



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Licenciatura en Psicología Educativa

PROCESO DE ADQUISICIÓN DEL CONCEPTO DE SUSTRACCIÓN CON ESTUDIANTES
DE TERCER GRADO DE PRIMARIA; UN PROGRAMA DE INTERVENCIÓN
PSICOPEDAGÓGICO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
LICENCIADA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

P R E S E N T A:

FIGUEROA CRUZ ANEL VIRIDIANA

DIRECCION DE TESIS:

DRA. CRISTIANNE BUTTO ZARZAR

MÉXICO D.F MARZO 2012

AGRADECIMIENTOS

A mi asesora la Dra. Cristianne Butto Zarzar

Gracias por su asesoramiento, apoyo y el haber fomentado en mí el deseo de superación y anhelo de triunfo.

A mis padres

Que siempre me han dado su apoyo incondicional y me han guiado por el buen camino. Gracias papá porque me enseñaste todo el valor y toda la fuerza en un solo abrazo. Mamá gracias porque dentro de todas sus preocupaciones me diste la posibilidad de brillar.

A mis hermanas

Pamela y Lluvia por su compañía y apoyo que me brindan, se que cuento con ellas siempre.

A mis tías Lulú, Carmen, Lourdes y Ángela

Gracias por su apoyo en todo momento y formar parte de este sueño que se hace realidad.

A mis amigas

Nancy y Karis porque su amistad va mas allá de un simple apoyo y compañía, porque ustedes son la palabra de aliento y alegría que he necesitado, mil gracias.

A mi prima Liz

Que siempre fue ejemplo de lucha y entrega, con todo el amor te dedico este logro, espero que desde el cielo lo disfrutes como yo.

Nunca te olvidare

Resumen

Varios autores han realizado investigaciones acerca de los problemas de estructura aditiva, en los que se incluye el concepto de adición y sustracción, entre ellos se puede citar los estudios de Castro, Rico y Castro (1995) Estructuras aritméticas elementales y su modelización, Kamii(1993). Otros estudios dirigieron su atención hacia el aprendizaje del sistema de numeración decimal como Lerner (1995) Adquisición del sistema de numeración decimal: un problema didáctico. El sistema de numeración decimal indo-arábigo es un aspecto que tiene vinculación con la resolución de problemas de estructura aditiva. En los estudios orientados hacia la enseñanza de la adición y sustracción; están los trabajos de Maza (1999) Enseñanza de la suma y de la resta, Maza (1989) Sumar y Restar, el proceso de enseñanza/aprendizaje de la suma y de la resta, quien considera que la resolución de problemas es el punto de arranque y el principal elemento que caracteriza todo el proceso de enseñanza. Los objetivos de este estudio son: Identificar las reglas intuitivas que los niños elaboran para comprender el sistema de numeración decimal indo-arábigo. Elaborar y aplicar un programa de intervención psicopedagógico que incluya aspectos matemáticos y cognitivos. Investigar la factibilidad del programa de intervención sobre el concepto de sustracción y sus efectos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta investigación se fundamenta en la epistemología genética de Piaget. La metodología del estudio es de tipo descriptivo y de corte cualitativo. Las etapas del estudio son tres: 1a Etapa: Evaluación inicial seguida de entrevista clínica-piagetiana individual, 2a Etapa: Programa de intervención psicopedagógico, 3a Etapa: Evaluación final.

INDICE

Introducción.....	10
Capítulo I Antecedentes del estudio: Sistema de Numeración Decimal Indo-Arábigo	
1.1 Características del Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	13
1.2 Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	14
1.2.1 La cantidad de cifras y la magnitud del número.....	15
1.2.2 La posición de las cifras como criterio de comparación.....	16
1.2.3 El rol de los nudos.....	16
1.2.4 Del conflicto a la notación convencional.....	17
Capítulo II Antecedentes del Estudio: Problemas de Estructura Aditiva	
2.1 Problemas de Estructura Aditiva	20
2.2 La resta	22
2.3 La suma	23
2.4 Diferentes modelos matemáticos	24
2.5 Aprendizaje de la resta	26
2.6 Estrategias de la resta	27
2.7 Plan y programa de 3er grado de primaria.....	28
Capítulo III Marco Teórico	
3.1 Teoría Psicogenética	31
3.1.1 Fundamentos epistemológicos	32
3.1.2 Fundamentos metodológicos	33
3.1.3 Relación entre aprendizaje y desarrollo	34
3.1.4 Modelo de aprendizaje	35
3.1.5 Tipos de conocimiento	36
3.2 Teoría de los campos conceptuales	38
3.2.1 Conceptos	39
3.2.2 Aportaciones teóricas a la resolución de problemas de estructura aditiva	43

Capítulo IV Método	
4.1 Tipo de estudio	46
4.2 muestra	47
4.3 Escenario	47
4.4 Etapas del estudio	47
4.4.1 Descripción de las etapas	48
4.5 Instrumentos	50
4.5.1 Cuestionarios de la primera etapa	51
4.5.1.1 Descripción del cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo	51
4.5.1.2 Aplicación del cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	51
4.5.1.3 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	52
4.5.1.4 Descripción del cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción).....	53
4.5.1.5 Aplicación del cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción).....	54
4.5.1.6 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción)	54
4.5.2 Instrumentos de la segunda etapa	56
4.5.2.1 Descripción del Programa de intervención Psicopedagógico.....	57
4.5.2.2 Aplicación del Programa de intervención Psicopedagógico.....	57
4.5.2.3 Propuesta de análisis del Programa de intervención Psicopedagógico	57
4.5.3 Instrumentos de la tercera etapa.....	57
4.5.3.1 Descripción del cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	58
4.5.3.2 Aplicación del cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	58
4.5.3.3 Propuesta de análisis del cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal Indo-arábigo.....	58
4.5.3.4 Descripción del cuestionario final de Problemas de estructura aditiva (sustracción).....	59

4.5.3.5 Aplicación del cuestionario final de Problemas de estructura aditiva (sustracción).....	60
4.5.3.6 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario final de Problemas de estructura aditiva (sustracción).....	61
4.5.4 Consideraciones del estudio piloto.....	61

Capítulo V Resultados de la primera etapa del estudio: Instrumento inicial seguido de entrevista clínica-individual.

5.1 Resultados del cuestionario inicial de Sistema de Numeración Decimal Indo-Árabe.....	63
5.2 Resultados del cuestionario inicial de Problemas de estructura aditiva (sustracción).....	79
5.3 Implicaciones Teóricas.....	92

Capítulo VI Resultados de la segunda etapa del estudio: Programa de Intervención Psicopedagógico

6.1 Programa de Intervención Psicopedagógico.....	94
6.2 Descripción del Programa de Intervención Psicopedagógico.....	94
6.3 Aplicación del Programa de Intervención Psicopedagógico.....	97
6.4 Propuesta de análisis	98
6.5 Análisis de los resultados del Programa de Intervención Psicopedagógico.....	98
6.5.1 Representación.....	114

Capítulo VII Resultados de la tercera etapa del estudio: Cuestionario Final

7.1 Resultados del cuestionario Final de Sistema de Numeración.....	120
7.2 Resultados del cuestionario final de Problemas de Estructura Aditiva (sustracción).....	128
7.3 Comparación de resultados de la evaluación inicial y final.....	135

Conclusiones	138
--------------------	-----

Tablas

Tabla no. 1 Tipos de problemas.....	25
Tabla no. 2 Escritura numérica.....	51
Tabla no. 3 Problemas de estructura aditiva.....	53
Tabla no. 4 Cuestionario final de escritura numérica.....	58
Tabla no. 5 Cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción).....	60
Tabla no. 6 Categorías de escritura numérica.....	70
Tabla no. 7 Reglas intuitivas de sistema de enumeración decimal indo-arábigo.....	70
Tabla no. 8 Categorías de problemas de estructura aditiva (sustracción).....	85
Tabla no. 9 Reglas intuitivas de sistema de numeración decimal indo-arábigo.....	127
Tabla no. 10 Cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción).....	127

Figuras

Figura no. 1 representación jerárquica para la comprensión de cifras.....	15
Figura no.2 Resolución de problemas.....	20
Figura no. 3 Relación entre asimilación y acomodación.....	35
Figura no. 4 Esquema de representación.....	55
Figura no.5 conteo.....	71
Figura no. 6 Dictado de números.....	72
Figura no. 7 Escritura de números.....	73
Figura no. 8 Antecesor y Sucesor.....	74
Figura no. 9 Antecesor y sucesor.....	75
Figura no. 10 Orden de mayor a menor.....	76
Figura no. 11 Orden de menor a mayor.....	78
Figura no. 12 Algoritmo.....	86
Figura no. 13 Dibujo.....	87
Figura no. 14 Resolución por cálculo mental.....	88
Figura no. 15 Resolución por dibujos.....	89
Figura no. 16 Resolución por resta.....	90
Figura no. 17 Resolución por suma.....	91
Figura no. 18 Resolución conteo.....	100
Figura no. 19 Actividad los dados.....	101
Figura no. 20 Actividad la tabla.....	102

Figura no. 21 Actividad la cafetería.....	102
Figura no. 22 Escritura numérica.....	103
Figura no.23 Escritura de números.....	104
Figura no. 24 Actividad basta.....	105
Figura no. 25 Problema combinación.....	106
Figura no. 26 Problema de combinación.....	107
Figura no. 27 Actividad la tiendita.....	109
Figura no. 28 Problema de comparación.....	110
Figura no. 29 Problema de combinación.....	111
Figura no. 30 Problema 1.....	112
Figura no. 31 Problema 2.....	112
Figura no. 32 Problema 3.....	113
Figura no. 33 Problema 4.....	113
Figura no. 34 Algoritmo.....	115
Figura no. 35 Problema combinación.....	116
Figura no. 36 Cálculo mental.....	117
Figura no. 37 Series numéricas.....	124
Figura no. 38 Escritura de números.....	125
Figura no. 39 Antecesor y sucesor.....	125
Figura no. 40 Ordenar	126
Figura no. 41 Dictado de números	126
Figura no. 42 Escritura de números.....	128
Figura no. 43 Problema combinación.....	133
Figura no. 41 Problema comparación.....	134
Figura no. 42 Problema comparación.....	134
Figura no. 43 Algoritmo.....	135
Referencias bibliográficas.....	160

Introducción

La matemática ha sido considerada una materia difícil de enseñar y de aprender, pues se enseña sin tomar en cuenta los diferentes contextos de resolución de problemas.

El aprendizaje de los problemas de estructura aditiva (adición y sustracción) representa una dificultad para algunos estudiantes, por varias razones, como por ejemplo, en la comprensión de los problemas así como en el algoritmo a ser utilizado.

En ocasiones las dificultades a las que los niños se enfrentan son el operar con las cuatro operaciones básicas y la adquisición de las reglas de sistema de numeración decimal indo-arábigo (valor relativo, valor absoluto, descomposición y composición de unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc.), es por eso que se deben tomar en cuenta los conocimientos previos que tienen los alumnos en relación con los conceptos de adición y sustracción y la relación con el sistema de numeración decimal.

Por otro lado, las pruebas de rendimiento académico aplicadas en nuestro país tal como es la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) la cual tiene el objetivo de obtener información diagnóstica del nivel de logro académico que los alumnos han adquirido en temas y contenidos vinculados con los planes y programas de estudio vigentes, este tipo de prueba muestra que el 17.7% de los alumnos obtiene calificación baja en el área de matemáticas (ENLACE, 2010)

La prueba de Excale la cual evalúa las asignaturas de matemáticas y español, además de las áreas relacionadas con las ciencias naturales y sociales de los grados terminales de cada nivel escolar (tercero de preescolar, sexto de primaria y tercero de secundaria), informa que el resultado más bajo lo obtienen los en el área de las matemáticas. (ENLACE, 2010)

De acuerdo con las investigaciones realizadas por Castro, Rico y Castro (1995) las dificultades que se han encontrado cuando los niños realizan operaciones de suma y resta son las siguientes:

- Cuando aumentan los números aumenta la dificultad

- El primer sumando es menor que el segundo

Los alumnos que tienen dificultades con las matemáticas es porque en realidad se tienen problemas, principalmente con la manera de enseñar matemáticas, esto significa aprender cosas sin sentido y de memoria, además de bastante desconectadas de la realidad de la que surgen y a la que luego se aplican.

El profesor es quien debe de propiciar los momentos de aprendizaje así como facilitar los elementos que se emplearán a la hora de llevar a cabo la resolución de algún problema matemático.

Para ello el profesor tal como lo señala Gómez (2003) debe de considerar los conocimientos de base que los alumnos poseen acerca de las matemáticas antes de ingresar a la escuela por ejemplo; contar pequeñas colecciones de objetos u operar con pequeñas cantidades de dinero.

La revisión de la literatura señala que cuando los niños ingresan a la educación primaria ya tienen experiencias y conocimientos matemáticos previos y/o informales. Se sugiere que la escuela debe enseñar contenidos escolares a partir del conocimiento previo que los alumnos elaboran hacia las nociones formales.

En este sentido, varios autores han investigado sobre los problemas de estructura aditiva (resta), entre ellos se puede citar los estudios de Lerner (1995) Adquisición del sistema de numeración decimal: un problema didáctico, Castro, Rico y Castro (1995) Estructuras aritméticas elementales y su modelización, Maza (1999) Enseñanza de la suma y de la resta, Maza (1989) sumar y restar, el proceso de enseñanza/aprendizaje de la suma y de la resta, Kamii(1993), entre otros.

En lo que respecta a los estudios de demanda cognitiva, podemos citar a Kamii (1993) para la referida autora existen diversas invariantes donde el niño toma conciencia de que hay diversas características de los objetos que se conservan, una de esas invariantes son las cantidades numéricas, que son entendidas como la capacidad de deducir que la cantidad de los objetos de una colección permanece igual aún cuando el número de objetos es modificado.

Por tal motivo este tema es importante para que el psicólogo educativo conozca las estrategias que son utilizadas por los niños para resolver los distintos tipos de problemas de suma y de resta, pues brindará las herramientas para facilitar la enseñanza de la estructura aditiva y por tanto ofrecer información y estrategias a los docentes, sobre los procesos que llevan los alumnos a cabo para la adquisición de capacidades o habilidades necesarias para resolución de problemas matemáticos.

Por lo anterior es primordial tomar en cuenta que la estructura aditiva, requiere de un gran número de conceptos matemáticos, los cuales el niño va adquiriendo en un período de tiempo largo.

Lo que se pretende con este trabajo es explorar el modelo matemático funcional con los niños de 3^{er} grado de primaria y dónde es que presentan mayor dificultad al momento de resolver los problemas, así como ver cuáles son las principales dificultades que tienen al operar con el algoritmo de la resta; para que en un segundo momento se pueda aplicar un programa de intervención en el que se manejen dichos contenidos y finalmente reportar si con dicha intervención los niños mejoraron.

Esto se hará utilizando una metodología descriptiva de corte cualitativo, que permite una interacción más directa con el alumno y con ello describir las dificultades que presentan los niños para que con base en esos resultados se lleve a cabo la aplicación del programa de intervención.

El marco teórico de este estudio se fundamenta en la teoría psicogenética de Piaget y en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, específicamente en el campo de estructura aditiva.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL INDO-ARÁBIGO

En el presente capítulo se abordan las características de numeración decimal indo-arábigo, se describen las reglas del sistema de numeración decimal y el proceso de comprensión del sistema, incluyendo las reglas intuitivas que los niños elaboran para acceder y como paulatinamente van adquiriendo las reglas decimales del sistema.

1.1 Características del sistema de numeración decimal indo-arábigo

La humanidad ha desarrollado a lo largo de la historia un sistema numérico que se ha venido expresando mediante diferentes sistemas de numeración, entre los cuales se encuentran sistemas de diferentes bases. Uno de ellos es nuestro sistema de numeración decimal indo-arábigo (SDN).

El sistema de numeración decimal tuvo su origen en la India, pero fueron los árabes quienes lo difundieron por toda Europa, es por eso que nuestro sistema se llama Hindú o Indo arábigo. Actualmente este sistema es el de más relevancia en la mayoría de las culturas.

De acuerdo con Gómez (1995) un sistema de numeración es un conjunto de signos y reglas que permiten la representación de números, asimismo determinando las formas que se combinan para construir los numerales, es decir, la representación de los números.

Según Gómez (1995) las principales características que tiene el sistema de numeración decimal son:

- Tiene diez signos, cantidad que corresponde al número de su base, los cuales son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.
- El valor de las cifras, hace referencia a lo que son términos matemáticos y se denomina valor relativo y valor absoluto, dependiendo de su posición, lo que implica que el orden de la escritura de los números modifica la cantidad representada.

- Se norma, también, por un principio aditivo que permite distinguir a un número por la suma de los valores relativos de los dígitos que lo componen, y
- Mantiene un orden en el que el valor de las posiciones se incrementa de derecha a izquierda.

1.2 Sistema de Numeración Decimal Indo-Arábigo

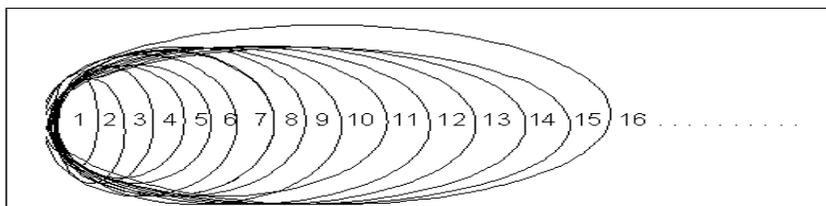
Para que los alumnos aprendan a sumar o restar es necesario que conozcan el sistema de numeración decimal así como sus reglas. Los niños deben de recorrer un proceso que va desde la comprensión del sistema decimal hasta la escritura convencional del sistema, además de comprender su funcionalidad.

Ya que los niños elaboran sus propios criterios para traducir representaciones numéricas, es decir, las cantidades o números que escriben, y algunas veces en la construcción de la notación convencional, no llegan a seguir el orden de la serie numérica aunque desempeñe un papel importante en la construcción de la escritura.

De acuerdo a las investigaciones hechas por Kamil (1993), esta autora, argumenta que a los niños pequeños les gusta contar, escribir y leer cifras, pues normalmente los niños adquieren sin problemas el conocimiento social y convencional durante los primeros años en la escuela. Aunque los niños de primer grado no logran aún comprender que el “2” de “26” significa “20”, sin embargo les es fácil reconocer que 26 es menor que el 62, y la razón de esto es porque ellos saben con certeza que número viene después de otro en la secuencia hablada y escrita.

Los niños de seis y siete años todavía se encuentran en pleno proceso de construcción del sistema de numeración decimal, pues al niño solo pueden enseñarle las decenas cuando ya ha construido las unidades y enseñarle las centenas cuando ya construyó las decenas y así sucesivamente, por tal motivo como argumenta Kamii (1993) es imposible que los niños construyan el nivel 2 mientras se encuentran construyendo el nivel 1, como se muestra a continuación en la representación jerárquica para la comprensión de las cifras.

Figura no. 1 representación jerárquica para la comprensión de cifras



El niño crea la estructura jerárquica de la inclusión numérica antes de los 7 u 8 años de edad, cuando su pensamiento se hace reversible.

De acuerdo con las investigaciones realizadas por Lerner (1994) y sus colaboradores argumentan que las relaciones que hacen los niños y los criterios que utilizan para traducir representaciones numéricas lo hacen a través de hipótesis que elaboran, la autora las explica en una serie de criterios que son esenciales en este recorrido, a continuación se muestran las hipótesis que elaboran los niños sobre el sistema de numeración decimal las cuales son; La cantidad de cifras y la magnitud del número, La posición de las cifras como criterio de comparación, el rol de los números y del conflicto a la notación convencional.

1.2.1 La cantidad de cifras y la magnitud del número

Las entrevistas realizadas por Lerner y Sadosvky (1994) encontraron que los niños elaboran hipótesis como “cuanto mayor es la cantidad de cifras de un número, mayor es el número”, sin que los niños tomen en cuenta la denominación oral representada de cada cifra.

Otra de las hipótesis que elaboran los niños es sobre la numeración hablada, es decir, que los niños escriben la cifra como la escuchan, por ejemplo si se les dicta la cantidad de 506, los niños escriben 500 6, y de acuerdo con Lerner (1994) esto se debe a la confusión que se lleva entre la cantidad de cifras y la magnitud del número.

A continuación se muestra el ejemplo de la conversación que tuvo el experimentador con uno de los niños de primer grado.

El experimentador le pregunta al niño que cuál número es mayor si el 9 o el 12, y el niño contesta que el 9 por que es mayor que el uno y que el dos

De acuerdo al ejemplo mostrado anteriormente el niño formula la hipótesis en la cual refiere la cantidad de cifras que constituyen un número es mucho más fuerte que cualquier otra consideración que esté relacionada con el valor absoluto de cada una de las cifras.

1.2.2 La posición de las cifras como criterio de comparación

En el sistema de numeración decimal es de gran importancia conocer el valor de los números en función de la posición que ocupan, dicho lugar indica la cantidad de veces que ha de ser multiplicado por la potencia de la base, es decir, si el 4 está en segundo lugar se tiene que multiplicar 4 por $10 = 40$, donde el 4 es el número y 10 es el lugar de las decenas.

De acuerdo con las investigaciones realizadas por Lerner y Sadosvky (1994) encontraron que los niños utilizan argumentos en los cuales se ve que han descubierto que la posición de las cifras cumplen una función, pues los niños mencionan que “el primero es el que manda” por ejemplo cuando se le pregunta a un niño ¿qué cantidad es mayor?, y se le muestra el 31 y el 13, el niño señala que el 31, pero él identifica la cantidad más alta porque aplica la regla “el primero es el que manda”, pues el 3 (31) es más grande que el 1 (13).

Los niños ya hacen la vinculación entre la cantidad de cifras y la magnitud del número, además de la característica específica de los sistemas posicionales que son: el valor que una cifra representa dependiendo del lugar en el que está ubicada con respecto a las otras que constituyen el número.

1.2.3 El rol de los nudos

Los niños manejan en primer lugar la escritura de los nudos, es decir, las decenas, centenas y unidades de millar, para así después elaborar la escritura de los números que se ubican entre los intervalos de los nudos.

Con respecto a las investigaciones hechas por Lerner y Sadosvky (1994) obtuvieron como resultado que algunos de los niños sabían escribir cantidades exactas o cerradas,

como por ejemplo, 100, 200, 300, etc., más no sabían combinar números distintos para formar una cantidad como por ejemplo, 105, 230, 410, etc.

En una conversación que tuvo el experimentador con una de las niñas, él le pide que escriba el 1000, la niña lo escribe bien, y le dice ahora el cien y la niña le pone un cero al mil que había escrito anteriormente, y por último le pide que escriba el dos mil quinientos, y la niña tiene gran desconcierto y le contesta que no se acuerda.

Otro ejemplo es el de Christian, el experimentador le pide que escriba el número 100 y lo hace correctamente al igual que el número 200, pero cuando se le pide que escriba el número 101, el niño escribe 100 y se le pregunta si el segundo 100 que escribió primero es igual, el niño responde que no porque el primer 100 tiene los ceros más grandes y el segundo tiene los ceros mas chiquitos.

Christian escribe convencionalmente los números como son cien y mil, y produce correctamente los números comprendidos entre 100 y 110, basándose en su propia hipótesis.

De acuerdo a los ejemplos mostrados, si la organización de la numeración hablada fuera posicional, la denominación oral correspondiente a 3075, por ejemplo, sería “tres, siete y cinco”, pues es la denominación que realmente es utilizada para este número, además de las cifras tres, siete y cinco, las potencias de diez que corresponden a esas cifras (tres mil setenta y cinco).

Además Lerner y Sadovsky (1994) argumentan que es importante que se tome en cuenta las operaciones que se involucran en lo que es la numeración hablada y la numeración escrita, pues si los alumnos descubrieran las operaciones que se involucran en la numeración hablada, entenderían como es que funciona la numeración escrita.

1.2.4. Del conflicto a la notación convencional

Según Lerner y Sadovsky (1994) los niños elaboran conclusiones de la numeración escrita y de la numeración hablada las cuales son potencialmente contradictorias, estas son:

- Los niños suponen que la numeración escrita se corresponde estrictamente con la numeración hablada.

- Los niños saben que en nuestro sistema de numeración decimal la cantidad de cifras está vinculada a la magnitud del número representado.

La primera conceptualización se aplica a la escritura de números en los intervalos entre nudos, pues las escrituras producidas por los niños para los números ubicados entre los nudos tendrán más cifras que las que representan los números mismos, por ejemplo escribirán 2000 y 3000, pero dos mil setecientos ochenta y dos será representado 200070082.

La escritura que se corresponde con la numeración hablada entra en contradicción con la hipótesis vinculada a la cantidad de cifras de las notaciones numéricas, de acuerdo a eso Lerner (1994) argumenta que hay que tomarse en cuenta el conflicto y así elaborar herramientas para superar y poder progresar hacia la notación convencional.

Por tal motivo esta autora menciona que para que el sistema de numeración decimal resulte comprensible, es necesario que en el aula de clases se considere que los niños pasan por cuatro actividades básicas las cuáles son: operar, ordenar, producir e interpretar, es por ello que se deben realizar situaciones didácticas para que se propicien el aprendizaje.

Tomando como base algunos de los estudios de Lerner, la enseñanza de esos contenidos matemáticos no ha sido ni está siendo aplicada adecuadamente; pues tenemos una enseñanza tradicional, cuyos contenidos matemáticos no son vinculados entre sí, donde uno es consecuencia del otro, más bien son planteados de manera descontextualizada, en este caso particular, el conteo, el sistema de numeración decimal y las operaciones básicas se enseñan separadamente como contenidos aislados, entendiéndolos como conceptos totalmente distintos sin relación alguna, cuando en realidad son conceptos que tienen una estrecha relación entre sí; como por ejemplo, el concepto de adición y sustracción llevan implícito en su proceso de realización las reglas del sistema de numeración decimal y el conteo, si el niño comprende dicho sistema el algoritmo de las operaciones básicas cobrará sentido, y sabrá que representa cada una de las cifras al ordenar los números en columnas de unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc..

El sistema de numeración decimal indo-arábigo sigue principios básicos los cuales procesamos, manipulando la nueva información e incorporándola a un esquema general de funcionamiento, es decir, que si el alumno domina las reglas del sistema de numeración decimal podrá llevar a cabo con facilidad el algoritmo de la resta, esto gracias a la comprensión de qué representan las unidades, decenas, centenas, etc., así como pasar del manejo de la unidad a la decena y así sucesivamente, resultando esto más práctico y simplificando la tarea de calcular, por ello se propone que los números principalmente las decenas, centenas y unidades de millar tengan una atención detallada, dedicando el tiempo necesario, sin prisas y realizando con los niños el mayor número de actividades recreativas.

Y con lo expuesto por Lerner en su investigación se debe atender las ideas intuitivas y espontáneas que tiene los niños y asimismo las que vayan generando en ellos a partir de la enseñanza y el aprendizaje, además de que dichos contenidos sean enseñados de tal manera que los niños asimilen la estrecha relación que hay entre ellos.

Además de que la importancia de aprender verdaderamente el conteo previo, el aprendizaje y funcionamiento de las reglas del sistema de numeración decimal, permitirá que se facilite llevar a cabo la tarea de operar en cualquiera de las operaciones elementales y así arrojar resultados positivos, al igual que favorecer una mejor competencia numérica en los niños.

Para la enseñanza del sistema de numeración decimal indo-arábigo se requieren herramientas útiles y necesarias para poder proporcionar a los alumnos situaciones didácticas variadas mediante las cuales puedan adquirir, formular hipótesis así como probar y formar de manera práctica argumentos acerca de sus presunciones. Así mismo tomando en cuenta el contexto del niño, pues con ello le dará un sentido a los conocimientos adquiridos en la escuela.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA

En este capítulo se presentan los antecedentes del estudio pertinentes a los problemas de estructura aditiva. Inicialmente se presentan y discuten los estudios realizados con ese campo matemático, después se presentan los distintos modelos matemáticos empleados dentro de la enseñanza primaria.

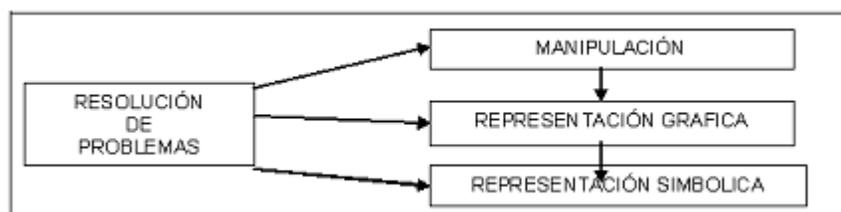
2.1 Problemas de estructura aditiva

Los problemas de estructura aditiva según Vergnaud (2003) son *“las estructuras o las relaciones en juego que sólo están formadas de adiciones y sustracciones”*, es decir, que para la solución de estos problemas implica la realización de una suma o una resta.

Y de acuerdo con Rivera y Codina (citado en Cruz y Butto, 2011) un problema son los obstáculos que enfrenta el individuo, es decir, aquellas interrogantes o cuestiones que no resuelve totalmente.

Como lo menciona Maza (1999) la resolución de problemas es el punto de arranque y el principal elemento que caracteriza todo el proceso de enseñanza, pues el niño para resolver un problema, comienza con el planteamiento del problema y así sigue el siguiente esquema:

Figura No. 2 Resolución de problemas



Las investigaciones realizadas en este tema matemático plantean que los niños tienen sus propias concepciones y estrategias de resolución de problemas aritméticos y que además disponen de un gran bagaje de experiencias a las que pueden dar

respuestas así como a diversas formas de representación matemática (la manipulación de objetos y el uso de los dedos).

La representación más sencilla de los problemas de estructura aditiva son la suma y la resta, se enmarca en un gran número de conceptos matemáticos, por tal motivo su desarrollo en el niño ocupa un extenso periodo de tiempo pues comienza en la etapa infantil de una manera informal, a través de situaciones cotidianas y las estrategias que utilizan los niños así como los datos numéricos memorizados y los algoritmos formales de la suma.

Dentro de las situaciones de la suma Piaget argumenta que el niño debe de reconocer que el todo permanece constante independientemente de la composición de sus partes, para esto se señalan una serie de estadios que van de acuerdo al desarrollo del concepto y de la conservación (Castro, Rico y Castro, 1995).

En el primer estadio los niños no entienden que una colección “a” en objetos divididos en “b” pueden estar representados de distintas maneras, por ejemplo:

Juan tiene 8 juguetes, le dan 5 carritos y 3 pelotas. ¿Cuántos juguetes tiene en total?

En el segundo estadio los niños resuelven la tarea después de la verificación empírica, es decir el contar con sus dedos o con distintos objetos.

Y en el tercer estadio el niño ya tiene el reconocimiento de la composición de las colecciones y que este no afecta al conjunto final del mismo, como por ejemplo:

$$4+4=8 \quad 5+3=8 \quad 6+2=8 \quad 7+1=8$$

De acuerdo con esto la acomodación y la asimilación hacen que el ser humano mantenga el desarrollo de sus estructuras cognitivas, es decir primero adapta la nueva información que adquiere del entorno para así después poder asimilarla para integrarla a sus esquemas anteriores, además éstas se refieren a la interacción activa que tenga el individuo con el objeto pues con esto se obtendrá información para que se puedan enriquecer los procesos cognitivos.

Es importante que el profesor tenga el conocimiento de los procesos cognitivos de sus alumnos, de la manera en que sería más fácil para los alumnos para la comprensión

de la suma y de la resta. Pues la enseñanza de alguna operación aritmética va acompañada de aplicación de estrategias.

