



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
Unidad Ajusco

**PROGRAMA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA EN
LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES CON
SITUACIÓN DE RAZÓN**

TESIS

Para obtener el título de:
Licenciada en Psicología Educativa

Presenta:
ANA EIRA GÓMEZ CASTREJÓN

Asesor:
Mtro. Francisco Javier Moreno Torres



Octubre, 2011

**PROGRAMA DE INTERVENCIÓN
EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA DE
FRACCIONES CON SITUACIÓN
DE RAZÓN**



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
COMISIÓN DE TITULACIÓN
DE LA LICENCIATURA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA**

México, D.F., a 30 de agosto de 2011.

DICTAMEN DE TRABAJO RECEPCIONAL

C: ANA EIRA GÓMEZ CASTREJÓN

P R E S E N T E

La Comisión de Titulación tiene el agrado de comunicarle que habiéndose aprobado su trabajo de tesis:

“PROGRAMA DE INTERVENCIÓN EN LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES CON SITUACIÓN DE RAZÓN”

Está autorizado para su impresión.

Así mismo, se le informa que se requieren cuatro ejemplares impresos y un CD formato (PDF) que deberán entregarse a esta Comisión, y dos CD formato (PDF) para la Biblioteca de esta institución.

ATENTAMENTE

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Micaela', is written over a horizontal line.

Mtra. María Imelda González Mecalco
Presidente de la Comisión
de Titulación

AGRADECIMIENTO

A Mis Padres:

Por su confianza, apoyo y amor incondicional que me han guiado durante mi vida.

Por su dedicación, tiempo y paciencia por darme la oportunidad de dirigir
mi camino les doy las gracias.

A Cecy, Adriana y Ana María:

Por su cariño, comprensión, apoyo y amor al
estar siempre a mi lado, compartiendo cada
una de las etapas de la vida.

A Joel, Iliana, Jessica, Mera y a mis demás
amigos/as:

Por estar siempre en los mejores momentos
de mi vida, a ustedes les agradezco por
enseñarme día con día con su cariño y amor.

Gracias por confiar en mí.

A mis lectores:

Por su tiempo, experiencia y cada uno de sus
consejos, para impulsar este trabajo.

A Jonathan:

Por su apoyo, consejos, enseñanzas y sobre
todo por estar en el momento preciso,
compartiendo este gran esfuerzo de esta
manera. Gracias amor.

A mi asesor Francisco

Por su apoyo, experiencia, tiempo y por la
confianza en mi trabajo desde el primer
momento. Por impulsándome a la obtención
de un excelente trabajo.

DEDICATORIA

Este trabajo es reflejo del esfuerzo, amor, apoyo, cariño y confianza de las personas que han estado conmigo a lo largo de mi vida y demuestra que los sueños más anhelados se hacen realidad.

Comparto con todos ellos este gran logro, fruto de la confianza puesta en mi trabajo, que pude lograr con esfuerzo y dedicación.

¡Gracias por estar presentes en mi vida!

RESUMEN

El presente trabajo gira en torno a los problemas derivados del proceso de enseñanza y aprendizaje referentes al contenido matemático de fracciones en situación de razón. El objetivo de este trabajo fue diseñar, construir, aplicar y evaluar una intervención educativa con enfoque constructivista para el aprendizaje del contenido matemático de fracciones en situación de razón en alumnos/as de primer grado de secundaria. En primer lugar se planteó un marco teórico, en el cual se abordan los antecedentes desde varios enfoques: psicología educativa, constructivismo, problemas de aprendizaje, educación matemática y enseñanza de las fracciones. En lo que respecta a la intervención se impartió un programa de intervención que consta de 15 sesiones donde se trabajaron diversas interpretaciones de fracción.

Este proyecto se llevó a cabo a partir del diseño, construcción y aplicación del programa de intervención "Quebrando Ideas Numéricas" (QIN), este programa fue aplicado a alumnos/as de primero de secundaria. El contenido de QIN está cimentado en ejercicios y actividades que proponen el uso de material concreto (Tangram, regletas, plantillas y geoplano entre otros) como uno de los motores del desarrollo de la construcción del conocimiento de los contenidos abordados en los talleres impartidos. Los temas que constituyen QIN fueron determinados a partir de una evaluación inicial (pretest) aplicada en la primera sesión. En el trascurso del desarrollo se efectuaron evaluaciones en casi todas las sesiones y una evaluación final (postest) en la última sesión; además, en cada una de las sesiones se registraron observaciones en un diario de campo, observaciones sobre el desarrollo de las actividades realizadas por los/as alumnos/as.

La comparación de los promedios totales y por reactivo de la evaluación inicial y final nos dieron evidencia (2.31 puntos) de que el supuesto de mejora en el conocimiento general del tema impartido se cumplía; además, el análisis comparativo de los conceptos en las respuestas reactivo por reactivo, permitió ver un conocimiento más sólido en los principios fundamentales de las fracciones. Se puede concluir entonces, que el uso de las estrategias de construcción propuestas así como el material utilizado y el trabajo en equipo, favorece en los/as alumnos/as la comprensión de los principios fundamentales del contenido involucrado y la resolución de situaciones problemáticas.

Como consecuencia de los resultados obtenidos y de la experiencia en la impartición de las 15 sesiones de QIN, se sugieren elementos didácticos y puntos de reflexión para la enseñanza del tema fracciones que a juicio de la autora, mejorarían el aprendizaje de estos contenidos de en primero de secundaria.

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN	9
JUSTIFICACIÓN	14
ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO	20
OBJETIVO GENERAL	22
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
Capítulo 1 MARCO TEÓRICO	
PSICOLOGÍA EDUCATIVA, CONSTRUCTIVISMO Y ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES	
1.1 Psicología Educativa	23
1.2 Problemas de Aprendizaje	27
1.2.1 Teorías cognitivas de aprendizaje	28
1.2.1.1 Constructivismo Piagetiano	30
1.2.1.2 Constructivismo Vygotskiano	32
1.3 Educación Matemática	37
1.3.1 Cognitivismo	39
1.4 Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas	41
1.5 Fracciones	43
1.5.1 Hans Freudenthal	45
1.5.2 Streefland	45
1.5.3 Thomas Kieren	46
1.6 Fracciones: Situación de Razón	47
Capítulo 2 MÉTODO	
2.1 Tipo de Estudio y/o diseño	50
2.2 Variables e hipótesis	51

2.3	Participantes	51
2.4	Escenario	52
2.5	Materiales	52
2.6	Procedimiento	54

Capítulo 3 RESULTADOS

3.1	Análisis por Reactivo	77
	3.1.1 Resultado del Grupo Experimental	77
	3.1.2 Resultados del Grupo Control	104
3.2	Análisis Cuantitativo (Prueba estadística)	114
	3.2.1 Grupo Experimental	114
	3.2.2 Grupo Control	116

Capítulo 4 DISCUSIÓN

4.1	Hallazgos	119
-----	-----------	-----

CONCLUSIONES	128
---------------------	-----

REFERENCIAS	130
--------------------	-----

REFERENCIAS COMPLEMENTARIAS

ANEXO “Programa de Intervención Educativa: Quebrando Ideas numéricas (QIN)”

ANEXOS “Materiales del Programa Quebrando Ideas Numéricas”

INTRODUCCIÓN

Generalmente las personas expresan su fobia a las matemáticas, al utilizar expresiones como: *“Las mate no son para mí”, “A mí no se me dan las matemáticas”, “Los Números no van conmigo”*. Podemos escuchar éstas expresiones tanto en alumnos/as como en padres de familia al evitar ser cuestionados sobre contenidos matemáticos o para justificar resultados no favorables. Esta repulsión a las matemáticas y el temor con el que se las ve, nos da pautas para cuestionarnos sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

Estas actitudes negativas se reflejan en el aprendizaje de las personas en relación a la asignatura de matemáticas. Se considera que la existencia de sentimientos adversos se encuentran fuertemente relacionados con el proceso de aprendizaje de los alumnos/as, obstaculizando la labor docente. A su vez, como consecuencia de lo anterior, se llega fácilmente a fenómenos como el anumerismo matemático o analfabetismo matemático, que es la incapacidad de manejar cómodamente los conceptos fundamentales de número (de los grandes números, del azar, así como de la probabilidad) que atormentan demasiado a las personas (Allen, 1995).

En contraste, en la actualidad se pretende reforzar la alfabetización matemática considerada como la capacidad que permite la formulación, interpretación y utilización de las matemáticas en diversos contextos. Es decir utilizar conceptos matemáticos, procedimientos, hechos y herramientas para la descripción, explicación y predicción de fenómenos; además (OCDE, 2010) la alfabetización ayuda a las personas al reconocimiento del papel que las matemáticas juegan en el mundo, al hacer juicios fundamentados, reflexivos y comprometidos.

El sentimiento negativo hacia las matemáticas, permea una serie de cuestiones que se ven reflejadas en la opinión de los docentes sobre la problemática existente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esto puede verse en la encuesta que se realizó en el Tecnológico de Monterrey (Campus Ciudad de México) durante la impartición de la conferencia sobre la página WEB *“Mi ayudante. Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria”*, en el congreso de Bécagos para Maestros, en el mes de septiembre del 2009.

En la encuesta mencionada se preguntó a los/as maestros/as de secundaria sobre el tema que presenta mayor dificultad para los alumnos y que argumentarán el ¿Por qué? (Anexo 1), ante este cuestionamiento, los profesores entrevistados dieron como respuestas más frecuentes las siguientes: raíz cuadrada, fracciones, ecuaciones de segundo grado y estadística; la mayoría coincidió en afirmar que el contenido matemático “Fracciones” era por mucho el más complicado para su enseñanza debido a que los fundamentos de la noción de números naturales se veía cuestionada.

La investigación planteada a lo largo de este trabajo, está dirigida a la enseñanza y aprendizaje de fracciones, en particular en situación de razón, debido a que se considera uno de los temas más complejos de tratar en la educación básica (tal como lo corroboramos en la información de los docentes entrevistados).

La importancia del correcto aprendizaje de este contenido radica en el uso que se le da posteriormente al abordar diversos temas, ya que como menciona Lamon en el 2006 (citado en Zúñiga, 2008) el aprendizaje de las fracciones marca el inicio del viaje hacia la comprensión de los números racionales (los cuales se expresan como cociente de dos números enteros, es decir, en forma de fracción) y hacia el razonamiento proporcional; que según Freudenthal en 1983 (citado en Alatorre, 1994), abarca incluso el razonamiento sobre dos razones, este último abre la puerta hacia matemáticas superiores y hacia la ciencia.

Cabe resaltar que en el programa de secundaria 2006, el contenido de las fracciones es considerado obligatorio y relevante para su enseñanza y su aprendizaje, a pesar del cuestionamiento de varios autores sobre la pertinencia de que se mantenga en los planes y programas de estudio, aludiendo que su uso es muy limitado y las dificultades de enseñanza son muy grandes. “Curiosamente el argumento de la poca utilización de las fracciones por parte de los niños y adultos es el hecho en el que se apoyan otros para mantener su permanencia, si no son comprendidas ¿Cómo van a Enseñarse?” (Llinares, 2000; 25).

La autora asume que uno de los numerosos aspectos que se reflejan en el proceso de aprendizaje de las fracciones está directamente relacionado con los métodos de enseñanza, ya que favorecen o dificultan los procesos de construcción de conocimientos en los alumnos y alumnas.

El aspecto del método de enseñanza se vincula con los procesos del mismo aprendizaje, respecto al contenido de las fracciones Kieren en 1976 y Dienes en 1972 citados por Llinares (2000) afirman que varias investigaciones relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje de las ideas de fracción, indican que para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones.

Las diversas interpretaciones de las fracciones permiten coadyuvar al mejoramiento de la comprensión conceptual de la idea de fracción por medio de la resolución de problemas; estas interpretaciones según Gairin & Sancho son:

1. La Relación Parte-Todo y la Medida
 - Representación en contextos continuos y discretos
 - Decimales
 - Recta numérica
2. Las Fracciones como Cociente
 - División indicada
 - Como elemento de un cuerpo cociente
3. Las Fracciones como Razón
 - Probabilidad
 - Porcentajes
4. Las Fracciones como Operador

Estas interpretaciones que se le asignan a las fracciones, deben fortalecer la comprensión de los números racionales mediante la conexión entre los distintos significados, su aplicación a situaciones que exijan establecer relaciones y operaciones entre ellos, y tareas que permitan justificar cada uno de los algoritmos usuales (Gairin & Sancho, 2002).

Por otro lado Kieren en 1975, ve a las fracciones como un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores y considera que la comprensión de números racionales es básica para el desarrollo y el control de las ideas matemáticas. Al utilizar estos números los niños deben ser conscientes de la equivalencia de fracciones, manejar una

operación suma compleja, más axiomática que intuitiva, considerar que la relación entre suma y producto no se presenta de forma natural y trabajar las fracciones inversas (Citado en Llinares, 2000).

Dentro del método de enseñanza se pueden presentar algunas dificultades afines a la didáctica de las fracciones como dice Kieren en el año de 1988, respecto a la construcción del conocimiento individual del número racional debido a que es complejo y está formado por diversas concatenaciones, es decir, la construcción de conocimientos de los números racionales debe ser adquirido de una forma gradual y como entidad interconectada (Citado en Perera, 2001).

En resumen, el concepto de fracción y los contenidos asociados a él implican complejidad para su enseñanza y aprendizaje, ya que debe formar parte del bagaje cultural del alumnado que cursa la educación básica, creando el puente con otros contenidos matemáticos afines al desarrollo de competencias para la vida, como lo planean los planes de estudio de educación secundaria 2006 en el objetivo principal, ya que la *competencia* implica un saber hacer (Habilidades), un saber (Conocimiento), así como la valoración de las consecuencias del impacto de ese hacer (Valores y Actitudes) (SEP, 2006).

El panorama sobre las dificultades en los métodos de enseñanza y aprendizaje, nos llevan a plantear el siguiente cuestionamiento:

¿Qué tipo de actividades o ejercicios pueden promover o facilitar el aprendizaje (conocimientos, actitudes y habilidades) en los/as alumnos/as de primer grado de secundaria, respecto al contenido de las fracciones en situaciones de razón?

Para dar respuesta a esa pregunta se pueden considerar los siguientes aspectos que menciona Streefland, en 1984(citado por Clemente, 2002), como una sugerencia didáctica para la enseñanza de las fracciones:

- Es importante que los propios niños *construyan* las operaciones con fracciones. Construcción que debe basarse en las propias actividades del alumno.

- Valorar las actividades de los alumnos, así como los métodos y procedimientos que utilicen para resolver problema, aunque difieran de la formalidad propia de la materia.

- Que el alumno sea capaz de formular sus propias reglas y generalizaciones para adquirir su conocimiento.

- Se deben utilizar los saberes previos de alumno como base para empezar la secuencia de la enseñanza de las fracciones (ideas relativas a mitades, tercios, cuartos, etc., los procesos básicos de dividir, repartir,...)

- Buscar situaciones de compraventa y ordenación en las que los alumnos construyan procedimientos de solución por medio de procesos de dividir, ordenar, medir, componer....

- Utilización de modelos de apoyo (Regiones o segmentos, recta numérica, tablas de razones) y situaciones problemáticas (de la vida cotidiana) que sirvan de puente entre situaciones problemáticas en diferentes contextos y el trabajo numérico.

Por lo tanto, podemos asumir que las actividades y ejercicios deben orientarse desde un enfoque constructivista, que propicien los procesos de construcción del conocimientos en los alumnos y alumnas.

En resumen, la presente investigación pretende desarrollar un proyecto de intervención educativa referente al proceso de enseñanza de las fracciones en situación de razón, aplicando una estrategia con enfoque constructivista con alumnos/as de primer grado de educación secundaria.

JUSTIFICACIÓN

Uno de los temas importantes dentro de los problemas de aprendizaje, es el reto que representa la enseñanza de las matemáticas en general y en particular de las fracciones. Es preciso señalar que las dificultades del proceso de enseñanza permea las aulas escolares, obstaculizando en muchos casos el proceso de construcción de conocimientos. Las dificultades del proceso de enseñanza–aprendizaje de los contenidos matemáticos se ven reflejadas en las evaluaciones tanto internas como externas al ámbito escolar.

Las evaluaciones internas siempre están presentes en las instituciones educativas, ya sea de manera parcial, semestral, anual o final; estas evaluaciones arrojan resultados que son valorados por los docentes y que permiten detectar las dificultades de aprendizaje que tiene los alumnos y alumnas de ciertos contenidos o temas.

Entre las evaluaciones externas a la escuela, hay que considerar tanto las nacionales como las internacionales. Estas evaluaciones permiten estimar el resultado o logros del trabajo escolar y comparar la situación que presentan las distintas escuelas, regiones o países. En México se aplican la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) y el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA: por sus siglas en inglés). El primero es considerado como una prueba objetiva y estandarizada que “evalúa los conocimientos y las habilidades de los estudiantes en las asignaturas de Matemáticas y Español. Además, para lograr una evaluación integral, a partir del 2008 en cada aplicación también se incluye una tercera asignatura que se va rotando cada año, de acuerdo con la siguiente programación: Ciencias (2008), Formación cívica y ética (2009), Historia (2010) y Geografía (2011) (SEP).

En lo que respecta a PISA, también es considerada una evaluación estandarizada desarrollada de manera conjunta, esta “evalúa competencias en tres áreas: Lectora, Matemática y Científica. Esta prueba busca conocer las competencias, las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones relacionadas con cada una de estas áreas” (SEP, 2008: 11).

Dado que PISA tiene como principal objetivo evaluar el rendimiento acumulado por los sistemas educativos a una edad en que la escolarización es obligatoria, es prácticamente universal; las pruebas de evaluación se centran en jóvenes de 15 años de edad.

Por término medio entre 5 000 y 10000 alumnos pertenecientes al menos a 150 centros escolares, serán sometidos a pruebas de evaluación de cada país, obteniendo de esta forma una muestra base significativa, cuyos resultados serán desglosados de acuerdo con una serie de características de los alumnos. En nuestro país dicha aplicación ha tenido una continuidad de tres años, desde el año 2000 hasta el 2009.

Para poder valorar los puntajes obtenidos en estas evaluaciones, se presentan a continuación los niveles considerados por PISA.

- **Nivel 5: 625 puntos o más**
- **Nivel 4: 553 a 625 puntos**
- **Nivel 3: 481 a 552 puntos**
- **Nivel 2: 408 a 480 puntos**
- **Nivel 1: 335 a 407 puntos**
- **Por debajo del Nivel 1: Menos de 335 puntos**

El siguiente cuadro muestra los puntajes promedio obtenidos por los alumnos mexicanos en 2000, 2003 y 2006:

PUNTAJE DE MÉXICO EN LA PRUEBA PISA			
	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006
Lectura	422	400	410
Matemáticas	387	385	406
Ciencias	422	405	410
El manual del Maestro <i>Competencias para el México que queremos: Evaluación PISA, México SEP, 2008 (Resultados Obtenidos)</i>			

La información anterior permite observar que las puntuaciones obtenidas corresponden a los niveles 1 y 2, como se muestra en la siguiente tabla.

NIVELES EN MÉXICO DE LA PRUEBA PISA			
	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006
Lectura	2	1	2
Matemáticas	1	1	1
Ciencias	2	1	1

Aunque no hay puntajes promedio menores que 335, sí hay alumnos que no alcanzan el nivel 1, esto puede afirmarse al leer que “Los resultados de PISA 2006 muestran que el sistema educativo mexicano debe enfrentar dos retos importantes. Por una parte, nuestro país tiene una proporción elevada de alumnos por debajo del nivel 1 y en el nivel 1, lo que implica que muchos jóvenes requieren mayores herramientas para desempeñar en la sociedad actual. Por otra parte, necesitamos impulsar mejores estrategias para incrementar el número de estudiantes con las competencias que se requieren para ocupar posiciones de liderazgo en diversos ámbitos de la sociedad”. (SEP, 2008:16)

Es importante señalar que los resultados arrojados en la evaluación PISA 2009 en el área de matemática, determinan un puntaje promedio de 419, por lo que se observa un incremento de 13 puntos en comparación con los resultados de 2006, sin embargo el desempeño de los alumnos mexicanos se mantienen en un nivel bajo.

Como lo concluye el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, S.F.) los resultados de México en PISA 2009 revelan que aún hay mucho por hacer para asegurar que jóvenes mexicanos sean capaces de analizar, razonar y comunicarse satisfactoriamente al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones.

Finalmente, considera que en el desarrollo de esas capacidades la escuela tiene una contribución importante y comparte esa responsabilidad con las familias, los medios de comunicación y la sociedad en su conjunto.

Es preocupante el puntaje obtenido en las tres áreas, sin embargo el puntaje obtenido en el área de matemáticas es el que más interesa resaltar porque concierne a este trabajo. Las deficiencias muestran los resultados anteriores, corroboran la

preocupación manifestada por parte de los docentes, directivos, algunos padres de familia y alumnos/as, con relación al aprendizaje y a la insuficiencia en el proceso de construcción de conocimientos en los estudiantes que cursan la educación básica.

Lo anterior justifica que se aborde el problema de la enseñanza de las matemáticas, y que se proponga un enfoque constructivista de enseñanza para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes para que ellos puedan aplicarlos a situaciones novedosas y diversas en los diferentes contextos en donde se desenvuelvan.

Otra cuestión aparte de las evaluaciones es la que encuadra los sentimientos que se generan con una mala estrategia de enseñanza, ya que al cuestionar a los estudiantes de secundaria, con respecto a la asignatura de matemáticas, las opiniones y los comentarios de los alumnos/as y egresados/as, han sido: “Es la materia más complicada”, “La más aburrida”, “...Pero al fin de cuentas las matemáticas son una de las más necesarias e importantes”, haciendo alusión a las matemáticas como asignatura temible, compleja pero obligatoria e importante.

Estos sentimientos de miedo y de rechazo que le tienen algunos/as alumnos/as a la asignatura de Matemáticas, obstaculizan la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos dentro del aula escolar, incluso esta situación (de miedo y rechazo) permea a los docentes y padres de familia, cuando se dan bajas calificaciones.

Factores como: las estrategias de enseñanza y aprendizaje, el tiempo de dedicación, el enfoque de enseñanza aprendizaje, la didáctica y la motivación, están involucrados en favorecer o no la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes en un contexto educativo, nos remite a las dificultades que se presentan en el modo de enseñanza por parte de los docentes así como de las estrategias que aplican y utilizan, debido que la función del docente se encamina a la producción de aprendizajes socialmente significativos (Pérez, 2003), orientando y guiando la actividad mental constructivista de sus alumnos (Díaz-Barriga, 2007), es decir, el docente debe facilitar, promover y organizar los aprendizajes de contenidos en el proceso de enseñanza, aplicando estrategias, de acuerdo a los mismos contenidos.

También las estrategias de aprendizaje que utilizan los/as alumnos/as se verán reflejadas en los procesos de construcción cognitiva, ya que (Coll, 1993) la construcción de conocimientos por parte de los alumnos y alumnas es posible gracias a la actividad que estos desarrollan para atribuir significado a los contenidos escolares que se les presentan, el estudiante se muestra activo, se esfuerza en seleccionar información relevante, organizándola coherentemente e integrándola con otros conocimientos que posee y que le son familiares; así los mismos alumnos y alumnas desempeñan actividades intelectuales que facilitan la adquisición, almacenamiento y utilización de la información de una manera efectiva, que permiten la construcción de conocimientos.

La enseñanza de fracciones se considera como compleja, y muchas veces innecesaria en el currículo, sin embargo este contenido está establecido en los programas de educación básica en nuestro país. La enseñanza de las fracciones es importante para posteriores aprendizajes ya que en la realidad tanto los niños con los adultos no utilizan las fracciones como parte de su vida cotidiana. Llinares (2002) menciona en su libro *Fracciones*, aspectos sustanciales por los cuales este contenido toma gran importancia, logrando esclarecer algunas ideas o creencias que se tienen respecto a este tema que es el centro del desarrollo de este trabajo.

De esta manera, reflexionar sobre la importancia que tienen la educación matemática en la Educación Básica (Secundaria) y considerando la deficiencia que se observan en los resultados de Evaluación PISA, se toma como tema central la fracción en situación de razón, para trabajar en la aplicación de estrategias que favorezcan los procesos de enseñanza y aprendizaje dentro de las instituciones educativas. Se intenta así una construcción de conocimientos que refleje un aprendizaje significativo en los alumnos y alumnas que cursan el primer grado de educación secundaria.

Dentro de mi experiencia, la actividad escolar es fundamental para esclarecer y trabajar la existencia de limitaciones e incluso deficiencias que se presentan en la utilización de contenidos matemáticos. Contenidos como las fracciones, son importantes para el desarrollo de conceptos que se estudian dentro de la carrera de Psicología Educativa; por ejemplo en materias como estadística aplicada, el que los/as alumnos/as no sean capaces de realizar cálculos como proporciones, porcentajes y probabilidades impide que se logren los niveles de comprensión esperados y que se desarrollen las

habilidades necesarias para utilizar adecuadamente las herramientas estadísticas para leer resultados de investigaciones o llevar a cabo investigaciones en diversos campos de la Psicología Educativa. Esto dificulta posteriormente el aprendizaje de contenidos propios del campo como por ejemplo, entender las pruebas de psicodiagnóstico, interpretar o leer diversas informaciones en psicología social, etc.

Diversos contenidos matemáticos vistos a lo largo de la carrera de Psicología Educativa, son indicadores de la importancia que se le debe dar al contenido de fracciones en situación de razón.

En resumen, al menos tres ejes justifican este trabajo: los bajos resultados de las evaluaciones tanto internos como externos, el sentimiento de rechazo y miedo a una materia tan importante para el desarrollo de cualquier actividad como es la matemática, y finalmente la comprensión del contenido fracciones para poder entender contenidos más complejos que facilitan el aprendizaje de temas en diversas áreas, entre ellos contenidos propios de la Psicología Educativa.

ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

El presente trabajo tiene como parte central los procesos de enseñanza y aprendizaje en el contenido matemático de fracciones como situación de razón. Para su desarrollo se diseñó, construyó, aplicó y evaluó el programa de intervención “Quebrando Ideas Numéricas” con enfoque constructivista, el cual se aplicó a algunos alumnos y alumnas de primer grado de educación secundaria.

La organización del presente documento es la siguiente:

En el capítulo 1: *Marco Teórico*, se presenta y describe el sustento teórico, el cual toma como punto de partida la conceptualización de psicología educativa, la cual pretende comprender y mejorar los procesos educativos abordados desde los problemas del aprendizaje. Se consideran las teorías cognitivas con enfoque constructivista como un modelo explicativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, haciendo hincapié en las aportaciones de éstas a la educación matemática, en particular al abordaje del contenido de fracciones como situación de razón.

En el capítulo 2: *Método*, se describe el tipo de estudio cuasi experimental con pretest y postest en el que se basa la investigación; se presentan las variables e hipótesis a utilizar; se describen el grupo de los participantes con edades que oscilan entre los 12 y 13 años y el escenario, una escuela secundaria técnica de la ciudad de México; además se enlistan los materiales utilizados, así como las evaluaciones (inicial y final) aplicadas. Finalmente se describe el procedimiento de dicha investigación, considerando las siguientes fases:

- Fase 1: Elaboración de la evaluación inicial, final y el programa de intervención educativa “Quebrando Ideas Numéricas (QIN)”.
- Fase 2: Aplicación de la evaluación inicial en el grupo control y experimental, describiendo la sesión 1 del programa QIN.
- Fase 3: Aplicación del programa de intervención educativa “Quebrando Ideas Numéricas” en el grupo experimental, describiendo la sesiones de la 2 a la 14.
- Fase 4: Aplicación de la evaluación final en el grupo control y experimental, describiendo la sesión 15 del programa QIN.

Capítulo 3: *Resultado*, en este apartado se presenta el análisis de los datos obtenidos con la comparación de los resultados de las evaluaciones inicial y final del grupo experimental, se reportan algunos resultados obtenidos en las sesiones durante la aplicación del programa de intervención educativa QIN y se muestra la prueba estadística “comparación de muestras pareadas” como una prueba demostrativa.

Capítulo 4: *Discusión*, en este último capítulo, se presentan los hallazgos más importantes respecto al fundamento teórico y los resultados obtenidos durante la aplicación del programa “Quebrando Ideas Numéricas”, así como la propuesta educativa que se plantea en cuanto a la enseñanza de las fracciones.

Finalmente se presentan los anexos del programa de intervención educativa “Quebrando Ideas Numéricas” y los materiales del programa que se utilizaron.

OBJETIVO GENERAL

Diseñar, construir, aplicar, y evaluar un proyecto de intervención educativa con enfoque constructivista para el aprendizaje del contenido matemático de fracciones en situación de razón en alumnos/as de primer grado de secundaria.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Enseñar fracciones por medio del uso de material concreto como herramienta didáctica.
- Mejorar el aprendizaje de las fracciones en los alumnos y alumnas de primer grado de secundaria.

CAPÍTULO 1
MARCO TEÓRICO
PSICOLOGÍA EDUCATIVA, CONSTRUCTIVISMO
Y ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

En el presente apartado se describe el sustento teórico considerado a lo largo de la investigación. Se toma como punto de partida la definición de psicología educativa, la cual pretende comprender y mejorar los procesos educativos abordados desde los problemas del aprendizaje, y se enlistan las teorías cognitivas que argumentan al constructivismo como un modelo explicativo para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las situaciones de aprendizaje se enmarca dentro de las aportaciones de la educación matemática, por lo que se revisan los autores que han trabajado en el contenido matemático, fundamentalmente fracciones en situación de razón.

1.1 Psicología educativa

La descripción de los procesos psicológicos insertos en la educación, es tarea de la Psicología Educativa, la cual se considera una disciplina y una rama de la Psicología, que estudia el entorno y el proceso de aprendizaje, vinculados al desarrollo cognitivo de los seres humanos.

A partir de la definición anterior de psicología educativa, Meyer (2002) enumera tres componentes, que sirven como base para explicaciones posteriores:

1. La psicología educativa es una ciencia, es decir, una rama de la psicología.
2. La psicología educativa investiga la manipulación del entorno por parte del profesor.
3. La psicología educativa investiga los cambios resultantes en los procesos cognitivos del aprendiz y en sus estructuras del conocimiento.

La psicología educativa estudia los procesos de aprendizaje y los métodos de enseñanza, aunque ambos elementos son componentes de un mismo hecho educativo, antes de unificarlos, conviene señalar las concepciones de estos dos por separado.

Coll (1993) define la enseñanza como un conjunto de ayudas al alumno/a en el proceso personal de construcción de conocimientos y en la elaboración del propio

desarrollo; mientras que el aprendizaje es entendido como construcción de conocimiento que supone entender tanto la dimensión en éste como producto y la dimensión de éste como proceso, es evidente que ambos elementos juegan un papel crucial en el proceso de construcción de conocimiento, enlazados a temas meramente educativos.

Los factores implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, descritos por Meyer (2002) son:

- Manipulación del aprendiz: Secuencia de eventos ambientales incluyendo la organización y contenidos, así como el comportamiento del profesor (el qué y el cómo enseñar se verán influenciados por el profesor y el curriculum).
- Características del aprendiz: El conocimiento previo (factores, procedimientos y estrategias requeridas en las situaciones de aprendizaje).
- Proceso de aprendizaje: Proceso cognitivo interno del aprendiz, es decir, la selección, organización e integración de nueva información con el conocimiento previo.
- Resultado del aprendizaje: Cambios cognitivos en el conocimiento del alumno/a.
- Resultados académicos: Rendimiento del alumno.

Dichos factores se encuentran presentes en la práctica docente ya que es una actividad que se desarrolla en los contextos formativos, con la finalidad de facilitar y potenciar los procesos de enseñanza - aprendizaje.

En el campo psicológico, la relación entre educación y los procesos de aprendizaje se concibe como marco explicativo y evolutivo, Escoriza (1998) trata de explicar esta relación a través de cuatro metáforas, conceptualizando al aprendizaje influenciado en la práctica educativa.

- *Asociación entre estímulo-respuesta*: El alumno/a como receptor pasivo de recompensas y castigos.
- *Adquisición del conocimiento*: El alumno/a como destinatario de una información a la que debe aplicar una serie de estrategias que permitan su procesamiento y representación.
- *Construcción del conocimiento*: El alumno/a como constructor activo de su propio conocimiento.

- *Construcción conjunta del conocimiento* (origen social de la cognición; el aprendizaje como un proceso de negociación social): El alumno/a construye su conocimiento en el seno de la actividad conjunta y por tanto, en colaboración con otra persona más experta (naturaleza colaborativa y situada del aprendizaje)

Tales metáforas pretenden describir el proceso y/o el resultado generado en el aprendizaje. Es evidente que hay controversia acerca de la explicación de las relaciones entre los conceptos de aprendizaje, desarrollo, educación y cultura; referentes al proceso de desarrollo de la cognición. Dichas controversias giran en torno al problema de la influencia de la herencia y el ambiente.

El desarrollo considerado como proceso, tiene lugar en el individuo proyectando una transformación en función del mismo individuo y en las diversas formas de las prácticas sociales, es decir en los procesos socioculturales.

Kolhberg y cols, citado en Dewey, Escoriza (1998) menciona una propuesta en la que sistematiza la relación existente entre educación y desarrollo en función de, si la educación es desarrollo desde adentro o si es una formación desde afuera. En tal propuesta se argumenta la relación existente entre educación y desarrollo definiendo de esta manera tres escuelas:

1. Kolhberg denomina a la primera escuela de pensamiento "*Escuela Romántica*" retomando a los procesos de desarrollo y de educación entendidos como procesos esencialmente disociados e independientes, cada uno con sus características propias.

Esta escuela propone:

- Una explicación del desarrollo basada en procesos madurativos, según la cual el desarrollo mental, al igual que el desarrollo físico, está controlado por mecanismos internos.
- Una teoría del conocimiento existencial o fenomenológico.
- La formulación de objetivos educativos en términos de salud mental, autoconfianza, curiosidad, autodisciplina, etc.

2. La segunda escuela es designada "*Transmisión cultural o conductual*", la cual considera una estrecha relación entre educación y desarrollo, "La educación, y especialmente la educación formal, permite a las personas adquirir una serie de conocimientos, lo cual redundará en el nivel de evolución y desarrollo mayor" (Escoriza, 1998;16)

De manera general, los supuestos básicos de esta escuela son:

- Los principios psicológicos de asociacionismo o aprendizaje operante.
 - Una teoría del aprendizaje, considerado como producto de la experiencia o de la sensación.
 - Los objetivos educativos, formulados en términos de capacidad de respuesta a unos resultados estandarizados mediados mediante pruebas de rendimiento o calificaciones escolares.
3. Finalmente Kohlberg denomina a la tercer escuela "*Progresista*", la cual considera al desarrollo como interacción entre la naturaleza y el ambiente, es decir, los principios teóricos fundamentan la naturaleza humana enraizada en estructuras biológicas que evolucionan a través de una serie de estadios generados por la interacción con el medio exterior.

En la actualidad, esta última escuela cambia la metáfora de respuesta-recompensa a la de construcción de conocimientos "convirtiéndose en la metáfora dominante en el campo del conocimiento psicológico" (Escoriza, 1998; 17), concretando de esta manera los siguientes puntos:

- Una explicación psicológica interactiva cognitiva-evolutiva.
- Una epistemología dialéctica: el conocimiento no es ni objetivo ni interno, sino resultado de las acciones en la resolución de problemas en el medio social.
- La consideración de los objetivos educativos, en términos de ayudas orientadas a promover el desarrollo a través de estadios evolutivos, hasta alcanzar un determinado nivel de autonomía.

Estas tres escuelas tienen la finalidad de esclarecer la relación existente entre desarrollo y educación, vinculadas a su vez a los marcos explicativos que recaen en cómo

enseñar y como aprender. Dichas explicaciones psicológicas muestran una evolución en concepciones en la construcción de conocimiento.

Dentro de los cambios resultantes en los procesos cognitivos del aprendiz y en sus estructuras del conocimiento podemos ubicar una de las áreas de interés acerca de los problemas de aprendizaje.

1.2 Problemas de aprendizaje

Los problemas de aprendizaje son una vertiente de estudio de la psicología educativa, esta es considerada como una de las áreas que presenta mayor interés por los profesores y los padres de familia, debido a que muchas veces es una causa para que se presente deserción o bajas calificaciones por parte de los alumnos/as.

Retomando a Escoriza (1998) la psicología cognitiva tiene una fuerte incidencia en el campo de las dificultades de aprendizaje a raíz del reconocimiento de su mayor poder explicativo en comparación con los principios conductistas, ya que tiene como principios psicológicos el asociamiento, (como se explicó en la escuela de pensamiento "*Trasmisión Cultural*") dicho principio no era suficiente para comprender y tratar las dificultades de aprendizaje, derivando así diversas aportaciones de investigación cognitiva y los principios elaborados por Lerner en 1993(citado por Escoriza, 1998), el cual distingue tres formas de conceptualizar las dificultades de aprendizaje, basadas en la teoría psicológica como referente:

- Trastornos en los procesos psicológicos.
- La teoría del procesamiento de información.
- Las teorías cognitivas del aprendizaje.

Estos tres referentes explicativos, enmarcan las dificultades de aprendizaje que se pueden presentar dentro de las aulas escolares, sin embargo la que fundamenta este trabajo gira en torno a la tercera explicación, ya que considera base fundamental las teorías cognitivas del aprendizaje para la explicación de los problemas de aprendizaje de los alumnos y por ende de los problemas de enseñanza que recaen en la función que desempeña el docente.

Por ende este tercer referente, vincula procesos que se viven dentro del salón de clases, formando parte del bagaje teórico fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje y los procesos de desarrollo, logrando esclarecer el vínculo con la construcción de conocimientos.

1.2.1 Teorías cognitivas de aprendizaje

Antes de mencionar algunas de las teorías de corte constructivista, es importante señalar que durante varios años las escuelas de pensamiento como la “Escuela Romántica” y la “Escuela de Transmisión Cultural” fueron el marco explicativo de los procesos vinculados a la educación. En la actualidad la “Escuela Progresista”, como menciona Kolhberg, considera el desarrollo como la interrelación existente entre naturaleza y el ambiente; dicha escuela (Progresista) se halla en un paradigma meramente constructivista, esta escuela define “el pensamiento como una actividad interactiva entre el individuo y la situación (origen social de la cognición; conocimiento contextualizado y situado), el cual es, en parte, producto de la actividad del contexto y la cultura en la que se ha generado y aplicado” (Escoriza 1998; 88) reconociendo así la construcción de conocimientos ya que implica comprenderlo y aplicarlo.

En las investigaciones hay controversias en torno a la conceptualización del proceso de aprendizaje, sin embargo Escoriza menciona varios puntos que llevan a una definición referente al proceso de aprendizaje, asumida como precisa para esta investigación:

- Proceso por el cual se construyen nuevos significados en el contexto de los conocimientos previos (mediante las nuevas experiencias).
- Implica un proceso continuo de construcción y reconstrucción de significados cada vez más ricos, complejos e integrados en los esquemas de conocimiento del alumno(a).
- El aprendizaje no consiste en adquirir una serie de habilidades segmentadas y desconectadas del todo, sino estrechamente relacionadas con la dinámica significativa de la totalidad.
- Por lo tanto, el aprendizaje es considerado como construcción del conocimiento.

Actualmente el enfoque constructivista llega a convertirse en el principio explicativo dominante en el ámbito del conocimiento psicológico y psicopedagógico. Desde esta perspectiva se destaca la naturaleza constructivista de los procesos implicados en la transformación del conocimiento; de esta manera se conceptualiza al aprendizaje como construcción de conocimiento y no como adquisición.

Los postulados constructivistas, han sido objeto de críticas y propuestas alternativas, debido a la conceptualización del aprendizaje como proceso de construcción o negociación social. Sin embargo, “Los enfoques instruccionales, basados en los principios constructivistas, se están configurando como los más comunes y pertinentes en el campo de las dificultades de aprendizaje” (Escoriza 1998; 90); ampliando esta aportación, Graham y Harris en 1995(citado por Escoriza, 1998), enlistan una serie de principios básicos con fundamento constructivista, en los que se incluyen los siguientes:

- El alumno/as construye el conocimiento en interacción con otra persona más experta.
- Los profesores/as promueven en los alumnos/as la aplicación activa de los conocimientos que poseen para la realización de nuevas tareas.
- El profesor/a evalúa continuamente la competencia de los/as alumnos/as acerca del aprendizaje de los contenidos seleccionados.
- La potenciación del aprendizaje cooperativo: los alumno/as se proporcionan recíprocamente ayuda educativa y se retroalimentan.
- La aceptación de las diferencias individuales en el ritmo de aprendizaje y en la forma de aprender.

Ante esto se puede resumir que el enfoque constructivista surge como marco explicativo de la educación, especialmente en psicología educativa al considerar la construcción del conocimiento inherente al proceso de aprendizaje el cual da pauta de basar las investigaciones referentes a los problemas de aprendizaje presentes dentro y fuera de las aulas escolares.

Seguir hablando de la relación entre psicología y educación, crea un análisis referido a la determinación de acciones educativas para promover el desarrollo, principalmente fundamentadas en la psicología piagetiana.

1.2.1.1 Constructivismo Piagetiano

Davis en 1993 (citado en Escoriza, 1998) proporciona una explicación científica que tiene la finalidad de promover el aprendizaje de mejor manera, esta propuesta está compuesta por aspectos encaminados a la educación:

La idea principal ha este postulado es que los niños construyen activamente su propio desarrollo a través de sus interacciones con el medio exterior, proporcionando así los siguientes aspectos a considerar:

- A. El pensamiento considerado como acciones interiorizadas.
- B. Valoración de la centralidad de las experiencias directas del niño (implicaciones directas del niño en su propio proceso de aprendizaje).
- C. El papel indirecto del profesor/a, el cual se limita a proporcionar experiencias y ambiente óptimo con la finalidad de promover la capacidad natural del niño para aprender. El papel del profesor/a se centra más en promover el desarrollo general que en promover la comprensión de conocimientos específicos.
- D. Otorga poca importancia al diálogo en el aula ya que el lenguaje sólo constituye una manifestación del desarrollo cognitivo, lo cual puede constituir otro indicador del papel minimizante que Piaget reconoce en la función del profesor/a.
- E. El aprendizaje está subordinado al desarrollo.
- F. Naturaleza cognitiva de la cognición: los niños sólo aprenden de forma efectiva si sus experiencias educativas son adecuadas a su nivel actual de comprensión.

Este último principio, parece ser el más importante, probablemente sea éste el que permite una mejor aproximación a la explicación de las dificultades de aprendizaje desde la teoría piagetiana.

Por otra parte Grobecker en 1996, (citado por Escoriza, 1998) presenta la siguiente propuesta, también dirigida a la interpretación de las dificultades de acuerdo con la psicología Piagetiana.

1. La formulación de propuestas curriculares, no adaptadas al nivel de competencia operatoria de las personas que experimentan dificultades de aprendizaje,

incrementa el grado de distorsión en el proceso de construcción de conocimiento comparado con las personas que presentan dificultades de aprendizaje.

2. En las personas con dificultades de aprendizaje, se dará por tanto, la tendencia a la realización de aprendizajes memorísticos y repetitivos en los que estarán ausentes los procesos de abstracción reflexiva en los que se fundamenta el desarrollo del conocimiento flexible y elaborado.
3. A medida que disminuye la activación de procesos de abstracción reflexiva, (la abstracción reflexionante comporta la construcción de relaciones entre objetos, Kazuko, 1986; 22) disminuyen igualmente los procesos de integración y organización del conocimiento en las estructuras cognitivas. En algunos casos, la insuficiencia de dichos procesos, en la actividad mental autoestructurante, puede ser tan severa que puede generar deficiencias en los procesos inferenciales y en la coordinación de esquemas asimilatorios.
4. La dinámica descrita, está acompañada, a su vez, por incremento de la impulsividad y la frustración.
5. En cuanto a la cuestión de que evaluar, se considera que la más relevante, en la evaluación del proceso de aprendizaje, es la naturaleza cualitativa de los procesos de pensamiento (potencial operatorio)
6. En la explicación de las dificultades de aprendizaje, no debe excluirse la influencia de los factores que inciden sobre el aprendizaje: el ambiente, la cultura o las condiciones socioeconómicas personales. La naturaleza del ambiente interactúa con las características personales e influye, de manera integrada, en los procesos de aprendizaje (actividad que tiene como resultado la reconstrucción o transformación del conocimiento con el fin de promover procesos de mayor nivel adaptativo al medio exterior)
7. La naturaleza de los procesos de intervención correctiva (o preventiva), orientada a promover la mejora cualitativa de la naturaleza activa y transformadora de la construcción de conocimientos (reorganizar los procesos de pensamiento del alumno/a): mejorar la calidad de la actividad reflexiva del pensamiento del alumno/a con el fin de generar la capacidad para la construcción de autocomprensiones (actividad autoestructurante) en contraposición a la adquisición de hechos o conocimientos preprogramados.
8. Este marco explicativo, de las dificultades de aprendizaje, es válido y extensible a la explicación de las dificultades de aprendizaje específicas, es decir, a las

dificultades de aprendizaje que se puedan generar en el aprendizaje del lenguaje escrito, matemáticas, etc.

De esta manera Escoriza, (1998) toma en consideración a estos dos autores Davis y Grobecker, que hacen aportaciones a investigaciones realizadas respecto a los problemas de aprendizaje vinculándolos, es importante mencionar que ambas propuestas se recalca el papel del profesor que permite el reforzamiento, la experiencia y el promover el aprendizaje, de esta manera se pretende favorecer el desarrollo de la comprensión del conocimiento mediante el dialogo en el aula, descartando así el aprendizaje memorístico que muchas veces hace frente a las dificultades de aprendizaje, truncando u obstaculizando la abstracción reflexionante que señala Piaget, como una de las definiciones más trascendentales.

Por lo tanto las dificultades de aprendizaje no deben desvincularse de diversos factores que están presentes en el proceso de aprendizaje como es el caso del ambiente, cultura etc. como bien señala Vygotsky.

1.2.1.2 Constructivismo Vygotskiano

Otra de las teorías cognitivas del aprendizaje de corte constructivista es la que propone Vygotsky como afirma Kozuli en 1994 (citado en Escoriza 1998) que estuvo interesado en el estudio psicológico de los niños/as con dificultades y defendió la idea de que la comprensión de cómo aprenden las personas con dificultades constituía un aspecto indispensable de la teoría general del desarrollo humano.

Ante tal afirmación el mismo Escoriza cita la propuesta hecha por Stone y Conca al dar explicación a las dificultades de aprendizaje, asentadas en una perspectiva sociocultural (con tendencia a la Teoría del mismo Vygotsky), en tal propuesta se resaltan los siguientes rubros:

- A. *Distinción entre las líneas natural y cultural del desarrollo:* Diferenciando un conjunto de capacidades humanas, (Biológicas y Socioculturales), considerándolos efectos directos o indirectos de la discapacidad, es decir, los efectos directos están relacionados con aquellos aspectos de nivel inferior del

funcionamiento psicológico que constituyen la línea natural del desarrollo, mientras que los efectos indirectos están representados por los problemas relativos al pensamiento conceptual en las personas ciegas o las deficiencias estrategias en las personas con retraso mental leve.

Propone un sistema de intervención orientado a la “compensación” el cual debe focalizarse en la intensificación de la internalización de los saberes culturales, la potenciación de las funciones psicológicas superiores e incremento de la calidad y cantidad de los intercambios comunicativos con los adultos y de las interacciones sociales en contextos culturalmente organizados., Es decir, “el desarrollo cognitivo de una persona depende básicamente de la internalización de instrumentos psicológicos”. (Escoriza, J. 1998; 106).

B. *La distinción entre funciones psicológicas elementales y funciones psicológicas superiores:* Las primeras hacen referencia a capacidades sensoriales básicas, funciones no controladas conscientemente de tipo atencional, perceptivo y de memoria, es decir, generan una predisposición para el desarrollo personal, entendidas así como funciones relativamente aisladas e independientes y en las que no están implicados procesos de control o intencionalidad consciente. En contraste las funciones psicológicas superiores como, atención selectiva, memoria voluntaria, razonamiento abstracto, lenguaje, planificación, toma de decisiones), presentan las siguientes características:

1. Son consideradas como resultado de la interacción mediatizada de la persona como su cultura (trasformadas y estructuradas en función de las metas sociales específicas humanas).
2. Implica el control voluntario del funcionamiento psicológico y su relación internacional.
3. Una operación que inicialmente representa una actividad externa es construida y puede ser activada a nivel interno.
4. Proceso interpersonal es transformado en un proceso intrapersonal; fundamentada en la ley de la adquisición de conocimiento ya que para Vygotsky (1978) éste comienza siendo siempre objeto de intercambio social,

es decir, comienza siendo interpersonal para, a continuación, internalizarse o hacerse intrapersonal (Pozo, 1999)

5. La transformación de un proceso interpersonal es un proceso intrapersonal es el resultado de una apropiación gradual de instrumentos psicológicos.

C. *Origen sociocultural de la cognición*: La actividad mental está estrechamente influenciada por el contexto sociocultural, el cual está implicado en los procesos psicológicos superiores, “la cognición es compartida por las personas que forman parte de un mismo sistema sociocultural” (Escoriza, 1998; 108), adquiriendo relevancia y significado con respecto a la orientación y naturaleza de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Las implicaciones más destacables son:

1. Asumir que el problema central que debe resolver el conocimiento psicopedagógico es el que hace referencia a cómo ayudar, en el proceso enseñanza-aprendizaje, a otras personas menos expertas a compartir progresivamente niveles superiores de competencia cognitiva.
2. Entender que los procesos de aprendizaje deben ser interpretados y conceptualizados como procesos de internalización de la cognición social (instrumentos psicológicos) y desarrollados como procesos de intersubjetividad tendentes a promover estados más elaborados de intrasubjetividad.
3. Intentar promover la cognición social compartida, deber ser identificado como el objetivo educativo básico y general por su potencialidad para generar mejoras cualitativas en la competencia personal para participar en procesos intersubjetivos o interpsicológicos (aprender a interactuar; aprender a aprender en colaboración) Como dice Rogoff, (1993) los procesos de participación guiada están basados en la intersubjetividad, al resolver conjuntamente problemas o comprenderlos. Dentro de estos procesos de participación guiada se encuentran tres tipos de medición:

Mediación social: Referida a la función o papel de las interacciones sociales en la Zona de Desarrollo Próximo y sus incidencias en el proceso de desarrollo de las funciones psicológicas superiores (las interacciones sociales como generadoras de desarrollo), un análisis profundo de la mediación social generan la formulación de nociones como: Andamiaje contingente (ayuda presentada) en el proceso de internalización, por la persona más experta que

aprende), negociación conjunta (resalta la naturaleza social constructiva de otro de los mecanismos de influencia educativa que inciden en las actividades de aprendizaje) y traspaso progresivo (mecanismo de influencia educativa por el que el conocimiento o competencia de la persona experta, va pasando de forma sucesiva a ser internalizado por el alumno/a).

Mediación instrumental: Son los objetos naturales que actúan como mediadores en las interacciones entre las personas y su medio social, las características de dichos instrumentos mediadores influyen en la naturaleza de interacción social y en la naturaleza de los procesos de internalización.

