UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS DE CAMBIO, COMBINACIÓN Y COMPARACIÓN CON ALUMNOS DE TERCER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

TESIS

PARA OBTENER EL TITULO DE LA LICENCIATURA EN PSICOLOGÌA EDUCATIVA

PRESENTAN:

JUÁREZ ESLAVA ARACELI

VILLAFUERTE GIRÓN LUIS

ASESOR: PROF. MARCOS DANIEL ARIAS OCHOA

DICIEMBRE DEL 2011

AGRADECIMIENTOS

LUIS

A mi Mamá, por su apoyo y sus regaños, que me hicieron tener mayor carácter al realizar las cosas.

A mi Papá, porque nunca dejo que me rindiera a través de sus consejos y apoyo.

A mis hermanos Raúl y Alejandro por la fortaleza que he aprendido de ellos, de hacer bien las cosas.

A mis sobrinos Raúl y Daniel, por la alegría que me han dado desde que llegaron a la familia y porque nos han hecho más fuertes y unidos.

A mi compadre Miguel Flores, que gracias a su financiamiento se logró terminar esta investigación.

A la Directora Lourdes Ramos, Sr. Lorenzo y familia, que gracias a su apoyo y presión (burlas), terminamos esta investigación.

A Maricarmen Eriksson, gracias por tus consejos y que nunca me diera por vencido.

A María Samayoa. Gracias porque desde que te conocí diste suerte a mi vida.

A todos mis amigos Gris Mondragón, Mónica Peña, Adrian Tejeda, Jaime Moreno, Gerson Zamora, José Luis Vázquez

**y al Oficial Cruz, que a lo largo de todo este tiempo aprendí mucho de ellos en lo laboral y en lo profesional.
A la gente importante Lic. Mariano Sánchez, Profa. Alma Delia González, Lic. Mario Pastrana, que lograron hacerme el mejor profesionista en lo laboral.**

Al Prof. Marcos Daniel y Prof. Pedro Bollas. Gracias por su apoyo aprendí a realizar una tesis.

A Nancy gracias por prestarme tu Universidad y lograr titularme.

A la Profesora Myrna Pizarro y Elsa Mendiola; gracias por su apoyo.

Y sobre todo, Gracias a Josefina, Juanita, Rosy y todo el personal que labora en Universidad La Salle. Gracias por su apoyo y su tiempo.

A Araceli que aprendí la tolerancia en un trabajo y sobre todo a Tú Papá que es el que nos ayudo a terminar esto, a tu Mamá y tus hermanos Gracias por su apoyo.

Dedicatorias:

A Elias mi Papá donde quiera que estés, se que este logró que he conseguido y el que siempre anhelaste desde el momento que me tuviste en tus brazos, haya llegado a su fin, se que siempre estarás a mi lado y al igual que yo eres feliz por Mi meta alcanzada. Gracias por tus consejos y por tu infinito amor.

A mí Mamá y Hermanos: Por su amor y apoyo incondicional para lograr esta meta alcanzada. Gracias Los quiero con todo mi corazón

Agradecimientos:

A Concepción y Elias (Qpd) mis Padres por mi existencia, valores y formación profesional, porque sin escatimar esfuerzo alguno, sacrificaron gran parte de su vida para formarme, agradezco sus regaños y sus consejos ya que sin duda son los que me ayudaron a ser la mujer que soy. Gracias por su eterno apoyo y confianza que tuvieron en mí los quiero mucho.

A Edgar, David y Miguel Ángel mis hermanos que siempre me han apoyado y regañado cuando lo he merecido, gracias por el ejemplo que me han dado de vida, por que junto con nuestros padres me alentaron acertadamente a vencer todos los obstáculos que se me presentaron y así lograr este objetivo sin ustedes no lo hubiera podido lograr los quiero mucho

Gloria Pérez y Mónica Ávila mis cuñadas pero sobre todo amigas, porque su ayuda fue motor para seguir adelante cada que caía, por estar conmigo en los momentos más difíciles de mi vida, por las palabras y consejos que me dieron y se me seguirán dando. Gracias.

René Luna, Moisés Sandoval, Alejandra Jiménez, Mónica kaplan mis honorables amigos del alma, mis hermanos de vida, que sin sus consejos y ayuda no podría estar en este bello momento y por que fueron indispensables para este logro obtenido. Gracias por existir en mi vida.

Lore, Miri, San, Fer, Gloria, Tere, Vero, Mar, Diana (INTER) Por compartir conmigo bellos momentos y no tan bellos pero ahí estuvieron y siempre me inspiraron a seguir adelante gracias por su bella amistad.

A la Directora Lourdes Ramos (mi segunda madre) por su incondicional apoyo, paciencia, consejos, regaños pero sobre todo por brindarme su amistad, es parte de este logro obtenido. Gracias por su confianza en mí.

A todos mis amigos de la UPN Claudia, Magda, Orquídea, Ale, Leo, René, Moy, Lupita, Lucerito, Rogelio, Jessica y a los que no mencionó porque sin duda me brindaron su amistad y apoyo cada que lo necesite, por estar en los momentos tristes y felices de mi vida y porque sus consejos me ayudaron para no tirar la toalla.

Ernesto, por que el poco tiempo que tengo de conocerte los consejos y apoyo que me has brindado, me sirvieron también para este logró espero que nuestra amistad perdure por muchos años más.

Al profesor Marcos Daniel por ayudarme a conseguir por fin esta meta porque creyó desde un principio en mí, y sin escatimar esfuerzos nos alentó a seguir. Gracias por su gran ayuda.

A Luis Villafuerte por la paciencia que nos tuvimos, por ayudarme a salir adelante y trabajar en equipo.

Josefina, Juanita y Rosy de la Salle Gracias por su tiempo y buena vibra hacia este trabajo.

A los profesores: Pedro Bollas, Elsa Mendiola y Myrna Pizarro, porque fueron parte fundamental para la terminación de esta tesis. Gracias por su ayuda, su tiempo y comentarios que sin duda sirvieron para el logró obtenido.

Araceli

Contenido

INTRODUCCIÓN.

Esta investigación pretende ayudar a los alumnos de tercer grado a solucionar los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación, por medio de la estrategia de los cuatro pasos de Pólya los cuales se desarrollan para trabajar en el contexto y nivel de los alumnos y permitirles encontrar la utilidad al solucionar problemas. Esta estrategia permitió desarrollar en el alumno habilidades, capacidades necesarias y prepararlo ante las situaciones que en determinado momento debe resolver.

Dicho esto comenzaremos con nuestro primer capitulo hablando de las reformas curriculares de la SEP, como es la 1993 y la 2008. En la materia de matemáticas y así saber qué modificaciones sean propuesto, qué ha cambiado y cómo se consideran los contenidos que tienen los niños en su aprendizaje. Tomando en cuenta las investigaciones hechas por Ávila, Bollas, Carvajal y algunos otros, comparando los planes y programas, los libros de texto y los contextos en los que se desenvuelve el alumno para la resolución de problemas aditivos de cambio, combinación y comparación. Así mismo el nuevo enfoque de las matemáticas propone dejar al alumno descubrir sus propias herramientas que le ayuden a resolver problemas y no decirle cómo es que tienen que hacerlo, porque invalida cualquier posibilidad de desarrollo de sus habilidades matemáticas, por lo tanto le cierra las puertas para poder ser capaz de enfrentarse por si mismo a situaciones de su vida cotidiana.

El segundo capitulo retoma la construcción de la lógica matemática en los alumnos de tercer grado, ya que es necesario saber qué conocimientos debe de manejar, cómo los desarrolla y las habilidades que le permiten utilizar herramientas para la solución de problemas. Tomando como referente a Piaget.

Así como también se toma en cuenta el pensamiento matemático de cada niño, tomando en cuenta el respeto porque cada uno tiene diferentes ritmos de aprendizaje y desarrollo.

Para el tercer capitulo consultamos diferentes autores que estudiaron la resolución de problemas para retomar las investigaciones sobre el proceso que se debe seguir para resolver problemas, y en especial, para reconocer cómo se sugiere su enseñanza. Además, seleccionamos un apartado especial para los problemas aditivos, ya que sobre ellos se trabajará en la propuesta de intervención, haciendo hincapié en los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación, de los cuales hablaremos en otro apartado.

En el cuarto capitulo se revisaron diferentes tipos de estrategias de resolución de problemas aditivos que se adecuaran a la estrategia de los cuatro pasos de Pólya, que es la que se utiliza dentro de esta investigación para apoyar a los alumnos a la resolución de problemas aditivos de cambio, combinación y comparación.

En el quinto capitulo se aplicó el programa de intervención el cual tiene por objetivo facilitar el aprendizaje de los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación en los alumnos que cursan el tercer grado de educación primaria, esperando dar respuesta a nuestra pregunta de investigación.

Planteamiento del problema.

La presente investigación reporta los resultados obtenidos en un programa de estudio psicopedagógico donde se trabajan los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación a través de la estrategia de los cuatro pasos de Pólya en niños de tercer grado de educación primaria.

Con respecto a la resolución de problemas Block, Dávila y Martínez (1995) señalan que lo primero que debe hacer el niño para resolver un problema es organizar y analizar la información que se le presenta, ya sea oral, escrita o mediante ilustraciones, con lo cual se hace ver que el maestro le debe ayudar al alumno a obtener y analizar información para contribuir al mejoramiento de su capacidad para plantear y resolver problemas.

Cuando los alumnos comienzan a resolver problemas es importante que se les permita realizarlos con sus propias estrategias y recursos, ya que los alumnos poseen conocimientos que les dan la oportunidad de organizar la información a su manera, y encontrar a partir de sus experiencias una solución para dar respuesta a lo que se les pide.

Es conveniente que el alumno resuelva diversos problemas para crear relaciones entre los procedimientos que encuentra para resolverlos, para que después sea capaz de elaborar un procedimiento que sea más eficaz y que le sea más útil al aplicarlo en diversas situaciones, los problemas matemáticos deben manejar cierta familiaridad tomando en cuenta la edad, el contexto y las necesidades de los alumnos a quienes se les presentarán, pues si el problema no tiene significatividad para los niños, no tendrá sentido para ellos resolverlos, en primera porque tal vez ni siquiera lo comprendan y en segunda, porque aunque presenten dificultad, será tan complejo y ajeno que prefieren darse por vencidos sin intentarlo.

Los problemas aditivos que se trabajan en la escuela primaria son aquellos que hacen referencia a los que utilizan la suma y la resta. No obstante, saber sumar y restar no es lo mismo que resolver problemas con suma y resta, porque en éstos, además, se debe comprender la situación planteada, para saber qué es lo que se pide, analizar la información para saber qué operación se va a utilizar, y sobre todo poder acomodar los números según los datos, porque no siempre el número que buscamos es el total, puede ser el minuendo o el sustraendo, o los sumandos según sea el caso.

Es importante saber que dentro de los problemas aditivos encontramos cuatro estructuras: de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Los problemas de cambio y de igualación implican una relación dinámica, es decir, se hacen transformaciones en el conjunto, mientras que los de comparación y combinación sólo plantean una relación estática, es decir no hay transformación SEP, (1996)

Sin embargo "no es necesario que los niños aprendan a distinguir la estructura de los problemas, ni mucho menos que se aprendan los nombres de esas estructuras. Es con la experiencia en la resolución de problemas diversos que ellos van construyendo poco a poco las relaciones necesarias para saber que corresponden a determinada operación." (SEP, 1995, 124) Los niños los resolverán con el procedimiento que ellos encuentren de acuerdo al análisis de la información que realizaron, en ese momento descubrirán si hay transformación o no y lo podrán resolver aunque no sepan el nombre de la estructura, con la ayuda del maestro y con la continua práctica identificarán el tipo de problema reconociendo las transformaciones, y los resolverán de una manera más sencilla.

No debemos esperar que la primera vez que el alumno resuelva un problema aditivo lo haga utilizando la suma o la resta, porque aunque ya sepan realizarlas, necesitarán la intervención del docente y de la práctica para identificar los problemas en los que tengan que usar dichas operaciones. SEP (1995).

Es importante mencionar que en tercer año la complejidad del uso de la suma y la resta se centra en el tipo de problema planteado y no precisamente en el tamaño de la cantidad de números. También influye la manera en que el problema esté estructurado, porque esto, conlleva un análisis diferente de cada problema. SEP (1995)

Necesario es mencionar que las habilidades no son desarrolladas al mismo tiempo en todos los niños, lo cual explica por qué algunos alumnos tienen mayor o menor dificultad para comprender mejor los conceptos matemáticos en una edad ya avanzada cuando se supondría que los estudiantes deberían tener los mínimos conocimientos de base bien consolidados.

Cabe decir que una vez que los alumnos han desarrollado las habilidades expuestas anteriormente, están en posibilidades de aplicar estos principios, ya que los niños emplearán sus habilidades para descubrir cómo resolver problemas, además, si ellos inventan sus procedimientos, serán capaces de inventar otros para aplicarlos en futuros aprendizajes. También es importante tener presente que los alumnos construyen mediante el intercambio de puntos de vista, ya que por lo tanto, debemos centrarnos más en su pensamiento que en la escritura de su pensamiento.

Para Bergeron y Herscovics, (1990) Mencionan que alrededor de los 5 o 6 años los niños pueden trabajar con una sola cantidad
Entre los 6 y 7 años relacionan de manera causal el cambio que se produce en el conjunto inicial y la acción que lo provoca.
En torno a los 7 u 8 años han adquirido el esquema parte-parte-todo que los capacita para manejar una situación estática en la que tienen que imponer ellos mismos, una estructura sobre la situación descrita en el problema verbal.

Es necesario tener presente que el nuevo enfoque de las matemáticas plantea la resolución de problemas como punto central del aprendizaje, y es importante saber que, aunque una de las principales dificultades del aprendizaje matemático es la gran cantidad de conceptos abstractos que maneja, también es cierto que "si bien las matemáticas utilizan un lenguaje abstracto, los conceptos básicos se apoyan totalmente en lo concreto, parten de lo real. En muchos casos reducimos las matemáticas a procedimientos y fórmulas que deben ser aprendidas aun cuando no se comprendan"

Charnay, en Cecilia Parra (1997), escribió que las matemáticas se han construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas, es decir, que en cada área en la que el ser humano se desenvuelve, se plantean problemas con estrecha vinculación con otros campos.

Además es importante que la presentación de los problemas sea variada, así como "el número de soluciones, los métodos posibles de resolución y el tipo de conceptos matemáticos que intervienen" (Mayer, 1986,109).

Por su parte Flores (2001) sostiene que el estudio del desarrollo del conocimiento matemático implica entender cómo los individuos adaptan sus esquemas de conocimiento a las situaciones que se les presentan, también la construcción de nuevos conceptos está en el centro del desarrollo del conocimiento relacionado con las estructuras aditivas, la noción de diferencia y de operación inversa o reciproca, así como la combinación de ambas.

La complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función, no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se puedan plantear para cada categoría Vergnaud, (1996).

Sin embargo esto es funcional para ayudar en un principio a los alumnos a progresar en su proceso, pero consideramos conveniente ir presentando diversos problemas con diferentes procedimientos de resolución para que ellos vayan identificando otras formas de dar respuesta.

Por ello es que la enseñanza de los problemas aditivos es necesaria para que el niño integre sus conocimientos, es decir, relacione lo que ha aprendido tanto en la escuela como fuera de ella.

Existen dos grandes procedimientos para tener éxito con este tipo de problemas; el procedimiento del "complemento" y el procedimiento de la "diferencia". El procedimiento del "complemento" consiste en buscar, sin hacer una sustracción, lo que hay que añadir (o quitar) al estado inicial para llegar al estado final.

El procedimiento de la "diferencia" consiste en buscar, por sustracción entre los dos estados inicial y final, el valor de la transformación.

Por lo tanto la adición no solo hace referencia a los problemas de suma, ya que hay problemas de resta que se resuelven por complemento aditivo.

Los niños no comienzan a sumar y a restar a través de las operaciones básicas, su proceso es gradual, iniciando con el agrupamiento de objetos hasta desarrollar procedimientos más sofisticados.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos entre otras cosas, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentamos a la tarea de resolver problemas.

La propuesta y aplicación de estrategias para resolver problemas debe implicar un reto para los alumnos, que relacionen los contenidos que los niños deben adquirir, en este caso en tercer grado.

Por lo tanto, nuestra pregunta de investigación queda enfocada como: **¿Un programa de intervención basado en la estrategia de 4 PASOS DE PÓLYA, facilita la resolución de problemas aditivos de cambio, combinación y comparación a los alumnos de 3° de primaria?**

Para que el niño comience a construir su lógica matemática debe conocer conceptos y desarrollar habilidades que le permitan utilizar herramientas matemáticas y de ese modo, aumentar sus conocimientos.

Objetivos generales:

Identificar el nivel de contenidos que tiene el alumno para resolver los problemas aditivos, así mismo identificar cómo los resuelve.

Evaluar a los alumnos antes y después de aplicar el programa.

Aplicar un programa de intervención con actividades basadas en la estrategia de los cuatro pasos de Pólya, que le permitan resolver los problemas de estructura aditiva de cambio, combinación y comparación.

Hacer un análisis comparativo de la evaluación de antes y después de la aplicación

Justificación

El trabajo con la asignatura de matemáticas ha sido difícil, no solo por su complejidad y alto grado de abstracción, sino también por la falta de conocimiento y la estricta mecanización del contenido por parte del maestro, (Saldaña, 1997, 41) menciona que “La enseñanza de las matemáticas se ha convertido en uno de los problemas más críticos de la escuela. Después de muchos años de escolaridad, los alumnos no saben resolver problemas sencillos ni aplicar formulas”. Lo cual se debe a que la gran mayoría de los casos, los maestros presentan dificultad al enseñar dicha asignatura y no tienen el suficiente dominio de los contenidos, lo que les impide realizar de manera significativa su enseñanza, y por lo mismo trasmiten su aversión a los alumnos, de manera que para estos se vuelve una materia aburrida y complicada, teniendo como consecuencia deficiencias en el desarrollo de habilidades como la confrontación, la comparación o el análisis, necesarias para el razonamiento matemático.

Se priorizo en la enseñanza de las matemáticas el aprendizaje de conceptos, la separación de los conocimientos con las expectativas de los niños, y sobre todo, la inflexibilidad para permitir que el niño resolviera problemas como ya sabía, a su manera, pues se pedía de inmediato aprendieran a utilizar en este caso, las operaciones cuando los alumnos no habían tenido si quiera cercanía a ellas y a su utilidad.

Cabe mencionar que para esta investigación se diseñaran problemas aditivos de cambio, combinación y comparación; donde sobresalga la operación que tienen que realizar o el proceso que deben seguir los alumnos para llegar al resultado, además plantearemos problemas para el grado en que se encuentran.