Algunos profesores como lo señala Martínez y Gorgorió (2004) argumentan que para favorecer el aprendizaje de la resta es necesario estimular diferentes formas de representación como mediación para su resolución, de manera concreta y a través de dibujos, principalmente, pues para ellos, la representación concreta del problema debe utilizarse en los primeros dos grados de educación primaria. Asimismo ven en el planteamiento y resolución de problemas de resta un medio a través del cual motivar a los niños aprender a construir el significado de la resta y así aplicar los procedimientos de cálculo aprendidos.

2.2 La resta

La resta o sustracción suele ser interpretada por los docentes a la acción propia del verbo “quitar”. Para Maza (1989) la acción de restar es que a partir de una cantidad inicial dada de “a” elementos se quitan de la misma “b” elementos y así se intenta averiguar cuántos quedan de la cantidad original.

Según Maza (1989) por su naturaleza la resta es una operación que parte de una cantidad inicial y posteriormente otra cantidad es retirada y esto para transformarse en otra cantidad, en este caso las dos primeras cantidades son intercambiables, pues la operación de la sustracción es la dinámica de cambio de estado.

A esta operación se le interpreta como una “operación inversa” de la suma, y esto ha propiciado que en muchos casos en la escuela se enseñe la resta no a través de la definición dada anteriormente sino planteándola como la operación inversa de la adición.

La situación de la resta y de la suma según Castro, Rico y Castro (1995) está basada en la idea de que al juntar elementos a una colección dada, aumenta su número y al separar elementos de una colección disminuye su número.

2.3 La suma

La suma o adición es una operación en la cual está la transformación de dos cantidades. Para Maza (1989) El sumar dos cantidades se entiende por la acción de reunir dos cantidades, formando así una cantidad mayor a la inicial.

De acuerdo con Maza (1989) la suma y la resta son acciones por las cuales se transforma numéricamente una cantidad en otra y por lo tanto consiguen al menos dos objetivos que son:

1. Integrar dentro de una misma estructura conceptual acciones de la vida cotidiana expresables como: reunir, agregar, etc. o quitar retirar, etc.
2. Aplicar estructuras conceptuales a situaciones problemáticas a través de sumas y restas elementales.

Estas operaciones son consideradas como instrumentos de transformación de la realidad a través de las resoluciones problemáticas. A veces a los alumnos se les dificulta el interpretar un problema resoluble por una operación determinada, es decir, que a los problemas resolubles por la suma se les aplica una resta o viceversa.

De acuerdo con Castro, Rico y Castro (1995) en las investigaciones que han realizado hallaron que las principales dificultades con las que se enfrentan los alumnos al efectuar las operaciones de suma y resta son las siguientes:

- Cuando son cantidades grandes hay mayor dificultad.
- El primer sumando es menor que el segundo
- En las sumas cuyo sumandos son números impar

Cuando los niños realizan la suma implementan una serie de estrategias que utilizan para resolver dicha operación:

- Elaboración de un modelo con dedos u objetos
- Secuencias de recuento, es decir, los niños cuentan objetos sin realizar ninguna acción física.
- Datos numéricos recordados, es decir, aplican sumas conocidas como por ejemplo $6+4=10$.

Estas estrategias no son exploradas en la escuela sino que el niño las elabora para resolver los problemas que se encuentran en su medio y a veces las mantiene por encima de su aprendizaje escolar (Castro, Rico y Castro, 1995).

2.4 Diferentes Modelos Matemáticos

Los diversos modelos que pueden considerarse para cada una de las operaciones. A continuación se describen cuatro modelos los cuales ayudan en la comprensión de la suma y resta estos son: modelo lineal, modelo cardinal, modelo con medidas y modelo funcional (Castro, Rico y Castro, 1995) enseguida se describe cada uno:

- **Modelo Lineal**

Dentro de este modelo se considera la línea numérica. Para Resnick (citado en Castro, Rico y Castro, 1995) la línea numérica es el esquema mental que compone la sucesión de términos que sirven para contar.

- **Modelo Cardinal**

En este modelo se expresa la parte/todo, es decir, un conjunto en el que se señala un subconjunto y por complemento se considera otro.

- **Modelo con medidas**

Dentro de este modelo existen varios modelos como son el longitudinal en el cual se encuentran las regletas de cuisenaire o el de balanza en el cual se hace uso de la comparación de pesos, aquí aparece de manera adecuada la adición pues la situación en equilibrio expresa la igualdad de los sumandos y el resultado.

- **Modelo funcional**

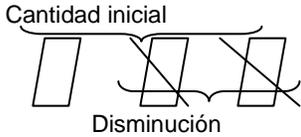
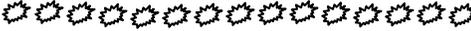
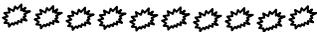
En este modelo se considera que el primer sumando es un estado inicial y el segundo sumando el operador o la transformación que suele ser de aumento o disminución que es realizado sobre el estado inicial.

De acuerdo con el modelo funcional, la suma se puede entender como una operación binaria (aparecen los 2 sumandos sin ninguna alteración hasta que se realiza la

operación) o como una operación unitaria (es más dinámica, es decir, la incógnita del problema se puede encontrar en cualquiera de las partes que conforman la suma).

De lo anterior cabe señalar que dentro de este modelo existen 4 tipos de problemas los cuales son: cambio, combinación, comparación e igualamiento, enseguida se describe cada tipo de problema (Castro, Rico y Castro, 1995)

Tabla No. 1 problemas de estructura aditiva

Tipo de problemas	Descripción
<i>Cambio</i>	Se implica un incremento o disminución de una cantidad inicial hasta obtener un resultado final.
	<p>Subtipos</p> <ul style="list-style-type: none"> <p>Cambio/unión.- el cambio es de aumento, una cantidad inicial se cambia debido a un aumento registrado de otra cantidad, es decir, el problema consiste en averiguar la cantidad final.</p>  <p>Cambio/separación.- es cambio es disminuir, es decir, la cantidad inicial tiene una disminución hasta obtener la cantidad final.</p> 
Combinación	<p>Este problema consiste en determinar cuántos elementos resultan al reunir o combinar los elementos de ambos conjuntos, estableciendo así la relación parte/todo.</p> <p>Ejemplo: Juan tiene 4 paletas y Luis 4 chocolates. ¿Cuántos dulces tienen en total?</p>
Comparación	<p>Consiste en disponer inicialmente de dos cantidades que han de ser comparadas determinando cuántos elementos más presenta la cantidad mayor respecto de la menor. Se utilizan los términos “más que”, “menos que”.</p> <p>Juanito <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p>José <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p>¿Cuántas tarjetas tiene José menos que Juanito?</p>
Igualamiento	<p>Implica realizar un igualamiento, es decir, cuánto ha de añadirse a la cantidad menor para alcanzar la mayor, o al revés, cuánto ha de disminuirse la cantidad mayor para igualarla con la menor.</p> <p>Ejemplo: María tiene 15 dulces y Toño 9. ¿Cuántos dulces necesita comprar Toño para tener la misma cantidad que María?</p> <p>María </p> <p>Toño </p>

De acuerdo a lo anterior Maza (1999) considera que es necesario que el docente utilice un procedimiento adecuado, esto con el fin de lograr un óptimo aprendizaje en los

alumnos y sobre todo que se les enseñen las distintas maneras de soluciones que pueden tener los problemas.

2.5 Aprendizaje de la resta

La resta es una operación en la cual se transforma una cantidad en otra. De acuerdo con Maza (1989) el aprender a sumar y restar significa conseguir dos objetivos:

1. Integrar dentro de una misma estructura conceptual acciones de la vida cotidiana expresables, es decir, quitar, retirar, desagregar, etc.
2. Aplicar las propiedades características de las estructuras conceptuales a situaciones problemáticas a través de restas elementales por el uso de algoritmos.

Estas operaciones son entendidas por un lado como conocimiento y por el otro son consideradas como herramientas de transformación por medio de la resolución de situaciones problemáticas.

En la resolución de problemas se toman en cuenta los métodos que son aprendidos por los alumnos con anterioridad, específicamente con el algoritmo (la cuenta), para aplicarlo a la resolución de un problema presentado.

De acuerdo con Maza (1989) el alumno se equivoca reiteradamente en la interpretación del problema como resoluble, es decir, cuando el problema se resolvía por medio de una suma se aplicaba una resta o viceversa. Es por ello que la enseñanza de una operación debe empezar con el planteamiento del problema, seguido de la interpretación de problemas para así continuar con la aplicación de las estrategias descubiertas a la resolución de problemas.

De igual manera Maza (1989) argumenta que es conveniente que al niño se le instituya la relación que hay entre la acción-verbo, es decir, que diversas acciones pueden ser descritas por una sola palabra como es “agregar” o “quitar”, “restar”, etc., y es importante que esto se reúna en una misma expresión y no aparezcan de manera desconectada, pues esto ayudará al alumno en un problema verbal a escoger la operación adecuada para la resolución estableciendo al mismo tiempo el lazo entre el verbo y la acción.

2.6 Estrategias de la Resta

Los niños comienzan a realizar sus primeras operaciones como son la suma y la resta, utilizan diversas estrategias que le son de ayuda en la resolución de las operaciones que encuentran en su medio, las cuales no se exploran en la escuela, sino que los niños las elaboran.

Castro, Rico y Castro (1995) han determinado y clasificado diversas estrategias las cuales se describen a continuación:

- Modelos directos con objetos

Estos modelos consisten en construir una colección de objetos que representan el minuendo y de esta se van quitando objetos, esto puede ser realizado de diversas formas como son: quitando de (se quitan objetos como indica el sustraendo), quitando hasta (se quitan al minuendo elementos hasta que quede el sustraendo), añadiendo hasta (se forma un conjunto que representa el sustraendo y se van añadiendo objetos hasta tener el minuendo el número de objetos añadidos es el resto), emparejamiento (los conjuntos formados se tratan de emparejar y contando los elementos no emparejados se obtiene la respuesta).

- Recuento

Esta estrategia es la utilización de los objetos físicos se puede considerar otras opciones como, por ejemplo la regleta numérica, pues se puede contar hacia atrás (contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo), contar hacia delante desde (se cuenta desde el sustraendo hasta el minuendo, es decir que el número de pasos dados es la diferencia).

- Datos numéricos recordados

Esta estrategia para los niños es de utilidad en la resolución de algunas operaciones, pues los alumnos recuerdan algún hecho numérico que conocen para la utilización de la operación.

Según Maza (1989) La utilización de la memoria en la resolución de problemas aritméticos elementales comienza en la edad preescolar, pues desde los primeros años de escolaridad hasta tercero de primaria se encuentran la resolución de problemas mediante

el uso de dedos y el recuento mental, pues hacia el tercer año de escolaridad es predominante la recuperación de hechos numéricos que se han ido construyendo en los años de escolaridad anteriores.

El proceso de construcción de estrategias es efectuado en distintos niveles de abstracción en donde cada uno permite una progresiva construcción de la representación mental que el niño hace del problema, según Maza (op cit 1989) los niveles del proceso son los siguientes:

- Estrategias sobre objetos perceptivos reales como fichas, lápices, etc.
- Sobre representaciones figúrales como son: dibujos, cromos, etc.
- Estrategias de recuento motor con la utilización fundamental de los dedos.
- De recuento verbal, es decir, con la pronunciación verbal de números y acciones implicadas en la resolución de problemas.
- Estrategias de recuento mental.

Las estrategias que son utilizadas en la resolución de problemas de resta se basa en las ya estudiadas para la suma, cabe mencionar que el aprendizaje de los hechos numéricos no es uniforme es por ello que el niño se apoyará en los que ya conoce, para esto en el aula al alumno se le debe dar libertad de que descubra por diversos caminos propios las estrategias más comunes para la resolución de problemas.

Es así como se puede notar que los problemas de estructura aditiva (sustracción y adición) son un contenido complejo, pues no se limita a la enseñanza del uso del algoritmo, sino que se necesita que el niño tenga comprendidas las reglas del sistema de numeración decimal, así como el uso de la operación en los diferentes tipos y sub-tipos de la resta.

2.7 Plan y programa de matemáticas de 3° grado de primaria

Las matemáticas se consideran una de las asignaturas más importantes dentro del curriculum escolar, es claro que deben enseñarse, aunque no hay la misma claridad para determinar los aspectos de las matemáticas que deben estudiar los niños.

Para 1993 se llevó a cabo una reforma al curriculum, esta reforma ya era necesaria debido a que los programas se consideraban obsoletos. Dentro de la reforma curricular las

transformaciones más importantes se dieron en la reformulación de los contenidos y su organización por asignaturas, el trabajo pedagógico se orienta con un enfoque constructivista.

En la propuesta que se hace en el plan, un problema no es sólo un enunciado escrito que se debe completar con un dato y aparece al final del desarrollo de un tema. Los problemas también son situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución buscada, mediante la construcción de nuevos conocimientos (SEP, 1993)

El cambio más importante fue el enfoque didáctico que se orientó a actividades que involucran la resolución de problemas como fuente de aprendizaje y de adquisición de significados de las nociones a enseñar.

Al enseñar matemáticas no sólo se pretende promover aprendizajes significativos, sino también el gusto por esta materia. Para que las matemáticas puedan disfrutarse, su enseñanza debe incluir informaciones y aplicaciones útiles e interesantes para el niño. Esta nueva presentación de las matemáticas está más cerca de los intereses infantiles; es una matemática atractiva y lúdica, pero también útil y significativa.

Con base en esta idea se trabaja a partir de situaciones propias de la cultura infantil. La feria, el zoológico, los juegos, la lectura, la literatura, las excursiones, las competencias y los paseos escolares son soporte y contexto de los contenidos matemáticos. El objetivo es que, paralelamente al aprendizaje de las matemáticas, los niños adquieran otros conocimientos y se interesen por indagar sobre temas que en esta asignatura apenas se tocan (SEP, 1993)

Con los fundamentos que da el enfoque se espera que durante el tercer grado de primaria, los alumnos logren obtener experiencias significativas que le permitan:

- Comprender el significado de los números hasta 9 999 y su representación simbólica, ordenar la serie numérica correspondiente y utilizar los números para resolver problemas sencillos.
- Resolver problemas que impliquen el uso de unidades de medida no convencionales, aproximándose a la noción de unidad de medida convencional al utilizar el metro, el

kilogramo, el centímetro cuadrado y el litro para medir longitudes, pesos, superficies y capacidades.

- Resolver problemas con diversos significados de suma (agregar, unir, igualar), resta (quitar, buscar un faltante), multiplicación (arreglos rectangulares, suma iterada) y división (reparto y tasativos, es decir, ver cuántas veces cabe una cantidad en otra).
- Usar significativamente y con eficiencia en la resolución de problemas los algoritmos de suma y resta con transformaciones, de la multiplicación con números hasta de dos cifras y de la división con divisor de una cifra.
- Desarrollar la intuición geométrica y la imaginación espacial a través del análisis del espacio físico, de los objetos y figuras del entorno, y de su ubicación y representación en el plano.
- Desarrollar la habilidad para realizar trazos y mediciones utilizando instrumentos como la regla y la escuadra.
- Advertir que la organización de la información, así como su representación a través de diagramas, tablas y gráficas son medios para descubrir características y relaciones entre los datos y para hacer sencillas inferencias.
- Utilizar y recabar información contenida en documentos, ilustraciones y gráficas para resolver o plantear problemas.
- Acercarse a la noción de azar a través de la realización de juegos, del análisis de sus resultados y de las estrategias seguidas para llevarlos a cabo.

El aprendizaje de las estructuras aditivas se integra en diferentes aspectos de las matemáticas, como son el número, el sistema de numeración, los algoritmos¹ de la suma y resta, los problemas de estructura aditiva (suma y resta) y las representaciones de los mismos.

Las estructuras aditivas forman parte del aprendizaje numérico que han de adquirir los alumnos en la escuela primaria, sin embargo el aprendizaje de la suma y la resta comienza en la etapa infantil, a través de situaciones cotidianas.

Algoritmo, De acuerdo a Vergnaud (2003) “un algoritmo es una regla (o conjunto de reglas) que permiten, para todo problema de una clase dada con anterioridad, conducir a una sola solución, si existe una, o dado el caso, mostrar que no hay solución”.

CAPITULO III

MARCO TEORICO

En este capítulo se hará referencia al marco teórico, que se fundamenta en la epistemología genética de Piaget, en lo referente en el proceso de adquisición del conocimiento así como la teoría de la equilibración y en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud.

3.1 Teoría Psicogenética

Piaget (1971) se interesó por el proceso de adquisición del conocimiento, desde el punto de vista epistemológico, es decir, se interesa en saber qué es el conocimiento, y cuáles son las fuentes que lo generan, asimismo la relación entre el que conoce y el objeto conocido. También se interesó en determinar la forma en que se originan las categorías básicas del pensamiento, tales como el espacio, el tiempo, la casualidad, entre otras.

Para el autor el proceso de adquisición del conocimiento es fundamental el papel que juega el individuo, pues él es quien conoce, desempeñando un papel activo, ya que el conocimiento es el resultado de una construcción propia del individuo, esto en la medida en la que va interactuando con el medio social.

De acuerdo con Hernández (1998) el desarrollo para Piaget es un proceso de adaptación. La adaptación es un proceso de búsqueda progresiva del equilibrio cognitivo, que va de un estadio de menor equilibrio a un estadio de mayor equilibrio. El desequilibrio se manifiesta por una necesidad, ya sea porque algo en el individuo o fuera de él ha cambiado; esto genera que se busque el equilibrio nuevamente, este proceso se orienta a alcanzar formas de equilibrio cada vez más estables con el medio, y en ese sentido el organismo crea estructuras cognoscitivas las cuales se van dando en un proceso continuo.

Por lo tanto los conocimientos del individuo no se acumulan sino que pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio, en el transcurso de los cuales los conocimientos anteriores son cuestionados, entonces una nueva fase de equilibrio

corresponde a una fase de reorganización de los conocimientos, donde los nuevos saberes ya son integrados al saber antiguo, o a veces modificado (Charnay, 1994).

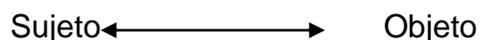
3.1.1 Fundamentos epistemológicos y teóricos

Piaget siempre tuvo interés en el proceso de adquisición del conocimiento, desde el punto de vista epistemológico, es decir, tenía un peculiar interés por saber qué es el conocimiento, los tipos de conocimiento posibles así como la relación entre el que conoce y el objeto conocido.

A Piaget (1971) le importaba saber cómo el sujeto es capaz de conocer y como pasa de un estado de conocimiento menor a un estado de conocimiento superior. Según Hernández (1998) Piaget se centraba principalmente en el proceso que lleva a cabo el conocimiento durante la transformación de éste, y así no solo estudiar el estado final del conocimiento.

En el proceso del conocimiento el sujeto tiene un papel activo, pues el niño al actuar sobre un objeto, lo transforma y a la vez lo estructura a sí mismo construyendo sus propios esquemas. Cabe señalar que la información sobre los objetos, dotadas por los sentidos, está condicionada por los marcos conceptuales del niño (esquemas).

Como lo menciona Hernández (1998) siempre existirá una interacción correspondiente entre el sujeto y el objeto, es decir, el sujeto llega a transformar al objeto (transformación física pero principalmente cognoscitiva), y al actuar sobre él al mismo tiempo organiza y transforma sus esquemas, es decir los moldea con el conocimiento nuevo que adquiere.



Y a partir de la relación que existe entre el sujeto y el objeto le permitirá comprender e interpretar el mundo, es decir, lo conocerá.

De acuerdo con Piaget según Hernández (1998) a las unidades de organización las denomino “esquemas”. Los organizan, diferencian e integran la nueva información que se

va adquiriendo, y al tener un conjunto de esquemas estos pasan a formar una estructura de conocimiento.

Según Hernández (1998) dentro de esta teoría se encuentran dos categorías centrales y estas son: la teoría de la equilibración y la teoría de los estadios, a continuación se describen cada uno de éstos.

La teoría de la equilibración permite explicar la forma en que el sujeto integra la nueva información a los esquemas previos que ha construido, pues la equilibración es un factor principal, pues cuando el sujeto conoce se enfrenta a situaciones que le generan inestabilidad estadio y reacciona buscando un equilibrio. La teoría piagetiana considera que el desarrollo cognitivo sucede en estadios, estos estadios los dividen en cuatro etapas: Etapa Sensorio-motora, Etapa de las Operaciones Concretas dentro de esta se encuentran 2 sub-etapas que son la Pre-operacional y la de las Operaciones concretas y por último la etapa de las Operaciones Formales, para Piaget los niños no pueden modificar la rapidez del paso de una etapa a otra, pues requieren de un cúmulo de experiencias de un tiempo para internalizarlas antes de pasar a la siguiente etapa

3.1.2 Fundamentos metodológicos

Según Hernández (1998) Los métodos de que se vale la epistemología genética para dar respuesta al problema del conocimiento son tres:

Método Histórico-Critico Se utiliza para investigar y estudiar el pensamiento colectivo durante cierto periodo histórico, se explora el desarrollo histórico de ciertos conceptos pertenecientes al espacio físico, como espacio, tiempo, causalidad, etc., y el lógico-matemático en la historia del sujeto como especie.

Método Análisis formalizante.- consiste en la reflexión y el análisis lógico de los conocimientos.

Método Psicogenético.- este se utiliza para la investigación de nociones de conocimientos (físico, lógico-matemático y social) en el contexto del desarrollo ontogenético

Piaget asumió como método el estudio del desarrollo individual (ontogénesis que da cuenta del nacimiento y desarrollo del individuo) para relacionarlo con la historia de la

especie total (filogénesis que da cuenta al desarrollo de la especie a la que éste pertenece) porque consideraba que el desarrollo individual puede explicar muchos hechos de la historia de la especie humana.

Sin embargo uno de los métodos que más utilizó Piaget fue el método clínico-crítico, el cual según Hernández (1998) consiste en la realización de una entrevista clínica-piagetiana en la que el examinador aplica de manera individual al examinado, para ello se apoya de materiales concretos que plantean una tarea al examinado. Dicho interrogatorio se basa en una serie de hipótesis con la intención de conocer las respuestas y argumentos de los niños sobre determinada noción lógico-matemática, social o escolar.

De acuerdo con Piaget (citado en Hernández, 1998) la aplicación del método clínico-crítico existe una continua interacción entre el examinador y el examinado.



En el esquema anterior el sujeto de conocimiento (es el que quiere conocer) es el examinador y el objeto de conocimiento (lo que se desea conocer) es el examinado.

Piaget sostenía que se puede aprender mucho de la forma de pensar de un niño, al escuchar la forma en que resuelven problemas. Afirmaba, que si se comprende el pensamiento de los niños se tendrá una mejor capacidad de utilizar métodos de enseñanza acorde a la forma en que los niños conocen,

3.1.3 Relación entre aprendizaje y desarrollo

Los individuos construyen activamente su mundo al tener una interacción con él, por lo que Piaget hace un importante énfasis entre el desarrollo y el aprendizaje.

Según Hernández (1998) el concepto a través del cual Piaget integra los procesos de asimilación y acomodación es el equilibrio. La adaptación es definida según Hernández (1998) por Piaget como un equilibrio continuo, en este sentido entiende los cambios en el pensamiento como la búsqueda de un balance. Si una persona aplica un esquema particular a una situación y este funciona se puede decir que hay equilibrio. La asimilación

es el proceso de incorporación de un elemento u objeto a los esquemas que posee el sujeto y la acomodación es el reajuste de los esquemas lo cual es producto de la interacción con la nueva información.

La adaptación busca el equilibrio partiendo de un estadio de menor conocimiento a uno de mayor equilibrio.

Para Piaget, el aprendizaje a diferencia del desarrollo es provocado por situaciones, es decir, puede ser provocado por alguna situación nueva en la que el individuo construye formas nuevas de adaptación, el aprendizaje como acción se genera de forma específica como solución a un problema.

Cada aprendizaje se ubica en un momento del desarrollo y se adquiere de acuerdo a la organización mental de esa etapa.

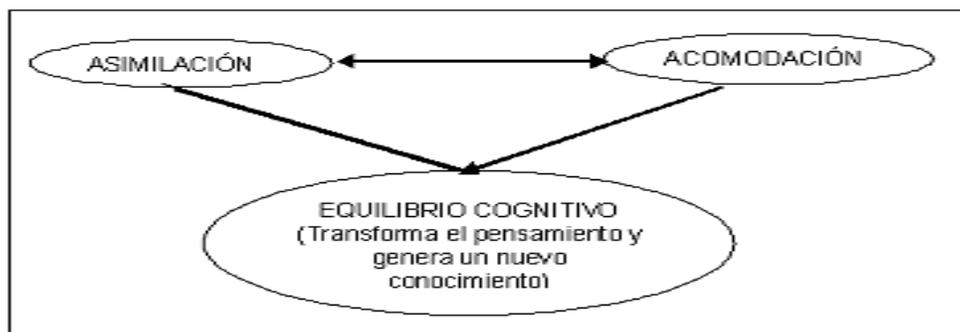
Según Hernández (1998) el desarrollo cognitivo alcanzado por un individuo predetermina lo que puede ser aprendido y el aprendizaje puede contribuir a lograr avances en el desarrollo.

Pues el desarrollo es el proceso que orienta el aprendizaje, de tal forma que este es solo una función del desarrollo total, por lo que puede explicarse el desarrollo a partir del aprendizaje.

3.1.4 Modelo de aprendizaje

En la teoría psicogenética el modelo de aprendizaje se compone de 3 factores que son la asimilación, la acomodación y el equilibrio cognitivo, y a continuación se muestra en el esquema la relación que hay entre ellos:

Figura No. 3 Relación entre asimilación y acomodación



Como se mencionó en el apartado anterior dentro de la adaptación se encuentra la asimilación y la acomodación, los cuales no pueden darse el uno sin el otro.

La asimilación según Delval (1994) es la incorporación que el sujeto hace del medio o de la acción del individuo sobre el medio. Por otro lado la acomodación, se entiende por la modificación del sujeto por efecto de influencia del medio.

Cuando la información que ha adquirido el individuo no produce algún cambio en sus esquemas y existe una compensación entre los procesos de asimilación y acomodación se dice que hay equilibrio entre las estructuras del sujeto y el medio. (Hernández, 1998).

Pues la equilibración, es un proceso de autorregulación, es decir cuando surge un desequilibrio en el sujeto, sale de forma espontanea una acción dirigida a restablecer el equilibrio, es por eso que el equilibrio en este sentido es un proceso continuo.

3.1.5 Tipos de Conocimiento

Piaget según Hernández (1998) distingue tres tipos de conocimiento que el individuo puede elaborar cuando tiene interacción con los objetos físicos y sociales, estos tipos de conocimiento son los siguientes: conocimiento físico, conocimiento lógico-matemático y el conocimiento social.

El conocimiento lógico matemático desempeña un papel fundamental en el aprendizaje, esto porque permite conformar estructuras y esquemas, sin este conocimiento, los conocimientos físicos y sociales no pueden asimilarse ni tener una organización cognitiva.

Por tal motivo dentro del aula el alumno debe ser el propio constructor de su conocimiento para que así no sea una copia de la realidad, sino que tenga un mejor aprendizaje y para esto el individuo debe ser participativo en el aula escolar para que así el aprendizaje se produzca cuando los estudiantes entran en conflicto con lo que sabe y con lo que deberían de saber.

El papel del profesor dentro de la concepción de la enseñanza debe ser responsable de la situación didáctica y de las actividades que se lleven a cabo, así como promover un ambiente de respeto y autoconfianza en el estudiante.

Conocimiento lógico-matemático

El conocimiento lógico-matemático según Kamii (1993) se compone de relaciones construidas por cada individuo no hay nada arbitrario, por ejemplo al mostrar dos fichas, una azul y una roja, se puede creer que son diferentes o que son similares, y esta diferencia es ejemplo del conocimiento lógico-matemático, pues las fichas son reales y observables pero la diferencia entre ellas no es más que “ *la relación creada mentalmente por el mismo individuo que establece esta relación entre los dos objetos (diferencia similar, del mismo peso dos, etc.)*”, misma que no existiría si los individuos no establecieran las relaciones entre objetos, para poder distinguir uno de otro, o simplemente no habría para estas ninguna diferencia.

Es por eso que el número es una relación la cual es creada mentalmente por cada individuo.

Conocimiento Social

El conocimiento social según Hernández (1998) se divide en convencional y no convencional, el social convencional es producto de un consenso de un grupo social y la fuente de este conocimiento esta en los otros (amigos, familiares, etc.).

El conocimiento no convencional hace referencia a nociones o representaciones sociales, y es el mismo sujeto quien los construye y se apropia de el.

Conocimiento Físico

El conocimiento físico es el conocimiento de objetos de la realidad exterior, por ejemplo el color y el peso de una ficha son ejemplos de propiedades físicas que tiene el objeto mediante la realidad exterior y además de que se pueden conocer por la observación, o el conocimiento de que algún objeto cuando lo soltemos caiga al suelo también es un conocimiento físico.

Kamii (op cit 1993) refiere que en la teoría de Piaget se contrasta la suposición habitual que según los números pueden ser enseñados por medio de la transmisión social.

El método clínico-piagetiano será utilizado para la elaboración y aplicación de los cuestionarios iniciales y finales, asimismo para la aplicación de la entrevista clínica-piagetiana individual, esto se aborda en el capítulo siguiente así como la propuesta de análisis para realizarlo.

El desarrollo, el aprendizaje, al igual que la acción son producto de la interacción que hay entre el sujeto y una situación, pues el sujeto no recibe pasivamente las influencias del medio social, sino que las transforma a través de su propia actividad cognitiva. Pues el individuo tiene interacción con el conocimiento lógico-matemático, físico y social, los cuales le permiten conformar esquemas con la nueva información que obtiene la cual asimila y acomoda para tener una organización cognitiva.

El interés de esta investigación es identificar las dificultades que tienen los alumnos al operar con el algoritmo de la resta, así como las reglas de las que hacen uso en el sistema de numeración decimal, por tal motivo se decidió abordar la epistemología genética piagetiana para ver como los alumnos adquieren la nueva información asimilándola y acomodándola para así tener un estado de equilibrio.

3.2 Teoría de los campos conceptuales

Vergnaud considera que el conocimiento se organiza en campos conceptuales, estos son definidos como un conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere de conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes pero que son íntimamente relacionados, y para que un individuo logre el dominio de un campo conceptual requiere de un gran tiempo, mediante la madurez cognitiva, experiencias y el aprendizaje (Vergnaud, 1994).

La teoría de los campos conceptuales estudia las relaciones y rupturas entre los conocimientos desde el punto de vista conceptual, ofrece un marco para la comprensión

del aprendizaje y dar cuenta de los procesos de conceptualización que se siguen en la construcción de problemas de estructura aditiva.

Los conceptos clave de la teoría de los campos conceptuales son, además del propio concepto de campo conceptual, los conceptos de esquema, situación, invariante operatorio (teorema-en-acción o concepto-en-acción), y su propia concepción de concepto.

3.2.1 Conceptos

Campo conceptual

Como anteriormente se mencionó Vergnaud define el campo conceptual como el conjunto de situaciones que para su dominio participan diversos conceptos de naturaleza distinta, por ejemplo, el campo conceptual de las estructuras aditivas es el conjunto de situaciones cuyo dominio requiere una adición, una sustracción o una combinación de tales operaciones.

Tres argumentos principales llevaron a Vergnaud (1994) al concepto de campo conceptual: 1) un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones; 2) una situación no se analiza con un solo concepto; 3) la construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso largo que dura varios años.

Vergnaud (1994) supone que las cosas no se pueden estudiar separadamente, pues esta teoría considera que el núcleo del desarrollo cognitivo es la conceptualización, por ello es necesario dirigir la atención a los aspectos conceptuales de los esquemas y realizar un análisis conceptual de las situaciones en las que los alumnos desarrollen sus esquemas en la vida real o en la escuela. Esto nos conduce a explicar el término concepto.