Mediación semiótica: Desde la perspectiva Vygotskiana se considera que las funciones psicológicas superiores aparecen y se desarrollan a medida que las funciones psicológicas elementales son transformadas por la internalización de instrumentos psicológicos, es decir, la cultura es adquirida a través de la internalización de los signos sociales, por ejemplo, el lenguaje, es considerado un instrumento mediador de las acciones humanas, empleado como una riqueza multifuncional.

- D. *La noción de relaciones interfuncionales:* Presenta dos aspectos; el primero se refiere a las interrelaciones funcionales a nivel intracognitivo y el papel creciente del lenguaje o empleo de la mediación verbal en el proceso de control y mejora cualitativa de las funciones cognitivas y la segunda implica considerar las interrelaciones entre funciones cognitivas y afectivas.
- E. *Distinción entre aprendizaje directo y aprendizaje mediatizado:* El aprendizaje es un proceso de apropiación, por parte de la persona, de los métodos de acción existentes en una cultura determinada, planteando una dicotomía radical que propone Feuerstein (citado en Escoriza,1998) entre el aprendizaje directo (la persona interactúa directamente con su medio exterior, adoptando un aprendizaje observacional, condicionado o por ensayo y error) y el aprendizaje mediatizado (las condiciones de la interacción cambian radicalmente, desde su presencia hasta su función de un agente mediador más competente que la persona que aprende)

F. *Distinción entre aprendizaje orientado a la internalización de conceptos científicos y aprendizaje orientado a la formación de conceptos espontáneos:* Esta distinción está estrechamente relacionada con la noción de actividad de aprendizaje y su relevancia con respecto al problema de las relaciones entre educación y cognición. Según Kozuli y Presseisen en 1995 (citado en Escoriza, 1998), la noción de aprendizaje tiene dos fuentes diferentes en la teoría Vygotskiana. La primera de ellas es la noción de actividad psicológica que tiene su origen en diferentes tipos de actividades psicológicas, y la segunda reside en la distinción, formulada por Vygotsky, entre conceptos espontáneos (aprendizaje de conceptos a través de la actividad) y conceptos científicos (actividad específica de aprendizaje de conceptos)

“La noción de actividad de aprendizaje adquiere una especial relevancia con respecto a la explicación e interpretación de las dificultades de aprendizaje en términos de desajuste o desequilibrio en las interacciones entre actividad de aprendizaje, naturaleza y exigencias cognitivas de los contenidos objeto de aprendizaje y actividad de enseñanza” (Escoriza, 1998; 118)

Los problemas de aprendizaje, frecuentemente enmarcados en el fracaso escolar que presentan los alumnos que tienen una educación formal, que se pernean en contextos educativos, la necesidad de resolver situaciones de fracaso escolar o de alguna deficiencia dentro del salón de clases, nos permite valorar los procesos que se presentan entre la enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

A tales dificultades se le atribuye la necesidad de contar con fundamentos teóricos que permitan establecer los argumentos sólidos, como es el caso de la Educación Matemática que tiene su origen en la necesidad de caracterizar con el mayor grado de rigor posible, la actividad, tanto práctica como teórica que aparece vinculada a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Gutiérrez, (1999) principalmente en el periodo escolar obligatorio y en los ámbitos del alumno, profesor y currículo.

1.3 Educación Matemática

La psicología de la Educación Matemática mira la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque nuevo, a diferencia del enfoque tradicional en el que las matemáticas escolares se inspiran en la lógica interna de las matemáticas y en la incorporación de las nuevas ideas que se derivan de la propia evolución, el enfoque psicológico intenta comprender qué hacen los alumnos cuando se encuentran frente a las matemáticas. De esta manera Moreno (1995) afirma que la Educación Matemática tiene su origen en la necesidad de caracterizar con el mayor grado de rigor que nos sea posible, la actividad, tanto práctica como teórica que aparece vinculada a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se asume que el aprendizaje de las matemáticas tiene su propia psicología, que los estudiantes y profesores tienen ideas propias de las matemáticas en las situaciones de aprendizaje y que los profesores estarán mejor equipados para su tarea para comprender cómo se ven las matemáticas desde la perspectiva de quien las aprende.

Para Gutiérrez (1999) la Didáctica de las matemáticas, tiene como objetivo último, mejorar la enseñanza y el aprendizaje de esta asignatura, ya que los investigadores tienen como misión preferente, ofrecer respuestas a los problemas planteados por los profesores y diseñadores de curriculum cuando quieren conseguir que las matemáticas sean comprendidas mejor y generar un aprendizaje más profundo por los estudiantes.

La relación existente entre la Psicología Educativa y Didáctica de las Matemáticas, se engloba en las estructuras mentales de los seres humanos, así como en el uso de actividades, si bien los didactas se interesan de forma concreta por aquellas estructuras mentales que tienen una relación directa con los procesos de comprensión y utilización de los conceptos y habilidades matemáticas, llegando a un nivel de concreción que cae fuera de los intereses de los psicólogos.

Las investigaciones basadas en la elaboración de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son laboriosas y complejas ya que abordan diferentes componentes tanto de las matemáticas, la psicología y la pedagogía que intervienen en los procesos de comprensión.

El análisis de los procesos y las dificultades en el aprendizaje de conceptos, algoritmos y estrategias de trabajo, que se reflejan en las formas en que los estudiantes realizan determinadas tareas o en las respuestas que dan a ciertas preguntas, es una de las investigaciones más frecuentes de este tipo. Está comprobado por infinidad de trabajos que sólo una pequeña parte de los errores que cometen los estudiantes cuando resuelven un determinado tipo de problemas o ejercicios son fortuitos. En contraste, con frecuencia los errores que se comenten de forma sistémica, aparecen cuando se propone otro problema a los alumnos/as o un ejercicio similar, es decir, aplican conceptos mal entendidos, una técnica mal comprendida etc. Basando su idea en un error, dejándola fuera de la situación en la que pueda aplicarse.

Es importante señalar que “las teorías del aprendizaje que tienen su origen en los trabajos que los psicólogos de la educación llevaron a cabo en la primera mitad del siglo, siguen influyendo en las concepciones de las personas implicadas en el proceso educativo, bajo formas más o menos actualizadas. Nos referimos a ellas bajo las denominaciones de conductismo y cognitvismo” (Gutiérrez, 1999; 76).

Sin embargo, no sólo hay que entender que estas dos teorías del aprendizaje son únicas, sino que tanto el conductismo como el cognitvismo son teorías que recogen una variedad de teorías diferentes que presentan características similares al tratar de unificarlas.

Durante mucho tiempo el modelo predominante en la enseñanza de la aritmética ha correspondido a la teoría que se identifica con el término conductismo. Autores como Thorndike, Skinner y recientemente Gagné, hablan con la vieja doctrina de la asociación de ideas.

Detallar la teoría de Thorndike, abre el panorama a investigaciones referentes al conductismo, el cual no es el que fundamenta el trabajo, sin embargo hay que mencionar en breve que la teoría de Thorndike es considerada como una teoría de aprendizaje de corte asociacionista conductual, conocida como el “Conexionismo”, ya que “la base del aprendizaje que Thorndike propuso en sus primeras obras era la asociación entre las impresiones de los sentidos y los impulsos para la acción o respuesta. A esta asociación se le conoció como >Vínculo< ó >Conexión<” (Hilgard, 1989; 35), es decir, dentro de la

práctica de esta teoría esta reforzada en el sistema de premios y castigos, al tratar de reforzar actividades de acción.

1.3.1 Cognitivismo

En contraste a las aportaciones de Thorndike, existen las contribuciones de Brownell, el cual argumenta que la instrucción matemática necesita apoyarse en la comprensión de los conceptos básicos matemáticos y por el dominio del “Gestaltismo”, en cuya visión del aprendizaje, los dichos conceptos básicos son clave para la comprensión y la menor consideración de la práctica repetitiva. Más adelante emergerá con fuerza la hipótesis constructivista, que ha sido estandarte de los educadores progresistas y que tiene su origen en los trabajos de Jean Piaget, Jerome Bruner, David Ausubel.

En la hipótesis del constructivismo se cree que “el conocimiento conceptual no puede transferirse como un producto elaborado de una persona a otra, sino que debe ser construido activamente desde la propia experiencia y no recibido pasivamente del entorno por el sujeto cognitivo” (Gutiérrez, 1999; 82)

Por ello la disponibilidad del aprendizaje depende del adecuado equipamiento cognitivo que poseen los estudiantes, que permita enfrentarse a determinadas tareas de aprendizaje, contemplando así dos aspectos:

- Conocimientos previos específicos que se posee en relación con la particular materia a aprender.
- Estado de desarrollo intelectual o madurez cognitiva del individuo.

Entonces, el proceso de aprendizaje en los estudiantes debe tomar en cuenta todos aquellos conocimientos previos que pueden ser utilizados al realizar tareas particulares, como es el caso de algún tipo de razonamiento matemático, sin descartar que el desarrollo y madurez cognitiva son indispensables para tal aprendizaje.

Teorías como la de Piaget y Van Hiele, (citado en Escoriza, 1998) destacan algunas etapas y niveles, que fundamentan la madurez cognitiva, ayudando al desarrollo paulatino en los estudiantes, es por eso que a continuación se hace una recapitulación muy general de tales contribuciones.

Etapas de desarrollo intelectual de Piaget:

1. *Preoperativa*: Caracterizada por la utilización de abstracciones primarias, relacionadas con experiencias concretas empíricas. El niño aprende lo que es un <<cubo>> cuando ha sido enfrentado con ejemplares de este concepto. En esta etapa la necesidad de manipular objetos reales es el requisito o condición necesaria para el aprendizaje; a partir de ahí ya puede entender algunas proposiciones simples que influyan en este concepto.
2. *Operaciones concretas*: Esta etapa es caracterizada por la presencia de conceptos como conservación de la masa, peso y número. Apareciendo conceptos secundarios o que no necesitan ser abstraídos de la experiencia concreta. Por ejemplo, se puede definir que un rombo es un cuadrilátero con los lados paralelos y hacerle ver algún ejemplar. Sin embargo persisten las limitaciones para captar y manipular proposiciones verbales sin necesidad de referirse a ejemplos particulares.
3. *Operaciones abstractas*: Se caracteriza por la liberación del pensamiento de la preocupación por las cosas reales y por pasar a abarcar relaciones entre representaciones simbólicas que podrían ser o no ciertas con respecto a los datos (al formular hipótesis, se pretende buscar explicaciones y se establecen conclusiones) Por lo tanto, se puede entender el significado de abstracciones verbales, sin necesidad de referirse a objetos particulares.

Por otro lado, están los cinco niveles de razonamiento que menciona Van Hiele, los cuales pueden contraponerse, compararse o incluso complementarse con las etapas de desarrollo que enlista Piaget que fueron descritas anteriormente, Van Hiele dice:

1. *Visual*: Las figuras se distinguen en función de sus formas individuales, como un todo, gracias a consideraciones visuales.
2. *Descriptivos*: Se distinguen las componentes (parte y atributo) de las figuras y se establecen algunas propiedades de modo experimental.
3. *Abstracto*: se establecen propiedades mediante razonamiento informales. Se establecen definiciones abstractas y se pueden distinguir condiciones necesarias y suficientes para determinar un concepto

4. *Deductivo lógico-formal*: comienza el razonamiento matemático formal, operado por el sistema de leyes lógicas, axiomas y teoremas. Se puede realizar razonamientos deductivos formales y complejos.
5. *Rigor*: se pueden comparar sistemas axiomáticos basados en diferentes conjuntos de axiomas y pueden estudiar geometría en ausencia de modelos concretos.

Ante este desglose de etapas y niveles Gutiérrez, (1999) afirma que la enseñanza de las matemáticas es complicada y el aprendizaje no es tarea simple, no sólo es cuestión de aumentar las exigencias del duro trabajo de los docentes o de los alumnos/as, ya que razones intrínsecas a la asignatura que tiene que ver con la preparación matemática del profesor o estudiantes, formas de aprender, los problemas de aprendizaje filtran los procesos de enseñanza.

1.4 Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas

La Matemática se revistió de cierto carácter elitista y selectivo, considerado como un >>Filtro Selectivo<< de los sistemas educativos (Davis y Hersh, citado por Riviere, 1990) ya que en la estructura piramidal del sistema educativo supone la existencia de ciertos mecanismos de selectividad como menciona Gálvez (1995).

Son muchos los estudiantes que encuentran grandes dificultades para alcanzar los objetivos educativos establecidos en el currículo, convirtiendo las matemáticas en una verdadera pesadilla.

La existencia de mitos de la dificultad de aprendizaje de las matemáticas se presenta en su población y en la necesidad de aptitudes espaciales o “dones” para tener éxito en esta materia. “Es que a mí las matemáticas no se me dan”... (Gálvez, 1995).

Resnick y Ford afirman que los psicólogos pretenden saber cómo la ejecución humana adquiere habilidad pero también como la ejecución humana de habilidades matemáticas significativas adquiere soltura, y cómo se integran dichas habilidades en el contexto de la resolución de problemas matemáticos.

Para hacer representativo y enmarcar las dificultades de aprendizaje Gálvez cita en su documento a Broisseau, este autor realiza una revisión de diversos autores que hablan de tema de discalculia, concluyendo que los autores no especifican ni los procedimientos de diagnóstico que utilizan, ni los niveles escolares en que aparece la discalculia, ni la estabilidad de este trastorno. De esta manera las investigaciones recaen sobre dos grandes variables: las que conciernen a la percepción y a la representación y las que se refieren a la concepción y ejecución de las acciones.

Por tanto Gálvez, (1995) menciona tres aspectos que recapitulan el fracaso del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- Responsabiliza al alumno a actuar sobre él para superar la dificultad.
- Recurre al cuestionamiento de la institución escolar: Los métodos de enseñanza, las actitudes de los profesores, etc.
- Buscar las causas del fracaso en las relaciones del alumno con el conocimiento y con las situaciones escolares en que lo adquieren.

En resumen, el fracaso escolar en matemáticas suele suscitar apasionadas discusiones, violentos intercambios de prejuicios y opiniones sobre el tema. Para intervenir en este debate superando el nivel de prejuicio de valor subjetivo hace falta continuar realizando investigaciones científicas, que consideran el problema al interior de un marco analítico amplio, incorporando los múltiples factores que lo determinan. (Gálvez, 1995)

Por otro lado Dienes defendió la importancia de incorporar los descubrimientos de las investigaciones psicológicas a la enseñanza de las matemáticas. Su trabajo supone una propuesta de combinar los principios psicológicos y matemáticos en la enseñanza basada en la estructura. (Resnick y Ford, 1990)

Macnab y Cummine (1986) dicen que el origen de las dificultades de aprendizaje de matemáticas son tres:

1. La organización del instituto, el departamento y la clase.
2. La metodología del aula.
3. El currículo de matemáticas.

Existe una diversidad de contenidos matemáticos, vinculados a la aritmética, al álgebra, la geometría hasta la estadística, desglosados en los programas de estudio los cuales se encuentran relacionados con otros contenidos, dependiendo el grado de estudio

La especificación de los contenidos matemáticos parece ser evidentes al considerarlos obligatorios y necesarios, pero algunos de ellos parecieran más complejos que otros, quizá en el requerimiento de mayor tiempo o algún tipo de estrategias de enseñanza que permitan facilitarlos, no sólo a profesores sino a los/as alumnos/as en general.

Esta investigación como se planteó al inicio recae específicamente en uno de los contenidos señalado como uno de los más difíciles de enseñar y aprehender: el contenido matemático de las fracciones, debido a la dificultad que se presenta al ser enseñadas y al ser aprendidas.

1.5 Fracciones

Es claro que las fracciones tienen un alto grado de complejidad en diversos aspectos. Para poder explicar lo anterior se tomará como punto de partida su conceptualización para que posteriormente se citen argumentos sobre la didáctica de las fracciones, adentrándonos a las diversas interpretaciones que se desean puntualizar.

¿Qué es una fracción? Las fracciones son los números racionales o también llamados fraccionarios, constituyen parte del campo de las matemáticas, que se insertan en la educación primaria y en el transcurso de la educación secundaria, haciendo de este un contenido obligatorio en los planes y programas de estudio de nuestro país.

Actualmente, su uso debería ser tan cotidiano como cualquier tipo de operación básica, sin embargo la dificultad y complejidad que se le atribuye en su uso y su conceptualización difiere según el tipo de contexto donde sea utilizado.

Las fracciones pueden ser definidas al menos de las siguientes maneras:

- “El diccionario ya separa en su significado dos concepciones bien diferenciadas. Aclarando su origen (Del Latín *fractio*, romper), por un lado se nos presenta como >> *La división de un todo en sus partes*<< o >> las partes de un todo<<. Por otro lado, dentro de los significados propios de la Aritmética aparecen acepciones tales como >>*Números quebrados*<<, >>*Expresión que indica una división que no puede efectuarse*<<, etc.” (Llinares, 2000; 18).
- Baldor, (1983) señala que la fracción consta de dos términos llamados numerador y denominador: El primero está referido al número de partes tomadas del denominador, mientras que el segundo indica en cuantas partes se divide la unidad principal. Ejemplo: $\frac{2}{3}$ “Dos de las tres partes iguales llamadas tercios así se representa”.
- Lara, (2003) menciona que los números racionales poseen características particulares como es la equivalencia, la cual consiste en que para expresar el valor de un número racional pueden hacerse mediante fracciones diferentes, por ejemplo: $\frac{1}{2}$ se puede representar mediante $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, etc. representando así el mismo valor de una cosa determinada, otra característica es que se pueden realizar operaciones tales como la adición, sustracción, multiplicación y la división.
- “Una fracción es una parte de alguna cosa que se trata como entero o una unidad. En aritmética, una fracción propiamente dicha es un número que representa una parte, esto es, un número menor que 1” (Thompson, 1996; 16).

Las propiedades que subyacen de las fracciones, muestran su complejidad, ya que poder situarlas fuera del uso cotidiano, quizá porque su utilización es fundamental en las matemáticas, a pesar de que se pueden encontrar en diversos ámbitos como son el técnico, científico y artístico, pero no es tan común su uso en la vida cotidiana; de ahí que sea difícil su manejo en la escuela, así como el aspecto para su concepción donde se enmarque ya sea cotidiano o matemático. (Lara, 2003)

Las fracciones pueden tomar distintos significados o representar cosas diversas según su aplicación, diversos autores como: Freudenthal, Streefland y Kieren, realizan trabajos de investigación al respecto.

1.5.1 Hans Freudenthal

Freudenthal (citado por Lara, 2003) realiza un arduo trabajo para construir una fenomenología didáctica de las matemáticas y donde sugiere que los conceptos no se adquieren sino se construyen mediante la constitución de objetos mentales, critica la enseñanza mediante la adquisición de conceptos preponderando la constitución de objetos mentales, es decir, la adquisición de conceptos formales de la fracción, debe considerar el trabajo previo con los objetos mentales, sentando la base para la construcción futura de dichos objetos mentales.

Otra aportación importante que hace este autor en relación a las fracciones, es que uno de los problemas fundamentales en la enseñanza de las fracciones radica en la pobreza de significados que se trabaja en la escuela, por lo que propone una riqueza de experiencias didácticas para enseñar las fracciones.

Como cita Perera (2001) “No se puede negar que la didáctica de las fracciones está caracterizada por tendencias unificadoras. Por reglas, los números naturales se enfocan desde varias perspectivas. Cuando llega el turno de las fracciones, se supone que los alumnos están lo suficientemente avanzados como para quedarse satisfechos con un único enfoque de la realidad. Desde mi punto de vista, este supuesto erróneo es la razón por lo que las fracciones funcionan mucho peor que los números naturales y por lo que mucha gente nunca aprende las fracciones” (Freudenthal, 1983; 134).

1.5.2 Streefland

Este autor se inspira en el trabajo de Freudenthal para acercarse a la enseñanza de fracciones, por lo que trata de incorporar la riqueza empírica a sus propuestas con la finalidad de acercar al sujeto al aprendizaje de la fracción, por lo tanto los trabajos de Streefland contribuyen a la mejora del trabajo didáctico en el ámbito educativo con los

significados de la fracción que enriquece la construcción del concepto del alumno (Lara, 2003).

1.5.3 Thomas Kieren

Este autor aporta argumentos para la comprensión de la construcción de los números racionales en el sujeto. Destaca la existencia de dos formas de acercarse al conocimiento de las fracciones:

1. **Formal** (a través de reglas y operaciones): esta es considerada como complicada ya que se refiere a las racionales dentro del campo cociente, así como su apego al axioma de equivalencia y a las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.
2. **Intuitiva** (relación de las fracciones a contextos concretos): se debe hacer un acercamiento en situaciones contextualizadas y problemáticas.

Las diversas aportaciones en torno a la fracción son de carácter contemporáneo dentro de los actuales programas de matemáticas de educación primaria, razón por la cual, se consideró interesante retomarlas para reflexionar un poco más sobre ellas.

Otra de las cuestiones que toma en cuenta Kieren, 1975 (citado en Llinares 2000), es la visión de las fracciones como un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores y considera que la comprensión de números racionales es básica para el desarrollo y el control de las ideas matemáticas. Al utilizar estos números los niños deben ser conscientes de la equivalencia de fracciones, manejar una operación suma compleja, más axiomática que intuitiva, considerar que la relación entre suma y producto no se presenta de forma natural y trabajar las fracciones inversas.

Dentro del método de enseñanza se pueden presentar algunas dificultades afines a la didáctica de las fracciones como dice Kieren, 1988 (citado en Perera, 2001) respecto a la construcción del conocimiento individual del número racional debido a que es complejo y esta formado por diversas concatenaciones, es decir, la construcción de conocimientos de los números racionales debe ser adquiridos enseñados de una manera paulatina.

El contenido de las fracciones es considerado obligatorio y relevante para su enseñanza y su aprendizaje, a pesar del cuestionamiento de varios autores para su permanencia en los planes y programas de estudio como menciona Llinares (2000; 25), “Curiosamente el argumento de la poca utilización de las fracciones por parte de los niños y adultos es el hecho que se apoyan otros para mantener su permanencia, si no son comprendidas ¿Cómo van a Enseñarse?”, de esta manera se dice que uno de los numerosos aspectos que se reflejan en el proceso de aprendizaje de las fracciones está orientado al método de enseñanza, ya que permite determinar los procesos de construcción de conocimientos en los alumnos y alumnas.

El aspecto del método de enseñanza se vincula con los procesos del mismo aprendizaje, respecto al contenido de las fracciones Kieren en 1976 y Dienes en 1972 (citado por Llinares en 2000) afirman que varias investigaciones relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje de las ideas de fracción, han empezado a indicar que para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones (Llinares, 2000)

En el artículo de *Fracciones* realizado por Clemente., Ayala, Favila, y López, (2001), hablan claramente de una intencionalidad de las fracciones, respecto a una propuesta constructivista para su enseñanza y aprendizaje, ya que lograr que el docente las adapte a los intereses y necesidades de los alumnos y que éstos sean capaces de usar los conocimientos adquiridos para resolver algunos problemas de la vida, permite fundamentar esta propuesta con dicho enfoque, porque también considera importante los elementos que deben poseer los alumnos y alumnas les auxilien a mejorar su aprovechamiento escolar.

1.6 Fracciones: Situación de Razón

El concepto de razón matemática se encuentra en muchas situaciones de gran importancia práctica.

Existe un gran número de unidades de medida que son razones, entre ellas la velocidad (razón de la distancia recorrida al tiempo invertido), la densidad (razón del peso al volumen del cuerpo) y la pendiente de una rampa (razón de la distancia recorrida verticalmente a la recorrida horizontalmente).

Una fracción es el número de partes iguales presentes de un total. La probabilidad no es una razón sino una fracción, ya que es un número esperado de veces que se dará un suceso A dentro de un total de sucesos $A+B$, donde B son los sucesos en los que no se da A.

Las razones resultarían más fáciles que las fracciones, ya que por estudios sobre inclusión a los niños les resulta más fácil comparar entre sí dos partes de un conjunto que comparar una parte con el total.

Otra dificultad inicial es que el término >>razón matemática<< es ambiguo. Si un niño ve seis manzanas y dos peras, entonces su comprensión directa del número relativo de manzanas y de peras puede consistir simplemente en contar que hay seis manzanas mientras que sólo hay dos peras. No obstante, sobre todo durante una clase de matemáticas, podemos querer expresar esto en su forma más sencilla, a saber, que existen tres manzanas por cada pera. Esta segunda especie de razón >>más sencilla<< requiere la comprensión del concepto de que existen dos razones que son iguales entre sí. Lo que presenta la idea de proporción (6 es a 2 como 3 es a 1).

Se presta poca atención a las fracciones concretas y a las razones, lo que probablemente es un reflejo de la poca dificultad que tiene el niño en comprender estos conceptos antes de que se presenten en los planes de estudio. Como contraste, la idea de comparación de razones para formar una proporción es mucho más difícil y ha recibido una atención considerable.

El concepto de razón abstracta o de proporción suele aparecer a la hora de comprender las unidades de medida que se refieren a razones, como las de velocidad, densidad y pendiente. En tales casos, los valores que se miden en la práctica se suelen convertir a una unidad de medida que se define por el divisor: así, kilómetros por hora, los gramos por centímetros cúbicos...

Para comprender todo esto, el estudiante debe saber que la razón original (por ejemplo, 3 kilómetros en un cuarto de hora) se puede convertir a una razón equivalente con el divisor deseado (12 kilómetros en una hora).

“Algunos estudios han confirmado la visión de Piaget acerca de que los conceptos de proporción se adquieren al principio de la adolescencia, aunque el contexto puede tener influencias sobre la dificultad” (Langford, 1990; 139)

Los estudios recientes sobre el razonamiento proporcional han tenido a distanciarse de la idea de que el concepto de proporción es estático, y han completado un entramado para la resolución de los problemas. La mayoría de dichos estudios sobre la proporción se han basado en pedir a los sujetos que resolviesen algún tipo de problema, a veces preguntándoles cuál de dos razones es mayor a veces pidiendo que se reduzcan a una unidad de medida estándar o a una razón que no se pueda simplificar más. Algunos estudios han hecho uso de las intuiciones comparativas (por ejemplo, si la razón A es mayor que la B, ¿Qué relación tiene A y B con una tercera razón que se deriva de ellas, como en el caso en que se mezclan disoluciones de líquidos de concentraciones diferentes?) Dos estudios recientes no darán ejemplo de este cambio de enfoque.

Quintero (1983) citado en Langford, (1990) llega a la conclusión de que el concepto de razón es fuente de dificultades para los niños de 10 a 12 años, una medida de este concepto es la capacidad de elegir una figura que represente la razón correcta. Pero, como cabía esperar, la comprensión de la razón no era la única fuente de problemas; el número de pasos, el camino para la resolución de problemas y la capacidad de comprender y representarse la información del problema, aparte de la información que se refiere a la razón matemática, son factores que determinan el éxito más allá de encontrar una solución.

CAPÍTULO 2

MÉTODO

En este apartado se describe el tipo de estudio o diseño en el que se basa la investigación, se definen las variables e hipótesis, se caracterizan tanto el grupo de los sujetos participantes en el estudio como el escenario (considerado las aulas de clase como ambiente natural). También se enmarcan los instrumentos utilizados durante la investigación, y se aclara el procedimiento desglosándolo en cuatro fases.

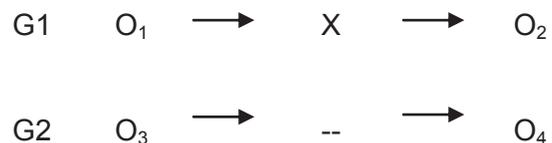
2.1 Tipo de estudio y/o Diseño

El presente trabajo, está fundamentado en una investigación con diseño Cuasi experimental, pretest y postest.

Se trabajará con un grupo intacto, debido a que los sujetos de dicho grupo no pueden ser asignados al azar, el grupo fue integrado con anterioridad y no existe emparejamiento (Sampieri, 2008)

Este diseño con pretest y postest utiliza dos grupos: uno recibe el tratamiento experimental y el otro no. La evaluaciones, la permite verificar la equivalencia inicial de los grupos (si son equiparables no debe haber diferencias significativas entre las pre pruebas de los grupos), comparando posteriormente los resultados finales, se analiza si el tratamiento experimental tuvo un efecto sobre la variable dependiente (O1 con O2).

El diseño se diagrama de la siguiente manera:



Dónde:

G1: Grupo Experimental.

G2: Grupo Control.

X: Tratamiento (Programa de Intervención).

O₁, O₃: Evaluación Inicial (Pretest).

O₂, O₄: Evaluación Final (Postest).

2.2 Variables e hipótesis

1. **Variable Independiente:** Programa de intervención Educativa.
2. **Variable Dependiente:** Conocimientos sobre fracciones.

Hipótesis de investigación: Las actividades y/o ejercicios que se utilizan y aplican en la intervención educativa favorecerán la construcción de conocimientos del contenido matemático de las fracciones en situación de razón, en los alumnos/as que cursan el primer grado de educación secundaria.

Hipótesis nula: Las actividades y/o ejercicios que se utilizan y aplican en la intervención educativa no favorecerán la construcción de conocimientos del contenido matemático de las fracciones en situación de razón, en los alumnos/as que cursan el primer grado de educación secundaria.

2.3 Participantes

El estudio de campo se realiza con dos grupos (1°D y 1°E) que cursan el primer grado en la Escuela Secundaria Técnica N° 74. Dichos grupos fueron asignados por la propia institución.

El grupo 1°D tiene en total 36 alumnos/as, de los cuales sólo a 27 alumnos/as se aplica el pretest y postest; éste es considerado el grupo control. El grupo 1°E tiene en total 37 alumnos/a, de los cuales sólo a 27 alumnos/as se les aplica el pretest y postest, este grupo es el considerado como grupo experimental y en él se aplica el programa *Quebrando Ideas Numéricas*.

La edad de los participantes oscila entre los 12 y 13 años de edad.

2.4 Escenario

Los dos grupos con los que se realiza el trabajo de campo pertenecen a la Escuela Secundaria Técnica 74 “José María Morelos Y Pavón” ubicada en Avenida Juan Álvarez y Cerrada Martín Carrera s/n, Col. Barrio de la Santa Cruz, Campamento 2 de Octubre. Del. Iztacalco. CP. 08930.

2.5 Materiales

Los materiales que se utilizaron son los siguientes:

- Material impreso: 11 copias del anexo 5 (amplificado a doble carta), 11 juegos de copias del anexo 6, 37 copias del anexo 9, 30 copias del anexo 11, 6 copias del anexo 12 con sus respectiva perinola, 6 juegos de copia del anexo 13, 6 tarjetas de cartulina blanca con una fracción escrita en cada una, 3 hoja de papel rota folio cuadro grande (con un problema escrito),
- Otros materiales: 6 tangram de cartulina rosa de 17x17cm (con 12 piezas), 30 rompecabezas de foami de 13x13 cm. (conformado por 16 triángulos), 10 geoplanos (tabla de 25 x 25 cm. con 49 clavos c/u),
- Papel: 37 tarjetas de cartulina blanca de aproximadamente 10x8 cm., 54 hojas de colores tamaño carta (rosa, azul, amarillo, verde fuerte, verde claro), cuadros de foami (rojo, azul, café, morado, anaranjado, amarillo, blanco y verde) de aprox. 10x10 cm., 6 pliegos de papel cascaron de $\frac{1}{4}$, 4 pliegos de cartulina de colores, 37 tarjetas de color de aproximadamente 10x10cm. 10 círculos de cartulina (verde, amarillo, rosa, blanco y azul) con un diámetro de 10 cm., 15 juegos de 10 tiras de cartulina de colores de 4x20 cm. (blanco, verde, rosa, amarillo y azul),
- Varios: plumones de colores con punta gruesa, lápices de colores, plumas, plumas de colores, crayolas, plumones; gises, plumones azul y café para pizarrón; 24 ligas de colores, 8 de cada color (azul, amarillo, verde), 4 ligas rojas y 4 anaranjadas; diurex, diurex decorativo, tijeras, 8 sobres, 6 bolsa de celofán de 15x15, cúter, resistol en barra, engrapadora, grapas, trasportador

Las Pruebas que se aplican son las siguientes:

Evaluación Inicial

Con esta evaluación se pretende obtener un panorama general sobre los conocimientos que tienen los alumnos y alumnas respecto al tema de interés, por lo que se consideró que debía ser individual.

El instrumento de evaluación contiene 10 problemas sobre fracciones, en particular en situación de razón; para su resolución se les proporcionó a los/as alumnos/as un sobre con el siguiente material: un cuadrado de 10x10cm, dos tiras de papel de 15 cm de largo, y 7 piezas geométricas (2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 paralelogramo) los cuales forman un tangram chino. El tiempo requerido está entre 30 y 45 minutos.

Los 10 reactivos están distribuidos de la siguiente manera:

- 4 ítems: Fracciones de manera general (problemas escritos)
- 5 ítems: Fracciones en situación de razón (problemas escritos)
- 1 ítems: Habilidad matemática

Evaluación Final

Esta evaluación tiene la finalidad de evaluar los avances logrados por los alumnos/as en la resolución de problemas, actividades o ejercicios, sobre el contenido matemático abordado. Por su carácter se decidió que debía ser individual.

El cuestionario utilizado como instrumento de evaluación, se diseñó con 10 problemas escritos sobre fracciones, en particular en situación de razón: para ser resuelto en un tiempo máximo de 45 minutos.

La distribución de los ítems es la misma que se consideró en la evaluación inicial, es decir:

- 4 ítems: Fracciones de manera general (problemas escritos)
- 5 ítems: Fracciones en situación de razón (problemas escritos)
- 1 ítems: Habilidad matemática

2.6 Procedimiento

El trabajo de investigación se desarrolló en cuatro fases:

FASE 1:

Elaboración de la Evaluación Inicial, la Evaluación Final y del Programa de Intervención Educativa “*Quebrando Ideas Numéricas*”.

El Programa “*Quebrando Ideas Numéricas (QIN)*”, está estructurado del siguiente modo:

- Presentación: Panorama general de lo que constituye el programa de intervención.
- Aspectos Generales: Descripción del objetivo general del programa y de los objetivos específicos correspondientes a cada sesión.
- Explicación Teórica: Exposición referente al concepto de fracciones y a las diversas interpretaciones que se le dan. Además en este apartado se describen los materiales concretos que se utilizaron durante la investigación.
- Referencias: Indicación sobre las referencias teóricas consideradas como fundamento para la explicación teórica.
- Cartas Descriptivas: Descripción de cada una de las 15 sesiones considerando los siguientes aspectos: objetivo, tema, estrategia, tiempo, actividad o actividades, material y evaluación.
- Manual del Docente: Descripción detallada de cada una de las sesiones, incluyendo la descripción de la(s) actividad(es) y algunas indicaciones y recomendaciones. Este es un material adjunto.

FASE 2:

Aplicación de la Evaluación Inicial a los dos grupos (grupo experimental y grupo control).

A continuación se describen las sesiones 1 con los dos grupos

Sesión 1 Grupo Experimental

Fecha: 25 de Enero del 2011

Horario: 13:10 a 14:00hrs.

Clase de Matemáticas

Total de alumnos: 28 (20 niñas y 8 niños)

Condiciones del salón:

- Los muebles para los alumnos están distribuidos equitativamente en seis filas.
- Cuenta con buena ventilación.
- Piso antiderrapante.
- El pizarrón es blanco, para la utilización de plumón.
- Cuenta con un escritorio y una silla para el profesor(a).
- Existe poco espacio entre las bancas de los alumnos(as).

Características del grupo:

- Grupo muy tranquilo e incluso da la apariencia de que es un poco inhibido.
- En general los alumnos prestan atención.
- Aunque se distraen fácilmente, subiendo el tono de voz los alumnos se controlan. Esta conducta llama la atención.
- Hay un alumno que presenta características de liderazgo, posiblemente es el que maneje al grupo.

Desarrollo de la actividad:

1. Al comenzar la actividad se les da las siguientes indicaciones:
 - Esta evaluación no repercute en su calificación, si existe alguna pregunta levantan la mano y se les atenderá.
 - Deben guardar sus útiles, dejando en su banca solo el lápiz, pluma, goma y sacapuntas.

2. En esta primera sesión se reparte a los/as alumnos/as el siguiente material: una copia de la evaluación inicial, un sobre tamaño carta que contiene: un cuadrado de 10x10cm aproximadamente, dos tiras de papel de 15 cm de largo, y 7 piezas geométricas (2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 paralelogramo) los cuales forman un tangram chino.
3. La duración de la prueba se estimó entre 35 y 50 min.
4. Los/as alumnos/as atentos responden su evaluación, aunque muestran dificultad para solucionar las preguntas 7, 8, 9 y 10, dejándolas en blanco, o simplemente colocan números sin ninguna relación.
5. Ponen mucho empeño en resolver la tercera pregunta.
6. Algunos alumnos preguntan ¿Qué es Razón? Y sólo se les indica que resuelvan lo que saben.
7. A medida en que los primero/as alumno/as terminan y entregan la actividad, los demás se sienten presionados y contestan rápidamente.

Observaciones:

- La duración de la prueba se ve reducida en cuanto al tiempo, debido a que es última hora y solo les dan aproximadamente 30 minutos para resolver los problemas.
- El material del sobre no es ocupado por ningún alumno/a (quizá solo lo sacan y lo regresan al sobre).
- Es considerado como un grupo tranquilo, incluso lo caracterizan como “inocente”.

Sesión 1 Grupo Control

Fecha: 26 de Enero del 2011

Horario: 9:30 a 10:20 hrs.

Clase de Matemáticas

Total de alumnos: 29

(De los cuales 14 son niñas y 15 son niños)

Condiciones del salón:

- El salón de clases cuenta con las sillas exactas para los alumnos, tiene buena ventilación.
- Piso antiderrapante.

- El pizarrón es blanco, para la utilización de plumón.
- Cuenta con un escritorio y una silla para el profesor(a).
- No existe mucho espacio entre las bancas de los alumnos(as).
- Son 6 filas.

Características del grupo:

- Grupo inquieto.
- Pregunta siempre que hay dudas.
- Comentan la actividad en el momento que se distrae el profesor.
- Grupo que presta atención.

Desarrollo de la actividad:

1. Para empezar con la actividad se les da las siguientes indicaciones:
 - Esta evaluación no repercute en su calificación, si existe alguna pregunta levantan la mano y se les atenderá.
 - Deben guardar sus útiles, dejando en su banca solo el lápiz, pluma, goma y sacapuntas.
2. A cada alumno y alumna se les reparte el siguiente material: una copia de la evaluación inicial, un sobre tamaño carta que contiene: un cuadrado de 10x10cm aproximadamente, dos tiras de papel de 15 cm de largo, y 7 piezas geométricas (2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 paralelogramo) los cuales forman un tangram chino.
3. La duración estimada de la prueba es entre 35 y 50 min.
4. Al comenzar al responder la evaluación muestran interés, y preguntan cuando hay dudas, incluso hacen comentarios y preguntas como: “Esto de razón no entiendo”, “¿No importa que sobren?”, “¿Y si no entiendo la dejo así?”
5. La mayoría de los alumnos no responden las preguntas 7, 8, 9 y 10, dejándolas en blanco.
6. Buscan estrategias para resolver la pregunta 10.
7. Le preguntan al compañero de junto.
8. Una alumna se da cuenta de que el material es un tangram, y se pone a resolverlo.
9. Les distrae el material del sobre, intentan usarlo pero no saben cómo.

Observaciones:

- El comienzo de la evaluación se atrasa un poco en cuanto a su horario debido a que no había profesor a cargo del grupo.
- Al finalizar la evaluación una alumna pregunta ¿qué es la razón?, uno de sus compañeros saca el diccionario y lee en voz alta la definición.
- Aunque escuchan todos/as la definición, al oír el toque para salir al descanso, no la toman en cuenta, olvidan el hecho y se inquietan.
- Muestran interés.
- Es un grupo platicador.

FASE 3:

Aplicación del programa de intervención con enfoque constructivista *Quebrando Ideas Numéricas*, al grupo experimental (1°E).

A continuación se describen las sesiones de la 2 a la 14 llevadas a cabo solo con el grupo experimental.

Sesión 2

Fecha: 28 de Enero del 2011

Horario: 9:30 a 10:20 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. La primera actividad que se realiza en esta sesión es la elaboración del gafete, por lo que se les pide a dos alumnos que repartan el material a sus compañeros(as).
2. Cada uno de los estudiantes coloca en una cara de la tarjeta su nombre, decorándolo a su gusto; en la parte posterior se indican cuatro características (edad, color favorito, deporte favorito o que practican y lo que hacen por la tarde).
3. Se les da un tiempo mayor a 15 min. Para que terminen su gafete.
4. Al terminar su gafete se les pide a los alumnos y alumnas que se sienten en círculo, para que todos puedan verse y puedan participar.
5. Comienza la presentación por iniciativa de un alumno (Ángel), todos continúan diciendo su nombre y los intereses que se escribieron al reverso de la tarjeta, cada uno va participando. Al finalizar se plantean preguntas como:
 - ¿Qué materia les gusta?
 - ¿A quién no les gustan las matemáticas?

- ¿Qué contenido matemático es el más difícil?
 - ¿Cuál es el más complicado?
 - ¿Cómo creen que es el grupo (trabajador, inquieto, flojo, etc.)?
 - ¿Trabajan en equipo?, ¿Les gusta?, ¿En verdad trabajan o sólo platican?
6. Se puede decir que es un grupo trabajador, que le gusta el trabajo en equipo, pero argumentan que trabajan más lento, a pesar de todo es un grupo participativo. Por sus respuestas a las preguntas anteriores se puede concluir que a la mayoría no les gusta las matemáticas, se les hace aburridas, y sin chiste, y que uno de los contenidos más difíciles es fracciones porque no comprenden mucho.
 7. Al cierre de esta sesión se vuelven a retomar los motivos del programa, explicando claramente en qué consistirá, haciendo alusión a que aprenderán matemáticas jugando.
 8. Los alumnos y alumnas no hacen comentarios, ni preguntas al respecto, por lo que todos regresan sus bancas.

Observaciones:

- Grupo participativo,
- Se involucra a la profesora en la actividad.
- Se muestra mucho interés por parte de la profesora de matemáticas debido a que quiere hacer que el grupo trabaje mejor, por lo que ha buscado varias estrategias para hacer atractiva su clase.

Sesión 3

Fecha: 31 de Enero del 2011

Horario: 9:30 a 10:20 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. En esta sesión se realiza una figura de papiroflexia (rehilete).
2. Antes de comenzar a realizar la actividad, se les pide a dos de los alumnos que repartan dos hojas a cada uno de sus compañeros(as), para que todos tenga su material.
3. Al tener las dos hojas, se les indica que la dividan y la corten en 4 partes, para obtener un total de 8 rectángulos que serán convertidos en cuadrados.

4. Para tener los ocho cuadrados que se indica, se intercambian los(as) alumnos(as), su material para que cada uno tenga: dos rosas, dos azules, dos verdes fuertes, un amarillo y un verde claro.
5. Con cada uno de ocho cuadrados se realiza un paralelogramo que posteriormente será ensamblado.
6. Conforme se van haciendo los dobleces se va retomando el tema de las fracciones, comenzando con las más elementales que son medios, cuartos y octavos.
7. Cuando se va armando la figura unos requieren de ayuda, por lo que se les indica a los alumnos y alumnas que ya terminaron que les expliquen a sus compañeros que aún no terminan.
8. Al finalizar la actividad todos ponen atención a la figura que se formó.

Observaciones:

- Para esta sesión estaba contemplada la realización de dos figuras de papiroflexia, debido al tiempo que se llevó la primera, los(as) alumnos(as) sólo construyeron una; con la ayuda que algunos requirieron y los comentarios, la actividad se prolongó.
- A los estudiantes les gustó mucho la actividad (haciéndoseles muy atractiva y divertida).
- Durante la evaluación de esta sesión también se retomó la figura de los cubos (aunque no se realizó, sí se consideró para la explicación de conceptos).
- La profesora de matemáticas también participa e inclusive apoya a la actividad.

Sesión 4

Fecha: 1 de Febrero del 2011

Horario: 13:10 a 14:00 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(s) actividad(es):

1. La realización de esta sesión fue inesperada para la profesora de matemáticas, puesto que no sabía que ese día se aplicaría una sesión del *Programa Quebrando Ideas Numéricas*, ante esto la sesión comenzó con atraso y por ende las actividades no se llevaron a cabo como se habían planeado.

2. A los alumnos y alumnas se les indicó que debían formar tercias (con los compañeros que desearan), rápidamente forman pequeños equipos para que se les pueda proporcionar el material; éste consiste en un sobre con hojas de foami de colores: azul, rojo, café, morado, anaranjado, amarillo, blanco y verde; una hoja doble carta con los moldes correspondientes y una copia de la actividad de la platillas de fracciones.
3. Cuando todos los equipos contaron con el material se les dio la siguiente indicación:
 - Por equipo deberán cortar en foami los moldes de los círculos que están en la copia, considerando los colores que se les asigna, al terminar de recortar deberán contestar en su hoja las preguntas que están planteadas, con ayuda del material que acaban de recortar.
4. La mayoría de los alumnos y alumnas reparten la actividad para que todos recorten (se distribuyen equitativamente los círculos que recortarán cada uno).
5. Los equipos utilizan varias estrategias para recortar rápidamente los moldes; algunos de ellos calcan los círculos, otros lo recortan a la par con la copia y otros finalmente pegan para que el recorte sea más exacto.
6. En esta sesión como se iba a dar la guía de estudios para el examen de matemáticas, la profesora escribe en el pizarrón sólo los temas que se verán, dejando que los alumnos copien (interrumpe la sesión, mientras da la explicación rápida, posteriormente le diga a sus alumnos(as) que pueden continuar con la actividad).
7. Por la falta de tiempo, única actividad que se realiza es la de las platillas fraccionarias, cuando la mayoría de los equipo recortan su material comienzan a contestar la hoja, sin embargo algunos equipos ven la hora y comienzan a contestarla sin haber recortado todo el material.
8. Como es la clase de 13:00 a 14:00hrs. Todos los alumnos apresurados intentan contestar las preguntas de una manera rápida.
9. Al escuchar el toque echan todo el material y entregan por que la profesora de la clase de matemáticas les da la salida.

Observaciones:

- La sesión dura aproximadamente 15 min, por lo que solo da tiempo para realizar la actividad de las platillas.

- Sólo un equipo utiliza el material para contestar las preguntas (porque es el único equipo que termina de recortarlo a muy buen tiempo).
- El resto de los equipos tardan mucho tiempo en repartirse el material y recortarlo, por lo que a la hora de contestar mientras unos recortan otros escriben (contestando las que pueden resolver sin el material).
- En conjunto se saca la definición de fracciones equivalentes.
- Un equipo intenta recordar las fracciones equivalentes y saca su cuaderno para verificar la definición.

Sesión 5

Fecha: 3 de Febrero del 2011

Horario: 13:10 a 14:00 hrs.

Clase de Tutoría

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. En esta sesión estaba contemplado realizar dos actividades, pero por la reducción de tiempo, solo se seleccionó la actividades con geoplanos.
2. Los alumnos y alumnas son enumeradas del 1 al 7, para formar los equipos correspondientes, cuando todos se organizan todos se organizan se escogen a un representante por equipo que recoge el material: un geoplano que tiene tres figuras geométricas, con ligas de colores.
3. Al iniciar la actividad es indica que la unidad principal con la que se va a trabajar, es el se cuadrado pequeño conformada por una liga y cuatro clavos que se muestra en un geoplano.
4. Posteriormente se pregunta a los equipos cuántas unidades representa cada una de las tres figuras que tiene el geoplano que se les repartió (rectángulo, pentágono y triángulo). Las respuestas se apuntan en el pizarrón para que los equipos analicen sus resultados. En un principio los alumnos muestran dificultades, pero al final les parece ser más sencillo. Los resultados se siguen comparando en el pizarrón.
5. La tercera etapa de la actividad consiste en observar dos geoplanos que se presentan a todo el grupo y que contienen una flor formada por cuatro hexágono, y responder a la pregunta ¿Cuántas unidades contienen?. Los equipos dan sus respuestas que al final se comparan y comprueban.
6. La cuarta etapa está considerada como la evaluación de la sesión. Se retoman los enteros, medios, cuartos y octavos; con ello deben formar una figura que

contengas las siguientes unidades de área: Tres enteros, cuatro medios, tres cuartos y seis octavos. Los equipos buscan la mejor estrategia para resolver lo que se pide, algunos van trazando la figura conforme a las características, otros simplemente enciman las ligas, y sólo un equipo hace la suma para sacar la figura final. De esta manera cada equipo muestra su figura, y se discute cuál estrategia fue la mejor, además de descubrir cuál es la correcta.

7. Para hacer la retroalimentación se toman algunos conceptos de fracciones, algunas de las formas en las que se pueden obtener las respuestas y se observa que el geoplano es un material que puede ayudar a resolver problemas referentes a fracciones.

Observaciones:

- Durante la sesión no hubo profesor a cargo del grupo, con esta situación se observa mayor participación por parte de los alumnos y alumnas.
- Les llama mucho la atención utilizar el tipo de material.
- Para esta sesión estaba contemplada otra actividad, pero debido a la reducción de tiempo por tratarse de la última hora de clase, se seleccionó la actividad realizada por considerar que era más enriquecedora.

Sesión 6

Fecha: 8 de Febrero del 2011

Horario: 10:40 a 11:30 hrs.

Clase de Secretariado

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Para esta sesión los alumnos y alumnas se agrupan en siete equipos y elijen un representante.
2. Cuando los seis grupos se han organizado se les reparte una tarjeta que contiene una fracción escrita. La distribución de tarjetas según la fracción, fue la siguiente:
 - Equipo 1: 0.10
 - Equipo 2: $\frac{1}{2}$
 - Equipo 3: 0.5
 - Equipo 4: 0.75
 - Equipo 5: 0.20
 - Equipo 6: $\frac{1}{4}$

3. Al reverso de cada tarjeta se colocan los nombres de los integrantes del equipo y se indica con un asterisco al representante del mismo.
4. Cada equipo discute dónde debe colocarse su tarjeta en la recta que se ha dibujado en el pizarrón. Los representantes de equipo pasan a colocarla en el lugar que consideraron pertinente.
5. Posteriormente el grupo analiza el resultado. Con ayuda de los mismos alumnos, se señala el valor de cada uno de los puntos de la recta que dibujada; algunos equipos no están de acuerdo en la colocación de las tarjetas y se levantan a corregirla
6. Entre todos se verifican los resultados, dando su opinión y sus argumentos de por qué se cree que están colocados correcta o incorrectamente.
7. Al finalizar esta actividad se les reparte a los alumnos y alumnas una copia de un ejercicio, que consta de un cuadro de números decimales. Lo contestan rápidamente y entregan el material.
8. Para llevar a cabo la evaluación se les reparte a cada equipos una copia del anexo titulado “¿Quién va ganado?”, esta actividad consiste ubicar en una recta numérica algunas fracciones y números decimales, a través de personajes que realizan una carrera deportiva. Los alumnos muestra estrategias para resolver el problema ocupan su calculadora, regla e inclusive una hoja para hacer operaciones. Algunos equipos reparten las preguntas, mientras que otros realizan el trabajo de forma grupal,
9. Sólo dos equipos finalizan en el tiempo esperado, a ellos se les reparte el material correspondiente al juego de la perinola. Esta actividad consiste en lanzar la perinola e ir colocando fichas de colores en el tablero que contiene los números decimales. (un equipo utiliza la calculadora para resolver y convertir las fracciones en números decimales)
10. Al finalizar la clase todos entregan material, ya sea la evaluación o el juego de la perinola.

