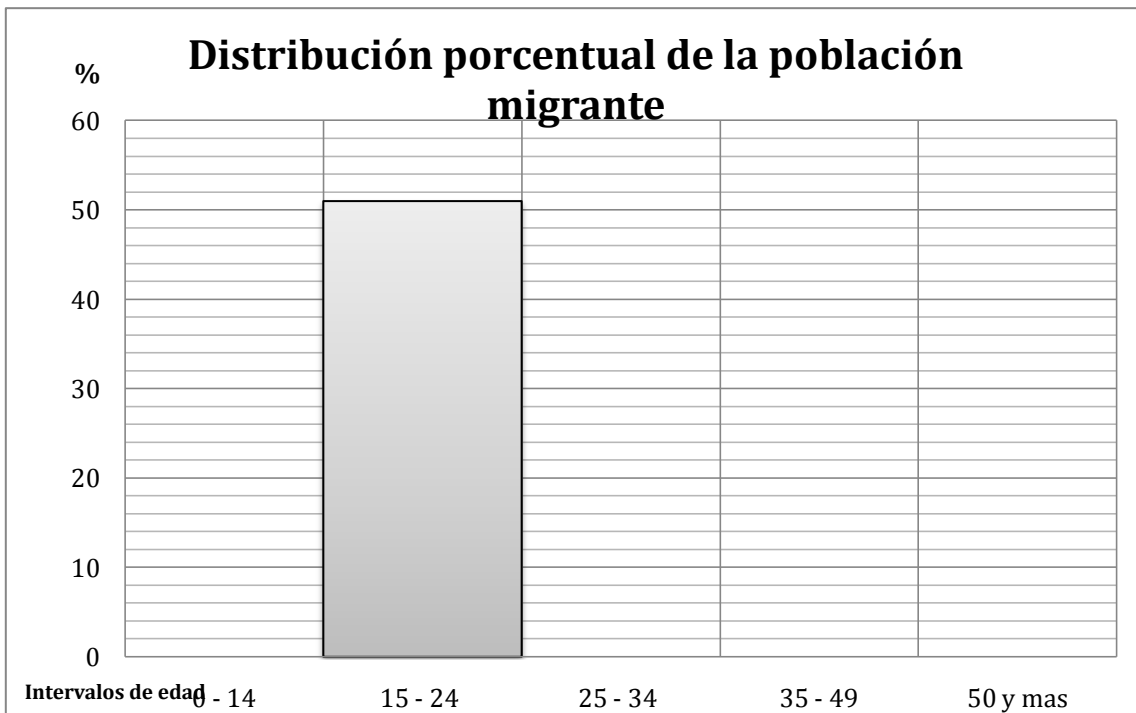
7. En México se realizó un estudio para conocer el grado de emigración de la población, uno de los objetivos de este estudio fue conocer el intervalo de edad de la población con mayor porcentaje de emigración, también para saber hacia dónde van.

Si consideramos que la población encuestada fueron 2000 personas

- a) Completa la información que falta en la siguiente tabla.

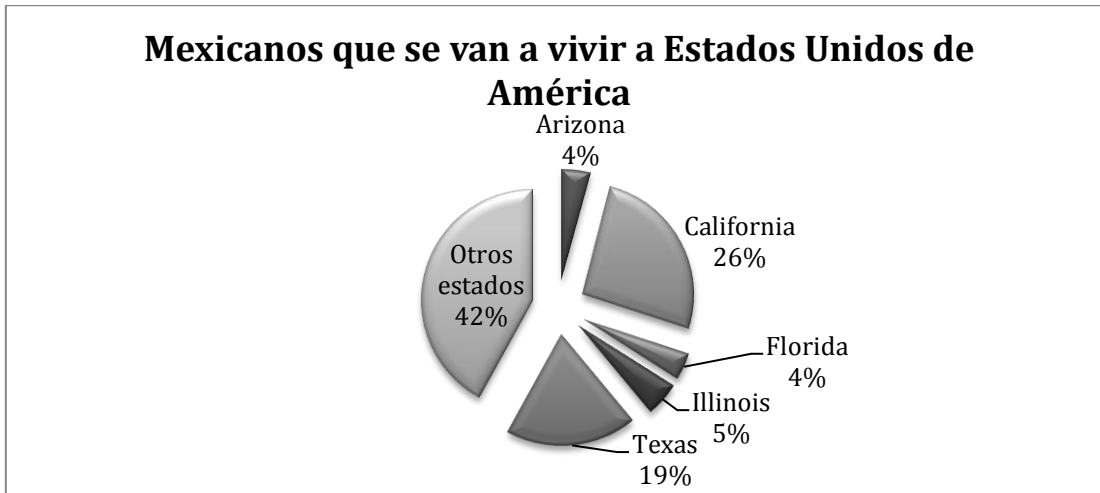
Intervalos de edad	No. De personas	% de personas
50 y mas		4%
35 - 49	260	
25 - 34		26%
15 - 24		51%
0 - 14	120	

- b) Gráfica los porcentajes que hacen falta utilizando los datos de la tabla anterior.



8. ¿A dónde se van?

Muchos de los mexicanos que se van a vivir a otro país, tienen como destino **Los Estados Unidos de América**. Cuando los mexicanos se establecen allá, lo hacen principalmente en:



Observa la gráfica anterior y contesta

ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

- a) Si el total de personas encuestadas fue 2000, ¿Cuántas personas se establecen en Texas?
- b) ¿Cuál es el porcentaje total de las personas que se establecen en Arizona, Florida e Illinois?, ¿Cuántas personas representan?

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.

III.2 Muestra y aplicación del instrumento

El instrumento se aplicó a tres grupos de primer grado de secundaria en una institución privada que lleva por nombre *Colegio Sara Alarcón*, ubicada en Lago Alberto No. 319, entre las calles Mariano Escobedo y Río San Joaquín, delegación Miguel Hidalgo, México, D.F.

El nivel socioeconómico de los padres se puede considerar medio alto y el nivel de estudios de la planta docente de la institución es 60% licenciatura, 15% maestría, 10% especialidad, 10% nivel técnico y el 5% restante doctorado.

La institución cuenta con una población total de 906 alumnos, 6 grupos son de preescolar con 123 alumnos, en el nivel primaria hay 475 alumnos, en el nivel secundaria hay nueve grupos con 230 alumnos y a nivel bachillerato hay 3 grupos con 78 alumnos.

El instrumento aplicó a tres grupos de primero de secundaria, dos de ellos con 19 alumnos y el tercero con 21. Esta muestra fue considerada como egresados de primaria ya que cuentan con las habilidades propuestas en el plan y programa de matemáticas de primaria.

La aplicación del instrumento se llevó a cabo en diciembre de 2010, en este periodo los alumnos tenían 4 meses de haber egresado de la primaria y de haber estudiado el tema de porcentajes.

El instrumento es el presentado en el apartado anterior con nueve preguntas; el tiempo proporcionado por la institución para resolverlo fue de aproximadamente 50 minutos incluyendo las indicaciones que se dieron al inicio de la aplicación.

La aplicación estuvo a cargo de la tesista y una pasante de la Licenciatura en Pedagogía, las cuales, al inicio de la aplicación dieron instrucciones para la resolución de los problemas del instrumento, haciendo énfasis en que debían dejar plasmado con tinta el procedimiento empleado en cada caso.

III.3 Procesamiento de la información

Como se señaló anteriormente el propósito de este trabajo no se limita a estudiar las respuestas correctas o incorrectas que utilizan los alumnos en la resolución de problemas, se pretende identificar las estrategias o procedimientos que utilizan y los errores en que incurrir a través de la observación de los registros, esto es, lo que los estudiantes consignan en las hojas de respuesta, a partir de ello considerarlos para la clasificación de procedimientos y la tipología de errores.

El procesamiento de la información se efectuó en tres etapas, en la primera se realizó el concentrado de respuestas correctas e incorrectas en una tabla (véase anexo 2) y de los procedimientos utilizados (véase anexo 3), así como el análisis del comportamiento general de la muestra a través del análisis de tablas y gráficas.

En la segunda se agruparon las preguntas por bloques, de acuerdo con el contexto de la pregunta, a fin de examinar el comportamiento de la muestra en cada bloque e identificar problemas o dificultades de los alumnos mediante el análisis de sus respuestas. Para organizar la información de este apartado se realizaron tablas y gráficas con los procedimientos correctos e incorrectos.

En la etapa final se estableció la comparación del desempeño entre los bloques por medio de gráficas con los procedimientos correctos e incorrectos empleados.

CAPÍTULO IV

Este capítulo está conformado por tres apartados, en el primero se muestran los resultados del comportamiento de los 59 estudiantes que constituyen la muestra estudiada, los estadísticos descriptivos sobre su desempeño en las tareas de porcentaje planteadas en el instrumento y la clasificación de procedimientos y errores elaborada con base en lo observado en los registros y en la literatura revisada; en el segundo, se exponen los resultados relevantes sobre el desempeño de la muestra en los cuatro bloques en que se dividió el instrumento, en el último apartado se hace una comparación del desempeño de la muestra en los diferentes bloques.

IV.1 Desempeño general de la muestra

En este apartado se expone el desempeño general de los alumnos respecto al número de aciertos que obtienen en el instrumento, la clasificación de estrategias o procedimientos utilizados para obtener las respuestas y los errores que cometen en el proceso de solución o al asentar sus resultados, la clasificación y la tipología de errores se establecieron a partir de lo detectado en la literatura como lo observado en los registros.

En la tabla 1 se indica el número de pregunta y el número de los alumnos que contestan correcta (1) o incorrectamente (0) los problemas, donde 1 corresponde a las respuestas correctas con procedimiento correcto y 0 a las respuestas correctas o incorrectas con procedimiento incorrecto y las que no se contestan.

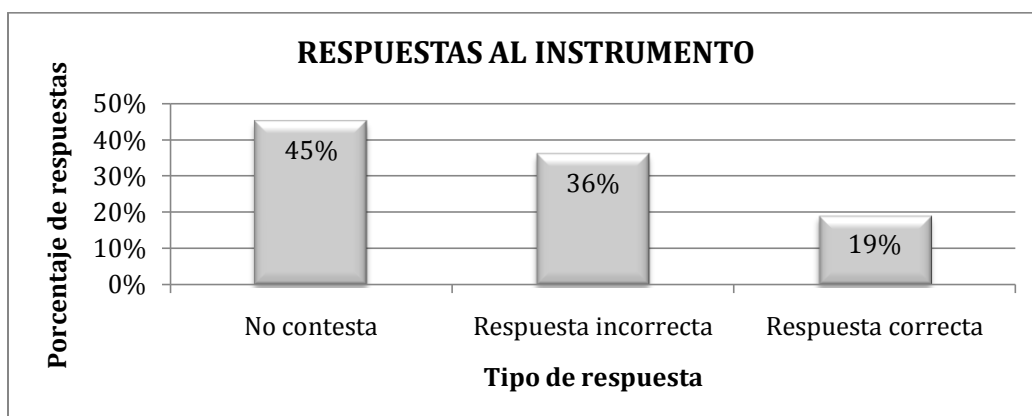
Los resultados se presentan de forma descendente de acuerdo con el número de aciertos obtenidos por alumno.

Alumno \Pregunta	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	4c	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d	7a	7b	8a	8b	9	ACIERTOS
41	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	15	
1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	14	
2	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	13	
51	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	11	
22	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	10	
24	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	10	
50	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	9	
56	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	9	
25	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	8	
58	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	
6	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	7	
44	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	6	
54	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	6	
57	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	6	
15	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	
20	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	
21	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	
26	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	5	
27	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
29	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5	
30	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	5	
32	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	
12	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
28	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
31	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
33	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
42	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
43	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
46	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
55	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
4	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
17	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
45	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
52	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
53	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
8	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
16	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
19	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
23	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
35	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
49	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
36	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
37	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
59	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	37	39	21	7	7	11	18	2	9	5	6	19	5	6	4	18	10	7	0	1	1	5	3	5	246

Tabla 1: Desempeño general de la muestra

Se puede derivar de la tabla que el total de respuestas fue de 1416, de las cuales 246 corresponden a respuestas correctas con procedimiento correcto, lo equivalente al 17% y el 83% restante corresponde a las respuestas correctas o incorrectas que se obtuvieron por medio de procedimientos incorrectos o las preguntas sin contestar.

En la gráfica 1 se indica el desempeño general de la muestra respecto al tipo de respuesta que registran en las preguntas del instrumento.



Gráfica 1: Respuestas al instrumento aplicado

La respuesta con mayor porcentaje del instrumento es *no contesta*, con menos de la mitad del total de respuestas del instrumento. Mientras que la respuesta con menor porcentaje es *correcta* por medio de procedimientos correctos o incorrectos, con menos de una quinta parte del total de respuestas del instrumento. Y el 36% restante corresponde a respuestas *incorrectas*, más de una tercera parte de las respuestas.

De lo anterior se destaca que cuatro quintas partes de las preguntas del instrumento no se contestan o se contestan por medio de procedimientos incorrectos.

En la tabla siguiente se muestra la media, la moda, el valor máximo y el valor mínimo del comportamiento de la muestra.

PROMEDIO	MODA	MEDIANA	VALOR MAX	VALOR MIN
4.17	2	4	15	0

Tabla 2: estadísticos respecto al desempeño de la muestra.

Dado que el número de preguntas del instrumento son 24, el promedio de los alumnos es de 4.17 aciertos, y la mediana es 4, lo cual indica que responden alrededor de la sexta parte de las preguntas correctamente del examen y que su desempeño en el tema de porcentajes es insatisfactorio, coincidiendo con lo señalado en los resultados de la aplicación de las pruebas de ENLACE y EXCALE, aun cuando los reactivos que incluyen dichas pruebas no abarcan los tópicos considerados para el desempeño de los alumnos en la resolución de problemas a los que se enfrentan en la vida cotidiana.

El número de aciertos más frecuente es dos, lo que indica que de los 24 aciertos que debió obtener cada alumno, mayor porcentaje de estos obtuvo tan sólo 2 aciertos, es decir, el 17% de los alumnos obtiene 2 aciertos.

La pregunta que obtiene mayor número de respuestas correctas (valor máximo) es la 1 inciso b) donde se pide representar un porcentaje expresado con decimales en un gráfico, y acertaron el 66% de los alumnos, se puede considerar la pregunta más fácil, mientras que la pregunta 6 inciso d), donde se pide calcular el precio original de un artículo con el 15% de descuento en el contexto de un problema no obtiene ningún acierto (valor mínimo), por lo que resultó la pregunta más difícil para los alumnos de la muestra.

Lo anterior indica que para los alumnos es más difícil calcular porcentajes en el contexto de un problema que representar porcentajes a partir de un gráfico.

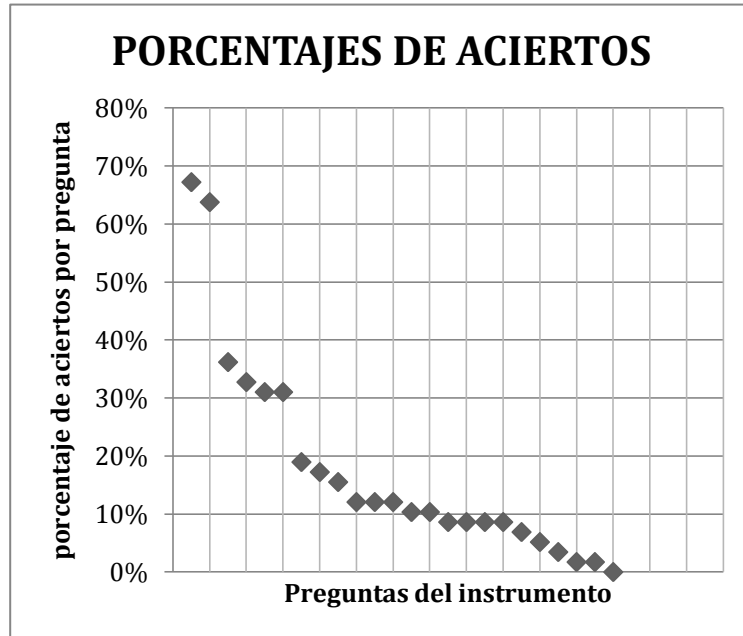
De las 59 respuestas que se esperaban por pregunta que corresponde al total de alumnos de la muestra, el promedio de respuestas correctas que se obtiene es de 10.25 y el número de respuestas correctas más común por pregunta es de 5.

En la tabla 3 y gráfica 2 se muestra el número y porcentaje de aciertos por pregunta de mayor a menor.

Pregunta	Aciertos	Porcentaje aciertos
1b	39	67%
1a	37	64%
2a	21	36%
5a	19	33%
3b	18	31%
6a	18	31%
3a	11	19%
6b	10	17%
4a	9	16%
2b	7	12%
2c	7	12%
6c	7	12%
4c	6	10%
5c	6	10%
4b	5	9%
5b	5	9%
8a	5	9%
9	5	9%
5d	4	7%
8b	3	5%
3c	2	3%
7a	1	2%
7b	1	2%
6d	0	0%

Frecuencia de

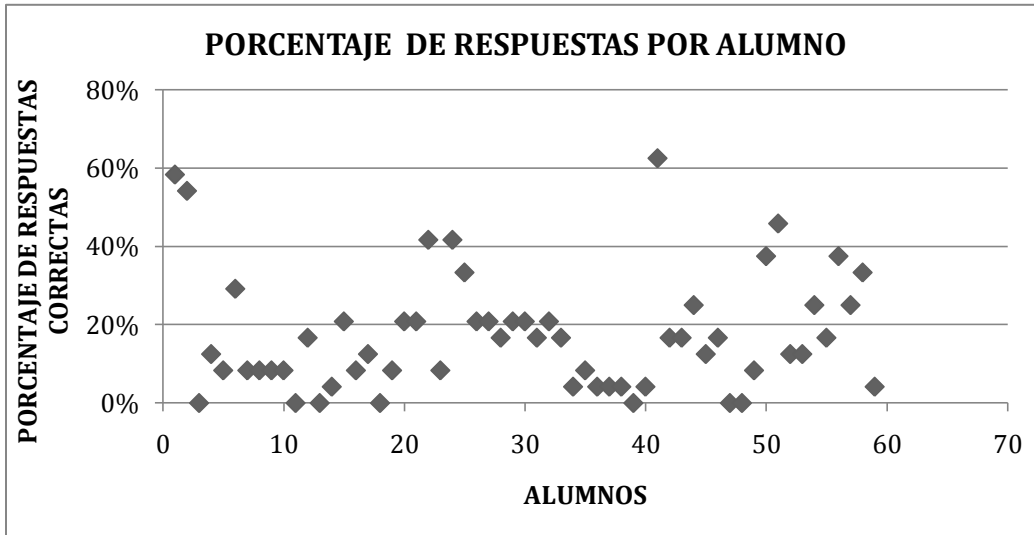
Tabla 3: Respuestas por pregunta



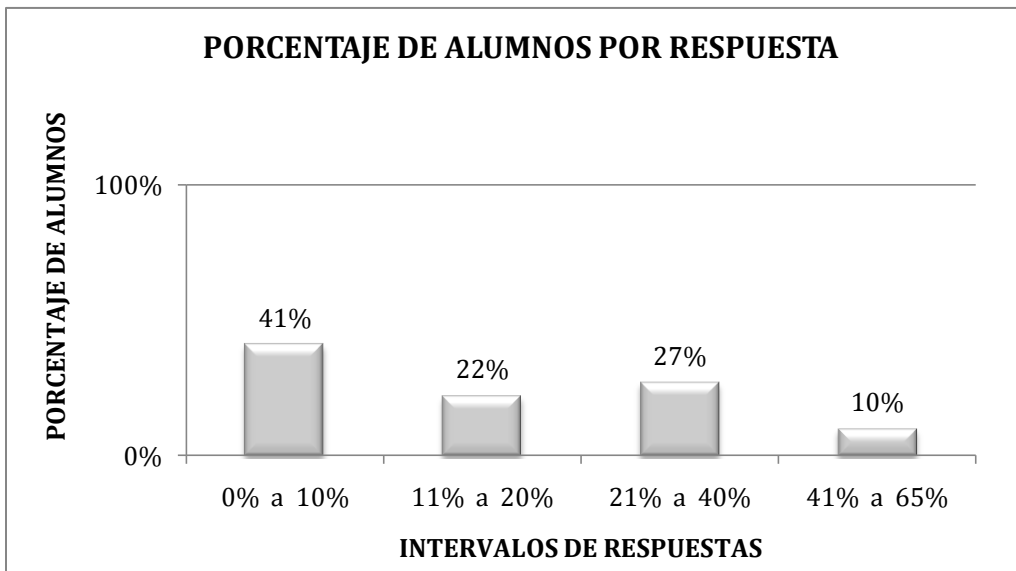
Gráfica 2: Porcentaje de aciertos por pregunta

Se desprende del análisis de la información contenida en la tabla 3 y en la gráfica 2 que tan solo las preguntas donde se pide representar un porcentaje expresado en decimales a partir de un gráfico y expresar en términos de porcentaje el área sombreada de un gráfico obtienen más de tres quintas partes del total de respuestas por pregunta, mientras que, las 22 preguntas restantes obtienen menos de dos quintas partes de respuestas acertadas.

En las gráficas 3 y 4 se muestra el porcentaje de respuestas que obtuvo cada alumno.



Gráfica 3: Porcentaje de respuestas por alumno



Gráfica 4: Porcentaje de alumnos por intervalo de respuestas

Como se advierte en las gráficas anteriores tan solo un alumno responde más del 60% de la preguntas correctamente, 5 alumnos responden correctamente entre el 40% y 60% de las preguntas, 16 alumnos responden entre el 20% y 40% de las preguntas y 37 responden entre el 0% y 20% de las preguntas, información que se complementa con la gráfica.

Conviene destacar que un mayor porcentaje de alumnos responde correctamente de 0% a 10% de las preguntas que integran el instrumento aplicado.

A diferencia de los resultados de ENLACE donde alrededor del 50% contestan correctamente las preguntas del examen, en nuestro caso se obtiene una tercera parte de esto, solo el 17% da la solución acertada, dos terceras partes de la muestra aciertan en a lo más el 20% de las preguntas y solo un alumno resuelve correctamente más del 60%.

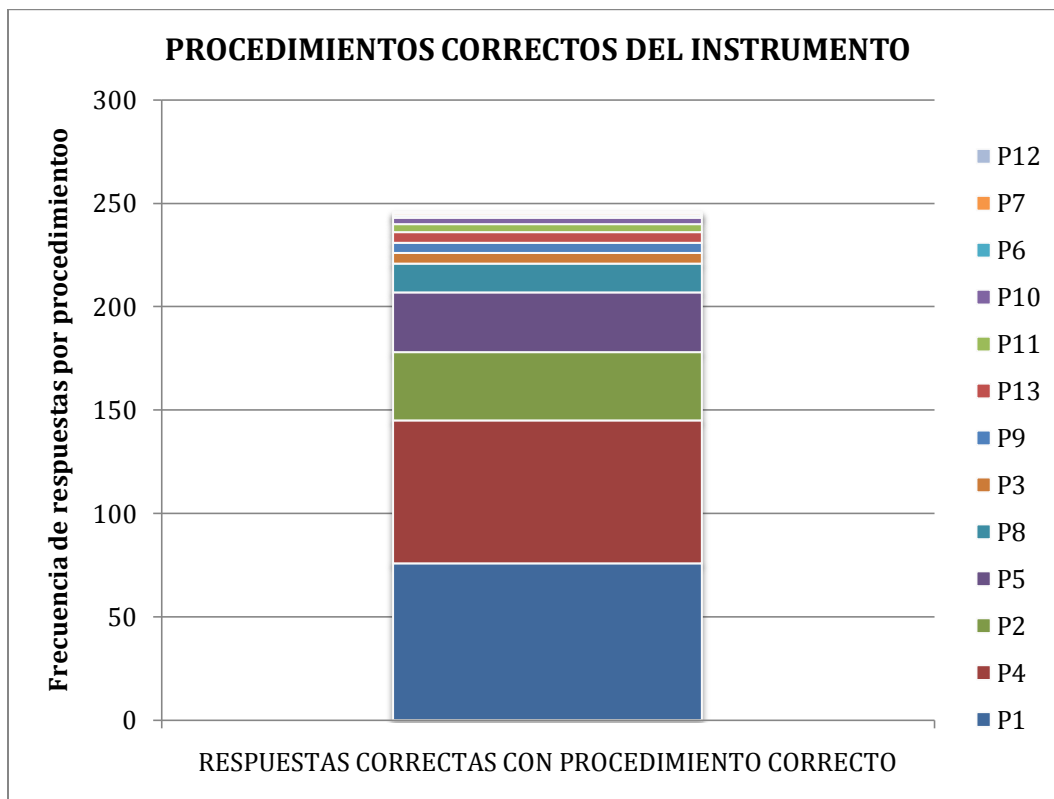
Respuestas correctas con procedimientos correctos

Lo anterior proporciona un panorama del comportamiento de la muestra que solo nos indica las respuestas acertadas, lo cual es necesario pero insuficiente para conocer el desempeño de los estudiantes, en este trabajo se considera importante indagar las estrategias que utilizan para arribar a la solución, se pudieron distinguir para procedimientos correctos son las siguientes:

- **P1** Conversión del porcentaje a decimal (el alumnos convierte el porcentaje que se proporciona en el problema a decimal)
- **P2** Regla de tres (plantea un acomodo de los datos: $X \rightarrow 100$, $y \rightarrow z$, realiza operaciones que al parecer indican usa regla de tres aunque no la planteen explícitamente)
- **P3** Tablas de variación proporcional
- **P4** Conteo (cuenta rectángulo por rectángulo)
- **P5** Postulación de la respuesta (ofrecen la respuesta correcta sin dejar en el registro ningún indicio de como la obtuvieron)
- **P6** Tanteo
- **P7** Por medio de gráficas
- **P8** Determina cuántas veces cabe el porcentaje o la cantidad en cien
- **P9** Elabora una tabla, multiplica filas por columnas
- **P10** Calcula el 10%, 20% o 30% como base para calcular otros porcentajes
- **P11** Multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien

- **P12** Utiliza más de dos procedimientos
- **P13** Plantea un Problema similar al del instrumento

Los procedimientos correctos empleados por los alumnos en la resolución de los problemas del instrumento son trece: P1 (conversión del porcentaje a decimal), P2 (regla de tres), P3 (Tablas de variación proporcional), P4 (conteo), P5 (postulación de la respuesta), P6 (tanteo), P7 (por medio de una gráfica), P8 (determina cuantas veces cabe el porcentaje o la cantidad en cien), P9 (Elabora una tabla o la utiliza al multiplicar filas por columnas), P10 (calcula el 10%, 20% o 30%), P11 (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien), P12 (utiliza más de dos procedimientos) y P13 (problema similar al del instrumento).



Gráfica 5: Procedimientos empleados

El procedimiento con mayor porcentaje de respuestas es conversión del porcentaje a decimal, con el 31% de las respuestas, aproximadamente una tercera parte. Mientras que los procedimientos menos frecuentes son tanteo (P6), por

medio de una gráfica (P7) y utiliza más de dos procedimientos (P12), con menos del 1% cada uno.

De lo anterior se destaca que los tres procedimientos con mayor frecuencia cuando se les pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, calcular porcentajes directos, calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, interpretar y graficar la información proporcionada en una tabla y relacionar porcentajes con fracciones y decimales como expresiones equivalentes son: conversión del porcentaje a decimal, conteo y regla de tres, con el 72% de los procedimientos correctos empleados.

Conviene mencionar que el 88% de las respuestas se obtienen por medio de diferentes procedimientos, mientras que el 12% restante corresponde a las respuestas postuladas.