Concepto

La teoría de los campos conceptuales considera que los conceptos no deben ser definidos por su estructura si no que deben considerarse sus propiedades y situaciones en

las cuales se usan. De ahí que Vergnaud (1994) define al concepto partiendo de 3 conjuntos que conforman la SIR:

S es el conjunto de las situaciones que dan sentido al concepto.

I es el conjunto de invariantes (objetos, propiedades, relaciones) a este aspecto se le puede identificar como el significado de concepto.

R es el conjunto de representaciones simbólicas (lenguaje, graficas, enunciados formales, etc.) que son usadas para identificar y representar esas invariantes y asimismo representar las situaciones y procedimientos.

Los conceptos se toman significativos a través de situaciones, las cuales constituyen un acceso a los campos conceptuales.

Situaciones

Cuando Vergnaud hace referencia a las situaciones, no como situación didáctica sino a la tarea, pues argumenta que una situación puede ser analizada como una combinación de tareas con sus características y dificultades propias (Vergnaud, 1994).

Se hace la distinción de dos tipos de situaciones que son:

- 1.- Aquellas en la que el sujeto dispone de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediata de la situación.
- 2.- Aquellas en las que el sujeto no tiene todas las competencias necesarias.

El concepto de esquemas se aplica fácilmente a la primera de las categorías de situaciones mencionadas.

Esquema

Un esquema es una sucesión de acciones que tiene una organización y que puede repetirse en situaciones semejantes, pues un esquema genera acciones y contiene reglas. Vergnaud (2003) llama esquema a la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones, según él, es en los esquemas que se deben investigar los conocimientos en acción del sujeto.

El autor considera que los esquemas se refieren a situaciones, y debería de hablarse de interacción- esquema- situación en vez de interacción- sujeto-objeto como lo argumenta Piaget. Vergnaud (1990) considera que la función del esquema la ubica en

todos sus componentes y explica que, para comprender si un esquema es eficaz o no se deben analizar sus componentes:

1.-metas y anticipaciones

Este componente refleja la integración de la intención, el motivo, el deseo, la expectativa.

2.-reglas de acción

Crea de forma temporal la organización de la actividad, que involucra desde su creación hasta la toma de información y el control sobre su eficacia.

3.-invariantes operatorios

Son los conocimientos contenidos en los esquemas; son aquellos que constituyen la base, implícita o explícita, que permite obtener la información pertinente y de ella inferir la meta a alcanzar y las reglas de acción adecuadas.

4.-Posibilidades de inferencia

La actividad está siempre regulada por adaptaciones, controles y ajustes progresivos.

Naturalmente los esquemas usados por los niños o adultos en determinadas situaciones pueden ser mucho más elaborados, pero la idea es la misma, pues el esquema es la forma estructural de la actividad, es la organización invariante del sujeto sobre una situación dada y contiene conocimientos en acción que son implícitos, esto nos llevara al concepto de invariante operatoria

Invariante operatoria

La invariante operatoria se designa por los conocimientos en acción o teoremas en acción a los conocimientos contenidos en los esquemas. Cada esquema se refiere a una clase de situaciones, pues cuando un individuo puede aplicar un esquema referido a una situación a otras situaciones de la misma clase, ha descubierto un invariante. Una invariante es la generalización de un esquema, y para que esto suceda el sujeto debe reconocer analogías, semejanzas en algunos aspectos y diferencias en otros, es decir que la clave de la generalización está en el reconocimiento de invariantes.

Vergnaud (2003) considera que el invariante operatorio es el pasaje de la realidad a la representación, está ultima es funcional en la medida en que refleje aspectos de la realidad y permita al pensamiento operar con significados y significantes.

Representación

La representación en los niños no se compone de números, figuras, dibujos, gráficos, sino de formas interiorizadas de actividades en situaciones, La actividad no es solamente el comportamiento, se requiere de estudiar la actividad de representación, y para ello es necesario recurrir al concepto de esquema. Una parte de los conocimientos son las habilidades, y estas no se pueden expresar en palabras fácilmente. Esto se aplica a todos los tipos de conocimiento, incluso las matemáticas.

Vergnaud (2003) considera que las representaciones permiten a los individuos (alumnos) actuar sobre la realidad, pues permite predecir y explicar el mundo que representan y hacer deducciones e inferencias, pues actúan como sustitutos de la realidad y por ello están constituidos en teoremas en acción.

Vergnaud (citado en Salgado, 2009) establece una relación entre las situaciones y los esquemas; la situación dispara las representaciones, de tal modo que esas representaciones activan cognitivamente esquemas que se ponen en juego y, al mismo tiempo, los condicionan.

Se puede afirmar que la representación es un conjunto de esquemas en los cuales se organiza la acción, la conducta y la actividad. Así la actividad misma es producto de la acción y de la actividad; además, hace posible la simulación de lo real y por lo tanto de la anticipación. En la solución de problemas, el alumno analiza la solución posible y, de esa forma, identifica los esquemas que le permiten comprender el problema y encontrar la solución, esa comprensión del problema le otorga el significado, y en la comprensión se encuentra implícita la solución: la acción del alumno que da significado al problema y la acción que da lugar a una solución que da significado al problema y la acción que da lugar a una solución constituyen la representación, a su vez constituida por dos tipos de esquemas:

- Esquemas algorítmicos que implica el uso de algoritmos con su respectiva simbolización y procedimiento para darle solución
- Esquemas no algorítmicos que es cuando se utiliza simbolización espontánea para la solución

La simbolización revela el uso de símbolos y signos que sirven como herramientas en el proceso de pensamiento, de la misma forma que se utiliza para comunicar experiencias o conocimientos conceptuales.

3.2.2 Aportación teórica a la resolución de problemas de estructura aditiva

El conocimiento consiste en gran medida en establecer relaciones y organizarlas en sistemas, las cuales son a veces simples comprobaciones sobre la realidad. A menudo éstas no son directamente verificables y se deben inferir o aceptar. La inteligencia quedaría muy limitada si solo se ocupará de verificar, pero también debe deducir, inferir y construir. Hay para Vergnaud (2003) dos formas de deducción:

- 1.- deducir una conducta o una regla de conducta de las relaciones verificadas o aceptadas.
- 2.- deducir nuevas relaciones a partir de relaciones verificadas o aceptadas

El conjunto de situaciones de suma y resta está formado por una gran cantidad de tipos de problemas que van desde la transformación de cantidades y tamaños a la relación parte/parte/todo y también abarcar relaciones de comparación positivas y negativas. Vergnaud (2003) distingue seis tipos de relaciones que a continuación se mencionan:

- 1.-Dos medidas se componen para dar lugar a una medida

Juan tiene 4 canicas en la bolsa izquierda y 3 canicas en la bolsa derecha, ¿cuántas canicas tiene Juan?

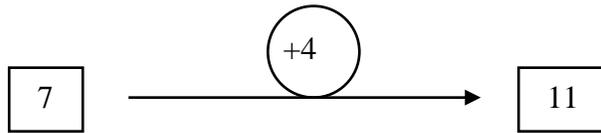
En símbolos:



- 2.-Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida

Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar; ganó 4 ahora tiene 11.

Se puede representar por el esquema



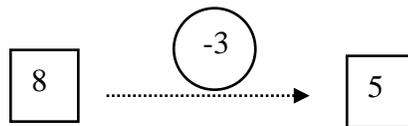
en esta notación los cuadrados representan números naturales y los círculos números relativos (enteros). Se podría ser más preciso y definir la transformación (función) $f(x) = x + 4$ y entonces $f(7) = 11$ o bien

$$f(m(A)) = m(B) \text{ siendo } m(A) = 7, m(B) = 11$$

la medida de las canicas que Juan tenía antes y después

3.-Una relación une dos medidas

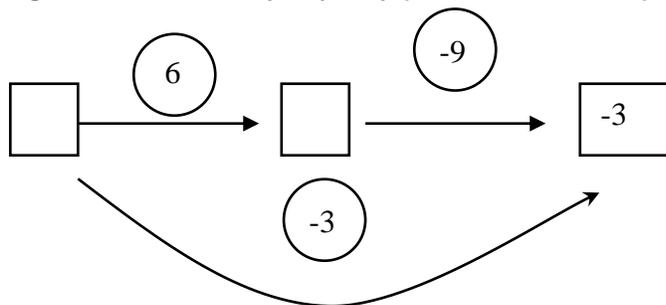
Juan tiene 8 canicas, Ernesto tiene 3 menos; entonces tiene 5.



donde la flecha punteada indica la relación “tiene menos que”.

4.-Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

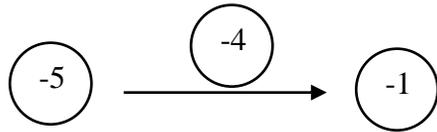
Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9 en total perdió 3.



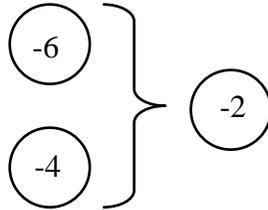
5.-Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Andrea le debe 5 monedas a Lidia, le devuelve 4 sólo le debe 1.

6.-Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar un estado relativo.



Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Entonces Pablo le debe a Enrique sólo 2 canicas.



A partir de estos seis tipos de relaciones, se pueden generar todos los tipos de problemas de adicción y sustracción y Vergnaud (2003) distingue lo siguiente:

- Los distintos tipos de problemas involucran diferentes niveles de dificultad
- Los distintos tipos de problemas poseen una estructura diferente aún cuando se resuelvan con la misma operación
- Los problemas también marcan un desfase en el éxito de la solución, en los procedimientos utilizados, y en las simbolizaciones accesibles a los niños.

CAPÍTULO IV

MÉTODO

En este capítulo se hace referencia al método del estudio. Se iniciará con una descripción del tipo y corte del estudio que se utilizó, posteriormente, se describe la población, el escenario en el cual se llevó a cabo el estudio, para finalmente, presentar las etapas del estudio con su respectiva descripción, aplicación y propuesta de análisis de los datos.

4.1 Tipo de estudio

El tipo de estudio es descriptivo, pues busca especificar las características que presentan los niños de 3° de primaria de una escuela pública del Distrito Federal en cuanto a la adquisición del concepto de problemas de estructura aditiva (resta) y las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo, específicamente en el modelo matemático funcional.

Los estudios descriptivos según Hernández, Collado y Baptista (2006) buscan especificar características importantes de ciertas personas o grupos que son sometidos a análisis. En este tipo de estudio se elige una serie de cuestiones para recopilar información y poder describirlas. En el caso del presente trabajo lo que se recopiló en primer instancia fueron los conocimientos previos que tiene los alumnos con respecto a los problemas de estructura aditiva en el modelo matemático funcional en sus tipos y sub-tipos de problema que son: cambio disminuyendo, igualación-separación, igualación-unión, combinación y comparación, así como sobre las reglas del sistema de numeración decimal, esto se hizo a través de dos cuestionarios diagnósticos seguidos de entrevistas clínicas individuales.

El estudio es de corte cualitativo, pues asume los fenómenos que ocurren durante la enseñanza y el aprendizaje como un conjunto de diversas variables a considerar desde una visión más dinámica. Se propone comprender los procesos, significados y la naturaleza social del proceso, en este caso los procesos y significados que los estudiantes elaboran sobre los problemas de estructura aditiva, específicamente con los problemas de resta, así como los fenómenos que ocurren durante la enseñanza y aprendizaje de la

misma, comprendiendo del mismo modo el proceso, significados y la naturaleza social del proceso.

De acuerdo con Hernández, Collado y Baptista (2006), los estudios de corte cualitativo suelen ser flexibles, pues no siguen un proceso de forma rígida, sino que se puede ir modificando según las demandas de la investigación. Comienzan examinando el mundo social y posteriormente desarrollan una teoría en la que se pueda fundamentar el fenómeno encontrado.

En los estudios cualitativos el procedimiento usual que se sigue es aplicar un instrumento o método de recolección de datos, se comienza examinando el mundo social y posteriormente se desarrolla una teoría en la que se puede fundamentar el fenómeno encontrado.

Con base a todo lo anterior se optó por este tipo de estudio para el presente trabajo, pues proporciona una mirada global del fenómeno de los procesos de enseñanza y aprendizaje, permitiendo describir los procesos que se llevan a cabo dentro del aula.

4.2 Muestra

Participaron en el estudio 16 niños de 3er. grado de una escuela primaria del Distrito Federal, con edades entre los 8 y 9 años de edad.

4.3 Escenario

La investigación se realizó en una escuela primaria pública del Distrito Federal del turno vespertino ubicada en sur 112 col. Tolteca, perteneciente a la Delegación Álvaro Obregón

4.4 Etapas del estudio

El estudio se divide en tres etapas:

- Primera etapa: Aplicación de cuestionario inicial seguido de una entrevista clínica-piagetiana individual.
- Segunda etapa: Diseño y aplicación de un programa de intervención psicopedagógico
- Tercera etapa: aplicación de cuestionario final

4.4.1 Descripción de las etapas

Primera etapa

En esta primera etapa se aplicaron dos instrumentos; un cuestionario de sistema de numeración decimal y el otro de problemas de estructura aditiva, seguida de una entrevista clínica-piagetiana individual.

Segunda Etapa

Diseño y aplicación de un programa de intervención psicopedagógico para los alumnos participantes de tercer grado de primaria, para esto se retomaron los datos obtenidos de la primera etapa para el diseño de las actividades que se realizaron en el programa de intervención psicopedagógico, pero antes se definió en qué consiste un programa de intervención psicopedagógico.

Según Domingo (2005) “el asesoramiento en educación constituye un proceso de ayuda basado en la interacción profesional y orientado a la resolución de problemas de la organización”.

De acuerdo con Domingo (2005) el asesoramiento involucra a una parte que presta apoyo o ayuda, y otra parte que la recibe, es decir que la relación de ayuda implica el espectro de actividades y puede adoptar diferente provisión, indagación o coordinación, por tal motivo se hizo un programa de intervención psicopedagógico preventivo sobre los problemas de estructura aditiva. El programa tiene un carácter preventivo.

Por otra parte Cantero (2003) propone una serie de ayudas las cuales pueden ser utilizadas en la resolución de problemas, y esas ayudas son las siguientes:

-Enunciación oral o escrita del problema: consiste en enunciar el problema para que este sea más comprensible para el alumno.

-Representación lingüística del problema: se articula el enunciado del problema en función de lo que se conoce (datos dados) y de lo que no se conoce (pregunta), partiendo de las ayudas textuales que son dadas.

-Representación figurativa: se pretende que el estudiante represente gráficamente el problema mediante figuras geométricas, dentro de las cuales debe colocar lo que sabe y lo que no sabe, con base a la información adquirida a partir de las ayudas anteriores.

-Razonamiento, consiste en tomar la decisión sobre qué tipo de operación hay que realizar.

-Ayudas generales de evaluación, supervisión y revisión de lo realizado en cada una de las fases anteriores.

Con los diferentes tipos de ayudas el trabajo con los niños, en primer momento se presentó el problema, y se verifica si el niño resuelve o no el problema, es caso de no poder realizarlo se reestructurar, es decir se le da una mejor explicación al alumno, esto para que sea entendible para el niño o se le hace una representación lingüística o una representación figurativa, es decir, utilizar figuras, una vez realizado esto se pasa al razonamiento en donde el docente ofrece ayudas.

Por otra parte Bonals y Sánchez (2007) destacan las fases de una intervención mediante un programa, cabe señalar que en cada uno de los programas depende de la función de sus objetivos y de las características propias que adopte, las fases son las siguientes:

1. Detección de necesidades y análisis de las mismas, origen de la intervención.
2. Planificación o diseño del programa
 - 2.1 Objetivos
 - 2.2 Contenidos, recursos y procedimiento a seguir
3. Realización del programa
 - 3.1 Distribución y manejo de trabajo
 - 3.2 Dinámica de trabajo
4. Evaluación Final

De acuerdo con lo propuesto por Bonals y Sánchez (2007) se retomarán las fases del programa para el proceso que se hizo el programa de intervención psicopedagógico el cual fue aplicado, en el siguiente cuadro se pueden apreciar las fases:

1.-Detección de necesidades y análisis de las mismas	2.-Diseño del programa	3.-Realización del trabajo	4.-Evaluación Final
Se realizaron los cuestionarios iniciales de sistema de numeración decimal y problemas de estructura aditiva. Seguimiento de una entrevista clínica-piagetiana	Se diseñó un programa de intervención en el que se realizaron actividades, para tratar los temas mencionados.	Esto se vio durante el avance de cada una de las sesiones, así como los materiales a utilizar.	Este apartado consiste en la aplicación de los cuestionarios finales de Sistema de Numeración Decimal y problemas de estructura aditiva, seguido de una entrevista clínica-piagetiana.

- **Tercera Etapa**

En esta tercera etapa se aplicaron dos cuestionarios finales uno de sistema de numeración decimal y otro de problemas de estructura aditiva con los tipos de combinación y comparación, estos cuestionarios fueron resueltos por los alumnos sin ayuda y únicamente se les explicaron las instrucciones. El objetivo de la aplicación es para ver el avance en los alumnos, después del programa de intervención.

4.5 Instrumentos

El diseño de los instrumentos está basado en las investigaciones que se realizaron en la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo y de los problemas de estructura aditiva, específicamente en el concepto de la resta en el modelo matemático funcional.

En la primera etapa pertenece a la aplicación de los cuestionarios iniciales sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo y los problemas de estructura aditiva seguido de una entrevista clínica, esto con el fin de saber y conocer los argumentos de los alumnos en las respuestas que dieron en cada uno de los cuestionarios. La segunda etapa del estudio corresponde al diseño y aplicación del programa de intervención psicopedagógico. Finalmente, en la última parte del estudio que son los cuestionarios finales tiene como prioridad verificar si las actividades propuestas fueron de ayuda para los niños.

A continuación se describen los instrumentos que son de gran ayuda para la

realización de esta investigación y cumplir con los objetivos propuestos.

4.5.1 Cuestionario de la primera etapa

Para esta primera etapa se aplicaron dos cuestionarios, uno de Sistema de numeración Decimal Indo-Arábigo y el segundo es de Problemas de estructura Aditiva (sustracción).

4.5.1.1 Descripción del cuestionario de Sistema de numeración decimal indo-arábigo.

El primer cuestionario es el de Sistema de numeración decimal (que se muestra en el anexo 1) se exploran algunas ideas sobre el sistema de numeración decimal y consta de 6 reactivos que abarca los siguientes: el conteo, el dictado de números, la escritura de números, antecesor y sucesor, la ordenación de menor a mayor y viceversa, como se puede apreciar en la tabla 2.

Tabla No. 2 Escritura Numérica

Número de Pregunta	Contenido matemático	Solicitud de la pregunta
1	Conteo	Se le pide al niño que cuente del 1 al 100 señalando el número que va contando.
2	Dictado de números	Al niño se le dictan los números que vienen en la pregunta tres.
3	Escritura de números	Se le pide al niño que con letra escriba los números que se le indican en la hoja.
4	Antecesor y sucesor	Se le pide al niño que a cada número que se le presenta escriba el antecesor y sucesor.
5	Ordena de menor a mayor	Se le indica al niño que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de menor a mayor.
6	Ordena de mayor a menor	Se le indica al niño que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de mayor a menor.

4.5.1.2 Aplicación del cuestionario de sistema de numeración decimal indo-arábigo

El cuestionario inicial les fue aplicado a los alumnos de 3^{er} grado de primaria, se les distribuyó el instrumento a cada alumno, posteriormente se les dieron las instrucciones

que consistió en leer los problemas con atención y resolverlos sin borrar nada y en caso de que requirieran material lo pidieran a la aplicadora.

No se les proporcionó ningún tipo de ayuda y tuvieron que resolverlo en un tiempo no mayor a hora y media. No utilizaron goma y se les menciona que el procedimiento que utilizaran para la resolución lo podían hacer en hojas blancas sin borrar nada, para esto hubo supervisión por parte de la aplicadora.

4.5.1.3 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario de sistema de numeración decimal indo-arábigo

El análisis de los datos obtenidos en el cuestionario inicial se llevó a cabo mediante tres etapas, las cuales son:

- **Primera Etapa: Porcentaje de respuestas**

Esta primera etapa consiste en sacar el porcentaje de respuestas de cada una de las preguntas del cuestionario inicial, para identificar las respuestas que dan los alumnos en una misma pregunta y tener una organización de las mismas. Para esto se elaboró una gráfica de porcentaje por cada una de las preguntas.

- **Segunda Etapa: Categorización de las respuestas de sistema de numeración decimal**

Esta segunda etapa consiste en categorizar las respuestas que dan los niños en el cuestionario inicial de sistema de numeración decimal. Asimismo se identifican las respuestas de los alumnos las reglas intuitivas del sistema de numeración decimal de las que llegan a hacer uso.

- **Tercera Etapa: Entrevista Clínica-Piagetiana**

En esta tercera etapa se realizó el análisis de las repuestas dadas por los niños en la entrevista individual a partir de los cuestionarios aplicados. El principal objetivo de este análisis es conocer el razonamiento matemático de los niños, saber de

qué forma resuelven las tareas que se les proporcionan, así como las estrategias que utilizan y las concepciones intuitivas que tengan en relación a las reglas del sistema de numeración decimal.

4.5.1.4 Descripción del cuestionario de problemas de estructura aditiva (sustracción)

El segundo cuestionario que es de estructura aditiva consta de 8 reactivos conformados por restas (se muestra en el anexo 2), se basa en el modelo funcional y contiene los tipos y subtipos de dicho modelo. Los cuales son: cambio; unión y separación, combinación, comparación; más que y menos que, e igualación, como se muestra en la tabla no. 3

Tabla no.3 Problemas de Estructura Aditiva

No. de pregunta	Contenido Matemático	Solicitud de la pregunta
1	Modelo Funcional, cambio disminuyendo	María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?
2	Modelo Funcional, cambio disminuyendo	Juan tiene 26 chocolates y se come 8, ¿Cuántos chocolates le quedaron?
3	Modelo Funcional, separación-igualación	Toño tiene 14 globos y Susana tiene 6 globos, para que Toño tenga la misma cantidad de globos que Susana, ¿Cuántos globos necesita romper Toño?
4	Modelo Funcional, unión-igualación	Lupita tiene 24 pulseras y Margarita tiene 10. ¿Cuántas pulseras tiene que comprar Margarita para tener las mismas que Lupita?
5	Modelo Funcional, cantidad inicial desconocida-combinación	Alfredo tenía 14 pelotas y Hugo algunas más. Los 2 juntos tienen en total 22 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene Hugo?
6	Modelo Funcional, diferencia desconocida-combinación	Lupita tiene 20 años y su prima 13 años. ¿Cuántos años más tiene Lupita?
7	Modelo Funcional, comparación	María tiene 25 dulces y Luis 30. ¿Cuántos dulces más tiene Luis que María?
8	Modelo Funcional, comparación	Paco tiene 60 canicas y Luis 78. ¿Cuántas canicas tiene Paco menos que Luis?

4.5.1.5 Aplicación del cuestionario de problemas de estructura aditiva (sustracción)

El cuestionario inicial se aplicó a los alumnos, se les distribuyó el instrumento a cada alumno, posteriormente se dieron las instrucciones que fueron leer los problemas con atención y resolverlos sin borrar nada y en caso de que necesitarán material lo pidieran a la aplicadora.

No se les proporcionó ningún tipo de ayuda y lo resolvieron en un tiempo no mayor a hora y media. No utilizaron goma y el procedimiento que utilizan para la resolución lo hacían en hojas blancas sin borrar nada.

4.5.1.6 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario de problemas de estructura aditiva (sustracción)

El análisis de los datos obtenidos en el cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva se llevó a cabo mediante dos etapas las cuales son:

- **Primera Etapa: Porcentaje de respuestas**

Esta primera etapa consistió en sacar el porcentaje de cada una de las preguntas del cuestionario inicial, para identificar las respuestas que dieron los alumnos en una misma pregunta y tener una organización de las mismas.

Para esto se elaboró una gráfica de porcentajes por cada una de las preguntas, en la cual se muestran las respuestas de los alumnos de acuerdo a la preguntas planteadas.

- **Segunda Etapa: Categorización y Representación**

Categorización

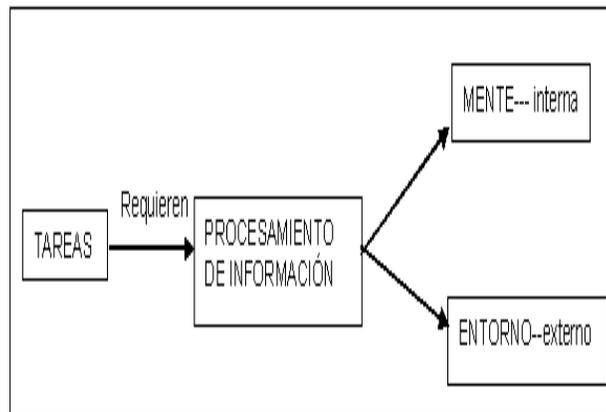
Esta segunda etapa consistió en categorizar las respuestas que dieron los niños en el cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción) para poder tener una organización de las respuestas dadas.

Representación

La representación retomando la perspectiva de Zhang y Norman (1994), es como un conjunto de representaciones internas (esquemas, imágenes mentales, etc., y

externas (símbolos físicos, números, signos matemáticos) y estas dos en conjunto representan la estructura abstracta de las tareas.

Figura No. 4 Esquema representación



La representación son los recursos aparentemente externos que ayudan en la resolución de los problemas y que apoyan el entendimiento de los niños, y se clasificaron en:

- Cálculo mental
- Cuenta con los dedos
- Dibujos
- Realiza el algoritmo

• Tercera Etapa: Entrevista Clínica-Piagetiana

Consistió en el análisis de las repuestas dadas por los niños en la entrevista individual a partir del cuestionario aplicado. El principal objetivo de este análisis fue conocer el razonamiento matemático de los niños, saber de qué forma resolvían las tareas que se les proporcionan, así como las concepciones o hipótesis que ellos tienen sobre la escritura numérica y los argumentos que dan para defender sus ideas y las estrategias que utilizan para la resolución del problema.

Lo anterior sirvió en el presente trabajo para explorar sobre el pensamiento de los alumnos, en cuanto a la forma en la cual resolvieron los problemas planteados en el cuestionario inicial, pues permite conocer el nivel de conceptualización del alumno.

Según Delval (2001) el método clínico es un procedimiento para investigar cómo piensan, perciben, actúan y sienten los niños, que tratan de descubrir aquello que no

resulta evidente en lo que los sujetos hacen o dicen, lo que está por debajo de la apariencia de su conducta, ya sea en acciones o con palabras.

La entrevista clínica consiste en que el experimentador está en presencia del sujeto al que se le estudia individualmente y se establece una interacción. Se pone al niño frente a una situación y se le interroga con el fin de ver cómo el niño justifica y/o argumenta sobre una situación planteada. El objetivo es estudiar cómo el sujeto construye sus interpretaciones de la realidad. (Delval, 2001) En la entrevista se pone al niño frente a una situación y se le interroga con el fin de ver como el niño justifica y/o argumenta sobre una situación planteada.

Aplicación

Para realizar la entrevista clínica-piagetiana con los niños se retomó la idea propuesta por Delval (2001), en la cual se aplicó individualmente, se puso al niño frente a la entrevistadora y se hizo un rapport para que el niño tuviera confianza y seguridad al dar sus respuestas, a continuación se le interrogó sobre la resolución de los cuestionarios, esto con el fin de ver como el niño argumenta su idea sobre la situación planteada.

Propuesta de análisis

Se realizó un análisis de las respuestas dadas por los niños en la entrevista individual, a partir de los instrumentos de contenidos matemáticos aplicados. El principal objetivo de este análisis es conocer el razonamiento matemático de los niños, saber de qué forma resuelven las tareas que se les proporcionan, qué estrategias utilizan y las concepciones intuitivas que los niños tienen con relación a las reglas del Sistema de Numeración Decimal.

4.5.2 Instrumento de la segunda etapa

Se llevó a cabo el diseño y la aplicación del programa de intervención que contiene diferentes actividades sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo y los problemas de estructura aditiva.

4.5.2.1 Descripción del programa de intervención psicopedagógico

La intervención psicopedagógica fue aplicada en 8 sesiones de una hora y media cada una. Las cartas descriptivas de la intervención se pueden ver en el Anexo 3, en donde se encontrará el objetivo de cada una de las sesiones, el material a utilizar, así como las actividades de enseñanza- aprendizaje y la evaluación de cada sesión.

4.5.2.2 Aplicación

El programa de intervención se llevó a cabo durante dos meses, pues fueron 8 sesiones, las cuales fueron 2 días a la semana con una duración de una hora y media por sesión, en 4 sesiones se abordaron los temas acerca de la exploración del sistema de numeración decimal y las otras 4 sesiones restantes para trabajar acerca de los problemas de estructura aditiva con respecto a la resta.

4.5.2.3 Propuesta de Análisis

El análisis de las respuestas de los niños en el programa de intervención se llevó a cabo considerando dos aspectos, que son: la categorización de las respuestas y la representación.

- **Categorización**

En esta parte se llevó a cabo una revisión de las respuestas de los alumnos considerando que es lo que los alumnos han logrado en la escritura numérica y en la resolución de los problemas de estructura aditiva, con una revisión de las estrategias utilizadas por los niños.

- **Representación**

En esta parte se llevó a cabo un análisis de la forma en que los alumnos utilizan las diversas representaciones (cálculo mental, algoritmo, dibujos, etc.) en las sesiones para operar. Por un lado se identificaron las acciones que conducen a la solución y la forma en que lo representan para llegar a la solución.

4.5.3 Cuestionarios de la tercera etapa

El diseño de los cuestionarios finales dependió de los datos obtenidos en el programa de intervención y el cuestionario inicial siendo similar a los primeros instrumentos tanto de

problemas de estructura como del sistema de numeración decimal esto con la finalidad de observar si hubo un cambio en el niño en lo que respecta a su conocimiento.

4.5.3.1 Descripción del cuestionario final de sistema de numeración decimal indo-arábigo

El cuestionario de Sistema de Numeración Decimal consta de seis preguntas como se describe a continuación (ver anexo 4)

Tabla No. 4 Cuestionario final de escritura numérica

No. de pregunta	Contenido matemático	Solicitud de la Pregunta
1	Conteo	Se le indica al niño que continúe con cada una de las series numéricas que se le presentan.
2	Antecesor y Sucesor	Se le pide al niño que a cada número que se le presenta escriba el antecesor y sucesor.
3	Dictado de números	Se dictan una serie de números de una, dos, tres y cuatro cifras.
4	Escritura de números	Se le pide al niño que con letra escriba los números que se le indican en la hoja.
5	Ordena de menor a mayor	Se le indica al niño que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de menor a mayor.
6	Ordena de mayor a menor	Se le indica al niño que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de mayor a menor.

4.5.3.2 Aplicación del cuestionario final de Sistema de Numeración Decimal

El instrumento inicial de sistema de numeración decimal fue aplicado a 16 alumnos de 3° grado se les dieron las instrucciones las cuales consistieron en leer con atención cada una de las preguntas y responderlas, e indicarles que no borrarán nada, y en caso de equivocarse solo tacharán y lo realizarán a un lado y si necesitaban material lo pedirán a la aplicadora.

4.5.3.3 Propuesta de análisis de los datos del cuestionario final de sistema de numeración decimal

El análisis de los datos se realizó en dos etapas:

Primer etapa: Porcentaje de respuestas.- Consistió en realizar un porcentaje de cada una de las preguntas del instrumento inicial, esto con la finalidad de identificar las respuestas que dieron los alumnos en una misma pregunta y tener una organización de las mismas. Para esto se elaboró una gráfica de porcentaje por cada una de las preguntas, en la cual se muestran las respuestas que cada alumno dio de acuerdo a la pregunta planteada.