Observaciones:

- En la actividad de evaluación se observa mejores resultados en los equipos que sí trabajaron en conjunto y no solo se repartieron las preguntas; a estos equipos se les repartió la actividad de la perinola.
- Se atrasa un poco la actividad por la necesidad de comentar con la profesora encargada del grupo, el trabajo a realizar.

Sesión 7

Fecha: 9 de Febrero del 2011

Horario: 7:50 a 8:40 hrs.

Clase de Ciencias

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Esta sesión es llevada a cabo en el laboratorio de ciencias (debido a que el profesor que imparte la materia no recordaba que sería una sesión del programa de intervención *Quebrando Ideas Numéricas*).
2. La finalidad de esta actividad es retomar los contenidos vistos a lo largo de las sesiones pasadas, por lo que se modificó la planeación inicial y se decidió realizar actividades distintas a las actividades planteadas anteriormente.
3. Para realizar la retroalimentación se parte de una lluvia de ideas, pidiendo a un alumno que pase al frente para que coloque las palabras que van diciendo sus compañeros.
4. Las palabras que se anotan en el pizarrón son: división, unidad, numerador, denominador, centésimos, doceavos, medios, entero, cuartos, quintos milésimos, número, resta, multiplicación, equivalentes y recta numérica. A través de ellas se pretende crear definición de fracciones, así como mencionar algunos de los elementos que la componen y las formas de expresar fracciones.
5. Los mismos alumnos van creando sus definiciones, ocupando las palabras que están escritas en el pizarrón, al mencionar las fracciones equivalente se retoma el material de origami (que se vio en la tercer sesión), con ello se va llegando a descubrir las fracciones equivalente, al hacer divisiones de la misma figura. También se retoma el geoplano para detectar las fracciones mixtas, y con ayuda del pizarrón y la cooperación de algunos alumnos se rescatan algunos algoritmos como lo es la suma y la resta de números fraccionarios.
6. Para evaluar esta sesión a cada uno de los(as) alumnos(as), se les reparte un copia del ejercicio “¿Qué parte representa la parte sombreada?”, en esta actividad deberán unir con una flecha las figuras que están enumeradas del 1 al 16 con los posibles resultados que están puntualizados de la “A” a la “P”.
7. Se da un tiempo máximo de 10 min, para su realización, para preguntar alguna duda y para que entreguen su material.
8. Se cierra la sesión cediendo la palabra al profesor tutor.

Observaciones:

- Como se mencionó con anterioridad la actividad planteada para esta sesión fue cambiada para hacer la retroalimentación de las sesiones pasadas, con ayuda del material de origami y geoplanos.
- La actividad tiene un poco de dificultad por la forma en que están sentados los estudiantes (en mesas de trabajo de laboratorio), debido a que están dispersos y pueden distraerse con facilidad.

Sesión 8

Fecha: 10 de Febrero del 2011

Horario: 13:10 a 14:00 hrs

Clase de Tutoría

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Para poder realizar esta actividad se forman ocho equipos; mientras se conforman, en el pizarrón se coloca una hoja de papel rota folio con un problema escrito, además a cada uno de los equipos se les entrega un sobre con material anexo el cual consiste en plantillas de fracciones, realizadas con cartulina de colores.
2. Las indicaciones a esta actividad son las siguientes:
 - Con el material de las plantillas deberán resolver el problema que está en el pizarrón, encontrando la respuesta correcta.
3. Cada uno de los equipos comienza a trabajar en la resolución del problema (utilizando diversas estrategias, como releer, mediante dibujos, con el material, colocando los nombres de los niños).
4. Como el tiempo es muy corto (debido a que es la última clase), después de que han trabajado solos se les indica que se resolverá entre todos.
5. Se les va pidiendo a los alumnos que vayan leyendo el problema por párrafos, del cual van sacando los datos más importantes (que se van colocando en el pizarrón), una vez que se han ubicado los datos se va preguntando ¿Cómo se va a solucionar el problema.
6. Entre todos los alumnos(as), van resolviendo el problema con ayuda del pizarrón y en algunas ocasiones del material de las plantillas. Se va anotando lo que los alumnos consideran que puede llevar a la solución.

7. Entre los mismos estudiantes llegan a la respuesta, al darse cuenta que no basta dividir una sola vez las pizzas para obtener las dos rebanadas que se comieron los niños y las niñas, llegan así a repartir la tercera pizza (pepperoni).
8. Entonces se les cuestiona a los alumnos por qué Pedro come más que Alejandra, y se llega a la conclusión de que al ser menos niños que niñas, a éstos les tocaron rebanadas mayores.

Observaciones:

- Cabe señalar que a partir de esta sesión 8, los problemas son referentes a fracciones como razón y tienen la misma estructura: se reparte material a los alumnos y alumnas, se les coloca un problema para resolver por equipo y finalmente entre todo el grupo se revisa y se comprueba.
- En esta sesión es evidente que los alumnos(as), no llevan a cabo un orden para resolver problemas, a pesar de que intentan encontrar la respuesta, no van desglosando el problema en orden, esto les causa confusión y complicación.

Sesión 9

Fecha: 11 de Febrero del 2011

Horario: 11:30 a 12:20 hrs.

Clase de Secretariado

Desarrollo de la(s) actividad(es):

1. Para esta sesión se utilizará como principal material el tangram
2. Los alumnos son agrupados en dos equipos grandes (dependiendo el sabor del dulce), posteriormente se subdividen estos grandes grupos en tres quedando en total 6 grupos pequeños conformados de 5 o 6 integrantes.
3. A cada equipo se les reparte el material (que consiste en un tangram con 12 piezas). Se les pide a los equipos que formen un cuadrado con su tangram, señalándoles que no sobran ni faltan piezas.
4. En el momento que se les deja a los alumnos resolver el tangram, se coloca en el pizarrón una hoja rotafolio con el siguiente problema: En un terreno cuadrado de 1200 m^2 habita un campesino, en la mitad de su terreno está construida su casa, en $\frac{1}{4}$ del terreno tiene animales: gallinas, vacas, cerdos y conejos, en el terreno restante siembra jitomate, tomate y zanahoria. Ocupa la misma extensión para sembrar tomate que para el jitomate. Si la razón entre el terreno del jitomate y de la zanahoria es de 3:2. ¿Cuántos metros cuadrados ocupa para sembrar tomate?

¿Cuántos metros cuadrados de jitomate hay más que de zanahoria? ¿Cómo solucionaste el problema?

5. Dos equipos terminan de resolver el tangram con dos respuestas distintas, se le pide al primer equipo que terminó que coloque en el pizarrón la respuesta correcta (dibujándola).
6. Una vez dibujada en el pizarrón, se comienza a leer el problema, sacando lo datos importantes, (como que en la mitad está construida la casa, en un cuarto están los animales y en el último cuarto esta la siembra de la zanahoria, jitomate y tomate).
7. Poco a poco se va resolviendo el problema, leyendo párrafo por párrafo, un alumno va dibujando y colocando los datos más importantes, con ayuda de sus compañeros(as).
8. Todos se detienen cuando no han comprendido que es razón, se les pide que comparen la figura que han dibujado con los datos del problema. Una alumna identifica y descubre que si hay cierta relación, en cuanto a los números (3:2) y la figura dividida (la parte del tangram donde se localiza la siembra, haciendo alusión a la división y subdivisión, para que todas las partes queden iguales).
9. Una vez que se encuentra la relación se comienzan a contestar las preguntas en cuanto a los metros cuadrados correspondientes al terreno.
10. Se termina la clase y en una hoja se entrega resuelto el problema, así como el material que se les prestó (el tangram)

Observaciones:

- Uno de los factores que influyen para solucionar el problema es que en equipo los alumnos y alumnas no trabajan, cuando se resuelve el problema con todo el grupo prestan mayor atención y la participación de los alumnos es más enriquecedora.
- Les llamó la atención que pudieran usar el tangram para solucionar el problema.
- La profesora de secretariado se ve molesta porque se le quita una hora de su clase.

Sesión 10

Fecha: 14 de Febrero del 2011

Horario: 9:30 a 10:20 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Para la realización de esta actividad se les pide a los alumnos y alumnas que se agrupen en parejas, a las cuales se les reparten diez tiras de papel (simulando las regletas), cada una de las tiras está dividida en partes dependiendo el color.
2. Mientras, una alumna va colocando en el pizarrón el problema siguiente: Una costurera necesita elaborar una cortina de 240 metros de largo, para elaborarla necesita unir varios metros de tela de dos colores: verde y blanco. Si la razón entre la tela verde y la blanca es de 12:8 respectivamente ¿Podrías ayudarle a calcular cuántos metros de tela de cada color necesita?
3. Una vez que todos copian en una hoja el problema se les pide que lo resuelvan en parejas.
4. La mayoría de los(as) alumnos(as) no saben cómo resolverlo. Para orientarlos se retoma la sesión pasada, recordando entre todos los alumnos(as) lo que se había hecho y cómo se había sacado la razón entre el jitomate y el tomate. (Se deja que los alumnos lo vayan recordando y explicando).
5. Una vez que se ha recordado cómo sacar la razón se les da un tiempo de 10 min. para resolver el problema. Los equipos comienzan a utilizar las tiras de papel, algunos optan por recortarlas y simular los metros de tela.
6. Cuando algunos equipos han contestado el problema se resuelve de manera grupal y se considera como la evaluación de la sesión.
7. El problema se va leyendo poco a poco, sacando los datos importantes.
8. Una vez que se ha llegado a sacar la razón, es necesario simular las tiras de papel en el pizarrón a través de la recta numérica, en ella se van dibujando los datos que se asignan en el problema.
9. Los alumnos(as), van descubriendo cómo sacar los resultados partiendo de una simple observación.
10. Finalmente entre los mismos alumnos se llega a la comprobación; mientras que unos lo realizan en su cuaderno varios pasan al pizarrón para contestar las preguntas.
11. La sesión finalizar al comprobar y entregar el problema escrito por parejas.

Observaciones:

- Es evidente que los alumnos necesitan que los guíen para solucionar los problemas, pues solo así trabajan; en equipo se distraen con gran facilidad.
- Varias de las alumnas piden un dulce como recompensa

Sesión 11

Fecha: 15 de Febrero del 2011

Horario: 8:40 a 9:30 hrs.

Clase de Ciencias

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Para la realización de esta actividad de manera individual se les reparten a los alumnos y alumnas un rompecabezas (con 16 triángulos del mismo tamaño), con él deberán realizar un cuadrado. Todos(as) empiezan al mismo tiempo.
2. Una vez resuelto el cuadrado por la mayoría, se les pide que realicen el siguiente problema: En el pueblo de San Marcos se lanzó una convocatoria para el concurso de "Azulejos de colores", para esto Alberto, un albañil conocedor de superficies y de azulejos, se inscribió al concurso.
Alberto deberá diseñar una figura original, de forma rectangular. La única condición del concurso es que debe utilizar azulejos triangulares de 3 colores diferentes. ¿Podrías ayudar a Alberto a realizar su diseño original?
3. Los grupos comienzan a hacer tercias, para elaborar el diseño buscan colores diferentes entre el material de sus compañeros.
4. Conforme van terminado, los equipos levantan la mano y muestran su construcción.
5. Para realizar una evaluación se les pide por equipo que realicen una figura extra, utilizando su creatividad y su ingenio. Con dicha actividad se pretende observar fracciones dentro de los diseños originales, aportando ideas y opiniones por equipo.
6. Al finalizar la actividad los alumnos y alumnas entregan su material.
7. Para hacer el cierre y dejar a los alumnos en orden se les pone una actividad de coordinación, eso permite que se relajen y puedan tranquilizarse.

Observaciones:

- Esta actividad tiene la finalidad de retomar los contenidos vistos además de relajar al grupo.
- El profesor de ciencias también participa, integrándose a un equipo.

Sesión 12

Fecha: 16 de Febrero del 2011

Horario: 11:30 a 12:20 hrs.

Clase de Estatal

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Para realizar esta sesión se le pide a los alumnos orden y atención, cuando todos guardan silencio se da la siguiente instrucción:
 - Entre todos y todas elaboraremos un problema relacionado a razón (considerando que han sido 5 sesiones que se ve ese contenido).
2. La construcción del problema fue el siguiente: En una empresa de Banamex, los empleados del turno matutino y vespertino son en total 60, si la razón entre los empleados del turno matutino y vespertino es de 10:2, ¿Cuántos empleados del turno matutino hay?
3. Una vez que se ha realizado el problema, todos(as) lo copian en una hoja con su nombre el ejercicio.
4. Este problema se resuelve entre todo el grupo, los alumnos van participando para sacar y colocar los datos más importantes, para que posteriormente se hagan las debidas operaciones (sacando en número de empleados de ambos turnos, obteniendo como respuesta la siguiente:
 - Empleados del turno matutino: 50
 - Empleados del turno vespertino: 10
5. Dicho problema se establece la comparación existente entre los dos turnos.
6. Como parte de la evaluación de esta sesión se coloca el problema siguiente: Un pintor debe cubrir una pared con dos tipos de pintura, si se ocupa 54 litros para pintar una parte de la pared en color azul (a petición de los alumnos se selecciona el color) y se le ha terminado la pintura de ese color. ¿Cuántos litros de pintura morada (también a petición del grupo se selecciona ese color) necesita para terminar la pared, si la razón de pintura azul y morada es de 12:8?
7. Este problema es escogido entre los problemas que tenía la evaluación inicial, sólo cambiando algunos datos.
8. Los alumnos y alumnas copian el problema y lo resuelven en la hoja donde anotaron el primer problema.
9. Entregan todos(as) sus hojas con los dos problemas resueltos.

10. Al finalizar la sesión se pregunta si hay algún tipo de comentario o duda al respecto de lo que se realizó en la clase.

Observaciones:

- La finalidad de elaborar un problema en conjunto es darse cuenta que los(as) alumnos(as) realmente han comprendido como distribuir la información dentro de un problema (darle estructura y detectar cuáles son los datos que tienen presentes)

Sesión 13

Fecha: 17 de Febrero del 2011

Horario: 13:10 a 14:00 hrs.

Clase de Tutoría

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Esta actividad se lleva a cabo en la última clase, como ya se ha mencionado su duración está entre 30 y 40 min.
2. Los alumnos y alumnas se enumeran del 1 al 3, para formar tres grandes equipos que son distribuidos por todo el salón.
3. El problema que se coloca en el pizarrón es el siguiente:

Una costurera necesita unir varios metros de tela de dos colores. Si la razón entre el azul y el verde es de 6:4. ¿Cuántos metros de tela necesita de cada color si en total debe medir 120 metros?

4. Por cada equipo se selecciona un representante a quienes se les entrega el material y se les dan las indicaciones que se mencionan a continuación:
 - material: una cartulina de color, una hoja (donde deberán anotar los integrantes de su equipo e indicar cuáles compañeros trabajan y cuáles no), un plumón y un material concreto distribuido de la siguiente manera, equipo 1: regletas, equipo: 2 tangram y equipo 3: platillas.
 - instrucciones: cada uno de ustedes deberá organizar a su equipo, para realizar el problema, así como deberán anotar en la hoja el nombre de sus integrantes, deberán apoyar en la actividad y si es posible asignar roles (de quien escribe, quien responde, quien lee, etc.)
5. Cada representante regresa a su equipo y a su modo da las instrucciones:

6. Respecto al trabajo de los equipos se puede decir que.
 - El equipo 1 realiza la actividad rápidamente y bien, explicando en la cartulina los pasos que siguieron para solucionar el problema.
 - El equipo 2, tiene dificultades para organizarse, (en ese equipo hay más alumnos), se enojan por no trabajar, cada integrante hace cualquier actividad, no resuelven el problema. Casi al finalizar la clase piden ayuda. (Se detecta que este grupo está dividido).
 - El equipo 3, es un equipo muy conversador y burlón, no concluye la actividad por estar platicando cosas relacionadas con otras materias. Al toque de salida deciden apurarse y lo hacen muy bien, detectando los pasos que deben seguir. Por el poco tiempo de trabajo no logran realizar la tarea en su totalidad.
7. A la hora de la salida, se permite que se retire el equipo 1. A los equipos 2 y 3 se los detiene para realizar el problema en conjunto. Se demostró que si podían resolverlo, pero la actitud impidió que lo resolvieran en el tiempo indicado.
8. Entregan material y se les da salida.

Observaciones:

- El trabajo de equipo favorece en la construcción de conocimiento, pero también es un distractor para los alumnos.
- Aunque demuestran que si saben cómo resolver el problema en el equipo 2 y 3 no muestran resultados favorables en su cartulina.

Sesión 14

Fecha: 18 de Febrero del 2011

Horario: 11:30 a 12:20 hrs.

Clase de Secretariado

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. Esta sesión considerada como el cierre del programa, se planea para llevarse a cabo en el patio de la escuela.
2. Los alumnos y alumnas bajan en orden con un único material (una pluma o un lápiz)
3. Una vez que están en el patio, se les indica que hagan un círculo y se sienten en el piso, la primera actividad consiste en que cada alumno piense en algún objeto,

cosa o persona con la que se sientan identificada, el orden de participación de los alumnos es al azar.

4. Cada uno dice el objeto (algunos mencionan un objeto, otros mencionan a un familiar, a su mascota o simplemente un color). Esta actividad dura aproximadamente 20 min.
5. Posteriormente se les reparte una tarjeta de cartulina de 10x10cm aproximadamente; en ella se les pide que contesten, de forma anónima tres preguntas: ¿Te pareció interesante?, ¿Qué aprendiste?, ¿Qué sugieres o qué opinas respecto a las actividades?
6. Al entregar todos y todas la tarjeta se vuelven hacer dos filas (una de mujeres y otra de varones), para poder subir al salón.
7. Estando en el salón se hace el cierre, preguntando si hay algún tipo de comentarios, sugerencias, quejas o algún tipo de aportación. (algunos cuantos participan)

Observaciones:

- Para realizar la actividad en el patio se pide la autorización de la coordinadora, la cual acepta sin ningún problema.
- El grupo está inquieto.
- Al finalizar la sesión los alumnos comienzan a cuestionar sobre la posibilidad de que se lleve a cabo otro tipo de programa con ellos.

FASE 4:

Esta fase está orientada a la aplicación de la Evaluación Final, evaluando los resultados alcanzados por los alumnos y alumnas, de los grupos control y experimental. A continuación se describe la sesión 15 en ambos grupos.

Sesión 15 Grupo Control

Fecha: 21 de Febrero del 2011

Horario: 9:30 a 10:20 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(as) actividad(es):

1. La realización de esta sesión consiste en aplicar a los/as alumnos/as la evaluación final, para ello se suspende la clase de matemáticas.

2. A los alumnos y alumnas se les dan las siguientes indicaciones:
 - Se les pide que guarden todas sus pertenencias a excepción de su lápiz, pluma, goma y sacapuntas, y se dice que se repartirá una copia de la evaluación final.
 - Una vez que todos y todas tienen su material se leen las instrucciones en voz alta, para aclarar cualquier duda al respecto.
 - Se resalta la idea de que es una evaluación que no perjudicará su promedio, ni tampoco será para restar o sumar puntos.
3. Los alumnos contestan su prueba.
4. Durante toda la sesión no hacen pregunta, simplemente se escucha que murmuran y tratan de recordar lo que se vio en las sesiones pasadas.
5. Algunos/as alumnos/as utilizan calculadora o regla, para desarrollar algunos de los problemas.
6. Comienzan a terminar, levantan la mano y se les recoge la evaluación, pidiendo que guardan silencio para no interrumpir a los compañeros que aún no han terminado.
7. Al finalizar la evaluación se da las gracias por haber apoyado a la investigación y sobre todo que hayan dado la oportunidad de aprender.
8. Los estudiantes se despiden.
9. La sesión termina cuando la profesora de matemáticas toma la palabra y da las indicaciones de su material (recoge tarea)

Observaciones:

- La mayoría de los alumnos(as) muestran interés en la evaluación aunque otros se muestran fastidiados.
- En esta sesión no se les proporciona el material que se entregó en la evaluación inicial, debido a los objetivos del programa.
- Los y las alumnas muestran afecto a quien aplicó el programa y le preguntan si estará en la escuela dando más talleres, como lo llaman ellos.

Sesión 15 Grupo Experimental

Fecha: 26 de Febrero del 2011

Horario: 12:20 a 13:10 hrs.

Clase de Matemáticas

Desarrollo de la(s) actividad(es):

1. Para llevar a cabo la sesión se pide orden al grupo, que está muy inquieto, en especial los varones andan de pie, de un lado a otro insultándose entre ellos.
2. Es un grupo disperso, en su mayoría son varones.
3. Se les pide que guarden sus cosas, dejando en su banca un lápiz, pluma, goma y sacapuntas para que puedan realizar la evaluación.
4. Rápidamente todos guardan sus pertenencias.
5. Se les pide a los alumnos que están en la primera fila que pasen las evaluaciones, tomando uno y pasando el resto a sus demás compañeros.
6. Ya que todos tienen su evaluación se lee en voz alta la siguiente instrucción: “Deberán responder cada una de las preguntas, sin dejar alguna en blanco”, además se resalta que esta es una evaluación que no tiene valor para la materia de matemáticas, por lo tanto es una evaluación que no suma ni resta puntos.
7. Los/as alumnos/as comienzan su evaluación.
8. Algunos alumnos cuestionan el hecho de la razón, dejándola en blanco porque no saben que contestar y por supuesto no comprenden lo que se les pide. (Sólo se les señala que deberán contestar lo que saben y lo que recuerdan).
9. En realidad el grupo tarda como máximo 30 min en contestar la prueba, dejando varias preguntas en blanco.
10. Una vez que todos terminan la evaluación empiezan a cuestionar, a la aplicadora, referente al tema, a la investigación, a su preparación etc.
11. Como sobra tiempo se hace una pequeña dinámica, que permita tranquilizar al grupo.

Observaciones:

- Es un grupo muy inquieto y burlón.
- El grupo no comprende qué es la razón, por lo que pide explicación, para resolver el problema.
- Grupo activo.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

En este apartado se describe el análisis de los resultados. En primer lugar se presentan los resultados del análisis por reactivo, obtenido en la comparación de la evaluación inicial y evaluación final del grupo experimental y del grupo control, además de mostrar algunos resultados obtenidos durante las sesiones del programa *Quebrando Ideas Numéricas*, aplicado al grupo experimental. En segundo lugar se muestran el análisis cuantitativo a través de la prueba estadística la cual muestra resultados demostrativos y no concluyentes.

3.1 Análisis por Reactivo

Este análisis tiene la finalidad de mostrar de manera cuantitativa y cualitativa los resultados obtenidos en la comparación de reactivos de la evaluación inicial y de la evaluación final del grupo experimental y del grupo control, mediante la descripción de los resultados, así como de la ejemplificación de algunos.

3.1.1 Resultados del Grupo Experimental

Para mostrar el análisis de los resultados obtenidos en las evaluaciones tanto inicial como final en el grupo experimental, es necesario dividirlo en tres etapas:

Etapas 1 Aspectos generales

- Un reactivo de definición de fracción
- Un reactivo de elementos de la fracción
- Un reactivo llamado ¿Qué parte está sombreada?
- Un reactivo de los tipos de Fracciones

Etapas 2 Fracciones con situación de razón

- Un reactivo de días de labor
- Un reactivo de kilómetros por hora
- Tres reactivos de búsqueda de razón

Etapas 3 Habilidad matemática

- Un reactivo de partición de figura

En cada una de estas etapas, se analizan los resultados de cada uno de los reactivos, para mostrar la información se incluyen gráficas, tablas, imágenes o ejemplos acerca de la evaluación del grupo experimental.

Además se incluyen los resultados de las evaluaciones realizadas en el transcurso de las sesiones de la aplicación del programa de intervención “Quebrando Ideas Numéricas”, permitiendo unificar la información y el análisis pertinente de los conocimientos de los/as alumnos/as del grupo experimental.

Cabe hacer notar que los reactivos correspondientes a los contenidos examinados en cada evaluación fueron cambiados de orden por ejemplo, el contenido del reactivo 1 de la evaluación inicial corresponde al reactivo 9 de la evaluación final.

Etapa 1 Aspectos generales

Reactivo: Definición de Fracción. Corresponden a este ítem los reactivos 1 de la evaluación inicial y 9 de la evaluación final.

Este reactivo consiste en una pregunta abierta, la cual permite identificar y conocer los aspectos más relevantes considerados para conceptualizar la fracción por parte de los/as alumnos/as. Por la tratarse de una pregunta abierta, las respuestas se agruparon para su análisis en las siguientes categorías:

Fracción como:

- Una operación o utilización de operaciones básicas. Categoría 1
- División o partición de algo (números, porciones o enteros). Categoría 2
- Equivalencia. Categoría 3
- Otras o nula (no hay respuesta). Categoría 4

Los resultados encontrados según las categorías anteriores, se indican a continuación.

Evaluación Inicial

- Categoría 1: 15% (4 de 27) definen a las fracciones como alguna operación o la utilización en las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.
- Categoría 2: 40% alumno/as (11 de 27), definen a las fracciones como la parte de algo (ya sea de una figura, número o cosa) categoría 2, algunas de estas definiciones son representadas por una serie de ejemplos.
- Categoría 3: 7% (2 de 27) definen a las fracciones como equivalencia.
- Categoría 4: 38% (10 de 27) dicen otras cosas o no contestan.

Evaluación Final:

- Categoría 1: 22 % (6 de 27).
- Categoría 2: 8% definen la fracción como división de enteros o unidad (13 de 27).
- Categoría 3: 30% (8 de 27) definen a la fracción como una equivalencia, un número, o simplemente es numerador y denominador.
- Categoría 4: 0% no se dieron respuestas que correspondan a la categoría 4.

Es importante señalar la diferencia entre las definiciones que se obtuvieron en la evaluación inicial y en la final. Es preciso señalar que en la primera evaluación los/as alumnos/as consideran a las fracciones como “algo dividido”, mientras que en la aplicación final los/as alumnos/as la consideran como “Dividir enteros”, es decir, que ese “algo” (objeto o imagen) se convirtió en un entero o unidad.

Además, se puede encontrar que en las respuestas de la evaluación inicial los/as alumnos/as contestan con ejemplos para tratar de explicar el concepto de fracción ($1/2$, $1/4$, $1/8$ e imágenes), mientras que en la evaluación final los/as alumnos/as escriben la definición.

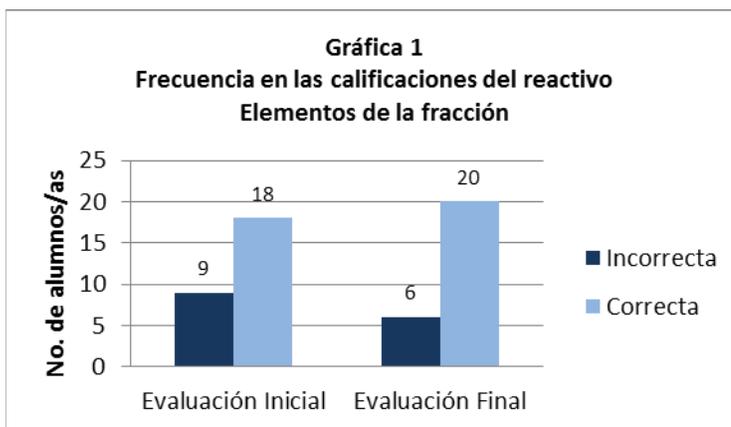
Reactivo: Elementos de la fracción. Reactivos 2 de la evaluación inicial y 8 de la evaluación final.

Con este reactivo se pretende saber si los/as alumnos/as conocen los elementos que conforman la fracción (el numerador y el denominador). Las respuestas se calificaron de la siguiente manera:

- 1 punto si asignaron correctamente el nombre de los dos elementos.

- 0.5 si sólo asignan correctamente el nombre a uno de los dos elementos.
- 0 si no contestan o lo hacen de manera incorrecta.

La Gráfica 1 nos muestra un incremento del 8% en las respuestas correctas en la comparación de la evaluación inicial y la evaluación final.



En esta gráfica se muestran los resultados del reactivo elemento de la fracción: numerador y denominador

En la evaluación final el 75% de los/as alumnos/as (20 de 27) contestan de forma correcta, mientras que el 22% (6 de los 27) contestaron incorrectamente, y un alumno identifica sólo el denominador.

Cabe destacar que además de haber registrado un incremento en las respuestas correctas, este resultado ve reflejado en el reactivo 4, ya que también se observa un incremento en las respuestas correctas al identificar los tipos de fracciones tanto propias como impropias.

Reactivo: ¿Qué parte esta sombreada? Correspondientes al reactivo 3 en ambas evaluaciones.

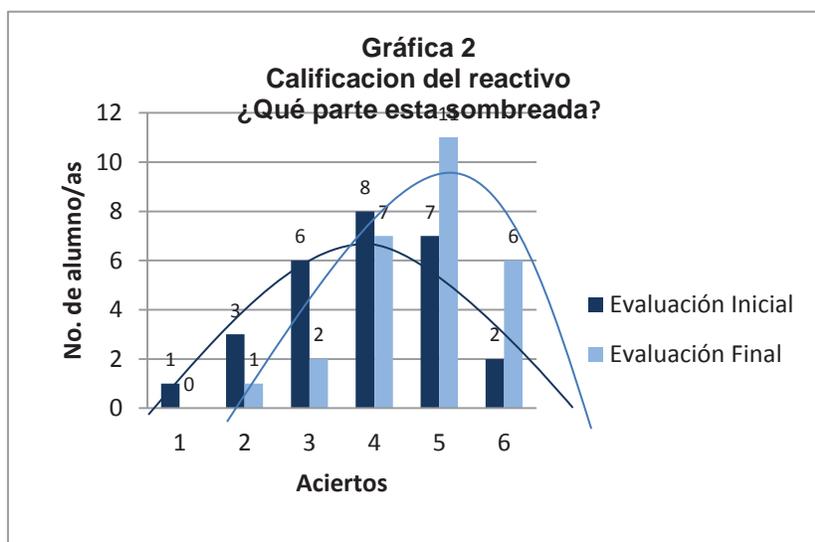
Este reactivo consiste en la correspondencia de dos columnas: la izquierda contiene números fraccionarios, decimales y porcentajes; y la columna de la derecha contiene representaciones pictográficas de fracciones (por medio de figuras geométricas y de la recta numérica).

Aciertos	Puntaje
1	0.166
2	0.33
3	0.5
4	0.66
5	0.83
6	1

Esta tabla muestra los puntajes asignados al número de aciertos del multireactivo ¿Qué parte esta sombreada?

Como el reactivo consta de 6 incisos, se le asignó al número de aciertos, el puntaje que se muestra en la Tabla 1.

La asignación de puntajes se hizo de manera individual, pero para hacer el análisis que muestra la Gráfica 2, fue necesario contabilizar la frecuencia de los puntajes obtenidos por los/as alumnos/as, según la escala indicada en la tabla anterior.



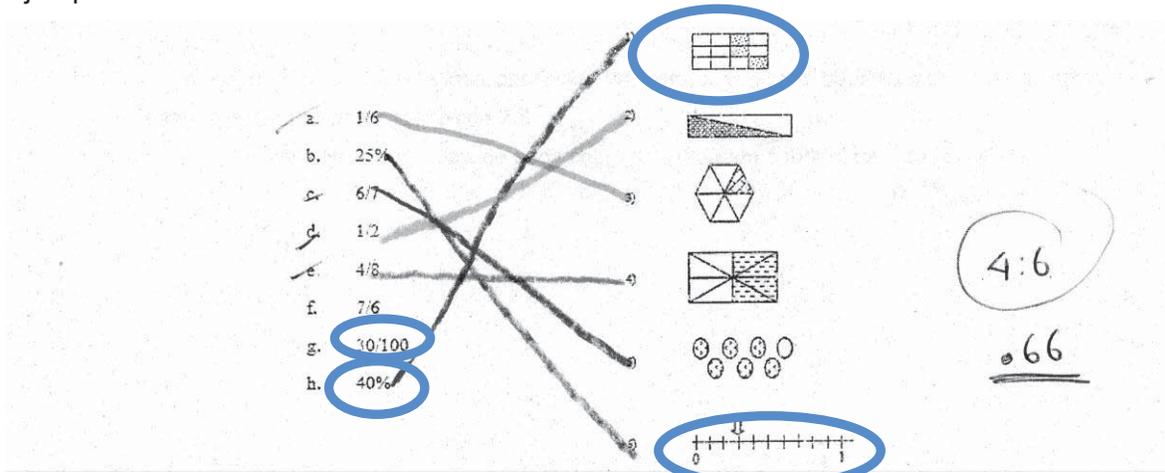
Esta gráfica muestra la frecuencia de los aciertos obtenidos en el reactivo ¿Qué parte esta sombreada?

En la Gráfica 2 se puede observar que durante la evaluación inicial los resultados obtenidos por los/as alumnos/as muestran una curva en forma de campana, alrededor de los cuatro aciertos (en promedio 3.8 aciertos). En la evaluación final el promedio se traslada a 4.7 y la campana se forma alrededor de los 5 aciertos.

Sin embargo, es conveniente señalar que uno de los problemas que se detectaron en la evaluación inicial se registró en la representación y ubicación pictográfica de números expresados en forma de porcentaje (equivalentes a las fracciones) y en la ubicación de números fraccionarios en la recta numérica, como se muestra en los siguientes ejemplos:

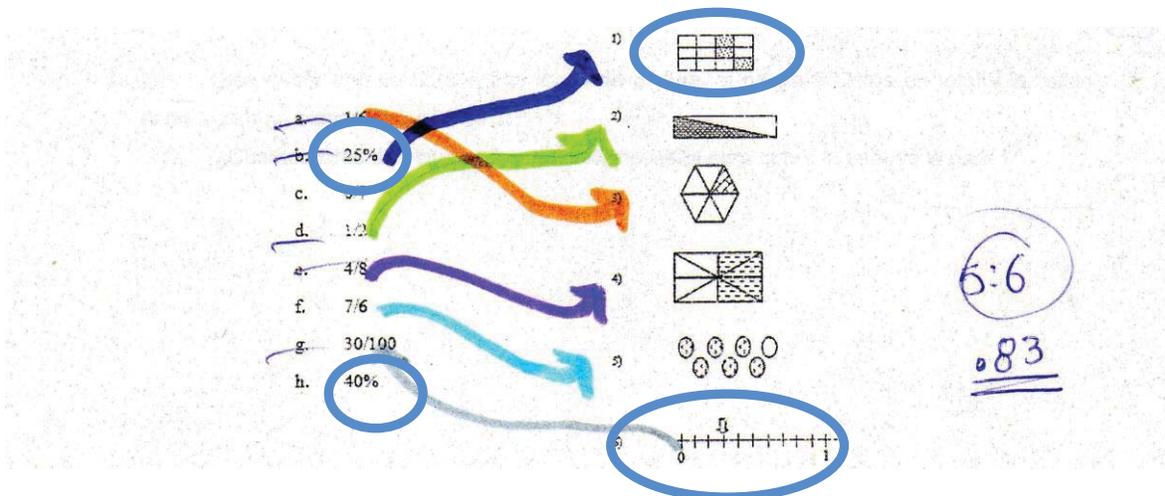
En la pregunta tres (ejemplo 1), el alumno/a debía indicar con una línea la parte sombreada o señalada que correspondiera a cada número.

Ejemplo 1.



Este ejemplo corresponde a la Evaluación Inicial, en el cual se puede notar que hay confusión en la representación del 40% con el 25%, de igual manera, existe confusión en la identificación de números fraccionarios en la recta numérica.

En la Evaluación Final se puede notar que la detección de porcentajes se corrige, así como la ubicación de número fraccionarios en la recta numérica, como lo muestra el ejemplo 2.



Reactivo: Tipos de fracciones. Corresponde al reactivo 4 de la evaluación inicial y al 5 de la evaluación final.

Con este reactivo se pretende identificar cuáles son los tipos de fracciones que conocen y reconocen los/as alumnos/as, al completar los enunciados con las palabras dadas (evaluación inicial) y unir dos columnas que corresponden entre sí (evaluación final).

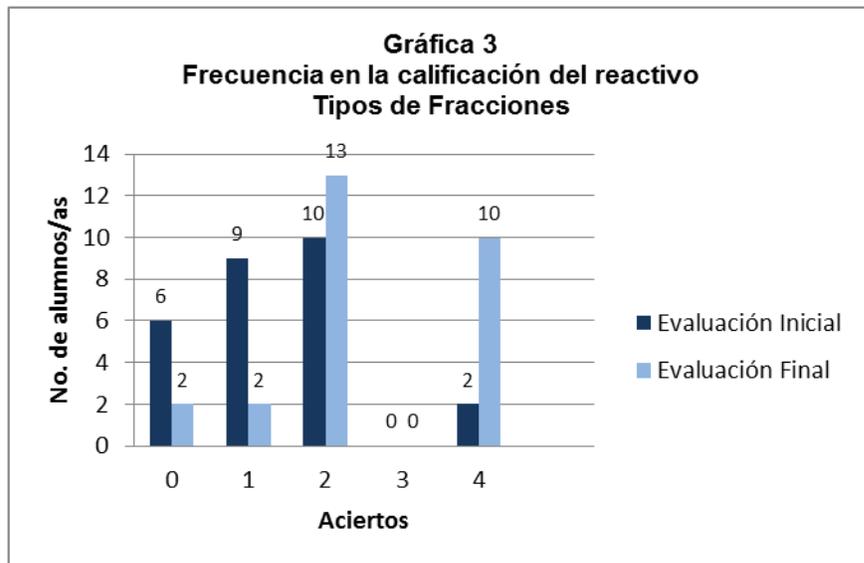
Los tipos de fracciones son:

- Fracciones propias
- Fracciones impropias
- Fracciones decimales
- Fracciones mixtas

Este reactivo contiene 4 ítems y se asigna un puntaje dependiendo del número de aciertos, como lo muestra la tabla 2. Para realizar el análisis, se contabilizó la frecuencia de los puntajes obtenidos por e los/as alumnos/as, tanto en la evaluación inicial como en la final. (Gráfica 3).

Tabla 2	
Aciertos	Puntaje
1	0.25
2	0.50
3	0.75
4	1

Esta tabla muestra los puntajes asignados a reactivo tipo de fracciones.



Esta grafica muestra la frecuencia de los resultados logrados por los estudiantes en el reactivo de tipos de fracciones, de acuerdo a los aciertos obtenidos.

En la Gráfica 3 se puede detectar un aumento en el conocimiento y reconocimiento del 21%, al contestar correctamente los cuatro ítems, es decir, en la evaluación inicial los alumnos obtienen un porcentaje de 8% (2 de 27), mientras que en la evaluación final el porcentaje es de 29% (10 de 27).

Lo anterior se puede explicar porque durante la evaluación inicial, hubo gran parte de las preguntas que quedaron sin contestar o se respondieron erróneamente, confundiendo unas con otras, mientras que en la evaluación final se observa un incremento en la detección de dos o más tipos de fracciones, (7 que habían contestado sólo una ítem correctamente en la evaluación inicial, incrementaron al menos en 2 las respuestas correctas en la evaluación final). Este siguiente ejemplo muestra el cambio en entre la evaluación final y a la inicial.

4. Completa las siguientes oraciones con las palabras del siguiente recuadro:

Mixtas, Denominador, Propias, Fracción, Numerador, Impropias, Unidad, Decimales.

La _____ es la representación de una parte como _____, la cual consta de dos elementos: numerador (es aquel número que se ubica arriba de la línea) y denominador (es el número que se ubica debajo de la línea).

- Las fracciones _____, son las que su numerador es mayor que su denominador.
- Las fracciones _____, son las que combinan un número fraccionario y un entero.
- Las fracciones _____, tienen un denominador mayor que el numerador.
- Las fracciones _____, son aquellas fracciones que están compuestas de un punto decimal.

1) Fracciones Impropias

2) Fracciones Mixtas

3) Fracciones Decimales

4) Fracciones Propias

a) Son fracciones que combinan un número fraccionario y un entero.

b) Son fracciones que tienen un denominador mayor al numerador.

c) Son fracciones que están compuestas por un punto decimal.

d) Son fracciones que su numerador es mayor que su denominador

25

Una vez que se han mostrado los resultados obtenidos al analizar los reactivos de las evaluaciones inicial y final del grupo experimental, se muestran algunos de los resultados obtenidos en las sesiones: 3, 4, 5, 6 y 7, que corresponden a esta fase de aspectos generales.

Estas cinco sesiones, tienen actividades y ejercicios referentes a contenidos de aspectos generales de las fracciones, en ellas se ven contenidos referentes a definiciones, elementos, tipos, representaciones pictográficas (interpretación de parte-todo), así como la identificación de fracciones equivalentes y ubicación de números fraccionarios en la recta numérica

Para poder describir algunos de los resultados, de manera muy general se describen las sesiones, adjuntando algunos ejemplos y/o imágenes (fotografías) referentes a las actividades realizadas.

En la sesión 3, se hace reconocimiento de los números fraccionarios a través de la construcción de las figuras en origami (papiroflexia) además de que se pretende evaluar, el trabajo individual, la ayuda en equipo, las destrezas manuales, atención, memoria, motricidad fina y sobre todo los conocimientos previos con los que cuentan los/as alumnos/as en dicho contenido, logrando construcción conceptual de la fracción, destacando primordialmente que “La fracción es un número que divide un entero o unidad en partes iguales”.

En la sesión 4, uno de las actividades que se ejemplifica, es la “actividad con plantillas”, la cual pretende reconocer los conocimientos acerca de las fracciones equivalentes, el trabajo en equipo y la utilización del material concreto (Plantillas fraccionarias). La finalidad del material concreto de facilitar el descubrimiento y comprobación del contenido referente a fracciones equivalentes y a la simplificación.

En el ejemplo de abajo se puede detectar que el equipo que termina el trabajo con el material concreto a buen tiempo, es el que termina de resolver su ejercicio escrito de una manera favorable.

Dulce Yareli
Mayra Lucero
Olga Cecilia

“Actividad con Plantillas”

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios, con ayuda del material que acabas de elaborar, no olvides contestar cada una de las preguntas que se enlistan a continuación:

1. Si se compara una pieza de color azul con una de color morado. ¿Qué fracción es mayor? Morada

2. Menciona los colores con su respectiva fracción que son equivalentes a una pieza de color rojo, es decir a un $\frac{1}{2}$? $\frac{2}{4}$ amarillo y $\frac{4}{8}$ blanco

3. Enlista en los incisos de abajo, los colores correspondientes de las piezas y de su respectiva fracción, de menor a mayor:
 - a. Rojo
Anaranjado
 - b. amarillo
verde
 - c. Azul
~~cafe~~ morado
 - d. cafe
blanco

4. ¿Qué es una fracción equivalente? que equivalen lo mismo y son iguales

5. Escribe brevemente como puedes explicar la simplificación y equivalencia de las fracciones con el material que tienes en tus manos:
Simplificar: Es sacar algo igual pero mas pequeña. Equivalencia: Lo que vale lo mismo

Como se puede ver en la pregunta 1, 2 y 3 era necesario manipular el material para obtener las respuestas (porque tenían que responder de acuerdo a los colores del material). Las preguntas 4 y 5 fueron contestadas con los elementos que las alumnas ya tenían.

Mientras que los equipos que no les dio tiempo de recortar y manipular su material las únicas respuestas que pudieron contestar fueron solamente la 4 y 5.

Paula, Noemi, Michelle

“Actividad con Plantillas”

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios, con ayuda del material que acabas de elaborar, no olvides contestar cada una de las preguntas que se enlistan a continuación:

1. Si se compara una pieza de color azul con una de color morado. ¿Qué fracción es mayor? 5/6
2. Menciona los colores con su respectiva fracción que son equivalentes a una pieza de color rojo, es decir a un $\frac{1}{2}$? _____
3. Enlista en los incisos de abajo, los colores correspondientes de las piezas y de su respectiva fracción, de menor a mayor:

- a. $\frac{1}{2}$
- b. _____
- c. _____
- d. _____

4. ¿Qué es una fracción equivalente? Es cuando se aplica a las figuras geométricas que contiene igual volumen y a las ecuaciones que tienen las mismas soluciones

5. Escribe brevemente como puedes explicar la simplificación y equivalencia de las fracciones con el material que tienes en tus manos:

la simplificación es hacer más chica la fracción
la equivalencia es sacarle la mitad de una fracción

En la sesión 5, una de las actividades que dieron pautas para conocer e identificar procesos de construcción de conocimientos en los/as alumnos/as en cuanto a la conceptualización de la fracción, los tipos de fracciones y los elementos que la conforman, es la actividad donde se utilizó el geoplano. Ya que al manipular el material los alumnos y alumnas descubren y comprueban resultados relacionados con diferentes conceptos asociados al tema de interés. De este modo van construyendo aprendizajes a lo largo de toda la sesión.

En la imagen 1, podemos darnos cuenta de la construcción que se logra por parte de los alumnos y alumnas al identificar las unidades como enteros y los medios. Además el trabajo en equipo favorece que se debatan ideas, resultados y conocimientos tanto previos como recién adquiridos.



Imagen 1 Actividad con el material del geoplano

Los mismos alumnos/as al ir construyendo la figura que se les pide o la que deciden construir, recurren a diferentes estrategias que les permite reconocer y verificar sus resultados, y escuchar y discutir los argumentos de cada uno de los integrantes del equipo.

Son los/as alumnos/as quienes comprueban si sus resultados son correctos. Un ejemplo claro es el que muestra la imagen 2; se le pide a una alumna que pase al frente y comparta sus resultados, entre todos llegan a comprobarlos.

De esta manera se verificó que todos/as los/as alumnos/as en esta actividad tuvieron algún error, pero que lo importante radica en que todos se dieran cuenta dónde estaba su error; lo ocurrido en este caso es que no habían sacado bien las unidades, porque no sumaron ni identificaron correctamente los



Imagen 2 Comprobación de resultados mediante el geoplano.

enteros y los medios de la figura. Los alumnos llegaron a identificar sus errores.

En la sesión 6, uno de los contenidos a evaluar, es la ubicación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica. Una de las actividades consiste en colocar el número fraccionario en una recta dibujada en el pizarrón. Ellos mismos identifican los errores, y los corrigen, como muestra la figura 3.

Para rescatar algunos de los resultados obtenidos en esta sesión, se muestra un ejemplo de la actividad “Recta numérica”, que consiste en la resolución de problemas referentes a la ubicación de números, fraccionarios y decimales en la recta numérica.



Imagen 3 Ubicación de números fraccionarios en la recta numérica.

alan
angel
andres
oswaldo
Rodrigo

Recta numérica

Instrucciones: De manera individual deberás resolver los siguientes ejercicios, ubicando en la recta numérica los puntos que se indican en cada caso:

a) $1/4$, $1/2$ y $3/4$

b) $2/6$, $1/6$ y $5/6$

c) $3/2$, 2.5 , 1.25

En este ejemplo se puede notar que resulta más fácil colocar las fracciones propias en la recta numérica (como se observa en el inciso a), que colocar los números decimales.

Aunado a la actividad de la “Recta numérica” (actividad en equipo), el ejercicio “Cuadro de números decimales” (actividad individual), nos permite entender los resultados obtenidos en la primera actividad, ya que sólo el 13% de los/as alumnos/as del total de los que asistieron a la clase (4 de 30), contestan correctamente la hoja, que se considera parte de la evaluación de la sesión.

Brian Rosas Lopez 7E

Cuadro de Números Decimales

Instrucciones: En la tabla que a continuación se presenta hay algunos espacios en blanco, ¿Podrías completarla?, comparte tus resultados con los compañeros después de que todos hayan terminado.

PARTE ENTERA						●	PARTE FRACCIONARIA			
centena de millar	Decena de millar	unidad de millar	centena	Decena	Unidades		PUNTO DECIMAL	Décimos		Diezmilésimos
100000	10000	1000	100	10	1		1/10		1/1000	
	10 ⁴						0.1		0.001	

De acuerdo con la tabla, analiza el siguiente caso; completando la información que se te pide, por ejemplo el número 25.12

1. ¿Cuál es la parte
2. entera: _____ y la fraccionaria es: _____
3. ¿Cómo se lee tal número?

El siguiente ejemplo muestra la dificultad que tiene los/as alumnos/as para resolver lo que se pide, de hecho la mayoría de los espacios que deben llenar quedan en blanco.

Cabe aclarar que la mayoría de los alumnos entregan el ejercicio de forma muy similar a la que se muestra en el ejemplo.

Solo cuatro alumnos lo hicieron correctamente.

En la sesión 7, se hace la retroalimentación. Se inicia con una lluvia de ideas que permite conocer e identificar los logros que se han alcanzado; posteriormente se van retomando los temas escritos en el pizarrón con ayuda del material de las sesiones pasadas (origami, geoplano y recta numérica), para que finalmente se evalué con la actividad: “¿Qué parte representan la parte sombreada?”. Dicha actividad consiste en unir con una línea o flecha las representaciones pictográficas con sus respectivas fracciones.

Los resultados obtenidos son favorables, es decir, el 67% de los alumnos y alumnas (22 de 33), responde en su totalidad todos los ejercicios correctamente. A continuación se muestra un ejemplo.

Valencia Valencia Michelle

Ejercicio 4x4

¿Qué parte representa la parte sombreada?

1. $\frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{8}$

3. $\frac{4}{9}$

4. $\frac{1}{6}$

5. $\frac{3}{5}$

6. $\frac{5}{8}$

7. $\frac{2}{4}$

8. $\frac{3}{5}$

9. $\frac{6}{7}$

10. $\frac{4}{5}$

11. $\frac{3}{10}$

12. $\frac{3}{12}$

13. $\frac{1}{2}$

14. $\frac{3}{4}$

15. $\frac{1}{3}$

16. $\frac{3}{5}$

Resultados

- A. 3/10
- B. 3/4
- C. 1/8
- D. 2/3
- E. 4/5
- F. 1/3
- G. 4/9
- H. 3/5
- I. 1/4
- J. 5/12
- K. 3/12
- L. 1/2
- M. 1/6
- N. 3/5
- O. 6/7
- P. 5/8

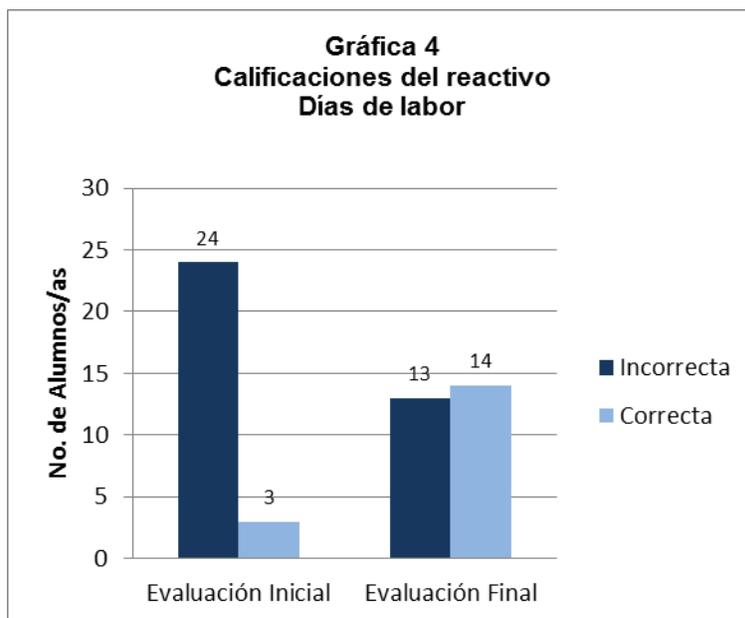
Con los resultados de esta actividad, se puede afirmar que en general se reconocen las fracciones y sus representaciones. Algunos alumnos unen con flechas y otros colocan la fracción al lado de la representación pictográfica. Sin embargo es preocupante que un alumno obtenga sólo un acierto.