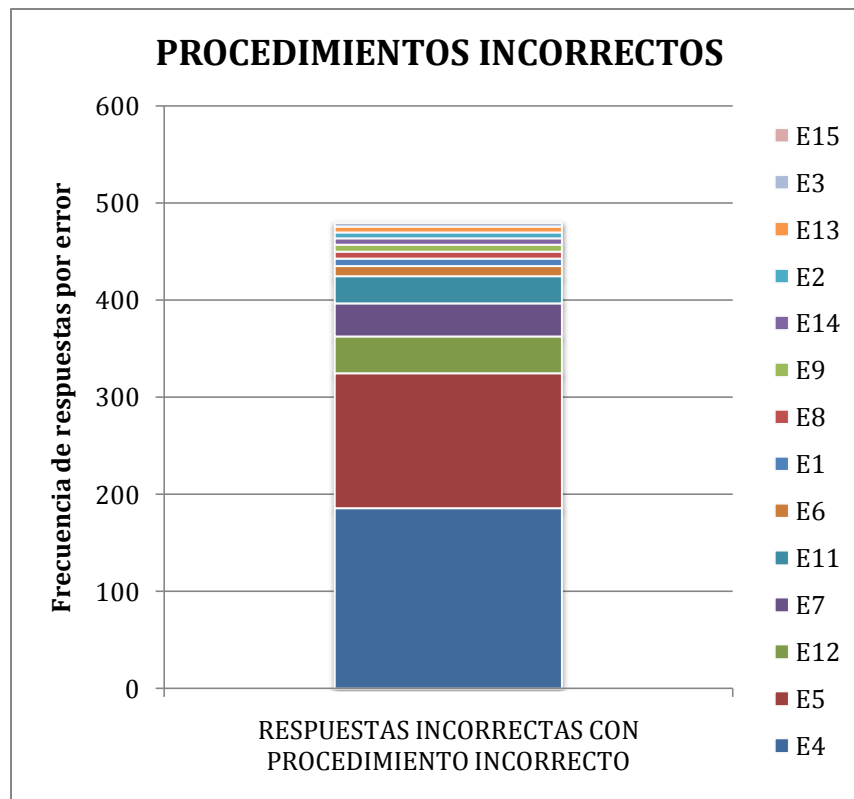
Respuestas incorrectas con procedimientos incorrectos

Los tipos de error detectados son en su mayoría aplicables a todas las preguntas, sin embargo hay algunos que se cometen en incisos específicos. Venezky en su clasificación de errores señala cuatro tipos, en este trabajo se proponen 15 categorías de error que se muestran a continuación:

- **E1** Cálculo incorrecto
- **E2** Interpreta equivocadamente el rectángulo, en este error el alumno interpreta como decimal el rectángulo de la pregunta 1 inciso a.
- **E3** Errores de conteo, en este error el alumno se equivoca al contar cuadro por cuadro el área sombreada o la parte por sombrear.
- **E4** Error al plantear operaciones inadecuadas, la solución consiste en multiplicar, dividir, sumar o restar los datos proporcionados en el problema.
- **E5** Respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento, en este error el alumno ofrece respuestas incorrectas sin dejar registro de cómo la obtuvieron.
- **E6** Error al considerar rangos de una tabla, el error consiste en una interpretación incorrecta de los rangos de una tabla para poder graficar.

- **E7** Da como resultado una de las cantidades proporcionadas, en este error el alumno repite como resultado una de los datos del problema.
- **E8** No contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción
- **E9** Gráfica la información proporcionada, únicamente grafica los datos que se proporcionan en el problema y omite los que él debe obtener.
- **E10** Multiplica datos y agrega punto decimal al resultado de la operación, multiplica el porcentaje por la cantidad y al resultado agrega punto decimal sin argumentar por qué.
- **E11** Error de interpretación, la interpretación que hace del enunciado no es correcta o responde algo que no se cuestiona.
- **E12** Error al trabajar con decimales, los alumnos omiten el uso de decimales, no los modifican y lo suman al resultado de las operaciones que realizan o descomponen enteros y decimales y calculan porcentajes por separado.
- **E13** Procedimiento incompleto
- **E14** Plantea equivocadamente el problema solicitado, el alumno no enuncia un problema que requiere el uso de porcentajes o no proporciona la información necesaria para obtener la respuesta al problema.
- **E15** Estima la respuesta, no da la solución requerida

Los procedimientos incorrectos con respuesta incorrecta son catorce: E1 (cálculo incorrecto), E2 (interpreta equivocadamente el rectángulo), E3 (error de conteo), E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E6 (error al considerar rangos en una tabla), E7 (da como resultado una de las cantidades proporcionadas), E8 (no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción), E9 (gráfica la información proporcionada), E11 (error de interpretación de la información), E12 (error al trabajar con decimales), E13 (procedimiento incompleto), E14 (plantea equivocadamente el problema solicitado) y E15 (estimación del resultado).



Gráfica 7 Procedimientos incorrectos con respuesta incorrecta

El error con mayor frecuencia es al plantear operaciones inadecuadas, con el 39% de las respuestas incorrectas. Mientras que el error con menor porcentaje es E15 (estimación del resultado), con menos del uno por ciento de las respuestas incorrectas.

Se puede destacar que los tres errores que cometen los alumnos con mayor frecuencia, cuando se les pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, calcular porcentajes directos, calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, interpretar y graficar la información proporcionada en una tabla y relacionar porcentajes con fracciones y decimales como expresiones equivalentes, son error al plantear operaciones inadecuadas, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento y error al trabajar con decimales.

Conviene mencionar que el 64% de las respuestas incorrectas se obtienen por medio de diferentes procedimientos incorrectos como intento de solución al

problema, mientras que, el 36% de las respuestas no plantean ningún procedimiento ni justifican sus respuestas o repiten una de las cantidades proporcionadas en el problema y las dan como resultado.

Respuestas incorrectas con procedimientos correctos

Los procedimientos correctos con respuesta incorrecta son tres, P1* (conversión del porcentaje a decimal), P2* (regla de tres) y P11* (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien).



Gráfica 8: Procedimientos correctos con respuesta incorrecta

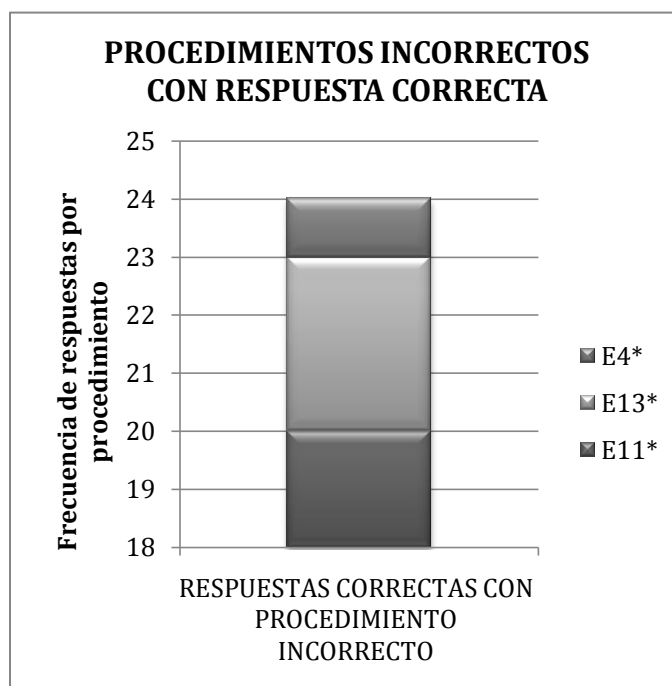
El procedimiento correcto con mayor porcentaje es conversión del porcentaje a decimal, con el 63% de las respuestas incorrectas con procedimiento correcto, mientras que, el procedimiento con menor porcentaje es multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien, con el 13% de las respuestas.

De lo anterior se destaca que los dos procedimientos con mayor frecuencia cuando se les pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, calcular porcentajes directos, calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, interpretar y graficar la información proporcionada en una tabla y relacionar porcentajes con fracciones y decimales como expresiones equivalentes, son conversión de porcentaje a decimal y regla de tres con el 88%

de las repuestas y los errores que cometen son de tipo aritmético en operaciones básicas, errores al recorrer el punto decimal, de inconsistencia del procedimiento que utilizan con el resultado que asientan y errores de descuido.

Respuestas correctas con procedimientos incorrectos

Los procedimientos incorrectos con respuesta correcta son tres, E10* (multiplica datos y agrega el punto decimal), E12* (error al trabajar con decimales) y E4* (error al plantear operaciones inadecuadas).



Gráfica 6: Procedimientos incorrectos con respuesta correcta

El error con mayor frecuencia es multiplica datos y agrega punto decimal al resultado de la operación, con el 83% de las respuestas correctas con procedimiento incorrecto. Mientras que el error con menor frecuencia es error al plantear operaciones inadecuadas, con el 4% de las respuestas. Y el 13% restante corresponde a error al trabajar con decimales.

De lo anterior se destaca que los dos procedimientos con mayor frecuencia cuando se les pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, calcular porcentajes directos, calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, interpretar y graficar la información proporcionada en

una tabla y relacionar porcentajes con fracciones y decimales como expresiones equivalentes, fueron multiplicar datos y agregar punto decimal al resultado de la operación y error al trabajar con decimales, no obstante obtienen la respuesta correcta, con el 96% de las respuestas correctas con procedimiento incorrecto.

Del análisis de los registros se destaca lo siguiente:

Conviene destacar que tan solo el 17% de las respuestas del total de preguntas del instrumento se obtienen por medio de procedimientos correctos, mientras que el 83% restante no se contesta o se obtienen por medio de procedimientos incorrectos.

Los procedimientos correctos registrados son 13 y los tipos de error que cometen son 15.

Se observó que los alumnos que utilizan procedimientos correctos y obtienen respuestas incorrectas cometen errores de tipo aritmético, de inconsistencia del procedimiento o de descuido, mientras que, los alumnos que utilizan procedimientos incorrectos y obtienen respuestas correctas responden a un hecho mecánico de agregar súbitamente el punto decimal al resultado de la operación sin justificar en los registros el por qué o agregar punto decimal al principio de la cantidad sin importar de cuantas cifras sea y en el resultado de la operación recorren el punto dos lugares.

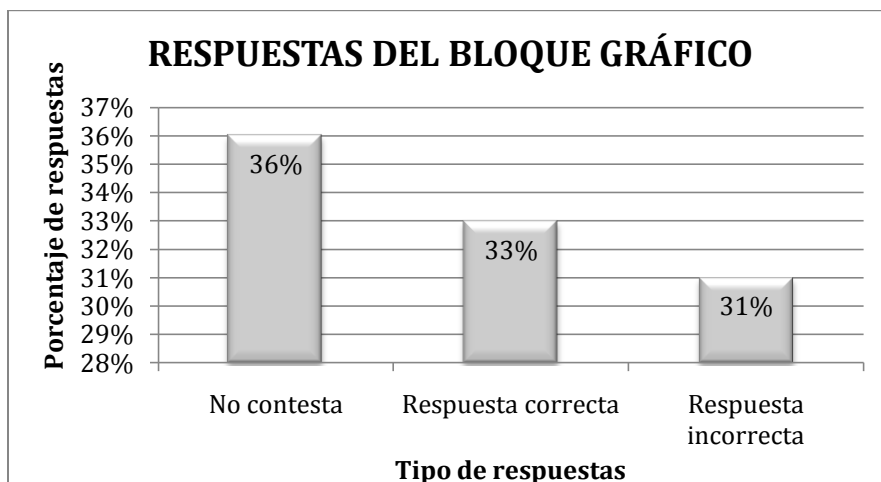
IV.2 Desempeño de la muestra por bloque

En este apartado se expone el desempeño de la muestra en cada uno de los bloques conformados para el análisis, por porcentajes de respuesta y por tipo de procedimiento empleado.

IV.2.1 Bloque I: Gráfico

Las preguntas que integran el bloque gráfico son la 1 y la 7, en la primera se pide expresar y representar porcentajes en un gráfico y en la segunda se pide calcular porcentajes directos para representarlos en una gráfica de barras.

El total de posibles respuestas acertadas del bloque gráfico son 236, de las cuales solo se obtuvieron 78 correctas, corresponden 74 a respuestas incorrectas y 84 no las contestan, como se advierte en la gráfica 9.



Gráfica 9: Respuestas del bloque gráfico

El tipo de respuesta con mayor porcentaje del bloque gráfico en las que se pide expresar por medio de un porcentaje la parte sombreada de una figura, representar gráficamente un porcentaje expresado en decimales, calcular la cantidad que representa cierto porcentaje, calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra y representar la información que se obtienen en un gráfica de barras, es *no contesta*, con más de una tercera parte de las respuestas, aunado a las anteriores las respuestas incorrectas indican que más de dos terceras partes no solucionan el problema.

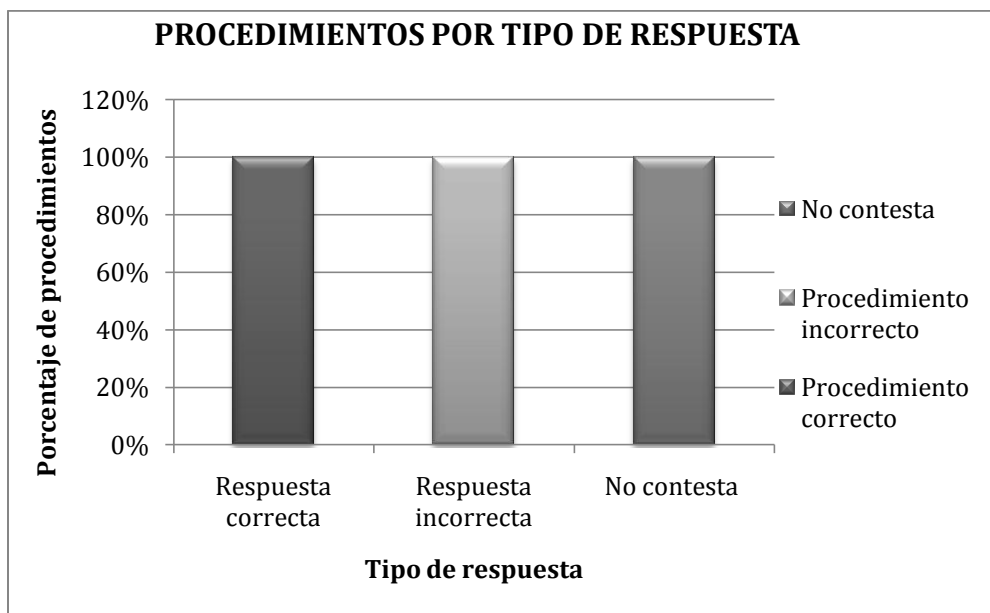
Procedimiento por el tipo de respuesta

Las respuestas que obtienen los alumnos son *correctas*, *incorrectas* (con procedimientos correctos y procedimientos incorrectos) y *no contesta*, como se advierte en la tabla 4.

RESPUESTAS CORRECTAS (RC)	RESPUESTAS INCORRECTAS (RI)	SIN CONTESTAR (NC)
Procedimientos correctos (PC)	Procedimientos incorrectos (PI)	No contesta (NC)
78	74	84

Tabla 4: Procedimientos por respuesta del bloque gráfico

Como se observa en la tabla anterior mayor frecuencia de las preguntas del bloque gráfico no se contestan, las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos y las respuestas incorrectas por medio de procedimientos incorrectos, como se muestra en la gráfica 10.

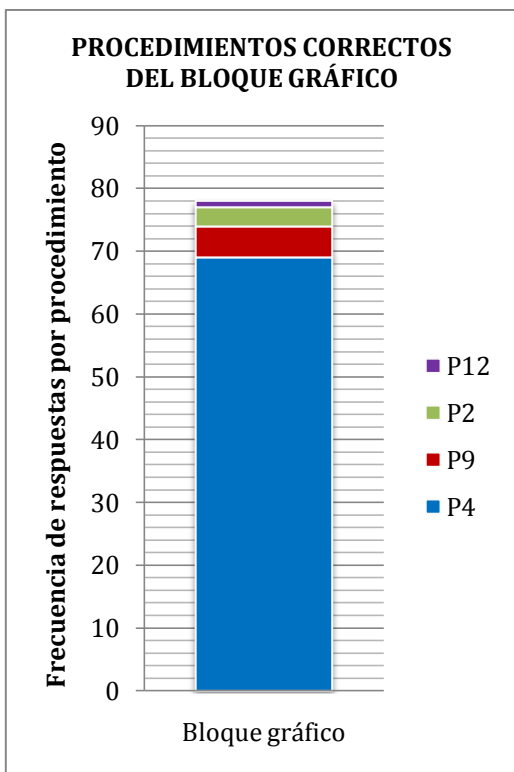


Gráfica 10: Procedimientos por respuesta de bloque gráfico

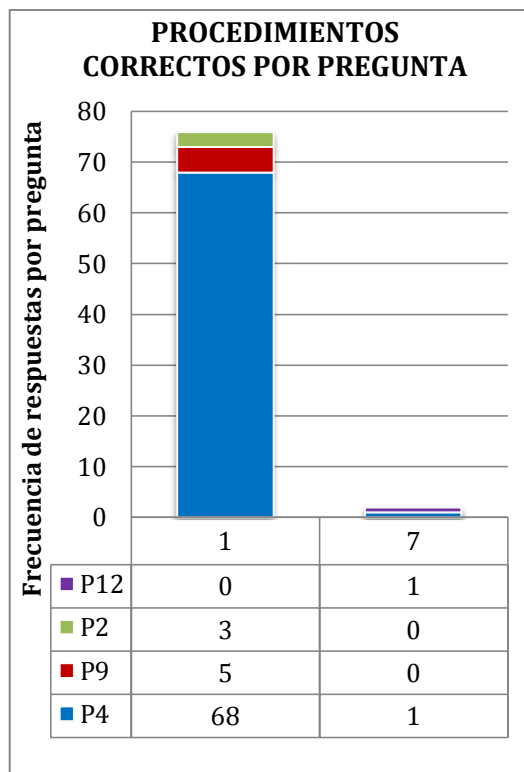
Respuestas correctas

Las respuestas correctas que se obtienen en el bloque gráfico por medio de procedimientos correctos (RCPC) se describen a continuación.

La variedad de procedimientos correctos empleados son cuatro: P4 (conteo), P2 (regla de tres), P9 (Elabora una tabla o la utiliza al multiplicar filas por columnas) y P12 (más de dos procedimientos).



Gráfica 11



Gráfica 12

En la gráfica 11 se muestran los procedimientos empleados en el bloque gráfico y la frecuencia de cada uno de ellos.

Como se puede observar 78 de las respuestas del bloque corresponden a respuestas correctas, el 33%, aproximadamente, una tercera parte.

El procedimiento con mayor porcentaje de respuestas es conteo (P4) cuando se pide representar gráficamente un porcentaje, expresar por medio de un porcentaje la parte sombreada de un gráfico y calcular porcentajes directos, con el 88% de las respuestas, menos de nueve décimas partes. Mientras que el procedimiento con menor porcentaje es utilizar más de dos procedimientos (P12), con el 1% de las respuestas, una centésima parte.

Conviene destacar que el recurso dominante que emplean los alumnos no es el esperado, ya que lo hacen por conteo y no mediante el cálculo de un área.

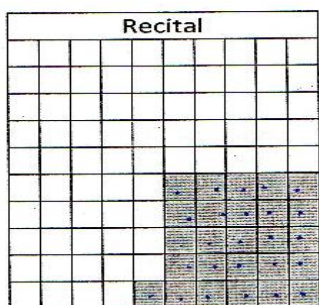
Descripción de los procedimientos

Los procedimientos correctos empleados son P4 (conteo), P2 (regla de tres), P9 (elabora una tabla o la utiliza al multiplicar filas por columnas) y P12 (más de dos procedimientos).

A continuación se muestra los siguientes casos:

Para la pregunta 1 inciso a):

- ✓ Conteo, el alumno cuenta el número de rectángulos sombreados para obtener el resultado, como se muestra en el siguiente caso:



a) En el recital, ¿Qué porcentaje representa la parte sombreada?

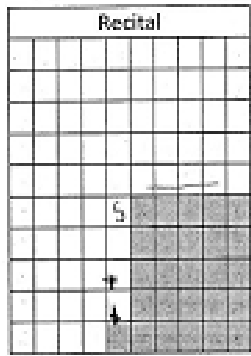
26%

Cuenta rectángulo por rectángulo la parte sombreada para determinar el porcentaje, el contar rectángulo por rectángulo como se puede observar por los puntos marcados en el gráfico, le da menor probabilidad de cometer error y mayor probabilidad de dar una respuesta correcta.

Los alumnos que recurren a este procedimiento relacionan el concepto de porcentaje como "tantos de cada 100", 26 cuadritos de 100 son igual a 26%.

- ✓ Multiplica el número de filas por el número de columnas para determinar el área total de la figura o el área sombreada, como se muestra en el siguiente caso:

El alumno multiplica el número de rectángulos que componen la fila por el número de rectángulos que compone la columna y al resultado suma 1, de esta manera concluye que el porcentaje que representa la parte sombreada es 26%.



a) En el recital, ¿Qué porcentaje representa la parte sombreada?

26%

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \times 5 \\
 \hline
 25 \\
 + 1 \\
 \hline
 26\%
 \end{array}$$

Los alumnos recurren a este procedimiento para evitar contar rectángulo por rectángulo, saben que al contar el número de rectángulos de la fila y multiplicarlos por el número de rectángulos de la columna van a obtener el total de rectángulos de la primer parte de la figura sombreada, posteriormente al resultado suman 1 que es el rectángulo faltante para obtener el porcentaje.

La variedad de operaciones muestra la necesidad por comprobar resultados, se apoyan del cálculo del área para conocer el total de partes en que está dividida la figura, del conteo para conocer el número de rectángulos de la parte sombreada y de operaciones como la resta, para obtener el número de rectángulos sin sombrear, lo que le permite llegar a una conclusión y dar un resultado.

Para la pregunta 1 inciso b):

✓ Multiplica el número de filas por el número de columnas para determinar el área que debe sombrear o calcula el área total, aquí se muestra en el siguiente caso:

El alumno multiplica el número de filas por el número de columnas y al resultado suma medio rectángulo que representa 0.5 para conocer el número de rectángulos que debe sombrear, $7 \times 5 = 35$ más 0.5 igual a 35.5%.

porcentajes busca los números posibles multiplicando 2000×0.12 y después 2000×0.13 dándole como resultado 260 que es el número que se le proporciona en la tabla y por último suma los porcentajes para obtener el porcentaje faltante.

Si consideramos que la población encuestada fueron 2000 personas

a) Completa la información que falta en la siguiente tabla.

Intervalos de edad	No. De personas	% de personas
50 y mas	80	4%
35 - 49	260	13%
25 - 34	520	26%
15 - 24	1020	51%
0 - 14	120	6%

Handwritten calculations to the right of the table show the derivation of the missing values:

- $2000 \times 0.12 = 240$ (written as 24000)
- $2000 \times 0.13 = 260$ (written as 26000)
- $2000 \times 0.03 = 60$ (written as 6000)
- $2000 \times 0.06 = 120$ (written as 12000)

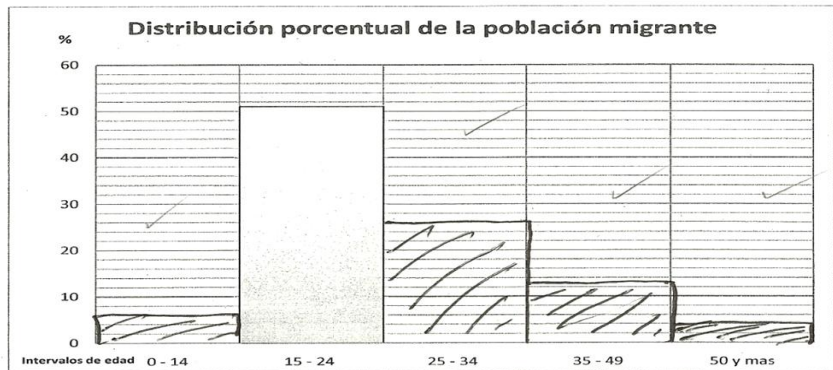
Handwritten calculations for finding percentages from numbers:

- $2000 \times 0.26 = 520$
- $2000 \times 0.51 = 1020$
- $120 \times 0.03 = 3.6$
- $2000 \times 0.06 = 120$

Para la pregunta 7 inciso b):

✓ El alumno cuenta los espacios para poder graficar, se puede observar que no tiene problema para deducir que el eje de los porcentajes tiene una secuencia de dos en dos.

b) Gráfica los porcentajes que hacen falta utilizando los datos de la tabla anterior.



En la gráfica 12 (pág. 65) se observan los procedimientos empleados en las preguntas que componen el bloque gráfico y la frecuencia de cada uno de ellos.

Como se advierte en la gráfica la pregunta con mayor porcentaje y mayor variedad de procedimientos correctos es la 1, con el 97% de las respuestas y se obtienen por medio de tres procedimientos. Mientras que la pregunta 7 registra el 3% de las respuestas correctas y menor variedad de procedimientos y solo se encontraron dos procedimientos.

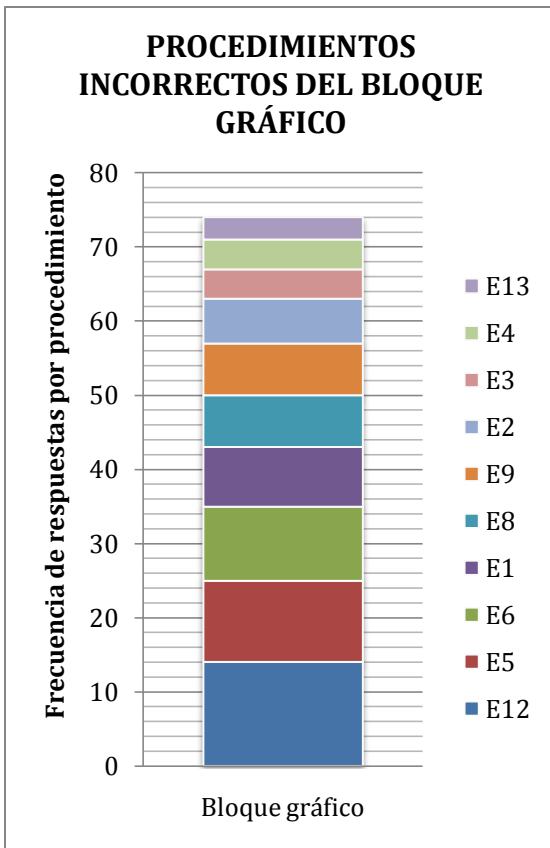
Los procedimientos exclusivos de la pregunta 1 son, elabora una tabla o la utiliza al multiplicar filas por columnas (P9), con el 7% de las respuestas y regla de tres (P2), con el 4%. El procedimiento exclusivo de la pregunta 7 es, utiliza más de dos procedimientos (P12), con el 50% de las respuestas.

El procedimiento que se utiliza en las dos preguntas es conteo, por lo que se considera como el procedimiento frecuente. Este procedimiento registra mayor porcentaje de respuestas en la pregunta uno, con el 89%, y menor porcentaje en la pregunta siete, con el 50% de las respuestas de esta.

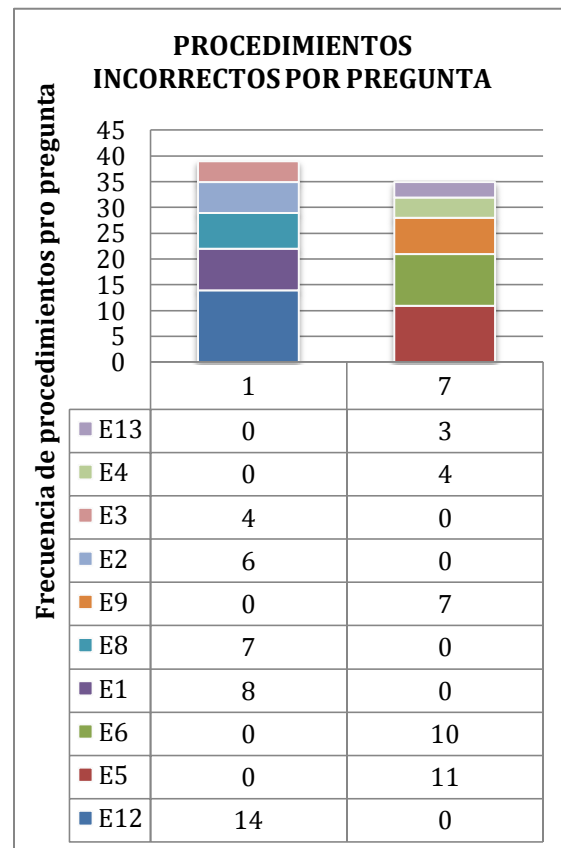
Respuestas incorrectas

Las respuestas incorrectas del bloque gráfico que se obtienen por medio de procedimientos incorrectos (RIPI) se describen a continuación.

Los procedimientos incorrectos empleados son diez: E12 (error al trabajar con decimales), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E6 (error al considerar rangos en una tabla), E1 (cálculo incorrecto), E8 (no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción), E9 (grafica la información proporcionada), E2 (interpreta equivocadamente el rectángulo), E3 (error de conteo), E13 (procedimiento incompleto) y E4 (error al plantear operaciones inadecuadas).



Gráfica 13



Gráfica 14

En la gráfica 13 se muestran los errores del bloque gráfico y su frecuencia, como se puede observar, 74 de las respuestas del bloque son incorrectas, lo que equivale al 31%.

El error con mayor porcentaje de respuestas incorrectas cuando se pide representar por medio de un porcentaje el área sombreada de un gráfico, calcular porcentajes directos y representarlos en una gráfica es, error al trabajar con decimales, con el 19% de las respuestas. Mientras que el error con menor porcentaje es procedimiento incompleto, con el 4% de las respuestas incorrectas del bloque gráfico.

Los tres errores más frecuentes son, al trabajar con decimales, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento y al considerar rangos en una tabla, con aproximadamente, la mitad de las respuestas incorrectas.

Conviene mencionar que el 85% de las respuestas incorrectas se obtienen por medio de diferentes procedimientos incorrectos, como lo son error al plantear operaciones inadecuadas, procedimiento incompleto, error al considerar rangos en una tabla, grafica la información proporcionada, cálculos incorrectos, no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción, interpreta equivocadamente el rectángulo, errores de conteo y errores al trabajar con decimales como intento de solución a los problemas. Mientras que el 15% restante de las respuestas son erróneas sin justificar y sin procedimiento.