Segunda Etapa: Categorización.- consistió en categorizar las respuestas que fueron dadas por los niños en el instrumento inicial de sistema de numeración decimal. Asimismo se identifican en las respuestas de los alumnos las reglas intuitivas del sistema de numeración decimal de las que hicieron uso los niños.

4.5.3.4 Descripción del cuestionario final de Problemas de Estructura Aditiva (sustracción)

El cuestionario final de problemas de estructura aditiva consta de 5 preguntas, se basa en el modelo funcional y contiene los tipos de cambio, combinación y comparación; más que y menos qué, y esto se describe a continuación (ver anexo 5)

Tabla No. 5 Cuestionario final de Problemas de Estructura Aditiva (sustracción)

No. De pregunta	Contenido Matemático	Solicitud de la pregunta																		
1	Modelo funcional, cambio aumentado	José tenía 19 canicas, juega y gana 13. ¿Cuántas tiene ahora?																		
2	Modelo funcional, cantidad final desconocida-combinación	María tenía 13 cuentos, le regala algunos a su prima y le quedan 8. ¿Cuántos cuentos le dio a su prima?																		
3	Modelo funcional, cantidad final desconocida-combinación	<p>Paty, Toño y Enrique acudieron a la pastelería de la esquina y observaron los siguientes precios:</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>PASTEL</td> <td>GELATINA</td> <td>CAFÉ</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>\$ 25.00</td> <td>\$7.00</td> <td>\$ 9.00</td> </tr> <tr> <td>PANQUE</td> <td>MALTEADA</td> <td>GALLETAS</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>\$5.00</td> <td>\$13.00</td> <td>\$13.00 la bolsa</td> </tr> </table> <p>Paty compró 2 pasteles. Enrique compró una malteada y Carlos compró una gelatina y un panque. ¿Cuánto gastaron entre los tres? Si pagaron con un billete de \$100.00 ¿Cuánto les dieron de cambio?</p>	PASTEL	GELATINA	CAFÉ				\$ 25.00	\$7.00	\$ 9.00	PANQUE	MALTEADA	GALLETAS				\$5.00	\$13.00	\$13.00 la bolsa
PASTEL	GELATINA	CAFÉ																		
																				
\$ 25.00	\$7.00	\$ 9.00																		
PANQUE	MALTEADA	GALLETAS																		
																				
\$5.00	\$13.00	\$13.00 la bolsa																		
4	Modelo funcional, cocomparación- más que	Mario tiene 10 paletas, Ana tiene 6 más que Mario. ¿Cuántas paletas tiene Ana?																		
5	Modelo funcional, comparación -menos que	Josué tiene 34 pesos y Toño tiene 5 pesos menos que Josué. ¿Cuántos pesos tiene Toño?																		

4.5.3.5 Aplicación del cuestionario final de Problemas de Estructura Aditiva (sustracción)

El cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción) fue aplicado a 16 alumnos. En un principio se distribuyó el instrumento a cada uno de los alumnos, después se les dieron las instrucciones las cuales consistieron en que leyeran lo que se les pedía en cada pregunta con atención y que al resolverlos no borrarán nada, y en caso de equivocarse solo tacharan lo hecho y realizarán a un lado y si necesitaban material se lo pidieran a la aplicadora.

4.5.3.6 Propuesta de Análisis de los Datos del cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción).

En el análisis lo que se busca es observar y verificar los cambios en el proceso que siguen los alumnos en la resolución de los problemas matemáticos. En este análisis de los datos del cuestionario final se consideraron dos etapas, las cuales son:

- **Primera Etapa: Porcentaje de respuestas**

Esta primera etapa consistió en realizar el porcentaje de cada una de las preguntas del cuestionario inicial, para identificar las respuestas que dieron los alumnos en una misma pregunta y tener una organización de las mismas.

- **Segunda Etapa: Categorización y Representación**

Categorización

Esta segunda etapa consistió en categorizar las respuestas que fueron dadas por los niños en el cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción) para poder tener una organización de las respuestas dadas.

Representación

En este aspecto se efectúa un análisis de la forma en que los alumnos simbolizan las situaciones para operar en ellas. Por un lado se identifican las acciones que conducen a la solución y la forma en que representan la situación para llegar a la solución.

4.5.4 Consideraciones del estudio piloto

Se realizó un estudio piloto con 6 niños de una escuela pública del Distrito Federal, 2 niños de 1° grado, 2 de 2° grado y 2 de 3° grado.

Se observó que durante la aplicación de los cuestionarios los niños en algunos casos realizaban; un procedimiento escrito y/o las operaciones mentales utilizando sus dedos y dibujos de palitos para poder sumar y restar.

Los niños al momento de realizar operaciones donde los sumandos eran mayores de dos cifras presentaban cierta confusión, por ejemplo, los niños que no contestaron la pregunta No. 4. del cuestionario de problemas de estructura aditiva de suma.

Otro aspecto que se pudo observar es que los niños aprenden a identificar un problema de suma si tiene las denominadas “pistas”, es decir, la palabra agregar o más, y en el caso de restar identifican que tienen que hacer esta operación cuando aparece la palabra menos o quitar.

Los estudiantes no presentaron familiaridad con el modelo funcional en el tipo de problema de cambio, específicamente en el uso de números con más de dos cifras. Debido a que el razonamiento lógico-matemático está en proceso de adquisición, por lo tanto, en algunos problemas este razonamiento no es suficiente para resolver problemas de diferentes tipos y sub-tipos. Otro dato que se observó es que los niños en la parte de dictado de números escribían las cifras con más ceros.

Durante los primeros años de la educación primaria la enseñanza de los problemas matemáticos resulta ser incompleto pues no hay una estimulación en los niños en el razonamiento lógico-matemático, es por eso que los psicólogos educativos deben examinar el currículum para poder modificar la enseñanza y así se pueda extender el conocimiento en los niños para que éste sea útil en su vida académica y diaria.

Considero que los alumnos deben abordar la resolución de los problemas con los conocimientos que poseen, así como no se debe olvidar que se deben evitar los planteamientos de problemas donde los alumnos sepan de antemano como llegar a la resolución de dicho problema, sino se debe de hacerlos comprender y analizar. Es por eso que se deben buscar herramientas apropiadas para la necesidad que presenta cada uno de los niños, para que se logre en entendimiento mucho mejor de las matemáticas.

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO INICIAL SEGUIDO DE ENTREVISTA CLINICA INDIVIDUAL

En el presente capítulo se muestran los resultados obtenidos en la primera etapa del estudio correspondiente a los cuestionarios iniciales sobre sistema de numeración decimal y problemas de estructura aditiva (sustracción). El objetivo de los cuestionarios iniciales permitió identificar las ideas intuitivas que los niños elaboran acerca de los contenidos matemáticos explorados.

El capítulo inicia con la descripción de los resultados obtenidos en el instrumento inicial de sistema de numeración decimal para así posteriormente reportar los resultados del instrumento inicial de problemas de estructura aditiva y por último reportar la entrevista clínica-piagetiana² realizada.

5.1 Resultados del cuestionario inicial de Sistema de numeración decimal

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el instrumento inicial de sistema de numeración decimal.

Primera etapa: Porcentaje de respuestas

Se hace porcentaje por cada una de las preguntas de acuerdo al cuestionario de sistema de numeración decimal, en el cual se indican las respuestas y el número de alumnos que hicieron alusión a cada una de las respuestas.

² Entrevista clínica individual es donde “se mantiene una conversación abierta con el niño, para que se trate de seguir el curso de sus ideas con respecto a la explicación de un problema” (Delval, 2001), ver, Descubrir el pensamiento de los niños. pp.71.

- **Conteo**

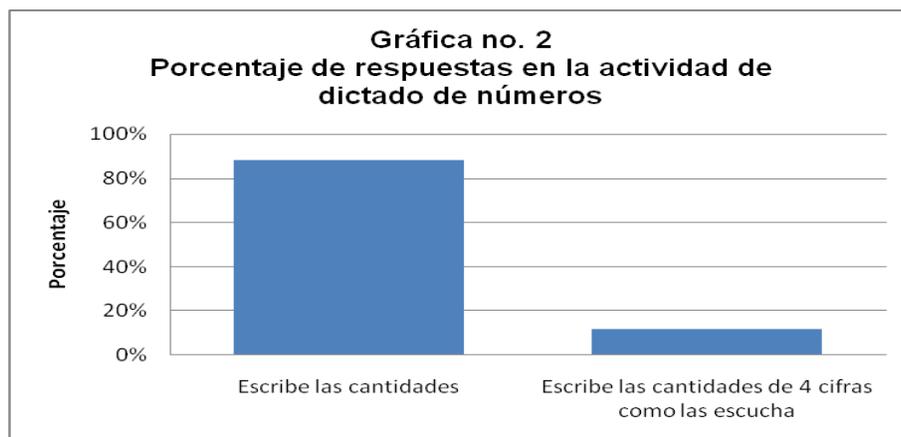
Se le indica al niño que cuente del 1 al 100 señalando el número que va contando.



En la gráfica se muestra que todos los niños cuentan hasta el número cien, y esto es porque los estudiantes han descubierto la estructura de la serie numérica dentro del conteo o de la numeración que ellos ya conocían y al mismo tiempo una regla y/o irregularidad de las que menciona Lerner (1994), en la cual han encontrado la serie oral (1,2,3,4,5,6,7,8,9) dentro de la numeración (101,102,103,...109..etc), y han descubierto que la serie numérica aparece después de cada número exacto (o nudo como lo llama Lerner). Con esto se puede afirmar que la experiencia previa del alumno con respecto a la numeración incide en el conteo.

- **Dictado de números**

Se le dictan los números que vienen en la pregunta tres.



En la gráfica se muestra que 88% de los niños escriben las cantidades que le son solicitadas, y el 12% de los alumnos escriben las cantidades como las escuchan, esto hace referencia a la idea que menciona Lerner (1994) en la que los niños van escribiendo

las cantidades tales como las escuchan pues las escuchan de manera pausada, por ejemplo, 3585 la escriben como 3000 500 80 5.

- **Escritura de números**

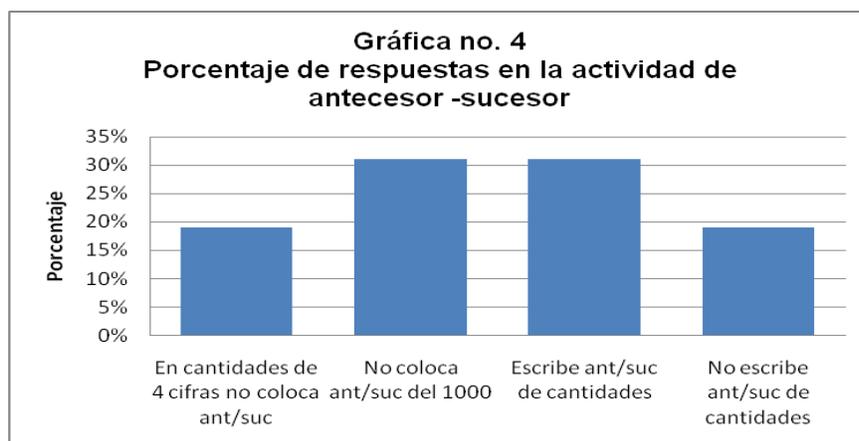
Se le pide al niño que con letra escriba los números que se le indican en la hoja.



Se muestra en la gráfica que 57% de los niños escriben las cantidades como las pronuncian, esto hace alusión a una de las reglas intuitivas que menciona Lerner (1994) en la que los niños hacen la reproducción de las cantidades tal como la oyen, y 38% de los alumnos escriben bien las cantidades, esto es porque los niños ya establecen la correspondencia que existe entre la palabra numérica y el número escrito.

- **Antecesor-sucesor**

Se le pide al niño que a cada número que se le presenta escriba el antecesor y sucesor.



Como se puede verificar en la gráfica que el 31% de los alumnos escriben el antecesor y sucesor de las cantidades que se les presentan, y es porque ya reconocen y conocen los números que van antes y después de cierta cantidad utilizando la serie numérica, 31% de los niños no colocan adecuadamente el antecesor y sucesor del 1000, esto es solo porque se fijan en el primer dígito de la cantidad y al poner el número antecesor ponen el número noventa y nueve por lo que sólo toman en cuenta los tres primeros dígitos de la cifra dejando de lado el último dígito, 19% de los alumnos en las cifras de cuatro dígitos no colocan el antecesor y sucesor y el otro 19% de niños restantes no escriben el antecesor y sucesor, porque no identifican la cantidad que va antes y después.

A partir de los resultados, se puede deducir que el manejo continuo de la serie numérica y el uso de los números en la escuela les permite a los alumnos un uso más eficaz de la serie numérica en otros contextos, sin que esto involucre la comprensión de las reglas del sistema de numeración decimal.

- **Idea de orden (menor a mayor)**

Se le indica al niño que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de menor a mayor.



Se muestra en la gráfica que el 69% de los alumnos ordena las series que se le presentan de números, pues retoman un segmento de los números que se les presentan y les dan un orden de acuerdo a la relación que se establece entre esos números, además de reconocen el valor posicional y logran leer e interpretar la cantidad para efectuar su ordenación, el 25% de los niños resuelve incompleto pues en las cantidades de cuatro cifras no logran realizar el orden, esto es porque no logran aún comprender el orden que

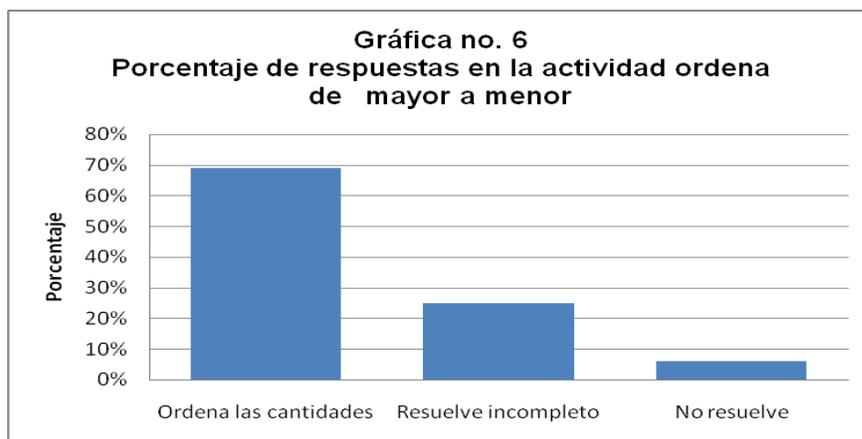
llevan esas cantidades y además no logran identificar que número es mayor que uno y que otro o viceversa.

Y el 6% de los estudiantes no logró ordenar las cantidades de menor a mayor, esto es por que el niño no adquirió las reglas del sistema decimal y es por eso que no puede utilizar en las acciones que involucran la representación de cantidades.

Esta actividad involucra el conocimiento de las características del sistema de numeración decimal para poder interpretar la cantidad al valor de cada dígito según su posición.

- **Idea de orden (mayor a menor)**

Se le indica a los niños que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de mayor a menor.



En la gráfica se muestra que el 69% de los alumnos ordena las series que se le presentan de las cantidades de dos, tres y cuatro cifras, los alumnos tuvieron que acudir a la comparación de cantidades ya que esto involucra a que el niño tenga una imagen clara de los conjuntos que representa cada número para que posteriormente pueda utilizarlo como un sistema de medida y el permita ordenarlos.

El 25% de los niños en las series donde se encuentran cantidades de cuatro cifras no lo resuelven, solo ordenan las cantidades que contienen unidades, decenas y centenas, esto se debe a que aún no establecen la relación de orden con esas cantidades.

Síntesis de resultados generales del cuestionario inicial de sistema de numeración decimal.

Se observó en el cuestionario inicial de sistema de numeración decimal, que de los cinco contenidos matemáticos explorados (conteo, dictado de números, escritura de

números, antecesor-sucesor, ordenar de mayor a menor y ordenar de menor a mayor) donde se registraron dificultades fue en los de; dictado de números, escritura de números, antecesor y sucesor de números, así como la idea de orden en las dos modalidades (de menor a mayor y de mayor a menor); en este último contenido la mayor cantidad de errores fueron en los niveles III y IV sobre todo en la instrucción que se les da de ordenar de mayor a menor los números, pues la dificultad apareció desde el III nivel en este contenido.

En el primer contenido del cuestionario trataba de que los niños contaran del 1 al 100 señalando los números, y se observó que todos los niños contestaron de manera correcta; en dictado de números de 16 niños evaluados el 88% resolvieron correctamente y sólo el 12% de los niños escribieron las cantidades agregándole ceros, pero solo en los números que se les dictaron de 4 cifras (ejemplo 5895, escribiéndolo 50080095); por otra parte, en lo que concierne a la escritura de números, se pidió a los niños que escribieran el nombre de los números que tenían a un costado de las líneas de dicho cuestionario, es decir que escribieran con letra los números que tenían a la vista; el resultado mostró que seis niños contestaron de manera correcta todos los números presentados, 57% de los niños escribieron los números tal como los pronunciaban, esto hace alusión a la regla del sistema de numeración decimal que menciona Lerner (1994). Por ejemplo en las cantidades de 4 cifras (1019, 3585, 1000 y 5895) escribían las cantidades por separado (ejemplo 4585 cuatrocientos cincuenta y ocho cinco); por último, en el contenido donde se solicitaba que colocaran el número antecesor y sucesor de los números que se les presentaban, 31% de los niños contestaron correctamente, 19% de los niños no realiza el ejercicio en las cantidades de 4 cifras, 31% de los niños no colocan adecuadamente el antecesor y sucesor del 1000 y el 19% de los niños no colocan el antecesor y sucesor de ninguna cantidad.

Los niños que tuvieron menos dificultad al resolver el cuestionario se puede atribuir a que poseen una mayor madurez cognitiva y con ello una mejor capacidad de abstracción; lo contrario sucedería con los niños que tuvieron mayor cantidad de errores en todo el instrumento.

En la pregunta del conteo, en el que se les pedía que contaran del 1 al 100, lo que hacían era señalar con el dedo, que fue lo que se les pidió para observar si los niños sabían la relación que guardaban los números que ellos iban pronunciando con los números que señalaban o si sólo se trataba de una recitación memorizada de los números.

En el dictado de números, la mayoría de los niños optó por escribir los números que se les dificultaban tal y como los escuchaban de quien se los dictaba, y esto va de acuerdo a lo que menciona Lerner (1994) en una de las reglas intuitivas en las que los niños escriben el número tal y como lo escuchan.

Por otro lado, con relación a la escritura de números con letra, algunos escribieron el nombre de un número menor que se supieran ellos y que les resultara parecido al que estaban viendo; otros escribían los números con las mismas palabras que escuchaban por ejemplo: 19 = diez y nueve en lugar de diecinueve, y en algunos de los casos escribían los números por separado, por ejemplo 3585=treinta y cinco, ochenta y cinco en lugar de tres mil quinientos ochenta y cinco.

En la pregunta en la que se les indicaba escribir el antecesor y sucesor de las cantidades que se les indicaban, algunos escribían los números que eran cercanos al número mostrado, otros colocaban los números correctos y otros lo único que hicieron fue seguir una serie de dos en dos sin darse cuenta de las cantidades que tenían que escribir el número antecesor y sucesor.

Segunda Etapa: Categorización de Sistema de Numeración Decimal

Esta segunda etapa consistió en ordenar las respuestas que dieron cada uno de los alumnos y agruparlas en categorías, asimismo se identifican las reglas intuitivas del sistema de numeración decimal que los alumnos utilizaron.

- **Categorías**

A continuación se exponen las categorías que se determinaron a partir de las respuestas que dieron los alumnos.

Tabla No. 6 Escritura Numérica

Contenido matemático	Categorías
Conteo	Conoce la numeración escrita hasta el 100 sin errores
Dictado de números	1.-escribe las cantidades con unidades, decenas, centenas y unidades de millar
Escritura de números	1.- realiza la lectura y escritura de los números
Antecesor y Sucesor	1.-presenta dificultad para identifica antecesor y sucesor los número 2.-Identifica el antecesor y sucesor de los números de forma correcta (unidades, decenas, centenas y unidades de millar).
Ordenar de menor a mayor y de mayor a menor	- ordena cantidades en orden descendente con números menores a 200. -ordena cantidades en orden ascendente con números menores a 200. -Ordena todas las cantidades.

- **Reglas Intuitivas del Sistema de numeración Decimal indo-arábigo**

Tabla no. 7 Reglas Intuitivas de sistema de numeración decimal indo-arábigo

Contenido Matemático	Reglas
Dictado de números	-Escriben los números como los escuchan -La magnitud del número, es decir, cuanto mayor es la cantidad de cifras de un número mayor es el número.
Escritura de números	Escriben los números como los escuchan

Tercera Etapa: Entrevista Clínica-Piagetiana

Consistió en el análisis de las repuestas dadas por los niños en la entrevista individual a partir de los cuestionarios aplicados. El principal objetivo de este análisis era conocer el razonamiento matemático de los niños, saber de qué forma resolvían las tareas

que les fueron proporcionadas, así como las estrategias utilizadas y las concepciones intuitivas que tenían en relación a las reglas del sistema de numeración decimal.

De acuerdo con Lerner (1994) los niños elaboran criterios propios para traducir representaciones numéricas y explicar una serie de criterios que son esenciales en este recorrido los cuales son: la cantidad de cifras y la magnitud del número, es decir, los niños elaboran hipótesis como “cuanto mayor es la cantidad de cifras de un número, mayor es el número”, sin que los niños tomen en cuenta la denominación oral representada de cada cifra. La posición de las cifras como criterio de comparación, esto es la posición de las cifras cumplen una función, pues los niños mencionan que “el primero es el que manda”. El rol de los números, hace referencia a que los niños escriben cantidades exactas o cerradas, como por ejemplo, 100, 200, 300, etc., mas no saben combinar números distintos para formar una cantidad como por ejemplo, 105, 230, 410, etc., y del conflicto a la notación convencional.

- **Conteo:** Conoce la numeración escrita hasta el 100 sin errores.

Se le indica al niño que haga el conteo de los números que se muestran en el cuadro.

Figura no. 5 Tabla conteo

1.- Cuenta de 1 al 100									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿Sabes Contar?

Ángel (A): sí

E: ¿Hasta qué número sabes contar?

A: 200

E: ¿se te dificultó contar?

A: No

E: ¿Qué número es? (y se le señala el número 77)

A: Setenta y siete

E: ¿y éste? (se le señala el número 43)

A: cuarenta y tres

Comentario: En este caso se puede observar como el niño realizó el conteo de los números que se le mostraban en la tabla, haciendo el conteo del 1 al 100. También ha descubierto la estructura de la serie numérica dentro del conteo o de la numeración que ya conoce y al mismo tiempo una regla que aborda Lerner: ha encontrado la serie oral (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10); es por eso que al niño se le señalan diferentes números del cuadro para que mencione su nombre y así ver que no solo es una memorización.

- **Dictado de números:** escribe las cantidades con unidades, decenas, centenas y unidades de millar

Figura no. 6 Dictado de números

2.- Dictado de números			
6	19	109	5095
5	99	199	
9	50	109	
3	110	3585	
10	115	1000	

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿conocías los números que se te dictaron?

Josué (J): Sí

E: ¿Se te dificultó escribirlos?

J: No

E: A ver ¿qué número es 5895?
 J: cinco mil ochocientos noventa y cinco
 E: ¿Y este 3585?
 J: tres mil quinientos ochenta y cinco
 E: ¿El tres mil cuantos ceros tiene?
 J: 3
 E: ¿Y el dos mil?
 J: tres

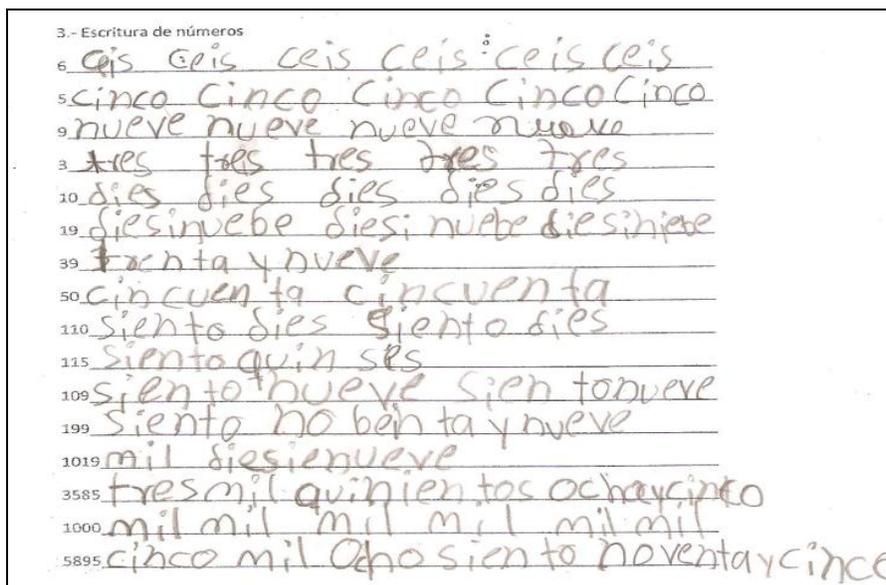
Comentario: En este caso sí conocía los números que le fueron dictados además de saber escribirlos y nombrarlos.

Lerner y Sadovsky (1994) indican que, en el proceso de aprendizaje del sistema numeración decimal adquieren una gran importancia además de los criterios para ordenar números, leyes como: los diez van con un cero, los cien van con dos ceros y los miles van con tres ceros, hay diez números que empiezan con uno, diez números que empiezan con dos, diez que empiezan con tres, etc.

Además se puede observar que en el proceso de escritura numérica al mismo tiempo que el alumno va construyendo su representación, también va estructurando la posición, forma y orientación de los números.

- **Escritura de números:** Realiza la lectura y escritura de los números

Figura No. 7 Escritura de números



Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): se te dificultó escribirlos

Brayan Alberto (A): Sí

E: Sabes escribir los números con letra

B: Sí

E: ¿Cuáles son los que se te dificultaron?

B: El 3585 y el 5895 (los señala)

E: Pero sí los escribiste

B: Sí

E: y lo escribiste bien, ¿cómo le hiciste?

B: Es que cuando yo iba en la otra escuela y como no sabía me lo ponía a estudiar porque eso es lo que más se me complica.

Comentario: En este caso a pesar de que se le dificultaron las cantidades de cuatro dígitos, pudo escribir correctamente las cantidades. Y se puede observar cómo es que el niño sabe cada una de las posiciones que ocupa cada uno de los números, esto es porque sabe la relación que hay entre los números.

El niño lleva a cabo acciones: la primera consiste en identificar el número a partir de su lectura, en este caso debe conocer algunas reglas del sistema de numeración para interpretar y seguido anotar su nombre.

- **Antecesor y Sucesor:** presenta dificultad para identificar antecesor y sucesor los números

Figura No. 8 Antecesor y Sucesor

4.- Coloca el número que va antes y el número que va después

1	1	17
2	5	18
3	7	19
4	9	20
5	11	21
6	15	22
7	32	23
8	47	24
9	101	25
10	110	26
11	149	27
12	199	28
13	1019	29
14	3585	30
15	1000	31
16	5895	32

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿Por qué seguiste la numeración y no realizaste lo que se te pedía a poco el número que va antes del 99 es 12?

Dylan (D): No

E: ¿Por qué lo escribiste?

D: Es que pensé que se tenía que seguir la numeración, por eso lo hice así (señala el ejercicio)

E: que número va antes y después de 36?

D: el 35 va antes y el 37 va después.

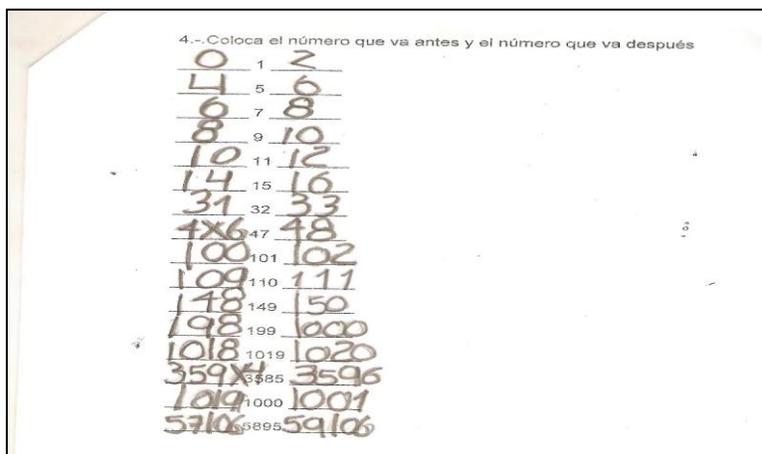
E: ¿Qué número va antes y después de 1000?

(Guarda silencio y solo levanta los hombros y contesta no lo sé)

Comentario: El niño al realizar el ejercicio siguió una serie numérica del primer dígito que es dos, por lo que al preguntarle por qué lo había realizado así, contestó que porque pensaba que se tenía que seguir una serie y no había leído bien, lo que explica que el niño no entendió lo que tenía que realizar. Y al preguntarle por el antecesor de treinta y seis contestó correctamente, sin embargo al preguntarle por el antecesor y sucesor de 1000 no contestó, porque no identificaba el antecesor y sucesor de ese número pues también se involucra la lectura del número escrito, y el conocimiento de las reglas del sistema de numeración decimal.

- Identifica el antecesor y sucesor de los números de forma correcta (unidades, decenas, centenas y unidades de millar).

Figura No. 9 Antecesor y sucesor



Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿se te hizo difícil realizarlo?

Fernando (F): No

E: ¿te hicieron difíciles? (y se le señala las cantidades de 4 dígitos)

F: Sí

E: ¿Por qué?

F: Porque la rayita está muy chiquita

E: Pero podías ponerlo a un lado

E: ¿Cómo identificaste el número que iba antes y el número que iba después?

F: es que eso lo hemos hecho aquí en el salón, el antes y el después de los números.

Comentario: El niño contestó perfectamente cuando se le preguntó sobre la actividad realizada del antecesor y sucesor de los números que se mostraban, aunque las cantidades de cuatro cifras se le dificultaron un poco, pero aun así dio las respuestas correctas aún preguntándole los números al azar, por lo cual el niño identifica correctamente el número que va antes y el que va después de cada número.

Ordenar de menor a mayor y de mayor a menor: ordena cantidades en orden descendente con números menores a 200.

- ordena cantidades en orden ascendente con números menores a 200.

Figura No. 10 Orden de mayor a menor

6.- Ordena de mayor a menor los siguientes números

2-4-6-3-5-7-9 9-8-7-6-5-4-3-2-1

14-18-15-10-13-16-17 18-17-16-15-14-13-12-11

101-105-100-150-104-121-110 1000-1000-1000-1000-1000-1000-1000

1000-1019-3585-2653-2027-3001-5321 5321-5221-5121

Trecho del protocolo

Entrevistadora: ¿Se te hizo fácil o difícil?

David (D): Fácil, se me hizo fácil

E: ¿Por qué en la última hilera no terminaste de acomodarlos?

D: Aquí (señala con su dedo)

D: Mmm

E: ¿Por qué no los acomodaste?

D: Todos

E: Nada más esta hilera (se le señala la tercera hilera), ¿por qué escribiste cantidades que no están?

D: Mmm, no este tampoco, ni este, ni este tampoco, pues quien sabe

E: ¿Por qué David?

D: Es que se me complicó, porque no conozco algunos números, por eso escribí esos números.

Comentario: el niño solo ordenó las cantidades que contenían unidades, decenas y centenas y es porque reconoce las cantidades de tres dígitos, sin embargo al preguntarle por qué no había ordenado las cantidades de cuatro cifras y además por qué había agregado cantidades que no se le mostraban contesto porque no conocía algunos números, esto se debe porque aún no logra entender la relación que existe entre los números, además de no poder reconocer algunas cantidades.