De acuerdo con la información consultada en diversas fuentes logramos estructurar el presente trabajo que la enseñanza de las matemáticas se ha convertido en una actividad difícil para los maestros debido a que la presentación de los contenidos implican una relación con la experiencia de los niños, aspecto difícil por la gran complejidad que ello representa, por tal motivo con esta investigación pretendemos presentar una estrategia de cuatro pasos, que sea significativa para los alumnos en el proceso de la resolución de problemas y que a la vez sea un camino viable que permita al profesor ayudar a sus alumnos a comprender mejor las matemáticas, específicamente la resolución de problemas matemáticos aditivos de cambio, propiciando en ellos una actitud consiente y reflexiva de sus propios procesos, permitiéndole analizar la información y dar respuesta de acuerdo a sus experiencias en la vida cotidiana, evitando así la mecanización del trabajo que lleva a la enseñanza o aprendizaje de las matemáticas fuera de contexto

MARCO TEÓRICO

1. LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DESPUÉS DE LA REFORMA DE 1993

La reforma introducida en 1993 postulaba que los alumnos aprenderían mejor si sus profesores les plantearan problemas para que, al resolverlos, construyeran nuevos conocimientos. La reforma pretendida no era cosa menor, pues significaba un replanteamiento de las formas tradicionales con que se explicaba el aprendizaje, así como una resignificación del papel del profesor. Probablemente por ello, al periodo de incorporación de la reforma le siguió una serie de estudios que buscaban, indagar el cómo los principios de aprendizaje y enseñanza introducida tomaba forma en la práctica.

El conjunto de dichos estudios señala que los profesores han operado una transposición importante en las ideas introducidas oficialmente. Carvajal a y b, (1996 y 2001) menciona, con base en el análisis del trabajo alrededor del libro de texto gratuito de matemáticas de primer grado que, las situaciones presentadas en las lecciones se adaptan constantemente, que el texto se utiliza para practicar la lectura. Este dato complementa las afirmaciones de Ávila (1996) y Lizarde (2001) acerca de que los profesores y profesoras del grado privilegian la enseñanza de la lectura por sobre el aprendizaje de las matemáticas.

Carvajal identifica otros rasgos comunes en la práctica, como por ejemplo la importancia otorgada al conteo y el permitir o incluso promover que los niños cuenten con los dedos Carvajal c, (1996). Pero además de los rasgos comunes se encuentran también diferencias en el trabajo realizado; se vinculan al profesor de manera distinta con los niños, con las matemáticas y con los libros de texto. Hay por ejemplo, quien promueve vínculos lúdicos con los materiales, mientras hay quien cuida que los niños vayan aprendiendo términos correspondientes al lenguaje matemático "formal", mostrando ésta como una de sus principales preocupaciones.

a) la participación del grupo escolar es importante para que la actividad planteada en el texto pueda resolverse;
b) que los niños son capaces de hacer mucho más de lo que sus profesoras creen; y
c) que se percibe una tendencia a asignar calificación a todo lo que los niños hacen y esto llega a modificar la actividad propuesta en los materiales e, incluso, a quitarle su sentido original.

En relación con el tercero y cuarto grado sabemos que en ocasiones hay dificultades para llevar a la práctica algunas de las actividades propuestas en los libros de matemáticas, pues los niños realizan actividades "sólo por hacerlas", sin manejar ningún contenido matemático García, (1996). De tal manera, según García Herrera, los textos de matemáticas no vertebran la enseñanza; las lecciones que más se utilizan son las que incluyen material concreto, pero las modificaciones hechas por las docentes a las lecciones modifican también los contenidos, son los libros comerciales lo que tienen más presencia en la clase porque brindan temas o actividades concretas.

En general, los problemas planteados son sencillos e involucran vivencias de los niños, (tratan de juguetes, dulces, deportes, canicas, u otros juegos); en todos los casos se promueve que los niños utilicen estrategias personales de resolución y con frecuencia se usa material manipulable (corcholatas, palitos...etc); Téllez, (1997) considera; que eventualmente se utilizan fotocopias de libros de texto comerciales "porque el libro gratuito no trae suficientes ejercicios", o que se enseña con números hasta centenas, aunque el programa no lo señale de esta manera.

Otro estudio realizado pocos años después de los arriba citados Alvarado, (1999), confirma el hecho de que es de la experiencia y la preparación de los profesores de las que deriva un estilo particular de apropiación de la propuesta de enseñanza de las matemáticas vigente.

Por otra parte, esto permite ver la apropiación paulatina de los principios de la reforma con el paso del tiempo: tiempos a -didácticos progresivamente más prolongados, mayor frecuencia y libertad en el uso de estrategias espontáneas, mayor oportunidad de argumentar respuestas. Como algunos investigadores han señalado (por ejemplo Ávila, 1999), para la incorporación de la nueva propuesta de enseñanza, los profesores habrían de vencer dificultades de tipo técnico (desarrollar nuevas habilidades) y enfrentar como obstáculo principal la aceptación de que los alumnos pueden trabajar productivamente sin su control. El acompañamiento de un asesor, así como la discusión organizada con otros colegas, colabora en la superación de los dos tipos de dificultades. Así lo deja ver el estudio que realiza Salinas, (2001).

También en el sentido de las dificultades enfrentadas van las reflexiones derivadas del estudio realizado recientemente por Block, Martínez, Dávila y Ramírez (2000). Situados en el sexto grado, estos investigadores concluyen que los enfoques actuales sobre la resolución de problemas distan todavía de poderse llevar a la práctica plenamente en los salones de clase, pues se identifican algunas dificultades: limitaciones de las propuestas ofrecidas a los maestros (situaciones insuficientemente adecuadas, o carentes de secuencia); el lugar privilegiado que se concede a la aplicación de técnicas formales, y la dificultad de validar procesos informales, inacabados.

Otro estudio reciente acerca de las formas en que la reforma a las matemáticas ha repercutido en las escuelas, es el realizado por Ávila y un grupo "de investigadores (Avila, dir., 2000). En él se intentó analizar desde perspectivas complementarias las formas que habían tomado en las aulas los principios curriculares introducidos en 1993. Este estudio, sustentado en el análisis de clases llevadas a cabo en escuelas de distinto tipo (rurales, urbano-marginadas; urbanas de prestigio académico) da cuenta de lo que en la propia investigación se denominan realizaciones de la reforma. En este marco, Mendoza (2001) afirma que los problemas ahora tienen frecuencia importante en las clases, pero señala también, en relación con la presencia de los problemas, que hay una distancia entre lo que se esperaba que ocurriera con la reforma a la enseñanza de las matemáticas y lo que ocurre realmente en las clases. En ellas, dice Mendoza, abundan los problemas que implican una sola operación con la incógnita en el dato final, y en los cuales los niños aplicarán un algoritmo ya conocido para obtener la solución. Los problemas más frecuentes siguen siendo los de aritmética, seguidos por los de medición; en mucho menor grado se plantean problemas de geometría o de probabilidad y azar. Datos similares reporta por su parte Lizarde, (2001), a cuyo decir los problemas son frecuentes en los seis grados de la educación primaria, pero siguen siendo similares a los previamente resueltos en la clase y mantienen un formato tradicional (cierta estructura, presentación de los datos en el orden en que serán utilizados) y los profesores no logran sustraerse a la tentación de ofrecer "pistas", incluso cuando se solicita a los alumnos "inventar" los problemas.

Otra vertiente del estudio dirigido por Ávila refiere al tratamiento didáctico que los profesores dan a los errores de sus alumnos en la clase de matemáticas Aguayo, (2001). Las conclusiones derivadas de esta parte del estudio señalan que, no obstante la diversidad en las prácticas de enseñanza de las matemáticas, los tratamientos didácticos del error pueden clasificarse en tres grupos: a) "mecanismos de evitación del error"; b) usos tradicionales de los errores; c) aproximaciones hacia nuevos tratamientos de los errores.

A decir de Aguayo, en las formas en que los docentes han traducido los principios del enfoque de enseñanza, se observa un proceso orientado a la descentración del profesor como autoridad de validación del error; sin ser idóneos, dice, los diversos tratamientos observados constituyen etapas de ese proceso. Afirma también que no son pocos los profesores que han reconocido la importancia de utilizar el error como oportunidad de aprendizaje, pero dice que hay en la mayoría de ellos un rasgo relevante: a pesar del adecuado tratamiento que realizan de los errores, los mecanismos didácticos específicos para su tratamiento, constituyen ausencias notables. También como parte de este mismo estudio, Ávila b (2001) hace un conjunto de reflexiones derivadas de los datos obtenidos:

- La mayoría de los profesores observados aceptaron la reforma por los beneficios intelectuales que ofrece a los niños (hacerlos razonar, vincular la escuela con la vida...).
- De manera distinta a lo observado en los primeros años de la introducción de la reforma, los textos y otros materiales ofrecidos por la Secretaría tienen una presencia importante en las clases.
- La propuesta de enseñanza de las matemáticas ha generado "nuevas formas de pensar la práctica de la enseñanza", nuevas

ideas, aunque éstas no fueron fieles reproducciones de las oficialmente introducidas (no tendrían por qué serlo, dice).

• Se observan avances, pero también aspectos que generan dificultad: a) la realización del trabajo en equipo, tal como es llevado a la práctica, se muestra como punto vulnerable en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; b) la noción de actividad y problema, cuyo significado es necesario terminar de conformar.

Finalmente, se dice, no fue posible establecer una vinculación clara entre la introducción o no de los principios de la reforma en los salones de clase con la obtención de altos puntajes en la resolución de un examen.

Un dato adicional aportado por Lizarde en relación con las prácticas de enseñanza que hoy se desarrollan en las escuelas merece ser destacado: los profesores continúan preocupados por los procedimientos; los exámenes de "Carrera Magisterial" y "Olimpíada del Conocimiento" favorecen tal situación Lizarde, (2001).

1.1 Las reformas curriculares. 1993 - 2008

En nuestra búsqueda, identificamos un trabajo cuyo objetivo permitió comparar los procesos de enseñanza ocurridos en las dos décadas cruzadas por la reforma educativa del 93. Este estudio (Avila, a 2001) sobre la base de observaciones de clase realizadas en los dos periodos antes referidos, señala que la enseñanza de las matemáticas desarrollada en los años ochenta tenía realizaciones heterogéneas y que, en ocasiones, dichas prácticas posibilitaban aprendizajes con significado. En especial, dice Ávila, las relaciones didácticas basadas en la noción de comunicación (no sólo de trasmisión) y de "explicación a la medida" posibilitaban lo anterior pues, en los hechos, se trataba de profesores "centrados en sus alumnos" que, al buscar satisfacer las dudas y asegurarse de que "todos hubiesen entendido" permitían que ciertos niveles de confianza a la vez que de comprensión tuviesen lugar.

También en el mismo periodo, Ávila reporta la que llama "reforma adelantada". Lo hace sobre la base del recuento de la acción de una profesora que habiéndose actualizado por voluntad propia utilizaba de manera exitosa el enfoque constructivista que después daría sustento a la reforma a la enseñanza. A decir de Ávila, en el conjunto de casos que analiza en el periodo posterior a la reforma y que corresponden a sus cuatro primeros años, la "devolución franca" (de la responsabilidad del aprendizaje a los alumnos) practicada por esta profesora no es observada sino muy eventualmente y ésta es generalmente sustituida por la "devolución dosificada", es decir, por espacios de libertad breves, de tal forma que el docente que la practica no pierde el control de los acontecimientos. El temor a la pérdida de control, confirma lo reportado por Block, Dávila y Martínez (1995) en el marco de un proceso de formación de profesores.

También señala que lo primero que debe hacer el niño para resolver un problema es organizar y analizar la información que se le presenta, ya sea oral, escrita o mediante ilustraciones, con lo cual se hace ver que el maestro le debe ayudar al alumno a obtener y analizar información para contribuir al mejoramiento de su capacidad para plantear y resolver problemas. Para esto es necesario contar con los elementos adecuados para enseñar a los alumnos, y sobre todo, saber utilizarlos cuando se cuenta con ellos.

Cuando los alumnos comienzan a resolver problemas es importante que se les permita realizarlos con sus propias estrategias y recursos, ya que los alumnos poseen conocimientos que les dan la oportunidad de organizar la información a su manera, y encontrar a partir de sus experiencias una solución para dar respuesta a lo que se les pide. "La resolución de un problema se inicia casi siempre con procedimientos de ensayo y error: se prueban hipótesis, ideas, resultados particulares. Al resolver otros problemas similares, poco a poco se van construyendo ciertas relaciones que permiten elaborar procedimientos más sistemáticos." (SEP, 1995, 19)

Es conveniente que el alumno resuelva diversos problemas para crear relaciones entre los procedimientos que encuentra para resolverlos, para que después sea capaz de elaborar un procedimiento que sea más eficaz y que le sea más útil al aplicarlo en diversas situaciones. Además no debemos olvidar que antes de" que el alumno utilice el algoritmo convencional para resolver un problema, realiza un proceso de búsqueda de la solución por medio de tanteos, ensayos, errores y correcciones, y no es sino después de resolver varios problemas que puede identificar la eficacia de determinado procedimiento. SEP, (1995)

El nuevo enfoque de las matemáticas menciona que para que el maestro dé la oportunidad al alumno de hacer matemáticas tiene que dejarlo descubrir sus propias herramientas que le ayuden a resolver problemas, y no decirle cómo es que tienen que hacer tal o cual cosa, porque entonces le anula cualquier posibilidad de desarrollo de sus habilidades matemáticas, y por lo tanto le cierra las puertas para poder ser capaz de enfrentarse por sí mismo a situaciones de su vida cotidiana.

"Para que una situación sea un problema interesante, debe:

- Plantear una meta comprensible para quien la va a resolver,
- Permitir aproximaciones a la solución, a partir de los conocimientos previos de la persona,
- Plantear un reto, una dificultad." (SEP, 1995, 18)

Retomando la información anterior, los problemas matemáticos deben manejar cierta familiaridad tomando en cuenta la edad, el contexto y las necesidades de los alumnos a quienes se les presentarán, pues si el problema no tiene significatividad para los niños, no tendrá sentido para ellos resolverlos, en primera porque tal vez ni siquiera lo comprendan, y en segunda, porque, aunque presenten dificultad, será tan complejo y ajeno que prefieran darse por vencidos sin intentarlo. Por esto es que el maestro debe tener cuidado con el contexto del problema que presente.

Los problemas aditivos que se trabajan en la escuela primaria son aquellos que hacen referencia a los que utilizan la suma y la resta. No obstante, saber sumar y restar no es lo mismo que resolver problemas con suma y resta, porque en éstos, además, se debe comprender la situación planteada, para saber qué es lo que se te pide, analizar la información para saber qué operación va a utilizar, y sobre todo poder acomodar los números según los datos, porque no siempre el número que buscamos es el total, puede ser el minuendo o el sustraendo, o los sumandos según sea el caso.

Es importante saber que dentro de los problemas aditivos encontramos cuatro estructuras: de cambio, de combinación, de igualación y de comparación. Los problemas de cambio y de igualación implican una relación dinámica, es decir, se hacen transformaciones en el conjunto, mientras que los de comparación y combinación sólo plantean una relación estática, es decir no hay transformación SEP, (1996) ejemplos:

- Eduardo tenía 4 canicas. Miguel le dio 5 más. ¿Cuántas canicas tiene Eduardo ahora?
- Eduardo tenía 9 canicas. Le dio 5 canicas a Miguel. ¿Cuántas canicas tiene Eduardo ahora?
- Eduardo tiene 9 canicas. Miguel tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Eduardo más que Miguel?
- Eduardo tiene 9 canicas. Miguel tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Miguel menos que Eduardo?

Sin embargo "no es necesario que los niños aprendan a distinguir la estructura de los problemas, ni mucho menos que se aprendan los nombres de esas estructuras. Es con la experiencia en la resolución de problemas diversos que ellos van construyendo poco a poco las relaciones necesarias para saber que corresponden a determinada operación." (SEP, 1995, 124) De igual manera sucede con los cuatro tipos de problemas aditivos, los niños los resolverán con el procedimiento que ellos encuentren de acuerdo al análisis de la información que realizaron, en ese momento descubrirán si hay transformación o no y lo podrán resolver aunque no sepan el nombre de la estructura, con la ayuda del maestro y con la continua práctica identificarán el tipo de problema reconociendo las transformaciones, y los resolverán de una manera más sencilla.

No debemos esperar que la primera vez que el alumno resuelva un problema aditivo lo haga utilizando la suma o la resta, porque aunque ya sepan realizarlas, necesitarán la intervención del docente y de la práctica para identificar los problemas en los que tengan que usar dichas operaciones. SEP (1995). Por lo tanto el maestro debe permitir que el alumno los resuelva a su manera, como lo hace fuera de la escuela, hasta que de manera paulatina, el maestro, con sus estrategias los vaya acercando a dichos procedimientos.

Es importante mencionar que en tercer año la complejidad del uso de la suma y la resta se centra en el tipo de problema planteado y no precisamente en el tamaño de la cantidad de números. También influye la manera en que el problema esté estructurado, porque esto conlleva un análisis diferente de cada problema. SEP (1995)

Retomando la información anterior, cabe señalar la necesidad de la propuesta y aplicación de estrategias por parte del maestro para resolver problemas que impliquen un reto para los alumnos, de manera que se relacionen los contenidos que los niños deben adquirir, en este caso en tercer grado, para enseñar ambos propósitos juntos. Por lo tanto, la propuesta se enfoca en el diseño y aplicación de la estrategia de cuatro pasos de Pólya que pueda facilitar la resolución de problemas aditivos de cambio, mediante el uso de las operaciones básicas, tales como la suma y la resta.

2. LA CONSTRUCCIÓN DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

El mundo en el que los alumnos están inmersos está rodeado de las matemáticas en todos los ámbitos, porque ellas ayudan al ser humano a organizar información para resolver problemas que les permitan simplificar actividades de la vida diaria, para lo cual es necesario que el niño:

“Observe lo concreto, lo que ocurre, lo que le rodea,
Relacione lo que observa con otras experiencias o con otros objetos,
Abstraiga, es decir, llegue a conclusiones; a ideas, a conceptos
Aplique lo que observa, conozca relaciones y
Lo utilice en su vida cotidiana". (DGDS, 2001, 17)

Para que el niño comience a construir su lógica matemática debe conocer conceptos y desarrollar habilidades que le permitan utilizar herramientas matemáticas y de ese modo, aumentar sus conocimientos. "El alumno debe saber dónde está y dónde se encuentra lo que le rodea, tomar conciencia del paso del tiempo, separar o agrupar objetos a partir de sus semejanzas y diferencias, ordenar los elementos de un conjunto según sus diferencias, ya sea en forma creciente o decreciente, descubrir que aunque los objetos cambien de posición o forma, la cantidad se conserva, y por último, buscar relaciones entre los conjuntos comparados entre sí para buscar un número" (DGDS, 2001, 17)

Jean Piaget señaló que dentro del proceso de la construcción de la lógica-matemática, los alumnos desarrollan habilidades que le permiten ir avanzando en la construcción de las matemáticas, dentro de las cuales tenemos las siguientes: la noción de conservación, de clasificación, de seriación y la de construcción del concepto de número, entre muchas otras. Cabe mencionar que las habilidades mencionadas son desarrolladas a continuación para entender mejor la teoría de Piaget respecto al presente apartado

Los sujetos deben saber que los cambios modifican las cosas, y entender que en la realidad se producen algunas transformaciones, de las cuales algunas son reversibles, es decir, volver a su estado original, y otras no. Sin embargo, aunque materialmente no lo sean, sí se puede lograr mentalmente, ya que a través de la mente las cosas vuelven a su estado inicial. Además es importante saber que algunas transformaciones modifican más aspectos que otras, pero que hay aspectos invariantes, o sea, nociones de conservación que acompañan a las transformaciones. Jean Piaget estudió la comprensión de algunas nociones de conservación en el pensamiento, una de ellas es la conservación de las sustancias Del Val, (1997). Para poder entender la realidad es necesario organizarla, lo cual quiere decir que hay que hacer conjuntos con cosas de iguales características, y establecer semejanzas entre ellas, lo que supone hacer clasificaciones, las cuales "tienen una serie de propiedades lógicas que los sujetos van construyendo a lo largo de su desarrollo. Los niños van siendo capaces de resolver problemas de diversa complejidad, hasta que comprenden las principales propiedades de una jerarquía de clases" (Del Val, 1997, 332)

Es necesario reconocer que así como se agrupan las cosas con características semejantes, también se pueden ordenar según sus diferencias, a esto se le llama seriación, la cual es una operación de clasificación. Un claro ejemplo es la ordenación según el tamaño creciente de objetos de diferente tamaño. Del Val, (1997)

Se podría pensar que el alumno adquiere el concepto de número porque sabe sus nombres y porque los puede utilizar para contar, pero siendo la adquisición de la noción de número uno de los aspectos importantes del desarrollo del conocimiento del niño, dicha actividad resulta muy compleja. "Para construir la noción de número los sujetos tienen entonces que concebir que cada número constituye una clase de todos los conjuntos de objetos con los que se puede establecer una correspondencia biunívoca (el 4 es coordinarle con todos los conjuntos que tienen 4 elementos) y está incluido en los siguientes (que 1 está incluido en 2, 2 en 3, y así sucesivamente). Pero la noción de número implica también una seriación que corresponde al número ordinal y que es lo que permite distinguir unos números de otros y disponer de un procedimiento generativo que hace posible, no aprender los números independientemente unos de otros, sino producir números indefinidamente" (Del Val, 1997,338)

Necesario es mencionar que las habilidades no son desarrolladas al mismo tiempo en todos los niños, lo cual explica por qué algunos alumnos tienen mayor o menor dificultad para comprender mejor los conceptos matemáticos en una edad ya avanzada cuando se supondría que los estudiantes deberían tener los mínimos conocimientos de base bien consolidados.

