

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Licenciatura en Psicología Educativa



Problemas de estructura aditiva (adición) con niños de tercer grado de primaria de una escuela pública del estado de México: un programa de intervención psicopedagógico.

Tesis que para obtener el título de:  
Licenciada en Psicología Educativa

PRESENTAN:

Karina Barrios Segundo  
Nancy Beatriz Gallegos

Dra. Cristianne Butto Zarzar, *asesora de tesis*

MÉXICO D.F, FEBRERO 2012

## AGRADECIMIENTOS

**\*KARINA\***

### **A Dios**

Gracias por el hermoso don de la vida, por darme a esta familia, por haber hecho que conociera a todos esos buenos amigos, gracias por haberme ayudado a lograr este sueño y sobre todo por darme la fuerza para seguir adelante.

### **A mi hermano**

Gracias hermanito por hacer mis días más alegres con tus ocurrencias y por darme siempre tu apoyo y amor.

### **A mis amigos**

Gracias queridos amigos; Abraham, Jaque, Sandy, Anel, Nancy, Omar, Bety y Adriana por alegrarse con mis éxitos y estar conmigo en los momentos más difíciles, los quiero.

### **A mis asesora**

Por guiarme para lograr este sueño, mil gracias.

### **A mis padres**

Con la mayor gratitud por toda una vida de sacrificios y esfuerzos

A mi **Madre** que es el regalo más bello que Dios me ha dado y por estar siempre conmigo aconsejándome y apoyándome.

A mi **Padre** por ser mi mayor ejemplo de perseverancia y esfuerzo, gracias por enseñarme que no hay sueño inalcanzable.

Gracias a ambos por el inagotable e incondicional amor que siempre me han dado, este logro sin duda se los dedico a ustedes, los amo.

### **A mis familiares**

Gracias a todos por hacer mi vida más hermosa, por apoyarme y alentarme siempre a seguir adelante.

**GRACIAS A TODOS POR SIEMPRE CREER EN MI**

## AGRADECIMIENTOS

**\*NANCY\***

Hoy eh culminado una hermosa etapa más en mi vida, me siento satisfecha y agradecida por todo el aprendizaje, por la experiencia y sobre todo por la gran ayuda que recibí durante este proceso de seres tan especiales, que con la finalidad de verme crecer estuvieron pendientes de mí aconsejándome, escuchándome y brindándome su tiempo, es por ello que hoy no me queda más que decirles **GRACIAS**.

Gracias a **DIOS**, por regalarme la vida y rodearme de una familia extraordinaria.

Gracias a mi **PADRE**, por consentirme, por educarme con amor y sobre todo por todo el esfuerzo que hace día con día para que tenga una mejor vida.

Gracias **MADRE**, por ser un gran ejemplo de vida, por fortalecerme en mis caídas.

Gracias **HERMANO**, porque tus ideas lograron transformar mis días, tu confianza, tu respeto y sobre todo por el cariño que me brindas.

Gracias **MINE**, por enseñarme que la vida es un regalo que debe disfrutarse minuto a minuto y que todos los días son buenos momentos para decir: *lo puedo hacer*

Gracias a todos mis **AMIG@S**, por ser una parte esencial en mi vida, sus consejos, su apoyo incondicional. Gracias Rosita, Anel, Sara, Karina, Armando y Rafael.

Gracias a todos mis **PROFESORES**, por su enseñanza que me dieron desde que ingrese al preescolar hasta la Universidad, sus valores y los grandes ejemplos que hasta el día hoy siguen siendo útiles para mi vida.

Gracias a mi **ASESORA CRISTIANNE**, por todo el compromiso y profesionalismo que me regalo para que este trabajo fuera posible.

**MUCHAS GRACIAS A TODOS, LOS QUIERO MUCHO.**

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	9
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	10
<b>Capítulo I. DELIMITACIÓN DEL TEMA</b> .....	13
1.1 Planteamiento del problema.....	13
1.1.1 Pregunta de investigación.....	15
1.2 Justificación.....	15
1.3 Objetivos.....	16
<b>Capítulo II. SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL INDO-ARÁBIGO</b> .....	17
2.1 Evolución del Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	17
2.2 Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	18
2.3 Proceso de enseñanza-aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	20
<b>Capítulo III. PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA</b> .....	25
3.1 Problemas de Estructura Aditiva.....	25
3.2 Los problemas de Estructura Aditiva en los diferentes modelos matemáticos.....	27
3.2.1 Modelos lineales.....	28
3.2.2 Modelos cardinales.....	28
3.2.3 Modelos de medida.....	29
3.2.4 Modelos funcionales.....	30
3.2.4.1 Tipos de problemas del modelo funcional.....	31
3.3 Campo conceptual de la suma según Vergnaud.....	34
3.3.1 Tipos de problemas de suma.....	34
3.4 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la suma.....	38
3.4.1 Dificultades asociadas a los problemas de suma.....	40
<b>Capítulo IV. LA TEORÍA SOCIO-CULTURAL Y LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO</b> .....	41
4.1 Fundamentos teóricos y metodológicos del paradigma socio-cultural.....	41
4.2 La actividad mediadora según Vigotsky.....	43

4.2.1 La mediación material/psicológica.....	44
4.2.2 La mediación social.....	44
4.3 La Zona de Desarrollo Próximo.....	46
4.4 Relación aprendizaje-desarrollo.....	48
<b>Capítulo V. MÉTODO.....</b>	<b>51</b>
5.1 Tipo de estudio.....	51
5.2 Muestra.....	52
5.3 Escenario.....	53
5.4 Etapas del estudio.....	53
5.4.1 Descripción de las etapas.....	54
5.5 Instrumentos.....	56
5.5.1 Instrumentos para la primera etapa.....	57
5.5.1.1 Aplicación del instrumento.....	58
5.5.1.2 Propuesta de análisis de los datos.....	59
5.5.2 Instrumento para la segunda etapa.....	59
5.5.2.1 Aplicación del programa de intervención.....	59
5.5.2.2 Propuesta de análisis de los datos.....	60
5.5.3 Instrumentos para la tercera etapa.....	60
5.5.3.1 Aplicación del instrumento.....	60
5.5.3.2 Propuesta de análisis de tos datos.....	60
5.6 Consideraciones del estudio piloto para el estudio principal.....	61
<b>Capítulo VI. RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO INICIAL DE SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROBLEMAS DE ADICIÓN SEGUIDA DE ENTREVISTA CLÍNICA.....</b>	<b>63</b>
6.1 Resultados del cuestionario de Sistema de Numeración Decimal indo-arábigo.....	63
6.2 Entrevistas clínicas individuales.....	70
6.2.1 Resultado de la entrevistas clínicas individuales de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	71
6.3 Resultados del cuestionario de adición.....	77
6.3.1 Resultados de las entrevistas clínicas individuales de adición.....	84

<b>Capítulo VII. RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA DEL ESTUDIO: PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICO.....</b>	<b>89</b>
7.1 Descripción del programa de intervención psicopedagógico.....	89
7.2 Aplicación del programa de intervención.....	90
7.3 Resultados de las actividades de adición.....	91
7.4 Resultados de las actividades de Sistema de Numeración Decimal indo-arábigo.....	95
<b>Capítulo VIII. RESULTADOS DE LA TERCERA PARTE DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO FINAL SOBRE EL MODELO FUNCIONAL EN LA SUB-CATEGORÍA DE COMPARACIÓN.....</b>	<b>98</b>
8.1 Resultados del cuestionario final de adición.....	98
8.2 Resultados del cuestionario final del Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo...	103
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>108</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>118</b>
<b>Tablas</b>	
Tabla no. 1 Representación de acuerdo al valor posicional.....	19
Tabla no. 2 Propuesta de cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	57
Tabla no. 3 Propuesta de cuestionario inicial de Estructura Aditiva (suma).....	58
Tabla no. 4 Cronograma de la aplicación de los cuestionarios iniciales.....	58
Figura no.5 Cronograma de la aplicación de la entrevista clínica.....	59
Figura no.6 Cronograma de la aplicación del programa de intervención psicopedagógico.	
Figura no.7 Cronograma de la aplicación del cuestionario final.....	60
<b>Figuras</b>	
Figura no. 1 Ejemplificación en la magnitud de los objetos I.....	26
Figura no. 2 Ejemplificación en la magnitud de los objetos II.....	26

Figura no. 3 Representación del modelo lineal.....	28
Figura no. 4 Representación del modelo cardinal.....	28
Figura no. 5 Representación del modelo de medida.....	29
Figura no. 6 Representación del modelo de medida.....	29
Figura no. 7 Representación del modelo funcional.....	30
Figura no. 8 Representación de la suma.....	30
Figura no. 9 Sub-tipos de problemas de cambio.....	31
Figura no. 10 Sub-tipos de problemas de combinación.....	32
Figura no. 11 Sub-tipos de problemas de comparación.....	33
Figura no. 12 Sub-tipos de problemas de igualación.....	33
Figura no. 13 Interaccionismo dialéctico según la teoría socio-cultural.....	42
Figura no. 14 La Zona de Desarrollo Próximo.....	47
Figura no. 15 Nivel de logro alto.....	64
Figura no. 16 Nivel de logro medio.....	64
Figura no. 17 Nivel de logro inicial.....	65
Figura no. 18 Omisión de dígitos.....	65
Figura no. 19 Notación compactada.....	66
Figura no. 20 Notación convencional.....	66
Figura no. 21 Gráfica del conteo.....	67
Figura no. 22 Gráfica del dictado de números.....	67
Figura no. 23 Gráfica de la escritura de números.....	68
Figura no. 24 Gráfica de antecesor y sucesor.....	69
Figura no. 25 Gráfica nivel de logro.....	69
Figura no. 26 Gráfica estrategias de resolución.....	70
Figura no. 27 Entrevista clínica nivel de logro alto.....	71
Figura no. 28 Entrevista clínica nivel de logro medio.....	73
Figura no. 29 Entrevista clínica nivel de logro inicial.....	74
Figura no. 30 Nivel de logro alto en Estructura Aditiva.....	77
Figura no. 31 Nivel de logro medio en Estructura Aditiva.....	78
Figura no. 32 Nivel de logro inicial en Estructura Aditiva.....	78
Figura no. 33 Algoritmo.....	79
Figura no. 34 Cálculo mental.....	79
Figura no. 35 Dibujos.....	80
Figura no. 36 Gráfica comparativa.....	80

Figura no. 37 Gráfica nivel de logro.....	81
Figura no. 38 Gráfica soporte de representación.....	82
Figura no. 39 Gráfica tipo de operación.....	83
Figura no. 40 Entrevista clínica nivel de logro alto en Estructura Aditiva.....	84
Figura no. 41 Entrevista clínica nivel de logro medio en Estructura Aditiva.....	85
Figura no. 42 Entrevista clínica nivel de logro inicial en Estructura Aditiva.....	86
Figura no. 43 Nivel alto en el programa de intervención en Estructura Aditiva.....	91
Figura no. 44 Nivel medio en el programa de intervención en Estructura Aditiva.....	92
Figura no. 45 Nivel inicial en el programa de intervención en Estructura Aditiva.....	93
Figura no. 46 Nivel alto en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	95
Figura no.47 Nivel medio en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	96
Figura no. 48 Nivel inicial en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	96
Figura no. 49 Nivel alto en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	99
Figura no. 50 Comparación del nivel alto.....	99
Figura no. 51 Nivel medio en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	100
Figura no. 52 Comparación del nivel medio.....	100
Figura no. 53 Nivel inicial en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	101
Figura no. 54 Comparación del nivel inicial.....	101
Figura no. 55 Gráfica nivel de logro.....	102
Figura no. 56 Gráfica comparación de nivel de logro.....	102
Figura no. 57 Gráfica nivel de logro.....	104
Figura no. 58 Nivel alto de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	105
Figura no. 59 Nivel medio de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	105
Figura no. 60 Nivel inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	106
Figura no. 61 Gráfica de comparación.....	106



## RESUMEN

El presente trabajo tuvo como principal objetivo diseñar, aplicar y evaluar la implementación de un programa de intervención psicopedagógico para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de los problemas de estructura aditiva específicamente con la suma, tomando en cuenta los conocimientos previos de los niños, las formas en como resuelven los ejercicios y las dificultades que presentan cuando se enfrentan a diferentes tipos de problemas de suma.

La investigación se realizó con un grupo de tercer grado de primaria en una escuela pública del Estado de México con edades variando entre los 8 y 9 años de edad. El estudio se llevó a cabo en tres etapas : la primera fue la aplicación de un cuestionario inicial seguido de entrevista clínica piagetiana, la segunda consistió en diseñar y aplicar un programa de intervención psicopedagógico y la tercer etapa radicó en aplicar un cuestionario para comparar los resultados obtenidos en la primera etapa. Los datos recabados se analizaron bajo un enfoque cualitativo registrando anecdóticamente los sucesos que ocurrían durante la aplicación de los instrumentos.

Las conclusiones obtenidas en este trabajo remarcan la importancia de guiar a los alumnos con diferentes estrategias que ayuden a su proceso de aprendizaje para resolver problemas diversos con suma, pues es un tema que involucra no solo el uso de números sino también de signos, de observar el contexto en el que se desarrolla y las herramientas que puede tener al alcance llámese humana o material.

**PALABRAS CLAVE:** Problemas de estructura aditiva, Programa de intervención psicopedagógico.

## INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son para México y el mundo una asignatura primordial existente en los sistemas educativos que con el paso de los años se ha ido transformando los modos de enseñarla así como las herramientas necesarias para complementar su aprendizaje.

En estas enseñanzas podemos abordar la clásica memorización de números y signos que sólo es una reproducción tal cual de las cosas sin necesidad de razonar lo que se nos pide sin embargo, las exigencias sociales y las constantes innovaciones tecnológicas demandan que los alumnos no sólo sean receptores de información sino también sean capaces de razonar, indagar y cuestionar lo que aprenden. Lo cual hace que todo sistema educativo pueda transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje en proponer actividades más atractivas, dinámicas y hasta intelectuales que vayan vinculadas al contexto social y al desarrollo de la vida diaria de los alumnos.

Actualmente las Matemáticas en nuestro país a nivel primaria, es una de las áreas con más bajos índices de aprobación tal como lo muestran las diferentes pruebas de rendimiento académico, como son la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (*ENLACE*) y los Exámenes de Calidad y Logro Educativos (*EXCALE*).

El objetivo de estas pruebas realizadas en nuestro país desde hace ya algunos años es de obtener información diagnóstica del nivel de logro académico que los alumnos han adquirido en temas y contenidos vinculados con los planes y programas de estudio vigentes.

Por ejemplo, en la prueba ENLACE según fuentes del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (*INEGI*) en el 2010 el 17.7% de los alumnos tiene calificación baja en el área de matemáticas, de igual manera en EXCALE el nivel de logro bajo se presenta en el área de matemáticas.

En este contexto, nuestro trabajo se centró en un solo contenido que se trabaja en los niveles de la educación primaria y son los problemas de estructura aditiva pues representan una de las mayores dificultades que enfrentan los alumnos al menos en los tres primeros ciclos escolares. Esto se ve reflejado en varios aspectos de tipo conceptual (razonamiento matemático), procedimental (algoritmo y cuenta) y su relación con la

adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal, que deben ser tomados en cuenta al momento de enseñarse.

Por lo anterior expuesto, se considera que el tema es de gran relevancia, si bien es una materia a la que en el aula se le dedican un número de horas mayor que a otras materias, como son ciencias naturales o historia, esto no ha logrado que los niños tengan un aprendizaje significativo o una mejoría en dicho contenido.

Para dar más sustento a la investigación hemos elaborado 8 capítulos los cuales se distribuyen de la siguiente manera:

En el capítulo uno se aborda la delimitación del problema, su justificación y los objetivos propuestos a alcanzar con esta investigación.

En el capítulo dos: *Sistema de numeración decimal indo- arábigo*; trata sobre la evolución del sistema, el aprendizaje del mismo, su relación con la aritmética y el algoritmo.

En el capítulo tres: *Problemas de estructura aditiva* , se abordan los problemas de estructura aditiva, el concepto de modelo matemático, los tipos y subtipos de problemas de acuerdo a los diferentes modelos, así como el proceso de adquisición de dichos problemas.

El capítulo cuatro: se aborda la teoría socio cultural de Vigotsky y el constructo de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

El capítulo cinco: *Método* se describe el tipo y corte del estudio que se utilizó, así como la población participante y el escenario. Posteriormente, se describen las etapas del estudio y los instrumentos de investigación utilizados en cada una de las etapas, incluyendo, la descripción, aplicación de los instrumentos y propuesta de análisis de los datos. Finalmente, se hacen consideraciones del estudio piloto para el estudio principal.

En el capítulo seis: *Resultados de la primera parte del estudio*, se revisa lo que es el cuestionario inicial seguido de entrevista clínica individual; reporta los resultados del cuestionario inicial referente a los problemas de estructura aditiva explorando el modelo

funcional, así como el análisis de las entrevistas clínicas individuales aplicadas. También se muestran los resultados obtenidos en el cuestionario de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.

El capítulo siete: *Resultados de la segunda etapa del estudio: Programa de intervención*; contiene el análisis de los resultados de la aplicación del programa de intervención referente a problemas de estructura aditiva en el modelo funcional con el tipo de problemas de comparación y el sistema de numeración decimal indo-arábigo.

El capítulo ocho: *Resultados de la tercera etapa del estudio: cuestionario final sobre el modelo funcional en la sub-categoría de comparación y sistema de numeración decimal indo-arábigo*; se presentan los resultados del cuestionario y un comparativo entre las respuestas dadas en el cuestionario inicial y las del cuestionario final.

Finalmente se muestran las conclusiones a las que se llegaron por medio de este estudio.

# Capítulo I

## DELIMITACIÓN DEL TEMA

### 1.1 Planteamiento del problema

Las matemáticas son un producto del quehacer humano social y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas. Los números, por ejemplo, nacieron de la necesidad de contar y de entender lo que rodeaba al ser humano, mismo que se fue desarrollando durante largo tiempo en diversas culturas.

Gracias al apoyo en actividades que tienen los alumnos se van conformando experiencias concretas que obtienen a través de la interacción con otros y les permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen no sólo en matemáticas sino también en cualquier situación cotidiana. Mismas que le ayudarán a generar capacidades para la comprensión y entendimiento de esta asignatura.

En la actualidad con las nuevas reformas realizadas a cada uno de los niveles básicos, sobre todo en el nivel primaria, se hace énfasis en el tipo de aprendizaje que los alumnos deberían de adquirir al concluir esta etapa escolar basándose en tres competencias: saber, saber hacer y saber ser (SEP, 2009).

La finalidad de la Educación Básica en México es promover a través de competencias<sup>1</sup> el desarrollo integral de los alumnos, proporcionándoles conocimientos, habilidades, aspectos afectivos, sociales y emocionales, fomentando valores, la creatividad y la imaginación (SEP, 2009).

Por otra parte, la comunidad que recibe estas reformas no deja de “etiquetar” a las asignaturas, por ejemplo, las matemáticas tienen fama de que “sólo los inteligentes saben y entienden eso” y “son inteligentes porque sacan 10 de calificación”, o que las matemáticas son “muy aburridas”, que son “difíciles” sin embargo, las matemáticas viven a nuestro alrededor, en las cosas más simples y cotidianas que vivimos día con día. Por ello como lo señala Maza (1989), es recomendable generar una enseñanza activa, dinámica, ejemplificadora y sobre todo crear en el alumno un gusto por las matemáticas.

---

<sup>1</sup>La palabra *competencia* se define dentro de los Planes y Programas de Estudio de la SEP (2009), como las capacidades de poner en operación los diferentes conocimientos, habilidades y valores de manera integral en las diferentes interacciones que tienen los seres humanos para la vida en el ámbito personal, social y laboral.

Como se mencionaba en los párrafos anteriores, hablar de Matemática es amplio y cada contenido tiene un grado de dificultad de acuerdo al año (1°,2°,3°,4°,5° y 6°). En esta investigación sólo se abordará tercer grado y nos enfocaremos sólo con los problemas de estructura aditiva.

Pues con el reporte que tuvimos en el pilotaje descubrimos que los niños a pesar de haber cursado primero y segundo grado la mayoría tienen dificultades a la hora de resolver operaciones, pues para poder hacerlo necesitan haber aprendido las reglas del sistema de numeración decimal y comprender la relación que tienen esas reglas con el algoritmo. Así mismo, si el concepto de suma se enseña sin tomar en cuenta el contexto del problema al que se va a aplicar la operación, es decir, sin tomar en cuenta el modelo matemático, su adquisición se hace más difícil y confusa, al momento de no encontrar las palabras “clave” del problema a resolver, tales como “más” si es suma y “menos” si es resta.

En respuesta a señalamientos como los anteriores, se han realizado diversos estudios para investigar el aprendizaje de los problemas de estructura aditiva, por ejemplo: *Adquisición del sistema de numeración decimal un problema didáctico*, Lerner (1995); *Problemas de estructura aditiva*, Vergnaud (1985); Vergnaud, (2003). *El niño, las Matemáticas y la Realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*; Cantero, Hidalgo, Merayo, Riesco, Francisco, Sanz y Vega (2003): *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria*. Lerner y Sadovsky, (1994). *El sistema de numeración decimal: un problema didáctico de las matemáticas*.

Cada una de estas investigaciones pone de manifiesto el importante papel que el guía o profesor puede hacer para que los contenidos matemáticos sean aprendidos de manera que nos sean “tediosas” y “aburridas”. También de motivar a los alumnos y despertar en ellos un interés y un gusto por seguir aprendiendo los contenidos matemáticos.

Retomando lo anterior se plantearán las preguntas que nos sirvieron de eje en esta investigación.

### 1.1.1 Preguntas de investigación

- ¿Cuáles son las reglas intuitivas que los niños elaboran para resolver los problemas de estructura aditiva (adición)?
- ¿Un programa de intervención psicopedagógico preventivo puede ayudar a mejorar el rendimiento de los estudiantes de 3<sup>o</sup> grado de primaria en lo que respecta a los problemas de estructura aditiva (adición)?
- ¿Será que mejora el aprendizaje del concepto de adición después de un programa de intervención psicopedagógico?

### 1.2 Justificación

Diversos estudios han reportado las dificultades que presentan los niños en el aprendizaje del número. Castro, Rico y Castro (1995), realizaron estudios sobre los distintos contextos del número y Vergnaud (1994), considera que la adquisición del concepto de número se encuentra vinculada a nociones de equivalencia y orden. Mientras tanto, otros estudios se han centrado en el Sistema de Numeración Decimal tal como lo realizó Lerner, Sadovsky y Wolman (1994), en el apartado de “Sistema de Numeración decimal un problema didáctico” explican que los niños elaboran sus propias hipótesis en el proceso de adquisición de dicho sistema que se encuentra vinculado a la resolución de problemas de estructura aditiva. Con respecto a la resolución de problemas existen diferentes estudios que proponen el manejo de la información empleada por el niño, trabajos como los de Díaz (2005), que considera la idea de que para comprender el proceso de resolución de problemas es necesario identificar las estrategias de resolución, el manejo y representación de la información y el nivel de desarrollo del niño.

Las dificultades que los niños presentan en la resolución de problemas de suma y resta involucra el conocimiento sobre los conceptos, las estrategias que utilizan para su resolución y la representación que realizan del problema, por lo que se considero necesario llevar a cabo un estudio en el que se reflexionara sobre la relación entre el conocimiento sobre estos conceptos y la resolución de problemas de estructura aditiva.

El objetivo principal de este trabajo fue: diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención vinculado a un tratamiento didáctico- matemático para el aprendizaje de los problemas de suma con respecto a los problemas de tipo comparativo.

Por lo antes expuesto, se considera que el tema es de relevancia social, ya que hay un problema generalizado en México con respecto a los contenidos matemáticos, si bien es una materia a la que en el aula se le dedican un número de horas mayor que a otras materias como son ciencias naturales o historia, esto no ha logrado que los niños tengan un aprendizaje significativo o una mejora en dicho contenido.

### **1.3 Objetivos**

- Identificar las reglas intuitivas que los niños de 3° grado de primaria utilizan para resolver los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva (adición).
- Diseñar y aplicar un programa de intervención psicopedagógico que contemple tanto aspectos matemáticos como cognitivos en el modelo matemático funcional específicamente con los problemas de comparación “más que” y “menos que”.
- Verificar la viabilidad de un programa de intervención psicopedagógica vinculado a un tratamiento didáctico- matemático que mejorará el aprendizaje de los problemas de suma específicamente con los problemas de comparación “más que” y “menos que”.



## **Capítulo II**

### **SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL INDO-ARÁBIGO**

En este capítulo se aborda la evolución del sistema de numeración decimal indo-arábigo, se describen las reglas del sistema de numeración y posteriormente se describe el proceso de comprensión del sistema, incluyendo las reglas intuitivas que los niños elaboran para acceder finalmente al sistema formal.

#### **2.1 Evolución del Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo**

Antes de comenzar a definir la evolución del sistema de numeración decimal, es necesario remarcar que la finalidad de un sistema es asignar a cada número natural individual un nombre y una representación escrita, formada por combinaciones de un reducido número de signos, que siguen leyes más o menos regulares (Gómez, 1988). En otras palabras, la finalidad de los sistemas de numeración es que por medio de un número reducido de signos se puedan representar cantidades sin importar que tan grandes sean éstas, siguiendo un patrón constante.

Para Gómez (1999) los sistemas de numeración que han existido hasta llegar al Sistema de Numeración Decimal actual son los siguientes:

- **Sistemas aditivos o sumativos:** se basan en una adición constante, es decir, se van aumentando símbolos en relación a la cantidad que se quiere representar.
- **Sistemas multiplicativos:** en estos sistemas se utilizan dos clases de símbolos, unos para las potencias de la base y otros en función de multiplicador de aquéllos (de las potencias de la base).
- **Sistemas posicionales:** como su nombre lo dice se utilizan un número reducido de símbolos que variarán de valor dependiendo la posición que ocupen, así mismo dentro de este sistema se introduce el uso del cero para indicar la inexistencia de determinada potencia de la base.

Con la evolución de este sistema, la humanidad en general lo ha adoptado y por tanto le ha asignado un símbolo propio a cada número y de esto se desprenden las cifras (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,0) que se utilizan actualmente en el país.

Por eso es de suma importancia reconocer que los niños de educación primaria conozcan nuestro sistema de numeración y las reglas que este contiene para aprender a operar las diferentes actividades académicas que se realizan en el área de matemáticas.

## **2.2 Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo**

Como lo señalamos anteriormente, un sistema es considerado efectivo cuando facilita no sólo el conteo y la representación numérica, sino también el cálculo mismo que a su vez respeta ciertas reglas específicas que se puedan repetir. Éstas características fundamentales hacen que el sistema de numeración decimal sea considerado funcional y con cierta aplicabilidad a las acciones que nos rodea en nuestra vida diaria. Cabe mencionar que este sistema se desprende del legado hindú pues fueron ellos quienes comenzaron a usar los nueve primeros números con los cuales se pueden representar todas las potencias de 10.

De igual forma también este sistema hindú reúne por primera vez las tres características fundamentales del sistema de numeración decimal, cifrado y posicional; aunque también comparado con nuestro sistema actual se diferencia de que los hindúes asignaban un nombre independiente a cada una de las potencias, mientras que nosotros utilizamos unidades, decenas y centenas, y sólo les agregamos de millar o de millón dependiendo el caso (Gómez, 1988).

Por otro lado, el sistema que se utiliza en occidente es indo-arábigo porque de los segundos se desprenden las cifras que se conocen actualmente.





De todo lo anterior se remarca que el principio básico del sistema de numeración decimal se establece en la elección de un número limitado de signos, que consiste en descomponer los enteros en sumas de cantidades sucesivas, cada una de las cuales es un múltiplo entero de la anterior, en general este múltiplo se toma como valor fijo y se llama base del sistema, la cual en este caso es diez, y es por esto que nuestro sistema se llama decimal. Tal como lo esquematiza Gómez (1999):

- La base del sistema es el diez y se escribe 10.
- Todo número es suma de potencias de la base.
- Adopta un símbolo específico para cada uno de los números inferiores a la base llamados cifras (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).
- Cada cifra tiene dos valores, uno según su forma y otro por el lugar que ocupa, de modo que la primera de la derecha expresa unidades simples, la segunda unidades de segundo orden, la tercera de tercer orden, etc.
- Para expresar la carencia de unidades de cualquier orden se emplea el cero, 0.

Estas características como explica Buenrostro (2003), facilitan la lectura y escritura de números al poderlos clasificar en órdenes, clases y períodos, es decir, tres órdenes (1-2-3) forman una clase (unidades, decenas y centenas).

El sistema de numeración decimal es un sistema posicional y de base diez, que utiliza diez cifras (*ya que se cuenta el cero*) que al momento de contar y llegar a 9 unidades se agotan los símbolos disponibles por lo que hay que agregar una nueva columna a la izquierda del número que representa en este caso las decenas (unidad de segundo orden), al agotarse los símbolos se siguen agregando columnas a la izquierda que representan unidades de tercer, cuarto, quinto orden, etc.

Tabla no. 1 Representación de acuerdo al valor posicional

UNIDADES DE MILLAR (UNIDADES DE CUARTO ORDEN)	CENTENAS (UNIDADES DE TERCER ORDEN)	DECENAS (UNIDADES DE SEGUNDO ORDEN)	UNIDADES
			

## **2.3 Proceso de enseñanza-aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal**

### **Indo arábigo**

Para describir este apartado comenzaremos por definir que es enseñanza. De acuerdo con Monereo (1999) la palabra enseñar proviene del latín *insignare* que significa señalar, es decir, que enseñar es marcar o dirigir el camino a seguir para llegar a un punto de conocimiento.