- Ordena todas las cantidades.

Figura No. 11 orden de menor a mayor

5.- Ordena de menor a mayor los siguientes números

2-4-6-3-5-7-9 2345678910 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

14-18-15-10-13-16-17 10-13-14-15-16-17-18-

101-105-100-150-104-121-110 100-101-104-105-110-121-150

1000-1019-3585-2653-2027-3001-5321 1000-1019-2027-2653-3001-

3585-5321

Trecho del protocolo

Entrevistadora: ¿se te dificultó ordenar los números?

Perla (P): No, aunque al principio pensé que era una serie

E: ¿Y cómo le hiciste para saber en qué orden tenían que ir?

P: Pues me iba fijando que número iba y mientras lo anotaba lo iba tachando para no hacerme bolas

Comentario: La niña logró realizar esta actividad exitosamente ordenando todas las cantidades que se le presentaron, esto es porque identifica las cantidades de cuatro cifras además de que conoce el valor posicional de las cantidades y ya han adquirido significado para la niña los números además de saber de la relación que existe entre ellos.

Al analizar los datos finales del cuestionario y la entrevista clínica de sistema de numeración decimal se pudo constatar con los alumnos los estudios realizados por Lerner y Sadovsky(1994) cuando hacen referencia a que los niños establecen sus propias reglas en la escritura numérica, en la que crean hipótesis en la posición de cifras como criterio de comparación o el orden que los niños le dan, además de que el lenguaje influye como regulador en los niños a la hora de escribir cantidades, pues ellos escriben las cantidades tales como las escuchan, y lo inconveniente de esto es que el lenguaje no

es posicional por lo que al final las producciones numéricas de los niños no resultan ser producciones convencionales (aceptables).

5.2 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO INICIAL Y LA ENTREVISTA CLÍNICA INDIVIDUAL DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA (SUSTRACCIÓN)

A continuación se presentan los resultados obtenidos en el cuestionario de problemas de estructura aditiva (sustracción) seguido de una entrevista clínica.

Primera Etapa: Porcentaje de respuestas

Se realizó porcentaje por cada una de las preguntas de acuerdo al instrumento de problemas de estructura aditiva (sustracción), en la cual indican las respuestas y el número de alumnos que hizo alusión a cada una de las respuestas.

- **Modelo Funcional, Cambio Disminuyendo**

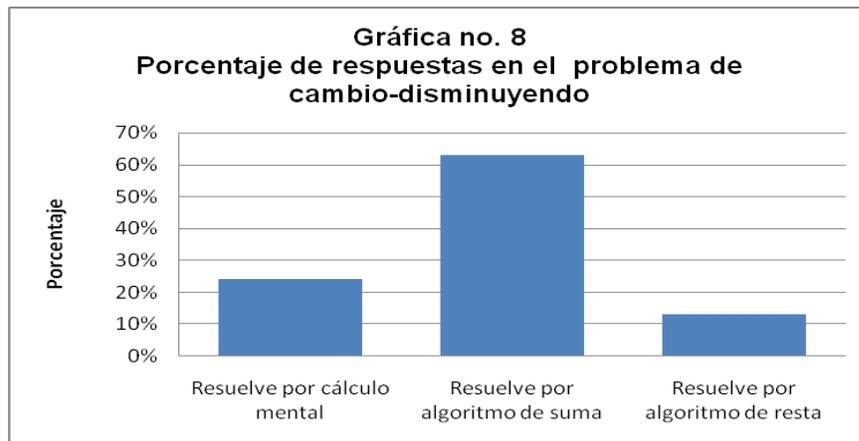
María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?



En la gráfica se muestra que el 75% de los alumnos resuelven este tipo de problema por medio del cálculo mental y el 25% de los alumnos hace la resolución por medio de una suma. La mayoría de los alumnos comprendió y logró resolver este tipo de problema en la que la incógnita se encuentra al final, pues ponen en práctica lo que Vergnaud (1994) menciona en la que el niño en primer término analiza y comprende el enunciado del problema, y pone en juego las representaciones.

- **Modelo Funcional, Cambio Disminuyendo**

Juan tiene 26 chocolates y se come 8, ¿Cuántos chocolates le quedaron?

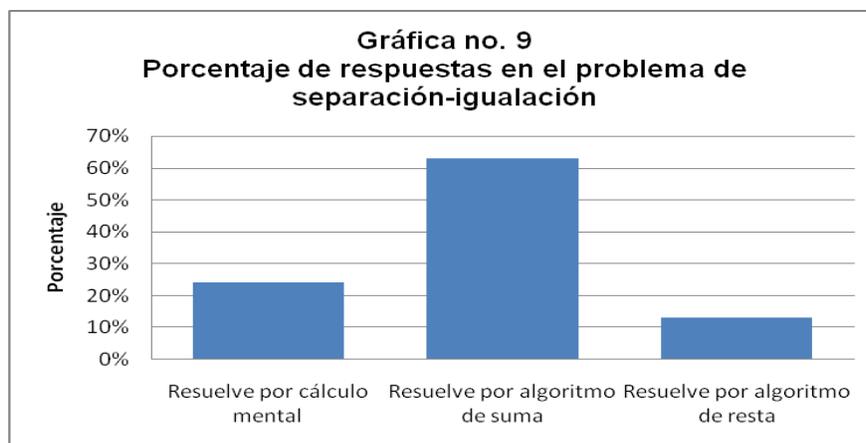


En la gráfica se expone que el 63% de los alumnos realizan el algoritmo de la suma para poder resolver el problema, pues no logran comprender el problema, el 24% de los alumnos resuelven por medio del cálculo mental el problema y 13% de los alumnos logran dar el resultado del problema realizando una resta.

Aquí se muestra lo que Vergnaud (citado en Salgado, 2009) menciona sobre la solución de problemas, en donde el alumno analiza la solución posible y, de esa forma, identifica los esquemas que le permiten comprender el problema y encontrar la solución.

- **Modelo Funcional, Separación-Igualación**

Toño tiene 14 globos y Susana tiene 6 globos, para que Toño tenga la misma cantidad de globos que Susana, ¿Cuántos globos necesita romper Toño?

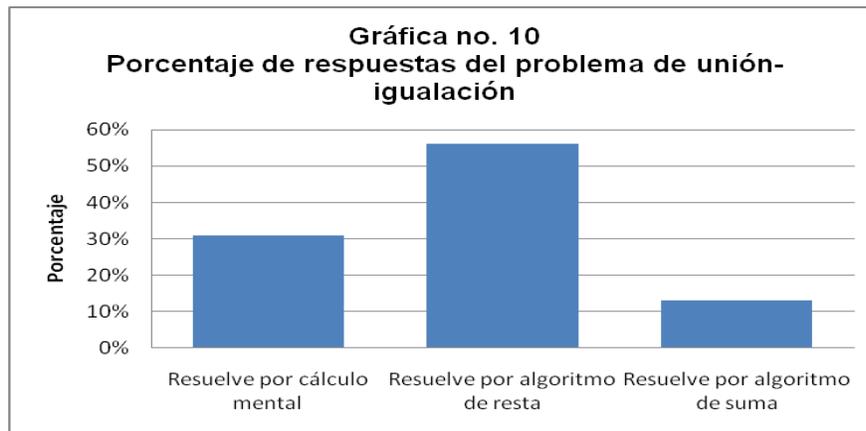


En la gráfica se muestra que el 63% de los alumnos realizan el algoritmo de la suma para poder resolver el problema, pues utilizaron el recuento, agregar la cantidad menor a la mayor y continuar el conteo, 13% de los alumnos resuelven por medio del cálculo mental el problema y uno resuelve por algoritmo de resta

En este tipo de problema algunos alumnos tuvieron dificultad para poder resolver el problema, pues la incognita se encuentra en uno de los sustraendos del problema, por lo que la mayoría de los estudiantes no lograron identificar que se necesitaba realizar una resta para resolver el problema.

- **Modelo Funcional, Unión-Igualación**

Lupita tiene 24 pulseras y Margarita tiene 10. ¿Cuántas pulseras tiene que comprar Margarita para tener las mismas que Lupita?



En la gráfica se muestra que 31% de los alumnos resuelven el problema por medio del cálculo mental para llegar a la resolución del problema, pues los niños utilizan esquemas que ya poseen y le dan la solución al problema, 56% de los alumnos realizan el algoritmo de la resta aunque al realizar la operación no hacen bien los cálculos y no hayan la cantidad correcta y 13% de los alumnos resuelven el problema realizando la operación de la suma.

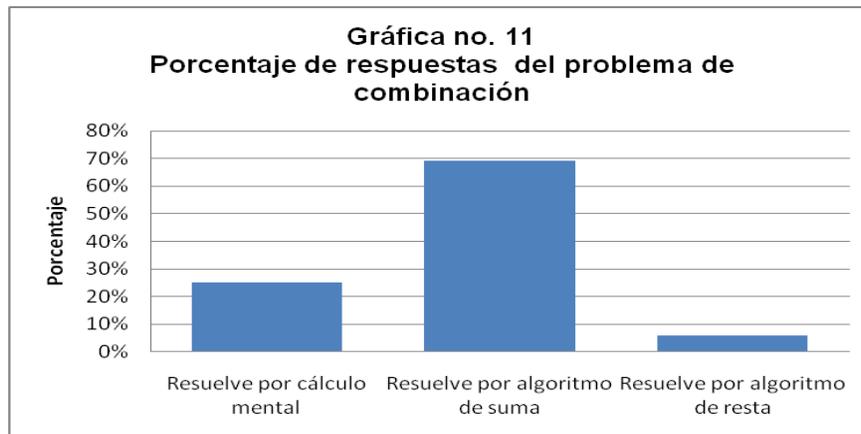
Este tipo de problemas algunos de los alumnos logran comprender el problema realizando la operación con la cual se soluciona el problema, pero ya al resolver el algoritmo es donde se les dificulta igualar la cantidad que tiene que emparejar, igualmente que la mayor parte de los alumnos no identifican las cantidades con las cuales tienen que operar, por lo que leen una y otra vez el problema para poder comprender, identificar los

datos y poder encontrarle solución al problema, como lo menciona Vergnaud (citado en Salgado, 2009).

- **Modelo Funcional, Cantidad inicial desconocida-Combinación**

Alfredo tenía 14 pelotas y Hugo algunas más. Los 2 juntos tienen en total 22 pelotas.

¿Cuántas pelotas tiene Hugo?

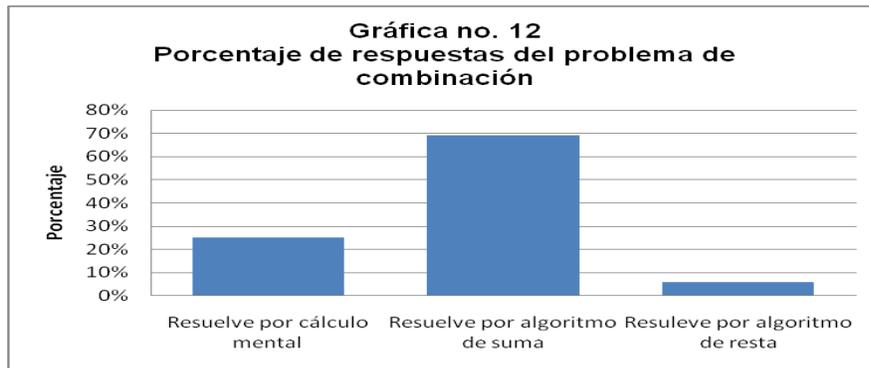


Se puede observar en la gráfica que 25% de los alumnos realizaron el problema planteado por medio del cálculo mental, once 69% realizaron el algoritmo de la suma y solo un alumno por medio la resta, los alumnos que lo hicieron por cálculo mental llegaron a la solución correcta del problema.

En este tipo de problema los alumnos tienen mayor dificultad porque se dejan guiar por las llamadas “pistas” en donde si ven la palabra más es agregar y realizan una suma y donde ven la palabra menos es quitar y realizan una resta, pero en realidad la solución del problema es realizando la operación opuesta, es por eso que algunos de los niños se dejaron guiar por eso y no comprendían y resolvían el problema por medio de la suma aunque al operar no lo hacían correctamente.

- **Modelo Funcional, Diferencia desconocida-combinación**

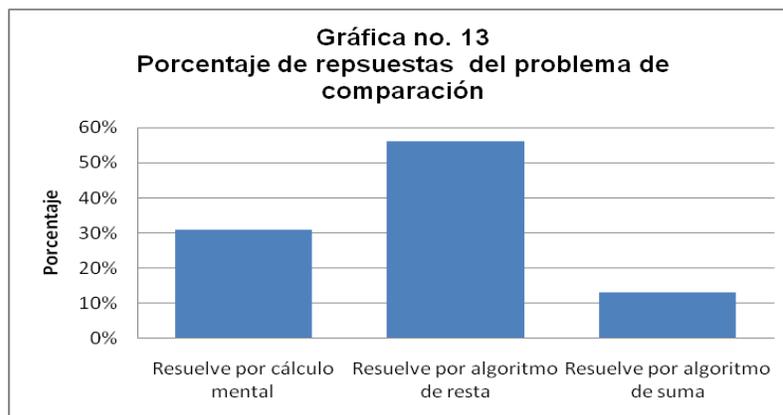
Lupita tiene 20 años y su prima 13 años. ¿Cuántos años más tiene Lupita?



25% de los alumnos resolvieron el problema por medio del cálculo mental obtuvieron la cantidad esperada llegando a la solución del problema, además el 69% de los niños realizaron el algoritmo de la suma y un alumno hizo una resta identificando los datos con los cuales tenían que operar. Así mismo utiliza una simbolización convencional, lo que resalta que resuelven el problema haciendo uso de un esquema algorítmico, mismo que Vergnaud conceptualiza como el uso de comportamientos, razonamientos, adaptaciones y modificaciones del planteamiento del problema mediante una simbolización y un procedimiento convencional. Los niños presentan dificultad en el tipo de problema de combinación, pues se guían por la palabra “más” y creen que es suma, pero aún así hubo alumnos que identificaron como operar.

- **Modelo Funcional, Comparación**

María tiene 25 dulces y Luis 30. ¿Cuántos dulces más tiene Luis que María?



En la gráfica se muestra que 31% de los alumnos resolvieron el problema por medio del cálculo mental obteniendo el resultado correcto, el 56% de los niños resolvió por el algoritmo de resta y dos realizaron el algoritmo de la suma.

Aunque al igual que en los tipos de problemas anteriores los principales conflictos con las que se enfrentan los alumnos son aquellas en las que la resolución del problema involucra la búsqueda de uno de los sustraendos.

- **Modelo Funcional, Comparación**

Paco tiene 60 canicas y Luis 78. ¿Cuántas canicas tiene Paco menos que Luis?



En la gráfica se muestra que el 88% de los dieciséis alumnos resolvieron el problema por medio del cálculo llegando a un resultado correcto, y los alumnos que resolvieron por medio de palitos, realizando una suma o una resta dieron una respuesta incorrecta.

La mayoría de los alumnos presentan dificultad en este tipo de problema, pues igual que los anteriores cuando se enfrentan los alumnos en buscar alguno de los sustraendos para la solución del problema se les complica o a veces no logran comprender el enunciado el problema.

Síntesis de los resultados del cuestionario inicial de problemas de estructura aditiva (sustracción)

Los niños en este cuestionario presentaron más “dificultades” en los problemas de tipo combinación y en el de comparación, esto porque los alumnos se enfrentaron en la resolución de problemas el realizar la búsqueda de alguno de los sustraendos.

En los problemas de cambio e igualación la mayoría de los alumnos lograron resolver los problemas haciendo el uso del algoritmo de resta, calculando mentalmente o haciendo el conteo con sus dedos, para la resolución de los problemas utilizaron diversos elementos, pues mayormente utilizaron el cálculo mental, así como los dedos para poder contar y la realización del algoritmo de la suma y resta, otros optaron por hacer palitos, sin embargo; en todas estas técnicas aparecieron errores de conteo, dando un resultado incorrecto, así se pudo percatar como a pesar de contar con la misma edad y cursar el mismo grado no todos los niños estaban en el mismo nivel.

Como lo mencionan los planes y programas de la SEP (1993) la enseñanza y el aprendizaje de los problemas de estructura aditiva representa una de las mayores dificultades que enfrentan los alumnos al menos en los tres primeros ciclos escolares. La mayoría de los niños están en este proceso de aprendizaje y por tanto la resolución de un problema no es un aprendizaje que se adquiere en un instante, sino que implica un proceso en el que el niño tendrá que ir construyendo sus estrategias de resolución así como los conceptos que intervienen en dicho contenido. Vergnaud (1994) señala que para la construcción y apropiación de las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso largo que dura varios años.

Segunda Etapa: Categorización y Representación

- **Categorización**

Se realizó una categorización de las respuestas dadas por los alumnos, mismas que se obtuvieron a partir de las estrategias utilizadas por los niños.

Tabla No. 8 Categorías de Problemas de estructura aditiva (sustracción)

Categorías
-El alumno resuelve el problema por medio del cálculo mental
-Resuelve el problema realizando palitos
-El alumno resuelve utilizando el algoritmo de la resta
-Realizan el algoritmo de la suma
-Resuelve por medio del conteo con los dedos

- Algoritmo

Resuelven el problema realizando operaciones, es decir, usando el algoritmo para llegar al resultado.

Figura No. 12 Algoritmo

María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?

PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\begin{array}{r} 15 \\ + 9 \\ \hline 24 \end{array}$	24 6
$\begin{array}{r} 15 \\ - 9 \\ \hline 6 \end{array}$	

- Cálculo Mental

El problema es resuelto a través del cálculo mental, es decir, no utiliza lápiz, papel o calculadora.

- Dibujos

Para realizar el problema utiliza cualquier tipo de gráfico para la resolución del problema

Figura No. 13 Dibujos

2. Juan tiene 10 chocolates y se come 8, ¿Cuántos chocolates le quedaron?



PROCEDIMIENTO	RESULTADO
2	

✓ Dedos

Utiliza sus dedos como herramienta de apoyo para poder resolver el problema

Tercera Etapa: Entrevista Clínica-Piagetiana

Ésta tercera etapa consistió en el análisis de las repuestas dadas por los niños en la entrevista individual a partir del cuestionario aplicado. El principal objetivo de este análisis era conocer el razonamiento matemático de los niños, saber de qué forma resolvían las tareas que les fueron proporcionadas, así como las estrategias que utilizaban para la resolución de los problemas.

- **Resuelve el problema por medio del cálculo mental**

Problema: cambio disminuyendo

María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?

Figura No. 14 resolución por cálculo mental

1. María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?	
PROCEDIMIENTO	RESULTADO
	6

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿Cómo lo resolviste?

Citlaly (C): A 15 le quite 6

E: ¿A quince le quitaste 6?

C: Digo, a este, es decir, le sumé

E: ¿Qué sumaste?

C: El 15

E: ¿Con qué número?

C: Es que ahí al 15 le había quitado 6

E: ¿Y si a quince le quitas 6 quedan 6?

C: No

E: ¿Por qué 6?, ¿Qué fue lo que hiciste?

C: Es que del 6 que le quite lo pones

E: ¿De dónde sacas el 6?

C: Es que a quince le quite 9 y me quedó 6

E: ¿Y qué operación utilizaste?

C: Una resta, pero nada más que la hice en mi mente.

Comentario: En este caso se observa como la niña para darle solución al problema que le es presentado lo resuelve por medio del cálculo mental, como argumenta Maza (1989) los primeros años de escolaridad hasta tercero de primaria se encuentran la resolución de problemas mediante el uso de dedos y el recuento mental, pues hacia el tercer año de escolaridad es predominante la recuperación de hechos numéricos que se han ido construyendo en los años de escolaridad anteriores.

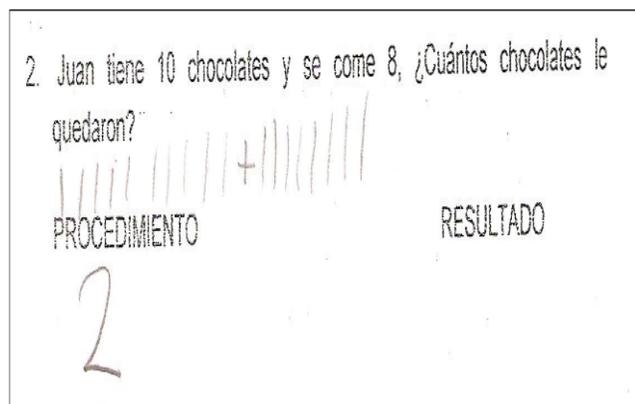
Existe un análisis y una comprensión del problema por lo que lleva a la niña a decidir resolverlo por medio de una resta.

- **Resuelve el problema haciendo palitos**

Problema: Cambio- disminuyendo

Juan tiene 26 chocolates y se come 8, ¿Cuántos chocolates le quedaron?

Figura No. 15 resolución por dibujos



Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): ¿Por qué pusiste 2?, ¿cómo lo hiciste?

Sebastián (S): es que sumé

E: ¿Y qué sumaste?

S: Palitos

E: Palitos, pero ¿Con que números?

S: El 10 más 8

E: ¿Y si sumas 10 más 8 da dos?

S: aah, no (se queda pensando), es que resté

E: Entonces ¿Qué operación realizaste?

S: aah (guarda silencio)

S: una resta, sí una resta pues a 10 le quité 8 y me dan 2

Comentario: En este ejemplo se puede apreciar que el niño analiza y comprende el problema, aunque al principio duda sobre la operación realizada diciendo que lo resolvió por medio de una suma, después de verificar su resultado corrige diciendo que realizó una resta en la cual lo hizo dibujando palitos para poder llegar al resultado final.

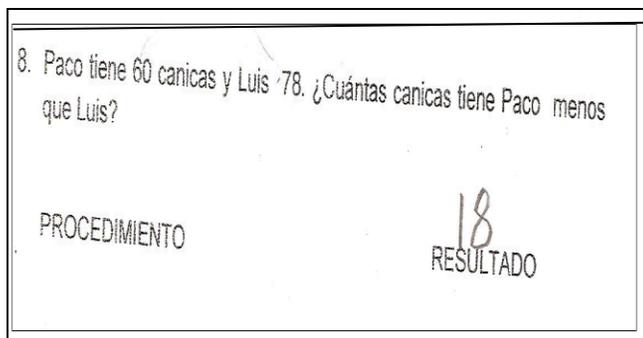
Como lo menciona Maza (1999) el niño tiene sus propias concepciones y estrategias de resolución de problemas aritméticos y que además dispone de experiencias a las que pueden dar respuestas así como diversas formas de representación matemática (carácter por la manipulación de objetos y el uso de dedos).

- **Resuelve utilizando el algoritmo de la resta**

Problema Comparación

Paco tiene 60 canicas y Luis 78. ¿Cuántas canicas tiene Paco menos que Luis?

Figura No. 16 resolución por resta



Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): Tú pusiste de resultado 18, ¿Por qué 18?

Josué (J): Porque esto está mayor (señala el 78), y es una resta, es que tengo que a 78 tengo que restar 60.

E: aah aja

E: ¿Y qué resultado te da?

J: 18

J: Mira yo le estaba contando con los dedos, bueno le estaba restando a los 78 le estaba quitando mira así 77, 76,75, 74.....

E: Le fuiste quitando

E: Y que operación es esa

J: Es una resta.

Comentario: Lo que realizó el niño fue un conteo regresivo para poder llegar a la cantidad menor que le es señalada en el problema, aunque de igual manera el niño se deja guiar por la “pista de menos” y esto lo asocia con quitar o restar, por eso es que argumenta que la operación que realizó para llegar al resultado fue una resta la cual la ejecutó haciendo el conteo con la ayuda de sus dedos.

Además el niño combina elementos internos y externos para dar solución a la situación que se le plantea y al mismo tiempo considera si cuenta con los elementos para dar la solución adecuada.

- **Resuelve por medio del algoritmo de la suma**

Problema unión-igualación

Lupita tiene 24 pulseras y Margarita tiene 10. ¿Cuántas pulseras tiene que comprar Margarita para tener las mismas que Lupita?

Figura No. 17 resolución por suma

4. Lupita tiene 24 pulseras y Margarita tiene 10. ¿Cuántas pulseras tiene que comprar Margarita para tener las mismas que Lupita?	
PROCEDIMIENTO	RESULTADO
	14

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): tú obtuviste de resultado 14, ¿Por qué 14?, ¿Qué hiciste?

Perla (P): Es que tenía 10 y conté con los dedos

E: Pero tú como supiste que era 14, ¿qué operación hiciste?

P: Puse 14 porque pensé que era 14

E: Pero ¿qué operación hiciste?

P: Sumé

E: Sumaste, ¿cómo le hiciste?

P: Es que conté con mis dedos a partir del 10 y hasta llegar al 24 y me salió que era 14

Comentario: Lo que realizó la niña para dar solución al problema fue hacer un conteo comenzando desde la cantidad menor que le es presentada para poder llegar a la cantidad mayor, por lo que menciona que sumó porque fue agregando números en el conteo. Como lo menciona Castro (1995) el alumno requiere de un gran número de conceptos matemáticos, los cuales el niño adquiere en un periodo de tiempo largo por lo que son necesarias diversas transiciones en su desarrollo para adquirirla que van desde los recuentos informales, concepto de número, las estrategias que se utilizan hasta el uso de datos numéricos y los algoritmos formales de la adición y sustracción.

- **Resuelve por medio del conteo de sus dedos**

Problema cantidad inicial desconocida-combinación

Alfredo tenía 14 pelotas y Hugo algunas más. Los 2 juntos tienen en total 22 pelotas.

¿Cuántas pelotas tiene Hugo?

Figura No. 18 resolución conteo

5. Alfredo tenía 14 pelotas y Hugo algunas más. Los 2 juntos tienen en total 22 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene Hugo?	
PROCEDIMIENTO	RESULTADO
	8

Trecho del protocolo

Entrevistadora (E): tú pusiste de resultado 8, ¿por qué 8?

Yael (Y): Porque aquí es de restar, y le resté con mis dedos

E: sí, pero ¿Qué restaste?

Y: Porque Alfredo tiene 14 pelotas y Hugo tiene algunas y tienen en total 22 y le vas quitando números

E: ¿Qué le vas quitando al 22?

Y: Al 22 le quité

E: ¿Qué número le quitaste?

Y: No me acuerdo

E: No te acuerdas, a ver lee bien el problema

Y: Le empecé a quitar pelotas al 22

E: Sí, pero que cantidad le quitaste a 22 para que te diera 8 (lee de nuevo el problema)

Y: aah porque a 22 le quité 14 y ya da 8

Comentario: En este caso se observa cómo el niño para llegar a la solución del problema utiliza sus conocimientos previos de lo que entiende por combinar, asimismo el niño analiza y comprende el problema en conjunto, es decir, se fija en las cantidades pero también en los sujetos y objetos para la solución y realiza el conteo con sus dedos identificando claramente qué operación se debe realizar para que se tenga la resolución. Pues el niño analiza el problema y como argumenta Vergnaud (citado en Salgado 2003) realiza un desarrollo de sus esquemas.

5.3 Implicaciones Teóricas

Al entrar a la educación primaria los niños ya cuentan con experiencias y conocimientos relacionados con las matemáticas, los cuales obtuvieron en distintos entornos (familiar, social y escolar), por tanto el objetivo de la escuela debe ser ampliar el conocimiento previo de los alumnos para que estos puedan conocer los significados del número y las operaciones que incluyen sus usos, así como las aplicaciones en distintas situaciones.

El niño como lo señala Piaget (citado en Hernández, 1998) empieza a formar los conceptos matemáticos desde etapas tempranas, pues los niños tienen una estructura mental y lógica que va desde lo sensorial hasta llegar a complejas formas de razonamiento.

Además el niño como lo menciona Vergnaud (1994) utiliza esquemas que posee para dar solución a los problemas planteados, y en todo momento el niño lleva a cabo un cálculo relacional, es decir, busca comprobar sus acciones en un plano de la realidad aunque sea en un segmento de la situación.

En lo que concierne a Kamii (2003) argumenta que los niños que se encuentran entre las edades de 6 y 7 años se localizan en el proceso de construcción del sistema, es por ello imposible que se les quiera enseñar a los niños decenas o centenas si aun no comprenden las unidades.

Por su parte Lerner y Sadovsky (1994) hacen referencia a que los niños establecen sus propias reglas en la escritura numérica, en la que crean hipótesis en la posición de cifras como criterio de comparación o el orden que los niños le dan, además de que el lenguaje influye como regulador en los niños a la hora de escribir cantidades, pues ellos escriben las cantidades tales como las escuchan, y lo inconveniente de esto es que el lenguaje no es posicional por lo que al final las producciones numéricas de los niños no resultan ser producciones convencionales, es decir, aceptables.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA DEL ESTUDIO: PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICO

En el presente capítulo se muestran los resultados del programa de intervención psicopedagógico sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo y los problemas de estructura aditiva correspondientes al modelo funcional en la sub-categorías de, combinación y comparación. Inicialmente se hace una descripción del programa de intervención, la aplicación y se concluye con los resultados obtenidos.

6.1 Programa de intervención

En correspondencia a los resultados obtenidos en la evaluación inicial se pretendió desarrollar sesiones de trabajo para los estudiantes en aprendizajes del sistema de numeración decimal indo-arábigo problemas de estructura aditiva respectivamente de resta se plantearon actividades relacionadas a los problemas de combinación y comparación para la resolución de los mismos.

Se pretende que los alumnos aprendan a utilizar los números de una a cuatro cifras de forma oral y escrita para la identificación y comparación de las cantidades, que comprendan las reglas del sistema de numeración decimal y los problemas de estructura aditiva.

6.2 Descripción del programa de intervención psicopedagógico

El programa de intervención se desarrolló en nueve sesiones de aproximadamente una hora y media cada una, pues ese fue el tiempo que autorizó el profesor que está a cargo del grupo y la directora del plantel.

Se exploraron las reglas del sistema de numeración decimal y los problemas de estructura aditiva (sustracción) respectivamente en los tipos mencionados y pertenecientes al modelo funcional, pues en esos tipos los alumnos presentaron mayor "dificultad". Cabe aclarar que algunas sesiones se realizaron de forma alternada, es decir, no siguieron un orden rígido, porque se trabajaron de un contenido y de otro.

Los contenidos involucrados en las sesiones aplicadas fueron:

- Leer y escribir números de una, dos, tres y cuatro cifras.
- Determinar cantidades y posiciones
- Escritura de números
- Ordenar cantidades y números
- Antecesor y sucesor de cantidades
- Resolver problemas con distintos procedimientos

Las nueve sesiones que fueron aplicadas se dividieron como se muestra a continuación.

- **Sesión No. 1 antecesor y sucesor “ Antes y después”**

El objetivo de esta sesión fue que los alumnos identificaran las cantidades que van antes y después de una cantidad.

Para esto a cada uno de los alumnos se les asignó una hoja de trabajo (anexo 6) en la cual venía un cuadro con números del 1 al 100, y se organizó a los niños en parejas para que se realizará la actividad, por turno cada uno de los alumnos tenía que anotar en su hoja un número el cual su compañero de al lado no podía saber ni ver cuál era, después tenía que darle pistas a su compañero mencionando el número que va antes o después de la cantidad que escribió.

- **Sesión No. 2 “Los dados”**

El principal objetivo de esta sesión fue que los niños identificaran las unidades, decenas, centenas y unidades de millar. Y que los alumnos agrupen y verifiquen el valor posicional de las cantidades.

Para la realización de la actividad a cada uno de los alumnos se les dieron dos dados y la hoja de trabajo (anexo 7) en la cual tenían que realizar una serie de tiros, y después contestar las preguntas que venían en la hoja de trabajo, como por ejemplo en qué tiro lograste obtener una decena.