Constance Kazuko Kamii, quien trabajó bajo la dirección de Jean Piaget en el Centro Internacional de Epistemología y Genética, presentó en su libro "Reinventando la Aritmética II", dos principios de enseñanza que sustentan que el conocimiento lógico-matemático debe construirlo cada niño, el primero consiste en animar a los niños a que inventen sus propios procedimientos en lugar de enseñarles a resolver problemas, y el segundo es animar a los niños a que inventen procedimientos distintos para solucionar el mismo problema. El tercer principio es consecuencia de la importancia de la interacción social en la construcción del conocimiento lógico - matemático, el cual dice: evitar reforzar las respuestas correctas y corregir las incorrectas; potenciar el intercambio de puntos de vista entre los niños. Por último, el cuarto principio es consecuencia del tercero y del objetivo de centrarse en el pensamiento Kamii, (1994). Cabe decir que una vez que los alumnos han desarrollado las habilidades expuestas anteriormente, están en posibilidades de aplicar estos principios, ya que los niños emplearán sus habilidades para descubrir cómo resolver problemas, además, si ellos inventan sus procedimientos, serán capaces de inventar otros para aplicarlos en futuros aprendizajes. También es importante tener muy presente que los alumnos construyen mediante el intercambio de puntos de vista, ya que por lo tanto, debemos centrarnos más en su pensamiento que en la escritura de su pensamiento.

Por último, es conveniente señalar que "los niños adquieren el conocimiento lógico-matemático construyéndolo (haciéndolo) desde dentro en interacción con el entorno, no interiorizándolo desde fuera mediante la transmisión social". (Kamii, 1995, 15)

2.1 El pensamiento matemático en los niños.

Es necesario considerar que todos los alumnos tienen diferentes ritmos de desarrollo, porque todos son distintos, unos más grandes de edad, unos introvertidos, unos más prácticos, unos con mayor apoyo de los padres, otros con más madurez en su pensamiento, etc., lo importante de esto, es que el maestro respete a cada niño según sus capacidades y recupere de ellos su mejor aportación para ayudarlos a salir adelante.

Al respecto, Ana Woolfok sostenía que "Hay ocasiones en que todo lo que se necesita para enseñar un nuevo concepto a un estudiante es brindarle algunos hechos básicos como antecedentes. Sin embargo, otras veces son inútiles todos los hechos y antecedentes que pueda dársele, el estudiante sencillamente no está preparado para aprender el concepto" (Woolfok, 1999, 236), siguiendo con su teoría, una de las influencias más importantes sobre nuestros procesos de pensamiento es la maduración.

Debido a las diversas formas de estimulación que recibe un niño, a sus diferentes experiencias y contextos, no todos maduran al mismo tiempo, y de esto dependerá que el estudiante esté preparado o no para aprender.

El trabajo de Piaget fue dirigido hacia explicaciones del proceso de desarrollo mental de los niños, principalmente la formación de conocimientos. Consideraba que las conductas eran complejas desde el principio, pero también, que las formas complejas se van construyendo y que cambian a lo largo del desarrollo.

Mencionaba que desde el nacimiento, el organismo dispone de una serie de conductas, clasificadas como reflejas, que son las que permiten la construcción de la conducta posterior. Mediante su ejercicio, estas conductas reflejas se consolidan y dan lugar a esquemas que irán cambiando de forma continua. (Woolfok, 1999, 237). El esquema lo definió como un "tipo de conducta estructurada susceptible de repetirse en condiciones no absolutamente idénticas. Así, mediante el ejercicio, los esquemas se van a ir diferenciando en nuevos esquemas que a su vez darán lugar a otros esquemas diferentes " (Woolfok, 1999, 58).

Los esquemas permiten actuar sobre el medio, es decir, realizar una actividad asimiladora, que al mismo tiempo da lugar a esquemas nuevos mediante el proceso de la acomodación, por lo tanto los esquemas son modificados continuamente a través del proceso de asimilación y de acomodación.

Los esquemas se van haciendo más complejos, más diversificados, adoptan un orden jerárquico y se organizan, a partir de los 7 años, en sistemas que se denominan de operaciones. Estas últimas son acciones interiorizadas en estructuras de conjunto, lo cual es importante porque indica que los esquemas no están aislados, sino que permanecen conectados a otros esquemas de acciones, y es así como el individuo construye la realidad. Para Piaget la fuente del conocimiento está siempre en la actividad del sujeto que nunca es pasivo sino que busca en el medio los elementos para modificar sus esquemas. Dividió el desarrollo intelectual del sujeto en estadios, los cuales se caracterizan por la utilización de diferentes estructuras.

Para Bergeron y Herscovics, (1990) Mencionan que alrededor de los 5 o 6 años los niños pueden trabajar con una sola cantidad (saben cómo contarla). Este conocimiento basta para resolver los problemas de cambio más sencillos, los de adición en los que la incógnita se sitúa en el resultado. Por el contrario, este nivel de conocimiento no les permite resolver los de combinación, ni los de comparación, dado que éstos demandan la comparación simultánea de dos cantidades.

Entre los 6 y 7 años relacionan de manera causal el cambio que se produce en el conjunto inicial y la acción que lo provoca. Ahora son capaces de estimar la dirección del cambio (incremento o decremento) y de relacionarla con las operaciones aritméticas de adición y sustracción. Por ejemplo, podrían resolver un problema de cambio con la incógnita en el segundo sumando contando desde la cantidad menor hasta la mayor ("Luis tenía 5 cromos y compró algunos. Ahora tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos compró?").

En torno a los 7 u 8 años han adquirido el esquema parte-parte-todo que los capacita para manejar una situación estática en la que tienen que imponer ellos mismos una estructura sobre la situación descrita en el problema verbal. Por ello, resuelven problemas de cambio con la incógnita en el primer término.

A partir de los 9 o 10 años los niños disponen de los esquemas necesarios para solucionar los diferentes problemas de comparación.

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para el siguiente apartado consultamos diferentes autores que estudiaron la resolución de problemas para retomar las investigaciones sobre el proceso que se debe seguir para resolver problemas, y en especial, para reconocer cómo se sugiere su enseñanza. Además, seleccionamos un apartado especial para los problemas aditivos, ya que sobre ellos se trabajará en la propuesta de intervención, haciendo hincapié en los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación, de los cuales hablaremos en otro apartado.

3.1 Categorización de los problemas

Como hemos señalado hasta el momento, es muy importante relacionar lo que se aprende en la escuela con lo que los niños saben, con lo que ellos han construido a través de sus experiencias a lo largo de su vida, así los alumnos se interesarán en lo que hacen y podrán ver la utilidad de ese aprendizaje en algo real y práctico. Constance Kamii tuvo presente este aspecto al realizar sus prácticas, ya que ella, a raíz de sus investigaciones mencionó que los tipos de problemas que interesaban a los niños podrían agruparse en las siguientes categorías: situaciones de la vida diaria dentro y fuera de la escuela, la vida personal del enseñante, problemas elaborados por los propios niños y situaciones que se plantean en otras áreas del currículo.

Las cuatro categorías mencionadas abordan actividades cotidianas familiares para los alumnos a las cuales se han tenido que enfrentar directa e indirectamente y que han resuelto en distintos momentos según sus conocimientos e interpretaciones. El maestro debe estar atento a lo qué dicen y hacen sus alumnos, ya que ellos les dejarán saber qué les atrae y qué no, y los ayudarán a ser mejores enseñantes.
Es cierto que es muy difícil pensar problemas todos los días, pero dejará de serlo cuando nos demos cuenta de que las matemáticas nos rodean por todas partes y que los niños son quienes hablan, piensan y juegan con ellas.

Debemos tener claro que además de tener en cuenta los problemas que les gustan resolver a los niños es necesario reconocer los elementos importantes que se necesitan para resolverlos, ya que en ellos encontramos características relevantes que se deben tener presentes en el proceso de resolución.

3.2 Elementos importantes para la resolución de problemas

Es necesario tener presente que el nuevo enfoque de las matemáticas maneja la resolución de problemas como punto central del aprendizaje, y es importante saber que, aunque una de las principales dificultades del aprendizaje matemático es la gran cantidad de conceptos abstractos que maneja, también es cierto que "si bien las matemáticas utilizan un lenguaje abstracto, los conceptos básicos se apoyan totalmente en lo concreto, parten de lo real. Su dificultad deriva de una enseñanza desvinculada de la realidad, sin base en lo concreto. En muchos casos reducimos las matemáticas a procedimientos y fórmulas que deben ser aprendidas aun cuando no se comprendan" (Saldaña, 1997,93), y sobre todo, se les enseña a los niños que lo escolar es aparte de lo cotidiano, y por lo tanto el maestro no le ayuda a relacionar los conocimientos aprendidos en la escuela con los que aprendió a través de sus experiencias de la vida cotidiana, y por lo tanto no se puede hablar de que el alumno ha aprendido, puesto que no es capaz de aplicar en diversas situaciones los conocimientos que le permitirían simplificar sus actividades.

Es preciso estar consciente de lo esencial que es para el alumno interactuar con el objeto de conocimiento a través de la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas para que realmente se le enseñe y aprenda matemáticas, ya que el buscar solución a algún problema representará un reto intelectual para el alumno, y de este modo, él se interesará y será capaz de buscar hasta descubrir la respuesta que cumpla con sus necesidades. Block, (1996) La resolución de problemas se ha visto como la forma más elevada del aprendizaje, porque "es un proceso por el que quien aprende descubre una combinación de reglas previamente aprendidas… para lograr una solución a una nueva situación problemática" (Orton, 1990,118) porque se organiza la información que se posee para dar paso a un nuevo aprendizaje a través de la sistematización de los conocimientos previos.

Para que los alumnos resuelvan un problema se sugiere que su enseñanza se realice dentro de una asignatura, específicamente en matemáticas Mayer, (1986) porque en ésta encontramos situaciones en las que el alumno se ve en la necesidad de realizar operaciones, y sobre todo, de manejar casos que se le presenten en su vida diaria. Charnay en Cecilia Parra, (1997) escribió que las matemáticas se han construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas, es decir, que en cada área en la que el ser humano se desenvuelve, se plantean problemas con estrecha vinculación con otros campos (el doméstico, el escolar, el de trabajo, el financiero, etc.).

Orton mencionaba en su libro "Didáctica de las matemáticas" que los problemas no deben ser rutinarios, porque cada uno debe ser novedad para la persona que va a aprender y retomando la posición de Ana Miranda, concordando con ella acerca de lo qué es un problema, es importante que para que éste lo sea se presenten dos circunstancias, la primera, que la persona que lo vaya a resolver precise una solución, y la segunda, que no exista un camino obvio para resolverlo. Miranda, (1998)

Además es importante que la presentación de los problemas sea variada, así como "el número de soluciones, los métodos posibles de resolución y el tipo de conceptos matemáticos que intervienen" (Mayer, 1986,109). También debemos estar conscientes de que la solución del problema no solo dependerá de si el alumno posee los conocimientos y las destrezas que se requieren para ello, sino también que sepa utilizarlos en cada situación según sea el caso, porque como dice Orton, la resolución de problemas es generador de procesos para el que aprende, ya que éste combina elementos del razonamiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para solucionar nuevas situaciones. (Orton,1990,118)

Para que se pueda dar solución a un problema es esencial, primero, comprender qué es lo que se nos está pidiendo, es decir, traducir las palabras del problema a una representación interna, porque la resolución de problemas es mucho más rica que la aplicación mecánica de un algoritmo, pues implica crear un contexto donde los datos guarden una cierta coherencia, para ello es necesario ver qué datos son prioritarios, rechazar los elementos distorsionadores, escoger las operaciones que los relacionan y estimar el rango de la respuesta. Orton señala que los tipos de conocimientos esenciales para la traducción o comprensión del problema son: lingüístico, semántico y esquemático, y que el segundo gran paso, es la aplicación de las reglas del álgebra y la aritmética a la representación interna. (Orton, 1990, 118) Con la posición anterior podemos señalar que la resolución de un problema implica la explicación coherente de un conjunto de datos relacionados dentro del contexto, para después dar paso a la aplicación de los procedimientos formales de las matemáticas.

Se presentan 5 etapas en la secuencia de acontecimientos en la resolución de problemas:

1.- La presentación del problema,

2.- La definición del problema en términos,

3.- La formulación de una hipótesis,

4.- El ensayo de la hipótesis

5.- Y la comprobación de la hipótesis (Orton, 1990, 21)

Estas 5 etapas exponen los pasos para la resolución de los problemas de igual manera que la estrategia que seleccionamos para la aplicación de la propuesta debido a la sistematización que conlleva al análisis de la información presentada. Sin embargo, dentro de estas etapas se ponen en práctica 4 tipos de procesos o conocimientos señalados por Vergnaud para la resolución de problemas matemáticos: traducción, integración, planificación y monitorización Vergnaud, (1998)

La primera consiste en elaborar una representación interna a partir de una representación externa el conocimiento lingüístico permite al sujeto comprender las frases en castellano para realizar una representación mental del problema; la segunda es la combinación de las frases del enunciado del problema en una representación coherente. Para integrar la información los estudiantes necesitan conocimientos esquemáticos para reconocer los tipos de problemas; la tercera es el establecimiento de una secuencia de resolución del problema; y por último, la monitorización que es el control de la ejecución. La ejecución de la solución requiere que el estudiante utilice el conocimiento procedimental para aplicar las reglas de la aritmética adecuada y eficientemente cuando lleva a cabo cálculos en el plan de solución. Mayer, (1986)

Sin embargo, para que el alumno pueda ser capaz de adquirir esos procesos, no es solo necesario el conocimiento teórico que posee, sino que además necesita una serie de requisitos que le permitan llegar al desarrollo de las habilidades necesarias para la resolución de problemas.

Para Ana Miranda los requisitos básicos para la resolución de problemas, son de tres tipos: cognitivos, metacognitivos y afectivos.

1. Cognitivos

La persona debe comprender y dominar las operaciones aritméticas entendiendo que estas constituyen formas "económicas" de manejar la realidad.

El sujeto debe comprender a qué hace referencia el problema, qué tipo de información es la que se le pide y, con base en esto, qué operación u operaciones sería pertinente aplicar.

Capacidad para llevar a cabo una correcta representación del problema.

Capacidad para dar solución al problema, lo que implica planificación y ejecución de estrategias.

2.- Metacognitivos

Las características metacognitivas se refieren a la habilidad para hacer predicciones acerca de las soluciones del problema y para evaluar de forma continua el procedimiento de solución y respuesta

3.- Afectivas

Actitud positiva hacia las matemáticas y la solución de problemas

Percepción de la importancia de la solución de problemas

Aprendizaje independiente

Confianza en la propia habilidad para resolver problemas

(Miranda, 1998, 156-157)

Todos estos requisitos son esenciales para que el alumno al resolver problemas sea capaz, en primer lugar de reconocer qué es lo que se le pide, darse cuenta por él mismo de sus avances a través del proceso seguido en el trabajo de resolución de problemas, tener un acercamiento a las matemáticas reconociendo su utilidad en su actuación diaria identificando de manera específica lo que debe hacer a partir del reconocimiento del problema presentado, porque como sabemos los problemas tienen diversas clasificaciones.

3.3 Investigaciones realizadas de problemas aditivos

A lo largo de la historia de las matemáticas se han hecho estudios referentes a los problemas de estructura aditiva como los de Vargas (1988) y Ávila (1994) le siguieron sólo dos cuyo interés específico fuese analizar las habilidades las estrategias de acercamiento o las dificultades inherentes a la resolución de problemas de este tipo. Uno de estos trabajos es el de Salgado (1995), quien informa que en situación de entrevista, los niños recurren poco al uso de algoritmos para resolver problemas. Tal hecho se interpreta como un problema pedagógico ya que en la escuela, dice Salgado, se pone particular énfasis en el trabajo con los significantes (símbolos) desprendidos de su significado y entonces, los procedimientos canónicos no son útiles para resolver exitosamente ciertos problemas. El segundo trabajo dedicado al tema es el de Flores (2001) quien recupera dicha temática para hacer un análisis de la evolución en los conocimientos y representaciones asociado con la resolución de problemas aditivos: Según esta investigadora ubicada en un marco Piagetiano y específicamente sustentada en los trabajos de Vergnaud el estudio del desarrollo del conocimiento matemático implica entender cómo los individuos adaptan sus esquemas de conocimiento a las situaciones que se les presentan. Esta adaptación puede observarse de distintas maneras, entre otras, como vinculación entre esquemas (por ejemplo el esquema de suma iterada y el de igualación permiten comprender la noción de diferencia) A decir de Flores, también la construcción de nuevos conceptos está en el centro del desarrollo del conocimiento relacionado con las estructuras aditivas, es el caso de las situaciones de comparación en las que hay que calcular la cardinalidad de uno de los conjuntos y la base de la construcción de nuevos esquemas la construyen la noción de diferencia y de operación inversa o reciproca, así como la combinación de ambas.