Mientras tanto, Martínez (2001), comenta que la enseñanza es un proceso formativo que transmite no sólo conocimientos sino también valores, actitudes y habilidades para lograr el desarrollo pleno e integral de los alumnos hacia la generación de competencias y capacidades para la vida personal, pública y laboral.

De acuerdo con Moya (2002), la enseñanza es un proceso que consiste en encaminar al estudiante hacia el logro de los aprendizajes esperados por medio de una serie de acciones para la construcción del conocimiento.

Por otra parte hay autores como Martínez y Gorgorió (2004) que apuntan a que no sólo la enseñanza se debe dar del profesor a el alumno sino que entre ellos mismos pueden compartir lo que saben o como Wittrock (1989) que señala que la enseñanza puede provenir de los mismos alumnos que en un determinado momento funjan el papel de enseñante y el docente sea aprendiz, pues las mismas prácticas docentes deberían ser dinámicas y crear un ambiente mediador entre sujetos, una interacción pedagógica y una interacción entre saberes.

Entonces podemos decir que la enseñanza es un proceso fundamental donde el profesor y/o iguales, guían a los alumnos para que ellos logren aprendizajes que no sólo marquen su vida escolar sino también su vida personal y social.

Si hablamos de enseñanza también tenemos que hablar de aprendizaje pues son palabras que tienen una estrecha relación. El aprendizaje es un proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia (Patiño, 2010).

Polya (1987) señala que el aprendizaje es un equilibrio progresivo en la conducta que se asocia, por un lado, con las sucesivas presentaciones de una situación y por el otro, con repetidos esfuerzos del individuo por solucionarla eficazmente. El aprendizaje también puede considerarse como la adquisición de medios para satisfacer móviles o para alcanzar objetivos.

Si vinculamos ambas definiciones, enseñanza-aprendizaje, podemos decir que este proceso tiene como propósito esencial contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante. El proceso de enseñanza-aprendizaje es la integración de lo instructivo y lo educativo. Tal como lo señala Díaz y Hernández (2006) el proceso de enseñanza requiere de un aprendiz y un enseñante cuya relación se convierta en una relación constructiva de saberes, valores y habilidades.

Es por ello que en este apartado la atención estará centrada en conocer el proceso hacia la adquisición y comprensión del sistema de numeración que es necesario para que los niños puedan llegar a la escritura convencional.

De acuerdo a Buenrostro (2003) el aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal, debe estar relacionado con situaciones en las cuales el niño pueda utilizarlo, esto con el fin de facilitar su adquisición.

Para esto se retomará la investigación elaborada por Lerner (1996), donde señala la relación que establecen los niños entre la cantidad de cifras y la magnitud de un número, la importancia de la posición de las cifras como criterio de comparación, el rol e importancia de los nudos, el papel de la numeración hablada y finalmente, el cómo es que por medio de este proceso se llega a comprender la notación convencional.

Una de las principales ideas para comprender nuestro sistema de numeración es que entre más números tenga una cifra mayor es su valor. Pero para que el niño pueda comprender lo anterior ha de tener que pasar por un proceso de aprendizaje. A continuación se mostrarán las etapas de este proceso encontradas en el trabajo realizado por Lerner et al. (1994), con el fin de poder entender la lógica que el niño emplea para simbolizar una cantidad.

A continuación se describen, las reglas intuitivas que los niños elaboran sobre el sistema de numeración decimal según Lerner:

- **La cantidad de las cifras y la magnitud del número**

Uno de los primeros conflictos que enfrenta el niño es el entender la diferencia que hay entre la numeración hablada y la numeración escrita. Ya que implica que los niños comprendan el sentido de la posicionalidad del número, mismo que le da el valor a cada uno de los números según se encuentren situados.

El conflicto radica entonces en que los niños creen que como se oye un número es como se escribe, por ejemplo, si le pedimos que escriba doscientos once, el niño escribe 200 11, debido a que como lo señala Lerner et al. (1994), se debe a una confusión entre la magnitud del número y la cantidad de cifras que lleva este.

Algo muy interesante encontrado en el trabajo de esta autora es que a pesar de que la concepción que existe por parte de los niños en cuanto a la manera de escribirse un número no es la correcta, se puede observar en esta etapa que los niños entienden que cuanto mayor número de cifras tenga un número, más grande es éste, aunque los niños no conozcan la denominación oral que las cifras representan.

- **La posición de las cifras como criterio de comparación**

En nuestro sistema de numeración es de gran importancia conocer que el valor de los números está en función del lugar que ocupen. Por ejemplo, se les puede preguntar a los niños que cifra es mayor entre el 28 y el 31. Para algunos el 28 es mayor que el 31 porque tiene un número “grande” que es el “8”; mientras que para otros el 31 es mayor porque tiene el número 3 primero y el “3” es más “grande” que el 2.

Como podemos observar en el ejemplo anterior se pone de manifiesto las primeras nociones y asociaciones que realizan los niños, al ir comprendiendo el valor de las cifras en relación a la posición que ocupan los números dentro de una cantidad. Debido a que el niño en su explicación puede expresar que inicialmente consideró el primer número para determinar cuál de las dos cantidades era la más grande.

De acuerdo con Luceño (1999) este es un primer gran paso que ayuda a que los niños puedan ir determinando el valor de cantidades más grandes y en caso de que los 2 primeros números sean los mismos, consideraran el valor del segundo número y si estos vuelven a ser iguales tomaran en cuenta la tercera cantidad y así sucesivamente hasta identificar qué cifra es la más alta.

Cabe mencionar que sin duda la comprensión de la importancia de la posición de los números es una de las principales nociones que deben de tener los niños para la comprensión de la escritura convencional de las cantidades, a continuación se expondrá el proceso que siguen los niños de acuerdo con Lerner et al. (1994) para llegar a escribir los números.

- **La transición de la numeración hablada a la numeración escrita**

De acuerdo con las investigaciones realizadas por esta autora en relación con la comprensión de la numeración escrita se pone de manifiesto lo siguiente: para los niños inicialmente les es más fácil escribir números como decenas, centenas y unidades de millar, es decir, cantidades exactas.

Por otra parte conforme sigue avanzando la comprensión de la escritura de los números que están entre los nudos, los niños se encuentran con un nuevo problema y este es *que los números no se escriben como se oyen* y esto se debe a que en nuestro sistema de numeración se economizan por así decirlo la cantidad de cifras que se necesitan para escribir una cantidad muy grande. Por ejemplo, si a un alumno después de haber escrito cantidades como 1000, 2000, 4000, 9000 y 10000, se le pide que escriba mil cien puede sorprenderse e inclusive puede llegar a decir que ese número no existe o colocar los números por separado<sup>2</sup>.

Como podemos observar en el ejemplo anterior los alumnos, en algunas ocasiones, pueden escribir cifras grandes mas no composiciones con cada una de ellas y es a lo que

---

<sup>2</sup> Este ejemplo puede visualizarse en el libro de Lerner, D., Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994). El sistema de numeración decimal un problema didáctico. En Saiz, I. y Parra, C. (Eds.) *Didáctica de matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.

Lerner (1994) denomina como la no comprensión de la numeración escrita y la numeración hablada pues ambas difieren, en el sentido de que la primera al realizarse implica la comprensión de que cada número adquiere el valor en relación a el lugar en el que se encuentre el sumando, es decir, si tengo 26 *más* 12, tanto el 6 como el 2 tomarán el lugar de unidades mientras que el 2 y el 1 les corresponderá el lugar de las decenas.

- **El paso definitivo a la escritura convencional**

Sin duda lo mencionado anteriormente son grandes procesos que los niños en alguna etapa de su vida escolar e inclusive no escolar pueden llegar a experimentar .Por otra parte es importante mencionar que en esta última etapa se va a ir afinando la concepción del niño e ira comprendiendo que una cifra puede tener un sin fin de combinaciones, también en su escritura reducirá la cantidad de números y en último lugar comprenderá que la posición de los números determina su valor. De esta manera llegara a ser su escritura convencional.<sup>3</sup>

Con estas aportaciones podemos decir que los niños y niñas tienen su propio ritmo de aprendizaje que si bien estas reglas intuitivas son un proceso por el cual muchos niños y niñas pasan esto no significa que son las únicas o deberían cubrirse completamente, pues el proceso de enseñanza-aprendizaje no sólo depende de lo que el niño llega a saber hacer sino también dependerá de las herramientas que el profesor facilite para la enseñanza no sólo de contenidos matemáticos sino de cualquier área.

De acuerdo con Kamii (1986) la enseñanza del SND requiere de herramientas necesarias y suficientes para proporcionarles a los alumnos situaciones numerosas y variadas mediante las cuales adquieran, entre otras cosas, formular hipótesis, probar y formar de manera empíricas argumentos acerca de la validez de su conjetura.

Así mismo se debe tomar en cuenta el contexto del niño, pues con ello le dará una aplicabilidad y un sentido a los conocimientos adquiridos en su escuela así como de otorgarle un significado práctico que lo lleve a tener un aprendizaje significativo.

---

<sup>3</sup> La palabra **convencional** se refiere a lo que comúnmente se hace o dice y que es aceptado por un grupo de personas.



## Capítulo III

### PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA

En el presente apartado se abordan brevemente los problemas de estructura aditiva, los diferentes modelos matemáticos de resolución de problemas con énfasis en la suma y por último se hará referencia a los errores asociados a éstas.

#### 3.1 Problemas de Estructura Aditiva

Se entiende por “problema de tipo aditivo” aquel cuya solución amerita tan sólo sumar o restar. “Estructuras aditivas” son las relaciones en juego que sólo están formadas por adiciones o sustracciones. (Verghnaud, 1994; Castro, Rico y Castro, 1995; Broitman, 2010).

Castro (2001), considera los problemas de estructura aditiva como una situación que plantea dificultades en las que no hay una solución en un momento dado y que para llegar a dicha solución es conveniente que el sujeto busque diversos procedimientos para resolver el problema.

Carpenter y Moysen (citados en Castro, Rico y Castro, 1995) afirman que los problemas de estructura aditiva implican un gran número de conceptos matemáticos los cuales para su comprensión llevarán un gran periodo de tiempo pues se debe de pasar de los recuentos informales y las estrategias que los niños utilicen hasta la realización del algoritmo.

El proceso de sumar, está íntimamente relacionado con el acto de contar o más generalmente de medir, siendo una medida discreta el acto de contar. En el sentido matemático una medida es una manera de asignar un número no negativo a conjuntos de un universo. Esta asignación la podemos denotar:

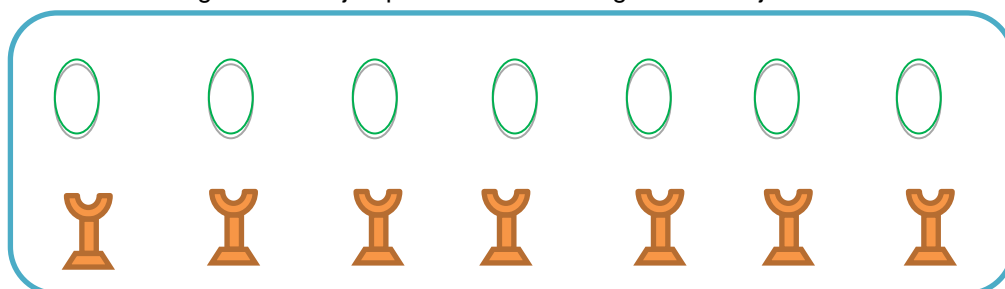
$$A \mapsto m(A)$$

Para todo conjunto  $A$  dentro del universo  $\mathcal{U}$ . Esta asignación mínimamente satisface las propiedades intuitivas de medida según Vergnaud (1994):

1.  $A \subset B \Rightarrow m(A) \leq m(B)$
2.  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow m(A \cup B) = m(A) + m(B)$

El proceso de contar no se da sino hasta edades relativamente grandes en el niño, 6-7 años, cuando la noción de correspondencia entre conjuntos y la noción de número o conteo, está bien desarrollada como se expresa en el ejemplo citado por Vergnaud, en niños de 5 o 6 años donde se les presenta la siguiente situación de copitas y huevos

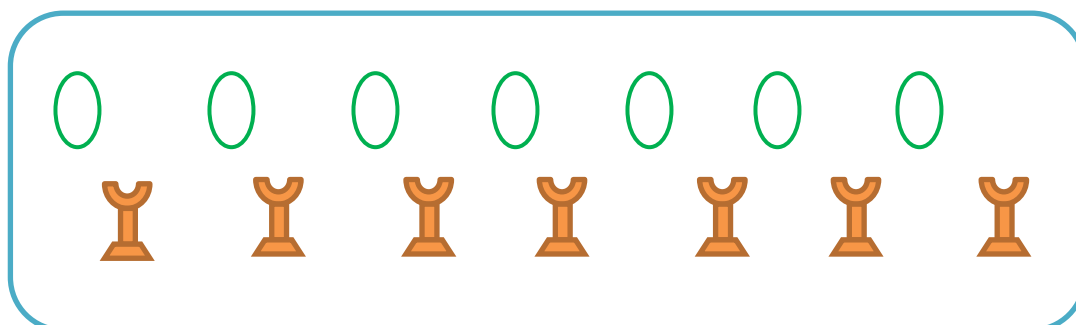
Figura no. 1 Ejemplificación en la magnitud de objetos I



Fuente: Butto, (2006)

Se le pide al niño que diga si hay más copitas que huevos. Sin dificultad contestan “hay las mismas” o que “es igual”. En la siguiente situación:

Figura no. 2 Ejemplificación en la magnitud de objetos II



Fuente: Butto, (2006.)

Con este tipo de ejercicio se plantea la misma pregunta. Hasta los 5, 6 o 7 años, dependiendo del individuo contestan “hay más copitas” porque es más largo, o “hay más huevos” porque están más apretados. Es sólo hasta los 7 años, según Piaget (citado en

Butto, 2006), que los niños contestan “*es igual*” con argumentos del tipo “no se quitó ni se puso nada” o “*se puede volver a como estaba antes*”. Así la noción de medida discreta sintetiza el proceso psicológico de contar.

Para Polya (1987) existen dos tipos de problemas dentro de la enseñanza de los problemas de estructura aditiva. Los primeros se les denominan CONSISTENTES y se refiere a aquellas situaciones de tarea donde tanto los términos como la operación aritmética a utilizar (suma o resta) son del mismo orden, es decir, que dentro del problema planteado va explícita la operación que se va a realizar y por tanto siempre se pregunta por la cantidad final además de que la pregunta también se expresa al final, por ejemplo:

*Pepe tenía 6 coches y Mario le regaló 4 más ¿Cuántos coches tiene ahora Pepe?*

El segundo tipo de problema se le denomina INCONSISTENTE, a ello se refiere que tanto los datos como las preguntas que se utilizan dentro de un problema están en un orden inverso, por tanto la operación aritmética requerida también, por ejemplo:

*¿Cuántas canicas tenía Simón cuando empezó a jugar, si gana 5 y ahora tiene 12?*

Como se puede apreciar la pregunta está situada al inicio, además de que el orden de los datos es inverso requerido de la operación pareciera que es una suma pero es una resta. Otra característica de este tipo de problemas es que sus incógnitas pueden estar al inicio, en la transformación o al final y por ello suele ser un poco más elaborado.

### **3.2 Los problemas de Estructura Aditiva en los diferentes modelos matemáticos**

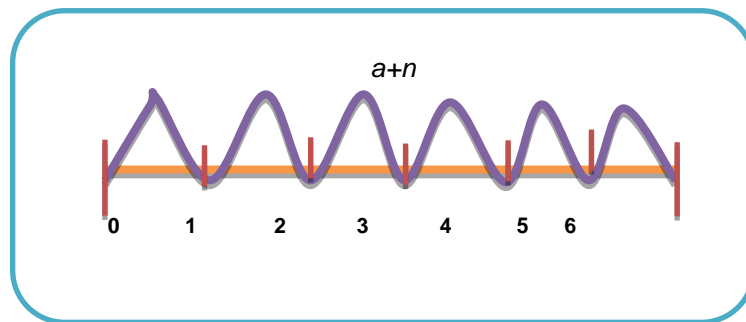
Un modelo matemático es una forma de expresar declaraciones y/o proposiciones sustantivas de hechos o de contenidos simbólicos, en donde están implicadas variables, parámetros y relaciones entre variables y/u operaciones. En otras palabras un modelo matemático es aquel que se utiliza para dar un sentido apropiado a la realidad que nos presenta el problema, debiendo tomar en cuenta la relación que hay entre las declaraciones o la enunciación semántica y la operación a realizar (Brizuela y Caytón, 2010).

Por lo tanto cada uno de los modelos que se describen a continuación, acentúan un contexto particular del número y el algoritmo. Existen 4 modelos matemáticos dentro de los problemas de estructura aditiva, en esta ocasión sólo enfatizaremos en la suma: lineales, cardinales, de medida y funcionales (Castro et al., 1995). A continuación se explicarán cada uno

### 3.2.1 Modelo lineal

Utiliza la recta numérica como soporte gráfico, el producto  $n + a$  se modeliza formando un intervalo de longitud donde  $a$  equivale a unidades y contándolo  $n$ -veces

Figura no. 3 Representación del modelo lineal

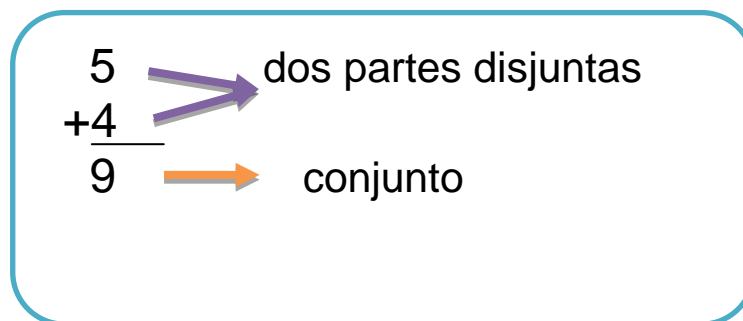


Fuente: Castro, Rico y Castro (1995)

### 3.2.2 Modelo cardinal

Este modelo propone ver al problema como un conjunto formado por dos partes disjuntas, a continuación se muestra un ejemplo con el fin de que quede claro lo anterior.

Figura no.4 Representación del modelo cardinal



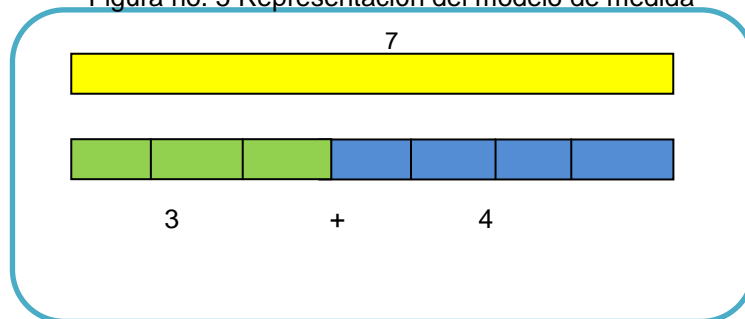
Fuente: Castro, Rico y Castro (1995)

Básicamente en este modelo se trata de ver la relación parte/todo, donde 5 y 4 son las partes que dan lugar a un todo que en este caso es el 9.

### 3.2.3 Modelos de medida

La representación gráfica de este modelo se tiene en las regletas de cuisenaire que representan al número como longitud, el resultado de  $3+4$  se puede representar tomando primeramente 3 regletas del número 1 y 4 regletas del número de 1. De igual forma tenemos la balanza en donde el contexto del número es de medida y peso, el producto es el resultado de colocar tantas veces una unidad de peso como indique el otro número.

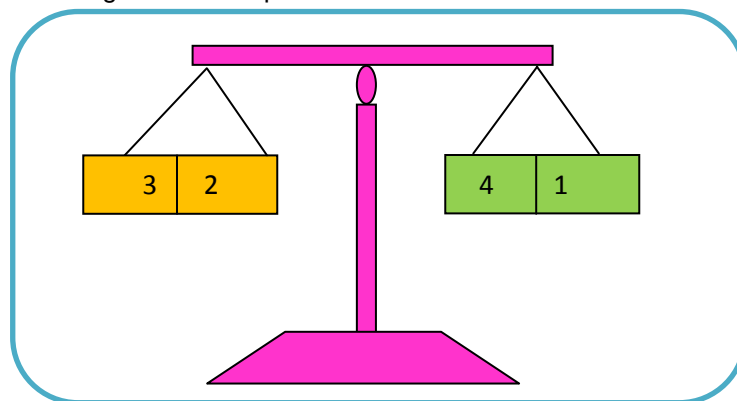
Figura no. 5 Representación del modelo de medida



Fuente: Castro, Rico y Castro (1995)

Ejemplo de la Balanza:

Figura no. 6 Representación del modelo de medida

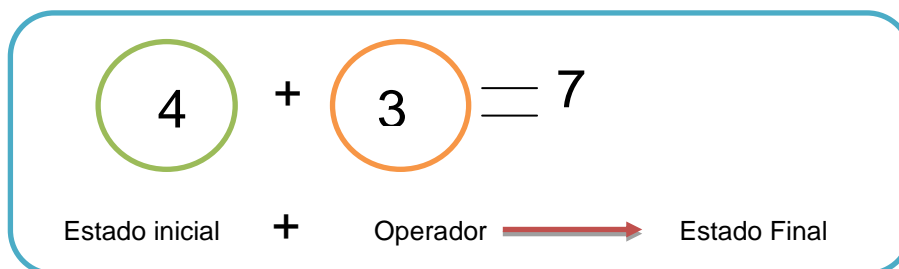


Fuente: Castro, Rico y Castro (1995)

### 3.2.4 Modelos funcionales

Son todos aquellos casos en donde el resultado aparece con carácter de función u operador. Consiste en considerar cada operación como una máquina-operador que transforma números-estados en números-estados, de la siguiente forma:

Figura no. 7 Representación del modelo funcional



Fuente: Castro, Rico y Castro (1995)

Desde el punto de vista de Maza (1989) en este modelo, la suma puede entenderse como una operación binaria o como una operación unitaria. Como operación binaria tienden a aparecer los 2 sumandos sin ninguna alteración hasta que se realiza la operación, por ejemplo:  $2+2=?$  Mientras tanto, la suma vista como una operación unitaria tiende a ser más dinámica debido a que la incógnita del problema se puede encontrar en cualquiera de las partes que conforma la suma.

Figura no. 8 Representación de la suma

	<b>a+b=?</b>	<b>a+?=c</b>	<b>?+b=c</b>
<b>Suma</b>	<b>estática o binaria</b>	<b>dinámica o unitaria</b>	<b>dinámica o unitaria</b>

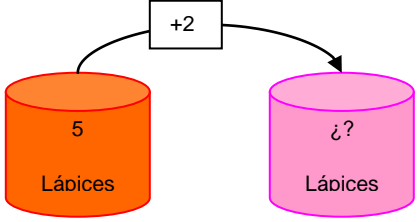
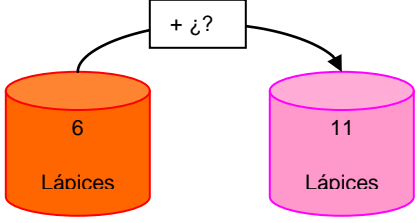
Fuente: Maza, 1989

Cabe destacar que dentro de este modelo según Maza (1989) existen 4 subtipos de problemas los cuales son: cambio, combinación, comparación e igualación que se describirán en el siguiente apartado.

### 3.2.4.1 Tipos de problemas del modelo funcional

- Cambio: se refiere aquellos problemas en los que se parte de una cantidad, durante su transformación se le añade o se le quita otra de la misma naturaleza. En este tipo de problemas se puede preguntar por la cantidad final, inicial o en la transformación tal como se muestra en la siguiente tabla:

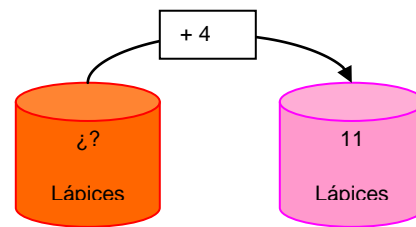
Figura no.9 Sub-tipos de problemas de cambio

CATEGORÍA DE CAMBIO	
<p>SUB-TIPOS DE PROBLEMAS:</p> <p><u>Cambio/unión:</u> dos cifras se juntan para dar lugar a una tercera.</p> <p>Se representa : <math>a+b=?</math> y se puede considerar en la clasificación de Maza (1989) como estática o binaria</p> <p>Ejemplo: Luis tenía 5 lápices y María le dio 2 mas ¿Cuántos lápices tiene ahora Luís?</p>	 <p>Se conoce la cantidad inicial, se hace crecer y posteriormente se pregunta por la cantidad final.</p>
<p><u>Cambio/unión:</u> se representa <math>a+?=c</math> y se puede considerar en la clasificación de Maza como dinámica o unitaria</p> <p>Ejemplo: Luis tiene 6 lápices ¿Cuantos lápices más necesitara para tener 11en total?</p>	 <p>Se conoce la cantidad inicial y la final que es mayor y se pregunta por el aumento</p>

**Cambio/unión:** se representa  $?+b=c$  y de acuerdo a Maza (1989) se le considera como una operación dinámica o unitaria.

Ejemplo:

Luis tiene algunos lápices y le dan 4 más. Tiene entonces 8 lápices. ¿Cuántos lápices tenía al principio?



Se conoce tanto la cantidad final como la transformación se pregunta entonces por la cantidad inicial.

Fuente: Cantero et al., (2003)

- **Combinación:** se refiere a aquellos problemas en los que se tienen dos cantidades las cuales se diferencia por alguna característica, se requiere saber la cantidad total que se tiene cuando ambas se juntan. Cabe mencionar que en este subtipo se establece básicamente la relación parte-todo, debido a que se combinan dos cantidades y dan lugar a una tercera.

Figura no. 10 Sub-tipos de problemas de combinación

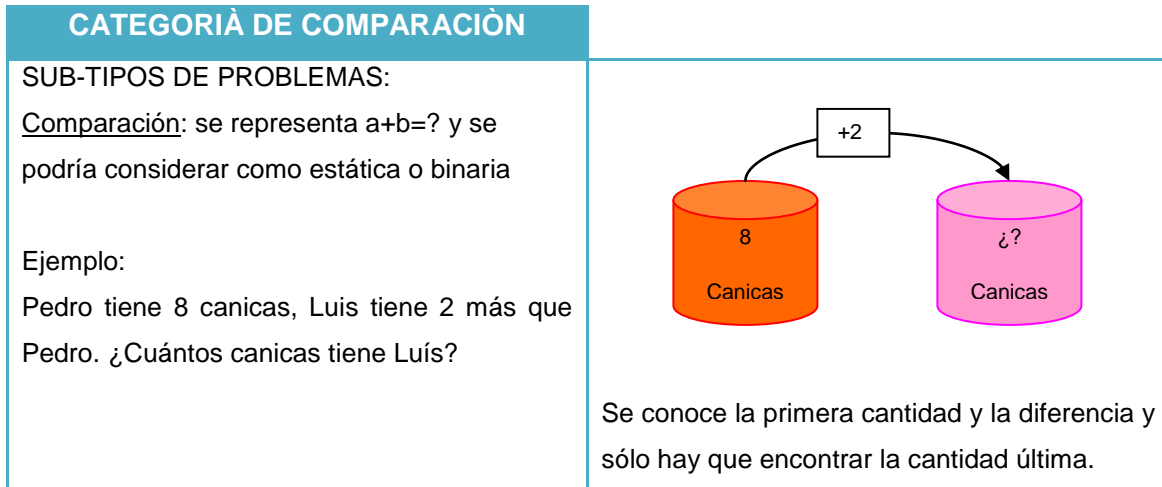
CATEGORÍA DE COMBINACIÓN	
<p><b>SUB-TIPOS DE PROBLEMAS:</b></p> <p><b>Combinación:</b> se representa <math>a+b=?</math> y se podría considerar como estática o binaria</p> <p>Ejemplo: María tenía 15 paletas y 7 chocolates. ¿Cuántos dulces tiene en total María?</p>	<p>Se conoce las dos partes y se juntan para hacer un todo</p>

Fuente: Cantero et al., (2003)

- **Comparación:** comprende aquellos problemas en las que se comparan dos cantidades y por tanto una de ellas será el referente para llevar a cabo la comparación.



