UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

PROGRAMA EDUCATIVO EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA
UNIDAD AJUSCO

LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN CON EL APOYO DEL TUTOR INFORMADO. UN ESTUDIO CON ALUMNOS DE TERCER GRADO DE PRIMARIA.

TESIS

Que para obtener el título de:

Licenciada en Psicología Educativa

Presentan:

MARIA DEL ROCÍO ISLAS ALONSO

VERÓNICA PARADA PARADA

Asesor:
Mtro. Pedro Bollás García

México, D.F. Septiembre del 2011

Agradecemos:

A la Universidad Pedagógica Nacional y al Programa Educativo de Psicología Educativa (Unidad Ajusco) el haber hecho posible nuestra educación profesional.

A nuestro asesor Pedro Bollás García por sus consejos, comentarios y apoyo para la realización de nuestro trabajo.

Así como a los profesores: Celia Aramburu Ceñal, Rocío Castro Galván, Enrique Vega Ramírez y a German Pérez Estrada por sus comentarios y aportaciones que enriquecieron este trabajo.

Rocío y Verónica.

Resumen

El propósito del presente trabajo fue diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención, para mejorar el aprendizaje de la división en alumnos de tercer grado de primaria, mediante el uso de estrategias de aprendizaje cooperativo con la ayuda del tutor informado (alumno al que se le instruía previamente para enseñar a sus compañeros de equipo).

Se trabajó un diseño cuasiexperimental (pretest-postest), con dos grupos de alumnos de 3º grado de primaria (grupo experimental y control). La investigación consta de tres fases: a) Evaluación Inicial a los dos grupos; b) Propuesta de Intervención en el grupo experimental, que está formada por dos momentos, 1.- Sesiones con actividades para instruir previamente a los tutores informados y 2.- Sesiones con actividades por equipos en las cuales los tutores informados guiaban a sus compañeros para mejorar el aprendizaje de la división; y c) Evaluación final a ambos grupos.

Se realizó dos tipos de análisis; cuantitativo-cualitativo, en el cuantitativo se muestra la comparación de los promedios obtenidos en los dos grupos (experimental y control) antes y después de la aplicación del programa de intervención. Y el cualitativo se llevó a cabo mediante la identificación de categorías del Aprendizaje Cooperativo que se observaron durante las sesiones del programa de intervención.

Se concluye que los alumnos que trabajaron con estrategias de aprendizaje cooperativo con el apoyo del tutor informado mejoraron su puntuación en comparación con el grupo que no trabajó esta estrategia metodológica, la cual se puede implementar en otras materias y otros grados de enseñanza.

RESUMEN

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Ante un mundo que cuenta con distintos medios de comunicación donde se requiere de una población con mayor capacidad de organización que posea tanto habilidades como conocimientos específicos, aún existe una realidad que parece haber quedado estancada; en la educación se ha enfatizado al maestro como poseedor del conocimiento y responsable del aprendizaje, por lo que se ha disminuido la capacidad de los alumnos para ofrecer ayuda a sus compañeros en sus tareas escolares.

Una propuesta basada en la interacción entre iguales, es el aprendizaje cooperativo. Este tipo de aprendizaje resulta interesante, porque toma en cuenta tanto los procesos intelectuales del alumno como los motivacionales, afectivos y sociales, donde los estudiantes tienen frecuentes oportunidades de interactuar entre ellos a través de los procesos de tutoría. Es por ello que el presente trabajo de investigación aborda el tema: uso de estrategias de Aprendizaje Cooperativo a través de la presencia de un tutor informado en la enseñanza de la división en Educación Primaria; dicho trabajo se divide en tres capítulos:

En el primer capítulo se analiza el aprendizaje cooperativo; sus características principales y las estrategias propuestas para ser trabajadas en equipo de iguales. Algunos autores fundamentan el aprendizaje cooperativo como una estrategia que facilita o propicia la interacción entre los miembros de un grupo, quienes se convierten en mediadores del aprendizaje de los otros. Por lo que también en este apartado se revisa la importancia de la tutoría entre iguales, en específico el papel del tutor informado. Además de señalar la importancia que tiene el aprendizaje cooperativo en matemáticas.

En el segundo capítulo se abordan estudios sobre la enseñanza de las matemáticas, las dificultades que tienen los alumnos para aprenderlas. Haciendo énfasis en este apartado propiamente a la enseñanza de la división, también se presenta el encuadre curricular en el que se señalan los contenidos seleccionados para trabajar en el programa de intervención.

El tercer capítulo hace referencia al Método utilizado para el desarrollo de la investigación en el cual se menciona: los sujetos con los que se trabajó, la escuela, los instrumentos, el procedimiento, el análisis correspondiente a los datos que se obtuvieron en la investigación, los cuales se analizaron cuantitativamente a través de la prueba "t de Student". También se realizo un análisis cualitativo considerando el desarrollo de las actividades que se trabajaron durante el taller de intervención, mediante la observación de las interacciones que se produjeron durante las actividades de aprendizaje cooperativo.

Por último se presentan las conclusiones a las que se llegó tomando en cuenta los resultados obtenidos en el trabajo de investigación y finalmente se integran los anexos.

DELIMITACIÓN DEL TEMA

Planteamiento del problema

Se cree que las matemáticas son difíciles para la mayoría de las personas, pues su carácter formal y abstracto dificulta su aprendizaje, ya que requieren un nivel de razonamiento que implica un mayor nivel de complejidad. Sin embargo los niños, aún poseen una forma de aprender demasiado concreta, lo cual contrasta con el carácter formal y abstracto de las matemáticas.

Esto da como resultado que el aprendizaje de las matemáticas sea uno de los que más se le dificultan al alumno en el aula, los factores que influyen en ello pueden ser diversos, entre ellos predominan los pocos conocimientos previos y habilidades que el niño posee, aunque esto no puede ser homogeneizable, pues algunos alumnos si poseen dichos conocimientos y habilidades que han aprendido y desarrollado fuera de la escuela, o simplemente porque les es más fácil aprender matemáticas.

Por esta razón se considera que el aprendizaje cooperativo puede ser útil para enseñar de una manera más eficaz, dadas las características que en éste se presentan, como es, la intersubjetividad entre los integrantes del grupo, la cual genera varias ideas entre estos y tiene como resultado el empleo de diversas estrategias que les facilita aprender algún tema, que puede ser matemático u otro. Ya que como lo señala Ovejero (1990), para que los alumnos se apropien de los conocimientos matemáticos, también es necesario que expresen sus ideas y discutan distintas estrategias, esto es más probable si se manejan en pequeños grupos.

De acuerdo a lo anterior se sabe que es fundamental aprender las operaciones básicas en los primeros grados de enseñanza, pues más adelante las matemáticas se vuelven más complejas, y si no se aprendieron correctamente, en los siguientes niveles académicos, al alumno le será más difícil comprender las matemáticas (por ejemplo el álgebra).

Gómez, citado en Martínez, (1991) menciona que la división es la más difícil de todas, ya que se requiere de los conocimientos previos de las demás operaciones y no da márgenes para la intervención personal. Por esta razón es necesario enseñar la división, siendo está una de las operaciones que más se le dificulta a los alumnos.

Además se puede decir que uno de los problemas a los que se enfrenta el alumno al aprender la división, es la forma en cómo se enseña, pues es la guía que permitirá resolver con una mejor eficacia el algoritmo de la división.

El alumno también debe contar con los conceptos básicos como son la definición y las partes que integran la división, pero éste es un problema, ya que no en todas las escuelas se retoman esta información siendo la base para una mejor comprensión de la operación; debido a que al resolverla se les dificulta y existen dudas todavía del dominio de la multiplicación, esto, hace que se les dificulte resolverla, por lo que nuestra propuesta de intervención es enseñarle a los niños la división por medio de estrategias de aprendizaje cooperativo, tomando en cuenta los conocimientos previos de estos, así como sus habilidades.

Se sabe también que no todos cuentan ni con los mismos conocimientos previos, ni tampoco con las mismas habilidades que sus demás compañeros, por eso para lograr el proceso de adquisición del algoritmo de la división hay varias formas, técnicas o estrategias que permiten apropiarse del conocimiento; una de estas estrategias es la del aprendizaje cooperativo, con la suposición de que facilitara dicho proceso. Además de que este tipo de trabajo considera importante que algunos de los alumnos cuentan con conocimientos útiles para poder ayudar a sus compañeros. Es por ello fundamental contar con la presencia de un tutor informado. Ya que como lo señalan Melero y Fernández (1995), en las relaciones asimétricas, en donde está presente un sujeto más capaz, se obtienen mejores rendimientos en el aprendizaje.

Pues siguiendo a Baudrit (2000), la función del tutor exige habilidades muy diversas: como dominar el contenido en el que tiene que intervenir, saber escuchar a sus compañeros, identificar o ser sensible a las dificultades que éstos presentan para apoyarlos y estimularlos, no intervenir cuando sus compañeros trabajan correctamente; lo cual es benéfico para los tutorados.

Por lo mencionado anteriormente a continuación surge la siguiente interrogante que genera la propuesta de intervención del presente trabajo.

Pregunta de investigación

¿Las estrategias de aprendizaje cooperativo, a través de la presencia del tutor informado, favorecen el aprendizaje de la división en los alumnos de tercer grado de primaria?

Justificación

Las matemáticas son una de las ciencias más exactas en su aplicación, pero también una de las más complejas en su aprendizaje. Surge a consecuencia de las primeras necesidades del hombre para contar y medir en su vida cotidiana. Los conocimientos iniciales eran adquiridos empíricamente sin la implicación de un sistema ordenado, por lo tanto carecían de una estructura congruente.

En la actualidad las matemáticas están basadas en distintas funciones como: las operaciones, el número y las medidas, las cuales en la formación de los niños contemplan dos valores: el matemático que hace referencia al concepto de número y sus diversas aplicaciones y en el marco personal que hace referencia a la vida cotidiana.

Por ello es necesario que ambos valores se manejen de manera reciproca, es decir, que se tome en cuenta en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas el marco personal, y la mejor forma de enlazar ambos valores se centra en la interacción del alumno con otros sujetos, que pueden ser sus propios compañeros, teniendo características similares al alumno, edad, intereses, etc.; lo cual puede favorecer el aprendizaje entre iguales.

Se considera que esta investigación es conveniente porque ayudará a conocer si la aplicación de estrategias de aprendizaje cooperativo mejorará el aprendizaje de la división a diferencia de la enseñanza de la forma tradicional, en como ésta se ha dado, en la cual el alumno era considerado como ente pasivo que sólo recibe información.

En cambio en la enseñanza utilizando estrategias de aprendizaje cooperativo el alumno se retroalimenta con las aportaciones de las ideas de sus compañeros, además de crearse un ambiente de confianza en donde el alumno podrá expresarse de manera más abierta lo cual le ayudará a poder mencionar sus dudas que anteriormente se le habían generado.

Cabe señalar que los resultados que esta investigación genere serán de gran utilidad para la comunidad educativa (profesionales de la educación, alumnos y padres) ya que no sólo se pretende que con el uso de estas estrategias de aprendizaje cooperativo se mejore el rendimiento académico de los alumnos tanto en el área de matemáticas, como también en otras disciplinas tal es el caso de la materia de formación cívica y ética en donde se pretende promover valores por ejemplo el respeto, pues al utilizar dichas estrategias se fomentan este tipo de valores, los cuales no sólo serán de utilidad dentro del aula con sus profesores y compañeros si no también en otro contexto con familiares y amigos.

Tomando en cuenta que las matemáticas crean rechazo a la hora de trabajarlas se puede decir que con el uso de estas estrategias se promueve el que a los alumnos les agrade más trabajar con ellas, pues esta metodología implica una motivación tanto extrínseca como intrínseca en el conocimiento de los alumnos.

Es importante mencionar que esta investigación reafirma la teoría constructivista en donde al alumno no se le ve como alguien que solo recibe conocimiento sino como alguien que construye y reconstruye tanto su conocimiento como el de los demás.

También se puede decir que a través de esta investigación se generará un análisis metodológico que podrá servir para dar sugerencias a futuras investigaciones.

Retomando la forma de evaluación hay que tomar en consideración que no sólo se pretende saber el nivel de rendimiento que los alumnos lleguen a obtener con el uso de estas estrategias, si no también saber mediante la observación si se dieron las distintas características del aprendizaje cooperativo y la tutoría entre iguales.

A diferencia de otras investigaciones que han trabajado con este tema en esta investigación se ha tomado en cuenta específicamente la enseñanza-aprendizaje de la división entre los alumnos. Pues si bien se han elaborado trabajos de estrategias sobre la enseñanza de la división, en estos no se había tomado en cuenta la enseñanza reciproca de los alumnos.

Objetivo General

Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención basado en el aprendizaje cooperativo y el tutor informado para la enseñanza de la división en alumnos de tercer grado de primaria.

Objetivos Específicos

- Aplicar una evaluación inicial sobre el tema de la división.
- Diseñar un programa de intervención basado en el aprendizaje cooperativo y el tutor informado para la enseñanza de la división.
- Aplicar un programa de actividades de instrucción previa a diez alumnos para que estos funjan como tutores informados.
- Aplicar un programa de intervención basado en el aprendizaje cooperativo y el tutor informado al grupo experimental.
- Realizar una evaluación final sobre el tema de la división.
- Realizar un análisis comparativo de las puntuaciones de la evaluación inicial y final.

CAPÍTULO I

EL APRENDIZAJE COOPERATIVO Y LA INTERACCIÓN ENTRE IGUALES

En la educación se ha destacado al profesor como poseedor del conocimiento, responsable del aprendizaje y causante del buen o mal clima dentro del aula, se ha minimizado la capacidad de los alumnos para brindar ayuda a sus compañeros; además, la institución escolar argumentando una mayor disciplina, ha aumentado la tensión en la forma en que se relacionan los alumnos, favoreciendo el control y la carencia de iniciativa en los mismos. Y es que "Si el alumno no es el protagonista de su aprendizaje y este no le es rigurosamente significativo, se estará propiciando un adoctrinamiento, una detención del desarrollo y sobre todo, una manipulación del sujeto (alumno)" (Medina, 1989, 81).

Una propuesta educativa integral basada en la interacción entre iguales, llevada a cabo en contextos escolares es el aprendizaje cooperativo. Este tipo de aprendizaje resulta interesante y trascendente, porque toma en cuenta tanto los procesos intelectuales del alumno como los motivacionales, afectivos y sociales, donde los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar entre ellos a través de los procesos de tutoría y colaboración, aprendiendo a utilizar el lenguaje para guiar las propias acciones o las de algún compañero, generando sentimientos de aceptación y pertenencia, haciendo sus aportaciones en función de sus propios intereses, lo que da como resultado un aprendizaje más significativo y con una mayor integración del alumno a su grupo (Huertas y Montero, 2001).

1.1 Aprendizaje Cooperativo

Es obvio que las situaciones de enseñanza-aprendizaje ponen en marcha en los alumnos procesos cognitivos desde el momento en que tales situaciones tienen que ver, de forma destacada, con la reconstrucción de un saber, de un conocimiento, culturalmente organizado.

Pero de acuerdo con Echeita, citado por Melero y Fernández (1995), la propia situación de enseñanza-aprendizaje también genera afectos, sentimientos, entre los alumnos que mediatizan el funcionamiento de esos mismos procesos cognitivos, al mismo tiempo que esos alumnos atribuyen un sentido a lo que están haciendo dentro del aula.

Sin embargo, es idealista pensar que la simple interacción entre iguales produce efectos positivos pues no basta con poner a un grupo de alumnos a interactuar entre sí para obtener efectos favorables. Como señala Coll (1990), "el elemento decisivo no está en la cantidad de interacción, sino en su naturaleza" (p. 106).

De tal forma, es necesario precisar el contexto de la interacción y las condiciones de ésta a través de las cuales se produce dicho proceso.

De acuerdo con Coll (1990) se distinguen tres diferentes situaciones de organización grupal, la competitiva, la individualista y la cooperativa.

1.- En la situación de organización competitiva los objetivos que persigue cada alumno no son independientes de lo que consigan sus compañeros, de manera que, si un alumno alcanza su meta es porque los otros miembros no lograron alcanzar las suyas.

2.- En la situación de organización individualista no hay ninguna relación entre los objetivos que persigue cada alumno, ya que sus metas son independientes entre sí.

3.- La organización cooperativa se caracteriza porque los propósitos que pretenden lograr los miembros de un equipo son alcanzados sólo sí los otros alumnos obtienen los suyos.

Las actividades de enseñanza son procesos complejos en los que intervienen numerosas variables, en las cuales los protagonistas de tales procesos (profesores y estudiantes) interactúan de manera constante en ambientes de aprendizaje, de modo que el arreglo del salón, la distribución de los recursos educativos, la metodología planteada, etc., responden básicamente a la forma de relación establecida por el docente, y entre éste y sus estudiantes.

En este contexto según Arias (2005**)** se encontrará el aprendizaje cooperativo como una poderosa herramienta metodológica que permitirá propiciar situaciones potenciadoras del aprendizaje.

Para Slavin, citado por Melero y Fernández, (1995) el término "aprendizaje cooperativo" se refiere, estrictamente hablando, a un amplio y heterogéneo conjunto de métodos de instrucción estructurados en donde los estudiantes trabajan juntos, en equipos, en tareas generalmente académicas. Dichos métodos poseen un formato sistematizado de modo que el profesor sabe en todo momento cuál es el siguiente paso a trabajar, este formato varía en función del método que se maneje, pero todos incluyen pequeños grupos de estudiantes (por lo general entre 4 y 6) ayudándose mutuamente a controlar una tarea o materiales escolares ofertados por el docente.

En donde los alumnos trabajan juntos y también aprenden a ser responsables tanto de su aprendizaje como el de sus compañeros (as) de grupo.

Por lo que se puede decir, que el aprendizaje cooperativo en la educación, es "el uso de grupos pequeños en los que los alumnos trabajan juntos para mejorar su aprendizaje y el de los demás, además sienten que pueden alcanzar sus objetivos de aprendizaje sólo si los demás integrantes de su grupo también los alcanzan" (Johnson y Johnson, 1999, 20).

1.2 Características del Aprendizaje Cooperativo

Por su parte Díaz (2002) señala las siguientes características del aprendizaje en grupo cooperativo:

1) Habilidades interpersonales y manejo de grupos pequeños: Debe enseñarse a los alumnos las habilidades sociales requeridas para lograr una colaboración de alto nivel y para estar motivados a emplearlas. De esta manera se considera necesario enseñar a los alumnos a:

a) Conocerse y confiar unos a otros.
b) Comunicarse de manera precisa y sin ambigüedades.
c) Aceptarse y apoyarse unos a otros.

2) Resolver conflictos constructivamente. Estas habilidades implican valores y actitudes muy importantes, como la disposición al dialogo, la tolerancia, la empatía, la honestidad, el sentido de equidad y justicia en las relaciones con los demás, entre muchas otras.

3) Interacción promocional cara a cara: Los efectos de la interacción social y el intercambio verbal entre los compañeros no pueden ser logrados mediante sustitutos no verbales (instrucciones o materiales). La interacción promocional cara a cara es muy importante ya que existe un conjunto de actividades cognitivas y dinámicas interpersonales que sólo ocurren cuando los estudiantes interactúan entre sí en relación con los materiales y actividades. Por ejemplo, explicaciones propias sobre cómo resolver problemas; discusiones acerca de la naturaleza de los conceptos por aprender; enseñanza del propio conocimiento a los demás compañeros, explicación de experiencias pasadas relacionadas con la nueva información etc., son actividades centrales para promover un aprendizaje significativo.

4) Interdependencia positiva: Hay que promover una serie de prácticas interpersonales y grupales relativas a la conducción del grupo y los roles a desempeñar, la manera de resolver conflictos y tomar decisiones asertivas, las habilidades para entablar un diálogo verdadero.

Además de proponer una tarea clara y un objetivo en común para que los alumnos sepan que pueden alcanzar o no dicho objetivo.

5) Tarea, reconocimiento grupal y reforzamiento social: La tarea consiste no sólo en hacer algo en común, sino en aprender algo como grupo, por lo que ha de ser asociada a un reconocimiento grupal, conocido y valorado por el alumnado participante en el trabajo cooperativo. El reforzamiento social relacionado con la estructura de la recompensa (suele ser la nota), se ha de caracterizar, según Slavin, citado en Díaz (2002), por la supremacía del refuerzo intrínseco frente a los refuerzos extrínsecos y con la recompensa grupal frente a la individual.

Díaz (2002) sugiere que en cuanto a la forma de calificar a los alumnos que trabajan en grupos cooperativos, no hemos de olvidar el criterio principal que es la percepción de una interdependencia positiva entre todos los miembros del grupo. Por lo tanto Johnson y Johnson (2004), señalan que es conveniente recordar: que cuando los estudiantes pierden en una situación de Aprendizaje Cooperativo piensan que el sistema de puntuación es injusto.

Antes de ejecutar la tarea, los estudiantes generalmente creen que un sistema de recompensa competitivo es el más justo, pero, después de realizada, les parece mejor dar la misma recompensa a todos los miembros del grupo.

Los estudiantes que han experimentado el aprendizaje cooperativo prefieren recompensas grupales a las puntuaciones individuales. Por lo que se puede decir que el rendimiento académico es mayor cuando se dan recompensas grupales, frente a las individuales (Johnson y Johnson, 2004).

6) Heterogeneidad en la composición de los grupos e intersubjetividad en la construcción conjunta de los conocimientos: La heterogeneidad en la composición de los grupos radica en hacer posible las condiciones necesarias para que puedan aparecer en los participantes de la actividad educativa un conflicto sociocognitivo. Además pone las bases para que ese conflicto pueda ser resuelto.

La idea de la cooperación, entendida como compartir los procesos de pensamiento entre los componentes de un grupo de trabajo que mantienen opiniones distintas sobre un mismo tema, está relacionada con el concepto lingüístico de intersubjetividad. Ésta se centra en la comprensión compartida de un tema por personas que trabajan juntas y que tienen en cuenta los diferentes puntos de vista. La intersubjetividad se rige de uno de los principales procesos facilitadores de la construcción compartida de los significados y conocimientos.

7) Responsabilidad individual e igualdad de oportunidades para el éxito: García (et. al; 2001) considera que la responsabilidad individual tiene que ver con el compromiso de cada miembro del grupo, tanto respecto del aprendizaje de sus compañeros como del suyo propio. Como afirman Melero y Fernández (1995), cuando el éxito del grupo depende del aprendizaje de todos los miembros del grupo, todos ellos aprenderán. La responsabilidad se centra en realizar acciones de tutorización y de ayuda mutua entre los miembros del grupo y facilitar el aprendizaje de todos sus componentes.

Aronsón y Patnoe, citados en García, (2001) aseveran que la responsabilidad individual es un resultado estructural y puede convertirse en un grupo de colaboración de dos métodos diferentes: primero mediante la puntuación que se le otorga individualmente a cada sujeto para que contribuya a la puntuación global del grupo (como ocurre en los métodos diseñados por Slavin) y segundo, mediante la especialización de tareas, como lo que cada individuo puede hacer para contribuir en el grupo (como ocurre en el Puzzle de Aronsón y en los grupos de investigación).

La responsabilidad individual no debe de interpretarse en el sentido de que todos los miembros del grupo tienen que aprender lo mismo, al mismo nivel. Cada cual debe aprender y progresar en función de sus necesidades educativas.

Aspecto que, señala Echeita (1995), debemos tener en cuenta para estructurar otro factor responsable del aprendizaje cooperativo la “igualdad de oportunidades para el éxito”.

Todos los participantes en un grupo cooperativo pueden contribuir a la concepción de la tarea y reconocimiento grupal sin mejorar su propio rendimiento. Todos los esfuerzos que los miembros de un grupo cooperativo hacen por aprender son necesarios y valiosos para la consecución de la tarea grupal lo que redunda en beneficio del esfuerzo y de la responsabilidad individual, y la aparición de acciones tutórales y ayuda entre los miembros del grupo.

El aprendizaje cooperativo se caracteriza por un alto grado de igualdad de roles y una comunicación variable entre los componentes del grupo, con respecto al tipo de interacción que promueven las propuestas educativas. Estos elementos son cruciales para que se produzca una real y efectiva interacción entre los estudiantes que participan en un grupo de aprendizaje cooperativo. Aunque dentro de los grupos cooperativos la igualdad se encuentra mucho más asegurada en los niveles de mutualidad y el potencial de ayuda entre los iguales facilitan la comprensión necesaria para que se den interacciones comunicativas eficaces entre los miembros del grupo.

El hecho de formar al alumnado en la resolución del manejo de los conflictos, que acontecen en la actividad conjunta con sus iguales, es otra necesidad sobre la que también resulta ineludible intervenir desde un punto de vista educativo, siendo la utilización de habilidades interpersonales por parte de los miembros del grupo una de las principales características de las técnicas de aprendizaje cooperativo (García, 2001).

Johnson y Johnson, citados en García (2001), consideran que los términos como pasivo, memorización, individualidad y no competencia no están asociados con el aprendizaje cooperativo, por el contrario los elementos que siempre están presentes en este tipo de aprendizaje son:

a) Cooperación: Los estudiantes se apoyan mutuamente no sólo para ser expertos en los contenidos, sino para aprender a trabajar en equipo. Comparten metas, recursos y responsabilidad de su papel, además de saber que no pueden tener éxito a menos que todos en el equipo tengan éxito.

b) Responsabilidad: Los estudiantes asumen su responsabilidad individual en la parte de la tarea que les corresponde y también en hacer comprender a sus compañeros (as).

c) Comunicación: Tienen que intercambiar información y materiales, preocuparse de que todos comprendan, analizando y reflexionando sobre las conclusiones, procurando una mayor calidad en sus razonamientos y resultados.

d) Trabajo en equipo: Aprenden a resolver juntos los problemas desarrollando habilidades de liderazgo, comunicación, confianza, toma de decisiones y solución de conflictos.

e) Autoevaluación: Los equipos deben evaluar que acciones han sido útiles y que acciones no. Los equipos establecen metas y analizan sus logros y fracasos, identificando problemas y buscando cambios o soluciones para mejorar su trabajo a futuro.

Al analizar los puntos que están presentes al trabajar en grupo todos juegan un papel importante para que se pueda dar el aprendizaje cooperativo, para saber que realmente se dio durante el proceso.

Después de comentar los puntos que deben integrar el aprendizaje cooperativo dentro de un grupo, se continúa con la forma de componer a estos equipos ya que se mencionarán algunos de los diversos problemas que se dan durante la integración y el proceso de trabajo en los grupos.

García (2001) supone que una dificultad que requiere solución en el aprendizaje cooperativo consiste en cómo agrupar a los estudiantes para maximizar la eficacia de los grupos cooperativos. Pues bien, un primer problema consiste en el grado de homogeneidad/ heterogeneidad que deben tener los grupos para ser más eficaces.

En ese sentido, aunque los datos hasta ahora disponibles son un tanto contradictorios y confusos parece ser que son más eficaces los grupos heterogéneos, ya que de acuerdo a las investigaciones realizadas se proporcionan diferentes puntos de vista según las ideas que aporten los alumnos.

También indica que otro problema relacionado con la formación de los grupos cooperativos consiste en si conviene o no colocar en el mismo grupo a estudiantes que ya son amigos.

En este sentido la conclusión de Berndt, Perry y Millar, citados en García (2001), es rotunda cuando mencionan que la ausencia de unas claras diferencias entre las interacciones de amigos y de simples compañeros es tranquilizante, ya que sugiere que no es desventajoso emparejar durante el aprendizaje cooperativo a los estudiantes con sus amigos; es decir, los amigos no se distraen, ni emplean menos tiempo en las tareas que las parejas de simples compañeros.

Al contrario, a menudo los amigos trabajan juntos para hacer las tareas y otros proyectos extraescolares, por lo que alentarles a trabajar juntos dentro de la escuela podría conducir a una mayor continuidad en sus actividades académicas.

Por lo tanto se propone que para cumplir con todas las características es necesario llevar a cabo algunas modificaciones básicamente en los estilos de enseñanza del profesorado, así como la propia actitud ante la innovación educativa. Por ello a continuación se plantean distintas estrategias de aprendizaje cooperativo que pueden llevarse a cabo dentro del aula.

1.3 Estrategias de Aprendizaje Cooperativo

Huertas y Montero (2001) retoman las siguientes estrategias de aprendizaje cooperativo que se manejan dentro del presente trabajo de investigación:

I.- Trabajo en Equipo-Logro Individual, (TELI) (Student Teams-Achievement Divisions, STAD).

Esta técnica de aprendizaje cooperativo ha sido desarrollada por Robert Slavin de la Jhons Hopkins University (citado en Huertas y Montero, 2001). Este autor es uno de los más entusiastas defensores de dicha técnica y se ha dedicado a sistematizar sus propuestas desarrollando materiales curriculares adaptados a ellos, así como realizando investigaciones aplicadas que pusieran de manifiesto hipótesis de las ventajas de este tipo de aproximación a la enseñanza.

La técnica es de sencilla aplicación. Se estructura en 5 pasos claramente definidos, a saber: presentación del material por parte del profesor, trabajo en equipos, ejercicios de evaluación, cálculo de puntuaciones de mejora y reconocimiento a los equipos.

1.- Presentación. Generalmente se presentan los nuevos contenidos con algún tipo de exposición de materiales, lo importante es que lo que se quiera enseñar esté claramente conectado con lo que se pedirá a los alumnos que aprendan. Dicho de otro modo, que haya una correspondencia entre enseñanza y evaluación del aprendizaje.

2.- Trabajo en equipos. Se forman equipos de cuatro o cinco estudiantes pero no de cualquier modo. Hay que hacer equipos equilibrados en cuanto a sus niveles de conocimientos. Es decir, que no haya otros equipos claramente mejores que otros en habilidades y conocimientos previos a la actividad que vayamos a desarrollar. Esto implica que dentro del grupo, predomine la diversidad para que, en conjunto, todos los equipos sean parecidos.

Una vez formados los equipos, se les da un tiempo para trabajar y aprender los materiales presentados al comienzo, se debe destacar el hecho de que no sólo es necesario que cada cual aprenda, si no que el rendimiento del equipo depende de que todos aprendan lo más posible.

En cualquier caso cada equipo es libre de elegir los modos de aprendizaje que le parezcan más adecuados. El papel del profesor en esta fase es el de resolver dudas, ayudar en las dificultades, etc.

3.- Ejercicios de evaluación. Tras la presentación del material y su trabajo en equipos, se hacen ejercicios de evaluación individuales, ya sean preguntas, problemas desarrollo de temas con un carácter informal. Es decir, ejercicios evaluados por el profesor, pero diferentes de un examen. En el momento de hacerlos, los miembros de un mismo equipo no pueden ayudarse, deben resolverlos individualmente.

4.- Cálculo de puntuaciones de mejora. Las puntuaciones individuales se guardan para la evaluación final. Parte de esa evaluación corresponde al rendimiento en equipo.

El rendimiento de los equipos no se saca de la suma de las puntuaciones de sus miembros si no a partir de lo que se denomina puntuaciones de mejora, es decir, que lo que se valora para estimar el rendimiento del equipo no son los resultados sino la mejora en el rendimiento. Para ello es necesario partir de un criterio previo.

Cuando se está empezando, puede ser el mismo mediante el cual se formaron los bloques previos, es decir, el rendimiento del curso anterior en la misma materia. Si se trabaja sistemáticamente con está técnica, se toma como puntuación base el promedio de los tres últimos ejercicios. A partir de la puntuación base se calcula lo que cada estudiante ha mejorado (o empeorado) en el último ejercicio individual. Slavin propone una tabla de conversión de puntuaciones de ganancia en puntos para la puntuación del equipo sea cual sea su nivel de conocimientos previos puede aportar la máxima cantidad de puntos a su grupo mediante la mejora sistemática de su rendimiento de un ejercicio a otro. La tabla, en un sistema de puntuaciones en escala de cero a cien puntos, es la siguiente:

- Más de diez puntos por debajo de la puntuación base, cero puntos de mejora.
- Entre uno y diez puntos por debajo de la base, diez puntos de mejora.
- Hasta diez puntos por encima de la base, veinte puntos de mejora.
- Más de diez puntos por encima de la base, treinta puntos de mejora.
- Ejercicio perfecto, independientemente de la base, treinta puntos de mejora.

5.- Reconocimiento a los equipos. El ciclo de trabajo termina con un sistema de recompensas a los equipos que alcancen determinados criterios de puntuación. El uso, o no, de recompensas dependerá de la orientación motivacional que se quiera transmitir a los alumnos. Utilizarse un sistema para recompensar determinados niveles de rendimiento a los equipos, se pueden utilizar contenidos materiales (sistemas de acumulables para la obtención de premios) o simbólicos (participación) determinadas actividades valoradas positivamente por los estudiantes).

II.- Torneos de juegos por equipos. TJE (Teams-Games-Tournments. TGT).

Huertas y Montero (2001) consideran que está técnica se asemeja a la anterior en el modo de trabajar pero difiere en cuanto a cómo se evalúa el rendimiento de los equipos. También se lleva a cabo en cinco pasos secuenciados:

1.- Presentaciones. Se comenzará la aplicación mediante la explicación y la entrega de materiales a los estudiantes, facilitando una primera comprensión de los contenidos ya sean relativos a conceptos, a procedimientos o a actitudes implicados en la unidad didáctica que se vaya a enseñar.

2- Formación y trabajo en equipos. Los grupos se componen de estudiantes con niveles heterogéneos de conocimientos previos, de tal modo que todos los equipos, en conjunto tengan parecido potencial. El tamaño también será de cuatro o cinco miembros.

3.- Preparación de las partidas. Una partida no es más que un conjunto de preguntas ejercicios, problemas, etcétera, cuya resolución será la meta de las que compitan en cada torneo.

El torneo puede ser a una o más partidas para organizar si el nivel de conocimientos de la clase es muy homogéneo bastarán pocas partidas para organizar un torneo si el nivel es muy heterogéneo habrá que diseñar partidas con diferentes niveles de dificultad. Las preguntas, ejercicios problemas, etc., se presentan en tarjetas en las que se incluye en el reverso, la solución correcta.

4.- Torneos. La clase se reparte en mesas de torneo en las que compiten tres estudiantes de diferentes equipos pertenecientes al mismo nivel de conocimientos previos para que el torneo resulte lo más igualado posible. Se barajen el bloque de preguntas que compone la partida. El primer estudiante lee la pregunta en voz alta y da una respuesta. El siguiente si no está de acuerdo con la respuesta, puede dar otra o pasar. En el caso de que pase, el tercer estudiante tendrá su oportunidad para dar una respuesta diferente de la del primero o pasar.

El tercer estudiante lee la respuesta correcta. Aquel que haya acertado se llevará la tarjeta. Los errores se penalizan en el caso de que los cometa el segundo o el tercer jugador, quienes deberán devolver alguna de las tarjetas anteriormente conseguidas (si las tuvieran).

A cada pregunta se van rotando los papeles. El que empezó siendo el primer jugador pasa a ser el último, el segundo el primero, etcétera. Así hasta que se acabe la partida. Al final el mejor de los tres anotará 60 puntos para su equipo, el segundo 40 y el último 20. En caso de empate se dividirán en partes iguales los puntos que hubieran correspondido a las posiciones empatadas de tal modo que un empate entre los dos primeros implica 50 puntos por jugador, mientras que entre los dos últimos implicaría 30 puntos por jugador. Un triple empate conlleva 40 puntos para cada uno de los tres jugadores.

Si el torneo se compone de más de una partida, se continúa con la siguiente teniendo en cuenta que los puntos se asignan al final de cada partida y no del torneo. Se recomienda que una partida tenga entre diez y veinte preguntas (ejercicios problemas etcétera).

El mejor de cada torneo "asciende" a una mesa con mayor nivel de conocimientos y el peor "desciende" a una mesa de nivel menor de conocimientos. En la medida en que queramos enfatizar la competición entre toda la clase, este sistema de clasificación se puede hacer explícito, es decir, público. En la medida en que no lo queramos hacer, podemos cambiar a los estudiantes sin que conozcan las razones del cambio o aportar otro tipo de razones, "aquí vas a rendir mejor", "vas a estar más a gusto", etc. En cualquier caso, dentro de un sistema de competición como este, los cambios se efectúan con el ánimo de que cada estudiante esté situado en el torneo que le implique un reto óptimo para su nivel de conocimientos.

5.- Reconocimiento a los equipos. Cada jugador aporta a su equipo los puntos que ganó en su torneo el promedio de los aportes se convierte en la puntuación de cada equipo.

Del mismo modo, se puede utilizar un sistema de premios en función de criterios de rendimiento o de un orden final entre equipos.

Lo primero quiere decir que se premiará a todos aquellos equipos que consigan un determinado número de puntos. Lo segundo, que los premios serán para los que ocupen los primeros puestos independientemente del número de puntos conseguidos.

La diferencia estará en que, mediante el sistema ligado a criterios, todos los equipos podrán alcanzarlos independientemente de lo que hagan los demás. Si se premia sólo a los mejores equipos, la consecución del premio implicara la derrota de los demás equipos.

Por otro lado, este sistema también permite que, dentro de los demás equipos de un mismo equipo, cualquier miembro pueda aportar el máximo de puntos independientemente de su nivel de conocimientos previos.

III.- Rompecabezas (Jigsaw).

De esta técnica que Huertas y Montero (2001) describen se conocen dos versiones distintas: la original, desarrollada por Aronsón y la propuesta por Slavin.

La idea general de esa técnica es que el aprendizaje de los contenidos de la unidad didáctica se fracciona en partes de tal modo que cada parte la trabaja un miembro del equipo. Es decir, primero el profesor forma equipos de trabajo de cuatro o cinco miembros. Después presenta los materiales relevados fraccionados en cuatro o cinco bloques independientes y entrega uno a cada miembro del equipo que será el encargado de preparar la parte asignada.

Para ello se reúne a dicho miembro con los compañeros de los demás equipos que se han encargado de esa misma parte. Juntos la estudian y, después, informan por escrito a los demás miembros de su equipo. De este modo, la puesta en común se asemeja a la unión de las piezas de un rompecabezas. Después, todos los estudiantes de la clase son examinados sobre todos los contenidos, independientemente de cuál haya sido la parte estudiada por cada uno. Se derivan puntuaciones grupales en función de los resultados individuales.

Según Huertas y Montero (2001) las modificaciones introducidas por Slavin inciden sobre varias de las fases de la técnica original.

En primer lugar, propone que la información no se presente de forma fraccionada al equipo, de tal modo que ni el profesor tenga que forzar la independencia de los bloques de contenidos ni los estudiantes tengan que ignorar completamente la visión de conjunto antes de empezar a trabajar. Además, sugiere utilizar el método de TELI para la formación de equipos heterogéneos en cuanto a su nivel de conocimientos anteriores. También propone la introducción del sistema de evaluación mediante ejercicios informales y el uso de las puntuaciones de ganancia para la derivación de las puntuaciones grupales. En resumen, este autor, deriva una versión de la técnica del rompecabezas que integra con su técnica TELI.

Las técnicas o estrategias de aprendizaje cooperativo mencionadas anteriormente se manejan en este trabajo de investigación porque se considera que son adecuadas para conocer de qué forma se pueden dar las distintas interacciones entre los integrantes de los equipos.

1.4 La Interacción entre iguales en el marco del Aprendizaje Cooperativo

Aunque no se deja de lado la importancia que tiene el uso de estrategias de aprendizaje cooperativo en el aula, como señala Bollás (1997) “el desconocimiento de las condiciones que permiten dilucidar la forma a través de la cual la organización cooperativa ofrece una mayor superioridad en tareas escolares se debe al hecho de que la mayoría de las investigaciones en torno a la interacción entre iguales han centrado su análisis en el proceso de socialización. Por lo que el análisis centrado en los procesos cognitivos y su relación con el aprendizaje son reducidos” (p. 8).

De esta forma, es necesario cuestionarse ¿cómo se articulan las modalidades interactivas que se crean entre los participantes que forman el grupo de aprendizaje cooperativo, tomando en cuenta los procesos cognitivos implicados en la realización de tareas escolares?

García (2001) considera que entre los diferentes trabajos que profundizan en el análisis de la naturaleza de la interacción cooperativa, resalta el estudio realizado por Damon y Phelps, los cuales identifican tres enfoques en las propuestas educativas qué toman la relación entre iguales como punto de referencia: la colaboración entre iguales, el aprendizaje cooperativo y la tutoría. Estos tres enfoques difieren sustancialmente en lo relativo a tres aspectos fundamentales en los planteamientos de situaciones grupales de aprendizaje.

1. Las características de los miembros del grupo.
2. Los contenidos y objetivos curriculares a los que conceden prioridad.
3. El tipo de interacción que promueven entre los participantes.

Para explicar el tipo de interacción introducen dos conceptos nuevos que ayudan a mostrar las diferencias que se dan entre los tres enfoques: la igualdad que designa el grado de simetría entre los roles desempeñados por los participantes en una actividad grupal; y la mutualidad, el grado de conexión, profundidad y bidireccionalidad de transacciones comunicativas.