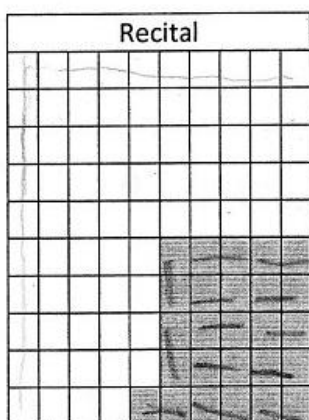
Descripción de los errores por pregunta

Los errores registrados son diez, E12 (error al trabajar con decimales), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E6 (error al considerar rangos en una tabla), E1 (calculo incorrecto), E8 (no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción), E9 (grafica la información proporcionada), E2 (interpreta equivocadamente el rectángulo), E3 (errores de conteo), E13 (procedimiento incompleto) y E4 (error al plantear operaciones inadecuadas).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 1 inciso a):

- ✓ El alumno representa la parte sombreada mediante una fracción y en algunos casos simplifica.



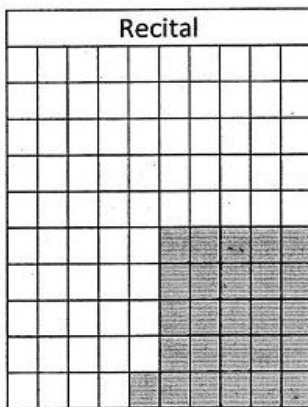
a) En el recital, ¿Qué porcentaje representa la parte sombreada?

$$\frac{26}{100} = \frac{13}{50}$$

Cuenta de dos en dos el número de rectángulos sombreados y los representa con la fracción $26/100$, simplifica a $13/50$, y establece la razón $26/100=13/50$.

La razón por la que se considera como respuesta incorrecta es porque se le pide expresar el resultado en términos de porcentaje y no como fracción, por lo que no se cubre el propósito interpretación y expresión de la información en porcentajes.

✓ Interpretación del rectángulo adicional al rectángulo de la parte sombreada como decimal, la variedad de respuestas observadas es la siguiente: 25.5% (2), 28.86%, 25.35%, 25.1% y 25.2%. Aquí se muestra un caso:



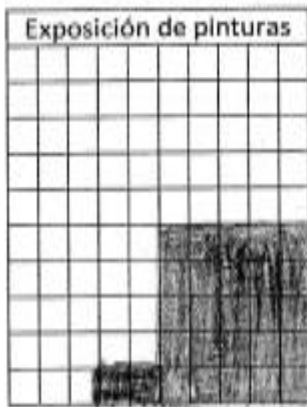
a) En el recital, ¿Qué porcentaje representa la parte sombreada?
25.1%

Para el alumno los 25 rectángulos sombreados que forman la figura de un rectángulo son el entero y el rectángulo sombreado que no entra en esta figura representa un décimo por lo que expresa el porcentaje como 25.1%.

Para la pregunta 1 inciso b):

✓ Error al trabajar con decimales, los elimina vía operación o representa con rectángulos enteros el porcentaje, se observó la siguiente variedad de respuestas: 30% (3), 27%, 15%, 55%, 35% (2), 36% (3), 37%, 43%, $1000 \times 0.355 = 355.00$. Aquí se muestran los siguientes casos:

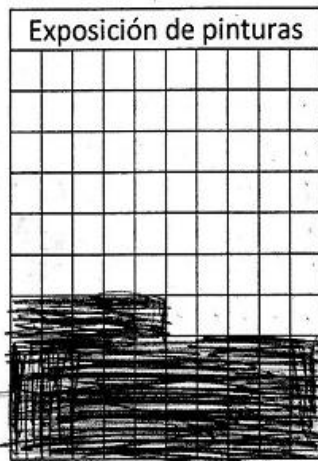
El alumno representa el porcentaje expresado en decimales con rectángulos enteros, 35.5% lo representa como 27%.



b) En la exposición de pinturas la asistencia fue del 35.5% sombrea el porcentaje.

Cuenta mal el número de rectángulos que debe sombrear y representa el porcentaje con rectángulos enteros, comete errores de conteo y de representación de porcentajes con decimales.

✓ El alumno evita usar decimales por medio de una operación.



b) En la exposición de pinturas la asistencia fue del 35.5% sombrea el porcentaje.

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 \times .355 \\
 \hline
 5000 \\
 35000 \\
 \hline
 355000
 \end{array}$$

Evita el uso de decimales, convierte el porcentaje 35.5% a decimal 0.355 y agrega un cero a 100 para eliminar el punto decimal, posteriormente realiza la operación $1000 \times 0.355 = 355.000$ y sombrea 35 rectángulos

Para la pregunta 7 inciso a):

✓ Planteamiento incompleto, calcula la cantidad que representa cierto porcentaje pero no calcula el porcentaje que representa una cantidad de otra, además cometen errores aritméticos al dividir entre cien.

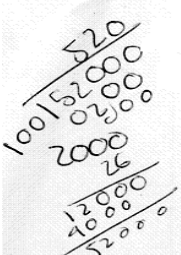
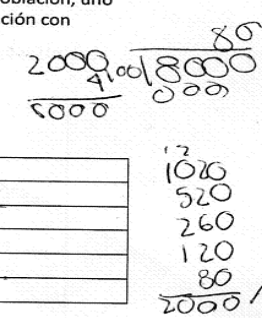
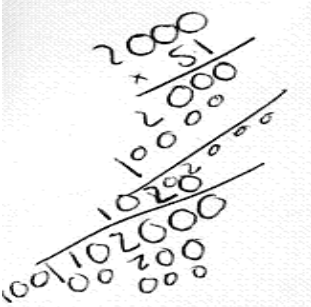
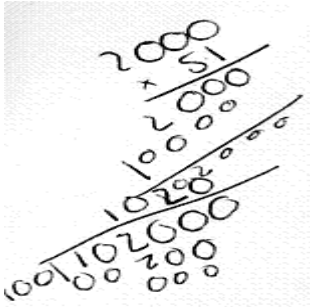
El alumno multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien, (2000 x 26/100 = 520) para calcular la cantidad que representa un porcentaje y comprueba, pero al parecer se le dificulta determinar el porcentaje que representa una cantidad de otra. Por lo tanto los alumnos que cometen este tipo de error, calculan la cantidad que representa cierto porcentaje, pero, no calculan el porcentaje que representa una cantidad de otra.

7. En México se realizó un estudio para conocer el grado de emigración de la población, uno de los objetivos de este estudio fue conocer el intervalo de edad de la población con mayor porcentaje de emigración, también para saber hacia dónde van.

Si consideramos que la población encuestada fueron 2000 personas

a) Completa la información que falta en la siguiente tabla.

Intervalos de edad	No. De personas	% de personas
50 y mas	80	4%
35 - 49	260	
25 - 34	520	26%
15 - 24	1020	51%
0 - 14	120	

51
26
9
81

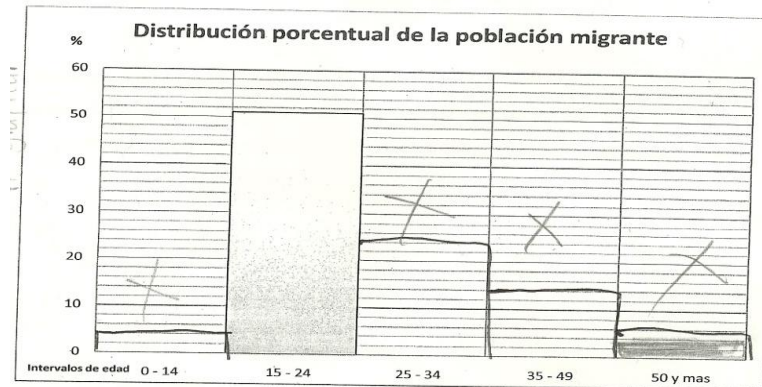
Para la pregunta 7 inciso b):

✓ Error al graficar los porcentajes que obtiene y los que se le proporcionan en el problema.

El alumno, de acuerdo con los resultados que obtuvo en la tabla de la pregunta 7 inciso a), tiene que graficar el 4%, el 15%, el 26%, el 51% y el 6%. En la primera

columna gráfica correctamente el 4%, pero el porcentaje es incorrecto; en la segunda columna tiene que representar 26%, pero gráfica 24%; en la tercera columna tiene que graficar el 15% (de acuerdo con los porcentajes que obtiene), pero grafica 14% y en la cuarta gráfica tiene que representar el 4% y grafica el 6%.

b) Gráfica los porcentajes que hacen falta utilizando los datos de la tabla anterior.

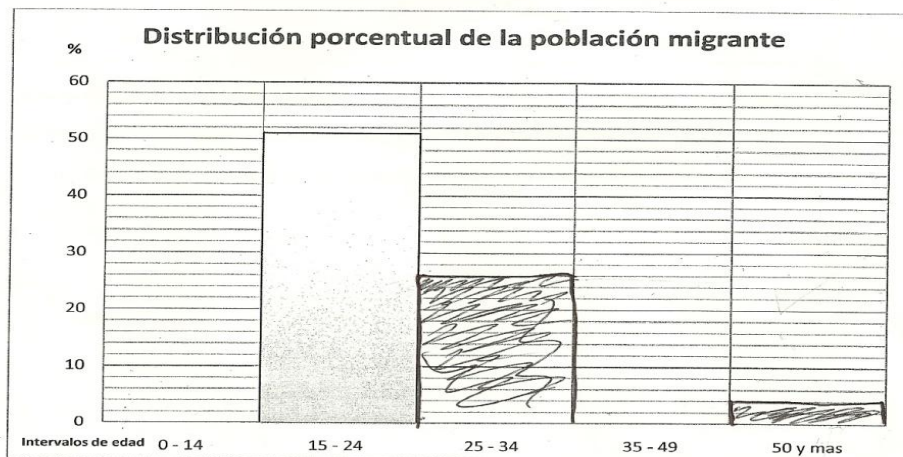


Tiene dificultades al considerar los rangos de la tabla.

- ✓ Gráfica los porcentajes proporcionados en la tabla de datos y omite los que el debe obtener.

El alumno por medio de conteo grafica solo los porcentajes que se le proporcionan en la tabla de datos del inciso a).

b) Gráfica los porcentajes que hacen falta utilizando los datos de la tabla anterior.



Grafican correctamente ya que toman en cuenta que el eje del porcentaje (%) sigue una secuencia de dos en dos, se apoya del procedimiento de conteo.

En la gráfica 14 (p. 71) se observan los errores registrados en cada una de las preguntas que conforman el bloque gráfico y su frecuencia.

La pregunta con mayor porcentaje de errores es la 1, con el 53% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto del bloque gráfico, mientras que la pregunta 7 registra el 47% restante.

La variedad de errores en las dos preguntas es la misma y los errores que cometen al calcular porcentajes directos y representarlos en una gráfica de barras no son los mismos que se cometen cuando se pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, es decir, son procedimientos privativos de cada una de las preguntas.

Conviene mencionar que el porcentaje de los procedimientos incorrectos que registra la pregunta 1 es 6% más de lo que registra la pregunta 7.

De lo anterior se destaca que cuando a los alumnos se les pide expresar en términos de porcentajes el área sombreada de un gráfico y representar un porcentaje expresado en decimales en un gráfico, los errores que cometen son, no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción, errores de cálculo, interpreta equivocadamente el rectángulo, errores de conteo y errores al trabajar con decimales. Mientras que cuando se les pide realizar cálculos de porcentajes directos y representarlos en una gráfica, los errores que cometen son, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento, error al plantear operaciones inadecuadas, errores al considerar rangos en una tabla y graficar únicamente la información proporcionada en el problema, donde el error más frecuente es respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento.

Preguntas sin contestar

Las preguntas que no se contestan, no muestran ningún procedimiento o solución a los problemas planteados del bloque gráfico.

No contesta

En la gráfica 15 se observa la frecuencia de preguntas sin contestar por pregunta del bloque gráfico.



Gráfica 15: Frecuencia de alumnos que no contestan la pregunta 1 y 7

Como se observa en la gráfica, 84 preguntas del bloque gráfico no se contestan, lo que equivale al 36% de las preguntas.

Conviene mencionar que la pregunta con mayor porcentaje de incisos sin contestar es la 7, con el 96%, mientras que el 4% restante de incisos sin contestar corresponde a la pregunta 1, es decir, cuando a los alumnos se les pide expresar en términos de porcentaje el área sombreada de un gráfico y representar en un gráfico un porcentaje expresado con decimales o calcular porcentaje directos y completar una gráfica de barras con la información obtenida, mayor porcentaje de alumnos no contestan la segunda pregunta.

Del análisis de los registros para las preguntas del bloque gráfico se destaca lo siguiente:

El tipo de respuesta con mayor frecuencia cuando se pide expresar y representar porcentajes en un gráfico, calcular porcentajes y representarlos en una gráfica de barras, es *no contesta*, con más de una tercera parte, aun cuando los libros de texto de quinto y sexto grado de primaria tienen como propósito que los alumnos manejen el concepto de porcentaje como tantos de cada cien,

interpreten la información proporcionada en diversos medios y completen tablas a través del cálculo del 10%.

El error que cometen los alumnos con mayor frecuencia es al trabajar con decimales, donde se observó que algunos eliminan los decimales o los eluden a través de una multiplicación por diez, por cien, etc.

El procedimiento correcto con mayor frecuencia de respuestas es conteo, lo que muestra el temor a equivocarse y a usar otros procedimientos, ya que, aun cuando utilizan otros procedimientos se observa que se apoyan de conteo.

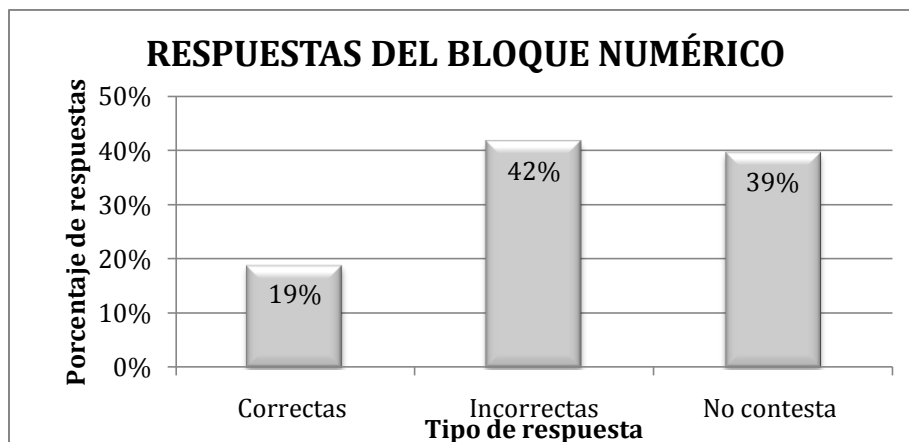
De las dos preguntas que integran el bloque se destaca que es más difícil calcular porcentajes directos y representarlos en una gráfica de barras que expresar y representar porcentajes en un gráfico.

Se observa una desarticulación en las diferentes representaciones de los porcentajes ya que se les dificulta el tránsito de la información expresada en una tabla a una representación gráfica, parece que estas situaciones son independientes.

IV.2.2 Bloque II: Numérico

Las preguntas que integran el bloque numérico son la 2, 3 y 4 con sus respectivos incisos, se pide calcular la cantidad que representa un porcentaje, el cien por ciento dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra y además se espera que los alumnos trabajen con cantidades mayores y menores a cien y expresadas en decimales.

El total de posibles respuestas del bloque numérico son 531, de las cuales sólo se obtuvieron 100 correctas, corresponden 222 a respuestas incorrectas y 209 a no contesta, como se advierte en la gráfica 16.



Gráfica 16: Respuestas del bloque numérico

El tipo de respuesta con mayor porcentaje del bloque numérico cuando se pide calcular porcentajes directos es *incorrecta*, con más de dos quintas partes, aunado a las anteriores las preguntas sin *contestar* indican que aproximadamente, cuatro quintas partes no solucionan el problema.

Procedimientos por el tipo de respuesta

Las respuestas que obtienen los alumnos son correctas e incorrectas con procedimientos correctos e incorrectos y no contesta como se advierte en la tabla 5.

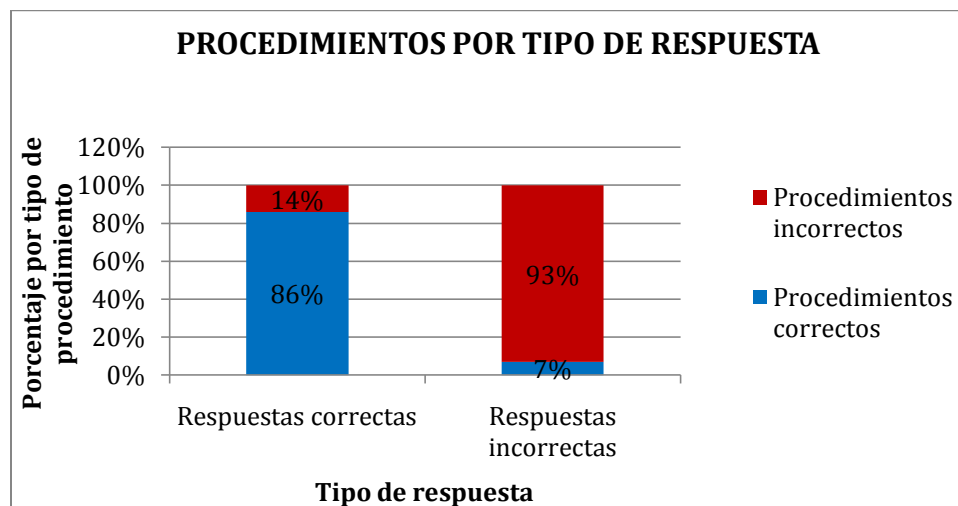
RESPUESTAS CORRECTAS (RC)		RESPUESTAS INCORRECTAS (RI)	PREGUNTAS SIN CONTESTAR
Procedimientos correctos (PC)	Procedimientos incorrectos (PI)	Procedimientos incorrectos (PI)	No contesta (NC)
36	14	207	209

Tabla 5: Procedimientos por respuesta

El 86% de las respuestas correctas se obtiene por medio de procedimientos correctos, mientras que el 14% restante se obtiene por medio de procedimientos incorrectos.

El 93% de las respuestas incorrectas se obtiene por medio de procedimientos incorrectos, mientras que el 7% restante se obtiene por medio de procedimientos correctos.

En la gráfica 17 se muestra el porcentaje de los procedimientos empleados de acuerdo con el tipo de respuesta.



Gráfica 17: Procedimientos por respuesta

De la gráfica anterior se destaca que menos del 90% de las respuestas correctas se obtiene por medio de procedimientos correctos y más del 90% de las respuestas incorrectas se obtiene por medio de procedimientos incorrectos, por lo que se observa cierto grado de congruencia en los procedimientos que se emplean.

Los procedimientos correctos que se sitúan en las respuestas incorrectas se deben, de acuerdo con los registros a errores aritméticos en operaciones básicas o errores de descuido al recorrer el punto decimal en el resultado de la multiplicación.

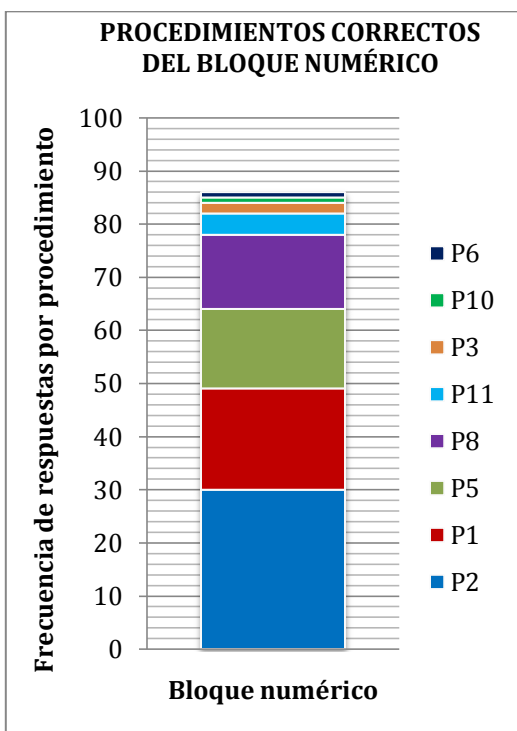
Los procedimientos incorrectos que se emplean y mediante los cuales se obtienen respuestas correctas no corresponden a un tipo de solución adecuada al problema o no registran ningún tipo de solución, por lo que se desconoce la razón por la que obtienen respuestas correctas.

Respuestas correctas

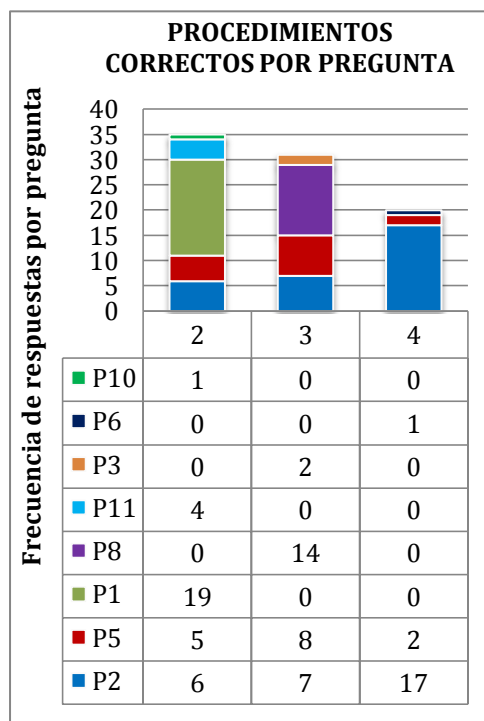
Las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos (RCPC) y procedimientos incorrectos (RCPI), como se describen a continuación. .

Respuesta correcta con procedimiento correcto (RCPC)

La variedad de procedimientos correctos empleados son ocho: P2 (Regla de tres), P1 (Conversión del porcentaje a decimal), P5 (Postulación de la respuesta), P8 (Determina cuantas veces cabe la cantidad o el porcentaje en 100), P11 (Multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien), P3 (Tablas de variación proporcional), P6 (Por tanteo) y P10 (Calcula el 10%, 20% o 30%).



Gráfica 18



Gráfica 19

En la gráfica 18 se observan los procedimientos correctos del bloque numérico y la frecuencia de cada uno de ellos.

Como se puede observar, 86 de las respuestas del bloque corresponden a respuestas correctas por medio de procedimientos correctos, es decir el 16%.

El procedimiento con mayor porcentaje de respuestas es regla de tres (P2) con el 34%, aproximadamente, una tercera parte. Mientras que los procedimientos con menor porcentaje de respuestas son tanteo (P6), y cálculo del 10%, 20% o 30% (P10), con el 1% de las respuestas cada uno.

Conviene señalar que el 82% de las respuestas correctas con procedimiento correcto (RCPC) se obtienen por medio de diferentes procedimientos como, regla de tres (P2), conversión del porcentaje a decimal (P1), determina cuantas veces cabe la cantidad o el porcentaje en cien (P8), multiplica la cantidad por el porcentaje y el resultado lo divide entre cien (P11), tablas de variación proporcional (P3), cálculo del 10%, 20% o 30% (P10), y tanteo (P6). Mientras que el 18% restante de las respuestas fueron postuladas (P5).

Los tres procedimientos frecuentes son, regla de tres, conversión del porcentaje a decimal y postulación de la respuesta, y representan el 74% de las respuestas correctas.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos empleados son P2 (Regla de tres), P1 (Conversión del porcentaje a decimal), P5 (Postulación de la respuesta), P8 (Determina cuantas veces cabe la cantidad o el porcentaje en 100), P11 (Multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien), P3 (Tablas de variación proporcional), P6 (Por tanteo) y P10 (Calcula el 10%, 20% o 30%).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 2 inciso a):

- ✓ Conversión del porcentaje a decimal

El alumno convierte 28% a decimal 0.28 y realiza las operaciones 150×0.28 para obtener el resultado (Cálculo del 1%).

a) El 28% de \$150.

R = 42.00

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 28 \\ \hline 1200 \\ 3000 \\ \hline 4200 \end{array}$$

✓ Multiplica la cantidad por el porcentaje y el resultado de la operación lo divide entre cien para obtener la respuesta ($150 \times 28 = 4200$, $4200 / 100 = 42$), como se muestra en el siguiente caso:

2. Calcula los siguientes porcentajes. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) El 28% de \$150. $\div 100$

R = 42

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 28 \\ \hline 1200 \\ 3000 \\ \hline 4200 \end{array} \quad 100 \overline{) 4200} \begin{array}{r} 42 \\ 02000 \\ 0000 \end{array}$$

✓ Postula el resultado sin justificarlo.

a) El 28% de \$150.

42

Para la pregunta 2 inciso c):

✓ Plantea la conversión del porcentaje 60.5% es igual a 0.60.5, pero comete errores de escritura pues no elimina uno de los puntos, posteriormente multiplica por 36 ($0.60.5 \times 36 = 21.780$).

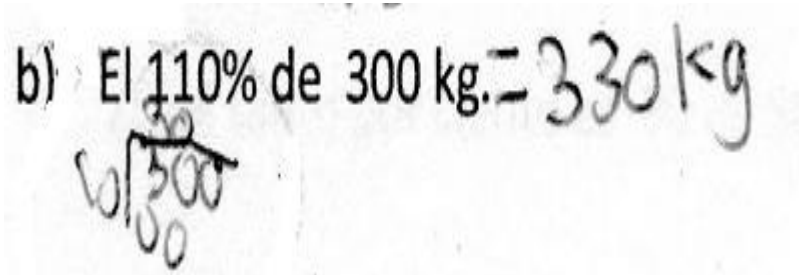
c) El 60.5% de 36m.

R = 21.780

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 60.5 \\ \hline 180 \\ 2160 \\ \hline 21780 \end{array}$$

Para la pregunta 2 inciso b):

✓ Cálculo del 10% de la cantidad total, para obtener la cantidad faltante, aquí se muestra un caso:



b) El 110% de 300 kg. = 330 kg

$$\begin{array}{r} 30 \\ 10 \overline{) 300} \end{array}$$

El alumno calcula el 10% de 300 al dividir $300/10$ que da como resultado 30 y da como resultado 330. Aparentemente considera que el 100% es 300 lo que le falta saber es la cantidad que representa el 10% por lo que divide $300/10 = 30$. Logra trabajar correctamente con porcentajes mayores que cien por ciento.

Para la pregunta 3 inciso a):

✓ Determina cuantas veces cabe 12.5% en cien y en algunos casos realizan una segunda operación ($9 \times 8 = 72$), donde 9 es la cantidad que corresponde al 12.5% y 8, es el número de veces que cabe 12.5% en cien, con una frecuencia de 6 alumnos. Se observó la siguiente variedad de resultados: $9 \times 8 = 72$ (4), $100/12.5 = 8 \times 9 = 72$ (2).

El alumno calcula cuantas veces cabe el 12.55 entre cien y el resultado lo multiplica por 9, que es la cantidad que representa 12.5%.

a) Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?

72

$$12.5 \cdot \frac{1000}{8} = 1562.5$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 8 \\ \hline 72 \end{array}$$

- ✓ Tablas de variación proporcional

a) Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?

De 72

9 = 12.5%
18 = 25%
36 = 50%
72 = 100%

Aunque registra un error de descuido al calcular el doble de 36 que representa el 100%, lo corrige a la hora de asentar el resultado. Calcula porcentajes directos a través de tablas de variación proporcional.

Para la pregunta 3 inciso b):

- ✓ Suma 5 veces el porcentaje y la cantidad, calcula porcentajes directos mediante una tabla de variación proporcional.

b) Cuarenta es el 20%, ¿de qué número?

40 = 20%
80 = 40%
120 = 60%
160 = 80%
200 = 100%

= 200

Para la pregunta 4 inciso a):

- ✓ Calcula por tanteo el porcentaje faltante

Como se puede observar en la imagen el alumno calcula por medio de tanteo el número faltante $36 \times 0.58 = 20.88$, $36 \times 0.55 = 19.80$ y $60 \times 0.30 = 18$.

$$\begin{array}{r} \times 60\% \\ 30 \\ \hline 1800 \\ \hline 1800 \end{array}$$

a) ¿Qué tanto por ciento es 18 de 60? **30%**

$$\begin{array}{r} 4 \\ 36 \\ \hline .58 \\ 1200 \\ 180 \\ \hline 1380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 30 \\ \hline 55 \\ 1800 \\ \hline 1800 \end{array}$$

b) ¿Qué tanto por ciento

Por medio de tanteo realiza multiplicaciones para determinar el porcentaje que representa una cantidad de otra, aunque los datos que multiplica no son claros la operación con que concluye es la multiplicación de 60×0.30 que le da como resultado 18, por lo que 18 equivale al 30%.

Para la pregunta 4 inciso b):

- ✓ Por las operaciones que realiza y el acomodo de los datos se dice que usa regla de tres y realiza las operaciones $(2000/36)$.

b) ¿Qué tanto por ciento es 20 de 36?