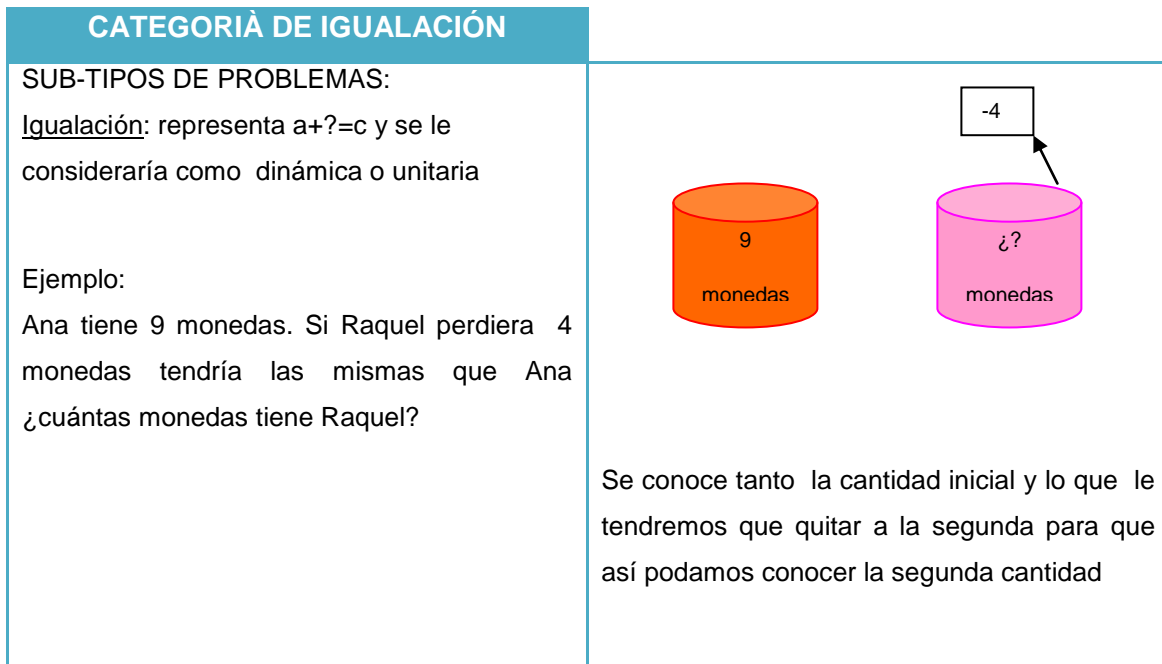
Figura no. 11 Sub-tipos de problemas de comparación



Fuente: Cantero et al., (2003)

- Igualación: se transforma una de las cantidades dadas de tal manera que se da lugar a una igualdad.

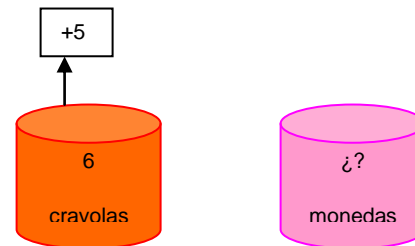
Figura no. 12 Sub-tipos de problemas de igualación



Igualación: otro sub-tipo se representa  $a+b=?$  y se podría considerar como estática o binaria

Ejemplo:

Teresa tiene 6 crayolas. Si le dieron 5 crayolas más, tendría los mismos que tiene Antonio ¿Cuántas crayolas tiene Antonio?



Se conoce la cantidad que tiene un sujeto y cuanto le tiene que dar para alcanzar la cantidad que tiene el otro sujeto y por tanto se pregunta por la cantidad del segundo sujeto.

Fuente: Cantero et al., (2003)

### 3.3 Campo conceptual de la suma según Vergnaud

En primer lugar se define en el presente trabajo que se entiende por campo conceptual, para lo cual a continuación se cita a Vergnaud (1994): “*Un campo conceptual es un espacio de problemas o de situaciones-problema en los que el tratamiento implica conceptos y procedimientos de varios tipos en estrecha conexión*”.p.58.

En otras palabras un campo conceptual es un problema que requiere diferentes conceptos y procedimientos para poder llegar a su resolución.

Vergnaud (1991) habla de dos campos conceptuales; la estructura aditiva y la estructura multiplicativa, ambos considerados como un conjunto de problemas que comportan operaciones aritméticas y nociones de tipo aditivo o de tipo multiplicativo respectivamente. El citado autor conceptualiza a la estructura aditiva como un conjunto de situaciones problema cuya resolución requiere de suma o resta.

#### 3.3.1 Tipos de problemas de suma

El análisis que hace Vergnaud (1994) de los problemas que conllevan operaciones de suma, muestra el proceso de sumar y se puede sintetizar en la propiedad 2 de la noción abstracta de medida.

## Ejemplo 1

Juan tiene 4 paletas en la bolsa izquierda y 2 paletas en la bolsa derecha, ¿cuántas paletas tiene Juan?

En símbolos:



En el marco conceptual de las estructuras aditivas Vergnaud (citado en Butto, 2006) clasifica en 6 grandes categorías el tipo de relaciones aditivas las cuales se presentan a continuación. Pero antes para su mayor comprensión hay que recordar que la operación de suma es una relación ternaria (comúnmente llamada operación binaria) que relaciona la suma “c” con los sumandos “a,” b”:

$$(a,b) \rightarrow c = a + b .$$

Las 6 categorías son las siguientes:

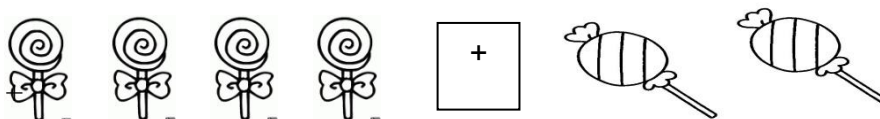
- *Primera:* dos medidas se componen para dar una tercera medida.
- *Segunda:* Una transformación opera sobre una medida para dar otra medida.
- *Tercera:* Una relación une dos medidas.
- *Cuarta:* Dos transformaciones se componen para dar una transformación.
- *Quinta:* Una transformación opera sobre un estado relativo para dar un estado relativo.
- *Sexta:* Dos estados relativos se componen para dar un tercer estado relativo.

Es de suma importancia señalar, que la noción de medida de Vergnaud (citado en Butto, 2006), no coincide totalmente con la definición matemática de medida dada anteriormente. Más bien, Vergnaud llama medida al resultado de medir:  $m(A)$  y no a la función de medida  $m$ . El término transformación lo usa en el sentido de una acción que se efectúa- función- sobre un objeto.

Ejemplos:

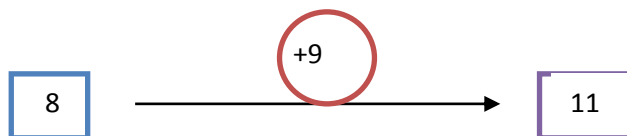
- De la primera categoría ya hemos dado el ejemplo 1 (las paletas). Las dos medidas se distinguen tan solo en que el primer conjunto de paletas de dulce, el segundo de chocolate. Podríamos enunciar la situación así:

*Juan tiene 4 paletas de dulce en la bolsa izquierda y 2 paletas de chocolate en la bolsa derecha, ¿cuántas paletas tiene Juan?*



- De la segunda categoría: *una transformación opera sobre una medida para dar otra medida*; considere el problema:

*Pablo tenía 8 canicas antes de empezar a jugar; ganó 9 ahora tiene 11.*



En esta notación los cuadrados representan números naturales y los círculos números relativos (enteros). Se podría ser más preciso y definir la transformación (función) de la siguiente manera:

$$f(x) = x + 4 \text{ y entonces } f(7) = 11 \text{ o bien}$$

$$f(m(A)) = m(B) \text{ siendo } m(A) = 7, m(B) = 11$$

La medida de las canicas que Juan tenía antes y después

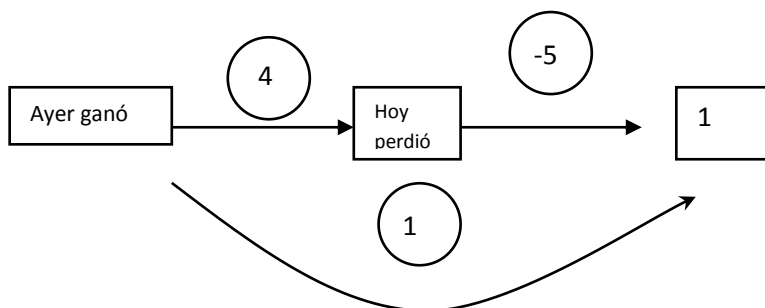
- De la tercera categoría: *una relación une dos medidas donde la flecha punteada indica la relación "tiene menos que"*.

*Juan tiene 8 canicas, Ernesto tiene 3 menos; entonces tiene 5.*



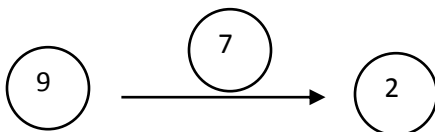
- De la cuarta categoría: *dos transformaciones se componen para dar una transformación*. Considere la siguiente situación:

Luis ganó 4 pelotas ayer y hoy perdió 5 en total perdió 1.



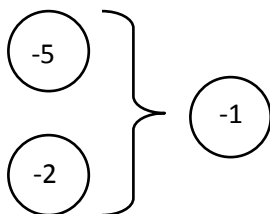
- De la quinta categoría: *una transformación opera sobre un estado relativo para dar un estado relativo*.

María le debe 9 monedas Mary, le devuelve 7 sólo le debe 2.



- De la sexta categoría: *dos estados relativos se componen para dar un tercer estado relativo*.

Marco le debe 5 canicas a Carlos, pero Enrique le debe 2. Entonces Pablo le debe a Enrique sólo 1 canica.



Aquí los corchetes representan la relación “le debe a”.

Las categorías aditivas de Vergnaud dan un marco teórico para el planteamiento de problemas algebraicos más simples.

### 3.4 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la suma

Dentro de los Planes y Programas de estudio de la SEP (2009) se propone que los alumnos de tercer grado resuelvan problemas de manera autónoma y sepan dar solución a ejercicios con una solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que son los alumnos quienes plantean las preguntas.

La finalidad de esto es que los alumnos sean capaces de utilizar diversos procedimientos reconociendo cuál o cuáles son más eficaces y que a través de ellos simplifiquen su resultado y el uso adecuado de algoritmos. También se remarca que los alumnos sepan usar las propiedades del sistema decimal de numeración para interpretar o comunicar cantidades en distintas formas. Utilizando números de tres cifras para poder comenzar a usar las de cuatro cifras. (SEP, 2009).

Dentro de las propuestas de aprendizaje de la suma se comenta en dichos programas de estudio el uso simultáneo con la resta. La dificultad real de la suma aparece en la mecanización de su algoritmo y en el paso a conceptos más elaborados como los de multiplicación (Castro, 2001).

Es por ello que el papel del profesor, como lo señala Maza (1989), debe comenzar desde una adecuada pronunciación del enunciado que dicta o escribe abarcando aspectos como la longitud del problema, la complejidad y el orden del mismo, ya que el niño puede tener problemas de lecto-escritura y no entender el problema y por tanto no resolverlo correctamente. Hasta un seguimiento del aprendizaje tanto de los procedimientos como del buen uso del algoritmo.

De acuerdo a la enseñanza tradicional Maza (1989) comenta que si al alumno se le enseña con una visión restricta los contenidos matemáticos es probable que él también resuelva dicho problema de la misma manera.

Pues comúnmente los profesores les dicen a los alumnos que la resta es una operación inversa de la suma y que para que puedan diferenciar una suma de una resta es que la palabra resta siempre va a estar denominada por una palabra “menos” y la suma por

una palabra “más”, de esta manera les ofrecen pistas que al momento de resolver un algoritmo no les son favorables y no se le enseña al alumno a comprender las diferentes formas de aprender la suma o la resta.

El proceso de enseñanza deber ser basado en el conocimiento de cómo aprende el estudiante y posteriormente desarrollar un contexto didáctico que estimule y favorezca el aprendizaje de los alumnos por medio de ; promover la discusión de problemas planteados, resolución compartida, formulación y verificación de hipótesis para llegar a la institucionalización del conocimiento escolar (Brousseau, 1986).

Aunado a esto Charnay (1994) pone énfasis en que la enseñanza de las matemáticas debe ser significativa, para lograr una comprensión, que como respalda Brousseau (1986) debe ser tanto a nivel semántico como a nivel sintáctico, esto quiere decir, que hay que fomentar en los alumnos el ser capaz de reconocer las ocasiones en las que se deben utilizar los conocimientos e invertirlos en nuevos retos además de potencializar el razonamiento sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros tal y como lo enfatizan los Planes y Programas de la SEP (2009).

Es así que los problemas de estructura aditiva son un contenido complejo, ya que no se limita a la enseñanza del uso del algoritmo, sino que necesita que el niño tenga comprendidas las reglas del sistema de numeración decimal y los problemas de estructura aditiva, así como el uso de la operación en los diferentes tipos y sub-tipos de la suma.

Dentro de este marco contextual podemos decir que para alcanzar estas metas que nos propone el plan de estudios de tercer grado, es necesario contar con herramientas que ayuden tanto al profesor como al alumno a facilitar este proceso de enseñanza-aprendizaje de problemas aditivos, de identificar las diversas soluciones que puede tener y las formas en que se pueden resolver junto con el buen aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal.

### 3.4.1 Dificultades asociadas a los problemas de suma

Los problemas verbales que incluyen suma y resta son difíciles de resolver por los niños, al menos para el primer período escolar algunas de estas dificultades se deben a la comprensión limitada que tienen de estas operaciones aritméticas y su poca experiencia con los distintos tipos de situaciones que exigen utilizar estas operaciones.

La comprensión del significado de la suma y de la resta es considerablemente difícil al comienzo de la enseñanza de operaciones básicas, una explicación a este fenómeno se da, en términos de las palabras que comúnmente se asocian a los signos de las operaciones; así:

*+ significa “sumar”, “añadir” o “y”*

*- significa “restar”, o “quitar”*

Con respecto a lo anterior Brosseau (1986) menciona que los niños buscan dentro del problema a resolver “variables pertinentes”, que son aquellas palabras que cuya presencia o ausencia influyen sobre las posibilidades de reconocimiento o de resolución de un problema de suma o resta. El valor que los niños atribuyen a estas variables o palabras se hace mayor cuando la enseñanza pone énfasis en la operación correspondiente en vez de hacerlo en el razonamiento del problema.

Terigi y Wolman (2007) encontraron en su estudio que los niños al no razonar y sólo utilizar las operaciones de forma automática, presentan dificultades en resolver problemas de suma cuando esta no hace referencia a la idea de agregar, lo cual provoca que en un contexto matemático diferente a este el niño no sabe qué hacer.

Es así como se puede notar que los problemas de estructura aditiva son un contenido complejo, ya que no se limita a la enseñanza del uso del algoritmo, sino que necesita que el niño tenga comprendidas las reglas del sistema de numeración decimal, así como el uso de la operación en los diferentes modelos matemáticos.



## Capítulo IV

### LA TEORÍA SOCIO-CULTURAL Y LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

En este capítulo se aborda la teoría socio-histórico-cultural. Empezaremos a describir de manera general los aportes teóricos y metodológicos así como los aspectos relevantes en cuanto al terreno educativo se refiere (desarrollo, la cultura, el proceso enseñanza-aprendizaje) y centraremos nuestra atención en el constructo de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) mismo que fue de utilidad para este trabajo.

#### 4.1 Fundamentos teóricos y metodológicos del paradigma sociocultural

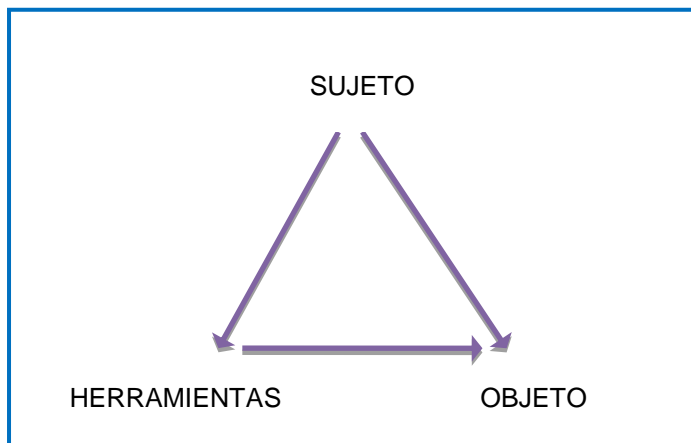
El paradigma socio-cultural, desarrollado por Lev Semionovich Vigotsky, desde las décadas de los años 20's, ha sido un modelo importante para el desarrollo de aplicaciones e implicaciones en lo que el ámbito educativo se refiere. A diferencia de otros paradigmas como el conductismo o humanista, el paradigma socio-cultural se le podría considerar como relativamente nuevo, al menos en nuestra cultura, debido a que hace un par de décadas que se comenzó a establecer en el campo educativo. (Hernández, 1998).

Debido a que Vigotsky influido por las ideas de Marx y Spinoza, trató de encontrar una respuesta que va más allá de los dualismos que otras teorías contraponían como el desarrollo y el aprendizaje o que si la conducta es una cosa y la cultura es otra. Vigotsky dentro de su estudio aplica la lógica dialéctica y el materialismo histórico para explicar el desarrollo del hombre así como la conducta mediante la historia de la conducta, la conciencia como historia de la conciencia y la representación mediante la historia de la representación. (Álvarez y Del Rio, 1990)

Vigotsky más que centrarse en el producto, tanto de su conducta como de sus aprendizajes y representaciones del ser humano, toma en cuenta la relación que tiene éste con los que lo rodean, sabe que no es un ente pasivo sino activo, que todo aquello que observa y aprende se vuelve simbólico, gracias a las herramientas sociales que le son heredadas por otros seres humanos (el lenguaje es un claro ejemplo de ello) además de que son compartidos e interiorizados (Álvarez y Del Rio, 1990).

Para Vigotsky (citado en Hernández, 1998) el problema epistemológico de la relación entre el sujeto y el objeto se resuelve a través del interaccionismo dialéctico tal como se muestra en el siguiente esquema:

Figura no. 13 Interaccionismo dialéctico según la teoría socio-cultural



Fuente: Hernández, 1998

Vygotsky (1973) hace una descripción en la que señala que la relación epistémico sujeto-objeto se transforma en un triángulo abierto en donde se sitúa en cada punto al sujeto que actúa sobre el objeto y los artefactos que utiliza el sujeto para operar sobre el objeto, mismo en el que existe una interacción y una transformación recíproca, es decir, que la transformación no es sólo para el objeto sino también para el sujeto iniciada así por la actividad mediada del mismo.

Vigotsky afirma que existen dos formas de mediación social. Por un lado está la intervención del contexto sociocultural y por otro lado están los artefactos socioculturales que emplea el sujeto cuando conoce al objeto. Al actuar sobre un objeto, el sujeto utiliza los instrumentos socioculturales que pueden ser a través de los signos y las herramientas. El uso de herramientas produce transformaciones en los objetos lo que Vigotsky señala como una transformación externamente orientada mientras que los signos producen cambios en la persona de manera interna (Hernández, 1998).

Es así como se concluye que el sujeto a través de la actividad mediada en interacción con su entorno social y cultural, y en la participación de las actividades conjuntas con los que convive, reconstruye el mundo social en el que se desenvuelve y que potencializarán de manera progresiva sus funciones psicológicas superiores. Es por ello que dentro de este paradigma el contexto sociocultural pasa a desempeñar un papel fundamental en el aprendizaje de la persona que, como se señaló al comienzo de este capítulo, no lo adquiere de manera pasiva sino que es activa por que actúa y reconstruye su propio aprendizaje.

## **4.2 La actividad mediadora según Vigotsky**

Vigotsky sugirió (citado en Kozulin, 1998) que los procesos psicológicos superiores se consideraran funciones de la actividad mediada.

Desde la perspectiva de Vigotsky (citado en Álvarez y Del Rio , 1990) las funciones psicológicas son fruto del desarrollo cultural más que del desarrollo biológico y para ello será necesario ocuparse primeramente de cuatro niveles importantes que describen la interrelación del organismo con el medio en el que se desenvuelven y dan paso a los procesos superiores.

El primer nivel, explicado por Hernández (1998), alude al nivel filogenético que se refiere a la evolución natural del hombre como especie, en esta misma se contemplan las funciones psicológicas inferiores tal como es el ciclo vital de un animal o ser humano.

El segundo nivel va de la mano con el tercero, denominados histórico/ontogénico, este se refiere a el desarrollo tanto histórico-cultural y personal del hombre que a través de las relaciones, actividades sociales e instrumentos que utiliza con los demás (como lo es el lenguaje) potencializan las funciones psicológicas superiores.

Por último, el cuarto nivel se le denomina micro genético y se refiere al desarrollo de aspectos psicológicos específicos.

Con ello podemos decir que las funciones psicológicas superiores son producto de un desarrollo cultural en la que intervienen los procesos de mediación cultural e instrumental,

cabe destacar que las funciones psicológicas naturales son necesarias pero no suficientes para la construcción y desarrollo de las funciones superiores en sí.

#### **4.2.1 La mediación material/psicológica**

De acuerdo con Álvarez y Del Rio, (1990) los instrumentos psicológicos y materiales son todos aquellos objetos que nos permiten ordenar y reconstruir la información de modo que el sujeto no quede estancado del aquí y el ahora sino que pueda utilizar su inteligencia, memoria o atención en una determinada situación, una representación cultural de lo que queremos aprender y no sólo cuando la vida real nos los ofrezca.

Es por ello que Vigotsky hace énfasis en el uso del lenguaje que, como lo señala Hernández (1998), está ubicado en el plano ontogénico y se usa primeramente con fines comunicativos sociales para influir en los demás y para comprender la realidad que nos rodea, mismo que generará en la persona o sujeto un proceso de internalización, entendido como una serie de transformaciones que comienza con una reconstrucción de una actividad dada de manera externa (interpersonal) y después de manera intrapersonal es decir de manera individual.

Por lo tanto, los instrumentos materiales como lo describe Kozulin (1998), no existen como utensilios individuales presuponen un empleo colectivo, una comunicación interpersonal y una representación simbólica mismas que servirán para un desarrollo y un aprendizaje interiorizado.

#### **4.2.2 La mediación social**

Según Rogoff y Tudge (1995), Vigotsky se basa en la premisa de que no se puede entender el desarrollo individual sin tomar en cuenta el medio social en el que el niño está inmerso.

Por eso Vigotsky señala (citado en Rogoff y Tudge, 1995) lo siguiente: “Toda función en el desarrollo cultural del niño aparece dos veces... Primero aparece en el plano social y luego en el plano psicológico.” (p.15).

La cita anterior pone de manifiesto las formas en las que los sujetos aprenden, poniendo especial énfasis en los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje, comportamiento) y la influencia que ejerce el medio social, así mismo explica que el desarrollo cognitivo se genera mediante el uso de instrumentos y signos en interrelaciones sociales, que se transforman en la mente del sujeto.

En este sentido Vigotsky menciona que: “El momento más significativo en el curso del desarrollo intelectual, que da a luz las formas más puramente humanas de la inteligencia práctica y abstracta, es cuando el lenguaje y la actividad práctica, dos líneas del desarrollo completamente independientes, convergen”. (Vygotsky, 1979, p. 47).

Como conclusión de este apartado podemos decir que tanto los procesos de mediación social como instrumental permiten que el niño opere y aprenda gracias a la ayuda de los demás y de su cultura, que se sitúan por encima de sus posibilidades individuales y que de cierta manera estarán presentes en una determinada etapa de su desarrollo y de su aprendizaje.

Con ello, este autor afirma que el aprendizaje integra factores sociales y personales puesto que el medio social influye en el proceso de conocimiento a partir de los elementos culturales que el sujeto posee, como el lenguaje. A partir de esto se forma la idea de los mediadores que son las herramientas mediante las cuales se transforman la realidad.

El desarrollo de las funciones psicológicas superiores se lleva a cabo por la incorporación y la interiorización de instrumentos y signos que se adquiere en relación con los otros. Esto es posible gracias a la convivencia que vive el ser humano en grupos sociales y la relación que existe con otras personas de quienes puede aprender; sin embargo el aprendizaje sólo se lleva a cabo cuando los instrumentos, los signos y las normas de las personas con quienes interacciona la persona corresponden a su nivel de desarrollo previo.

Vygotsky establece la relación entre aprendizaje y desarrollo, cuando afirma que no sólo es necesario establecer el nivel de desarrollo mediante tareas o actividades que una persona (o en este caso el alumno) puede realizar por sí mismo, sino que es necesario determinar también aquello que puede hacer con ayuda de otros.

### 4.3 La Zona de Desarrollo Próximo

Para Vygotsky (citado en Carretero y Limón, 1997) el desarrollo del ser humano está determinado por los procesos de enseñanza y educación, los cuales deben llevarlo a obtener niveles mayores de desarrollo. Estos niveles según el autor, se alcanzan a través de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

Vigotsky (citado en Coll, 1997), define a la ZDP como:

*La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero (p. 19).*

La zona de desarrollo próximo es la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. El proceso evolutivo va a remolque del proceso de aprendizaje; esta secuencia es lo que se convierte en la ZDP.

Dentro del proceso que se lleva a cabo en la ZDP el niño tiene la posibilidad de realizar las acciones necesarias que lo lleven o poder resolver un problema de forma lógica, es decir, no sólo aprende pasos para resolver un problema en específico, sino que con la ayuda del otro va aprendiendo y razonando el porqué de esos pasos, lo cual le permite en otro momento resolver problemas que tengan similitud ó en el mejor de los casos puede aprender otras formas de soluciones.

Para Torres (1996), la ZDP está dada por el espacio de negociaciones sociales sobre los significados en el contexto de las escuelas, ya que es el lugar en el que los profesores y alumnos pueden apropiarse de las comprensiones del otro.

Para estos autores la ZDP en un contexto escolar debe propiciar es intercambio de ideas entre alumnos y profesores que los lleve a entender y apropiarse del entendimiento de otros y un aprendizaje conjunto en el cual el adulto debe de tener en cuenta que los alumnos tienen diferentes Zonas de Desarrollo Real y Potencial.

De igual forma, hay que tener presente que una de las finalidades de la ZDP es crear una nueva ZDP, es decir, ya que el niño pasó del plano inter-psicológico (mediadores externos) al plano intra-psicológico (reflexión individual) y alcanzó con esto un nivel mayor de desarrollo, la Zona de Desarrollo Potencial se convierte en Zona de Desarrollo Real, lo que permite que el sujeto siga desarrollándose.

La interacción social por lo tanto, se torna indispensable ya que el niño inexperto adquiere del experto las herramientas psicológicas necesarias para poder resolver el problema, esto lo hace a través del lenguaje, y una vez que ya no necesita la ayuda del otro es que ha interiorizado las herramientas psicológicas necesarias. Todo esto no puede ser posible, si el niño tiene una actitud pasiva, pues requiere reflexionar sobre sus propios errores y su pensamiento, lo que lo lleva a un ajuste de la comprensión del objeto de conocimiento.

Para Vygotsky son dos los niveles en los que se da el desarrollo psíquico; primero se da el nivel inter-psicológico en donde el individuo se encuentra inmerso en una actividad social de comunicación interactuando con otros sujetos, cuando las acciones que realiza con los otros las produce a nivel mental, es decir individualmente, se da paso al nivel intra-psicológico (Torres, 1996). Tal como se muestra en la siguiente figura.

Figura no. 14 Zona de Desarrollo Próximo



Vygotsky establece la relación entre aprendizaje y desarrollo, cuando afirma que no sólo es necesario establecer el nivel de desarrollo mediante tareas o actividades que el niño puede realizar por sí mismo, sino que es necesario determinar también aquello que puede hacer con ayuda de otros.

Dentro del proceso que se lleva a cabo en la ZDP el niño tiene la posibilidad de realizar las acciones necesarias que lo lleven o poder resolver un problema de forma lógica, es decir, no sólo aprende pasos para resolver un problema en específico, sino que con la ayuda del otro va aprendiendo y razonando el porqué de esos pasos, lo cual le permite en otro momento resolver problemas que tengan similitud.

De todo lo anterior se deriva que los procesos de educación y enseñanza deben conducir al desarrollo lo que significa de acuerdo a las potencialidades de los alumnos en cada momento obtener niveles superiores de desarrollo.

#### **4.4 Relación aprendizaje-desarrollo**

El ser humano se desarrolla en la medida en que se apropia de una serie de instrumentos físicos y psicológicos de índole socio-cultural. Para Vigotsky el aprendizaje y el desarrollo son interdependientes (Rogoff y Tudge, 1995) pues el aprendizaje cumple un papel esencial en el desarrollo tal como se menciona en la siguiente cita en términos de Vigotsky:

*La instrucción y el desarrollo no coinciden de manera directa, sino que son conceptos que se hallan en relaciones mutuas muy complejas. La instrucción únicamente es válida cuando precede al desarrollo. Entonces despierta y genera toda una serie de funciones que se encontraban en estado de maduración y permanecían en la zona de desarrollo próximo. En esto consiste el papel de la instrucción...La instrucción sería inútil si solo se pudiera utilizar lo que ya ha madurado en el desarrollo...sino constituye una fuente de aparición de algo nuevo (p.89).*

El camino del desarrollo humano en parte está definido por los procesos de maduración del organismo en sí, pero es el aprendizaje lo que posibilita el despertar de procesos internos de desarrollo gracias a la interacción social que este tiene con su entorno cultural.



Dentro de esta dualidad desarrollo-aprendizaje, Vigotsky incluye dos aspectos importantes. El primero es la idea de un proceso que involucra tanto al que enseña como al que aprende mismo que no necesariamente puede ser la presencia de una persona también se encuentran los objetos, los sucesos y situaciones que nos rodean; y en segunda la importancia de la maduración que el niño pueda tener para realizar ciertas cosas o no y en efecto la relación desarrollo-aprendizaje no es lineal pues esta puede ser distinta en cada niño.

También Hernández (1998) comenta que desde la postura vigotskyana un espacio factible para poder explicar esta dualidad son los espacios educativos, dado que en ellos los enseñantes y los aprendices negocian, discuten, comparten y contribuyen a reconstruir los códigos y contenidos curriculares además de intercambiar costumbres, reglas, normas, habilidades, etc.; dichos saberes no solo se transmiten por unos y se reproducen por otros sino que su entorno se crean asimilaciones de significado gracias a la participación conjunta de los participantes. Por tanto, la escuela desempeña un papel importante en la promoción de aprendizajes específicos y un desarrollo general integral en el alumno.