Otros trabajos, entre lo que se cuentan el de Guerrero (1997) y el de García (1998) abordan la temática de las estructuras aditivas pero más con un afán de búsqueda de mejoras en la enseñanza y de prueba de situaciones tendientes a tal fin. De entre estos trabajos nos detendremos en el de Guerrero porque, aunque el interés de esta investigadora es probar una cierta secuencia de enseñanza, ofrece datos sistemáticos acerca de la capacidad de resolución de problemas aditivos que resultan relevantes en ese recuento. Conforme al pre-test aplicado, los problemas “de cambio” son más fáciles que los de “comparación” y de dificultad semejante en relación con los “de igualación”. En general, nos dice Guerrero, se observa una progresión en la capacidad de resolución relacionada con la edad de los escolares. Sin embargo, aquélla no se presenta en la misma proporción entre los distintos grados ni en tipos de problemas homólogos, ya que entre algunos se constatan grades diferencias mientras que en otros las diferencias son irrelevantes.

En estudios también relacionados con la adicción, aunque más focalizados en algún aspecto específico de esta problemática, se ha dicho que los niños de segundo grado utilizan estrategias de conteo consistentes en: contar todo, seguir contando y otras intermediarias para resolver los problemas de adicción con dígitos que aparecían en los libros de texto gratuitos sustituidos en 1993. Algunos niños no identifican los sumandos en las representaciones aditivas que aparecían en los textos y por lo tanto, no los diferenciaban del resultado total.

3.4 Dificultad de los problemas de tipo aditivo

Los problemas de tipo aditivo se clasifican en: de cambio, de combinación, de comparación y de igualación, y cada uno de ellos presenta relaciones diferentes en sus estructuras, las cuales deben ser analizadas detenidamente para saber qué es lo que se tiene que hacer y cómo, de tal manera que la resolución del problema sea sencilla para que permita llegar al resultado correcto.

La complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función, no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se puedan plantear para cada categoría Vergnaud, (1996).

Además influye el nivel de desarrollo que tengan los alumnos en la construcción de su lógica-matemática, ya que si presentan dificultades en este aspecto, su proceso de resolución de problemas podrá ser más lento y será posible que encuentren obstáculos al realizar conteo, agrupaciones, etc.

Para evitar el fracaso en este tipo de problemas podría ser conveniente, de acuerdo con Block, aplicar problemas que se resuelvan de la misma manera, utilizar repetidamente términos que se asocien a determinadas operaciones (quitar, repartir) y la presentación de información adicional. Sin embargo esto es funcional para ayudar en un principio a los alumnos a progresar en su proceso, pero consideramos conveniente ir presentando diversos problemas con diferentes procedimientos de resolución para que ellos vayan identificando otras formas de dar respuesta, y sobre todo para que tengan mayor funcionalidad en su práctica cotidiana, porque si no los niños solo sabrán resolver determinados problemas y no serán capaces de enfrentarse a todo lo que se les presente más adelante dentro y fuera de la escuela.

Debido a la complejidad de las estructuras de los tipos de problemas aditivos existentes, y a la relación de éstos con las situaciones experimentadas en la propuesta se trabajará únicamente con los problemas de cambio, los cuales se detallan a continuación.

3.5 Problemas de estructura aditiva.

La suma y la resta no podrían ser enseñadas sin hacer referencia a situaciones que impliquen dichas operaciones, por ello es que la enseñanza de los problemas aditivos es necesaria para que el niño integre sus conocimientos, es decir, relacione lo que ha aprendido tanto en la escuela como fuera de ella, pues de esta manera, trabajando con situaciones de su vida cotidiana, aprende paulatinamente a utilizar operaciones que le facilitan la solución de algunas de sus experiencias.

Las matemáticas consideran la adición y la sustracción operaciones sumamente ligadas entre sí Vergnaud (1996), y debido a que los problemas de tipo aditivo encierran a aquellos que necesitan de una adición o sustracción, es importante aclarar que por problemas aditivos se nombran los que para su solución requieren operaciones de suma y/o resta.

Kamii menciona que los niños de desarrollo lento utilizan la adición para resolver la mayoría de problemas, y que conforme se les va animando a resolver una variedad de problemas ellos ya no preguntan ¿tengo que sumar o restar?, sino que son capaces de integrar las operaciones en la resolución de los problemas. Dicha afirmación no siempre es verdad, ya que aunque es cierto que esas son las que se enseñan primero para ir progresando en la construcción del conocimiento, el hecho de que las sigan utilizando no quiere decir que les falta maduración o preparación, sino que cada quien tiene sus formas de resolver los problemas. Hay quienes piensan que si los alumnos resuelven los problemas a través de otros procedimientos, sobre todo si ésos incluyen ensayos y dibujos, están atrasados en su aprendizaje. Cabe mencionar un ejemplo de una clase de tercer año a la que se le pide resolver un problema de resta quienes hicieron ensayos y dibujos para dar respuesta. Siendo que los maestros esperaban otro tipo de procedimiento.

Esta expectativa impide a los maestros valorar que esos niños hicieron un razonamiento adecuado para resolver el problema de resta, a diferencia de los problemas de "quitar", sugiere fuertemente averiguar "cuanto hay que agregar". Por lo tanto la adición no solo hace referencia a los problemas de suma, ya que hay problemas de resta que se resuelven por complemento aditivo. Cabe tener presente que la resolución de problemas presenta dificultades no solo por la estructura del problema sino por las operaciones mismas que deben realizar.

3.6 Problemas de estructuras aditivas: tipos de problemas verbales y procedimientos de resolución.

Las investigaciones sobre los problemas verbales de adición y sustracción han analizado diversas variables estructurales, como la presencia de palabras clave, la familiaridad del niño con la situación descrita en el problema, la localización de la incógnita o la relación entre el orden de la información contenida en el texto y el orden de los sucesos. Sin embargo, como hemos señalado unas líneas más arriba, la variable que parece explicar en buena medida el comportamiento infantil es la estructura semántica, es decir, las relaciones establecidas entre las cantidades descritas en el problema. Teniendo en cuenta estas relaciones se han clasificado los problemas en tres categorías: a) cambio, b) combinación y c) comparación. En términos generales, estas tres clases de problemas se diferencian entre sí dependiendo de que describan situaciones dinámicas (los de cambio) o estáticas (los de combinación y comparación).

Explícitamente, los problemas de cambio hacen referencia a un suceso que introduce modificaciones en una cantidad inicial. En el caso de la adición esto conduce a un problema como el siguiente: "Manuel tiene 5 canicas y Pedro le da 3 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene Manuel ahora?". En el de la sustracción: "Manuel tenía 5 canicas y perdió 3. ¿Cuántas canicas tiene Manuel ahora?".

En los problemas de combinación se muestran dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse independientemente o como partes de un todo. Esta categoría sólo admite formulaciones en términos de adición, por ejemplo: "Manuel tiene 5 canicas y Pedro tiene 3. ¿Cuántas canicas tienen entre los dos?".

Por último, en los problemas de comparación se presenta la relación entre dos cantidades disjuntas, bien para determinar la diferencia entre ellas, bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas. Si se plantea como un problema de adición podría adoptar la siguiente formulación: "Manuel tiene 5 canicas. Pedro tiene 3 canicas más que Manuel. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?". Por el contrario, si se plantea como sustracción sería: "Manuel tiene 5 canicas. Pedro tiene 3 canicas menos que Manuel. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?".

A su vez, cada una de estos problemas se subdivide en función del lugar en que se sitúe la incógnita (en el primer término, en el segundo término o en el resultado). Asimismo, los problemas de cambio y comparación (como puede verse en el cuadro 1). Admiten subdivisiones adicionales dependiendo de la dirección sugerida por el suceso (incremento o decremento) o la relación (más que o menos que), respectivamente. De ahí que se diferencien un total de 14 problemas que no conllevan la misma dificultad. Como se observa en el siguiente cuadro; Esta circunstancia ha favorecido el estudio del cambio conceptual que ha permitido establecer cuatro niveles evolutivos (Bergeron y Herscovics, 1990):

CUADRO 1. Estructuras aditivas: clasificación de los problemas verbales.

Cambio – adición

- Luis tenía 4 cromos. Enrique le dio 5 cromos más. ¿Cuántos cromos tiene Luis ahora?
- Luis tenía 4 cromos. Enrique le dio algunos cromos más. Ahora Luis tiene 9 cromos. ¿Cuántos cromos le dio Enrique?
- Luis tenía algunos cromos. Enrique le dio 5 cromos más. Ahora Luis tiene 9 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Luis al principio?

Cambio - sustracción

- Luis tenía 9 cromos. Le dio 5 cromos a Enrique. ¿Cuántos cromos tiene Luis ahora?
- Luis tenía 9 cromos. Le dio algunos a Enrique. Ahora Luis tiene 4 cromos. ¿Cuántos cromos le dio a Enrique?
- Luis tenía algunos cromos. Le dio 5 cromos a Enrique. Ahora Luis tiene 4 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Luis al principio?

Combinación

- Luis tiene 4 cromos. Enrique tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromos tienen entre los dos?
- Luis y Enrique tienen 9 cromos entre los dos. Luis tiene 4 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Enrique?

Comparación -- adición

- Luis tiene 9 cromos. Enrique tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Luis más que Enrique?
- Luis tiene 4 cromos. Enrique tiene 5 cromos más que Luis. ¿Cuántos cromos tiene Enrique?
- Luis tiene 9 cromos. Tiene 5 cromos más que Enrique. ¿Cuántos cromos tiene Enrique?

Comparación - sustracción

- Luis tiene 9 cromos. Enrique tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Enrique menos que Luis?
- Luis tiene 9 cromos. Enrique tiene 5 cromos menos que Luis. ¿Cuántos cromos tiene Enrique?
- Luis tiene 4 cromos. Tiene 5 cromos menos que Enrique. ¿Cuántos cromos tiene Enrique?

Las estrategias son las herramientas que sirven para sistematizar las actividades que se quieren realizar. “Las estrategias generales son procedimientos que actúan no sobre los datos del problema sino sobre la propia actividad de la persona para guiar la elección de las técnicas, los conceptos y los procesos que deben de poner en acción durante el curso de la resolución del problema”. (Miranda, 19998, 148). Con ellas se pueden resolver situaciones de manera organizada, pensando en la manera más adecuada de actuar sobre algún problema.

“Las estrategias de enseñanza podrían definirse como los procedimientos y recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizaje significativos” (Díaz Barriga, 1999, 70). Es importante señalar que la investigación de estrategias de enseñanza ha abordado los siguientes aspectos: Diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, redes semánticas, etc. A la par la investigación de estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo del aprendizaje estratégico por medio del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el aprendizaje escolar, así como para el mejoramiento de áreas determinadas, tales como la compresión de textos académicos composición de textos, solución de problemas, etc. Es necesario recalcar que en ambos términos se utiliza la palabra estrategia, ya que el profesor o el alumno, según sea el caso, deberán emplearlas como procedimientos flexibles y adaptativos a las diferentes circunstancias de la enseñanza. Díaz Barriga, (1999).

4.1 Tipos de estrategias para resolver problemas.

Con respecto a los procedimientos empleados por los niños para resolver los problemas verbales, se agrupan en tres grandes tipos:

1. Modelado directo con objetos físicos.
2. Conteo verbal.
3. Estrategias mentales, incluyendo el recuerdo directo de algunos hechos numéricos de adición y sustracción.

Estas categorías implican progresivamente un mayor grado de abstracción. No obstante, no es suficiente que el niño disponga de un procedimiento más sofisticado para garantizar su aplicación, ya que la elección de un procedimiento u otro depende además del tipo de problema y del tamaño de las cantidades del enunciado.

Las estrategias de modelado directo se apoyan en la utilización de objetos que sirven para representar directamente tanto las cantidades del problema como las acciones o relaciones descritas en el mismo. Sin pretender ser exhaustivos, se incluyen en esta categoría los procedimientos de:

- Añadir a: se construye un conjunto y se le añaden, de uno en uno, los objetos correspondientes al segundo. La acción de añadir determina cuando el conjunto total ha alcanzado su tamaño, concluyendo el proceso al recontar los objetos que lo componen (para adicionar 6 + 4 se construirá un conjunto de 6 objetos. Éste se incrementará con la acción de añadir los elementos del segundo sumando de uno en uno al tiempo que se cuentan "1, 2, 3, 4". Una vez formado el conjunto que contiene todos los objetos se procede a contarlo "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10").
- Quitar a: se quitan objetos de uno en uno hasta que el conjunto inicial llega a tener un tamaño determinado. Contando los objetos retirados se llega a la respuesta en un problema de sustracción (6 - 4 se resuelve creando un conjunto de 6 elementos y

retirando 4 de uno en uno. Contando los que aún quedan se conoce la respuesta "1, 2").

- Contar todo: primero se representan físicamente los dos conjuntos y, a continuación, se cuentan los objetos resultantes de la unión de ambos para obtener la respuesta en un problema de suma.

- Emparejamiento: se disponen los conjuntos en correspondencia uno-a-uno. Determinando la magnitud de lo que excede el conjunto mayor al menor se encuentra la respuesta en un problema de sustracción. Esta cuantificación de la relación entre dos conjuntos puede llevarse a cabo de dos maneras:

- Quitando: se separa la parte del conjunto mayor que no ha podido ser emparejada, física o visualmente, y se cuenta.

- Añadiendo: después de establecer la correspondencia uno-a-uno, se añaden objetos al conjunto menor hasta igualarlo con el mayor. Al contar los objetos añadidos se establece la respuesta.

Los procedimientos que integran la categoría de conteo verbal se caracterizan por el uso de los numerales de la secuencia de conteo, sin la presencia de objetos físicos. El conteo se realiza hacia delante o hacia atrás y se finaliza cuando se ha aplicado alguna regla. Normalmente este modo de proceder implica una ejecución subvocal.

Algunas de las estrategias que se encuentran dentro de estos procedimientos son:

- Contar hacia delante a partir de: se cuenta a partir del primer término y se añade el segundo sí se trata de una adición (2+3 conllevaría la secuencia "2,3,4,5'... 5"), o se cuentan los numerales desde el término menor hasta el mayor si se trata de una sustracción.

- Contar todo: se cuentan los dos términos, para proceder luego al recuento de todos en el caso de la adición (2+3 equivaldría a contar "1,2 - 1, 2, 3 ...
  - 1,2,3,4,5 .... 5"), o la diferencia entre ellos en el caso de la sustracción.

Finalmente, dentro de las estrategias mentales mencionaremos, a modo de ejemplo, el recuerdo de hechos numéricos de adición o sustracción. Se han identificado tres niveles evolutivos en relación con este procedimiento:

1. A lo largo de la primera fase los niños descubren, en contextos significativos, modos de contar eficientes para abreviar o simplificar sus procesos espontáneos de solución. Por ejemplo, averiguan que las adiciones con "1" siempre dan lugar a un resultado que es uno más que el número dado, o que el orden en que son utilizados los sumandos no altera el resultado.

2. En la segunda fase los descubrimientos anteriores se organizan en estrategias de pensamiento para razonar sobre combinaciones de números desconocidas o no practicadas. Algunas de las estrategias típicas de adición son (Baroody y Standifer, 1993):

- la "regla del cero" (la adición que implica un cero no cambia el otro número),

- "el doble más (o menos) uno" (las combinaciones como 7+8 pueden considerarse como el doble 7+7 más 1 o como el doble 8+8 menos 1),
- "dobles por recomposición" (las combinaciones como 5+3 pueden convertirse en el doble 4+4 quitando 1 del término mayor y "dándoselo" al ítem menor),
- la "recomposición hasta 10" (para combinaciones como 9+4, la suma es 10 más 4 menos 1).

3. En la última fase del proceso de aprendizaje memorizan adiciones y sustracciones de un solo dígito.

De acuerdo con Anne Marie Beaufly las estrategias pueden ser de tres tipos

1.- Estrategias afectivas. Sirven para centrar la atención, minimizar la ansiedad y mantener la motivación.

2.- Estrategias que sirven para monitorear el aprendizaje, como la auto interrogación y la detección de errores.

3.- Estrategias que sirven para organizar la información, como el agrupamiento y el esquema, incluyendo los esquemas gráficos. (Beaufly, 1991, 66)

De las estrategias señaladas cabe mencionar que la utilidad para nuestra propuesta de intervención será la tercera, Estrategias que sirven para organizar la información, ya que en la resolución de problemas los alumnos necesitan organizar la información para hacer un mejor análisis de ella y poder dar respuestas coherentes a las problemáticas presentadas.

Así mismo, Díaz Barriga señala en su libro que los tipos de estrategias de enseñanza que el docente puede utilizar para hacer más significativo el aprendizaje de los alumnos son los siguientes: objetivos e intenciones, resúmenes, ilustraciones, organizadores previos, preguntas intercaladas, pistas tipográficas y discursivas, analogías, mapas conceptuales y redes semánticas y el uso de estructuras textuales. De las cuales la primera estrategia, los objetivos o intensiones, definida como el enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Díaz Barriga, (1999) es la que reforzará la aplicación de nuestra propuesta por que al igual que la mencionada por Anne Marie Beaufly, su propósito consiste en lograr un mejor tratamiento de la información para poder realizar un adecuado uso y aplicación de ella. Además nuestra propuesta se apoyará en algunas de sus funciones que consisten en:

- Actuar como elementos orientadores de los procesos de atención y aprendizaje.
- Servir como criterios para poder discriminar los aspectos relevantes de los contenidos curriculares sobre los que hay que realizar un mayor esfuerzo y procesamiento cognitivo
- Mejorar considerablemente el aprendizaje intencional; el aprendizaje es más exitoso si el aprendiz es consiente del objetivo.
- Proporcionar al aprendiz los elementos indispensables para orientar sus actividades de auto monitoreo y de auto evaluación, entre otras.

Siendo que la estrategia de cuatro pasos de G. Pólya, que realiza las funciones anteriores es que se enmarca dentro de la estrategia ya señalada, pero para poder llevarla a cabo también necesitamos cierto conocimiento sobre algunas estrategias para saber sumar y restar.

4.2 Estrategias para la solución de problemas aditivos

Los niños no comienzan a sumar y a restar a través de las operaciones básicas, su proceso es gradual, iniciando con el agrupamiento de objetos hasta desarrollar procedimientos más sofisticados. Existen tres niveles de estrategias para realizar adiciones y sustracciones: modelamiento directo con objetos o con los dedos, conteo de secuencias y hechos numéricos.

La primera consiste en utilizar objetos o los dedos como formas para representar los elementos de los conjuntos. La segunda implica el conteo hacia adelante, contar partiendo del primer sumando o del sumando mayor, cabe señalar que esta estrategia es más eficiente y menos mecánica que la de modelamiento directo, ya que el niño en esta se da cuenta de que no es necesario construir la secuencia completa para contar. Sin embargo, cabe mencionar que la resolución de problemas aritméticos no sólo se obtiene por modelamiento o por conteo, porque los niños aprenden una cantidad de hechos numéricos tanto en la escuela como fuera de ella, por lo que el conocimiento de ellos les permitirá resolver diferentes problemas.

Así mismo, en las operaciones de sustracción se dan básicamente los mismos niveles que para la adición, utilizando también la estrategia "separar de", la cual implica el proceso de sustracción. En el nivel de conteo dicha estrategia es "contar hacia atrás" donde el niño toma como punto de partida el número mayor y de allí comienza el conteo regresivo.