$\% 55.5$

$$\begin{array}{r} 36 \quad \% 100 \\ 2000 \quad \times \\ \hline 36 \overline{) 2000} \\ \underline{720} \\ 1280 \\ \underline{720} \\ 560 \\ \underline{540} \\ 20 \end{array}$$

Como se puede observar el alumno no plantea de forma clara la relación entre datos y omite la multiplicación 20×100 . Conviene señalar que se presentan otros casos donde los alumnos no realizan la división con decimales y otros más donde redondean el resultado.

En la gráfica 19 (p. 82) se observan los procedimientos empleados en las preguntas que componen el bloque numérico y su frecuencia.

Como se puede observar la pregunta con mayor porcentaje de respuestas correctas y mayor variedad de procedimientos correctos es la 2, con el 41%, por

medio de cinco procedimientos. La pregunta 3, con el 36% de las respuestas correctas por medio de cuatro procedimientos correctos. Y la pregunta con menor porcentaje de respuestas correctas y menor variedad de procedimientos correctos es la pregunta 4, con el 23%, por medio de tres procedimientos.

Los procedimientos propios de la pregunta 2 son, conversión del porcentaje a decimal con el 54%, multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien, con el 12% y cálculo del 10%, 20% o 30% como base para calcular otros porcentajes, con el 3%. Los procedimientos propios de la pregunta 3 son, determina cuantas veces cabe el porcentaje o la cantidad en cien, con el 45% y tablas de variación proporcional, con el 6%. Y el procedimiento propio de la pregunta 4 es tanteo, con el 5% de las respuestas correctas con procedimiento correcto.

Los procedimientos frecuentes para las tres preguntas son, regla de tres, que registra mayor porcentaje de respuestas en la pregunta 4, con el 85% y menor porcentaje en la pregunta 2, con el 17%, y postulación de la respuesta que registra mayor porcentaje en la pregunta 3, con el 26% y menor porcentaje en la pregunta 4, con el 10% de las respuestas.

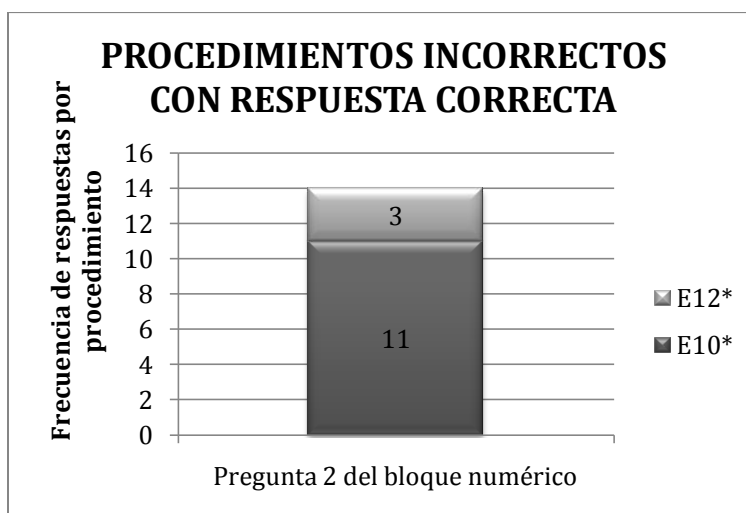
De lo anterior se destaca que los procedimientos que emplean los alumnos dependen del tipo de problema. De acuerdo con los registros, cuando a los alumnos se les pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje (con porcentajes mayores o menores a 100 o con decimales), los alumnos realizan la conversión del porcentaje a decimal para obtener el resultado. Cuando a los alumnos se les pide calcular el cien por ciento dada una cantidad en decimales o mayor o menor que 100, los alumnos recurren a determinar el número de veces que cabe el porcentaje o la cantidad en cien. Y cuando se les pide resolver problemas donde tiene que calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra, los alumnos utilizan regla de tres.

La dificultad de la pregunta 4 es evidente, ya que, es la pregunta que obtiene menor porcentaje de respuestas correctas con procedimientos correctos

en comparación con las preguntas 2 y 3, sin embargo, es la pregunta que registra mayor frecuencia de alumnos que contestan correctamente los tres incisos y estos alumnos presentan mayor dificultad con las preguntas 2 y 3.

Respuesta correcta con procedimiento incorrecto (RCPI)

Los procedimientos incorrectos con repuesta correcta son dos, E110* (Multiplica datos y agrega punto decimal) y E12* (Error al trabajar con decimales).



Gráfica 20: Procedimientos incorrectos con respuesta correcta del bloque numérico

Como se puede observar en la gráfica 20, las respuestas correctas con procedimiento incorrecto son 14, lo que equivale al 3%.

El procedimiento con mayor porcentaje es multiplica datos y agrega punto decimal al resultado de la operación (E10*), con el 79% de las respuestas y el 21% restante corresponde a error al trabajar con decimales (E12*). El error que cometen los alumnos en E10* es no justificar por qué agregan el punto decimal al resultado de la operación y en E12* es realizar de forma incorrecta la conversión del porcentaje a decimal, pero al asentar el resultado recorren correctamente el punto, por lo que obtienen la respuesta correcta.

Conviene mencionar que estos errores son propios de la pregunta 2, ya que cuando a los alumnos se les pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje

multiplican los datos que se les proporcionan en el problema y agregan el punto decimal al resultado de la operación sin dejar en el registro ningún indicio de cómo lo obtuvieron o realizan la conversión del porcentaje mayor a cien de forma incorrecta, pero en el resultado de la operación recorren el punto decimal de forma correcta.

Descripción de los procedimientos

Para la pregunta 2 inciso a):

✓ El procedimiento consiste en multiplicar los datos proporcionados en el problema y agregar punto decimal al resultado de la operación, como se puede observar en el siguiente ejemplo:

a) El 28% de \$150.
42

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 28 \\ \hline 1200 \\ 3000 \\ \hline 4200 \end{array}$$

El alumno multiplica los datos que se le proporcionan en el problema y agrega el punto decimal $150 \times 28 = 42.00$, llega a la solución correcta mediante procedimientos incorrectos, ya que, el resultado de la operación 150×28 no es 42.00 sino 4200.

Calcula porcentajes directos pero no dejó plasmado bajo qué argumento es que mueve el punto decimal.

Para la pregunta 2 inciso b):

✓ Error al trabajar con decimales, al convertir 110% a decimal, como respuesta de un hecho mecánico agrega el punto decimal al principio de la cantidad, sin embargo en el resultado de la operación recorre dos lugares el punto decimal. Aquí se muestra un caso:

b) El 110% de 300 kg.

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 1.10 \\ \hline 30000 \\ 33000 \\ \hline 330000 \end{array}$$

R330kg

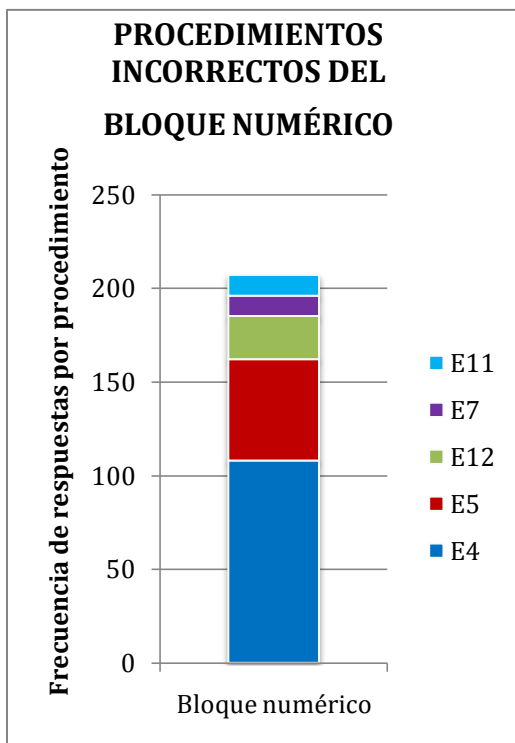
El alumno sabe que para convertir porcentajes en decimal agrega el punto decimal al principio de la cantidad sin importar el número de cifras de esta, pero, en el resultado de la multiplicación recorre el punto decimal dos lugares.

Respuestas incorrectas

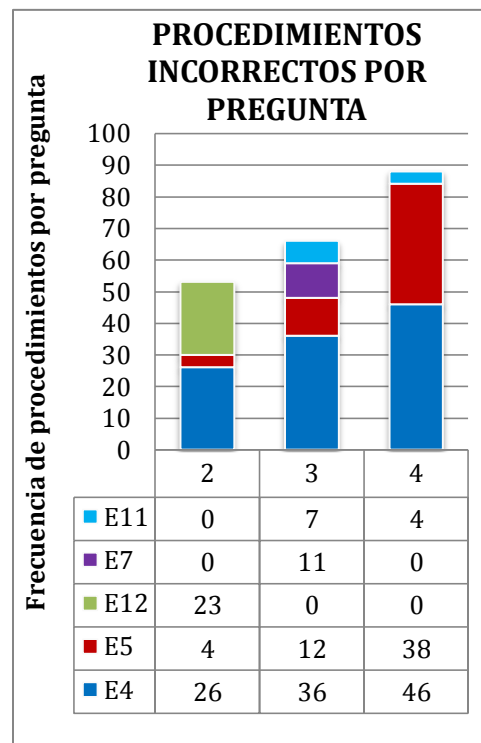
Las respuestas incorrectas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos (RIPI) y por medio de procedimientos correctos (RIPC), a continuación se describe cada una de estas.

Respuesta incorrecta con procedimiento incorrecto (RIPI)

Los procedimientos incorrectos empleados son cinco, E4 (Error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (Respuesta errónea sin justificación y sin procedimiento), E12 (Error al trabajar con decimales), E7 (Da como resultado una de las cantidades del problema) y E11 (Error de interpretación de la información).



Gráfica 21



Gráfica 22

En la gráfica 21 se observan los errores del bloque numérico y su frecuencia.

Como se puede observar 207 de las respuestas son incorrectas con procedimiento incorrecto, es decir el 39%.

El error con mayor porcentaje es plantear operaciones inadecuadas, con el 52% de las respuestas. Mientras que los errores con menor porcentaje son: da como respuesta una de las cantidades proporcionadas en el problema y error de interpretación de la información, con el 5% cada uno.

Los tres errores más frecuentes fueron al plantear operaciones inadecuadas, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento y error al trabajar con decimales, con aproximadamente el 90% de las respuestas incorrectas.

Conviene mencionar que el 69% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto se obtienen por medio de errores al trabajar con decimales, al plantear operaciones inadecuadas como solución al problema y errores de interpretación de la información, como resultado de un intento de solución a los problemas del bloque numérico, mientras que, el 31% de las respuestas restantes son respuestas erróneas sin justificar y sin procedimiento o repetición de una de las cantidades proporcionadas en el problema como resultado.

De lo anterior se destaca que el error que cometen los alumnos con mayor frecuencia cuando se les pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje, el cien por ciento dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra, es realizar una serie de operaciones con los datos que se le proporcionan en el problema, lo que muestra que no hay una comprensión cabal de los problemas y de los procedimientos, para los alumnos resolver un problema matemático es sinónimo de realizar una serie de operaciones, donde no es necesario analizar la información ni los resultados.

Descripción de los procedimientos

Los errores empleados son: E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (Respuesta errónea sin justificación y sin procedimiento), E12 (Error al trabajar con decimales), E7 (Da como resultado una de las cantidades del problema) y E11 (Error de interpretación de la información).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 2 inciso a):

✓ Error al plantear operaciones inadecuadas, divide o multiplica, realiza conversiones, suma o resta los datos que se proporcionan en el problema.

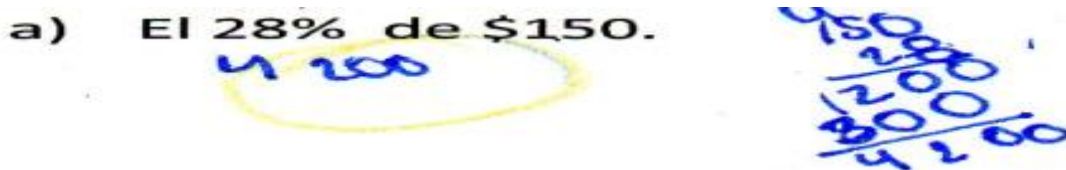
El alumno divide los datos que se le proporcionan en el problema $150/28$, además omite el uso de decimales, ya que, el resultado que proporciona es 53 y no 5.3.



a) El 28% de \$150.
53

$$\begin{array}{r} 53 \\ 28 \overline{) 150} \\ \underline{140} \\ 100 \\ \underline{84} \\ 16 \end{array}$$

El alumno multiplica los datos que se le proporcionan para obtener el resultado 150×28 .



a) El 28% de \$150.
1200

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 28 \\ \hline 1200 \\ 3000 \\ \hline 4200 \end{array}$$

No calcula porcentajes directos, considera que al realizar una operación de división o multiplicación va a obtener la cantidad faltante.

Para la pregunta 2 inciso b):

✓ Error al trabajar con decimales, el alumno comete error al realizar la conversión, se observó la siguiente variedad de respuestas: $300 \times 0.110 = 33$ (12), $300 \times 0.110 = 30$ (2), $300 \times 0.110 = 3300$ (1), $300 \times 0.110 = 333$ (1) y $300 \times 0.110 = 6$ (1), aquí se muestra un caso:

b) El 110% de 300 kg.

33. *

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 1.10 \\ \hline 3000 \\ 3000 \\ \hline 33000 \end{array}$$

Al alumno se le dificulta la conversión de porcentajes de tres cifras, al parecer desconoce la reglas para realizar conversiones, ya que recorre el punto decimal al principio de la cantidad, como lo hacen con cantidades de dos cifras.

✓ Respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento, se observaron los siguientes resultados: 33 y 6. Aquí se muestra un caso:

b) El 110% de 300 kg.
33

Para la pregunta 2 inciso c):

✓ Multiplica los datos que se le proporcionan en el problema pero sin decimal 36×60 y al parecer al resultado suma 0.5.

c) El 60.5% de 36m.
R= 216.5m.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 60.5 \\ \hline 1800 \\ 2160 \\ \hline 2160 \end{array}$$

Al alumno se le dificulta trabajar con porcentajes expresados con decimales, además la operación que plantea como solución al problema no es correcta.

El alumno descompone el porcentaje en enteros y decimales 60 y 0.5, convierte a decimal el entero $60 = 0.60$ y multiplica $36 \times 0.60 = 21.60$, al resultado suma 0.5.

c) El 60.5% de 36m.

22.10 m

$$\begin{array}{r} 336 \\ \times 0.60 \\ \hline 00 \\ 216 \\ \hline 21.60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21.60 \\ + 0.90 \\ \hline 22.50 \end{array}$$

Para el alumnos es lo mismo calcular la cantidad que representa el 60% de 36 y al resultado sumar 0.5.

El alumno descompone el porcentaje en enteros y decimales, 60.5% es igual a 60 y 0.5, convierte a decimal a cada uno de ellos y calcula sus porcentajes por separado 36×0.60 y 36×0.05 , por ultimo suma los resultados.

c) El 60.5% de 36m. 23.40 m

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 0.60 \\ \hline 2160 \\ 0000 \\ \hline 216.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 0.05 \\ \hline 1800 \\ 1800 \\ \hline 18.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216.00 \\ + 1.80 \\ \hline 23.40 \end{array}$$

El alumno descompone el porcentaje 60.5% en 60 y 0.5, convierte 60 a decimal y calcula el porcentaje, en el caso de 0.5 parece que aplica la regla de la división en la que para eliminar un punto decimal.

c) El 60.5% de 36m.

R = 216.00 cm.

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 0.60 \\ \hline 21600 \\ \hline 216.00 \end{array}$$

Al alumno se le dificulta trabajar con decimales, por lo que decide eliminarlos, de modo que 60.5% es 60%, convierte 60% a decimal y realiza las operaciones.

Para la pregunta 3 inciso a):

✓ Repetición de uno de los dos datos, ya sea el 9 (4) o el 12.5% (1) y los da como resultado, aquí se muestra un caso:

Como se puede observar en la imagen el alumno repite uno de los datos que le son proporcionados en el problema, el 9 lo da como respuesta.

a) **Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?** **9**

✓ Error de interpretación de la información, plantea regla de tres 9-12.5% y X-100% pero relaciona mal los datos y realiza operaciones incorrectas, multiplica 100×12.5 y el resultado lo divide entre 9.

a) Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?

$$\begin{array}{r} 12\% \quad 38.88 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 - 12.5\% \\ X - 100\% \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 12.5 \\ \hline 500 \\ 200 \\ \hline 100 \\ \hline 1250.0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38.88 \\ 9 \overline{) 1250.00} \\ \underline{80} \\ 80 \\ \hline \end{array}$$

No tiene claridad en la relación de datos de la regla de tres.

Para la pregunta 3 inciso b):

✓ De la relación que plantea $100-x$, 40-20%, multiplica 100×20 y divide entre 40.

b) Cuarenta es el 20%, ¿de qué número?

$$100 = x$$

$$40 = 20\%$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 20 \\ \hline 2000 \end{array}$$

Lo mismo pero con diferentes números

Tiene dificultades para relacionar los datos, por lo que las operaciones que realiza no son las correctas.

Para la pregunta 3 inciso c):

- ✓ Resta 10 y 10% a la cantidad y al porcentaje para calcular el 100%

c) Doscientos es el 130%, ¿de qué número?

De 170

$$200 = 130\%$$

$$190 = 120\%$$

$$180 = 110\%$$

$$170 = 100\%$$

El alumno cree que restar 10 a la cantidad y 10% al porcentaje le permitirá obtener el resultado, lo que significa que no hay una comprensión cabal del problema pues necesita conocer la cantidad que representa el 100% para calcular su 10% y de esta manera obtener el resultado.

- ✓ Como se puede observar en la imagen el alumno usa la regla de tres para encontrar el resultado, como el porcentaje es mayor que 100 considera el porcentaje faltante como 1000%, plantea la relación 200-130%, x-1000% y realiza la operación $200000/130$.

c) Doscientos es el 130%, ¿de qué número?

$$R = \underline{1538}$$

$$200 = 130\%$$

$$x = 1000\%$$

$$\begin{array}{r} 1538 \quad 000 \\ 130 \overline{) 200000} \\ \underline{700} \\ 500 \\ \underline{1100} \\ 90 \end{array}$$


Al alumno se le dificulta trabajar con porcentajes mayores que cien, por lo que no plantea el porcentaje faltante como 100% sino como 1000%.

Para la pregunta 4 inciso a):

- ✓ El alumno convierte a decimal una de las dos cantidades y multiplica para obtener el porcentaje, aquí se muestran los siguientes casos:

Como se puede observar en la imagen el alumno convierte a decimal 18 (0.18) y multiplica 0.18×60 .

a) ¿Qué tanto por ciento es 18 de 60? 10.80%

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 0.18 \\ \hline 480 \\ 60 \\ \hline 10.80 \end{array}$$


Aplica procedimientos que empleo en la resolución de preguntas anteriores, convierte a decimal una de la dos cantidades, no tiene claras las reglas de conversión.

- ✓ El alumno multiplica los datos que se le proporcionan en el problema y el resultado lo divide entre 100.

a) ¿Qué tanto por ciento es 18 de 60?

10%

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 60 \\ \hline 1080 \\ 1080 \\ \hline 1080 \end{array}$$

$$100 \overline{) 1080}$$

Aplica el procedimiento de multiplicar la cantidad por el porcentaje y el resultado dividirlo entre cien, cuando ninguna de las cantidades se expresa en

porcentajes, además que 18 no puede ser el 10% de 60, no hay un razonamiento ni comprensión de porcentajes como el 10% de una cantidad.

En la gráfica 22 (p. 91) se observan los errores registrados en cada una de las preguntas que conforman el bloque numérico y su frecuencia.

La pregunta con mayor porcentaje de errores es la 4, con el 42% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto. La pregunta con menor porcentaje de errores es la 2, con el 26%.

La pregunta con mayor variedad de errores es la 3 y el error exclusivo de ésta es repetir como resultado una de las cantidades proporcionadas en el problema. Las preguntas con menor variedad de errores son la 2 y la 4, donde el error exclusivo de la primera es al trabajar con decimales.

Los errores que se emplean en las tres preguntas son error al plantear operaciones inadecuadas y resultado erróneo sin justificación y sin procedimiento, por lo que se consideran errores frecuentes.

De los errores frecuentes E4 registra un total de 30 alumnos que contestan de 1 a 9 de los incisos del bloque numérico por medio de este error, de los cuales, 17 alumnos cometen el mismo error en dos o tres de las preguntas del bloque.

En la tabla 6 se muestra la relación de alumnos que cometen E4 en dos o tres de las preguntas del bloque, donde la primera fila muestra los 17 alumnos, la primera columna muestra las preguntas del bloque numérico y la intersección de estas (filas por columnas) muestra la frecuencia de incisos resueltos por pregunta.

Alumnos Preguntas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
2	1	0	0	0	1	1	3	2	0	0	0	3	1	1	0	0	0
3	2	3	3	1	2	0	3	0	3	3	3	0	1	0	2	2	3
4	0	3	3	1	1	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	2

Tabla 6- Reincidencia de los alumnos al cometer E4 en las preguntas del bloque numérico

Como se observa en la tabla, tres alumnos cometen E4 en uno o tres de los incisos de las preguntas 2, 3 y 4, de los cuales, uno comete el error en los tres incisos de cada una de las preguntas. Un alumno comete el error en la pregunta 2 y 3. Nueve alumnos cometen el E4 en las preguntas 3 y 4, donde se pide calcular el cien por ciento dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra. Y 3 alumnos lo cometen en las preguntas 2 y 4, donde se pide calcular la cantidad que representa un porcentaje y el porcentaje que representa una cantidad de otra.

De lo anterior se destaca que es más frecuente que los alumnos planteen operaciones inadecuadas (E4) cuando hay que calcular el cien por ciento dada una cantidad (pregunta 3) y lo repiten cuando hay que calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra (pregunta 4), ya que, más de la mitad de los alumnos cometen dicho error en ambos casos. Y es menos frecuente que los alumnos planteen operaciones inadecuadas (E4) cuando hay que calcular la cantidad que representa cierto porcentaje (Pregunta 2) y lo repita cuando hay que calcular el cien por ciento dada una cantidad (Pregunta 3).

De los errores frecuentes E5 (Respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento) registra un total de 7 alumnos que contestan de uno a tres de los incisos en dos o tres de las preguntas del bloque numérico.

En la tabla 7 se muestra la relación de alumnos que cometen E5, la primera fila muestra los 7 alumnos, la primera columna muestra las preguntas del bloque numérico y la intersección de estas (filas por columnas) muestra la frecuencia de incisos resueltos por pregunta.

Alumnos Preguntas	A	B	C	D	E	F	G
2	0	0	0	0	0	0	1
3	2	1	1	2	1	2	2
4	3	2	2	2	2	1	0

Tabla 7 Reincidencia de los alumnos al cometer E5 en las preguntas del bloque numérico

De los 7 alumnos, 6 cometen E5 en la pregunta 3 y 4 del bloque, es decir plantean un resultado erróneo sin justificar y sin procedimiento cuando se les pide

calcular el cien por ciento dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra. Mientras que un alumno comete dicho error cuando se le pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje y el cien por ciento dada una cantidad.

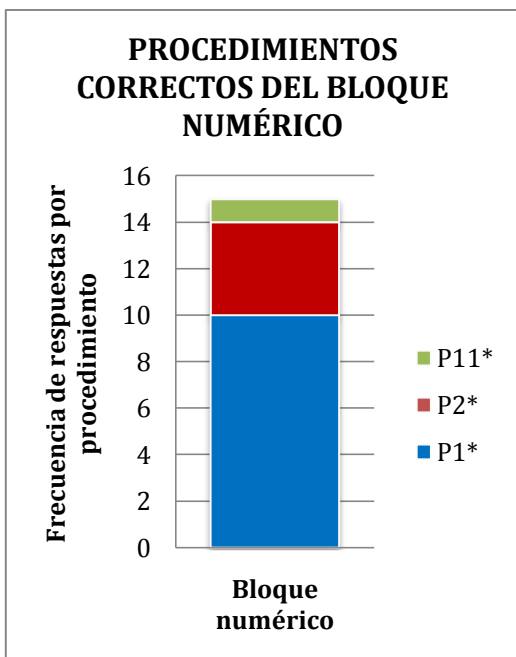
De lo anterior se destaca que es más frecuente que los alumnos cometan E5 cuando se les pide calcular el cien por ciento dada una cantidad (pregunta 3) y lo repitan al calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra (pregunta 4). Y es menos frecuente que los alumnos cometan E5 cuando se les pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje y el 100% dada una cantidad.

Conviene señalar que de los 17 alumnos que cometen E4 (plantean operaciones inadecuadas), en dos de las preguntas del bloque numérico, a su vez 2 alumnos cometen E5 (resultado erróneo sin justificación y sin procedimiento) en dos o tres de las preguntas.

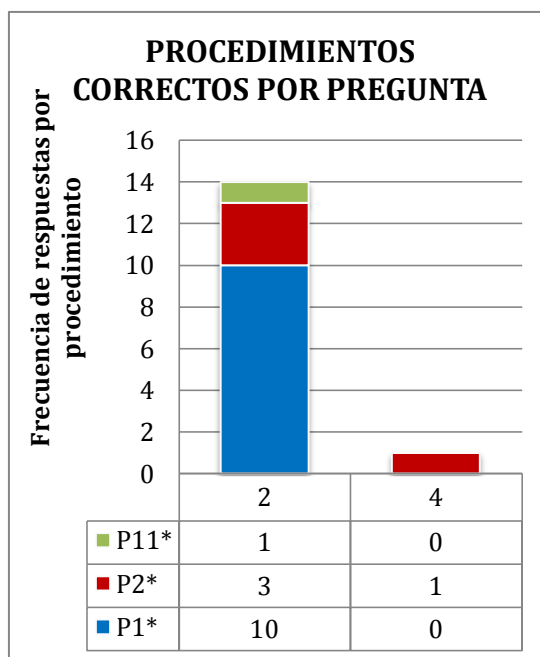
Respuesta incorrecta con procedimientos correctos (RIPC)

En este apartado los procedimientos que se emplean en la resolución de los problemas son correctos, no obstante, por errores de tipo aritméticos, al trabajar con decimales y al determinar el número base en lo que se considera regla de tres se llega a respuestas incorrectas.

Los procedimientos correctos empleados son tres: P1* (conversión del porcentaje a decimal), P2* (Regla de tres) y P11* (Multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien).



Gráfica 23



Gráfica 24

En la gráfica 23 se observan los procedimientos correctos con respuesta incorrecta empleados en el bloque numérico y su frecuencia.

Como se puede observar 15 respuestas del bloque numérico son incorrectas con procedimiento correcto (RIPC), es decir el 3%.

El procedimiento con mayor porcentaje es conversión del porcentaje a decimal, con el 67% de las respuestas incorrectas con procedimiento correcto. El procedimiento con menor porcentaje es multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien, con el 6%. Y el 27% restante corresponde a regla de tres.

Conviene señalar que los alumnos que emplean este tipo de procedimientos cometen errores aritméticos, de descuido y de inconsistencia del procedimiento que utilizan y del resultado que asientan.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son tres P1* (conversión del porcentaje a decimal), P2* (Regla de tres) y P11* (Multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 2 inciso a):

- ✓ Conversión del porcentaje a decimal

Error al mover el punto decimal, el alumno plantea la conversión del porcentaje a decimal, realiza la operación 150×0.28 y en el resultado recorre el punto tres lugares hacia la izquierda.

2. Calcula los siguientes porcentajes. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) El 28% de \$150. ~~1500~~ 4.200

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times .28 \\ \hline 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 150 \\ \times .28 \\ \hline 1200 \\ + 300 \\ \hline 4200 \end{array}$$

El alumno convierte a decimal el porcentaje, multiplica los datos, pero comete error al mover el punto decimal en el resultado de la operación

- ✓ Error de inconsistencia del procedimiento y del resultado asentado, pues la respuesta no se desprende de la operación planteada.

150
 $\times .28$

1200
300

4200

2. Calcula los siguientes porcentajes. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) El 28% de \$150.

\$ 8

Plantea la conversión de porcentaje 28% es igual a 0.28 y multiplica $150 \times 0.28 = 42.00$, considera que tiene que realizar otras operaciones y el resultado asentado resulta ser 8, por ultimo concluye que el 28% de 150 es 8.

Considera que necesita realizar operaciones adicionales a la multiplicación para el cálculo de porcentajes directos y no analiza su resultado, ya que, 8 no puede ser el 100%.

✓ Errores aritméticos

El alumno plantea la conversión del porcentaje a decimal y realiza la operación 150×0.28 , pero comete errores aritméticos al no sumar la cantidad que llevaba.

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 0.28 \\ \hline 840 \\ 3000 \\ \hline 3800 \end{array}$$

2. Calcula los siguientes porcentajes. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) El 28% de \$1500 $\$380$

Para la pregunta inciso b):

✓ El alumno plantea multiplicar la cantidad 300 por el porcentaje 110% y el resultado lo divide entre cien, pero comete errores aritméticos al dividir entre cien.

b) El 110% de 300 kg.

$$\begin{array}{r} 300 \times 110 \\ \hline 33000 \\ \div 100 \\ \hline 330 \end{array}$$

33% kg

En la gráfica 24 (p. 102) se observan los procedimientos correctos con respuesta incorrecta en cada una de las preguntas que conforman el bloque numérico y su frecuencia.