- **Sesión No. 3 “ La Tabla”**

La sesión tiene como objetivo que los niños identifiquen y coloquen el valor posicional de las cantidades que se les presentan, asimismo escribir el nombre de cada una de las cantidades.

Para esto a cada uno de los alumnos se les dio la hoja de trabajo (anexo 8) y se les pide que acomoden las cantidades que se le presentan como en el ejemplo que se les da. Después se les indica que escriban el nombre de las cantidades que le son presentadas.

- **Sesión No. 4 “ Basta Numérico”**

El objetivo de esta sesión fue que los alumnos realizaran el cálculo del algoritmo de la resta. Para esto a cada uno de los alumnos se le repartió una tarjeta como la siguiente:

(-)	7	9	3	6	Resultado total

Uno de los alumnos comenzaba la numeración desde el 10 y esperaba a que otro compañero le diera la indicación de basta para que se detuviera, y después decir el número en voz alta para que los demás compañeros se informaran del número, después esa cantidad la colocaban en la primera columna en la fila dos y cada uno de los niños tenía que realizar la operación, por ejemplo si el número fue 13 tenía que restar 13-7 y poner la cantidad debajo del 7 y así sucesivamente con todas las cantidades.

- **Sesión No. 5 “ La cafetería”**

EL objetivo de esta sesión es que los alumnos identificaran las cantidades y las representen. Para esto a cada alumno se les asignó la hoja de trabajo y una hoja de material recortable y esto se puede observar en el anexo 9. Además de que esta sesión se complementa con la sesión siguiente.

- **Sesión No. 6 “ Problemas de combinación”**

El objetivo de esta sesión fue que los alumnos utilizaran el algoritmo de la sustracción para resolver problemas con la idea de combinación. Se utilizó la hoja

de trabajo que se puede observar en el anexo 10. Los chicos resolvieron los problemas individualmente y cada uno pasó a explicar de qué forma lo resolvió.

- **Sesión No. 7 “ La tiendita”**

El objetivo de esta sesión fue que los alumnos resolvieran los diferentes problemas de resta en el sub-tipo de combinación y comparación haciéndolos por medio del cálculo mental, utilizando el algoritmo o auxiliándose con sus dedos. Cada uno de los alumnos resolvió el ejercicio individualmente y se les entregó la hoja de trabajo la cual puede observarse en el anexo 11.

- **Sesión No. 8 “Resolviendo Problemas de combinación y comparación”**

Esta sesión tuvo como objetivo principal que los alumnos resolvieran problemas de combinación y comparación. Para esto a cada uno de los alumnos se les repartió la hoja de trabajo la cual contenía problemas de resta y se puede observar en el anexo 12, los cuales los pudieron resolver con las diferentes representaciones. Al último cada uno de los alumnos pasó enfrente a explicar cómo es que resolvieron los problemas.

- **Sesión No. 9 “Inventando”**

El objetivo de esta sesión es que los alumnos resolvieran problemas de resta. Para esto los niños se colocaron en equipos de 4 personas, cada uno de los equipos tuvo que inventar un problema el cual tendría que ser resuelto por medio de una resta, para después intercambiar los problemas con los demás equipos y así resolverlos.

6.3 Aplicación del programa de intervención

El programa de intervención psicopedagógico fue aplicado a dieciséis alumnos, cinco niñas y once niños. Las sesiones que se trabajaron con los estudiantes fueron dos veces por semana, martes y jueves de 14:00 a 15:30.

En algunas de las sesiones los alumnos trabajaron por parejas, por equipo o individualmente, además de que recibían explicación de la investigadora cuando se encontraban realizando las actividades y al final de cada sesión.

6.4 Propuesta de análisis de los datos

El análisis de las respuestas de los niños en el programa de intervención se llevo a cabo considerando dos aspectos, que son: la categorización de las respuestas y la representación, y en este mismo orden son presentados.

- **Categorización**

En esta parte se llevo a cabo una revisión de las respuestas de los alumnos considerando que es lo que los alumnos lograron en la escritura numérica, resolución de los problemas de estructura aditiva, con una revisión de las estrategias utilizadas por los niños.

Categorías

- Consigue la escritura de las cantidades con unidades, decenas, centenas y unidades de millar
- Consigue la lectura y escritura de los números
- Identifica el antecesor y sucesor de las cantidades de una a cuatro cifras

- **Representación**

En esta parte se lleva a cabo un análisis de la forma en que los alumnos utilizan las diversas representaciones (cálculo mental, algoritmo, dibujos, etc.) en las sesiones para operar. Por un lado se identifican las acciones que conducen a la solución y la forma en que lo representan para llegar a la solución.

6.5 Análisis de resultados del programa de intervención

Los resultados de las actividades que se llevaron a cabo en cada una de las sesiones ponen en evidencia el proceso que siguen los niños en la construcción de los diferentes conceptos que involucran el aprendizaje del sistema de numeración decimal indo-arábigo y de las estructuras aditivas.

La intervención se orientó a que el alumno adquiriera los conocimientos de sistema de numeración y de los problemas de estructura aditiva principalmente con la sustracción, esto a partir de los conocimientos y estrategias que ya poseía el niño. Debido a que el medio de cada uno de los alumnos es distinto al de sus compañeros, es de comprender que entre los niños que formaron parte del grupo de intervención siempre habrá

diferencias, porque no todos han elaborado las mismas conceptualizaciones, es decir, no todos están en el mismo proceso constructivo en relación a las estructuras aditivas. Los resultados se presentan con el análisis de cada una de las actividades realizadas, primeramente se presenta la categorización, y enseguida las representaciones.

Categorización

En esta parte se clasificó cada una de las actividades dependiendo del tema que se trabajó en sistema de numeración decimal y problemas de estructura aditiva (sustracción), partiendo de las respuestas que dieron los alumnos en cada ejercicio.

Categorías

- Consigue la escritura de las cantidades con unidades, decenas, centenas y unidades de millar
- Consigue la lectura y escritura de los números
- Identifica el antecesor y sucesor de las cantidades de una a cuatro cifras

Sesiones para analizar el Sistema de Numeración Decimal

En estas sesiones se observó que los alumnos tiene diferentes representaciones de las cantidades, pues podían identificar las cantidades de una, dos, tres y cuatro cifras, además de saber la posición que tenía cada número.

- **Valor posicional**

Identificar el valor posicional de las cantidades

-Los dados

La mayoría de los alumnos lograron identificar el equivalente a una unidad, una decena, una centena y la unidad de millar, lo que se pretendió con la actividad es que realizaran 5 tiros con dos dados y que en cada tiro pasaran al cajero a recoger la cantidad que habían obtenido, antes se les aclaró que las unidades eran los cuadrados, las decenas eran tiras y las centenas era un cuadrado grande con 10 decenas. Los niños al reunir 10 unidades tenían que acudir con el cajero a cambiarlas por una decena y así sucesivamente. Al preguntarles en qué tiro obtenían las decenas la mayor parte de los alumnos lograron contestar, pues la minoría confundía aún el equivalente a la decena y

centena, y la unidad de millar, esto se debe a que los alumnos no han comprendido las reglas del sistema de numeración que se refieren al valor posicional de las cifras, para esto se realizaron ejercicios en particular con esos niños de una manera individualizada para que vieran y entendieran el valor, se utilizó el ábaco para aclararles como realizar el cambio de 10 unidades para una decena.

Las principales ideas que se trabajaron fue la idea del valor posicional de las cantidades que obtenían los alumnos al lanzar los dados y realizar el conteo de cada cantidad obtenida.

La importancia de esas ideas es que los alumnos se familiaricen reconociendo el significado de la representación de los números, por ejemplo, cuarenta y dos (a saber cuatro decenas y dos unidades), así pues es necesario que en la escuela los alumnos comiencen a comprender la importancia de la posición de las cifras dentro de los números.

Figura No. 19 actividad los dados

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL																	
Escuela: <u>Etiopia</u> fecha: <u>Mayo 2011</u>																	
Nombre: <u>Citali</u>																	
Hora de inicio: <u>2:30</u> Hora de término: <u>3:15</u>																	
Actividad: Los dados																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de tiro :</th> <th>Puntaje :</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Número de tiro :	Puntaje :	1	11	2	8	3	8	4	9	5	12					<p>¿A que número equivale una unidad de millar? <u>Ninguno</u></p> <p>¿Cuántos tiros realizaste para obtener una centena? <u>Ninguno</u></p> <p>¿Cuántas decenas lograste reunir? <u>8</u></p> <p>¿A qué número equivale una decena? <u>10</u></p>
Número de tiro :	Puntaje :																
1	11																
2	8																
3	8																
4	9																
5	12																
¿Cuántos cuadrados reuniste? <u>8</u>																	
¿Cuántas tiras tienes en total? <u>4</u>																	
¿En qué número de tiro lograste obtener una centena? <u>9</u>																	

-La tabla

Con esta actividad los alumnos lograron identificar el valor de las cifras de acuerdo a la posición que ocupan los números en escrituras numéricas de dos, tres y cuatro cifras. Así como también la lectura y escritura de las cantidades de tres y cuatro cifras con el apoyo de la tabla que realizaron de los valores, esto fue para permitir a los alumnos poder realizar comparaciones a partir de la numeración escrita que hicieron.

Las principales ideas de sistema de numeración decimal indo-arábigo que se trabajaron fue la de valor posicional y escritura de números, al realizar la actividad los alumnos lograron identificar las unidades, decenas, centenas y unidades de millar de cada cantidad que se les mostró. En cuanto a la escritura numérica los niños lograron escribir el nombre de las cantidades que les fueron mostradas

Lerner (1994) argumenta que cuando los alumnos escriben correctamente las cantidades, es porque los niños ya establecen la correspondencia que existe entre la palabra numérica y el número escrito.

Además de que la relación de la numeración hablada y la numeración escrita es un camino que los chicos deben transitar en diversas direcciones, pues no solo la parte oral es un recurso importante para comprender o anotar escrituras numéricas pues de igual manera la parte escrita es importante para la reconstrucción del nombre de un número. (Lerner, 1994).

Figura No. 20 actividad la tabla

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: etiopia Fecha: 5 de Julio
 Nombre: Bryan alberto Ordoñez
 Hora de inicio: 2:5 Hora de término: 3:10

Coloca las siguientes cantidades como se muestra en el ejemplo:

	UM	C	D	U
394		3	9	4
19			1	9
250		2	5	0
999		9	9	9
109		1	0	9
3585	3	5	8	5

A continuación escribe el nombre de las cantidades

394 Trescientos noventa y cuatro
 19 diecinueve
 250 doscientos cincuenta
 999 novecientos noventa y nueve
 109 Ciento nueve
 3585 Tres mil quinientos ochenta y cinco

La cafetería

En esta actividad se buscó que el alumno relacionara la notación escrita con cantidades, los objetos a los que debían relacionarse las cantidades era el dinero, este se eligió por ser un elemento importante de la vida cotidiana y un portador social de uso de los números, que también tiene un carácter decimal.

En esta sesión se utilizaron monedas de \$1.00, \$2.00, \$5.00, \$10.00, y billetes de \$20.00. Los billetes y monedas son idénticos a los billetes auténticos, pero son más pequeños, los niños lo colocaron en el espacio correspondiente. También otra actividad fue que los alumnos pasaron a representar al grupo diferentes cantidades que le fueron indicadas con el dinero y las monedas.

Con esta actividad los niños lograron comprender en este contexto el valor posicional del número y la composición aditiva del número, pues el uso del dinero en la actividad permitió una lectura de las cantidades así como la familiaridad con el dinero, de igual forma lograron comparar y colocar la cantidad acertada a partir de la notación escrita con los diferentes números mostrados.

En esta actividad los niños lograron la composición y descomposición de las cantidades de los productos que se les mostraron.

Figura No. 21 actividad la cafetería

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: Etiopía Fecha: 3/11/2011

Nombre: Perla Magali Gómez Nabor

Hora de inicio: 2:30 Hora de término: 2:50

Instrucciones: En la siguiente tabla; la primera columna se encuentran los productos y en la segunda columna el precio de cada producto. Recorta y pega los billetes y monedas correspondientes al valor asignado de cada uno de los productos.

PRODUCTO	PRECIO	REPRESENTACIÓN
 Hamburguesa Simple	\$ 25.00	
 Torta de jamón	\$ 20.00	
 Pebonada de Pizza	\$ 18.00	
 Magato de Pollo	\$ 10.00	
 Orden de papas fritas	\$ 12.00	
 Refresco	\$ 8.00	
 Helado	\$ 12.00	

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: Etiopía Fecha: 3/11/2011

Nombre: Perla Magali Gómez Nabor

Hora de inicio: 2:30 Hora de término: 2:56

Después de haber completado la tabla de productos y precios, resuelve los siguientes problemas.

1.- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco. Juan pago con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.
¿Cuánto dinero le tiene q regresar el señor de la cafetería a Juan? 159

$$\begin{array}{r} 25 \\ +16 \\ 10 \\ \hline 51 \\ 200 \\ -51 \\ \hline 159 \end{array}$$

2.- Magali compro en la cafetería lo siguiente:

- Una rebanada de pizza
- una torta de jamón
- dos jugos
- dos helados

Consulta la lista de precios y responde
¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana? 75

$$\begin{array}{r} 15 \\ +20 \\ 16 \\ 24 \\ \hline 75 \end{array}$$

Ana solo llevaba 50 pesos ¿cuánto dinero le hace falta a Ana para poder pagar lo que pidió?

$$\begin{array}{r} 75 \\ -50 \\ \hline 25 \end{array}$$

- **Antecesor y Sucesor**

Identificación del número que va antes y después de una cantidad.

Esta actividad se realizó con éxito el 100% con los alumnos. Todos los niños usaron e identificaron los números que les fueron presentados a través de la nominación oral y

escrita, pues todos los alumnos logran adivinar el número que cada uno de los compañeros escribían en la hoja.

Pues los alumnos en esta parte ya cuentan con la estrategia de conteo y es así como pueden determinar la cantidad que buscan y encontrarla.

Además que los alumnos logran identificar las cantidades que se pretendían que supieran.

Figura No. 22 actividad antes y después

Escuela: ETIOPIA Fecha: 12/05/2011

Nombre: Daniela Mantseerath Alwa Diza

Hora de inicio: 2:10 Hora de término: 2:25

Observa los siguientes números

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Cada uno de los integrantes escogerá un número y lo anotara en la hoja procurando que sus compañeros de equipo no lo vean, después se les dan pistas a sus compañeros para que puedan adivinarlo.

61 ✓
15 ✓
84 ✓
84 ✓
95 ✓

Para el conocimiento de algunas de las reglas del sistema de numeración decimal se llevaron a cabo las siguientes sesiones.

- **Escritura de números**

Lo que se trabajó con los niños en estas sesiones fue la escritura y lectura de los números.

La tabla

En la parte dos de esta actividad los alumnos escribieron y realizaron la lectura de las cantidades de dos, tres y cuatro cifras, este ejercicio es importante pues como lo menciona Lerner (1994) la numeración oral y escrita son un recurso importante para entender la escritura numérica y poder realizar la reconstrucción del nombre de los números.

Los niños manejan argumentos a través de los cuales se evidencia que ellos ya han descubierto que la posición de las cifras cumple una función en nuestro sistema de numeración.

Figura No. 23 Escritura numérica

A continuación escribe el nombre de las cantidades

394	trescientos noventa y cuatro
19	diez y nueve
250	doscientos cincuenta
999	novecientos noventa y nueve
109	cientos nueve
3585	tres mil quinientos ochenta y cinco

A continuación escribe el nombre de las cantidades

394	tres mil novecientos cuatro
19	diez y nueve
250	doscientos cincuenta
999	novecientos noventa y nueve
109	mil nueve
3585	tres mil quinientos ochenta y cinco

Sesiones para analizar la resolución de los problemas de estructura aditiva (sustracción)

En las sesiones que fueron planteadas para el análisis en la resolución de problemas de estructura aditiva, se trabajó con los tipos de problemas de combinación y comparación, que fue donde los niños tuvieron “dificultad” para poder resolverlos. Lo que se pretendió fue que los alumnos identificaran la operación con la cual se resolvía el problema así como realizar operaciones de sustracción.

- **Cálculo de la sustracción**

- Basta numérico**

Esta actividad consistió en que los alumnos tenían que resolver la operación de sustracción por medio del cálculo mental. Por lo que algunos alumnos utilizaron el cálculo mental para realizar los cálculos y otros realizaron el algoritmo en una hoja para llegar al resultado, además de que organizaron las cantidades para realizar los cálculos.

Al realizar el algoritmo los alumnos utilizaron a lo que Vergnaud llama esquemas algorítmicos, que implica el uso de algoritmos con su respectiva simbolización.

Figura No. 24 actividad basta

	-7	-9	-3	-6	Resultado Total
30	23	11	27	24	115
17	10	18	14	11	60
13	6	4	10	7	40

	-7	-9	-3	-6	Resultado Total
30	23	11	27	24	115
17	10	18	14	11	60
13	6	4	10	7	40

	-7	-9	-3	-6	Resultado Total
30	23	22	27	24	115
17	10	8	14	11	60
13	6	4	10	7	40

	-7	-9	-3	-6	Resultado Total
30	23	11	27	24	115
17	10	18	14	11	60
13	6	4	10	7	40

- **Resolución de problemas con distintos procedimientos**

En estas actividades se consideraron los diversos procedimientos que utilizan los niños para llegar a la resolución de los problemas que les fueron planteados así como las situaciones.

La cafetería- Problemas

En esta actividad se le plantearon diversas situaciones las cuales los niños tenían que resolver

Problemas de combinación

- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco. Juan pagó con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.

¿Cuánto dinero le tiene que regresar el señor de la cafetería a Juan?

Todos los alumnos supieron como operar y resolvieron el problema con el uso del algoritmo.

Figura No. 25 problema de combinación

1.- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco.
Juan pago con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.
¿Cuánto dinero le tiene q regresar el señor de la cafetería a Juan?

The image shows handwritten student work. On the left, there is a vertical addition: 25, 16, and 10 are stacked, with a horizontal line under the 10, and the result 51 is written below. To the right of this is a large handwritten number 149.

- Ana compró en la cafetería lo siguiente:
Una rebanada de pizza
una torta de jamón
dos jugos

-dos helados

Consulta la lista de precios y responde

¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?

Ana solo llevaba 50 pesos ¿cuánto dinero le hace falta a Ana para poder pagar lo que pidió?

Todos los alumnos supieron como operar y resolvieron el problema de combinación con el uso del algoritmo

Figura No. 26 Problema de combinación

2. Ana compro en la cafetería lo siguiente:

- Una rebanada de pizza
- una torta de jamón
- dos jugos
- dos helados

Consulta la lista de precios y responde
¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?

Ana solo llevaba 50 pesos ¿cuánto dinero le hace falta a Ana para poder pagar lo que pidió?

The image shows handwritten student work for a math problem. At the top, it lists items: 'Una rebanada de pizza', 'una torta de jamón', 'dos jugos', and 'dos helados'. To the right of this list, the number '69' is written with a decimal point. Below the list, a vertical addition algorithm is shown: 15, + 20, 15, a horizontal line, 21, 69. Below the algorithm, the text 'Consulta la lista de precios y responde' and '¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?' is written. To the left of this text, the number '69' is written. At the bottom, the text 'Ana solo llevaba 50 pesos ¿cuánto dinero le hace falta a Ana para poder pagar lo que pidió?' is written. To the left of this text, the number '19' is written.

La mayoría de los alumnos resolvió el problema por medio de la realización del algoritmo, y otros lo hicieron por cálculo mental y representaciones no convencionales (dibujos de palitos)

Como se puede observar en todos los casos los alumnos lograron resolver los problemas, pues todos supieron como operar para resolver los distintos problemas. En este tipo de problemas los alumnos no presentaron “dificultades” para encontrar la solución independiente de la ubicación de la incógnita.

La tiendita

Se plantearon a los niños problemas de combinación y comparación para su resolución.

Pues a los alumnos se les muestra un cuadro el cual contiene diversos productos que pueden encontrarse en una tienda y cada uno con su respectivo precio.

Comparación

- ¿Qué producto es más caro? ¿Por qué?
Todos los alumnos lograron identificar cuál de los productos presentados era el más caro, fijándose en el precio.

- ¿Qué producto es más barato? ¿Por qué?
Algunos alumnos no lograron identificar el producto que era más barato, pues tuvieron confusión con los precios más baratos de los productos, y otros se guiaron por el tamaño del producto es decir mientras más chico más barato.

- ¿Qué cosas valen más que el jugo?
La mayor parte de los niños pudieron resolver esta pregunta, aunque al principio tuvieron “dificultad” para identificar los precios y saber que productos valían más que el señalado.

- Si compras un chicle y un dulce ¿Cuál es más caro? ¿Cómo lo descubriste?
Todos los alumnos lograron la resolución de esta cuestión, aunque algunos niños se guiaron por el tamaño de los productos, es decir mientras más grande sea el producto es más caro y si el producto es chico es barato.

- Si llevo 20 pesos y compro una paleta ¿Cuánto me sobra?
Todos los alumnos lograron resolver el problema realizando una resta por medio del cálculo mental y la realización del algoritmo.

- Si me dan para gastar 15.00 pesos ¿Qué es lo que puedo comprar?
Todos los alumnos lograron resolver el problema.

Figura No. 27 actividad la tiendita

7.-¿Qué producto es más barato? ¿Por qué? el bubblee
por el precio

3.-¿Qué cosas valen más que el jugo? 199 galletas el chocolate

4.-Si compras un chicle y un dulce ¿Cuál es más caro? el dulce
¿Cómo lo descubriste? por el precio

5. Si llevo 20 pesos y compré una paleta ¿Cuánto me sobra?
me sobra 15 pesos

Contesta lo que se te pide.

1.-¿Qué producto es más caro? ¿Por qué? el chocolate
por el precio

6.-Si me dan para gastar 15.00 pesos ¿Qué es lo que puedo comprar?
el chocolate y la paleta

- Resolviendo problemas

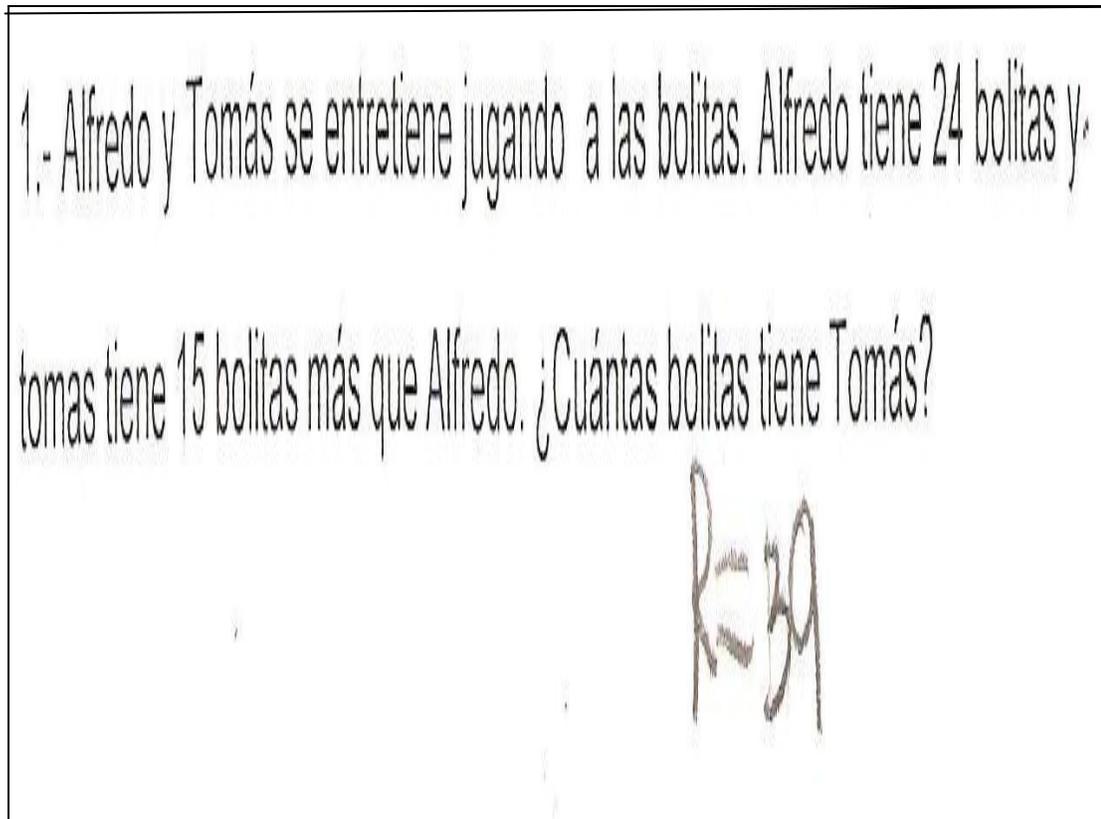
En esta actividad a los alumnos se les dio una serie de problemas de combinación y comparación para que los realizaran de forma individual.

Problemas de combinación y comparación

- Alfredo y Tomás se entretienen jugando a las bolitas, Alfredo tiene 24 bolitas y Tomás tiene 15 bolitas más que Alfredo. ¿Cuántas bolitas tiene Tomás?

En este tipo de problema dos de los niños tuvieron “dificultad” para resolverlos pues no comprendieron el problema y resolvieron por medio de suma, en cambio los demás alumnos logran resolver el problema.

Figura No. 28 Problema de comparación



- María Paz está vendiendo 75 boletos para una rifa. En su barrio vendió 56 números. ¿Cuántos números le quedan por vender?

En este problema la mitad de los alumnos lograron resolver el problema, mientras que para la otra mitad fue un obstáculo el poder comprender el problema y saber qué operación utilizar para dar solución, pues los alumnos al leer la palabra “más” en el problema resolvieron realizando una suma, esto antes de poder analizar el problema.

- Don Rafael el quiosquero del barrio vendió 64 diarios por la mañana. Su señora atendió el negocio por la tarde. Ella vendió 119. ¿Cuántos diarios más vendió ella que don Rafael?

Todos los alumnos lograron resolver el problema realizando una resta.

Figura no. 29 Problema de comparación

3.- Don Rafael el quiosquero del barrio vendió 64 diarios por la mañana. Su señora atendió el negocio por la tarde. Ella vendió 119. ¿Cuántos diarios más vendió ella que don Rafael?

$$\begin{array}{r} 119 \\ 64 \\ \hline 055 \end{array}$$

Inventando

Los alumnos se organizaron en equipos de 4 o 5 personas, en cada uno de los equipos se les asignó una hoja en la cual venían recortes de diferentes productos, lo que hicieron los niños fue inventar un problema con algunos productos que les fueron mostrados, después de inventar un problema se intercambiaron los problemas entre los equipos para que fueran resueltos. La importancia de realizar el intercambio de los problemas fue para que los alumnos resolvieran los enunciados inventados por sus compañeros y poder saber y conocer cuál fue el problema que planteó cada equipo y como es que otros compañeros le dan resolución.

Equipo 1

Figura No. 30 Problema 1

Escuela: Esc. Etiopía Fecha: 7/6/2011
 Integrantes: Daniela, Perla, Citlaly y Frida
 Hora de inicio: 3:5 Hora de término: _____
 Juan fue a Soriana a comprar una pantalla plasma y pago con uno de 500 cuanto le falta para acompletar 10.000.

$$\begin{array}{r} 500 \downarrow 10,000 \\ - 500 \\ \hline 0.9500 \end{array}$$

Los alumnos lograron resolver el problema aunque al principio tenían dificultad para realizar la operación.

Equipo 2

Figura No. 31 Problema 2

Escuela: ETiopia Fecha: 7/6/11
 Integrantes: Yael, Alberto, Angel, For, Ari
 Hora de inicio: 3:00 Hora de término: _____
 Juan tiene 15,000 pesos si se gantan 30 peso cuanto le queda

$$R = \begin{array}{r} 15,000 \\ - 30 \\ \hline 15,070 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15,000 \\ - 17,130 \\ \hline 14,970 \end{array}$$

Los niños sí pudieron resolver el problema aunque tuvieron dificultad al principio, pues la cantidad principal que tenían como dato era una cantidad conformada por unidades de millar (15,000), por lo que al realizar la operación se les complicó ya que tenían que sustraer una cantidad muy menor, la cual solo involucraba las decenas (30).

Equipo 3 (David)

Figura no. 32 problema 3

Escuela: Etiopia Fecha: 2 / 200 / 2011
 Integrantes: David, abram, bratan, jose
 Hora de inicio: 2:5 Hora de término: _____

Juan tiene 10,000 carros
 + Manuel tiene 200 carros
 cuanto le faltan para tener
 lo mismo que Juan 810

$$\begin{array}{r} 10000 \\ - 200 \\ \hline 9800 \end{array}$$

Los alumnos logran resolver el problema

Equipo 4

Figura No. 33 problema 4

 UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: Etiopia Fecha: 7 / 200 / 2011
 Integrantes: Denisse, Dilan, Cristian, Jose
Yeny
 Hora de inicio: 3:4 Hora de término: _____

Yeny tiene \$15 pesos y denisse tiene \$100 pesos
 cuanto le falta a yeny para tener que denisse

$$\begin{array}{r} 1100 \\ - 15 \\ \hline 1085 \end{array}$$

Los alumnos lograron resolver el problema aunque tuvieron “dificultad” para poder identificar el dato que tenían que encontrar además de saber qué operación realizar para dar resolución al problema planteado.

En los problemas que fueron planteados y trabajados con cada uno de los alumnos, tuvieron diferentes maneras de resolución como el conteo, el cálculo mental y la realización del algoritmo, a continuación se explica la representación de la que hicieron uso los alumnos para la resolución.

6.5.1 Representación

De acuerdo con Zhang y Norman (1994) la representación es un conjunto de representaciones internas (esquemas, imágenes mentales, etc.) y externas (símbolos físicos) y estos dos conjuntos representan las tareas realizadas.

Con respecto a la solución de problemas, el alumno lleva a cabo un análisis de la solución del problema y de esa forma identifica las acciones que le permiten comprenderlo y encontrar la solución, esto se pudo apreciar en las actividades de resolución de problemas, pues los alumnos tenían que comprender el problema que les planteaban así como el poder resolverlo y ver con que datos del problema contaban para poder dar solución.

Comprender el problema implica identificar de qué tipo de problema se trata y cuáles son las variables que se conocen y las que se desconocen, en la comprensión se encuentra implícita la solución, es por eso que la acción del alumno es la que le da significado al problema y la acción da lugar a la solución constituyendo así la representación. En esta parte se lleva a cabo un análisis de las representaciones que hacen los alumnos de las actividades mediante las cuales resuelven problemas y se realizan actividades de los distintos contenidos. Pues algunos alumnos resolvían los problemas por medio del algoritmo y del cálculo mental, por lo que se revisaron los problemas realizados y se verificó la representación que realizaron.

- **Algoritmo**

Para la solución de los problemas que les fueron planteados así como poder realizar la suma en la sesión de “los dados” los alumnos realizaron el algoritmo de la adición para el conteo del puntaje que obtuvieron en cada uno de los tiros.

Figura No. 34 Algoritmo

2.- María Paz está vendiendo una rifa que tiene 75 números. En su barrio vendió 56 números. ¿Cuántos números le quedan por vender?

$$\begin{array}{r} 56 \\ -75 \\ \hline 19 \end{array}$$

Además también en los problemas en los cuales para su solución se necesita realizar una resta algunos alumnos realizaron el algoritmo de la operación.

Cabe mencionar que algunos alumnos utilizaron como estrategia de resolución el conteo y el recuento para la suma de los puntos. Aunque es importante señalar que el número es una totalidad que involucra su construcción e interrelación en diversos contextos.

Problemas de combinación

- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco. Juan pagó con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.