La colaboración entre alumnos, con un elevado nivel de igualdad y mutualidad, ofrece un contexto adecuado para el descubrimiento y el aprendizaje de nuevas relaciones y habilidades.

El aprendizaje cooperativo, con una igualdad elevada y una mutualidad variable, puede resultar apropiado para llevar a cabo aprendizajes de uno u otro tipo, dependiendo de cómo se organice en cada caso en particular.

Las relaciones tutoriales son relativamente bajas en igualdad y variables en mutualidad. La particular combinación del grado de igualdad y mutualidad en los tres enfoques lleva a formular la hipótesis de que cada uno de ellos puede ser particularmente adecuado para la realización de un determinado tipo de aprendizaje.

Así, las relaciones tutoriales con una igualdad baja y una mutualidad variable pueden resultar apropiadas para el dominio de actividades ya adquiridas, pero todavía sin perfeccionar.

Huertas y Montero (2001) mencionan que en las investigaciones de Webb se explica por qué se aprende mejor trabajando en grupos pequeños. La pregunta que guía sus estudios no es ya si se aprende más cuando se trabaja en grupo, sino cuáles son los procesos implicados en la interacción entre iguales que hacen que eso pueda ser así.

Esta autora se ha concentrado en la interacción verbal entre compañeros para tratar de establecer qué tipo de mensajes, que se intercambian mientras se realiza el trabajo, ya que pueden ser relevantes para incrementar el rendimiento de los que trabajan en grupo frente a los que lo hacen de forma individual, e identifica el rendimiento teniendo en cuenta lo que hace cada uno de sus miembros, concretamente, el tipo de mensajes que dan y reciben.

En su trabajo más reciente, ha conseguido acotar las posibilidades y ha tratado de encontrar evidencia acerca de si recibir explicaciones en vez de la respuesta correcta es relevante para el aprendizaje y también, si aplicar correctamente las explicaciones recibidas y transmitirlas a un tercero influye en la calidad del proceso.

Después de entrenar a un conjunto de niños y niñas, se analizó las interacciones verbales de los 119 que habían manifestado una mayor necesidad de ayuda. Todos ellos trabajaron en pequeños grupos organizados siguiendo las indicaciones de Slavin en cuanto a heterogeneidad, recompensa grupal e implicación personal.

El modo de analizar los datos fue teniendo en cuenta lo que ocurría para cada estudiante. Codificaron los mensajes dados y recibidos durante la realización de una lista de problemas relacionados con una lección de matemáticas: calcularon el rendimiento en cada problema, las ayudas recibidas durante su ejecución, las aplicaciones realizadas y las ayudas dadas en el problema anterior.

Por tanto, para cada niño y problema, el rendimiento, el número de explicaciones recibidas y el número de ayudas aplicadas o dadas a terceros. Cuando se correlacionan las medidas se observa, que el mejor predictor del rendimiento es el hecho de aplicar la ayuda recibida de forma independiente o reproducirla para terceras personas. El hecho de recibir explicaciones en vez de la solución correcta influye sobre el hecho de aplicarlas y darlas pero no directamente sobre el rendimiento.

Dicha afirmación responde a la pregunta: ¿Cuáles de los mensajes que se intercambian y que se producen en el grupo para la solución es eficaz a la hora de realizar la tarea?

Según afirman Mugny y Doise, citados en García, (2001) los encuentros interindividuales conducen al proceso cognoscitivo, en la medida en que un conflicto de naturaleza sociocognoscitiva se haya producido durante la interacción. Este es el caso, de los encuentros entre individuos que no disponen de los mismos sistemas de respuestas.

Los grupos de aprendizaje cooperativo son más eficaces cuando son heterogéneos en su constitución. Según los autores ya citados, existen tres razones fundamentales por las que el conflicto sociocognitivo originado por la heterogeneidad de respuestas es fuente del proceso cognitivo:

El alumno toma conciencia de la existencia de las respuestas diferentes a la suya: origen del conflicto.

Los "otros" proporcionan las indicaciones o informaciones que pueden ser pertinentes para la elaboración de un nuevo instrumento cognoscitivo, no siendo indispensable que entre las respuestas divergentes una de ellas sea correcta para que haya dicho proceso.

Coll, citado en Huertas y Montero, (2001) es uno de los que mejor ilustran la relevancia de la visión cognitiva piagetiana en relación con el problema que antecede.

Si el desarrollo y el aprendizaje se produce por equilibración de los ajustes entre las estructuras del conocimiento consolidadas dentro del sujeto y los datos que éste adquiere en su interacción con el medio, abría que pensar en el hecho de que poner a trabajar juntos a un grupo de estudiantes con conocimientos y experiencias heterogéneas sería una fuente de desarrollo y aprendizaje más potente que el simple trabajo individual, pues esto aumenta la probabilidad de aparición de conflictos entre las estructuras, datos e ideas recogidas y contenidas entre todos los miembros del grupo.

En este sentido, el proceso que explica el mayor rendimiento de trabajo en grupo sí que resulta propio de la estructura social de la actividad. Ahora bien cabe hacerse la pregunta de ¿si para que se produzca el aprendizaje es imprescindible el conflicto cognitivo?

Como señala Coll (1984), la imagen de proceso de desarrollo que se proyecta en la lectura de la obra de Piaget es la de un individuo aislado, inmerso en un proceso ontogénico de configuración como sujeto de conocimiento.

Sin embargo los procesos de interacción social tienen un carácter periférico en la obra de Piaget, por lo que algunos de sus discípulos de la escuela de Ginebra han abordado teórica y empíricamente la tarea de mostrar el potencial para el desarrollo cognitivo de la resolución de tareas de forma grupal.

Coll (1984) menciona a Doise, Mugny y Pret-Clermont como los más señalados y comenta que las conclusiones más relevantes a las que han llegado con sus investigaciones se pueden resumir en tres elementos:

1. El trabajo colectivo puede dar lugar a producciones más elaboradas que el individual.
2. A veces, dicha mejora solo se aprecia en el seguimiento posterior y no en el momento de trabajo colectivo.
3. Esto no ocurre cuando un miembro del equipo impone su criterio o cuando todos están de acuerdo.

El intercambio de los diferentes puntos de vista da lugar a una descentración que puede variar dependiendo de que las diferencias entre los individuos y dando lugar a: a) Diferencias simples y que apenas se produzca descentración cognitiva y b) Diferencias de nivel medio, y que se acepte el punto de vista del otro, con reticencias o sin ellas.

Lo anterior da lugar al desacuerdo cognitivo, que se produce cuando para un individuo dos conocimientos son incompatibles entre si de tal forma que se produce una fuerte tensión que moviliza a una actividad cognitiva y emocional.

Así se produce un desequilibrio interindividual debido a las diferencias de respuestas de los sujetos, que da lugar a un desequilibrio intraindividual en el que el individuo toma conciencia de que existen otras posibles respuestas diferentes a la suya, lo que le lleva a replantearse sus concepciones iniciales y otras posibilidades. Después de una situación de desequilibrio, los individuos intentan realizar una superación del desequilibrio tanto intra como interindividualmente y es en la búsqueda de esta separación en la que intentan coordinar de nuevo sus puntos de vista de tal forma que se supere el conflicto y se encuentre una forma de equilibrio más estable.

De esta manera, se produce un avance tanto en el ámbito individual como el interindividual, llegando a un nuevo acuerdo.

El progreso se produce por la interiorización de las nuevas coordinaciones requeridas para superar el conflicto sociocognitivo, y porque, obviamente, se eligen las de un nivel de estructuración superior.

No obstante, cada individuo continuará teniendo diferencias respecto a los otros individuos del grupo, ya que estas progresiones se van realizando de forma constructiva, escalón por escalón, a través de una actividad estructurante y constructiva que es propia de cada individuo según sus características personales.

De acuerdo con Coll (1990) cabe señalar la formulación, a la que han llegado Johnson y sus colaboradores a partir de una serie de investigaciones sobre el efecto de las controversias que se producen en el transcurso de la interacción entre iguales durante la realización de tareas escolares.

Se dice que existe una controversia cuando se produce un desacuerdo entre las ideas, informaciones, opiniones, creencias, conclusiones o teorías de los miembros de un grupo y hay, además, una voluntad de llegar a un acuerdo, a una postura común. Nótese que la diferencia entre conflicto y controversia reside precisamente en la voluntad de superar las discrepancias que están en la base del conflicto.

Desde el punto de vista psicopedagógico, la cuestión clave consiste en transformar los conflictos-inevitables cuando se permite una interacción fluida entre los alumnos- en controversias; o, más exactamente, en controversias que pueden ser resueltas de forma constructiva. Por lo cual, se ha demostrado que las controversias pueden tener efectos negativos si no se manejan y resuelven adecuadamente. Según Johnson, citado en Coll, (1990) algunas condiciones para que las controversias entre alumnos sean potencialmente constructivas son:

- Cuanto más heterogéneos (en cuanto a personalidad, sexo, aptitudes, conocimientos previos, estrategias de razonamiento, etcétera) son los participantes, mayor es la probabilidad de que surjan conflictos y controversias.
- Cuanto más relevante es la información disponible, y más motivados y capaces intelectualmente son los alumnos, mayor es la probabilidad de que las controversias tengan efectos constructivos.
- Cuanto mayor es la tendencia de los alumnos a discutir sin atribuir el origen de la disconformidad a la incompetencia o a la falta de información de los oponentes, más negativos son los efectos de la controversia.
- Cuanto más elevada es la perspectiva teórica y cuanto mayor es el volumen y calidad de los conocimientos de los oponentes, más constructivos son los efectos de la controversia.

- Cuanto más capaces son los oponentes de relativizar su propio punto de vista- es decir, de adoptar la perspectiva de los demás-, mayor es la probabilidad de que la controversia se resuelva constructivamente.
- Cuánto más cooperativa es la situación en que tiene lugar la controversia, mayores son sus efectos constructivos.

1.5 Tutoría entre iguales

Melero y Fernández, (1995) consideran la tutoría entre iguales como una manera de instrucción, integrada por una díada en la cual uno de los integrantes enseña a su compañero a solucionar un problema, terminar una tarea, aprender una estrategia, manejar algún procedimiento, etc. Según estos autores las características principales cuando se da una tutoría entre iguales son:

1) Constituir una situación o contexto de enseñanza/aprendizaje entre dos, en el que están presentes comportamientos de ayuda, apoyo y guía.

2) Implicar, en algún grado “relaciones asimétricas” sobre la base de uno a uno, esto quiere decir, que en la pareja uno de los miembros dirige la interacción, puesto que es el que posee mayores conocimientos, capacidades o habilidades respecto al objetivo a cumplir, y por tanto el de mayor responsabilidad.

3) Existir una meta a conseguir y completar dentro de la díada.

4) En las relaciones tutoriales, un alumno considerado como experto (informado) en un contenido determinado, instruye a otro (s), que son considerados novatos. La relación tutor/ tutorados es asimétrica y sus roles, diferentes.

Aunque la relación tutorial sea una relación desigual, que se manifiesta en la relación profesor/alumno, en la relación que se presenta entre los alumnos existe una distancia sociocognitiva y afectiva menor, lo que favorece los intercambios comunicativos entre ellos. Sin embargo la capacidad del tutor para instruir al tutorado, para captar su atención e interés, es menor que la del profesor.

Ahora bien siguiendo a Bollás (1997) y Baudrit (2000) dentro de la dinámica tutorial se pueden encontrar tres modalidades de tutoría:

1. Tutoría derivada: Es cuando un sujeto realiza una explicación sobre lo que esta haciendo o bien le explica a otro compañero cómo hacer la tarea, de tal forma que impacta en una tercera persona la cual escucha la explicación y se da cuenta de sus errores modificando su resultado.

2. Tutoría reciproca o alternada: En este tipo de tutoría existe una participación de todos los alumnos, ya que pueden ser tutores entre sí, todos aportan sus ideas sobre el problema planteado. Lo interesante es que un alumno puede ser tutor en un momento y en otros será el que recibe la tutoría. Usualmente, la diferencia de ideas se originaba mediante este tipo de tutoría.

3. Tutoría directa: Es cuando uno de los integrantes del equipo le da una explicación a uno o más compañeros de su equipo.

1.5.1 Ventajas y desventajas de la tutoría entre iguales

De acuerdo a Topping, citado en Duran y Vidal, (2004) la tutoría entre iguales tiene ventajas importantes para los alumnos, si la metodología de esta forma de aprendizaje es adecuada; sin embargo podría tener inconvenientes si su aplicación fuera incorrecta.

Las ventajas que retoman estos autores son las siguientes:

- Aumento de la responsabilidad y de la autoestima: El tutor siente que el aprendizaje de sus compañeros dependerá de la ayuda que les brinde, lo cual lo hace sentirse el máximo responsable de la tarea asignada, ayudando a mejorar su autoestima al saber que sus compañeros obtuvieron buenos resultados.
- Mayor control del contenido, de la tarea y mejor organización de sus conocimientos para poder enseñarlos: el alumno presenta un mayor dominio de los contenidos mediante la preparación, la explicación y la revisión del proceso de aprendizaje de sus tutorados.
- Conciencia de dudas e incorrecciones propias y detección y corrección de las del otro: Cuando el tutor se da cuenta de las necesidades que presenta su tutorado, también puede percatarse de sus propias carencias.
- Mejora de las habilidades psicosociales y de interacción: la participación que se desprende del rol del tutor exige que el alumno aprenda y utilice habilidades sociales comunicativas (como prestar atención o expresarse con claridad, dar tiempo para pensar o formular preguntas).

Por otro lado el tutorado obtiene los siguientes beneficios:

- Mejoras académicas: el trabajo que obtiene con su tutor le genera un interés en la realización de la tarea, y al mismo tiempo un compromiso con su compañero lo cual se ve reflejado en aspectos como la puntualidad y la asistencia.
- Ajuste psicológico: Al trabajar en un clima que le brinde mayor confianza, en el que puede expresar sus dudas, le facilita la disminución de la ansiedad la depresión y el estrés.

Sin embargo Topping, citado en Duran y Vidal, (2004) considera que como toda opción metodológica, puede presentar ciertos inconvenientes si no se aplica de forma adecuada.

- El alumno tutor puede no llegar a detectar errores y concepciones equivocadas del tutorado.
- Que el tutor diga información equivocada que refuerce los errores del tutorado.
- Que el tutor muestre impaciencia y decida decirle a su tutorado la respuesta, haga la tarea por él, reduciendo las posibilidades de aprendizaje.

Fontana, citado en Duran y Vidal, (2004) considera que el principal problema para el uso incorrecto de la tutoría entre iguales se produce por lo que denomina "la opción fácil". Es decir, que se puede pensar que la tutoría entre iguales es una estrategia de fácil aplicación que solo consiste en situar a los alumnos en parejas, lo que conlleva a los siguientes inconvenientes:

- Para el tutor: Surge una sobrevaloración de sí mismo y de sus propias habilidades, con exceso en su asertividad y poder, puede pensar que pierde el tiempo tutorando a sus compañeros, sobre todo cuando estos fracasan, puede que disminuya su autoestima.
- Cuándo se eligen a los tutorados, el tutor puede sentir que se le imponen generando un rechazo hacia ellos.

Considerando estas desventajas, es necesario apoyarse del tutor informado, para disminuir en lo posible los inconvenientes antes descritos de la tutoría entre iguales.

1.5.2 El tutor informado

Perret-Clermont, citado por Braudit, (2000) menciona un elemento fundamental de la tutoría denominado efecto tutor, el cual se refiere al "beneficio personal que un niño puede obtener de una enseñanza que él mismo imparte a sus compañeros" (p. 81).

Indagar, experimentar y/o ensayar, antes de encontrar solución a una tarea; parece posible en presencia de tutores no expertos. Puesto que estos también tienen dificultades y no están muy seguros de sus conocimientos, les resulta más fácil comprender que los tutorados se encuentren en la misma situación.

Si se equivocan en determinadas palabras o las confunden con otras, no sería muy grave siempre que no se automatice ya que una de las preocupaciones de los tutores consiste en lograr que esto no se produzca.

Es por ello que Baudrit (2000) considera que el papel del tutor informado reside en señalar y rectificar rápidamente los errores del tutorado y no permite que éste se equivoque fácilmente. El tutor informado trata de controlar la situación interactiva, con el peligro de restringir la actividad del tutelado. Es decir, el tutor al ver que su compañero no resuelve la tarea de manera eficiente, éste guía la planificación de las acciones y su ejecución, dejándole al tutelado un papel menor.

Aunque se cree que si se minimiza el papel del tutorado, se le sitúa en una posición desfavorable para aprender; es necesaria la existencia de una diferencia de aptitudes entre tutores y tutorados, pues no importa que esta diferencia se dé en la edad, en la formación o en las aptitudes personales para aprender: lo importante es que los tutores puedan aportar un plus y hacer que los tutorados progresen allí donde, aparentemente, existe un bloqueo o una barrera para aprender mejor.

Oliveira, citado en Castorina (1996), retomando la teoría vigotskiana, considera que el aprendizaje es un proceso de interacción en el cual existen dos aspectos importantes: a) El papel de las interacciones sociales en el aprendizaje con otros (que son los que saben más y enseñan) y b) el aprendizaje permite el acceso a la cultura en que se vive.

Rogoff (1993) “ha enfatizado estos dos aspectos cuando propone el uso de la metáfora del aprendiz en donde señala que el aprendizaje es producto de las situaciones de participación guiada en prácticas y contextos socioculturales determinados que están definidos socialmente” (p. 13).

La noción de participación guiada que menciona Rogoff, citada por Braudit, (2000) esboza cuatro etapas en las cuales el tutor informado conduce al tutorado a involucrarse en la actividad:

1- Establecer un puente entre lo que el tutorado ya sabe y lo que debe aprender.
2- Informarse para resolver el problema.
3- Transferencia de responsabilidad del tutor al tutorado.
4- Resolución del problema.

Por otro lado Webb, citada por Baudrit, (2000) asegura que existen seis aspectos que ayudan a establecer una buena función de la tutoría: el tutor debe estar preparado para ayudar al tutorado, la ayuda debe ser pertinente, elaborada según las necesidades, oportuna, comprensible, además el tutor debe permitir que el tutorado analice la información.

La ayuda que los tutores aportan a los tutorados se tendrá que adaptar a las necesidades de estos últimos, los cuales deben aprovecharla para adquirir nuevos conocimientos, y así progresen significativamente. Por lo que esta ayuda exige una asimetría entre los conocimientos tanto de tutores como de los tutorados (Baudrit, 2000).

Ahora bien en un contexto de aprendizaje cooperativo se podría aportar cierta confianza entre el tutor y el tutorado, lo que permitirá una credibilidad del primero a este último. De lo contrario, la tutoría pierde su interés y su sentido. Sin embargo las garantías relativas a la seriedad del tutorado pueden reforzar la función del tutor.

1.6 Aprendizaje Cooperativo en las matemáticas

Ante las actividades matemáticas, los niños perciben mejor las diferencias que las similitudes entre los niveles de dominio de los individuos.

De este modo el uso de la tutoría resultaría favorable dentro del aula, ya que en principio, el tutor y el tutorado detectan aptitudes desiguales, obviamente más desarrolladas en el primero, se les coloca en una situación que para ellos tiene sentido y que les da buenos puntos de referencia.

Saben que uno de ellos tiene conocimientos fiables de los cuales, el otro puede beneficiarse., también que las insuficiencias de uno podrán ser recompensadas por el otro. Además identifican correctamente la orientación de la ayuda (Baudrit 2000).

El elemento clave para garantizar un aprendizaje cooperativo es la metodología del aula. No se debe confundir cooperación con la realización de determinadas actividades grupales de la que el único objetivo es la realización de una tarea, evitando cualquier oportunidad de interacción entre sus componentes. Es importante que las actividades en grupo lleven asociados, de manera explícita e implícita, objetivos que potencien la cooperación y el reconocimiento mutuo. Se puede controlar en el aula si participan por igual, si la enseñanza es cooperativa en lugar de ser competitiva, y si las expectativas son imparciales.

Durante años se vienen confrontando problemas en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas; los altos porcentajes de fracaso son evidencia del problema que existe en esta asignatura. La enseñanza de la Matemática es un proceso que tiene muchos componentes, debe medirse y evaluarse con una amplia gama de criterios para evitar las informaciones incompletas sobre si se logran o no los objetivos propuestos.

Las Matemáticas se presentan en todos los planes de estudio de todos los niveles y modalidades del sistema educativo, por lo que es indispensable que se tome las medidas para que al estudiante se le facilite el aprendizaje de las mismas. (SEP, 1993).

Es muy importante también tener muy en cuenta las diferencias individuales al momento de desarrollar el proceso educativo y evaluativo de la Matemática.

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas. Paulatinamente, y a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos; así, tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro.

El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende, en buena medida, del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

En síntesis, se enfatiza que la participación de los alumnos en equipos de trabajo cooperativo debe ser reflexiva, consciente y crítica.

La importancia del trabajo cooperativo radica, en poder facilitar el camino para propiciar aprendizajes significativos y permanentes en los niños, en torno a la disciplina Matemática (SEP, 1993).

1.6.1 El uso del Aprendizaje Cooperativo en la aritmética (división)

En el caso del aprendizaje de la aritmética (división), sí la instrucción de ésta consiste en ayudar a los estudiantes a pensar detalladamente, entender las conexiones entre varios hechos y procedimientos exactos, ser capaces de aplicar flexiblemente y significativamente el conocimiento formal matemático, entonces el aprendizaje cooperativo debe ser empleado en las clases de aritmética. Siguiendo a Ovejero (1990), esto se destaca al menos por estas seis razones:

1) Existen pocas dudas de que la cooperación lleva a un mayor rendimiento en clase de aritmética que los esfuerzos competitivos e individualistas.

2) Los conceptos y habilidades de la aritmética son mejor aprendidos como parte de un proceso dinámico con una activa implicación por parte de los estudiantes. El aprendizaje necesita ser más activo más bien que pasivo. El aprendizaje activo requiere de un reto intelectual y una curiosidad que surgen más fácilmente en las discusiones con otros estudiantes.

3) La solución de problemas matemáticos (de división) es un trabajo interpersonal: el método de enseñanza es inseparable del contenido curricular. Comentar los problemas de matemáticas con los compañeros ayuda a los estudiantes a entender cómo solucionarlos correctamente. Explicar las estrategias de razonamiento y los análisis de los problemas a los compañeros a menudo lleva a la comprensión de los descubrimientos, la utilización de estrategias de razonamiento de más alto nivel, y a implicarse en conocimiento metacognitivo. Es más, tal discusión requiere que los estudiantes utilicen el lenguaje de las matemáticas y demuestren a los otros su razonamiento matemático.

Además, para internalizar los conceptos matemáticos y aplicarlos a nuevas situaciones, los estudiantes necesitan expresar sus pensamientos y discutir estrategias, enfoques y explicaciones alternativas. Los estudiantes tienen más probabilidades de explicar su razonamiento en pequeños grupos que en las discusiones en toda la clase.

4) La mayoría de los estudiantes se sienten más cómodos especulando, cuestionando y explicando conceptos en orden al clarificar su pensamiento en pequeños grupos.

5) Para aprender aritmética (división), los grupos deben ser estructurados cooperativamente. Con una estructura de clase competitiva o individualista no se implican en el intercambio intelectual necesario para aprender matemáticas.

Los estudiantes que compiten entre sí o que trabajan individualmente tienden a cortar la comunicación, a evitar el compartir con los otros el análisis y estrategias, e incluso comunicarse unos con otros deliberadamente información falsa.

Sin embargo estructurando las clases de matemáticas cooperativamente es posible que los estudiantes se expliquen unos a otros lo que están aprendiendo e instruya cada uno los puntos de vista de los otros, apoyando a sus compañeros y recibiendo sustento de ellos.

6) Trabajando cooperativamente en clases de aprendizaje de la aritmética (división), los estudiantes ganan confianza en su propia capacidad para las matemáticas. En los grupos de aprendizaje cooperativo, los estudiantes reciben un gran estímulo y apoyo en sus esfuerzos para aprender procesos, estrategias y conceptos matemáticos.

En síntesis se puede decir que la interacción favorece trabajar activamente con otros, lo que permite a los estudiantes aumentar su confianza, ya que las relaciones positivas con sus compañeros y las distintas percepciones en situaciones de matemáticas elevaban la autoestima y dan un sentido de autosuficiencia a la hora de enfrentarse a los problemas matemáticos. Por ello en el siguiente capítulo se describe detalladamente la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, específicamente de la división, así como sus distintos conceptos, dificultades, algoritmo, y el uso de problemas que implican dividir y multiplicar.

CAPÍTULO II

LAS MATEMÁTICAS Y EL APRENDIZAJE DE LA DIVISIÓN

2.1 Importancia de las Matemáticas

De la Concha (2004) señala que las matemáticas son la llave que nos permite comprender el mundo físico y por eso dan poder sobre la naturaleza, pues han arraigado en el hombre la convicción de que puede continuar penetrando en sus secretos, ya que lo ha ayudado a entender y a conocer el mundo, tanto en los ámbitos económicos como los sociales.

Ongay (1993) sugiere que las matemáticas son importantes porque permiten comprender mejor otras disciplinas, tales como la física y la química, pero también disciplinas inexactas como las ciencias naturales y sociales, además de que aprender matemáticas permite asimilar nuestro entorno social, ya que ayudan en muchos ámbitos de la vida cotidiana, pues sirven en el contexto económico y sociocultural que nos rodea como por ejemplo, realizar inventarios, cálculos geométricos, diseño de gráficas, registros contables etc.

Otra razón que se puede mencionar es que las personas que se especializan en cualquier disciplina, para ser más distinguidas deben tener el dominio de ellas, aunque esto no quiere decir que sean expertos, pero es necesario si desean resaltar más como personas civilizadas dentro de una sociedad, lo cual les permitirá proyectar una mejor autoestima y seguridad en su desempeño en las actividades que ejerza.

Sin embargo, como todo estudio se debe seguir ciertos procesos para poder comprender las matemáticas, en este caso saber leer y escribir, por el contrario hay más dificultades para poder aprenderlas.

Por último se puede decir que aunque las matemáticas son difíciles de comprender y entender por qué implica saber razonar, interpretar, identificar y efectuar, tienen su parte maravillosa, como por ejemplo en los avances tecnológicos, al usar la computadora, si se sabe dominarla se pueden realizar imágenes que pueden ser verdaderas obras de arte.

2.2 Dificultades para Aprender las Matemáticas

A pesar de lo antes mencionado Ongay (1993) considera que a los estudiantes se les dificulta comprender las matemáticas, pues tienen una idea de que son solo problemas, trazos e interpretaciones de símbolos, y que se debe ser muy inteligente (es decir de procesamiento rápido) para poder aprenderlas. Pero estas concepciones son mal empleadas, pues las matemáticas son más que procedimientos.

Uno de los problemas dentro de la interacción del profesor hacia sus alumnos, es cuando el maestro es él que explica todo y el alumno nada más esta escuchando, y aunque este último tenga dudas de lo que le estén explicando puede que no las manifieste generando aburrimiento y desinterés en la clase, la cual se considera pasiva (Dimm David, 1999).

Flores (1994) considera que aprender matemáticas es reconocer sus enlaces y el proceso de aprendizaje. Se cree que los alumnos construyen su propio conocimiento pero encaminados por el maestro o por las experiencias que les proporciona y que los alumnos aprenden una buena cantidad de matemáticas fuera de la escuela, por lo tanto es necesario aprovechar este recurso.

Ya que según Miranda (2000) los alumnos que se encuentran en los primeros años de escolaridad (1º y 2º de primaria) muestran una serie de signos que constituyen indicadores de riesgo, se puede decir que a medida que transcurre el tiempo si no se interviene al respecto pasan a constituir manifestaciones de sus dificultades de aprendizaje tales como:

- Errores en la identificación de los números, tanto al leerlos como al escribirlos (confundir, por ejemplo 2 por 5).

- Dificultades para comprender el valor de los números según su posición en cantidades superiores a 9 como unidad, como decena o como centena, por ejemplo, la creencia de que el 1 del 12 y el 1 del 21 tienen el mismo valor.
- Ausencia de comprensión de que el valor de una cantidad no cambia aunque cambie su forma o disposición (no conservación del número).
- Dificultad para establecer comparaciones entre conjuntos (clasificaciones).
- Dificultad para realizar sencillos cálculos mentales.
- Problemas en la comprensión del concepto de medida lo que traduce en dificultades para leer la hora, comprender el valor de la monedas, etc.
- Dificultades en la comprensión del lenguaje y símbolos matemáticos.

Siguiendo a Miranda (2000) otras dificultades que se encuentran al realizar operaciones aritméticas son:

- Suma: Comprende la noción y el mecanismo pero le cuesta automatizarla. No suman mentalmente porque necesitan una ayuda de material para realizarla (contar con los dedos, dibujar palitos, etc.). Colocan mal las cantidades para efectuar la operación y no comprenden el concepto de “llevar”. Es frecuente que en cada columna pongan el resultado completo y que empiecen las operaciones por la izquierda.

- Resta: Es un proceso mucho más complejo pues exige además de la conservación la reversibilidad. La posición espacial de las cantidades es lo más difícil de asimilar por algunos niños que restan simplemente la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta si está arriba o si está abajo. Cuando tienen que llevar no saben donde tienen que añadir lo que llevan, si al minuendo o al sustraendo. Igual que ocurre con la suma empiezan por la izquierda y colocan mal las cantidades. Frecuentemente confunden los signos, y por tanto, la operación e incluso a veces mezclan la suma y la resta en una sola.

- Multiplicación: Es una operación directa como la suma y por tanto no se extrañan tantas dificultades como la anterior. Incluso hay niños que multiplican sin errores pero continúan teniendo graves fallas en la resta. Los principales obstáculos son la memorización de las tablas y el cálculo mental.

- División: En ella se combinan las tres operaciones anteriores por lo que deben dominarse previamente. Las dificultades principales están en la disposición espacial.

En el dividendo hay niños que no comprenden por que tienen que trabajar sólo con unas cifras dejando otras para más adelante, y no saben por dónde empezar si apartando unas hacia la derecha o hacia la izquierda. En el divisor les cuesta trabajar con más de una cifra y es frecuente que lo hagan sólo con una (la primera de la derecha o la primera de la izquierda o alternándolas).

2.3 El Lenguaje Matemático

El niño va estructurando su lenguaje por medio de las experiencias adquiridas en su entorno familiar y su contexto social, por medio de la interacción con las personas. Esto a su vez le facilita poder interpretar los signos del lenguaje matemático, de acuerdo al nivel simbólico de su desarrollo genético, puesto que ellos ya tienen una estructura que les permite razonar e interpretar planteamientos matemáticos desde pequeños, cabe destacar que no todas las estructuras genéticas son iguales ya que para algunos alumnos es más fácil generar soluciones y a otros no, ya que requieren de dibujos o claves para poder comprender dichos procedimientos (Mesa, 1984).

Como señalan Alsina, Jiménez y Torra (1998), el estudio de las matemáticas implica una actividad mental que necesita apoyarse en el lenguaje, lo cual ayuda a pensar, ya que la misma formulación lingüística exige la ordenación del pensamiento. Cuándo se trata de asimilar un concepto matemático, además de comprenderlo hay que saber expresarlo de forma oral o escrita.

Mesa (1984) comenta que para detectar mejor las dificultades de los alumnos en el nivel básico al iniciar el lenguaje lógico-matemático, la profesora Sissi en Lenguaje y conocimiento científico, escribe. “Todo sistema lingüístico es un sistema de signos, dispuestos en relación funcional, y el valor cambia, con la modificación de las relaciones que se establecen en los distintos niveles” (p. 12):

a. A nivel fonológico, implica que el mismo conjunto de signos puede dar lugar a distintas palabras.
b. A nivel morfológico sintáctico, quiere decir que la forma y el orden de las palabras en la frase es funcional a la expresión de un concepto.
c. A nivel semántico, los significados cambian en distintos contextos y en distintas situaciones de comunicación

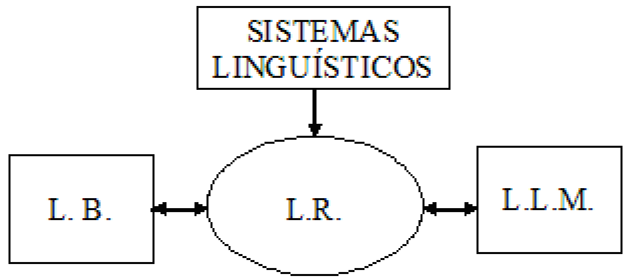
Para Mesa (1984) existen tres sistemas lingüísticos que participan en la relación pedagógica con las matemáticas.

1. Lenguaje Básico (L.B.): Es aquel que desempeña una mayor eficiencia para que el niño pueda comprender la abstracción, generalización, identificación y clasificación de los símbolos, sus razonamientos son por analogías y tiene un establecimiento de la relación espacio-temporal.

2. Lenguaje Correlacional (L.R.): Se identifica porque su función es dar sentido conectando ambas direcciones del lenguaje básico hacia el lenguaje lógico-matemático y viceversa (como por ejemplo cuando el niño ordena de mayor a menor una secuencia de números).

3. Lenguaje Lógico-Matemático (L.L.M.): Este lenguaje interpreta simbolizaciones más precisas de las otras nociones mencionadas. A continuación se muestra el siguiente esquema con los tres sistemas:

Esquema 1. Sistemas Lingüisticos.



Fuente: Tomado de Mesa, 1984,12.

El lenguaje lógico-matemático se puede modificar con fines pedagógicos facilitando la comprensión de la generalización y abstracción de los conceptos matemáticos, permitiendo que los alumnos vayan aprendiendo matemáticas y a su vez despierten un mayor interés por estudiarlas (Mesa, 1984).

Alsina et al, (1998) menciona que el niño debe aprender a expresarse matemáticamente con un lenguaje específico, muy preciso, que puede resultarle difícil. Para ello deberá sustituir el lenguaje cotidiano que emplea para comunicarse con las demás personas, por el lenguaje que designe las operaciones, las cualidades que surjan de estas, las nuevas concepciones que va aprendiendo, etc. Tiene que identificar el significado de los signos para poder sustituir las concepciones anteriores por las del lenguaje lógico-matemático como son los símbolos, signos y fórmulas que emplea este lenguaje.

El aprendizaje del lenguaje lógico-matemático debe ser entendido según sus concepciones, los análisis de las operaciones y los planteamientos de los problemas. Esto permitirá aprender fácilmente los algoritmos de las operaciones básicas, al igual que sus procedimientos y también ayudará a comprender problemas mediante la realización de dichos procedimientos, ya que no se aprenden matemáticas a base de repetir esquemas verbales, ni de aprender definiciones de memoria, sino a través de la acción física y mental sobre la realidad.

Todo esto puede ser adquirido mediante la interacción entre los alumnos, y así mismo de ellos con el profesor, lo cual genera una discusión mediante las ideas que aportan los alumnos para solucionar un problema, de acuerdo a las experiencias que el alumno tenga, fortaleciendo y retroalimentado sus conocimientos mediante la generación del conflicto cognitivo, ya que interpretar esquemas , relacionar figuras, o estructurar un concepto, no puede ser realizado sin la comunicación que va apoyada de los lenguajes matemáticos, facilitando el aprendizaje mediante las interpretaciones de todos los compañeros.

2.4 Procesos Cognitivos en la Enseñanza- Aprendizaje de las Matemáticas

Callejo, (1994) menciona que la comunicación del pensamiento matemático es difícil en sí misma, tanto para el emisor como para el receptor.

Desde el punto de vista del emisor no es fácil traducir los pensamientos en palabras, porque, como señalaba Hadamard, Citado por Callejo, (1994) "La verbalización no es necesaria para el pensamiento. Desde el punto de vista del receptor el discurso oral sobre matemáticas suelen estar invadidas de expresiones vagas y sin acabar" (p, 317).

Además menciona que tomando en cuenta lo difícil que resulta la comunicación del pensamiento matemático, es necesario conocer los estilos matemáticos que los alumnos pueden presentar.

Y por ello dicho autor ha caracterizado tres tipos de principios matemáticos en los alumnos: Analítico, Geométrico y Armónico que describió como sigue:

1. El tipo analítico: El pensamiento de los representantes de este tipo está caracterizado por un claro predominio del componente lógico-verbal, muy desarrollado, sobre un débil componente visual-pictórico.

Estos individuos trabajan fácilmente con esquemas abstractos, no necesitan apoyo visual para representar objetos o modelos en la resolución de problemas, incluso en aquellos casos en los que las relaciones dadas en los mismos "sugieren" conceptos visuales.

En algunos problemas usan métodos lógicos-analíticos más difíciles y complicados que otros en los que una imagen facilitaría la solución. Suelen tener éxito en resolución de problemas formulados de manera abstracta, e intentan traducir problemas formulados de manera visual a una forma abstracta.

Tratan mejor las actividades referidos al análisis de conceptos que las relacionadas con el análisis de un esquema geométrico o un dibujo.

2. El tipo geométrico: El pensamiento de los representantes de este tipo viene caracterizado por el buen desarrollo del componente visual pictórico y se puede decir que domina sobre el componente verbal-analítico.

Los alumnos sienten la necesidad de interpretar de forma visual una expresión en una relación matemática abstracta y a veces son ingenuos en este sentido a la lógica. Al crear un soporte visual, representar objetos o diagramas para resolver problemas no tienen éxito, encuentran dificultad para trabajar con esquemas abstractos. Son persistentes intentando trabajar con esquemas visuales, imágenes y conceptos, incluso cuando un problema se resuelve fácilmente con un razonamiento y el uso de mecanismos visuales es superfluo o difícil, tienen muy buena memoria visual e intentan recordar hechos abstractos apoyándose en imágenes.

3. El tipo armónico: Son individuos ingeniosos haciendo interpretaciones visuales de hechos abstractos, pero sus imágenes visuales y sus esquemas están representados de acuerdo a su análisis lógico-verbal. Cuando trabajan con imágenes visuales se dan cuenta de que las posibilidades de una generalización no están limitadas por los casos particulares. Son capaces de abordar un problema tanto de forma analítica como geométrica.

De la Concha (2004) menciona que es importante que la enseñanza de las matemáticas considere dos aspectos.

1.- El informativo, que consiste en dar los elementos necesarios para la vida diaria y que se emplean para comprender otras ciencias.
2.- Y el formativo, que enseña a pensar, a fomentar el espíritu crítico y a practicar el razonamiento lógico.

La enseñanza formativa va de la mano de la enseñanza activa. Dado que el alumno debe participar en su propio aprendizaje, debe sentirse motivado por los problemas e intentar resolverlos por sí mismo, utilizando todos los recursos a su alcance.

Por otra parte, la escuela plantea la necesidad de enseñar las matemáticas, como un medio para que el niño ejercite su razonamiento y darle los instrumentos para que resuelva problemas que se le presentan en la vida.

Sin embargo, el niño aprende a resolver los problemas que la escuela le demanda, pero nada tienen que ver con los que se le presentan en su vida cotidiana, pues a veces algunos contenidos los implementan de manera conceptual sin relacionarlos con el ámbito social en que se desenvuelve el niño.

Gómez y Farha, citados por De la Concha, (2004) señalan que no se le debe transmitir desconfianza al niño sobre sus razonamientos, aunque tenga bajas puntuaciones en su evaluación, pues ocasionará que no resuelva los ejercicios que le parezcan diferentes a los planteados en la escuela, fortaleciendo el desinterés por adquirir los aprendizajes en las matemáticas o que utilice pretextos como no me lo han enseñado, o no saber que algoritmo o formula utilizar para resolver algún problema. Utilizando la vía más rápida como recordar en vez de razonar.

Estos autores consideran que con la angustia escolar no se ha dado tiempo suficiente al niño para reconstruir la información recibida y construir sus conocimientos; su imagen de “yo no se” o “no puedo” hace que sea más difícil el aprendizaje de las matemáticas, ocasionando grandes lagunas en las concepciones que se les explican en clase, generando mayores dificultades en los siguientes niveles.

Gómez y Farha, citados por De la Concha, (2004) explican tres factores que influyen en el aprendizaje matemático. Cuando se toman en cuenta, benefician en mucho el aprendizaje de los pequeños y logran una mejor madurez en dicha área.

1. Factor cognitivo: Es aquel que vincula el contenido con el proceso matemático, establecidos en los planes y programas de estudio.

El contenido se refiere a los hechos, conceptos y principios que integran las matemáticas y el proceso son las áreas como el procedimiento de las operaciones y la resolución de los problemas matemáticos.

2. El afectivo: Considera aquellas necesidades afectivas que el niño requiere para aprender mejor, como la autoestima y las actitudes ante la materia. Esto puede ayudar mucho si en los programas institucionales se emplean habilidades para poder desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas y a su vez realizar actividades lúdicas para despertar en el alumno motivación.

3. El factor psicomotor: Son aquellos aspectos físicos que se requieren para el aprendizaje, como las habilidades motoras, gruesas y finas.

Inhelder y Piaget (1996) mencionan los siguientes elementos que son utilizados en los procesos matemáticos:

- La seriación.- Consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes.