Etapa 2 Fracciones con situación de razón

Reactivo: Días de labor. Reactivos 5 en la evaluación inicial y 2 en la evaluación final.

Con este reactivo se pretende observar cómo los alumnos enfrentan la resolución de problemas que implican comprensión e identificación de lo que se pretende responder e identificación de la información.

Para evaluar este reactivo se considera los siguientes puntajes: 1 si la respuesta es correcta y 0 si la respuesta es incorrecta o si no hay respuesta.



Esta gráfica muestra los resultados obtenidos en la resolución del problema, relacionado a encontrar los días de labor.

En la Gráfica 4, se puede notar que en la evaluación inicial sólo el 11% de los alumnos y alumnas (3 de 27) resuelven correctamente el problema, mientras que en la

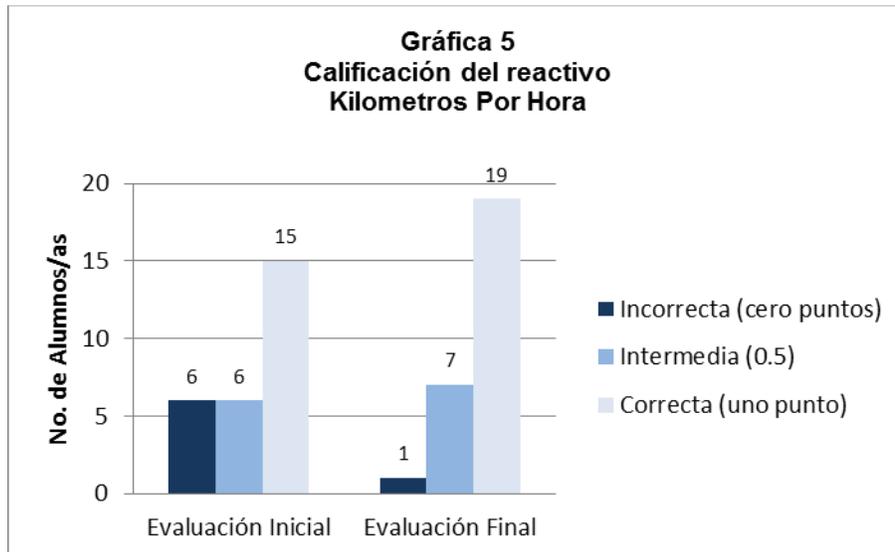
evaluación final el porcentaje asciende a 52% (14 de 27), por lo tanto el incremento de respuestas correctas en este reactivo es de 41%.

Reactivo: Kilómetros por hora. Reactivo 6 de la evaluación inicial y 1 de la evaluación final.

Este reactivo pretende evaluar varios aspectos: comprensión de lectura, operaciones de suma o multiplicación, resolución de problema, así como la utilización de la regla de tres.

Este reactivo es evaluado de la siguiente manera: se le asigna un punto si es correcta la respuesta (contestando las dos preguntas que se piden), se le asigna 0.5 cuando solamente se contesta una de las dos preguntas de manera correcta, y 0 si las respuestas son erróneas o no son contestadas.

En la siguiente grafica se muestran los resultados obtenidos, puede observarse que en la evaluación inicial el 56% de los/as alumnos/as (15 de 27) contestan correctamente, mientras que el 22% (6 de 27) responden solamente una de las dos preguntas que se piden y el 22% (6 de 27) no responden.



Esta gráfica muestra los resultados obtenidos en el reactivo Kilómetro por hora

También se puede observar que en la evaluación final el 70% (19 de 27) responder correctamente, el 26% (7 de 27) responden sólo una de las dos preguntas que se piden y sólo una alumna deja la pregunta sin responder.

Ante tales resultados se puede concluir que en la realización de este reactivo, la mayoría de los/a alumnos/as tienen buena comprensión de lectura y utilizan estrategias correctas para resolver el problema; los alumnos utilizan los algoritmos de suma y multiplicación, excluyendo en su totalidad la utilización de la regla de tres.

A continuación se muestra un ejemplo:

1. Un automovilista recorre 20 km por hora, ¿Cuánto recorre en 3 horas? Y ¿Cuánto recorre en 5 horas?

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

60 Kmm 100 km

R: _____

(1)

1. Un automovilista recorre 20 km por hora, ¿Cuánto recorre en 3 horas? Y ¿Cuánto recorre en 5 horas?

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ + 20 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ + 20 \\ \hline 100 \end{array}$$

R: 60 y 100 (1)

1. Un automovilista recorre 20 km por hora, ¿Cuánto recorre en 3 horas? Y ¿Cuánto recorre en 5 horas?

$$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ 20 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ \hline 100 \end{array}$$

R: 3x20Km y 5:100km (1)

Reactivo: Búsqueda de la razón. Reactivos 7, 8 y 9 de la evaluación inicial y 4, 6 y 7 de la evaluación final,

Cabe señalar que estos seis reactivos evalúan lo mismo, la única modificación está en los datos de cada problema. Sólo hay dos problemas iguales, que corresponden a los reactivos 9 de la evaluación inicial y 7 de la evaluación final.

Tales reactivos son evaluados de la siguiente manera, se les asigna 1 a la resolución correcta de los problemas, 0.5 a los que tiene procedimiento correctos aunque no lleguen a la respuesta esperada y 0 a los que tienen resultado y procedimientos incorrecto o no responden.

La siguiente tabla, muestra los resultados obtenidos en la evaluación inicial y final, unificando los tres reactivos que evalúan el contenido de la razón.

Tabla 3 Búsqueda de Razón

Puntaje	Evaluación Inicial			Evaluación Final		
	Reactivo 7	Reactivo 8	Reactivo 9	Reactivo 4	Reactivo 6	Reactivo 7
0	27	27	27	24	25	27
0.5	0	0	0	3	2	0
1	0	0	0	0	0	0

En esta tabla se presentan los resultados obtenidos de los reactivos que evalúan fracciones con situación de razón, tanto de la evaluación inicial como la evaluación final.

Como se puede notar en la Tabla 3, ninguno de los/as alumnos/as contestan los reactivos (7, 8, y 9) en la evaluación inicial. En la evaluación final 3 de 27 alumnos plantean un procedimiento correcto para resolver el reactivo 4 y 2 alumnos de 27, o hacen en el reactivo 6; sin embargo dejan inconclusas las respuestas a las preguntas.

Una vez que se han descrito los reactivos de la segunda etapa, a continuación se describen las sesiones 8, 9, 10, 12 y 13 del programa de intervención “Quebrando Ideas Numéricas” correspondientes al contenido matemático de fracciones con situación de razón, con ayuda del material concreto y el trabajo en equipo, por lo que se mostraran algunos de los resultado obtenidos en dichas sesiones.

Antes de describir y mostrar los resultados, es conveniente señalar que estas sesiones, tienen todas una misma estructura en cuanto al desarrollo del trabajo dentro del aula, en primer lugar se les brinda el material a los/as alumnos (exploración) para que con ello realicen una actividad sencilla, en segundo lugar se les da un problema (resolución del problema) que deberán solucionar con el material concreto, posteriormente muestran

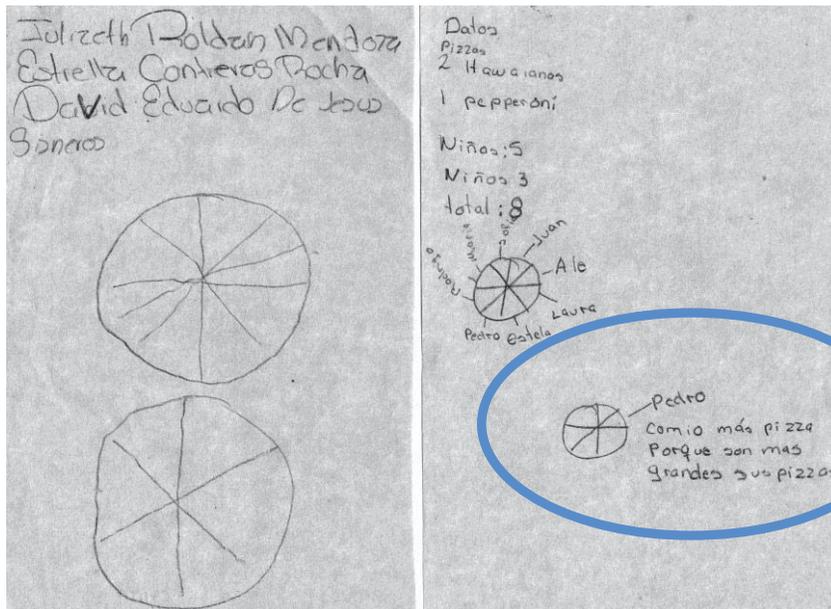
sus resultados (comunicación) y finalmente se corroboran dichos resultados (retroalimentación).

Para poder describir los resultados, se consideró conveniente mostrar los avances logrados por alguno/as los/as alumnos/as.

En las sesiones 8, 9 y 10 el material que se utiliza es el de las plantillas de fracciones, tangram y regletas respectivamente, como ya se había mencionado las sesiones tienen la misma estructura; a continuación se mencionaran los avances más relevantes.

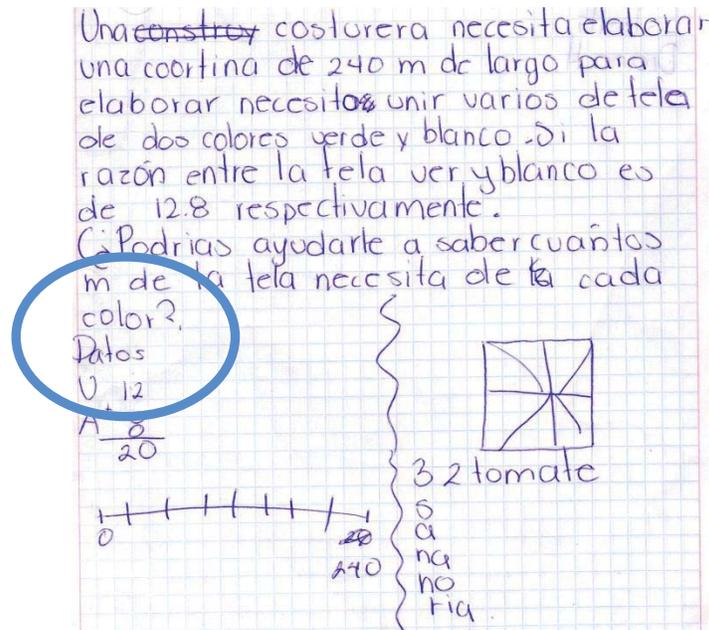
A partir del trabajo en estas tres sesiones, se puede decir que los/as alumnos/as no conocen el significado de fracción como situación de razón y que les cuesta mucho trabajo realizar problemas más estructurados. No detectan los datos, ni algunos procesos que faciliten la resolución de problemas, aún más, tienen dificultad para comprender la pregunta del mismo; esto hace que les resulten muy complejos los procesos que se llevan a cabo dentro del salón de clases. Sin embargo, con el trabajo realizado en estas sesiones los alumnos y alumnas muestran avances en cuanto la detección de datos y en la búsqueda de soluciones para los problemas planteados.

Este primer ejemplo es de la evaluación de la sesión 8, el cual muestra lo siguiente: en los resultados de la evaluación del equipo (la hoja del lado izquierdo) se puede notar como los/as alumnos/as representan el problema mediante los dibujo (imágenes pictográficas), sin embargo es muy pobre la información que rescatan. En el segundo ejemplo (hoja del lado derecho), se muestra la construcción lograda por parte de los/as alumnos/as, en ella se puede observar el avance respecto a la primera.



Si bien el problema logra resolverse con todo el grupo, se hizo evidente la dificultad de los alumnos y alumnas para comprenderlo.

El siguiente ejemplo corresponde a la evaluación de la sesión 10, aunque en él se muestra la resolución incompleta del problema, se puede observar que los alumno/as comienzan a detectar los datos importantes para solucionarlo.



Cabe señalar que el problema se solucionó entre todos los estudiantes, con muy buena participación del grupo, y sólo algunos muestran poco avance (como los del ejemplo 2). Es importante mencionar que el material ayuda a superar parte de las dificultades de comprensión y permite solucionar el problema.

En las sesiones 12 y 13 se pretenden rescatar el contenido matemático de fracciones con situación de razón a través de la resolución de problemas en equipo.

El siguiente ejemplo construido por los/as mismos/as alumnos/as, muestra el avance que tiene los estudiantes al poder identificar la información y estructurar entre todos/as un problema.

CARLA PAMELA López Bonquillo. 16 febrero, 11

en una empresa (banamex) los empleados (as) del T.M y T.V son en total 56

$$\begin{array}{r} 44 \\ \swarrow \searrow \\ H \quad M \\ 22 \quad 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \swarrow \searrow \\ H \quad M \\ 7 \quad 5 \end{array}$$

20154 vale cada Cuadrato.

Si la razón entre empleados T.M y T.V es $\frac{10:21}{12}$

29 en total

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 17 \\ \hline 61 \end{array}$$

Sin embargo, aún existen deficiencias en la resolución; ante tal situación y como parte de la evaluación, se les pide a los/as alumnos/as que resuelvan de manera individual otro problema que implica calcular los litros de pintura de dos colores conociendo la razón entre ellos

Los ejemplos que se presentan a continuación, permiten dar cuenta de la comprensión, a pesar de las dificultades y la complejidad que aún presenta el problema para los estudiantes.

En el primer ejemplo se puede notar que la alumna no logra comprender cómo debe obtener la respuesta; realiza correctamente el procedimiento, aplica correctamente los algoritmos, hace la ejemplificación con la recta numérica y detecta la razón, sin embargo, a pesar de que la respuesta correcta está dentro de la resolución (como lo muestra la flecha), da otra respuesta que no corresponde con la que se pide en el problema.

VALENCIA VALENCIA MICHELLE 1^o E

Un pintor cubre una pared con 2 tonos de pintura si ocupa 54 litros en total de color azul y morado y se le aterminado la pintura de color azul. ¿Cuántos litro de pintura morada necesita para terminar la pared si la razon de Pintura azul y la Pintura morada de 12:8?

morado 20 azul

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2.7 \\ \hline 84 \\ 24 \\ \hline 32.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2.7 \\ \hline 54 \\ 16 \\ \hline 21.6 \end{array}$$

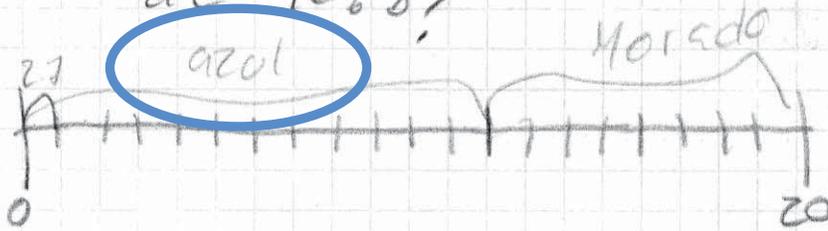
$$\begin{array}{r} 32.4 \\ 21.6 \\ \hline 54.0 \end{array}$$

R= son 54 litros necesita para terminar la pared morada

En los dos ejemplos siguientes se puede notar de igual manera la identificación de la razón, los algoritmos correctos y la ubicación en recta numérica; también en este caso, aunque la respuesta está dentro de la resolución, no es detectada como tal. (No contesta a lo que se pide)

Un pintor, debe cubrir una pared con 2 tonos de pintura, si ocupa 54 litros en total para pintar la pared de color azul y se le a acabado de color azul

¿Cuántos litros de color morado necesitara para terminar la pared si la razón de P.A.D. es de 2:8?



$$\begin{array}{r} 2.7 \\ \times 2 \\ \hline 5.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.1.6 \\ + 32.4 \\ \hline 54.0 \end{array}$$

Un pintor debe cubrir una pared con 2 tonos de pintura se ocupa sus litros en total para pintar una pared del color azul y se le ha terminado la pintura el color azul cuántos litros de pintura necesita para terminar la pared si la razón de P.A y P.M es de 12:8?

Handwritten work showing mathematical solutions to the problem:

- Division: $20 \overline{) 54}$
- Number line: A horizontal line with tick marks at 5, 10, 15, and 20.
- Multiplication: $\begin{array}{r} 12 \\ \times 2.7 \\ \hline 84 \\ 24 \\ \hline 324 \end{array}$
- Division: $\begin{array}{r} 32.4 \\ \div 21.6 \\ \hline 1.5 \end{array}$

A blue arrow points to the result 1.5 of the division problem.

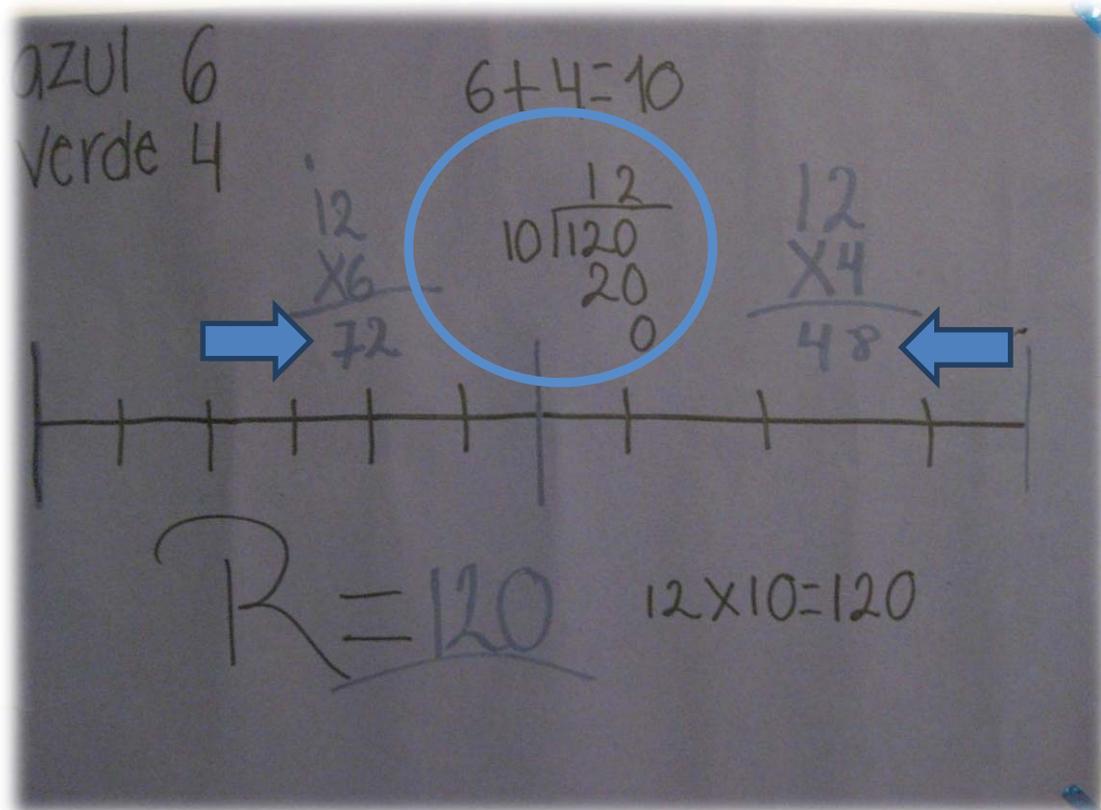
Aunque la resolución del problema se queda en el procedimiento, puede decirse que hay avances por parte de algunos/as los/as alumnos/as, respecto a la comprensión del problema, a la detección de datos y a la aplicación correcta de algoritmos.

En la sesión 13, por equipos se pide a los/as alumnos/as que realicen un ejercicio que tiene el mismo contenido matemático de razón, sólo uno de los tres equipos formados llega a concluir satisfactoriamente el problema; los otros dos no concluyen debido a la desorganización y falta de interés.

La evaluación se lleva a cabo por la resolución del siguiente problema:

Una costurera necesita unir varios metros de tela de dos colores. Si la razón entre el azul y el verde es de 6:4 ¿Cuántos metros de tela necesita de cada color si en total debe medir 120metros?

Cada equipo intenta resolver el problema, el equipo que logra resolverlo correctamente presenta al grupo la cartulina que se muestra a continuación.



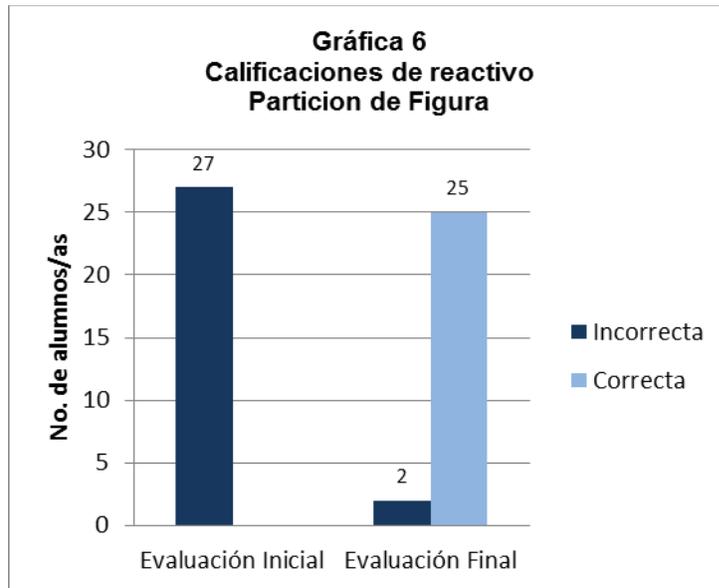
Se puede notar que la resolución del problema es correcta. Es necesario mencionar que el trabajo en equipo facilitó en gran medida los resultados obtenidos.

Etapa 3 Habilidad Matemática

Reactivo: Partición de la figura. Reactivo 10 tanto en la evaluación inicial como en la final.

Para evaluar este reactivo se asigna un punto a la respuesta correcta y 0 (cero), cuando no hay respuesta o es incorrecta.

La grafica 6 muestra los resultados obtenidos, observando un incremento significativo, ya que de no haber alumno que contestara este reactivo correctamente en la evaluación inicial, en la evaluación final el porcentaje de éxito es de 93% (25 de 27).



Resultados obtenidos del reactivo partición de figura

Respecto a la habilidad matemática, se describirán de manera muy general las sesiones 9 y 11 que se vinculan fuertemente a la resolución de problemas.

En la sesión 9, con el material tangram los alumnos deben realizar el cuadrado con el material, no mayor a 15 min es la resolución de todos y todas las alumnas. (Como lo muestra la imagen 4)



Imagen 4 Resolución del tangram por una alumna



Imagen 5 Resolución de rompecabezas de 16 triángulos

En la sesión 11 el material consiste en el rompecabezas de triángulos, con el que hay que formar un cuadrado “grande”; esta actividad pone en juego varias habilidades matemáticas y se logra desarrollar exitosamente. (Como lo muestra la imagen 5)

Además de la realización del cuadrado (actividad individual) también se les pide a los

alumnos y alumnas la realización de una figura extra (actividad grupal), en la cual deberán utilizar su creatividad.

La figura que deben formar deberá estar conformada por un total de 48 triángulos. Un ejemplo de las figuras realizadas se muestra en la imagen 6.



Imagen 6 Elaboración de una flor, mediante le material del rompecabezas de triángulos

3.1.2 Resultados del Grupo Control

El análisis de los resultados que se presenta a continuación, corresponde al grupo control, como en el análisis de resultados del grupo experimental, esté también es dividido en 3 etapas (Aspectos generales, fracciones con situación de razón y habilidad matemática), desglosando cada uno de los 10 reactivos valorados en la evaluación inicial y evaluación final.

En cada una de estas etapas se analizan los resultados de cada uno de los reactivos, para mostrar la información se incluyen gráficas, ejemplos y tablas acerca de la evaluación del grupo experimental.

Cabe destacar que los reactivos correspondientes a los contenidos examinados en cada evaluación fueron cambiados de orden.

Etapa 1 Aspectos generales

Reactivo: Definición de Fracción. Reactivo 1 en la evaluación inicial y 9 en la evaluación final.

Este reactivo consiste en una pregunta abierta, la cual nos permitirá identificar y conocer los aspectos más relevantes sobre la conceptualización de la fracción por parte de los/as alumnos/as.

Las respuestas se categorizan de la siguiente manera:

Fracción como:

1. Una operación o utilización de operaciones básicas.
2. División o partición de algo (números, porciones o enteros).
3. Equivalencia.
4. Otros o nula (no hay respuesta).

Los resultados de acuerdo a las definiciones son:

- Categoría 1: el 19% (5 de 27) la categorizan como una operación el
- Categoría 2: el 37% (10 de 27) conceptualizan a la fracción como “algo” que es dividido en partes (hablamos de algún objeto o imagen)
- Categoría 3: el 3% (1 de 27) la consideran una equivalencia
- Categoría 4: el 41% (11 de 27) define a través de ejemplos, sus elementos o los tipos de fracciones.

Por otro lado, en la evaluación final se tiene

- Categoría 1: el 30% (8 de 27), conceptualizan como una operación

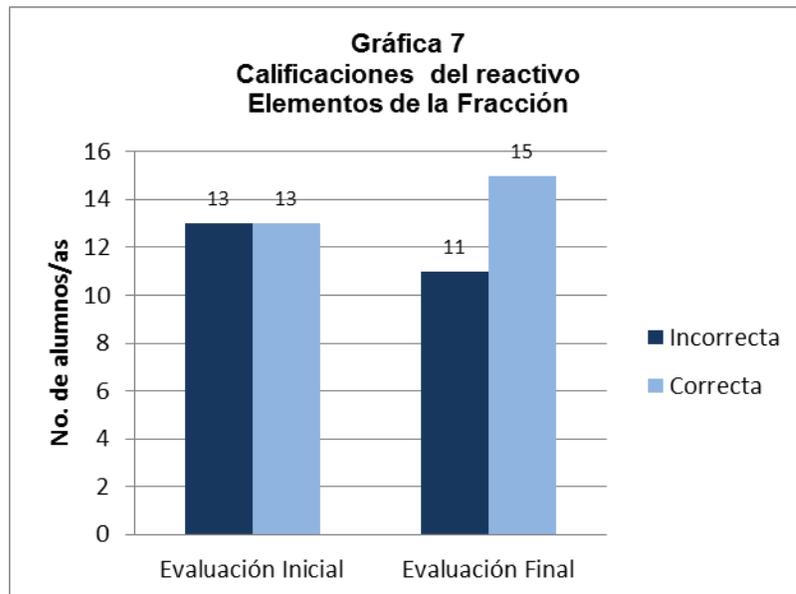
- Categoría 2: el 37% (10 de 27) conceptualizan a la fracción como “Dividir algo”
- Categoría 3: el 3% (1 de 27) la consideran una equivalencia
- Categoría 4: el 30% (8 de 27)

Ante tales resultados, se puede decir, que no se observa gran cambio; además el hecho de mencionar que el entero es la parte modular de la fracción sólo por 4 de los 27 estudiantes, nos indica que el concepto aún es confuso para la mayoría de los estudiantes.

Reactivo: Elementos de la fracción. Reactivos 2 en la evaluación inicial y 8 en la evaluación final.

Con este reactivo se pretende saber si los/as alumnos/as conocen los elementos que conforman la fracción (el numerador y el denominador). Si identificaron correctamente los dos componentes se les asigna 1, si sólo menciona bien uno de los elementos el puntaje es de 0.5 y si no contestan o lo hacen de manera incorrecta se les asigna 0.

En la Gráfica 7 se muestra los resultados obtenidos en la evaluación inicial y final.



En esta gráfica se muestra los resultados del reactivo: elementos de la fracción: numerador y denominador

En la prueba inicial se obtiene el siguiente puntaje 48% (13 de 27) contestan correctamente y el 48% (13 de 27) contestan incorrectamente, el 4% restante pertenece a un alumno que contestó sólo una de los dos elementos.

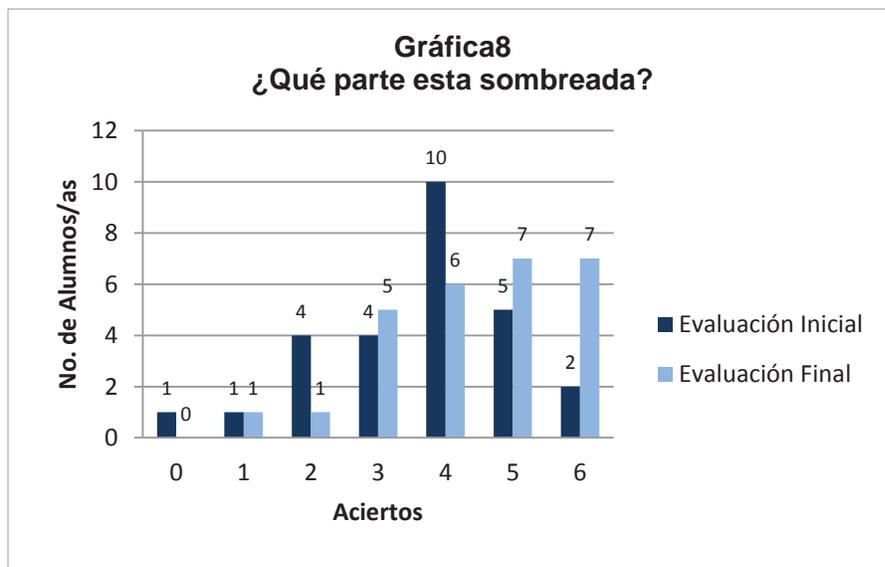
En la evaluación final el 56% (15 de 27), contestan correctamente y el 40% (11 de 27) de los/as alumnos y alumnas contestan incorrectamente, el 4% pertenece a un alumno que no contesta más que uno de los elementos.

Reactivo: ¿Qué parte esta sombreada? Este reactivo consiste en buscar la correspondencia entre dos columnas: la izquierda pertenece a números fraccionarios, decimales y porcentajes, mientras que la columna de la derecha son representaciones pictográficas de fracciones (por medio de figuras geométricas y de la recta numérica).

La evaluación es individual pero para hacer el análisis que muestra la Gráfica 2, fue necesario contabilizar la frecuencia en que los/as alumnos/as contestaron dependiendo del puntaje asignado de la tabla anteriormente mostrada.

Aciertos	Puntaje
1	0.166
2	0.33
3	0.5
4	0.66
5	0.83
6	1

Esta tabla muestra los puntajes asignados al número de aciertos del multireactivo ¿Qué parte esta sombreada?



Esta grafica muestra la frecuencia de los aciertos obtenidos en el reactivo ¿Qué parte esta sombreada?

En la Gráfica 8 se puede observar que durante la evaluación inicial los resultados obtenidos por los/as alumnos/as muestran una curva en forma de campana, alrededor de los cuatro aciertos (obteniendo un promedio de 3.6). En la evaluación final el promedio se traslada a 4.1 y la campana se mantiene en los 4 aciertos.

Reactivo: Tipos de fracciones. Reactivo 4 en la evaluación inicial y al reactivo 5 en la evaluación final.

En este reactivo se pretende identificar, cuáles son los tipos de fracciones que conocen y reconocen los/as alumnos/as. En la evaluación inicial se debía completar los enunciados con las palabras dadas, y en la evaluación final los/as alumnos/as debían unir los elementos correspondientes de dos columnas: en de la columna izquierda se establecen los nombres de las fracciones y en la derecha están las definiciones de dichas fracciones.

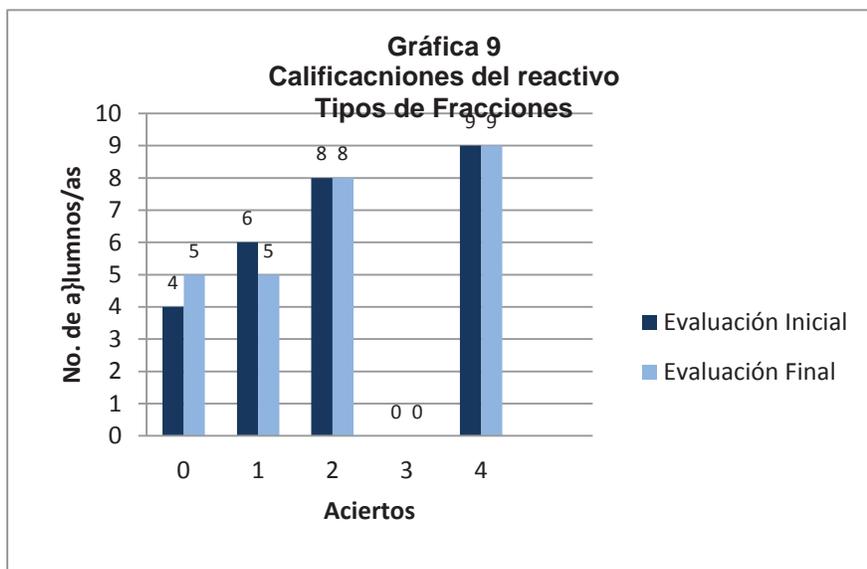
Las fracciones consideradas son:

- Fracciones propias
- Fracciones impropias
- Fracciones decimales
- Fracciones mixtas

Debido a que este reactivo contiene 4 aciertos posibles, el puntaje que se les asigna corresponde al número de aciertos logrados, como lo muestran la tabla 4.

Para realizar la gráfica siguiente, fue necesario considerar la frecuencia con la que se presentó cada puntuación, tanto de la evaluación inicial como de la evaluación final. La Gráfica 9, muestra los resultados obtenidos.

Tabla 4	
Aciertos	Puntaje
1	0.25
2	0.50
3	0.75
4	1
Esta tabla muestra los puntajes asignados a reactivo, dependiendo los aciertos	



Esta grafica muestra la frecuencia de los resultados logrados por los estudiantes en el reactivo de tipos de fracciones, de acuerdo a los aciertos obtenidos.

En la evaluación inicial y la evaluación final, se mantiene el porcentaje de 33% (9 de 27) en la contestación de 5 aciertos, también se mantiene el porcentaje de 30% (8 de 27) en responder dos aciertos, mientras que el porcentaje de los que contestan un acierto u obtienen 0 varía entre los 15% y 22%.

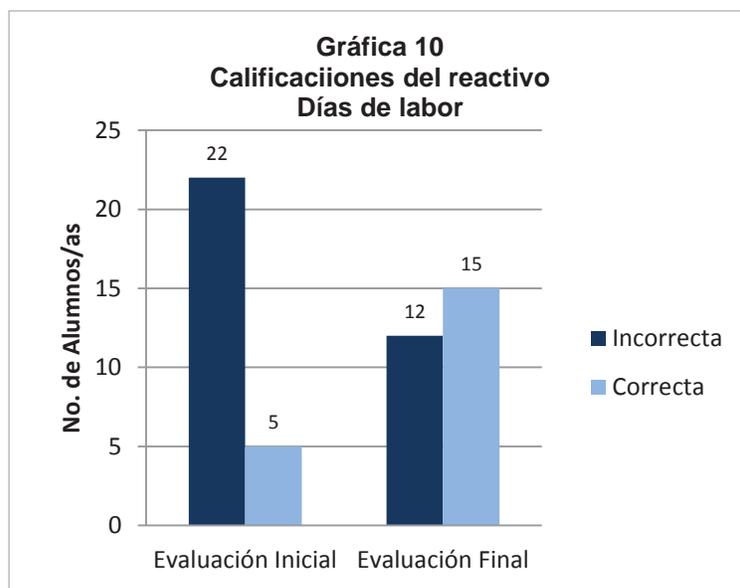
Se puede observar que durante la evaluación inicial y final los resultados se mantienen, a pesar de que el 15% (4 de 27) de la evaluación inicial no contestan la pregunta y el 18.5% (5 de 27) de la evaluación final tampoco contestan, dejando en blanco la respuesta.

Etapa 2 Fracciones con situación de razón

Reactivo: Días de labor. Reactivo 5 en la evaluación inicial y 2 en la evaluación final.

Co este reactivo se pretende detectar la resolución de problemas, lo que implica debe comprensión e identificación de lo que se pretende responder.

Para la evaluación de este reactivo se considera los siguientes puntajes: 0 si se contesta incorrectamente o no hay respuesta y 1 si la respuesta es correcta.

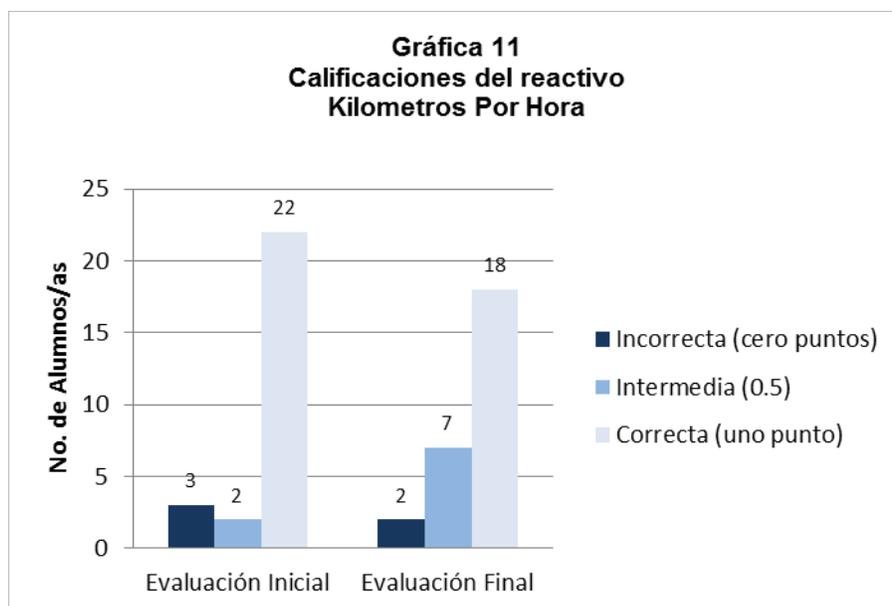


Esta gráfica muestra los resultados obtenidos en la resolución del problema, relacionado a encontrar los días de labor.

En la Gráfica 10, se puede observar que en la evaluación inicial sólo el 19% de los alumnos y alumnas (5 de 27) contestan correctamente la pregunta, mientras que en la evaluación final el porcentaje asciende a 56% (15 de 27). el incremento de 37%, de respuestas correctas indica mejoría en el nivel de comprensión y en la búsqueda de estrategia de resolución del problema.

Reactivo: Kilómetros por hora. Reactivo 6 en la evaluación inicial y 1 en la evaluación final Con este reactivo se pretende evaluar varios aspectos: comprensión de lectura, operaciones de suma o multiplicación, resolución de problema y utilización de la regla de tres.

Se evalúa de la siguiente manera: se le asigna 1 si es correcta la respuesta (contestando las dos preguntas que se piden), se le asigna 0.5 cuando solamente se contesta una de las dos preguntas de manera correcta y 0 si las respuestas son erróneas o no son contestadas.



Esta gráfica muestra los resultados obtenidos en el reactivo
kilómetro por horas

En la gráfica 11 se muestran los resultados obtenidos en este reactivo. Puede observarse que en la evaluación inicial se obtiene un porcentaje de 82% (22 de 27) de respuestas correctas, el 7% (2 de 27) contestan sólo una de las cuatro preguntas, y el 11% (3 de 27) no contestan de manera correcta.

En la evaluación final el porcentaje de 67% (18 de 27) corresponde a los/as alumnos/as que contestaron correctamente el reactivo, el 26% (7 de 27) a los que sólo contestaron una de las dos preguntas que se pidieron, mientras que el 7% (2 de 27) no contestan nada. En este caso puede observarse que el resultado de la evaluación final fue peor que el de la inicial.

Reactivo: Búsqueda de la razón. Reactivos 7, 8 y 9 en la evaluación inicial y 4, 6 y 7 en la evaluación final.

Como se había dicho anteriormente, estos seis reactivos evalúan lo mismo, la única modificación que se hace al respecto son los datos de cada problema, Hay un único problema que se repite en forma idéntica en las dos evaluaciones: el reactivo 9 de la evaluación inicial es el mismo que el 7 de la evaluación final.

Estos reactivos son evaluados de la siguiente manera: se les asigna 1 a la resolución correcta de los problemas, se les asigna 0.5 a los procedimientos correctos que no lleguen a la solución y 0 al resultado incorrecto o inexistente. La tabla 5, muestra los resultados obtenidos en la evaluación inicial y final, para los tres reactivos que evalúan el contenido de la razón.

Tabla 5 Búsqueda de Razón

	Evaluación Inicial			Evaluación Final		
Puntaje	Reactivo 7	Reactivo 8	Reactivo 9	Reactivo 4	Reactivo 6	Reactivo 7
0	27	27	27	27	27	27
0.5	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0

En esta tabla se presentan los resultados obtenidos de los reactivos que evalúan razón tanto de la evaluación inicial como la evaluación final.

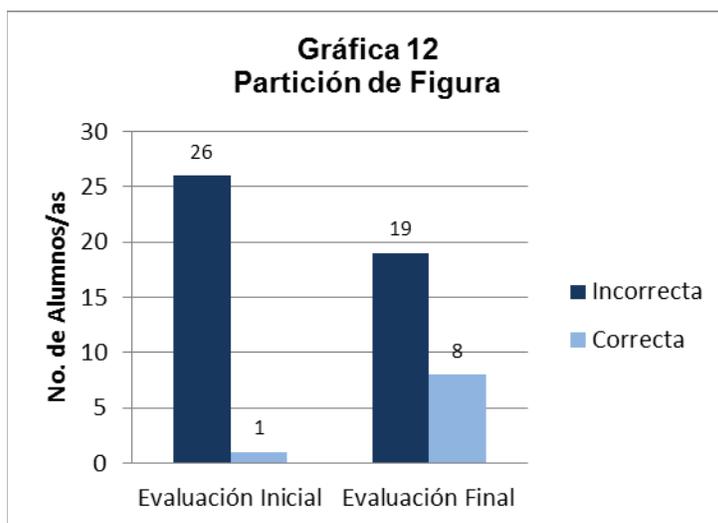
Como se puede notar en la Tabla 5, ninguno de los/as alumnos/as contestan los reactivos mencionados en ninguna de las dos evaluaciones. Muestran gran dificultades en detectar ¿Qué es una razón?; pues no comprenden los datos, más aún, algunos de los alumnos afirman que ni siquiera saben el contenido de matemáticas y por lo tanto no logran responder los reactivos señalados, dejando las preguntas totalmente en blanco.

Etapa 3 Habilidad Matemática

Reactivo: Partición de la figura. Reactivo 10 de la evaluación inicial y de la evaluación final.

Para evaluar este reactivo se asigna 1 a la respuesta correcta y 0, cuando la respuesta no es la correcta o el reactivo queda sin responder.

La gráfica 12 muestra los resultados obtenidos. En la evaluación inicial el 4% (1 de 27) contesta correctamente el reactivo, mientras que en la evaluación final el 30% (8 de 27) la contestan correctamente.



Resultados obtenidos del reactivo partición de figura

3.2 Análisis Cuantitativo (Prueba estadística)

3.2.1 Grupo Experimental

Comparación de muestras pareadas, es la prueba estadística que se utiliza para mostrar los resultados cuantitativos de los promedios de la evaluación inicial y final del grupo experimental, el cual será desglosado en los siguientes seis pasos:

Planteamiento de las hipótesis

La hipótesis de investigación es: el promedio inicial (μ_1) es menor que el promedio final (μ_2), por tanto las actividades y/o ejercicios que se utilizan y aplican en la intervención educativa QIN favorecen la construcción de conocimientos del contenido matemático de fracciones en situación de razón en los alumnos/as que cursan el primer grado de educación secundaria. Entonces, $H_{inv}: \mu_1 - \mu_2 < 0$, o sea,

Las hipótesis estadísticas se definen así:

$$H_{inv}: \mu_d < 0$$

$$H_0: \mu_d \geq 0$$

$$H_1: \mu_d < 0$$

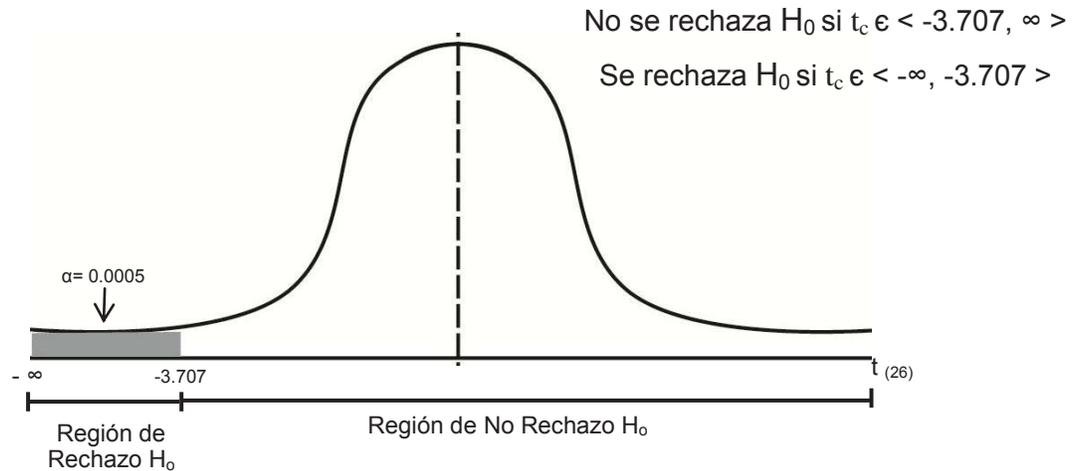
Estadístico de prueba y condiciones para su uso

El estadístico de prueba que se uso es:
$$t_c = \frac{d}{s_d/\sqrt{n}}$$

La distribución de este estadístico bajo el supuesto de que H_0 es cierta, es la distribución “*t de Student*” con $n-1$ grados de libertad. La condición para usar t_c como estadístico de prueba es que la variable bajo estudio se distribuye normalmente en las dos poblaciones consideradas. Suponemos que esta condición se cumple.

Regla de decisión

Utilicemos $\alpha = 0.0005$. Como $H_1: \mu_d < 0$, el valor de α quedará en la cola izquierda de la distribución “*t de Student*”. El valor en la tabla de la distribución “*t de Student*” con $n-1 = 26$ grados de libertad es $t_{(26)} = 3.707$. Mostrando las regiones de rechazo y de no rechazo de H_0 .



Cálculos

Primero se calcula d y s_d , para ello, se obtienen las diferencias:

No. De Alumnos/as	Inicio	Final	Diferencias (d)	No. De Alumnos/as	Inicio	Final	Diferencias (d)
1	0.75	2.25	-1.5	15	3.33	5.33	-2
2	0.91	2.83	-1.92	16	3.33	5.5	-2.17
3	1.5	3.33	-1.83	17	3.41	5.66	-2.25
4	1.5	3.83	-2.33	18	3.66	5.66	-2
5	1.75	4.83	-3.08	19	3.66	5.83	-2.17
6	2	5	-3	20	3.83	6	-2.17
7	2.16	5.08	-2.92	21	3.91	6	-2.09
8	2.16	5.16	-3	22	4	6	-2
9	2.33	5.16	-2.83	23	4.08	6	-1.92
10	2.33	5.16	-2.83	24	4.16	6.16	-2
11	2.58	5.3	-2.72	25	4.33	6.5	-2.17
12	2.58	5.33	-2.75	26	4.5	6.66	-2.16
13	2.91	5.33	-2.42	27	4.83	6.83	-2
14	3	5.33	-2.33	Promedio	2.94407	5.26111	-2.31703703

Tenemos entonces:

$$t_c = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

$$t_c = \frac{-2.31703703}{0.423145863 / \sqrt{27}}$$

$$t_c = \frac{-2.31703703}{0.423145863 / 5.196152423}$$

$$t_c = -28.45278344$$

Grupo Experimental	
Media	-2.31703703
Desviación Estándar	0.423145863
t	-28.45278344
n	27

Decisión estadística

Como: $-28.45278344 \in (-\infty, -3.707)$ Se rechaza H_0

Interpretación de los resultados

Como se rechaza $H_0: \mu_d \geq 0$ con $\alpha = 0.0005$, hay evidencia suficiente para considerar, con una confianza de 99.99% que las actividades y/o ejercicios que se utilizan y aplican en la intervención educativa QIN favorecen la construcción de conocimientos del contenido matemático de las fracciones en situación de razón en los/as alumnos/as que cursan el primer grado de educación secundaria.

3.2.2 Grupo Control

Ahora procederemos a aplicar la prueba estadística al grupo control, para ver qué tan significativa es la diferencia entre el promedio de la evaluación inicial y la evaluación final.

Planteamiento de las hipótesis

La hipótesis de investigación es: el promedio inicial (μ_1) es menor que el promedio final (μ_2), por lo tanto se tiene un avance significativo a pesar de no ser intervenido.

Entonces, $H_{inv}: \mu_1 - \mu_2 < 0$, o sea,

Las hipótesis estadísticas se definen así:

$$H_{inv}: \mu_d < 0$$

$$H_0: \mu_d \geq 0$$

$$H_1: \mu_d < 0$$

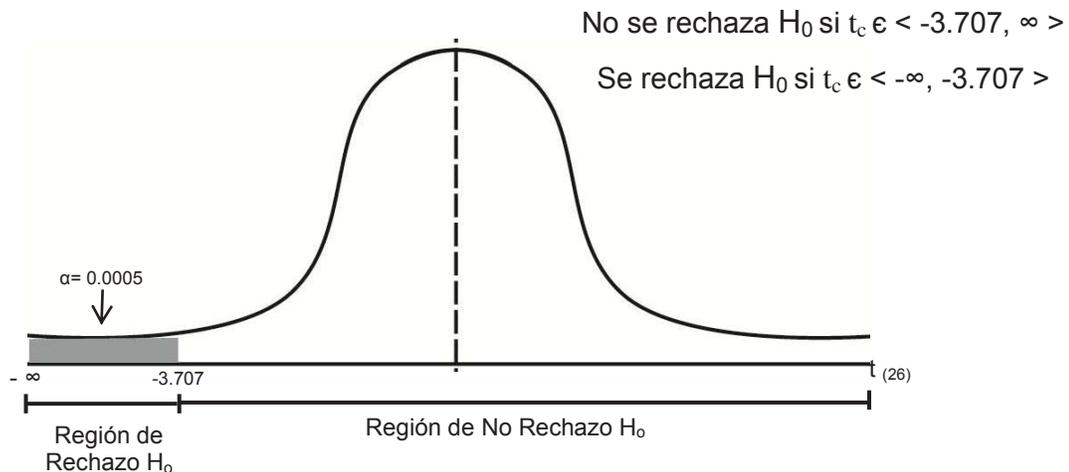
Estadístico de prueba y condiciones para su uso

El estadístico de prueba que se uso es: $t_c = \frac{d}{s_d/\sqrt{n}}$

La distribución de este estadístico bajo el supuesto de que H_0 es cierta, es la distribución "t de Student" con n-1 grados de libertad. La condición para usar t_c como estadístico de prueba es que la variable bajo estudio se distribuye normalmente en las dos poblaciones consideradas. Suponemos que esta condición se cumple.