Respecto a la solución de problemas ha habido un debate muy interesante acerca de si las estrategias deben de ser específicas para este tema, es decir, solo para resolver problemas buscando estrategias para cada área, o el uso de las mismas estrategias en diferentes contextos. Ante esto, Ana Woolfolk escribió “al principio, cuando sabemos poco del área o dominio de un problema, necesitamos las estrategias generales de aprendizaje y solución de problemas para dar sentido a la situación, necesidad que disminuye conforme aumenta nuestro conocimiento concreto del dominio (en particular del procedimental). No obstante, podemos regresar a las estrategias generales si descubrimos que un problema está fuera del alcance de nuestros conocimientos actuales” (Woolfolk, 1999,295). Por lo tanto, la autora señala que las estrategias generales son útiles cuando no se sabe mucho del tema, pues inmediatamente se recurre a solucionar el problema con la estrategia que parezca más conveniente y con la que de cierta manera se haya tenido alguna experiencia, pudiendo hacer uso de ella aun cuando se esté aplicando una estrategia específica, claro que esto dependerá de la situación y el nivel de pericia de la persona. Cuando se sabe poco del campo del problema se puede confiar en el aprendizaje general y en las estrategias de solución de problemas, y conforme se adquieren conocimientos específicos para una área se desprende una de las estrategias generales. Pero si nos llegamos a encontrar con un problema ajeno a nosotros, será cuando volvemos a depender de las estrategias generales para resolver el problema. Así que, podemos considerar la estrategia general para la solución de problemas como un punto de partida.

La más grande contribución de Pólya en la enseñanza de las matemáticas es su método de cuatro pasos para resolver problemas.

Este fue el proceso con el que normalmente resolvimos los problemas en algunas generaciones escolares.

Paso 1: Entender el problema

Paso 2: Concebir un problema

Paso 3: Ejecutar el plan

Paso 4: Verificar la solución

Este método para la resolución de problemas matemáticos es al que hemos estado más cerca que a ningún otro, por ello es importante distinguir entre ejercicio y problema. Cuando nos disponemos a resolver un ejercicio, aplicamos un procedimiento rutinario que nos lleva a la respuesta. Para resolver un problema hacemos una pausa, reflexionamos y hasta puede ser que ejecutamos pasos originales que no habíamos ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es 3+2. O bien para niños de los primeros grados de primaria responder la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? Le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: dividir.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos entre otras cosas, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentamos a la tarea de resolver problemas.

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en el que utilizamos símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta.

Podremos convenir que muchos podrían identificarse con esta estrategia en la que en opinión del padre de los problemas, George Pólya “El futuro matemático aprende, como todo el mundo, por medio de la imitación y la práctica.

Esta actividad es sumamente importante para tratar de trabajar lo más aproximado posible al contexto y nivel de los alumnos para permitirles encontrar utilidad a lo que hacen, así como necesario es que el maestro encuentre una estrategia que le permita desarrollar a sus alumnos sus competencias (capacidades, habilidades, aptitudes, valores y estrategias) necesarias para prepararlo a la situaciones que en determinado momento tienen que resolver.

4.3 Estrategias de adición y sustracción.

Relaciones maestro-alumno-saber.

Todo lo que esperamos de los alumnos tiene que ver con la idea de lo que (Brouseeau, 1994, 96) llama contrato didáctico, el cual es “un conjunto de comportamientos (específicos) del maestro que son esperados por el alumno y comportamientos del alumno que son esperados por el maestro y que regulan el funcionamiento de la clase y la relación maestro-alumno-saber. De acuerdo con este concepto, las relaciones que se suscitan entre maestro-alumno-saber se pueden agrupar en tres modelos, los cuales ilustramos a continuación.

Estos modelos no implican necesariamente la utilización exclusiva de uno de ellos por parte del maestro, pero el análisis de cada uno proporciona un buen recurso de análisis de las situaciones didácticas y de reflexión que surgen en la clase.

Modelo: Normativo (centrado en el contenido)

Intención: aportar, comunicar a los alumnos. La pedagogía es el arte de comunicar de “hacer pasar” un saber.

Maestro: muestra las nociones, las introduce, provee los ejemplos.

Alumno: primero aprende, escucha; luego imita, se entrena, se ejercita y al final aplica.

Saber: ya está acabado, ya construido.

Metodología: dogmática, mayéutica.

Modelo: iniciativo (centrado en el alumno)

Intención: saber los intereses del alumno, sus motivaciones, sus propias necesidades, su entorno.

Maestro: escucha al alumno, suscita su curiosidad, le ayuda a utilizar fuentes de información, responde a sus demandas, lo remite a herramientas de aprendizaje, busca mejor motivación.

Alumno: busca, organiza, luego estudia, aprende.

Saber: está ligado a las necesidades de la vida, del entorno (La estructura de este saber pasa a segundo plano)

Metodología: diversas corrientes llamadas “métodos activos”

Modelo: aproximativo (centrado en la construcción del saber por el alumno)

Intención: partir de “modelos”, de concepciones existentes en el alumno y “ponerlas a prueba”, para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas.

Maestro: propone y organiza situaciones con variables didácticas, organiza la investigación, la comunicación de la clase.

Alumno: ensaya, busca, propone situaciones, las confronta con las de sus compañeros, las define o las discute.

Saber: es considerado en su lógica propia. (Charnay, 1994, 26)

Con la puesta en práctica de cualquiera de estos modelos, destaca el rol y el lugar que el maestro asigna la actividad de resolución de problemas. Charnay citado por Champagnol resume en una publicación las diversas posiciones respecto a la resolución de problemas en relación con los tres modelos de aprendizaje anteriormente tratados.

El problema como criterio de aprendizaje (modelo normativo)

Cuadro 2.

Mecanismos	Sentidos
a) Lecciones (adquisición) b) Ejercicios (ejercitación)	Problemas (utilización de los conocimientos para el alumno, control para el maestro)

El problema como móvil del aprendizaje (modelo iniciativo)

Cuadro 3.

Motivación	Mecanismo	Resignificación
a) situación basada en lo aprendido	a) aporte de conocimientos b) práctica ejercicios	a) problemas

El problema como recurso de aprendizaje (modelo apropiativo)

Cuadro 4.

Acción	Formulación- validación	Institucionalización
a) situación de problema El alumno busca un procedimiento de resolución	Formulación---confrontación de los procedimientos puestos a prueba.	+ nueva herramienta + ejercitación +síntesis,lenguaje convencional + Problemas. evaluación para el maestro,

		resignificación para el maestro

Como conclusión de los cuadros referenciales anteriores, podemos mencionar que la postura del maestro en torno a su trabajo pedagógico puede ocupar dos vertientes. La conductista (conductas observables y medibles) y la cognoscitivita (procesos cognitivos afectivos).

4.4 Cómo resuelven los niños los problemas de cambio aditivo

Carpenter ha estudiado con profundidad cómo los niños resuelven problemas de adición y substracción en los que los números son pequeños para que no haya necesidad de acudir a los algoritmos usuales. O dicho de otra manera, el niño no se ve obligado a tomar la decisión “es sumar”, “es restar” y después pasar a la fase de realizar los cálculos. No hay, por tanto o al menos no es imprescindible, una traducción formal del lenguaje vernáculo al lenguaje aritmético, esto es, no hace falta escribir la correspondiente sentencia aritmética para obtener la solución del problema.

Hay estudios realizados antes y estudios hechos después de que los niños hayan recibido instrucción en estas operaciones. Lo que más nos interesa aquí de estos resultados es: 1) Qué debe preceder a qué en la instrucción, si los problemas o las operaciones, y 2) Cómo el trabajo sobre los problemas y sus procesos de solución contribuye a dotar de significado a las operaciones. El detalle de estos estudios puede verse en Carpenter, Hiebert y Moser (1981). Carpenter y Moser (1982). Carpenter y Moser (1984). Lo que vamos a exponer aquí va a ser únicamente las estrategias básicas que en estos estudios se han encontrado y la forma como están asociadas con algunas clases de problemas.

Fundamentalmente, los niños resuelven los problemas de tres modos diferentes: mediante la elaboración de un modelo con dedos o con objetos físicos, mediante el uso de secuencias de recuento, o recurriendo al recuerdo de hechos numéricos básicos, y encuentran el resultado de estos problemas recurriendo a estrategias que se pueden denominar como sigue:

- Contar todos.
- Contar hacia arriba desde el principio.
- Contar hacia arriba desde el mayor.
- Quitar de.
- Contar hacia abajo desde.
- Quitar hasta.
- Contar hacia abajo hasta.
- Añadir hasta.
- Contar hacia arriba desde.
- Emparejar.

Las tres primeras suelen utilizarse en los problemas aditivos y las restantes en los problemas de sustracción

Contar todos. Consiste en contar el conjunto resultante comenzando por el 1 una vez han sido representadas las cantidades mediante objetos o dedos o sin necesidad de utilizar ningún modelo físico. Cuando se utilizan modelos físicos, el recuento puede realizarse después de haber unido el conjunto de objetos correspondientes, o simplemente, comenzando por uno de los conjuntos y siguiendo por el otro.

Contar hacia arriba desde el primero y contar hacia arriba desde el mayor. Son dos estrategias que se utilizan sin la mediación de modelos físicos y que consisten en comenzar el recuento a partir de uno de los números dados. En el primer caso, se comienza por el número que aparece en el problema en primer lugar, en el segundo caso, se elige comenzar por el número más grande. Esta segunda es más eficiente por que se alcanza antes el resultado y es más sofisticada ya que supone que antes de iniciar el recuento se han comparado los dos números para ver cuál es el mayor.

Quitar de y quitar hasta. Se realizan con modelos físicos y consisten en separar del total una parte. En quitar de, se separa del total la otra cantidad y se obtienen la solución por recuento de lo que queda. El quitar hasta, se separa del total de lo que hace falta separar para que quede la otra cantidad, y se obtiene la solución por recuento de lo que se ha separado (o también, de lo que se va separando).

Contar hacia abajo desde y contar hacia abajo hasta. Son estrategias correspondientes a las dos anteriores, pero realizadas sin el recurso a modelo físico alguno.

Las estrategias añadir hasta y contar hacia arriba desde. Son dos estrategias para los problemas de sustracción que a diferencia de las anteriores, invocan acciones aditivas. La primera se realiza en un modelo físico y la segunda directamente sobre las cantidades. Ambas consisten en contar desde la cantidad mayor hacia la menor.

Finalmente emparejar consiste en el apareamiento sobre un modelo físico de las cantidades y el recuento posterior de la parte que queda sin pareja.

En los problemas de sustracción las estrategias que utilizan los niños son más consistentes con las acciones o relaciones descritas en el problema y sin embargo, la dependencia entre estrategia y estructura del problema está menos clara en los problemas de adición. La solución de problemas aditivos de cambio son los más sencillos puesto que basta con aplicar una transformación directa aun estado inicial, sin embargo en los problemas que se resuelven con una suma su aplicación es siempre posible; mientras que los problemas que se resuelven con una resta su aplicación es posible si el valor del estado inicial es suficientemente grande. Encontramos aquí una fuente eventual de dificultades para los más pequeños, sobre la es necesario ser muy claros: por ejemplo, no podemos dar 4 bombones si sólo tenemos 3.

Hay que subrayar, por otro lado, que la sustracción aparece este esquema como una operación, que no supone de ninguna manera la introducción previa de la adición. Dar, perder, bajar, disminuir, etc., son transformaciones que tienen significado por sí mismas. Evidentemente, corren a la par de las transformaciones opuestas: recibir, ganar, subir, aumentar, etc., pero de ninguna manera están subordinadas a ellas. La sustracción no exige ser definida como la inversa de la adición, tiene una significación propia; y el problema que se plantea al maestro es el de mostrar el carácter opuesto o recíproca de la adición y la sustracción, no de la segunda en relación con la primera.

El cálculo relacional que implica la solución de los problemas aditivos de combinación son más completos y dan lugar a posteriores fracasos. Incluso con números pequeños, casi no es posible abordar este tipo de problemas antes del final del primer año o del segundo de la primaria, mientras que los problemas de cambio pueden ser tratados más tempranamente. Existen dos grandes procedimientos para tener éxito con este tipo de problemas; el procedimiento del "complemento" y el procedimiento de la "diferencia". El procedimiento del "complemento" consiste en buscar, sin hacer una sustracción, lo que hay que añadir (o quitar) al estado inicial para llegar al estado final. Este procedimiento sólo es posible con números pequeños o aquellos que se presten al cálculo mental; pero no requiere un cálculo relacional complejo, y es utilizado muy precozmente.

El procedimiento de la "diferencia" consiste en buscar, por sustracción entre los dos estados inicial y final, el valor de la transformación. Este procedimiento se utiliza con todos los números, cualesquiera que éstos sean, pero supone un cálculo relacional más elaborado que el procedimiento del ''complemento'': si b hace pasar de a a c, entonces b es igual a la diferencia entre c y a

Este modesto cálculo relacional está fuera del alcance de la mayoría de los niños de primer año de primaria, sobre todo porque el valor absoluto de la transformación no se obtiene de la misma manera si es positiva o negativa:

El procedimiento del "complemento" no obliga al niño a razonar sobre la transformación más que en el sentido directo: partir del estado inicial, aplicar la transformación, y llegar al estado final. Si el niño no consigue encontrar inmediatamente el complemento, puede incluso ensayar y corregir en función del resultado obtenido: en el ejemplo, Pablo acaba de jugar a las canicas. Tenía 41 canicas antes de jugar. Ahora tiene 29. ¿Cuántas canicas perdió?, el niño puede, así, aplicar a 41 la transformación —10, que da 31; después —11, lo que da 30; finalmente —12, para llegar a 29, el resultado buscado. De ahí la conclusión de que Pablo perdió 12 canicas.

El procedimiento de la "diferencia" obliga al niño, al contrario, razonar de entrada sobre la transformación en las relaciones que unen el estado final con el estado inicial, y a calcular directamente por sustracción \b\ = c — a: en el ejemplo pasado, donde la transformación es negativa, se obtiene: \b\ = a - c = 41 - 29 = 12.

El cálculo relacional, que implica la solución de los problemas aditivos de comparación, es todavía más complejo, ya que la solución canónica (valida en todos los casos) implica la inversión de la transformación directa y el cálculo del estado inicial por aplicación al estado final de dicha transformación inversa: si b hace pasar de a a c, entonces — b hace pasar de c a a, y hay que aplicar -b a c para encontrar a. Los problemas aditivos de comparación son sensiblemente más difíciles que los problemas de combinación, y mucho más difíciles que los de cambio, aun con números menores que diez; pero también aquí encontramos varios procedimientos alternativos a la solución canónica.

El procedimiento del "complemento", que consiste en buscar directamente lo que hay que añadir a b para encontrar c, sólo es válido cuando la transformación es positiva o cuando los números que intervienen se prestan al cálculo mental.

El procedimiento del ''estado inicial hipotético'' consiste en plantear la hipótesis de un cierto estado inicial; aplicarle la transformación directa; encontrar un estado final, y corregir la hipótesis inicial en función del estado obtenido (comparación del estado final encontrado con el estado final dado en el problema). Los ejemplos

“Pascual distribuye un caramelo a cada uno de sus 7 cantaradas. Distribuye así 7 caramelos. Le quedan 4. ¿Cuántos caramelos tenía antes de la distribución?"

Algunos niños razonan entonces de la manera que ilustra el ejemplo siguiente:

"Si Pascual tiene 10 caramelos y da 7, le quedan 3. No, no es eso, son más. Si Pascual tiene 11 caramelos y da 7, le quedan 4. Eso es,... tenía 11 caramelos."

Recordemos que la solución canónica consiste en aplicar la transformación (+7) (opuesta a la transformación (-7)) al estado final 4, y encontrar así 11.

Sería un error considerar a la sustracción como una operación siempre subordinada y secundaria respecto a la adición. En la categoría de las relaciones numéricas que estamos examinando se encuentra efectivamente subordinada, ya que la búsqueda del complemento entre una medida elemental y una compuesta sólo tiene sentido si antes se le ha dado un sentido a la composición de dos medidas elementales. Pero en la segunda categoría de relaciones aditivas vimos que uno los casos de la sustracción tiene sentido en cualquier circunstancia y es aquel en donde uno quita una cantidad dada a una cantidad inicial también dada. El niño comprende sin dificultad esta transformación negativa, y se le puede también mostrar más fácilmente el carácter de la sustracción y la adición, sin subordinación de una a la otra.

Hay diferentes tipos de problemas aditivos que se pueden resolver con base a una suma o una resta.

Los problemas más comunes en los que se utilizan estas operaciones son aquellos en los que una cantidad se agrega a otra, en los que hay que juntar dos cantidades, quitar una cantidad a otra o complementar otra cantidad.

En muchas ocasiones los alumnos enfrentan diversas dificultades al resolver pequeños problemas de suma y resta ya que muchas veces los profesores no relacionan los contenidos propios, con los contenidos oficiales por esta razón es muy importante tomar en cuenta el contexto del alumno al plantear diversos problemas aditivos, en la enseñanza se debe recurrir a problemas de la vida real, con el fin de despertar el interés en el niño y arribar a conocimientos relevantes.

5. METÓDO.

TIPO DE ESTUDIO: Explicativo

Diseño Cuasi Experimental.

En psicología y educación se dan gran número de situaciones en las que, por razones obvias, el énfasis de los investigadores se pone en la valides externa, supeditándose a ellas las consideraciones sobre la interna. Este concepto, contrapuesto al de investigación básica o teórica, hace referencia, a aquellos casos en los que el objetivo fundamental de la investigación es probar que algo funciona, es decir, que una determinada intervención aplicada a una situación ayuda a modificarla en un sentido socialmente deseable. Por regla general, los objetivos de la investigación básica y la aplicada no tienen porque entrar en conflicto. Sin embargo, existen algunos casos en lo que el conflicto es inevitable.

El objetivo de la investigación básica pasa por tener la certeza de que se cumplen las condiciones que permiten establecer la relación causal entre tratamiento y mejoría. El objetivo de la investigación aplicada es, que aparezca la mejoría, que sea importante y que permanezca después de la retirada del tratamiento.

Los diseños cuasi experimentales aparecen, justamente como una solución de compromiso dentro de los conflictos de validez interna y validez externa, entre investigación básica y aplicada. El prefijo “Cuasi” pone de manifiesto que este tipo de diseños mantiene, según los casos, una gran semejanza con los experimentales, aunque no puedan asemejarse del todo a éstos. En los diseños cuasi experiméntales existen dificultades para alcanzar las condiciones necesarias para el establecimiento de una relación causal entre las variables independiente y dependiente. Pero, por otro lado ofrecen menor dificultad, en comparación con los experimentos, para que el investigador pueda generalizar sus resultados a otras situaciones distintas a la de la investigación.

La mayoría de los autores coinciden en señalar las obras de Campbell y Stanley (1966) y Cook y Campbell (1979) como clásicas en el análisis de las peculiaridades de este tipo de diseños.

De forma simple podemos decir que no hay experimentación verdadera cuando se da una de las dos situaciones siguientes:

A) El experimentador no puede asignar los sujetos al azar a cada una de las condiciones experimentales, y

B) Los niveles de la variable independiente no son condiciones manipuladas por el investigador, sino son características que poseen los sujetos antes de comenzar la investigación.

Pues bien dentro del contexto de investigación aplicada en el que se utilizan los diseños cuasi experiméntales es más difícil conseguir grados de semejanza similares a los que se consiguen cuando se investiga en el contexto experimental, dado que no se puede hacer una asignación aleatoria.