- La clasificación.- Constituye, así mismo, un agrupamiento fundamental, cuyas raíces pueden buscarse en las asimilaciones propias de los esquemas senso-motores.
- El número.- La construcción de los números enteros se efectúa, en el niño, en estrecha ligazón con la de las seriaciones y de las inclusiones de clases. El número resulta ante todo una abstracción de las cualidades diferenciales, que tiene por resultado hacer cada elemento individual equivalente a cada uno de los otros.
- El espacio.- Las estructuras operatorias de las que acabamos de ocuparnos afectan a objetos discontinuos o discretos, y se fundan en las diferencias ente los elementos y sus semejanzas o equivalencias.

Existe un conjunto de estructuras, exactamente iguales a las precedentes, salvo que se refieren a objetos continuos y se fundan en las aproximaciones y las separaciones. A estas operaciones se les denomina infralógicas (es decir que afectan otro nivel de realidad), se van esquematizando junto con las operaciones lógico-aritméticas.

- Tiempo y velocidad.- La noción del tiempo, se basa en su forma acabada, sobre tres clases de operaciones:

1.- Una seriación de los acontecimientos, constitutiva del orden de sucesión temporal.
2.- Un ajuste de los intervalos entre los acontecimientos puntuales, fuente de la duración.
3.- Una métrica temporal (actuante en el sistema de las unidades musicales, mucho antes de toda elaboración científica), de la misma forma que la métrica espacial.

Las operaciones precedentes son independientes de la rapidez mayor o menor del transcurso de tiempo y no enseñan nada al sujeto sobre la propia cadencia de ese transcurso por que depende del contenido físico o psicológico de la duración, de la que ésta resulta indisociable.

Hernández y Soriano (1999), indican que desde el modelo cognitivo existen cuatro principios que hay que seguir para enseñar matemáticas en la escuela Primaria. Los principios están basados en cómo los niños aprenden y son los siguientes:

1.- Promover el uso de los procesos cognitivos.
2.- Hacer hincapié en los conceptos de aprendizaje y en las generalizaciones.
3.- Favorecer la motivación intrínseca.
4.- Atender a las diferencias individuales.

Retomando a Hernández y Soriano (1999) aprender matemáticas implica pensar, formar, y reelaborar esquemas o estructuras de conocimientos matemáticos. Para crear y organizar los conocimientos matemáticos los niños deben usar procesos cognitivos tales como comparar, inferir, etc. A si como también manipular mentalmente estos contenidos. Los procesos cognitivos, para su estudio, se van a clasificar atendiendo a seis categorías: recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver problemas.

1. Recibir: Consiste en estar alerta a los estímulos existentes, provengan de situaciones informales o formales de aprendizaje. El proceso cognitivo que se realiza es:

- Atender.- Se traduce en mantener conciencia, percibir, observar.

2. Interpretar: Es usar las experiencias pasadas o ideas previas para comprender las presentes o lo nuevos conocimientos. También es usar el aprendizaje anterior para hacer la nueva experiencia significativa, y los procesos cognitivos implicados son:

- Traducir.- Es poner algo en otra forma de expresión (concreta, gráfica o simbólica), etiquetar y/o calificar.
- Comparar.- Consiste en señalar las semejanzas y las diferencias.
- Clasificar o Categorizar.- Es agrupar siguiendo algún criterio o distinguiendo atributos.
- Ordenar.- Es colocar los términos en series crecientes o decrecientes, por atributos o características. Es secuenciar.

3.- Organizar: Es formar y estructurar las ideas matemáticas. Incluye los siguientes procesos cognitivos:

- Relacionar.- Consiste en conectar propiedades en términos cuantitativos y cualitativos. Es asociar términos percibidos, atributos definidos o procesos. Transformar.
- Preguntar.- Es interrogar para clarificar. Señalar inconsistencias. Inquirir, averiguar y/o preguntar.
- Inferir.- Es usar la razón para los conceptos abstractos, modelos o reglas particulares. Inferir también es usar la razón para moverse desde ejemplos, conceptos o principios a conclusiones. Es razonar. Si / entonces.
- Resumir.- Es condensar contenidos. Señalar las ideas principales. Esquematizar.

4. Aplicar: Es usar en una situación nueva los contenidos matemáticos previamente aprendidos. Incluye los siguientes procesos cognitivos:

- Predecir.- Es presagiar. Exponer consecuencias. Estimar.
- Evaluar.- Es verificar una solución. Consiste en juzgar.
- Plantear hipótesis. Es postular una relación.
- Comprobar.- Es idear y llevar a cabo un plan para verificar una hipótesis.

5. Recordar: Es un esfuerzo deliberado para evocar. Los procesos cognitivos son:

- Ensayar.- Es repasar y organizar acciones e ideas con objeto de recordar más tarde. Practicar.
- Imaginar.- Es usar representaciones visuales o auditivas de objetos o sucesos. Dibujar mentalmente.
- Retener.- Es traer a la memoria, recobrar ideas, centrarse de objetos o sucesos. Dibujar mentalmente.

6. Resolver problemas: Es hallar soluciones a situaciones no resueltas. En esta categoría se combinan los procesos cognitivos anteriormente estudiados.

Hernández y Soriano (1999) proponen una nueva categoría: el planteamiento de problemas: en ella también se combinan todos los procesos cognitivos anteriormente estudiados.

Además estos autores indican que aprender es un proceso en el que se crean significados integrando las experiencias nuevas con los conocimientos que el niño ya dispone y ha organizado de experiencias pasadas. Para fomentar el uso de los procesos cognitivos, con los niños pequeños se deben trabajar sobre todo los procesos cognitivos de recibir, interpretar y recodar.

2.5 Conceptos de División

Thomson (1996) define la división como la operación que tiene por objeto hallar el número de veces que un número contiene a otro número dado.

Sin embargo según Martínez (1991) se puede definir en diez nociones:

1.- La división es un reparto. Está operación se utiliza para averiguar cuántos subconjuntos equivalentes se forman a partir de un determinado conjunto.

2.- La división es una partición. Se utiliza para saber cuántos elementos hay en cada uno de los subconjuntos en que se ha dividido el conjunto.

3.- La división establece cuántas veces un número esta contenido en otro. Es una definición bastante clásica y que se sigue empleando.

4.- La división es la operación que facilita el proceso de medición. En términos matemáticos se viene a hacer referencia a lo que se acaba de decir anteriormente. En términos prácticos escolares, la división es el modelo que permite las actividades de medición.

5.- La división establece el factor que falta en un producto dado. También es muy clásica y operativa, ya que es una de las formas más habituales de iniciar a los alumnos en la división.

6.- La división es la operación que expresa cuántas veces se puede restar un número.

7.- La división es la operación que permite establecer cuántas veces el dividendo contiene al divisor.

8.- La división es la operación que permite dividir el dividendo en tantas partes como indica el divisor.

9.- La división es la operación que permite obtener un número tantas veces menor que uno dado. Dividir por cinco es hacer el número cinco veces más pequeño.

10.- La división es la operación que permite pasar de unidades de orden inferior a unidades de orden superior. Es el caso que se presenta muy comúnmente a la hora de trabajar el Sistema Métrico Decimal, o en ejercicios de numeración.

Por otro lado Chritiano (1978) considera que si un conjunto E está dotado de una ley de composición interna designada X (llamada multiplicación), la división es la operación inversa de la multiplicación: dados dos elementos 2 y 5 de E, hacer la división de 2 por 5 consiste en hallar un elemento N de F por lo que al producto de 5 por 2 =10, lo mismo que 10÷2= 5.

2.5.1 La División como Agrupación

Terezinha (1997) ha propuesto que la comprensión de la división comienza cuando los niños y niñas entienden el significado de repartir.

Incluso los niños de cinco años hacen deducciones acerca de la igualdad de los conjuntos en cantidades iguales utilizando el procedimiento “una para mí, una para ti” sin equivocarse.

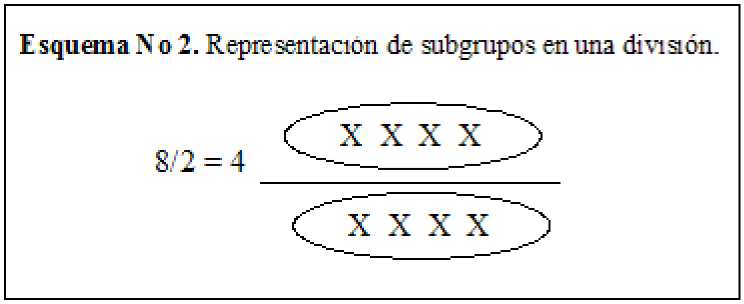
La mayoría de los niños a los cinco años hacen deducciones acerca de la igualdad de los conjuntos obtenidos de esta manera. Conviene marcarse una distinción entre repartir y dividir. Cuando los niños y niñas reparten, se concentran en dar partes iguales a cada receptor.

La invariante al repartir es una correspondencia biunívoca entre los conjuntos repartidos. Las invariantes en el caso de la división son más complejas: implican las relaciones entre el dividendo (el número dividido), el divisor (el número de la división).

En la división 72÷8=9, 72 es el dividendo, 8 es el divisor y 9 es el cociente. Terezinha (1997) apunta que en una situación que implica repartir, enfocarse en los problemas de división implica considerar las relaciones, por ejemplo, entre el número de caramelos que van a repartirse, el número de niños que van a recibirlos y el número de caramelos que cada uno recibirá. Si se quiere comprobar la comprensión infantil de estas relaciones, necesitamos saber si se percatan de que existe una relación inversa entre el número de receptores y el tamaño de la porción. Es decir, se necesita saber si comprenden las consecuencias del tamaño de un número en una partición en otro número.

La primera pregunta que se considera al analizar la comprensión infantil de división es si los niños pequeños pueden entender estas relaciones en una situación de división antes de hacer verdaderamente una división.

Fernández (2002) dice que la división se presenta generalmente, sin tener en cuenta esta distinción. Y se apoya directamente en la representación de subgrupos en la que el número viene expresado por el divisor.

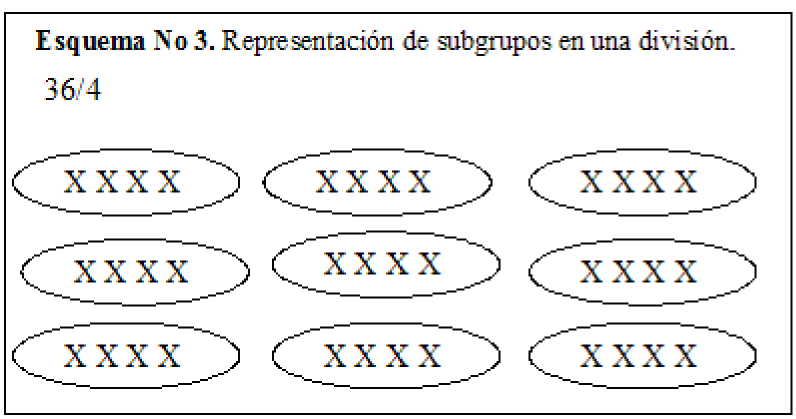


Esquema No 2. Representación de subgrupos en una división.

Fuente: Tomado de Fernández, 2002, 72.

El niño aún no sabe dividir, por lo que será necesario para él recurrir al cálculo por tanteo. Si se sigue el ejemplo anterior, se pide al niño que calcule el cardinal de cada uno de los subgrupos que tienen el mismo cardinal.

Al partir de ocho elementos parece que el tanteo surge efecto, pero ¿Seguiría haciendo efecto si se utiliza un grupo del cual el cardinal fuera, por ejemplo, 36÷4=? según esto se han encontrado que pocos alumnos son capaces; por lo que la mayoría no saben dividir. Encontrarán los niños menor resistencia si se introduce la división como participación de un grupo en subgrupos del mismo cardinal. Permitiendo que busquen el número de subgrupos y no su cardinal, que lo representará el divisor.



Esquema No 3. Representación de subgrupos en una división.

Fuente: Tomado de Fernández, 2002, 72.

2.5.2 La División como Repartición

Oñativia (1983) retomando a Piaget, considera que la división se inicia desde el periodo preoperatorio, pero con un solo significado, en la repartición o distribución en partes iguales. Como en el caso de las otras operaciones su comienzo es la acción sobre las cosas, que ahora es la repartición de unidades sueltas de distintos tipos (tapitas, piedritas, semillas, botones, etc.) en grupos iguales. Estas unidades se van asignando a distintos niños o se van colocando en recipientes iguales hasta llenarlos. La expresión aritmética de esta operación se introduce, al igual que la multiplicación, en segundo grado.

En este periodo se realiza también la repartición del líquido de una jarra en varios vasos iguales, la división de una cinta en dos trozos iguales mediante la comparación directa en la balanza, etc., es decir, que se emplearán distintos tipos de magnitudes continuas y discontinuas, lo mismo que en la suma, la resta, y la multiplicación.

Por medio del manipuleo del material en el segundo grado se lleva al niño al descubrimiento de la reversibilidad de las operaciones y al reconocimiento de la división como operación inversa de la multiplicación.

Cuando el alumno ha logrado el dominio de la división como repartición en partes iguales, se introduce el otro significado de esta operación, el cual implica contenido, o sea que los lleva a encontrar las veces que una cantidad contiene a otra, homogénea con ella.

Este significado debe ser aprendido en estrecha relación con la multiplicación y con el otro significado de la división, para que el alumno llegue a manejar correctamente el “rol” que desempeñan las cantidades concretas en cada una de las operaciones. En la etapa a la cual (Primero y segundo grado), sólo se considera la división entre números naturales.

Alcalá (2002) indica dos tipos de situaciones y, por lo tanto, de problemas de división: situaciones de partición o repartir y situaciones de agrupamiento.

Las más habituales en el contexto cultural y experiencial de los alumnos son las de partición o repartición de un conjunto de objetos en partes iguales.

Con la simbolización de la división resulta apropiado seguir el estilo y los pasos dados con la multiplicación: Motivación y ambiente de indagación en clase, expresión de un problema, resolución manual o gráfica, convención de la representación gráfica y construcción del código aritmético.

Alcalá (2002) explica que la experiencia de haber trabajado antes la multiplicación va a hacer que tengan más facilidad para la construcción de la división, pues tienen rasgos comunes: estructura verbal narrativa tripartita, estructura notacional idéntica, distinto nivel de significación de los números, etc. Y, además, los niños tienen más habilidades para la representación gráfica, para la notación aritmética, para la invención y expresión verbal narrativa.

La generación de convenciones por el grupo se ha de ver completada con el trabajo individual que favorecerá su asimilación y hará posible la emergencia de ideas, "descubrimientos" nuevos.

Posteriormente, habremos alcanzado la simbolización inicial de la división y obtenido una nueva expresión codificada ($a\div b = c$) con números (cantidades) fácilmente manejables.

Cuando los estudiantes son capaces de resolver problemas típicos elementales y expresiones como $4x5=$ ó $18\div3 =$. Y están preparados para dar alguna explicación convincente sobre el porqué de sus soluciones, se puede estar seguro de que la fase inicial está ya cumplida.

El aprendizaje que se ha venido comentando describe una sinuosa trayectoria que partiendo de la expresión verbal y/o la manipulación de objetos conduce a la expresión notacional, más abstracta y genérica que la representación gráfica.

Ahora se iniciará una nueva trayectoria que, describiendo caminos que van a converger en la expresión notacional también, hayan de ésta una herramienta de trabajo. ¿Cuáles son esos caminos? Uno el progreso en el cálculo, escrito (algoritmos) y no escrito (mental o digital); otro será la resolución de problemas más complejos.

2.5.2.1 Resolución de problemas en situaciones que implican repartir

Terezinha (1997) indica que la actividad de repartir proporciona un tercer tipo de situación que conlleva un razonamiento de multiplicación, además implica una distribución de un conjunto –caramelos, por ejemplo- entre diversos receptores, que bien podrían ser niños. Repartir es distinto de sumar y restar porque involucra crear una relación de multiplicación entre dos o más conjuntos.

En los problemas aditivos de tipo parte-todo se considera solo una relación: el tamaño del todo es la suma de las partes, las cuales no necesariamente son iguales. Las relaciones parte-todo también entran en el ámbito de repartir y dividir, pero hay que considerar tres elementos: el tamaño de todo, el número de partes y el tamaño de estás, que debe ser igual.

Por ejemplo, si hay 20 caramelos (todo) y tienen que repartirse entre cuatro niños (cuatro partes).

Esta descripción de repartir podría recordar a un adulto las situaciones de correspondencia multívoca, pero a los niños estas dos situaciones no necesariamente les parecen igual.

Terezinha (1997) señala varias razones que podrían considerarse bastante diferentes. Una es que la acción de distribuir es el punto de partida y el aspecto más elemental y obvio de repartir, mientras que en las situaciones de correspondencia multivoca esta acción se encuentra en el pasado, tal como 1 auto tiene 4 ruedas.

Otra diferencia entre ambas situaciones radica en que, para repartir, los niños y niñas necesitan comprender las relaciones entre conjuntos (o variables): el número total de caramelos, el número de niños y se aumenta el número de caramelos, por niños; pero si se mantiene igual el número de niños, habrá menos caramelos por niño.

Existe una relación directa entre el número total de caramelos y los caramelos por niño, y una relación inversa entre el número de niños y el número de caramelos por niño.

De esta manera, al repartir y partir sucesivamente deben comprenderse nuevas relaciones que no existen en la situación de correspondencia multívoca, en la cual la razón es fija desde el principio. Correa y Bryant, citados en Terezinha, (1997) han sugerido que comprender esta relación inversa es un paso fundamental para pasar de la actividad sencilla de repartir a la comprensión de la división.

Una tercera razón para delimitar las situaciones de correspondencia multívoca y la división mediante repartir una división podría dar como resultado una fracción, mientras que como ya señalamos antes, las situaciones de correspondencia multívoca se relacionan de manera más clara con los números enteros.

Si hay seis barras de chocolate y nueve niños, cada niño obtendría barra y media de chocolate. La fracción no sólo es un nuevo tipo de significado del número sino también un nuevo tipo de número.

Otra razón más para contrastar las acciones de repartir y dividir con las situaciones de correspondencia multívoca y de covariación se deriva de las acciones y operaciones realizadas en esas distintas situaciones. Las situaciones de correspondencia multivoca y de covariación tienen en común que la acción elemental que vincula varios pares de números es la duplicación (a su inverso).

Cuando cambia el factor escalar (o el número de duplicaciones), la relación entre los conjuntos o entre las variables permanece constante: existe una razón incesante en las situaciones de correspondencia multivoca y una función (o factor) firme en las situaciones de covariación (Terezinha, 1997).

Para Alcalá (2002) algunos problemas planteados tenían una estructura canónica simple, en los que sólo faltaba el resultado, por ejemplo: siendo 4, 2, 8 y 10 números naturales conocidos 4x2 = ¿?, 8÷ 2 = ¿?. Por lo tanto es necesario apoyarse en la resolución de otro tipo de problemas modificando este tipo de estructura de modo que:

- Falte el operador o bien el estado 1.
- Los números vayan siendo cada vez mayores.
- La expresión verbal o escrita del problema vaya dejando de ser canónica, es decir, expresando cada uno de los tres términos en el orden conocido.
- Se introduzcan otro tipo de problemas a propósito del estudio de temas propios del programa que se siga: por ejemplo, sistema métrico decimal, etc.

Tabla No.1 Primer ejemplo de comparación (estructura canónica simple).

Estado 1	Operador	Estado 2
Conjunto inicial	Acción, suceso	Interrogante y final
Cuatro nidos.	En cada nidos 5 huevos.	Cuántos huevos en total.
Bolsa de 15 monedas.	Hacer tres partes iguales.	Cuántas monedas hay en cada parte.

Fuente: Tomado de Alcalá, 2002, 118.

Es decir, habrá que plantearles problemas más difíciles; ya que al preguntarles por el operador, la expresión notacional cambiará su función. Como se presenta en los siguientes ejemplos:

1) Juan encontró ayer una bolsa con 30 caramelos. Llegó a casa y los repartió entre sus tres hermanos. ¿Cuánto dio a cada uno?
2) Juan tenía 30 caramelos. Si al repartirlos entre sus hermanos dio 10 a cada uno, ¿Cuántos hermanos tenía?
3) Juan encontró una bolsa con caramelos que repartió entre sus tres hermanos. Si dio 10 a cada uno, ¿Sabrías decir cuántos caramelos tenía la bolsa?

Según la expresión aritmética tripartita que se ha construido, en el primer ejemplo, se anotaría 30÷3=10, así lo resuelvan aditiva o multiplicativamente.

En el segundo ejemplo, la expresión canónica sería (datos que muestra el problema) 30 (número de caramelos) =10 (cantidad repartida), pero algunos niños lo expresarán como 10+10+10= 30 (sumando de diez en diez) y algunos otros anotarían 3x10 =30 (por medio de una multiplicación), anotan la operación que realizan para resolver el problema y no su escritura narrativa.

(La opción 30÷10 no surge hasta varios cursos escolares más tarde y en el caso de número mayores, números con coma, fracciones, etc., pues para ello hay que conocer las propiedades de la operación).

Y en el tercer ejemplo, que es algo más complicado, la expresión canónica narrativa sería 3 (número de hermanos) =10 (cantidad que les toco a cada uno de ellos). Sin embargo bastantes niños lo expresarían como lo comprenden, esto es, 3x10=30 o bien 10+10+10=30.

Con estos ejemplos se puede ver que:

Según Alcalá (2002) por un lado, se conserva la estructura tripartita, pero la notación va teniendo una doble función: unas veces como expresión del problema y otras como expresión de aquello que se hace para resolver el problema.

Por otro, los problemas planteados no se diferencian como problemas de división o multiplicación, pues problemas cuya expresión verbal es de división (en donde la acción es partir, repartir y distribuir, etc.), se solucionan multiplicando o con suma reiterada.

Y en otros casos donde el problema implica una multiplicación, se resuelve con una división. Por ejemplo:

"Alberto compró ayer ocho chicles y se gastó 40 centavos. ¿Sabrías calcular cuánto le costó cada chicle?".

Aunque la expresión narrativa indicara 8x40, la operación que el alumno hace es 40÷5=8, o bien algunos adicionan por tanteo hasta llegar a 40 y oros utilizan las tablas de multiplicar y hacen 8x5=40

Alcalá (2002) sugiere que trabajar en problemas de elaboración progresiva de modelos aritméticos de multiplicación y división ayudara a adquirir soltura en la aplicación de esos modelos.

Aunque es posible encontrar problemas más difíciles, como son los problemas de comparación. Por ejemplo: "Un balón de plástico vale 16 pesos y un balón de cuero vale tres veces más".

Y también nos encontraremos con problemas que no parecen poder resolverse mediante división o multiplicación.

Como es el caso de: Problemas de combinación tipo producto cartesiano, problemas y situaciones en los que la acción que hay que realizar es agrupamiento y se resuelven mediante el segundo tipo de división, cosa que ellos no conocen.

Tabla No.2 Segundo Ejemplo de comparación (por agrupación).

Estado 1	Operador	Estado 2
Cantidad inicial	Partición o repartición	Elementos de cada parte
Somos 24.	Hacer 6 equipos iguales.	Cuántos hay en cada equipo.
24	6	4

Fuente: Tomado de Alcalá, 2002, 119.

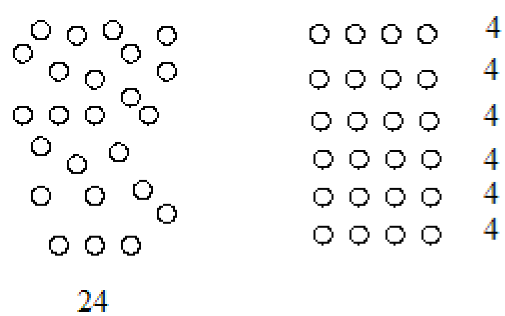
Tomando en cuenta lo antes mencionado, Alcalá sugiere trabajar sesiones colectivas o de pequeños grupos destinadas a proponer posibles estrategias de solución que consideren las representaciones y expresiones simbólicas.

El segundo tipo de división es de especial interés, ya que no se parece a los problemas habituales porque cambia el significado de los términos de la estructura. Un ejemplo de cada tipo de división es el que sigue:

- Partición / repartición: "En clase somos 24 y vamos a hacer 6 equipos para una competición de preguntas. ¿Cómo tendremos que agruparnos?".

En este problema se conoce el conjunto global o inicial (estado 1) y el número de grupos o partes a hacer (operador). Pero falta saber el número de elementos que compondrá cada parte, equipos o subconjunto.

Esquema No. 4. Representación y expresión simbólica de una división por repartición.



Fuente: Tomado de Alcalá, 2002, 120.

Tabla No. 3. Tercer ejemplo de comparación (por agrupación).

Estado 1	Operador	Estado 2
Conjunto total	Acción	Núm. De partes o subconjuntos
Somos 24	Hacer grupos de 6 personas. Colocar de 6 en 6 elementos.	Cuántos grupos obtendremos
24	6	4

Fuente: Tomado de Alcalá, 2002, 121.

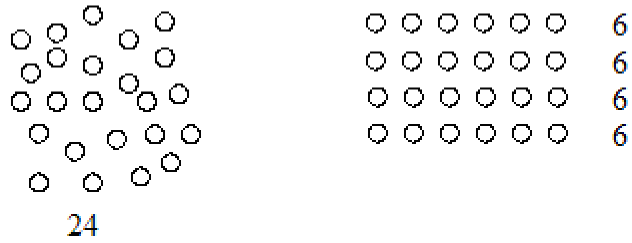
- División por "agrupación": En clase somos 24 y vamos a hacer equipos de seis elementos cada uno. ¿Cómo tendremos que agruparnos?".

En este ejemplo se conoce el conjunto inicial o total (estado 1) y el número de elementos de cada equipo (operador). Pero se desconoce cuántos equipos se obtendrán, por lo tanto la pregunta en este problema, a diferencia del caso anterior sería: "¿Cuántos equipos tendremos?".

Los dos problemas se expresan de la misma manera, 24÷6 = 4, pero en el primer caso la operación consiste en hacer seis grupos de igual número de componentes y en el segundo se refiere, a hacer equipos de seis miembros cada uno.

Del mismo modo, el cociente, tiene significados distintos en cada caso. En el primero se refiere al número de elementos que forman el grupo (cardinales de cada conjunto resultante) y en el segundo caso hace referencia a la cantidad de equipos resultante (cardinal del conjunto de conjuntos).

Esquema No. 5 Representación gráfica que explicará cómo va quedar distribuida la clase.



Fuente: Tomado de Alcalá, 2002, 123.

Alcalá (2002) concluye explicando que dividir así, implica una operación de situaciones de agrupamiento, de partición o de repartición. O bien, simplemente, una operación numérica que se utiliza para resolver determinadas preguntas sobre cálculo numérico, sin que provengan de situaciones reales. Cuando los alumnos realizan estas deducciones y dejan de preocuparse de si el problema es de multiplicar o de dividir y solo resuelven apoyándose en ellas, se puede inferir que ya interiorizaron las dos operaciones aritméticas.

2.6 Diversidad de problemas de multiplicación y división

Balbuena, Block y Carvajal (1995), señalan que así como en la suma y la resta existen diversos tipos de problemas que se pueden resolver con ambas operaciones, no solo lo de agregar o quitar, también hay varios tipos de problemas que se pueden resolver con una multiplicación o con una división, los problemas más comunes en los que se inicia el aprendizaje de estas operaciones, es decir, los que implican un doble conteo de cantidades y los de reparto.

En un problema como el siguiente: Para curarme durante 8 días tome 4 pastillas diariamente ¿Cuántas pastillas tome?

Una característica importante es que se ponen en relación dos tipos de cantidades (días y pastillas) y el resultado es una de esas cantidades.

Otra característica no menos importante es que a partir de los datos que hay en el problema se puede construir una tabla de cantidades que varían proporcionalmente.

Tabla No.4 Problema de variación proporcional.

Días	Pastillas
1	4
2	8
3	12

Fuente: Tomado de Balbuena, 1995, 24.

Véase ahora el siguiente problema: Leti tiene 5 faldas y 4 blusas, ¿De cuántas maneras distintas se puede vestir Leti?

A diferencia del problema anterior en este no aparecen las dos características anteriores, el resultado no es blusas ni faldas si no el número de combinaciones distintas (blusa, falda) que se pueda formar. Tampoco hay variación proporcional entre los datos blusa y faldas, aunque en ésta se puede establecer entre uno de ellos y el conjunto de parejas. Por ejemplo:

No obstante que la resolución para éste tipo de problemas es una simple multiplicación, es claro que a los niños les resulta más difícil construir ese significado.

Ahora se muestra un problema de división que no es de reparto:

Don Fermín lleno uno de los costales con 325 mameyes, ¿Cuántos montones de 5 mameyes metió en el costal?

En este problema el dividendo y el divisor son cantidades del mismo tipo (mameyes) y se trata de averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra, es decir, cuántos grupos de 5 mameyes se pueden hacer con 325 mameyes.

2.7 El uso del algoritmo de la división en la resolución de problemas

Martínez (1991) menciona que trabajar sistemáticamente la división exige un dominio de los números y de su uso, de los símbolos, del correcto empleo de las operaciones anteriores, superior a los niveles exigidos en estas.

La suma y la resta se pueden estudiar al mismo tiempo que los números y son operaciones que ayudan a construir el concepto de número. Así como en el producto y la división, ya que estas operaciones exigen un dominio previo del número, del menor hasta un determinado nivel. La ejecución del algoritmo de la división exige un cierto dominio de la sustracción y de la multiplicación y según el enfoque que se siga, de la suma.

La división es una operación que está dentro de las estructuras multiplicativas. Se puede contemplar como la otra cara de la de la multiplicación, por lo que, como se verá más adelante, los alumnos se pueden iniciar en ellas al mismo tiempo que en la multiplicación.

Se debe tener también en cuenta que las acciones de la vida diaria de los niños susceptibles de matematizarse suelen ser igual de frecuentes, aquéllas que exigen la multiplicación como las que exigen la división.

Según Roland, citado en Parra, (1994) uno de los desafíos esenciales, y al mismo tiempo una de las dificultades principales de la enseñanza de la matemática, es precisamente que lo enseñado esté cargado de significación, que tenga un sentido para el alumno.

Continua señalando que “La construcción de la significación de un conocimiento debe ser pensada a dos niveles:

Un nivel externo: que señala cuál es el campo de utilización de este conocimiento, y cuáles son los límites de ese campo y un nivel interno: que indica cómo funciona tal recurso y por qué funciona.”(Citado en Parra 1994,189).

Brousseau, citado en Parra, (1994) considera estos dos niveles como dos componentes de la comprensión:

- Uno se expresa más bien en términos de semántica. “Comprender” es ser capaz de reconocer las ocasiones de utilizar el conocimiento y de invertirlo en nuevos dominios;
- El otro se expresa en términos de necesidades lógicas o matemáticas o, de forma más general, sintáctica. El alumno que puede comprender puede “razonar” sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros.

En la práctica escolar, en general los docentes realizan una distinción entre: Aquellas actividades que apuntan a la adquisición de los saberes institucionalizados, tales como los algoritmos de cálculo, las definiciones canónicas o las propiedades fundamentales, y aquellas que apuntan a la comprensión y al uso de esos saberes .

La enseñanza de los conocimientos tales como algoritmos, propiedades o definiciones son fácilmente organizables en el salón de clase; son identificables, descriptibles y su adquisición es verificable de forma simple. Así, para evaluar si los alumnos “saben dividir” es suficiente plantearles varias cuentas y verificar sus resultados.

Aislados de su contexto, los algoritmos se convierten en respuestas adquiridas para preguntas “a venir” sobre las cuales no se sabe mucho. Los algoritmos se aprenden sabiendo que servirán para resolver problemas, pero se ignora de qué problemas se trata.

Martínez (1991) comenta que el algoritmo, de la cuenta de dividir es la más difícil de todas. Requiere saberes previos de las demás operaciones y no da márgenes para la intervención personal.

En la suma se pueden colocar los sumandos en el orden que se quiera, o agruparlas de una forma u otra. En la multiplicación se estudian primero los factores y después se decide cuál interesa colocar de multiplicando y cuál de multiplicador.

En la resta y en la división hay menos facilidades. Todavía en la resta se puede elegir el método de reagrupamiento de unidades. Además, los hábitos escolares han conducido, a no consentir especiales ayudas para la resolución de la cuenta.

Gómez, citado en Martínez, (1991) remarca que las características diferenciadoras del algoritmo de la división son cinco.

1. Es un algoritmo de izquierda a derecha, mientras que hasta ahora todos los algoritmos anteriores iban de derecha a izquierda.
2. Hay que buscar dos resultados: el cociente y el resto. En todos los algoritmos anteriores sólo se buscaba un resultado.
3. Conlleva ciertas prohibiciones.
4. Es un algoritmo semiautomático: Hay que descomponer, estimar, encuadrar, comprobar y si procede rehacer.
5. Necesita de los otros algoritmos y de su logística. En particular de la resta llevando y de la tabla de multiplicar.

Estas cinco características o exigencias se manejan, en el actuar del alumno (al realizar el algoritmo), así como los descubrimientos que éste debe hacer si quiere llegar a dominar la operación. Para dividir dos números se resta el resultado de la multiplicación del divisor y el dividendo, el número multiplicado con el divisor es el cociente.

Como parte del proceso para aprender las técnicas de multiplicar y dividir, en los libros de tercero y cuarto grado se propicia el desarrollo, por parte de los alumnos, de algoritmos muy cercanos a los usuales pero a la vez con algunas diferencias importantes a favor de la comprensión de los mismos.

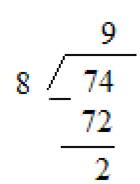
De acuerdo con Galván (1968) el algoritmo de la división es el más complejo y el que ofrece problemas más arduos en los procedimientos de cálculo básico.

Las cuatro operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división, están relacionadas de muchas maneras.

Adición	⟷	Sustracción
Repetida	Inversa	Repetida
Multiplicación	⟷	División

Galván (1968) indica que las primeras veces que se plantea la división, su algoritmo resulta difícil de entender. Al enseñarlo, es útil escribir el resultado de una división en la forma a= (bxa) + r. Por ejemplo, en el problema 74÷8 se puede escribir el cálculo de la manera usual.

Figura No. 1 Algoritmo de la división.



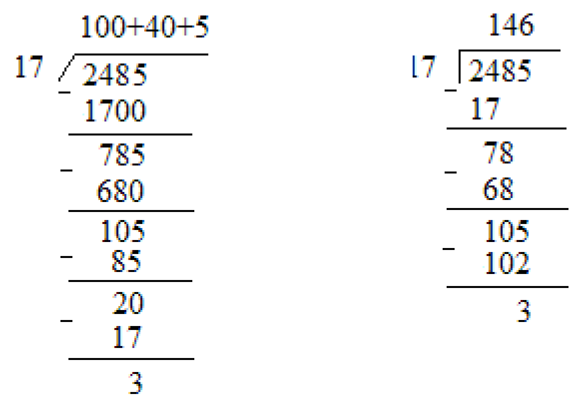
Fuente: Tomado de Galván, 1968, 36.

Y después volver a escribir el resultado en la forma: 74 = (8x9) + 2

Para preparar a los niños en la división de números grandes, se requiere de tiempo para que trabajen múltiplos de 10, 100 y 1000, ya que la colocación de numeral en el cociente, no implica sólo suposiciones sino más bien comprensión clara de cuál es el múltiplo básico que en particular se está empleando en cada paso del cálculo.

Insistir en la estimación de productos, para el desarrollo del discernimiento sobre la correcta o incorrecta solución de las divisiones, es un aspecto fundamental en la enseñanza de las divisiones grandes. Como se muestra en el siguiente procedimiento:

Figura No.2 Algoritmo de la división por sustracción repetida.



Fuente: Tomado de Balbuena, 1995, 26.

En el primer procedimiento la cantidad que se divide (dividendo) se considera completo, no se separa en millares, centenas, etc. Se estima un primer cociente (primer sumando que aparece arriba de la "casita") y se calcula la diferencia para encontrar lo que falta por "repartir", así se continúa hasta que ya no se pueda repartir más.

En el algoritmo usual, el dividendo se pierde como cantidad global en el momento de empezar a dividir, puesto que se dice 24 entre 17 en vez de 2485 entre 17.

Además, no se considera que se están dividiendo 24 centenas, por lo tanto no se sabe que la primera cifra del cociente es una centena (Balbuena, 1995).

2.7.1 Partes de la División

Castro (2001) indica que los dos puntos como signo de la división en la forma conocida "a: b" fueron empleados por Leibniz. En algunos años antes el matemático inglés del siglo XVII, John Pell, empleó un signo parecido: dos puntos separados por una raya "÷".

Robles (1996), sugiere la siguiente estructura del algoritmo de la división:

Dividendo: Es el número que se reparte o divide entre otro.

Dividir: Es la operación de repartir una cantidad llamada dividendo tantas veces como indica otra llamada divisor. El resultado se denomina cociente.

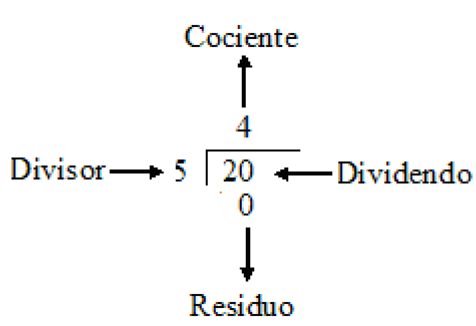
Divisor (I): Es uno de los elementos de la división que indica el número de veces por las que ha de dividirse el dividendo.

Divisor (II): El divisor de un número "a" es otro número "b" que esta contenido un número exacto de número de veces, siendo "a" por lo tanto múltiplo de "b" .

Cociente: Es el resultado de la división.

División por defecto: Es aquella en la que el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto y el resto siempre es menor que el divisor.

Figura No. 3 Partes de la división.



Fuente: Tomado de Robles, 1996, 14.

Santamaría (1999) señala los siguientes tipos de división:

División exacta: Es aquella en donde el resto es siempre cero. La división exacta cumple siempre las siguientes igualdades.

$$25 = 5x5 \qquad 5=25=5 \qquad 5=25\div5$$

La división exacta tiene las siguientes propiedades:

1.- Si al dividendo y al divisor de una división exacta se les multiplica o divide por el mismo número, el cociente no varía.

$$(8\div8) / (8\div8) = 1$$

$$(4x2) \div (4x2) = 1$$

2.- Si el dividendo de una división exacta se multiplica por un número el cociente queda multiplicando por dicho número.

$$(2x2) \div 2 = (2x2)$$

3.- Si el dividendo de una división exacta se divide por un número el cociente queda dividido por dicho numero.

$$(25\div5) = (25\div5)$$

2.7.2 Dificultades de la División

Rico y Castro (1988) comentan que la división debe ser enseñada junto con la multiplicación. Su mayor dificultad se encuentra en el doble papel que puede representar el divisor en los diferentes modelos, número de partes en las que se divide la cantidad total.

Sin embargo el aprendizaje de su algoritmo, en los casos simples de la división resultan sencillos y llegan a manejarse con soltura los diferentes modelos. La dificultad real de la división es que aparece en la mecanización de su algoritmo y en conceptos más elaborados como los de fracción, razonamiento y número, que posteriormente el alumno estudiara en los siguientes grados.

Parra (2007) menciona que para aprender a dividir y a solucionar problemas de división significa, elaborar y dominar ciertas operaciones para dar resultados, como el algoritmo, especialmente, los alumnos deberán aprender a reconocer cuáles son los problemas que se pueden resolver utilizando la división y cuáles no, qué relaciones se pueden establecer entre la división y las demás operaciones aritméticas: suma, resta y multiplicación, qué propiedades verifica, cuáles son las más comunes a otras operaciones, cómo se puede validar los resultados obtenidos, qué tipo de representaciones se utilizan.

Las relaciones con otras operaciones empezarán a establecerse desde el inicio del aprendizaje cuando, a partir de los conocimientos que posean, los alumnos se enfrenten a problemas de división.

Los alumnos no modifican los significados iniciales que atribuyen a los conceptos, en particular a las operaciones aritméticas. Un ejemplo es que los alumnos de distintos niveles escolares, incluso de tercer ciclo, identifican a la división con un reparto y asumen que el resultado debe ser menor que el dividendo y estas características, tienen que ser cuestionadas, rechazadas o modificadas cuando se aborda la división de fracciones o decimales.

Parra (1994) expone que cuando los alumnos se enfrentan a una situación problemática, conscientemente o no buscan ciertos índices o condiciones que la identifiquen como pertenecientes a alguna clase que sepan resolver. Por ejemplo, ante un problema, con frecuencia buscan índices para determinar cuál es la operación que corresponde utilizar.

Como ya se dijo, la enseñanza tradicional está generalmente centrada, no, ya en el razonamiento de los problemas sino en determinar cuál es la operación correspondiente.

Algunas de esas condiciones no cambian en la modificación del enunciado o en las situaciones presentadas, pero otras varían en el procedimiento, utilizando el enunciado como problema de división.

Se trata de lo que Brousseau, citado en Parra, (1994) llama “variables pertinentes” de un concepto: es decir, caracteres con valor, presencia o ausencia que influyen sobre las posibilidades de resolución de un problema de división. Esta influencia puede ser un bloqueo del reconocimiento, un cambio en la forma de solucionar el problema, o una modificación significativa de la fiabilidad del cálculo o del convencimiento del alumno.