¿Cuánto dinero le tiene que regresar el señor de la cafetería a Juan?

Todos los alumnos supieron como operar y resolvieron el problema con el uso del algoritmo

- Ana compró en la cafetería lo siguiente:

Una rebanada de pizza

una torta de jamón

dos jugos

-dos helados

Consulta la lista de precios y responde

¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?

En los problemas de sustracción con final desconocido el alumno identifica con facilidad la operación a realizar

Figura No. 35 Problema combinación

1.- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco. Juan pago con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.

¿Cuánto dinero le tiene q regresar el señor de la cafetería a Juan? 159

$$\begin{array}{r} 25 \\ +16 \\ \hline 10 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ -51 \\ \hline 159 \end{array}$$

2.- Magali compro en la cafetería lo siguiente:

- Una rebanada de pizza
- una torta de jamón
- dos jugos
- dos helados

Consulta la lista de precios y responde

¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?

$$\begin{array}{r} 15 \\ +20 \\ 16 \\ 24 \\ \hline 75 \end{array}$$

“La tiendita”

- Si llevo 20 pesos y compró una paleta ¿Cuánto me sobra?

Todos los alumnos lograron resolver el problema realizando una resta por medio del cálculo mental y la realización del algoritmo.

- Si me dan para gastar 15.00 pesos ¿Qué es lo que puedo comprar?

Todos los alumnos lograron resolver el problema

Problemas de combinación y comparación

- María Paz está vendiendo 75 boletos para una rifa. En su barrio vendió 56 números. ¿Cuántos números le quedan por vender?

En este problema la mitad de los alumnos lograron resolver el problema, mientras que para la otra mitad fue un obstáculo el poder comprender el problema y saber con qué operación resolver.

- Don Rafael el quiosquero del barrio vendió 64 diarios por la mañana. Su señora atendió el negocio por la tarde. Ella vendió 119. ¿Cuántos diarios más vendió ella que don Rafael?

Todos los alumnos lograron resolver el problema realizando una resta.

Así como los alumnos resolvieron los problemas por medio del algoritmo, también hicieron uso del cálculo mental para darle solución a lo que se les planteaba.

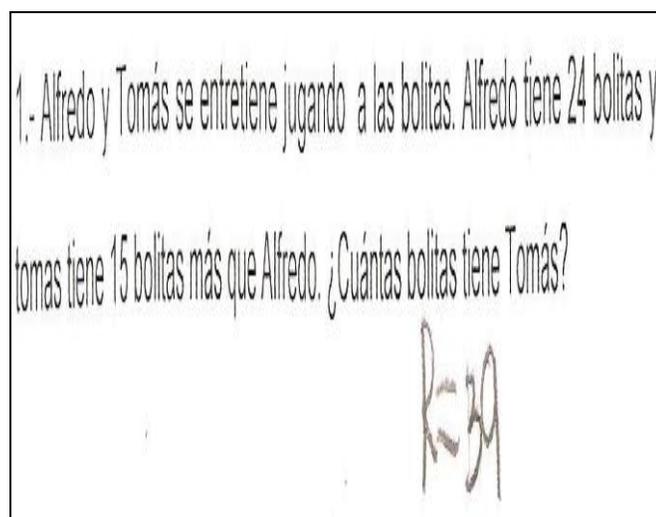
- **Cálculo mental**

Basta numérico

Esta actividad consistió en que los alumnos tenían que resolver la operación de sustracción por medio del cálculo mental, tomando números al azar. Por lo que algunos alumnos utilizaron el cálculo mental para realizar los cálculos y otros realizaron el algoritmo en una hoja para llegar al resultado, además de que organizaron las cantidades para realizar los cálculos

Alfredo y Tomás se entretienen jugando a las bolitas, Alfredo tiene 24 bolitas y Tomás tiene 15 bolitas más que Alfredo. ¿Cuántas bolitas tiene Tomás?

Figura No. 36 cálculo mental



En los problemas en los cuales se desconoce la transformación, algunos de los niños sabían cómo operar para resolver el problema, otros tenían dificultades en la notación de este proceso, pues lo que hicieron fue ir sumando con los dedos la cantidad que faltaba. En los problemas de resta en los que se desconoce la transformación, identifican la acción que deben realizar, y al quitar suponen que es de restar.

Comentarios

Los alumnos resuelven los problemas que se les presentan en cada una de las sesiones de acuerdo a los conocimientos que poseen acerca del sistema de numeración decimal indo-arábigo y de los problemas de estructura aditiva (sustracción). Pues cabe señalar que existen diferentes formas de solucionar un problema, o en otras palabras hay muchas formas de llegar al mismo objetivo. Los niños resuelven los problemas según el dominio que tengan sobre los distintos conceptos matemáticos para generar estrategias de solución.

En general los alumnos utilizaron el cálculo mental, el conteo y la realización del algoritmo de la resta como estrategias para solucionar las diversas actividades, como Maza argumenta (1989) la enseñanza de una operación debe comenzar con el planteamiento del problema, seguido de la interpretación de problemas para así continuar con la aplicación de las estrategias descubiertas a la resolución de problemas, en algunos problemas este procedimiento fue realizado en la aplicación del programa de intervención.

Sin embargo las “dificultades” que presentan los niños en el proceso de resolución de problemas de estructura aditiva fueron identificar las acciones que conducen a la solución del problema y la representación del problema que los lleva a la solución, pues en ocasiones los niños de primer momento no identificaban la operación a realizar para la solución del problema. Cabe destacar que los alumnos pueden enfrentar situaciones donde se les plantea un problema y dar una solución de acuerdo a los esquemas que poseen y a los conocimientos previos que tienen, como Hernández argumenta (1998) cuando el sujeto actúa sobre el objeto moldea los esquemas que tiene pues lo organiza y transforma para moldear el nuevo conocimiento que adquiere y así modifica sus

esquemas cognitivos, es decir, los nuevos saberes que adquiere el niño ya los integra al saber antiguo, o a veces lo llegan a modificar.

Es por eso que los alumnos van construyendo poco a poco su conocimiento, como argumenta Hernández (1998), esto de acuerdo con la interacción que tienen con otros niños, su medio ambiente y los objetos. Es por eso que los estudiantes al construir su conocimiento deben de igual manera reflexionar y comprender, pues las situaciones que llegan a ser planteadas en los problemas matemáticos introducen a los alumnos a tener un desequilibrio en las estructuras del alumno, y en su afán de equilibrarlas, es decir, tener un acomodamiento de la nueva información llega a producir lo que es una nueva construcción de un conocimiento o reinterpretación esto en función de los nuevos esquemas construidos.

Lo anterior va aunado a lo que argumenta Piaget según Hernández (1998) a las unidades de organización las denominó “esquemas”, los cuales organizan, diferencian e integran la nueva información que se va adquiriendo, y ya al tener un conjunto de esquemas estos pasan a formar una estructura de conocimiento.

Es por eso que los alumnos ya adquieren los conocimientos por un proceso de construcción más que por observación y/o acumulación de información, pues cuando los alumnos conocen implica realizar un proceso, una participación activa del niño, la implicación de un actividad de solución de problemas, etc.

Y es que se puede aprender mucho de la forma de pensar de un niño, al escuchar la forma en que resuelven problemas, pues si se comprende el pensamiento de los niños se tendrá una mejor capacidad de utilizar métodos de enseñanza acorde a la forma en que los niños conocen y así poder facilitar su aprendizaje.

Los alumnos pueden enfrentar situaciones problema y dar solución de acuerdo a los esquemas que posee. En ese sentido las diferencias entre un alumno y otro se encuentran en el nivel de conceptualización que tiene acerca del número, del sistema de numeración decimal y de la relación entre cantidades.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS DE LA TERCERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO FINAL

En el presente capítulo se reportan los resultados obtenidos de la tercera etapa del estudio correspondiente a los cuestionarios finales de sistema de numeración decimal y problemas de estructura aditiva (sustracción con respecto al modelo funcional en la categoría de combinación y comparación, pues fue en los que se trabajó en el programa de intervención).

El capítulo inicia con la descripción de los resultados obtenidos en el cuestionario final de sistema de numeración decimal para así posteriormente reportar los resultados del cuestionario final de problemas de estructura aditiva.

7.1 Resultados del cuestionario final de sistema de numeración decimal

Los resultados obtenidos del cuestionario final se llevaron a cabo mediante dos etapas que ya fueron mencionadas en el capítulo IV, las cuales son:

Primer etapa: Porcentaje de respuestas

Segunda Etapa: Categorización

- **Primer Etapa: Porcentaje de respuestas**

Conteo

Se le indica al niño que continúe con cada una de las series numéricas que se le presentan.

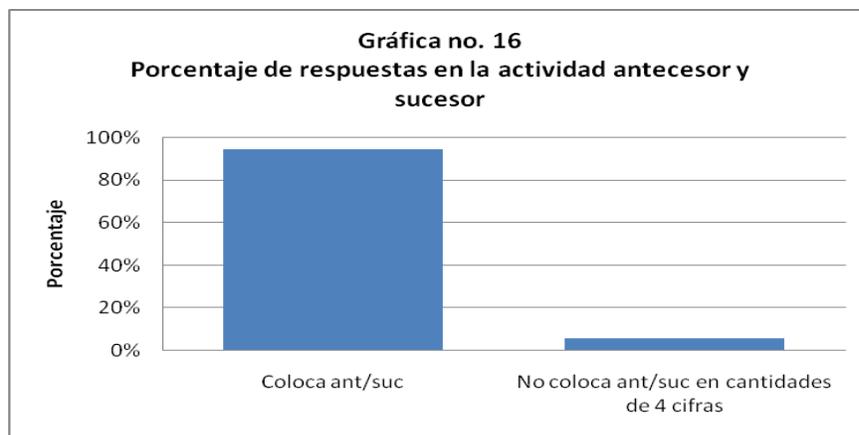


En la gráfica se puede observar que el 94% de los niños contestó adecuadamente las series numéricas que se les pedían completar, esto se debe porque los niños ya han descubierto que antes o después de cada una de las series numéricas aparece o se encuentra un número exacto o nudo como lo llama Lerner (1994).

Además los alumnos ya identificaron que la serie numérica avanza agregando una unidad y al mismo tiempo la posición de un número.

Antecesor y Sucesor

Se le pide al niño que a cada número que se le presenta escriba el antecesor y sucesor.



En la gráfica se verifica que el 94% de los niños logran colocar el antecesor y sucesor de las cantidades que se les presentan y esto es porque ya logran reconocer las cantidades que van antes y después de cierta cantidad, pues algunos deducen que el número cambia al agregarse una unidad o aplican el quitar una unidad para deducir el número anterior, y el 6% no coloca el antecesor y sucesor de las cantidades que contiene cuatro cifras, esto se debe a que aún presenta dificultad con las unidades de millón.

Dictado de números

Se dictaron una serie de números de una, dos, tres y cuatro cifras.



En la gráfica se observa que todos los alumnos escribieron correctamente las cantidades que les fueron dictadas las cuales contenían cantidades de una, dos, tres y cuatro cifras, con esto se muestra que ya identifican el valor posicional en las cantidades de 4 cifras.

Escritura de números

Se le pide al niño que con letra escriba los números que se le indican en la hoja.



Se puede ver en la gráfica que el 81% de los alumnos escribieron adecuadamente las cantidades, el 13% de los niños escriben las cantidades de cuatro cifras como las escuchan, y se hace alusión a una de las reglas que menciona Lerner (1994), y el 6% no realizó la escritura de las cantidades de cuatro cifras.

Idea de orden (menor a mayor)

Se le indica al niños que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de menor a mayor.



El 88% de los alumnos logra ordenar, las cantidades que se les muestran como se les indica de menor a mayor y esto se debe a que ya establecen la relación de las cantidades y le dan el orden, el 6% de los alumnos ordena las cantidades pero de mayor a menor, el 6% no ordena las cantidades, esto se debe a que aún tiene dificultad con la posicionalidad de las cantidades así como el poder ordenar qué cantidad va antes y qué cantidad va después, pues deducen el número que sigue al ir agregando unidades.

Idea de orden (mayor a menor)

Se le indica al niños que de acuerdo a los números que se le presentan en cada inciso los ordene de mayor a menor.



En la gráfica se muestra que 88% de los alumno logra ordenar las cantidades que se les muestran como se les indica de menor a mayor y esto se debe a que ya establecen la

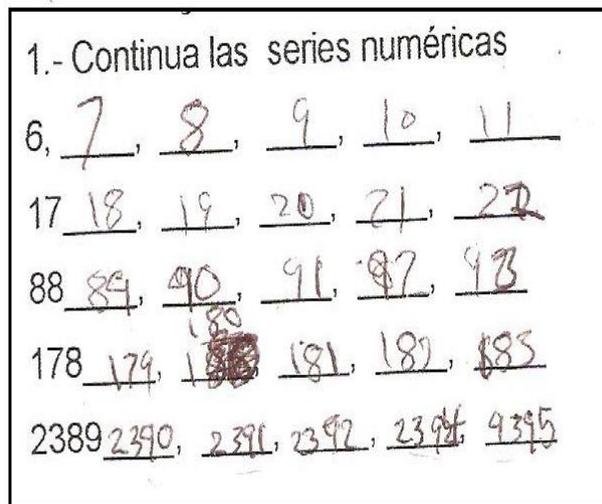
relación de las cantidades y le dan el orden, además identifican la posición de las cifras y cual posición indica mayor valor, el 6% de los niños ordena las cantidades pero de mayor a menor y un alumno no ordena las cantidades.

Resultados del cuestionario Final de Sistema de Numeración Decimal indo-arábigo

En el cuestionario final de sistema de numeración decimal indo-arábigo que se aplicó a los alumnos se muestra en lo que respecta a la escritura de números como a pesar de que los niños han identificado que las series numéricas que deben completar avanzan agregando una unidad, asimismo identificando la posición de las cantidades de un número más amplio de cifras.

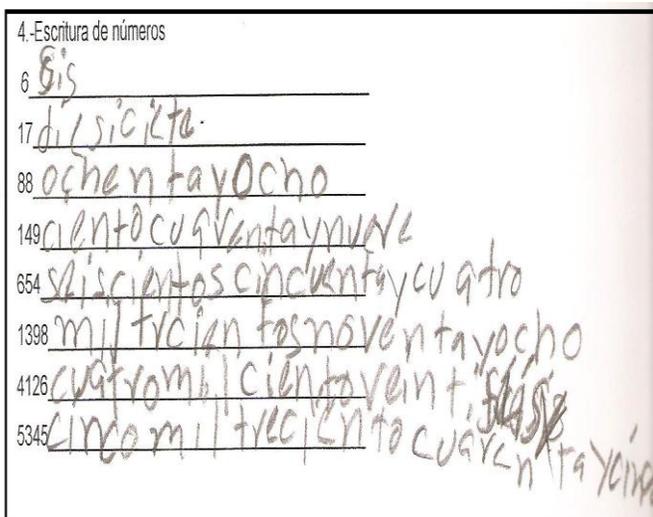
Y en este caso de la serie escrita el alumno acompaña la notación verbal de la serie, para establecer la correspondencia entre el número escrito y el número hablado, es decir, mientras va realizando la serie escrita el niño lo va mencionado para que lleve la numeración y pueda escribirla y seguirla.

Figura No. 37 Serie numérica



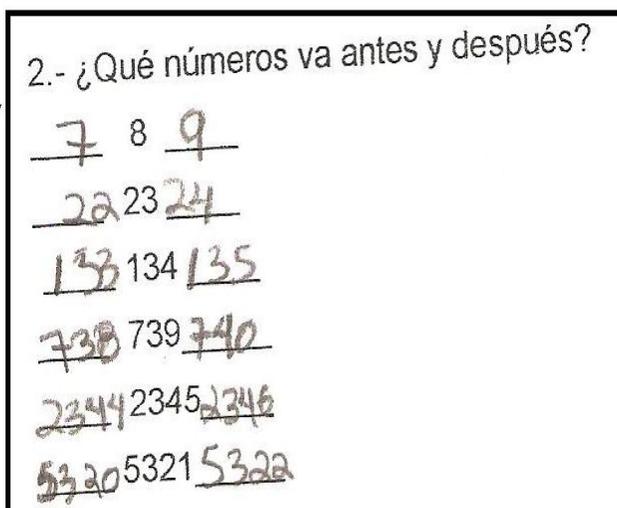
En lo que respecta a la escritura de números los alumnos tuvieron una mejoría con respecto al cuestionario inicial que les fue aplicado, ya que logran identificar el valor posicional de cada una de las cifras que componen el número, y la lectura de las cantidades en este sentido son un indicativo sobre cuántas posiciones son capaces de identificar los alumnos en un momento dado.

Figura No. 38 Escritura de números



Los alumnos en la parte de antecesor y sucesor logran identificar el antecesor y sucesor de las cantidades que contienen cuatro cifras. Pues los alumnos en esta parte siguen aplicando la idea de que la serie va cambiando al agregarse una unidad, en este aspecto sólo aplican el quitar una unidad para deducir el número que va antes. Algunos ejemplos de antecesor y sucesor se muestran a continuación:

Figura No.39 antecesor y sucesor



En la parte de secuencias de números en orden ascendente y descendente la mayoría de los niños logran ordenar todas las cantidades como se les indicaba, esto es porque los alumnos son capaces de derivar el número siguiente con solo agregar la unidad, además

de que pueden identificar la posición de las cifras y cuál es la posición que indica mayor valor.

Figura no. 40 Ordenar

5.- Ordena de menor a mayor	
5, 3, 4, 9, 2	23 4 5 9
15, 35, 91, 72	15 35 72 91
540, 210, 199, 322	199 210 322 540
5325, 2220, 4385, 3201	2220 3201 4385 5325
6.- Ordena de mayor a menor	
5, 3, 4, 9, 2	9 5 4 3 2
15, 35, 91, 72	91 72 35 15
540, 210, 199, 322	540 322 210 199
5325, 2220, 4385, 3201	5325 4385 2201 2220

En la parte de dictado de números la mayoría de los alumnos logran escribir las cantidades de tres y cuatro cifras, sin embargo uno de los niños escribe la cantidad tal cual como la escucha en las cantidades de cuatro cifras, este aspecto ya ha sido señalado por Lerner (1994) quien a este respecto menciona que los niños realizan notaciones escritas en relación con la notación hablada, algunos ejemplos son mostrados a continuación.

Figura no. 41 Dictado de números

3.- Dictado de números	
	8
	23
	97
	145
	581
	2351
	5475

➤ Segunda Etapa: Categorización

Consistió en ordenar las respuestas que dieron cada uno de los alumnos y agruparlas en categorías.

A continuación se exponen las categorías que se determinaron a partir de las respuestas que dieron los alumnos.

Tabla No. 9 categorías de sistema de numeración decimal indo-arábigo

Contenido matemático	Categorías
Conteo	-Completa las series -No completa las series
Antecesor y sucesor	-Escribe el antecesor y sucesor de las cantidades
Dictado de números	-Escribe todas las cantidades
Escritura de números	-Realiza la lectura y escritura de los números
Ordenar de menor a mayor y de mayor a menor	-Ordena cantidades en orden descendente. -Ordena cantidades en orden ascendente.

Regla intuitiva del Sistema Decimal de Numeración

Tabla no. 10 Regla intuitiva del Sistema Decimal de Numeración

Contenido matemático	Regla
Escritura de números	Escribe el numero como lo escucha

Comentario

La mayoría de los alumnos logró contestar adecuadamente cada una de las preguntas que les fueron planteadas después de la intervención que se tuvo realizando diferentes actividades en las cuales se manejaron los contenidos de conteo, escritura numérica, dictado de números, orden de cantidades de manera ascendente y descendente así mejorando sus respuestas con las que dieron en el instrumento inicial que les fue aplicado, pues los alumnos recurrieron a los conocimientos que modificaron y construyeron a partir de las sesiones que trabajaron y fueron aplicadas durante el programa de intervención.

Uno de los niños aplicó la regla en lo que respecta en la escritura de números en como escucha el número lo escribe, pues en el apartado de escritura numérica el alumno

escribió las cantidades de cuatro cifras de manera separada, a continuación se muestra el ejemplo.

Figura No. 42 Escritura de números

4.-Escritura de números	
6	seis
17	diecisiete
88	ochenta y ocho
149	mil cuarenta y nueve
654	mil seenta y cinco y cuatro
1398	Un mil trescientos nueve y ocho
4126	Cuatrocientos dieciséis y seis
5345	quinientos treinta y cuatro y cinco

7.2 Resultados del cuestionario final de Problemas de Estructura Aditiva (sustracción)

A continuación se presenta el análisis de los resultados que se obtuvieron en el cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción) en los tipos de combinación y comparación, se realizará el análisis mediante dos etapas mencionadas en el capítulo IV.

- **Primera Etapa: Porcentaje de respuestas**

Modelo Funcional, cambio aumentado

José tenía 19 canicas, juega y gana 13. ¿Cuántas tiene ahora?

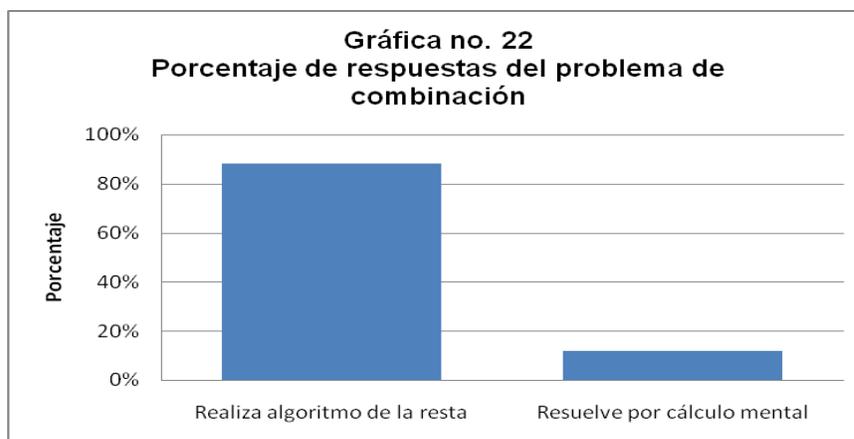


En la gráfica se puede verificar que 88% de los alumnos resolvieron el problema por medio de la realización de una resta y sólo el 12% de los niños lo hicieron por medio del cálculo mental, por lo que se muestra que los alumnos logran comprender y descifrar los datos que se daban en el problema y cuál era la incógnita que tenían que resolver para así darle una solución a lo planteado.

Los niños solucionan los problemas fáciles con el uso del algoritmo, es decir utilizan mayores niveles de abstracción en la representación del problema, esto de acuerdo con Vergnaud (citado en Salgado, 2009) significa que en este tipo de problemas ya adquirieron la regla de adición en el que opera con los números.

Modelo Funcional, cantidad final desconocida-combinación.

María tenía 13 cuentos, le regala algunos a su prima y le quedan 8. ¿Cuántos cuentos le dio a su prima?



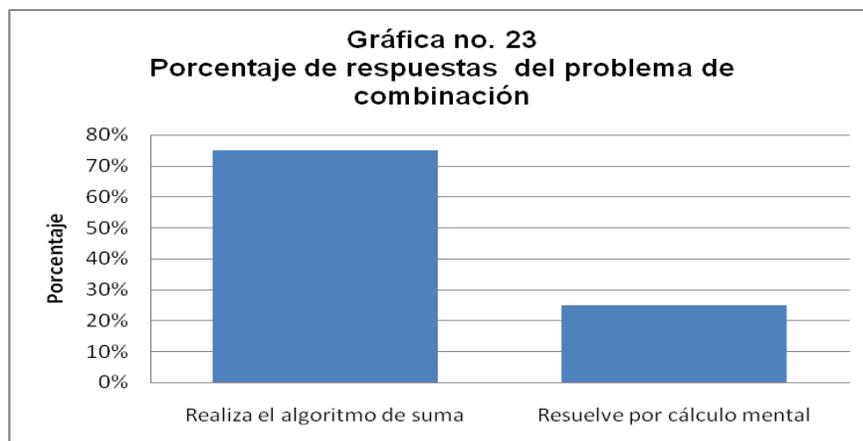
Se puede observar que el 88% de los alumnos resolvieron el problema por medio de la realización del algoritmo de resta llegando a la solución, y el 12% de los alumnos resolvió por cálculo mental dando un resultado incorrecto, pues cuando el problema aún no se comprende del todo por el alumno, este recurre a operar directamente con los objetos o con los conjuntos de objetos para construir su solución..

Modelo Funcional, cantidad final desconocida-combinación

Paty, Toño y Enrique acudieron a la pastelería de la esquina y observaron los siguientes precios:

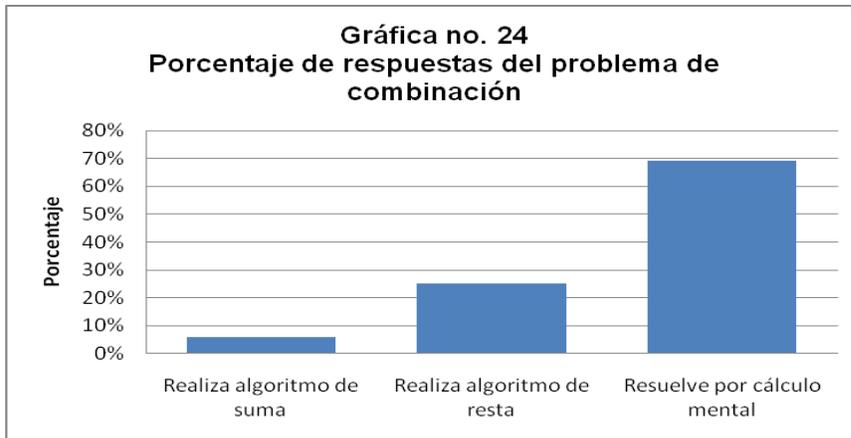
PASTEL	GELATINA	CAFÉ
		
\$ 25.00	\$7.00	\$ 9.00
PANQUE	MALTEADA	GALLETAS
		
\$5.00	\$13.00	\$13.00 la bolsa

Paty compró 2 pasteles. Enrique compró una malteada y Carlos compró una gelatina y un panque. ¿Cuánto gastaron entre los tres?



Como se puede observar en la gráfica que 75% de los alumnos resolvieron el problema por medio del algoritmo de la adición y el 25% de los niños por medio del cálculo mental, lo cual muestra que los alumnos logran comprender e identificar la incógnita que tenían que resolver para darle solución al problema que se les planteo.

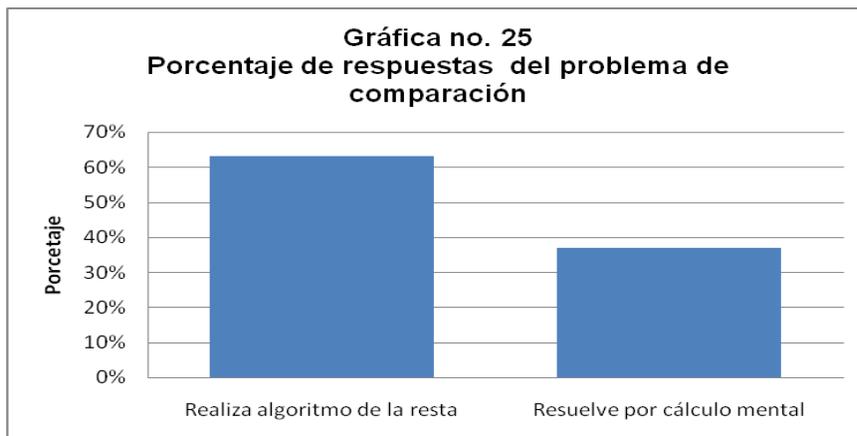
Si pagaron con un billete de \$100.00 ¿Cuánto les dieron de cambio?



Se puede verificar en la gráfica que 69% de los niños resuelven el problema por medio del cálculo mental, 25% de los alumnos resuelven realizando el algoritmo de la resta, y el 6% resuelve por medio del algoritmo de la suma, este último lo que hizo es un conteo para llegar a la cantidad mayor y así indicar cuánto se les entregó de cambio. Esto muestra que la mayoría de los alumnos comprendieron y resolvieron el problema, pues llegaron a la solución del problema con los datos que les proporcionaba el problema y la mayoría obtuvo el resultando restando.

Modelo Funcional, comparación- menos que

Mario tiene 10 paletas, Ana tiene 6 menos que Mario. ¿Cuántas paletas tiene Ana?

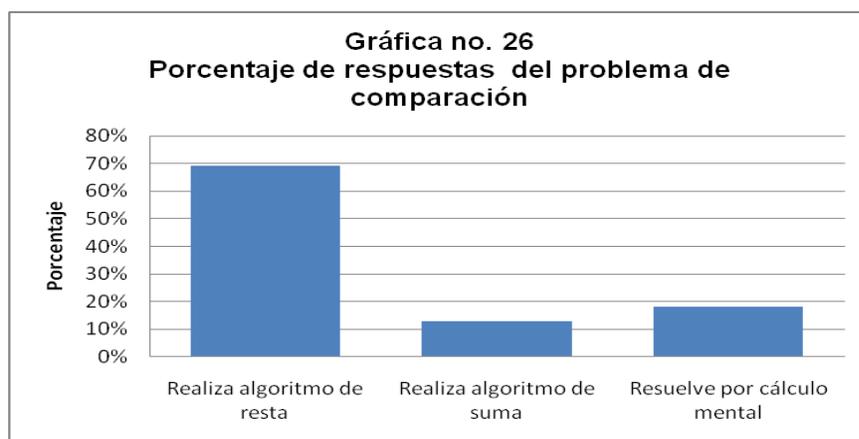


Se verifica en la gráfica que 63% de los alumnos resolvieron el problema por medio de la realización del algoritmo de la resta y el 37% por medio del cálculo mental, y la mayoría de los alumnos resolvieron de manera correcta este tipo de problemas donde se debe

obtener una cantidad final, y esto es por que lograron comprender el problema utilizando los datos que se les dieron.

Modelo Funcional, comparación-menos que

Josué tiene 34 pesos y Toño tiene 5 pesos menos que Josué. ¿Cuántos pesos tiene Toño?



En la gráfica se puede observar que el 69% alumnos resuelven el problema por medio de la realización del algoritmo de la resta, esto se debe a comprenden el problema planteado, el 18% de los alumnos realizan el procedimiento por medio del cálculo mental y el 13% de los niños realizan el problema por medio del algoritmo de la suma.

Resultados del cuestionario final de problemas de estructura aditiva (sustracción)

Los alumnos en la realización de los problemas que se les presentaron, para su solución utilizaron el algoritmo de la resta o suma, así como el cálculo mental y el hacer dibujos.

-Problemas de combinación

Los niños utilizan el algoritmo de la resta o en ocasiones de la suma para la solución de los problemas cuando el final es desconocido. En los casos en los que se necesita saber uno de los sustraendos, es difícil para los niños comprender, en este sentido los niños resuelven los problemas de combinación aproximando resultados posibles o colocan la cantidad total y le van quitando poco a poco hasta lograr el resultado, en ocasiones lo logran en un solo intento.

Así que en la resolución de problemas de combinación se identificó que en los problemas con la incógnita al final lo resuelven por medio del algoritmo de resta o suma, es decir notaciones aritméticas, además de que se les “dificultó” un poco el comprender los problemas en los cuales se necesitaba conocer alguno de los sustraendos.

A continuación se muestran un ejemplo:

Figura No.43 Problema combinación

2.- María tenía 13 cuentos, le regala algunos a su prima y le quedan 8. ¿Cuántos cuentos le dio a su prima?

PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline 05 \end{array}$	5

El alumno resolvió este problema por medio de la realización del algoritmo pues identificó los datos que tenía a su alcance para poder llegar al resultado que se esperaba obtener, por lo que a trece le restó ocho dándole de resultado cinco.