Decíamos que un cuasi experimento viene definido por el hecho de que el investigador no puede asignar a los sujetos aleatoriamente a las condiciones experimentales pero puede introducir un procedimiento en su recogida de datos que guarde gran similitud con lo que se hace en un experimento.

SUJETOS:

Esta intervención se aplicó con 24 alumnos de tercer grado de educación primaria con edades de entre 8 y 9 años.

ESCENARIO:

Este programa de intervención se aplicó en una escuela primaria ubicada en el sur de la ciudad de México.

INSTRUMENTOS:

Para esta intervención se aplicaron dos instrumentos:

1.- Evaluación inicial (Problemas de estructura aditiva anexo 1); Se le presentan 11 problemas, de los cuales 6 son de estructura aditiva de cambio, 2 problemas de parte- parte-entero tomando en cuenta a los problemas aditivos de combinación y 3 problemas de estructura aditiva de comparación. Esta misma evaluación se les aplicó al final de la intervención para comparar cómo resolvieron al inicio y cómo resolvieron después de la intervención y para conocer si nuestra intervención logro sus objetivos.

2.- Programa de Intervención, descrito en el procedimiento, contiene 13 estrategias para la solución de problemas de estructura aditiva. Para efectuar las actividades encaminadas a ampliar las estrategias de solución de problemas es indispensable además de programar los tiempos en el que se desarrollan, equilibrar o nivelar las nociones que los niños poseen, a través del cuestionario de problemas de estructura aditiva que es: agrupar, representar, contar y calcular mediante la manipulación de objetos (semillas, monedas, piedras, dulces) y la abstracción será una constante. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir) el niño a través de las actividades construirá los significados de las operaciones por lo que reconocer y apoyar a los alumnos que requieren de mayor observación y atención resultara primordial.

Cuadro 5.

Sesión	Propósito
1. Las operaciones con objetos mentales.	Que el alumno, represente, compare y ordene al resolver diversos problemas aditivos
2. Al tanteo.	Que los alumnos resuelvan problemas aditivos sencillos que involucren diferentes tipos de semillas
3. Juego de canicas.	Que el alumno resuelva problemas de combinación aditiva en la forma que entienden y comprenden.
4. El huerto.	Que los alumnos con diferentes procedimientos resuelvan diferentes problemas aditivos de comparación.
5. La papelería.	Que los alumnos resuelvan problemas de combinación aditiva en la forma en que los

	entiendan y comprendan.
6. ¿A qué jugamos?	Que el alumno identifique la simbología matemática de la suma y la resta y pueda usarlos en una situación problemática de cambio aditivo.
7. ¿Qué operación es?	Que los alumnos elaboren expresiones de suma y resta e inventen problemas que corresponden a una expresión dada.
8. La frutería.	Que el alumno llegue a un resultado correcto al resolver problemas aditivos en la forma que lo comprenden.
9. La mercería.	Que el alumno llegue a un resultado correcto al resolver problemas aditivos de suma y resta de acuerdo a como se le plantee.
10. Basta numérico.	Que los alumnos se percaten de las cantidades y puedan obtener resultados conforme se les va pidiendo, elaboren problemas sencillos con los resultados obtenidos.
11. La tienda.	Que los alumnos elaboren y redacten preguntas que se

	puedan responder con la información obtenida.
12. Cuentas y cambios.	Que el alumno reflexione sobre los problemas aditivos utilizando material escolar.
13. Competencias.	Que los alumnos sepan utilizar los problemas aditivos de cambio, combinación y comparación.

Procedimiento:

Esta investigación se aplicó en tres fases:

Fase 1 Evaluación Inicial.

Que consistió en solucionar problemas de estructura aditiva identificando como resuelven estos problemas.

Fase 2 Programa de Intervención.

Consistió en la aplicación de las actividades diseñadas. Para la aplicación de estas actividades señalamos que a partir de la tercera actividad se utilizó la estrategia de cuatro pasos de Pólya.

Sesiones:

1. Las operaciones con objetos mentales.

Propósito:

Que el alumno, represente compare y ordene al resolver diversos problemas aditivos de cambio.

Materiales:

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Grupalmente comentaran el sucesor y antecesor de cada número.

¿Qué número se encuentra antes del número 5?

¿Qué número se encuentra después del número 5?

Saldrán al patio a recolectar hojas, piedras, palitos, etc. Se integraran dos equipos para resolver los problemas, se realizaran diferentes montones con el material recolectado y en el piso cada equipo realizara montones de 3, 5, 8, 10, 15 etc. En seguida se les harán las siguientes preguntas

¿Cuántas hojas hay en este montón?

¿En dónde hay más?,

¿En dónde hay menos?

Se mostraran dibujos a cada equipo, por ejemplo por equipo se contestaran las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos pinos hay en el primer cuadro?
- ¿Cuántos pinos hay en el segundo cuadro?
- Si juntamos los pinos ¿Cuántos hay en total?

Evaluación:

- ➢ Identificó datos
- ➢ Completó datos

- ➢Comprendió
- ➢Resolvió el problema

2. Al tanteo.

Propósito:

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos sencillos que involucren diferentes tipos de semillas

Materiales:

Semillas

Dibujos

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Grupalmente comentaran lo siguiente.

Yo tenía 15 semillas de frijol pero Lupita me regalo 25 más. ¿Cuántos frijoles tengo ahora?

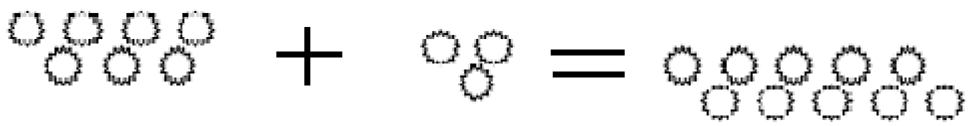
Se formaran equipos de tres elementos, cada equipo recolectara diferentes semillas como: maíz, frijol, habas, etc.

Se plantearan problemas como:

-Los alumnos pondrán en la mesa las 15 semilla que yo tenia, después aumentaran las que me regalo Lupita, para contar el total de las semillas y así obtener el resultado (entre compañeros se tiene que regalar o vender).

-Toño me regalo 50 semillas de habas y Miguel me vendió 25. ¿Cuántas tengo ahora?

-Individualmente leerán los enunciados, colocarán los dibujos y complementarán:



Irma tenia _____+ ____ flores le regalaron = Ahora tiene:_____

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

3. Juego de canicas.

Propósito:

Que el alumno resuelva problemas de combinación aditiva en la forma en la que entienden y comprenden.

Material:

Pizarrón

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se organizará el grupo en dos equipos y se planteará el siguiente problema:

Calos tiene 68 canicas pero ganó a sus amigos 34 canicas. ¿Cuántas canicas tienen ahora Carlos?

El equipo que primero lo resuelva pasará al pizarrón a explicar su procedimiento y se preguntará si alguien tiene un resultado diferente y que si utilizó otro procedimiento

Evaluación:

Se evaluará en forma grupal ya que se pretende que lleguen a una solución aunque de diferente forma.

4. El huerto.

Propósito:

Que los alumnos con diferentes procedimientos resuelvan diferentes problemas aditivos de comparación.

Material:

Pizarrón

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se organizará al grupo en equipos y se les planteará el siguiente problema.

Marcela tiene 40 manzanas y Juan tiene 15 menos que Marcela. ¿Cuántas manzanas tiene Juan?

El equipo que primero lo resuelva pasará al pizarrón a explicar su procedimiento y se preguntará si alguien tiene un resultado diferente y que si utilizó otro procedimiento.

Evaluación:

El adecuado a sus posibilidades e intereses para asegurar que se de él aprendizaje.

5. La papelería.

Propósito:

Que los alumnos resuelvan problemas de combinación aditiva en la forma en que lo entiendan y lo comprendan.

Material:

Pizarrón

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se organizará al grupo en dos equipos y se le planteará el siguiente problema:

Si Miguel tiene 28 lápices de colores y su hermano tiene 84. ¿Cuántos lápices tienen entre los dos?

El equipo que primero lo resuelva pasará al pizarrón a explicar su procedimiento y se preguntará si alguien tiene un resultado diferente y que si utilizó otro procedimiento.

Evaluación:

Se ajustará a la planeación previa que se sujeta al horario de la clase de matemática.

6. ¿A qué jugamos?

Propósito:

Que el alumno identifique la simbología matemática de la suma y la resta y pueda usarlos en una situación problemática aditiva.

Materiales:

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Los alumnos comentaran acerca de las actividades del día anterior, se realizará una dinámica titulada “mar y tierra” para la formación de grupos. Cada pareja realizará los siguientes ejercicios.

Los alumnos identificarán y escribirán lo que falta.

 +  =

Se organizarán por parejas o de 3 elementos para que resuelvan problemas.

-Se escribirá en el pizarrón y se los leerán. En la tienda de Don José hay bolsitas de 35 dulces cada una. David compro 23 bolsas de dulces y Lupita compro 36. ¿Cuántas bolsas de dulces compraron en total?

-Utilizarán material concreto para representar dicho problemas.

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

7. ¿Qué operación es?

Propósito:

Que los alumnos elaboren expresiones de suma y resta e inventen problemas que corresponden a una expresión dada

Material:

Pizarrón

Dulces

Hojas

Lápiz

Colores

Desarrollo:

Se formaran parejas y en el pizarrón se escribirá un sencillo problemas de resta.

Luis tenis 75 dulces pero Elías se comió 30. ¿Cuántos dulces le sobran a Luis?

Cada grupo se le entregaran 100 dulces, enseguida se leerá el enunciado y para poder resolver este problema uno de cada pareja tomara el papel de Luis y el otro de Elías.

Luis tenis 75 dulces pero Elías le quita 30.

Cada pareja cuenta cuántos dulces les quedan _______

Posteriormente se realizará otro sencillo problema de resta

Escribirán otro problema en el pizarrón y lo leerán en voz alta.

Luis tenía 25 dulces, enseguida Elías le quita 12. ¿Cuántos dulces le sobran a Luis?

Luis dibujará en su cuaderno 25 dulce

Elías pasa al pizarrón y tacha los dulces que se comió.

Sobran________

Completará y dibujarán los que quedan

Por equipo realizarán problemas sencillos de resta.

Lorena tenía, ahora le quedan _______dulces

Jimena le compró_________ Ahora le quedan__________

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió

- ➢ Resolvió el problema

8. La frutería.

Propósito:

Que el alumno llegue a un resultado correcto al resolver problemas aditivos en la forma que lo comprendan

Material:

Pizarrón

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se organizará en dos equipos y se les planteara el siguiente problema:

Jaime tenía 58 naranjas pero vendió 37 naranjas. ¿Cuántas naranjas le quedaron a Jaime?

El equipo que primero lo resuelva pasará al pizarrón a explicar su procedimiento y se preguntará si alguien tiene un resultado diferente y que si utilizó otro procedimiento.

Evaluación:

El adecuado a sus posibilidades e intereses para que se de un aprendizaje real y convincente.

9. La mercería.

Propósito:

Que el alumno llegue a un resultado correcto al resolver problemas aditivos de suma y resta de acuerdo a como se le planteé.

Material:

Pizarrón

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se organizará al grupo en dos equipos y se planteará el siguiente problema

Esteban tiene 28 listones y Nayelli tiene 9 ¿Cuántos necesita esconder Esteban para que le queden los mismos que a Nayelli

El equipo que primero lo resuelva pasará al pizarrón a explicar su procedimiento y se preguntará si alguien tiene un resultado diferente y que si utilizó otro procedimiento.

Evaluación:

El adecuado a sus posibilidades e intereses para que se de un aprendizaje real y convincente.

10. Basta numérico.

Propósito:

Que los alumnos se percaten de las cantidades que tienen en sus hojas y puedan obtener los resultados conforme se les va pidiendo, elaboren problemas sencillos con los resultados obtenidos.

Materiales:

Cuaderno

Lápiz de colores

Regla de 30cm

Desarrollo:

Se forman los equipos para realizar el juego "basta numérico" agregando y quitando.

Cada equipo dibujará una tabla como la siguiente:

	+20	+50	+30	+40

Se inicia el juego se dice un número menor 100 y todos lo anotan en el primer cuadro, del segundo renglón.

Por ejemplo: 36

	+20	+50	+30	+40
36				

En el siguiente cuadro anota el resultado sumando el número que escribieron con el número que está arriba y así sucesivamente.

	+20	+50	+30	+40
36	56	86	66	76

El primero que complete el renglón dice ¡basta! Y todos dejan de escribir. El que termina primero es el que gana y éste alumno revisará si los problemas construidos por sus compañeros son correctos. Éste tipo de ejercicios se van a realizar para suma y resta.

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

11. La tienda.

Propósito:

Que los alumnos elaboren y redacten preguntas que se puedan responder con la información contenida.

Materiales:

Piedras

Hojas

Semillas, etc.

Desarrollo:

Se resolverán problemas de suma y resta, organizándolos por equipo. Cada equipo recolectará manzanas, duraznos, botellas, cajas, piedras y tierra. Lo colocarán en el patio para formar la tienda.

Un equipo hará como tendero y los demás niños van a comprar los productos que hay en la tienda, pagando con semillas, piedras y el tendero les dará cambio.

-Una semilla equivale a 5 pesos

-Una piedra equivale a 10 pesos

Por ejemplo:

-Carlos fue a la tienda y compró un refresco y un pan, el refresco cuesta $ 10 pesos y el pan $ 5 pesos.

-¿Cuánto pagó en total?

-Laura fue a la tienda y compro un kilo de manzanas y un kilo de duraznos el kilo de manzanas cuesta $ 23 pesos y el de durazno $ 18 pesos. ¿Cuánto pagó en total?

-¿Quién gastó más Carlos o Laura?

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

12. Cuentas y cambios.

Propósito:

El alumno reflexione sobre los problemas aditivos utilizando material escolar.

Materiales:

Cuaderno

Lápiz

Libro de matemáticas de tercer grado.

Desarrollo:

Se realizarán equipos y cada equipo realizará diversos problemas de suma y resta.

-Mi Papá tenía 45 manzanas, pero Rosa le regaló 24 más. ¿Cuántas manzanas tiene ahora?

-Lorena tenía 100 manzanas pero, regaló 30. ¿Cuántas manzanas le quedan?

-Yo tenía 50 duraznos pero Laura se comió 14. ¿Cuántas manzanas me quedan?

Enseguida contestaran de su libro de tercer grado la lección 48 Pag. 110.

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

13. Competencias.

Propósito:

Que los alumnos sepan utilizar los problemas aditivos de cambio, comparación y combinación.

Materiales:

Cajas

Monedas

Cuaderno

Lápiz

Desarrollo:

Se formarán parejas para realizar diferentes actividades, a cada pareja se le entregará una caja, nueve monedas de 10 pesos y nueve de 1 peso.

A cada pareja se le indicará que coloque dentro de la caja 50 pesos y un niño de cada pareja agregará una moneda de 10 pesos; enseguida el otro niño calculará mentalmente cuánto dinero hay en la caja y anota en su cuaderno.

Después ambos destapan la caja y cuentan el dinero para verificar.

Posteriormente colocan en la caja 45 pesos y un niño de cada pareja quita 45 pesos y un niño de cada pareja quita 2 monedas de 10 pesos.

Enseguida el otro niño realiza el calculó ¿cuánto dinero quedó en la caja? Y anota en su cuaderno.

Después abren la caja para verificar y así seguirán realizando actividades de quitar y agregar monedas.

Coloca el signo + ó – según corresponda.

20_____15 = 35	10 ____ 5 = 15
60_____10 = 50	20____ 25 = 45
80_____20 = 60	60____15 = 40

A partir de los ejemplos anteriores los niños escogerán una operación y redactarán un problema.

Evaluación:

- Identificó datos
- Completó datos
- Comprendió
- Resolvió el problema

Estrategias para el desarrollo de habilidades.

Estas actividades deben estar comprendidas para poder aplicarlas sin mayores complicaciones; sin embargo algunas de ellas las modificaremos de acuerdo a las necesidades para el logro de nuestros objetivos, este supuesto se presenta debido a que hay conceptos o procesos de desarrollo que no se cumplieron según las recomendaciones a que los programas de estudio de 1993 hacen referencia al constructivismo. Es importante destacar que en la suma no existe tanto el problema como en la resta, pues recordemos que la reversibilidad aún es incipiente en esta etapa de desarrollo del niño.

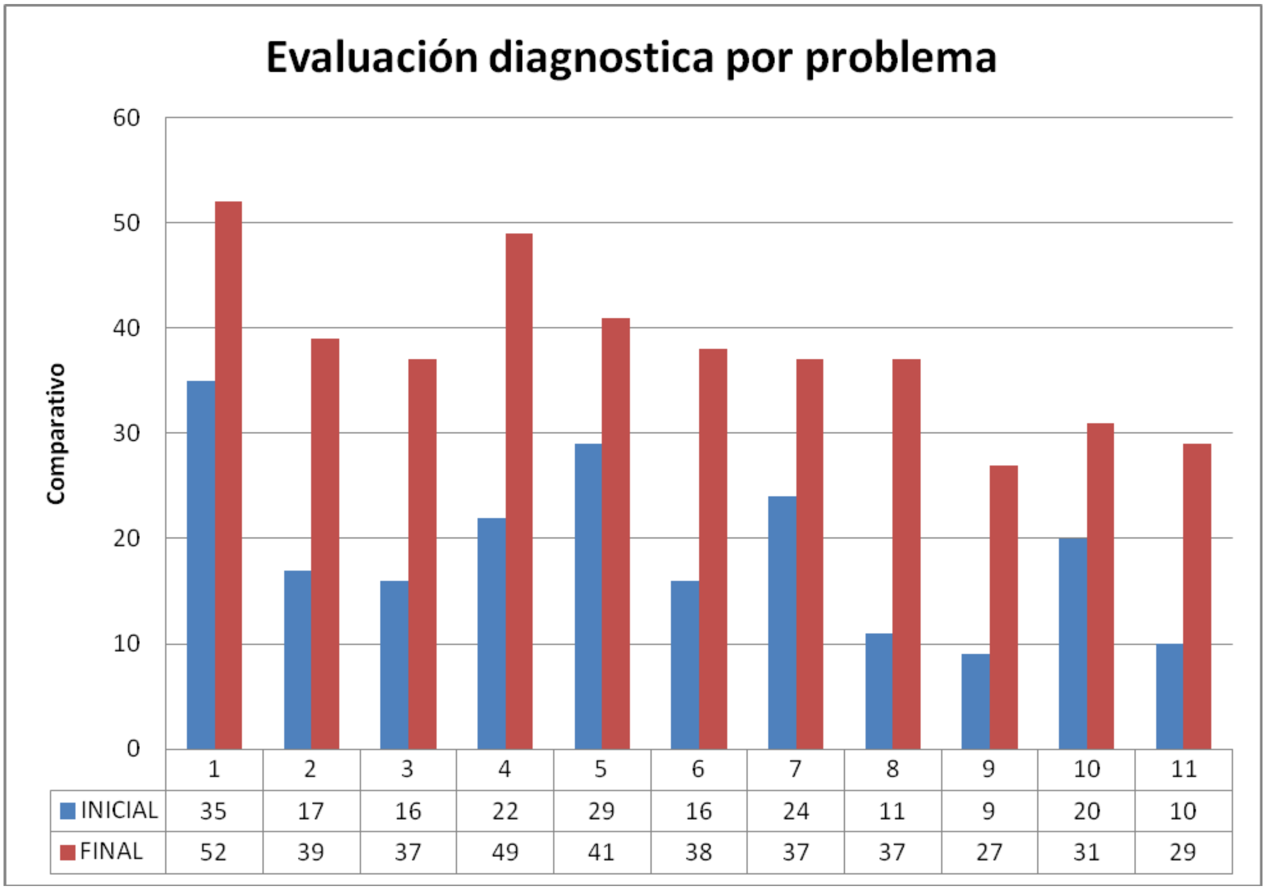
Fase 3 Evaluación Final.