Entre las variables pertinentes que dicho autor identifica para el concepto de la división se encuentran:

Los números: tanto la estructura movilizada (naturales, decimales, etc.). Como su expresión (fraccionaria o decimal), el tamaño de los números (menores que 1, entre 1 y 2, etc.). Los tipos de magnitudes: dominios físicos, dimensiones, etc.

Las técnicas de cálculo enseñadas precedentemente (manipulaciones de reparto, sus fracciones repetidas, productos, ensayo y error, adivinanza, encuadramiento sistemático, transformación a los naturales, presentación de los cálculos, etcétera).

Vergnaud (1991) menciona que el proceso de aprendizaje en el niño es todavía más complejo en la operación de la división, ya que debe haber aprendido la suma, resta y multiplicación, y más que aprender, debe comprender y sobre todo, saber aplicarlas.

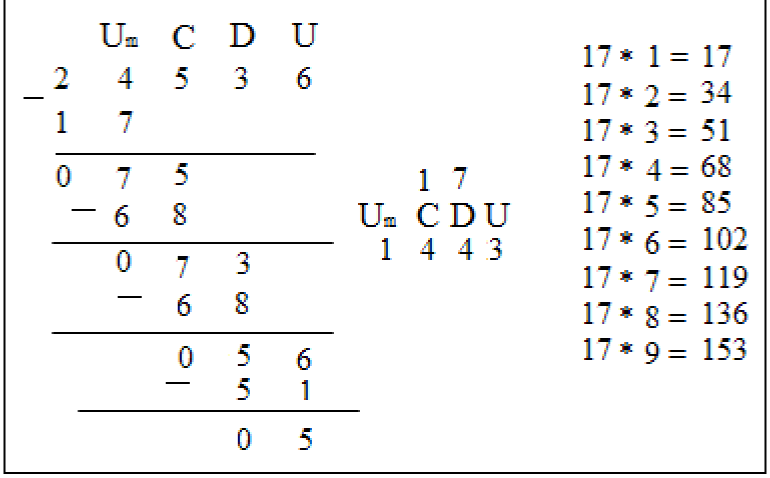
La división es una operación aritmética que el niño aprende por abstracción. En la división se encuentran problemas análogos a los que acaban de ser expuestos, pero ampliados por la complejidad de la regla operatoria de la división.

Incluso más que en el caso de la multiplicación, conviene subrayar la necesidad de utilizar un procedimiento y una disposición espacial que permita al niño encontrar, sin vacilación, el punto en que se encuentran:

- El cuadro cuadriculado para el dividendo y el cociente.
- La escritura completa de las sustracciones necesarias.

- La eventual indicación de los cálculos complementarios para buscar la cifra que conviene al cociente; para esto será de gran ayuda establecer previamente la tabla de los productos del divisor por los números del 1 al 9.

Esquema No 6. Ejemplo en base diez para una división entre 17



Fuente: Tomado de Vergnaud, 1991, 155.

Vergnaud (1991) menciona que como en el caso de la multiplicación, las principales dificultades no provienen del dividendo sino del divisor (número de varias cifras, número con punto) se puede utilizar prácticamente desde el principio números cualesquiera en el dividendo. Sobre todo, no es necesario buscar divisiones que sean “exactas”: la existencia de un residuo, después de la división de una cantidad dada, no plantea ningún problema de concepto.

Además de las dificultades para la multiplicación, mencionadas anteriormente hay otra que constituye un obstáculo innegable para los niños; es cuando el divisor, número de cifras, y las primeras cifras del dividendo forman un número inferior al divisor.

Ejemplos:

4 | 285   225 | 1542

Toda disposición que permita marcar los órdenes de tamaño, y sobre todo el orden unidades, decenas y centenas, favorece la comprensión de las operaciones que intervienen.

Ejemplo:

U C D U

4 | 2 8 5

Dos personas no pueden ser distribuidas entre cuatro personas de manera que tengan partes iguales. Hay que transformarlas en decenas; eso da 20 decenas, más las 8 restantes, 28 divido entre 4 da 7. Encontramos así, que la primera cifra del cociente es de decenas.

Ejemplo:

```
U   C D U
      7 1
4 | 2 8 5
  − 2 8
      0 5
  −     4
        1
```

De acuerdo con Vergnaud (1991) se puede decir que la división es una operación compleja. Por muchas razones: algunas son de orden conceptual, mientras que la adición, la sustracción y la multiplicación son siempre exactas, en el sentido de que el resultado se origina efectivamente de la aplicación del operador al operando: la división, por su parte, no es siempre exacta, y el cociente no es sólo el resultado de la aplicación del operador al operador. El verdadero es la pareja: cociente- residuo, donde el residuo puede ser nulo.

De lo cual se sigue que la división como regla operatoria no es exactamente la inversa de la multiplicación, salvo si se incluye relaciones complejas que, en cualquier caso, rebasan la capacidad de los niños. Mientras que en el plano de los números y de los operadores numéricos las transformaciones (Xn) y (X/n) son inversas una de otra, de lo contrario la operación de división entre n no es la inversa de la multiplicación por n.

En el plano de las reglas operatorias, la división evidentemente es la más compleja de las cuatro operaciones, porque implica a la vez sustracción, multiplicación y la búsqueda por tanteo o cuadramiento de las cifras del cociente. No hay pues que asombrarse si son numerosos los niños que la manejan mal al final de la enseñanza elemental.

La división entre un número con punto, por ejemplo, parece lejos del alcance de la mayoría de los niños de 10 a 11 años.

De la misma manera que una sola tabla, bajo la forma de cuadro cartesiano, basta para la adición que la sustracción, una sola tabla es suficiente para la multiplicación y la división; por supuesto una por cada base.

Es posible que sean construidas por los niños, quienes podrán referirse a ellas tantas veces como sea necesario, inclusive para la base 10. El conocimiento de memoria de la tabla para la base 10 se vuelve rápidamente indispensable, pero debe ser adquiridamente no por un aprendizaje y una recitación de memoria sino a través de ejercicios de cálculo rápido que permitan a los niños captar el interés que existe por conocer de memoria ciertos resultados.

En ningún caso hay que subordinar el aprendizaje de los algoritmos operatorios al conocimiento de la tabla.

Siguiendo a Vergnaud (1991) es cierto lo inverso: los resultados de memoria se vuelve tanto más indispensable cuando los algoritmos estén mejor asimilados como en el caso de la adición y la sustracción, es indispensable enseñar la multiplicación y la división en otras bases diferentes a la base diez; sobre todo en las bases pequeñas.

Las razones son las mismas: la identidad de las reglas en las diferentes bases permiten sorprenderlas mejor: las bases pequeñas permiten, sin hacer intervenir cantidades demasiado grandes, manipular números suficientemente extensos para que la regla se aplique de manera representativa.

Pero sobre todo no hay que abusar de los ejercicios en bases distintas a la base diez y caer en ejercicios de cálculo innecesarios, ya que la base diez debe ser privilegiada, porque el cálculo en otras bases tiene virtudes para la iniciación y la explicación pero sólo eso.

En la división, una o dos bases diferentes a la base diez satisfacen en cambio las necesidades pedagógicas.

2.8 Desarrollo de técnicas para multiplicar y dividir

Balbuena (1995) indica que en tercer grado, el estudio de la multiplicación se inicia con el planteamiento de problemas en los que se trata de averiguar la cantidad de elementos que hay en un arreglo rectangular, por ejemplo, "si en una tablita hay 4 hileras de 5 barquillos cada una, ¿Cuántos barquillos hay en total? Este tipo de problemas sufre algunas modificaciones para dar paso a la división cuando se conoce el total de elementos que hay en el arreglo, ya sea el número de filas o la cantidad de elementos que hay en cada fila.

Es probable que el uso de los términos filas e hileras cause confusión en algunos alumnos porque no son fáciles de identificar incluso para las personas mayores, sin embargo su uso no es determinante y pueden ser sustituidos por otros que sean más reconocibles por los alumnos.

Balbuena (1995) explica que el aprendizaje de las técnicas para realizar las operaciones de multiplicar y dividir implica un proceso largo en el que los niños se enfrentan a diferentes tipos de multiplicaciones que culminan con diferentes tipos de situaciones que terminan con el uso de procedimientos usuales. A lo largo de toda la secuencia se plantean problemas cuyo resultado puede encontrarse por medio de la multiplicación o de la división.

Al principio los alumnos lo resuelven con procedimientos informales (por ejemplo sumando o restando), poco a poco van incorporando procedimientos más evolucionados. Además, en el caso de la división, se agregan los siguientes tipos de situaciones.

- Uso del cuadro de multiplicaciones para resolver problemas de división y escritura formal de la operación *a: b.*
- Sistematización del uso de la multiplicación para resolver problemas de la división.
- Resolución de problemas de reparto utilizando monedas y billetes con valor de 1, 10, 100, 1000.

Estos procedimientos se trabajan de manera similar en tercero y en cuarto grado, con la diferencia de que en tercero se utilizan números hasta de dos dígitos y en cuarto el rango se amplia hasta cinco dígitos.

2.9 Encuadre curricular

Para alcanzar el objetivo general se seleccionaron los contenidos de Matemáticas relacionados con la división que se encuentran dentro del Programa de Matemáticas de Tercer Grado de Primaría (SEP, 1993); así como en el libro de texto (SEP, 1998); mismos que a continuación se detallan.

Organización general de los contenidos.

Los contenidos incorporados al currículum se han articulado con base en seis ejes, a saber:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones
2. Medición
3. Geometría
4. Procesos de cambio
5. Tratamiento de la información
6. La predicción y el azar

La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades y destrezas, fundamentales para la buena formación básica en matemáticas.

Cabe señalar que de estos seis ejes, solo uno de ellos aborda lo relacionado con la división:

Los números, sus relaciones y sus operaciones. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etcétera) el niño construye los significados de las operaciones.

A continuación se hace mención de los contenidos matemáticos que se abordan en este eje temático.

- Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo, soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación).
- Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra
- División con números naturales
- Concepto de división con números naturales
- Concepto de división con números naturales como reparto
- Concepto de división con números naturales como agrupamientos
- Concepto de división con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.
- Concepto de división con números naturales como división con arreglos rectangulares.
- Escrituras convencionales de la división con números naturales
- Algoritmo de la división con números naturales
- Algoritmo de la división con números naturales y divisor de una cifra
- Resolución de problemas de división con números naturales
- Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales
- Resolución de problemas de división con números naturales hasta de tres cifras
- Varias operaciones con números naturales
- Resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales.

Dichos contenidos se encuentran dentro de las siguientes lecciones que a continuación se describen:

TABLA 1: CUADRO DE CONTENIDOS DEL PROGRAMA DE LA SEP (PRIMERA PARTE)

LECCIONES	CONTENIDOS
35	Concepto de multiplicación de números naturales como agrupamientos, arreglos rectangulares o sumas iteradas.
Contamos y Acomodamos	Escrituras convencionales de la multiplicación de números naturales.
	Resolución de problemas de multiplicación de números naturales con procedimientos informales.
	Concepto de división con números naturales como multiplicación "con agujero".
	Resolución o invención de problemas a partir de una ilustración.
36	Concepto de multiplicación de números naturales como agrupamientos, arreglos rectangulares o sumas iteradas.
Jugamos al desfile	Escrituras convencionales de la multiplicación de números naturales.
	Resolución de problemas de multiplicación de números naturales con procedimientos informales.
	Resolución o invención de problemas a partir de una ilustración.
	Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos numéricos.
42	Resolución de problemas de multiplicación de números naturales con procedimientos informales.
El Mercado	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
	Tablas de variación proporcional.
53	Concepto de división con números naturales como reparto.
¿Cuánto tendrá cada quién?	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
	Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos numéricos.
56	Concepto de división con números naturales como reparto.
Traemos fruta del monte	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
62	Las fracciones como resultado de repartos.
Compartir con los amigos	La fracción como división.
	Resolución de problemas que involucren a las fracciones como resultados de operaciones.
	Concepto de división con números naturales como reparto.
	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.

TABLA 2: CUADRO DE CONTENIDOS DEL PROGRAMA DE LA SEP (SEGUNDA PARTE)

LECCIONES	CONTENIDOS
69	Concepto de división con números naturales como reparto.
La Biblioteca	Concepto de división con números naturales como agrupamientos.
	Concepto de división con números naturales como multiplicación "con agujero".
	Resolución de problemas a partir de una ilustración.
72	Concepto de división con números naturales como reparto.
Hilos de colores	Concepto de división con números naturales como agrupamientos.
	Concepto de división con números naturales como multiplicación "con agujero".
	Escrituras convencionales de la división con números naturales.
	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
74	Agrupamientos y de agrupamientos en decenas y unidades, con números naturales hasta de dos cifras.
Repartimos los billetitos	Sistema monetario.
	Concepto de división con números naturales como reparto.
	Concepto de división con números naturales como multiplicación "con agujero".
	Escrituras convencionales de la división con números naturales.
	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
77	Concepto de división con números naturales como reparto.
Repartos	Concepto de división con números naturales como multiplicación "con agujeros".
	Escrituras convencionales de la división con números naturales.
	Algoritmo de la división con números naturales y divisor de una cifra.
	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
	Resolución de problemas de división con números naturales hasta de tres cifras.
79	Sistema monetario.
¡Primero las monedas de 10!	Concepto de división con números naturales como reparto.
	Escrituras convencionales de la división con números naturales como reparto.
	Algoritmo de la división con números naturales y divisor de una cifra.
	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.
	Resolución o invención de problemas a partir de enunciados con datos numéricos.

Estos contenidos fueron retomados tanto para la elaboración del instrumento (pretest y postest) como para la realización de las sesiones que se trabajaron en el programa de intervención.

CAPÍTULO III

MÉTODO

3.1 Sujetos

La investigación se llevó a cabo con 63 alumnos de tercer grado de primaria con edades comprendidas entre los 8 y 10 años, de los cuales se trabajó con 28 alumnos en el grupo control (pertenecientes al turno matutino) y con 35 alumnos del grupo experimental (del turno vespertino).

3.2 Escenario

El estudio se llevó a cabo en una escuela primaria del Estado de México.

3.3 Instrumentos

I. Pretest. Para realizar la evaluación inicial de los dos grupos (experimental y control) se diseñó una primer prueba con el fin de saber el nivel del conocimiento de los niños sobre el tema de la división. La prueba está compuesta por 11 preguntas de opción múltiple y respuesta abierta en donde se les pedía resolver problemas sobre contenidos de división como son: Resolución de problemas con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares (pregunta 1); Resolución de problemas de división usando procedimientos informales (preguntas 2 y 3,); Concepto de división como agrupamientos (pregunta 4); Concepto de división como reparto (pegunta 5); Concepto de división con números naturales como división (pregunta 6); Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una (pregunta 7); Escrituras convencionales de la división con números naturales (preguntas 8 y 9) y planteamiento y resolución de problemas con números naturales hasta de tres cifras (preguntas 10 y 11) (ver Anexo I).

II. Postest. Se diseñó una segunda prueba compuesta también por 11 preguntas de opción múltiple y respuesta abierta, dicha prueba es equivalente a la anterior y fue utilizada para la evaluación final de ambos grupos (ver Anexo V).

Ambas pruebas fueron diseñadas a partir de los contenidos que se encuentran en el plan y programas de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 1993) y el libro de matemáticas de texto gratuito para el alumno de tercer grado (SEP, 2008).

Las pruebas se calificaron de acuerdo a lo que contestaban en los reactivos, considerando los siguientes aspectos: si estaba resuelto se tomaba en cuenta si lo hacían bien o mal (valorando el procedimiento que realizaron), y se les daba cierto puntaje. Si no contestaban el reactivo o tenían un procedimiento que les originaba una respuesta incorrecta no se les daba ningún punto (ver Anexo II).

3.3.1 Validación del Instrumento

Los instrumentos (pretest-postest) de evaluación inicial y final fueron validados por jueceo, con expertos en el tema (tres profesores de la Universidad Pedagógica Nacional en el área de matemáticas). Y ocho docentes de educación primaria de dos escuelas diferentes, y además de un piloteo con 54 alumnos de tercer grado de primaria.

3.4 Procedimiento

Primeramente, se aplicó una evaluación inicial (pretest) a los dos grupos (de los turnos matutino y vespertino). Dicha evaluación se realizó con la finalidad de saber si los grupos tenían el mismo nivel de conocimientos, y con ello seleccionar al grupo experimental y al control, además para averiguar que tanto sabían los alumnos sobre la división y con ello seleccionar a los alumnos que serían los tutores (ver Anexo I).

A continuación, una vez seleccionados ambos grupos (experimental y control), en el Grupo Experimental se seleccionaron diez sujetos que participarían como tutores informados, a los cuales se les aplicó un programa con 15 sesiones (ver Anexo III), cuyo objetivo sería instruirlos previamente para que posteriormente participarán como tutores dentro de los equipos. Dicho programa fue diseñado con estrategias de aprendizaje cooperativo: Técnica del rompecabezas, trabajo en Equipo Logro Individual y Torneo de Juegos por Equipos. Se trabajaron los siguientes contenidos: Concepto de división con números naturales con arreglos rectangulares (sesión 1 y 2), Resolución de problemas de división con procedimientos informales (sesión 3 y 4), Concepto de división con números naturales como agrupación (sesión 5 y 6), Concepto de división con números naturales como reparto (sesión 7 y 8), algoritmo de división con números naturales de dos cifras entre una (sesión 9 y 10), Escrituras convencionales de la división con números naturales (sesión 11 y 12) y por último planteamiento y resolución de problemas de división con números naturales (sesiones 13,14 y 15).

Posteriormente, se organizó el Grupo Experimental (G1) en varios equipos (de entre 4 y 7 integrantes), en cada uno de ellos estuvo presente al menos un tutor informado. Con este grupo también se trabajaron las actividades didácticas a través del aprendizaje cooperativo con los mismos contenidos que se trabajaron en la instrucción previa con los tutores informados.

Este programa fue conformado por 15 sesiones a través de las cuales se trabajaron: las técnicas de Trabajo en Equipo-Logro Individual (sesiones 1, 3, 5,7 y 9), Rompecabezas (sesiones 4, 6, 8, 12 y la 13) y por último la de Torneo de Juegos por Equipo (sesiones 2, 10, 11, 14 y 15) (ver Anexo IV).

Cabe señalar que tanto las actividades de instrucción previa con los tutores como las actividades de aprendizaje cooperativo con los equipos dentro del grupo (experimental) son equivalentes, pues en ambas se trabajo con las mismas estrategias de aprendizaje cooperativo con los mismos contenidos de la división.

Cada una de las sesiones cuenta con propósitos, materiales y descripción de actividades. Los problemas planteados y los ejercicios que se trabajaron en las sesiones se retomaron de los libros de Long (2004) y Balbuena (1995).

Para llevar a cabo un análisis detallado, se realizó un registro de observaciones con categorías y subcategorías, las cuales fueron indicadores de las actitudes y conductas que los niños presentaron en cada una de las situaciones, esto se realizó de manera grupal en el grupo experimental, tanto en las sesiones de las actividades de instrucción previa (con los tutores) como en las actividades de Aprendizaje Cooperativo.

Por otra parte, con el grupo Control (G2) los contenidos del programa de la SEP se trabajaron con su maestra de manera cotidiana y además se trabajaron algunas actividades para reforzar aquellos contenidos en los que tenían deficiencias, a manera de repaso.

Nos presentamos con este grupo en tres ocasiones y se les explicó de manera tradicional, es decir se les exponía en el pizarrón el tema, se les daba un ejemplo de cómo resolverlo y después se les dejaban ejercicios para retroalimentar lo ya visto, al momento de calificarles cuando resolvían mal su ejercicio se les explicaba nuevamente hasta que lo hicieran bien. Los niños se sentaban en filas y trabajaban de manera individual.

Lo que se pudo observar con ellos es que no se mostraban tan interesados en las actividades, pues aunque trabajaban en lo que se les dejaba nos costaba que pusieran atención, ya que había que darles las indicaciones varias veces y en ocasiones cuando se les pasaba al pizarrón a resolver algún ejercicio, los compañeros que estaban sentados no ponían atención.

Por último se les aplicó una evaluación final (postest) tanto al grupo control como al experimental para saber que tan eficaz fue el programa de intervención (Anexo V).

3.5 Diseño de Investigación

Se trabajó con un grupo experimental y un grupo control, considerando que ambos grupos ya estaban formados, no se seleccionaron al azar. Por lo que se puede decir que el diseño de investigación que se realizó es cuasiexperimental.

Diseño:

G1	E_1	T.I.	A.C.	E_2
G2	E_1	------	------	E_2

G1: Grupo Experimental

G2: Grupo control

E1: Evaluación inicial al grupo control y experimental

E2: Evaluación final al grupo control y experimental

T.I: Tutor Informado

A.C: Aprendizaje Cooperativo

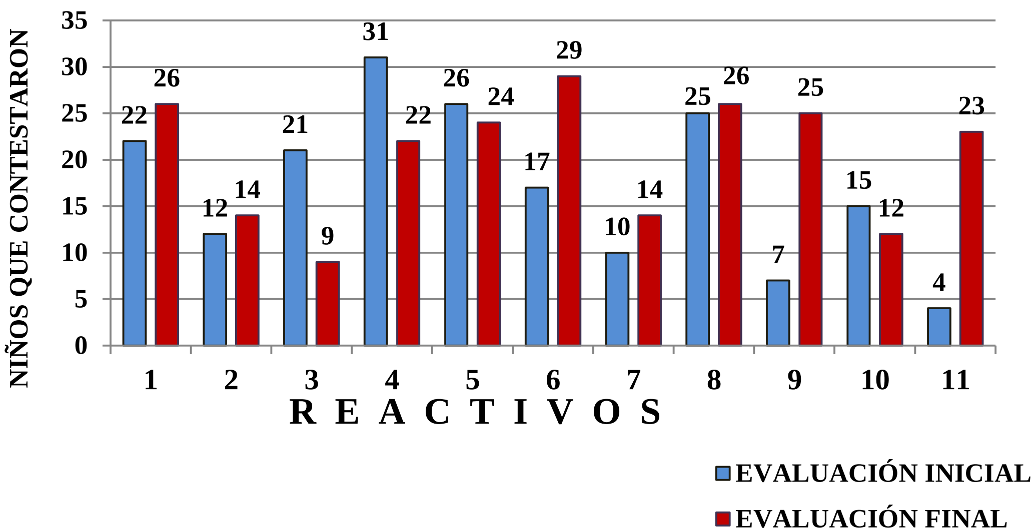
3.6. Análisis de Resultados

3.6.1. Análisis cuantitativo

Se realizó un análisis cuantitativo, con los resultados obtenidos en las pruebas (pretest y postest) para comprobar si el taller efectivamente influyó en el aprendizaje de la división en el grupo experimental, tomando como referente al grupo control. Esto se llevó a cabo mediante la realización de tablas, con los puntajes de cada uno de los niños en los grupos (control y experimental), que a su vez fueron analizadas categorizando los reactivos bien contestados, mal contestados y no contestados, estas tablas se tomaron en consideración para determinar qué contenido se les dificultó más en ambos exámenes (inicial y final).

A continuación se hace una descripción de la gráfica que muestra los resultados del análisis que se realizó con las puntuaciones obtenidas del grupo experimental en la evaluación inicial (pretest) y la evaluación final (postest).

Gráfica 1: Reactivos del pretest y postest del grupo experimental



Del grupo experimental de los 35 (100%) alumnos que contestaron el examen se observó lo siguiente (ver Anexos VI y VII):

En el 1º reactivo que evaluaba el contenido de resolución de problemas con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares, contestaron 22 niños de los cuales sólo 14 estuvieron bien en su respuesta y 8 contestaron mal, 13 niños no contestaron. Lo que se observó es que más de la mitad del grupo no sabía las tablas de multiplicar y por eso no contestaron bien el ejercicio, en cambio en el postest contestaron 26 niños de los cuales sólo 19 estuvieron bien en su respuesta, 7 niños contestaron mal y 9 no contestaron, porque aunque durante el taller se estuvieron repasando las tablas de multiplicar varios niños no se las aprendieron.

En el 2º reactivo que evaluaba el contenido de resolución de problemas de división usando procedimientos informales, contestaron 12 alumnos de los cuales 4 niños contestaron bien y 8 mal; 23 niños no contestaron. Este fue uno de los reactivos en donde nos dimos cuenta que los niños no comprendían el problema y además no entendían como hacer el procedimiento, sin embargo en el postest contestaron 14 alumnos de los cuales 8 niños contestaron bien y 6 mal; 21 niños no contestaron. Lo que se observó fue que los niños comprendían el problema, pero al momento de realizar la tabla de variación proporcional se equivocaban al realizar sus operaciones.

El 3º reactivo también evaluaba el contenido de resolución de problemas de división usando procedimientos informales, aquí contestaron 21 alumnos, de estos, 16 niños respondieron bien y 5 mal; 14 niños no contestaron. Lo que se notó fue que no comprendían el problema que se les presentó y por lo tanto no sabían que procedimiento realizar, pero en el postest contestaron 9 alumnos, de estos 7 niños contestaron bien y 2 mal; 26 niños no contestaron. Lo que notamos es que los niños si comprendían el problema pero realizaban mal el procedimiento (al realizar las sumas, restas o multiplicaciones lo hacían mal).

En el 4º reactivo que evaluaba el contenido concepto de división como agrupamientos, contestaron 31 alumnos de los cuales 20 niños contestaron bien y 11 mal; 4 niños no contestaron. En este reactivo los niños contestaron mal porque no leyeron correctamente las indicaciones, en cambio en el postest 22 alumnos contestaron bien y 13 niños no contestaron, porque se les dificulto más el problema y además realizaban mal la multiplicación por lo tanto sus agrupamientos eran incorrectos.

En el 5º reactivo que evaluaba el contenido concepto de división como reparto, 26 alumnos contestaron bien y 9 niños no contestaron porque no comprendieron cómo hacer los repartos, sin embargo en el postest 24 alumnos contestaron bien y 11 niños no contestaron ya que se confundieron al hacer el reparto porque el ejercicio se les hizo más complejo.

En el 6º reactivo que evaluaba el contenido concepto de división con números naturales como división, contestaron 17 alumnos de los cuales 14 niños contestaron bien y 3 mal; 18 niños no contestaron porque no comprendieron que procedimiento realizar, en cambio en el postest contestaron 29 alumnos, de los cuales 19 contestaron bien y 10 mal; se considero que 6 niños no contestaron porque las operaciones que realizaron estaban mal (sumas o multiplicaciones).

En el 7º reactivo que evaluaba el contenido algoritmo de la división con números de dos cifras entre una, contestaron 10 alumnos de los cuales 3 niños contestaron bien y 7 regular; 25 niños no contestaron. Los niños no comprendieron la pregunta porque no conocían las partes de la división y además no sabían cómo resolver el algoritmo (división de manera horizontal), en cuanto al postest contestaron 14 alumnos de los cuales 11 niños contestaron bien y 3 regular; 21 niños no contestaron porque se confundieron en la respuesta de distracción.

En el 8º reactivo que evaluaba el contenido escrituras convencionales de la división con números naturales, 25 alumnos contestaron bien y 10 niños no contestaron porque no comprendieron el concepto de división y en el postest, 26 alumnos contestaron bien y 9 niños no contestaron porque no entendieron bien lo que es dividir.

En el 9º reactivo que evaluaba el mismo contenido que el reactivo anterior, sólo contestaron bien 7 alumnos y 28 niños no contestaron porque no conocían las partes del algoritmo de la división, en cambio en el postest 25 alumnos contestaron bien y 10 niños no contestaron porque no se aprendieron las partes de la división.

En el 10º reactivo que evaluaba el contenido planteamiento y resolución de problemas con números naturales hasta de tres cifras, contestaron 15 alumnos y 20 niños no contestaron porque no comprendieron el problema y no sabían cómo resolver el algoritmo por lo tanto algunos alumnos realizaban un procedimiento diferente al algoritmo (suma iterada o multiplicación).

En cambio en el postest contestaron 12 alumnos de los cuales 11 niños contestaron bien y 1 mal; 23 niños no contestaron porque no comprendieron bien el problema por su complejidad.

En el 11º que también evaluaba el contenido del reactivo anterior, sólo contestaron 4 alumnos, de estos 2 niños contestaron bien y dos mal; 31 niños no contestaron porque no sabían cómo resolver el algoritmo, sin embargo en el postest contestaron 23 alumnos de los cuales 12 niños contestaron bien y 11 equivocadamente; 12 niños no contestaron porque al no saber bien las tablas de multiplicar se equivocaban al realizar el procedimiento del algoritmo.

En resumen, los reactivos 3, 4, 5 y 10 fueron los que más se les dificulto resolver a los alumnos, en la evaluación final, más que en la evaluación inicial; porque eran problemas en los que los niños tenían que comprender tanto lo que se les pedia (es decir el problema planteado), como realizar bien el procedimiento y también tenían que hacer bien las operaciones. A veces los alumnos comprendían el problema pero no realizaban bien su procedimiento, o resolvían mal sus operaciones.

Anteriormente se explicaron los resultados obtenidos en el grupo experimental de manera general, tomando en cuenta a todos los alumnos. Sin embargo se considera necesario comentar lo que paso con los alumnos que participaron como tutores, ya que el trabajo de estos niños permitió que el grupo mejorara.

El apoyo por parte de los tutores motivaba a sus compañeros a trabajar cooperativamente en las actividades, permitiendo la compresión de los procedimientos de los problemas y del algoritmo. Generando esto más dominio en los contenidos, quedándoles más claro el concepto de división.

De los 10 alumnos (100%) que tutoraron a sus compañeros, 8 (80%) subieron de calificación, 1 reprobó (10%) y 1 quedo igual (Ver tabla 3).

TABLA 3: COMPARACION DE LA EVALUACION INICIAL Y FINAL (pretest y postest) DE LOS TUTORES

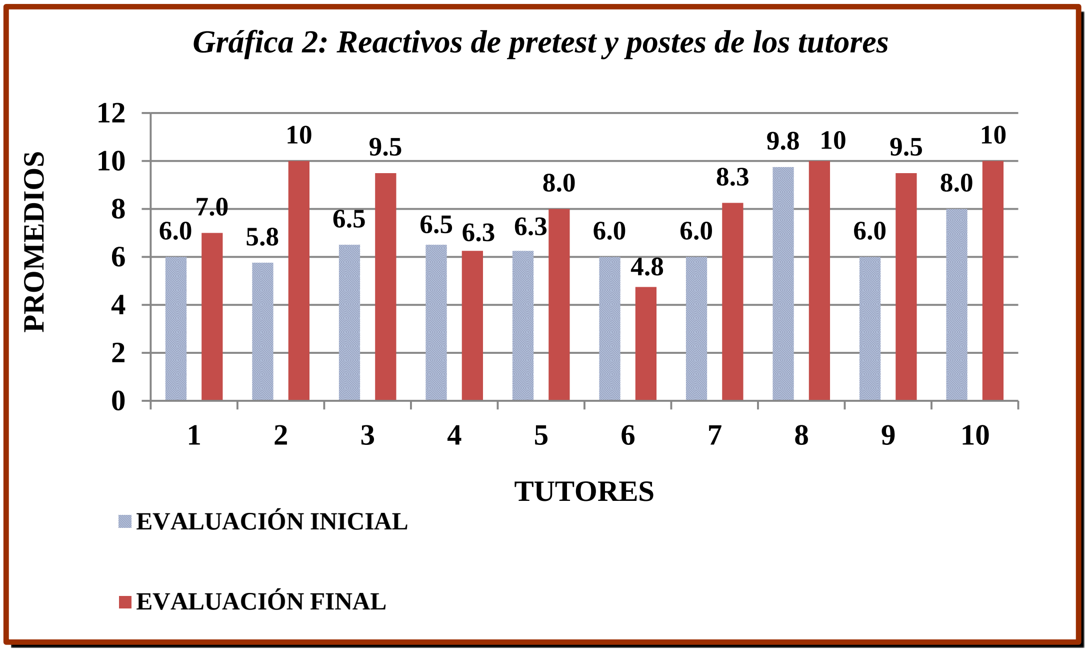
SUJETOS	NOMBRE DEL ALUMNO	EVALUACIÓN INICIAL	EVALUACIÓN FINAL
1	MARBETH	6	7
2	JENIFER	5.75	10
3	DIEGO	6.5	9.5
4	GARY	6.5	6.25
5	PAOLA	6.25	8
6	EMMANUEL RICARDO	6	4.75
7	ESGAR	6	8.25
8	LUIS	9.75	10
9	ROSALINDA	6	9.5
10	SOFÍA	8	10
PROMEDIO		6.68	8.33

En general las niñas se desempeñaron mejor tutorando a sus compañeros en el grupo, lo cual se ve reflejado en sus calificaciones, pues son las que aumentaron más su promedio.

En casi todos los equipos que se formaron para trabajar las actividades de Aprendizaje Cooperativo, se ponían dos tutores, en algunas ocasiones solo uno tomaba su rol de tutor, su otro compañero era más pasivo (como Luís que dejaba que su compañero explicara), por lo regular eran las niñas las que dominaban la situación.

Diego y Gary eran los que menos tutoraban a sus compañeros, sin embargo Diego aumento considerablemente su calificación, esto se debió a que, al trabajar en equipo Diego reflexionaba sobre sus errores comparando sus respuestas con las de sus compañeros.

En cambio Emmanuel reprobó la evaluación final, este niño trabajaba bien con sus compañeros de equipo, pero en su evaluación se confundió al realizar sus procedimientos.



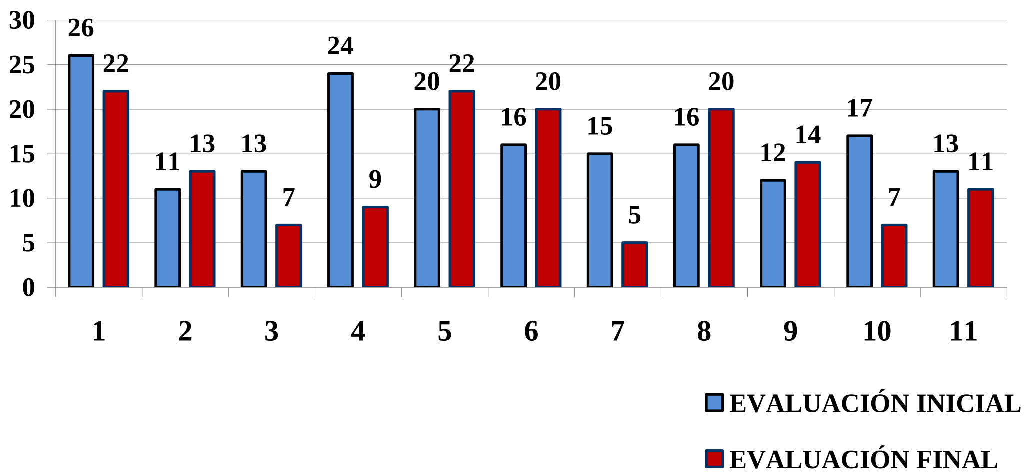
En la gráfica 2 se puede apreciar que los tutores aumentaron su promedio, estos niños fueron seleccionados de acuerdo a los puntajes que obtuvieron en la evaluación inicial, ya que fueron los que tenían mejores calificaciones. Sin embargo cabe resaltar que en el pretest la mayoría de los niños seleccionados como tutores tenían un promedio bajo.

Casi todos los tutores desempeñaban bien su papel, se veía el esfuerzo que hacían para que sus compañeros entendieran la actividad, así como también hacían que participaran todos sus compañeros.

ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL PRETEST Y POSTEST (GRUPO CONTROL).

A continuación se hace una descripción de la gráfica que muestra los resultados del análisis que se realizó con las puntuaciones obtenidas del grupo control en la evaluación inicial (pretest) y en la evaluación final (postest).

Gráfica 3: Reactivos del pretest y postest del grupo control



Del grupo control de los 28 (100%) alumnos que contestaron el examen se observó lo siguiente (ver anexos VIII y IX):

En el 1º que evaluaba el contenido de resolución de problemas con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares, contestaron 26 niños de los cuales sólo 18 estuvieron bien en su respuesta, 8 niños contestaron mal y 2 no contestaron porque no sabían multiplicar y en el postest contestaron 22 niños de los cuales sólo 18 estuvieron bien en su respuesta, 4 niños contestaron mal y 6 no contestaron. Porque el ejercicio se les hizo complejo y además no se sabían las tablas de multiplicar.

En el 2º reactivo que evaluaba el contenido de resolución de problemas de división usando procedimientos informales, contestaron 11 alumnos de los cuales 4 niños contestaron bien y 7 mal; 17 niños no contestaron. Lo que se pudo observar fue que los alumnos comprendieron el problema pero no sabían cómo realizar el procedimiento, en cambio en el postest contestaron 13 alumnos de los cuales 5 niños contestaron bien y 8 mal; 15 niños no contestaron porque no le entendieron al procedimiento (cómo resolver las tablas de variación proporcional).

El 3º reactivo también evaluaba el contenido de resolución de problemas de división usando procedimientos informales, aquí contestaron 13 alumnos, de estos 11 niños contestaron bien y 2 mal; 15 niños no contestaron porque no comprendieron el problema y tampoco el procedimiento, sin embargo en el postest contestaron 7 alumnos, de estos 5 niños contestaron bien y 2 mal; 21 niños no contestaron porque no leyeron bien el problema y no le entendieron.

En el 4º reactivo que evaluaba, el contenido concepto de división como agrupamiento contestaron 24 alumnos, de los cuales, 20 niños contestaron bien y 4 mal; 4 niños no contestaron porque no entendieron las indicaciones, en cambio en el postest 9 alumnos contestaron y 19 niños no contestaron porque no leyeron bien y por lo tanto no realizaban bien sus agrupaciones**.**

En el 5º reactivo que evaluaba el contenido concepto de división como reparto, contestaron bien 20 alumnos y 8 niños no contestaron porque no sabían cómo hacer el reparto, en cambio en el postest 22 alumnos contestaron bien y 6 niños no contestaron porque no comprendieron cómo hacer la repartición.

En el 6º reactivo que evaluaba el contenido concepto de división con números naturales como división, contestaron 16 alumnos de los cuales 12 niños contestaron bien y 4 mal; 12 niños no contestaron porque no sabían que procedimiento realizar y en el postest todos los alumnos contestaron, pero de ellos 20 contestaron bien y 8 mal porque realizaron mal sus operaciones.

En el 7º reactivo que evaluaba el contenido algoritmo de la división con números de dos cifras entre una, contestaron 15 alumnos de los cuales 8 niños contestaron bien y 7 mal; 13 niños no contestaron. Los niños no contestaron la pregunta porque no conocían las partes de la división y además no sabían cómo resolver el algoritmo (división de manera horizontal), pero en cambio en el postest contestaron 5 alumnos de los cuales 1 niño contesto bien y 4 mal, 23 niños no contestaron. En este reactivo nos percatamos que los alumnos no leían, pues veíamos que se saltaban a la siguiente pregunta.

En el 8º reactivo que evaluaba el contenido escrituras convencionales de la división con números naturales, 16 alumnos contestaron bien y 12 niños no contestaron porque no sabían lo que significa dividir y en el postest 20 alumnos contestaron bien y 8 niños no contestaron.

En el 9º reactivo se evaluaba el mismo contenido del reactivo anterior, aquí 12 alumnos contestaron bien y 16 niños no contestaron porque no sabían las partes del algoritmo de la división y en el postest 14 alumnos contestaron bien y 14 no contestaron. No contestaban porque no aprendieron la definición de división ni las partes que lo integran.

En los reactivos 10º y 11º se evaluaba el contenido planteamiento y resolución de problemas con números naturales hasta de tres cifras. En el 10º reactivo, 17 alumnos contestaron bien y 11 niños no contestaron porque no comprendieron el problema, sin embargo en el postest contestaron 7 alumnos de los cuales 6 niños contestaron bien y 1 mal; 21 niños no contestaron, en esta pregunta observamos que no leían el problema.

En el 11º reactivo contestaron 13 alumnos de los cuales solo 1 niño contesto bien y 12 mal; 15 niños no contestaron. En este reactivo se observó que los alumnos ya habían resuelto algoritmos en clase pero este tipo de algoritmos (con cero en el dividendo) se les hacía complejo y en el postest contestaron 11 alumnos de los cuales 2 niños contestaron bien y 9 mal; 17 niños no contestaron porque no aprendieron a resolver el algoritmo, ya que es una operación más abstracta en donde se debe agregar, restar, llevar. Y si se utiliza la división exacta en donde el residuo es cero, o inexacta en donde el residuo es diferente a cero, se les complica aún más.

En los reactivos 1, 3, 4, 7,10 y 11 los alumnos bajaron su puntuación en la evaluación final; esto se debió a que en general los niños no estaban muy interesados en contestar el examen pues ya no querían trabajar. Además de que se les hizo más complejos los reactivos de este examen a diferencia del anterior (pretest).