El papel de la interacción con los otros (en especial con los expertos) tiene una relevancia considerable en el desarrollo psicológico. El alumno reconstruye los saberes mismos que fueron transmitidos y compartidos que después serán internalizados por los alumnos (aprendices) que de manera activa harán uso de ellos de manera autónoma y voluntaria.

Desde esta perspectiva el maestro que organiza el proceso de enseñanza-aprendizaje, deberá comprender que producir este sistema de interacción implica la realización de acciones o actividades de aprendizaje en conjunto (maestro-alumno, alumno-alumno), donde cada alumno responde individualmente y aporta de diferente manera. Esto quiere decir que cada uno cuenta con estructuras cuyo desarrollo le permite aportar ayuda a quienes quizá no puedan resolver alguna tarea de manera independiente.

Vigotsky (citado en Rogoff y Tudge, 1995) supuso que los niños no inventan su conocimiento y su entendimiento sino que se apropian del rico cuerpo de conocimientos acumulados en su cultura, es por ello que considera que los niños van construyendo su propio aprendizaje de acuerdo a las interacciones que le rodean en su entorno social donde se desenvuelven.

El énfasis en la interacción con personas más expertas es necesario pues esta interacción es el puente mediante el cual el niño llega a familiarizarse con las herramientas intelectuales de la sociedad. Por otra parte el concepto de Zona de Desarrollo Próximo no solo requiere una diferencia en la habilidad por parte del niño experto sino también del conocimiento que éste tenga de las necesidades del niño con menos habilidades.

No basta pues con solo hacer que el niño aprenda acumulando pensamiento sino que debemos potencializar su desarrollo que implica una transformación cualitativa de actividades sociales que se ajusten a la comprensión del niño en lo que respecta a su ZDP.

Con la ayuda del docente, los alumnos pueden lograr ciertos aprendizajes que antes solamente eran potenciales. Esto permite que se consiga no solamente un nuevo nivel de desarrollo real, sino también, y lo más importante, un nuevo nivel que antes no se lograba realizar ni solos ni acompañados.

Es por ello que cuando se enseña con la idea de ZDP el alumno es sostenido por la ayuda del profesor o de un compañero más capaz” de recorrer” esa zona construyendo conocimiento y se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP.

La idea de ZDP en esta investigación se utilizó para conocer la idea de Zona de Desarrollo Actual (ZDA) en la primera etapa del estudio, para lo cual se aplicó un cuestionario inicial y una entrevista clínica individual; con la idea de trabajar la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) en los estudiantes se elaboró un programa de intervención con contenidos de suma y sistema de numeración decimal y por último se realizó un cuestionario final con el objetivo de verificar si la Zona de desarrollo Próximo evolucionó o no a una ZDA.

## Capítulo V

### MÉTODO

En este capítulo se describe el método utilizado en el presente trabajo. Inicialmente se hace referencia al tipo y corte del estudio que se utilizó, la población que participó y el escenario; posteriormente se describen las etapas en que se llevó a cabo incluyendo la descripción, aplicación y la propuesta de análisis de los datos.

#### 5.1 Tipo de estudio

El tipo de estudio es descriptivo-explicativo, pues busca especificar las características que presentan los niños de 3º de primaria de una escuela pública del Estado de México, en cuanto a las dificultades que presentan en la adquisición del concepto de problemas de estructura aditiva específicamente en el modelo funcional y el subtipo de comparación.

Los estudios descriptivos, según Hernández, Fernández y Baptista (2008), buscan especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. En este tipo de estudio se eligen una serie de cuestiones para recopilar información y poder describirlas.

Mientras tanto, Colás y Buendía (1998) argumentan que estos estudios detallan información a través de diversas situaciones, sobre una población determinada, en donde se acumula información para posteriormente analizarla.

Los estudios explicativos no se limitan a la descripción del fenómeno o de conceptos, sino que pretenden establecer causas del fenómeno, es decir, centran su atención en explicar por qué ocurre el fenómeno, en qué condiciones se manifiesta y/o en qué se relaciona con otras variables (Hernández et al., 2008).

Por otra parte, el estudio es de corte cualitativo, pues asume los fenómenos de enseñanza-aprendizaje, como un conjunto de diversas variables a considerar desde una visión más dinámica (Hernández et al., 2008). Por otra parte Ito y Vargas (2005), afirman que

los estudios cualitativos no se basan en datos estadísticos, sino que los datos deben ser obtenidos mediante historias de vida, entrevistas y observación.

Bonals y Sánchez, (2007) señalan que los estudios cualitativos suelen ser más flexibles, pues no siguen un proceso de forma rígida, sino que se puede ir modificando según las demandas de la investigación. Suelen comenzar examinando el mundo social y posteriormente desarrollan una teoría en la que se pueda fundamentar el fenómeno encontrado.

De acuerdo con ello Cantero et al. (2003) proponen que la mayoría de estos estudios no pretenden probar hipótesis, sino que éstas se van generando durante el proceso de la investigación, su interés se centra en las interacciones entre individuos o grupos. Por lo que los datos recolectados son descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y conductas observadas.

Es así que la investigación cualitativa se fundamenta en una perspectiva interpretativa, es decir, busca comprender el significado de las acciones, en este caso, de los niños que participaron en este estudio. Es importante mencionar que en este tipo de estudios no se pretende hacer una generalización de los fenómenos, pues lo que se pretende es describir y explicar las características de una población específica.

Por otra parte, este tipo de investigación permite la participación del investigador de una forma más cercana. Con base en todo lo anterior se optó por este tipo de estudio para el presente trabajo, pues proporciona una mirada global del fenómeno de los procesos de enseñanza-aprendizaje y por tanto permite describir los procesos que se llevan a cabo dentro del salón de clases.

## **5.2 Muestra**

Participaron 18 niños de 3º grado de una escuela primaria en el Estado de México con edades entre los 8 y los 9 años, que fueron elegidos según el resultado de la evaluación inicial. El criterio fue tomar 6 niños con resultados buenos, 6 con resultados medios y 6 que tuvieron dificultades para resolver los ejercicios.

Cabe resaltar que los dieciocho niños que se seleccionaron fueron a partir de los resultados obtenidos en la muestra piloto donde no sólo se estableció la cantidad de participantes sino también el modelo de suma que se trabajó en esta investigación.

### **5.3 Escenario**

La investigación se realizó en una escuela pública del Estado de México que se encuentra ubicado en la Colonia El Molino perteneciente al Municipio de Ixtapaluca.

Se trata de una escuela que cuenta con dos edificios ambos de dos pisos pintados de color beige con gris. En la planta baja se encuentran los baños, la dirección, una bodega, una cafetería, el comedor y los salones de primero, y segundo grado; la explanada general que también funcionan como canchas deportivas y, al fondo, se localiza el patio para actividades de educación física y el estacionamiento. En los segundos pisos se encuentran los salones de tercero a sexto grado y en la parte trasera de la escuela hay una especie de terreno baldío que sirve para dejar todas las butacas y materiales pertenecientes a la escuela que de alguna manera ya no sirven. El estudio se llevó a cabo en un salón de usos múltiples ubicado en la planta baja de la escuela.

La escuela atiende a los niños pertenecientes sobre todo de la población y aledañas, quienes en su mayoría tienen un nivel socioeconómico bajo. Esta escuela imparte clases en dos horarios: en la mañana de 8 a 1 de la tarde y el horario vespertino es de 1:30 a 6 de la tarde, normalmente existen 4 grupos de cada grado asignado por una letra (3°A, 3°B, 3°C, 3°D, etc.) y cada grupo respalda aproximadamente de 30 a 35 niños en ambos turnos.

### **5.4 Etapas del estudio**

El estudio consta de tres etapas:

- Primera etapa del estudio: Aplicación del cuestionario inicial seguido de entrevista clínica piagetiana individual.
- Segunda Etapa: Aplicación del programa de intervención psicopedagógica.
- Tercera Etapa: Aplicación del cuestionario final.

### 5.4.1 Descripción de las etapas

- **Primera Etapa: Cuestionario inicial seguido de entrevista clínica piagetiana**

En esta primera etapa se aplicaron los cuestionarios de sistema de numeración decimal y de estructura aditiva con el objetivo de identificar la zona de desarrollo actual o real que tienen los niños, para, posteriormente aplicar el programa de intervención y determinar la zona de desarrollo potencial. Además de realizar la entrevista clínica-piagetiana.

La entrevista clínica piagetiana consiste en que el experimentador está en presencia del sujeto al que se le estudia individualmente y se establece una interacción. Se pone al niño frente a una situación y se le interroga con el fin de ver como el niño justifica y/o argumenta sobre una situación planteada. El objetivo es estudiar cómo el sujeto construye sus interpretaciones de la realidad (Delval, 2001).

Este tipo de entrevista, de acuerdo a Delval (2001), es un procedimiento para investigar cómo piensan, perciben, actúan y sienten los niños, que tratan de descubrir aquello que no resulta evidente en lo que los sujetos hacen o dicen, lo que está por debajo de la apariencia de su conducta, ya sea en acciones o con palabras.

- **Segunda Etapa: Programa de intervención psicopedagógica**

Para llevar a cabo esta segunda etapa del estudio fue necesario retomar los datos obtenidos en la primera etapa pues con ello se diseñaron las actividades pertinentes para realizar el programa. Antes de mostrar el diseño del programa de intervención es conveniente definir en qué consiste un programa de intervención, y esclarecer el motivo que nos impulso como psicólogas educativas a llevarlo a la práctica.

La intervención como tal es” *un tipo de asesoramiento educativo centrado en el punto de vista de la parte asesora*” Domingo (2005), esto alude que el asesor es quien se encarga de detectar las dificultades o conflictos que presenten los alumnos por medio de una comparación de lo que el niño debe de hacer y hace, para diseñar actividades enfocadas en la superación de necesidades, compensación de deficiencias y solución de problemas.

Para este estudio se retomo el modelo de intervención propuesto por (Cantero et al., 2003) y algunas bases propuestas por Domingo (2005) en relación también con el constructo de Zona de Desarrollo Próximo.

Domingo (2005) propone que el asesor educativo que realiza el programa de intervención psicopedagógico, además de detectar dificultades, debe diseñar actividades para la mejora de un problema suscitado en el aula al igual que debe evaluarlas con la finalidad de ayudar a los alumnos a alcanzar sus objetivos; en caso de no ser así ,se tendría que hacer un ajuste tanto en los objetivos propuestos como en el diseño de actividades, materiales y recursos e incluso verificar que ocurrió durante el proceso (las instrucciones no fueron bien dadas , no se entendieron, no se rescataron los intereses de los alumnos, etc.)

Las principales características del asesoramiento a través de programas apuntan hacia un trabajo en grupo más que individual y es precisamente esto que le confiere tener un carácter más preventivo que asistencial o terapéutico.

Bonals y Sánchez, (2007) señala que hay diferentes tipos de programas, en este trabajo además de preventivo sólo nos enfocaremos a uno denominado: *por su dimensión*; se basa en la perspectiva de la intervención en donde los destinatarios a los cuales se dirige es de manera directa (en este caso es dirigido a los alumnos que están en el proceso de adquisición de los problemas de estructura aditiva) sin dejar de lado la labor docente y las estrategias que se le pudieran ofrecer para él.

Aunado a esto Domingo (2005), propone que el profesor o investigador en este caso, tome nota de lo siguiente:

- Interprete la situación tomando en cuenta su conocimiento y de esta manera detecte el grado de la situación que se le presenta.
- Fijar la meta a alcanzar mediante su intervención, así como diseñar los medios para lograrla.
- Verificar que se esté cumpliendo con el objetivo propuesto y para esto debe supervisar el nivel de logro.
- Realizar una evaluación final donde identifique los niveles de logro de las estrategias propuestas.

Con todas estas herramientas lo que se realizó primeramente fue observar cuáles eran los puntos débiles del alumno, para que con ello se propusieran ayudas que le pudieran ser más útiles, sin dejar de lado que el niño pudiera irse dando cuenta de su propio proceso de aprendizaje y de la forma en la cual lograba resolver los problema planteados.

Por último hay que mencionar que lo que pretendimos con nuestro programa de intervención fue brindar apoyo para prevenir en los alumnos la aparición de posibles dificultades, y en caso de presentar dificultades poder ayudarles en la resolución de los problemas de estructura aditiva mediante el desarrollo de actividades que fomentaran habilidades que les permitieran a los alumnos entender y aprender el sub-tipo de comparación “más que” y “menos que”, encontrándole un sentido lógico y aplicable no sólo en el ámbito escolar sino también en su vida diaria.

- **Tercera Etapa: cuestionario final**

El cuestionario final fue resuelto por los alumnos sin ayuda y únicamente se les explicó las instrucciones. El objetivo de aplicarlo fue ver si hubo un avance en los alumnos en su Zona de Desarrollo Real mediante el programa de intervención si cambio o no y de qué forma.

## **5.5 Instrumentos**

El diseño de los instrumentos está basado en las investigaciones realizadas con los problemas de estructura aditiva, específicamente el concepto de suma y resta en los diferentes modelos matemáticos, y las investigaciones realizadas sobre la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal.

En la primera etapa que corresponde a la aplicación de los cuestionarios iniciales sobre el sistema de numeración decimal y los problemas de estructura aditiva, se observó la Zona de Desarrollo Real, que es entendida como lo que los niños pueden hacer solos y sin ayuda.



### 5.5.1 Instrumento para la primera etapa

Para esta primer etapa se aplicaron dos instrumentos: cuestionarios el primero se trata de escritura numérica (ver *anexo 1*) en el que se explora algunas ideas sobre el sistema de numeración decimal que consta de 6 reactivos cuyos contenidos matemáticos son: el conteo, el dictado de números, la escritura de números, antecesor y sucesor, la ordenación de menor a mayor y viceversa, como se puede apreciar en la siguiente tabla:

Tabla no. 2 Propuesta de cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo

No.	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Numeral del 1 al 100	Se le solicita al niño que observando el cuadro del numeral del 1 al 100, cuente del 1 al 100.
2	Escritura de números	Se solicita al niño anote los números que se le dictan.
3	Nombres de números	Se le solicita al niño que escriba los nombres de los números de la lista.
4	Identificar antecesor y sucesor	Se solicita al niño que coloque el antecesor y sucesor de los números que se le muestran.
5	Secuencias de números en orden ascendente	Se solicita al niño que ordene los numerales de menor a mayor.
6	Secuencias de números en orden descendente	Se solicita al niño ordene los numerales en orden descendente.

El segundo cuestionario retoma lo que son los problemas de estructura aditiva (ver *anexo 2*) misma que consta de 6 reactivos conformados por sumas, se basa en el modelo funcional y contiene los tipos y subtipos de dicho modelo. Los cuales son: cambio; unión y separación, combinación, comparación; más que y menos que, e igualación, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla no. 3 Propuesta de cuestionario inicial de Estructura Aditiva

No.	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Modelo funcional; tipo cambio unión	Carlitos tenía 16 canicas y su primo le dio 36 más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Carlitos?
2	Modelo funcional; tipo cambio-separación	María tenía 53 dulces y le dio a Luisa 26. ¿Cuántos dulces le quedaron a María?
3	Modelo funcional; tipo combinación	Juanito fue a la tienda a comprar 24 paletas de cajeta y 37 chocolates. ¿Cuántos dulces compro en total?
4	Modelo funcional; tipo Igualación	José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener las mismas que José?
5	Modelo funcional; tipo Comparación, más que	Pedro tiene 358 estampitas y Luis solo tiene 124. ¿Cuántas estampitas tiene Pedro más que Luis?
6	Modelo funcional; tipo Comparación, menos que	Paty tiene 36 años y Lupita 15. ¿Cuántos años tiene Lupita menos que Paty?

### 5.5.1.1 Aplicación del instrumento

Los cuestionarios fueron aplicados a 18 niños de 3º grado de primaria. No se les proporciono ningún tipo de ayuda y tuvieron que resolverlo en un tiempo no mayor a una hora. El procedimiento lo realizaron en hojas blancas sin poder borrar nada.

Tabla no.4 Cronograma de la aplicación de los cuestionarios iniciales

Temas:	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Problemas de estructura aditiva con tipos y subtipos</li> <li>b. Exploración sobre las reglas del Sistema de Numeración Decimal</li> </ul>
Objetivo:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluar el nivel de Zona de desarrollo real en la que se encuentran los estudiantes en lo concerniente a los modelos de estructura aditiva y sobre las Reglas del Sistema de Numeración Decimal</li> </ul>
Duración :	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 sesiones de 1hr por cuestionario</li> </ul>

Tabla no.5 Cronograma de la aplicación de la entrevista clínica

Temas:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estructura aditiva de acuerdo al modelo funcional</li> </ul>
Objetivo:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer las estrategias de resolución de problemas de estructura aditiva explorando el modelo funcional</li> </ul>
Duración :	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Una sesión de 1 hora.</li> </ul>

### 5.5.1.2 Propuesta de análisis de los datos

En análisis de los datos de los cuestionarios iniciales se realizó a través de un registro anecdótico en el que se observaron los soportes de representación que utilizan los niños para la resolución de los problemas, es decir, las estrategias con las que el niño se auxilia para resolver la tarea encomendada.

### 5.5.2 Instrumento para la segunda etapa

Se llevó a cabo la puesta en marcha del programa de intervención que contiene diferentes actividades que podrían ayudarle al niño a potencializar su Zona de Desarrollo.

#### 5.5.2.1 Aplicación del programa de intervención

La aplicación de la mayoría de las actividades están diseñadas para trabajar en equipo, la intervención se aplicó en 24 sesiones de una hora aproximadamente repartidas en 6 semanas. Las sesiones de la intervención se pueden ver en el *anexo 3*.

Tabla no. 6 Cronograma de la aplicación del programa de intervención psicopedagógico

Temas:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estructura aditiva de acuerdo al modelo funcional con la sub-categoría de combinación y el sistema de numeración decimal</li> </ul>
Objetivo:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enseñar la suma de acuerdo al modelo funcional en la sub-categoría de combinación respetando el sistema de numeración decimal.</li> </ul>
Duración :	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 24 sesiones de 1 hora cada una</li> </ul>

### 5.5.2.2 Propuesta de análisis de los datos

Utilizamos la observación para identificar las dificultades, aciertos, el nivel del logro del niño además en un cuadro registramos el modelo y el tipo de contenido matemático, la solicitud de la pregunta, también si el niño completo o no el proceso y por último el número de aciertos.

### 5.5.3 Instrumento para la tercera etapa

Con los resultados obtenidos en el programa de intervención y el cuestionario inicial se realizó un cuestionario final parecido al primero, tanto de problemas de suma en la sub-categoría de comparación así como del sistema de numeración decimal, esto con la finalidad de observar si hubo un cambio en el niño en lo que respecta a este conocimiento.

#### 5.5.3.1 Aplicación del instrumento

Consistió en otorgarle a cada niño un cuestionario donde se ubicaban problemas de estructura aditiva, no se les proporcionó ningún tipo de ayuda y tuvieron que resolverlo en un tiempo no mayor a una hora. Todo el procedimiento que utilizaron para la resolución lo realizaron en hojas blancas sin que pudieran borrar nada.

Tabla no. 7 Cronograma de la aplicación del cuestionario final

Temas: <ul style="list-style-type: none"><li>• Estructura aditiva de acuerdo al modelo funcional.</li></ul>
Objetivo: <ul style="list-style-type: none"><li>• Evaluar los avances que lograron los niños en términos de aprendizaje después de la aplicación del programa de intervención</li></ul>
Duración : <ul style="list-style-type: none"><li>• Una sesión de 1hr</li></ul>

#### 5.5.3.2 Propuesta de análisis de los datos

El análisis de los datos de los cuestionarios finales se hizo en cuadros en los que se registraron los resultados tomando en cuenta los soportes de representación que utilizan los niños para la resolución de los problemas, el nivel de logro y las estrategias de resolución de los problemas.

## 5.6 Consideraciones del estudio piloto para el estudio principal

Para poder realizar este estudio se realizó un estudio piloto, que de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2008) es la aplicación de un instrumento dirigida a una población parecida a la cual se va a aplicar nuestra investigación. También este tipo de estudio nos da algunos resultados con los cuales podemos verificar la confiabilidad y validez de nuestro instrumento.

En nuestro estudio se realizó con 18 niños de una escuela pública del Estado de México, 6 de 1º grado, 6 de 2º grado y 6 de 3º grado, con la finalidad de decidir con que grado se trabajaría el estudio principal.

Para llevar a cabo esta primera selección se les aplicó un cuestionario de escritura numérica y un cuestionario con problemas de suma y resta que exploraba los cuatro modelos matemáticos (lineal, de medida, funcional y cardinal).

En el caso de los alumnos de primer grado no presentaron dificultades con el cuestionario de escritura numérica en relación a las unidades ; en los cuestionarios de suma el único modelo que trabajó fue el lineal debido a que es un grado en está en proceso de adquisición del sistema de numeración decimal se decidió no trabajar con este grado.

Por otro lado, para los alumnos de 2º grado los dos cuestionarios aplicados resultaron fáciles de resolver en cuanto a la suma se refiere siempre y cuando tuvieran una “pista” como referente, de lo contrario, no realizaban alguna operación. En el cuestionario de sistema de numeración decimal sólo ubicaron las unidades, situación por la cual no se trabajó con este grado.

Los alumnos de 3º grado presentaron dificultades al resolver los dos cuestionarios (escritura numérica y el cuestionario exploratorio de los cuatro modelos matemáticos), pero a diferencia de los alumnos de 2º grado sí resolvieron la mayoría de los problemas, auxiliándose de las “pistas” y en caso de no realizarlo explicaban por qué no lo habían hecho. También el aprendizaje que tienen sobre el sistema de numeración decimal abarca tres cifras e incluso algunos ya saben hasta la lectura de cuatro cifras, por lo que se decidió trabajar con ellos.

Así mismo el modelo en el que presentaron mayor dificultad fue el funcional en la sub-categoría de comparación y en la escritura y lectura de números de 3 cifras.

## Capítulo VI

### RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO INICIAL DE SISTEMA DE NUMERACIÓN Y PROBLEMAS DE SUMA SEGUIDO DE ENTREVISTA CLÍNICA

En el presente capítulo se describen los resultados de la primera etapa del estudio correspondiente a la aplicación del cuestionario inicial de escritura numérica y problemas de estructura aditiva (adición) seguido de una entrevista clínica individual.

#### 6.1 Resultados del cuestionario de Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo

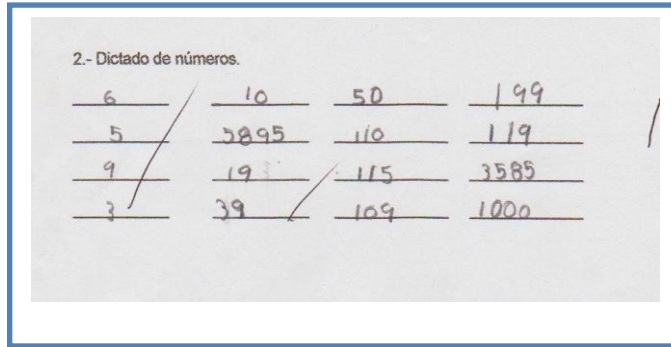
Para identificar la zona de desarrollo real de cada niño se consideraron dos aspectos; el nivel de logro y las estrategias que emplearon para la resolución de este cuestionario.

El nivel de logro, según Zorrilla y Fernández (2003), establecen categorías de desempeño en una prueba y describe qué son capaces de resolver o hacer los niños en cada categoría.

Para este estudio se consideraron tres categorías que son nivel de logro alto, medio e inicial. La clasificación para asignar dichas categorías se tomó en base a las respuestas por apartado del cuestionario, así como el nivel de conceptualización matemática que tienen los niños acerca del sistema de numeración decimal. A continuación se explica los diferentes niveles de logro.

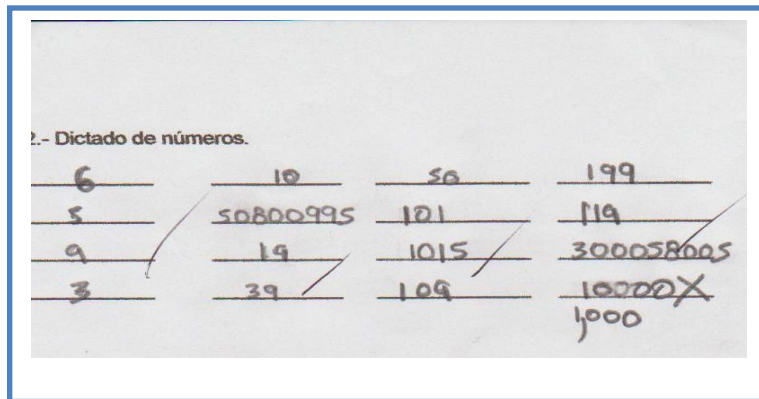
- **Nivel alto:** Los niños que se encuentran dentro de este nivel conocen que el sistema de numeración decimal está formado por 10 símbolos. (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9), además de conocer el valor posicional de los números, es decir el lugar que ocupa una cifra en un determinado lugar y eso se expresa tanto en su escritura del número con letra y número, *ver figura no. 15.*

Figura no. 15 Nivel de logro alto



- **Nivel medio:** Aquellos alumnos que pese a que no tienen aún la escritura convencional ya tienen sus primeras nociones debido a que van haciendo su escritura más compactada y a que van adquiriendo ideas acerca del valor posicional de las cifras al menos con números de 1 a 3 cifras, *ver figura no. 16.*

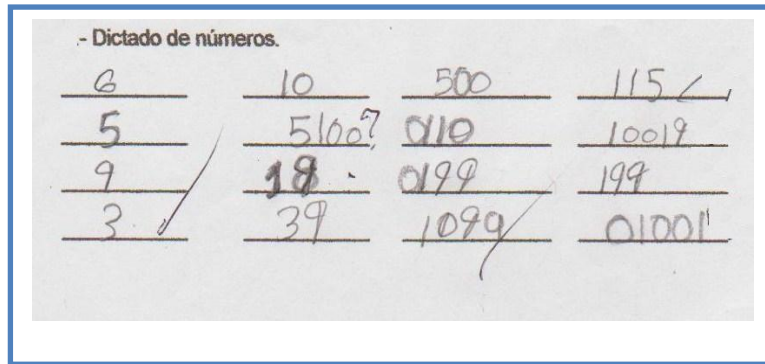
Figura no. 16 Nivel de logro medio



- **Nivel inicial:** Dentro de este nivel se ubican los alumnos que reconocen que un número es mayor que otro porque tiene más cifras. Aún no tienen claro el valor posicional a partir de las centenas, *ver figura no.17.*



Figura no. 17 Nivel de logro inicial

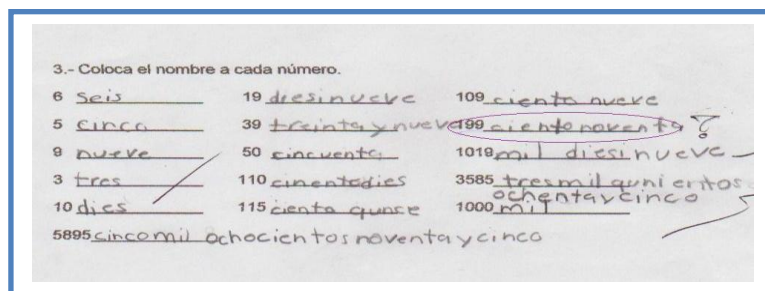


Mientras tanto, las estrategias de acuerdo con Brizuela y Cayton (2010), son una guía que los alumnos siguen de acuerdo a sus conocimientos para alcanzar un objetivo. Dentro de este estudio las estrategias nos ayudaron a conocer los sistemas externos de representación. La naturaleza de estos sistemas externos impacta lo que sabemos y entendemos sobre lo que se está representando, es decir, la interacción constante entre la representación (como se le presenta al niño un número) y lo representado (las producciones de los numerales de los niños).

Basándonos en Brizuela y Cayton (2010), decidimos emplear tres estrategias que son la omisión de los dígitos, la notación compactada y la notación convencional.

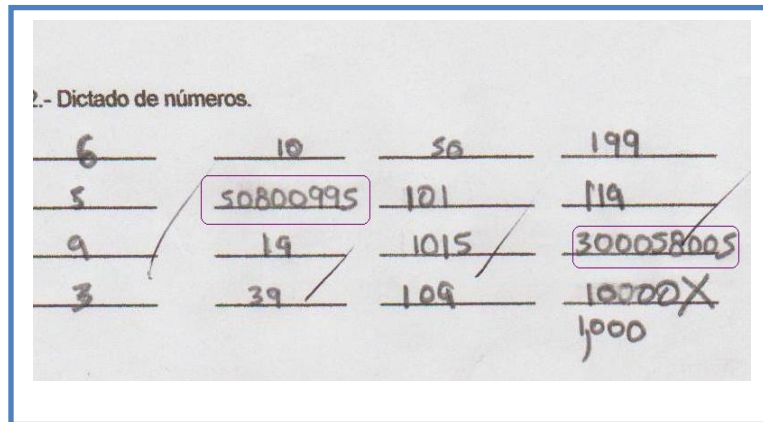
- **Omisión de los dígitos:** Cuando el niño escribe sólo algunos números presentados pero omite otros.