Aquí se aplicó nuevamente la evaluación, para ver los avances que tuvó nuestra intervención, al aplicar un programa psicopedagógico y analizar (Anexo 2 y 3). Los progresos de los sujetos de acuerdo a la solución de problemas de estructura aditiva de cambio, combinación y comparación.

ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Análisis Cuantitativo y Cualitativo.

Tabla de resultados de la evaluación inicial y la evaluación final.



Análisis Cuantitativo.

Al hacer el comparativo entre la evaluación inicial y final. En la primera nos percatamos de los errores que se cometían al solucionar un problema, pues la mayoría no tenía idea de cómo desarrollarlos, tenían dificultades al hallar el elemento desconocido, en los problemas de combinación y comparación, tardaron un tiempo considerable en tratar de resolverlos y así pudimos constatar que el trabajo en la materia de matemáticas era escaso.

La mayoría de los niños se acercaba a preguntar cómo resolver los problemas y constantemente a verificar si estaban bien. Sabemos que en la práctica los grupos son heterogéneos, sin embargo este rebasaba los estándares que se pudieran suponer aceptables. Así lo revela en la grafica el alto índice de errores en los problemas que su solución se basaba en una resta.

Así se puede observar un aumento mayor en la evaluación final esto se ve reflejado en los seis problemas aditivos de cambio, ya que en un inicio los problemas: 2, 3, y 6 su porcentaje fue menor, porque el alumno confundía el problema y lo qué le pedía, ya que su solución se basaba por medio de una resta y enredaba al alumno, por lo cual, algunos alumnos querían resolverlo por medio de una suma y en otros casos acomodaban incorrectamente las cantidades para llevar a cabo la resta. Es por ello que dentro de las actividades ayudamos a los alumnos a realizar adecuadamente las restas, se les hizo ver que no podían restar cantidades más grandes a lo que tenían, esto se reflejo en la actividad 7 donde se trabajo la prioridad a la operación de la resta.

En los problemas de combinación que son 7 y 8, se muestran los problemas con cantidades disjuntas, donde los niños debían entender que tenían qué hacer y qué operación realizar considerando las cosas o sujetos no como independientemente sino como partes de un todo o una colección, para lograr así el resultado del problema. En el problema 8 en la evaluación inicial vuelven a salir bajos porque se enfrentan de nueva cuenta a la operación de la resta, pero una vez aplicadas las actividades se retoma varios ejercicios fomentando el análisis del problema ya que es parte fundamental entender lo que el problema pide para poder ejecutar la acción.

En los problemas 9, 10 y 11 se presenta la relación entre los problemas de cambio y comparación, dependiendo de la dirección sugerida por el suceso (incremento o decremento) o la relación (más que o menos que), respectivamente a dos cantidades disjuntas, para determinar la diferencia entre ellas, y averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas. En la evaluación inicial en los problemas 9 y 11 salen bajos porque la solución de estos era en base a una resta y vuelven a cometer el error de no analizar lo que el problema les pide. Dentro de las actividades se retoman varios ejercicios fomentando el análisis a los problemas de incremento y decremento, ya que es parte fundamental en entender lo que el problema pide para poder ejecutar la acción. Logrando un avance en la evaluación final, como se ve en la grafica.

Al hacer el análisis de cada uno de los problemas se puede observar un aumento mayor en la evaluación final esto se debe a que cada una de las actividades estaba diseñada para que el alumno se familiarizará con la resolución de problemas plasmando la operación y el resultado del problema y se le dio un puntaje mayor cuando ponían el procedimiento ya que es la evidencia concreta de ver lo que aprendieron y cómo lo ponen en práctica, siendo así para nuestra investigación no conformarnos solamente con que pongan el resultado sino verificar como ordenan y resuelven el problema.

Si bien es mencionado constantemente que el enfoque de las matemáticas plantea el trabajo realizado por los niños, se observó que no suelen trabajar de acuerdo al enfoque, porque para ellos era muy difícil extraer la información para analizarla y dar respuesta a lo que se les pedía, ellos querían que se les dijera que tenían qué hacer, que operaciones básicas tenían qué utilizar y a pesar que al principio les costó mucho trabajo fueron reconociendo cuál era su función con respecto a las situaciones planteadas.

La evaluación inicial, mostró deficiencias en la identificación y la exploración del problema, porque aunque los niños tenían toda la información necesaria, algunos de ellos no podían y no sabían cómo iniciar.

El análisis realizado en la práctica y en las evaluaciones hechas a los niños podemos decir que el propósito se cumplió por la observación de los siguientes aspectos: en la participación de los alumnos dentro de las actividades, en la disposición de lograr cumplir con los propósitos específicos de cada sesión, en el desempeño que mostraron en la resolución de problemas que tenían que hacer cuando se les pedía, en la forma de resolver los problemas el cual fue mejorando gradualmente debido a la estrategia de Pólya y el avance presentado por los alumnos en los ejercicios de cada una de las actividades.

Análisis Cualitativo.

La aplicación de la evaluación cualitativa tuvo lugar en el salón de clases, bajo nuestra supervisión observando el comportamiento del grupo al resolver los problemas.

Como nuestro objetivo es aplicar: Un programa de intervención basado en la estrategia de CUATRO PASOS DE PÓLYA, facilita la resolución de problemas aditivos de cambio, combinación y comparación a los alumnos de tercer grado de primaria. Nuestro análisis cualitativo reflejará como esta estrategia mencionada, ayudo a resolver los problemas de estructura aditiva. Como a continuación se describen:

<u>Paso 1: Entender el Problema.</u>

Exp's: ¿Equipos// entienden todo lo qué dice el problema?
Liliana: si es muy sencillo
Kevin: no// yo no
Exp's: deben de leerlo dos veces y tratar de entender lo que les pide el problema
Miguel: pero// cómo o qué tenemos que hacer
Jazmín: fácil solo ve la acción

Exp's: ¿Pueden cambiar el problema con sus propias palabras?
Montserrat: ¿cómo cambiar el problema?
Álvaro: si no entiendo la acción la puedo cambiar

Exp's: / / ¿Digan cuáles son los datos?
Mariana: (lee// pepe tiene 48 galletas, esto es 20 más de las que tiene Juan ¿Cuántas galletas tiene Juan?)
Mariana: // es una suma

Kevin: entonces se suma 48 + 20

Susana: y el resultado es 68

Exp's: ¿Saben a qué quieren llegar? //

Aldo: pues a resolverlo // no

Rosa: yo creo que a ver// qué me dice el problema

Exp's: ¿Hay suficiente información?

Ián: si// es que todos los problemas te dicen qué es lo que tienes que hacer// y es una resta

Luis: tu porque// dices que es una resta// no sabes

Zoé: maestros// yo no sé// si es suma o resta

Exp's: ¿Hay información extraña?

Liliana: pero porque se resta si dice que es 20 más

Fernanda: queremos saber ¿Cuántas galletas tiene Juan?, así que se resta

Vianey: entonces restamos 20 - 48

Luis Ángel: pero cómo 20 – 48 // no podemos quitarle una cantidad grande a una cantidad chica

Vianey: entonces es 48 - 20

Exp's: ¿Es éste problema similar a algún otro que hayan resuelto antes?

Raúl: si vienen muchos en el libro de matemáticas y los qué nos dejan de tarea

Paulina: y apenas entendí estos // y en el libro vienen más

Exp's: conclusión// es por ello que debemos entender qué nos pide el problema

Paso 2: Crear el problema.

Exp´s: ¿Pueden usar la estrategia qué les enseñamos?

Exp's: comenzamos nuestras actividades identificando lo siguiente//

Exp´s: Ensayo y Error.

Katheryn: por eso hemos hecho muchos ejercicios

Alexia: pero todos los he tenido mal

Marco: yo, ya sé qué es la acción

Zoé: yo, ya entendí que no siempre se suma cuando te dice, más que

Exp´s: Usar una opción

Exp´s: se les hicieron difíciles los problemas de ayer.

Jazmín: si por que todavía no entiendo muy bien los problemas.

Susana: Maestros a mí se me hace difícil saber qué es la acción.

Jazmín: Mi forma para resolver uno de los problemas de ayer (pasando al frente) fue que sume 35 más 35 (escribe en el pizarrón), me dio 70, pero me faltaba comprar más cajas así que al 70 le sume otros 35 y obtuve 105 así que le sume otros 35 y me dio 140 sobrándome 10 pesos de los 150 pesos del problema.

Raúl: Era más fácil sumar 70 más 70 para llegar al 140

Ián: (Levantando la mano) yo tengo otra manera para resolverlo (pasando al pizarrón y anota) sume 35 más 35 y me dio 70, al 70 que me salió le sume otros 70 y me dio 140 comprando 4 cajas de galletas y me sobró 10 pesos

Exp´s: Hacer una lista.

Exp´s: // recuerden que hay que seguir lo siguiente

- Identificar datos
- Completar datos
- Comprender el problema
- Resolver el problema

Exp´s: Usar razonamiento directo.

Exp´s: los niños retomaron los elementos del problema, identificaron la regla, organizaron la información y llevaron a cabo el plan de acción.

Exp´s: Usar razonamiento indirecto.

Exp´s: obtuvieron conclusiones generales a partir de deducciones que contienen datos particulares, es el proceso de observar datos

Paso 3: Ejecutar la estrategia.

Exp´s: Implementar la estrategia qué elegimos para solucionar el problema.

Exp´s: niños// como hemos observado la mayoría de ustedes tienen dificultades al solucionar problemas con la resta

Susana: yo todavía confundo que cantidad va arriba

Fernanda: yo hago lo siguiente identificó los datos, pero vuelvo a leer para comprender bien lo qué me pide el problema y ya lo resuelvo

Montserrat: yo todavía no entiendo en los problemas que nos han dado porqué se utiliza la resta

Exp´s: si leen dos veces el problema// van a comprender con qué operación lo van a resolver.

Exp´s: Tiempo razonable para resolver un problema.

Exp´s: al poner los ejercicios, dejamos un tiempo prudente para resolverlos, verificando como se discutían, de forma grupal y al pasarlos al pizarrón observar cómo lo resolvían y ver cuántas formas si las hay, tenían para resolver los problemas

Paso 4: verificar la solución.

“De forma grupal se les preguntó”
Exp’s: Equipos// ¿Su solución es la correcta?
Liliana: si estuvo muy sencillo
Kevin: no// yo no le entendí
Exp’s: ahora verifiquen dos veces y con qué datos realizaron la operación para resolver problemas
Miguel: ahora ya sé qué datos son los que tengo tomar
Jazmín: yo quiero pasar al pizarrón y resolverlo

Exp´s: ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema?
Mariana: (lee// pepe tiene 48 galletas, esto es 20 más de las que tiene Juan ¿Cuántas galletas tiene Juan?)
Mariana: // yo sé cómo se resuelve
Kevin: claro solo sigue los pasos que nos enseñaron
Susana: y el resultado es…///

Exp´s: ¿Sugieren una solución más sencilla?
Rosa: Analizamos el problema de varias maneras para resolverlos
Ián: subraya el problema con tus propias palabras.
Exp´s: Haz cuantas preguntas creas necesarias.
Exp´s: los problemas se pueden resolver de distintas formas// solo se necesita encontrar una para tener éxito.

Exp´s: ¿Pueden desarrollar la solución, a un problema de la vida diaria?
Ián: si// es que todos los problemas// si los entiendes te dicen qué hacer, cómo utilizarlos y donde.
Exp´s: Si no están entendiendo mucho, no duden en volver al principio y asegurarse de que realmente entendieron el problema.

Zoé: maestros// dejar la solución escrita con claridad de tal modo que pueda entenderla si la leo dos veces y verifiquen mi resultado, si estoy bien.

Exp´s: al poner su operación con claridad// nosotros podemos verificar dónde se equivocaron, cómo acomodaron las cantidades y cómo resolvieron el problema

Arturo: Ayudar a otros a resolver los problemas es una gran ayuda para uno mismo// no.

Álvaro: porque así entiendo más yo// y llevo lo que aprendí de la escuela a mi casa.

<u>Paso 5: Problemas de Cambio.</u>

Exp´s: analicemos juntos los problemas // ¿Por qué se les dice de estructura aditiva?

Exp´s: recuerden que los problemas de cambio hay una cantidad inicial, y la cantidad de cambio es conocida

Exp’s: Equipos// ¿entienden todo lo qué dice el problema?

Liliana: si por que tiene 25 galletas y compra 40 más

Kevin: ¿Cuántas galletas tiene?

Exp’s: deben de leerlo dos veces y tratar de entender lo qué les pide el problema

Miguel: pero si se come 10 ¿Cuántas le han quedado?

Exp´s: recuerden que la cantidad inicial y el resultado del cambio los conocemos y nuestra duda será en éste caso la cantidad del cambio

Jazmín: es como el ejemplo que tiene 16 colores y desea comprar algunos para tener 30 ¿Cuántos tiene que comprar?

Montserrat: pero si también tiene 16 colores y regala algunos a su hermano y le quedan 8 ¿Cuántos colores ha regalado a su hermano?

Exp´s: niños// acaban de formar de un problema tres formas distintas para resolver el problema

Paso 6: Problemas de Combinación.

Exp’s: equipos // para este tipo de problemas necesitamos conocer la colección total y una de las colecciones y descontar la otra subcolección
Aldo: entonces si el problema (lee)/ Pedro tiene 10 globos y de ellos 4 son azules y el resto son rojos
Rosa: (levanta la mano) yo quiero saber ¿Cuántos globos rojos tiene Pedro?
Exp’s: como le podemos ayudar a Rosa / alguien sabe ¿Cuántos globos rojos son?
Ián: (levantando la mano) tiene 6 globos rojos
Luis: pero si eran muchos globos como supiste que eran 6 globos rojos
Zoé: maestros// yo quiero saber si llega su amiga de Pedro y trae consigo 3 globos rojos y 5 amarillos / le quiero preguntar a Arturo ¿Cuántos globos tiene la amiga de Pedro?
Arturo: (contando con los dedos) son 8

Paso 7: Problemas de Comparación.

Exp´s: equipos / vamos a comenzar con los problemas de comparación
Exp´s: niños / ¿Qué es comparar?
Rosa: puede ser los tamaños de la gente
Ián: puede ser las cantidades
Exp´s: como las cantidades
Ián: pues cuando tengo una cantidad y me pueden dar más o me pueden quitar
Exp´s: a que se refiere quitar alguien sabe…
Liliana: pues quitar es igual a restar
Exp´s: podemos utilizar también la palabra menos
Zoé: pues si para la resta se utiliza el menos, / quitar, / tenían, / eran, / menos que

Exp´s: como se resuelve el siguiente problema Pablo tiene 7 cuadernos y Jaime 4 cuadernos ¿Cuántos cuadernos tiene más Pablo que Jaime?
Exp´s: antes de que nos contesten/ contesten el siguiente problema también ¿Cuántos cuadernos tiene menos Jaime que Pablo?
Liliana: maestros en la primera se resuelve por una resta y la segunda me confunde// pero creo que es por una suma
Exp´s: Liliana/ ¿Por qué te confunde? y ¿Cómo lo resolviste?
Liliana: yo conté los que tenia Jaime y aumente los que tenia Pablo y así lo resolví.
Exp´s: alguien tiene una solución distinta
Equipos: No
Exp´s: al realizar este tipo de problemas, logramos que una alumna utilizara un cálculo numérico diferente como el complemento aditivo para poder darle solución al problema.

Resultados del análisis cuantitativo y cualitativo

El desarrollo de la presente investigación ha tenido como finalidad aplicar un programa de intervención al solucionar problemas de estructura aditiva e identificar los aciertos y superar los errores al solucionar los diferentes tipos de problemas como los de cambio, combinación y comparación. Entre las técnicas a emplear se realizó una evaluación inicial y final que permitieron reconocer el avance de contenidos en los alumnos y por lo tanto lograr el objetivo de la investigación.

Existieron actividades en donde los niños tenían que averiguar el estado final de una colección, después de que sufre una transformación. La variedad de los problemas que se presentaron tiene que ver con las relaciones entre los datos de los problemas que se plantean, así como con la forma de presentarlo pues no cualquier problema de estructura aditiva, significa igual para los niños.

Este comparativo se ajusta a los objetivos de nuestra intervención, al lograr mejorar el proceso de aprendizaje. Ya que los alumnos presentan mayor facilidad en la adición, que en la sustracción de los problemas.

Los problemas de estructura aditiva pueden ser fáciles o no tan fáciles. Esto depende no solo de cálculo numérico, si no la forma de esté planteado el problema, exigiendo efectuar operaciones de pensamiento, mismas que se proponen dentro de las reformas curriculares de la SEP.

Así lo observamos en nuestra evaluación final donde la mayoría buscó la solución a los diferentes problemas lo cual no implicó uso de tiempos excesivos por desconocimiento de una estrategia, ni aquella actitud tan pasiva o evasiva que se observó en la evaluación inicial.

Para nuestra evaluación final los alumnos demuestran tener los elementos necesarios para resolver con mayor eficiencia diversos problemas aditivos, sin tardar tanto tiempo, se mostraron seguros y satisfechos con sus avances.

Durante el proceso estuvimos atentos a todas las etapas que implica la resolución de problemas, desde la observación, interpretación de datos, deducción lógica, la aplicación de la estrategia de los cuatro pasos de Pólya y los procedimientos formales e informales de los alumnos.

Es un hecho generalizado en el nivel básico que los alumnos no idean un procedimiento para encontrar posibles soluciones, porque carecen de los antecedentes cognitivos y de contenido, se conforman con dejar pasar el tiempo sin intentar pensar, ni mucho menos de mostrar sus habilidades.

Con estos hechos resulta más evidente que existió un avance de los alumnos que influyo para actuar en la búsqueda de respuestas alternas, así como favorecer el ambiente de trabajo dentro del salón para intercambiar ideas y proponer soluciones a los distintos problemas

CONCLUSIONES.

Para realizar esta investigación fue necesario considerar a través de un diagnóstico del grupo que indicara la situación en la que se encontraba y poder saber de su nivel de conocimientos a través de sus fallas y obstáculos. Analizamos la parte correspondiente a la asignatura de matemáticas, la cual observamos deficiencias en las operaciones básicas de suma y resta en la resolución de problemas. Posteriormente en la interacción realizada con los alumnos trabajamos contenidos con dichas operaciones para tener un mejor uso de ellas, mejorando el trabajo, aunque en las sesiones de la intervención los niños mostraron determinadas deficiencias. Esta investigación nos permitió identificar la condición en la que se encontraba el grupo y así aplicar la experimentación de la propuesta y esto fue lo que nos llevó a trabajar especialmente con los problemas de estructura aditiva. Consideramos que siempre es importante tener un diagnóstico de la situación del grupo para no empezar sin un determinado referente, además del reforzamiento de lo que es más difícil para el grupo a pesar de ser algo que ya debía estar consolidado.