Quizá los alumnos se quedaron con muchas dudas en las clases que se pretendió reforzar aquellos contenidos que no dominaban, lo cual genero confusión al momento de resolver el examen y por ende un desinterés de su parte.

Cabe señalar que en los reactivos 3, 4 y 10 los alumnos tanto del grupo experimental como del grupo control bajaron su puntuación. Dichos reactivos evaluaban el planteamiento y resolución de problemas.

Se puede decir que para resolver bien este tipo de reactivos, los alumnos tenían que entender bien los problemas y así realizar ciertos procedimientos. Para ello debieron haber leido antes bien el problema, comprendido e identificando lo que se les pedía, también saber que procedimientos utilizar, sin olvidar que debían tener dominio de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación), como lo menciona Miranda (2000) ya que son las primeras dificultades a las que se enfrentan los alumnos en los primeros grados de escolaridad, y si no tienen dominio de estas, no podrán realizar correctamente los problemas planteados.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS REACTIVOS DE LOS GRUPOS EXPERIMENTAL Y CONTROL (PRETEST Y POSTEST)

En seguida se indican los resultados obtenidos en las evaluaciones inicial (pretest) y final (postest) tanto en el grupo experimental como en el control, y las diferencias que se observaron en ambos grupos (Ver tabla 4).

TABLA 4: CUADRO COMPARATIVO DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL DE LA EVALUACION INICIAL Y FINAL (pretest-postest)

SUJETOS	PROMEDIO					
	GRUPO CONTROL			GRUPO EXPERIMENTAL		
	EVALUACIÓN INICIAL	EVALUACIÓN FINAL	AUMENTO DE LA CALIFICACIÓN	EVALUACIÓN INICIAL	EVALUACIÓN FINAL	AUMENTO DE LA CALIFICACIÓN
1	6.75	3		6.5	9.5	9.5
2	1	2	2	6.5	6.25	
3	7.25	4.25		4.25	2.5	
4	3.5	2.5		6.25	8	8
5	4	1.5		5	4.75	
6	7	6.5		4.5	2.5	
7	8	6.25		5.75	10	10
8	5.75	3.5		3	3	
9	2.25	3.5	3.5	6	4.75	
10	2.5	2		1.5	0.5	
11	3.75	4.5	4.5	6	8.25	8.25
12	3.25	2		2.5	3	3
13	3.5	2		6	7	7
14	3.5	2.25		3.75	2.5	
15	4.25	4.25		4.5	3.5	
16	5.5	3.75		3	5.5	5.5
17	7.5	6.75		0.75	2	2
18	5.25	2.5		9.75	10	10
19	4	4.5	4.5	6	9.5	9.5
20	3.75	6.75	6.75	4	5.75	5.75
21	6.5	2.25		0.75	1.75	1.75
22	7.5	7.25		0.25	1.75	1.75
23	9	7		1.75	4	4
24	1.5	2.75	2.75	2.75	6.25	6.25
25	7	4.25		3.75	4	4
26	6	4.75		1.75	0.5	
27	3	4.25	4.25	4.25	6	6
28	4.5	4.25		3.75	4	4
29				1.5	7	7
30				2.5	3.25	3.25
31				3	3.25	3.25
32				1.5	1	
33				3	3.5	3.5
34				8	10	10
35				2.5	2.75	2.75
PROMEDIO	4.902	3.964	6 niños	3.900	4.793	23 niños

Las partes sombreadas indican las calificaciones aprobatorias

En el grupo experimental se encontró que, en la evaluación inicial de los 35 alumnos (100%), solo 9 (26%) obtuvieron una calificación aprobatoria y 26 (74%) reprobaron. Lo que se observó fue que la mayoría de los alumnos no sabían cómo resolver el algoritmo, no comprendían los problemas y además tenían problemas para resolver otras operaciones (suma, resta y multiplicación), así como tampoco sabían las tablas de multiplicar.

Posteriormente en la evaluación final, de los 35 alumnos (100%), 24 (69%) subieron de calificación; 10 bajaron (29%) y 1 (2%) quedo igual, solo 12 alumnos (34%) aprobaron el examen y 23 (66%) reprobaron. Lo que notamos fue que después del taller los alumnos ya comprendían los problemas y sabían el procedimiento para resolver el algoritmo, sin embargo no se aprendieron las tablas de multiplicar y seguían teniendo muchos problemas para resolver las operaciones (suma, resta, multiplicación), por lo tanto al resolver los ejercicios del examen los contestaban mal.

De los 12 alumnos que aprobaron el examen, 3 de ellos no fueron tutores “informados”, es decir no se les instruyo previamente. Lo que indica, que las actividades en equipo beneficio a estos niños.

Cabe destacar que uno de ellos aumento su calificación significativamente, pues en la primer prueba saco casi 2 puntos en cambio después del programa de intervención su promedio fue de 7, este niño también destaco mucho en las actividades con sus compañeros pues compartía sus ideas, en ocasiones en algunos equipos tomaba el rol de tutor.

En el grupo control en la evaluación inicial de los 28 alumnos, 10 (36%) aprobaron el examen y 18 (64%) lo reprobaron. Sin embargo en la evaluación final sólo 6 alumnos (21%) obtuvieron una calificación aprobatoria y 22 (74%) no pasaron el examen. Y en cuanto a los alumnos que aumentaron su calificación, sólo fueron 6. A pesar de que se retroalimento en los ejercicios que habían salido con más bajos puntajes en la evaluación inicial.

En el grupo experimental en la evaluación inicial, lo que se observo fue que aunque contestaran los problemas, los contestaban mal porque no sabían que operaciones realizar pues no comprendían bien los problemas. La tabla de variación proporcional no la contestaban, porque no sabían cómo y los que la contestaban lo hacían mal. Y el algoritmo no sabían cómo resolverlo.

En cambio en la evaluación final, al contestar los reactivos los alumnos utilizaban las sumas iteradas y hacían más uso de dibujos en los reactivos que manejaban el contenido de división como agrupación y repartos.

Se notó una gran diferencia en la evaluación inicial (pretest) con respecto a la evaluación final (postest), pues en esta última los alumnos trataban de contestar todos los reactivos, ya no solo utilizaban los procedimientos informales (suma iterada y /o dibujos), también hacían uso de la multiplicación. Pues si bien hubo un alto índice de reprobados, los niños se esforzaron en resolver los ejercicios lo cual se observó en la resolución de sus procedimientos, aunque estos hayan sido erróneos (Ver gráfica 4).

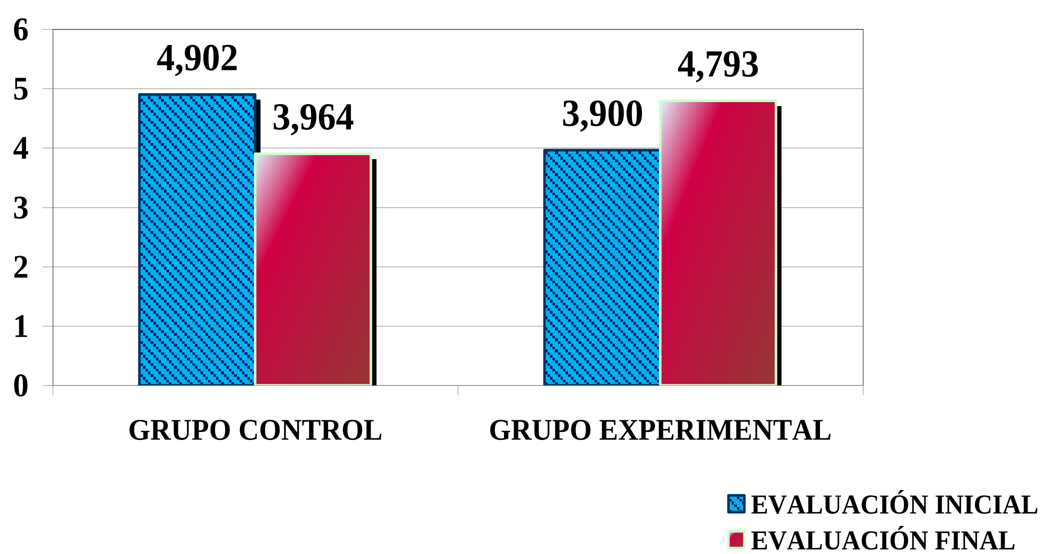
Por el contrario en el grupo control lo que se vio en la evaluación inicial fue que, aunque resolvían los problemas con el algoritmo lo hacían mal porque no se sabían las tablas de multiplicar, o tenían dudas en los procedimientos, como el caso de las tablas de variación proporcional y el algoritmo de la división con cero. Utilizaban la división como algoritmo para contestar el reactivo número 3 y se confundían pues lo hacían mal, no utilizaban otros procedimientos como sumas o multiplicaciones.

En la evaluación inicial se pudo ver que los alumnos tenían más conocimientos en comparación con el grupo experimental, pero tenían dudas en resolver algunos procedimientos. Sin embargo en la evaluación final notamos un desinterés de los alumnos por resolver el examen, querían terminar rápido para trabajar con su maestra. Los niños que sí se interesaron por contestar lo hacían incorrectamente, pues equivocaban los problemas de división por los de multiplicación, y no utilizaban otro procedimiento, más que la división. Además lo que respondían lo leían muy vagamente con tal de contestar rápido y sacaban otros datos que no tenían nada que ver con el problema planteado.

Aunque los alumnos del grupo control tuvieron mejores calificaciones en la evaluación inicial que los alumnos del grupo experimental, en la evaluación final se obtuvieron calificaciones más bajas de lo que se esperaba, pues si bien no se pretendía que mejoraran su puntuación, tampoco se suponía que bajaran su promedio.

Esto se debió a un desinterés de los alumnos por contestar el examen, además de que estos alumnos se quedaron con dudas en las clases que se trabajaron con ellos, por eso a diferencia de lo que se esperaba, la mayoría de los alumnos bajaron de calificación, como se muestra en la gráfica 4.

Gráfica 4: Calificaciones de los grupos experimental y control



Cabe destacar que a diferencia del grupo control, en el grupo experimental se trabajo con las ideas de los alumnos, hubo discusiones que los llevaron a confrontar dichas ideas, lo que genero que tomaran en cuenta otras posibilidades de solucionar los problemas.

En cambio con el grupo control, los alumnos trabajaban de manera individual, tenían dudas de cómo resolver los ejercicios y aunque se les haya explicado no todos entendian, pues no tenían el mismo proceso cognitivo, por lo que muchos se quedaban con dudas y no fue posible explicarles a cada uno de manera que todos entendieran.

En cuanto a la forma de enseñar que manejaba la profesora de este grupo, era más lúdica y concreta, por lo que al implementarles el tema de manera expositiva el grupo se mostró desinteresado y apático, incorporado a esto la competitividad que había entre ellos, además de que eran muy individualistas.

Tal como lo indican Hernández y Soriano (1999) aprender matemáticas implica pensar, formar, y reelaborar estructuras de conocimientos, pues para crear y organizar los conocimientos sobre matemáticas los alumnos deben usar procesos cognitivos tales como comparar, inferir, recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver problemas.

De ahí la importancia de trabajar en grupos de aprendizaje cooperativo, y más aún apoyandose de tutores informados, alumnos instruidos para apoyar a sus compañeros de manera que todos o la mayoría de ellos comprendieran como solucionar los ejercicios. Ya que de acuerdo con Díaz (2002) "para internalizar los conceptos matemáticos y aplicarlos a nuevas situaciones, es necesario que los alumnos expresen sus pensamientos y discutan estrategias, enfoques y explicaciones alternativas". Lo cual se hace posible al trabajar en pequeños grupos, tal como se vio reflejado en esta investigación.

Análisis de resultados estadísticos prueba "t student"

La comparación de los resultados obtenidos se realizó a través de la prueba estadística de "t" de Student, con la finalidad de comprobar si hubo diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control (Hernández 1991).

Hipótesis

Hi: Las estrategias de aprendizaje cooperativo, Trabajo en Equipo-Logro Individual (TELI) ó (STAD) por sus siglas en inglés Student Teams-Achievement Divisions, Rompecabezas, y Torneo de Juegos por Equipo (TJE) ó (TGT) Teams Games-Tournments; con el apoyo del tutor informado favorecen el aprendizaje de la división a los alumnos de tercer grado de primaria.

Ho: Las estrategias de aprendizaje cooperativo con el apoyo del tutor informado no favorecen el aprendizaje de la división a los alumnos de tercer grado de primaria.

Dicho estudio estadístico se aplicó en las siguientes fases:

• Prueba "t" para grupos independientes en la evaluación inicial (pretest). Este análisis nos permite comparar los promedios obtenidos en los dos grupos (experimental y control) antes de aplicar la propuesta para determinar su equivalencia numérica.

• Prueba "t" para grupos independientes en la evaluación final (postest). Se compararon los promedios obtenidos en la evaluación final de los dos grupos después de aplicar la propuesta de intervención.

• Prueba "t" para grupos relacionados**.** Aquí se analizaron los promedios obtenidos en el pretest y en el postest en el grupo experimental.

El estadístico de prueba "t de Student" se formula de la siguiente manera:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad \text{donde} \qquad s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Prueba t para grupos independientes en la Evaluación inicial del grupo experimental y control

Con los puntajes obtenidos en la Evaluación inicial se obtienen los siguientes datos:

TABLA 5: PROMEDIOS OBTENIDOS EN LA EVALUACIÓN INICIAL

GRUPO	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	n
EXPERIMENTAL (G1)	3.900	2.192	35
CONTROL (G2)	4.902	2.102	28

Planteamiento de las hipótesis:

El promedio de las calificaciones del grupo experimental (G_1) son menores al promedio de las calificaciones del grupo de comparación (G_2).

Hinv: $\mu 1 < \mu 2$ Hipótesis estadísticas: Ho: $\mu 1 - \mu 2 \geq 0$

H1: $\mu 1 - \mu 2 < 0$

Regla de decisión:

Con ∞ = .05, el valor encontrado en la tabla de distribución "t de student" con n1 + n2 – 2 = 61 grados de libertad es t (60) = 1.671. A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de Ho como sigue:

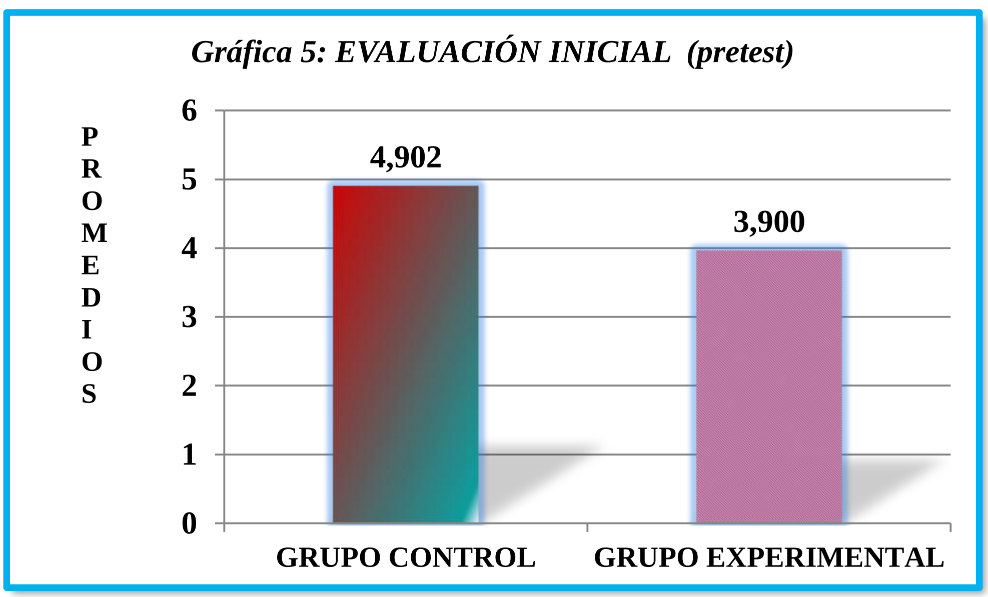
No se rechaza Ho si $t_c \in [1.671, \infty]$

Se rechaza Ho si $t_c \in (-\infty, 1.671)$

Cálculos: El valor de t_c calculado es: 1.835

Interpretación:

Como se rechazó Ho: $\mu 1 - \mu 2 \geq 0$ con $\alpha = .05$ hay evidencia para considerar con 95% de confianza que las calificaciones del Grupo 1 son menores que las calificaciones del Grupo 2. Por lo tanto, se asegura que el Grupo Experimental no presenta ventajas en relación con el Grupo de Comparación (Ver gráfica 5).



Prueba t para grupos independientes en la Evaluación final del grupo experimental y control

Con los puntajes obtenidos en la Evaluación final se obtienen los siguientes datos:

TABLA 6: PROMEDIOS OBTENIDOS EN LA EVALUACIÓN FINAL

GRUPO	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	n
EXPERIMENTAL (G1)	4.793	2.863	35
CONTROL (G2)	3.964	1.757	28

Planteamiento de la hipótesis:

El promedio de las calificaciones que obtuvieron los alumnos del 3º "B" (G1) después de trabajar las actividades didácticas a través del Aprendizaje Cooperativo con la presencia de un tutor informado es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas por el grupo 3 ° "A" (G2) que trabajó los contenidos de manera tradicional.

Hinv: $\mu 1 > \mu 2$

Hipótesis estadísticas:

Ho: $\mu 1 - \mu 2 \leq 0$

H1: $\mu 1 - \mu 2 > 0$

Regla de decisión:

Con α =0.5, valor encontrado en tabla de distribución "t de student" con n1 + n2 – 2 = 61 grados de libertad es t (60)=1.671. A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de Ho como sigue:

No se rechaza Ho si $t_c \in [1.671, \infty]$

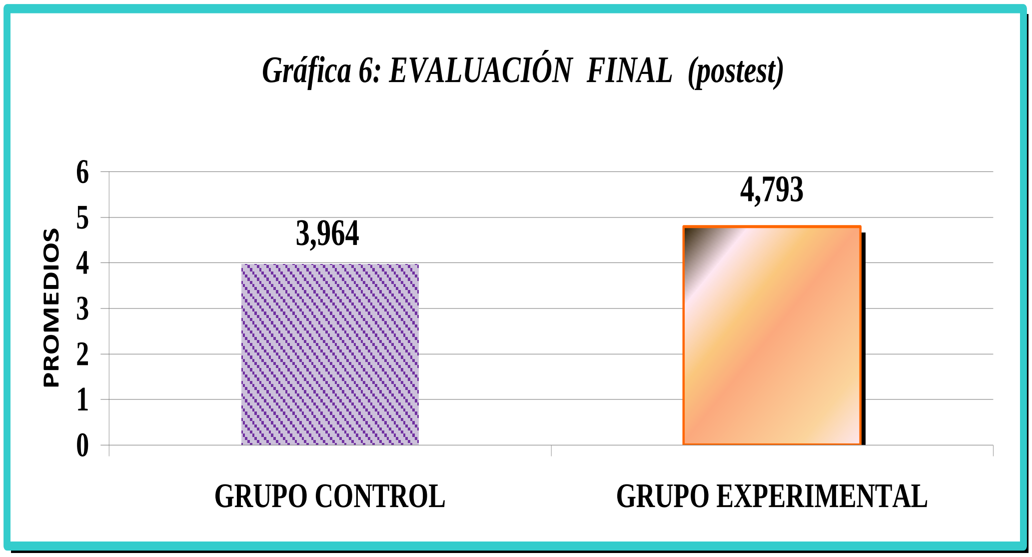
Se rechaza Ho si $t_c \in [-\infty, 1.671]$

Cálculos: El valor de tc calculado es: -1.341

Interpretación:

Como se rechaza Ho: hay evidencia suficiente para considerar con 95% de confianza que la calificaciones obtenidas por el grupo al que se le aplicaron las actividades didácticas a través del Aprendizaje Cooperativo con el apoyo del tutor informado son mayores que las obtenidas por el grupo que trabajo de manera tradicional.

Se puede decir que µ1=4.793 es significativamente mayor que µ2= 3.964 (ver gráfica 6)



Prueba t para grupos relacionados del grupo experimental

Con los puntajes obtenidos en la Evaluación inicial y en la Evaluación final (incluidos en los anexos I y V respectivamente) del Grupo Experimental, se obtienen los siguientes datos:

TABLA 7: PROMEDIOS OBTENIDOS EN EL GRUPO EXPERIMENTAL

GRUPO EXPERIMENTAL	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	n
EVALUACIÓN INICIAL	3.900	2.193	35
EVALUACIÓN FINAL	4.793	2.863	35

Planteamiento de las hipótesis:

El promedio de las calificaciones que obtendrán los alumnos del grupo experimental en la Evaluación final (G1) después de trabajar con las actividades didácticas a través del Aprendizaje Cooperativo y la presencia de un tutor informado es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas en la Evaluación inicial del mismo grupo.

Hinv: $\mu 1 > \mu 2$ Hipótesis estadisticas: Ho: $\mu 1 - \mu 2 \leq 0$

H1: $\mu 1 - \mu 2 > 0$

Regla de decisión:

Con $\alpha = .05$, el valor encontrado en la tabla de distribución "t de student" con n1 + n2 – 2 = 68 grados de libertad es t (60) = 1.671. A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de Ho como sigue:

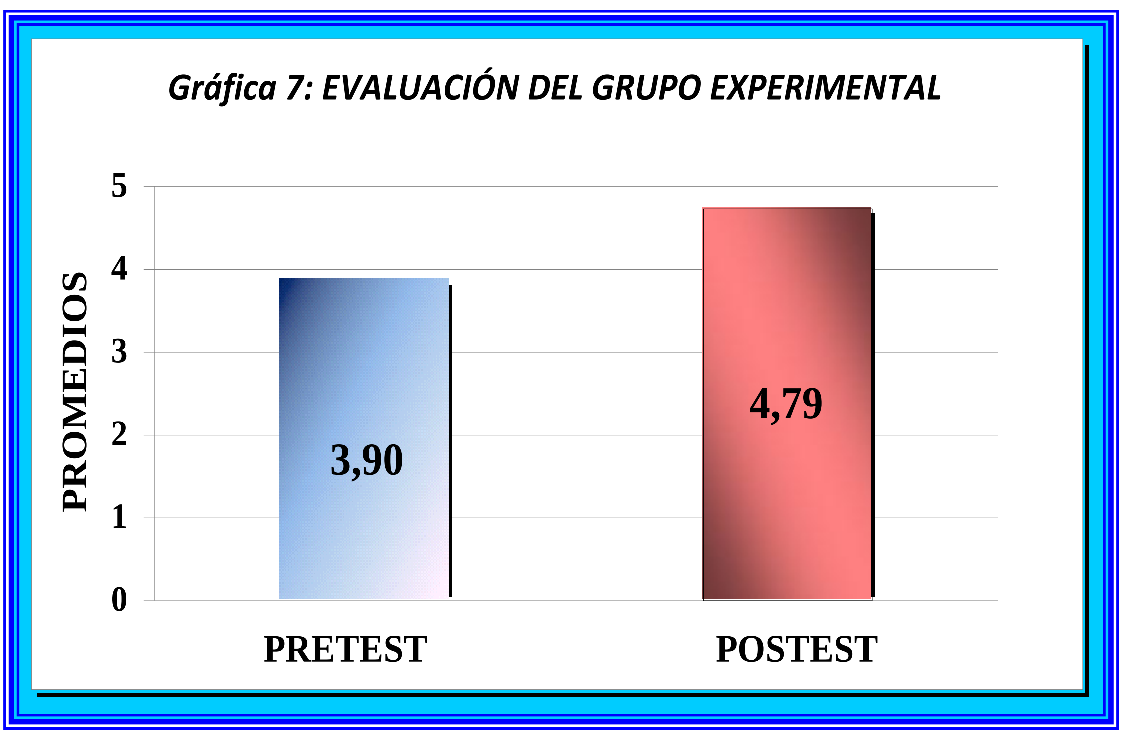
No se rechaza Ho si $t_c \in [1.671, \infty\rangle$

Se rechaza Ho si $t_c \in \angle -\infty, 1.671]$

Cálculos: El valor de t_c calculado es: 3.00

Interpretación:

Como se rechazó Ho: $\mu 1 - \mu 2 \leq 0$ con $\alpha = .05$ hay evidencia suficiente para considerar con 95% de confianza que las calificaciones obtenidas en la Evaluación final (postest) del Grupo Experimental son mayores que las obtenidas en la Evaluación inicial (pretest) del mismo grupo. En este caso se puede decir que $\bar{A}_2$ postest (4.793) es mayor que $\bar{A}_1$ pretest (3.900) del Grupo Experimental (ver gráfica 7).



3.6.2 Análisis cualitativo

Para realizar un análisis detallado se grabaron en video las sesiones de las actividades de la instrucción previa y del aprendizaje cooperativo. Nos centraremos primero en las sesiones referentes a la instrucción previa que se aplicó a diez niños del grupo experimental, los cuales tomarían el rol de tutores informados. Estos fueron: Jennifer, Rosalinda; Esgar, Paola, Gary, Luís, Diego, Marbeth, Sofía y Emmanuel Ricardo.

Por lo tanto, de a cuerdo con Bollás (1997) y Baudrit (2000) se dice que muchas veces en las situaciones de interacción, dentro de la dinámica tutorial se pueden encontrar tres modalidades de tutoría, tal como se vio en las actividades que trabajaron los niños: cuando un alumno admite el rol de tutor y sus explicaciones son aceptadas por sus compañeros porque estos se dan cuenta que se han equivocado. 1) Si las explicaciones están dirigidas a un sujeto en específico se da una tutoría directa, 2) en ocasiones también surgen efectos en un tercero, entonces se puede decir que se da una tutoría derivada. 3) Y por último, cuando el rol de tutor que asume el alumno puede ser compartido por otros integrantes del equipo, que aunque son tutorados actúan también como tutores, entonces se dice que existe una tutoría reciproca.

A continuación se describe la primera sesión que muestra cómo trabajaron los alumnos que intervinieron como tutores en las actividades grupales, se tomo en consideración este ejemplo, porque de alguna manera, así se desempeñaron los niños en las demás sesiones, tanto en las actividades de instrucción previa como en las actividades con todo el grupo:

Los alumnos resolvieron problemas de multiplicación con arreglos rectangulares por medio de la técnica Torneo de Juegos por Equipo. El tema que se trabajo fue concepto de división como multiplicación con arreglos rectangulares. Se formaron dos equipos con los 9 tutores que se presentaron, a cada uno se le entregó el material a trabajar (semillas y una tabla con setenta agujeros donde se señalaba 10 filas y 7 hileras) junto con una hoja en donde se les indicaba como usar el material además de resolver el cuestionario que venía en dicha hoja.

Equipo 1:

Esgar y Emmanuel comenzaron a colocar los frijoles en la tabla, Marbeth, Paola y Rosalinda les ayudaron después a colocarlos.

Emmanuel: “Las podemos ir leyendo maestra” (refiriéndose a la pregunta del formato).

Instructor: “Si pueden ir contestando la primera pregunta, si se dan cuenta con las filas y las hileras se saca una multiplicación, el número de filas por el número de hileras”.

Emmanuel: “¿Maestra le quitamos los frijoles para hacer la otra pregunta?”

Instructor: “Si, pueden seguir”.

Todos los integrantes del equipo quitan los frijoles. Rosalinda voltea la tabla, para hacer más rápido la actividad, toma la bolsa de maíces y los empieza a repartir a sus compañeros.

Esgar: (les va indicando que son tres hileras).

Todos los integrantes del equipo colocan los maíces.

Esgar: “Tres por diez treinta” (anota la respuesta y después les dice a Rosalinda, Paola y Marbeth) “Ustedes también ayuden, ahora quiten los maíces”.

Martbeth voltea la tabla con los maíces.

Esgar: “¡Pongan una lenteja en cada hoyito en cinco filas!”.

Emmanuel: (dirigiéndose a Esgar) “Nosotros vamos a hacer eso y ellas que resuelvan la multiplicación”.

Las niñas colocan las lentejas en la tablita y Emmanuel les indica a sus compañeros el número de filas que deben poner.

Emmanuel: “Cinco filas”.

Pero Esgar piensa que esta mal y lo corrige, después Rosalinda explica a todos sus compañeros lo que son filas e hileras.

Esgar: “Hileras”.

Rosalinda: “¡Filas!, las filas son así” (señalando con el dedo verticalmente) “y las hileras, así” (señalando horizontalmente).

Se les explica que filas e hileras no son lo mismo, porque si las ponen en hileras les va a dar otro resultado.

Esgar. (Comienza a contar las hileras) “siete por cinco filas, siete por cinco, treinta y cinco. A hora si vacíenlos a aquí “(señalando la hoja).

Emmanuel y Esgar voltean la tabla con las semillas.

Esgar: “Ya acabamos, maestra”.

Equipo 2:

Jennifer inicia leyendo las preguntas a su equipo.

Jennifer: “¿Cuántos frijoles hay en la tablita?”

Todos los del equipo se acercan para observar la pregunta, que Jennifer leía.

Sofía: “Tenemos que contar los frijoles” (empiezan a contarlos junto con Jennifer).

Sofía y Jennifer: “Nueve y nueve diez y ocho”.

Sofía: “Son diez y ocho”.

Luís se acerca más para ver la hoja, pero Gary se mantiene un poco más alejado de ellas. Después Luís anota en la hoja diez y ocho.

Jennifer: “Nueve y nueve es igual a diez y ocho”.

Se les pregunta si ya contestaron la primera pregunta.

Sofía: “Ya la hicimos maestra, son diez y ocho”.

Jennifer: “¿Aquí la ponemos enfrente?” (Señalando en la hoja).

Instructor: Si ahí pónganla.

Luís: (Anota en la hoja)

Se les pregunta si están seguros que son diez y ocho.

Sofía: “¡Sí!”

Jennifer: “¡Nooo, no son diez y ocho!”.

Se les dice que lo platiquen entre ellos de la siguiente manera: si alguien de ustedes no está de acuerdo que son diez y ocho, lo pueden comentar al equipo, ya que se les había dicho que tenía que quedarles muy clara la actividad ya que después les van a explicar a sus compañeros.

Luís: “Ahora pongan una lenteja en cada hoyito”. (Los cuatro empiezan a colocar las lentejas en cada hoyito).

Jennifer: (Cuenta las lentejas de la hilera) “son diez”.

Sofía: (la observa y dice) “entonces sería treinta, porque diez por tres son treinta”.

Luís: (Anota la respuesta en la hoja).

Jennifer: “Tres por diez treinta, si treinta”, (observa que Luís ya la había anotado).

Gary: (Nada más observa a sus compañeros).

Sofía: (toma la hoja) “Esa es, la otra la anoto yo”.
Jennifer: “Espérate hay que leerla primero”.
Sofía: “Ahora coloca lentejas en 5 filas”. (Los cuatro empiezan a colocar las lentejas en las hileras y filas).
Gary: “Aquí colocaron dos lentejas” (señalando con el dedo en la tabla).
Jennifer: “Igual aquí, colocaron dos”.
Luís: “Siete por cinco”.
Sofía: “Siete por cinco, treinta y cinco, ¿si, no?”.
Jennifer: “¡Si!”

En el primer equipo Todos los integrantes cooperaban en la actividad, aunque Esgar se manifestaba como tutor dominante (intentando dar una tutoría directa) hacia sus compañeros, ellos les ponían atención a cada una de sus indicaciones. Las niñas de este equipo observaban a Esgar contar las semillas para poder hacer la multiplicación. Rosalinda intervino al ver que Esgar se había equivocado (dando una tutoría derivada, al explicarle a Esgar, sus demás compañeros observaban entendiendo lo que les decía) con lo de filas e hileras, corroborando que Emmanuel estaba en lo correcto al decir que eran filas.

Paola y Marbeth no opinaban mucho, a esta niñas les costaba más trabajo interactuar con sus compañeros, por eso continuamente se les decía que tenían que participar porque ellas les iban a explicar a sus compañeros.

De acuerdo a esto podemos decir que Esgar, Emmanuel y Rosalinda se desempeñaban más en la actividad (dando tutorías reciprocas al explicar lo que hacían), dejando a un lado a sus compañeras, a quienes les costo trabajo interactuar con sus compañeros en las sesiones de aprendizaje cooperativo, sin embargo durante el avance del programa de intervención estas niñas adquirieron confianza y conforme trabajaban con sus compañeros les brindaban una mejor tutoría.

En el segundo equipo se puede observar que Gary es más reservado y callado en la interacción con sus demás compañeros, le costaba más trabajo integrarse a su equipo, aunque lo intenta al momento de ayudarles a colocar las semillas. En cambio Jennifer y Sofía dominan más la situación (siendo ellas las que desempeñan el papel de tutoras).

Al igual que en las actividades de aprendizaje cooperativo, a Gary siempre le costo trabajo tomar su papel de tutor, casi no explicaba a sus compañeros, compartía actividades pero no expresaba sus ideas.

Luís solo los apoyaba en la actividad, al igual que lo hacia en las actividades de aprendizaje cooperativo, pues cuando se ponía a otro niño(a) para que le ayudara con sus compañeros a tutorarlos en los equipos, Luís se mostraba más pasivo que su compañero o compañera.

En cambio Jennifer y Sofía fueron las niñas que más trabajaron con sus compañeros, esforzándose para que entendieran muy bien la actividad.

Diego no se presento en esa sesión, pero su participación dentro de las actividades en equipo no fue muy importante para sus compañeros por que siempre se mostraba indiferente en la interacción con ellos.

El análisis cualitativo también se llevó a cabo a través de cinco categorías que fueron identificadas durante el desarrollo de las sesiones del programa.

A continuación se describe cada una de las mencionadas categorías de aprendizaje cooperativo; Además se hace una breve explicación de la dinámica tutorial que se presento en cada uno de los ejemplos.

Interdependencia positiva

Esta categoría indica que el éxito de un alumno depende del éxito de sus compañeros (interdependencia), se presenta cuando el estudiante percibe que está vinculado a sus compañeros en una forma tal, que no le permite tener éxito a menos que ellos también lo tengan (y viceversa); por tanto, debe coordinar sus esfuerzos con los de sus compañeros de grupo para poder completar el trabajo que les corresponda y de esta manera maximizar el aprendizaje de todos los miembros del equipo donde participa.

Dentro de esta categoría están presentes: a) la participación de los alumnos y b) la participación guiada; la primera nos indica que es fundamental la participación individual de los sujetos en la apropiación del contenido en cuestión, mientras que la segunda indica que las actividades de los alumnos resultan ser benéficas cuando está de por medio una guía por parte de sus compañeros. Esta categoría se presentó en todas las sesiones del programa. A continuación presentamos un ejemplo:

En esta actividad los alumnos repasaron los conocimientos adquiridos sobre las partes y funciones de la división mediante la técnica Trabajo en Equipo Logro Individual. Se les entregó una copia con 20 operaciones de divisiones que debían resolver y anotar las partes que la constituyen (ver imagen A). Primero se repartieron las divisiones para resolverlas y después los tutores las revisaban para ver que estuvieran correctas, como se muestra en el equipo de Jennifer.

Primero Jennifer les indica que divisiones resolverá cada quien.
Jennifer: “Les voy a repartir las divisiones”.
Posteriormente los cuestiona para saber si contestaron correctamente sus algoritmos:
Jennifer: “¿Cuántas veces cabe el nueve en el cuarenta y siete?”.
Susana: “Dos”.
Gerardo: “Tres”.
Jennifer sabe que sus respuestas son incorrectas por lo tanto les vuelve a preguntar.

Jennifer: “¿Cuántas veces cabe el nueve en el cuarenta y siete?” (Todos se quedan callados).

Ricardo: (dirigiéndose a Jennifer) “pero tú también vas a hacer una”.

Susana: “Todos vamos hacer una”.

Como los compañeros de Jennifer siguen sin responder correctamente, ahora les pregunta de diferente manera.

Jennifer: “¿Cuántas veces cabe el nueve en el cuatro?”

Ricardo: “El nueve en el cuatro, ninguna”.

Jennifer: “Cero por nueve”.

Ricardo: “Cero”.

Jennifer: “¿Un número multiplicado por nueve que de cuarenta y siete?” (Todos se quedan callados).

Gerardo: “creo que cinco”.

Jennifer: “¡bien! (contesta la hoja, se dirige a Karla y le pregunta otra división) ¿Ocho por nueve?”

Karla: “Setenta y dos”.

Jennifer: (moviendo la cabeza que estaba bien, lo anota en la hoja).

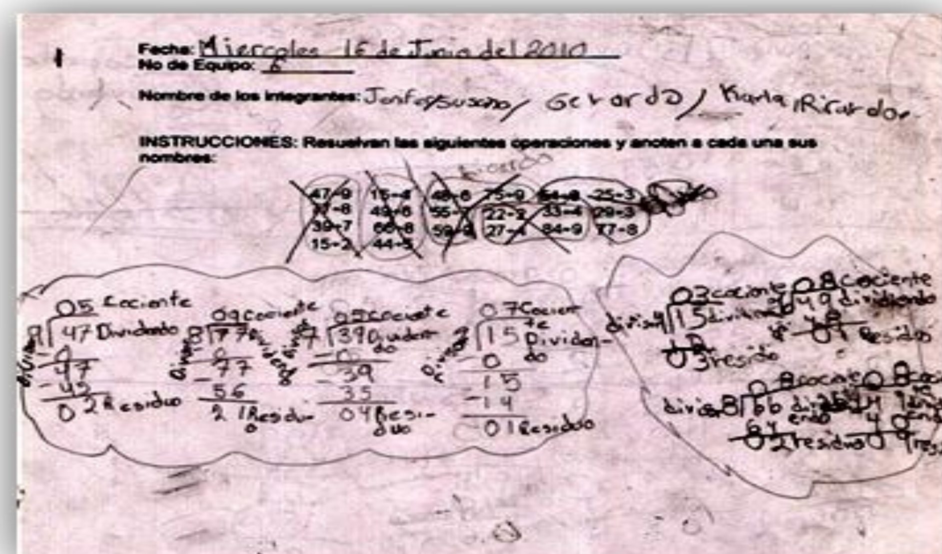


Imagen A. Copia con divisiones contestada por el equipo de Jennifer

En este ejemplo, los integrantes del equipo se mostraban atentos a las indicaciones y preguntas que les decía Jennifer, siempre analizaban su respuesta, discutían y se explicaban entre ellos e incluso se corregían en caso de equivocarse, así como también se observó la habilidad para cooperar compartiendo responsabilidades como fue el caso del equipo de Jennifer.

De esta manera, la participación guiada (de Jennifer hacia sus compañeros) fue importante para aclarar dudas, guiar las actividades y hacer que sus compañeros se hicieran responsables de la tarea asignada.

En este ejemplo se presenta la tutoría directa por parte de Jennifer, quien toma el control del equipo, pues dirige la actividad y cuestiona a sus compañeros acerca de la resolución del algoritmo de la división**.**

Los niños presentan las características que menciona Gómez en cuanto al proceso de la resolución del algoritmo de la división (citado en Martínez, 1991). La tutora (Jennifer) cuestiona a sus compañeros para que identifiquen cuál de las multiplicaciones se acerca al dividendo, aquí ya están repasando las tablas de multiplicar, logran dominar las otras operaciones básicas y también identifican las partes que integran la división.

Habilidades para cooperar

En esta categoría se hace mención a aquellas habilidades interpersonales que los estudiantes utilizan para apoyarse mutuamente no sólo para ser expertos en los contenidos, sino para aprender a trabajar en equipo. Dichas habilidades sugieren que los alumnos se conozcan y confíen en sus compañeros para que exista comunicación entre ellos y puedan resolver conflictos constructivamente, además de saber que no pueden tener éxito a menos que todos en el equipo tengan éxito. Por eso es necesario que todos los alumnos pongan atención en las actividades, compartan metas, recursos y responsabilidad de su papel en las actividades.

En estas habilidades se implican valores y actitudes muy importantes, como la disposición al diálogo, la tolerancia, la empatía, la honestidad, el sentido de equidad y justicia en las relaciones con los demás, entre muchas otras.

Esta categoría no se presentó en su totalidad en todas las sesiones, porque algunos alumnos no manifestaban ciertas habilidades como confiar en sus compañeros y poner atención. A continuación se muestran dos ejemplos, uno donde se presentan dichas habilidades y otro donde no.

Ejemplo 1 (se presentan las habilidades para cooperar):

En esta actividad los alumnos resolvieron problemas de multiplicación con arreglos rectangulares por medio de la técnica Trabajo en Equipo Logro Individual. Se les entregó el material (semillas y una tabla con setenta agujeros donde se señalaba 10 filas y 7 hileras) junto con una hoja en donde se les indicaba como usar el material además de resolver el cuestionario que venia en dicha hoja.

Todos los integrantes del equipo colocaban los frijoles en la tablita, mientras su tutora Paola les decía cómo lo tenían que hacer.

Paola: “¿Cuántos frijoles hay en la tablita?”.
Omar: “Veinte y uno”.
Cesar: “Veinte y uno”.
Paola: (les va leyendo las instrucciones), “quiten los frijoles de la tablita y ahora pongan un maíz en cada hoyito en 5 hileras”.
Paola: “Un maíz”.
Ignacio y Cesar: “(quitan los frijoles y comienzan a poner los maíces)”.
Paola: “Ahora multipliquen”.
Cesar: “Treinta y cinco”.
Ignacio: “cinco, diez, quince, veinte, veinte y cinco, treinta, treinta y cinco, son treinta y cinco”.
Paola sabe que Ignacio y Cesar están colocando mal sus semillas por lo tanto se los dice.