Figura no. 18 omisiones de dígitos



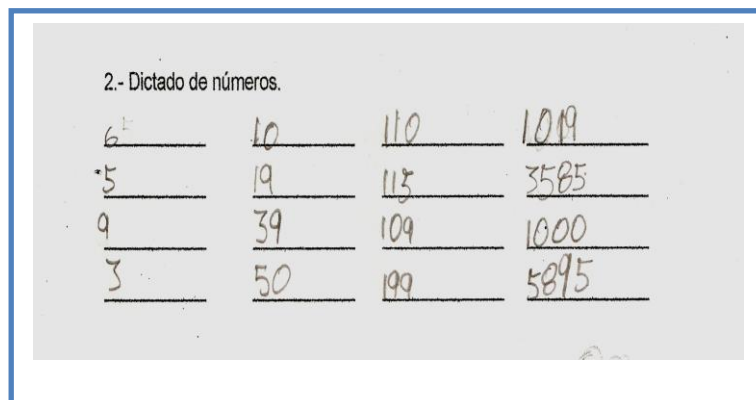
- **Notación compactada:** en aquellos casos en donde los niños incluyen ceros extras.

Figura no. 19 Notación compactada



- **Notación convencional:** escribe la cantidad de manera correcta.

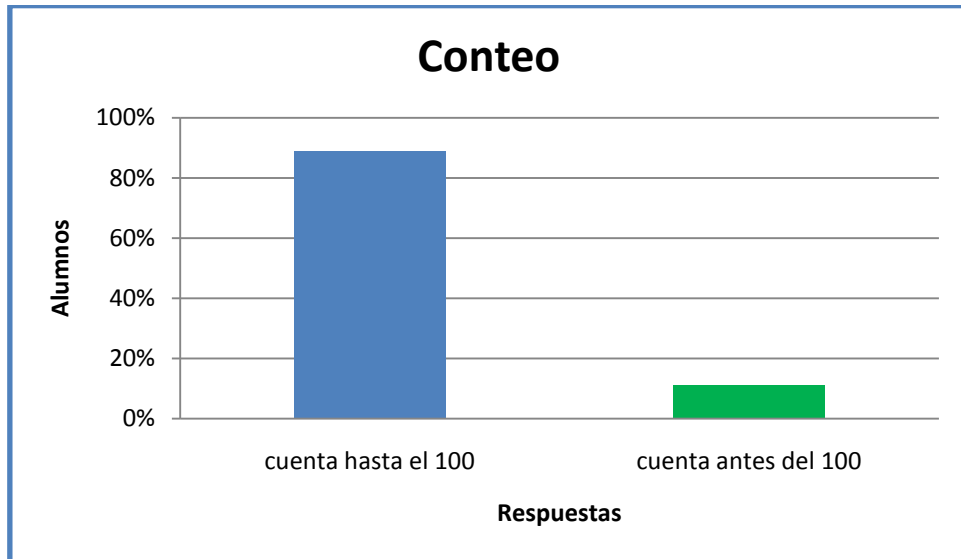
Figura no. 20 Notación convencional



Se optó por realizar gráficas para demostrar los resultados obtenidos en esta primera etapa además ayudarnos a visualizar donde estaban las dificultades y/o las necesidades de los alumnos y con ello ir especificando las actividades del programa de intervención psicopedagógico.

Las gráficas van de acuerdo al número de pregunta que estaba en el cuestionario.

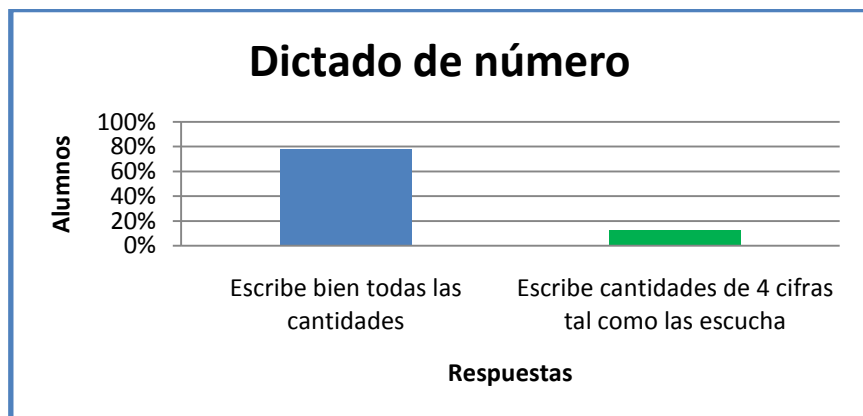
Figura no. 21 Gráfica del conteo



En esta primera gráfica se muestran los resultados obtenidos en el conteo de números donde la mayoría de los alumnos supo contar del 1 al 100 y en su mayoría cada que llegaban a una decena la encerraban. Sólo dos alumnos no lograron completar el conteo pues el primero sólo contó del 61 al 70 y el segundo alumno repetía constantemente las cifras del 81 al 90.

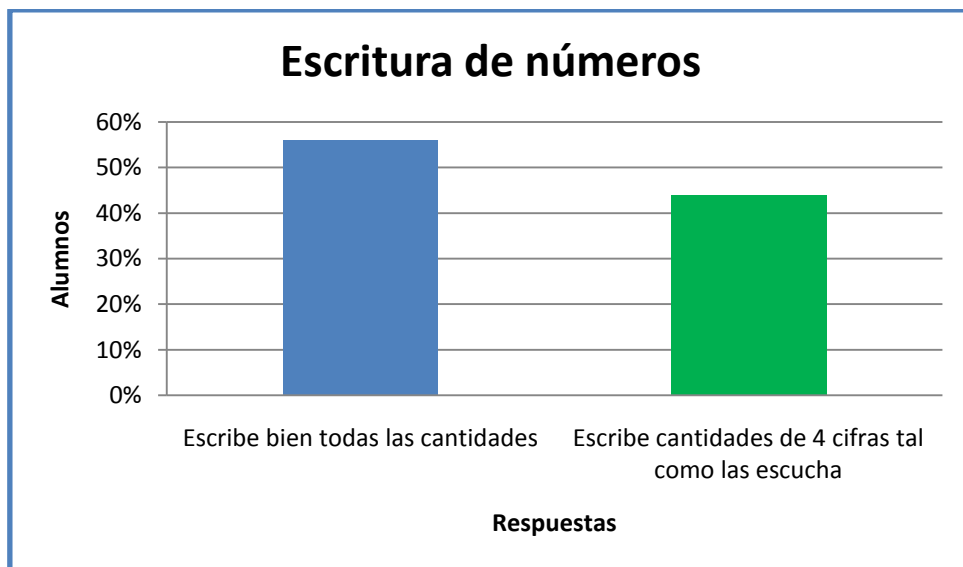
En lo que respecta al apartado del dictado de números se puede observar que la mayoría de los niños escribieron bien las cantidades.

Figura no.22 Gráfica del dictado de números



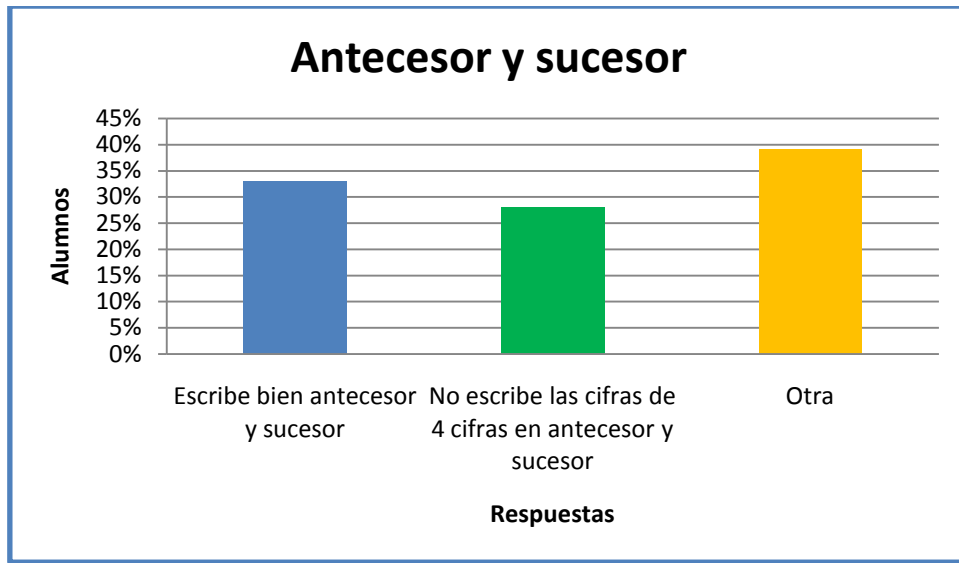
Mientras tanto, en la escritura del número la mayoría de los niños contestó adecuadamente sólo algunos escribieron las cantidades de cuatro cifras tal como las escuchan. En cuanto a la escritura y la lectura de números, Buenrostro (2003) señala que es necesario que el niño conozca la clasificación en órdenes, clases y períodos, es decir, tres órdenes (1-2-3) forman una clase (unidades, decenas y centenas) y la siguiente orden (1-2-3) forman la clase de unidades, decenas y centenas de millar. Cuando los alumnos conocen esto generalmente separan una orden con una coma por ejemplo: 5,895.

Figura no. 23 Gráfica de la escritura de números



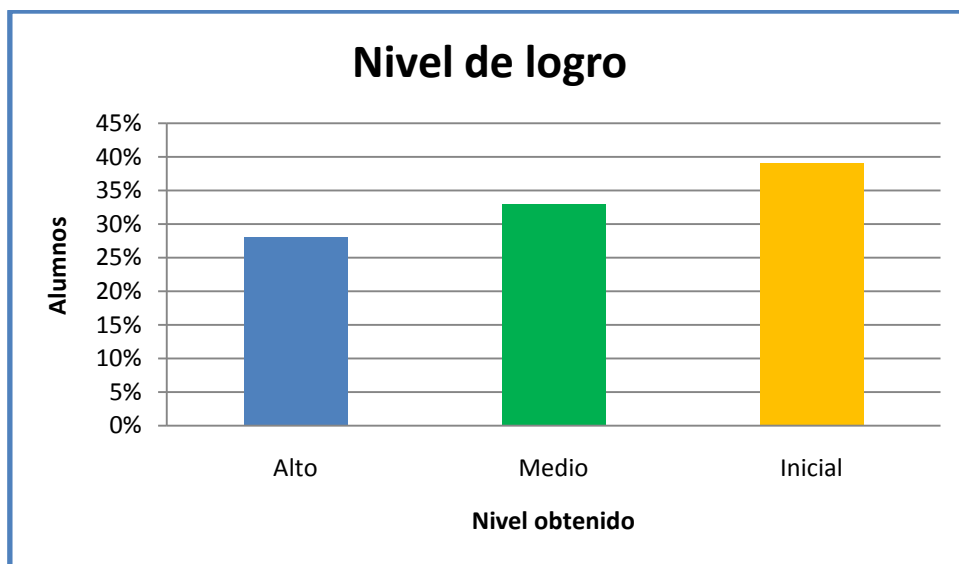
En la siguiente sección del cuestionario se les solicitó que escribieran el antecesor y sucesor de los números indicados y como se observa en la gráfica de resultados la mayoría de los niños escribió bien todas las cantidades, en los ejercicios que contenían cuatro cifras no colocaron el antecesor ni el sucesor del número. En la categoría de otra colocamos aquellas respuestas que los alumnos no contestaron o escribieron el nombre del número, es decir, no escribieron ni el antecesor ni sucesor del número. También se visualiza que a diferencia de las cifras 3585 y 5895 la cifra 1000 causó más dificultad pues en la mayoría de los casos confundían el 1000 por el 100 y por tanto el antecesor lo colocaban como 99 y el sucesor igual como 99. Lo cual refleja que es más fácil para ellos cambiar el último número de la cifra que todo el número completo.

Figura no. 24 Gráfica de antecesor y sucesor



En lo que respecta al nivel de logro obtenido en esta primera etapa, los alumnos de 3° grado de primaria tienen conocimientos básicos del sistema de numeración, por ejemplo, saben que el sistema es de base 10 y que por cada 10 aumenta un orden a un orden inmediato superior, también conocen la primera clase que es unidad, decena y centena y en algunos casos comienzan a trabajar las unidades de millar.

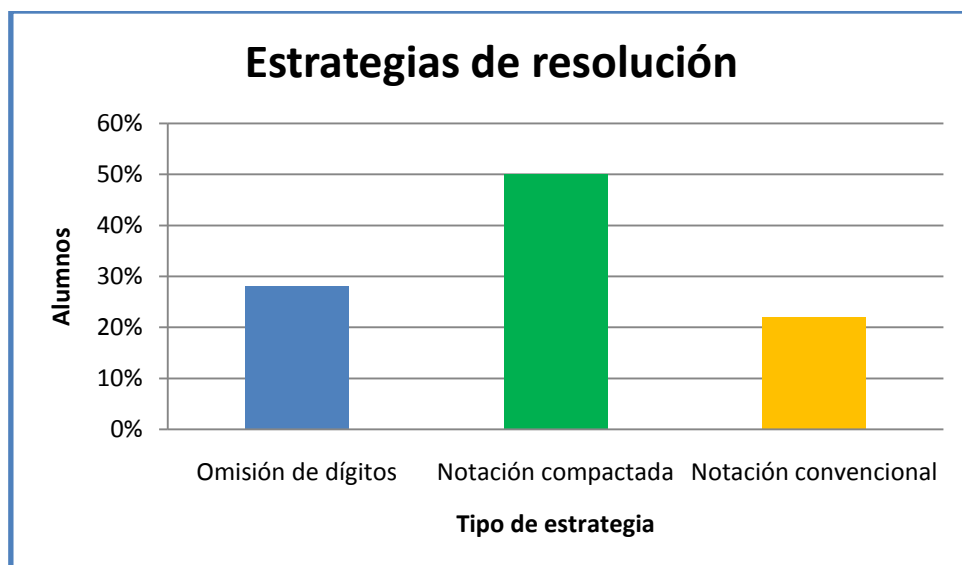
Figura no. 25 Gráfica nivel de logro



Es de suma importancia señalar que los alumnos están en proceso de aprendizaje de las reglas del sistema de numeración decimal y es por ello que hemos decidido incluir algunas actividades dentro del programa de intervención psicopedagógico para poder ayudar a los alumnos a aprender y comprender este contenido matemático.

En cuanto al tipo de estrategia que predominan en las respuestas de los niños, observamos que la notación compactada es más alta que la notación convencional, es decir, predomina más el hecho de aumentar más cifras (en su mayoría ceros) que escribir correctamente los números. Mientras tanto, el cero fue el número que más ocasiones omitieron.

Figura no. 26 Gráfica estrategias de resolución



## 6.2 Entrevistas clínicas individuales

Apoyándonos en las ideas de Juan Delval (2001), se realizó una entrevista semi-estructurada, misma que el autor define de la siguiente manera:

*las entrevistas...son preguntas básicas para todos los sujetos, que se van ampliando y complementando de acuerdo a las respuestas de los sujetos para poder interpretar lo mejor posible lo que van diciendo. Las respuestas van guiando el curso del interrogatorio, pero se vuelve a los temas esenciales establecidos inicialmente (p. 154).*

Dicha entrevista nos sirvió para explorar el pensamiento de los niños con respecto a las reglas del sistema de numeración decimal basándonos en las respuestas que dieron en cada uno de los ejercicios expuestos en los cuestionarios aplicados.

La mayoría de las preguntas versaron sobre el conocimiento del valor posicional, su escritura y sus secuencias.

Las entrevistas se realizaron dentro del salón de clase. Su duración fue de 40 minutos a una hora aproximadamente por cada niño. El material que se utilizó fue: una grabadora de sonidos, lápiz, hojas blancas y el cuestionario que cada niño realizó.

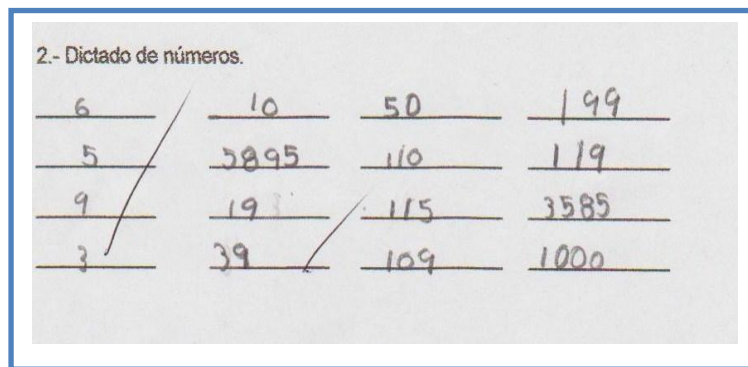
### 6.2.1 Resultados de las entrevistas clínicas del cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo

Los resultados obtenidos durante las entrevistas se expresan de acuerdo al nivel de logro de cada niño con respecto al sistema de numeración decimal.

- **Nivel de logro alto**

Los alumnos que se encuentran dentro de este nivel cuentan del 1 al 100, sus respuestas son acertadas en el dictado de números, su escritura está bien realizada y colocan correctamente el antecesor y sucesor de los números.

Figura no. 27 entrevista clínica nivel de logro alto



## **Fragmento de entrevista**

**Entrevistadora (E):** *¿Cómo sabes que este número (señalando el 5895) se escribe así y no de otra forma?*

**Niño (N 1):** *Ah, porque tú nos dijiste que lo escribiéramos y en la escuela nos dijeron que los números de miles llevan cuatro cifras y tú nos dictaste miles nos dijiste cinco mil si nos hubieras dicho quinientos entonces serían tres cifras porque los cientos llevan tres cifras.*

**E:** *Sabes entonces a cuanto equivale una unidad de millar?*

**N1:** *mmm si uno*

**E:** *Entonces ¿cuánto equivale una unidad?*

**N1:** *una unidad vale uno, mira (señala la columna donde se encuentran los números: 6,5.9 y 3) estos números son unidades porque valen uno nada más tienen un número.*

**N1:** *(risa) espérate es que me equivoqué una unidad vale uno y una unidad de millar vale mucho vale como diez decenas*

**E:** *A cuánto equivale una decena*

**N1:** *Una decena vale diez y yo los identifico porque tienen dos números mira aquí (señala los números 10, 50, 19 y 39) estos números son decenas, si fueran centenas tendrían tres números como éste (coloca el dedo en el número 110 y 199) y si son unidades de millar o miles llevan cuatro números como estos (señala el 5895 y el 3585).*

*Además es bien fácil escribirlos sólo hay que escucharlos bien y otra cosa que se me olvidaba es que mi maestra nos enseñó que hay que usar una coma cada vez que encontremos tres cifras yo aquí no la puse porque se me olvido (risa) pero mira en este número grandote (señala con su lápiz) que es el 5895 la coma va en el 5 o sea tiene que quedar entre el 5 y el 8 así se separan los miles y es más fácil por qué crees que no tuve ningún error.*

## **Comentario**

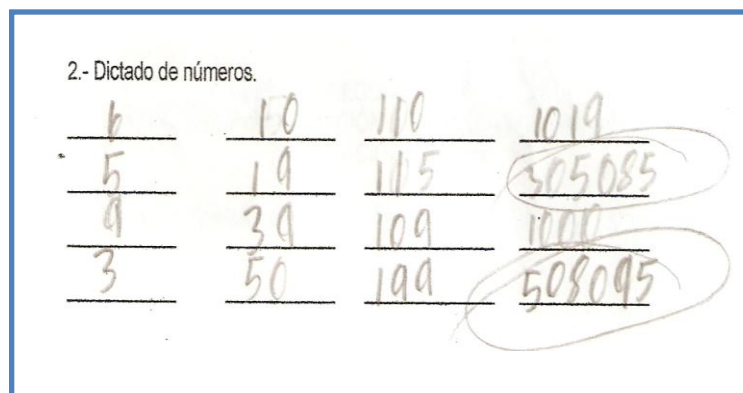
Tal como lo señala Brizuela y Caytón (2010), los niños desde edades tempranas utilizan la coma para agrupar los números grandes y establecer una relación de orden, es decir, cada tres números son separados y estos a su vez van aumentando y perteneciendo a una nueva clase. También se logra identificar que el niño separa y ubica primero las unidades, decenas, centenas y unidades de millar de acuerdo a la cantidad de dígitos para poder así leerlos y escribirlos, tal como lo ejemplifica Lerner, Sadovsky y Wolman (1994). con las reglas intuitivas específicamente en la cantidad de cifras y magnitud del número.



- **Nivel de logro medio**

Son aquellos alumnos que contaron del 1 al 100 y que en el dictado, escritura de número y antecesor y sucesor las cantidades de cuatro cifras las escriben tal como las oyen, aumentan u omiten dígitos.

Figura. 28 Entrevista clínica nivel de logro medio



### Fragmento de entrevista

*E: me puedes decir que número es este y se señala el 3585*

*N2: no contesta... Se queda pensando largo rato*

*E: ¿no sabes cómo se llama este número? (se vuelve a señalar el 3585)*

*N2: acentúa con la cabeza que no*

*E: Y ¿este? (se le muestra el que él escribió 305085)*

*N2: mil trescientos.... y se tarda para contestar porque se queda pensando y después de un rato contesta: mil trescientos.... Mil trescientos, quinientos ochenta y cinco*

*E: ¿este número tampoco lo reconoces? Se le señala el 5895*

*N2: no...*

*E: ¿y este? (se le muestra el que él escribió el 508095)*

*N2: no*

### Comentario

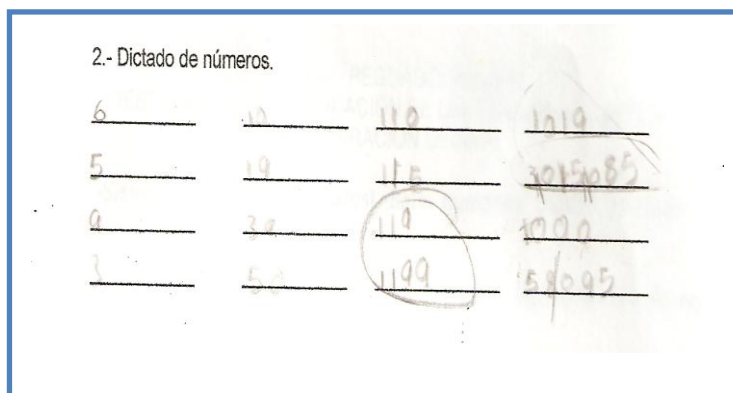
Como podemos observar el niño escribió los números de unidades, decenas y centenas, sin embargo le causa confusión el nombre de las unidades de millar que en el caso de nuestro cuestionario nos referimos al 3585 y el 5895. También podemos ver que tal como lo menciona Lerner (1996), los niños cuando se encuentran en la transición de la

comprensión de las reglas de nuestro sistema pasan por un conflicto esto lo podemos ver claramente cuando se le pregunta a el niño el nombre del 3585 y él se tarda largo rato en contestar y se queda pensando además intenta decir su nombre del número haciendo un esfuerzo por reconocerlo.

- **Nivel de logro inicial**

Los alumnos que se encuentran dentro de este nivel son aquellos que llegaron a saltarse algún número en el conteo, tanto en el dictado como en la escritura sólo escriben las unidades y decenas y a partir de las centenas omiten y/o agregan dígitos.

Figura no.29 Entrevista clínica nivel de logro inicial



**Fragmento de entrevista**

*E: en las centenas puso 119 en vez de 109 y puso 199 en vez de 119*

*E: Andrea ¿este número cuál es? (Se le señala el mil)*

*N3: ...mil....*

*E: y este (se señala 3585)*

*N3: ciento... (Se queda pensando) treinta y cinco (pero ella escribió 3015085 en vez del 3585)*

*E: este ¿qué número es este? (se señala el 58095)*

*N3: quinientos ochenta noventa y cinco*

*E: ella escribió 58095 en vez del 5895*

**Comentario**

Como se puede apreciar el niño aún tiene dificultades para escribir las centenas, pues al momento de escribir el 109 y el 199 los confunde con unidades de millar. Como lo señala Lerner (1996) los niños conforme van comprendiendo las reglas del sistema van

reduciendo el número de dígitos que usan hasta llegar a la escritura convencional esto se muestra en donde el niño escribió el 3585 y el 5895 en el primer número coloco más dígitos que en el segundo aunque aún en la primera cantidad incluye más cifras de las que lleva realmente el número.

Como se puede observar los alumnos entrevistados en su mayoría conocen las reglas del sistema de numeración decimal y lo único que varía es el nivel de ayuda que necesitan para poder reflexionar sobre sus respuestas y darse cuenta de si está bien o mal la respuesta que dieron, al mismo tiempo que la puedan justificar.

Durante la aplicación del cuestionario de sistema de numeración decimal se observó, que de los cuatro contenidos matemáticos (conteo, dictado de números, escritura de números y antecesor-sucesor) donde se registraron más incidencias de dificultades fue en el dictado de números, escritura de números, antecesor y sucesor de números, específicamente con las cantidades que tienen más de tres cifras.

En el primer punto del cuestionario se trabajó el conteo, este ejercicio consistía en que los niños contaran del 1 al 100 señalando los números y cada que llegaban a una decena la enmarcaban con un círculo o algún color. Se observó que en su mayoría todos los niños contestaron de manera correcta, sólo 2 de los niños no lograron contar hasta el 100.

De los 18 niños evaluados en el dictado de números, 13 contestaron y sólo 5 escribieron las cantidades tal como las escucharon específicamente con las cantidades de cuatro cifras, por ejemplo; 3585 lo escribió 300005000800y5.

Por otra parte, en lo que concierne a la escritura de números, se les pidió a los niños que escribieran el nombre de los números que tenían a un costado de las líneas de dicho cuestionario, es decir que escribieran con letra los números que tenían; el resultado de este apartado mostró que los 18 niños escribían correctamente las cantidades de una y dos cifras, sólo 7 niños no lograron escribir las cantidades de tres cifras y 14 niños escribieron las cantidades de cuatro cifras tal como las escuchan.

Por último, en el contenido donde se solicitaba que colocaran el antecesor y sucesor de los números que se les presentaban, 16 niños contestaron bien el antecesor y sucesor de las cantidades de una cifra sólo 1 no contestó pues colocó el nombre del número y otro niño no contestó.

Con los antecesores de dos cifras en el ejercicio 6,7 y 12, 16 niños contestaron bien, 1 escribe tal y como escucha la cifra y 1 otro niño no contesta; sólo en el ejercicio 14 los 18 niños contestaron correctamente . Con respecto a las cantidades de tres y cuatro cifras, 12 niños no escriben las cantidades, 3 no contestan y 3 escriben correctamente el antecesor y sucesor.

Al analizar los datos finales del cuestionario y la entrevista de Sistema de Numeración Decimal podemos decir que los niños establecen sus propias reglas en la escritura numérica. De acuerdo a los estudios realizados por Lerner (1996) los niños crean hipótesis en la posición de cifras como criterio de comparación o el orden que los niños le dan, además de que el lenguaje influye como regulador en los niños a la hora de escribir cantidades, pues ellos escriben las cantidades tales como las escuchan, y lo inconveniente de esto es que el lenguaje no es posicional por lo que al final las producciones numéricas de los niños no resultan ser producciones convencionales.

Sabemos que los niños tienen ideas previas, adquiridas por el intercambio con el medio natural y social. A pesar de su corta edad los niños son capaces de establecer relaciones, reflexionar sobre posibles respuestas a situaciones y observar regularidades propias de los contenidos matemáticos que le permitirán generalizar conceptos.

Es de suma importancia mencionar que el alumno debe sentirse partícipe en la construcción de su aprendizaje, como bien lo explica Charnay (1994) “el alumno debe ser capaz no solo de repetir o rehacer, sino también de ree-significar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.”(p.23). Con lo anterior se refiere este autor a que los alumnos deben ser capaces de darle un significado propio al aprendizaje que van adquiriendo para que de esta manera no se conviertan en solo repetidores de información solo de esta manera podrán resolver situaciones no solo en situaciones iguales sino que también en situaciones diferentes e incluso más complejas.

En la parte en la que se les dictaron las cantidades a los alumnos las escribían con más ceros de los que iban, de acuerdo con Lerner (1996) comenta que esto se debe a que los niños se encuentran en el proceso de adquisición de la escritura convencional, pues en ocasiones incluso ponen los números sobre los ceros, es decir, poco a poco van reduciendo los números.

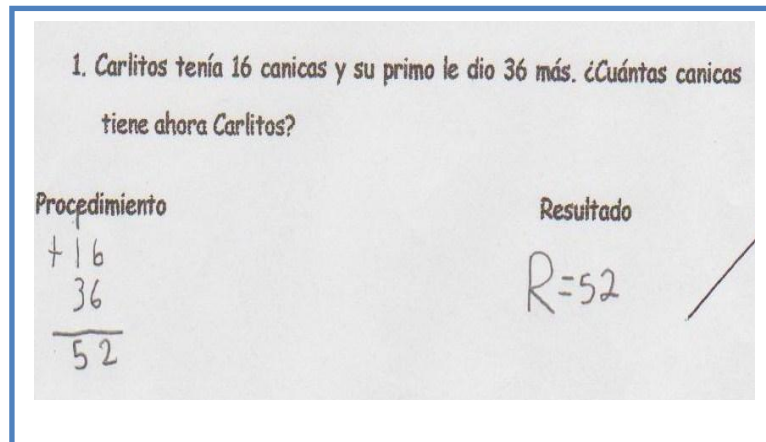
De esta manera, asumimos que las respuestas que los niños dieron en el cuestionario de sistema de numeración decimal indo-arábica son propias de su edad y se encuentran en el proceso de aprendizaje del conteo y del cálculo.

### 6.3 Resultados del cuestionario de adición

Los resultados del cuestionario se basan en dos categorías de análisis que son: niveles de logro y soportes de representación.

- **Nivel de logro.** Se consideraron tres niveles de logro; alto, medio e inicial. Para clasificar a los alumnos se tomó en cuenta el número de respuestas correctas y el nivel de conceptualización de la adición.
- **Nivel de logro alto.** En este nivel se encuentran los alumnos que tuvieron de 6 a 5 respuestas correctas y que utilizaron operaciones correspondientes a la adición.