La pregunta con mayor porcentaje y variedad de procedimientos es la 2, con el 93% de las respuestas incorrectas con procedimiento correcto. Mientras que la pregunta 4 registra el 7% restante por medio de un procedimiento.

Conviene mencionar que la pregunta 3 no registra ningún procedimiento correcto con respuesta incorrecta

El procedimiento exclusivo de la pregunta 2 es multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien, con el 7% y los errores que cometen son aritméticos

al dividir entre cien. Mientras que, la pregunta 4 no registra ningún procedimiento exclusivo.

El procedimiento correcto con respuesta incorrecta que utilizan en las dos preguntas es regla de tres, por lo que se considera error frecuente, y registra mayor porcentaje en la pregunta 2 (20% de las respuestas) que en la pregunta 4 (7%).

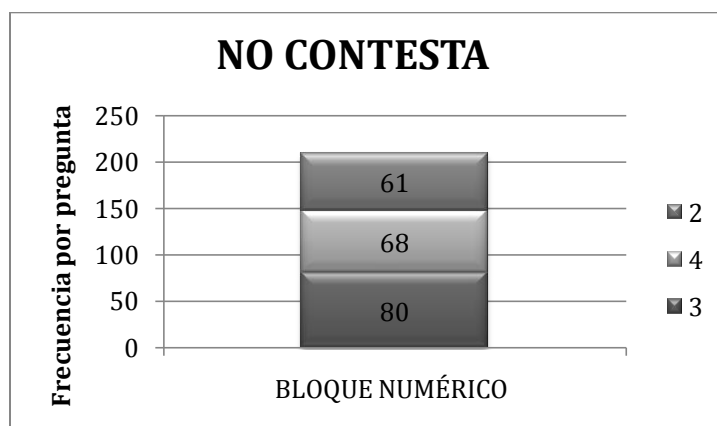
De lo anterior se destaca que cuando a los alumnos se les pide calcular la cantidad que representa cierto porcentaje (pregunta 2), estos recurren a convertir el porcentaje a decimal, pero, cometen errores aritméticos o al recorrer el punto decimal del resultado de la operación, y cuando se les pide calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra (pregunta 4), el procedimiento al que recurren es reglas de tres, pero cometen errores al multiplicar o dividir entre cien.

Preguntas sin contestar

Las preguntas que no se contestan obviamente no muestran ningún procedimiento o solución a los problemas planteados del bloque numérico, del mismo modo, no se registra respuesta alguna.

No contesta

En la gráfica 25 se observa la frecuencia de preguntas sin contestar por pregunta del bloque numérico.



Gráfica 25: Preguntas sin contestar del bloque gráfico

Del total de respuestas obtenidas en el bloque numérico 209 no se contestan, lo que equivale al 39% de las preguntas.

Como se puede observar el porcentaje de preguntas sin contestar de las preguntas del bloque numérico representan, más de una tercera parte de las respuestas de la pregunta 2, menos de dos quintas partes de la pregunta 4 y menos de la mitad de la pregunta 3.

De lo anterior se destaca que la pregunta con mayor porcentaje de preguntas sin contestar es la pregunta 3 donde se pide calcular el cien por ciento dada una cantidad, con el 38% de las preguntas. La pregunta con menor porcentaje de preguntas sin contestar es la dos, con el 29% de las preguntas. Y la pregunta cuatro con el 33%.

Del análisis de los registros del bloque numérico se desprende lo siguiente:

Cuando se pide calcular porcentajes directos, calcular la cantidad que representa un porcentaje, el cien por ciento dada una cantidad y el porcentaje que representa una cantidad de otra, además de que se espera que trabaje con números menores y mayores a cien y con decimales, aproximadamente, cuatro quintas partes de los alumnos responden las preguntas del instrumento por medio de procedimientos incorrectos o no contestan.

Como señala Wiebe, el promedio de los alumnos de la muestra que resuelven problemas de la forma $A\%$ de B en situaciones meramente numéricas es del 32%, a diferencia de estos resultados, los que se obtienen en este trabajo muestran que ni una quinta parte de los alumnos resuelven correctamente porcentajes de la forma $A\%$ de B .

El error más frecuente es plantear operaciones inadecuadas como solución al problema, multiplican o dividen los datos que se proporcionan sin sentido, lo que muestra la falta de claridad del concepto y de los procedimientos y el hecho de resolver problemas como sinónimo de efectuar una operación.

El procedimiento correcto al que más frecuentemente recurren los alumnos es regla de tres, a través de un arreglo numérico, en ocasiones poco claro y aplicando de manera ciega las operaciones.

Conviene destacar que a los alumnos les resulta más fácil responder correctamente a preguntas donde se pide calcular la cantidad que representa un porcentaje expresado en cantidades mayores y menores a cien y con decimales, que calcular el porcentaje que representa una cantidad de otra.

A diferencia de los resultados generales de todo el instrumento, donde el 17% de las respuestas se obtienen por medio de procedimientos correctos, en este bloque el 19% de las respuestas se obtienen por medio de este tipo de procedimientos, lo cual indica, que en promedio una quinta parte de las preguntas del bloque se resuelven correctamente.

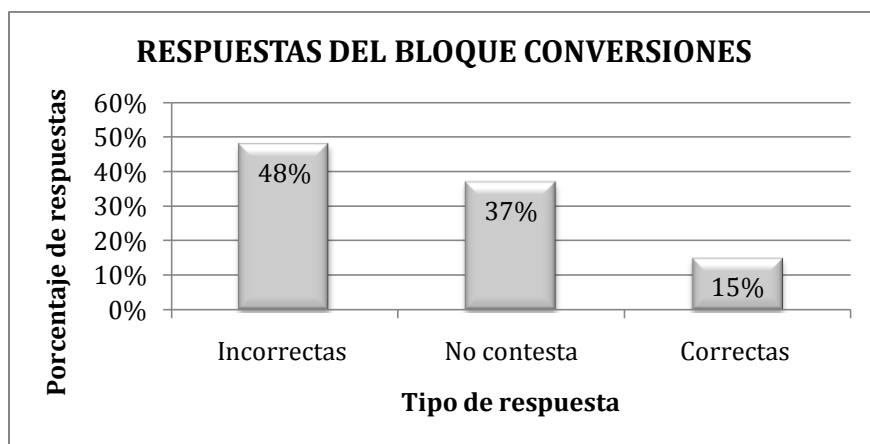
Son notorias las fallas en el cálculo de porcentajes directos, de las cuales se pueden desprender sugerencias tales como: enfatizar las diferentes representaciones de los porcentajes, ya que en contextos meramente numéricos el desempeño es insatisfactorio, subrayar las relaciones de los porcentajes con decimales y el trabajo con cantidades mayores a cien.

IV.2.3 Bloque III: Conversiones

La pregunta que conforma el bloque es la 5 con sus incisos, donde se espera que los alumnos relacionen porcentajes con fracciones y con decimales como expresiones equivalentes.

Respuestas del bloque

El total de posibles respuestas acertadas del bloque conversiones son 236 de las cuales sólo se obtuvieron 34 correctas, corresponden 114 a respuestas incorrectas y 88 no se contestan, como se advierte en la gráfica 26.



Gráfica 26: Respuestas del bloque conversiones

El tipo de respuestas con mayor porcentaje del bloque conversiones es *incorrecta*, con aproximadamente, la mitad de las respuestas, mientras que, las respuestas con menor porcentaje son *correctas*, con menos de una sexta parte. Y más de una tercera parte se obtienen por medio de procedimientos *incorrectos*.

Por lo tanto el 85% de las respuestas se obtienen por procedimientos incorrectos o no se contestan.

Procedimientos por tipo de respuesta

Los procedimientos que emplean los alumnos en la resolución de los problemas del bloque conversiones son *correctos*, *incorrectos* y *no contesta*, como se advierte en la tabla 8.

RESPUESTAS CORRECTAS (RC)	RESPUESTAS INCORRECTAS (RI)	SIN CONTESTAR
Procedimientos correctos (PC)	Procedimientos incorrectos (PI)	No contesta (NC)
34	114	88

Tabla 8: Procedimientos por respuesta

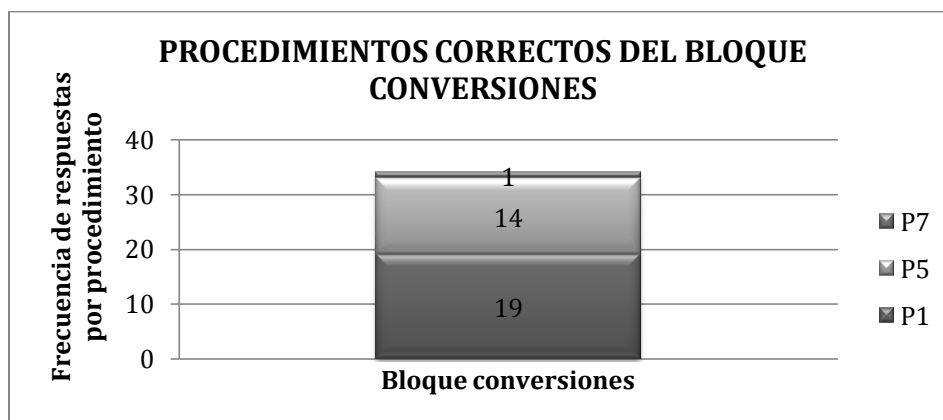
En la tabla se observa que las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos y las respuestas incorrectas por medio de procedimientos incorrectos.

El procedimiento con mayor frecuencia es incorrecto con respuesta incorrecta, mientras que el procedimiento con menor frecuencia es correcto con respuesta correcta.

Respuestas correctas

En el bloque conversiones las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos (RCPC), como se describen a continuación.

La variedad de procedimientos empleados en el bloque de conversiones son tres: P7 (por medio de una gráfica), P5 (postulación de la respuesta) y P1 (conversión de porcentaje a decimal o de decimal a porcentaje).



Gráfica 27: Procedimientos correctos del bloque conversiones

Como se advierte en la gráfica 27, las respuestas del bloque conversiones se obtienen por medio de procedimientos *correctos*, es decir el 15%.

El procedimiento con mayor frecuencia es conversión de porcentaje a decimal o de decimal a porcentaje, con el 56% de las respuestas correctas por medio de procedimientos correctos del bloque conversiones. Mientras que el procedimiento correcto con menor porcentaje es por medio de una gráfica, con el 3% de las respuestas.

Los dos procedimientos con mayor porcentaje fueron conversión del porcentaje a decimal o de decimal a porcentaje y postulación de la respuesta, con el 97% de las respuestas correctas.

Conviene señalar que el 59% de las respuestas correctas se obtienen por medio de diversos procedimientos correctos como son, conversiones y por medio de una gráfica, mientras que el 41% restante corresponde a postulación de la respuesta.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son: P7 (por medio de una gráfica), P5 (postulación de la respuesta) y P1 (conversión de porcentaje a decimal o de decimal a porcentaje).

Para la pregunta 5 inciso a):

El alumno convierte el porcentaje a decimal

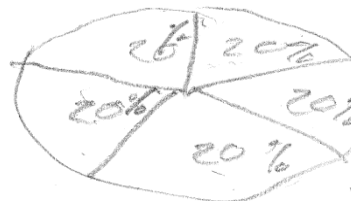
a) Para obtener el 15.5% de 80 se debe multiplicar 80 por 0.155

Para la pregunta 5 inciso b):

- ✓ Por medio de una gráfica circular para determinar el resultado

Como se puede observar en la imagen el alumno se apoya de otras estrategias para obtener el resultado, usa una gráfica circular.

b) Para obtener 3/5 partes de 75 es equivalente a calcular el 60% de 75.



Divide un entero en 5 partes, cada parte representa el 20%, por lo que si son 3 de 5 es igual que decir 60%.

Para la pregunta 5 inciso c):

- ✓ Postulación del resultado

c) Al multiplicar por 3 a 145 se obtiene 300 % de 145.

Para la pregunta 5 inciso d):

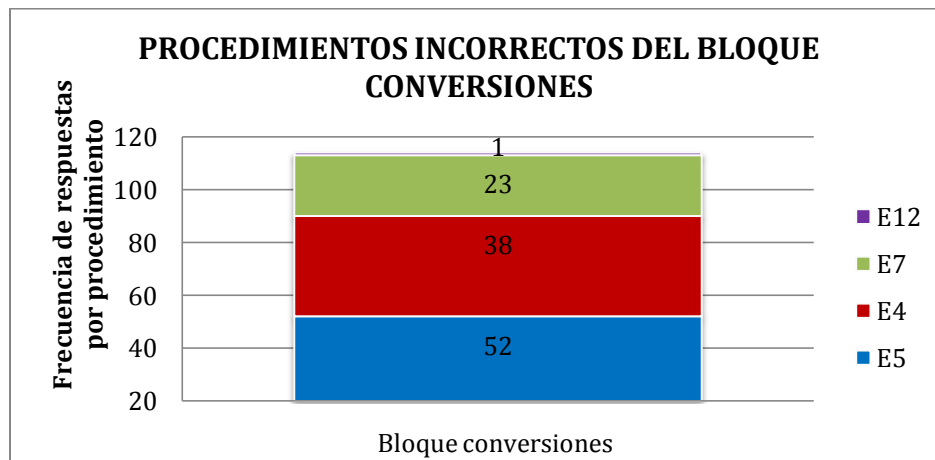
✓ Convertir el decimal a porcentaje, aquí se muestra el siguiente caso:

d) Al multiplicar 1.15 por 25 que porcentaje de 25 se obtiene 115%

Respuestas incorrectas

Las respuestas incorrectas del bloque conversiones se obtienen por medio de procedimientos incorrectos (RIPI), como se describe a continuación.

Los procedimientos incorrectos son cuatro: E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E7 (da como resultado una de las cantidades proporcionadas), E12 (error al trabajar con decimales) y E4 (error al plantear operaciones inadecuadas).



Gráfica 28: Procedimientos incorrectos del bloque conversiones

Los tres errores más frecuentes son respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento, error al plantear operaciones inadecuadas y da como resultado una de las cantidades proporcionadas en el enunciado del problema.

Conviene mencionar que el 34% de las respuestas se obtiene por diferentes procedimientos como intento de solución al problema, mientras que el 66% restante corresponde a respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento o repetir una de las cantidades proporcionadas en el problema y darla como resultado, por lo que en estos tipos de procedimiento no se puede emitir un comentarios sobre el procedimiento que emplean.

De acuerdo con los registros el error más frecuente es E5, ya que se registra en cada uno de los incisos de la pregunta 5 y es el error que registra mayor porcentaje.

Descripción de los procedimientos

Los errores son cuatro E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E7 (da como resultado una de las cantidades proporcionadas), E12 (error al trabajar con decimales) y E4 (error al plantear operaciones inadecuadas).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 5 inciso a):

- ✓ Respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento

a) Para obtener el 15.5% de 80 se debe multiplicar 80 por 155

Para la pregunta 5 inciso b):

- ✓ Repetición de uno de los datos y lo da como respuestas

Como se puede observar en la imagen el alumno repite uno de los datos que se le proporcionan y lo da como respuesta (75).

b) Para obtener $3/5$ partes de 75 es equivalente a calcular el 75 % de 75.

Para la pregunta 5 inciso d):

✓ Error al plantear operaciones inadecuadas como solución al problema.

El alumno multiplica los datos que se le proporcionan en el problema.

Al multiplicar 1.15 por 25 que porcentaje de 25 se obtiene 28.75

$$\begin{array}{r} 1.15 \\ \times 25 \\ \hline 575 \\ 230 \\ \hline 28.75 \end{array}$$

Al igual que en problemas anteriores en donde se les pide calcular porcentajes mayores a 100 el alumno no logra hacer esta relación con la información proporcionada, además de que no tiene clara la conversión de decimal a porcentajes, pues dan como resultado un porcentaje menor al que se le da como 100% de manera implícita.

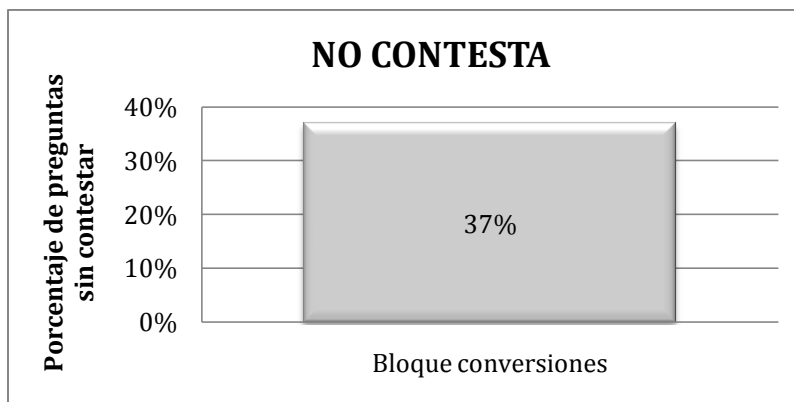
Los procedimientos expuestos demuestran falta de claridad del concepto de porcentaje, de sus relaciones y de sus procedimientos de cálculo.

Preguntas sin contestar

Las preguntas que no se contestan, no muestran ningún procedimiento y dejan en blanco la hoja de respuestas.

No contesta

Del total de preguntas del bloque conversiones, más, una tercera parte no se contesta, lo que equivale al 37%.



Gráfica 29: Porcentaje de preguntas sin contestar del bloque conversiones

El análisis de los registros muestra que la frecuencia de preguntas sin contestar del bloque conversiones, representa más de una tercera parte del total de respuestas, lo cual indica el desconocimiento de estas relaciones, conversión de porcentaje a decimal, de decimal a porcentaje, estimación del porcentaje que representa una fracción o un número multiplicado por otro.

Del análisis de los resultados del bloque de conversiones se desprende lo siguiente:

En conversiones de porcentaje a decimal no tienen problemas el 30% de los alumnos, pero al convertir decimales o enteros a porcentajes y de fracción a porcentaje tan solo el 10% lo realiza correctamente.

De lo anterior se destaca que el 85% de las preguntas del bloque conversiones no se contestan o se contestan por medio de procedimientos incorrectos.

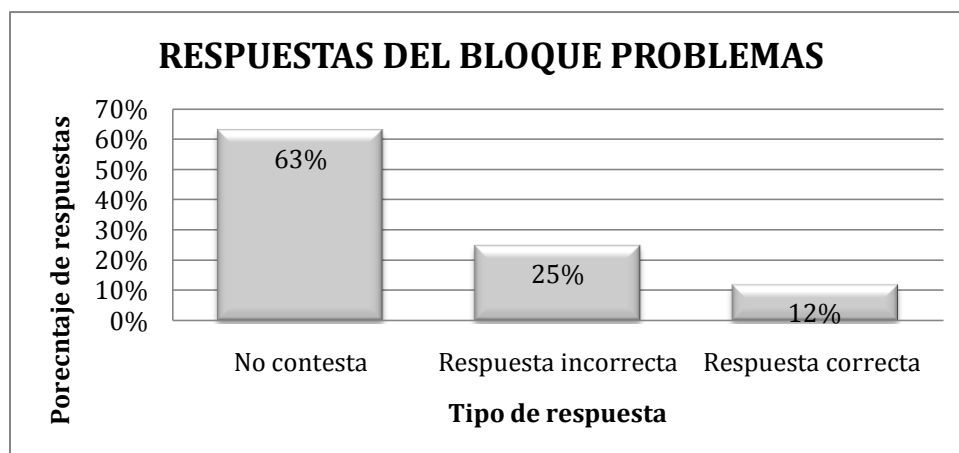
Por el tipo de respuestas que no se justifica se advierte un aprendizaje ciego y memorístico y sin comprensión de las conversiones.

IV.2.4 Bloque IV: problemas

Las preguntas que integran el bloque numérico son la 6, 8 y 9, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema y plantear problemas donde hagan uso de los mismos.

Respuestas

El total de posibles respuestas acertadas del bloque problemas son 413, de las cuales sólo se obtuvieron 58 correctas, corresponden 96 a respuestas incorrectas y 259 no las contestan, como se advierte en la gráfica 29.



Gráfica 29: Respuestas del bloque problemas

El tipo de respuesta con mayor porcentaje del bloque problemas es *no contesta*, con más de tres quintas partes. Mientras que la respuesta con menor porcentaje es *correcta*, con más de una décima parte de las respuestas. Y la cuarta parte restante corresponde a respuestas *incorrectas*. Por lo tanto, el 88% de las respuestas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos o no se contestan.

Procedimientos por el tipo de respuesta

Las respuestas que obtienen los alumnos son correctas e incorrectas, con procedimientos correctos e incorrectos y no contesta, como se advierte en la tabla 9.

RESPUESTAS CORRECTAS (RC)		RESPUESTAS INCORRECTAS (RI)		PREGUNTAS SIN CONTESTAR
Procedimientos correctos (PC)	Procedimientos incorrectos (PI)	Procedimientos incorrectos (PI)	Procedimientos correctos (PC)	No contesta (NC)
48	10	87	9	259

Tabla 9: procedimientos por respuesta

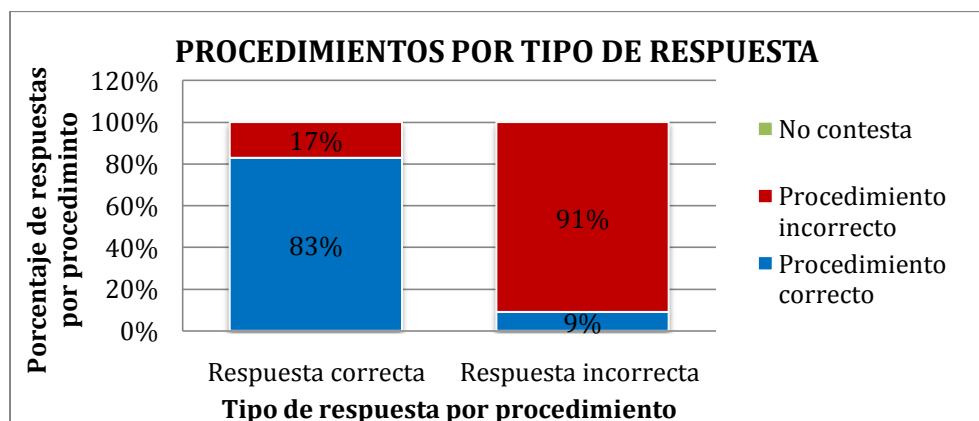
En la tabla 9 se observa la frecuencia de respuestas del bloque problemas y su procedimiento.

El 83% de las respuestas correctas se obtiene por medio de procedimientos correctos y el 17% restante se obtiene por medio de procedimientos incorrectos.

El 91% de las respuestas incorrectas se obtiene por medio de procedimientos incorrectos y el 9% restante por medio de procedimientos correctos.

Conviene mencionar que si sumamos las frecuencias de los procedimientos correctos e incorrectos independientemente del tipo de respuesta, el 14% de las respuestas se obtienen por medio de procedimientos correctos, mientras que, el 23% corresponde a procedimientos incorrectos y el 63% restante a preguntas sin contestar.

En la gráfica 30 se muestra el porcentaje de los procedimientos empleados según el tipo de respuesta.



Gráfica 30: Procedimientos por respuesta

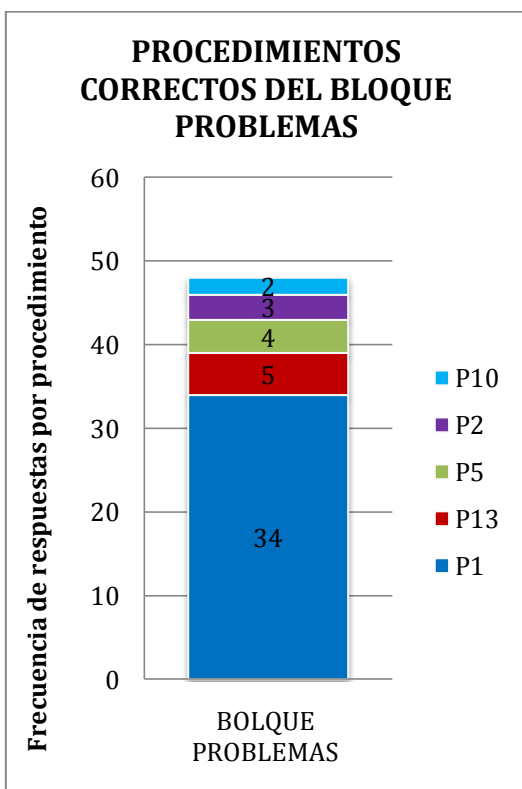
De la gráfica anterior se destaca que más cuatro quintas partes de las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos y más de nueve décimas partes de las respuestas incorrectas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos, por lo que se observa cierto grado de coherencia en los procedimientos que se emplean.

Respuestas correctas

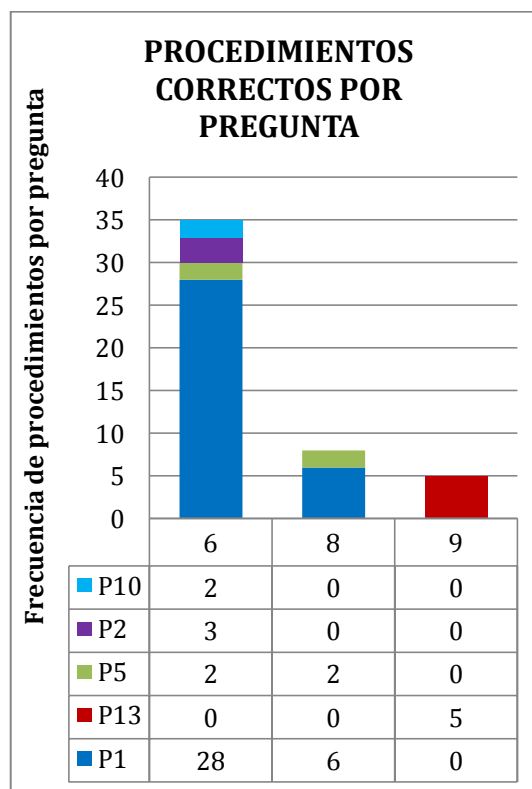
Las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos (RCPC) y procedimientos incorrectos (RCPI) como se describen a continuación.

Respuesta correcta con procedimiento correcto (RCPC)

La variedad de procedimientos correctos utilizados son cinco: P1 (conversión de porcentaje a decimal), P13 (problema similar al del instrumento), P5 (postulación de la respuesta), P2 (regla de tres) y P10 (cálculo del 10%, 20% o 30%).



Gráfica 31



Gráfica 32

En la gráfica 31 se observa la frecuencia de los procedimientos correctos utilizados en el bloque problemas.

Como se puede observar 48 de las respuestas del bloque corresponden a respuestas correctas con procedimiento correcto, es decir el 12%.

Los tres procedimientos más frecuente son conversión de porcentaje a decimal, problema similar al del instrumento y postulación de la respuesta, con aproximadamente el 90% de las respuestas correctas.

Conviene mencionar que el 92% de las respuestas correctas se obtienen por medio de diferentes procedimientos como lo son, conversión del porcentaje a decimal, regla de tres, cálculo del 10%, 20% o 30% y problema similar al del instrumento. Mientras que el 8% restante corresponde a postulación de la respuesta, donde los alumnos no registran ningún procedimiento que argumente su respuesta.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son: P1 (conversión de porcentaje a decimal), P13 (problema similar al del instrumento), P5 (postulación de la respuesta), P2 (regla de tres) y P10 (cálculo del 10%, 20% o 30%).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 6 inciso a):

✓ Cálculo del 20% de 30, por medio de una división $30/5$, para obtener el resultado.

a) Si hoy han faltado a clase por enfermedad el 20% de los 30 alumnos/as, ¿cuántos alumnos/as han asistido?, ¿Cuántos alumnos/as han faltado?

han faltado 6 alumnos y
han asistido 24 alumnos

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{)30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

El alumno calcula porcentajes correctamente en el contexto de un problema con más de una operación, aunque la segunda operación no la realiza escrita.

- ✓ El alumno convierte a decimal el porcentaje, consiste en convertir 19% a decimal 0.19 y multiplica ($2000 \times 0.19 = 380$). Aquí se muestra un caso:

El alumno convierte 19%, que es el número de personas que se establecen en Texas y lo multiplica por 2000 que es el total de personas encuestadas ($2000 \times .19 = 380.00$).

2000
X.19
18000
2000
380.00

a) Si el total de personas encuestadas fue 2000, ¿Cuántas personas se establecen en Texas?

380 personas

- ✓ Conversión a decimal el porcentaje

2000
X.13
6000
2000
260.00

b) ¿Cuál es el porcentaje total de las personas que se establecen en Arizona, Florida e Illinois?, ¿Cuántas personas representan?

13% en total

260 personas

El alumno suma los porcentajes de los estados, posteriormente convierte el porcentaje total a decimal y multiplica.

Para la pregunta 6 inciso c):

- ✓ Calcula el 20% del precio de la calculadora sin incremento, que son 50, posteriormente el 10% de 250 que son 25 y el 5% de 250 que es 12.5, después suma el resultado de sus cálculos, lo que le da el 35%.

c) Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?