-Problemas de comparación

En este tipo de problemas los niños presentan “dificultades” con respecto a la estructura como las siguiente: “menos qué”, en lo que a pesar de los resultados esperados, los niños tienden a resolver con facilidad los problemas que involucran el uso de la resta.

La minoría de los alumnos en la resolución de estos problemas completan la cantidad mayor utilizando el conteo para saber cuánto le deben quitar y que quede como la menor, posteriormente a esto, realizan la notación del algoritmo

Figura No. 44 Problema comparación

5.- Josué tiene 34 pesos y Toño tiene 5 pesos menos que Josué. ¿Cuántos pesos tiene Toño?

PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\begin{array}{r} 34 \\ - 5 \\ \hline 29 \end{array}$	29

Figura No. 45 Problema comparación

4.- Mario tiene 10 paletas, Ana tiene 6 menos que Mario. ¿Cuántas paletas tiene Ana?

PROCEDIMIENTO	RESULTADO
PRI Mario?	16

En este tipo de problemas, los alumnos se encuentran en vías de construir la regla de la sustracción, para ello primero necesitan identificar cual es la operación que realizan, para posteriormente representar el algoritmo. En el problema se menciona la palabras “menos” y los alumnos se guían por restar.

Segunda Etapa: Categorización y Representación

Categorización

Se realizó una categorización de las respuestas dadas por los alumnos, mismas que se obtuvieron a partir de las estrategias utilizadas por los niños.

- Utiliza el cálculo mental
- Utiliza el algoritmo de la resta
- Utilizan el algoritmo de la suma

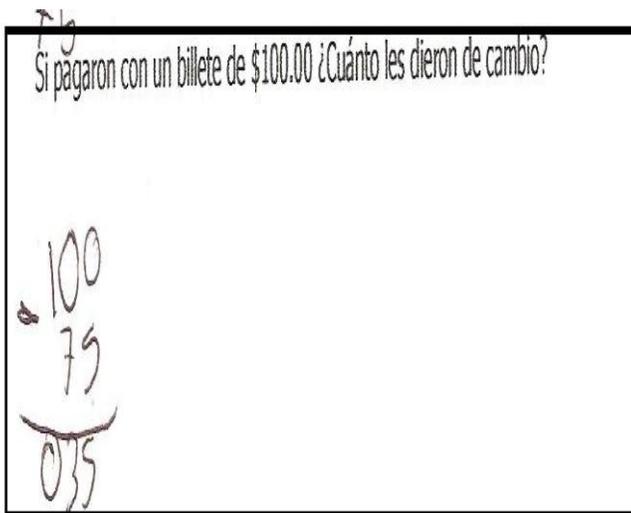
Representación

A continuación se describen las representaciones utilizadas por los alumnos para la resolución de los problemas, las cuales van unidas a las estrategias utilizadas por los niños.

Algoritmo

Resuelven el problema realizando operaciones, es decir, usando el algoritmo para llegar al resultado.

Figura No. 46 Algoritmo sustracción



Calculo Mental

El problema es resuelto a través del cálculo mental, es decir, no utiliza lápiz, papel o calculadora.

7.3 Comparación de resultados de la evaluación inicial y final

A continuación se presenta la evaluación del proceso llevado a cabo por los niños en la comparación de las producciones realizadas por ellos mismos en los distintos momentos de trabajo, estos momentos corresponden a la aplicación del instrumento inicial, al programa de intervención y a la aplicación del instrumento final.

Cada uno de los sujetos interpreta la realidad y por deducción los contenidos escolares que van acordes a los esquemas de asimilación que cada uno ha construido, es decir el conocimiento, no se espera que a situaciones idénticas de aprendizaje los alumnos logren el mismo desempeño, pues es bien sabido que cada uno de los alumnos tiene diferentes ritmos de aprendizaje, como lo señala Vergnaud (2003) el conocimiento consiste en gran medida en establecer relaciones y organizarlas en sistemas, las cuales son a veces simples comprobaciones sobre la realidad. En este sentido, la evaluación de los progresos del niño está orientada a los procesos desarrollados por él, y a los productos logrados durante el proceso. La determinación de los progresos realizados por el alumno se establecen en una comparación de las producciones y estrategias que el mismo era capaz de hacer en momentos anteriores.

En la resolución de problemas de estructura aditiva (sustracción) se identifica un cambio en el proceso de construcción de resolución de problemas de estructura aditiva (sustracción) en el que los alumnos logran avances en la representación del problema, además de que construyen esquemas que les permiten su resolución, ya sea con notaciones no convencionales así como también convencionales.

Además de que los alumnos después de las situaciones didácticas aplicadas en el programa de intervención favoreció su aprendizaje pues lograron asimilar la nueva información y datos trabajados en las sesiones, para así después acomodarlas a sus esquemas y así poder modificar el conocimiento que ya tenían y poder resolver y comprender los problemas y situaciones planteadas en el cuestionario final. Aunque cabe destacar como lo argumenta Vergnaud (1994), la adquisición de un campo conceptual requiere varios años de práctica.

Se puede apreciar el modelo de aprendizaje que siguieron los alumnos en las resoluciones con los 3 factores que maneja Piaget citado en Hernández (1998) en donde se da una acomodación de la información para así dar paso a la asimilación y generar un equilibrio cognitivo, es decir, se transforma el pensamiento y se da un nuevo conocimiento.

Aunque también el profesor cumple un papel importante dentro del aula dentro de la concepción de la enseñanza pues debe ser responsable de la situación didáctica y de

las actividades que se lleven a cabo, así como también debe promover un ambiente de respeto y autoconfianza en el alumno.

De igual manera el conocimiento físico, lógico-matemático y social juegan un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes, así como el desarrollo y el aprendizaje, al igual que la acción son producto de la interacción que hay entre el sujeto y una situación, pues el sujeto no recibe pasivamente las influencias del medio social, sino que las transforma a través de su propia actividad cognitiva. Y al tener interacción con los conocimientos le permiten al alumno conformar esquemas con la nueva información que obtiene la cual asimila y acomoda para tener una organización cognitiva.

CONCLUSIONES

En Esta investigación se estudiaron los problemas de estructura aditiva (resta) en niños de 3er grado de primaria de una escuela pública del distrito federal, el objetivo fue identificar las reglas intuitivas que los niños elaboran para comprender el sistema de numeración decimal indo-arábigo y diseñar y aplicar un programa de intervención psicopedagógico que incluya aspectos matemáticos y cognitivos en el modelo matemático funcional en los diferentes tipos y subtipos.

La metodología utilizada fue de corte cualitativo, se trabajó con 16 niños de entre 8 y 9 años de edad. El estudio se realizó en tres etapas; la primera consistió en una evaluación inicial seguida de una entrevista clínica-piagetiana individual; la segunda corresponde a la ejecución del programa de intervención, y la tercera abarcó la evaluación final.

El análisis de los datos obtenidos en la presente investigación nos permite extraer las siguientes conclusiones:

En la primera etapa podemos destacar los siguientes resultados: En la escritura numérica los alumnos lograron realizar los ejercicios aunque con algunas dificultades para identificar la posicionalidad que ocupaba cada número. Y en la resolución de problemas los datos obtenidos demuestran que los alumnos pueden identificar el tipo de problema y logran darle solución.

En la segunda etapa se obtuvo: En cuanto a la escritura numérica los alumnos lograron en general un buen desempeño. Además para los alumnos los distintos contextos no se constituyen de manera aislada sino que se construyen en interacción de unos con otros. En la resolución de problemas se puede afirmar que cuando se comparan las soluciones de los niños en las distintas situaciones en las que está situada la incógnita, necesitaron de apoyo en los problemas en los que la incógnita se encuentra en el segundo término.

Y en la tercera etapa se encontró que los alumnos en el dominio de escritura numérica los alumnos utilizan números de 4 o 5 cifras, y en cuanto a la resolución de problemas los

alumnos encontraron algunas dificultades en su resolución en los problema de combinación

En general, los resultados de este estudio nos muestran que en la resolución de problemas de sustracción por parte de los alumnos logran el proceso que los lleva a la solución del problema, pues logran identificar las incógnitas del problema y logran darle una solución, en este proceso se involucra el manejo de la información que es manipulada en términos numéricos. El conocimiento que el niño tiene acerca del número y de sus distintos contextos le permite desarrollar esquemas de solución, los cuales adquiere a través de la asimilación y acomodación de la nueva información que adquiere. Pues los alumnos a partir de los conocimientos físicos, lógico-matemáticos y sociales permiten desarrollar diferentes conocimientos de los cuales hace uso para la resolución de problemas matemáticos.

Los esquemas de solución que elabora expresan la forma en que el niño utiliza sus conocimientos sobre el número y sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo así como la forma en la que operan con ellas para representar la solución de un problema, pues los esquemas que el niño puede utilizar para representar las acciones que lo conducen a la solución del problema pueden ser de tipo convencional y no convencional.

Cuando un niño utiliza el algoritmo en la solución de un problema es cuando ya ha identificado claramente la operación a realizar y el dominio que tiene sobre la escritura numérica y posicionalidad de los números que están en las cantidades, además de que construye una representación del algoritmo o alguna notación numérica que describa o siga el procedimiento que realizó.

Además las estrategias que utiliza el alumno forman parte del proceso de transición, pues el rendimiento eficaz sólo se alcanza cuando el alumno ha consolidado los esquemas de acción y los puede generalizar, lo cual indica un período de dificultades desde el inicio del aprendizaje de la escritura numérica en la resolución de problemas.

Por una parte la investigación confirma los hallazgos encontrados en otros estudios dentro del marco teórico constructivista. Pueden mencionarse los siguientes: la secuencia de

abstracción de lo concreto a lo abstracto, el empeño específico y variado de las estrategias en la solución de problemas.

Por otro lado, los distintos conceptos involucrados en la resolución de problemas de estructura aditiva no se constituyen de manera aislada, sino que se construye de manera simultánea y la interacción con otras.

Este estudio fue una aproximación acerca de cómo un programa de intervención psicopedagógico puede favorecer el aprendizaje de la resolución de estrategias aditivas así como en el sistema de numeración decimal indo-arábigo.

Por eso es importante que el psicólogo educativo conozca las estrategias que son utilizadas por los niños para resolver los distintos tipos de problemas de resta y suma, pues nos brindará las herramientas necesarias para facilitar la enseñanza de la estructura aditiva y por tanto brindar información y estrategias a los docentes, sobre los procesos que llevan los alumnos a cabo para la adquisición de capacidades o habilidades necesarias para resolución de problemas matemáticos. Así como examinar el currículum para poder modificar la enseñanza en los niños para que esté sea útil en su vida académica y diaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bonals y Sánchez (2007). El asesoramiento a través de programas. En: *Manual de asesoramiento psicopedagógico*. Ed. Crítica y fundamentos, pp. 445-468.
- Cantero, A, et. al. (2003). Resolución de problemas aritméticos en educación primaria. C.F.I.E. de Ponferrada
- Castro, Rico y Castro (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá, Grupo Edit. Ibero América, pp. 27-43.
- Charnay R. (1994) Aprender (por medio de) la resolución de problemas, en Parra, C., Saiz I. (comps.) (2001). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Paidós educador. Argentina
- Cruz, F. y Butto, C. (2011) Resolución de problemas de estructura aditiva con alumnos de 2do y 3er grado de educación primaria. Trabajo presentado en XIII CIAEM-IACME, Recife, Junio, Brasil.
- Delval, J. (1994). El mecanismo del desarrollo. En: *El desarrollo humano*, Ed. Siglo XXI, México, pp. 119-134.
- Delval, J. (2001). Descubrir el pensamiento de los niños. Temas de Psicología, Edit. Paidós. Barcelona.

- Domingo, J. (2005). Modelos de asesoramiento a organizaciones educativas. En: *Asesoramiento al centro educativo: colaboración y cambio en la institución*. Ed. octaedro-EUB, pp.147-167.
- Gómez, M. Villareal, B. y otros (1995). El niño y sus primeros años en la escuela. México, SEP (biblioteca para la actualización del maestro) pp.119-122
- Hernández, G. (1998). Descripción del paradigma psicogenético y sus aplicaciones e implicaciones educativas. En: *Paradigmas de la educación*. México, Ed. Paidós, pp. 169-209.
- Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. Cuarta edición. Mc Graw Hill: México.
- Kamii, C. (1993). El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget. Visor, Madrid, Pp. 17-71.
- Lerner, D. (1994) El sistema de numeración, un problema didáctico, en Parra, C., Saiz, I. (comps.) (2001). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Paídos, educador. Argentina.
- Martínez, M. y Gorgorió, N. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6 (1). Extraído 8 de julio de 2011 en: <http://redie.uabc.mx/vol6no1/contenido-silva.html>

Maza, C. (1989) Sumar y Restar “el proceso de enseñanza/aprendizaje de la suma y la resta”.
Madrid, Visor Distribuciones.

Maza, C. (1991) Enseñanza de la suma y de la resta. Madrid, Síntesis.

Piaget, J. (1971). “Los estadios del desarrollo intelectual del niño y del adolescente”. En
Osterrieth, P. *Los estadios en la Psicología del niño*. Edit. Nueva Visión. Buenos Aires,
Argentina.

Salgado, D. (2009) Problemas de estructura aditiva en niños con bajo rendimiento escolar en una
escuela pública del estado de Morelos. Tesis Maestría. UPN, Morelos.

Secretaría de Educación Pública (1993) Plan y Programas de Educación Primaria, México.

Secretaría de Educación Pública, (2010). Resultados prueba ENLACE, México

ENLACE http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/resultados_anteriores/ (12 julio 2010)

Vergnaud, G. (1994). La teoría de los campos conceptuales. En *Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa*. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta.
Traducido de: La theorie des Champs Conceptuales. Recherches en Didactiques des mathetiques. Vol 10. Nros 2 y 3.1990. Pgs. 133-170.

Verngnaud, G. (2003). El niño, las Matemáticas y la Realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México, Trillas.

Zhang J. y Norman D. (1994) Representations in Distributed Cognitive Tasks. Cognitive science
18, pp. 87-122.

Extraído en <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0364021394900213>

(8 agosto 2011)

ANEXO

ANEXO 1

Cuestionario de Sistema de Numeración Decimal

DIAGNÓSTICO

Nombre: _____ Edad: _____

Escuela: _____ Grado: _____

Fecha: _____

1.- Cuenta de 1 al 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2.- Dictado de números

3.- Escritura de números

6 _____

5 _____

9 _____

3 _____

10 _____

19 _____

39 _____

50 _____

110 _____

115 _____

109 _____

199 _____

1019 _____

3585 _____

1000 _____

5895 _____

4.- Coloca el número que va antes y el número que va después

_____ 1 _____

_____ 5 _____

_____ 7 _____

_____ 9 _____

_____ 11 _____

_____ 15 _____

_____ 32 _____

_____ 47 _____

_____ 101 _____

_____ 110 _____

_____ 149 _____

_____ 199 _____

_____ 1019 _____

_____ 3585 _____
_____ 1000 _____
_____ 5895 _____

5.- Ordena de menor a mayor los siguientes números

2-4-6-3-5-7-9 _____
14-18-15-10-13-16-17 _____
101-105-100-150-104-121-110 _____
1000-1019-3585-2653-2027-3001-5321 _____

6.- Ordena de mayor a menor los siguientes números

2-4-6-3-5-7-9 _____
14-18-15-10-13-16-17 _____
101-105-100-150-104-121-110 _____
1000-1019-3585-2653-2027-3001-5321 _____

Anexo 2
Cuestionario de Problemas de Estructura Aditiva
DIAGNÓSTICO

Nombre: _____ Edad: _____

Escuela: _____ Grado: _____

Fecha: _____

Instrucción: Resuelve los siguientes problemas

1. María tenía 15 juguetes y le dio 9 a su amigo Juan, ¿Con cuántos juguetes se quedó María?

2. Juan tiene 10 chocolates y se come 8, ¿Cuántos chocolates le quedaron?

3. Toño tiene 14 globos y Susana tiene 6 globos, para que Toño tenga la misma cantidad de globos que Susana, ¿Cuántos globos necesita romper Toño?

4. Lupita tiene 24 pulseras y Margarita tiene 10. ¿Cuántas pulseras tiene que comprar Margarita para tener las mismas que Lupita?

5. Alfredo tenía 14 pelotas y Hugo algunas más. Los 2 juntos tienen en total 22 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene Hugo?

6. Lupita tiene 20 años y su prima 13 años. ¿Cuántos años más tiene Lupita?

7. María tiene 25 dulces y Luis 30. ¿ Cuantos dulces mas tiene Luis que María?

8. Paco tiene 60 canicas y Luis 78. ¿Cuántas canicas tiene Paco menos que Luis?

Anexo 3

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICO

Las fases para la resolución de problemas que se utilizarán en el presente programa de intervención son las propuestas por Maza (1991)

1. Análisis del problema.- Se descompone la información del problema resolviendo éstas preguntas: ¿Cuáles son los datos?; ¿Qué se desea encontrar?; ¿Cuál es la incógnita? Y ¿Qué condiciones cumplen los datos del problema? Con esto lo que se pretende es resaltar el papel del lenguaje matemático y si encuentra las palabras clave que le proporcionen la información expresada.

2. Representación del problema los procedimientos que se pueden utilizar son: A) Manipulación sobre los objetos reales, figurativos o material estructurado. B) Dramatización en clase del problema planteado. C) Expresión a través del dibujo, de los elementos del problema y sus relaciones mutuas. Se busca determinar, ¿cuáles son las relaciones entre lo elementos del problema?, ¿cuál es la mejor representación del mismo?, ¿se disponen de datos suficientes para alcanzar la solución?

3. Planificación.- Se elige la estrategia adecuada para llegar desde los datos a la resolución del problema, se relaciona el problema con otros anteriores para ver si se puede utilizar una estrategia ya aplicada.

4. Ejecución.- Consiste en aplicar la estrategia planificada e ir verificando si lo que se va realizando es correcto o bien si se puede hacer de una manera más eficiente.

5. Generalización del problema.- Se busca una relación entre la solución alcanzada y algún principio general, lo que permite aplicar la resolución a otros problemas similares.

El presente programa de intervención psicopedagógico basa su objetivo en lo que respecta a la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal y en los problemas de estructura aditiva con respecto a la resta. El programa de intervención psicopedagógico pretende hacer el tránsito de las reglas intuitivas que los niños elaboran sobre las reglas del sistema de numeración decimal a las reglas formales del mismo sistema, es decir, se enseñan las reglas del S.N.D. La idea de base 10 (agrupar y desagrupar la base en Unidades, Decenas, Centenas, Unidades de millar, etc.) para que los niños puedan entender el valor posicional del sistema (valor absoluto y valor relativo). Para la enseñanza del algoritmo con base en estas reglas.

- Sesión No. 1 “ antes y después”

Duración: 1 hora.

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Antecesor y sucesor	Es que los alumnos identifiquen el número que va antes y el número que va después de cada una de las cifras.	-hoja de trabajo con el material impreso	A cada uno de los alumnos se les repartió la hoja de trabajo la cual contenía un cuadro con números del 1 al 100. Después los niños se colocaron por parejas para poder trabajar la actividad, la cual consistía en que por turnos cada uno de los alumnos tenía que escribir en su hoja un número de los que se mostraban en el cuadro y su compañero tenía que adivinar qué número era, pero para esto se le tenían que dar pistas como “ el número que va antes de ese es” o “ese número está entre los números”	Se discute en grupo como es que realizaron la actividad en parejas y se hace un ejercicio similar pero en conjunto con el grupo.

- Sesión No.2 “Los dados”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Reglas del sistema de numeración decimal Valor posicional	Que los alumnos niños identificaran las unidades, decenas, centenas y unidades de millar. Y que los alumnos agrupen y verifiquen el valor posicional de las cantidades.	-Hoja de trabajo, en la que tiene impreso el ejercicio. -2 Dados	A cada uno de los niños se les reparte la hoja de trabajo y se les dan dos dados.	Se revisa la actividad en grupo y se realiza un ejercicio singular en grupo para ver los resultados que se obtiene.

- Sesión No. 3 “ La tabla”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Valor Posicional y escritura de números	Que los alumnos identifiquen y coloquen el valor posicional de las cantidades, así como	-Hoja de trabajo que contiene el ejercicio	A cada uno de los alumnos se les dio la hoja de trabajo la cual constaba en un tabla donde tenían que acomodar las cantidades de acuerdo a la	Cada uno de los alumnos expuso sus respuestas ante el grupo y explicaron como resolvieron el ejercicio y se hizo

	escribir el nombre de las cantidades		posición que ocupan, para después escribir el nombre de dichas cantidades.	un ejercicio similar al trabajado.
--	--------------------------------------	--	--	------------------------------------

- Sesión No.4 “ Basta numérico”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN																								
Cálculo de resta	Que los niños realicen el cálculo de la resta.	Tarjetas de cartón	<p>A cada uno de los alumnos se les repartió una tarjeta como la siguiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>(-</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>Resultado total</td> </tr> <tr> <td>)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Uno de los alumnos comienza la numeración desde el 10 y espera a que otro compañero le de la indicación de basta para que se detenga, y después decir el numero en que paro en voz alta para que los demás compañeros se informen del número, después esa cantidad la colocaban en la primera columna en la fila dos y cada uno de los niños tiene que</p>	(-	7	9	3	6	Resultado total)																		Se realizan diversas operaciones de sustracción individualmente, para después discutir las en grupo y resolverlas en el pizarrón y saber cómo lo hicieron cada uno de los alumnos.
(-	7	9	3	6	Resultado total																							
)																												

			realizar la operación, por ejemplo si el número fue 13 tienen que restar 13-7 y poner la cantidad debajo del 7 y así sucesivamente con todas las cantidades.	
--	--	--	--	--

- Sesión No. 5 “La cafetería”

Duración: 1 hora

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Agrupación	Que los alumnos identifiquen las cantidades y sepan representarlas	-Hoja de trabajo con la actividad -Hoja recortable con billetes y monedas de diferente denominación	A cada uno de los alumnos se entrega la hoja de trabajo en la cual viene una tabla que contiene diversos productos, al igual se les entrega la hoja recortable donde viene los billetes y monedas. Lo que tiene q hacer los niños es representar con los billetes la cantidad de cada uno de los productos y pegarlos a un lado.	Esta actividad se complementa con la actividad de la siguiente sesión y se realiza en la siguiente sesión.

- Sesión No. 6 “ Problemas ”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACION
Problemas de estructura aditiva de combinación	Que los alumnos resolvieran problemas de combinación utilizando diferentes representaciones.	- hoja de trabajo elaborada en la sesión anterior -Hoja de trabajo son los problemas impresos	A cada uno de los chicos se les regreso la hoja que resolvieron la sesión anterior y se les repartió la hoja de los problemas los cuales resolvieron individualmente.	Cada uno de los alumnos expuso como resolvieron los problemas y cuál fue el procedimiento que siguieron para la resolución de cada uno de los problemas.

- Sesión No. 7 “ La tiendita”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Problemas de estructura aditiva de combinación y comparación	Que los alumnos resuelvan los problemas de combinación y comparación utilizando diferentes representaciones	-Hoja de trabajo con la actividad impresa.	A cada alumno se les entrego la hoja de trabajo donde venían los problemas para que los resolvieran de forma individual.	Se discutió de forma grupal la resolución de los problemas y se hizo un ejercicio similar, el cual se resolvió en el pizarrón y de forma grupal.

- Sesión No. 8 “ Resolviendo problemas”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Problemas de estructura aditiva de combinación y comparación	Que los alumnos resuelvan los problemas que se les presentan e identifiquen la operación a realizar.	-Hoja de trabajo con los problemas	Se les reparte a cada uno de los alumnos la hoja con los problemas para que los resuelvan. 1.-Alfredo y Tomás se entretiene jugando a las bolitas, Alfredo tiene 24 bolitas y Tomás tiene 15 bolitas más que Alfredo. ¿Cuántas bolitas tiene Tomás? 2.-Marías Paz está vendiendo 75 boletos para una rifa. En su barrio vendió 56 números. ¿Cuántos números le quedan por vender? 3.-Don Rafael el quiosquero del barrio vendió 64 diarios por la mañana. Su señora atendió el negocio por la tarde. Ella vendió 119. ¿Cuántos diarios más vendió ella que don Rafael?	Discusión en grupo sobre los problemas y que expongan como identificaron en cada problema que operación realizar.

- Sesión No. 9 “Inventando”

Duración: 1 hora y media

TEMA	OBJETIVO	MATERIAL	ACTIVIDAD	EVALUACIÓN
Problemas de estructura aditiva (resta)	Redactar un problema sobre los datos dispuestos.	Información ilustrada, hojas en blanco.	<p>-Organizar en equipos, para que entre ellos inventen un problema.</p> <p>Se les explicará que lo van a inventar en base a información Ilustrada de productos de tiendas con su precios. Información que se pondrá en un lugar visible.</p> <p>-Después de redactar el problema sin estar resuelto se van a intercambiar con los otros equipos para que los resuelvan. De esta manera se podrán manifestar dudas en base a datos que no se puedan entender o en otro caso que estén ausentes en el problema.</p> <p>-Para concluir se revisarán los problemas en forma grupal para corregir los posibles errores de los trabajos.</p>	Se les reparte un problema individual para que lo realicen y expliquen abajo como es que lo realizaron.



Anexo 4

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL CUESTIONARIO FINAL Sistema de Numeración Decimal

Nombre: _____ Edad: _____
Escuela: _____ Grado: _____
Fecha: _____

1.- Continúa las series numéricas

6, _____, _____, _____, _____, _____
17 _____, _____, _____, _____, _____
88 _____, _____, _____, _____, _____
178 _____, _____, _____, _____, _____
2389 _____, _____, _____, _____, _____

2.- ¿Qué números va antes y después?

_____ 8 _____
_____ 23 _____
_____ 134 _____
_____ 739 _____
_____ 2345 _____
_____ 5321 _____

3.- Dictado de números

4.-Escritura de números

6 _____
17 _____
88 _____
149 _____
654 _____
1398 _____
4126 _____
5345 _____

5.- Ordena de menor a mayor

5, 3,4, 9,2 _____
15, 35, 91, 72 _____
540,210, 199,322 _____
5325, 2220, 4385, 3201 _____

6.- Ordena de mayor a menor

5, 3,4, 9,2 _____
15, 35, 91, 72 _____
540,210, 199,322 _____
5325, 2220, 4385, 3201 _____

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
CUESTIONARIO FINAL
Problemas de estructura aditiva (sustracción)

Nombre: _____ Edad: _____
Escuela: _____ Grado: _____
Fecha: _____

Instrucción: Resuelve los siguientes problemas

1.- José tenía 19 canicas, juega y gana 13. ¿Cuántas tiene ahora?
PROCEDIMIENTO RESULTADO

2.- María tenía 13 cuentos, le regala algunos a su prima y le quedan 8. ¿Cuántos cuentos le dio a su prima?
PROCEDIMIENTO RESULTAD

3.- Paty, Toño y Enrique acudieron a la pastelería de la esquina y observaron los siguientes precios:

<p>PASTEL</p>  <p>\$ 25.00</p>	<p>GELATINA</p>  <p>\$7.00</p>	<p>CAFÉ</p>  <p>\$ 9.00</p>
<p>PANQUE</p>  <p>\$5.00</p>	<p>MALTEADA</p>  <p>\$13.00</p>	<p>GALLETAS</p>  <p>\$13.00 la bolsa</p>

Paty compró 2 pasteles. Enrique compró una malteada y Carlos compro una gelatina y un panque. ¿Cuánto gastaron entre los tres?

Si pagaron con un billete de \$100.00 ¿Cuánto les dieron de cambio?

4.- Mario tiene 10 paletas, Ana tiene 6 más que Mario. ¿Cuántas paletas tiene Ana?
PROCEDIMIENTO RESULTADO

5.- Josué tiene 34 pesos y Toño tiene 5 pesos menos que Josué. ¿Cuántos pesos tiene Toño?
PROCEDIMIENTO RESULTADO

Anexo 6
"Antes y después"



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha ____/____/____

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Observa los siguientes números

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Cada uno de los integrantes escogerá un número y lo anotara en la hoja procurando que sus compañeros de equipo no lo vean, después se les dan pistas a sus compañeros para que puedan adivinarlo.



Anexo 7

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha ___/___/___

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Actividad: Los dados

Número de tiro	Puntaje

¿Cuántos cuadrados reuniste?

¿Cuántas tiras tienes en total?

¿En qué número de tiro lograste obtener una centena?

¿A que número equivale una unidad de millar?

¿Cuántos tiros realizaste para obtener una centena?

¿Cuántas decenas lograste reunir?

¿A qué número equivale una decena?



Anexo 8
“La tabla”
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha _____ / _____ / _____

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Coloca las siguientes cantidades como se muestra en el ejemplo:

	UM	C	D	U
394		3	9	4
19				
250				
999				
109				
3585				

A continuación escribe el nombre de las cantidades

394 _____

19 _____

250 _____

999 _____

109 _____

3585 _____

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha _____ / _____ / _____

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Instrucciones: En la siguiente tabla; la primera columna se encuentran los productos y en la segunda columna el precio de cada producto.

Recorta y pega los billetes y monedas correspondientes al valor asignado de cada uno de los productos.

LISTA DE PRECIOS		
PRODUCTO	PRECIO	REPRESENTACIÓN \$
 Hamburguesa Simple	\$ 25.00	
 Torta de jamón	\$ 20.00	
 Rebanada de Pizza	\$ 15.00	
 Nugets de Pollo	\$30.00	
 Orden de papas fritas	\$16.00	
 Refresco	\$10.00	

 <p>Jugo</p>	\$8.00	
 <p>Helado</p>	\$12.00	



Anexo 10
“problemas de combinación”



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha ___/___/___

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Después de haber completado la tabla de productos y precios, resuelve los siguientes problemas.

1.- Juan fue a comprar a la cafetería una hamburguesa, una orden de papas fritas y un refresco. Juan pago con un billete de 200 pesos.

Consulta la lista de precios y responde.

¿Cuánto dinero le tiene q regresar el señor de la cafetería a Juan?

2.- Ana compro en la cafetería lo siguiente:

-Una rebanada de pizza

- una torta de jamón

-dos jugos

-dos helados

Consulta la lista de precios y responde

¿Cuánto fue en total de lo que compró Ana?

Ana solo llevaba 50 pesos ¿cuánto dinero le hace falta a Ana para poder pagar lo que pidió?

Escuela: _____ Fecha ___/___/___

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

"Vamos a comprar"

Instrucciones: Observa en el siguiente cuadro los productos que se muestran.

		\$5.0		\$1.00
\$10.00				
		\$6.00		\$7.00
				8.00
		\$1.50		

Contesta lo que se te pide.

1.-¿Qué producto es más caro? ¿Por qué? _____

2.-¿Qué producto es más barato? ¿Por qué? _____

3.-¿Qué cosas valen más que el jugo? _____

4.-Si compras un chicle y un dulce ¿Cuál es más caro? _____

¿Cómo lo descubriste? _____

5.-Si llevo 20 pesos y compró una paleta ¿Cuánto me sobra?

6.-Si me dan para gastar 15.00 pesos ¿Qué es lo que puedo comprar?



Anexo 12
“Resolviendo problemas”

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Escuela: _____ Fecha ___/___/___

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Resuelve los siguientes problemas que se te presentan

1.- Alfredo y Tomás se entretienen jugando a las bolitas, Alfredo tiene 24 olitas y Tomás tiene 15 bolitas más que Alfredo. ¿Cuántas bolitas tiene Tomás?

2.- María Paz está vendiendo una rifa que tiene 75 números. En su barrio vendió 56 números. ¿Cuántos números le quedan por vender?

3.- Don Rafael el quiosquero del barrio vendió 64 diarios por la mañana. Su señora atendió el negocio por la tarde. Ella vendió 119. ¿Cuántos diarios más vendió ella que don Rafael?