Figura no. 30 Nivel de logro alto en Estructura Aditiva

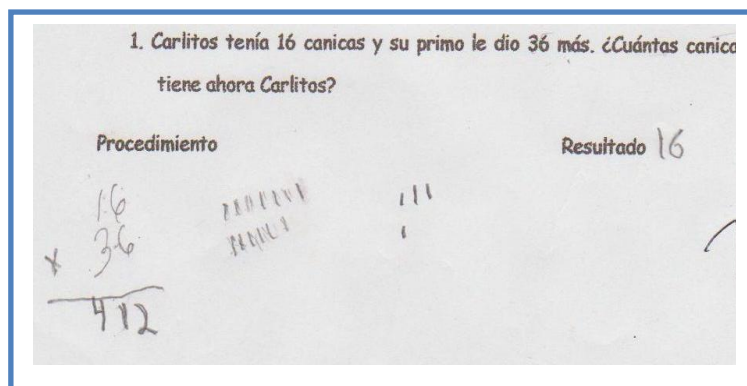


1. Carlitos tenía 16 canicas y su primo le dio 36 más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Carlitos?

Procedimiento	Resultado
$\begin{array}{r} +16 \\ 36 \\ \hline 52 \end{array}$	$R=52$ ✓

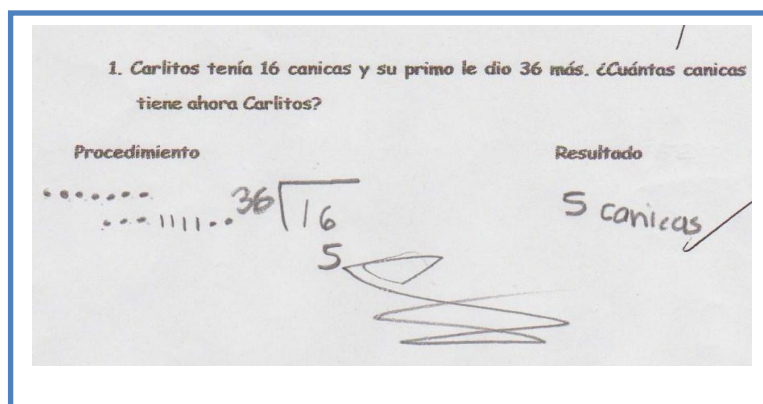
- **Nivel de logro medio.** En este nivel se encuentran los alumnos que tuvieron de 4 a 3 respuestas correctas y utilizaron el algoritmo en algunos ejercicios y algún soporte de representación.

Figura no. 31 Nivel de logro medio en Estructura Aditiva



- **Nivel de logro inicial.** En este nivel están los niños que tuvieron menos de 2 respuestas correctas y utilizaron dibujos o alguna otra operación para resolver los problemas.

Figura no. 32 Nivel de logro inicial en Estructura Aditiva



**Soportes de representación:** Los soportes de representación son aquellos en los que los alumnos se auxilian para resolver los problemas y por tanto apoyan el entendimiento del mismo. Entendiéndose de esta manera a la representación como solo una manera en la cual se interpretan los hechos, es decir, una representación no representa nada: es simplemente el medio (interno o externo) para comprenderse algo. Existen representaciones internas y representaciones externas que se influyen unas a otras y que van moderando nuestra forma de actuar y estas representaciones tienen un impacto en la manera en la se ven los problemas debido a que impactan en el procesamiento de la información. (Zhang y Norman, 1994)

Estos apoyos los clasificamos en:

- Resolución de los problemas con operaciones: nos referimos al uso de un algoritmo para llegar a un resultado

Figura no. 33 Algoritmo

1. Carlitos tenía 16 canicas y su primo le dio 36 más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Carlitos?

Procedimiento

$$\begin{array}{r} + 16 \\ 36 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resultado 52 canicas

- Resolución del problema con cálculo mental: el problema es resuelto a través de una operación mental sin necesidad de utilizar lápiz o calculadoras.

Figura no. 34 Cálculo mental

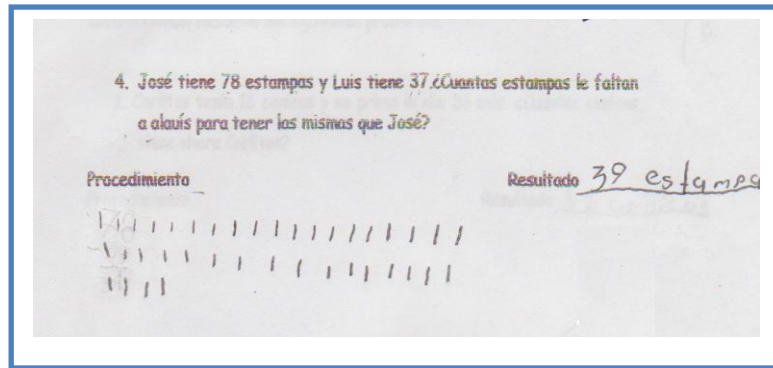
1. Carlitos tenía 16 canicas y su primo le dio 36 más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Carlitos?

Procedimiento

Resultado 52

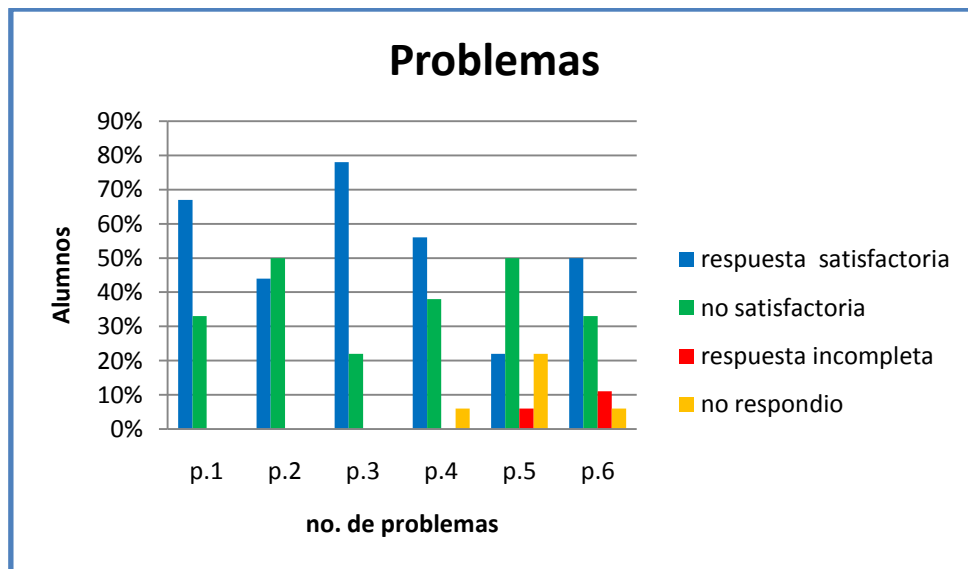
- Resolución del problema con dibujos: se expresa como el uso de gráficos que excluye cualquier tipo de gráfico.

Figura no. 35 Dibujos



Para presentar los resultados obtenidos se decidió hacerlo mediante gráficas, éstas muestran en primer lugar el número de niños que respondió satisfactoriamente, el número de niños que intentó resolver el problema sin la obtención de un resultado satisfactorio, respuestas incompletas o que no respondió.

Figura no. 36 Gráfica comparativa



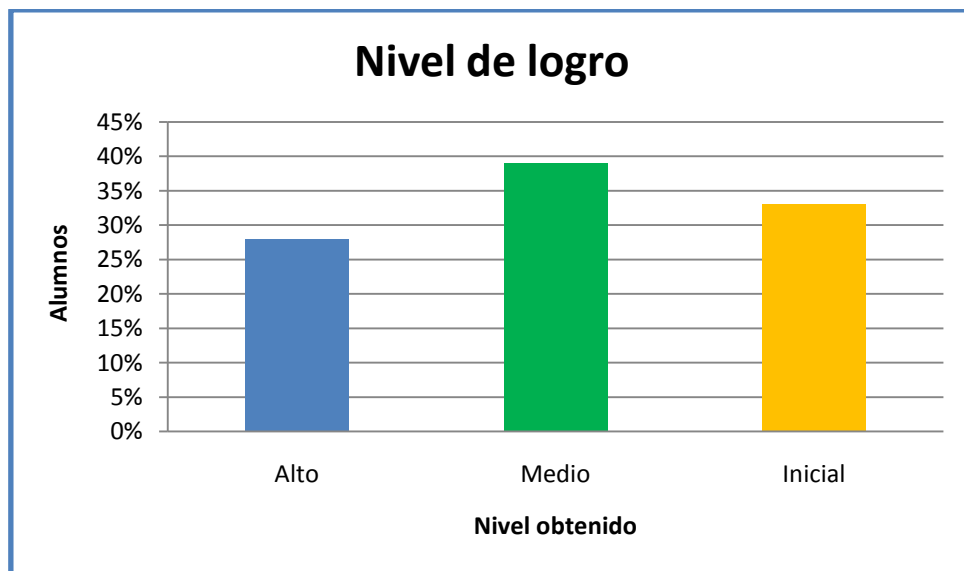
Como se observa en la gráfica la mayoría de los alumnos contestó satisfactoriamente los ejercicios, a pesar de que presentaron más dificultades en el problema 2 y 5. El primer problema es de cambio-separación que, como lo señala Maza (1989), es un problema donde se parte de una cantidad inicial a la que se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final resultante de la misma naturaleza. Mientras tanto, el ejercicio 5 pertenece a la categoría de comparación con el tipo “más que”. Cantero et al. (2003) añaden que este tipo de



problemas son de media dificultad porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno asocia “añadir” a “sumar”. En este tipo de problemas se suele asociar la palabra más en el que se expresan las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene más.

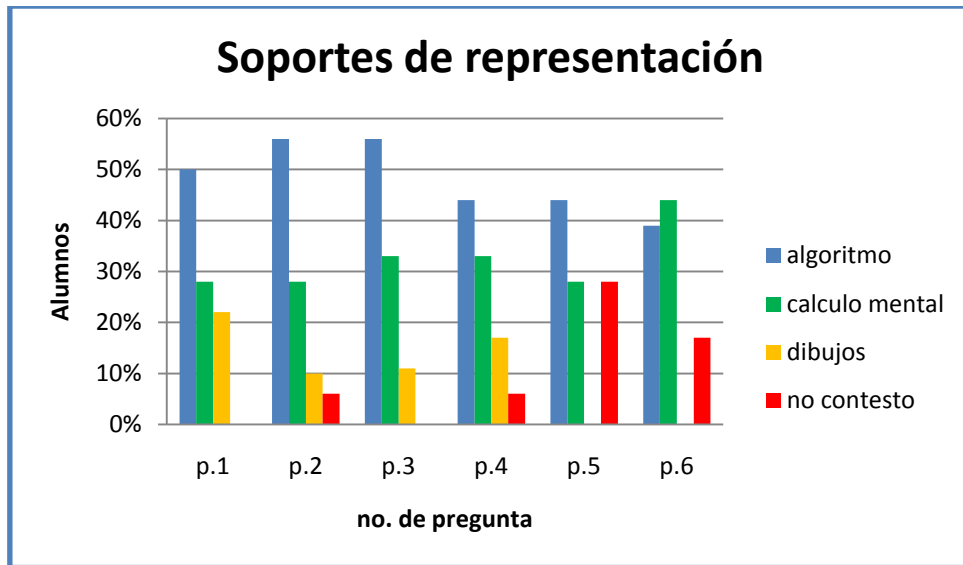
En la siguiente gráfica se observa el nivel de logro en general que tienen los niños con respecto a los problemas de estructura aditiva.

Figura no. 37 Gráfica nivel de logro



En esta misma se aprecia que la mayoría de los alumnos se encuentran en un nivel medio. Se encontró que en la mayoría de estos casos, los alumnos no contestaban con una respuesta satisfactoria aunque la mayoría realizó algoritmos o cálculo mental tal como se podrá apreciar en la siguiente gráfica.

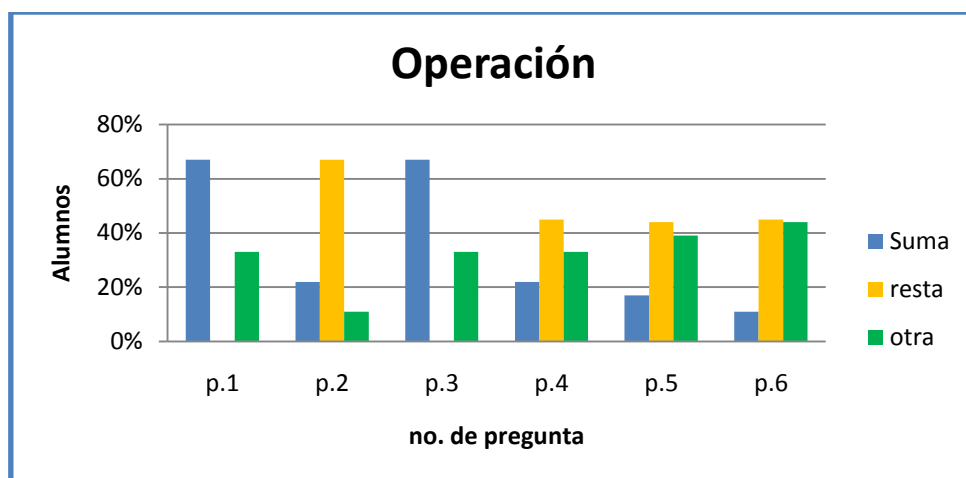
Figura no. 38 Gráfica soporte de representación



En cuanto a los soportes de representación utilizados por los niños para resolver el cuestionario inicial tenemos que la mayoría de ellos resuelven los problemas con un algoritmo ya sea de suma o de resta y unos pocos sólo se limitan a realizar un dibujo o simplemente no contestaron. El cálculo mental prevalece aún más que las dos anteriores como una forma de poder responder un problema.

Otro aspecto importante a señalar es que los alumnos se dejan guiar por las pistas que hay dentro de un problema por ejemplo en la pregunta 2 que dice: Pedro tiene 358 estampitas y Luis solo tiene 124. ¿Cuántas estampitas tiene Pedro “más que” Luis? Este ejercicio pertenece a la categoría de comparación con el tipo “más que” y por tanto debería de haber sido resuelto con una resta, sin embargo, como se nota en la gráfica los niños se dejan guiar por esa pista y resuelven el problema con una suma.

Figura no. 39 Gráfica tipo de operación



Si observamos, la mayoría de los problemas fueron resueltos con sumas a excepción del ejercicio 2 donde la mayoría contestó con una resta, en la categoría de otra nos referimos a aquellos alumnos que no resolvieron el ejercicio.

Como lo mencionan los planes y programas de la SEP (2009) la enseñanza y el aprendizaje de los problemas de estructura aditiva en cuanto a suma representa una de las mayores dificultades que enfrentan los alumnos al menos en los tres primeros ciclos escolares. Como lo hemos señalado en este apartado de gráficas la mayoría de los niños están en este proceso de aprendizaje y por tanto la resolución de un problema no es un aprendizaje que se adquiere en un instante, sino que implica un proceso en el que el niño tendrá que ir construyendo sus estrategias de resolución así como los conceptos que intervienen en dicho contenido.

En cuanto al modelo funcional y las diferentes categorías y tipos nos damos cuenta que en la mayoría de los niños aun siendo de nivel alto se enfrentan con dificultades cuando en los problemas hay pistas que siguen un orden inverso a la resolución.

Además de que se muestra claro que en las categorías donde hubo mayor índice de resultados insatisfactorios fue en el de cambio y comparación y que normalmente muchos de los niños resuelven el problema con el algoritmo o con un dibujo.

### 6.3.1 Resultados de las entrevistas clínicas individuales de adición

En este apartado se presentan los fragmentos de las entrevistas aplicadas a los alumnos con el fin de poder mostrar el nivel de conceptualización que cada uno tiene de acuerdo al nivel de logro.

- **Nivel de logro alto**

El alumno que se encuentra dentro de este nivel analiza el problema fijándose no sólo en los números sino también en el resto de la información. De igual forma completa el procedimiento y la idea de suma es clara.

Figura no. 40 Entrevista clínica nivel de logro alto en Estructura Aditiva

5. Pedro tiene 358 estampitas y Luis solo tiene 124. ¿Cuántas estampitas tiene Pedro más que Luis?

Procedimiento	Operación	Resultado
Pedro tiene 358 estampas Luis tiene 124 estampas	$\begin{array}{r} 358 \\ - +24 \\ \hline 234 \end{array}$	234 estampas tiene más Pedro

#### Fragmento de entrevista

**Entrevistadora (E):** ¿cómo resolviste el problema?

**Niño 1(N1):** Mira primero lo leí y dice que Pedro tiene más estampas que Luis desde ahí yo me di cuenta que hay que saber una diferencia porque en la pregunta te dicen ¿cuántas tiene Pedro más que Luis?

**(E):** ¿Qué operación realizaste?

**(N1):** muy fácil hice un resta y puse 358 -124 aunque aquí (señalando su ejercicio) se ve el signo de más pero es que me equivoqué y como dijiste que no borráramos por eso lo dejé así, pero mi resultado fue de 234 y lo comprobé y si estoy bien.

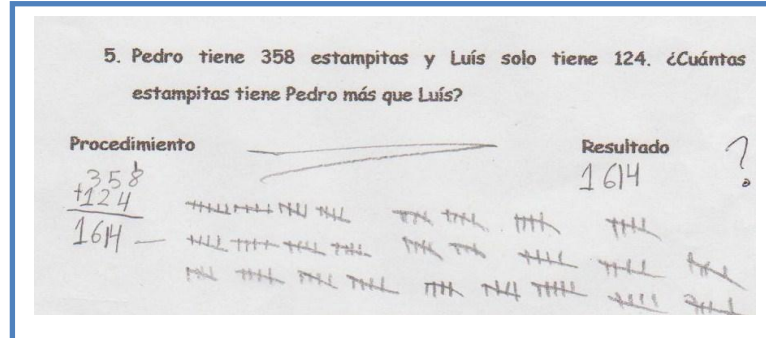
## Comentario

En este caso se observa cómo el niño analiza el problema en conjunto, fijándose en las cantidades, pero también en el objeto y en el sujeto, además de utilizar de manera correcta el algoritmo. En este tipo de problema Cantero et al. (2003) señala que suele ser de media dificultad para el niño pues tanto los datos como las preguntas suelen estar en un orden inverso y por tanto la operación requerida también, en los siguientes ejemplos nos daremos cuenta que el uso de pistas pueden no favorecer a resolver de manera correcta una operación y por tanto dificultar la comprensión de las diferentes formas de aprender a resolver una suma o una resta (Maza, 1989).

- **Nivel medio**

Dentro de este nivel, el análisis que hace el niño se basa desde las pistas para poder determinar qué es lo que va a realizar, además de tener algunas dificultades en el uso del algoritmo y en el ejercicio total tuvo de 3 a 4 aciertos.

Figura no. 41 Entrevista clínica nivel de logro medio en Estructura Aditiva



### Fragmento de entrevista

**(E):** En el ejercicio 5 se pide que se comparen las cantidades de Pedro (358 estampitas) con las de Luis (124) y habría que determinar cuántas tiene más que Luis.

**(E):** ¿cómo resolviste el problema?

**(N2):** mira yo lo hice con una suma puse arriba el 358 porque es más grandote y los grandes van arriba luego puse el 124 que es más chiquito. De ahí sume porque en el ejercicio dice más y por eso es suma.

**(E):** Me podrías explicar ¿cómo realizaste tu suma?

**(N2):** si ocho más cuatro son catorce pones el catorce, luego cinco más dos son seis y luego tres más una son seis... (Se queda pensando)

(E): *¿Qué paso, está bien tu suma?*

(N2): *no, estoy mal, sume mal pero sí es suma de veras*

### Comentario

Se puede notar que el niño se deja guiar por la pista “*más que*” para poder resolver el problema, duda mucho de lo que realizó pues no supo dar una explicación sobre su resultado; aunque intento recordar no supo si al final que operación realizar además de que hay algunos problemas en cuanto a la lectura del número pues su resultado escrito es de mil seiscientos catorce y ella insistió en que eran seiscientos catorce. Tal como lo describe Maza (1989) los problemas de estructura aditiva son un contenido complejo, pues no se limita sólo a la enseñanza del algoritmo, sino que también se necesita que el niño tenga comprendidas las reglas del sistema de numeración decimal, así como el uso de la operación en las diferentes categorías y tipos.

- **Nivel inicial**

En este nivel de análisis del problema se basa únicamente en la información literal que aporta, es decir, sólo se fija en las pistas de lo que se tiene que hacer de no encontrarlas puede no resolver el problema. Utilizan por lo general algún soporte de representación y el uso del algoritmo es definitivamente más complicado. En cuanto al total de aciertos sólo obtuvieron de 2 a menos.

Figura no. 42 Entrevista clínica nivel de logro inicial en Estructura Aditiva

5. Pedro tiene 358 estampitas y Luis solo tiene 124. ¿Cuántas estampitas tiene Pedro más que Luis?	
Procedimiento	Resultado 482

## **Fragmento de entrevista**

*(E): En el ejercicio 5 se pide que se comparen las cantidades de Pedro (358 estampitas) con las de Luis (124) y habría que determinar cuántas tiene más que Luis.*

*(E): ¿cómo resolviste el problema?*

*(N3): se queda callada*

*(E): ¿con una suma o una resta?*

*(N3): suma*

*(E): ¿una suma? ¿Cómo te diste cuenta de que era una suma?*

*(N3): se queda callada*

*(E): si quieres puedes volver a leerlo para que me digas como te diste cuenta de que era una suma*

*(N3): se queda callada*

## **Comentario**

Como se pudo observar en el ejemplo anterior la niña realizó una suma, a pesar de que nunca nos expresó la razón por la cual la hizo podemos intuir que lo hizo por que vio en el enunciado la palabra “más”. Como lo menciona Maza (1989) la palabra “más y añadir” se asocia a la suma y la palabra “quitar” a la resta, estas palabras representan pistas para los niños y de éstas se guían para resolver los problemas.

En términos generales podemos decir que los niños se encuentran en un nivel de logro medio y que presentaron mayor dificultad en los problemas de cambio separación y en la de comparación con el subtipo “más que”, puesto que fue en los 2 problemas donde los niños intentaron resolver el problema sin obtener una respuesta satisfactoria, aunque cabe señalar que en el problema en el que menos contestaron fue el de comparación.

En cuanto a los soportes de representación prevalece la utilización del algoritmo aunque también cabe mencionar que los niños en ocasiones utilizan la operación que no se necesita para llegar a la respuesta, porque se dejan llevar por las pistas, por otra parte como lo menciona Fayol (1996), los problemas no son problemas hasta que no se hacen propios, es decir, hasta que la persona tenga el interés para resolverlo y tenga el conocimiento necesario para llegar a la solución, en el caso de los alumnos del tercer grado nos podemos dar cuenta que estos problemas no les son comunes además que les hace falta reflexionarlos para ver cuál es la operación que han de tener que hacer para llegar a la solución.

Como lo menciona Maza (1989) para llegar a la resolución de un problema es necesario que el niño pase por tres pasos los cuales son: plantear un problema, interpretar dicho problema para así ver qué operación ha de realizar para llegar al resultado y la aplicación de técnicas, es decir, el método que el niño utiliza para llegar al resultado

De igual manera las diferencias entre cada uno de los niveles independientemente del tipo de problema o idea matemática que se trabaje, es que los alumnos de nivel alto tienen una mayor comprensión de los conocimientos necesarios para resolver una operación lo cual les permite hacer uso de los mismos para resolver los problemas donde la idea matemática no es tan familiar o al menos no se dejan guiar por las pistas. La única diferencia con el nivel medio es que los alumnos que se encuentran aquí necesitan ayuda, aunque sea mínima, para darse cuenta de sus dificultades y poder resolver de manera correcta los ejercicios. En el caso de los de nivel inicial lo que tenemos es que aún están en un proceso de aprendizaje y que sus dificultades son mayores por tanto la ayuda que requieren es superior.



## Capítulo VII

### RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA DEL ESTUDIO: PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICO

En el presente capítulo se reportan los resultados del programa de intervención sobre el modelo matemático funcional en la sub-categoría de comparación. Inicialmente se describe el programa de intervención, posteriormente se hace una breve explicación de su aplicación y se concluye con los resultados obtenidos.

#### 7.1 Descripción del programa de intervención psicopedagógico

El programa de intervención se desarrolló en ocho sesiones de aproximadamente hora y media, pues este fue el tiempo otorgado por la dirección escolar. En dicho programa se exploraron los problemas de estructura aditiva (adición) correspondientes a la sub-categoría de comparación (ver anexo 3).

Las ocho sesiones aplicadas se dividieron de la siguiente forma:

- Sesión no. 1 introductoria: El objetivo de esta sesión fue introducir a los alumnos a la idea de los problemas de suma y se trabajaron algunos problemas sencillos del modelo funcional de la categoría de comparación. Para esto los alumnos formaron equipos para poder acumular puntos y al finalizar tenían que sumar el total obtenido y responder así a las preguntas expuestas en su hoja de ejercicios.
- El objetivo de esta sesión es que los niños revisaran en conjunto la elaboración y comprensión del cálculo de sumas a través de la actividad tiro al blanco. Y lograr que identificaran números de 3 y 4 cifras. Además de fomentar en el niño que participe, opere, relacione y comente acerca del proceso tanto de él mismo como de sus compañeros.
- Sesión no. 2 y 3 Problemas de suma: El objetivo de ambas sesiones fue que los alumnos desarrollaran la habilidad para resolver problemas sencillos de suma con algunos ejercicios del modelo funcional en la categoría de comparación y que identificaran números de 3 y 4 cifras. Estas sesiones se realizaron en equipo y al finalizar cada alumno planteaba sus dudas para llegar a una conclusión.

- Sesión no. 4,5 y 6 Problemas de suma y Sistema de Numeración Decimal: El objetivo de estas sesiones fue que los niños realizaran problemas de suma en la sub-categoría de igualación, comparación, combinatoria y se familiarizaran con los números de 3 y 4 cifras en cuanto a la escritura y lectura de los mismos. Al finalizar cada sesión se discutía en el grupo para llegar a una conclusión.
- Sesión 7 y 8 Actividad de cierre; en ambas sesiones se realizaron ejercicios de suma en las cuales los alumnos tenían que resolver con diferentes formas (cálculo mental, dibujos o algoritmo) los ejercicios planteados se encuentran en el anexo 3, donde los niños tenían que resolver problemas del modelo funcional en especial de la categoría de comparación. También realizaron ejercicios del sistema de numeración decimal de 3 y 4 cifras

## **7.2 Aplicación del programa de intervención**

El programa de intervención psicopedagógico se aplicó a dieciocho alumnos, nueve alumnas y nueve alumnos, estos fueron elegidos por los resultados que obtuvieron en los cuestionarios diagnósticos.

Las sesiones de trabajo con los estudiantes ocurrieron dos veces a la semana martes y jueves de 14:00 a 16:00 horas.

Durante todas las sesiones los alumnos trabajaron en equipos de 2 y 3 niños máximo, las cuales fueron cambiando dependiendo la forma en la cual los alumnos se iban moviendo de un nivel a otro; y recibían ayuda o explicación de la investigadora cuando estaban trabajando en equipo y al final de las sesiones para concluir las.

En las primeras sesiones se trabajó por tríadas, compuestas por un alumno de nivel alto, uno de nivel medio y uno de nivel inicial; esto atendiendo a lo que Vigostky (1973), señala que para el niño pueda aprender y desarrollarse es necesario tomar en cuenta su Zona de Desarrollo Actual, es decir, lo que el niño puede hacer sin ayuda, para poder potenciar su zona de desarrollo próximo, tomando en cuenta la ZDR de sus compañeros expertos, pues esta no podría ser de un nivel mucho mayor ya que no funcionaría.

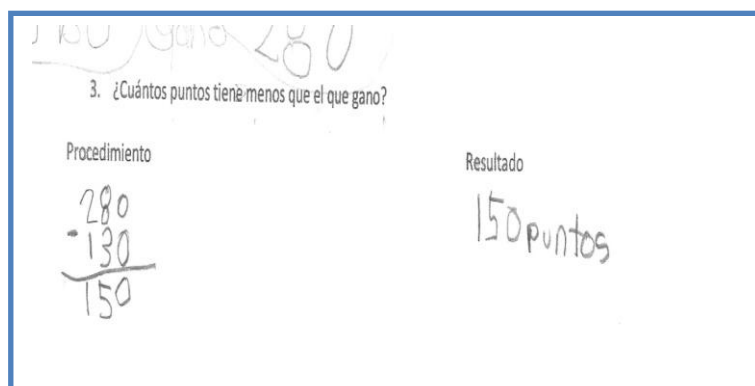
### 7.3 Resultados de las actividades de adición

Los resultados del programa de intervención se basó en los tres niveles de logro que se han venido considerando durante todo este trabajo que son: nivel alto, medio e inicial. Primero describiremos los resultados obtenidos durante el programa de intervención en relación a los problemas de estructura aditiva de comparación y finalmente los resultados obtenidos en relación a las reglas del sistema de numeración decimal.

- **Nivel de logro Alto**

Los alumnos colocados en el nivel de logro alto fueron seis, estos alumnos se diferencian de los otros niveles pues necesitaron una ayuda mínima para comprender la idea de comparación. Es preciso mencionar que los niños que se encuentran en este nivel mostraron cierto interés por solucionar el problema tal y como lo menciona Fayol (1996) los problemas no son problemas hasta que no se tenga interés por resolverlos y hasta que se tenga el conocimiento necesario para llegar a la solución.