Res \$337.5 sera su nuevo precio

$$\begin{array}{r}
 50 \quad 20\% \\
 + 25 \quad 10\% \\
 \hline
 75 \\
 + 12.5 \quad 5\% \\
 \hline
 87.5
 \end{array}$$

El alumno calcula de forma separada el 20% de la cantidad, el 10% y el 5%, posteriormente suma los resultados y concluye que el nuevo precio de la calculadora es \$337.50.

- ✓ El alumno enuncia un problema en donde se cuestiona el precio de una televisión con la rebaja del 15%.

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.

*una television costaba \$4,500 y le rebajaron el 15%.
¿cuanto era el nuevo precio?*

El alumno plantea un problema donde tiene que calcular cuántos niños de su salón quieren intercambio de navidad, y da solución al problema

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.

*En el salón somos 21
y el 90% queria intercambio
de Navidad y el otro 10%
no ¿cuantos no querian?
2 niños.*

En la gráfica 32 (p. 117) se observa la frecuencia de los procedimientos empleados en cada una de las preguntas que comprenden el bloque problemas.

Como se observa en la gráfica la pregunta con mayor porcentaje y con mayor variedad de procedimientos es la 6, en la que solicita calcular el porcentaje de una cantidad, con el 73% de las respuestas correctas del bloque y se obtienen por medio de cuatro procedimientos. La pregunta con menor porcentaje y menor variedad de procedimientos correctos es la 9 en la que se pide plantear un problema en el que haga uso de porcentajes, con el 10% de respuestas correctas, por medio de un procedimiento. Y la pregunta 8 en la que se pide calcular el porcentaje de una cantidad con base en la información proporcionada en una gráfica circular, con el 17% de las respuestas por medio de dos procedimientos.

Conviene señalar que el inciso c) de la pregunta 6 donde se pide calcular el precio original de un artículo con una rebaja del 15%, no registra ninguna respuesta correcta.

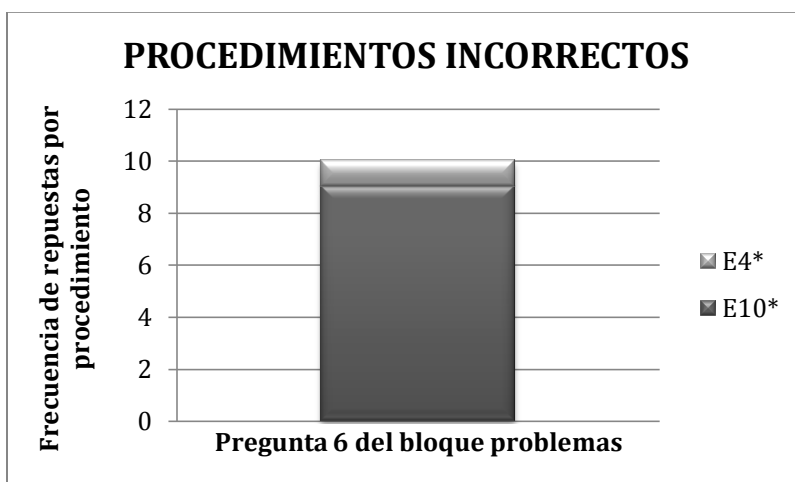
Los procedimientos propios de la pregunta 6, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema son, regla de tres, con el 9% de las respuestas de la pregunta y cálculo del 10%, 20% o 30%, con el 6%. El procedimiento propio de la pregunta 9 es problema similar al del instrumento, con el 100% de las respuestas de la pregunta 9. Y la pregunta 8 no registra ningún procedimiento exclusivo.

Ningún procedimiento se utiliza en las tres preguntas del bloque problemas, pero dos procedimientos se utilizan en la pregunta 6 y 8 y son, conversión del porcentaje a decimal y postulación de la respuesta.

De los procedimientos que se registran en dos de las tres preguntas del bloque problemas, conversión del porcentaje a decimal registra mayor porcentaje de respuestas en la pregunta 6, con el 82% y menor porcentaje de respuestas en la pregunta 8, con el 18%; postulación de la respuesta registra igual porcentaje de respuestas en la pregunta 6 y en la pregunta 8, es decir 50% y 50%.

Respuesta correcta con procedimiento incorrecto (RCPI)

Los procedimientos incorrectos con respuesta correcta son dos, E10* (multiplica datos y agrega punto decimal) y E4* (error al plantear operaciones inadecuadas).



Gráfica 33: Procedimientos incorrectos con respuesta correcta del bloque problemas

Como se observa en la gráfica, las respuestas correctas con procedimientos incorrectos son 10, lo que equivale al 2% de las respuestas del bloque y se registran solamente en la pregunta 6.

El procedimiento con mayor porcentaje de respuestas es multiplica datos y agrega punto decimal, con el 90% de las respuestas y el 10% restante corresponde a error al plantear operaciones inadecuadas. El error que cometen los alumnos en E10* es no dejar indicio en los registro de cómo obtuvieron el resultado y en E4* es plantear una operación de multiplicación de los datos convertido el precio del artículo en decimal.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son, E10* (multiplica datos y agrega punto decimal) y E4* (error al plantear operaciones inadecuadas).

A continuación se muestran los siguientes casos:

✓ El alumno multiplica el porcentaje por la cantidad total ($30 \times 80=2400$, $30 \times 20=600$) y concluye que 24 asisten y 6 faltan.

6. Resuelve los siguientes problemas. ESCRIBE CON PLUMA EL PROCEDIMIENTO QUE EMPLEASTE PARA OBTENER TUS RESULTADOS

a) Si hoy han faltado a clase por enfermedad el 20% de los 30 alumnos/as, ¿cuántos alumnos/as han asistido?, ¿Cuántos alumnos/as han faltado?

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 80 \\ \hline 2400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 20 \\ \hline 600 \end{array}$$

asistido: 24 alumnos
faltado: 6 alumnos

Calcula porcentajes directos pero no menciona bajo qué argumento es que coloca el punto decimal.

✓ Convierte a decimal la cantidad y multiplica por dos 46.9×2 , el resultado lo resta a 469. Aquí se muestra el siguiente caso:

Había ahorrado el dinero suficiente para comprarme una grabadora que costaba \$469.00. Cuando llegué a la tienda, esta tenía una rebaja del 20%. ¿Cuánto tuve que pagar por ella? ¿Cuánto me ahorre?

$$\begin{array}{r} 46.9 \\ \times 2 \\ \hline 93.8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ - 193.8 \\ \hline 375.2 \end{array}$$

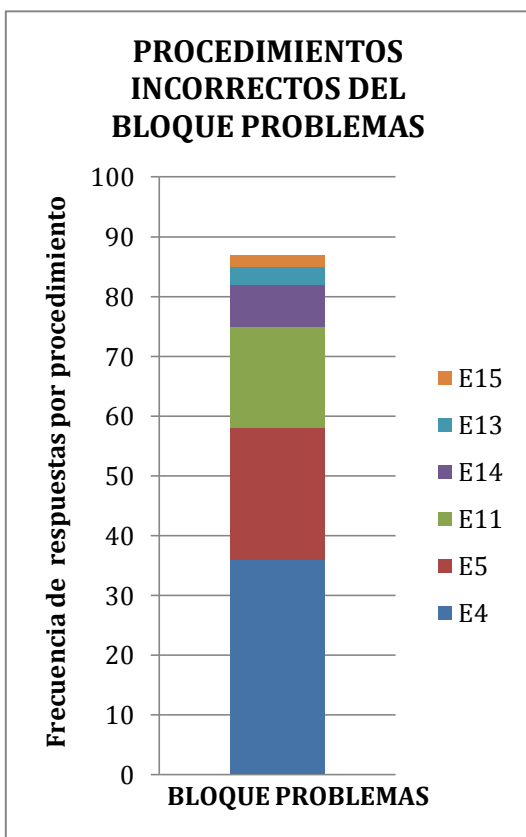
Aunque el procedimiento que plantea es incorrecto, obtiene la respuesta correcta.

Respuestas incorrectas

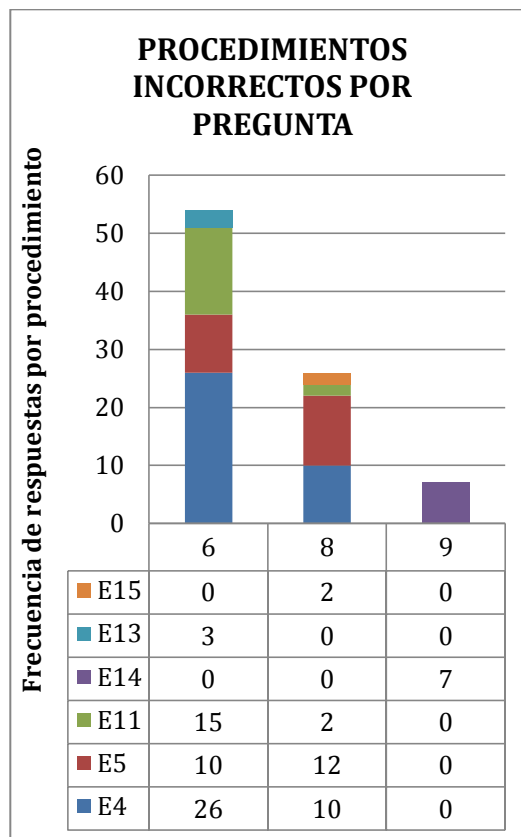
Las respuestas incorrectas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos (RIPI) y por medio de procedimientos correctos (RIPC), a continuación se describe cada una de las respuestas incorrectas.

Respuesta incorrecta con procedimiento incorrecto (RIPI)

Los procedimientos incorrectos son seis: E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E11 (error de Interpretación de la información), E14 (plantea equivocadamente el problema solicitado), E13 (procedimiento incompleto) y E15 (estima el resultado).



Gráfica 34



Gráfica 35

En la gráfica 34 se muestran la frecuencia de los errores del bloque problemas.

Como se observa, 87 de las respuestas del bloque problemas son incorrectas con procedimiento incorrecto, es decir el 21%.

Los tres errores con mayor frecuencia son: plantear operaciones inadecuadas, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento y error de interpretación de la información, con el 86% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto.

Conviene mencionar que el 75% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto se obtienen por medio de diferentes procedimientos como intento de solución al problema, mientras que el 25% restante corresponde a respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E11 (error de interpretación de la información), E14 (plantea equivocadamente el problema solicitado), E13 (procedimiento incompleto) y E15 (estima el resultado).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 6 inciso b):

- ✓ Convierte el porcentaje a decimal pero no concluye sus operaciones, además comete errores aritméticos.

Había ahorrado el dinero suficiente para comprarme una grabadora que costaba \$469.00. Cuando llegué a la tienda, esta tenía una rebaja del 20%. ¿Cuánto tuve que pagar por ella? ¿Cuánto me ahorre?

$$\begin{array}{r} 469 \\ \times 0.20 \\ \hline 9380 \\ \hline 8300 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 828 \\ - 499 \\ \hline 9 \end{array}$$

Para la pregunta 6 inciso c):

✓ El alumno suma los datos proporcionados en el problema, además convierte el porcentaje a decimal pero no considera el punto, ($250 + .35 = 285$), de esta manera determina el resultado.

c) Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?

$$\begin{array}{r} 250 \\ + .35 \\ \hline R: 285 \end{array}$$

✓ Error de interpretación del enunciado, plantea la conversión del porcentaje a decimal, pero el resultado lo resta a la cantidad total, $250 \times 0.35 = 87.50$, $250 - 87.50 = 162.50$.

) Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 35 \\ \hline 1250 \\ 750 \\ \hline 87.50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250.00 \\ - 87.50 \\ \hline 162.50 \end{array}$$

\$ 162.50

Para la pregunta 6 inciso d):

✓ El alumno plantea la conversión del porcentaje a decimal, el error que comete es considerar el precio del artículo como el 100% aun con la rebaja.

d) Otro artículo, que estaba rebajado un 15%, nos costó \$ 32500. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

$$R = 48750.00,$$

$$\begin{array}{r} 32500 \\ \times 15 \\ \hline 162500 \\ + 32500 \\ \hline 487500 \end{array}$$

Para la pregunta 8 inciso a):

- ✓ Estima el resultado, aquí se muestra el siguiente caso:

Si el total de personas encuestadas fue 2000, ¿Cuántas personas se establecen en Texas?

19%. Son como más de 500 personas.

Para la pregunta 9:

- ✓ El alumno plantea un problema al que se enfrentó al realizar sus compras, explica que pensó podía comprar una cantidad de ropa que tenía el 20% de descuento, pero, que no toda la ropa que escogió tenía ese descuento.

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.

un día fui a comprar mucha ropa con mil pesos y cuando fui a la caja con todo lo que compre fueron más de dos mil pesos así que tuve que dejar ropa porque yo pense que toda la tienda tenía el 20% de descuento y como no entendí bien pues lo dije.

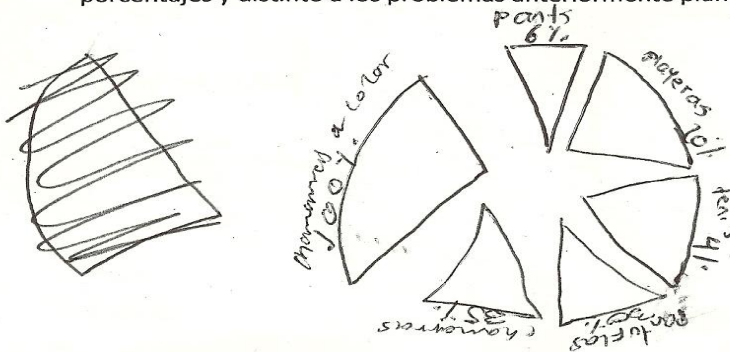
El alumno señala que dividiendo y multiplicando.

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.

dividiendo y multiplicando

El alumno muestra una gráfica similar al de la pregunta 8 con diferentes y cada uno de estos artículos con un porcentaje, lo que no se da cuenta el alumno es que la suma de los porcentaje de la gráfica circular debe ser 100% y los porcentajes que propone suman 232%.

9. Enuncia un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario calcular porcentajes y distinto a los problemas anteriormente planteados.



En la gráfica 35 (p.124) se muestra la frecuencia de los errores registrados en cada una de las preguntas que conforman el bloque.

La pregunta con mayor porcentaje de errores es la 6, con el 62% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto del bloque problemas. La pregunta con menor porcentaje de errores es la 9, con el 8% de las respuestas. Y el 30% restante corresponde a las respuestas que registra la pregunta 8.

Las preguntas con mayor variedad de errores son la 6 y la 8, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema y a partir de la interpretación de una gráfica circular, con cuatro procedimientos incorrectos cada una, mientras que la pregunta con menor variedad de errores es la 9, con un procedimiento incorrecto.

El error privativo de la pregunta 6, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema es procedimiento incompleto (E13), con el 6%. El error exclusivo de la pregunta 8 donde se pide calcular porcentajes con más de una operación a partir de una gráfica circular es estimación de la respuesta (E15), con el 8% de las respuestas incorrectas. Y el error exclusivo de la pregunta 9, donde se pide plantear un problema donde haga uso de porcentajes es, plantea equivocadamente el problema solicitado (E14), con el 100% de las respuestas.

Conviene mencionar que ningún error se presenta en las tres preguntas, pero error al plantear operaciones inadecuadas, respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento y error de interpretación de la información se presenta en las preguntas 6 y 8.

Por lo tanto E4, E5 y E11 se consideran los errores más frecuentes del bloque problemas.

De los errores frecuentes E4 registra un total de 20 alumnos que contestan de 1 a 7 de los incisos del bloque problemas por medio de este error, de los cuales un alumno comete el error en dos preguntas del bloque.

En la tabla 10 se muestra la relación de alumnos que cometen el E4 en las preguntas del bloque problemas, donde la primera fila muestra los 20 alumnos, la primera columna muestra las preguntas del bloque y la intersección de estas (filas por columnas) muestra la frecuencia de incisos resueltos por pregunta.

Alumnos Preguntas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
6	1	1	1	1	2	0	0	4	0	3	0	1	1	2	0	4	2	1	1	1
8	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	2	0	2	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 10: Reincidencia de los alumnos al cometer E4 en las preguntas del bloque numérico

Como se advierte en la tabla 14, de los 20 alumnos cometen E4 en la pregunta 6 del bloque problemas, lo que equivale al 70%. Un alumno comete E4

en un inciso de la pregunta 6 y en dos incisos de la pregunta 8, lo que equivale al 5% de los alumnos. Cuatro alumnos cometen E4 en uno de los incisos de la pregunta 8, lo que equivale al 20%. Y un alumno comete E4 en la pregunta 9, lo que equivale al 5% de los alumnos.

De lo anterior se destaca que mayor porcentaje de alumnos cometen E4, en uno o cuatro de los incisos de la pregunta 6, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema, la reincidencia de este error se observa solo en un caso, donde cometen E4 en la pregunta 6 y lo vuelven a cometer en la pregunta 8 donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema a partir de una gráfica circular.

Entre los errores frecuentes, E5 registra una frecuencia de 9 alumnos que contestan por medio de este error uno de los siete incisos del bloque, de los cuales un alumno repite el mismo error en la pregunta 6 y 8, lo que equivale al 11% de los alumnos, como se advierte en la tabla 11.

Alumnos Preguntas	A	B	C	D	E	F	G	H	I
6	0	0	1	4	0	0	1	0	1
8	2	1	0	2	2	2	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 11 Reincidencia de los alumnos al cometer E5 en las preguntas del bloque numérico

Como se advierte en la tabla, 5 alumnos cometen E5 en uno de los incisos del de la pregunta 8, lo que equivale a 56% de los alumnos. Y 3 alumnos cometen E5 en uno de los incisos de la pregunta 6, lo que equivale al 33% de los alumnos.

De lo anterior se destaca que E5 no es recurrente en las tres preguntas del bloque problemas, solo en un caso el error se presenta en dos de las preguntas. Así también, mayor porcentaje de los alumnos cometen E5 en la pregunta 8 cuando les pide calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema con apoyo de un gráfico.

De los errores frecuentes, E11 registra una frecuencia de 14 alumnos, de los cuales 2 alumnos cometen dicho error en dos de las preguntas del bloque, lo que equivale al 14% de los alumnos, como se advierte en la tabla 12.

Alumnos Preguntas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 12: Reincidencia de los alumnos al cometer E12 en las preguntas del bloque numérico

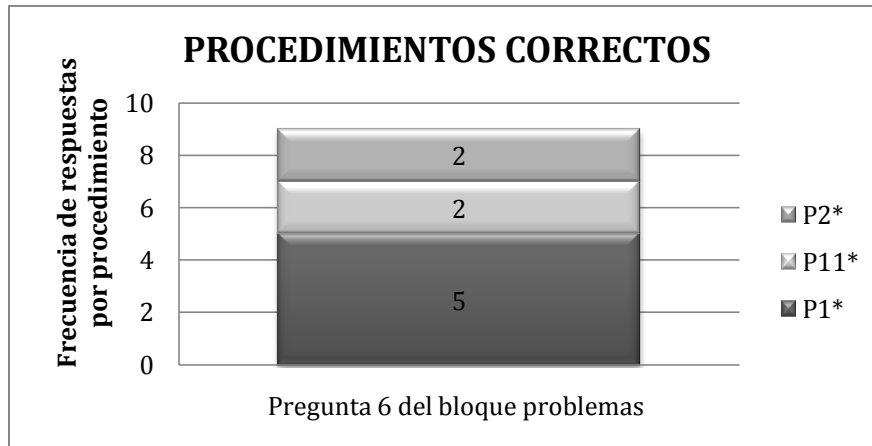
Como se advierte en la tabla, mayor frecuencia de alumnos cometen E11 en la pregunta 6 del bloque problemas, es decir el 86% de los alumnos.

De lo anterior se destaca que E11 no es un error recurrente en las tres preguntas del bloque, solo en dos casos el error se presenta en dos de las preguntas. Por la tanto, cuando a los alumnos se les pide calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema palabra es más frecuente que cometan E11.

Respuesta incorrecta con procedimientos correctos (RIPC)

En este apartado los procedimientos que se emplean en la resolución de los problemas son correctos, no obstante, por errores de tipo aritméticos, al trabajar con decimales y al determinar el número base en lo que se considera regla de tres se llega a respuestas incorrectas.

Los procedimientos correctos son tres, P1 (conversión del porcentaje a decimal), P11 (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien) y P2 (regla de tres).



Gráfica 36: Procedimientos correctos con respuesta incorrecta del bloque problemas.

Como se observa en la gráfica, 9 respuestas del bloque problemas son incorrectas con procedimiento correcto, lo que equivale al 2% de las respuestas y se registran solamente en la pregunta seis.

El procedimiento con mayor porcentaje es conversión del porcentaje a decimal, con el 56%, mientras que el procedimiento con menor porcentaje es regla de tres, con el 22%.

Conviene mencionar que los errores que cometen los alumnos son de tipo aritmético en operaciones básicas, al multiplicar, dividir, sumar y restar los datos en el procedimiento que emplean.

Descripción de los procedimientos

Los procedimientos son P1* (conversión del porcentaje a decimal), P11* (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien) y P2* (regla de tres).

A continuación se muestran los siguientes casos:

Para la pregunta 6 inciso b):

✓ Multiplica la cantidad por el porcentaje y el resultado lo divide entre cien $469 \times 20 / 100 = 93.8$, pero invierte la cantidad que paga y la que ahorra.

Había ahorrado el dinero suficiente para comprarme una grabadora que costaba \$469.00. Cuando llegué a la tienda, esta tenía una rebaja del 20%. ¿Cuánto tuve que pagar por ella? ¿Cuánto me ahorre?

$$\begin{array}{r} 469 \\ +20 \\ \hline 000 \\ 938 \\ \hline 9380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93.8 \\ 100 \overline{) 9380} \\ \underline{0380} \\ 0800 \\ \underline{000} \end{array}$$

93.87
Pago por
día

375.27
y abono

El procedimiento que plantea es correcto, pero comete errores de descuido al asentar la respuesta. La segunda operación que es una resta no la muestra en el registro.

Para la pregunta 6 inciso c):

- ✓ El alumno convierte a decimal el porcentaje, 35% es igual a 0.35 y multiplica por la cantidad 250×0.35 , pero comete errores aritméticos al multiplicar, se observó la siguiente variedad de respuestas: $250 \times 0.35 = 77.50$ y $250 \times 0.35 = 47.50$.

;) Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?

$$\begin{array}{r} 250 \\ +35 \\ \hline 285 \\ +250 \\ \hline 535 \\ +650 \\ \hline 1185 \end{array}$$

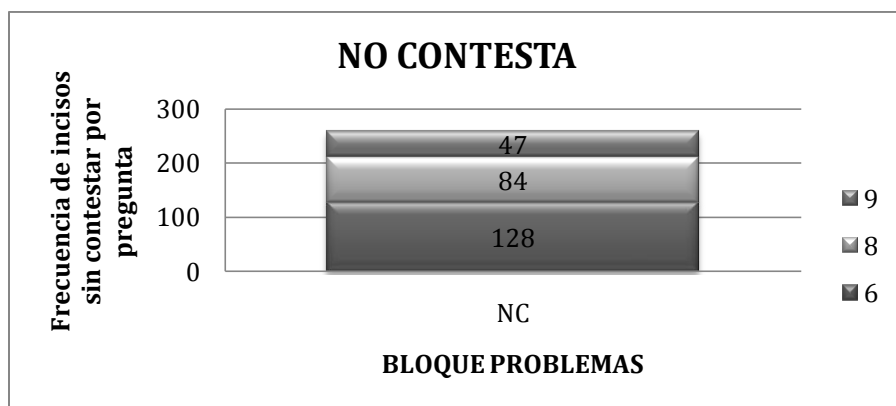
$$\begin{array}{r} 250.00 \\ +77.50 \\ \hline 327.50 \end{array}$$

Preguntas sin contestar

Las preguntas que no se contestan obviamente no muestran ningún procedimiento o solución a los problemas planteados del bloque problemas, del mismo modo, no registran respuesta alguna.

No contesta

En la gráfica 37 se muestra la frecuencia de preguntas sin contestar del bloque problemas.



Gráfica 37: Preguntas sin contestar del bloque problemas

Como se observa en la gráfica, 259 de las respuestas del bloque problemas, no se contestan, lo que equivale al 63%, más de tres quintas partes del total de preguntas del bloque.

La pregunta con mayor porcentaje de preguntas sin contestar es la 6, donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema, con el 50% de las preguntas sin contestar. La pregunta con menor porcentaje es la 9, con el 18%. Y el 32% restante corresponde a la pregunta 8.

Del análisis de los registros del bloque problemas se desprende lo siguiente:

El 88% de las preguntas del bloque problemas no se contesta o se obtienen por medio de procedimientos incorrectos. Mientras que, el 12% restante se obtiene por medio de soluciones acertadas.

El tipo de respuesta con mayor porcentaje es no contesta, con más de tres quintas partes, lo que muestra la dificultad para calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema, la poca claridad de los procedimientos a emplear cuando el contexto en el que se plantean los problemas cambia, también se puede atribuir a la falta de disposición de los alumnos y el tiempo de aplicación del instrumento, factores que intervienen en el bajo desempeño de los alumnos en la resolución de problemas que implican cálculos

de porcentajes. Conviene mencionar que los problemas del bloque son de los últimos del instrumento.

Las respuestas incorrectas registran el 25% y el error con mayor porcentaje es en las operaciones que utilizan para obtener la solución al problema, donde se observan sumas, multiplicaciones, restas o divisiones de los datos proporcionados. Conviene señalar que este procedimiento se registra únicamente donde se pide calcular porcentajes con más de una operación en el contexto de un problema.

El procedimiento correcto con mayor porcentaje de respuestas es conversión del porcentaje a decimal. La pregunta más fácil resultó ser aquella donde se pide calcular porcentajes en el contexto de un problema con más de una operación, ya que registra mayor porcentaje de respuestas correctas, mientras que, la pregunta más difícil es el plantear un problema diferente a los bosquejados en el instrumento.

Considerando los porcentajes de aciertos de todo el examen este bloque está por debajo, ya que en el general registra el 17% de respuestas correctas y en este bloque el 12%.

A diferencia de otros estudios donde el desempeño de los alumnos en este tipo de preguntas es del 50%, en este bloque el 12% de la muestra da respuestas acertadas.

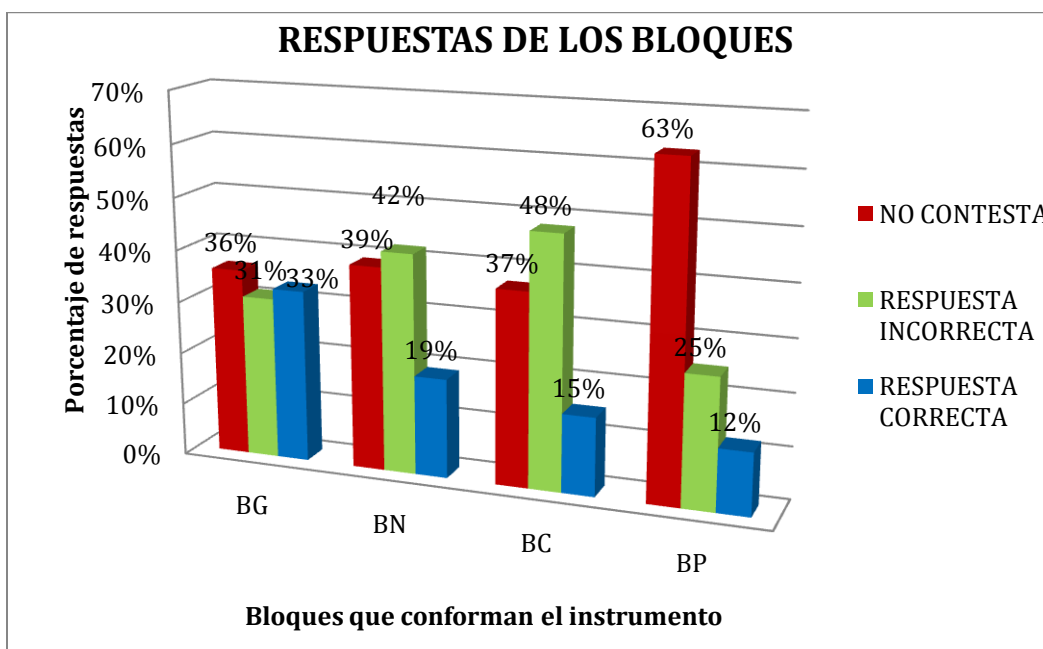
IV.3 Comparativo del comportamiento en los bloques

Comparación entre bloques

En el siguiente apartado se realiza un análisis comparativo entre los bloques gráfico, numérico, de conversiones y de problemas, para observar el desempeño de los alumnos en cada uno de estos.

Respuestas

Del total de respuestas al instrumento, 236 corresponden al bloque gráfico, 531 al bloque numérico, 236 al bloque conversiones y 413 al bloque de problemas. A continuación se muestra la gráfica 38, con los porcentajes de respuesta por bloque.