Paola:” Es que ¡No!”
Mientras tanto Omar los confunde más porque pone otras semillas que no corresponden.
Ignacio: (dirigiendo su vista hacia el instructor) “él está poniendo lentejas maestra (señalando a Omar)”.
Instructor: “A ver Omar si estas poniendo atención a las instrucciones ¡verdad! ¿Qué les dice la pregunta que toca?”
Omar: “eeh”.
Instructor: “¿Qué les dice la pregunta que toca?
Omar: “Este maíces”.
Instructor: “Entonces ¿por qué le estas poniendo lentejas?”
Omar: “Es que se parecen a esto maestra”.
Instructor: “Tienen que poner mucha atención a las instrucciones y a las indicaciones que les da Paola”.
Cesar: (Se dirige a Paola) “Ya Paola”.
Instructor: “Ella les puede explicar cuáles son las hileras y cuáles son las filas, por si aún no entienden”.
Cesar: “Ya Paola”.
Ignacio: “Ya Paola, son treinta y cinco” (Ignacio y Cesar contestan al mismo tiempo).
Cesar: “Cinco por cinco”.
Ignacio: “¡Sí! Cinco”.
Paola: (moviendo la cabeza diciendo que no) “cuenten bien”.
Cesar; “mira cinco, diez, veinte, treinta”.
Instructor: “A ver seguros, ¿por qué son treinta y cinco?”
Cesar: “Es que él no nos está ayudando” (dirigiéndose a Omar).
Omar: “¡Sí!”
Ignacio: “Pero nada más está mal”.
Instructor: “¿Por qué pusieron treinta y cinco?, fíjense bien y pongan mucha atención, ¡explícales Paola!”
Aunque Paola no les explica, Cesar reflexiona que esta mal y recuerda cuales son las filas e hileras y entonces él e Ignacio colocan bien las semillas.
Cesar: “Son cincuenta, aquí son cincuenta, Paola, Paola, aquí son cincuenta”.

Paola: (para asegurarse que están bien les pregunta cuáles son las hileras) “¿Cuáles son las hileras?”
Cesar: “Es así (mostrando con la mano las hileras)”.
Ignacio: (señala con el lápiz las hileras).
Cesar: “Son cincuenta”.
Ignacio: “Son cincuenta porque diez por cinco son cincuenta”.
Paola: (anota la respuesta).

Ejemplo 2 (no se presentan las habilidades para cooperar):

Los alumnos resolvieron problemas de multiplicación con arreglos rectangulares por medio de la técnica Torneo de Juegos por Equipo. En esta actividad se realizó un repaso de la actividad anterior pues se abordó el mismo tema, se formaron varios equipos (conejos, mariposas, tiburones, zorros, cobras, peces y tortugas), se dieron varios ejemplos para que quedara lo bastante claro, también se les mencionó que el dado rojo indicaba las filas y el azul las hileras.

Se inició el torneo de juegos pasando a un integrante de cada equipo a aventar los dados, ellos decían con voz fuerte los puntajes de las filas y los puntajes de las hileras.

Bryan pasó a tirar los dados, ninguno de los integrantes de los equipos contestó correctamente porque no estaban poniendo atención.

Bryan: (con voz fuerte menciona lo que cayo en los dados) “filas 4, hileras 6”.
Instructor: “Emmanuel, dime la multiplicación”.
Emmanuel: “Callado”.
Ricardo: “Le pasa la hoja de respuestas”.
Instructor:” ¡No!, ¡no! se la den (señalando con el marcador), si no me la dice tache”.
Emmanuel: “Callado”.
Instructor: “Tienen que poner atención Emmanuel”.
Instructor: “(dirigiéndose a María), dime la multiplicación sin que nadie te diga”.
María: “(pensativa y callada) cuatro por cuatro”.

Instructor: ¡Ya!, ¡Siéntate!
Instructor: "Ya ven no están poniendo atención".
Instructor: "A ver Susana dime la multiplicación sin que nadie te diga".
Susana: "Cuatro por tres es doce".

Al equipo de "cobras" se les dio la oportunidad de participar por que casi no participaban, pero no contestaban correctamente y Luís su tutor estaba desanimado porque no llevaban ningún punto, sin embargo no hacia nada para ayudar a su equipo.

Instructor: "A ver cobras".
Uriel: "Cuatro por una cuatro".
Instructor: "Nueve por siete".
Uriel: "Cuarenta y siete".
Instructor: "Nueve por tres".
Uriel: (pensativo, no contesta).
Luís: (cruzado de brazos sobre la mesa solo observaba a sus compañeros).

En el primer ejemplo es notable la existencia de las habilidades de cooperación que tienen. Paola les iba indicando lo que tenían que hacer, revisando que lo hicieran bien, dos de los integrantes estaban atentos a las indicaciones y preguntas que les decía, siempre analizando su respuesta, solo Omar otro de los integrantes no ponía atención pero aún así no se distraían de su actividad, al contrario toleraban a su compañero aunque no fuera de mucha ayuda su participación. Si contestaban mal Paola se los hacia saber hasta que contestaran correctamente y cumplieran con éxito el ejercicio.

En este ejemplo se puede decir que se presentaron dos tipos de tutoría. La tutoría directa, porque la tutora en este caso Paola corrige a sus compañeros para que resuelvan bien la pregunta. Pero también se presentó la tutoría reciproca, ya que entre Cesar e Ignacio se mantiene una conversación que los lleva a comprender que su respuesta es errónea.

De acuerdo con Balbuena (1995), para estudiar la multiplicación, se hace uso de problemas en los que se trata de averiguar la cantidad de elementos que hay en un arreglo rectangular, y posteriormente enseñar la división; estos problemas sufren algunas modificaciones, cuando se conoce el total de elementos que hay en el arreglo, ya sea el número de filas o la cantidad de elementos que hay en cada fila. Sin embargo los niños se confunden con el término filas e hileras, lo que sucedió en este ejemplo.

Talvez por que a los niños se les complicaba manejar ciertos elementos, utilizados en los procesos matemáticos que mencionan Inhelder y Piaget (1996), tales como: la seriación, la clasificación, el número. Ya que al no identificar bien cuáles son las filas e hileras los conduce a que la seriación este mal, por lo tanto su clasificación también, dándoles un resultado erróneo al sumar o multiplicar, anexándole a esto la distracción de Omar que colocaba otras semillas haciendo que Cesar e Ignacio se confundieran más.

En cambio en el segundo ejemplo es todo lo opuesto, no se prestan atención entre compañeros como se puede ver cuando Bryan menciona lo que tienen que multiplicar (4 por 6), no se tienen confianza ni se ayudan mutuamente; lo cual propicia que no contesten correctamente y por ello no lleven a cabo bien la actividad. Y tampoco se ve reflejada una tutoría por parte de Luís.

Esto conduce a que los integrantes del equipo no tengan una buena comunicación tanto del tutor (emisor) como del integrante del equipo (receptor), transmitiendo desconfianza en su manera de razonar.

Responsabilidad individual

Esta categoría tiene que ver con el compromiso de cada miembro del grupo, tanto respecto del aprendizaje de sus compañeros como del suyo propio mediante las intervenciones que los estudiantes realizan dentro de los equipos, aportando ideas, ayudando a comprender a sus compañeros **y** valorando la ejecución de todos los participantes en las actividades. Lo cual contribuye a mejorar el rendimiento del equipo así como de sus integrantes.

Esta categoría se presentó en todas las sesiones. A continuación se muestran dos ejemplos donde se ilustra dicha categoría.

Ejemplo 1:

Los alumnos calcularon con sus propios procedimientos los resultados de varios repartos utilizando material para verificar su respuesta. Por medio de la técnica de Trabajo en Equipo Logro Individual. Se les entregó a todos los equipos una hoja con un problema (Ver imagen B).

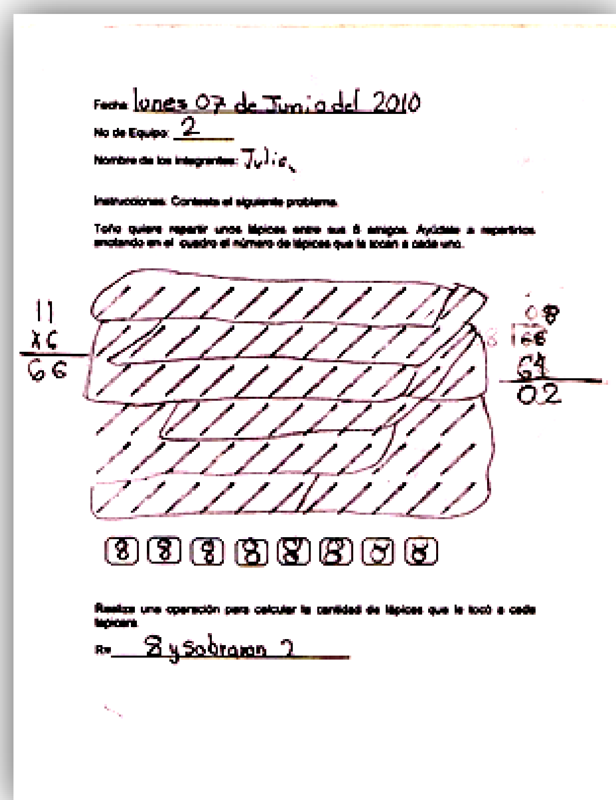


Imagen B: Copia con un problema de reparto

En el equipo de Marbeth se ponían de acuerdo en como solucionarían el problema.

Anlly: (observa la hoja con el ejercicio).

Martbeth: (Le sugiere a Anlly como encerrar los lápices) “Porque no juntamos diez y luego los encerramos Anlly”.

Anlly: (Comienza a encerrarlos y todos los integrantes del equipo se ponen a contar).
Marbeth: “No, ahí son once”.
Anlly: (los cuenta hasta diez).
Marbeth: “Ahí está”.
Anlly: (Molesta por no estar de acuerdo con su equipo les contesta) “Ustedes luego me echan culpa”.
Gerardo: “No, pues tú, ibas a poner once”.
Anlly: “¿Por qué?”
Gerardo: “¡ah Anlly!
Anlly: “Espera, fíjate cuantos son (los cuenta uno, dos, tres, cuatro,……..diez), ahora de aquí uno, dos, tres, cuatro……”
Cesar: “Son cincuenta y seis”.
Marbeth y Anlly: “¡No! A ver son cuarenta y ocho, cuarenta y nueve, cincuenta…..hasta sesenta y seis” (contando con los dedos).
Anlly: “¡Ya! Son sesenta y seis, lo anota en la hoja”.
Todos la observan.

Como encerrar los lápices en decenas no les funciona todos se ponen de acuerdo para realizar la tabla de multiplicar del ocho para posteriormente realizar el algoritmo (66÷8) pues ya saben que tienen sesenta y seis lápices; solo así dan con el resultado correcto (ver imagen C).

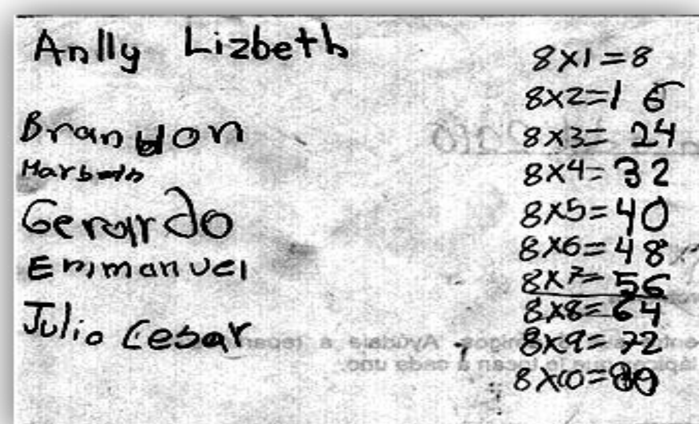


Imagen C: Tabla de multiplicart que realizó el equipo de Marbeth.

Ejemplo 2:

Los alumnos resolvieron problemas de división con números naturales hasta de dos cifras mediante la técnica del Rompecabezas. Se les entregó una hoja con problemas de división correspondientes a la sopa de números, los alumnos contestaron un problema por cada integrante y los tutores revisaron que los problemas fueran correctos y cuestionaban a sus compañeros para que les sugirieran posibles respuestas al problema planteado hasta que se ponían de acuerdo en la solución, como en el equipo de Rosalinda.

Rosalinda: (Lee el problema a su equipo) “Refugio se comió un racimo de uvas. El racimo tenía 4 ramitas y en cada ramita había 9 uvas. ¿Cuántas uvas se comió en total?”
Erika: “Yo tres, tres, es seis por tres”.
Rosalinda: (No muy segura de su respuesta vuelve a peguntar) “¿Qué va aquí?”
Erika: (Insiste en su respuesta) “Va tres, seis por tres”.
Como sabe que esta mal mejor les dice lo que tienen que multiplicar.
Rosalinda: “¿cuatro por nueve?”
Giovanni: “treinta y seis”.
Rosalinda: “¿Quién da más, quién da menos?” (Jugando con sus dos compañeros, los señala y anota la respuesta correcta en la hoja de ejercicios).
Todos se quedan callados y Rosalinda sigue leyendo los siguientes problemas.

En ambos ejemplos se puede apreciar la responsabilidad que comparten todos los integrantes dentro de sus equipos en cuanto a su participación porque a pesar de que se llegan a equivocar en sus resultados, constantemente responden a lo que se les cuestiona. No se molestan si están mal al contrario tratan de resolver el problema entre todos aportando cada uno sus ideas e inclusive se motivan, como en el ejemplo de Rosalinda que no excluyó a su compañera por estar mal, más bien de manera juguetona le hizo ver que la respuesta correcta la tenia su compañero.

El conflicto que se llega a generar cuando ven que sus respuestas difieren al tratar de resolver la actividad lejos de propiciar una pelea entre ellos crea otras posibilidades de respuesta que los llevan al éxito en su ejercicio.

Tal como lo señalan Mugny y Doise (citados en García, 2001), cuando dicen que los encuentros interindividuales llevan a que los sujetos progresen cognitivamente. Lo que Jhonson y sus colaboradores (citado en Coll, 1990) consideran como controversia al decir que cuando existen discrepancias en las ideas de los alumnos, estos tienen voluntad en solucionarlas.

En el primer ejemplo se presenta la tutoría reciproca ya que todos los integrantes del equipo aportan ideas para resolver la actividad, como cuando corregían a Anlly para que encerrara bien los lápices.

En este ejemplo se puede decir que de acuerdo con Hernández y Soriano (1999), los niños elaboran el manejo de sus respuestas, utilizando procesos cognitivos como: recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver problemas, ya que si no están de acuerdo con una solución optan por buscar otra, al manipular la información que ya tienen con la integración de las nuevas experiencias. Dando como resultado que todos los niños llegaran a un acuerdo en común y así comprendieran mejor la respuesta obtenida.

En el segundo ejemplo se presenta una tutoría directa puesto que Rosalinda es la que lleva el control del equipo, al cuestionar a sus compañeros para que resolvieran bien las multiplicaciones.

Este ejemplo refleja lo que menciona Alsina (1998), ya que Rosalinda es la que domina el lenguaje matemático, pues identifica cuando sus compañeros responden incorrectamente, conduciéndolos a que analicen la respuesta que están dando y así obtengan más posibles soluciones hasta llegar a resolver todos sus ejercicios.

Interacción cara a cara

Esta categoría implica la importancia que tiene el que los alumnos promuevan el éxito de sus compañeros mediante actividades cognitivas y dinámicas interpersonales, que solo ocurre cuando los estudiantes interactúan con los materiales y realizan una labor, compartiendo los recursos existentes, ayudándose, respaldándose, alentándose y felicitándose unos a otros por su empeño en aprender; Por ejemplo explicando cada uno como resolver un problema, enseñando el propio conocimiento a los demás compañeros, etc.

Esta categoría se presentó en todas las sesiones, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Los alumnos resolvieron con sus propios procedimientos problemas en los que se necesita saber cuántas veces cabe una cantidad en otra. Por medio de la técnica Trabajo en Equipo Logro Individual. A cada equipo se le entregó el material a trabajar (un frasco con frijoles y una hoja tamaño oficio con círculos dibujados), también una hoja con instrucciones que los tutores tendrían que explicar a su equipo correspondiente para poder contestar la actividad.

Marbeth: (Lee la hoja) "Toma 4 frijoles y coloca uno sobre cada círculo, ahora coloca 5 frijoles más dentro de cada círculo.

Emmanuel, Gerardo y Cesar: (van colocando los frijoles en los círculos).

Marbeth: (sigue leyendo la hoja) "¿Cuántos frijoles hay en todos los círculos?, seis".

Anlly: "¡No!"

Brandon "¡No, los tienes que contar todos!"

Cesar: (comienza a contar uno, dos, tres……).

Marbeth: "Cuatro por seis".

Anlly: "Cuatro por seis son veinte y cuatro".

Cesar: "Cuatro por seis son veinte y cuatro".

Marbeth: (anota la respuesta en la hoja).

Emmanuel y Gerardo: (observan a Marbeth).

Marbeth: "Ahora coloca siete frijoles más, (señalándole a Anlly en las hojas de círculos)".

Marbeth: “Ahora van a hacer ocho frijoles”.

Anlly: “Pero, mejor en medio para que lo hagamos todos”.

Brandon: “¡Sí!, ¡Sí!”

Marbeth: (Les da frijoles del frasco a Anlly y a Brandon, empiezan a colocar los frijoles y a contarlos).

En este ejemplo se puede ver como prevalece la interacción por parte de los integrantes del equipo ya que todos los alumnos escuchaban las indicaciones que leía Marbeth, trabajaban de igual manera el material y se otorgaban tareas como por ejemplo: leer las instrucciones, contar y acomodar las semillas dentro de los círculos, conforme lo señalaba su tutor (en este caso Marbeth). Si era necesario se corregían entre todos cuando alguno se equivocaba, de esta manera la participación individual creaba un aprovechamiento de manera grupal.

En este ejemplo se presenta la tutoría reciproca por parte de Martbeth, Anlly, Cesar y Brandon, quienes son los que aportan ideas para resolver las preguntas del ejercicio y esto a su vez permite que Emmanuel y Gerardo coloquen bien las semillas dentro de los círculos.

Lo que se observo en el ejemplo anterior es que los niños se debieron de haber dado cuenta que para aprender a resolver problemas de división pueden trabajar con la multiplicación. Ya que como lo menciona Martínez (1991), se pueden solucionar problemas de división mediante el uso de la multiplicación. Aquí los niños identificaron la división como repartición al dialogar la forma de resolver el problema, de esta manera comprendieron que tenían que contar todos los frijoles que ponían en los círculos (con el comentario de Brandon) y después resolver el problema con una multiplicación.

Procesamiento grupal

En esta categoría se indica la autoevaluación que existe dentro de los equipos por parte de los alumnos, manifestándose cuando los estudiantes discuten como están logrando sus metas y por lo tanto mantienen relaciones de trabajo efectivas. En ella se mira que acciones de los miembros fueron útiles e inútiles y se toman decisiones respecto de que acciones deben continuar o cambiar.

Dicha categoría se observó en todas las sesiones y se ejemplifica de la siguiente manera:

Los alumnos resolvieron problemas de división apoyándose del cálculo mental, de las operaciones que ya conocen o en las representaciones gráficas por medio de la técnica de Rompecabezas.

Por equipo resolvieron una pregunta relacionada con el problema que se les planteo (Patricia tiene 36 perlas y va hacer con ellas unos collares. Quiere que cada collar tenga el mismo número de perlas y también piensa usar todas las perlas que se pueda); utilizando el procedimiento que quisieran o bien el material que se les dio. Se les repartió el material y como los tutores ya sabían qué hacer, ellos fueron los que explicaron la actividad a sus compañeros de equipo (ver imagen D).

Sofía les explicaba a sus compañeros la actividad y les repartía el material.
Sofía: (midiendo y cortando la cuerda) "Ya están sus perlas pónganselas a sus collares".
Todos los del equipo: "(colocando las perlas)".
Sofía: (dirigiéndose a Ricardo) "¿Cuántas perlas tiene, si se hacen 6 collares?"
Ricardo: "Seis".
Sofía: "(tocándose la cabeza) ¡hay!"
Luís: "¡No!, tiene treinta y seis".
Sofía: "Ten ocho" (le pasa las perlas a Cesar y después a Uriel).
Cesar y Uriel: "(las toman)".
Todos los del equipo: (observan a Sofía).

Como aún no sabían cual era la respuesta correcta, Sofía pensó que realizando la operación saldrían de dudas.

Sofía: “Hagan la división treinta y seis entre seis, así miren” (Mostrando su hoja a los integrantes de su equipo).

Imagen D: En esta imagen se observa como se organizan para contestar el problema.

Lo que se pudo observar con estos alumnos fue, que primero se repartieron el material y comentaron la forma en como resolverían su pregunta, algunos utilizaron el algoritmo de la división y otros la multiplicación e incluso sumas, su tutor (en este caso Sofía) consideró pertinente realizar una operación para resolver la pregunta, pues observó que utilizando el material no sería suficiente para que todos entendieran la resolución del problema.

En este ejemplo se presentó la tutoría directa por parte de Sofía, quien tomaba el control del equipo al cuestionar a sus compañeros sobre la cantidad de perlitas que tenían que ponerle al collar, y de esta manera ellos corregían sus respuestas.

Aquí podemos decir que había varias posibilidades para resolver el problema, de acuerdo con lo que mencionan Balbuena, Block y Carvajal (1995), pues según ellos existen varios problemas que se pueden resolver con la suma, resta, multiplicación o división, y de acuerdo al nivel cognitivo del niño va a ser el procedimiento que realice, en este caso la de un mayor nivel cognitivo era Sofía, sin embargo al darse cuenta que sus compañeros no entendían lo que les preguntaba, opto por pedirles que hicieran uso del material, colocando sus perlas en los collares y así les quedara clara la actividad.

A continuación se resume lo que se observó de las categorías antes descritas durante las sesiones que trabajaron los alumnos las técnicas de aprendizaje cooperativo.

Interdependencia positiva: Dentro de esta categoría se pudo observar que los alumnos mostraron atención a lo que les indicaba su tutor, todo el tiempo debatían la forma en como resolver su actividad, comentaban sus soluciones y se corregían cuando se equivocaban. También se pudo ver que poseían la habilidad para cooperar, ya que compartían responsabilidades. Cabe señalar la importancia que tuvo la participación guiada de Jennifer (quien asumió el rol de tutor) hacia sus compañeros, al aclararles sus dudas y guiar las actividades permitió que sus tutorados se responsabilizaran de la tarea encomendada.

Habilidades para cooperar: De esta categoría lo que se observó en los dos ejemplos antes descritos es que en el primero fue interesante ver cómo los integrantes del equipo de Paola poseen ciertas habilidades de cooperación, ya que cuando ella les decía lo que tenían que hacer y les revisaba que lo hicieran correctamente, sus compañeros se mostraban atentos siempre razonando su respuesta; solamente un integrante se mostraba algo distraído, sin embargo esto no molestaba al equipo pues lo toleraban aunque no los ayudara. Si las respuestas que daban eran incorrectas Paola los ayudaba a corregirlas para llevar a cabo exitosamente la actividad. Por otro lado en el segundo ejemplo sucede todo lo contrario, pues no muestran atención entre compañeros, no se tienen confianza ni hay ayuda mutua, lo cual conlleva a que no se realice el ejercicio correctamente.

Responsabilidad individual: En esta categoría lo que se observó fue la responsabilidad compartida que hubo por parte de todos los integrantes de los equipos, su participación al tratar de contestar a lo que se les cuestionaba sin importar que llegaran a equivocarse, el hecho de compartir materiales, de motivarse para seguir participando a pesar de sus equivocaciones; sin olvidar la manera en como resolvieron sus conflictos al entrar en discusiones sobre la forma en que solucionarían el problema y tomar decisiones asertivas.

Interacción cara a cara: En cuanto a esta categoría se puede observar la interacción existente dentro del equipo, pues mediante sus acciones promovieron un clima favorable para trabajar, atendiendo a las indicaciones que les daba su tutor, compartiendo materiales y responsabilizándose cada uno participando en la realización de la actividad, corrigiéndose cuando se equivocaban para que de esta manera se cumpliera con éxito la tarea asignada.

Procesamiento grupal: Es necesario mencionar la importancia que tiene el que los alumnos reflexionen sobre la forma en que están trabajando como se pudo observar con estos alumnos, pues después de repartirse el material y comentar la forma en cómo resolverían su pregunta, se dieron cuenta que estaban contestando incorrectamente, por lo que su tutor (en este caso Sofía) sugirió otra forma de resolver el problema.

3.7. Conclusiones y sugerencias

El aprendizaje de las matemáticas es uno de los aprendizajes que más se le dificultan al alumno en el aula, por su carácter formal y abstracto, ya que los sujetos requieren un nivel de razonamiento más complejo, sin embargo estos aún poseen una forma de aprender demasiado concreta. Siendo la división una de las operaciones que más se le complica; pues según Gómez (citado en Martínez, 1991) la cuenta de dividir es la más difícil de todas, porque requiere saber conocimientos previos de las demás operaciones. Y si a esto se le anexa que uno de los problemas a los que se enfrenta el alumno al aprender la división, es la forma en cómo se enseña y también que no todos cuentan ni con los mismos conocimientos, ni tampoco con las mismas habilidades de sus demás compañeros.

Por eso en la presente investigación la propuesta de intervención fue enseñarles a los niños la división por medio de estrategias de aprendizaje cooperativo, tomando en cuenta sus conocimientos previos y sus habilidades, con la suposición de que se facilitaría dicho proceso. De este modo el uso de la tutoría resultó favorable dentro del aula, considerando los conocimientos previos que los alumnos que participaron como tutores adquirieron durante el taller de intervención, con lo cual sus compañeros podían beneficiarse.

En esta investigación es por eso que se introdujo el rol de tutor informado (sujetos a los que se les instruye previamente sobre los contenidos que serían trabajados en el equipo), se puede decir que la participación de estos tutores fue muy importante en todas las sesiones, pues fueron un elemento clave al momento de trabajar en los equipos al brindarles apoyo y guía a sus demás compañeros; lo cual mejoró el rendimiento de los alumnos al trabajar en equipo.

Ya que de acuerdo con Baudrtit (2002), la tutoría es beneficiosa como contrapartida de las enseñanzas en grupo que dan los maestros. Pues los tutores ayudan de una mejor manera a sus compañeros, en pequeños grupos, porque pueden diagnosticar sus necesidades, comprender sus dificultades, aconsejarles, ayudarles, etc. De esta manera se puede decir que los tutores no sustituyen al maestro, más bien lo complementan en su labor educativa.

Ahora bien retomando las ideas de Perret-Clertmont, citado por Baudrit (2000), se puede decir que los alumnos en este caso los tutores también se benefician con las enseñanzas que les brindan a sus compañeros ya que al momento de explicar, ellos reflexionan sobre lo que aprendieron o bien con las ideas de sus demás compañeros corrigen sus equivocaciones, lo cual sucedió con algunos alumnos.

Sin embargo esto no ocurrió en todas las situaciones de interacción, dadas las diferencias de personalidad que los alumnos tutores presentaban, pues si bien algunos sobre todo las niñas se mostraban participativas, responsables ante las actividades, explicando a sus compañeros; otros se mostraban más pasivos, costaba indicarles que ellos tenían que ayudar a sus tutorados, y en algunos casos ni aun así lo hacían, al contrario dejaban la responsabilidad a otro compañero del equipo o en el caso de haber dos tutores en un equipo, el otro tutor se hacía responsable de la actividad.

Por eso no es fácil, ni se puede llegar y aplicar las técnicas del aprendizaje cooperativo a cualquier aula, se necesita tiempo para que los alumnos aprendan a trabajar en equipo para alcanzar los objetivos de la actividad; sepan respetar roles, distribuirse las tareas y realizarlas, sean tolerantes con las ideas de los otros y lleguen a conclusiones sobre la tarea realizada. Un elemento importante que ayuda a los alumnos a presentar dichas características es la tutoría, más aun si los tutores están informados sobre las actividades que se llevaran a cabo.

Se pudo notar dichas características en la actitud de los niños conforme se avanzaba en la aplicación del programa, pues estos iban adquiriendo confianza y responsabilidad para trabajar con su equipo, lo cual les dio la oportunidad de demostrar que eran capaces de realizar un buen trabajo.

Lo que se observó y comprobó mediante las puntuaciones que se obtuvieron en los dos grupos (grupo experimental y control) antes y después del programa de intervención; resultando en el pretest del grupo experimental un promedio de 3.9 al inicio y 4.7 en el postest; mientras que el grupo control obtuvo una media de 4.9 en el pretest bajando a 3.9 en el postest.

Considerando los resultados que se obtuvieron en el grupo experimental se puede decir que hubo un aumento en el promedio en comparación con el grupo control. Pues si bien, no todos consiguieron una calificación aprobatoria, a diferencia de la evaluación inicial, la mayoría aumento su promedio, cabe destacar que en la evaluación final se observó que los alumnos realizaron algún procedimiento para contestar los problemas planteados, en cambio en la primera evaluación dejaban sin contestar la mayoría de los reactivos.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el programa de intervención se concluye que el trabajo de aprendizaje cooperativo para la enseñanza de la división tiene ventajas en el desarrollo cognitivo del niño, sobre todo lo importante que fue el apoyo del tutor informado, pues la interacción entre alumnos mediante este tipo de actividades facilitó la adquisición del conocimiento, porque se generó un ambiente de confianza, interés, seguridad, motivación y atención entre los integrantes, de esta manera los alumnos se mostraron más perceptivos y tolerantes en el momento de compartir materiales, habilidades y conocimientos entre sus compañeros. Sin olvidar que esta forma de trabajar en el aula (tutoría) ayuda a observar y manejar de manera más especifica la interacción entre compañeros, y así poder conocer sus dificultades y trabajar con ellas según sean las necesidades de cada uno de los alumnos.

A diferencia de un grupo con el que se trabajan los contenidos de manera expositiva, en donde el profesor es el que tiene los conocimientos, y en donde los alumnos no tienen la oportunidad de comparar sus resultados o ideas con sus compañeros. Como sucedió con el grupo control, en donde estos niños se mostraron indiferentes y desinteresados con la forma en que se les explicó los contenidos de división, se aburrían y no ponían atención, lo que ocasionó que bajaran su calificación. Tal como lo menciona Dimm, (1999) al decir que uno de los problemas para aprender matemáticas es que la clase sea pasiva y auditiva.

Ahora bien aunque se obtuvieron resultados favorables en cuanto a la utilización de las estrategias del aprendizaje cooperativo con ayuda del tutor informado, dichos resultados no fueron satisfactorios considerando que varios alumnos no lograron obtener una calificación aprobatoria, ya que presentaban muchas dificultades para contestar las operaciones (sumas, restas y/o multiplicaciones), por lo que al realizar los problemas, estos no estaban bien resueltos.

Es por ello que se hacen las siguientes sugerencias con la finalidad de que en futuras investigaciones las consideren y consigan mejores resultados.

- Informar a los docentes y hacerlos participar en las actividades, ya que pueden apoyar o reforzar algún tema que se les dificulte a sus alumnos.

- Reforzar los contenidos que los alumnos no dominen adecuadamente impidiendo un mejor rendimiento. En el caso de la división brindar apoyo a los alumnos que no sepan resolver correctamente los algoritmos que se necesitan saber para la resolución del algoritmo de la división (como son sumar, restar o multiplicar).

- Trabajar más con problemas que manejen la división, y no tanto con el algoritmo. Ya que de acuerdo a los resultados de esta investigación se identificó que los alumnos presentaron más dificultades en el planteamiento de problemas de división.

- En caso de realizar una investigación similar a esta, se les recomienda manejar actividades estructuradas así como en el grupo experimental, también en el grupo control, para que dentro de este último, se utilice material si es necesario y por lo tanto realizar un análisis más minucioso sobre lo que se trabajó dentro de este grupo (control).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alcalá, M. (2002). ***La construcción del lenguaje Matemático***. Graó. Barcelona.

Alsina, C. (1998). ***Enseñar Matemáticas.*** Graó. Barcelona.

Arias, J. (2005). ***Aprendizaje Cooperativo*** 2ª Ed. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.

Balbuena, H; Block, D. y Carvajal, A. (1995). ***Las operaciones Básicas en los nuevos libros de texto.*** *Cero en conducta* Vol. 10, No. 40. Pp. 26-34.

Balbuena, H. y Block, D. y Carvajal, A. (1995) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria: taller para maestros. SEP. México.

Baudrit, A. (2000). ***El tutor: procesos de tutela entre alumnos***. Paidós, Barcelona.

Bollás, P. (1997). ***Dinámica tutorial y aprendizaje de las operaciones matemáticas de adición y sustracción en una escuela primaria.*** ULSA, México. (Tesis de maestría).

Callejo, M. (1994). ***Un Club matemático para la diversidad***. Narcea, Madrid.

Castorina, J. y Ferreiro, E; Oliveira, M. y Lerner, D. (1996). "Pensar en la educación: las contribuciones de Vigotsky ", en: ***Piaget-Vigotsky: Contribuciones para replantear el debate.*** Paidós Educador. México.

Castro E. (2001). ***Didáctica de la matemática en la educación primaria***. Síntesis Educación. Madrid. Pp. 204.

Chritiano, B. (1978). ***Las matemáticas***. Ediciones mensajero Rilbao. Madrid España.

Coll, C. (1984). **“**Estructura grupal, interacción entre alumnos y aprendizaje escolar”. en: ***Infancia y aprendizaje.*** Madrid. Pp.119-138.

Coll, C. (1990). ***Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento.*** Paidós Educador, Barcelona.

De la Concha, G. (2004). ***¿Cómo Motivar El Aprendizaje De Las Matemáticas?*** *Rompan filas lugar* No.69. pp. 21-27.

Díaz, A. (2002). ***Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista.*** Mc Graw-Hill. 2ª Edit. México.

Dimm, D. (1999). ***El lenguaje matemático en el aula.*** Morata, S. L. España-Madrid. p. 79.

Duran, D. y Vidal, V. (2004). ***Tutoría entre iguales: de la teoría a la práctica.*** Gráo de IRIF, S.L. Barcelona.

Echeita, G. (1995). “El aprendizaje cooperativo. Un análisis psicosocial de sus ventajas con respecto a otras estructuras de aprendizaje”. en: Melero, M. y Fernández, P. (comps.). ***La interacción social en contextos educativos***. Siglo XXI, Madrid.

Rico, E, y Castro, E. (1988). ***Números y Operaciones: Fundamentos para una aritmética escolar.*** Edit. Síntesis Madrid.

Fernández, J. (2002). ***La numeración y las cuatro Operaciones Matemáticas: Didáctica para la investigación y el descubrimiento a través de la manipulación***. Madrid. CCS. Pp. 72,73.

Flores, P. (1994). ***La reflexión en la práctica de la enseñanza de las matemáticas*** *Educación matemática* Vol. 6 No. 1. p 37.

Galván, (1968). ***Algoritmos de las operaciones con números enteros. Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas.*** Trillas. México. (Temas de matemáticas. Cuaderno 4) (tr. Federico Galván Anaya).

García, R. (2001). ***Aprendizaje Cooperativo: Fundamentos, Características y Técnicas.*** Cuadernos de Educación para la Acción Social. Madrid.

Hernández, R. y Fernández, C. y Baptisa, P. (1991). ***Metodología de la investigación.*** Mc Graw Hill. México.

Hernández, F. y Soriano, E. (1999).***Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaría***. La Muralla, S.A. Madrid España.

Huertas, J. y Montero, I. (2001). ***La interacción en el aula: aprender con los demás***. Aíque. Buenos Aires. pp. 57-116.

Johnson, D. (1999). ***Aprender juntos y solos: Aprendizaje Cooperativo, competitivo e individualista***. Aíque. Argentina. pp. 20- 33. tr. Wald, M.

Jonhson, D; Jonhson, R y Holubec, E. (2004). ***EL aprendizaje Cooperativo en el aula.*** Paidós. Buenos Aires.

Martínez, J. (1991). ***Numeración y operaciones Básicas en la Educación Primaria: dificultades y tratamiento.*** Escuela Española. Madrid.

Medina, A. (1989). ***La Enseñanza y la Interacción Social en el Aula***. Colección Didáctica No.5, Ed. Cincel Kapelusz, Colombia 2ª. Edición, p.81.

Melero, M. y Fernández, P. (1995). “El aprendizaje entre iguales: el estado de la cuestión en Estados Unidos”. en: Melero, M. y Fernández, P. (comps.*). **La interacción social en contextos educativos***. Siglo XXI, Madrid, pp.32-98.

Mesa, O. (1984). ***Orientación para la enseñanza de la matemática.*** *Revista matemática.* No.8. pp. 5-17.

Miranda, A. (2000). ***Dificultades del aprendizaje de las matemáticas: Un enfoque evolutivo***. Aljibe, Málaga.

Ongay, F. (1993). ***¿Por qué matemáticas?*** *Educación matemática* Vol. 5 No. 2. pp. 19-21.

Oñativia, V. (1983). ***Método integral para el aprendizaje de la Matemática inicial***. Guadalupe. Buenos Aires.

0vejero, A. (1990). Aprendizaje cooperativo: “efectos escolares del Aprendizaje Cooperativo”. en: ***El aprendizaje cooperativo una alternativa eficaz a la enseñanza tradicional***, Ed PPU. España.

Parra, C. y Sainz I. (comps.) (1994). ***Didáctica de matemáticas: aportes y reflexiones***. Paidós Educador. Buenos Aires.

Parra, C. y Sainz I. (2007), ***Enseñar aritmética a los más chicos.*** Homo Sapiens. Rosario Santa fe Argentina.

Piaget, J. (1996). ***Psicología del niño***. Madrid. Morata.

Robles, D. (1996). ***Nueva Guía Mil.*** Fernández, México. p.14.

Rogoff, B. (1993). "***Aprendices del pensamiento: el desarrollo cognitivo en el contexto social".*** Paidós Barcelona. (tr. Lacasa, P.).

Santamaría, C. (1999). ***Diccionario de Matemáticas de Primaria y secundaría.*** Escuela española. Madrid.

SEP. (1993). Plan y programas de estudio. Educación Básica Primaria.

SEP. (2008). Libro de Texto Gratuito para el alumno. Matemáticas, 3º de Educación Primaria.

Teresina, P. (1997). ***Las matemáticas y su aplicación. La perspectiva del niño.*** Siglo XXI. México. pp. 178-183.

Thomson, E. (1996). ***Aritmética.*** Limusa. México. (tr. Ricardo Ortiz Vázquez).

Vergnaud, G. (1991). ***El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria***. Trillas. México. (tr. Luís Ortega Segura).

Long, L. (2004). ***División en juegos.*** Albatros. Buenos Aires.

ANEXO I

“PRETEST”

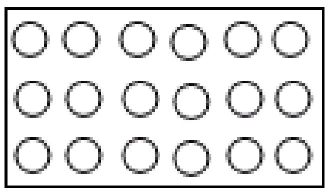
(Evaluación Inicial)

Nombre: ____

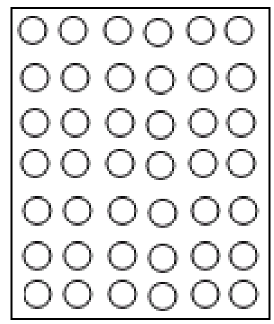
Fecha: ________________ Grado y grupo: ____________

De los siguientes enunciados contesta lo que se te pide.

1.- Con base a los siguientes dibujos completa las multiplicaciones anotando en el cuadro el número que falta.



$\square \times 3 = 18$



$\square \times \square = \square$

2.- Toño tiene $380 pesos para comprar unas camisas, cada una cuesta $75 pesos. Ayúdale a conocer cuántas podría comprar completando la siguiente tabla.

CAMISAS	PRECIO
UNO	$75
DOS	
TRES	
CUATRO	
CINCO	
SEIS	

¿Cuántas camisas compro?

R = _____________

¿Sobró dinero?

R = _____________

¿Cuánto?

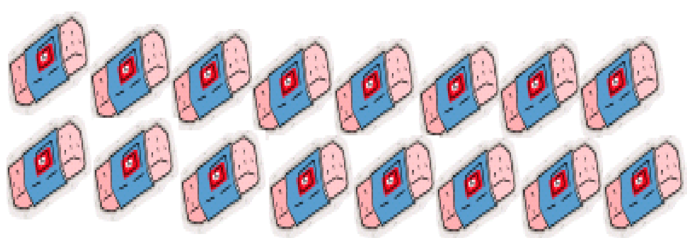
R = _____________

3.- En el recreo cuatro niños salieron a jugar tazos, y los van a repartir de modo que todos tengan la misma cantidad. ¿Quién crees que tiene la razón? Subraya la respuesta correcta.

a) Luís dice: son 36 tazos, entonces, nos tocan de 10 a cada uno.
b) Javier dice: nos tocan 9.
c) Carlos sugiere que son 7.
d) Jorge comenta, no, yo creo que 8.