Regla de decisión

Utilicemos $\alpha = 0.0005$. Como $H_1: \mu_d < 0$, el valor de α quedará en la cola izquierda de la distribución "t de Student". El valor en la tabla de la distribución "t de Student" con n-1 = 26 grados de libertad es $t_{(26)} = 3.707$. Mostrando las regiones de rechazo y de no rechazo de H_0 .



Cálculos

Primero se calcula d y s_d , para ello, se obtienen las diferencias:

No. De Alumnos/as	Inicio	Final	Diferencias (d)	No. De Alumnos/as	Inicio	Final	Diferencias (d)
1	3.33	1.75	1.58	15	2.83	4.66	-1.83
2	3.16	4.5	-1.34	16	0	4.91	-4.91
3	3.66	4.5	-0.84	17	3.33	2	1.33
4	2	5.5	-3.5	18	1.91	1.83	0.08
5	4.83	6.16	-1.33	19	0.91	4.66	-3.75
6	4	7	-3	20	0.83	2.16	-1.33
7	4.66	4.16	0.5	21	2.91	5.41	-2.5
8	3.83	1	2.83	22	3.5	5.5	-2
9	5.5	6	-0.5	23	2.66	5.33	-2.67
10	3.91	2.83	1.08	24	1.916	7	-5.084
11	3.66	5	-1.34	25	4.5	5.66	-1.16
12	6.33	4.08	2.25	26	1.58	5.33	-3.75
13	3.5	2.75	0.75	27	4.33	5.33	-1
14	2.66	6.83	-4.17	Promedio	3.1939259	4.5125926	-1.3186666

Tenemos entonces:

$$t_c = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

$$t_c = \frac{-1.3186666}{2.1505746 / \sqrt{27}}$$

$$t_c = \frac{-1.3186666}{2.1505746 / 5.196152423}$$

$$t_c = -3.186122$$

Grupo Experimental	
Media	-1.3186666
Desviación Estándar	2.1505746
T	-3.186122
n	27

Decisión estadística

Como: $-3.186122 \in (-3.707, \infty)$ No se rechaza H_0

Interpretación de los resultados

Como no se rechaza H_0 : $\mu_d \geq 0$ con $\alpha = 0.0005$, hay evidencia suficiente para considerar, con una confianza de 99.99% que no se tiene un avance significativo a pesar de no ser intervenido.

CAPÍTULO 4

DISCUSIÓN

El objetivo general del presente trabajo es: diseñar construir, aplicar y evaluar una Intervención Educativa con enfoque constructivista para el aprendizaje del contenido matemático de fracciones en situación de razón, en los alumnos/as de primer grado de educación secundaria.

En este apartado, se determina la relación existente entre los datos obtenidos durante la aplicación del Programa de Intervención Educativa “Quebrando Ideas Numéricas” (QIN) y los fundamentos teóricos revisados; detallando los hallazgos más importantes, así como puntualizaciones la propuesta educativa.

4.1 Hallazgos

Para llevar a cabo el proyecto de intervención, se construyó la pregunta de investigación ¿Qué tipo de actividades o ejercicios pueden promover o facilitar el aprendizaje en los/as alumnos/as de primer grado de secundaria, respecto al contenido de las fracciones en situaciones de razón?, Esto guió el diseño, la construcción, aplicación y evaluación del QIN con la finalidad de mostrar la influencia o el efecto que tenían las actividades o ejercicios con enfoque constructivista.

El QIN, pretende favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de la resolución de problemas con ayuda del material concreto, del contenido matemático: fracciones como situación de razón. Dicho programa fue aplicado al grupo experimental, con la intención de detectar los avances. El análisis de los resultados obtenidos se desglosa en el capítulo 3, al realizar un análisis por reactivo y una comprobación estadística a través de muestras pareadas.

Para valorar el efecto de la intervención, además del grupo experimental se consideró un grupo control (sin ningún tipo de intervención). Como el proceso de investigación implicaba la comparación de resultados en ambos grupos, fue necesario aplicar al grupo control las evaluaciones inicial (pre-evaluación) y final (post-evaluación),

Así, en el grupo experimental, pueden observarse resultados favorables tanto en el análisis por reactivo como al hacer a comparación entre la pre-evaluación y la post-evaluación (con una diferencia de medias en las calificaciones de 2.3170 pts.). Al buscar evidencias estadísticas sobre los avances, la prueba realizada permitió aceptar la hipótesis de investigación con una confianza del 99.95%.

Por otro lado, en el grupo control, los resultados obtenidos al comparar la pre-evaluación y post-evaluación, (con una diferencia de medias en las calificaciones de 1.3186 pts), no indican un avance significativo.

Los resultados aportados por ambos grupos (experimental y control) con una población total de 27 alumnos/as cada uno, permiten afirmar que el QIN, con las actividades y/o ejercicios diseñados y apoyados con el material concreto (tangram, regletas, geoplano, plantillas fraccionarias), favorece la construcción de conocimientos sobre el contenido matemático de fracciones en situación de razón, en los/as alumnos/as,

La propuesta didáctica para la enseñanza de fracciones que menciona Streefland en 1984, (Ver Introducción) fue considerada punto de partida para el desarrollo del programa de intervención “*Quebrando Ideas Numéricas*”, además facilitó la valoración de las aportación de la información obtenida, lo que permitió evidenciar los hallazgos encontrados en la presente investigación. Estos hallazgos serán puntualizados y descritos a continuación:

- 1. Los/as alumnos/as y profesores/as juegan un papel de agentes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje propiciando la construcción de conocimientos, mediante procesos de socialización, interacción y comunicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje en contenidos matemático específicamente en los números racionales.*

Los diversos enfoques desarrollados como marco explicativo en psicología educativa, tienen la finalidad de vincular la psicología con los procesos de la educación (comunicación, interacción, socialización, entre otros), capaz de articular los contenidos curriculares en educación básica, referentes a los procesos de construcción de conocimientos.

Uno de estos enfoques es el constructivista, el cual es la esencia de la elaboración de las actividades y ejercicios del programa QIN, con el fin de fomentar en los/as alumnos/as los procesos de construcción de conocimientos, mediante métodos de enseñanza acorde a las necesidades pedagógicas.

Presenciar durante la intervención la fuerte relación que debe existir entre los agentes activos y la gran importancia que tiene cada uno de ellos, nos lleva a decir que, los profesores en su práctica docente, pueden generar una serie de vínculos en los procesos de interacción, socialización, participación y comunicación con el fin de promover, guiar, mediar y facilitar el aprendizaje dentro y fuera del aula.

Por otro lado los/as alumnos/as, desde el mismo enfoque son considerados como los agentes que puede desarrollar procesos de construcción a través de la interacción, ya que son capaces de reconstruir sus conocimientos previos, al ser seres humanos capaces de seleccionar, asimilar, procesar y configurar significados y conceptos.

Así, los/as alumnos y el profesor, forman parte de los agentes activos dentro del salón de clases considerados inherentes a los procesos de construcción de conocimientos, sin embargo otro de los elementos afines a este proceso es el contenido (conocimiento), como menciona Coll (1992), que en una de sus grandes aportaciones, destaca dicha relación en un triángulo interactivo. Él fundamenta que en el proceso de enseñanza y aprendizaje participan tres componentes primordiales: alumnos/as, profesores/as y contenido/s con la finalidad de generar un aprendizaje significativo.

Durante la aplicación de QIN, fomentar y propiciar en los/as alumnos/as el descubrimiento de conocimiento por parte del profesor, nos lleva a obtener los resultados presentados en el análisis por reactivo, especialmente en la descripción de las sesiones; donde la interacción entre profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-profesor, permite guiar las actividades y ejercicios con el objetivo de construir a partir de la resolución de problemas los conceptos aritméticos de los números racionales.

Las actividades y ejercicios que fueron diseñadas para cada una de las sesiones del programa de intervención, dan muestra de los procesos interactivos en los que se involucran alumnos/as y profesores/as.

Una muestra clara de lo anterior, es la descripción de las sesiones 5 y 6 que tuvieron como objetivo reconocer y distinguir las diversas formas de interpretaciones de las fracciones parte-todo, cociente y operador; y propiciar la resolución de problemas con los contenidos matemáticos referentes a fracciones, mediante la recta numérica. Se encontraron soluciones en el trabajo en equipo, se discutió, analizó y concluyó, para que finalmente, durante la retroalimentación de la sesión 7 (descrita en el capítulo de resultados) se generara en la evaluación individual, una resolución que muestra avances respecto a la identificación de las fracciones mediante las representaciones pictográficas.

Estos son ejemplos claros de datos obtenidos durante la aplicación de QIN, en la primera de sus etapas “Aspectos Generales”, mientras que en la segunda etapa “Fracciones con situación de razón”, se describen las sesiones 8, 9, 10, 12 y 13, con un mismo objetivo: resolver problemas que involucren al contenido matemático fracciones con una interpretación de razón, mediante el material concreto (plantillas fraccionarias, tangram y regletas), esto da muestras del trabajo en equipo, de la interacción, la comunicación y sobre todo de los conflictos sociocognitivos que se presentan, mediados sin duda por el profesor/a, en este caso por la persona que realizó la intervención educativa. En estas sesiones se muestra la guía experta del aplicador, capaz de llevar a los/as alumnos/as a la construcción de conocimientos.

- 2. La utilización del material concreto para la enseñanza del concepto de fracción, facilita el aprendizaje significativo y por ende la construcción de conocimientos de números racionales, a través de la representación y reorganización de esquemas mentales la conceptualización de fracción, así como sus diversas interpretaciones.*

Aunado al hallazgo anterior, en el que se describe la importancia de la interacción de los agentes activos en los procesos vinculados a la construcción de conocimientos, es claro que la intervención de QIN, tuvo la intención de utilizar el material concreto para facilitar dicho proceso (enseñanza-aprendizaje); permitiendo que el profesor lo tomara como apoyo para la impartición de sus clases (sesiones), y a la vez el alumno/a lo usara como un recurso que le permitiera descubrir relaciones y conceptos referentes a los números fraccionarios, en especial referentes a la interpretación de fracción como razón.

Al elaborar QIN se consideró como parte medular la inclusión de actividades y ejercicios diseñados para la resolución de problemas con ayuda del manejo de material concreto (tangram, regletas, platillas fraccionarias, entre otros), por considerar que de ese modo se favorecen los resultados en cuanto a la comprensión, conceptualización y utilización de las fracciones, ya que como menciona Piaget (1980), es la manera en la que se aprende.

En cuanto a la utilización y manipulación de los materiales concretos Perera, (2001) dice que ayudan a la constitución de objetos mentales de los fenómenos y éstos al ser confrontados, permiten llegar al concepto, abriendo de este modo, paso a la interpretación de representaciones de concepto y a un reorganización cognitiva del concepto para que se adapte a otro tipo de representación.

Bezuk y Cramer, (1989), dicen que manipular objetos concretos, ayuda a los estudiantes a construir referentes mentales. Debido a la complejidad de los conceptos de fracción, ofrecer a los/as alumnos/as experiencia para poder introducir “el concepto de unidad”, a través del uso de materiales manipulables, favorece una comprensión en cuanto a los conceptos de fracción y al reforzamiento de las imágenes mentales, para realizar posteriormente actividades cognitivas complejas.

Ante tal situación Freudenthal, 1983 (citado por Perera, 2001) expresa que la constitución de los objetos mentales debe ser anterior a la adquisición de los conceptos, ya que forman cimientos de éstos. Puede ser incluso efectivo aun sin la adquisición del concepto; los fenómenos se ven primero como objetos mentales y posteriormente se transforman en conceptos.

Entonces, bajo el supuesto de que la utilización del material concreto o manipulable, ayuda a los/as alumnos/as en la formación de conceptos, al generar representaciones mentales, para ulteriores aprendizajes, no solo como conceptos espontáneos sino como conceptos científicos, se consideró fundamental la inclusión de diversos materiales concretos. Los resultados mostrados en el capítulo anterior, son prueba del éxito en dichos procesos.

En la descripción de las sesiones desarrolladas en la aplicación del programa de intervención QIN, se puede percibir el progreso que van manifestando los/as alumnos/as en el transcurso del trabajo realizado. El apoderamiento de los conceptos y la construcción a través de la resolución del problema y con ayuda del material concreto de los conocimientos, se van haciendo de manera paulatina y se potencializa con el trabajo en equipo.

Es preciso señalar que esta formación de conceptos se va dando durante las sesiones, y se demuestra en el análisis que se hizo en la descripción de las mismas, sin embargo, para poder reafirmar tal cuestión, sobre los proceso de transición de la formación de conceptos espontáneos a los conceptos científicos en aritmética, en el contenido de fracción, se recuperan los resultados cualitativos obtenidos durante la aplicación del programa de intervención “Quebrando Ideas Numéricas”. Se puede evidenciar al evaluar las pruebas iniciales del grupo control y experimental, los alumnos y alumnas en su mayoría definen a las fracciones como “Un algo dividido”; mientras que en la evaluación final el grupo control sigue manteniéndose con la misma frecuencia esta concepción, en el grupo experimental la definición se reestructuró a “Un todo o una unidad dividida”; lo que nos permite afirmar, que la utilización del material concreto genera un aprendizaje por reestructuración, este facilitara la resolución de problemas y la formación de conceptos.

El significado de aprendizaje que maneja Vigotsky en su teoría, nos dice que de acuerdo a la ley de doble formación, el proceso de aprendizaje consiste en la internalización progresiva de instrumentos mediadores (Pozo, 1999), permitiendo que estos instrumentos (herramientas y signos) sean base de un proceso de transformación donde el aprendizaje de los conceptos científicos se ven fuertemente arraigados a los conceptos espontáneos, ya que los conceptos científicos pueden aprenderse sólo cuando los conceptos espontáneos se hallan ya relativamente desarrollados; es decir, en el aprendizaje “los verdaderos conceptos sólo se pueden adquirir por reestructuración” (Pozo, 1999; 205) y para que se de este proceso de reestructuración se necesita partir de lo concreto a lo abstracto.

Por lo tanto, la utilización del material manipulable o concreto, ayuda a introducir a los alumnos y alumnas a la formación de conceptos y poder generar en ellos la

representaciones mentales, para el aprendizaje, no sólo como conceptos espontáneos sino como conceptos científicos.

- 3. Los sentimientos de miedo, temor y en ocasiones el desinterés se ven fuertemente vinculados al rechazo no sólo en las matemáticas sino en el contenido de fracciones, ocasionado el bajo desempeño y la poca participación por parte de los alumnos y alumnas*

La Educación Matemática, tiene el propósito de mejorar los proceso de enseñanza y aprendizaje al conseguir que las matemáticas sean comprendidas, asimiladas y sobre todo aceptadas, generando un aprendizaje más profundo y significativo. Sin embargo parece que las matemáticas (como contenido y como asignatura), de entrada están sumergidas en mitos, creando miedo y temor que se manifiestan en el rechazo.

Pareciera que enseñar matemáticas es un gran reto para los/as profesores/as, y aprehender matemáticas es un logro poco alcanzable para los/as alumnos/as; ante esto las clases de matemáticas se vuelven aburridas, odiadas y sobre todo rechazadas por parte de los/as alumnos/as e incluso por los mismos profesores/as.

Por otro lado, el sentimiento de rechazo por parte de los alumnos/as, a las matemáticas como asignatura es evidente, así como también la apatía mostrada por los/as alumnos/as ante el contenido de fracciones, ya que se ve reflejado en el desinterés durante algunas actividades de las sesiones del programa QIN. Este desinterés es una barrera, considerada incluso como factor detonante de algunos resultados obtenidos tanto en las evaluaciones iniciales y finales como en el desarrollo del programa de intervención.

Es innegable que el bajo interés que tienen los alumnos y alumnas en las matemáticas trunca aprendizajes, debido a la dificultad que presentan la enseñanza de los contenidos, ya que no existe la comprensión total y por ende no hay un cambio estructural cognitivo en algunos conceptos o significados; esto lleva a los niños a las dificultades no sólo en fracciones en general, sino a las fracciones como razón.

4. *El proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones debe ser paulatino, para así poder evidenciar, aclarar y especificar la existencia de las diversas interpretaciones de la fracción, así como sus diversos fines y utilizaciones, ya que la falta de identificación de estas interpretaciones genera confusiones por parte de los/as alumnos/as, inclusive en los mismos profesores/as*

Las fracciones tienen distintos significados: parte-todo, de medida, de cociente, de razón y de operador, y un aprendizaje completo sobre fracciones debe aludir a las diversas interpretaciones de la fracción. Esta investigación se centró en las fracciones como razón, por considerar en primer lugar la gran dificultad de aprendizaje que se tiene respecto a la razón, y en segundo lugar por la falta de atención que se le da al contenido para su enseñanza en el curriculum y en las aulas escolares. Es claro que los resultados obtenidos en esta investigación, indican la falta de conocimientos por parte de los alumnos/as e incluso por los mismos profesores, respecto a este contenido.

La comprensión del concepto de razón de acuerdo con Quintero, 1983 (citado por Langford, 1990) no es un único problema, sino también el número de pasos, el camino para la resolución de problemas y la capacidad de comprender y representar la información del mismo. Esto aunado a las dificultades propias de los conceptos de fracción y la falta de referentes sobre el significado de razón, son factores determinantes para inhibir la resolución de problemas. En general los niños de 10 a 12 años presentan esta dificultad.

Mostrar con resultados, la deficiencia en el proceso de enseñanza y el aprendizaje en el contenido de fracciones como situación de razón, nos lleva a vincular este contenido con la resolución de problemas, sin conocer inicialmente la importancia que tendría en el desarrollo de esta investigación, donde se convierte en parte esencial.

Dicho de otra manera, es evidente que para poder dirigir el aprendizaje del contenido de razón, fue necesario retomar las cuatro fases de resolución de problemas: comprender el problema, trazar un plan, ejecución del plan y volver atrás (revisar y discutir) que Polya. (1965) menciona en su libro.

Sin embargo, durante las sesiones de aplicación del QIN, se notó la deficiencia existente en los/as alumnos/as, al no poder estructurar una resolución, pues cabe mencionar que estas sesiones, giraron fundamentalmente alrededor de problemas afines a la razón, que debían resolverse con ayuda del material concreto.

Otro aspecto a enfatizar es la relevancia y beneficios que tienen los procesos de comunicación, participación, interacción y socialización en los procesos de enseñanza - aprendizaje, a fin de lograr un aprendizaje cooperativo, que les permita la internalización de conocimientos; en el desarrollo de las sesiones del programa, se utilizaron esos factores como medios para el logro de los objetivos.

Lo mencionado a lo largo de esta sesión, permite afirmar que el trabajo realizado tuvo un enfoque constructivista, con el que se obtuvieron resultados positivos.

CONCLUSIONES

Con base en la intervención realizada y en las aportaciones relevantes de la investigación, considero oportuno puntualizar los siguientes que pueden dar pautas para distintas propuestas de trabajo:

1. Los agentes activos (profesores y estudiantes) involucrados en el proceso de construcción de conocimientos, deben generar actividades guiadas, que mediaticen los conocimientos y construcciones conceptuales, a través de la participación, comunicación e interacción entre alumno-alumno y profesor-alumno.
2. La utilización del material concreto de manera eficaz, ayuda a la formación de conceptos aritméticos, específicamente de las fracciones, ya que ayuda al descubrimiento de diversas formas de resolución de situaciones problemáticas, que permiten formar estructuras mentales y desarrollar procesos de reestructuración.
3. Al estructurar las clases, con el fin de propiciar la participación, se deben vincular las actividades con situaciones ocurridas dentro del mismo salón de clases, para que los/as alumnas/as, se sientan en un mismo contexto.
4. Se debe presentar de manera muy clara la resolución de problemas, con la finalidad de saber, entender y responder correctamente el problema. Por lo que se recomienda enseñar a los/as alumnos/as las cuatro fases que Polya menciona.
5. El profesor o profesora debe siempre motivar a los/as alumnos/as, con la finalidad de impulsarlos a la realización de las actividades.
6. Durante un par de sesiones (dependiendo el tema), se debe realizar una retroalimentación, así como una autoevaluación entre los mismos estudiantes.

Además, se debe enriquecer cada una de las clases o sesiones con comentarios finales, con la idea de rescatar las ideas más importantes de los/as alumnos/as.

7. Para desarrollar las sesiones o clases, se debe partir de los intereses y prioridades de los alumnos/as, en especial cuando se habla de fracciones, ya que de entrada es un contenido no agradable para los estudiantes. Se recomienda plantear los objetivos específicos con los mismos alumno/as.
8. Es relevante señalar a los/as alumnos/as la diversidad de interpretaciones desde las primeras sesiones, así como su funcionalidad, ya que permite un acercamiento a las concepciones. Debido a la complejidad que presentan, se requiere un aprendizaje continuó, ocasionando procesos relativamente largos para culminar en aprendizajes significativos, que puedan ser reflejados en situaciones de cualquier índole.
9. El contenido de fracción debe ser enseñado paulatinamente debido a su complejidad, por lo que se recomienda que el profesor/a tenga conocimientos básicos y certeros de dicho tema.
10. En estrategia del proceso de enseñanza y aprendizaje por parte de los alumnos/as en el concepto de fracción como situación de razón, se recomienda partir en la enseñanza de la interpretación parte-todo, para la comprensión oportuna del concepto primordial de la fracción como unidad sea concretizada

REFERENCIAS

- Alatorre, S. (2004) *¿A, B o da igual?: Estudio sobre el razonamiento proporcional*. Tesis (D.C.) Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Departamento de Matemática Educativa. México, D.F.
- Allen, J. (1995) *El Hombre Anumérico: El analfabetismo matemático y sus consecuencias*. Editores Tusquets. Barcelona.
- Baldor, A. (1983) *Aritmética: Teórico-Práctico*. México. Ed. Cultural.
- Bezuk N. y Cramer, K. (1989) Teaching about Fractions: What, When, and How? En: P. Trafton y A. Shulte (eds) *New Directions for Elementary School Mathematics*. U.S.A.: National of Teacher of Mathematics.
- Clemente, D., Ayala, F., Favila, J. y López, E. (2001) Las Fracciones: Una propuesta Constructivista en la enseñanza y aprendizaje. *Revista Correo del Maestro*. No. 56
- Clemente, G. (2002) *Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones*. Revista Correo del Maestro. No. 73.
- Coll, C. (1992) *Elementos para el análisis de la práctica educativa*. Ponencia presenta al IV Simposium de Didáctica de las Ciencias Sociales. Gerona, España.
- Coll, C. (1993) *¿Qué hace que el alumno y alumna aprendan los contenidos escolares? En: El constructivismo en el Aula*. Ed. Graó. Barcelona.
- Díaz-Barriga, F. (2007) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México. D.F, Segunda Educación. Editorial McGraw-Hill Interamericana.
- Escoriza, J. (1998) *Conocimiento psicológico y la conceptualización de las dificultades de aprendizaje*. Barcelona. Edicions de la Universitat de Barcelona.

- Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE).
Estructura de las Prueba Enlace WEB: <http://enlace.sep.gob.mx/ba/?p=evaluacion>
- Gairin, J. y Sancho, J. (2002) *Algoritmos de números racionales En: Números y Algoritmos*. Madrid. Editorial Síntesis.
- Gálvez, G. (1995) *Elementos para el análisis del fracaso escolar en matemáticas. En UPN. La matemática de la Escuela II. Antología*. México: UPN.
- Gutiérrez, A. (1999) *Área de Conocimiento Didáctica de las Matemática*. Madrid. Editorial Síntesis.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista P. (2008) *Metodología de la Investigación (Cuarta Edición)*. México. Ed. Mc Graw-Hill.
- Hilgard, E. (1989) *Teorías del Aprendizaje*. México. Ed. Trillas.
- INEE (S.F.) <http://www.inee.edu.mx/index.php/boletines-mainmenu-692/446-portadas/4837-resultados-de-la-prueba-pisa-2009>. Disponible en red. Fecha de revisión enero 4 del 2011
- Kazuko, C. (1986) *El niño reinventa la aritmética: Implicaciones de la Teoría de Piaget*. España. Ed. Aprendizaje Visor.
- Langford, P. (1990) *El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela secundaria*. Ed. Paidòs. España.
- Lara, H. (2003) *Perspectivas en torno a la Enseñanza de las fracciones mediante el uso de un software educativo*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Desarrollo Educativo. Universidad Pedagógica Nacional. México, D.F.
- Llinares, S. (2000) *Fracciones*. Madrid. Editorial Síntesis.

- Macnab, D. & Cummine, J. (1986) *La enseñanza de las matemáticas de 11 a 16: Un enfoque centrado en la dificultad*. Madrid. Editorial Visor.
- Meyer, R. (2002) *Introducción al aprendizaje en las diferentes áreas del contenido*. En: *Psicología de la Educación: El aprendizaje en las áreas de conocimiento*. Ed. Prentice Hall. Pp. 1-21. Madrid.
- Moreno, L. (1995) *La educación matemática en México*. En: M. Arcigué R. México.
- OCDE, (2010) *Pisa 2009 Results: What Students Know and Can Do- Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume 1)*
- Perera, P. (2001) *Ayuda Manipulativa en la resolución de problemas verbales de reparto de todos continuos y discretos*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa. CINESTAV. México, D.F.
- Pérez, E. (2003) *Problemas Generales de la Didáctica*. En: *Fundamentación de la Didáctica*. Ediciones Gernika. México D.F.
- Piaget, J., Inhelder, B. y Szeminska, A. (1966) *The child's conception of geometry* Routledge and Reagan. Paul Lond. Repinted 1970
- Piaget, J. (1980) *El tiempo y el desarrollo intelectual del niño y los estadios del desarrollo intelectual del niño y del adolescente*. En Piaget. *Problemas de psicología genética*. Barcelona. Ariel.
- Polya, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Editorial Trillas.
- Ponce, H. (2000) *Las fracciones en la escuela, un camino con obstáculos*, En: *enseñar y aprender matemáticas, propuestas para el segundo ciclo*. Buenos Aires. Ediciones: Novedades Educativas.
- Pozo, I. (1999) *Teorías cognitivas del aprendizaje (Sexta edición)*. Madrid. Ed. Morata.

Resnick, L. & Ford, W. (1990) *La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos Psicológicos*. Barcelona. Ed. Paidós.

Riviere, A. (1990) *Problemas y Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas. Una perspectiva cognitiva*. En: A. Marchesi, et al (comp).

Rogoff, B (1993) *Aprendices del Pensamiento: el Desarrollo cognitivo en el contexto social*. Buenos Aires. Ed. Paidós Barcelona.

SEP, Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Estructura de las Prueba Enlace. <http://enlace.sep.gob.mx/ba/?p=evaluacion> Disponibilidad en red. Fecha de revisión Junio 25 de 2010.

SEP, (2006) *Matemáticas. Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentos curriculares*, México D.F.

SEP, (2008) *Manual del Maestro: Competencias para el México que queremos: Evaluación PISA*, México D.F.

Thompson, J. (1996) *Aritmética*. México. Editorial Limusa.

Zúñiga, C. (2008) *Conocimientos previos para entender las fracciones como cantidades de tamaño relativo*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Desarrollo Educativo. Universidad Pedagógica Nacional. México, D.F.

REFERENCIAS COMPLEMENTARIAS

- Bishop, A (1999) *Enculturación Matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona. Editorial. Paidós Ibérica.
- Coll, C. y Solé, I. (1990) *La interacción profesor-alumno en el proceso de enseñanza y aprendizaje*. En: Desarrollo Psicológico y Educativo II. Álvaro Marchesi, Cesar Coll y Jesús Palacios (Comp). Alianza Psicológica. Madrid.
- Coll, C. (2002) *Constructivismo e Intervención Educativa: ¿Cómo enseñar lo que se ha de Construir?* Congreso Internacional de Psicología y Educación. Madrid.
- Cubero, R. (2005) *Perspectivas Constructivistas. La inserción, entre el significado, la interacción y el discurso*. Ed. Graó. Barcelona, España.
- Díaz, A (1996) *La interacción profesor-alumno. En: Escuela y Tolerancia*. Madrid. Ed. Pirámide.
- Duhalde, M. y González, M. (2003) *Encuentro cercano con la Matemática*. Buenos Aires. Editorial Aique.
- Miranda, F. y Reynoso, R. (2006). *La Reforma de la Educación Secundaria en México: Elementos para el Debate*. (COMIE) Revista Mexicana de Investigación Educativa, Vol.11 No. 031, pp. 1427-1450.
- Ortiz, F. (2001) *Matemáticas: estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México D.F. Editorial Pax.
- Pansza, G. (2003) *Sociedad-Educación-Didáctica. En: Fundamentación de la Didáctica*. México D.F., Ediciones Gernika.
- SEP, (2004) *Libro para el Maestro. Matemáticas Educación Secundaria*, México D.F.
- SEP, (2009) *Plan de Estudios. Educación Básica. Primaria. Etapa de Prueba*, México D.F.

ANEXO

“Programa de Intervención Educativa”



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
Unidad Ajusco

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA
“Quebrando Ideas Numéricas (QIN)”

Elaborado por: Ana Eira Gómez Castrejón

Índice

	Pág.
PRESENTACIÓN	3
1. ASPECTOS GENERALES	4
1.1 Objetivo General	
1.2 Objetivos Específicos	
2. EXPLICACIÓN TEÓRICA	5
2.1 ¿Qué es una fracción?	
Aspectos generales	
Concepto	
2.2 Interpretaciones	
❖ Relación Parte-Todo y la Medida	
❖ Fracción como Cociente	
❖ Fracción como Razón	
❖ Fracción como Operador	
2.3 Material Didáctico	
Plantillas de Fracciones	
Regletas de Cuisenaire	
Tangram	
Estuche 4x4	
3. REFERENCIAS	13
4. CARTAS DESCRIPTIVAS	14
MANUAL DEL DOCENTE	29
ANEXOS	

PRESENTACIÓN

El presente Programa de Intervención Educativa “*Quebrando Ideas Numéricas (QIN)*” forma parte complementaria del trabajo de investigación de tesis titulado Programa de Intervención Educativa en la enseñanza de fracciones con situación de razón”, el cual tiene como objetivo general: Diseñar, aplicar y evaluar un taller con enfoque constructivista para el aprendizaje del contenido matemático de fracciones en situación de razón en alumnos/as de primer grado de secundaria (pública).

Es evidente que el contenido matemático, en el que recae esta investigación es el de fracciones, considerándolo obligatorio, debido a que está establecido en los planes y programas de estudio de los grados escolares de educación básica de nuestro país.

Por tal motivo es un contenido que toma gran interés no sólo para los docentes y alumnos/as sino también para los investigadores encargados de brindar argumentos sólidos sobre los métodos y estrategias factibles utilizados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos dentro de las aulas escolares.

A lo largo de la descripción de este programa, se pretende dar actividades y ejercicios que propicien el aprendizaje significativo de los/as alumnos/as, considerando que el fundamento teórico está basado en teorías constructivistas, los cuales se pueden concretar en los siguientes aspectos:

- El constructivismo es una explicación teórica psicológica, que en la actualidad ha remplazado la metáfora de estímulo - respuesta.
- Esta explicación, tiene una epistemología dialéctica, donde el conocimiento no es ni objeto ni interno, sino resultado de las acciones en la resolución de problemas en el medio social.

- Uno de los objetivos en la educación es el desarrollo a través de los estadios de autonomía, los cuales son niveles de autonomía.

Estos aspectos pueden resumirse de la siguiente manera: el enfoque constructivista surge como marco explicativo en la enseñanza y aprendizaje, especialmente en contenidos matemáticos, es el caso de las fracciones, uno de los contenidos que por su complejidad y dificultades que se presentan en el aprendizaje.

Por consiguiente, durante la aplicación del programa de “*Quebrando Ideas Numéricas (QIN)*”, se pretenden alcanzar los objetivos específicos del trabajo de tesis, el cual fundamentado en la enseñanza de las fracciones, dichos objetivos son los siguientes:

- *Mejorar el aprendizaje de las fracciones con situación de razón con enfoque constructivista.*
- *Enseñar fracciones por medio del uso de material concreto como herramienta de enseñanza.* Para este objetivo se pretende elaborar actividades y ejercicios que permitan a los alumnos/as construir su conocimiento mediante su experiencia utilizando el material concreto como herramienta de enseñanza, de manera individual, sino grupal.

Estos dos objetivos específicos, principales del programa de “Programa de Intervención Educativa en la enseñanza de las fracciones con situación de razón”.

situación de razón”, descritos con anterioridad son los que fundamentan cada una de las actividades y ejercicios que se retoman en el programa de intervención que se mostrará más adelante.

En resumen, la investigación realizada a lo largo del trabajo de tesis y que es complementaria a este programa de intervención, está dirigida a los procesos de enseñanza y aprendizaje del contenido fracciones en particular en situación de razón (como una de las interpretaciones de las fracciones), debido a que es considerado como uno de los temas más complejos en la educación básica, tal afirmación recae en la experiencia de los/as docentes y alumnos/as al arrojar resultados sustanciales tanto en comentarios como en evaluaciones nacionales e internacionales (ENLACE y PISA).

El aprendizaje de contenidos complejos radica en el uso posterior de diversos temas, como es el caso de las fracciones, el cual marca la comprensión de los números racionales hacia el razonamiento proporcional, abriendo la puerta a matemáticas superiores.

Aunque muchas veces el problema radica en cómo enseñar las fracciones, para muchos docentes de matemáticas e incluso de otras asignaturas, el gran problema con el que se enfrenta es este mismo, es el cómo enseñarlas, es decir, los procesos de aprendizaje de las fracciones están orientados al método de enseñanza permitiendo determinar así los procesos de construcción de conocimientos de los/as alumnos/as.

1. ASPECTOS GENERALES

1.1 Objetivo General

El Programa de Intervención Educativa “Quebrando Barreras” tiene como objetivo favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje del contenido matemático: fracciones como situación de razón y resolución de problemas, con ayuda de material concreto.

1.2 Objetivos Específicos

1. Aplicar y analizar los resultados de la evaluación diagnóstica de los/as alumnos/as de primero de secundaria (Grupo Experimental).
2. Establecer en el grupo un ambiente de confianza (rapport) mediante una presentación.
3. Descubrir y reconocer los contenidos matemáticos de fracciones, a través de la elaboración de situaciones de aprendizaje.
4. Señalar los contenidos matemáticos de fracciones y simplificación de fracciones.
5. Reconocer y distinguir las diversas formas de fracciones: parte-todo, cociente y operaciones.
6. Generar la resolución de problemas matemáticos referentes a fracciones mediante situaciones de aprendizaje.
7. Resolver problemas con números fraccionarios y operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).
8. Resolver los problemas de contenido matemático de fracciones mediante una interpretación de razón, mediante situaciones de aprendizaje. Plantillas de fracciones.

9. Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Tangram.
10. Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Regletas.
11. Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante diversos materiales concretos.
12. Generar la retroalimentación en el contenido fracciones, mediante la resolución de problemas matemáticos.
13. Debatir y resolver problemas en equipo los problemas planteados, con ayuda del material concreto.
14. Generar la participación de todos y todas los/as alumno/as, que permia el cierre del programa de intervención educativa, mediante una técnica grupal.
15. Aplicar y analizar los resultados de la evaluación final (Postest) a los/as alumnos/as de primero de secundaria (Grupo Control y Grupo Experimental).

2. EXPLICACIÓN TEÓRICA

2.1 ¿Qué es una fracción?

El origen de las fracciones comunes o quebrados es muy remoto. Los babilonios, egipcios y griegos han dejado prueba de que conocían las fracciones. Cuando Juan de Luna tradujo el latín, en el siglo XII, la Aritmética de Al-Juarizmi, empleó fractio para traducir la palabra árabe al-

kasr, que significa quebrado, romper. Este uso se deriva de la forma ruptus, que prefería Leonardo de F

¿Qué es una fracción? Las fracciones son los números llamados fraccionarios, constituyen parte del campo de los números reales. Se insertan en la educación primaria y en el tránsito a la secundaria, haciendo de este un contenido obligatorio en los programas de estudio de nuestro país.

Aspectos Generales

La medición de las cantidades continuas y las partes de un todo hecho que se amplíe al campo de los números racionales y los números fraccionarios. El número fraccionario es el resultado de varias partes iguales de la unidad principal (Entero).

Por lo tanto, hay que considerar que, si la unidad se divide en partes iguales, estas partes se llaman medios; si se divide en tres partes iguales, estas partes se llaman tercios; en cuatro partes iguales, partes iguales, quintos, etc.

Concepto

Las fracciones pueden ser definidas al menos de

- “El diccionario ya separa en su significado las partes bien diferenciadas. Aclarando su origen (quebrado, romper), por un lado se nos presenta como *todo en sus partes* << o >> las partes de un todo dentro de los significados propios de la palabra. Aceptaciones tales como >>Números quebrados

que indica una división que no puede efectuarse<<, etc.” (Llinares & Sánchez 2000; 18).

- Baldor, (1983) señala que la fracción consta de dos términos llamados numerador y denominador: El primero está referido al número de partes tomadas del denominador, mientras que el segundo indica en cuantas partes se divide la unidad principal. Ejemplo: $\frac{2}{3}$ “Dos de las tres partes iguales llamadas tercios así se representa”.
- Lara, (2003) menciona que los números racionales poseen características particulares como es la equivalencia, la cual consiste en que para expresar el valor de un número racional pueden hacerse mediante fracciones diferentes, por ejemplo: $\frac{1}{2}$ se puede representar mediante $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, etc. representando así el mismo valor de una cosa determinada, otra característica es que se pueden realizar operaciones tales como la adición, sustracción, multiplicación y la división.
- “Una fracción es una parte de alguna cosa que se trata como entero o una unidad. En aritmética, una fracción propiamente dicha es un número que representa una parte, esto es, un número menor que 1” (Thompson, 1996; 16).

Notación: Para escribir una fracción se deben de tener en cuenta los siguientes dos términos, numerador y denominador, es decir, para escribir una fracción se escribe el numerador arriba separado por una raya oblicua u horizontal del denominador (Ejemplo: $\frac{4}{5}$).

Nomenclatura: Para leer una fracción se enuncia primero el numerador y después el denominador. Si el denominador es 2 se lee como medios, si es

3 tercios, 4 cuartos, 5 quintos, 6 sextos 7 séptimos, 8 octavos, 9 novenos, 10 decimos; pero si el denominador es mayor a 10 se le agrega la terminación *avo*.

Interpretación: Todo número fraccionario representa una división en la cual el numerador representa el dividendo y el denominador el divisor.

Tipos de Fracciones

- Comunes: Con aquellos cuyo denominador es un número natural distinto de cero ($\frac{3}{4}$, $\frac{9}{13}$...)
- Decimales: Aquellos cuyo denominador es una potencia de diez (ceros) ($\frac{8}{10}$, $\frac{25}{100}$...)

Fracción Propia: Es aquel cuyo numerador es menor que el denominador (Ejemplo: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$...)

Fracción Impropia: Es aquel cuyo numerador es mayor que el denominador (Ejemplo: $\frac{7}{5}$, $\frac{9}{3}$)

Sin embargo hay una tercera que está relacionada con la anterior que consta de un entero y un quebrado, (Ejemplo: $1\frac{2}{3}$)

Fracciones Equivalente: Son Fracciones iguales o diferentes a aquellas que tienen el mismo valor, es decir, que representan el mismo valor iguales expresando el mismo valor.

2.2 Interpretaciones

Llinares (2000), menciona que las interpretaciones de una fracción racional ha sido realizada teniendo en cuenta los

et al. (1983) y Dickon, et al. (1984), así como también lo mencionan Gairin & Sancho (2002), las cuales se enlistan a continuación:

1. La Relación Parte-Todo y la Medida
 - Representación en contextos continuos y discretos
 - Decimales
 - Recta numérica
2. Las Fracciones como Cociente
 - División indicada
 - Como elemento de un cuerpo cociente
3. Las Fracciones como Razón
 - Probabilidad
 - Porcentajes
4. Las Fracciones como Operador

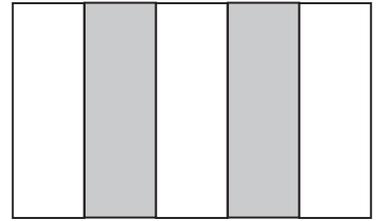
❖ Relación Parte-todo y la Medida

Al todo se le nombra también unidad, el cual es dividido en partes congruentes (como una superficie u objeto), logrando comprender que la división se hace en partes o trozos iguales, manteniendo la relación existente entre un determinado número de partes y el número total de partes.

En esta interpretación es claro que se toma en consideración la representación en contextos continuos y discretos, los decimales y la recta numérica.

Por ejemplo:

Contextos Continuos: La fracción $2/5$ se puede representar en un contexto continuo mediante la parte sombreada (suele utilizarse en diagramas circulares o rectangulares, es decir en



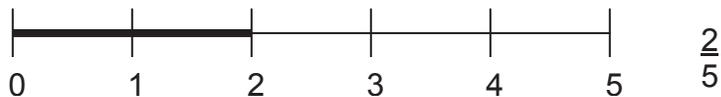
Contextos Discreto: La misma fracción ($2/5$) se puede representar en un contexto discreto de la siguiente manera:



Decimales: La Relación existente entre parte y todo (mediante la numeración decimal permite la introducción a los denominados fracciones decimales), ejemplo, utilizando el modelo continuo y el modelo rectángulo, considerando un rectángulo y dividiéndolo en diez partes. Cada una de las partes es todo (unidad) $1/10$, una de las diez (una décima).



Recta Numérica: En la recta numérica, a la fracción a/b se le asocia un punto situado sobre ella, donde el segmento unidad se divide en “b” partes congruentes, de las que se toma “a”. También se puede considerar como un caso particular de la relación parte-todo, sin embargo también se puede representar como medida, el siguiente ejemplo, muestra la representación de la fracción $2/5$:

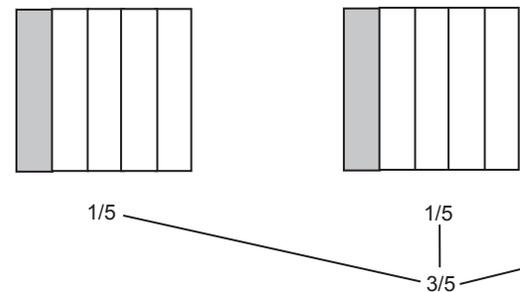


❖ **Fracción como Cociente**

Esta interpretación asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada $a:b=a/b$), es decir, la fracción implica la partición de una cantidad en un número de partes dadas. En esta interpretación se considera que las fracciones tienen un doble aspecto:

1. Considerar a la fracción $3/5$ como una división indicada, estableciéndose la equivalencia entre $3/5$ y 0.6 en una acción de reparto
2. Por otro lado, considerar a las fracciones como elementos de una estructura algebraica que cumplan con ciertas propiedades de tal forma que dotan a dicho conjunto de una estructura algebraica de cuerpo conmutativo.

División indicada: Muestra la división de dos números naturales ($3/5 = 3:5$) aparece en un contexto de reparto. Ejemplo: tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de formas equitativa entre cinco niños, ¿Cuánto le tocará a cada uno?



Como elemento de una estructura algebraica:

actividades en situaciones de reparto-medida con el que se construye la interpretación de las fracciones en un cuerpo conmutativo ¿estructura algebraica? las fracciones como elementos de la forma a/b , representando la solución de la ecuación.

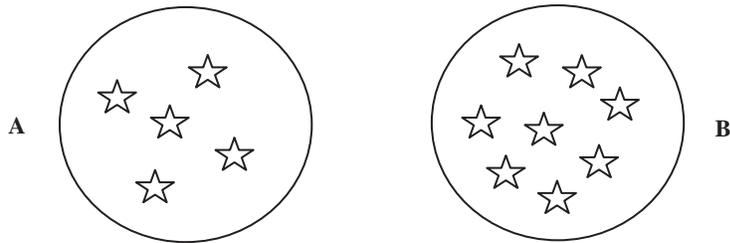
$$b \cdot x = a$$

Por lo tanto dicha interpretación como elemento de una estructura algebraica) no se vincula estrechamente al pensamiento del desarrollo de la deducción de operaciones y procedimientos.

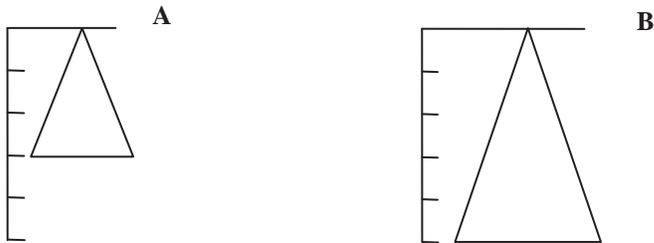
❖ **Fracción como Razón**

Algunas fracciones son usadas como índices para comparar cantidades de una magnitud (comparación de sí mismo) se desprende la interpretación de las fracciones como una medida que existe de forma natural una unidad como ocurre con el tiempo, decir, es considerada como una comparación bidireccional.

A continuación se presentan algunos ejemplos referentes a los subconstructos de la fracción en esta interpretación.



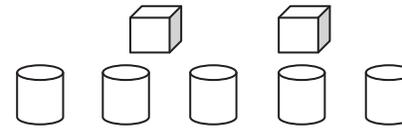
La relación entre las estrellas A y de B es de 5/8: (5:8)
 La relación entre las estrellas B y de A es de 8/5: (8:5)



La altura del triángulo A es 3/5 de la de B: (3:5)
 La altura del triángulo B es 5/3 de la de A: (5:3)

Estos ejemplos, son algunas de las comparaciones de relaciones “conjunto a conjunto” (todo-todo), aunque las fracciones como razón también

aparecen cuando se describen comparaciones muestra el siguiente ejemplo:



La razón entre los cubos y los cilindros

Probabilidad: la utilización de las fracciones en carácter de cálculo ¿aritmético? Sin pensar que subyacente a las relaciones implícitas en contexto vinculada a la red de relaciones establecidas. Ejemplos:

- Al lanzar un dado, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número par?
- La probabilidad de extraer una bola negra de una urna que contiene 7 bolas negras y 3 blancas es 7/10. Escribe también 7/10.

Porcentajes: La relación que se establece entre un número y otro recibe el nombre particular de porcentaje. Por regla general, el símbolo % tiene asignado un aspecto de 'operador', es decir, cuando se dice que el 35 se concibe actuando la fracción 60/100 sobre 100 (35 de 100 y tomar 60). Utilizando el lenguaje de aplicación, los porcentajes pueden entender como el establecimiento de relaciones (razones) donde se dan subconjuntos de 100 partes.

Por ejemplo, cuando en las tiendas comerciales se anuncia un descuento del 15%, se da una relación de: "15 es a 100". Una cantidad de \$300.00 sería representado por:

15 pesos de 100 pesos
15 pesos de 100 pesos
15 pesos de 100 pesos

En este caso existe la *misma relación* esto es "15 es a 100" ($15/100$) como "45 es a 300" ($45/100$).

❖ **Fracción como Operador**

Bajo esta interpretación, las fracciones son vistas en el papel de transformaciones, es decir, "algo que actúa sobre una situación (estado) y modifica". Aquí se concibe a la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa.

Ejemplo, si en un contexto discreto se toma una situación de partida (estado-unidad), el conjunto formado por los 36 niños de una clase, el efecto de aplicación del operador $2/3$ (dos tercios) se puede representar por:

Estado –Unidad (Situación)	Operador	Estado final
36 niños	Dividir por 3, multiplicar por 2	24 niños

El estado final '24 niños' también recibe el nombre de estado 'dos tercios' como la descripción de un estado de cosas. El operador lleva implícito un convenio; primero actúa la división y luego la multiplicación.

Las diversas interpretaciones que se han descrito con anterioridad, permiten tener una propuesta de trabajo en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje en los grados escolares en las que se imparte el contenido de fracciones, es decir, en la educación primaria y secundaria, permitiendo

facilitar procesos construcción de conocimiento, brindando oportunidad a los docentes a colaborar con los estudiantes, utilizando elementos didácticos que contribuyan al descubrimiento de las diferentes interpretaciones de las fracciones.

2.3 Material didáctico

Plantillas de Fracciones

Las Plantillas de Fracciones es un material didáctico que consiste en Fracciones Círculos formado por cuatro plantillas de cartulina en las que se colocan círculos fraccionados en medios, tercios y cuartos, hechos de plásticos y de acetato y un par de manecillas.

Las Plantillas de Fracciones tienen por objeto facilitar las explicaciones del concepto de las fracciones, la comparación de fracciones equivalentes, simplificación de quebrados, reducción a un denominador común denominados y operaciones de sumar y restar fracciones. Las plantillas.

Nivel: Las Plantillas de Fracciones, es un material que se puede utilizar a nivel primaria y secundaria, adecuándose a los contenidos de la temática de los programas escolares.

Objetivos: Estarán encaminados a desarrollar habilidades principalmente:

- El alumno comprenderá la diferencia entre una fracción y una fracción comparando las piezas de las fracciones.
- El alumno conocerá los elementos de una fracción: Numerador y Denominador, mediante el uso de las Plantillas de Fracciones.

- El alumno formará cantidades de fracciones equivalentes utilizando las piezas de las plantillas de fracciones.
- El alumno aprenderá a simplificar las fracciones buscando el menor denominador haciendo ejercicios con las piezas de las plantillas de fracciones.
- El alumno comprenderá que de varias fracciones se pueden obtener un denominador común, viéndolo claramente con el manejo de las plantillas de fracciones.
- El alumno comprenderá las operaciones de suma y resta de fracciones con el manejo de las plantillas de fracciones.
- El alumno será capaz de clarificar las fracciones en propias, impropias y mixtas, mediante el uso de las plantillas de fracciones.

Regletas de Cuisenaire

Las regletas Cuisenaire, son un material matemático (fácilmente manipulable), básicamente destinado a que los niños y niñas aprendan la descomposición de los números e iniciarse en las actividades de cálculo, además de crear nociones de geometría, al crear formas y figuras diversas.

Consta de un conjunto de regletas de madera de diez tamaños y colores diferentes:

No.	Color	Medida (Longitud)
1	Madera o Blanca	1 cm
2	Roja	2 cm
3	Verde claro	3 cm

4	Rosa	4 cm
5	Amarilla	5 cm
6	Verde oscura	6 cm
7	Negra	7 cm
8	Marrón	8 cm
9	Azul	9 cm
10	Naranja	10 cm

El juego como pretexto para aprender, acerca el aprendizaje es por eso que el debido manejo de la adaptación de las actividades realizadas con ellas y aprendizaje es tarea de los docente, que permotivación de los/as alumno/as ante su trabajo de asignatura de matemáticas.

Con la utilización de las regletas se consigue que logren:

- Asociar colores.
- Establecer equivalencias.
- La representación de la longitud de las regletas como base el 1.
- Comprobar la relación de inclusión de las regletas incluso igualdad.
- Trabajar y comprender la relación "mayor que" incluso igualdad.
- Realizar seriaciones diferentes
- Introducir la descomposición y composición
- Introducir los sistemas de numeración y agrupamientos.