Gráfica 38: Porcentaje de respuestas por bloque

Como se observa en la gráfica el bloque con mayor porcentaje de preguntas sin contestar es el de problemas, con más de tres quintas partes de las respuestas. Mientras que el bloque con menor porcentaje de preguntas sin contestar es el gráfico, con más de una tercera parte de las respuestas del bloque. Y los bloques numérico y de conversiones registran menos de dos quintas partes. Conviene mencionar que menos de la mitad de las preguntas del instrumento no se contestan.

El bloque con mayor porcentaje de respuestas incorrectas es el de conversiones, con alrededor del 50% de las respuestas del bloque. Mientras que el bloque con menor porcentaje de respuestas incorrectas es el de problemas, con una cuarta parte de las respuestas del bloque. Los bloques gráfico y numérico

registran más de un tercera y una cuarta parte de respuestas incorrectas respectivamente.

El bloque con mayor porcentaje de respuestas correctas es el gráfico, con menos de una cuarta parte de las respuestas del bloque. Mientras que, el bloque con menor porcentaje de respuestas correctas es de problemas, con más de una décima parte de las respuestas del bloque.

El bloque gráfico y numérico tiene mayor porcentaje de aciertos del desempeño general y los bloques de conversiones y de problemas se sitúan por debajo.

De lo anterior se destaca que, el bloque con mayor porcentaje de respuestas correctas es el gráfico, el bloque con mayor porcentaje de respuestas incorrectas es del de conversiones y el bloque con mayor porcentaje de preguntas sin contestar es el de problemas.

Procedimientos por respuesta de los bloques

Las respuestas que obtienen los alumnos son correctas e incorrectas por medio de procedimientos correctos e incorrectos, como se advierte en la tabla 13.

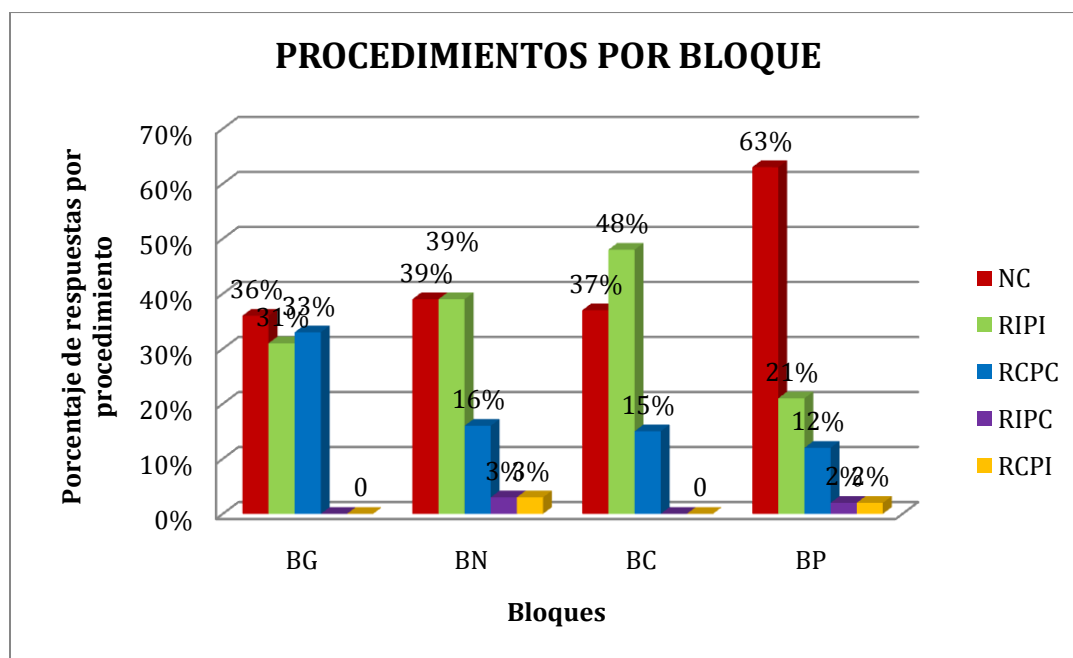
BLOQUE GRÁFICO			BLOQUE NUMÉRICO					BLOQUE CONVERSIONES			BLOQUE PROBLEMAS				
<i>RC</i>	<i>RI</i>	<i>NC</i>	<i>RC</i>	<i>RI</i>	<i>NC</i>	<i>RC</i>	<i>RI</i>	<i>NC</i>	<i>RC</i>	<i>RI</i>	<i>NC</i>	<i>RC</i>	<i>RI</i>	<i>NC</i>	
PC	PI	NC	PC	PI	PI	PC	NC	PC	PI	NC	PC	PI	PI	PC	NC
78	74	84	86	14	207	15	209	34	114	88	48	10	87	9	259
236			531					236			413				

Tabla 13: Concentrado de respuestas con procedimientos de los bloques que integran el instrumento

Los bloques, gráfico y de conversiones no registran ninguna variante de los procedimientos, es decir las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos y las respuestas incorrectas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos. Mientras que, los bloques numérico y de problemas registran variantes de los procedimientos correctos e incorrectos, es decir, las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos e incorrectos y las respuestas incorrectas por medio de procedimientos incorrectos y correctos.

De lo anterior se destaca que el bloque con mayor frecuencia de respuestas correctas con procedimiento correcto es el numérico, mientras que el bloque con menor porcentaje es el de conversiones. El bloque con mayor frecuencia de respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto es el numérico, mientras que el bloque con menor frecuencia es el gráfico. No obstante el bloque gráfico, numérico y de problemas registra mayor frecuencia de preguntas sin contestar.

En la gráfica 39 se muestra el porcentaje de los procedimientos empleados de acuerdo con el tipo de respuesta.



Gráfica 39: Procedimientos por bloque

Como se observa en la gráfica los bloques gráfico y de conversiones no registran ninguna variante de los procedimientos, es decir, no registran ningún porcentaje de respuestas correctas con procedimiento incorrecto o respuestas incorrectas con procedimiento correcto.

A diferencia con la tabla 13 (p. 137), en la que se muestra la frecuencia de respuestas correctas con procedimiento y donde el bloque con mayor frecuencia de respuestas correctas con procedimiento correcto es el numérico, en la gráfica 39 el bloque con mayor porcentaje de respuestas correctas con procedimiento correcto es el gráfico, esto se debe al total de preguntas del bloque. Mientras que, el bloque con menor porcentaje de respuestas correctas es el de problemas.

De lo anterior se destaca que el bloque gráfico registra mayor porcentaje de respuestas correctas con procedimiento correcto en comparación con los otros.

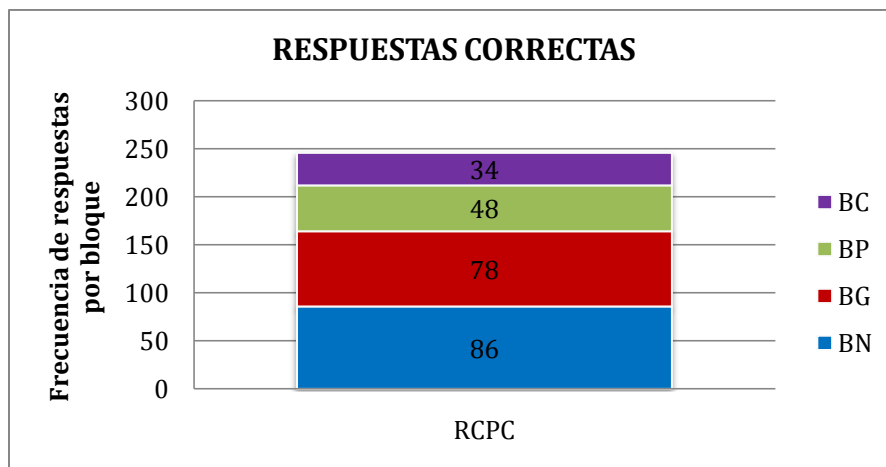
Conviene mencionar que el bloque de problemas es el de mayor porcentaje de respuestas incorrectas que se obtienen por medio de procedimientos incorrectos, procedimientos correctos o que no se contestan, con el 88%. Mientras que el bloque con menor porcentaje es el de conversiones.

Respuestas correctas

Las respuestas correctas se obtienen por medio de procedimientos correctos (RCPC) y procedimientos incorrectos (RCPI), a continuación se describe cada una de las respuestas correctas.

Respuesta correcta con procedimiento correcto (RCPC)

Para conocer el número de respuestas correctas con procedimiento correcto por bloque se muestra la gráfica 40.

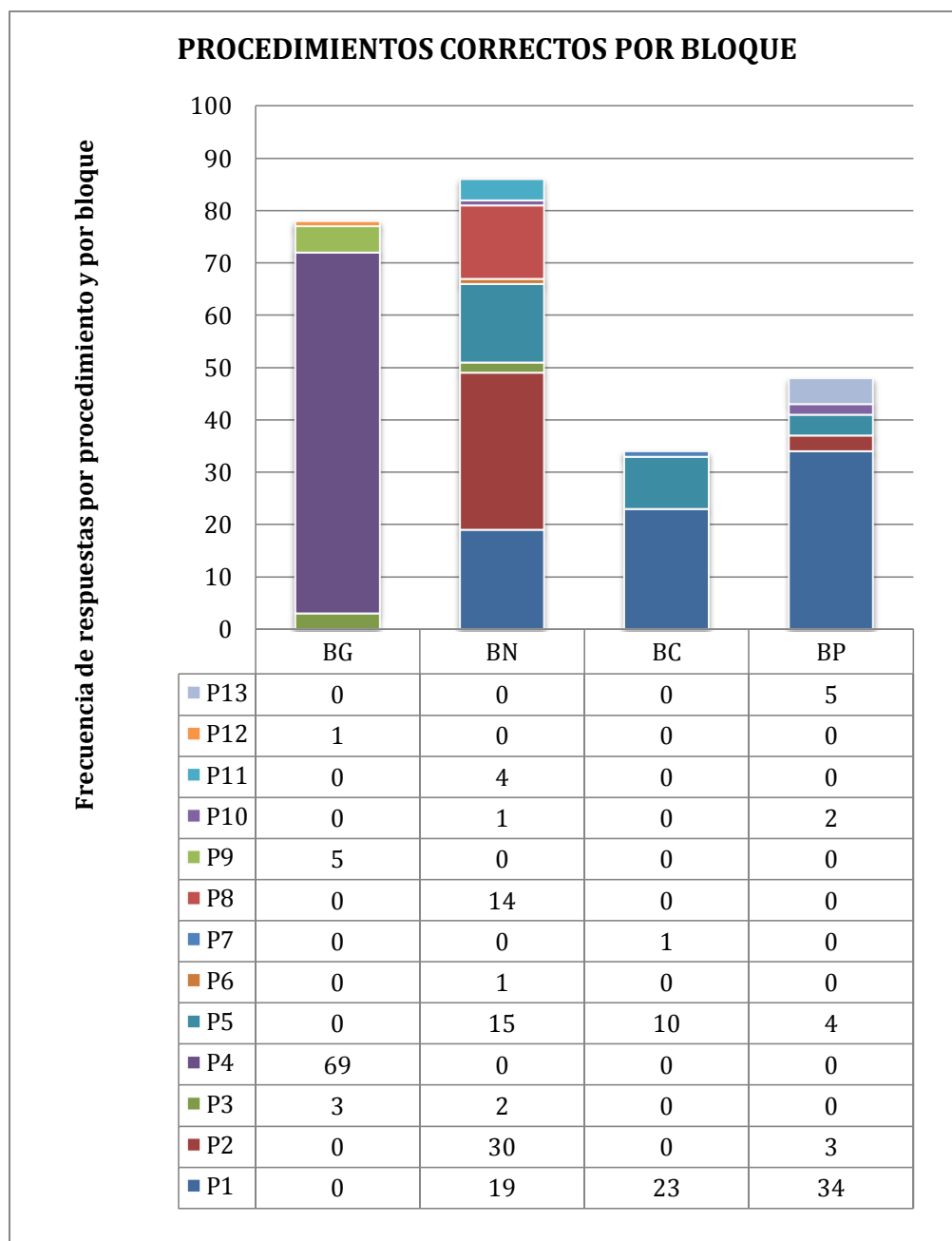


Gráfica 40: Total de respuestas correctas

De las 246 las respuestas a todo el instrumento que se obtienen por medio de procedimientos correctos, equivalen al 17%.

Si consideramos como el cien por ciento las 246 respuestas correctas, el bloque con mayor frecuencia de respuestas correctas es el numérico, con el 35%, mientras que el bloque con menor frecuencia de respuestas correctas es el de conversiones, con el 14%.

La variedad de procedimientos correctos son trece, P1 (conversión del porcentaje a decimal), P2 (regla de tres), P3 (Tablas de variación proporcional), P4 (conteo), P5 (postulación de la respuesta), P6 (tanteo), P7 (por medio de una gráfica), P8 (determina cuantas veces cabe el porcentaje o la cantidad en cien), P9 (elabora una tabla o la utiliza al multiplicar filas por columnas), P10 (calcula el 10%, 20% o 30%), P11 (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien), P12 (utiliza más de dos procedimientos) y P13 (problema similar al del instrumento).



Gráfica 41: Procedimientos por bloque

En la gráfica 41 se observan los procedimientos empleados en cada una de las preguntas del instrumento y su frecuencia.

De lo anterior se destaca que el procedimiento que utilizan con mayor frecuencia para contestar las preguntas del bloque gráfico, donde tienen que expresar en términos de porcentaje la parte sombreada de un gráfico, representar un porcentaje expresado con decimales en un gráfico, calcular porcentajes y

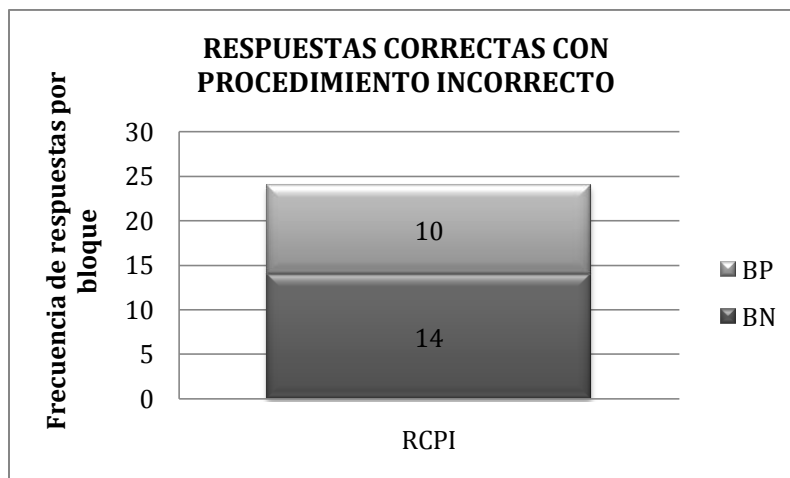
graficarlos, es conteo. El procedimiento que utilizan con mayor frecuencia para contestar las preguntas del bloque numérico, donde se les pide calcular porcentajes directos expresados con decimales y cantidades mayores a cien, es regla de tres. Y el procedimiento que utilizan con mayor frecuencia en los bloques conversiones y problemas es conversión del porcentaje a decimal.

Los bloques con mayor variedad de procedimientos son el numérico y el de problemas.

Conviene mencionar que ninguno de los trece procedimientos correctos se utiliza en los cuatro bloques, no obstante P1 (conversión del porcentaje a decimal) y P5 (postulación de la respuesta) se utilizan en los bloques numérico, de conversiones y de problemas, P1 registra mayor porcentaje de respuestas en el bloque problemas, con el 71% y P5 registra mayor porcentaje en el bloque conversiones, con el 29%. Los procedimientos P10 Y P2 se utilizan en los bloques, numérico y de problemas, P2 registra mayor porcentaje de respuestas en el bloque numérico, con el 35% y P10 registra mayor porcentaje de respuestas en el bloque de problemas, con el 4% de las respuestas. P3 (tablas de variación proporcional), se registra en los bloques, gráfico y numérico, con mayor porcentaje en el grafico (4%).

Respuesta correcta con procedimiento incorrecto (RCPI)

Para conocer el número de respuestas correctas con procedimiento incorrecto por bloque, se muestra la gráfica 42.



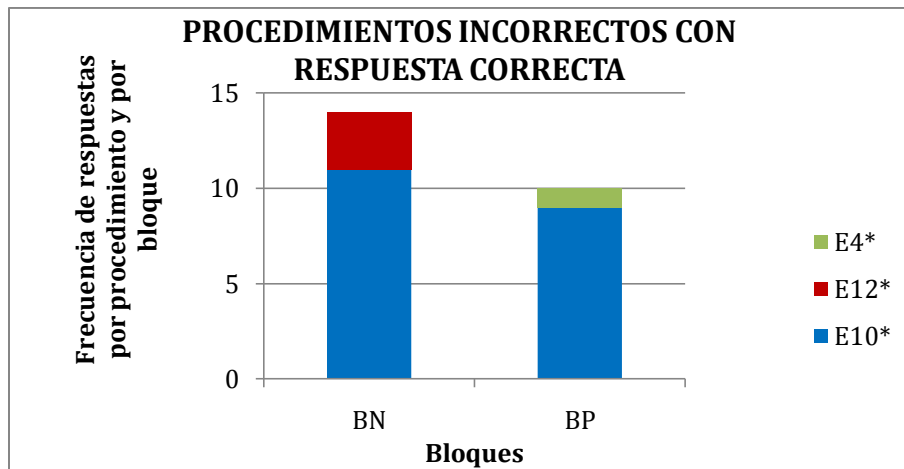
Gráfica 42: Respuestas correctas con procedimiento incorrecto del instrumento

Como se puede observar 42 respuestas corresponden a procedimientos incorrectos con respuesta correcta, lo que equivale al 2% de las respuestas esperadas.

Los bloques que registran variantes de los procedimientos son el numérico y el de problemas.

El bloque con mayor frecuencia de respuestas correctas con procedimiento incorrecto es el numérico, con el 58% de las respuestas, mientras que el bloque con menor frecuencia es el de problemas con el 42% de las respuestas.

Los procedimientos incorrectos con respuesta correcta son dos, E10* (multiplica datos y agrega el punto decimal), E12* (error al trabajar con decimales) y E4* (error al plantear operaciones), el primero registra mayor porcentaje de respuestas en ambos bloques, E12* se presenta en el bloque numérico y E4* en el bloque de problemas.



Gráfica 43: Procedimientos incorrectos con respuesta correcta

En la gráfica 43, se observa la frecuencia de los procedimientos empleados en la resolución de los problemas del instrumento por bloque y su frecuencia.

El bloque con mayor porcentaje de errores es el numérico, con el 58% de las respuestas correctas con procedimiento incorrecto y los errores que se cometen son dos. El bloque con menor porcentaje de errores es el de problemas, con el 42% de las respuestas y los errores que se cometen son dos.

El error propio del bloque numérico es al trabajar con decimales, con el 21% de las respuestas del bloque.

El error propio del bloque problemas es al plantear operaciones inadecuadas, con el 10% de las respuestas del bloque.

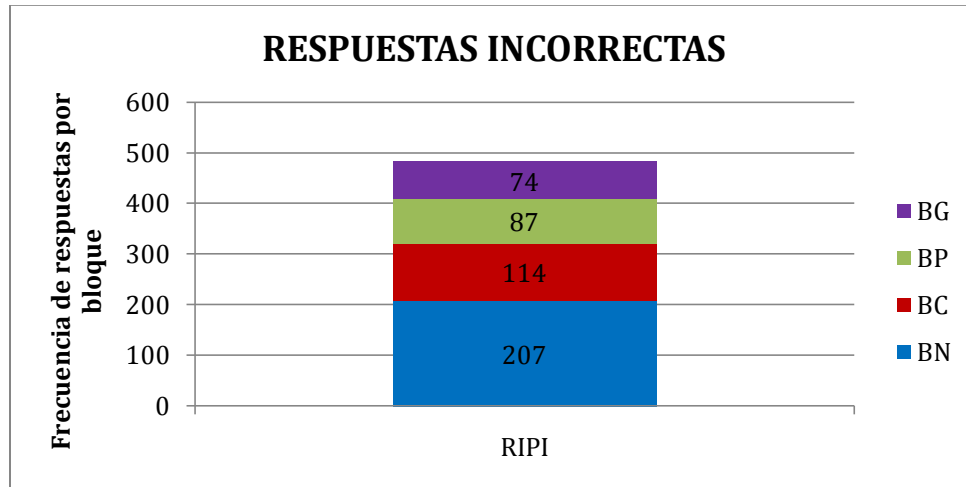
El error que cometen los alumnos en los dos bloques es: multiplica datos y agrega punto decimal al resultado de la operación, y registra mayor porcentaje en el bloque de problemas con el 90% de sus respuestas mientras que, en el bloque numérico registra el 79%.

Respuestas incorrectas

Las respuestas incorrectas se obtienen por medio de procedimientos incorrectos (RIPI) y por medio de procedimientos correctos (RIPC), a continuación se describe cada una de las respuestas incorrectas.

Respuesta incorrecta con procedimiento incorrecto (RIPI)

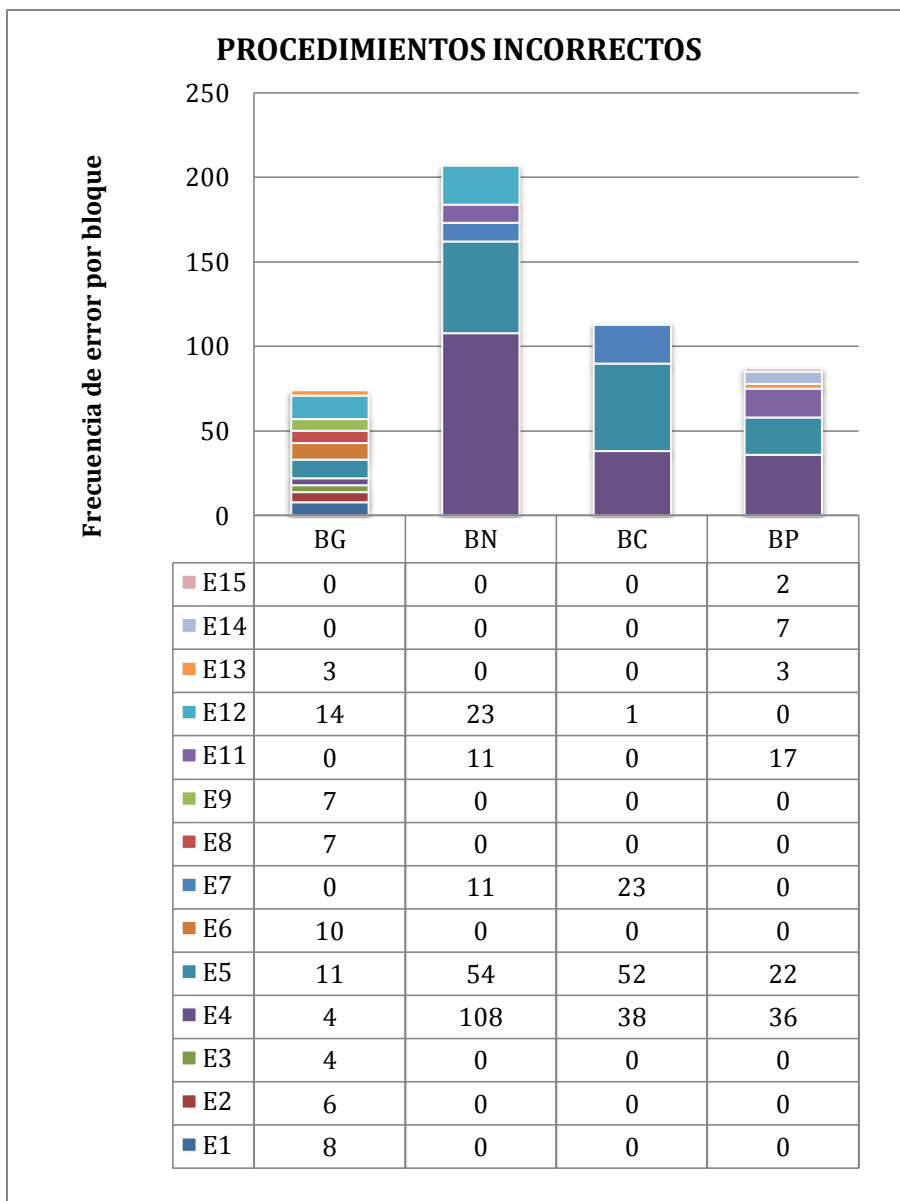
Para conocer el número de respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto por bloque se muestra la gráfica 44.



Gráfica 44: Respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto del instrumento

Como se puede observar en la gráfica, 482 respuestas corresponden a respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto, lo que equivale al 34% de las respuestas esperadas.

Los procedimientos incorrectos son catorce: E1 (cálculo incorrecto), E2 (interpreta equivocadamente el rectángulo), E3 (error de conteo), E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), E6 (error al considerar rangos en una tabla), E7 (da como resultado una de las cantidades proporcionadas), E8 (no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción), E9 (gráfica la información proporcionada y omite la que el debe obtener), E11 (error de interpretación de la información), E12 (error al trabajar con decimales), E13 (procedimiento incompleto), E14 (plantea equivocadamente el problema solicitado) y E15 (estimación del resultado).



Gráfica 45: Procedimientos incorrectos por bloque

En la gráfica 45 se muestran los errores registrados en la resolución de los problemas de la prueba por bloque y la frecuencia de cada uno de estos.

El bloque con mayor porcentaje de errores es el numérico, con el 43% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto. Mientras que el bloque con menor porcentaje de errores es el gráfico, con el 15% de las respuestas. Y los bloques conversiones y de problemas registran el 24% y 18% respectivamente.

El bloque con mayor variedad de errores es el gráfico, con cinco errores que son exclusivos de este E9 (gráfica la información proporcionada y omite la que el debe obtener), con el 9% de las respuestas incorrectas del bloque; E8 (no contesta lo que se le solicita y representa el porcentaje como fracción), con el 9%; E3 (error de conteo), con el 5%; E2 (interpretación equivocada del rectángulo), con el 8% y E1 (cálculo incorrecto), con el 11%.

Los errores privativos del bloque problemas son dos: E14 (plantea equivocadamente el problema solicitado), con el 8% de las respuestas incorrectas del bloque y E15 (estimación del resultado), con el 2% de las respuestas.

Conviene mencionar que los bloques numérico y de conversiones no registran ningún procedimiento privativo.

Los errores que se registran en los cuatro bloques son dos, E4 (error al plantear operaciones inadecuadas), con el 36% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto, y E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento), con el 29% de las respuestas incorrectas con procedimiento incorrecto.

De los errores frecuentes, E4 registra un total de 39 alumnos que contestan de 1 a 24 de los incisos del instrumento por medio de este error.

En la tabla 14 se muestra la relación de alumnos que cometen E4 en los bloques del instrumento, donde la primera fila muestra a los 39 alumnos, la primera columna los bloques y la intersección de estas (filas por columnas) muestra la frecuencia de incisos en los que se comete dicho error por bloque.

A P	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M		
B 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
B 2	1	0	3	2	6	0	6	0	1	0	1	0	3	0	2	4	4	1	0	0	1	9	5	3	1	3	6	2	5	0	5	6	5	4	4	5	5	2	1		
B 3	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	3	0	0	1	2	0	1	2	0	2	3	2	1	1	0	2	0	2	1	3	2	1	3			
B 4	0	1	0	0	2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	2	0	2	0	1	0	4	0	0	3	2	0	1	3	2	1	0	4	0	2	0	0	1	0	1		

Tabla 14- Reincidencia de los alumnos al cometer E4 en las preguntas de los bloques

Como se advierte en la tabla, dos alumnos cometen E4 en los cuatro bloques que conforman el instrumento, lo que equivale al 5%.

De los 39 alumnos, 17 cometen E4 en uno o varios de los incisos de los bloques numérico, gráfico y de problemas, lo que equivale al 44% de los alumnos.

De los 39 alumnos, 8 cometen E4 en los bloques numérico, de conversiones y de problemas, lo que equivale al 21% de los alumnos.

De los 39 alumnos, 9 cometen E4 en dos de los bloques del instrumento, ya sea numérico – gráfico, numérico – conversiones o conversiones – problemas, lo que equivale al 23% de los alumnos.

De los 39 alumnos, 1 comete E4 en los bloques gráfico, numérico y de conversiones, lo que equivale al 3% de los alumnos.

De los 39 alumnos, 2 cometen E4 en uno o varios de los incisos de los bloques numérico y de problemas.

De lo anterior se destaca que es más frecuente que los alumnos cometan E4 al calcular porcentajes directos, al relacionar porcentajes con decimales y fracciones y calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema, sin embargo, es más probable que los alumnos que cometen E4 en el bloque numérico lo cometan también en el bloque de conversiones.

De los errores frecuentes E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento) registra un total de 43 alumnos que contestan de 1 a 24 de los incisos del instrumento por medio de este error.

En la tabla 15 se muestra la relación de alumnos que cometen el E5 (respuesta errónea sin justificar y sin procedimiento) en los bloques del instrumento, donde la primer fila muestra a los 43 alumnos, la primera columna los bloques y la intersección de estas (filas por columnas) muestra la frecuencia de incisos en los que se comete dicho error por bloque.