Figura no. 43 Nivel alto en el programa de intervención en Estructura Aditiva



#### Comentario

A los alumnos de este nivel les fue más sencillo resolver los problemas debido a que sus conocimientos previos les ayudaron en el análisis de la información que presentaban los problemas, siéndoles posible identificar el algoritmo correspondiente.

De acuerdo a Vergnaud (1994) los alumnos utilizaron reglas de acción, toma de información y control para poder formular una estrategia de organización temporal,

posteriormente utilizaron invariantes operatorios al identificar y reconocer los objetos, sus propiedades y sus relaciones, lo que al final les permitió verificar la eficacia de la forma de resolución que decidieron utilizar.

La mayoría de los alumnos de este nivel utilizaron el cálculo mental para los problemas de 1 y 2 dígitos, y la simbolización convencional en el caso de los problemas de más de 3 dígitos. Para los alumnos de dicho nivel la ayuda por parte de las investigadoras fue la reenunciación del problema únicamente.

- **Nivel de logro Medio**

Los alumnos que se encontraban en este nivel requirieron un mayor número de sesiones para comprender la idea de comparación, y utilizar el algoritmo, así mismo necesitaron un mayor nivel de ayuda tanto de sus compañeros más expertos como de las investigadoras.

Figura no. 44 Nivel medio en el programa de intervención en Estructura Aditiva

3. Lucha y Juan juegan con dados; gana el que acumule más puntos. Lucha dice que gana 48 puntos y Juan 33. ¿Cuántos puntos tiene Juan menos que Lucha?

Procedimiento

$$\begin{array}{r} 48 \\ -33 \\ \hline 15 \end{array}$$

Resultado

15

Como podemos observar para resolver un problema es necesario tener claro los datos que nos ayudarán a darle una solución y una interpretación, para finalmente resolverlo por medio de las técnicas que el niño elija (Maza, 1989) en los alumnos que se encuentran en este nivel podemos identificar que la dificultad para ellos inicia en la interpretación que le dan al problema, es por ello que no saben que operación realizar para poder llegar al resultado convencional, solo muestran sorpresa al ver que su resultado rebasa incluso el número que se pretende alcanzar.

## Comentario

Los alumnos situados en este nivel muestran mayor dificultad a diferencia de los alumnos de nivel alto, esto se debe a que tienen dificultades en el manejo de la información del problema y sus conocimientos previos no les ayudaban a comprender el problema como lo pudimos ver en el ejemplo la idea de comparación la pudieron comprender hasta la sesión número 4, donde inicialmente realizan una suma, pero después la cambian por una resta logrando así llegar al resultado convencional.

Estos alumnos al igual que el nivel alto utilizaron las reglas de acción, toma de información y control, así como los invariantes operatorios, la diferencia estuvo en los conocimientos previos de unos y otros. Los niveles de ayuda para los alumnos de este nivel fueron la reenunciación, la representación lingüística y el razonamiento, para que pudiesen llegar al resultado convencional.

- **Nivel de logro inicial**

Los alumnos que se encuentran en el nivel inicial presentaron mayor dificultad en la comprensión de los problemas con la idea de comparación, además de que utilizan otros soportes de representación para la resolución de los problemas.

Figura no. 45 Nivel inicial en el programa de intervención en Estructura Aditiva

3. ¿Cuántos puntos tiene menos que el que gano?	
Procedimiento	Resultado
$\begin{array}{r} 280 \\ 120 \end{array}$ $\begin{array}{r} \text{oo} \text{ o} \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \text{   } \end{array}$	$390$

## Comentario

Estos alumnos no contaban con los conocimientos previos suficientes para poder utilizarlos en la resolución de los problemas, lo que ayudó fue la interacción con sus compañeros más expertos y las discusiones al interior de los equipos, los compañeros más expertos exponían sus opiniones y explicaban el procedimiento, mientras que los otros observaban y rebatían los resultados.

Cabe mencionar que la ayuda por parte de las investigadoras fue mayor, en principio se les replanteaba el problema en otras palabras para que los alumnos comprendieran lo que tenían que hacer, al momento de no percibir las palabras clave dentro del problema, se perdían, por lo que fue preciso pedirle a sus compañeros más expertos que les explicaran.

En términos generales se puede decir que durante el programa de intervención tratamos de tomar en cuenta los conocimientos previos que los niños poseían para poder formar la diadas y triadas de trabajo con el fin de que se pudiese potenciar la ZDP; así mismo se propusieron tareas que representaran un reto para los alumnos siempre y cuando éstas no estuviesen demasiado elevadas para que pudieran resolverlas. Como lo menciona Bodrova y Leong (2004), un problema es aquella situación en la que se plantean dificultades en las que no hay una solución en un momento dado y, para llegar a dicha solución, es conveniente que el sujeto busque diversos procedimientos para resolver el problema.

Las ayudas estuvieron orientadas a hacer que los alumnos reflexionaran sobre sus respuestas y la forma de resolver las tareas planteadas. La diferencia entre los alumnos de nivel alto, medio y bajo fueron sus conocimientos previos y el nivel de ayuda que necesitaron para alcanzar el objetivo, pues en algunos casos bastaba con re enunciar la tarea y en otros se tuvo que explicar con otras palabras y ejemplos de la vida cotidiana.

## 7.4 Resultado de las actividades de Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo

- **Nivel de logro alto**

Los alumnos que se encuentran en este nivel identificaron en la sesión número 1 y 3 las cantidades de centenas y unidades de millar. Por otra parte en la sesión número 6 mostraron un poco de confusión cuando se les pidió que pusieran a cada número en su casa decimal, pero bastó con explicarles de qué se trataba y lo realizaron sin mayor dificultad.

Figura no. 46 Nivel alto en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo

Cantidad	Billetes de \$ 100	Billetes de \$ 10	Monedas de \$ 1
824	8	2	4
1960	19	6	0
6034	60	3	4
705	7	0	5
750	7	5	0

### Comentario

Cabe mencionar que sin duda la comprensión de que el valor de los números está en función del lugar que ocupen es de gran importancia, debido a que la posición indica la cantidad de veces que ha de ser multiplicado el número por la potencia de la base (Lerner, 1996). Por otra parte en lo que respecta a la escritura de números pudimos observar que inicialmente escribían los números como una sola palabra, después ya para la sesión número 8 escribían convencionalmente y finalmente para el antecesor y el sucesor observamos que para la sesión número 8 escribían convencionalmente los números correspondientes.

- **Nivel de logro medio**

Los alumnos correspondientes a este nivel no presentaron dificultad en identificar los números de 3 cifras aunque los números de 4 cifras en las sesiones 1 y 2 presentaron un poco de confusión pero a lo largo de la sesión fueron comprendiéndolo, ya que como lo menciona Lerner (1996), los niños para llegar a la escritura convencional van generando

hipótesis acerca de las reglas de nuestro sistema y una de ellas es que las centenas van con tres cifras y las unidades de millar con cuatro.

Figura no. 47 Nivel medio en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo

Cantidad	Billetes de \$ 100	Billetes de \$ 10	Monedas de \$ 1
824	8	2	4
1960	4	6	0
6034	0	3	4
705	7	0	5
750	7	5	0

### Comentario

En la sesión número 6 presentaron un poco de dificultad en identificar la casa decimal correspondiente a cada número, sin embargo, se esforzaron en comprenderlo y colocaban lo que creían que iba. En lo que se refiere al dictado de números y el antecesor y sucesor colocaron convencionalmente hasta los números de tres cifras les costó un poco más de trabajo colocar los números de cuatro cifras.

- **Nivel inicial**

Los alumnos de este nivel presentaron algunas dificultades en la identificación de números de 3 y 4 cifras en la sesión 1, sin embargo ya para la sesión 3 comprendían mejor el valor de números de por lo menos 3 cifras.

Figura no. 48 Nivel inicial en el programa de intervención en Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo

Cantidad	Billetes de \$ 100	Billetes de \$ 10	Monedas de \$ 1
824	0	2	4
1960			
6034			
705	7	0	5
750	7	5	0



## **Comentarios**

En relación a la sesión número 6 se pudo observar que los alumnos presentaron dificultades en comprender el valor de los números dependiendo del lugar que ocupan en determinada cantidad inclusive únicamente pudieron ubicar las cantidades de 3 cifras esto se debe a que los alumnos ubicados en este nivel no cuentan aún con la comprensión de las reglas de nuestro sistema. Como lo menciona Lerner (1996) algunos alumnos pueden manejar los nudos, como decenas y centenas o inclusive unidades de millar, pero no llegan a la comprensión de los números que llevan en sí mismo las decenas y eso les causa conflicto a los niños a la hora de escribir los números. Por último en relación a la escritura de números todos los niños las escribieron convencionalmente a excepción de 2, 1 que no sabía escribir y otro que escribió las cantidades por separado

## **CONCLUSIÓN**

Cabe mencionar que durante el programa de intervención se estuvo manejando las reglas del sistema de la par de los problemas de estructura aditiva esto para que los alumnos pudieran manejar de mejor manera los datos que se les daban en los problemas Y aunque no todos los alumnos lograron un nivel de logro alto por lo menos si se movieron de nivel de logro, atribuimos esto a la interacción que tuvieron con sus compañeros más expertos que potencializaron la ZDP tal y como lo menciona Vigotsky ( citado en Rogoff y Tudge, 1995) los alumnos van construyendo su propio aprendizaje de acuerdo a las interacciones que le rodean en su entorno social donde se desenvuelven.

Aunque sabemos que aún les falta a estos alumnos comprender del todo las reglas de nuestro sistema ya que como lo menciona Kamii (1986) la enseñanza del SND requiere de herramientas necesarias y suficientes para proporcionarles a los alumnos situaciones numerosas y variadas mediante las cuales adquieran, entre otras cosas, formular hipótesis, probar y formar de manera empíricas argumentos acerca de la validez de su conjetura. Es por ello que sabemos que la ZDA que han alcanzado ahora ayudara a continuar con el proceso de adquisición de las reglas de nuestro Sistema de Numeración Decimal.

## Capítulo VIII

### RESULTADOS DE LA TERCERA PARTE DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO FINAL SOBRE EL MODELO FUNCIONAL EN LA SUB-CATEGORÍA DE COMPARACIÓN Y SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL INDO-ARÁBIGO

En el presente capítulo se reportan los resultados del cuestionario final sobre el modelo matemático funcional en la sub-categoría de comparación ya que fue el que se trabajó durante el programa de intervención. En un primer momento se describe el instrumento, posteriormente se da una breve explicación de la aplicación del cuestionario y se concluye con los resultados obtenidos.

#### 8.1 Resultados del cuestionario final de adición

Los resultados del cuestionario final, al igual que en el inicial se clasificaron en dos categorías de análisis:

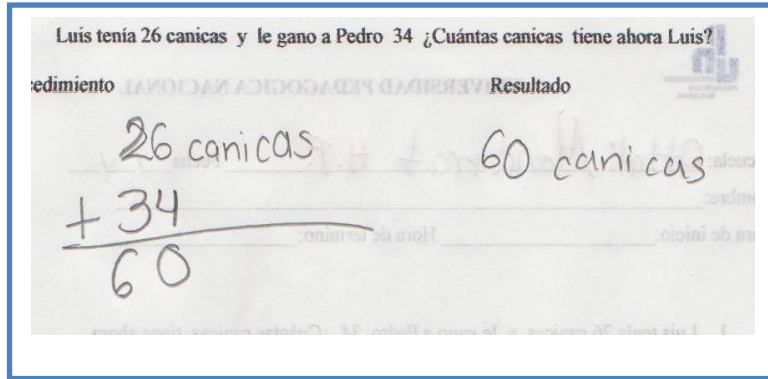
- Nivel de logro.- Se consideraron tres niveles de logro; alto, medio e inicial.
- Soportes de representación.- Se consideraron la resolución de los problemas con operaciones, cálculo mental y/o dibujos.

- **Nivel de logro alto**

Se encuentran los alumnos que contestaron satisfactoriamente todos los ejercicios y que utilizaron operaciones correspondientes a estructura aditiva.

Los alumnos que alcanzaron este nivel, utilizan la simbolización convencional de la suma para resolver el problema. Si bien no se puede afirmar que hayan adquirido un esquema, puesto que como menciona Vergnaud (1991), la construcción de éste lleva varios años, y al mismo tiempo no es algo que se pueda comprobar en este trabajo, si hay una comprensión de la idea de funcionalidad en el esquema de comparación, como la posibilidad de comparar los elementos de un conjunto con otro u otros y de cambio cuando cierta cantidad dada se transforma a otra. Así mismo pueden resolver problemas que involucran una suma y una resta para poder llegar al resultado final sin necesidad de dejarse llevar por una pista.

Figura no. 49 Nivel alto en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo



A continuación se muestra el comparativo de las respuestas dadas por los alumnos en el cuestionario inicial y en el final, para lo cual se escogió el problema que se repitió en ambos cuestionarios;

Figura no. 50 Comparación del nivel alto

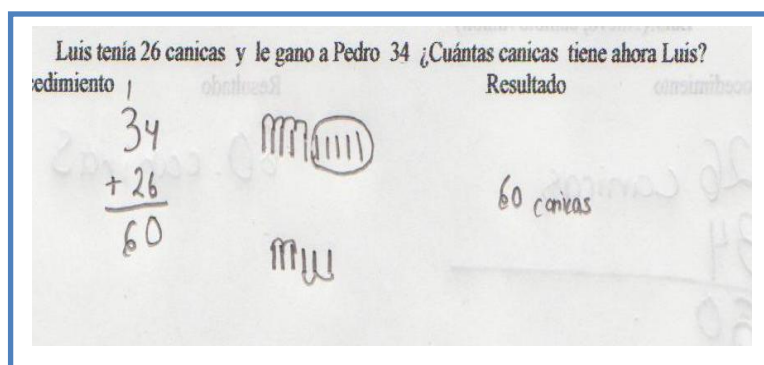
Nivel de logro	Cuestionario inicial	Cuestionario final
<p>Nivel alto: Los alumnos de este nivel presentaron en sus respuestas grandes logros después de la aplicación del programa de intervención pues sus respuestas en el cuestionario final en su mayoría fueron satisfactorias a comparación del cuestionario inicial que sólo se reducían a escribir un número aislado o sólo se limitaban a escribir un <i>no sé</i>.</p>	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener las mismas que José?</p> <p>Procedimiento</p> $\begin{array}{r} 78 \\ + 37 \\ \hline 114 \end{array}$ <p>Resultado</p> <p>114 ?</p>	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener las mismas que José?</p> <p>Procedimiento</p> $\begin{array}{r} 78 \\ + 37 \\ \hline 114 \end{array}$ <p>Resultado</p> <p>41 ✓</p>

Como nos pudimos dar cuenta en el cuadro anterior las respuestas de los niños ya para el cuestionario final fueron más satisfactorias.

- **Nivel medio**

Se encuentran los alumnos que tuvieron 3 respuestas satisfactorias y utilizaron el algoritmo en algunos ejercicios o algún otro un soporte de representación

Figura no. 51 Nivel medio en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo



En el siguiente cuadro se muestra el comparativo de las respuestas dadas por los alumnos en el cuestionario inicial y en el final, para lo cual se escogió el problema que se repitió en ambos cuestionarios

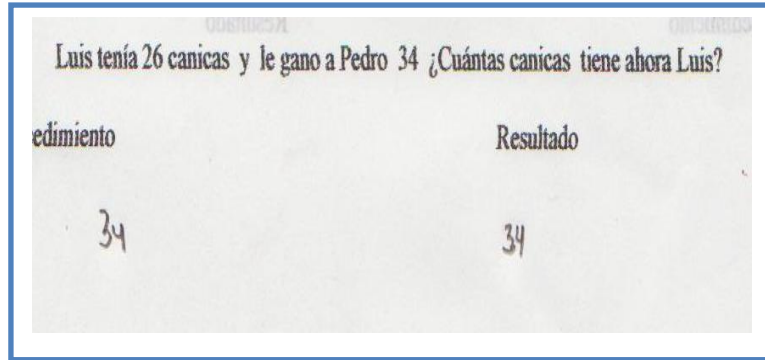
Figura no. 52 Comparación del nivel medio

Nivel de logro	Cuestionario inicial	Cuestionario final
Nivel medio; al igual que sus compañeros del nivel alto, en el cuestionario inicial no lograron responder los problemas y para el cuestionario final ya lo pudieron hacer utilizando la simbolización convencional	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis la misma cantidad que José? (Estaba, igualación)</p> <p>Procedimiento</p> $\begin{array}{r} 78 \\ + 37 \\ \hline 25 \end{array}$ <p>Resultado</p> <p><del>25</del> No sé</p>	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener la misma cantidad que José? (Estaba, igualación)</p> <p>Procedimiento</p> <p>78 estampas</p> $\begin{array}{r} 37 \\ + 4 \\ \hline 41 \end{array}$ <p>Resultado</p> <p>41 estampas</p>

- **Nivel inicial**

Están los niños que tuvieron menos de 5 respuestas correctas, en algunos casos utilizaron dibujos.

Figura no. 53 Nivel inicial en el cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo



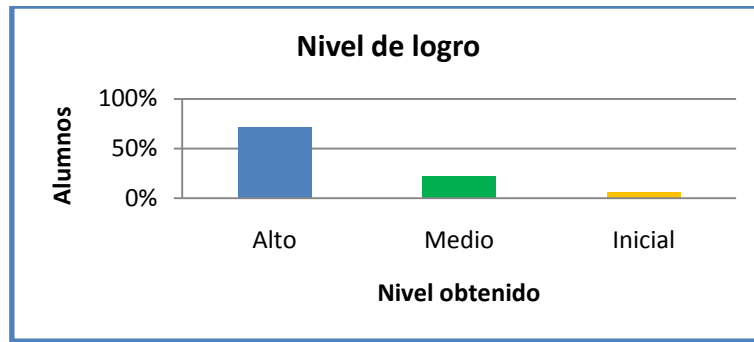
En el siguiente cuadro se muestra el comparativo de las respuestas dadas por los alumnos del nivel inicial, en el cuestionario inicial y en el final, donde se escogió el problema que se repitió en ambos cuestionarios.

Figura no. 54 Comparación del nivel inicial

Nivel de logro	Cuestionario inicial	Cuestionario final
<p>Nivel Inicial; en este caso se muestra el avance que tuvo una de las alumnas de nivel inicial a un nivel medio, ya que la otra no tuvo movimiento de nivel.</p>	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener la misma cantidad que José?(Estaba, igualación)</p> <p>Procedimiento</p> <p style="text-align: right;">Resultado</p>	<p>4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a Luis para tener las mismas que José? 41 le falta</p> <p>Procedimiento</p> <p style="text-align: right;">Resultado</p>

Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente gráfica por nivel de logro; no se hace por soporte de representación ya que en este caso 18 alumnos a los que se les aplicó el cuestionario final utilizaron únicamente el algoritmo y sólo uno de ellos coloca un número.

Figura no. 55 Gráfica nivel de logro

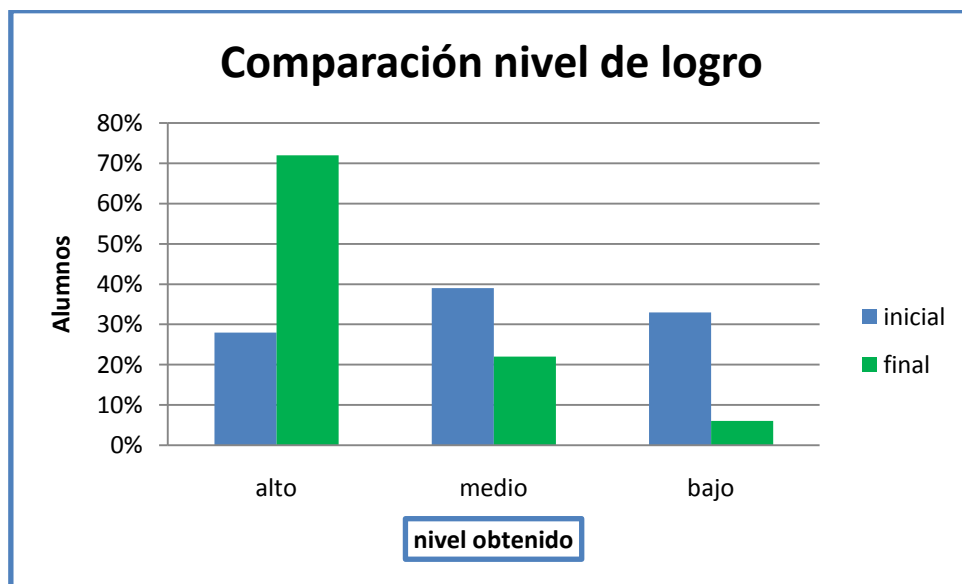


Como se ve en la gráfica anterior, después de la intervención 14 de 18 alumnos lograron un nivel alto en la resolución del cuestionario final en el modelo funcional en las diferentes sub-categorías y específicamente en los de comparación, que fueron los que se trabajaron durante 8 sesiones de hora y media.

Mientras tanto los soportes auxiliares de representación: como se había definido en el capítulo de resultados del cuestionario inicial, son los recursos que pueden ser externos o internos que utiliza el alumno para poder resolver un problema y que al mismo tiempo le ayuda a comprender cómo es que lo resuelve.

Para cerrar este capítulo se muestra en la siguiente gráfica el movimiento de los alumnos después de la aplicación del programa de intervención.

Figura no. 56 Gráfica comparación de nivel de logro



Se puede concluir que los resultados obtenidos muestran que durante la intervención se logró potenciar la ZDP entendiéndose ésta como lo señala Kozulin (1998):

*la distancia entre el nivel real del desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero(p.17).*

En este caso durante el programa se realizó con otros compañeros al trabajar en diadas o triadas con los alumnos colocados según sus resultados en el cuestionario inicial y posteriormente moviéndolos de acuerdo a los avances individuales logrados por sesión.

Con lo anterior podemos decir que se logró que la ZDP se convirtiera en ZDR, es decir, que lo que el niño no podía hacer solo ahora lo puede realizar, lo que permitirá que los alumnos sigan aprendiendo y desarrollándose. Vigotsky (citado en Kozulin, 1998) afirma que el desarrollo del ser humano está determinado por los procesos de enseñanza y educación, los cuales deben llevarlo a obtener niveles mayores de desarrollo.

## **8.2 Resultados del cuestionario de Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo**

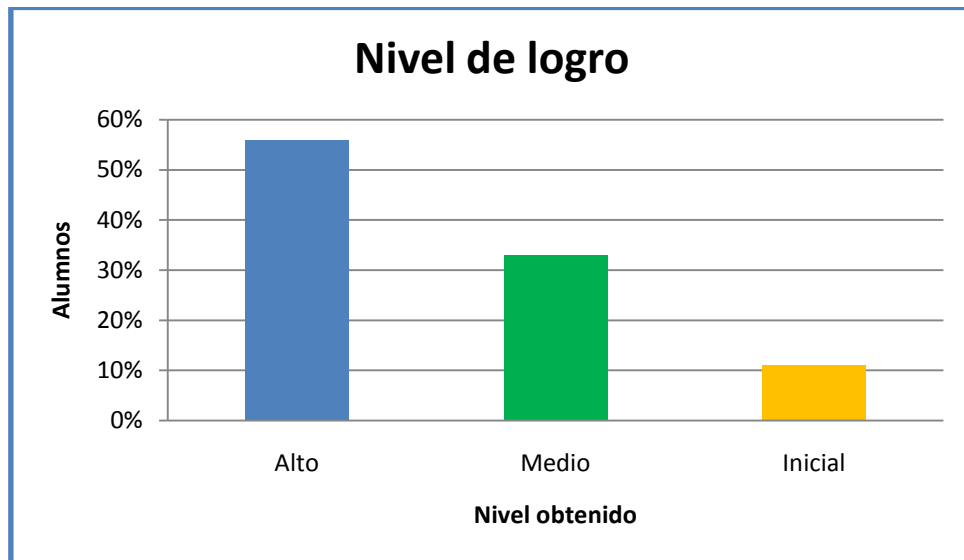
En el presente capítulo apartado se mostrarán los resultados obtenidos en el cuestionario de sistema de Numeración Decimal mismo que se trabajó durante el programa de intervención. Para dar a conocer los resultados nos basaremos en dos categorías por un lado el nivel de logro que a su vez lo dividimos en: Nivel alto, nivel medio y nivel inicial. Por otra parte, la categoría de estrategias de resolución que son ayudas que los niños emplean para auxiliarse al momento de escribir una cantidad, por ejemplo saber si un número es grande tan sólo por la cantidad de cifras que tiene.

Las diferentes estrategias que ya definimos en un comienzo en el capítulo de resultados de la primera etapa se dividen en:

- Omisión de dígitos
- Notación compactada
- Notación convencional

Dentro de esta última etapa sólo nos enfocaremos a los niveles de logro pues la mayoría de los niños empleó la estrategia de notación convencional que se refiere a la escritura del número correctamente. Tal como se muestra en la siguiente gráfica.

Figura no. 57 Gráfica nivel de logro



Como se puede apreciar 10 niños alcanzaron el nivel alto, 6 el nivel medio y sólo 2 quedaron en el nivel inicial; por tanto el análisis de esta etapa sólo será en función de los niveles de logro alcanzados por los alumnos sin ayuda de alguien más para que de esta manera podamos observar si se pasa de una Zona de Desarrollo Próximo a una Zona de Desarrollo Real.

- **Análisis del cuestionario final**

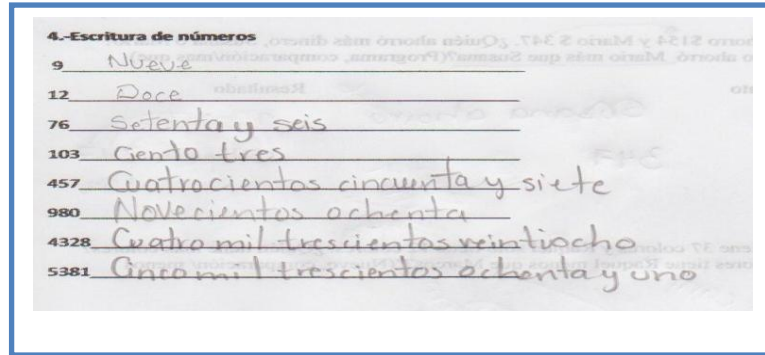
Para el análisis del cuestionario se tomaron en cuenta los niveles de logro descritos en el punto anterior, utilizando el nivel alto, medio e inicial.

- **Nivel de logro alto**

Los alumnos que alcanzaron este nivel, utilizan la simbolización convencional de los números, leen adecuadamente las cantidades y conocen el valor posicional de los números y eso se expresa tanto en su escritura del número con letra y número.



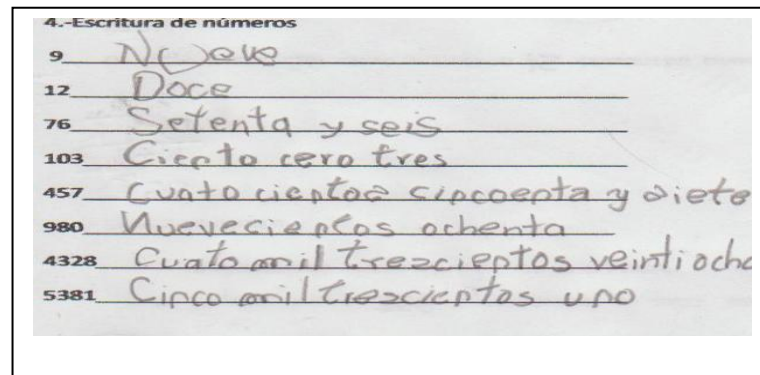
Figura no.58 Nivel alto de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo



- **Nivel de logro medio**

Son aquellos alumnos que en su mayoría de ejercicios saben contar las cifras de más de tres cifras y tan sólo en algunas cantidades utilizan otros números.

Figura no. 59 Nivel medio de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo



- **Nivel de logro inicial**

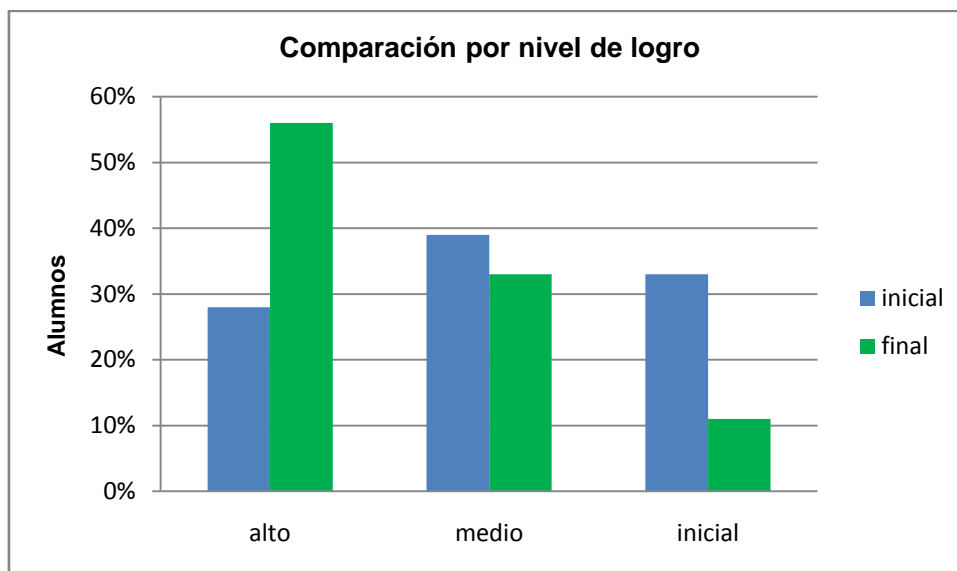
Los niños de este nivel aún no tienen clara la idea de la posicionalidad de la cifra y por ello se les dificulta tanto la lectura como la escritura de números de tres cifras a más.