- Iniciar las cuatro operaciones básicas de manera manipulativa.
- Comprobar empíricamente las propiedades de las operaciones
- Obtener la noción de números fraccionarios y en particular los conceptos de doble y mitad.
- Trabajar intuitivamente la multiplicación como suma de sumandos iguales.
- Realizar particiones y repartos como introducción a la división.

Tangram

El tangram, considerado como un juego o un material didáctico manipulable para los niños y niñas, este es un juego chino muy antiguo llamado *Chia Chiao pan*, que significa tabla de la sabiduría, conocido desde al menos 4,000 años; su construcción es muy fácil.

El tangram es un conjunto de formas simples diseñadas para poder ensamblar de muy diversas maneras.

Este material consta de 7 piezas que salen de cortar un cuadrado y que no se superponen:

- 5 Triángulos (de diferentes formas)
- 1 Cuadrado
- 1 Trapecio

El juego consiste en usar las piezas para construir diferentes formas, el trajo con este material estimula la creatividad cuando se inventan modelos, colaboran al desarrollo de nociones espaciales por las actividades a nivel perceptivo que se realizan con él y permite, al armar figuras, un alto grado de concentración realizando procesos de análisis, síntesis de gran valor formativo.

Existen gran variedad de modelos de tangram, los "Chino", el "Siete Pitagórico" y el "Tangram Alemán".

Estuche 4x4

El estuche 4x4 consta de un estuche de discos impresos en material transparente de los números racionales, también 16 fichas impresas por un lado a dos colores, uno bien amarillo y azul, con los cuales pueden formar figuras. Por el reverso tienen impresos los números decimales.

En cada página del manual, se contienen ejercicios de números racionales y sus respectivas respuestas, conversiones de fracciones de una área, conversión de fracciones a decimales y viceversa, conversión de quebrados a representación decimal, porcentajes, rectas, multiplicación y división y problemas.

Para resolver cada página, se tomara la pregunta 1 y se busca su respuesta, que aparece a la derecha. Se ve que número tiene la respuesta y se busca en la base del estuche sobre el número que coincide con la respuesta sucesivamente con todas las respuestas.

El estuche 4x4, se cierra y se voltea hacia la izquierda. Si las respuestas son correctas, se formara una figura simétrica con respecto a la misma página del fascículo. Cuando una figura no coincide que hay un error entonces el estudiante debe corregirlas hasta que la figura coincida con la figura correcta.

Puede usarse individualmente o por parejas, lo que permite el aprendizaje colaborativo, se recomienda desde cuarto, quinto de primaria hasta primero de secundaria.

3. REFERENCIAS

Baldor, A. (1983) Aritmética: Teórico-Práctico. México: Limusa.

Gairin, J. & Sancho, J. (2002) Algoritmos de los números y algoritmos. Madrid, Editorial Síntesis.

Lara, H. (2003) Perspectivas en torno a la enseñanza de la aritmética mediante el uso de un software educativo. México: Limusa.

Linares, S. (2000) Fracciones. Madrid, Editorial Síntesis.

Thompson, J. (1996) Aritmética. México: Limusa.

4. CARTAS DESCRIPTIVAS



PROGRAMA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA

“Quebrando Ideas Numéricas QIN”

OBJETIVO: Aplicar y analizar los resultados de la evaluación inicial (Pretest) a los/as alumnos/as de primero de secundaria (Grupo Control y Grupo Experimental).

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Prueba Pretest (Tipo Examen)	Resolución de la evaluación Inicial	De 30 a 45 Min.	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a los grupos (control y experimental) las instrucciones para la elaboración de la evaluación inicial. • Repartir a los alumnos y alumnas la evaluación. • En su caso, resolver dudas respecto a cómo contestar la evaluación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación Inicial (Anexo 3) • Tangram, t de papel y hoja de color • Lápiz • Pluma • Goma • Sacapuntas • Recursos Humanos

OBJETIVO: Establecer en el grupo un ambiente de colaboración, armonía y confianza (rapport) mediante una técnica grupal, para la presentación

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Entrada (Presentación)			Actividad 1	
			<ul style="list-style-type: none"> • Cada alumno elabora su gafete de presentación según instrucciones. • Cada alumno y alumna deberá presentarse ante el grupo, nombrando algunas de sus características e intereses, así como expectativas del programa de intervención. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tarjetas de cartulina de 10x8 cm. • Plumones, plumas o colores • Recursos Humanos
	Técnica Grupal (Presentación)	15 Min.		
			Actividad 2	
			<ul style="list-style-type: none"> • Esta actividad tiene la finalidad de romper el hielo, y generar el rapport ante el grupo. • Colocar al grupo en un círculo, para que todos los alumnos y alumnas puedan verse de frente. • El aplicador da las instrucciones adecuadas. (ver manual del docente) • Resolver dudas de acuerdo a la actividad (técnica grupal) • Iniciar con la actividad 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos Humanos
	Técnica Grupal (Rompe hielo)	30 Min.		

OBJETIVO: Descubrir y reconocer los contenidos matemáticos referentes a las fracciones, a través de la elaboración de figuras de papel (Origami).

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Fracción: concepto, elementos y tipos	Origami	40 Min.	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Se elaborarán dos figuras de papel: rehilete y cubo (Anexo 4) La primera figura se elabora de manera individual, para esto se reparten hojas de colores y se le da la instrucción al grupo al mismo tiempo que se elabora por el instructor. En cada paso de construcción se cuestiona al grupo sobre algunos conceptos de partición y parte todo. Para la segunda figura se reparte una cartulina por cada equipo de 3 integrantes se le da la instrucción al grupo al mismo tiempo que se elabora por el instructor. En cada paso de construcción se cuestiona al grupo sobre algunos conceptos de partición y parte todo. Se afinan las dos figuras. Se pide comentar la actividad. 	<ul style="list-style-type: none"> Recursos humanos Hojas de colores Cartulinas de color

OBJETIVO: Señalar los contenidos matemáticos de las fracciones equivalentes y simplificación de fracciones.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Fracciones Equivalentes y Simplificación de fracciones			Actividad 1	
	Plantillas de Fracciones	10 Min.	<ul style="list-style-type: none"> • Por tercias se elaborará el material de las platillas de fracciones (en foami). (Anexo 5) • Se deben respetar los colores respectivos que se piden en los moldes, moldes que también serán proporcionados por el aplicador. • A través de la manipulación del material, los alumnos podrán descubrir y adentrarse al contenido de fracciones específicamente en las equivalentes. • Realizar los ejercicios con ayuda del material recortable (Anexo 6) 	<ul style="list-style-type: none"> • Moldes del anexo 5 • Foami de colores (café, rojo, amarillo, verde, azul, blanco, morado y anaranjado) • Recursos Humanos • Ejercicio del anexo 6
			Actividad 2	
	Juego “El Equivalente”	20 Min.	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer equipos de 4 personas. • Repartir el material para la resolución de la actividad. • Dar un tiempo aproximado de 15 minutos para su desarrollo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tablero (Anexo 7) • Recursos Humanos • 8 fichas de color por alumno/a

OBJETIVO: Reconocer y distinguir las diversas formas de interpretación de las fracciones: parte-todo, cociente operador.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Las fracciones y sus interpretaciones	Ejercicios 4x4	20 Min.	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para iniciar con esta actividad a cada uno de los alumnos y alumnas se les reparte el material correspondiente: el estuche 4x4 y las copias de los ejercicio (Anexo 9). • Se seleccionan dos personas que fungirán como observadores, durante toda la actividad. • Se coloca la respuesta en el pizarrón y se comenta la actividad, primero todos los alumnos y alumnas para que posteriormente los observadores hagan sus aportaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos Humanos • Lápiz y papel • Estuche de 4x4 • Copias (Anexo 9)
	Geoplanos	20 Min.	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dividir al grupo en 10 equipos para realizar esta actividad. • A cada uno de los equipos se les proporciona el geoplano y 6 ligas de color, el cual deberán colocarlas como lo indica la muestra. (esta la tiene el aplicador) • Las figuras a realizar (anexo10) • Resolver las preguntas que se encuentran en el manual del docente. 	<ul style="list-style-type: none"> • Geoplanos • Ligas de color (rojo, amarillo, blanco, azul, verde, • Recursos Humanos

OBJETIVO: Generar la resolución de problemas con los contenidos matemáticos referentes a fracciones mediante la recta numérica.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Las fracciones y sus interpretaciones	Ubicar en Recta Numérica	20 Min.	Actividad 1 <ul style="list-style-type: none"> • Se forman 6 equipos. • A cada equipo se le repartes una tarjeta con una fracción. • Se realiza una la recta, colocando las tarjetas acordes al número asignado. • Verificar resultado, y compartir experiencia a todo el quipo. • Finalmente de manera individual se deberá resolver el ejercicio (Anexo11) 	<ul style="list-style-type: none"> • Diurex • Tarjetas con fracciones • Plumones • Recursos Humanos
	Juego de Perinola	20 Min.	Actividad 2 <ul style="list-style-type: none"> • Se forman equipos de 4 integrantes. • Se les proporciona el material acorde al juego. • La finalidad de este juego consiste en la identificación de números decimales con números equivalente. Iniciando el juego. • Al finalizar se comentan dificultades y experiencias, por parte de los alumnos y alumnas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tablero (Anexo12) • Perinola • Fichas de colores • Recursos Humanos

OBJETIVO: Resolver problemas con números fraccionarios con las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división)

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Las fracciones y sus interpretaciones	Ejercicio 4x4	10 Min	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Este ejercicio se resuelve de manera individual y grupal. En orden se reparte el material correspondiente al estuche 4x4. Cada alumno y alumna corrobora sus resultados con la figura establecida. Se comentan sus resultados 	<ul style="list-style-type: none"> Material 4x4 Material de los (Anexos 14 y 14') Recursos Humanos
			<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> El grupo será dividido en dos partes. Al primero se les reparte el ejercicio de manera individual, mientras que al resto del grupo se les reparte el material en parejas. El ejercicio es el Anexo 15 Se resuelve el ejercicio Comparten opiniones Se da la solución 	<ul style="list-style-type: none"> Material 4x4 Material de los anexo 14 Recursos Humanos Lápiz

OBJETIVO: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Plantillas de fracciones

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Plantillas Fraccionarias (Resolución Individual)	10 Min	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Se les proporciona a los alumnos y alumnas 10 cuadros de cartulina de color, con un dibujo de un círculo. Cada alumno deberá recortar todo el contorno del círculo, dividiéndolo en $1/2$, $1/3$, $1/4$...etc. 	<ul style="list-style-type: none"> Cuadros de cartulina de colores diversos Tijeras Recursos Humanos
	Plantillas Fraccionarias (Resolución Grupal)	30 Min	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Se forman tercias, las cuales deben ser con el compañero más cercano. En el pizarrón se coloca un ejercicio que deberán resolver con ayuda del material que acaban de recortar. Discutir y debatir los resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> Material elaborado con las Plantillas Lápiz o pluma Recursos Humanos

OBJETIVO: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Tangram.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Tangram (Exploración)	15 Min	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para iniciar con la actividad es necesario que a cada alumno se le proporcionen las 6 figuras geométricas correspondientes al tangram chino (Anexo 17). • Se da un tiempo considerable para que cada alumno construya el cuadro. • Al terminar esta actividad, por parejas se proporciona un segundo tangram, el cual deberán resolver pero ahora con la ayuda del compañero (Anexo 17') 	<ul style="list-style-type: none"> • Tangram chino y otros (Anexo 17 y 17') • Recursos Humanos
	Tangram (Resolución de problemas)	25 Min	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Por equipos de cuatro integrantes se les proporciona una cartulina con un tangram dibujado (con el que deberán explicar la actividad) • Dar el ejercicio anexo en la descripción de esta actividad (Ver manual del docente) 	<ul style="list-style-type: none"> • Cartulina de color • Ejercicio escrito • Recursos Humanos

OBJETIVO: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Regletas.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Regletas (Exploración)	10 Min	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esta actividad permite a los alumnos y alumnas crear su material que le servirá para la resolución de los ejercicios posteriores. • A cada alumno se le reparten un pedazo de cartulina de colores, los cuales debe recortar de dependiendo el tamaño de la tira. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cartulina de colores • Tijeras • Recursos Humanos
	Regletas (Resolución de problema)	30 Min	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se deben formar parejas para la resolución de esta actividad. • A cada pareja se les da un problema y deben resolverlo utilizando las tiras de papel. • Al terminar cada problema se deberá dar al grupo la siguiente pregunta: ¿Cómo podrías resolver el mismo problema con otra actividad o con otro material? 	<ul style="list-style-type: none"> • Lápiz • Ejercicio • Recursos Humanos

OBJETIVO: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante diversos materiales concretos

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Rompecabezas de triángulo	15 min	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esta actividad es de manera individual, cada estudiante deberá formar un cuadrado con las piezas del rompecabezas de triángulo • Se debe tomar en cuenta los moldes (anexo 18) • Se reparte el material a los/as alumnos/as, dándoles un tiempo considerable para su resolución • Comentan dificultades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos Humanos • Material recortable (Anexo 18)
	Rompecabezas de Triángulo	20 Min.	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • En esta actividad se forman equipos de tres personas, las cuales tratan de solucionar el problema escrito que será colocado en el pizarrón. • Después de 10 min, los alumnos serán agrupados con 6 integrantes cada uno, es decir, se juntarán dos equipos. • Realizan el ejercicio • Se corrobora los resultados • Comentar la actividad 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos humanos

OBJETIVO: Generar la retroalimentación en el contenido fracciones, mediante la resolución de problemas matemáticos.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Resolución de problemas (Grupal)	30 Min.	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esta actividad debe tener la finalidad de resolución en equipo de problemas mediante la ayuda de los compañeros. • Se deben formar 6 equipos en el grupo. • Cada equipo se les proporciona solamente un pliego de papel craf en ella tendrán dibujado una figura (circulo, tangram y las tiras) • Se colocara frente al pizarrón un ejercicio que deberán resolver todos los equipos. • Al finalizar el trabajo en equipo, cada uno expondrá la resolución de su trabajo. • Hay que considerar que habrá un observador que hará anotaciones todo el tiempo 	<ul style="list-style-type: none"> • Papel craf (con dibujos como circulo, tiras y tangram) • Recursos Humanos

OBJETIVO: Debatir y resolver problemas en equipo los problemas planteados, con ayuda del material concreto

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
La Fracción como Razón	Elaboración de problemas por equipo	15 Min.	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Formar equipos de 5 integrantes cada uno. Cada equipo deberá realizar un ejercicio respecto a lo visto en la sesiones 8, 9 y 10 con el tema de fracciones con situación de razón. En esta actividad por equipo se inventaran los alumnos dos ejercicios que contenga el mismo contenido a las sesiones pasadas. 	<ul style="list-style-type: none"> Lápiz Papel Recursos Humanos
	Resolución de Problemas	30 Min.	<p>Actividad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Para elaborar los ejercicios el grupo se dividirá en dos partes, se formaran competencias asignándose un nombre y los ejercicios planteados serán resultados por ambos equipos El equipo que termine los ejercicios de manera correcta será la ganadora. Debatir resultados 	<ul style="list-style-type: none"> Lápiz Papel Recursos Humanos

OBJETIVO: Generar la participación de todos y todas los/as alumno/as, que permia el cierre del programa de intervención educativa, mediante una técnica grupal.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
Cierre	Técnica Grupal	40 Min.	<p>Actividad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Todo el grupo deberá sentarse en círculo para que todos puedan verse, de acuerdo con el número asignado por el aplicador. • Se dan las instrucciones de dicha actividad. • Se inicia con la actividad • Finalmente se comenta. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos Humanos • Papeles de colores

OBJETIVO: Aplicar y analizar los resultados de la evaluación final a los dos grupos (control y experimental) de primer grado de educación secundaria.

TEMA	ESTRATEGIA	TIEMPO	ACTIVIDAD (ES)	MATERIAL
<p>Prueba Postest (Tipo Examen)</p>	<p>Resolución de la evaluación Final</p>	<p>De 30 min. a 45 min.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Dar frente al grupo las instrucciones para la elaboración inicial a los alumnos y alumnas de los dos grupos (control y experimental). • Repartir a los alumnos y alumnas la evaluación de manera ordenada. • Resolver dudas, respecto a cómo contestar la evaluación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lápiz • Evaluación Final (Anexo 19)

MANUA

DOC

PRESENTACIÓN

Este manual del docente tiene como finalidad apoyar al aplicador o en dado caso al profesor o profesora durante todo el *Programa de Intervención Educativa “Quebrando Ideas Numéricas (QIN)”*, el cual tiene como objetivo principal, favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje del contenido matemático: fracciones como situación de razón, a través de la resolución de problemas, con ayuda de material concreto.

Considerando como un material anexo al *Programa de Intervención Educativa QIN*, este manual en su contenido servirá de complemento, el cual describirá el número de sesiones, las actividades seleccionadas dependiendo del contenido, así como algunos otros aspectos que servirán de apoyo al aplicador o al docente que este encargado de su desarrollo.

Los aspectos descritos en este manual son los siguientes:

- **No. de Sesión:** Es importante considerar el número de sesión, para poder corroborar las actividades descritas en el *Programa de Intervención Educativa “Quebrando Ideas Numéricas”*, además de tener la secuencia adecuada para su aplicación.
- **Objetivo:** En este rubro se escriben y describen los objetivos específicos establecidos en cada una de las sesiones, contestando a la pregunta ¿Qué?, dando pauta a reconocer lo que se pretende desarrollar en cada una de las sesiones.
- **Actividad:** La actividad o actividades serán enumeradas, debido a que en ocasiones algunas sesiones no sólo están conformadas por

una actividad sino por dos o tres, dependiendo de lo que se pretende desarrollar, sin embargo también se incluye una rúbrica de “evaluación”, la cual enlista la actividad o actividades seleccionadas como complemento a la estimación que se se hace. En una manera muy general, cabe señalar que la descripción de la actividad es parte esencial a este rubro.

- **Descripción:** Este rubro nos permite describir de manera específica los pasos que se deben llevar a cabo en las actividades seleccionadas para la aplicación del *Programa de Intervención Educativa “Quebrando Ideas Numéricas”*. En este aspecto se pretende responder a la pregunta ¿Cómo? que se pretende lograr el objetivo planteado.
- **Lugar:** Este es mencionado para reafirmar el contexto de anterioridad, especificando el espacio en donde se aplicará.
- **Recomendaciones:** Este último criterio es dirigido al aplicador o docente aspectos importantes que se debe tener en cuenta durante la aplicación de las actividades del programa. Sin embargo la notificación de este rubro pretende responder a la pregunta ¿Por qué? más detalladamente los motivos de la aplicación.

Después de describir los criterios considerados en este manual del docente del *Programa de Intervención Educativa “Quebrando Ideas Numéricas”*, se detallan a continuación las actividades seleccionadas para su aplicación, descritas por sesión.

SESIÓN 1

Objetivo: Aplicar y analizar los resultados de la evaluación inicial (Pretest) a los/as alumnos/as de primero de secundaria (Grupo Control y Grupo Experimental).

ACTIVIDAD 1 “Prueba de Pretest”

Descripción:

- Para lograr la atención de los alumnos y alumnas se debe presentar el aplicador (diciendo su nombre y las finalidades de la prueba sin olvidar especificar que dicha prueba no tiene repercusiones en su aprovechamiento escolar) con la finalidad de lograr la confianza en los estudiantes.
- Posteriormente se les da las siguientes instrucciones:
 - Guardar todas las pertenencias que estén en su mesa o paleta.
 - Se debe resolver la siguiente prueba con lápiz o pluma.
 - Se pueden hacer anotaciones, dibujos o algún tipo de operación dentro de la hoja.
 - Contestar todas, las preguntas, sin olvidar dejar alguna en blanco.
 - Cuando se haya finalizado la realización de la prueba levantarán la mano para que se les recoja la evaluación.
- Repartir las evaluaciones de manera ordenada y responderla.
- Aclarar cualquier tipo de duda para la resolución de la prueba.(Evaluación inicial)

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- La aplicación de la evaluación debe iniciarse con todos los/as alumnos/as.
- Al finalizar la prueba por parte de los/as alumnos/as, levantarán la mano para que el aplicador pueda recoger las evaluaciones.
- Cada alumno/a deberá esperar en su lugar hasta que el aplicador haya terminado de resolver la evaluación.
- Durante la aplicación se deberá llenar el “Formulario de Evaluación” (Anexo 2).

EVALUACIÓN

Descripción:

- En esta primera sesión no existe ningún tipo de evaluación.

SESIÓN 2

Objetivo: Establecer en el grupo un ambiente de colaboración, armonía y confianza (rapport) mediante una técnica grupal, para la presentación.

ACTIVIDAD 1 “Técnica Grupal (Presentación)”

Descripción:

- Para iniciar la actividad a todos los alumnos/as se les repartirá una tarjeta de cartulina (de tamaño aproximado de 10x8cm).
- Las instrucciones de esta actividad son las siguientes:
 - En la tarjeta que se les acaba de dar deberán escribir su nombre, o alguna manera en que les nombren (que sea de su gusto).
 - Debe ser con letra de buen tamaño y legible, para que todos podamos leerlo con claridad.
 - Deben hacerlo como gusten, utilizando su creatividad y los recursos con los que pueden contar.
 - Al terminar con su nombre, deberán colocar en el reverso su nombre, su edad, algunos gustos (música, color, pasatiempo, etc.)
- Comienza la actividad no.2, hasta que todos y todas hayan terminado su gafete, colocándoselos con un seguro en una parte visible.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Dejar que los/as alumnos/as desarrollen su creatividad.

ACTIVIDAD 2 “Técnica Grupal (rompe hielo)”

Descripción:

- A partir de que cada alumno/a escriba deberá colocarse el grupo en un círculo para que todos/as los/as alumnos/as puedan verse.
- Esta técnica tiene la finalidad de crear un ambiente de acercamiento por parte del aplicador para, en otras palabras, decir, generar en el grupo el rapport.
- El aplicador da las siguientes indicaciones:
 - Ya que estamos sentados en un círculo, debemos vernos unos con otros con orden y respeto, así como a nuestros compañeros.
 - Cada uno de nosotros debe decir el nombre de su grupo, diciendo el nombre que mejor describa nuestros intereses.
 - Si alguno de ustedes desea hacer algo más podrá hacer, sin olvidar que es una actividad de presentación.
- Esta actividad, debe generar un ambiente de confianza para conocer algunos intereses de sus compañeros, así como las finalidades también a lograr es escucha activa, las cuales son las expectativas del programa.
- De cierta manera se busca conocer al grupo, fomentar la interacción entre iguales, la comunicación de liderazgo y de qué tipo, como puede ser el trabajo en equipo, y sobre todo las expectativas.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Después de que el aplicador da indicaciones se deja a elección libre, como se inicia la actividad, si es por algún orden, al azar o voluntariamente.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Antes de comenzar esta actividad se les deberá indicar a los/as alumnos/as que en todas las sesiones o al menos en la mayoría, se dejara un tiempo aproximado de 10 minutos para hacer la retroalimentación, comentando la actividad o actividades realizadas en cada una de las sesiones.
- Ya aclarada esta cuestión, se parte de los comentarios de los mismos estudiantes.
- Se deja que los alumnos y alumnas expresen sus opiniones, comentarios y sugerencias.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- El aplicador deberá generar una participación ordenada.
- Generar en el grupo un ambiente de colaboración.

Objetivo: Descubrir y reconocer los contenidos matemáticos de las fracciones a través de la elaboración de figuras.

ACTIVIDAD 1 “Origami”

Descripción:

- Para esta actividad se dividirá en dos tiempos con la finalidad de realizar una figura de papel con las siguientes hojas de color (verde fuerte, amarillo, azul, rojo y negro).
- Las hojas se dividen en cuatro pedazos, cada uno en un cuadrado, de ahí se hacen los dobles para el ensamble de las ocho piezas, para formar una figura de rehilite. (Las instrucciones más detalladas se encuentran en el anexo 4)
- Conforme se va realizando la figura se van planteando temas referentes al contenido de fracciones. Cuando se termine la figura se pregunta a los estudiantes lo siguiente:
 - Si comenzamos a cerrar las figuras, ¿qué geometrías se obtienen (en el caso de las figuras de color)?
 - ¿Cuántos pedazos de color azul se necesitan para formar la figura?
 - Si tuviéramos que decir, ¿cuántos triángulos y las piezas de color rojo se necesitan para formar la figura?
 - ¿Qué fracciones podemos sacar de la figura y con los diferentes colores?, etc.

- Comentar la actividad, dando un tiempo aproximado para su resolución de 15 a 20 minutos.
- La segunda fase de esta actividad consiste en dividir al grupo en equipos de 3 integrantes cada uno elaborarán un cubo de 9 cubitos.
- Se les reparte media cartulina a cada equipo y se elaboran tiritas de papel, para formar los cubitos.
- Cada cubo necesita ocupar tres tiras de papel. Por lo tanto son 27 tiras de papel y tres extras.
- Se elabora y se ensambla cada cubito. (Las instrucciones más detalladas se encuentran en el anexo 4)
- Durante su elaboración, se realizan preguntas como las siguientes:
 - ¿Cuántos cuadritos de cartulina tenemos?
 - ¿Cuántos cuadros en el centro se forman?
 - ¿Es posible dividir esta figura de otra manera?
 - ¿Qué fracción representaría los cubos que se forman en el centro, si se toma en conjunto toda la figura?,
 - ¿Qué fracciones podemos obtener de los cubos respecto a la totalidad del cuadrado que se forma?
 - Si pudiéramos dividir cada uno de los cuadrados en triángulos, ¿Cuántos triángulos obtendremos en total?
- El tiempo aproximado a esta actividad es de 20 min.
- Se debe considerar que las preguntas serán empleadas conforme las figuras se estén realizando, para poder retomar la atención y la participación de los alumnos y alumnas.
- Dejar que los alumnos exploren y puedan contestar las preguntas nos permite conocer con que conocimientos cuentan los/as alumnos/as.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Cada alumno y alumna deberá elaborar un cubo de papel de $\frac{1}{4}$ de la hoja de color.
- Se deben dar claras las instrucciones para que los alumnos y alumnas entiendan, especialmente porque el grupo es numeroso.
- Se debe indicar paso por paso los dobleces.
- Tomar en cuenta la actividad descrita para la retroalimentación siguiente, mediante la cual se permitirá retomar e iniciar el concepto de fracción con los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Se hace la retroalimentación partiendo de la relación que tiene la actividad de Origami, para la actividad de fracción.
- Ante esta pregunta se pretende hacer conocer las opiniones de los estudiantes.
- Elaborar el cierre con los comentarios de los estudiantes.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Se pueden abordar varias preguntas referentes a la actividad.
- Si sobra tiempo se puede elaborar otra figura.

SESIÓN 4

Objetivo: Señalar los contenidos matemáticos de las fracciones equivalentes y simplificación de fracciones.

ACTIVIDAD 1 “Plantillas de fracciones”

Descripción:

- Para comenzar la actividad los integrantes del grupo se deberán agrupar en tercias.
- A cada tercia se les proporciona el siguiente material:
 - Hojas de foami en colores: rojo, azul, café, morado, anaranjado, amarillo, blanco y verde.
 - Tijeras.
 - Moldes del Anexo 5.
- Cada tercia deberá recortar en foami con ayuda de los moldes las figuras anexas.
- Una vez recortados los moldes en foami se resuelve la actividad que se proporciona en una copia con algunas que deberán ser resueltas en el mismo equipo de trabajo. (Anexo 6).
- La actividad (Anexo 6) tiene la finalidad de descubrir las diferentes fracciones equivalentes que se pueden formar, ante esto los alumnos y alumnas conocerán y comprobarán sus resultados con el material que tienen en sus manos.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Esta actividad, debe respetarse los colores que se le colocan en los moldes, para que pueda resolverse con la actividad escrita correspondiente.

- Los anexos pueden ser ampliados dependerá del aplicador.

ACTIVIDAD 2 “El “Equivalente”

Descripción:

- Para comenzar la actividad es necesario agrupen en equipos de 4 integrantes.
- Se reparte el material correspondiente consta del siguiente:
 - Un tablero (Anexo 7)
 - 36 fichas de color en total (8 fichas de cada color)
 - Un dado (en cada una de sus caras las fracciones: $1/1$, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ y $1/6$)
- La idea de este juego, “El Equivalente” es que los estudiantes reconozcan las fracciones equivalentes. Se reparten las fracciones: $1/1$, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ y $1/6$, a los estudiantes y se les explican las fracciones los/as alumnos/as esclarezcan las fracciones.
- El juego tiene las siguientes reglas:
 - Para seleccionar el turno de los jugadores se tirará el dado cada uno de los jugadores tirará el dado y saque la fracción más grande.
 - Todos los jugadores se les asigna una casilla. El último jugador es el que saca la fracción más grande.
 - Los jugadores por turno de los jugadores se les asigna una casilla (dependiendo del color seleccionado) y se les asigna una casilla que corresponda a la fracción que saque dependiendo la fracción que apunte el dado.

- El tiempo que tiene cada jugador para seleccionar la casilla no debe ser mayor de los 15 segundos, en caso de que el tiempo haya finalizado el jugador perderá su turno, y seguirá el siguiente jugador.
- Si por alguna razón se han ocupado todas las casillas de alguna fracción en específico a la que corresponda el dado, se deberá decir “paso”. Y se continúa el juego.
- Si el jugador ha dicho “paso” y aun hay casillas por tirar (según el dado) perderá un turno.
- El primer jugador que coloque primero sus 8 fichas, será el ganador.
- Se deberá terminar el juego hasta que todos hayan terminado con sus respectivas fichas o cuando ya esté lleno el tablero de fichas.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Hay que tomar en cuenta que las fracciones que busquen los/as alumnos/as, debe ser la correcta, por eso todos los participantes deben estar pendientes en la respuesta del compañero que ha tirado el dado.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Antes de repartir la actividad (Anexo 8), los/as alumnos/as, se agruparán en parejas.
- Posteriormente se reparte una copia de la actividad, el cual deberán resolver en un tiempo aproximado de 15 min.
- Las preguntas deben ser contestadas, sin dejar alguna en blanco.

- Cuando los/as alumnos/as hayan terminado el equipo más cercano (para que los grupos tengan 4 integrantes).
- Se comentan las respuestas.
- Finalmente la pregunta 7, se responde en grupo.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Mantener el orden en el grupo.
- Generar la participación y la iniciativa de los alumnos/as.
- Se hace la respectiva retroalimentación a cada grupo, en la cual corresponde a que las fracciones elegidas por los alumnos/as pueden explicar la simplificación de estas.

SESIÓN 5

Objetivo: Reconocer y distinguir las diversas formas de interpretación de las fracciones: parte-todo, cociente y operador.

ACTIVIDAD 1 “Ejercicio 4x4”

Descripción:

- A cada uno de los alumnos y alumnas se les deberá repartir el material correspondiente, este consta de una caja de CD transparente con la división de 16 casillas, las cuales tienen colocadas las letras del abecedario (De la A a la P). además contiene 16 fichas rectangulares, las cuales contienen los dieciséis números (Del 1 al 16), al reverso de estas fichas, cada una de ellas tiene una combinación de colores, ya sea blanco-morado y blanco-azul o la combinación de blanco- café y blanco-azul (Debido a que existen dos tipos de estuche de 4x4)
- Las instrucciones generales para esta actividad son las siguientes:
 - Siempre que se reparta este estuche, se debe anexar algunos ejercicios, en el cual el modo de contestar parte de la pregunta que esta de encabezado en la hoja.
 - La actividad anexa consta de ejercicios enumerados del 1 al 16, correspondientes a las fichas de este material.
 - Cada una de estas fichas corresponde a las casillas marcadas en el estuche, que a su vez, son las posibles respuestas enlistadas con las letras (comenzando desde la A hasta la P)
 - La resolución de esta actividad consiste en relacionar las fichas con las casillas, dependiendo de lo que se

pregunte, es decir, debe existir la pregunta y la respuesta.

- Para comprobar los resultados, el CD, se volteara y así se obtendrá de la actividad que se ha propuesto.
- Por lo que se recomienda no hablar al querer formar la figura, pues se requiere una cierta lógica. Lógica que no permite adivinar.
- En esta sesión la actividad que se incorpora es la que se encuentra en el Anexo 9, la cual se repartirá por cada uno de los alumnos y alumnas.
- Cabe aclarar que para que esta actividad sea exitosa, se elegirá a dos alumnos o alumnas, que durante dicha actividad, ellos deberán percatarse de los errores que sus compañeros realizan la actividad, para comentarlo.
- Se da un tiempo considerable para completar la actividad, finalizando los alumnos deberán levantar la mano, cuando todos hayan terminado se muestre la respuesta en el reverso del CD.
- Colocando en el pizarrón la respuesta, se muestra en el Anexo extra, al final de este manual.
- Cada alumno verificara su figura.
- Comentar la actividad (tomando en cuenta las observaciones de los observadores), preguntando si existe algún tipo de error.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- La asignación de roles puede variar, sin olvidar que puede ser de una manera aleatoria o dirigida.
- Los alumnos que fueron observadores, dan su comentario, conveniente a la resolución de los problemas.

ACTIVIDAD 2 “Geoplanos”

Descripción:

- El grupo estará dividido en 10 equipos (aproximadamente de 5 integrantes), esto dependerá del número total de alumnos/as en el grupo.
- A cada equipo se le proporciona el siguiente material:
 - Un geoplano
 - Ligas de colores (azul, blanco, amarillo, verde, anaranjado y rojo)
- Esta actividad está dividida en cuatro etapas:
- La primera consiste en encontrar las unidades de las figuras que están en verde, azul y amarillo, considerando a la unidad principal un cuadrado del geoplano.
- La segunda fase consiste en describir cuantas unidades hay en la figura “estrella”, y explicar cómo es que se afirma.
- La tercera pretende la construcción de una figura cualquiera, con la característica principal de que deben formarse con 7 unidades.
- Finalmente se da la siguiente instrucción:
 - Con las ligas de colores deberán elaborar dos figuras que contengan las siguientes aspectos: tres enteros, cuatro medios, tres cuartos y seis octavos.
- Para cada una de las fases se da un tiempo determinado, dependiendo de cuanta participación exista en el grupo.

- No hay que olvidar que la actividad es grupal, los integrantes de los subgrupos deben participar.
- A partir de la última elaboración de la figura, se debe explicar cómo es que llego a estructurar la figura.
- Finalmente se va comentando la actividad.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- En el anexo 10 se presenta las figuras que se elaboran en esta sesión, de la primera y segunda etapa.
- Se debe crear un ambiente de participación.
- Se puede complementar la actividad a través de preguntas como las siguientes:
 - ¿Qué conocimientos necesitan para resolver las respuestas planteadas?
 - ¿Consideran que el este material ayuda a comprender las fracciones?

EVALUACIÓN

Descripción:

- Teniendo como actividades antecedentes, se debe evaluar cuáles son las interpretaciones de paréntesis, el operador, haciendo alusión a preguntas como las siguientes:
- ¿Qué se aprendió?
- ¿Por qué se dice que una figura puede ser una fracción?
- Es posible desarrollar alguna otra actividad que permita visualizar el objetivo de la actividad.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Propiciar en los alumnos el conflicto cognitivo, para observar de manera explícita los razonamientos generados por los alumnos.
- Generar la participación.

SESIÓN 6

Objetivo: Generar la resolución de problemas matemáticos referentes a fracciones mediante la representación numérica.

ACTIVIDAD 1 “Ubicar en Recta numérica”

Descripción:

- Se forman 6 equipos
- El material que se les proporciona al equipo son:
 - Una tarjeta que contiene las fracciones $\frac{1}{2}$, 0.5, 0.75, 0.20 y $\frac{1}{4}$.
 - Diurex
- Las instrucciones para esta actividad son:
 - En el pizarrón se colocara una recta numérica y los alumnos deberán ponerse de acuerdo con la tarjeta que se les proporciona para ubicar los números en la recta.
 - No hay que olvidar que la tarjeta es para el grupo, donde el pequeño grupo decide.
- Al haber terminado la colocación de las fracciones en la recta, deberán regresar a sus lugares. Con el profesor verificando los resultados (la colocación de las fracciones en la recta).
- Se finaliza la actividad y si es necesario se realiza un momento de respeto se realiza y se pide que se explique el resultado.
- Al haber finalizado la representación en la recta, el profesor proporciona a los alumnos de manera individual el material (Anexo11) al ir terminando se levanta el aplicador recoja las hojas.
- No se deben olvidar colocar su nombre en la tarjeta.

- Se comenta la actividad y se pregunta si existió alguna complicación al tratar de solucionar el cuadro del ejercicio.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Ayudar a los compañeros a solucionar y verificar las respuestas (en la recta numérica).

ACTIVIDAD 2 “Juego de Perinola”

- El objetivo de esta actividad es que los alumnos y alumnas conozcan las equivalencias entre quebrados y decimales.
- Este juego contiene lo siguiente:
 - Tablero con los siguientes números: 0.3, 0.6, 0.2, 0.1, 0.01, 0.8, 0.5, 0.25 y 0.75. (Anexo 12)
 - La perinola tiene impreso números como: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$. (También se encuentra anexa)
 - 48 fichas de color (8 fichas por integrante)
- Se forman equipos de 6 integrantes y se dan las instrucciones.
- Las reglas del juego son las siguientes:
 - Para seleccionar los turnos correspondientes, cada alumno/a deberá tirar la perinola, el integrante que saque el menor número es el que comienza el juego, el siguiente será el que se encuentre del lado derecho de éste, así sucesivamente.
 - Los jugadores por turno, deberán girar la perinola, dependiendo en la cara de la perinola que caiga se buscará la equivalencia en números decimales.
 - El tiempo que tiene cada alumno/a para contestar y colocar su ficha, no es máxima a 15 segundos, si este

tiempo concluye y el jugador no puede continuar el siguiente jugador.

- Si por alguna razón las casillas no tienen fichas, según la fracción de la perinola se dice la palabra “paso”, para que el siguiente jugador tire tirando.
- El jugador ganador es el que primero coloca sus fichas.
- El juego termina hasta que todos los jugadores hayan colocado sus fichas o en dado caso cuando y
- El tiempo aproximado para este juego es de 15 minutos.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Los alumnos y alumnas deberán poner atención al momento de colocar la ficha, ya que puede haber confusión.
- El tiempo que se asigna al final es de 15 minutos, dependiendo el objetivo de la sesión y la retroalimentación y los comentarios si es necesario al respecto.

EVALUACIÓN

Descripción:

- A cada uno de los equipos se les proporciona una hoja (Anexo 13), que tiene la finalidad de un ejercicio de evaluación el cual se debe ordenar y colocar las fracciones.
- Al solucionar, se debe entregar la hoja al profesor.
- Finalmente comentar si existió algún tipo de dificultad.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Para hacer la sección de preguntas, se debe considerar de manera voluntaria o al azar.

Objetivo: Resolver problemas con números fraccionarios y operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).

ACTIVIDAD 1 “Ejercicio 4x4”

Descripción:

- Explicar en qué consiste el material. (El material esta descrita en la sesión 5 actividad 1)
- Repartir una hoja de los ejercicios, a cada alumno (Anexo 14 y 14')
- Cada alumno deberá resolver e incluso explicar a su compañero la actividad.
- Verificar la evaluación con la figura que se muestra.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Se recomienda verificar los resultados obtenidos para que pueda evaluarlos.
- Si existe algún error verificar y checarlo.
- Nota: El anexo 14 es de manera individual y el anexo 14' es grupal (en un equipo de tres integrantes).

ACTIVIDAD 2 “Ejercicio 4x4”

Descripción:

- En esta actividad en grupo total será dividido en dos secciones, una de ellas deberá resolver el ejercicio de números fraccionarios y la otra sección deberá resolver el ejercicio de números enteros.

- A todos los equipos y alumnos se les reparte la actividad del anexo 15.
- se elabora la actividad.
- Cada vez que vayan terminando los estudiantes deberán levantar la mano, para que se pueda observar quienes van terminando.
- Se coloca la figura que corrobora el resultado, frente al pizarrón.
- Verificar resultados y compararlos.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar la participación y la autocorrección en los alumnos y alumnas.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Para realizar la evaluación se comentan las deficiencias, así como las estrategias para solucionar las operaciones.
- Finalmente decir las técnicas para resolver la suma, resta, multiplicación y división.
- Proporcionarles a los alumnos y alumnas de manera individual el ejercicio (Anexo 16)

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Permitir que los alumnos y alumnas expongan sus ideas y que permita estructurar las ideas.

Objetivo: Resolver los problemas de contenido matemático mediante una interpretación de razón, mediante el material de fracciones

ACTIVIDAD 1 “Plantillas Fraccionarias”

Descripción:

- Para iniciar con esta actividad a cada equipo se les proporcionan 10 cuadrados de cartulina blanca, en el centro de cada uno un círculo dibujado en el centro, con un diámetro de 10cm.
- En el pizarrón se coloca la siguiente tabla:

Color del Círculo	División	Color
Azul	Completo	
Verde	2	
Rosa	3	
Amarillo	4	
Blanco	5	

- Cada alumno deberá de recortar de material de cartulina blanca como lo establecía la tabla anterior.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Hay que recordar que la división debe ser de cada uno de los casos.
- La actividad se hace con orden y rapidez.

ACTIVIDAD 2 “Plantillas Fraccionarias”

Descripción:

- Antes de repartir la actividad los alumnos y alumnas del grupo deberán formar tercias, para la realización de esta actividad.
- Ya que los estudiantes estén formados, deberán poner atención a las siguientes instrucciones:

En el pizarrón se colocara un ejercicio escrito, el cual deberán resolver, deberán tomar en cuenta todos los datos proporcionados.

- El material que tienen en sus manos podrá ser de ayuda para poder llegar a la solución.
- Los resultados obtenidos deberán ser escritos en una hoja, el cual contendrá los nombre de los integrantes que resolvieron el problema, en dicha hoja se pueden hacer anotaciones e incluso imágenes.
- Pueden comenzar.
- El problema siguiente será pegado o escrito en el pizarrón:

Para festejar el cumpleaños de Alejandra, sus amigos: Juan, Sofía, María, Rodrigo, Estela, Pedro y Laura; compraron tres pizzas; dos hawaianas y una de pepperoni. Los niños se reparten una piza hawaiana de manera equitativa, las niñas hacen lo mismo con la otra pizza hawaiana, mientras que la pizza de pepperoni es repartida entre todos los amigos, contemplando a la cumpleañera.

Alejandra comió dos rebanadas de pizza hawaiana y una rebana de pepperoni y Pedro comió dos rebanadas de pizza hawaiana y una rebana de pepperoni; sin embargo las rebanadas que comió Pedro eran mayores en proporción.

¿Cómo se dividieron las dos pizzas hawaianas entre los niños/as como las niñas comieran lo mismo? Podrías decir cuánto comió cada niño en las pizzas hawaianas y la pizza de pepperoni

- Al finalizar la actividad se levanta la mano para que los estudiantes van finalizando el ejercicio.
- Para que al final se comente la actividad.
- Se deben resaltar las dificultades (si es necesario).

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Si existe alguna duda respecto a la resolución de los problemas debe aclarar.
- Generar un ambiente de participación y colaboración para la resolución de cada equipo.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Para hacer la retroalimentación respectiva se les responderán las siguientes preguntas: ¿cómo se resolvió el problema? ¿qué material facilitó para la resolución de los problemas?
- Con estas preguntas se escuchara a los estudiantes que quieran participar, especialmente a aquellos que tengan duda al respecto.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar un ambiente de participación y colaboración.

SESIÓN 9

Objetivo: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Tangram.

ACTIVIDAD 1 “Tangram”

Descripción:

- Esta actividad tiene la finalidad de desarrollar en los estudiantes la creatividad y su pensamiento matemático a través de un problema común, pero que pocas veces es usual.
- A cada alumno se les repartirá las 6 figuras geométricas, que conforman el tangram chino, cada uno deberá resolver el cuadrado correspondiente en no más de 15 min.
- Al terminar el tangram Chino (Anexo 17), por parejas se les reparte otro tangram, para que resuelvan, este otro tipo de tangram puede ser alguno de los tres que se encuentran anexos (Anexo 17’).

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Es necesario que los alumnos se ayuden unos con otros, sin olvidar que no se deben copiar.

ACTIVIDAD 2 “Tangram”

Descripción:

- En esta actividad se deberán formar equipos de cuatro integrantes cada uno, con la finalidad de resolver el siguiente ejercicio:

En un terreno cuadrado de 1200 m^2 habita un campesino, en la mitad de su terreno está construida su casa, en un $\frac{1}{4}$ del terreno tiene animales: gallinas, vacas, cerdos y conejos, en el terreno restante siembra jitomate, tomate y

zanahoria. Produce la misma cantidad de tomate y jitomate. ¿Cuántos metros cuadrados ocupa para sembrar jitomate y zanahoria si la relación entre el jitomate y la zanahoria es de 3:2.

¿Cuántos metros cuadrados ocupa para sembrar tomate?

¿Cuántos metros cuadrados de jitomate hay?

¿Cómo llegaste a solucionarlo?

- Con las piezas sueltas de la figura siguiente, el cuadrado debe tener una diagonal.
- Se les da un tiempo considerable para resolver el problema.
- Finalmente se comparten resultados y se discute el problema.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar en los alumnos la explicación de su problema.
- Comprobar el problema.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Mediante las actividades realizadas en el aula se evaluará a los alumnos si han aprendido algo, y como por medio de las fracciones.
- Generar la participación y el esclarecimiento de dudas.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Comentar y escuchar a los compañeros.
- Debe ser una clase con orden y respeto a los compañeros.

SESIÓN 10

Objetivo: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante el material concreto: Regletas.

ACTIVIDAD 1 “Regletas”

Descripción:

- A cada alumno y alumna se les proporciona cartulina de colores, la cual deberán recortar como lo menciona la siguiente tabla:

Color de la tira	División	Color de la tira	División
Azul	Completo	Azul	6
Verde	2	Verde	7
Rosa	3	Rosa	8
Amarillo	4	Amarillo	9
Blanco	5	Blanco	10

- La tabla deberá pegarse en el pizarrón, para que todos los alumnos y alumnas puedan verlo.
- Hay que recordar que cada tira debe medir 20 cm de largo.
- Se deben recortar dos tiras por color.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Hay que recordar que deben ser recortadas de igual tamaño, ya que es fraccionario.

ACTIVIDAD 2 “Regletas”

Descripción:

- Para comenzar la segunda actividad es necesario que se organicen en parejas entre los alumnos/as.
- Repartir a cada pareja el siguiente problema:

Una costurera necesita elaborar una cortina de tela verde y blanca. Para elaborar la cortina necesita unir varios metros de tela de cada color. Si la razón entre la tela verde y blanca es de 12:8, ¿cuántos metros de tela necesita?

- Darles el tiempo considerable para solucionar el problema.
- No se debe olvidar resolver dudas si es necesario.
- Comentar resultados.
- Hacer una pregunta al finalizar la actividad para verificar si resolvieron el mismo problema con otra actividad.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Propiciar a los alumnos y alumnas la utilización del material concreto para solucionar el problema.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Esta actividad tiene la finalidad de hacer que los alumnos y alumnas reflexionen especialmente con la ayuda de los compañeros, para dar cada uno de los alumnos.
- Aclarando dudas y escuchar comentarios.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Crear la participación.

SESIÓN 11

Objetivo: Resolver los problemas de contenido matemático fracciones, con una interpretación de razón, mediante diversos materiales concretos

ACTIVIDAD 1 “Rompecabezas con triángulos”

Descripción:

- A cada alumno y alumna, se les reparte el material ya sea en papel o en foami, del rompecabezas (Anexo 18), el cual constituye de 16 triángulos del mismo tamaño y forma.
- Cada alumno deberá realizar un cuadrado exacto, con el material proporcionado.
- Verificar resultados.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Esta actividad nos permite generar la creatividad en los alumnos y alumnas

ACTIVIDAD 2 “Rompecabezas con triángulos”

Descripción:

- Para realizar esta actividad se realizan tercias.
- En el pizarrón se coloca el siguiente problema:

En el pueblo de San Marcos se lanzó una convocatoria para el concurso de “Azulejos de colores”, para esto Alberto, un albañil conocedor de superficies y de azulejos, se inscribe al concurso. Alberto deberá diseñar una figura original, sin olvidar que debe ser de forma rectangular. La única condición del concurso es que debe utilizar azulejos triangulares de 3 colores diferentes.

¿Podrías ayudarle a Alberto a realizar su diseño o

- A los 10 min. Se agrupan dos equipos y se agrupan los equipos en 6 integrantes.
- Se resuelve el problema
- Comentan resultados, mediante la pregunta: ¿Podrías ayudarle a Alberto a realizar su diseño o problema?

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Propiciar la participación en los alumnos

EVALUACIÓN

Descripción:

- Para poder hacer el cierre de esta sesión se comentan los resultados obtenidos en las dos actividades.
- Se resuelven dudas.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar un ambiente de armonía y participación

SESIÓN 12

Objetivo: Generar la retroalimentación en el contenido fracciones, mediante la resolución de problemas matemáticos.

ACTIVIDAD 1 “Resolución de problemas”

Descripción:

- Para esta actividad se enumeran los alumnos del 1 al 6, para que se puedan formar equipos, agrupándose de tal manera de 1 con 1, 2 con 2, etc.
- Ya que estén integrados los 6 equipos se les da un pliego de papel craft.
- Por cada equipo se elige un representante, al cual el docente o el aplicador les deberá las siguientes instrucciones:
 - Este es un problema que deben resolver entre el equipo, ustedes solo darán las instrucciones y se dedicaran a observar.
 - A cada equipo se les asigna una característica, (regletas, platillas y tangram).con el cual deberán resolver el ejercicio.
 - No hay que olvidar que deben utilizar su creatividad y su imaginación, por que deberán explicarlo frente a sus compañeros.
- Se les da a los alumnos un tiempo considerable para solucionar el problema.
- El problema es el siguiente:

En una empresa automovilística, los empleados y empleadas se encuentran divididos en dos turnos el matutino y el vespertino.

- *La razón entre el grupo de empleados de 12:15*
- *La razón entre los empleados y empleadas matutino es 5:6*
- *La razón entre los empleados y empleadas vespertino es de 10:5*

¿Cuál es la razón entre los empleados del turno matutino a las empleadas del turno vespertino?

- Se comparten los resultados

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar un ambiente de participación activa en la realización del ejercicio.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Mediante los resultados obtenidos en la actividad se realiza el cierre a las preguntas y conclusiones de los alumnos al respecto, contestando las preguntas más complicadas responder al ejercicio planteado.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Se puede hacer el cierre de la actividad con una reflexión.

SESIÓN 13

Objetivo: Debatir y resolver problemas en equipo los problemas planteados, con ayuda del material concreto

ACTIVIDAD 1 “Elaboración de Problemas”

Descripción:

- Se deben formar equipos de 5 integrantes cada uno.
- Cada equipo deberá utilizar su ingenio y creatividad para la elaboración de un ejercicio, respeto a lo visto en las sesiones 8, 9 y 10, con el tema de fracciones como situación de razón.
- Cada equipo escribe su ejercicio en una hoja, sin resolverlo.
- Un alumno seleccionado deberá pasar a recoger los ejercicios para que se puedan leer en voz alta.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Debe ser un ejercicio complicado y sobre todo que toque el tema que se necesita ver.