Las estrategias que permiten la resolución de problemas son aquellas que incitan al adecuado tratamiento de la información a través de su respectivo análisis, así que de la estrategia propuesta por pólya, retomamos la importancia de organizar la información la cual nos ayudó a resolver problemas de forma más clara y completa, ya que se incluyó desde la identificación del problema hasta la rectificación de su resolución, dando por resultado en los alumnos un mejor análisis de los datos presentados y aunque el proceso fue difícil e implica más tiempo de lo que se logró con las 13 sesiones fue la manera en que los niños sistematizaran la información.

Para lograr que los alumnos encontraran significado a lo que hacían en la resolución de problemas, fue necesario además de seleccionar diversos autores y estrategias útiles a la resolución de problemas de estructura aditiva, seleccionar el medio adecuado que diera la oportunidad a los alumnos de resolver problemas a través de situaciones vividas por ellos mismos en un contexto de su interés.

Los alumnos al resolver las situaciones que se les presentaban buscaban diferentes caminos para dar solución a algo que ellos necesitaban darle respuesta. Cabe mencionar que en este proceso encontramos deficiencias de aprendizaje en los alumnos, sobre todo en el contenido y por ello fue que nos vimos en la necesidad de separar a los alumnos en equipos donde se les presentaban mayores obstáculos en su trabajo, planteándoles a ellos situaciones con cantidades pequeñas y que después fueran aumentando un poco el grado de dificultad observado por ellos mismos.

Kamii señaló, los problemas que podrían ser del gusto de los alumnos lo cual corroboramos en las actividades para los alumnos, porque ellos necesitaban trabajar con algo que les represente ciertas cosas y por lo mismo el hecho de que sepan por que resolverlo, les interese y busquen diferentes maneras para llegar al resultado. Por eso fue que la propuesta se llevó a cabo mediante la estrategia de los cuatro pasos de Pólya para que los niños no solo resolvieran problemas solo por resolverlos, si no que supieran cual era la finalidad de ellos y en que les beneficiaria llegar al resultado. También es cierto que a los niños les gusta (según Kamii) resolver problemas elaborados por ellos mismos, pero en la práctica es difícil lograr que los alumnos lo hagan porque es algo que les costó mucho trabajo y donde se les presentaron dificultades como la falta de análisis y el manejo de la información.

Si bien es mencionado constantemente que el enfoque de las matemáticas plantea el trabajo realizado por los niños, se observó que no suelen trabajar de acuerdo al enfoque, porque para ellos era muy difícil extraer la información para analizarla y dar respuesta a lo que se les pedía, ellos querían qué se les dijera que tenían que hacer, qué operaciones básicas tenían que utilizar y a pesar que al principio les costó mucho trabajo fueron reconociendo cuál era su función con respecto a las situaciones planteadas. Finalmente podemos concluir que los alumnos lo que necesitan es reforzamiento y trabajo en estas áreas, pero; que realmente esté encaminado al logro de las competencias de los alumnos ya que a lo largo de estas sesiones se pudo observar un avance, aunque mínimo en la resolución de los problemas de estructura aditiva, principalmente porque las situaciones no estaban descontextualizadas, sino que representaban cierto interés para resolverlos, logrando desde una mejor aptitud en ellos hacia su resolución, como mejores aspectos procedimentales.

En el plan y programa de 1993 se menciona la importancia de adquirir conocimientos al resolver problemas, como por ejemplo, de saber qué operación utilizar a partir de la comprensión de lo que deben hacer al resolver problemas y no de enseñar primero las operaciones básicas para aplicarlas después con la solución de problemas.

Sin embargo, los niños con los que trabajamos en tercer año no tenían dominio del uso de las operaciones de suma y resta y no entendían situaciones sencillas que exponían explícitamente lo que se debía hacer y tenía dificultad en seleccionar que operación utilizar, además de ello los alumnos presentaron deficiencias en el valor posicional de las cifras al acomodarlas en las operaciones, lo cual provocó que se obtuviera un resultado incorrecto. Este problema se fue resolviendo con reforzamiento en nuestra parte con los ejercicios supervisados durante las actividades.

Debido al trabajo realizado con los niños podemos deducir que los maestros no revisan la teoría que marca la normatividad respecto al trabajo de la resolución de problemas de estructura aditiva, ya que durante la práctica observamos que los niños no trabajan los contenidos con el enfoque porque si así fuera, las habilidades de los alumnos estarían más desarrolladas en este aspecto además la evaluación inicial, mostró deficiencias en la identificación y la exploración del problema, porque aunque los niños tenían toda la información necesaria algunos de ellos no podían y no sabían cómo iniciar.

Una de las funciones de la escuela consiste en brindar situaciones en las que los niños utilicen sus conocimientos previos para resolver algunos problemas y que a partir de su resolución valla evolucionando hacia los procedimientos propios de las matemáticas, por ello permite que el conocimiento sea significativo para el alumno. Así que a través de la estrategia que seleccionamos se le permitió al niño ir resolviendo problemas con sus propios procedimientos en las dos primeras sesiones les señalamos que recurrieran a la manera más conveniente para dar solución a la situación planteada resolviéndolos, la mayoría de ellos con las operaciones básicas de suma y resta, aunque con ciertas deficiencias. A partir de la tercera sesión comenzamos a utilizar la estrategia de cuatro pasos de Pólya, señalándoles que deberían utilizar las operaciones básicas solicitándoles el resultado inmediatamente después de haber explorado diferentes maneras para dar respuesta a lo solicitado, cabe mencionar que esta petición fue especifica por que los alumnos utilizan de manera inmediata la suma y la resta, sin buscar otra forma de llegar al resultado. Sin embargo, sobresale el avance que los alumnos tuvieron en las tres últimas sesiones tanto en el uso de las operaciones básicas como en la resolución de los problemas presentados, ya que la estrategia de Pólya nos orientó en su proceso de resolución permitiéndoles identificar los problemas presentados en el contexto en el que trabajaron los alumnos buscando diferentes formas de llegar al resultado, porque ellos fueron capaces de reconocer el tipo de operación que se les pedía hacer de acuerdo al manejo de la información que hicieron y explicaron (algunos de ellos) por qué realizaron primero tal procedimiento o tal operación.

Es difícil considerar específicamente el contexto de cada niño ya que hay tanta variedad de su forma de vida como de ambientes familiares. Sin embargo si es importante considerar situaciones que no sean totalmente ajenas a ellos y aunque no hayan sido vivenciadas por ellos, si tenían cierto conocimiento sobre lo que se trabajó, lo cual permitió que los niños utilizarán y pusieran en práctica lo que han aprendido fuera y dentro de la escuela dando pauta al progreso y a los procesos de resolución de problemas de estructura aditiva. Se observó en la evaluación final, un cambio en el análisis realizado por ellos, un mejor uso de las operaciones básicas para llegar al resultado.

El objetivo general de esta propuesta fue: Aplicar un programa de intervención con actividades basadas en la estrategia de los cuatro pasos de Pólya, que le permitan resolver los problemas de estructura aditiva de cambio, combinación y comparación. Permitiendo a los alumnos vincular los conocimientos que ya poseen expresándolos en los procedimientos que utilicen para resolver problemas, lo que se logró debido al análisis realizado en la práctica y en las evaluaciones hechas a los niños podemos decir que el propósito se cumplió por la observación de los siguientes aspectos: en la participación de los alumnos dentro de las actividades, en la disposición del lograr cumplir con los propósitos específicos de cada sesión, en el desempeño que mostraron en la resolución de problemas que tenían que hacer cuando se les pedía, en la forma de resolver los problemas el cual fue mejorando gradualmente debido a la estrategia de Pólya y el avance presentado por los alumnos en los ejercicios de cada una de las intervenciones.

Así mismo la estrategia de Pólya nos permitió presentar a los alumnos una estrategia que les ayudaría a resolver problemas de manera individual en un contexto de su interés y además nos permitió vincular a los alumnos sus conocimientos previos con los que iban adquiriendo en cada una de las sesiones.

Para lograr cumplir el propósito de la propuesta fue necesario la realización de actividades que permitieran a los alumnos ir desarrollando habilidades, específicamente a la que se quería llegar, en este caso al análisis y para ello fue necesario primero que los niños reconocieran una estrategia que les permitiera dar significado a lo que hacían, la identificarán e hicieran comparaciones para poder llegar a realizar el análisis de los datos presentados en un contexto determinado. En la práctica, los alumnos mostraron mucha disposición en lo que se les pedía, pero como mencionamos anteriormente, hay quienes presentaron deficiencias que les impidieron realizar un análisis detallado de la información, pero consideramos que con el apoyo por parte de la profesora de grupo y el continuo trabajo de ello, el alumno podrá ir mejorando a lo largo de su ciclo escolar.

BIBLIOGRAFÍA

Aguayo, L. (2000) “Los errores en la enseñanza de las matemáticas. Tratamientos didácticos en la escuela primaria", en Memoria del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa. COMlE-Universidad de Colima, México.

Alvarado J. (1999). La nueva propuesta para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado. Dos dinámicas de trabajo. Tesis de maestría. UPN, México

Ávila, A. (1994). Los niños también cuentan. Procesos de construcción de la aritmética en la escuela primaria. SEP (Libros del Rincón), México.

Ávila, A. (1996). "Fundamentos y retos para transformar el curriculum de matemáticas en la educación básica de jóvenes y adultos", en Jorge Osorio y José Rivero (org.) Construyendo la modernidad educativa en América Latina. Nuevos desarrollos curriculares en la educación de personas jóvenes y adultas. Perú: UNESCO/ CEAAL/La Tarea, pp. 161-181.

Ávila, A. (dir). (2000) Evaluación cualitativa de los efectos de La reforma a lãs matemáticas. UPN, México.

Ávila, A. a (2001). "Algunas realizaciones de la reforma a las matemáticas, sus alcances y su significado", en Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima, México.

Ávila, A. b (2001). La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar. Tesis de doctorado en Pedagogía. UNAM, FFyL, México.

Beaufly, J. y Anne, M. (1991) *Estrategias para Enseñar a Aprender*. Aique, Buenos Aires.

Block, D; Dávila M. y Martínez P. (1995). "La resolución de problemas: una experiencia de formación de maestros", en Educación Matemática. Vol. 7 (3), pp. 5-26.

Block, D; Martínez P; Dávila M; y Ramírez M; (2000). "Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria", en Carrillo J. y L. C. Contreras (ed). Resolución de Problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos. Huelva, pp. 207 -236, España.

Baroody, A. (1993) El pensamiento matemático de los niños, Visor, Barcelona.

Block, D. (1995) *La Concepción Tradicional de la Enseñanza de las Matemáticas, Primer Ciclo de Educación Primaria*, Documento DIE 45.

Block, D. (2000) “Usos de los Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria”, en Carrillo Yáñez, José y Contreras Luis Carlos. *Resolución de Problemas en los Albores del Siglo XXI: una Visión Internacional desde Múltiples Perspectivas y Niveles Educativos.* Hergué Editora, España.

Carvajal, A. a (1996). "El libro de texto de matemáticas de primer grado en la práctica", en Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, vol XXVI (1), Centro de Estudios Educativos, pp. 131-163 México.

Carvajal, A. b (1996). "El uso del nuevo libro de texto en primer grado. Una mirada a las matemáticas”, en Básica. Revista de la Escuela y del Maestro. Año III (11). Fundación para la Cultura del Maestro Mexicano, pp. 15-20, México.

Carvajal, A. (2001). "El uso de un libro de texto visto desde la etnografía", en Revista Mexicana de Investigación Educativa. COMIE, vol. VI (12) pp. 223-247. México.

Charnay, R. (1994) “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”. En UPN Antología Básica. Los problemas matemáticos en la escuela. UPN: México.

Coll C. (1993) *Desarrollo Psicológico y educación,* Alianza, 6ta reimpresión, España.

Del Val, J. (1997) El Desarrollo Humano, Siglo Veintiuno 6ta edición, México.

Díaz Barriga, F. (1999) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*, Me Graw Hill, México.

DGDS. (2001) "Curso Taller: Orientación para el aprendizaje de la lengua escrita y las matemáticas", Subdirección de Servicios Educativos, México.

Flores, R. (2001). "Cuando la adición y la sustracción implican comparar", en Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima, México.

García Herrera, A. (1996). Los usos del texto en la práctica docente cotidiana de tercero y cuarto de primaria: un estudio cualitativo. Tesis de maestría en Ciencias. DE-CINVESTAV-IPN, México.

Guerrero, A, (1997). El proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones aritméticas elementales (una perspectiva psicopedagógica). Tesis de doctorado en Pedagogía. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Kamii, C. (1994) "*Reinventando la Aritmética II", Aprendizaje*, Visor, España.

Kamii, C. (1995) *"Reinventando la aritmética III", Aprendizaje*, Visor, España.

Lizarde, E. (2001). Las concepciones teórico-epistemológicas del docente y la resolución de problemas en la escuela primaria. Tesis de maestría en Educación. Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Zacatecas, México.

Mayer, E. (1986) *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*, 1a edición, Paidós, España.

Mendoza, M. (2001) “La reforma curricular y el uso de los problemas en la enseñanza de las matemáticas.” en Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima, México.

Miranda, A. y Fortes, G. (1998) *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*, Aljibe, Málaga.

Saldaña J, G. (1997) *La enseñanza de las matemáticas: una encuesta y una propuesta*, en “Revista Educación 2001”, Editorial Instituto Mexicano de Investigaciones, No. 27, Agosto 1997, año 3

0rton, A. (1990) "Didáctica de las matemáticas", Morata, Madrid.

Parra, C. y otros compiladores. (1997) *Didáctica de matemáticas*, Paidós, 5ta reimpresión, Argentina.

Salgado P. V. (1995) Los procesos de presentación. La representación de los procesos aditivos. Tesis de maestría en educación, Universidad de las Américas, México.

Salinas R. O. (2000) La enseñanza de la probabilidad en el sexto grado de educación primaria. Tesis de maestría en desarrollo educativo. Universidad Pedagógica Nacional, México.

SEP. (1995) La Enseñanza de las Matemáticas la Escuela Primaria, Taller para Maestros, 1a Parte, Programa Nacional de Actualización Permanente, México.

SEP. (1996) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Taller para Maestros, Lecturas, Programa Nacional de Actualización Permanente, México.

SEP 1. (2003) *Libro de Texto del Alumno, Matemáticas 3° año*, 2a reimpresión, México.

SEP 2. (2003) Libro del Maestro, Matemáticas 3° año", México.

SEP. (1993) Plan y Programas, Educación Primaria Básica, México.

Téllez, L. (1997) La enseñanza de la división a través de la resolución de problemas cuatro interpretaciones a la nueva propuesta curricular de tercer grado. Tesis de maestría en educación, UPN, México.

Vergnaud, G. (1991) *El niño, las matemáticas y la realidad*, Trillas, 5a reimpresión, México.

Woolfolk, A. (1999) *Psicología Educativa*, Prentice Hall, 7a edición, México.

ANEXOS

ANEXO1

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

LICENCIATURA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

Nombre del alumno: ________________________ **Número de lista:** _______

Fecha de aplicación:________________________

Habilidades básicas

Contesta los siguientes problemas y escribe tu procedimiento.

1.- Mi amigo tenía 75 canicas, Miguel le dio 18. ¿Cuántas canicas tiene ahora mi amigo?

2.- Mi amigo tiene 75 canicas. ¿Cuántas canicas más necesita para tener 93?

3.- Mi amigo tenía cierta cantidad de canicas, el gano 18 canicas más. Ahora tiene 93 canicas. ¿Cuántas canicas tenía mi amigo al principio?

4.- Karina tenía 56 dulces, le regaló 9 a Ana. ¿Cuántos dulces le quedaron a Karina?

5.- Karina tenía 56 dulces. Ella perdió algunos. Ahora tiene solamente 47 dulces. ¿Cuántos dulces perdió Karina?

6.- Karina tiene cierta cantidad de dulces. Le dio 9 a Ana, ahora le quedan sólo 47. ¿Cuántos dulces tenía Karina al principio?

7.- En un parque hay 26 niños y 48 niñas. ¿Cuántos son en total?

8.- Carmen tiene 47 flores. Ocho de ellas son rojas y el resto son amarillas. ¿Cuántas flores amarillas tiene Carmen?

9.- En un grupo de amigos hay 28 niños y 47 niñas. ¿Cuántas niñas más que niños hay en el grupo?

10.- Oscar tiene 74 tazos. Luis tiene 20 tazos más que Oscar. ¿Cuántos tazos tiene Luis?

11.- Luis tiene 94 tazos, esto es 20 más de los que tiene Oscar. ¿Cuántos tazos tiene Oscar?

ANEXO 2

Evaluación Inicial. Resultados de problemas estructura aditiva al 3°de primaria

		CAMBIO						COMBINACION		COMPARACION			
Sujetos	Edad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	TOTAL
1	8	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
2	8	3	2	2	2	2	0	3	0	0	0	0	14
3	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	10
4	8	3	0	3	1	3	0	2	0	0	0	0	12
5	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	8	3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	5
7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	3	5
8	8	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	6
9	8	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	6
10	8	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	6
11	9	1	0	1	1	2	1	1	1	0	1	1	10
12	8	1	0	3	3	0	3	1	1	0	1	0	13
13	8	1	3	0	3	3	1	3	3	1	3	1	22
14	8	1	1	1	1	0	1	1	2	0	1	1	10
15	8	3	0	1	1	2	1	1	0	0	0	1	10
16	8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	4
17	8	3	3	1	3	2	1	2	3	3	3	1	25
18	8	0	0	0	0	3	0	0	0	0	1	1	5
19	8	1	0	0	0	2	1	1	0	0	1	0	6
20	9	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
21	8	1	1	1	1	2	1	1	0	2	1	1	12
22	8	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3
23	8	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5
24	8	1	0	0	0	3	0	3	0	0	3	0	15
	TOTAL	35	17	16	22	29	16	24	11	9	20	10	8.7

ANEXO 3
Evaluación Final. Resultados de problemas estructura aditiva al 3°de primaria

		CAMBIO						COMBINACION		COMPARACION			
Sujetos	Edad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	TOTAL
1	8	3	1	0	3	1	0	1	1	1	1	1	13
2	8	3	0	3	3	3	3	3	3	1	1	1	24
3	8	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	0	28
4	8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	27
5	9	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	10
6	8	1	1	1	3	1	0	1	0	0	1	1	10
7	8	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	3	21
8	8	3	1	1	2	3	0	1	1	0	0	0	12
9	8	3	3	1	1	0	1	1	3	0	3	3	19
10	8	3	2	0	3	3	1	1	2	0	2	0	17
11	9	3	1	3	3	3	1	1	1	1	1	1	19
12	8	3	3	3	3	1	3	3	1	1	1	2	24
13	8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	33
14	8	3	3	1	1	1	1	1	3	1	3	1	19
15	8	3	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1	17
16	8	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	2	14
17	8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	33
18	8	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
19	8	1	3	3	0	1	2	1	1	1	1	1	15
20	9	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	6
21	8	3	2	1	2	0	1	2	0	2	1	1	15
22	8	1	3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	9
23	8	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	8
24	8	3	0	0	3	3	1	3	0	0	1	3	17
	TOTAL	52	39	37	49	41	38	37	37	27	31	29	17.4