Figura no. 60 Nivel inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo

4.-Escritura de números	
9	Nueve
12	Doce
76	Setenta
103	Ciento y tres
457	Cuatro, Cinco, Siete
980	Nueve y Ochenta
4328	Cuatro, 3, 2 y 8
5381	5, 3, 8 y 1

A continuación se muestra el comparativo de los alumnos en el cuestionario inicial y en el final, a través de la siguiente gráfica.

Figura no. 61 Gráfica de comparación



Se puede concluir que los resultados obtenidos muestran que durante la intervención se logró que los niños comenzaron a utilizar la notación convencional misma que les facilitará la comprensión de más cantidades y por tanto de cualquier ejercicio que se les presente. Cabe mencionar que si bien la utilización de nuestro sistema de numeración decimal indo-arabigo es de vital importancia también hay que admitir que no resulta fácil para los niños comprenderlo puesto que requiere de todo un proceso tal y como lo menciona Ferreiro y Teberosky (1995), es necesario considerar que los niños pasan por operar, ordenar, producir e interpretar.

Lo anterior reafirma lo que menciona Vlgotsky (citado en Rogoff, 1995) los niños no inventan su conocimiento y su entendimiento si no que se apropian del rico cuerpo de conocimientos en su cultura, es por ello que considera que los niños van construyendo su propio aprendizaje de acuerdo a sus interacciones que le rodean en su entorno social donde se desenvuelven. Y lo confirma Gómez (1999) cuando afirma que los niños van generando hipótesis acerca de las reglas de nuestro sistema de numeración decimal indo-arábigo y una de ellas es que *“los cienes van con tres, los miles con cuatro”*.

## CONCLUSIONES

En esta investigación se estudiaron los problemas de estructura aditiva (suma) con niños de 3ro de primaria en una escuela pública del Estado de México ; los objetivos fueron Identificar las reglas intuitivas que los niños utilizan para resolver los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva (adición), Diseñar y aplicar un programa de intervención psicopedagógico que contemplo tanto aspectos matemáticos como cognitivos en el modelo matemático funcional y los diferentes tipos y subtipos y finalmente, Verificar la viabilidad de un programa de intervención psicopedagógico.

La metodología utilizada fue de corte cualitativo-explicativo, se trabajo con 18 niños de entre 8 y 9 años de edad .El estudio se realizó en tres etapas la primera consistió en la aplicación de un cuestionario diagnostica inicial seguido de una entrevista clínica individual; la segunda corresponde a la ejecución del programa de intervención psicopedagógico y, la tercera abarco la evaluación final.

El análisis de los datos obtenidos en la presente investigación nos permite extraer las siguientes conclusiones generales:

### **En la primera etapa podemos destacar los siguientes resultados**

En lo que se refiere a la escritura de los números nos pudimos percatar de que entre los niños predomina más el hecho de aumentar más cifras (en su mayoría ceros) que escribir correctamente los números.

En relación a los problemas de estructura aditiva las categorías donde hubo mayor índice de resultados insatisfactorios fue en el de cambio y comparación y normalmente muchos de los niños resolvieron los problemas con un algoritmo o con un dibujo.

En relación a lo anterior nos pudimos percatar que los errores de los niños en la mayoría de los casos se debían a que los niños identificaban una posible respuesta cuando encontraban una “pista” de “más” o “menos”, no se fijaban en las cantidades, ni en la estructura del enunciado sólo encontrando la “pista” ellos designaban una operación para llegar a la solución. Lo anterior concuerda con lo que menciona Brosseau (1986) cuando dice que los niños buscan dentro del problema a resolver “variables pertinentes”, que son aquellas palabras que cuya presencia o ausencia influyen sobre las posibilidades de reconocimiento o de resolución de un problema de suma o resta.

Con ello dentro de nuestro marco teórico nos fundamentamos con Maza (1989) que señala la importancia de la enseñanza, la estructuración del enunciado, los posibles recursos que les puedan servir a los alumnos para poder resolver un problema y el aprendizaje que se queda en ellos.

### **En la Segunda etapa podemos destacar los siguientes resultados**

Durante el programa de intervención se manejaron las reglas del sistema de numeración indo-arabigo de la par de los problemas de estructura aditiva esto para que los alumnos pudieran manejar de mejor manera los datos que se les daban en los problemas Y aunque no todos los alumnos lograron un nivel de logro alto por lo menos si se movieron de nivel de logro, atribuimos esto a la interacción que tuvieron con sus compañeros más expertos que potencializaron la ZDP tal y como lo menciona Vigotsky ( citado en Rogoff y Tudge, 1995) los alumnos van construyendo su propio aprendizaje de acuerdo a las interacciones que le rodean en su entorno social donde se desenvuelven.

También nos pudimos percatar de que el pensamiento espontáneo del alumno se va enriqueciendo en la medida que se interrelacionan con sus semejantes. Para ello se pretendió brindar la oportunidad de que fueran ellos quienes descubrieran sus propias estrategias en las relaciones de problemas concretos mediante el cuestionamiento y la reflexión. Y de esta manera se fueran formando un pensamiento capaz de resolver problemáticas en diferentes contextos (SEP, 2009).

### **En la Tercera etapa podemos destacar los siguientes resultados**

Los niños comenzaron a utilizar la notación convencional y en algunos casos a comprender las reglas del sistema de numeración indo-arábigo este conocimiento les facilitará la comprensión de más cantidades y por tanto de cualquier ejercicio que se les presente en su vida cotidiana. En lo que se refiere a los problemas de estructura aditiva observamos que la interacción con sus compañeros mas expertos les ayudo a cuestionarse más sobre los resultados que obtenían en los problema aunque no todos sabían manejar la información de dichos problemas por lo menos reflexionaban más sobre los datos y el sentido que se les da en el enunciado.

## Conclusiones Generales

Por una parte la investigación confirma los hallazgos encontrados en otros estudios, de acuerdo con la teoría de Vygotsky el proceso de enseñanza-aprendizaje toma un camino distinto, el cual exige un mayor trabajo por parte del maestro como de los alumnos, esto debido a que los resultados que obtuvimos durante la aplicación de los cuestionarios y entrevistas, pudimos percatarnos que no basta la memorización o mecanización de operaciones, números y conceptos a través de procedimientos tradicionales como es la repetición, sino que es necesario que el maestro a partir de retomar los conocimientos previos de sus alumnos pueda generar un ambiente de apoyo, guía y ayuda para el aprendizaje de los temas que imparta y que no sólo sean parte de su vida escolar sino de igual forma lo pueda aplicar en cualquier situación de su vida cotidiana.

Durante el programa de intervención los niños a través de diversos ejercicios expresaban un porqué, un para qué y un dónde se podía aplicar ese conocimiento aprendido. Con ello podemos decir que aprender matemáticas es tener la capacidad para resolver problemas reales a partir de la reflexión que el individuo hace sobre su propia acción. Por lo tanto para aprender se requiere formar la interacción social para que los alumnos puedan confrontar experiencias e intercambiar ideas, a fin de llegar a un análisis y como consecuencia una mejor comprensión del mismo. Es por eso de vital importancia *“llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, encontrar diferentes formas de resolver los problemas y formular argumentos que validen los resultados”* (SEP, 2009).

Por otra parte, esta investigación nos dejó como Psicólogas educativas una grata satisfacción pues adentrarnos a este mundo de ideas y números nos ayuda a darnos cuenta de la importancia que tiene el conocer las ideas previas que tienen los alumnos con respecto al contenido que se va a trabajar para poder diseñar un programa de intervención que logre los objetivos planteados, para esto el hacer sólo un cuestionario diagnóstico no es suficiente pues en ocasiones existen otros factores tales como la falta de concentración, nerviosismo o simple distracción de los alumnos que pueden influir en dar una respuesta incompleta o errónea por ello las entrevistas clínicas individuales ayudan a explorar de una forma más profunda el pensamiento del niño y así poder determinar con mejor precisión el nivel de logro que tiene.

## REFERENCIAS

- Álvarez, A. y Del Rio, P. (1990). Educación y desarrollo: la teoría de Vygotsky y la zona de desarrollo próximo. En Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (comp.) *Desarrollo psicológico y educación II*. (p. 45 -53) Madrid, España: Alianza.
- Bodrova, E. y Leong, D. (2004). Introducción a la teoría de Vygotsky. En Bodrova, E. (Ed.). *Herramientas de la mente*. México: Pearson Educación.
- Bonals y Sánchez (2007). El asesoramiento a través de programas. En: *Manual de asesoramiento psicopedagógico*, (pp.445-468) Ed. Crítica y fundamentos.
- Brizuela, B. y Caytón, G. (2010). Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación. *Revista Cultura y Educación*, No. 22, 149-167.
- Broitman, C. (2010). *Las operaciones en el primer ciclo: Aportes para el trabajo en el aula*. (pp. 9-47). Buenos Aires, Argentina: Novedades Educativas.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Tesis doctoral, Universidad de Córdoba, España.
- Buenrostro, A. (2003). *Aritmética y bajo rendimiento escolar: diseño e implementación de los modelos de enseñanza*. Tesis doctoral, CINVESTAV IPN, Distrito Federal, México.
- Butto, C. (2006). Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria. En *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología:*

*Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula.* (pp. 323-230)

Distrito Federal, México: SEP.

Cantero, A., Hidalgo, A., Merayo, B., Riesco, Francisco., Sanz, A. y Vega, A. (2005). *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria*. Recuperado el 8 de febrero de 2010, de <http://centros6.pntic.mec.es/equipo.general.ponferrada/>

Carretero, M. y Limón, M. (1997). Problemas actuales del constructivismo. De la teoría a la práctica. En Rodrigo, M. y Arnay, J. (Eds.). *La construcción del conocimiento escolar*, (pp. 137-154). Barcelona, España: Paidós.

Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Una empresa docente*, (pp. 27-43). Bogotá, Colombia: Editorial Iberoamericana.

Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid, España: Síntesis.

Charnay, R. (1994). Aprender la resolución de problemas. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, (pp. 51-63). Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Colás, P. y Buendía, L. (1998). *Investigación educativa*, (p.34-65) Sevilla: Alfar.

Coll, C. (1997). Constructivismo y educación escolar: ni hablamos siempre de lo mismo ni lo hacemos siempre desde la misma perspectiva epistemológica. En Rodrigo, M. y Arnay, J. (Eds.). *La construcción del conocimiento escolar*. (pp. 75-87). Barcelona, España: Paidós.



De la Peña, A. (2002). *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Siglo XXI.

Delval, J. (2001). *Descubrir el pensamiento de los niños: introducción a la práctica del método clínico*. Barcelona: Paidós.

Díaz, F. y Hernández, G. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México: Mc Graw-Hill.

Díaz, J. (2005). *El grado de abstracción en la resolución de problemas de cambio de suma y resta en contextos rural y urbano*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, España.

Domingo, J. (2005). Modelos de asesoramiento a organizaciones educativas. En: *Asesoramiento al centro educativo: colaboración y cambio en la institución*. (pp. 147-167). Ed. octaedro-EUB.

Fayol, M. (1996). *A criança e o numero: da contagem a resolução de problemas*, (pp.35-58).Porto Alegre: Artes médicas

Ferreiro, E. y Teberosky, A. (1995). *Evolución de la escritura en los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*, (pp.121-145). México: Siglo XXI.

Gómez, B. (1988). *Numeración y cálculo*. Madrid: Síntesis.

Gómez, M. (1999). El niño y sus primeros años en la escuela. En Gómez, M. (Ed.). *El proceso de adquisición de las matemáticas*, (pp. 52 - 80). México: SEP.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2008). *Metodología de la investigación* (4<sup>ta</sup> Ed.). México: Mc Graw Hill

Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (2010). Recuperado el 15 de junio, de <http://www.inegi.org.mx/default.aspx>

Ito, E. y Vargas, B. (2005). *Investigación cualitativa para psicólogos: de la idea al reporte*. México: Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. Porrúa.

Kamii, C. (1986). *El niño reinventa la aritmética*, (p. 62-128). Madrid: Visor.

Kozulin, A. (1998). El concepto de actividad psicológica. En *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva cultural. Cognición y Pensamiento humano*. Madrid, España: Paidós.

Lerner, D., Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994). El sistema de numeración decimal un problema didáctico. En Saiz, I. y Parra, C. (Eds.) *Didáctica de matemáticas*, (pp. 15 -31). Buenos Aires: Paidós.

Lerner, D. (1996). La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición. En Ferreiro, E., Kohl, A. y Lerner, D. (Eds.) *Piaget- Vygostky: contribuciones para replantear el debate*, (pp.44 -60). Buenos Aires: Paidós.

Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*, (p.56-78) Málaga: Aljibe.

Maza, C. (1989). *Sumar y restar: el proceso de enseñanza – aprendizaje de la suma y la resta*, ( pp. 7-37). Madrid: Visor.

Martínez, M. y Gorgorió, N. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6 (1). Recuperado el 10 de julio de 2011 en <http://redie.uabc.mx/vol6no1/contenido-silva.html>

Martínez, J. (2001). *Arqueología del concepto del compromiso social en el discurso pedagógico y la formación docente*. Recuperado el 6 de junio de 2011, de [http://redie.uabc.mx/vol3no1/contenido.bonafe.html/modules/Forums/admin\\_forum\\_prune.pp](http://redie.uabc.mx/vol3no1/contenido.bonafe.html/modules/Forums/admin_forum_prune.pp)

Monereo, C. (coord.) (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación de la escuela*. Barcelona: Graó.

Moya, C. (2002). *Integración, diversidad y ruptura. La pedagogía y la didáctica en la sociedad de la información*, Universidad de Católica de Maule.

Patiño, A. (2010). *Persona y humanismo. Algunas reflexiones para la educación en el siglo XXI*. Universidad Iberoamericana. México.

Polya, G. (1987). *Como plantear y resolver problemas*, (pp. 104-139). México: Trillas.

Rogoff, B. y Tudge, J. (1995). Influencias entre iguales en el desarrollo cognitivo: perspectiva piagetiana y vygotskyana. En Fernández, P. y Melero, M. (comps.). *La interacción social en contextos educativos* (p.95-110). Madrid: Siglo XXI.

Secretaria de Educación Pública (2009). *Plan y Programas de Estudio en Educación Básica Primaria*. México: SEP.

Terigi, F. y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*. No. 43, 59-83.

Torres, R. (1996). Formación docente: clave de la reforma educativa. En *Nuevas formas de aprender y enseñar*, (pp.19-84). Santiago: UNESCO-Santiago.

Wittrock, M. (1989). *La investigación de la enseñanza II: Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona: Paidós.

Vergnaud, G. (1994). La teoría de los campos conceptuales. En *Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa*. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. Traducido de: La theorie des Champs Conceptuales. Recherches en Didactiques des mathetiques. Vol 10. Nros 2 y 3. Pgs. 133-170.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la Realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.

Vygotsky, L. (1973). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: La Pléyade.

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de las funciones psicológicas superiores*. Barcelona: Grijalbo.

Zhang J. y Norman D. (1994). *Representations in Distributed Cognitive Tasks*. *Cognitive Science* 18, pp. 87-122. Recuperado el 2 de junio de 2011, [dhttp://acad88.sahn.uth.tmc.edu/research/publications/DisRep.pdf](http://acad88.sahn.uth.tmc.edu/research/publications/DisRep.pdf)

Zorilla, L., Fernández, V. (2003). *Psicología Cultural*, (pp.92-132). Barcelona: Grijalbo.

# ANEXOS

## ANEXO 1

### CUESTIONARIO DE EXPLORACIÓN DE LAS REGLAS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

#### 1. -Sistema de numeración verbal. Serie numérica, tomado de (Buenrostro, 2003)

Instrucción: Cuenta del 1 al 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	68	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Verificar si la enunciación de la serie fue correcta e incorrecta, en caso de ser incorrecta verificar los siguientes aspectos:

Registro de los errores en la tabla:

- a).- Número en donde inicia el conteo \_\_\_\_\_
- b).- Número en donde para de contar \_\_\_\_\_
- c).- Cuenta los números más de una vez \_\_\_\_\_
- d).- Deja números sin contar (se salta números) \_\_\_\_\_
- e).- Segmentos en los que varió el orden:
  - del 1 al 5 \_\_\_\_\_
  - del 6 al 10 \_\_\_\_\_
  - del 11 al 15 \_\_\_\_\_
  - del 16 al 20 \_\_\_\_\_
  - del 21 al 30 \_\_\_\_\_
  - del 30 en adelante \_\_\_\_\_

## 2.- Dictado de números.

Nivel 1.unidades      Nivel 2.decenas      Nivel 3.centenas      Nivel 4.unidades de millar

_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

## 3.- Escritura de números

6 _____	19 _____	109 _____
5 _____	39 _____	199 _____
9 _____	50 _____	1019 _____
3 _____	110 _____	3585 _____
10 _____	115 _____	1000 _____
5895 _____		

## 4.- Coloca el número que va antes y el número que va después.

____ 1 ____	____ 1019 ____
____ 5 ____	____ 3585 ____
____ 7 ____	____ 1000 ____
____ 9 ____	____ 5895 ____
____ 11 ____	____ 47 ____
____ 101 ____	____ 149 ____
____ 110 ____	____ 99 ____



## ANEXO 2

### CUESTIONARIO DE EXPLORACIÓN DE LAS IDEAS MATEMÁTICAS EN EL MODELO FUNCIONAL

#### CUESTIONARIO INICIAL

Nombre: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_

Eescuela: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Hora: \_\_\_\_\_

Instrucción: Resuelve los siguientes problemas.

1. Carlitos tenía 16 canicas y su primo le dio 36 más. ¿Cuántas canicas tiene ahora Carlitos? cambio unión

Procedimiento

Resultado

2. María tenía 53 dulces y le dio a Luisa 26. ¿Cuántos dulces le quedaron a María? Cambio separación

Procedimiento

Resultado

3. Juanito fue a la tienda a comprar 24 paletas de cajeta y 37 chocolates. ¿Cuántos dulces compro en total? Combinación

Procedimiento

Resultado

4. José tiene 78 estampas y Luis tiene 37. ¿Cuántas estampas le faltan a alauís para tener las mismas que José? Igualación

Procedimiento

Resultado

5.-Pedro tiene 358 estampitas y Luís solo tiene 124. ¿Cuántas estampitas tiene Pedro más que Luís? Comparación más que

Procedimiento

Resultado

6. Paty tiene 36 años y Lupita 15. ¿Cuántos años tiene Lupita menos que Paty? Comparación menos que

Procedimiento

Resultado

**ANEXO 3  
PROGRAMA DE INTERVENCIÓN**

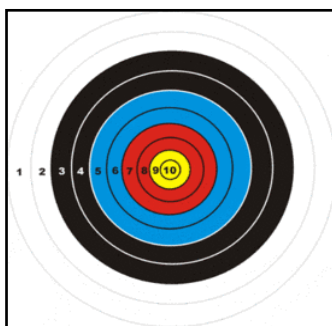
**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

Escuela: \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: Tiro al blanco



Registra en esta tabla tu puntaje obtenido

Número de tiro	Puntaje
Primer tiro	
Segundo tiro	
Tercer tiro	
Cuarto tiro	
Quinto tiro	

¿En qué número de tiro lograste obtener una centena? \_\_\_\_\_

¿En qué número de tiro obtuviste una unidad de millar? \_\_\_\_\_

¿Cuántas centenas obtuviste en total? \_\_\_\_\_

¿Cuántas unidades de millar obtuviste en total? \_\_\_\_\_

¿A qué número corresponde una unidad de millar? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos serían en total si juntas el primer y el segundo tiro? \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_

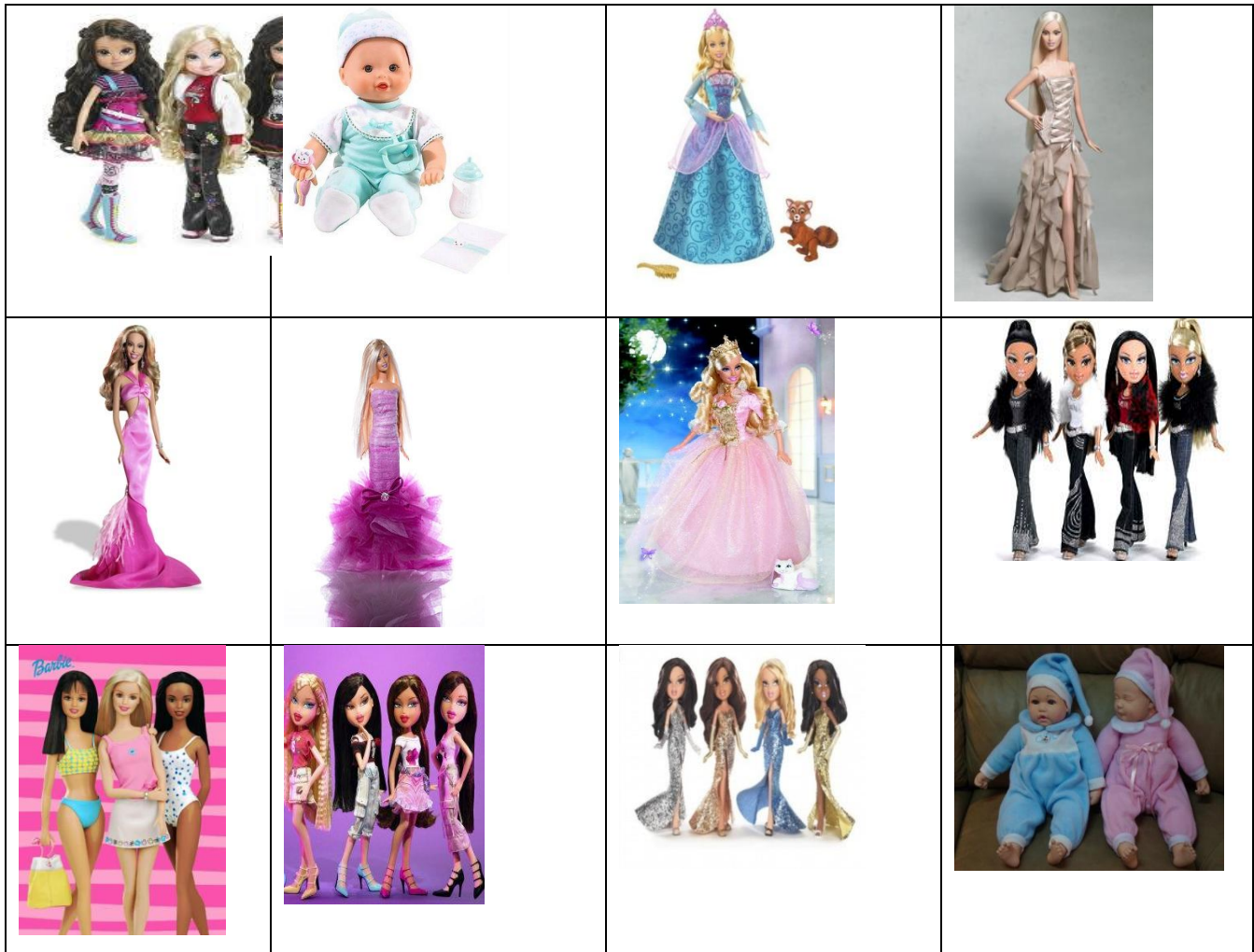
Fecha \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: Un día en el súper mercado





¿Qué comprarías con 1300\$?

Artículo	Costo

¿Cuánto te gastaste en total? \_\_\_\_\_

¿Cuánto te sobró? \_\_\_\_\_

¿Cuánto te faltó para comprar todo lo que querías? \_\_\_\_\_

¿Qué comprarías con 500\$? \_\_\_\_\_

¿Qué comprarías con 800\$? \_\_\_\_\_

¿Qué comprarías con 1000\$? \_\_\_\_\_

¿Qué comprarías con 1100\$? \_\_\_\_\_

¿Qué comprarías con 2000\$? \_\_\_\_\_

¿Cuánto dinero te sobra más que tu amigo? \_\_\_\_\_

¿Cuánto dinero cuesta el artículo de mayor costo menos que el de menor costo?

\_\_\_\_\_

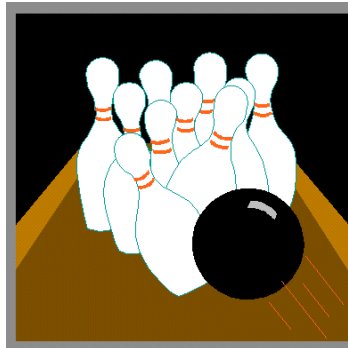
Escuela: \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: Vamos al boliche



Anota en la siguiente tabla los puntos que obtuviste en el juego de bolos

Tiro	Puntos	Total
1		
2		
3		
4		
5		

¿Cuántos puntos obtuviste en total? \_\_\_\_\_

¿Quién gano y cuantos puntos obtuvo? \_\_\_\_\_

¿Cuántas decenas en puntos obtuviste? \_\_\_\_\_

¿Cuántas centenas obtuviste? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos te faltan para alcanzar el primer lugar? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos tienes más que el último lugar? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos tienes menos que el primer lugar? \_\_\_\_\_



Escuela: \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: Dados y Cuentas



**Primer tiro**

¿Cuántos puntos obtuviste en tu primer tiro? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos te faltan para tener 54? \_\_\_\_\_

**Segundo tiro**

¿Cuántos puntos te faltan para tener 260? \_\_\_\_\_

Procedimiento

Lucha y Juan juegan con dados; gana el que acumule más puntos. Lucha dice que ganó 20 puntos y Juan solo tiene 13. ¿Cuántos puntos tiene Juan menos que Lucha?

Procedimiento

¿Quién ganará si Juan tiene 10 y 4 puntos y Luis 6 y 9? \_\_\_\_\_

Procedimiento

Lupita obtuvo 36 puntos y María 47 ¿Cuántos puntos tiene María más que Lupita? \_\_\_\_\_

Procedimiento

Si tú y tu mejor amigo juntan sus puntos ¿Cuántos puntos tendrán en total? \_\_\_\_\_

Procedimiento



## UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Escuela: \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: El cajero

Resuelve los problemas de este cajero.

1.-Un cliente pide al cajero que le pague \$ 3200. Si solo quiere billetes de \$ 100, ¿Cuántos deberá darle? ¿Habrá alguna manera rápida de averiguarlo? \_\_\_\_\_

2.-Otro cliente pide cambio de \$ 1000. Si quiere 5 billetes de \$ 100 y el resto de \$ 10, ¿Cuántos billetes le darán? \_\_\_\_\_

• Completa el cuadro para formar las cantidades de dinero indicadas con la menor cantidad de billetes y monedas posible.

Cantidad	Billetes de \$ 100	Billetes de \$ 10	Monedas de \$ 1
824			
1960			
6034			
705			
750			



## UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Escuela: \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Actividad: Basta numérico

Un compañero contara de 100 en 100 y donde dice cantidad tu anotarás hasta que número llego, luego aras por lo menos 3 sumas que den esa cantidad y cuando termines dirás “Basta” Cada suma que hagas Valera 100 puntos, gana el que haga más puntos “Mucha suerte”

Cantidad	1 suma	2 suma	3 suma	Puntos

¿Cuántos puntos obtuviste en total? \_\_\_\_\_

Procedimiento

¿Cuántos puntos obtuvieron el que ganó? \_\_\_\_\_

Procedimiento

¿Cuántos puntos tienes menos que el que ganó? \_\_\_\_\_

Procedimiento

¿Cuántos puntos tienes más que el último lugar? \_\_\_\_\_

¿Cuántos puntos serian si juntaras tus puntos con el que ganó? \_\_\_\_\_

Procedimiento

Escuela: \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de término: \_\_\_\_\_

Escribe con letra los siguientes números

- 109 \_\_\_\_\_
  
- 523 \_\_\_\_\_
  
- 123 \_\_\_\_\_
  
- 108 \_\_\_\_\_
  
- 823 \_\_\_\_\_
  
- 1110 \_\_\_\_\_

Escribe el antecesor y sucesor de los siguientes números

<ul style="list-style-type: none"><li>• ___ 5 ___</li><li>• ___ 26 ___</li><li>• ___ 58 ___</li><li>• ___ 100 ___</li><li>• ___ 110 ___</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• ___ 225 ___</li><li>• ___ 1000 ___</li><li>• ___ 3585 ___</li><li>• ___ 5863 ___</li><li>• ___ 6285 ___</li></ul>
---	---

Problemas de estructura aditiva

1.-Daniel y sus amigos compraron 218 chocolates y 168 paletas. ¿Cuántos dulces compraron en total?

Procedimiento

2.-La escuela organizó un festejo para los dos grupos de tercero. Si en cada grupo hay 35 alumnos, ¿Para cuántos alumnos en total fue el festejo?

Procedimiento

3.-Susana ahorró \$154 y Mario \$347. ¿Cuánto ahorro Mario más que Susana?

Procedimiento

4.- Pedro gano 118 canicas y Luis 228, ¿Cuántas canicas tiene Pedro menos que Luis?

Procedimiento

**ANEXO 4**

CUADRO DONDE SE REGISTRARAN LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN EL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN, ESTE FUE PARA CADA NIÑO

No de pregunta	Modelo matemático	Solicitud de la pregunta	Contesta	No Responde	No completa el proceso
Observaciones:			Nivel de logro		