ACTIVIDAD 2 “Resolución de problemas”

Descripción:

- Para continuar con la actividad anterior es necesario que el grupo se divida en dos grandes equipos (derecha-izquierda), cada equipo tendrá un representante el cual pasara al pizarrón a colocar los resultados correspondientes a cada ejercicio.
- Se van leyendo los ejercicios y cada equipo va contestando con ayuda de todo su equipo y en conjunto, para obtener la respuesta correcta.

- El equipo que junte mayores puntos, será el ganador.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Se le puede premiar al equipo ganador con una actividad o algo más, o una cosa.
- Ayudar a los alumnos a generar la participación de todos.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Para hacer el cierre de esta sesión se hará una pregunta: ¿Fue complicado formular los problemas?
- Escuchar las opiniones de los estudiantes.

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Darle la palabra aquellos alumnos que no participaron o de a los alumnos que casi no participan.

SESIÓN 14

Objetivo: Generar la participación de todos y todas los/as alumno/as, que permita el cierre del programa de intervención educativa, mediante una técnica grupal.

ACTIVIDAD 1 “Técnica Grupal”

Descripción:

- Para iniciar con la actividad a cada uno de los alumnos/as se les reparte una tarjeta de color con un número, el cual servirá para poderse colocar en círculo, de forma ordenada.
- Las instrucciones de esta actividad son las siguientes:
 - En la tarjeta que se les acaba de proporcionar deberán dibujar alguna imagen, figura, objeto, con el que se sientan identificado/a.
 - Después de haber dibujado la imagen, deberán intercambiarla con el compañero que está del lado derecho, hasta que todos queden con tarjetas distintas.
 - Finalmente se comienza con el número más alto (el alumno que tenga el número mayor en la tarjeta empezará la dinámica)
 - El o la alumna deberá decir lo que su compañero ha dibujado, si conoce alguno de sus intereses o gustos deberán anexarlos.
 - De esta manera al alumno que se esté describiendo se podrá auto describir, si es que cree que algo es conveniente complementar.

- La actividad finaliza cuando se ha terminado de describir la imagen

- En este caso la persona que este aplicando deberá agradecer la participación de todos los/as

Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- Generar la participación.
- Si es necesario se da un tiempo con respecto a la participación de cada alumno
- El tiempo por alumno no debe pasar de 1 minuto
- Generar en el grupo el respeto en cuanto a la vez al escuchar al otro.

EVALUACIÓN

Descripción:

- Debido a que los alumnos/as están sentados en círculo se les pide que en una hoja escriban alguna opinión del programa de intervención educativa. Se leen las siguientes preguntas:
 - ¿Qué te pareció el programa?
 - ¿Qué aprendiste?
 - ¿Qué no te gusto?
 - ¿Tuviste algún problema con alguna actividad?

Lugar: Salón de Clases o Patio de la escuela

Recomendaciones:

- Hay que recordarles a los alumnos y alumnas que sea anónimo.

SESIÓN 15

Objetivo: Aplicar la evaluación final (Posttest) a los/as alumnos/as de primero de secundaria (Grupo Control y Grupo Experimental).

EVALUACIÓN

Descripción:

- En esta primera sesión no existe ningún

ACTIVIDAD 1 “Prueba de Posttest”

Descripción:

- Se debe lograr la atención del grupo
- Posteriormente se les da las siguientes instrucciones:
 - Guardar todas las pertenencias que estén en su mesa o paleta.
 - Se debe resolver la siguiente prueba con lápiz o pluma.
 - Contestar todas, las preguntas, sin olvidar dejar alguna en blanco.
 - Cuando se haya finalizado la realización de la prueba levantarán la mano para que se les recoja la evaluación.
- Repartir las evaluaciones de manera ordenada.

Resolver la prueba. Lugar: Salón de Clases

Recomendaciones:

- La aplicación de la evaluación (anexo 19) debe iniciarse al mismo tiempo para todos los/as alumnos/as.
- Al finalizar la prueba por parte de los/as alumnos/as levantarán la mano para que el aplicador pueda recoger la evaluación.
- Cada alumno/a deberá esperar en su lugar hasta que todos hayan terminado de resolver la evaluación.
- Durante la aplicación se deberá llenar el formato de “Diario de campo”

ANEXOS

**“Material del Programa
Quebrando Ideas Numéricas”**

ANEXO 1

Cuestionario Para Docentes De Educación Básica

1. ¿Cuál de los siguientes temas presenta mayor dificultad para los alumnos?

	Contenidos	Respuestas
Aritmética	• No. Naturales y decimales	
	• Fracciones	* * * * *
	• Razonamiento proporcional	
	• Números con signos	
	• Raíz cuadrada	* *
Algebra	• Pre-algebra	
	• Ecuaciones lineales	
	• Plano cartesiano	
	• Factorización	
	• Ecuaciones de segundo grado	* *
Geometría	• Dibujos y trazos geométricos	
	• Figuras básicas	
	• Calculo geométrico	
	• Sólidos	
Probabilidad	• Noción de azar	
	• Diagrama de Árbol	
	• Noción clásica y frecuencia	
	• Cálculo con probabilidad	
Otros: Estadística (Por el tipo de información que debe manejarse)		

2.- ¿Por Qué?

Fracciones: Porque estamos utilizar números enteros/ Porque no son fácilmente aplicables a la vida cotidiana/ Debido a que los fundamentos de la noción de número se ve cuestionada, al darle otro significado a los números naturales/ Como profesor es difícil porque es contenido difícil de enseñar/ Porque no se le da mucha importancia

Raíz Cuadrada: Porque es complicado usar exponentes/ Porque el procedimiento resulta complicado explicar

Ecuaciones de Segundo Grado: Porque no comprenden la ecuación de primer grado/ Po que no saben despegar.

ANEXO 2

DIARIO DE CAMPO		
Fecha: No. Se sesión:	Tema:	Clase: Horario:
Desarrollo		
Evaluación		
Observaciones		

ANEXO 3

Evaluación Inicial

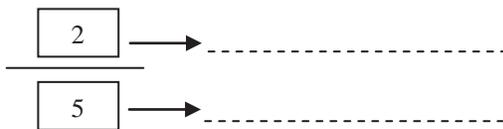
El siguiente cuestionario consta de una serie de preguntas, relacionadas con la materia de matemáticas, esta no tendrá calificación, por lo tanto no afectara tu promedio. Para resolverlo puedes escribir o hacer anotaciones en dicho cuestionario (operaciones, imágenes y/o dibujos) que sean necesarios.

¡GRACIAS POR TU COOPERACIÓN!

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada una de las preguntas, así sabrás que realizar, no dejes de contestar alguna.

1. Con tus propias palabras escribe que es una fracción:

2. Escribe sobre las líneas punteadas el nombre que corresponde a cada una de las partes de la siguiente fracción:



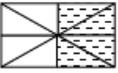
3. A continuación se presentan dos columnas, las cuales deberás unir con una línea continua, buscando que representen lo mismos:

- a. $1/6$
- b. 25%
- c. $6/7$
- d. $1/2$
- e. $4/8$
- f. $7/6$
- g. $30/100$
- h. 40%

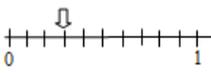
1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

4. Completa las siguientes oraciones con las palabras del siguiente recuadro:

Mixtas, Denominador, Propias, Fracción, Numerador,
Impropias, Unidad, Decimales.

La _____ es la representación de una parte como _____, la cual consta de dos elementos: _____ (es aquel número que se ubica arriba de la línea) y _____ (es el número que se ubica debajo de la línea).

- Las fracciones _____, son las que su numerador es mayor que su denominador.
- Las fracciones _____, son las que combinan un número fraccionario y un entero.
- Las fracciones _____, tienen el denominador mayor que el numerador.
- Las fracciones _____, son aquellas fracciones que están compuestas de un punto decimal.

5. Cinco trabajadores realizan una obra en 25 días. Laborando con la misma intensidad, ¿Cuántos días tardarán 8 trabajadores en realizar la misma obra?

R: _____

6. Un ciclista recorre 34 km cada hora. ¿Cuántos recorre en tres horas?, y ¿Cuántos en 5 horas?

R: _____

7. Una costurera necesita unir varios metros de listón de dos colores diferentes (azul y verde), sin embargo solo le proporcionaron el siguiente dato:

La razón entre el azul y el verde es de 6:4

¿Podrías ayudarle a la costurera a decir cuantos metros de listón necesita de cada color si en total debe medir 120 metro el listón unido?

R: _____

8. Un pintor debe cubrir una pared con dos tonos de pintura, si ocupa 54 litros para pintar una parte de la pared en color lila y se le ha terminado la pintura de ese color. ¿Cuántos litros de pintura rosa necesita para terminar la pared, si la razón de pintura rosa y lila es de 12:8?

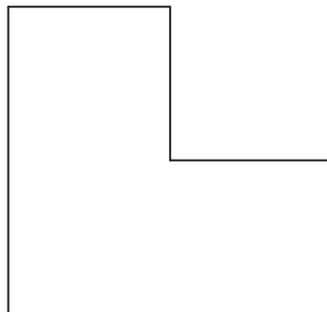
R: _____

9. Don Pedro y Doña Laura tienen un terreno de 156.25 metros cuadrados, deciden repartirlo en dos partes: la primera es para ellos dos, ocupando así la mitad de la superficie del terreno; la segunda corresponde a sus tres hijos (Blanca Azucena, y Manuel).

Entre Manuel y Azucena el terreno es de 60.45 metros cuadrados y el resto es de Blanca.
¿Cuánto mide el terreno que le corresponde a Manuel, si la razón entre la superficie de Manuel y su hermana Azucena es de 4:2?

R: _____

10. Divide la siguiente figura en cuatro partes iguales, en cuanto a forma y tamaño

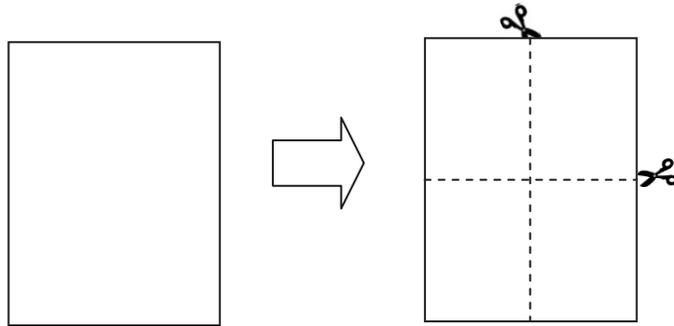


ANEXO 4 ORIGAMI

Figura Rehilete

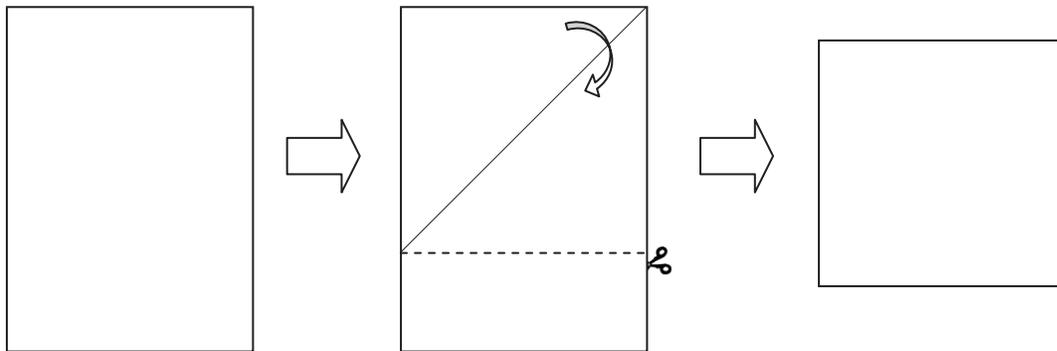
Paso 1

Recortar la hoja tamaño carta en cuatro partes iguales:



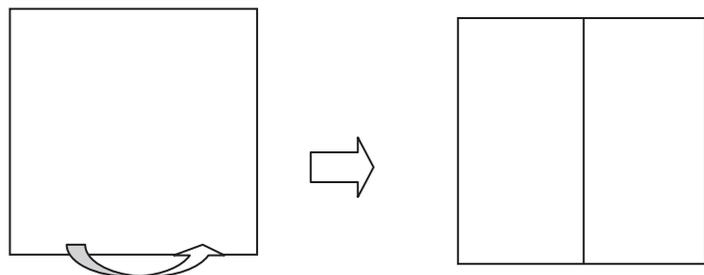
Paso 2

Cada uno de los cuatro rectángulos resultantes de la hoja tamaño carta, se dobla, de tal manera que resultan cuadrados, como lo muestra la siguiente figura:



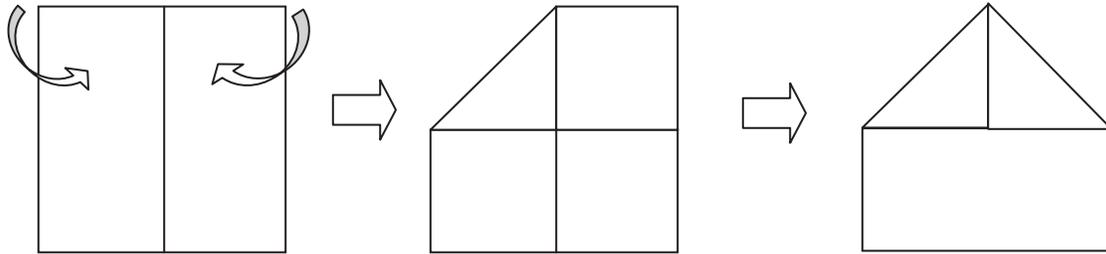
Paso 3

En el cuadrado se marca un doble intermedio de manera vertical (que divide en dos partes iguales el cuadrado).



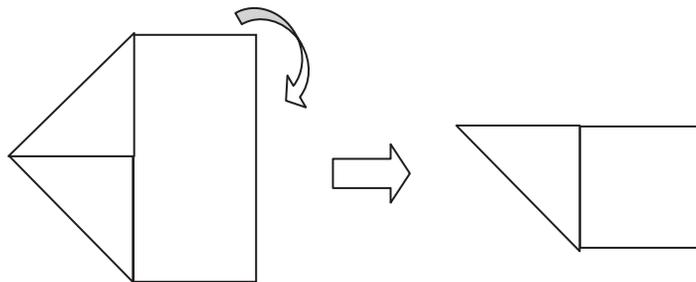
Paso 3

Las dos puntas superiores del cuadrado se doblan hacia el centro de la siguiente manera



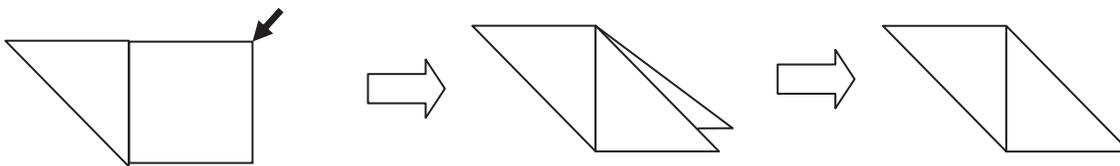
Paso 4

La figura dada, se dobla por la mitad, de la siguiente manera.



Paso 5

De la figura colocada en la posición que se muestra abajo, se dobla hacia adentro la punta (la parte que señala la fecha negra), para formar la siguiente figura.

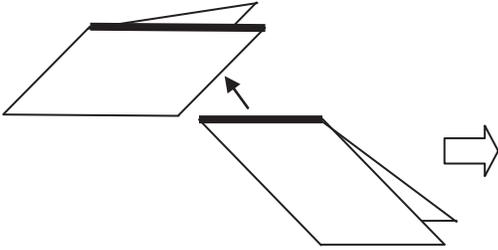


Paso 6

De esta manera se elaboran el resto de los cuadrados, haciendo un total de 8.

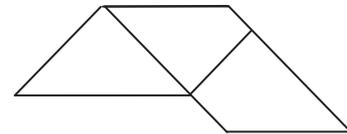
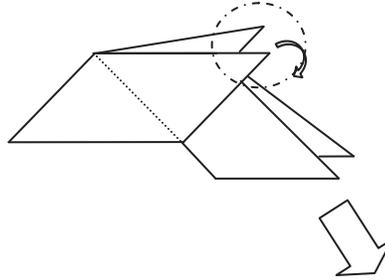
Paso 7

Al tener las 8 figuras, se realiza el ensamble, este consiste en colocar uno tras otro las piezas de la siguiente manera. Para que la parte que está con una línea más gruesa coincida.



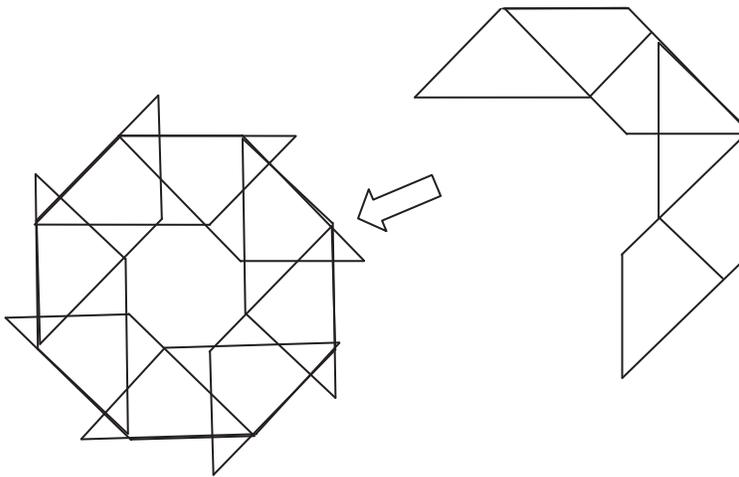
Paso 8

Al estar ensambladas las dos piezas, se doblan las puntas que sobresalen (las que se encuentran señaladas con el círculo punteado)



Paso 9

El ensamble de las 8 figuras debe ser de la misma manera, (como se indico en el paso 7 y 8)



Paso 10

Para formar el rehilete las figuras se van comprimiendo para que salgan los picos que quedaron ocultos. Resultando así la figura final

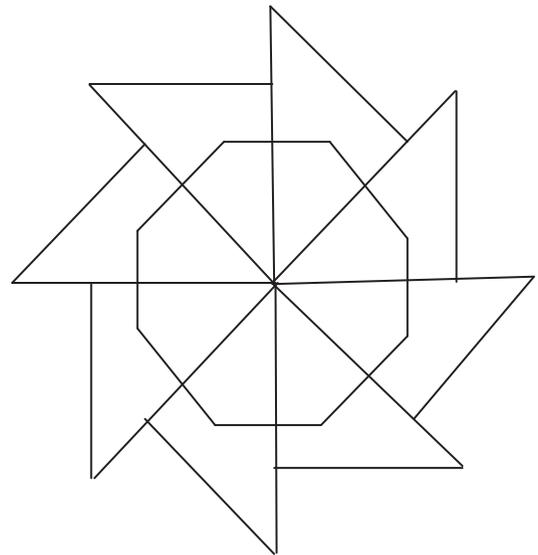
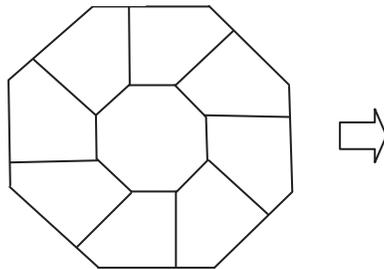
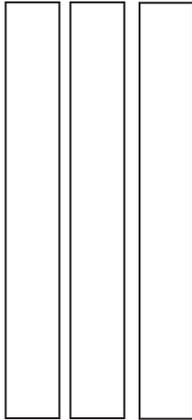


Figura de cubo

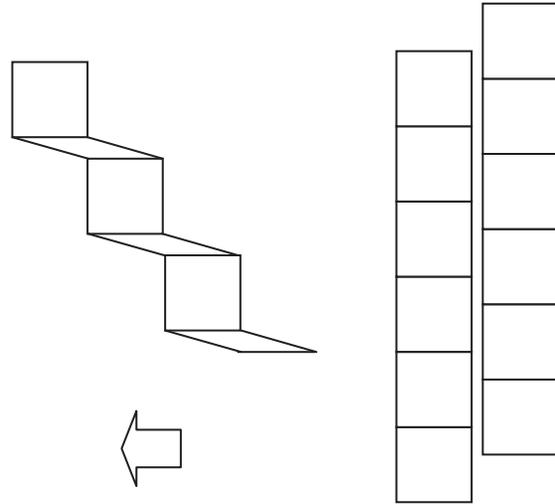
Paso 1

Se recortan 3 tiras de papel del mismo tamaño



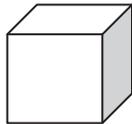
Paso 2

Las 3 tiras se dividen en 6 cuadrados, del mismo tamaño, de la siguiente manera:



Paso 3

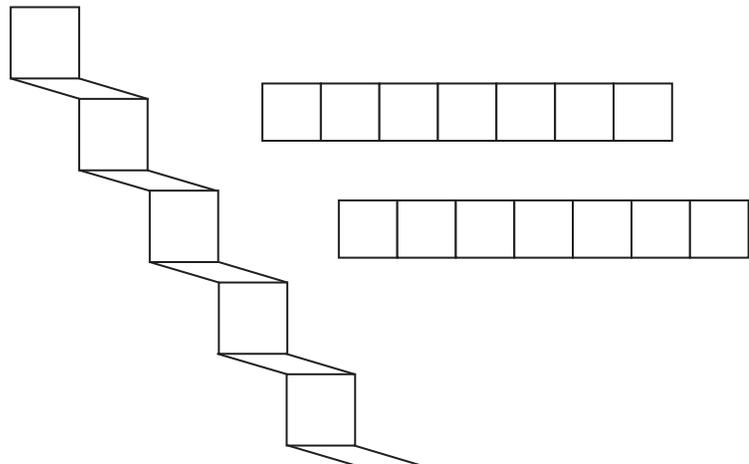
Se construye un cubo con las tres tiras de papel.
Se elaboran 9 cubos en total.



Paso 4

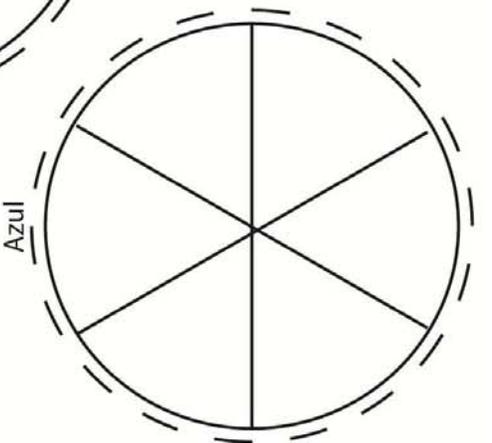
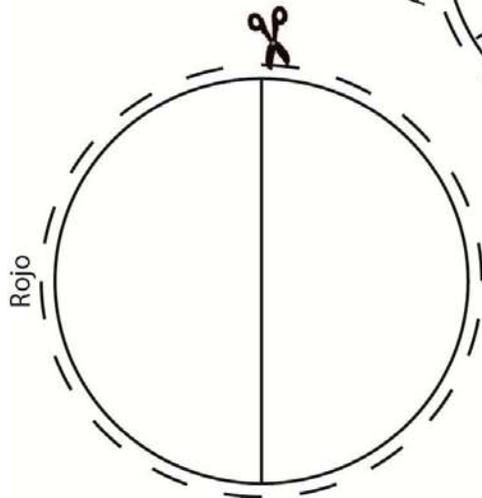
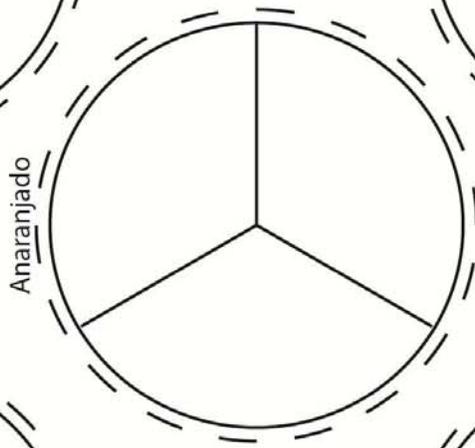
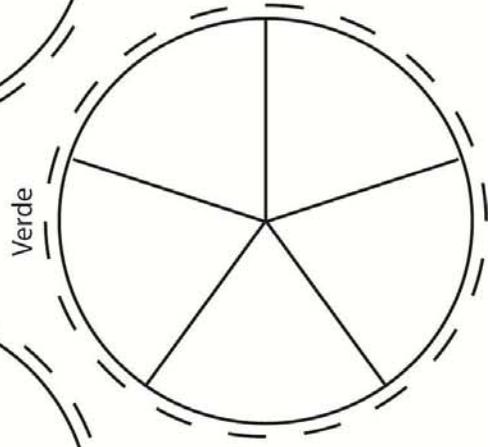
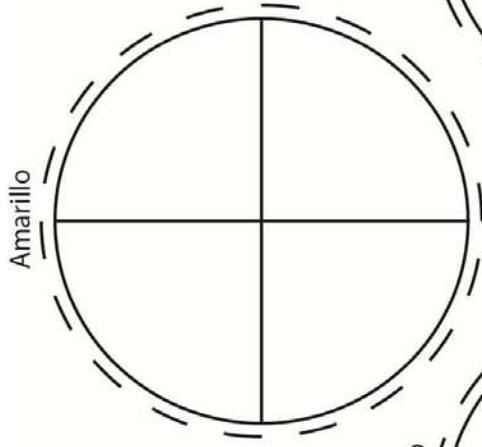
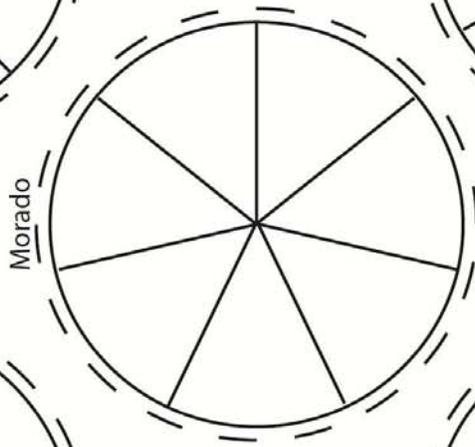
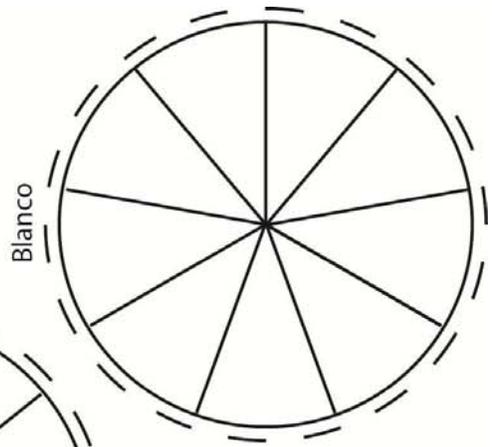
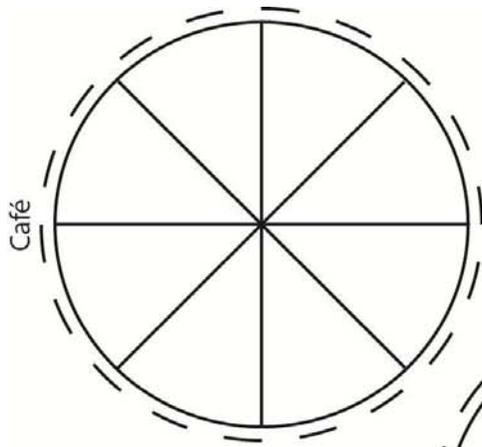
Antes de unir los 9 cubos es necesario que se recorten tres tiras de papel:

Una tira con 10 divisiones y dos más con 7 divisiones (como lo muestra la figura)



ANEXO 5

Moldes



ANEXO 6

“Actividad con Plantillas”

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios, con ayuda del material que acabas de elaborar, no olvides contestar cada una de las preguntas que se enlistan a continuación:

1. Si se compara una pieza de color azul con una de color morado. ¿Qué fracción es mayor? _____

2. Menciona los colores con su respectiva fracción que son equivalentes a una pieza de color rojo, es decir a un $\frac{1}{2}$? _____

3. Enlista en los incisos de abajo, los colores correspondientes de las piezas y de su respectiva fracción, de menor a mayor:

a. _____

b. _____

c. _____

d. _____

4. ¿Qué es una fracción equivalente? _____

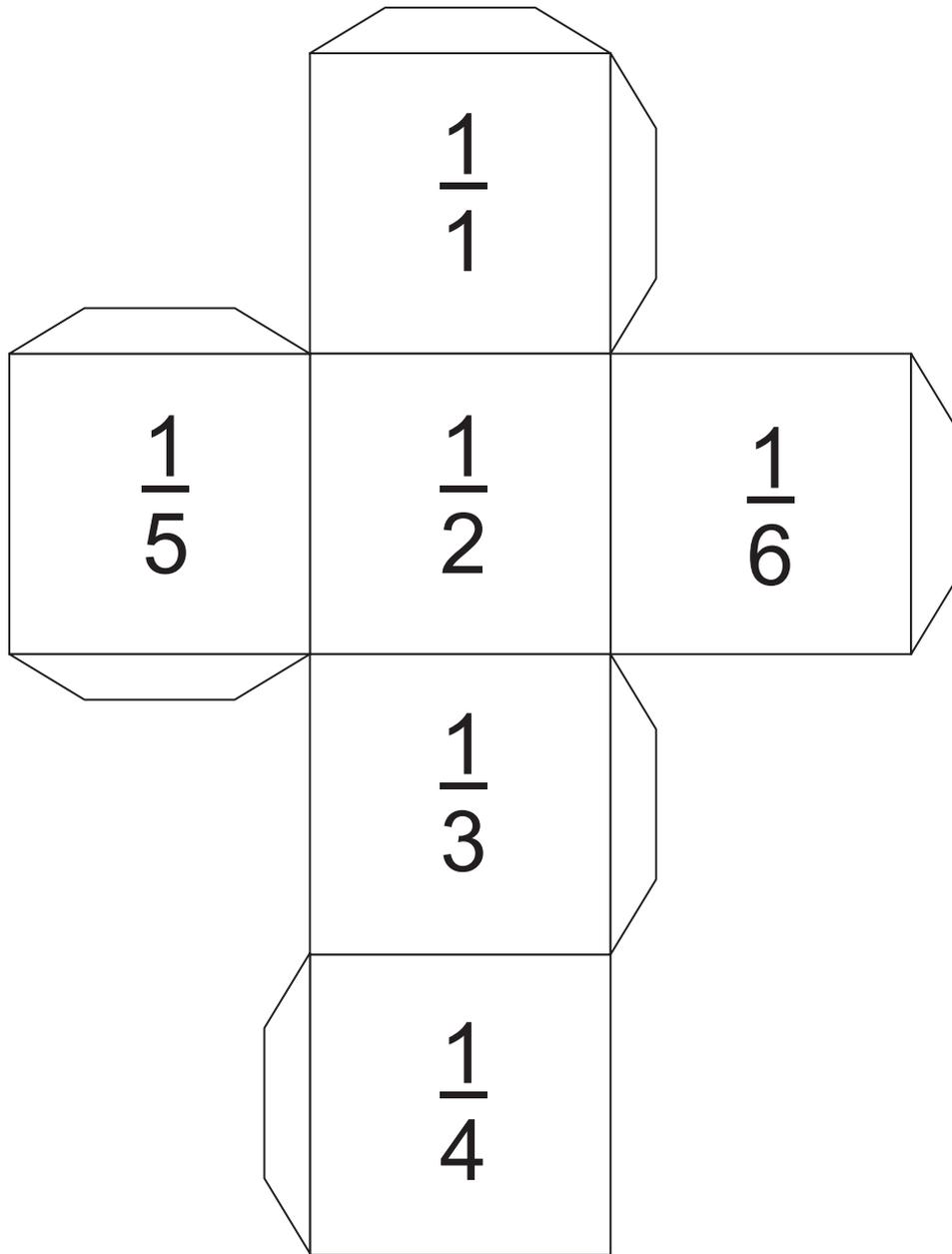
5. Escribe brevemente como puedes explicar la simplificación y equivalencia de las fracciones con el material que tienes en tus manos:

ANEXO 7
“El Equivalente”

$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{10}{10}$
$\frac{20}{120}$	$\frac{9}{27}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{7}{21}$
$\frac{15}{90}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{9}{36}$
$\frac{11}{22}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{7}{42}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{5}{10}$
$\frac{5}{5}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{6}{18}$	$\frac{15}{75}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{16}$
$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{12}{36}$
$\frac{11}{66}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{13}{39}$
$\frac{7}{14}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{9}{18}$	$\frac{3}{9}$

Nota: No olvides que deben ser Fracciones Equivalentes

Anexo del equivalente
DADO



ANEXO 8

Actividad

Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios, puedes realizar cualquier tipo de anotaciones, operaciones o dibujos.

1. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las fracciones que se presentan a continuación:

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{2}$$

2. Obtén 5 fracciones multiplicando por distintos números el denominador de la siguiente fracción $\frac{4}{8}$: Ejemplo, si lo multiplicamos por el 2 se obtiene $\frac{4}{16}$.

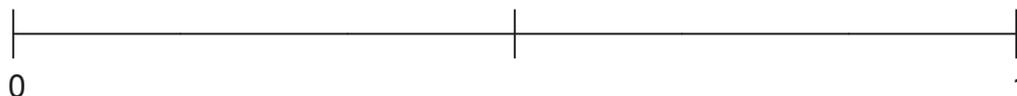
- ¿Las cinco fracciones que obtuviste son menores, mayores o iguales a $\frac{4}{8}$? _____

- Ordena las fracciones que acabas de obtener

_____ > _____ > _____ > _____ > _____

- ¿Cómo lo hiciste?

- En la siguiente recta numérica representa la fracción $\frac{4}{8}$ y las cinco fracciones que obtuviste.

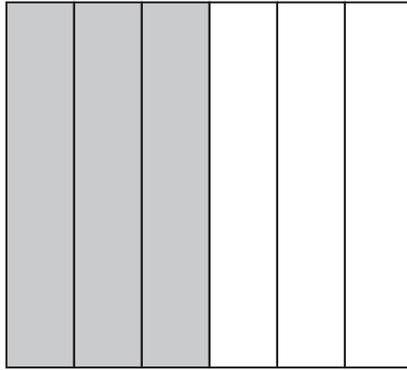


3. ¿Qué le sucede a una fracción si se multiplica solamente su denominador por un número mayor que uno? _____

4. ¿Qué le sucede a una fracción si se multiplica solamente su numerador por un número mayor que uno? _____

5. ¿Qué le sucede a una fracción si se multiplican tanto su numerador como su denominador por el mismo número? _____

6. Observa la siguiente figura (superficie) y conteste las siguientes preguntas:



La superficie esta subdividida en 6 partes (con líneas verticales)

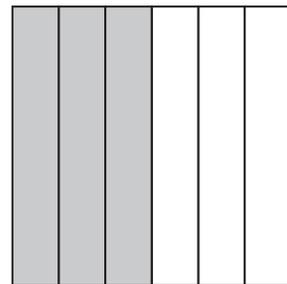
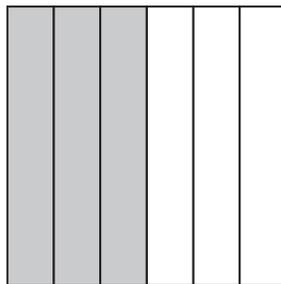
▪ ¿Qué otras fracciones distintas a $\frac{3}{6}$ se pueden usar para indicar la parte sombreada? _____

a) Si se subdivide la misma superficie en el número de partes que se desee, con líneas horizontales:

▪ ¿En cuántas partes queda dividida? _____

▪ ¿Cuántas están sombreadas? _____

b) Con las siguientes superficies verifique sus respuestas anteriores.

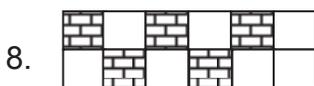
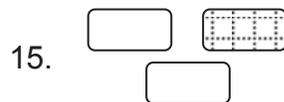
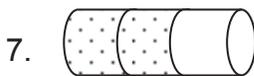
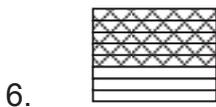
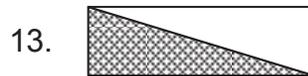
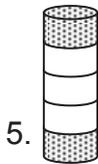
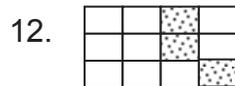
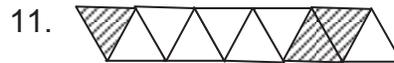
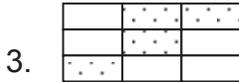
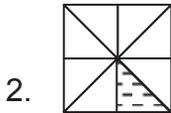
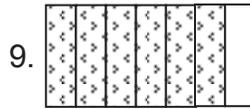
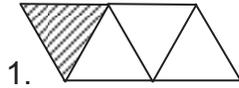


7. ¿Qué puede decir de lo que acaba de observar y realizar? _____

ANEXO 9

Ejercicio 4x4

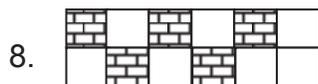
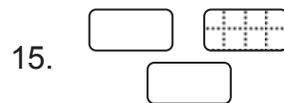
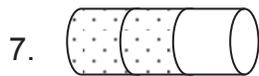
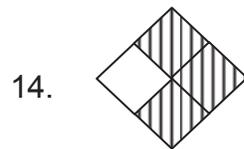
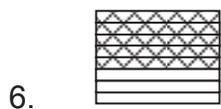
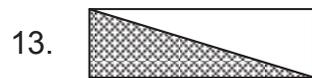
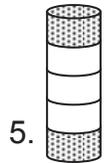
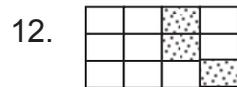
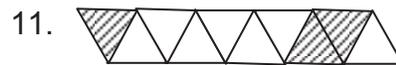
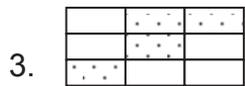
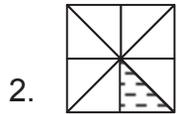
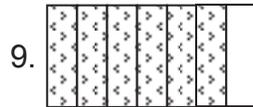
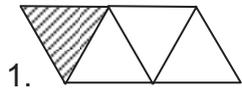
¿Qué parte representa la parte sombreada?



Resultados

- A. 3/10
- B. 3/4
- C. 1/8
- D. 2/3
- E. 4/5
- F. 1/3
- G. 4/9
- H. 3/5
- I. 1/4
- J. 5/12
- K. 3/12
- L. 1/2
- M. 1/6
- N. 2/5
- O. 6/7
- P. 5/8

¿Qué parte representa el área sin sombrear?



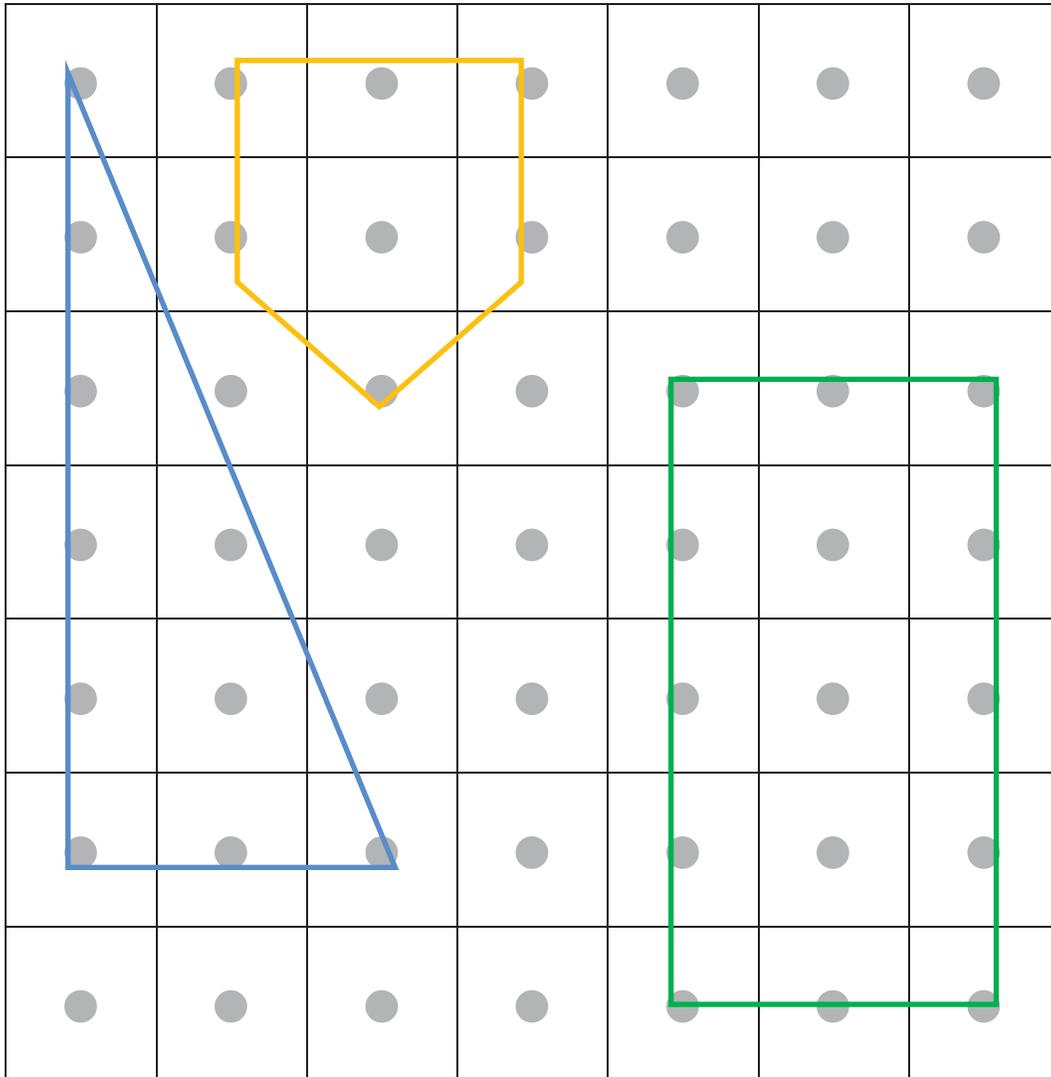
Resultados

- A. 1/7
- B. 7/12
- C. 7/8
- D. 2/3
- E. 7/10
- F. 3/8
- G. 1/5
- H. 1/2
- I. 5/6
- J. 1/3
- K. 3/4
- L. 2/5
- M. 9/12
- N. 3/5
- O. 5/9
- P. 1/4

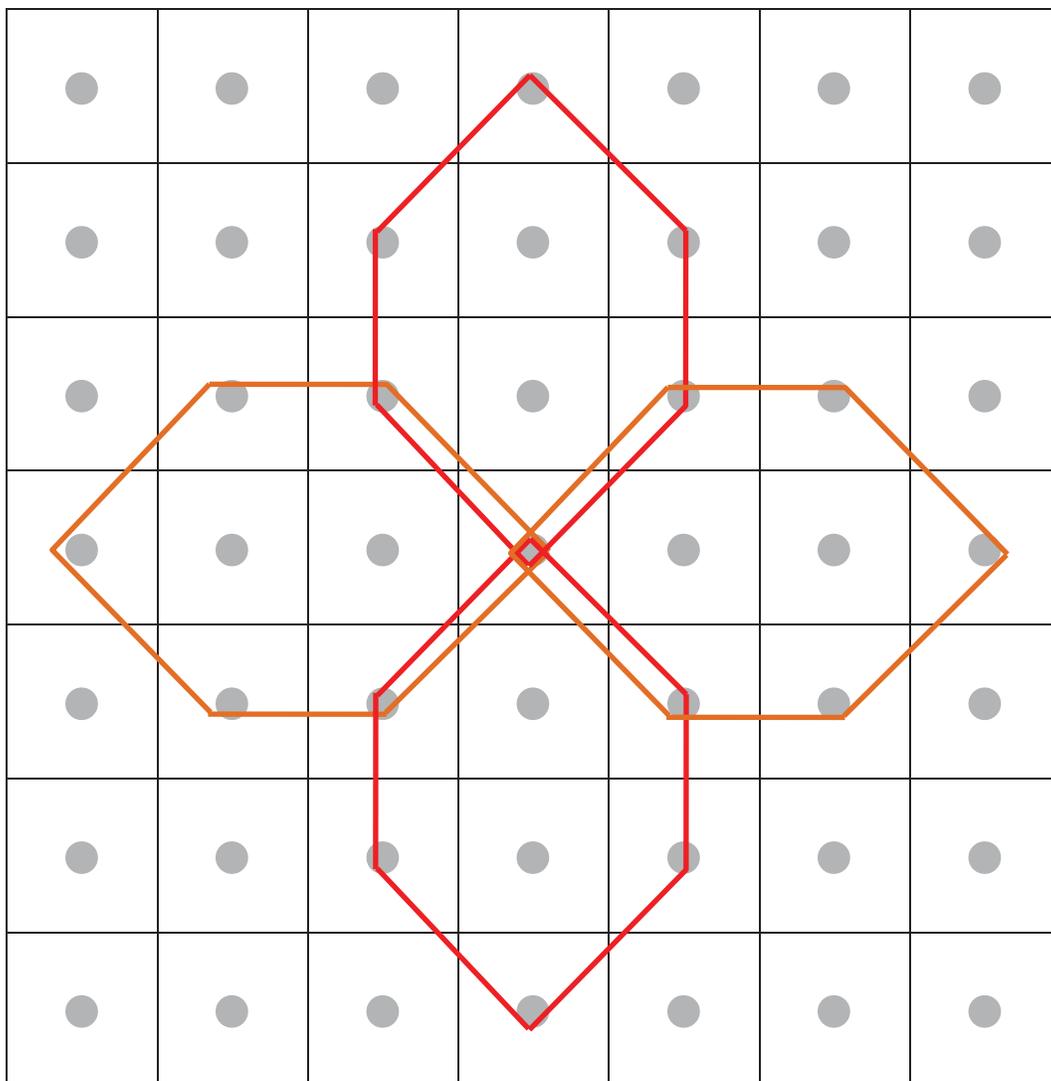
ANEXO 10

Geoplano

Etapa 1



Etapa 2



ANEXO 11

Cuadro de Números Decimales

Instrucciones: En la tabla que a continuación se presenta hay algunos espacios en blanco, ¿Podrías completarla?, comparte tus resultados con los compañeros después de que todos hayan terminado.

PARTE ENTERA						●	PARTE FRACCIONARIA			
	Decena de millar			Decena	Unidades	PUNTO DECIMAL	Décimos			Diezmilésimos
			100		1		1/10		1/1000	
	10 ⁴						0.1		0.001	

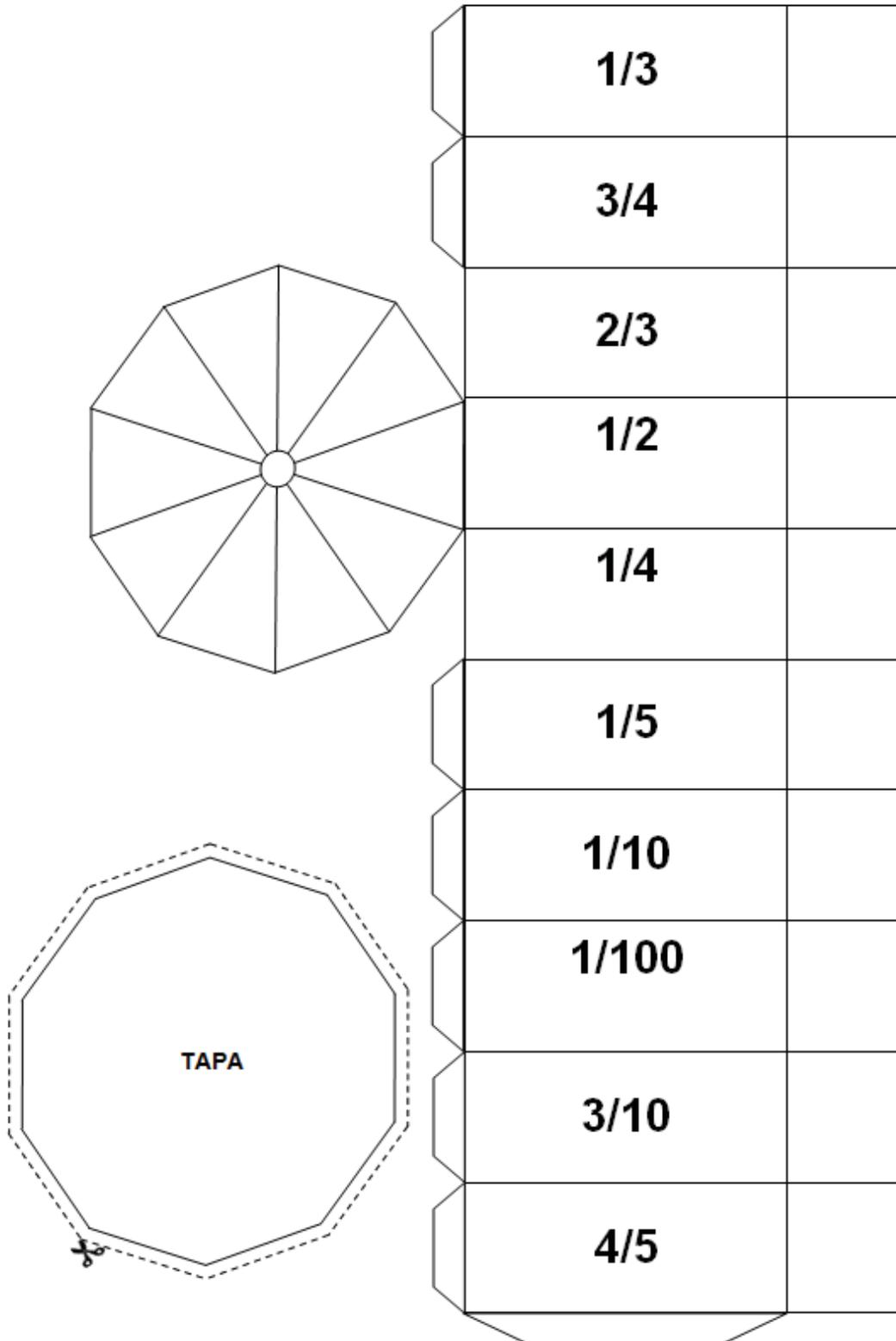
De acuerdo con la tabla, analiza el siguiente caso; completando la información que se te pide, por ejemplo el número 25.12

1. ¿Cuál es la parte
2. entera: _____ y la fraccionaria es: _____
3. ¿Cómo se lee tal número?

A N E X O 12
Perinola

0.5	0.25	0.75	0.3	0.6	0.2	0.1	0.01	0.3	0.8
0.8	0.5	0.25	0.75	0.3	0.6	0.2	0.1	0.01	0.3
0.3	0.8	0.5	0.25	0.75	0.3	0.6	0.2	0.1	0.01
0.01	0.3	0.8	0.5	0.25	0.75	0.3	0.6	0.2	0.1
0.1	0.01	0.3	0.8	0.5	0.25	0.75	0.3	0.6	0.2
0.2	0.1	0.01	0.3	0.8	0.5	0.25	0.75	0.3	0.6
0.6	0.2	0.1	0.01	0.3	0.8	0.5	0.25	0.75	0.3
0.3	0.6	0.2	0.1	0.01	0.3	0.8	0.5	0.25	0.75
0.75	0.3	0.6	0.2	0.1	0.01	0.3	0.8	0.5	0.25
0.25	0.75	0.3	0.6	0.2	0.1	0.01	0.3	0.8	0.5

Anexo de la Perinola

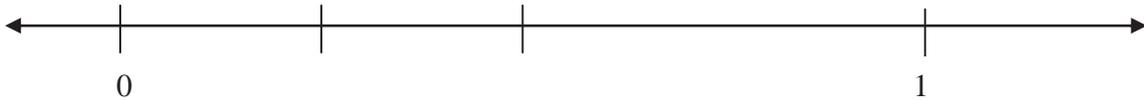


ANEXO 13

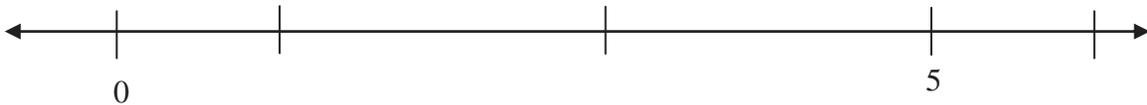
Recta numérica

Instrucciones: De manera individual deberás resolver los siguientes ejercicios, ubicando en la recta numérica los puntos que se indican en cada caso:

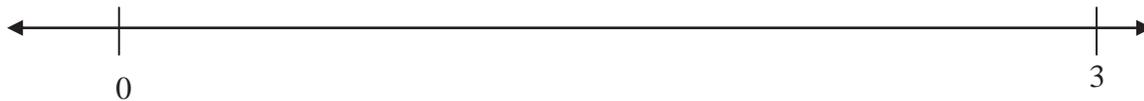
a) $1/4$, $1/2$ y $3/4$



b) $2/6$, $1/6$ y $5/6$



c) $3/2$, 2.5, 1.25



¿Quién va ganando?

En la actualidad en la ciudad de México se lleva una carrera de 6km, para hacer una análisis de quien puede ganar, a los 30 min de la haber iniciado la carrera se presentan los siguientes resultados:

- Juan, ha recorrido $3/4$ del total de la carrera.
- Mariana, tiene un avance de 0.8 del total de recorrido.
- Alfredo, ha avanzado $1/4$ del recorrido.
- Elena, ha recorrido $4/5$ de la carrera.
- Carmen, lleva apenas $1/3$ de avance.
- Don Ernesto, un avance de 0.25.

- Joaquín solamente lleva $3/6$.
- Finalmente, Susana lleva 4km del total de recorrido.

Podrías representar en la siguiente recta numérica la distancia recorrida por cada uno de los participantes que se han tomando en cuenta y contestar las preguntas:



Contesta:

- ¿Quién de los participantes ha recorrido mayor distancia?

- ¿Quién ha recorrido menor distancia, Alfredo o Joaquín?

- ¿Algún jugador puede llevar $4/6$ del recorrido total? ¿Por qué?

- ¿Qué lleva el último lugar del recorrido?

ANEXO 14

Ejercicios 4x4 (Individual)

Suma

Operaciones	Resultados
1. $1/2+1/4$	A. $5/4$
2. $5/8+1/2$	B. $7/6$
3. $2/5+1/4$	C. $12/10$
4. $3/2+3/4$	D. $9/4$
5. $1/4+3/8$	E. $11/8$
6. $7/10+1/2$	F. $17/6$
7. $1/2+1/5$	G. $7/10$
8. $3/4+1/10$	H. $3/4$
9. $1/6+1/2$	I. $4/6$
10. $3/2+4/3$	J. $10/6$
11. $5/6+1/3$	K. $9/8$
12. $1/3+1/2$	L. $7/8$
13. $3/4+1/2$	M. $5/6$
14. $3/2+1/6$	N. $5/8$
15. $1/2+3/8$	O. $13/20$
16. $5/8+3/4$	P. $17/20$

Resta

Operaciones	Resultados
1. $1/2-1/4$	A. $3/10$
2. $5/8-1/2$	B. $7/6$
3. $3/5-1/4$	C. $7/10$
4. $3/2-1/3$	D. $5/8$
5. $3/2-3/4$	E. $1/6$
6. $3/4-3/8$	F. $1/4$
7. $7/10-1/2$	G. $1/10$
8. $5/6-1/3$	H. $3/6$
9. $1/2-1/5$	I. $2/6$
10. $3/4-1/10$	J. $1/8$
11. $1/2-1/6$	K. $3/4$
12. $3/2-4/3$	L. $2/10$
13. $9/10-1/5$	M. $13/20$
14. $5/3-5/6$	N. $7/20$
15. $7/8-1/4$	O. $5/6$
16. $4/5-7/10$	P. $3/8$

Multiplicación

Operaciones	Resultados
1. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$	A. $\frac{3}{2}$
2. $5 \times \frac{1}{8}$	B. $\frac{1}{4}$
3. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$	C. $\frac{2}{5}$
4. $2 \times \frac{3}{8}$	D. $\frac{1}{5}$
5. $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5}$	E. $\frac{1}{16}$
6. $\frac{1}{2} \times 3$	F. $\frac{1}{2}$
7. $\frac{1}{5} \times \frac{5}{6}$	G. $\frac{1}{9}$
8. $\frac{1}{4} \times 4$	H. $\frac{4}{9}$
9. $\frac{4}{3} \times 3$	I. $\frac{5}{8}$
10. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	J. 4
11. $\frac{3}{10} \times \frac{5}{3}$	K. $\frac{1}{100}$
12. $\frac{1}{10} \times 4$	L. $\frac{3}{4}$
13. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	M. 1
14. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	N. $\frac{9}{10}$
15. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	O. $\frac{1}{6}$
16. $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	P. $\frac{3}{8}$

División

Operaciones	Resultados
1. $(\frac{4}{5}) / (4)$	A. $\frac{4}{5}$
2. $(\frac{3}{5}) / (\frac{3}{4})$	B. $\frac{1}{8}$
3. $(\frac{3}{4}) / (3)$	C. $\frac{2}{5}$
4. $(\frac{5}{6}) / (5)$	D. $\frac{1}{5}$
5. $(\frac{2}{5}) / (\frac{1}{4})$	E. $\frac{1}{4}$
6. $(\frac{1}{3}) / (\frac{1}{2})$	F. $\frac{1}{2}$
7. $(\frac{4}{5}) / (2)$	G. $\frac{1}{6}$
8. $(\frac{2}{5}) / (4)$	H. $\frac{3}{2}$
9. $(\frac{3}{8}) / (\frac{5}{8})$	I. 1
10. $(\frac{1}{4}) / (\frac{3}{4})$	J. $\frac{3}{4}$
11. $(\frac{3}{10}) / (\frac{3}{10})$	K. $\frac{3}{5}$
12. $(\frac{2}{3}) / (3)$	L. $\frac{1}{10}$
13. $(\frac{3}{4}) / (\frac{3}{3})$	M. $\frac{2}{3}$
14. $(\frac{4}{4}) / (2)$	N. $\frac{1}{3}$
15. $(\frac{1}{4}) / (2)$	O. $\frac{2}{9}$
16. $(\frac{6}{2}) / (2)$	P. $\frac{8}{5}$

A N E X O 14'
Ejercicios 4x4 (Grupal)

¿Qué número falta?

Operaciones

Resultados

- | | |
|---------------------|-----------|
| 1. $3/2 + = 7/4$ | A. $1/6$ |
| 2. $5/8 + = 9/8$ | B. $1/4$ |
| 3. $2/5 + = 7/10$ | C. $4/9$ |
| 4. $3/2 + = 11/6$ | D. $3/10$ |
| 5. $1/4 + = 7/8$ | E. $5/12$ |
| 6. $3/10 + = 18/10$ | F. $3/2$ |
| 7. $1/2 + = 8/6$ | G. $2/3$ |
| 8. $3/4 + = 11/12$ | H. $1/8$ |
| 9. $1/6 + = 5/6$ | I. $1/3$ |
| 10. $3/2 + = 19/12$ | J. $5/4$ |
| 11. $5/6 + = 15/12$ | K. $3/4$ |
| 12. $1/3 + = 13/12$ | L. $5/8$ |
| 13. $1/2 + = 7/4$ | M. $7/6$ |
| 14. $1/2 + = 5/8$ | N. $1/12$ |
| 15. $2/3 + = 11/6$ | O. $5/6$ |
| 16. $2/3 + = 10/9$ | P. $1/2$ |

¿Qué número falta?

Operaciones

1. $1/2 -$ $=1/8$
2. $5/8 -$ $=1/8$
3. $3/5 -$ $=3/10$
4. $3/2 -$ $=3/4$
5. $3/2 -$ $=4/5$
6. $3/4 -$ $=7/20$
7. $7/10 -$ $=9/20$
8. $5/6 -$ $=1/6$
9. $1/2 -$ $=3/8$
10. $3/4 -$ $=5/12$
11. $1/2 -$ $=1/3$
12. $3/2 -$ $=13/12$
13. $15/8 -$ $=3/8$
14. $7/4 -$ $=9/8$
15. $3/2 -$ $=7/5$
16. $4/3 -$ $=1/2$

Resultados

- A. $3/10$
- B. $1/8$
- C. $1/10$
- D. $7/10$
- E. $2/3$
- F. $5/8$
- G. $5/12$
- H. $1/2$
- I. $3/2$
- J. $5/20$
- K. $1/6$
- L. $3/8$
- M. $3/4$
- N. $1/3$
- O. $5/6$
- P. $2/5$

ANEXO 15

Ejercicios 4x4

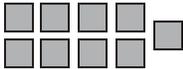
1. ¿Cuál es la cuarta parte de $3\frac{1}{2}$? _____

2. Un televisor tiene un precio de \$ 2,000.00 y me ofrecen un descuento de 20% si lo pago de contado. ¿Cuánto me costaría si lo pago de contado? _____

3. Gabriel tiene una barra de chocolates y un tercio más. Si lo reparte en partes iguales con su hermano. ¿Qué parte de barra de chocolate le toca a cada uno?

4. Pedro se comió $\frac{3}{8}$ del pastel y Oscar $\frac{1}{4}$ ¿Qué parte del pastel se han comido entre los dos? _____

5. Quedaba $\frac{3}{4}$ de pizza y me comí la mitad de eso, ¿Qué parte de la pizza me comí? _____

6. Si  es $\frac{3}{4}$ de un entero ¿Cuántos cuadritos es el entero? _____

7. Gina usó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para hacer tres pasteles, ¿Cuántos huevos uso para cada pastel? _____

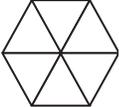
8. La tía Cata quiere repartir $2\frac{1}{2}$ litros de yoghurt en 10 vasos, ¿Cuántos yogurt cabe en cada vaso? _____

9. En la tienda me ofrecen un refrigerador que cuesta \$1,200.00 con un descuento de 25% y al resultado hay que agregarle 15% de IVA ¿Cuánto debería pagar? _____

10. ¿Cuánto es el triple de $1 \frac{2}{3}$? _____

11. Alba requiere de $2 \frac{1}{8}$ metros de tela para hacer la cortina de una ventana de su sala. Si la sala tiene tres ventanas ¿Cuántos metros de la tela necesita? _____

12. Al comprar un microondas cuyo precio es de \$ 1,500.00 me descuentan el 20% y luego el 10% más. ¿Cuánto debo pagar? _____

13. Si  +  = 1

¿Qué parte de un entero es  ? _____

14. Cada vez que doy una vuelta al desarmador el tornillo penetra en la madera $\frac{1}{8}$ de pulgada. ¿Cuánto avanza el tornillo cuando le doy 20 vueltas al desarmador? _____

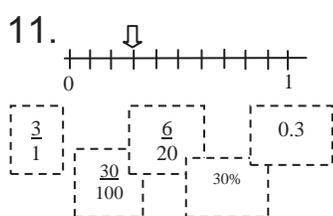
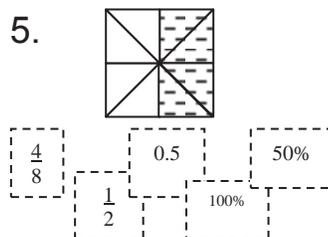
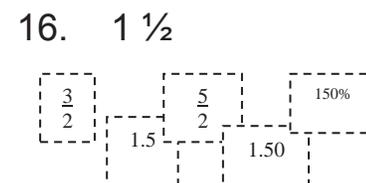
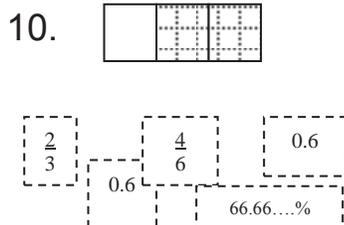
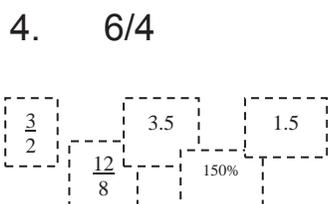
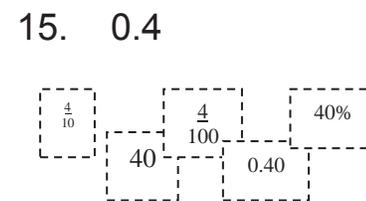
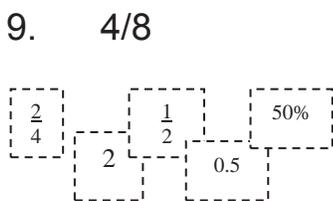
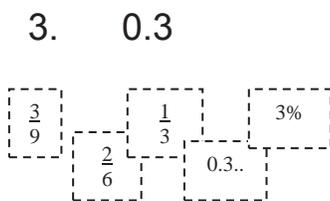
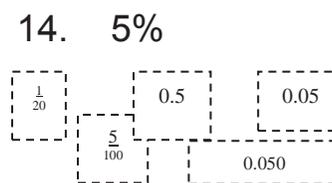
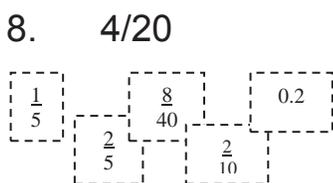
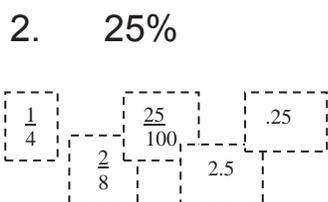
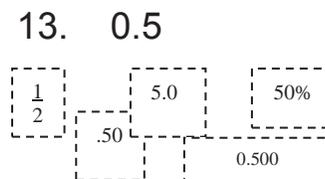
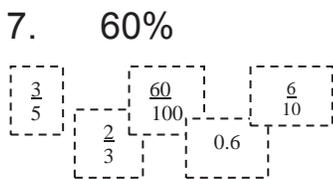
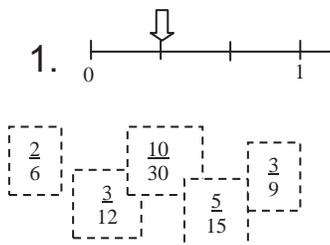
15. ¿Tres cuartas partes de que número es 30? _____

16. Hace 10 años, mi mamá tenía $\frac{2}{3}$ de la edad que tiene ahora. ¿Cuántos años tiene ahora? _____

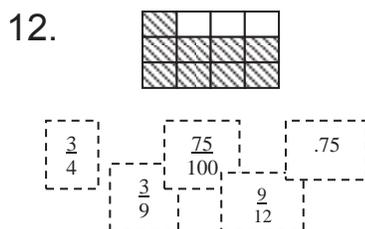
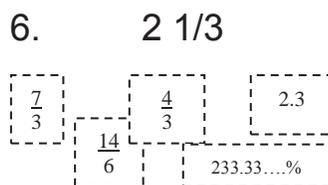
ANEXO 16

De Todo Un Poco

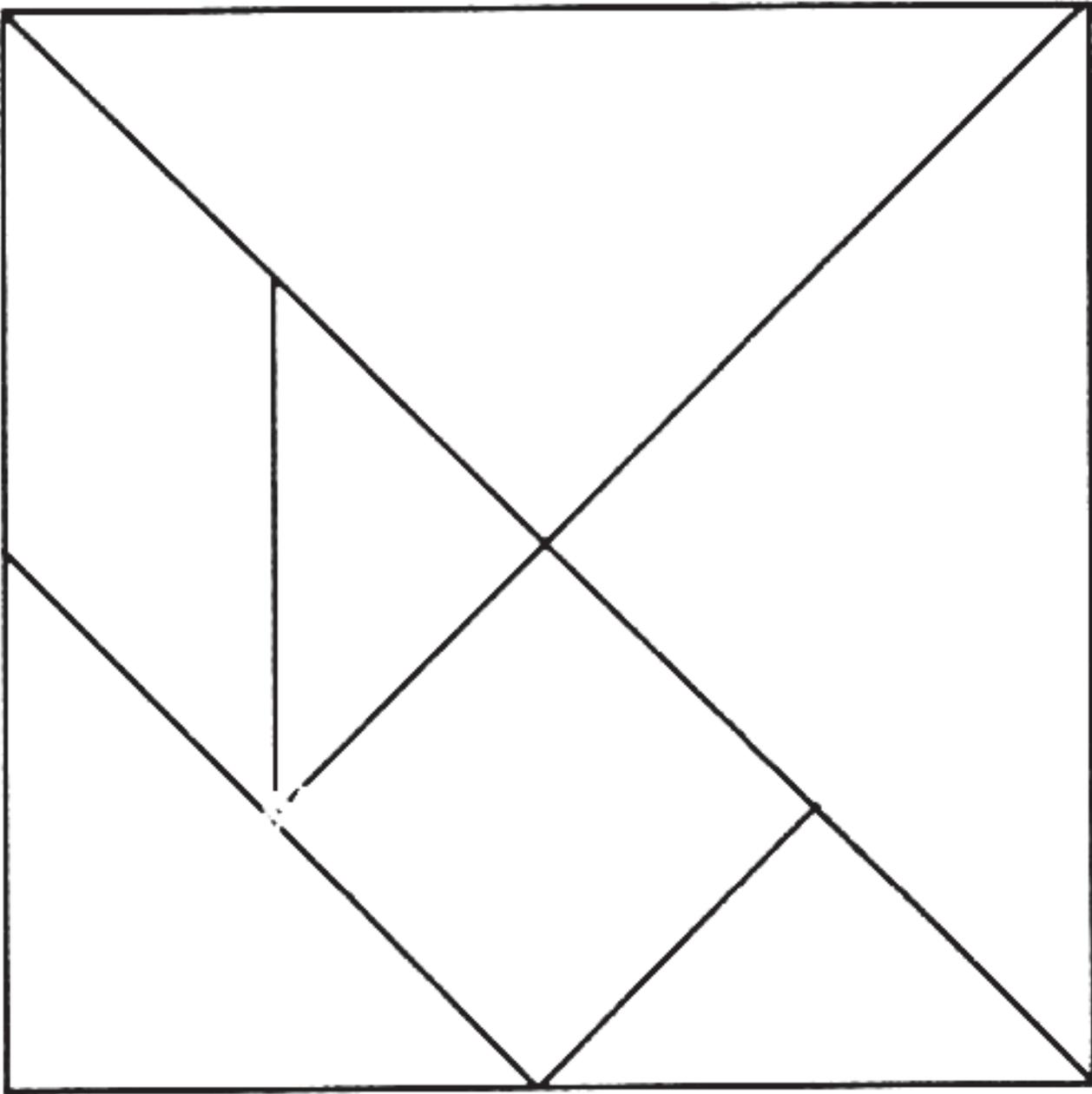
De las cinco fracciones en cuadro punteado, escoge la que NO ES EQUIVALENTE a la fracción dada



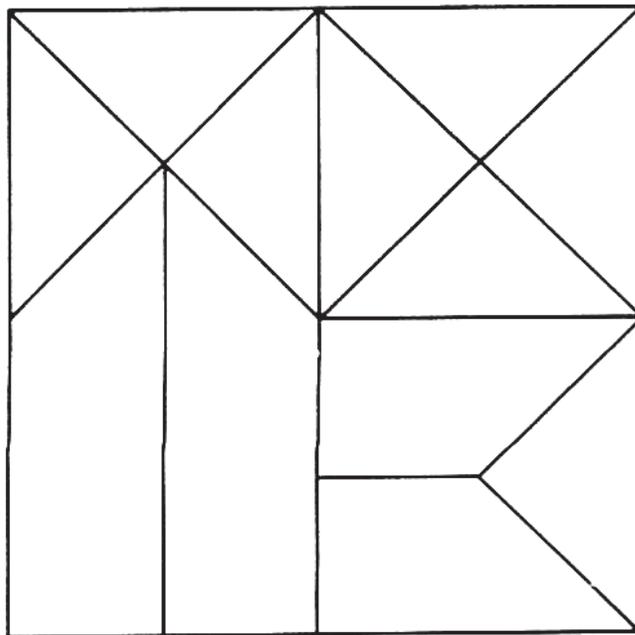
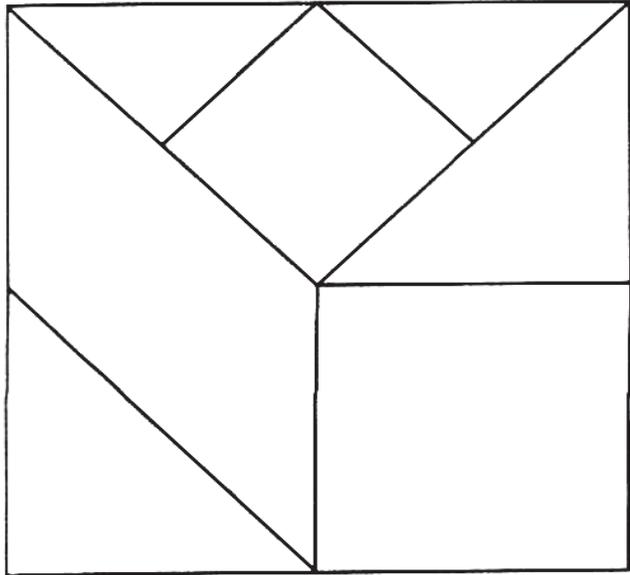
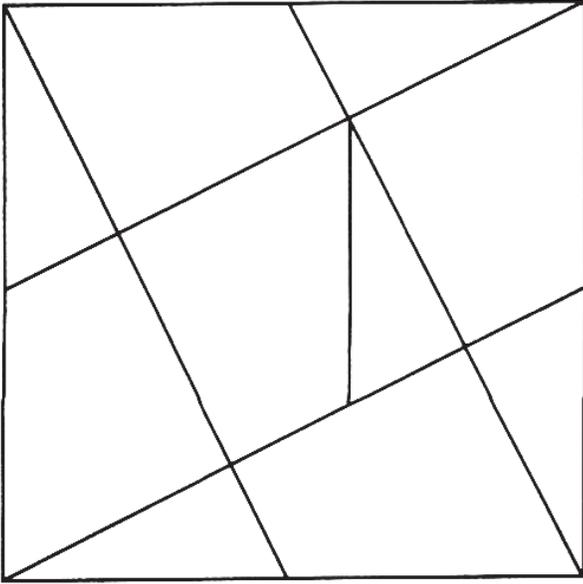
- Resultados
- A. $\frac{2}{5}$
 - B. $\frac{3}{9}$
 - C. 0.5
 - D. 2.5
 - E. 2
 - F. 40
 - G. 3%
 - H. 100%
 - I. $\frac{4}{3}$
 - J. 0.6
 - K. $\frac{5}{2}$
 - L. 3.5
 - M. $\frac{3}{12}$
 - N. 5
 - O. 0.3
 - P. $\frac{2}{3}$



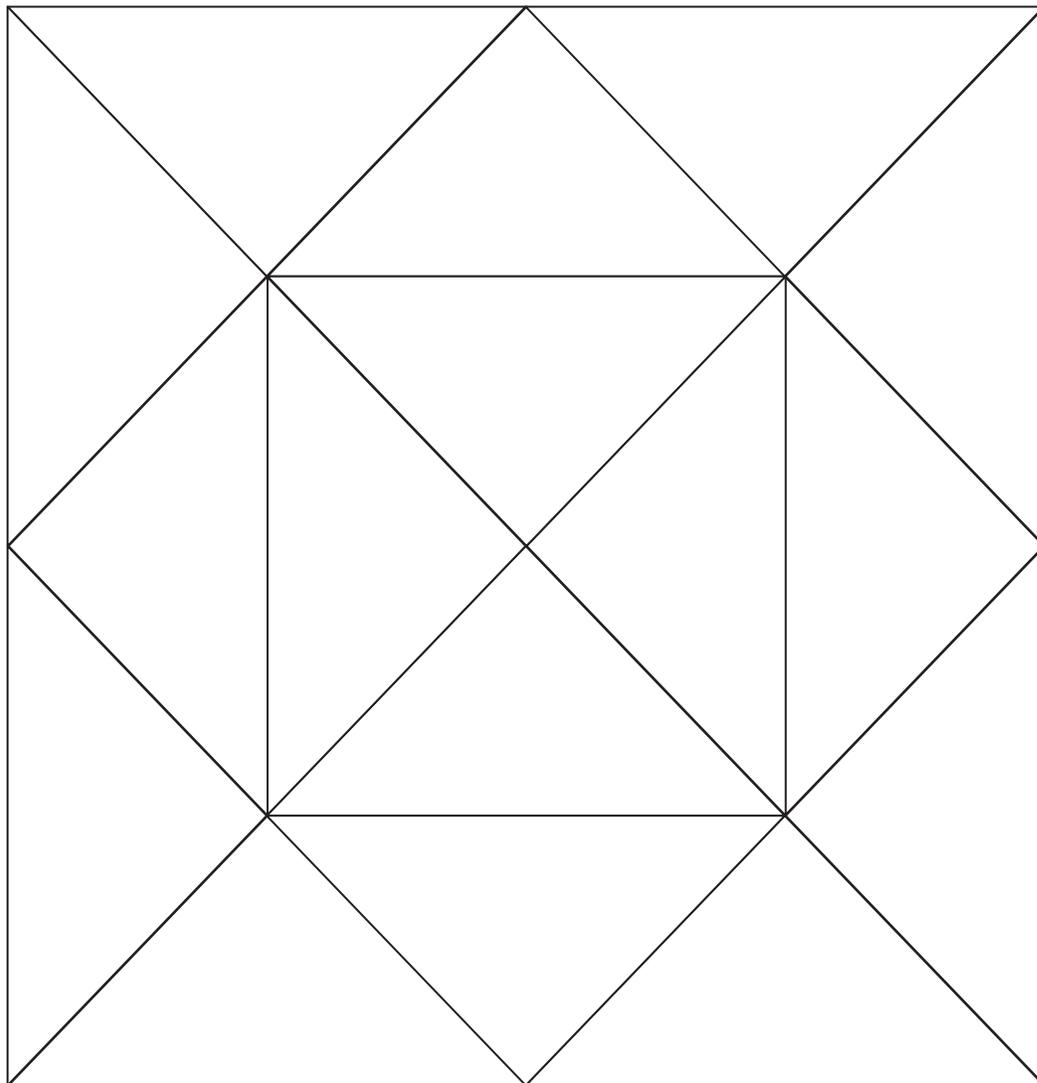
ANEXO 17
Tangram chino



ANEXO 17'
Diversos Tangram



A N E X O 18
Rompecabezas de Triángulos



ANEXO 19

Evaluación Final

El siguiente cuestionario consta de una serie de preguntas, relacionadas con la materia de matemáticas, esta no tendrá calificación, por lo tanto no afectara tu promedio. Para resolverlo puedes escribir o hacer anotaciones en dicho cuestionario (operaciones, imágenes y/o dibujos) que sean necesarios.

¡GRACIAS POR TU COOPERACIÓN!

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada una de las preguntas, así sabrás que realizar, no dejes de contestar alguna.

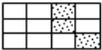
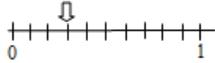
1. Un automovilista recorre 20 km por hora, ¿Cuánto recorre en 3 horas? Y ¿Cuánto recorre en 5 horas?

R: _____

2. Tres albañiles realizan una obra en 10 días. Laborando con la misma intensidad, ¿Cuántos días tardarán 6 trabajadores en realizar la misma obra?

R: _____

3. A continuación se presentan dos columnas, únelas contestando a la pregunta ¿Qué parte esta sombreada?

<p>a. $1/6$</p> <p>b. 25%</p> <p>c. $6/7$</p> <p>d. $1/2$</p> <p>e. $4/8$</p> <p>f. $7/6$</p> <p>g. $30/100$</p> <p>h. 40%</p>	<p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) </p> <p>5) </p> <p>6) </p>
--	---

4. Sofía, debe unir varios metros de listón de dos colores diferentes (Rosa y Morado). La razón entre los dos colores es de 5:3.

¿Podrías ayudarle a Sofía a decir, cuantos metros de listón necesita de cada color si en total debe medir 40 metros de listón?

R: _____

5. Con una flecha, une cada una de las columnas, en relación a su significado.

1) Fracciones Impropias

2) Fracciones Mixtas

3) Fracciones Decimales

4) Fracciones Propias

a) Son fracciones que combinan un número fraccionario y un entero.

b) Son fracciones que tienen un denominador mayor al numerador.

c) Son fracciones que están compuestas por un punto decimal.

d) Son fracciones que su numerador es mayor que su denominador

6. Diego debe cubrir una pared con dos tonos de pintura, si ocupa 50 litros en total y la razón entre la pintura blanca y azul es de 7:3.

¿Cuantos litros de pintura de cada color necesita para cubrir el total de la pared?

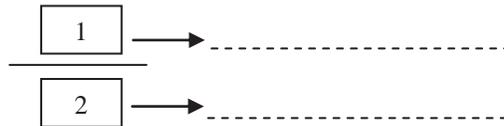
R: _____

7. Don Pedro y Doña Laura tienen un terreno de 156.25 metros cuadrados, deciden repartirlo en dos partes: la primera es para ellos dos, ocupando así la mitad de la superficie del terreno; la segunda corresponde a sus tres hijos (Blanca Azucena, y Manuel).

Entre Manuel y Azucena el terreno es de 60.45 metros cuadrados y el resto es de Blanca.
¿Cuánto mide el terreno que le corresponde a Manuel, si la razón entre la superficie de Manuel y su hermana Azucena es de 4:2?

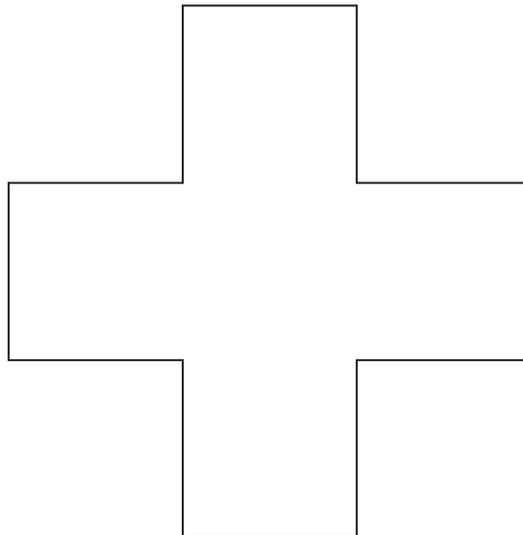
R: _____

8. Escribe sobre la línea punteada, el nombre que corresponde a cada una de las partes de la siguiente fracción:



9. Escribe con tus propias palabras lo que es una fracción:

10. Divide la siguiente figura en cuatro partes, en cuanto a forma y tamaño.



ANEXO EXTRA

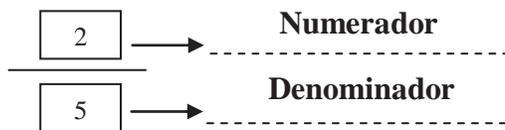
Respuestas

En este anexo, se presentan las respuestas correctas de cada uno de las preguntas que se pueden encontrar en el Programa de intervención Educativa “Fracciones con situación de razón”

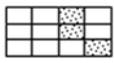
Anexo 3 “Evaluación inicial”

1. **Una fracción es:** Es un número que representa una parte de alguna cosa (entero o unidad), es decir, es la fragmentación de número de partes iguales.

2.

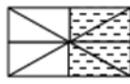


3.

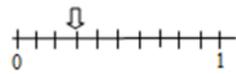
a. $1/6$ 1) 

b. 25% 2) 

c. $6/7$ 3) 

d. $1/2$ 4) 

e. $4/8$ 5) 

f. $7/6$ 6) 

g. $30/100$

h. 40%

4. La **FRACCIÓN** es la representación de una parte como **UNIDAD**, la cual consta de dos elementos: **NUMERADOR** (es aquel número que se ubica arriba de la línea) y **DENOMINADOR** (es el número que se ubica debajo de la línea).

- Las fracciones **IMPROPIAS**, son las que su numerador es mayor que su denominador.
- Las fracciones **MIXTAS**, son las que combinan un número fraccionario y un entero.
- Las fracciones **PROPIAS**, tienen el denominador mayor que el numerador.
- Las fracciones **DECIMALES**, son aquellas fracciones que están compuestas de un punto decimal.

5. 40 días

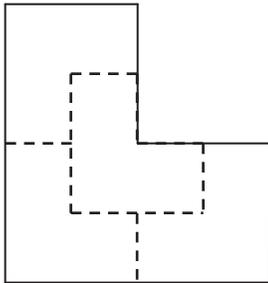
6. 102 km en tres horas y 170km en cinco horas

7. La costurera necesita 72 metros de color azul y 48 metros de color verde

8. El pintor necesita 36 litros de pintura rosa para terminar la pared.

9. El terreno de Manuel mide 40.3 metros cuadrados

10.



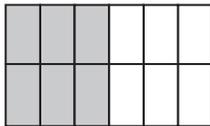
Anexo 6 “Actividad de Plantillas”

1. La azul de $\frac{1}{6}$
2. Amarillo $\frac{2}{4}$, azul $\frac{3}{6}$ y café $\frac{4}{8}$
3. Blanco, café, morado, azul, verde, amarillo, anaranjado y rojo
4. Fracción equivalente: son fracciones distintas que representan una misma cantidad, la cual se obtiene multiplicando el numerador y el denominador por un mismo número.
5. La simplificación es convertirla en una fracción equivalente más sencilla.

Anexo 8 “Actividad”

1. **$\frac{2}{3}$** : $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$...
 $\frac{3}{9}$: $\frac{6}{18}$, $\frac{9}{27}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{15}{45}$, $\frac{18}{54}$...
 $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$...
2. **$\frac{4}{8}$** : $\frac{4}{40}$, $\frac{4}{50}$, $\frac{4}{48}$, $\frac{4}{32}$, $\frac{4}{24}$
 $\frac{4}{24} > \frac{4}{32} > \frac{4}{4} > \frac{4}{48} > \frac{4}{50}$
3. *La fracción se vuelve mas pequeña*
4. *Se aumenta la unidad con la que se está trabajando*
5. *Son fracciones equivalentes*
6. *Fracciones como: $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{30}$...*
 - a) *Desde 12, 18, 24, 24, 30...*
Desde 6, 9, 12, 15, 18...

b) Ejemplo

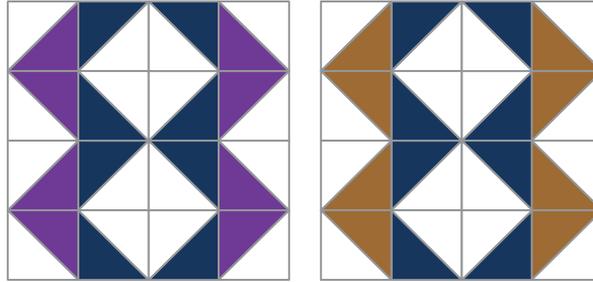


7. *Cuando se: multiplica el mismo número con el denominador y con el numerador, es decir la fracción es equivalente a la inicial.*

Anexo 9 “Ejercicio 4x4”

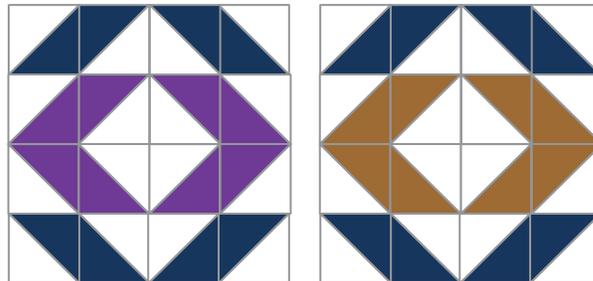
¿Qué parte representa la parte sombreada?

1. I ($1/4$)
2. C ($1/8$)
3. G ($4/9$)
4. M ($1/6$)
5. N ($2/5$)
6. P ($5/8$)
7. D ($2/3$)
8. J ($5/12$)
9. O ($6/7$)
10. E ($4/5$)
11. A ($3/10$)
12. K ($3/12$)
13. L ($1/2$)
14. B ($3/4$)
15. F ($1/3$)
16. H ($3/5$)



¿Qué parte representa el área sin sombreadar?

1. K ($3/4$)
2. C ($7/8$)
3. O ($5/9$)
4. I ($5/6$)
5. N ($3/5$)
6. F ($3/8$)
7. J ($1/3$)
8. B ($7/12$)
9. A ($1/7$)
10. G ($1/5$)
11. E ($7/10$)
12. M ($9/12$)
13. H ($1/2$)
14. P ($1/4$)
15. D ($2/3$)
16. L ($2/5$)

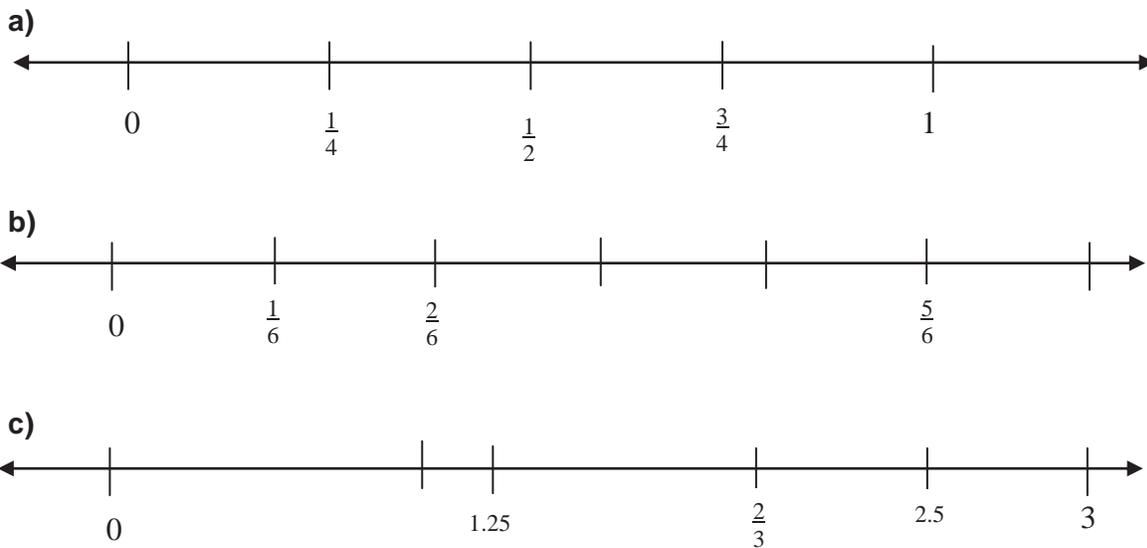


Anexo 11 “Cuadro de Números Decimales”

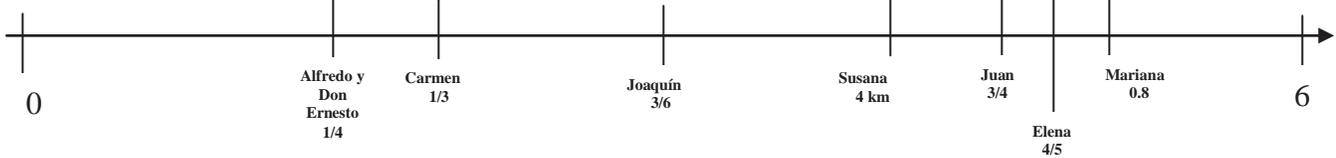
PARTE ENTERA						•	PARTE FRACCIONARIA			
Centenas de Millar	Decena de millar	Unidades de millar	Centenas	Decena	Unidades	PUNTO DECIMAL	Décimos	Centésimos	Milésimos	Diezmilésimos
100,000	10,000	1,000	100	10	1		1/10	1/100	1/1000	1/10000
10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10		0.1	0.01	0.001	0.0001

1. ¿Cuál es la parte entera: 25 y la fraccionaria es: 12
2. ¿Cómo se lee tal número? *Veinticinco enteros doce centésimas*

Anexo 13 “Recta numérica”



¿Quién va ganando?

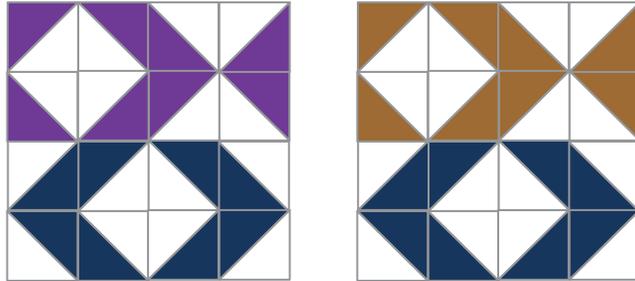


- Mariana ha recorrido mayor distancia
- Alfredo
- Si, Susana, por que lleva una trayectoria de 4 km de 6 km que son el total
- Alfredo y Don Ernesto

Anexo 14 “Ejercicios 4x4 (Individual)”

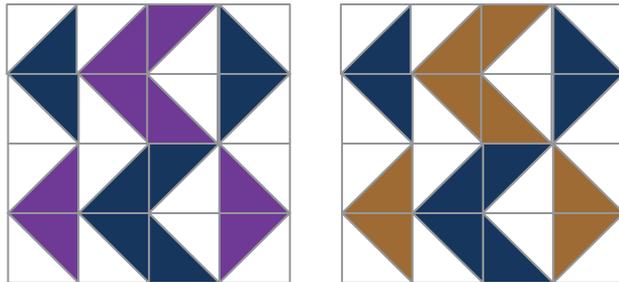
Suma

1. H ($\frac{3}{4}$)
2. K ($\frac{9}{8}$)
3. O ($\frac{13}{20}$)
4. D ($\frac{9}{4}$)
5. N ($\frac{5}{8}$)
6. C ($\frac{12}{10}$)
7. G ($\frac{7}{10}$)
8. P ($\frac{17}{20}$)
9. I ($\frac{4}{6}$)
10. F ($\frac{17}{6}$)
11. B ($\frac{7}{6}$)
12. M ($\frac{5}{6}$)
13. A ($\frac{5}{4}$)
14. J ($\frac{10}{6}$)
15. L ($\frac{7}{8}$)
16. E ($\frac{11}{8}$)



Resta

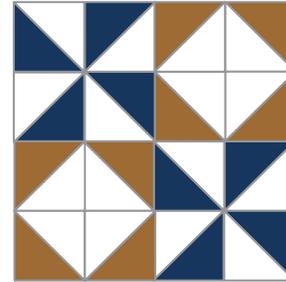
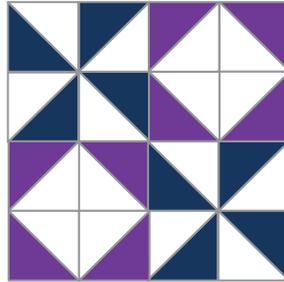
1. F ($\frac{1}{4}$)
2. J ($\frac{1}{8}$)
3. N ($\frac{7}{20}$)
4. B ($\frac{7}{6}$)
5. K ($\frac{3}{4}$)
6. P ($\frac{3}{8}$)
7. L ($\frac{2}{10}$)
8. H ($\frac{3}{6}$)
9. A ($\frac{3}{10}$)
10. M ($\frac{13}{20}$)
11. I ($\frac{2}{6}$)
12. E ($\frac{1}{6}$)
13. C ($\frac{7}{10}$)
14. O ($\frac{5}{6}$)
15. D ($\frac{5}{8}$)



16. G (1/10)

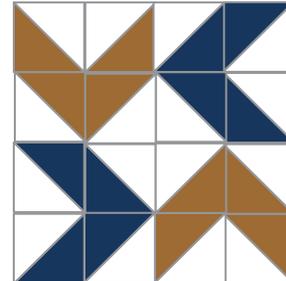
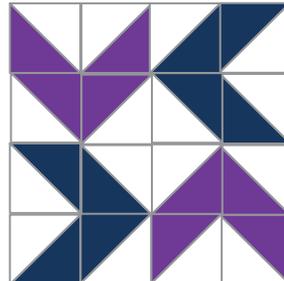
Multiplicación

1. P (3/8)
2. I (5/8)
3. D (1/5)
4. L (3/4)
5. N (9/10)
6. A (3/2)
7. O (1/6)
8. M (1)
9. J (4)
10. B (1/4)
11. F (1/2)
12. C (2/5)
13. E (1/16)
14. G (1/9)
15. H (4/9)
16. K (1/100)



División

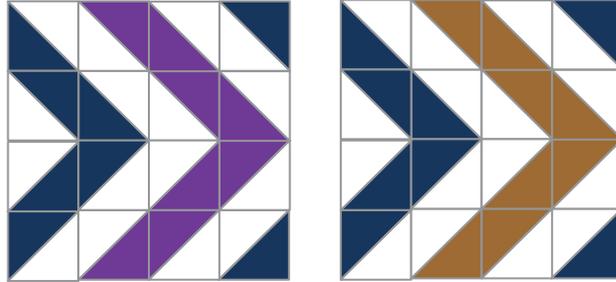
1. D (1/5)
2. A (4/5)
3. E (1/4)
4. G (1/6)
5. P (8/5)
6. M (2/3)
7. L (1/10)
8. C (2/5)
9. K (3/5)
10. N (1/3)
11. I (1)
12. O (2/9)
13. J (3/4)
14. F (1/2)
15. B (1/8)
16. H (3/2)



Anexo 14: "Ejercicios 4x4 (Grupal)"

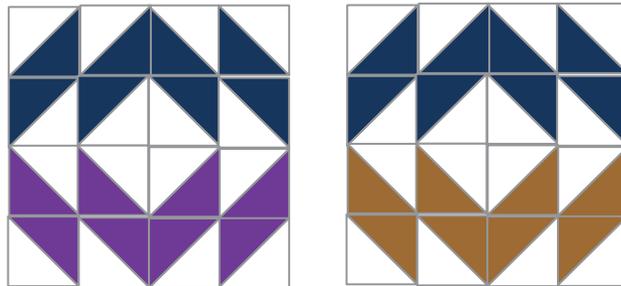
¿Qué número falta?

1. B (1/4)
2. P (1/2)
3. D (3/10)
4. I (1/3)
5. L (5/8)
6. F (3/2)
7. O (5/6)
8. A (1/6)
9. G (2/3)
10. N (1/12)
11. E (5/12)
12. K (3/4)
13. J (5/4)
14. H (1/8)
15. M (7/6)
16. C (4/9)



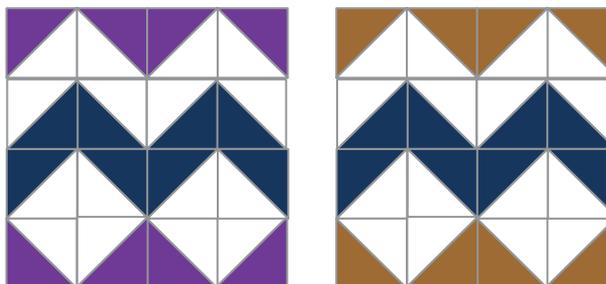
¿Qué número falta?

1. L (3/8)
2. H (1/2)
3. A (3/10)
4. M (3/4)
5. D (7/10)
6. P (2/5)
7. J (5/20)
8. E (2/3)
9. B (1/8)
10. N (1/3)
11. K (1/6)
12. G (5/12)
13. I (3/2)
14. F (5/8)
15. C (1/10)
16. O (5/6)



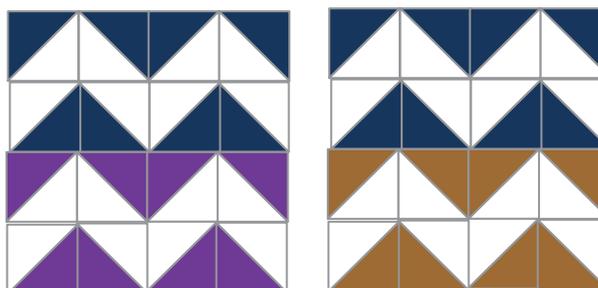
Anexo 15 “Ejercicios 4x4”

1. P (7/8)
2. J (1,600)
3. G (2/3)
4. D (5/8)
5. H (3/8)
6. A (12)
7. M (3)
8. K (1/4)
9. E (1,035)
10. B (5)
11. N (6 3/8)
12. L (1,080)
13. O (1/9)
14. I (2 1/2)
15. F (40)
16. C (30)



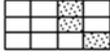
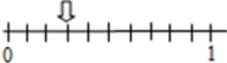
Anexo 16 “De todo un poco”

1. M (3/12)
2. D (2.5)
3. G (3%)
4. L (3.5)
5. H (100%)
6. I (4/3)
7. P (2/3)
8. A (2/5)
9. E (2)
10. J (0.6)
11. O (0.3)
12. B (3/9)
13. N (5)
14. C (0.5)
15. F (40)
16. K (5/2)



Anexo 19 "Evaluación Final"

1. El automovilista recorre en tres horas 60 km y en cinco horas recorre 100km.
2. Si trabajan cinco albañiles la obra la realizan en 5 días.
- 3.

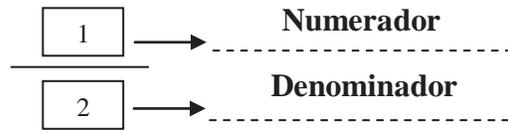
<p>a. $1/6$</p> <p>b. 25%</p> <p>c. $6/7$</p> <p>d. $1/2$</p> <p>e. $4/8$</p> <p>f. $7/6$</p> <p>g. $30/100$</p> <p>h. 40%</p>	<p>1)</p> <p>2)</p> <p>3)</p> <p>4)</p> <p>5)</p> <p>6)</p>	     
--	---	--

4. Sofía necesita 25 metros de listón rosa y 15 metros de listón morado.
- 5.

<p>1) Fracciones Impropias</p> <p>2) Fracciones Mixtas</p> <p>3) Fracciones Decimales</p> <p>4) Fracciones Propias</p>	<p>a) Son fracciones que combinan un número fraccionario y un entero.</p> <p>b) Son fracciones que tienen un denominador mayor al numerador.</p> <p>c) Son fracciones que están compuestas por un punto decimal.</p> <p>d) Son fracciones que su numerador es mayor que su denominador</p>
--	--

6. Diego necesita 35 litros de pintura blanca y 15 litros de pintura azul.
7. El terreno de Manuel mide 40.3 metros cuadrados.

8.



9. Una fracción es: Es un número que representa una parte de alguna cosa (entero o unidad), es decir, es la fragmentación de número de partes iguales.

10.