A \ P	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25	A26	A27	A28	A29	A30	A31	A32	A33	A34	A35	A36	A37	A38	A39	A40	A41	A42	A43					
B1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
B2	0	0	2	1	3	0	2	5	2	3	0	0	0	3	0	3	3	2	0	4	3	3	0	0	0	2	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0		
B3	2	1	0	0	1	2	0	4	0	2	3	4	3	1	1	0	3	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0	0	0	1	0	1	1	2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
B4	0	0	0	0	2	0	1	1	0	0	0	6	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

Tabla 15 - Reincidencia de los alumnos al cometer E4 en las preguntas de los bloques

Como se advierte en la tabla, dos alumnos cometen E5 en los cuatro bloques en que se divide el instrumento, lo que equivale al 5% de los alumnos.

De los 43 alumnos, 8 cometen E5 en los bloques numérico y de conversiones, lo que equivale al 19% de los alumnos.

De los 43 alumnos, 18 cometen E5 en uno de los bloques, ya sea numérico, de conversiones o de problemas, lo que equivale al 42% de los alumnos.

De los 43 alumnos, 5 cometen E5 en los bloques gráfico y de problemas, lo que equivale al 12% de los alumnos.

De lo 43 alumnos, 2 cometen E5 en los bloques numérico y de problemas, lo que equivale al 5% de los alumnos.

De los 43 alumnos, 3 cometen E5 en los bloques numérico, de conversiones y de problemas, lo que equivale al 7% de los alumnos.

De los 43 alumnos, 1 alumno comete E5 en los bloques gráfico y numérico, un alumno comete E5 en los bloques gráfico, de conversiones y de problemas y un alumno comete E5 en los bloque conversiones y de problemas, lo que equivale al 2% de los alumnos cada uno.

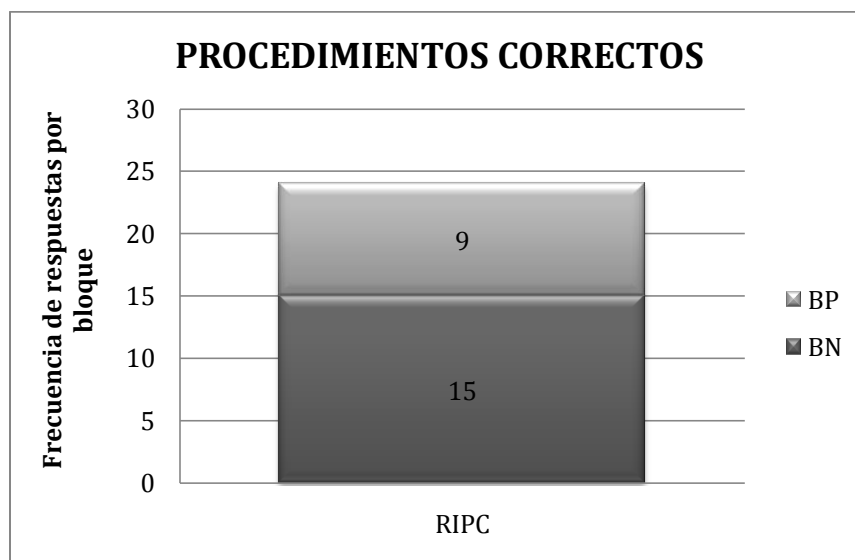
De los 43 alumnos, 2 cometen E5 en el bloque gráfico, lo que equivale al 5% de los alumnos.

De lo anterior se destaca que aunque este error presenta mayor frecuencia de alumnos en el bloque gráfico en comparación con E4, sigue siendo un error característico de los bloques numérico, de conversiones y de problemas. No obstante es más probable que los alumnos que cometen E5 en el bloque numérico lo cometan en el bloque gráfico.

De la comparación de las tablas se destaca que el 77% de los alumnos que cometen E4 cometen también E5 y es más frecuente que los cometan en el bloque numérico y en el de conversiones.

Respuesta incorrecta con procedimientos correctos (RIPC)

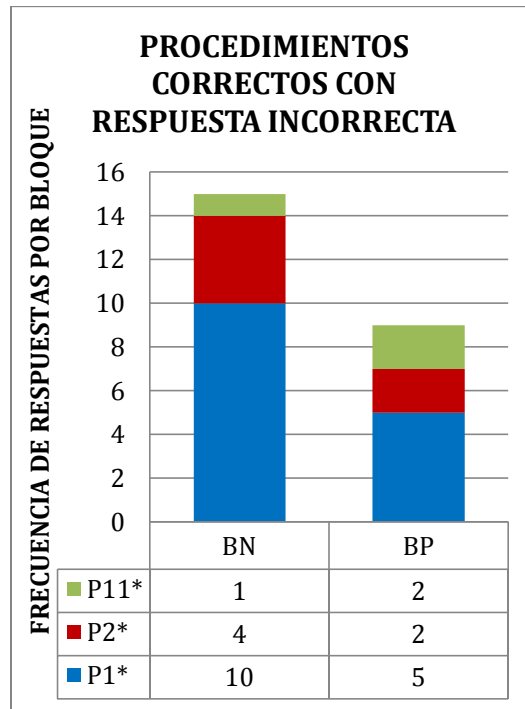
Para conocer el número de respuestas incorrectas con procedimiento correcto por bloque se muestra la gráfica 46.



Gráfica 46: respuesta incorrecta con procedimientos correctos del instrumento

El bloque con mayor porcentaje de respuestas incorrectas con procedimiento correcto es el numérico, con el 63% de las respuestas, mientras que el bloque con menor porcentaje de respuestas incorrectas con procedimiento correcto es el de problemas, con el 37%.

Los procedimientos empleados son tres, P1* (conversión del porcentaje a decimal), P2* (regla de tres) y P11* (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien).



Gráfica 47: Procedimientos correctos por bloque

En la gráfica 47 los procedimientos correctos con respuesta incorrecta utilizados en cada uno de los bloques y su frecuencia.

Conviene mencionar que solo los bloques numérico y de problemas presentan la variante de los procedimientos correctos, es decir respuesta incorrecta con procedimiento correcto.

El bloque con mayor porcentaje de respuestas incorrectas con procedimiento correcto es el numérico, con el 63% de las respuestas, mientras que el bloque con menor porcentaje es el de problemas, con el 37% restante.

Conviene mencionar que ninguno de los dos bloques registra procedimientos privativos, es decir, los procedimientos que se utilizan en el bloque numérico se utilizan en el bloque de problemas.

Los procedimientos P1* (conversión del porcentaje a decimal) y P2* (regla de tres) registran mayor porcentaje de respuestas en el bloque numérico, mientras que P11* (multiplica la cantidad por el porcentaje y divide entre cien) registra mayor porcentaje en el bloque de problemas.

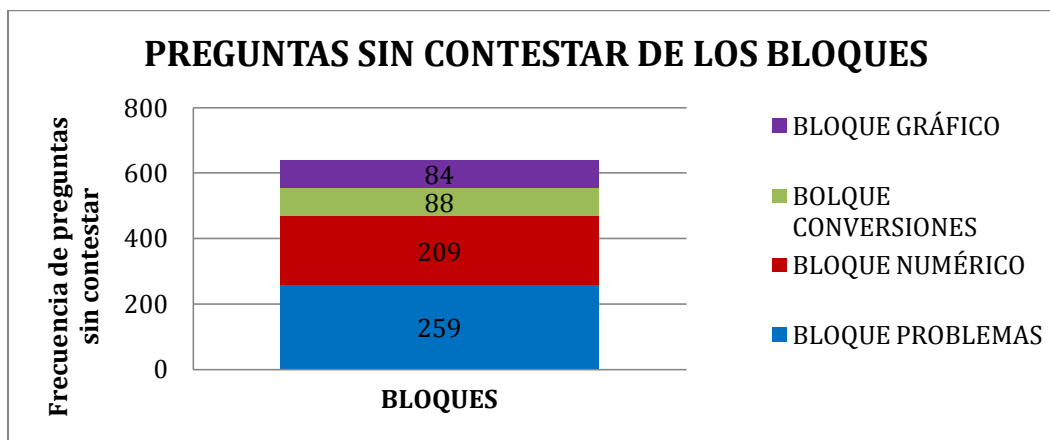
De lo anterior se destaca que cuando a los alumnos se les pide calcular porcentajes directos y con una o más operaciones en un problema de palabra el procedimiento que utilizan con mayor frecuencia es conversión del porcentaje a decimal, pero los errores que cometen son aritméticos, de descuido, al recorrer el punto decimal y de inconsistencia del procedimiento que utilizan y el resultado que asientan.

Preguntas sin contestar de los bloques

Las preguntas que no se contestan, no muestran ningún procedimiento o solución a los problemas planteados del bloque numérico, del mismo modo, no registran ninguna respuesta.

En la gráfica 48 se muestra la frecuencia de preguntas sin contestar de cada uno de los bloques.

No contesta



Gráfica 48: Preguntas sin contestar por bloque

Como se observa en la gráfica, 640 de las preguntas del instrumento no se contestan, lo que equivale al 45% de las respuestas.

El bloque con mayor porcentaje de preguntas sin contestar es el de problemas, con el 40%. El bloque con menor porcentaje de preguntas sin contestar es el gráfico, con el 13%. Y los bloques de conversiones y numérico, con el 14% y 33% respectivamente.

De lo anterior se destaca que cuando a los alumnos se les pide calcular porcentajes con una o más operaciones en el contexto de un problema (bloque IV, problemas), mayor porcentaje de preguntas no se contestan, en comparación con los otros bloques.

El desempeño de los alumnos en los bloques gráfico y numérico es superior al desempeño en el instrumento en general y en los bloques restantes se tienen un porcentaje de aciertos inferior.

El bloque con mayor porcentaje y variedad de procedimientos correctos y errores es el numérico.

Las respuestas correctas por procedimiento correcto e incorrecto y las respuestas incorrectas con procedimiento correcto e incorrecto se localizan en los bloques numérico y de problemas.

Analizando las respuestas de los alumnos se encontró que la mayoría de los alumnos que se desempeñaban satisfactoriamente en el bloque de conversiones tenían respuestas acertadas en el bloque de problemas.

El haber realizado el análisis mediante los bloques me permitió ver como los alumnos abordan problemas similares que demandan habilidades y destrezas distintas, que procedimientos y estrategias ponen en juego, el tipo de fallas y deficiencias que tienen para resolver los problemas.

Para establecer la conexión entre los bloques y tener una visión más cercana se tendría que hacer un estudio que permita conocer si los alumnos relacionan o no los problemas de los bloques.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este apartado se presentarán los resultados a los que se arribaron estrechamente relacionados con los objetivos planteados en este trabajo.

En cuanto al desempeño de los alumnos egresados de primaria en la resolución de problemas que requieren cálculo de porcentajes encontramos que solo el 17% de las respuestas de todo el instrumento se obtiene por medio de procedimientos correctos. Lo anterior indica que el desempeño es notoriamente inferior a los resultados ENLACE, ya que, en esta la media nacional de aciertos es del 50%. Solo el 10% de los alumnos contestaron correctamente entre el 40% y el 60% de las preguntas y solo un estudiante responde correctamente a 15 de las 24 preguntas que conforman el instrumento.

En menos del 10% de las preguntas se obtuvieron respuestas correctas por más de dos terceras partes de la muestra. El resto de los reactivos fueron contestados acertadamente por menos de la tercera parte de los alumnos.

De acuerdo con la variedad de problemas se identificaron 13 procedimientos correctos siendo dominantes: conversión de porcentajes a decimal, conteo y regla de tres, muchos de estos procedimientos son aplicados mecánicamente sin una comprensión cabal de porqué funcionan, se acusa una tendencia a la aplicación ciega de reglas.

Conviene destacar que un procedimiento común es el de postular un resultado sin dejar en el registro ningún indicio de cómo obtienen el resultado e incluso sin verificar su certeza.

Se encontraron con mayor frecuencia estrategias informales, a pesar que en los objetivos del programa de sexto grado de primaria se plantea el dominio de dichos procedimientos. Utilizan procedimientos rudimentarios y laboriosos, se esperaría otro tipo de aproximación más efectivo y menos simple, por ejemplo en un problema de cálculo de áreas recurren con mayor frecuencia al conteo para determinar o verificar la parte sombreada.

Se observó que procedimientos aplicables a un conjunto de problemas solo los usaban en algunos de ellos y abordaban de distinta manera preguntas susceptibles de ser resueltas usando dicho procedimiento. Es decir, la aplicabilidad de estrategias es parcial, no se advierte el desarrollo de estrategias generales para la resolución de problemas, también se observó deficiente dominio conceptual, a pesar del énfasis que se expresa en la propuesta curricular sobre el desarrollo de la noción de porcentaje.

Coincidiendo con la literatura se obtuvieron mayores aciertos en problemas que se solicita obtener el A por ciento de B tanto en situaciones numéricas como en problemas de enunciado verbal, que los que demandan determinar qué porcentaje de A es B , lo que acusa falta de reversibilidad; la diferencia resultó más marcada en este trabajo con un 17% que representa la mitad de lo obtenido en los estudios de Wiebe.

A diferencia de lo señalado por Wiebe quien encontró que los problemas meramente numéricos son más difíciles que los planteados en el contexto de un problema, los resultados obtenidos en esta tesis son en sentido contrario, se esperaría un mejor desempeño de la muestra dado que el acercamiento de planes y programas de estudio se propone abordar el tema vía resolución de problemas.

En los procesos de solución de los problemas que conformaron el instrumento aplicado se identificaron 15 tipos de error siendo dominantes: plantear operaciones inadecuadas; respuestas erróneas sin justificar y sin procedimiento; equívocos al trabajar con decimales, lo que muestra la falta de claridad conceptual y en los procedimientos a emplear, el hecho de resolver problemas como sinónimo de efectuar una operación, la conversión de porcentajes como un hecho mecánico de agregar el punto decimal al principio de la cantidad sin importar el número de cifras que tenga o agregar punto decimal al resultado de la operación y fallas para trabajar con decimales, eludiéndolos, eliminándolos al resultado del procedimiento aplicado.

Se observa una desarticulación en las diferentes representaciones de los porcentajes ya que se les dificulta hacer el tránsito de la información expresada en una tabla a una representación gráfica, se abordan estas situaciones como independientes.

Se advierte un aprendizaje ciego y memorístico y sin comprensión de las conversiones de números expresados con decimales y mayores a cien. Los alumnos tuvieron mayor dificultad para la conversión de fracciones a porcentajes que para convertir porcentajes en decimales.

Se observó que expresar cantidades en decimales o hacer referencia a porcentajes mayores a cien dificulta la interpretación del problema, por ejemplo para algunos alumnos la representación de porcentajes mayores a cien resulta imposible y para otros el manejo de decimales los lleva a considerar (enteros y decimales de una misma cantidad) como números independientes.

Conviene destacar que dentro de las respuestas incorrectas se observaron problemas de operatividad, es decir el planteamiento del procedimiento es adecuado, pero al efectuar las operaciones se cometen errores al multiplicar, dividir, sumar o al recorrer el punto decimal.

Se logró una clasificación de errores que incluyen otros no contemplados en la literatura revisada y que resultó adecuada para analizar las respuestas de los alumnos.

Los alumnos incurren en errores en los que se pone de manifiesto su carencia de estrategias y de procedimientos lógicos para abordar los problemas, realizan operaciones sin sentido, denominados en la literatura errores de impulsividad, sin importarles el tipo de resultados que les arroja y plantear como respuesta una de las cantidades planteadas en el enunciado, lo que hace evidente su falta de habilidad en la resolución de problemas.

El haber realizado el análisis mediante los bloques permitió conocer cómo los alumnos abordan problemas similares que demandan habilidades y destrezas

distintas, qué procedimientos y estrategias ponen en juego y el tipo de fallas y deficiencias que tienen para resolver los problemas.

Es insatisfactorio el desempeño de alumnos egresados de primaria, parecería que no están en condiciones de actuar en sociedad de manera adecuada, al no haber desarrollado las habilidades que les permitan resolver problemas a los que se enfrenta en la vida cotidiana y posiblemente será más fácilmente engañado por la información que se proporciona en diferentes medios, al realizar sus compras, y al administrar sus finanzas.

A partir del desarrollo de este trabajo se derivan, entre otras, las siguientes recomendaciones:

- Se requiere realizar entrevistas para tener mayor conocimiento sobre el dominio de los alumnos de la interconexión del tema de porcentajes en sus diferentes representaciones.
- Aplicar el instrumento a una población mayor, a una muestra aleatoria y representativa, de manera que los resultados se puedan generalizar estadísticamente.
- Realizar estudios donde se consideren más ampliamente las situaciones o aspectos considerados en los bloques que integran el instrumento aplicado en este trabajo.
- Se pueden tomar en cuenta los resultados de este trabajo para tomar medidas remediales en los errores en que incurren los alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y HEMEROGRÁFICAS

- BAZÁN, A. y Chalini, A. (2004). *Estrategias en la resolución de problemas de matemáticas utilizadas por alumnos de tercero de secundaria en el Distrito Federal*. Universidad Pedagógica Nacional. México.
- DAVIS, R. (1984). *Learning Mathematics. The cognitive Science Approach to Mathematics Education*. Australia. Croom Helm.
- ERICKSON, D. (1990). *Activities Percentages and Cuisenaire Rods*. The Mathematics Teacher. November Vol. 8. Pp. 648-654.
- ESTELEY, C. y Villarreal, M. (1990). *Categorización de errores en Matemática*. Revista de Educación Matemática XIII. San Luis.
- _____ (1992). *Análisis y Categorización de errores en Matemática*. Revista de Educación Matemática XV. Tandil.
- _____ (1996). *Análisis y Categorización de errores en Matemáticas*. Revista de Educación Matemática. Vol. 1. No. 1. Pp. 16-35. Universidad de Córdoba, Córdoba.
- KILPATRICK, J y otros (1995). *Educación Matemática*. México: Grupo editorial Iberoamericana.
- MCGIVNEY, R. (1988). *Is- of, a Mnemonic for Percentages Problems*. The Mathematics Teacher. October Vol. 7. Pp. 455-456.
- MOVSHOVITZ-HAIDAR, N. (1987). *An empirical classification model for errors in high school mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 18. No. 1. Pp. 3- 14.
- MULHERN, G. (1989). *Between the ears: Making inferences about internal processes*. En Greer, B. & Mulhern, G (Eds.). *New Directions in Mathematics Educations*. Londres Rotledge.
- RADATZ, H. (1980). *Student's Errors in the Mathematics Learning Process: A Survey*. For the Learning of Mathematics. Vol. 1 (1) Pp. 83-90.
- SEP (1996), Matemáticas. Quinto grado. *Libro para el maestro*. México: CNLTG.
- SEP (1996), Matemáticas. Quinto grado. *Libro para el maestro*. México: CNLTG.
- SEP (1998), *Matemáticas. Quinto grado*. México: CNLTG, 3ª reimpresión.
- SEP (1998), *Matemáticas. Sexto grado*. México: CNLTG, 3ª reimpresión.
- SEP (1993), *Plan y programas de estudio. Educación Básica Primaria*. México.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUINZEN, M (2003). *El uso didáctico en la Educación Matemática Realista: ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje*. En *Educational Studies in Mathematics*. Springer.

VENEZKY, R. (1988). *Different Levels of Ability in Solving Mathematical Word Problems*. Journal of Mathematical Behavior. Vol. 7. Pp. 111-134.

WIEBE, J. (1986). *Manipulating Percentages*. The Mathematics Teacher. January vol. 1. Pp. 23-26.

ZEISEL, H. (1974). *Dígalo con números*. México: FCE.

SITIOS CONSULTADOS

<http://www.inee.edu.mx>

<http://www.miayudante.upn.mx>

<http://www.enlace.sep.gob.mx>

ANEXOS

2. Calcula los siguientes porcentajes

a) El 28% de \$150

b) El 110% de \$300

c) El 60.5% de 36m

3. Halla el número en cada caso

a) Nueve es el 12.5%, ¿de qué número?

b) Cuarenta es el 20%, ¿de qué número?

c) Doscientos es el 130%, ¿de qué número?

4. Calcula los siguientes porcentajes

a) ¿Qué tanto por ciento es 18 de 60?

b) ¿Qué tanto por ciento es 20 de 36?

c) ¿Qué tanto por ciento es 80 de 50?

5. Cada renglón de la siguiente tabla contiene expresiones que son equivalentes. Anota los datos que hacen falta

50 por ciento	50%	$\frac{50}{100}$	0.5
	5%		0.05
		$\frac{45}{100}$	
			0.75
20 por ciento			0.20

6. Resuelve los siguientes problemas

- Si hoy han faltado a clase por enfermedad el 20% de los 30 alumnos/as, ¿cuántos alumnos/as han asistido?, ¿Cuántos alumnos/as han faltado?
- Había ahorrado el dinero suficiente para comprarme una grabadora que costaba \$469.00. Cuando llegué a la tienda, esta tenía una rebaja del 20%. ¿Cuánto tuve que pagar por ella? ¿Cuánto me ahorre?
- En el mes de enero rebajaron en un 10% un artículo que costaba \$520.00. En febrero lo rebajaron otro 15%, y en marzo, un 15% más. ¿Cuál fue su precio después de estas tres rebajas?
- Una calculadora costaba \$250.00, y le aumentaron un 35%. ¿Cuál será su nuevo precio?

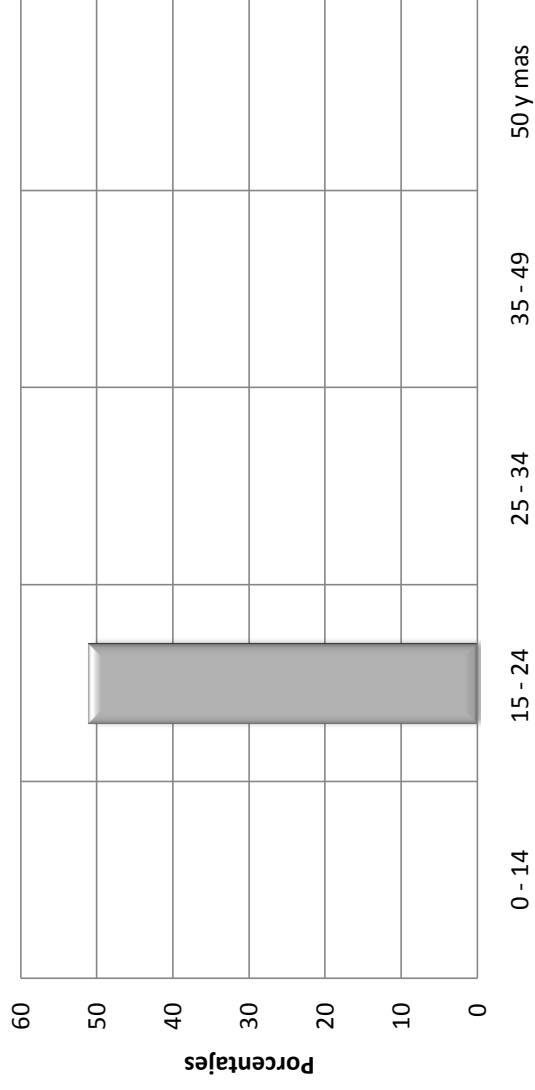
e) Otro artículo, que estaba rebajado un 15%, nos costó \$ 32500. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

7. En México se realizó un estudio para conocer el grado de emigración de la población, uno de los objetivos de este estudio fue conocer el intervalo de edad de la población con mayor porcentaje de emigración, así también, saber hacia dónde van.

Si consideramos que la población encuestada fueron 2000 personas, completa la información faltante en la siguiente tabla y gráfica los datos que hagan falta.

Intervalos de edad	No. De personas	% de personas
50 y mas		4%
35 - 49	260	
25 - 34	520	26%
15 - 24		51%
0 - 14	120	

Distribución porcentual de la población migrante

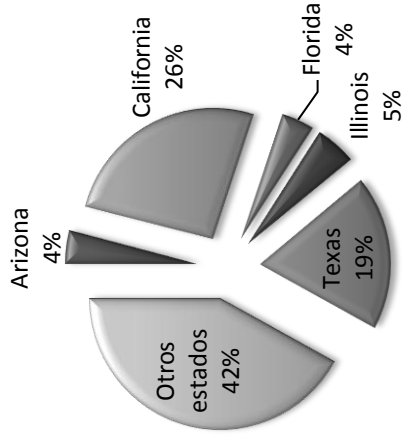


8. ¿A dónde se van?

Muchos de los mexicanos que se van a vivir a otro país, tienen como destino Los Estados Unidos de América. Cuando los mexicanos se establecen allá, lo hacen principalmente en:

Mexicanos que se van a vivir a Estados Unidos de

América



Observa la gráfica anterior y contesta lo siguiente:

- Si el total de la población encuestada fueron 2000, ¿Cuántas personas se establecen en Texas?
- Si sumamos los porcentajes de las personas que se establecen en Arizona, Florida e Illinois, ¿Cuál es el total de personas que vive en esos estados?

9. Plantea un problema al que te hayas enfrentado o creas que sea necesario el uso de los porcentajes.

Anexo 3: Tabla de procedimientos empleados por los alumnos en la resolución de los problemas del instrumento

	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	3c	4a	4b	4c	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7a	7b	8a	8b	9
1	P4	P4	P1	P1	E13	P8	P8	NC	E4	NC	NC	P1	P5	P5	P1	P1	P1	P1	E12	P12	E7	P12	E7	NC	NC	NC
2	E9	P4	P2	P5	E4	P2	P5	P2	P2	P2	P2	E8	E5	NC	E5	P5	E4*	E11*	P2*	E5	P4	E5	P4	P5	P5	NC
3	E1	E13	E4	NC	NC	E4	E4	NC	NC	NC	NC	E5	NC	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
4	P4	P4	NC	NC	NC	E8	E8	E8	P5	E5	E5	NC	NC	NC	NC	NC	E14	NC	E12	E5	NC	E5	NC	E12	NC	E15
5	P4	P4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
6	P4	P4	P1*	E13	P1*	E4	P5	E4	E5	E5	E5	P1	E5	E4	E4	P1	P1	P1*	E12	E5	E7	E5	E5	E5	P13	
7	P4	P4	NC	NC	NC	E4	E4	E4	E4	E4	E4	E8	E8	E5	E5	E4	E4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
8	E2	E13	NC	NC	NC	P8	P8	NC	E5	NC	E5	E8	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	E10	NC	E5	NC	NC	NC
9	P4	P4	NC	NC	NC	E8	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
10	P4	E13	E5	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P1	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
11	E2	E13	NC	NC	NC	NC	NC	NC	E5	E5	E5	NC	E5	E5	E4	E4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	E16	E16	E15
12	E1	P4	P1	E13	P1	E4	E4	E4	E4	E4	E4	P1	E5	E5	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
13	E2	E13	NC	NC	NC	NC	E13	NC	NC	NC	NC	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	E5	NC	NC	NC	E5	E5	E15
14	E9	E3	E11*E13	E11*	E11*	NC	E14	NC	NC	NC	NC	E8	E5	E5	E5	P2	E4	E11*	E12	E5	NC	NC	E5	E5	E5	NC
15	P4	P4	P1	E13	P1*	NC	NC	NC	E5	E5	E5	P1	E8	E5	NC	P1	P1*	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
16	E9	P4	E4	NC	NC	NC	P5	NC	NC	NC	NC	E13	E8	E5	NC	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
17	E2	E13	P2	NC	P2	E4	P3	NC	E12	E12	E12	E8	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
18	E2	E3	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P11*	E4	NC	NC	E7	NC	NC	NC	NC	NC
19	E9	NC	P1	E13	E4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P1	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P13
20	P4	E13	P1	E13	P1*	NC	NC	NC	E5	E5	E5	P1	E5	E4	NC	P1	P1*	P1*	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
21	P4	P4	NC	NC	NC	P8	P8	NC	E4	E4	E4	E8	E5	E5	E5	P2	E11*	P2*	E12	E5	E10	NC	NC	NC	NC	NC
22	E2	E3	P1	E13	P1*	P8	P5	NC	NC	NC	NC	P1	P5	NC	E4	P1	P1	P1	E12	E14	E10	E14	E10	P1	P1	E15
23	P4	P4	E11*	E11*	E11*	E4	E5	NC	E4	E5	E5	NC	NC	NC	E5	E11*	E11*	E11*	E12	E4	E7	E4	E4	E4	NC	NC
24	P4	P4	P1*	E13	E13	P2	E12	E5	P6	E5	E5	P1	E5	P5	P1	P1	P1	P1	E12	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
25	P9	P9	P1	P10	E4	E4	P8	E4	E4	E5	E5	E8	E5	P5	E4	P1	P1	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
26	P4	P4	P1	E13	E4	NC	NC	NC	E4	E4	E4	E8	E4	E4	E4	E4	E4	P1	E12	NC	NC	NC	P1	P1	E12	NC
27	P4	P9	P2*	P2*	P2	E12	E12	E12	P2	P2*	P2	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
28	P4	P4	P11	P11	E13	E4	NC	NC	NC	NC	NC	E8	E5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
29	P4	P4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P1	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	P1	E4	P13
30	E1	E13	P1*	E13	P1	NC	E5	E5	P5	E5	E5	P1	E5	E5	E4	P1	P1	NC	E12	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC