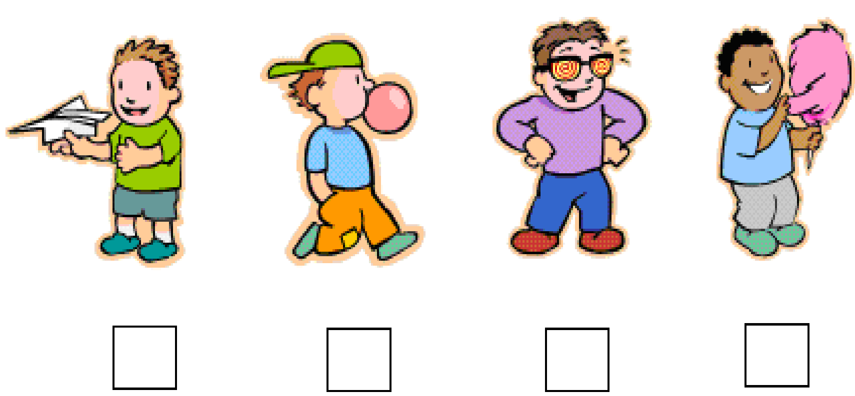
Averigua si tu respuesta es correcta realizando las operaciones o los dibujos que necesites.

4.- Juan compró 16 gomas y las va a repartir entre sus 4 amigos. Ayúdale encerrando en un círculo las gomas que le tocaron a cada uno.

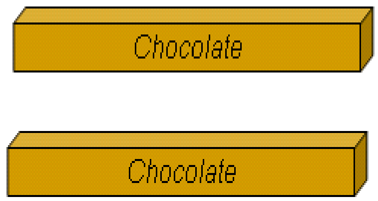


Ahora anota la cantidad que le tocó a cada uno.

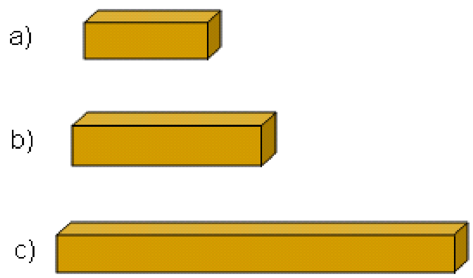
LOS AMIGOS DE JUAN



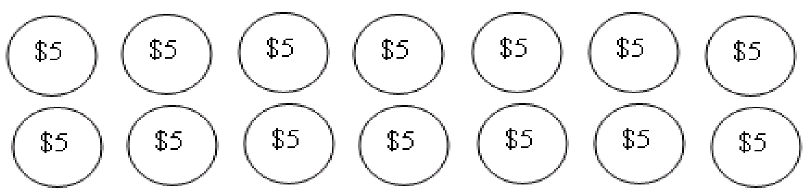
5.- A seis niños les dieron dos chocolates divídelos de modo que le toque la misma cantidad a cada uno.



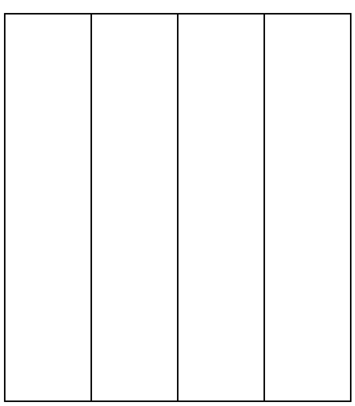
¿Cuál de los siguientes dibujos muestra lo que le tocará a cada niño? Subraya la respuesta correcta.



6.- Alex va a repartir en partes iguales, estas monedas entre 4 niños.



¡Ayúdale! Haz el reparto. Dibujando en los rectángulos las monedas que le tocarán a cada niño. De manera que cada niño tenga la misma cantidad de monedas.



¿Cuántas monedas le tocan a cada uno? R____________

¿Sobró dinero? R = ___

¿Cuánto? R=_____

7.- ¿Cuál de estas divisiones está bien resuelta y su residuo da cero? Subraya la respuesta correcta.

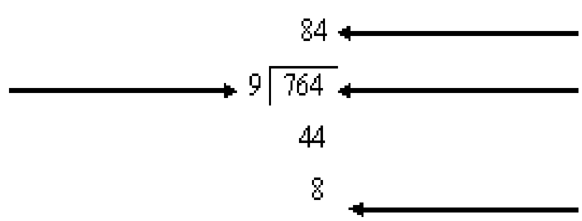
a) $40 \div 5 = 10$ b) $63 \div 7 = 9$ c) $72 \div 1 = 1$

Anota la operación que hiciste para llegar al resultado

8.- Subraya la respuesta correcta. ¿Para ti qué es dividir?:

a) Saber cuánto es al juntar dos números
b) Saber cuánto es cuándo se le quita un número a otro
c) Saber cuántas veces cabe un número en otro

9.- Escribe los nombres de cada componente del algoritmo de la división.



10**.-** Unos niños compraron una patineta que costó $120 pesos. Si cada uno puso $30 pesos, ¿cuántos niños aportaron para comprar la patineta?
R = ______________

11**.-** Realiza las siguientes divisiones.

$6\overline{)605}$ $4\overline{)500}$

ANEXO II

"TABLA DE PUNTUACIONES DE LOS REACTIVOS"

TABLA DE PUNTUACIONES

No de Reactivo	Contenido a Evaluar	Valor del reactivo		Calificación del reactivo			
				Bien resuelto		Mal resuelto	
1	Resolución de problemas con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.	1	Se le dio este puntaje porque se utilizaron dos multiplicaciones en donde tenían que buscar el número perdido, de las cuales eran las que más se les dificulta a los niños.	1	Cuando las dos multiplicaciones estaban bien resueltas.	.5	Cuando solo contestaban una multiplicación.
2	Resolución de problemas de división con números naturales usando procedimientos informales.	1.5	Se elaboró un problema en donde se utilizaban tablas de valor proporcional por lo que los alumnos tenían que hacer uso de varias operaciones (suma, resta y multiplicación).	1.5	Cuándo comprendían bien el problema y resolvían correctamente la tabla y las preguntas.	.75	Cuándo comprendían bien el problema pero no resolvían bien las operaciones ni las preguntas.
3		1	Se planteo un problema en donde los niños utilizaran el procedimiento que quisieran (dibujos, sumas iteradas y multiplicación), a fin de que resolvieran la pegunta.	1	Cuándo comprendían bien el problema y resolvían bien la pregunta.	.5	Cuándo comprendían bien el problema pero contestaban mal la pregunta por que su procedimiento estaba mal.
4	Concepto de división como agrupación.	1	Se formuló un problema en donde se presentaba una serie de dibujos en donde los niños tenían que hacer repartos de a cuerdo a lo que se les preguntaba en el problema.	1	Cuándo resolvían bien el problema y realizaban bien sus repartos.	.5	Cuando hacían mal el reparto porque no contaban bien los dibujos o no hacían bien la multiplicación.
5	Concepto de división como reparto.	.5	Por que los niños solo tenían que dividir sus dibujos y seleccionar la opción correcta.	.5	Cuándo dividían bien sus dibujos y elegían la opción correcta.	.25	Cuándo solo dividían bien los dibujos.
6	Concepto de división con números naturales como división.	1	Los niños tenían que resolver las preguntas que correspondían al problema de acuerdo a los dibujos que se les presentaron.	1	Cuando contestaban bien todas las preguntas.	.5	Cuando solo contestaban la mitad de preguntas.
7	Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una.	1	A partir de este reactivo tenían que realizar el algoritmo de la división (de manera horizontal).	1	Cuando seleccionaban bien la opción correcta y realizaban el algoritmo.	.5	Ya sea que realizaran el algoritmo o seleccionaran la opción correcta.
8	Escrituras convencionales de la división con números naturales.	.25	Sólo tenían que seleccionar la respuesta correcta.	.25	Si estaban bien.	0	Si contestaban otra opción o no contestaban.
9		.25	Tenía que contestar las partes de la división.	.25	Si anotaban todas bien.	0	Si no contestaban o contestaban mal.
10	Planteamiento y resolución de problemas con números naturales hasta de tres cifras.	1	Porque tenían que comprender el problema y realizar el algoritmo.	1	Si realizaban bien el algoritmo.	.5	Que realizó el algoritmo pero hizo mal el procedimiento.
11		1.5	Por que realizaban dos algoritmos en los cuáles en el dividendo se utilizaba el cero y esto confundía a los alumnos.	1.5	Si ambos algoritmos estaban bien resueltos.	.75	Si solo un algoritmo estaba bien resuelto.

ANEXO III

“PROGRAMA DE INTERVENCIÓN”

ACTIVIDADES PARA LA INSTRUCCIÓN
PREVIA

(TUTOR INFORMADO)

SESIÓN 1

Tema: Concepto de división con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de arreglos rectangulares.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual.
Material: Copias, tablitas con agujeros y semillas (fríjol, lenteja y garbanzo)
Participantes: 9
Tiempo: 40 minutos

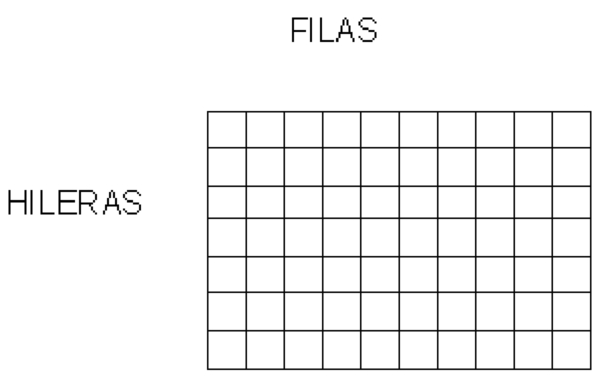
Procedimiento:

Actividad 1: Se organizó a los tutores en 2 equipos (de 4 y 5 integrantes), después se les entregó el material que utilizaron (copia de hoja de instrucciones, tablita con agujeros y diferentes tipos de semilla).
En la hoja de instrucciones se les dio la indicación de cómo tenían que repartir las semillas y colocarlas dentro de los agujeros de la tabla, para posteriormente contestar las preguntas.

Ejercicio (hoja de instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: A continuación se les presenta una serie de ejercicios que tendrán que realizar con el material que se les dio (tablita y semillas), y contestar las preguntas.



1.- En la tablita pongan un fríjol en cada hoyito cubriendo dos hileras.

¿Cuántos frijoles hay en la tablita?

2.- Quiten los frijoles de la tablita y ahora pongan un maíz en cada hoyito en 3 hileras.

¿Cuántos maíces hay en la tablita?

3.- Ahora quiten los maíces y pongan un garbanzo en cada hoyito en 5 filas.

¿Cuántos garbanzos hay en la tablita?

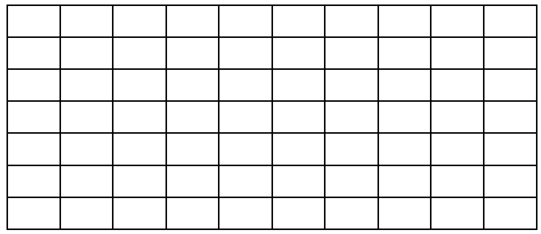
Actividad 2: Ya que realizaron sus divisiones (como repartición) en equipo, se les entregó una copia con un problema que tenían que resolver de manera individual.

Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Utilizando el dibujo resuelve el problema que se te plantea.

Don Beto vende manzanas con caramelo en el parque y las acomoda en una tablita como esta.



1.- ¿Cuántas manzanas podrá tener toda la tablita?

2.- ¿Cómo le hiciste para llegar al resultado?

3.- Si Don Beto llena la tablita de manzanas y luego vende 56 manzanas.

¿Cuántas le sobran?

SESIÓN 2

Tema: Concepto de división con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de arreglos rectangulares.
Participantes: 10
Técnica: Tornero de Juegos por Equipos.
Material: Dos dados (uno rojo y otro azul), 2 tablas con 36 cuadros cada una, 72 fichas de colores (rojo, azul y amarillo).
Tiempo: 40 minutos.
Procedimiento:

Se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno, los cuáles eligieron un nombre de su mascota preferida. A dichos equipos se les entregó una tabla y 36 fichas, después se explicó la dinámica del juego, el cuál consistía en que las instructoras aventaran los dados (el rojo indicaba las filas y el azul las hileras) para saber cuántas fichas tendrían que colocar en la tablita, para esto se les dio un ejemplo:

Se dibujó en el pizarrón la tabla con 36 divisiones, se tiró el dado rojo para saber el número de puntos que tendrían que poner en las filas de la tabla, seguidamente se tiró el dado azul para conocer el número de puntos que deberían poner en las hileras.

En el pizarrón se dibujó un marcador con el nombre de los equipos y el puntaje obtenido. Cada vez que aventaron los dados se les dio 10 segundos para que contestaran, el primer equipo que levantó las manos contestó primero, cuando su respuesta fue correcta se anotó un punto para el equipo, de lo contrario se le dio la oportunidad al equipo que levantó su mano después de este. El equipo que obtuvo más puntos fue el ganador y acreedor de un premio.

SESIÓN 3

Tema: Resolución de problemas de división utilizando procedimientos diferentes al algoritmo de la división.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de tablas de variación proporcional.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual (STAD).
Participantes: 10
Material: Copias.
Tiempo: 110 minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno y se les dio una hoja para que resolvieran el siguiente problema. Para ello se explicó la manera en como tenían que resolverlo.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Contesta correctamente el siguiente problema.

Cinco niños van a ahorrar para comprar un Balón de $200.00.

Contesta el cuadro, para encontrar el resultado.

NIÑO	DINERO
1	
2	
3	
4	
5	
TOTAL	$200.00

¿Cuánto dinero debe aportar cada uno? R=__________________________

Actividad 2: Después se les dio una copia con otro ejercicio que realizaron de manera individual.

Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Contesta correctamente el siguiente problema.

Pedro quiere una bicicleta que tiene un costo de $400.00, para ello va ahorrar cada fin de semana.

Contesta el cuadro, para encontrar el resultado.

SEMANA	DINERO
2	$200.00
5	

¿Cuánto debe ahorrar Pedro si tiene que reunirlos en cuatro fines de semanas?

R=________________________

SESIÓN 4

Tema: Resolución de problemas de división utilizando procedimientos diferentes al algoritmo de la división.
Objetivo: Que los niños calculen el resultado de algunos problemas de división y se apoyen de cálculo mental, en las operaciones que ya conocen o en las representaciones gráficas.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 10
Material: 40 perlas para cada equipo.
Tiempo: 40 Minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se enumeraron a los tutores del 1 al 3 para forman 3 equipos, después se les pidió que por equipo resolvieran en su cuaderno el siguiente problema:

María tiene 40 perlas y va hacer con ellas unos collares. Quiere que cada collar tenga el mismo número de perlas y también piensa usar todas las perlas que se pueda.

A cada equipo se le planteó una pregunta relacionada con el problema, de tal manera que todos los equipos resolvieron diferentes preguntas. Se les indicó que podían resolver la pregunta utilizando el procedimiento que quisieran, incluso utilizar material (perlas).

Las preguntas planteadas son:

Al equipo 1: Si se hace 10 collares, ¿cuántas perlas debe poner en cada uno?
Al equipo 2: Si se hacen 6 collares, ¿cuántas perlas debe poner en cada uno?
Al equipo 3: Si se hacen 3 collares, ¿cuántas perlas debe poner en cada uno?

Actividad 2: Ya que resolvieron la pregunta, se le dio un número a cada integrante (1,2 y 3) para que se juntaran los niños que tenían el mismo número los unos con los unos, los dos con los dos, formándose así 3 equipos.

Posteriormente se les pidió que cada uno de los integrantes explicara el procedimiento que realizaron para llegar a la respuesta obtenida dentro de su equipo anterior, de tal forma que todos los alumnos tendrían todas las preguntas planteadas.

SESIÓN 5

Tema: Concepto de división con números naturales como agrupamiento.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan con sus propios procedimientos problemas en los que se necesita saber cuántas veces cabe una cantidad en otra.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual.
Participantes: 9
Material: Hojas tamaño oficio con círculos dibujados, 2 frascos y frijoles.
Tiempo: 60 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 2 equipos (de 5 y 4 integrantes), se les entregó el material a trabajar junto con una hoja que les indicaría las instrucciones a seguir y las preguntas que deberían resolver.
En la hoja de instrucciones se les indico cómo tenían que colocar los frijoles dentro de los círculos.

Ejercicio (hoja de instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: De acuerdo a lo que se te pide coloca los frijoles dentro de cada círculo y contesta las siguientes preguntas:

1.- Toma 2 frijoles y coloca uno sobre cada círculo, ahora coloca 5 frijoles más dentro de cada círculo.

¿Cuántos frijoles hay en todos los círculos?
¿Cuántos frijoles hay en cada círculo?

2.- Toma 4 frijoles y coloca uno dentro de cada círculo, ahora coloca 7 frijoles más dentro de cada círculo.

¿Cuántos frijoles hay en total?

3.-Si dibujas otro círculo más y colocas 8 frijoles dentro de este, ¿Cuántos frijoles habrá?

Actividad 2: Ya que terminaron de resolver la hoja con los ejercicios se les entregó otra hoja con un problema similar la cuál resolverían de manera individual.

Ejercicio (hoja de instrucciones)

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: De acuerdo a lo que se te pide coloca las lentejas dentro de cada círculo y contesta las siguientes preguntas.

1.- Toma 9 lentejas y coloca una dentro de cada círculo, ahora coloca 1 lenteja más dentro de cada círculo.

¿Cuántas lentejas hay en cada círculo?
¿Cuántas lentejas hay en total?

2.- Si dibujas un círculo más y colocas 10 lentejas en cada uno, ¿Cuántas lentejas habrá en cada círculo?

SESION 6

Tema: Concepto de división con números naturales como agrupación.
Objetivo: Que los niños resuelvan ejercicios de agrupación.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 10
Materiales: Cartulinas, circulitos de papel de colores, pegamento y hoja de instrucciones.
Tiempo: 25 minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se agrupó a los alumnos en 2 equipos de 5 integrantes, a los cuales se les asignó un color de tal manera que por equipo se les repartió los círculos de papel según el color que se les haya asignado, además de una hoja para cada integrante en la cual está dibujada una flor y las instrucciones de cuantos circulitos de papel le tenían que pegar a cada pétalo.

Ejercicio (hoja con instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: A continuación se te presenta el dibujo de una flor y la indicación de cómo deberás poner los circulitos de papel a cada pétalo.

Ponle 3 circulitos de papel a cada pétalo (7 pétalos azules).
Ponle 8 circulitos de papel a cada pétalo (4 pétalos rojos).

Actividad 2: Posteriormente, ya que todos los integrantes de los equipos terminaron la actividad, se les asignó un número a cada integrante de los equipos (del 1 al 2) para que después formen nuevos equipos según el número que les tocó (los unos con los unos, etc.).

Ya integrados en sus nuevos equipos se les entregó una cartulina en donde pegaron sus flores de diferentes colores. Además de una hoja con preguntas acerca de sus agrupaciones en cada flor, en dicha hoja anotaron el nombre de cada integrante del equipo con su color que le haya tocado en el equipo anterior.

Ejercicio (hoja con instrucciones)

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: De acuerdo a lo que hiciste en tu equipo en la actividad anterior, contesta las siguientes preguntas:

1.- ¿Cuántos circulitos de colores le pegaron a la flor azul?

2.- Si la flor roja tiene 4 pétalos y pegaron 8 circulitos en cada uno, ¿Cuántos circulitos le pegaron?

SESIÓN 7

Tema: Concepto de división con números naturales como reparto.
Objetivo: Que los alumnos calculen con sus propios procedimientos los resultados de varios repartos utilizando material para verificar su respuesta.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual (STAD).
Participantes: 9
Material: Una copia, lápiz y goma.
Tiempo: 20 minutos.

Procedimiento:

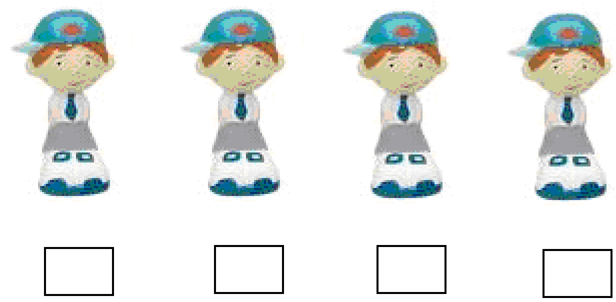
Actividad 1: Se formaron dos equipos de 5 y 4 integrantes, y a cada equipo se le entregó una copia con un problema que tendrían que resolver.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Lee y contesta lo que se te pide.

Don Roberto va a repartir 35 paletones a 4 niños. Ayúdale a repartirlos, anotando en los recuadros el número de paletones que le tocan a cada niño.



¿Cuántos paletones le tocan a cada niño? R=__________________________

Realiza una operación para calcular el resultado

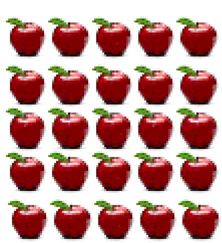
Actividad 2: Posteriormente se les dio una copia con un ejercicio similar que contestaron de manera individual.

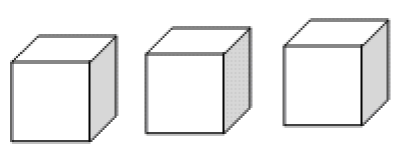
Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Resuelve correctamente el siguiente problema.

Don Pepe va a repartir, las siguientes manzanas en cajas. Ayúdale a Don Pepe a repartirlas. Anotando en las cajas el número de manzanas que le tocan a cada caja.





1.- ¿Cuántas manzanas le toco a cada caja?

R=____________________________________

2.- ¿Cuántas manzanas sobraron? R=_________________________

SESION 8

Tema: Concepto de división con números naturales como reparto.
Objetivo: Que los alumnos calculen con sus propios procedimientos los resultados de varios repartos utilizando material para verificar su respuesta.
Técnica: Rompecabezas.
Participantes: 10
Material: Frutas de papel (3 manzanas, 4 naranjas), pegamento, tijeras, hojas tamaño oficio.
Tiempo: 30 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 2 equipos de 5 integrantes, se les proporcionó la fruta de papel y una hoja en la que se les indicó la forma en que deberían repartirse la fruta.

Hoja de instrucciones

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Con las frutas que se les dio realicen los siguientes repartos, de tal manera que todos tengan las mismas cantidades.

1.- Las 2 manzanas divídanselas entre los 5 integrantes.
2.- Las 3 naranjas repártanselas entre ustedes.

Actividad 2: Ya que los equipos realizaron sus repartos, se enumeraron los integrantes de cada equipo del 1 al 2, de manera que los alumnos se integraron con sus compañeros del mismo número y así se formaron 2 equipos a los que se les entregó un cuestionario en el que contestaron cómo fue que hicieron sus repartos en su equipo anterior, además de una hoja en donde colocaron las partes de frutas que se repartieron en la actividad anterior.

Cuestionario

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Contesta las siguientes preguntas:

1.- ¿Qué cantidad de manzana le toco a cada uno?
2.- ¿Qué cantidad de naranja le toco a cada uno?
3.- ¿Cuántas naranjas sobraron?

SESIÓN 9

Tema: Escrituras convencionales con números naturales.
Objetivo: Que los niños conozcan las partes y funciones de la división.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 10
Material: Lista con los códigos de números y letras para todo el grupo, gis, pizarrón, papel y lápices.
Tiempo: 25 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Primero se les explicó a los alumnos la función que tiene la división como una de las cuatro operaciones aritméticas y también las partes que la constituyen. Para esta explicación se utilizaron ejemplos manejados en el pizarrón. Además de la explicación oral que es la que a continuación se describe.

Hay cuatro operaciones básicas en la matemática: adición, sustracción, multiplicación y división. A menudo, la división se enseña en último lugar ya que es la más difícil de dominar, pero aprender a dividir es tan importante como aprender a sumar, restar o multiplicar.
Cada una de las cuatro operaciones básicas puede expresase como un símbolo. El signo más (+) te dice que sumes dos números. El signo menos (-) te dice que restes un número de otro. El signo de la multiplicación (X) te dice que multipliques un número por otro. El signo de la división (-) te dice que dividas un número por otro. Los problemas 6+4, 6-4, 64 y 6-4 son diferentes problemas con diferentes respuestas.
Hay otras formas de indicar división además de usar el signo de la división. A veces un problema de división se escribe como · 8 424. Este problema se lee como cuatrocientos veinticuatro entre ocho con casita).
También puedes escribir un problema de división utilizando una barra, /. El problema12/3 se lee doce es dividido por tres.
Otra forma de indicar la división es con una línea y se lee 33 4 treinta y tres entre cuatro.
Ahora deberás conocer las partes que constituyen la división.
Observa el problema 24 entre 3 El número 24 se llama "dividendo" (el número a ser dividido) y el número 3 es el "divisor" (el número por el que el dividendo es dividido). La respuesta del problema (en este caso 8) se llama "cociente" (el número que resulta de dividir un número por otro.

Actividad 2: Posteriormente se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno a los cuales se les dejó un ejercicio que tenían que resolver por equipo, por lo que se les explicó: este es un mensaje en código. Haz concordar las respuestas de los problemas de división de la lista con los códigos de números y letras, para deletrear una palabra y ver qué bien entiendes los dividendos, divisores y cocientes.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Lista de códigos de números y letras:

1 = A	2 = B	3 = C	4 = D	5 = E	6 = F
7 = G	8 = H	9 = I	10 = J	11 = K	12 = L
13 = M	14 = N	15 = O	16 = P	17 = Q	18 = R
19 = S	20 = T	21 = U	22 = V	23 = W	24 = X
25 = Y	26 = Z				

Lista de problemas de división:

1.- ¿Cuál es el divisor en el problema 15÷5=3? E
2.- ¿Cuál es el dividendo en el problema 24÷ 6=4? X
3.- ¿Cuál es el divisor en el problema 12÷3=4? C
4.- ¿cuál es el cociente en el problema 30÷ 6=5? E
5.- ¿Cuál es el dividendo en el problema 12 entre 4 (con casita)? L
6.- ¿Cuál es el divisor del problema 10÷5=2? E
7.- ¿Cuál es el cociente en el problema 56÷4=14? N
8.- ¿Cuál es el divisor en el problema 20 entre 20 (con casita)=1? T
9.- ¿Cuál es el cociente en el problema veinticinco dividido entre cinco igual a cinco? E

El equipo que encuentre la palabra correcta (EXCELENTE) será el ganador.

SESIÓN 10

Tema: Escrituras convencionales de la división con números naturales.
Objetivo: Que los niños repasen los conocimientos adquiridos sobre las partes y funciones de la división.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual
Participantes: 10
Material: Copias y lápiz.
Tiempo: 45 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno, posteriormente se les entregó una copia con operaciones de divisiones que debían resolver y además de tener que anotar las partes que la constituyen (dividendo, divisor, cociente y residuo).

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Resuelvan las siguientes operaciones y anoten a cada una sus nombres:

$17 \div 2$	$18 \div 4$	$27 \div 5$
$72 \div 9$	$72 \div 8$	$89 \div 9$
$38 \div 4$	$43 \div 6$	$25 \div 4$
$10 \div 3$		

Actividad 2: Ya terminada la actividad, se le entregó a cada integrante de los equipos una división que tenían que resolver y anotar las partes que la que la constituyen (dividendo, divisor, cociente y residuo).

Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Resuelve la siguiente operación y anota sus nombres:

$97 \div 5$

SESIÓN 11

Tema: Algoritmo de división con número de dos cifras entre una.
Objetivos: Que los alumnos resuelvan problemas de división con números naturales hasta de dos cifras.
Técnica: Rompecabezas.
Participantes: 10
Material: Lápices, Formato de la sopa de números y hojas blancas.
Tiempo: 40 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno, se le entregó una hoja con enunciados de problemas de división correspondientes a los de la sopa de divisiones, en los cuales los alumnos contestaron un problema por cada integrante.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Resuelvan los siguientes problemas:

Preguntas

1.- Sandra va a regalar 12 pelotas a 4 niños, ¿cuántas pelotas le tocan a cada uno?

2.- El profesor tiene 40 chocolates y los va a repartir entre 8 estudiantes, ¿cuántos le tocan a cada uno?

3.- Moisés vende tunas a la salida de la escuela. Primero les quita la cáscara y luego las mete en bolsitas de plástico. Un día Moisés llevó a vender 60 tunas. Si mete 5 tunas en cada bolsita, ¿cuántas bolsitas necesita?

Actividad 2: Ya realizada la actividad se enumeró del 1 al 2 a los integrantes de tal manera que formaron 2 nuevos equipos. Para que resolvieran la sopa de divisiones tomando en cuenta los problemas que resolvieron en el equipo anterior.

Sopa de números

5	6	7	8	0	8
7	7	8	2	1	6
4	0	8	2	1	6
9	3	0	7	8	8
1	5	6	8	5	0
7	7	1	7	2	2

SESIÓN 12

Tema: Resolución de la división con números naturales de dos cifras.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan divisiones de dos cifras utilizando el signo (÷)
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes 10
Material: Lápices y 80 tarjetas (40 tarjetas tienen una D división) y ((otras 40 una R respuesta de la división)
Tiempo: 40 minutos.

Procedimiento:

Se formaron 2 equipos de 5 integrantes. Se le repartieron 8 tarjetas con divisiones y 8 tarjetas con los resultados a cada equipo.
Las tarjetas las colocaron boca abajo y los alumnos fueron volteando una tarjeta del ejercicio para buscar su respuesta hasta encontrar los 8 ejercicios.

Posteriormente realizaron las divisiones en su cuaderno.
El primer equipo que termino en encontrar sus ejercicios fue el ganador.
Se realizo una discusión grupal.

Tarjetas D:

8 ÷ 4	12 ÷ 6	14 ÷ 7	16 ÷ 8	18 ÷ 9
12 ÷ 4	18 ÷ 6	21 ÷ 7	24 ÷ 8	27 ÷ 9
16 ÷ 4	24 ÷ 6	28 ÷ 7	32 ÷ 8	36 ÷ 9
20 ÷ 4	30 ÷ 6	35 ÷ 7	40 ÷ 8	45 ÷ 9
24 ÷ 4	36 ÷ 6	42 ÷ 7	48 ÷ 8	54 ÷ 9
28 ÷ 4	42 ÷ 6	49 ÷ 7	56 ÷ 8	63 ÷ 9
32 ÷ 4	48 ÷ 6	56 ÷ 7	64 ÷ 8	72 ÷ 9
36 ÷ 4	54 ÷ 6	63 ÷ 7	72 ÷ 8	81 ÷ 9

Tarjetas R:

2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

SESIÓN 13

Tema: Planteamiento y Resolución de Problemas de división con números naturales hasta de tres cifras.
Objetivos: Que los alumnos resuelvan e identifiquen problemas de división de tres cifras correctos e incorrectos.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 10
Material: Lápices, 20 Tarjetas, una moneda y hojas de papel
Tiempo: 40 minutos.

Procedimiento:

Se formaron 2 equipos de 5 integrantes cada uno. Se mezclaron las tarjetas y se colocaron sobre una mesa.
Un alumno lanzo al aire una moneda, cuando salio águila, tenía que encontrar un problema para resolverlo correctamente, si salía sol tenía que encontrar uno incorrecto.
Posteriormente da vuelta a una tarjeta y verifica, con papel y lápiz para saber si esta resuelto correctamente, si lo es y el alumno saco águila, o si no fue resuelto y sacó sol, tenia que conservar la tarjeta, la tarjeta es devuelta si no fue resuelto bien y saco águila o viceversa.

Ganó el equipo que obtuvo más tarjetas.

Tarjetas con problemas correctos e incorrectos

426 ÷ 9 = 44	321÷ 3 = 148
380 ÷ 4 = 95	482 ÷ 2 = 241
12 ÷ 3 = 40	966 ÷ 6 = 1161
677 ÷ 9 = 115	566 ÷ 6 = 92
840 ÷ 2 = 420	770 ÷ 5 = 154
630 ÷ 5 = 126	648 ÷ 4 = 162
177 ÷ 6 = 28	728 ÷ 4 = 188
166 ÷ 7 = 28	927 ÷ 3 = 309
783 ÷ 4 = 190	180 ÷ 2 = 75
112 ÷ 8 = 19	680 ÷ 8 = 79

SESIÓN 14

Tema: Algoritmo de la división (con casita).
Partes de la división.
Objetivo: Que los alumnos formulen y resuelvan problemas de división utilizando la casita.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 10
Material: Pizarrón y gis.
Tiempo: 40 minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se organizaron equipos enumerando a los niños del 1 al 2, en los cuáles se les pidió que elaboraran un problema donde utilizaran la división con casita, todos los integrantes del equipo tenían que anotar el problema en su cuaderno.

Actividad 2: Al concluir la elaboración del problema se les pidió que se reúnan los niños que tenían el mismo número (los unos con los unos, los dos con los dos).
Posteriormente se les pidió que resolvieran los dos problemas que realizaron en la actividad anterior, para ello se les dio una hoja en blanco para que los anotaran y resolvieran.

SESIÓN 15

Tema: Planteamiento y resolución de problemas de división con números hasta de tres cifras.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan diversos problemas de división con números hasta de tres cifras.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 10
Material: Cuestionario con diversos problemas de división, fichas de colores y el dibujo de una pista de carreras.
Tiempo: 40 minutos

Procedimiento:

Se formaron 2 equipos, a lo cuáles se les asignó un color que los diferenciaba entre cada equipo, por turnos se les hizo una pregunta para poder contestar un problema. En el pizarrón se colocó el dibujo de una pista que indicaría los kilómetros que avanzaban según sus respuestas, para ello se colocó la ficha del color del equipo que contestó bien, si al equipo que se le preguntaba no contestaba correctamente después de determinado tiempo (dos minutos), se le dio la oportunidad al siguiente equipo.

El equipo que llegó a la meta ganó un premio.

Cuestionario

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

1.- Rosalía tienen 500 globos y los tiene que regalar entre 10 niños. ¿Cuál será el total de globos que le tocan a cada niño?

2.- A Rafael, Víctor y Rodolfo les regalaron 26 canicas. Se las quieren repartir de tal manera que a todos les toque la misma cantidad.

¿Cuántas canicas le tocaron a Rodolfo?

3.- Es el resultado de la división: R=_____________________________

4.- Cómo se le llama al número que sobra: R=_____________________

5.- ¿Cuál es el signo de la división? R=__________________________

6.- Resuelve la siguiente división y anota sus partes.

9 | 18

6 / 900

8 / 720

4 / 160

6 / 605

ANEXO IV

“PROGRAMA DE INTERVENCIÓN”

ACTIVIDADES DIDÁCTICAS A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO

SESIÓN 1

Tema: Concepto de división con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de arreglos rectangulares.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual.
Participantes: 30
Material: Copias, tablitas con agujeros y semillas (fríjol, lenteja y garbanzo)
Tiempo: 70 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se organizó al grupo en 6 equipos de 5 integrantes cada uno (tomando en cuenta que cada equipo tuviera un tutor informado), primero se enumeró a los equipos, después se le entregó a cada tutor el material a utilizar (copia de hoja de instrucciones, tablita con agujeros y diferentes tipos de semillas). Ya repartido el material los tutores les explicaron a los integrantes de su equipo la forma en que resolverían la actividad.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: A continuación se les presenta una serie de ejercicios que tendrán que realizar con el material que se les dio (tablita y semillas), y contestar las preguntas:

1.- En la tablita pongan un fríjol en cada hoyito cubriendo tres hileras.

¿Cuántos frijoles hay en la tablita?

2.- Quiten los frijoles de la tablita y ahora pongan un maíz en cada hoyito en 5 hileras.

¿Cuántos maíces hay en la tablita?

3.- Ahora quiten los maíces y pongan un garbanzo en cada hoyito en 7 filas.

¿Cuántos garbanzos hay en la tablita?

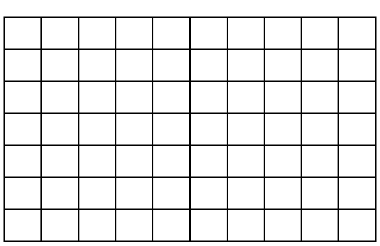
Actividad 2: Una vez ya realizadas sus divisiones (como repartición) en equipo, se les entregó una copia con un problema similar que solucionaron de manera individual.

Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Utilizando el dibujo resuelve el problema que se te plantea.

Don Toño vende paletas en el parque y las acomoda en una tablita como esta.



1.- ¿Cuántas paletas hay en la tablita?

2.- Si Don Toño vendió 49 paletas, ¿Cuántas paletas le sobran?

SESIÓN 2

Tema: Concepto de división con números naturales como multiplicación con arreglos rectangulares.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de arreglos rectangulares.
Técnica: Tornero de Juegos por Equipos.
Participantes: 32
Material: Dos dados (uno rojo y otro azul), 7 tablas con 36 hoyos cada una.
Tiempo: 75 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 7 equipos de 5 y 4 integrantes cada uno (tomando en cuenta que cada equipo tuviera al menos un tutor informado), en donde el tutor represento a su equipo y eligió un nombre de su mascota favorita. A dichos equipos se les entregó una tabla con 36 fichas, los tutores explicaron la dinámica del juego, el cuál consistiría en que un integrante de cada equipo pasara a aventaran los dados (el rojo indicaría las filas y el azul las hileras) para saber cuántas fichas tendrían que colocar en la tablita, por lo cual se les dio un ejemplo:

Se dibujó en el pizarrón la tabla con 36 divisiones, se tiró el dado rojo para saber el número de puntos que tendrían que poner en las filas de la tabla, seguidamente se tiró el dado azul para conocer el número de puntos que deberían poner en las hilera

En el pizarrón se les dibujó un marcador con el nombre de los equipos y el puntaje obtenido. Cada vez que se aventaron los dados se les dio 10 segundos para que contestaran, el tutor verifico que la respuesta de su equipo fuera la correcta, cuando fue así, el primer equipo que levantó la mano fue el que contestó primero, si su respuesta fue correcta se anotó un punto para él, de lo contrario se le dio la oportunidad al equipo que levantó la mano después de este. El equipo que obtuvo más puntos fue el ganador y acreedor de un premio.

SESIÓN 3

Tema: Resolución de problemas de división utilizando procedimientos diferentes al algoritmo de la división.
Participantes: 32
Objetivo: Que los alumnos resuelvan problemas con la multiplicación por medio de tablas de variación proporcional.
Técnica: Trabajo en Equipo y Logro Individual.
Actividad: Trabajo en equipo para la resolución de problemas con operaciones que los alumnos ya conocen.
Tiempo: 130 minutos.
Material: Copias.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 7 equipos de 5 y 4 integrantes cada uno, en los cuales estuvo incluido un tutor, a los equipos se les entregó una hoja para que resolvieran problemas de división. Los tutores tenían que explicar a su equipo la forma en que resolverían estos problemas.

Ejercicios

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Contesta correctamente los siguientes problemas.

1.- Mario, Lupe y Rosa van a comprar una mesa que cuesta $120.00.

Realiza una operación para llegar a la respuesta y contesta el siguiente cuadro.

NIÑOS	DINERO
Mario	
Lupe	
Rosa	
Total	$120.00

¿Cuánto dinero va aportar cada uno?

2.- Raúl quiere comprar algunos calcetines, si cada par cuesta $25.00 y tiene $150.00.

Ayúdale completando la siguiente tabla.

CALCETINES	PRECIO
3 Pares	
5 Pares	
7 Pares	
Total	

¿Cuántos pares podrá comprar?

Actividad 2: Después se les dio una copia con otro ejercicio que realizarían de manera individual.

Ejercicio

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Javier y sus tres primos van a ir al circo y no saben cuánto dinero necesita para las entradas. Ayúdale a saber la cantidad completando la siguiente tabla.

NIÑOS	COSTO DE LAS ENTRADAS
1	
	$96.00
3	
Total	

¿Cuánto costó la entrada de cada niño?

SESIÓN 4

Tema: Resolución de problemas de división utilizando procedimientos diferentes al algoritmo de la división.
Objetivo: Que los niños calculen el resultado de algunos problemas de división y se apoyen de cálculo mental, en las operaciones que ya conocen o en las representaciones gráficas.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 32
Material: 36 perlas para cada equipo.
Tiempo: 60 minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se organizó al grupo enumerando a los niños del 1 al 6, se formaron 5 equipos de 6 y 5 integrantes cada uno (tomando en cuenta que en cada equipo hubiera un tutor informado), se les pidió que resolvieran en su cuaderno el siguiente problema:

Patricia tiene 36 perlas y va hacer con ellas unos collares. Quiere que cada collar tenga el mismo número de perlas y también piensa usar todas las perlas que se pueda.

A cada equipo se le planteó una pregunta relacionada con el problema, de tal manera que todos los equipos resolvieron diferentes preguntas.
Se les indicó que podían resolver la pregunta utilizando el procedimiento que quisieran, incluso utilizar material (perlas). El tutor debía ayudarles sugiriendo diferentes procedimientos para resolver el problema.

Las preguntas fueron

Al equipo 1: Si se hace 12 collares, ¿Cuántas perlas debe poner en cada uno?
Al equipo 2: Si se hacen 6 collares, ¿Cuántas perlas debe poner en cada uno?
Al equipo 3: Si se hacen 5 collares, ¿Cuántas perlas debe poner en cada uno?
Al equipo 4: Si pone 4 perlas en cada collar, ¿Cuántos collares puede hacer?
Al equipo 5: Si pone 5 perlas en cada collar, ¿Cuántos collares puede hacer?

Actividad 2: Una vez resuelta la pregunta se enumeró a los integrantes de cada equipo del 1 al 5 y después se les pidió que se reunieran los niños del mismo número, los unos con los unos, los dos con los dos, y así sucesivamente (tomando en cuenta que en cada equipo se incluyera un tutor informado).

Posteriormente se les pidió que cada uno de los integrantes de los equipos explicara y anotara el procedimiento que realizaron para llegar a la respuesta obtenida dentro de su equipo anterior, de tal forma que todos los alumnos tuvieran todas las preguntas planteadas con su respectiva respuesta.

SESIÓN 5

Tema: Concepto de división con números naturales como agrupamiento.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan con sus propios procedimientos problemas en los que se necesita saber cuántas veces cabe una cantidad en otra.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual.
Participantes: 34
Material: Hojas tamaño oficio, 6 frascos y frijoles.
Tiempo: 60 minutos

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 6 equipos de 5 y 6 integrantes, cada uno con un tutor informado, al cuál se le entregó el material a trabajar y una hoja con instrucciones que los tutores tendrían que explicar a su equipo correspondiente.

Ejercicio en equipo (hoja de instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: De acuerdo a lo que se te pide coloca los frijoles dentro de cada círculo y contesta las siguientes preguntas:

1.- Toma 4 frijoles y coloca uno sobre cada círculo, ahora coloca 5 frijoles más dentro de cada círculo.

¿Cuántos frijoles hay en todos los círculos?
¿Cuántos frijoles hay en cada círculo?

2.- Toma 6 frijoles y coloca uno dentro de cada círculo, ahora coloca 7 frijoles más dentro de cada círculo, ¿Cuántos frijoles hay en total?

3.- Si dibujas otro círculo más y colocas 8 frijoles dentro de este, ¿Cuántos frijoles habrán?

Actividad 2: Ya que terminaron de resolver toda la hoja con los ejercicios se les entregó otra hoja con un problema similar, la cual resolverían de manera individual.

Ejercicio individual (hoja con instrucciones)

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: De acuerdo a lo que se te pide coloca las lentejas dentro de cada círculo y contesta las siguientes preguntas.

1.-Toma 7 lentejas y coloca una dentro de cada círculo, ahora coloca 6 lentejas más dentro de cada círculo.

¿Cuántas lentejas hay en cada círculo?
¿Cuántas lentejas hay en total?

2.-Si dibujas dos círculos más y colocas 7 lentejas en cada uno, ¿Cuántas lentejas habrá en cada círculo?

SESION 6

Tema: Concepto de división con números naturales como agrupación.
Objetivo: Que los niños resuelvan ejercicios de agrupación.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 34
Materiales: Cartulinas, circulitos de papel de colores, pegamento y hoja de instrucciones.
Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se agruparon a los alumnos en 7 equipos de 5 y 4 integrantes cada uno (tomando en cuenta que en cada equipo hubiera un tutor informado), se les asignó un color por equipo, y se les repartió los círculos de papel según el color asignado, además de una hoja para cada integrante, en la cual esta dibujada una flor y las instrucciones de cuantos circulitos de papel se les tenían que pegar a cada pétalo.

En cada equipo el tutor informado debería explicar la manera de resolver la actividad siguiendo las instrucciones de la hoja que se les dio.

Ejercicio en equipo (hoja de instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: A continuación se te presenta el dibujo de una flor y la indicación de cómo deberás poner los circulitos de papel a cada pétalo.

Ponle 7 circulitos de papel a cada pétalo (3 pétalos azules).
Ponle 9 circulitos de papel a cada pétalo (4 pétalos rojos).
Ponle 7 circulitos de papel a cada pétalo (5 pétalos rosas).
Ponle 6 circulitos de papel a cada pétalo (3 pétalos blancos).
Ponle 3 circulitos de papel a cada pétalo (8 pétalos naranjas).
Ponle 4 circulitos de papel a cada pétalo (5 pétalos amarillos).
Ponle 4 circulitos de papel a cada pétalo (8 pétalos cafés).

Actividad 2: Posteriormente, ya que todos los integrantes de los equipos terminaron la actividad, se les asignó un número a cada integrante de los equipos (del 1 al 5, tomando en cuenta que cada equipo tuviera un tutor informado) para que después formaran nuevos equipos según el número que les haya tocado (los unos con los unos, etc.).
Ya integrados en sus equipos se les entregó una cartulina en donde pegaron sus flores de diferentes colores. Además de una hoja con preguntas acerca de sus agrupaciones en cada flor, en dicha hoja anotaron el nombre de cada integrante del equipo con su color que le toco en el equipo anterior.

Ejercicio en equipo (hoja con instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones:
De acuerdo a lo que hiciste en tu equipo en la actividad anterior, contesta las siguientes preguntas:

1.- ¿Cuántos circulitos de colores le pegaron a la flor azul?

2.- Si la flor roja tiene 4 pétalos y pegaron 9 circulitos en cada uno, ¿Cuántos circulitos le pegaron?

3.- La flor rosa tiene 5 pétalos y en cada uno se pegaron 7 circulitos de colores, ¿Cuántos circulitos tiene la flor?

4.- Si a la flor blanca le pegaron 18 circulitos y en cada pétalo le pegaron 6, ¿cuántos pétalos tiene la flor?

5.- La flor naranja tiene 24 circulitos y 8 pétalos, ¿cuántos circulitos pegaron en cada pétalo?

6.- Si hay 5 flores de color amarillo y en cada una pegaron 4 circulitos, ¿cuántos circulitos pegaron en las 5 flores?

7.-En la flor café hay 32 circulitos y tiene 8 pétalos, ¿cuántos circulitos pegaron en cada pétalo?

8.-Si tenemos 5 flores moradas y cada una tiene 45 circulitos, ¿Cuántos circulitos tienen las 5 flores?

SESIÓN 7

Tema: Resolución de problemas utilizando procedimientos convencionales.
Objetivo: Que los niños calculen con sus propios procedimientos, los resultados de varios repartos utilizando material para verificar su respuesta.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual (STAD).
Participantes: 34
Actividad: Utilización de problemas utilizando procedimientos de los niños.
Material: Una copia.
Tiempo: 50 minutos.

Procedimiento:

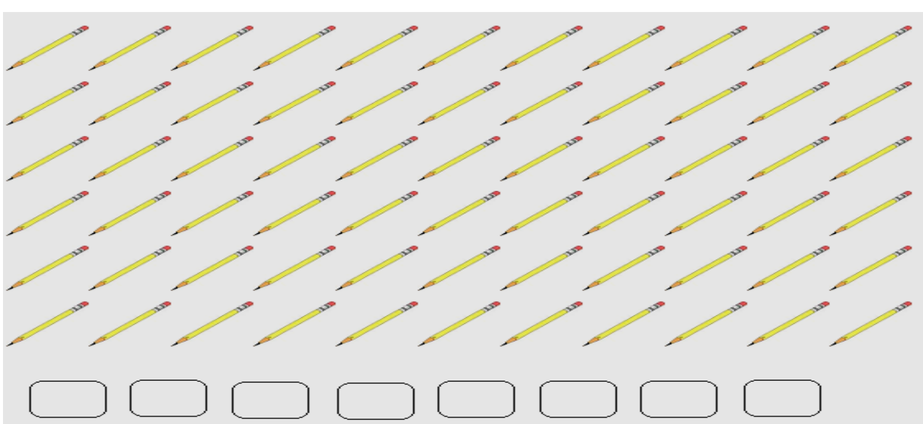
Actividad 1: Se formaron 7 equipos de 5 integrantes con un tutor cada uno, a los que se les entregó una copia con un ejercicio. Los tutores explicaron a su equipo la forma en cómo resolver el problema.

Ejercicio en equipo

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Contesta el siguiente problema.

Toño quiere repartir unos lápices entre sus 8 amigos. Ayúdale a repartirlos anotando en el cuadro el número de lápices que le tocan a cada uno.



Realiza una operación para calcular la cantidad de lápices que le tocó a cada lapicera.

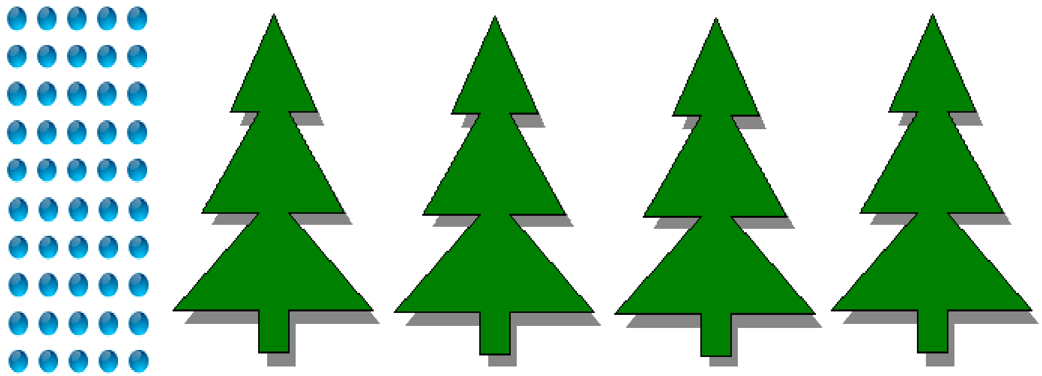
Actividad 2: Posteriormente resolvieron un ejercicio similar, pero de manera individual.

Ejercicio individual

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Contesta lo que se te pide.

Dibuja la cantidad de esferas que le tocan a cada árbol.



Realiza una operación para calcular cuántas esferas le tocó a cada arbolito.

SESION 8

Tema: Concepto de división con números naturales como reparto.
Objetivo: Que los alumnos calculen con sus propios procedimientos los resultados de varios repartos utilizando material para verificar su respuesta.
Técnica: Rompecabezas.
Participantes: 34
Material: Frutas de papel (3 manzanas, 4 naranjas, 2 sandias, 5 peras y 12 uvas), pegamento, tijeras y hojas blanca.
Tiempo: 90 Minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 7 equipos de 5 y 6 integrantes (tomando en cuenta que en cada equipo hubiera un tutor informado) se les repartió diversos tipos de fruta y una hoja en la que se les indicó la forma en que deberían repartirse la fruta. La hoja fue explicada por los tutores a su respectivo equipo.

Ejercicio (hoja con instrucciones)

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Con las frutas que se les dio realicen los siguientes repartos, de tal manera que todos tengan las mismas cantidades.

1.- Las 6 manzanas divídanselas entre los 5 integrantes.
2.- Las 4 naranjas repártanselas entre ustedes.
3.- Las 2 sandias divídanselas entre todos.
4.- Las 12 uvas repártanselas entre todos.
5.- Las 5 peras repártanselas entre todos.

Actividad 2: Ya que los equipos realizaron sus repartos, se les entregó a cada integrante de los equipos un papel de diferente color, de manera que los alumnos se integraran con sus compañeros del mismo color y así se formaran 5 equipos de 7 integrantes (tomando en cuenta que cada equipo tuviera un tutor informado), después se les entregó un cuestionario en el que contestaron como fue que hicieron sus repartos en su equipo anterior, además de una hoja en donde colocaron las partes de frutas que se repartieron en la actividad anterior.

Cuestionario

Nombre: _________________ Fecha: _________________

Instrucciones: Contesta las siguientes preguntas:

1.- ¿Qué cantidad de manzana le toco a cada uno?

2.- ¿Qué cantidad de naranja le toco a cada uno?

3.- ¿Cuántas naranjas sobraron?

4.- ¿Qué cantidad de sandia le toco a cada uno?

5.- ¿Sobro algo?

6.- ¿Qué cantidad de uvas se repartieron?

7.- ¿Cuántas sobraron?

8.- ¿Sobraron peras?

9.- ¿Cuántas?

SESIÓN 9

Tema: Escrituras convencionales con números naturales.
Objetivo: Que los niños conozcan las partes y funciones de la división.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 35.
Material: Lista con los códigos de números y letras, gis, pizarrón y lápices.
Tiempo: 85 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se organizó al grupo en 7 equipos de 5 integrantes, con un tutor informado por equipo, cada tutor explicó a su equipo la función que tiene la división como una de las cuatro operaciones aritméticas y también las partes que la constituyen.

Posteriormente se les dejó resolver un ejercicio por equipo, las instructoras les explicaron lo siguiente: este es un mensaje en código. Haz concordar las respuestas de los problemas de división de la lista con los códigos de números y letras que están en la hoja, para deletrear una palabra y saber si entendieron las partes de la división (dividendos, divisores y cocientes).

Este ejercicio lo explicaron los tutores a su equipo para que lo pudieran resolver.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Lista de códigos de números y letras:

1 = A	2 = B	3 = C	4 = D	5 = E	6 = F
7 = G	8 = H	9 = I	10 = J	11 = K	12 = L
13 = M	14 = N	15 = O	16 = P	17 = Q	18 = R
19 = S	20 = T	21 = U	22 = V	23 = W	24 = X
25 = Y	26 = Z				

Lista de problemas de división:

1.- ¿Cuál es el divisor en el problema 12÷4=3? D
2.- ¿Cuál es el dividendo en el problema 9÷ 2=4? I
3.- ¿Cuál es el dividendo en el problema 22÷2=11? V
4.- ¿cuál es el cociente en el problema 81÷9=9? I
5.- ¿Cuál es el dividendo en el problema 19 entre 4= 4 (con casita)? S
6.- ¿Cuál es el divisor del problema 27÷9=3? I
7.- ¿Cuál es el cociente en el problema 45÷3=15? O
8.- ¿Cuál es el cociente en el problema 56 entre 4 (con casita)=14? N

El equipo que encuentre la palabra correcta (DIVISION) será el ganador.

SESIÓN 10

Tema: Escrituras convencionales de la división con números naturales.
Objetivo: Que los niños repasen los conocimientos adquiridos sobre las partes y funciones de la división.
Técnica: Trabajo en Equipo Logro Individual
Integrantes: 34
Material: Copias y lápiz.
Tiempo: 80 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se formaron 7 equipos de 5 y 4 integrantes cada uno (con un tutor informado), posteriormente se les entregó una copia con operaciones de divisiones que debían resolver y además de tener que anotar las partes que la constituyen (dividendo, divisor, cociente y residuo).

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Resuelvan las siguientes operaciones y anoten a cada una sus nombres:

47 ÷ 9	15 ÷ 4	48 ÷ 6	75 ÷ 9	54 ÷ 8
25 ÷ 3	77 ÷ 8	49 ÷ 6	55 ÷ 7	22 ÷ 2
33 ÷ 4	29 ÷ 3	39 ÷ 7	66 ÷ 8	59 ÷ 9
27 ÷ 4	84 ÷ 9	77 ÷ 8	15 ÷ 2	44 ÷ 5

Actividad 2: Ya terminada la actividad, se le entregó a cada integrante de los equipos una división que tenían que resolver y anotar las partes que la que la constituyen (dividendo, divisor, cociente y residuo).

82÷6	66÷3	90÷8	95÷7	33÷7
99÷9	98÷4	89÷4	99÷8	86÷6
66÷9	45÷2	77÷7	65÷5	74÷5

SESIÓN 11 (sesión grupal)

Tema: Algoritmo de división con números de dos cifras entre una.
Objetivos: Que los alumnos resuelvan problemas de división con números naturales hasta de dos cifras.
Técnica: Rompecabezas.
Participantes: 33
Material: Lápices, Formato de la sopa de números y hojas blancas.
Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se dividió al grupo en 5 equipos de 5 y 6 integrantes cada uno (con un tutor informado), a cada equipo se le entregó una hoja con enunciados de problemas de división correspondientes a una sopa de divisiones, los alumnos contestaron un problema por cada integrante. El tutor tenía que revisar los problemas de cada integrante.

Ejercicio

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Resuelvan los siguientes problemas:

Preguntas

1 Refugio se comió un racimo de uvas. El racimo tenía 4 ramitas y en cada ramita había 9 uvas. ¿Cuántas uvas se comió en total? 36

2. Tomás tiene 47 fotografías para ponerlas en un álbum. Si en cada página coloca 5 fotografías, ¿cuántas páginas va a utilizar? 9

3. La abuelita de; Maclovia tiene 35 nietos. Si cada uno de los hijos de la abuelita tiene 7 hijos, ¿cuántos hijos tiene la abuelita? 5

4. En un salón de clase hay 19 niñas y cada una tiene una caja con 6 crayolas, ¿cuántas crayolas tienen entre todas? 114

5. Ocho niños se repartieron todas las canicas que había en una bolsa. Si a cada niño le tocaron 4 canicas y sobró una canica, ¿cuántas canicas había en la bolsa? 4

Actividad 2: Ya realizada la actividad se enumeró del 1 al 5 a los integrantes de cada equipo de tal manera que se formaron 5 nuevos equipos. Para que revisaran los problemas que contestaron anteriormente y así pudieran resolver la sopa de divisiones.

Sopa de números

5	6	7	8	0	8
7	7	8	2	1	6
4	0	8	2	1	6
9	3	0	7	8	8
1	5	6	8	5	0
7	7	1	7	2	2

SESIÓN 12

Tema: Resolución de la división con números naturales de dos cifras.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan divisiones de dos cifras utilizando el signo (÷)
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 35
Material: Lápices y 80 tarjetas (40 tarjetas tienen una D división) y ((otras 40 una R respuesta de la división)
Tiempo: 70 minutos

Procedimiento:

Se formaron 7 equipos de 5 integrantes (con un tutor informado cada uno), a los cuales se les repartió las tarjetas (8 tarjetas con divisiones y 8 tarjetas con los resultados).
Posteriormente los tutores explicaron la dinámica de la actividad. (Las tarjetas las colocaron boca abajo y las fueron volteando hasta encontrar la respuesta de los 8 ejercicios).

Después los integrantes de cada equipo resolvieron las divisiones en su cuaderno, el tutor verificó que las respuestas fueran correctas.

El primer equipo que termino en encontrar sus ejercicios fue el ganador.

Tarjetas D:

8 ÷ 4	12 ÷ 6	14 ÷ 7	16 ÷ 8	18 ÷ 9
12 ÷ 4	18 ÷ 6	21 ÷ 7	24 ÷ 8	27 ÷ 9
16 ÷ 4	24 ÷ 6	28 ÷ 7	32 ÷ 8	36 ÷ 9
20 ÷ 4	30 ÷ 6	35 ÷ 7	40 ÷ 8	45 ÷ 9
24 ÷ 4	36 ÷ 6	42 ÷ 7	48 ÷ 8	54 ÷ 9
28 ÷ 4	42 ÷ 6	49 ÷ 7	56 ÷ 8	63 ÷ 9
32 ÷ 4	48 ÷ 6	56 ÷ 7	64 ÷ 8	72 ÷ 9
36 ÷ 4	54 ÷ 6	63 ÷ 7	72 ÷ 8	81 ÷ 9

Tarjetas R:

2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

SESIÓN 13

Tema: Planteamiento y Resolución de Problemas de división con números naturales hasta de tres cifras.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan e identifiquen problemas de división de tres cifras correctos e incorrectos.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 35
Material: Lápices, 20 Tarjetas, una moneda y hojas de papel.
Tiempo: 70 minutos

Procedimiento:

Se formaron 7 equipos de 5 integrantes cada uno (con un tutor informado).
Se mezclaron las tarjetas y se colocaron sobre una mesa.
Por equipo pasó un alumno a lanzar al aire una moneda, cuando salió águila, su equipo tenía que encontrar un problema que haya sido resuelto correctamente, y cuando salió sol tenía que encontrar uno que fuera incorrecto. Con ayuda de su tutor tenían que verificar que las operaciones de las tarjetas fueran resueltas correctamente. Si salió águila y fue resuelto correctamente el equipo se quedaba con la tarjeta, si sacaron sol y la operación fue resuelta incorrectamente el equipo devolvía la tarjeta y pasaba otro equipo a contestar.

Ganó el equipo que tenía más tarjetas.

Tarjetas Con Problemas Correctos E Incorrectos

$426 \div 9 = 44$	$321 \div 3 = 148$
$380 \div 4 = 95$	$482 \div 2 = 241$
$12 \div 3 = 40$	$966 \div 6 = 1161$
$677 \div 9 = 115$	$566 \div 6 = 92$
$840 \div 2 = 420$	$770 \div 5 = 154$
$630 \div 5 = 126$	$648 \div 4 = 162$
$177 \div 6 = 28$	$728 \div 4 = 188$
$166 \div 7 = 28$	$927 \div 3 = 309$
$783 \div 4 = 190$	$180 \div 2 = 75$
$112 \div 8 = 19$	$680 \div 8 = 79$

SESIÓN 14

Temas: Algoritmo de la división (con casita).
Partes de la división.
Objetivos: Que los alumnos formulen y resuelvan problemas de división utilizando la casita.
Técnica: Rompecabezas
Participantes: 34
Material: Pizarrón y gis.
Tiempo: 80 minutos.

Procedimiento:

Actividad 1: Se organizó al grupo en 6 equipos de 6 y 5 integrantes, enumerando a los niños del 1 al 6 (tomando en cuenta que en cada equipo se encontrara un tutor), a los cuales se les pidió que elaboraran un problema donde utilizaron la división con casita, el tutor verificó que hayan realizado bien el problema.

Actividad 2: Al concluir la elaboración del problema se enumeraron los alumnos del 1 al 6, después se les pidió que se reunieran los niños con el mismo número (los unos con los unos, los dos con los dos y así sucesivamente, tomando en cuenta que en cada equipo quedara un tutor).

Posteriormente en su cuaderno cada integrante del equipo tenía que anotar todos los problemas y resolverlos, con la ayuda del tutor.

SESIÓN 15

Tema: Planteamiento y resolución de problemas de división con números hasta de tres cifras.
Objetivo: Que los alumnos resuelvan diversos problemas de división con números hasta de tres cifras.
Técnica: Torneo de Juegos por Equipo.
Participantes: 34
Material: Cuestionario con diversos problemas de división, fichas de colores y el dibujo de una pista de carreras.
Tiempo: 90 minutos.

Procedimiento:

Se formaron 6 equipos de 5 y 6 integrantes cada uno (con un tutor informado), a dichos equipos se les asignó un color que los diferenciaba entre cada equipo, a cada uno se le estableció un turno para poder contestar un problema, el cuál fue revisado previamente por el tutor para saber si estaba resuelto correctamente. En el pizarrón se colocó el dibujo de una pista que indicaba los kilómetros que avanzaban según fueran sus respuestas (cuando eran correctas), para ello se coloco la ficha del color del equipo que contesto bien, cuando el equipo no contestaba correctamente después de determinado tiempo (dos minutos), se le daba la oportunidad al siguiente equipo que levantó la mano.

El equipo que llego a la meta ganó un premio.

Cuestionario en equipo

Fecha: ____________________ No. De Equipo: _____________
Integrantes: ________________

Instrucciones: Contesta correctamente los siguientes problemas.

1.-Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango. Se van a plantar la misma cantidad de arbolitos en 5 terrenos iguales. ¿Cuántos arbolitos se plantaron en cada terreno?

a) 3 arbolitos b) 24 arbolitos c) 120 arbolitos

2. -Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería. Cada tubo mide 6 metros de largo. ¿Cuántos tubos se necesitan?

a) 42 tubos b) 45 tubos c) 44 tubos

3.- Caperucita roja fue al bosque a recoger capulines reunió 346 capulines, pero en el camino se encontró 5 tejones hambrientos y les repartió sus capulines para que no la mordieran.

¿Cuántos capulines le tocaron a cada tejón si a todos les tocó la misma cantidad?
R=___________________________________

4.- Los tres cochinitos sólo tienen 874 tortillas duras para comer durante 7 días ¿Cuántas tortillas pueden comer cada día?
R=___________________________________

5.- Los cuarenta ladrones del cuanto Ali Baba encontraron 725 monedas de oro, las van a esconder en 8 cuevas distintas, ¿Cuántas monedas deben poner en cada cueva para que en cada una haya la misma cantidad?
R=__________________________________

6. Se van a repartir 235 arbolitos en 5 terrenos ¿Cuántos arbolitos se plantaron en cada terreno?

$9\overline{)800}$ $7\overline{)493}$

$5\overline{)450}$ $3\overline{)300}$

$9\overline{)908}$ $10\overline{)100}$

ANEXO V

"POSTEST"

(Evaluación Final)

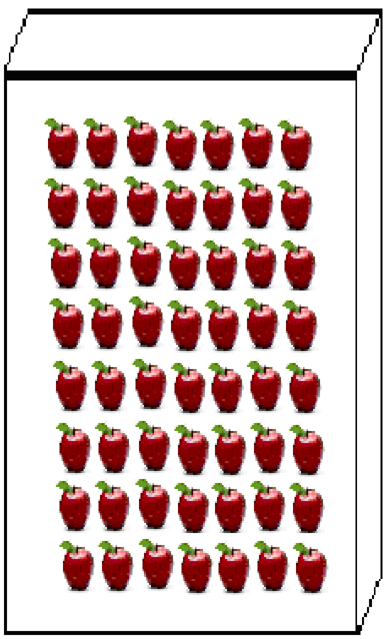
Nombre: ____

Fecha: ___________________ Grado y grupo: ______________

De los siguientes enunciados contesta lo que se te pide.

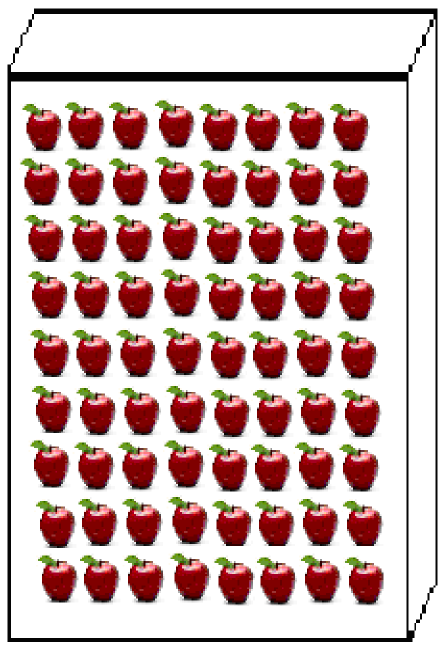
1.- Jorge tiene dos cajas con manzanas, ayúdale a saber cuántas manzanas son en cada caja. Completando las siguientes multiplicaciones y anotando en el cuadro el número que falta.

Caja 1



_____ X _____ = _____

Caja 2



_____ X _____ = _____

2.- José tiene $1,050 pesos para comprar algunos pares de patines, cada par de patines cuesta $175 pesos. Ayúdale a conocer cuántos pares podrá comprar con los $1,050 pesos que tiene completando la siguiente tabla.

PARES DE PATINES	PRECIO
	$350 pesos
TRES	
CINCO	

¿Cuántos pares de patines podrá comprar?

R = ______________

¿Sobro dinero?

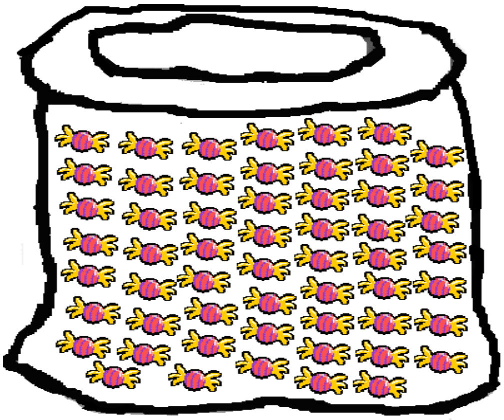
R = ______________

¿Cuánto? R = ______________

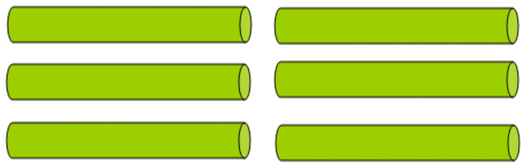
3.- Utilizando el procedimiento que quieras contesta la siguiente pregunta: ¿Cuántas gorras puedes comprar si para ello tienes $462 pesos y cada gorra vale $42 pesos?

4.- La mamá de Giovanni le va a hacer una fiesta de cumpleaños, para ello compró una bolsa de 56 dulces y va a llenar ocho dulceros, pero no sabe como repartir los dulces de manera que todos tengan el mismo número de dulces.

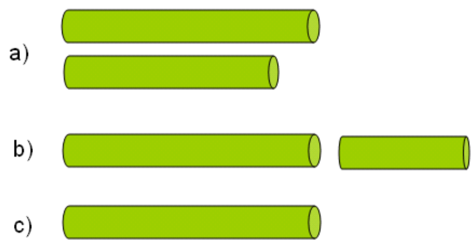
Ayúdale a llenar los dulceros encerrando los dulces de manera que cada uno tenga la misma cantidad.



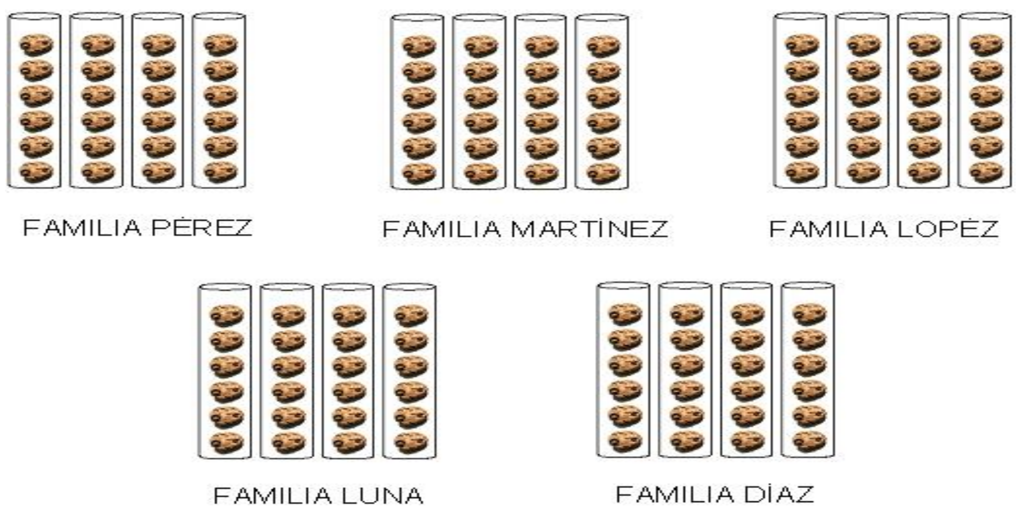
5.- A cuatro niños les dieron los siguientes caramelos divídelos de modo que le toque la misma cantidad a cada uno.



¿Cuál de los siguientes dibujos muestra lo que le tocará a cada niño? Subraya la respuesta correcta



6.- En la tienda “La Chonita”, se vendieron los siguientes paquetes de galletas a varias familias.



¿Cuántos paquetes se vendieron en total? _________

¿Entre cuántas familias?_______

¿Cuántos paquetes le tocaron a cada familia? _________

¿Cuántas galletas le tocaron a cada familia?_________

¿Cuántas galletas se vendieron en total? ____________

7.- ¿En cuál de los siguientes repartos el residuo es cero? Subraya la respuesta correcta.

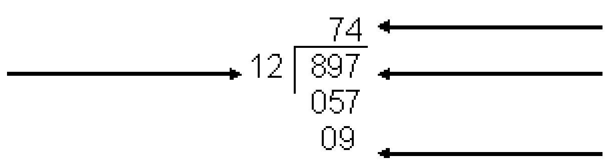
a) 39÷7 b) 42÷6 c) 1÷20=20

Anota la operación que hiciste para llegar al resultado.

8.- Subraya la respuesta correcta. ¿Para ti qué es dividir?:

a) Saber cuánto es al juntar dos números
b) Saber cuánto es cuándo se le quita un número a otro
c) Saber cuántas veces cabe un número en otro

9.- Escribe los nombres de cada componente del algoritmo de la división.



10.- El señor Raúl les repartió a sus hijos $126 pesos. Si a cada uno le dio $18 pesos, ¿cuántos hijos tiene el señor Raúl?

R = ____________

11.- Realiza las siguientes divisiones.

$9\overline{)900}$ $8\overline{)805}$

ANEXO VI

"TABLA DE REACTIVOS DEL PRETEST"

GRUPO EXPERIMENTAL

TABLA DE REACTIVOS DEL PRETEST (grupo experimental)

No	NOMBRE DEL ALUMNO	R E A C T I V O S										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
1	DIEGO	1	1.5	1	0.5		1		0.25	0.25	1	
2	GARY	1	1.5	1	1	0.5			0.25	0.25	1	
3	LEOBARDO			1	1	0.5	0.5		0.25		1	
4	PAOLA	1	0.75	1	1	0.5	1				1	
5	ANLLY	1	1.5		0.5	0.5			0.25	0.25	1	
6	KEVIN	0.5	0.75		0.5	0.5	1		0.25		1	
7	JENIFER	1		1	1	0.5	1		0.25		1	
8	ERIKA	0.5		1	0.5						1	
9	EMMANUEL RICARDO	1		1	1	0.5		1	0.25	0.25	1	
10	MARTHA			1	0.5							
11	ESGAR	1	0.75	1	0.5	0.5	1		0.25		1	
12	DIANA		0.75		1	0.5			0.25			
13	MARBETH	0.5	0.75	1	1	0.5	1		0.25		1	
14	BRAYAN	1		1		0.5	0.5	0.5	0.25			
15	OMAR		0.75	1	1	0.5	1		0.25			
16	JULIO			1	1	0.5		0.5				
17	JORGE					0.5			0.25			
18	LUIS	1	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25		1	1.5
19	ROSALINDA	0.5		1	1	0.5	1	0.5	0.25	0.25	1	
20	JOVANI	0.5			1	0.5			0.25		1	0.75
21	MARISOL	0.5							0.25			
22	BRANDON								0.25			
23	JOSUE			0.5	0.5	0.5			0.25			
24	MELVIN	1			1			0.5	0.25			
25	RICARDO			0.5	1	0.5	1	0.5	0.25			
26	ALICIA				1		0.5		0.25			
27	KARLA	0.5			1	0.5	1		0.25	0.25		0.75
28	EDITH		0.75	0.5	1	0.5	1					
29	MIGUEL	1			0.5							
30	EMMANUEL	0.5		0.5	1			0.5				
31	CESAR		0.75	0.5	1	0.5			0.25			
32	SUSANA				0.5	0.5		0.5				
33	GERARDO	1			0.5	0.5	1					
34	SOFIA	1		1	0.5	0.5	1	1	0.25	0.25	1	1.5
35	IGNACIO	1			1	0.5						
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON		**22**	**12**	**21**	**31**	**26**	**17**	**10**	**25**	**7**	**15**	**4**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON BIEN		**14**	**4**	**16**	**20**	**26**	**14**	**3**	**25**	**7**	**15**	**2**
TOTAL DE NIÑOS CONTESTARON MAL		**8**	**8**	**5**	**11**		**3**	**7**				**2**
TOTAL DE NIÑOS QUE NO CONTESTARON		**13**	**23**	**14**	**4**	**9**	**18**	**25**	**10**	**28**	**20**	**31**

ANEXO VII

"TABLA DE REACTIVOS DEL POSTEST"

GRUPO EXPERIMENTAL

TABLA DE REACTIVOS DEL POSTEST (grupo experimental)

No	NOMBRE DEL ALUMNO	R E A C T I V O S										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	DIEGO	1	1.5	1	1		1	1	0.25	0.25	1	1.5
2	GARY	1			1	0.5	1			0.25	1	1.5
3	LEOBARDO					0.5	1	0.5	0.25	0.25		
4	PAOLA	1	1.5		1	0.5	1		0.25	0.25	1	1.5
5	ANLLY	1		0.5	1	0.5	1					0.75
6	KEVIN				1	0.5	0.5		0.25	0.25		
7	JENIFER	1	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25	0.25	1	1.5
8	ERIKA	0.5			1	0.5				0.25		0.75
9	EMMANUEL RICARDO	0.5	1.5	0.5			1		0.25	0.25		0.75
10	MARTHA						0.5					
11	ESGAR	1	0.75	1	1	0.5	1		0.25	0.25	1	1.5
12	DIANA	1			1		0.5		0.25	0.25		
13	MARBETH	1	0.75		1		1	1	0.25	0.25	1	0.75
14	BRAYAN						1		0.25		0.5	0.75
15	OMAR	0.5			1	0.5	0.5		0.25			0.75
16	JULIO	1	0.75		1	0.5	1		0.25	0.25		0.75
17	JORGE							0.5				1.5
18	LUIS	1	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25	0.25	1	1.5
19	ROSALINDA	0.5	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25	0.25	1	1.5
20	JOVANI	1	0.75	1	1	0.5	1		0.25	0.25		
21	MARISOL	1				0.5				0.25		
22	BRANDON					0.5	1		0.25			
23	JOSUE				1	0.5	0.5	1	0.25			0.75
24	MELVIN	1			1		1	1	0.25	0.25	1	0.75
25	RICARDO	1	0.75		1	0.5	0.5		0.25			
26	ALICIA	0.5										
27	KARLA	1			1	0.5	0.5	1	0.25	0.25		1.5
28	EDITH	0.5	1.5				0.5	1	0.25	0.25		
29	MIGUEL	1	0.75		1	0.25	1		0.25	0.25	1	1.5
30	EMMANUEL	1			1			1		0.25		
31	CESAR	1				0.5	0.5		0.25	0.25		0.75
32	SUSANA					0.5		0.5				
33	GERARDO	0.5				0.5	0.5		0.25	0.25		1.5
34	SOFIA	1	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25	0.25	1	1.5
35	IGNACIO					0.5	1		0.25	0.25		0.75
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON		**26**	**14**	**9**	**22**	**24**	**29**	**14**	**26**	**25**	**12**	**23**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON BIEN		**19**	**8**	**7**	**22**	**23**	**19**	**11**	**26**	**25**	**11**	**12**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON MAL		**7**	**6**	**2**		**1**	**10**	**3**			**1**	**11**
TOTAL DE NIÑOS QUE NO CONTESTARON		**9**	**21**	**26**	**13**	**11**	**6**	**21**	**9**	**10**	**23**	**12**

ANEXO VIII

"TABLA DE REACTIVOS DEL PRETEST"

GRUPO CONTROL

TABLA DE REACTIVOS DEL PRETEST (grupo control)

No	NOMBRE DEL ALUMNO	R E A C T I V O S										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
1	MAYTE	1	0.75	0.5	1	0.5	1			0.25	1	0.75
2	ALFONSO				0.5	0.5						
3	BIANCA	1		1	1	0.5	0.5	1	0.25	0.25	1	0.75
4	XIMENA	0.5			1	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25		
5	JORGE	0.5				0.5	1	0.5	0.25	0.25	1	
6	URIEL	0.5	1.5	1	0.5	0.5	1		0.25		1	0.75
7	VICTORIA	1	1.5	1	1	0.5		1		0.25	1	0.75
8	EMELY	1	0.75	1	1			1			1	
9	JENIFER	0.5			1	0.5			0.25			
10	LIZETH	1			1			0.5				
11	KENYA	1			1	0.5			0.25		1	
12	JOCABED			1	1			1		0.25		
13	FERNANDA	0.5			1	0.5	1	0.5				
14	LESLI	1			1	0.5	1					
15	JOSE	1			1		1		0.25	0.25		0.75
16	MICHELLE	0.5	0.75		0.5	0.5	1		0.25	0.25	1	0.75
17	PAOLA	1	0.75	1	1	0.5	1		0.25	0.25	1	0.75
18	JAZMIN	1			1	0.5	1	0.5	0.25		1	
19	ITZEL	1				0.5	0.5	1	0.25			0.75
20	MARIA	1	0.75			0.5	0.5				1	
21	EDUARDO	0.5	0.75	1	0.5	0.5	1	0.5			1	0.75
22	CESAR	1		1	1	0.5		1	0.25	0.25	1	1.5
23	FERNADO	1	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25		1	0.75
24	MIGUEL	0.5						1				
25	CARLOS	1	1.5	1	1		1		0.25	0.25	1	
26	JENIFER	1	0.75	1	1			0.5			1	0.75
27	ANGEL	1		0.5	1				0.25	0.25		
28	DULCE	1			1	0.5			0.25		1	0.75
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON		**26**	**11**	**13**	**24**	**20**	**16**	**15**	**16**	**12**	**17**	**13**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON BIEN		**18**	**4**	**11**	**20**	**20**	**12**	**8**	**16**	**12**	**17**	**1**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON MAL		**8**	**7**	**2**	**4**	**8**	**4**	**7**				**12**
TOTAL DE NIÑOS QUE NO CONTESTARON		**2**	**17**	**15**	**4**		**12**	**13**	**12**	**16**	**11**	**15**

ANEXO IX

"TABLA DE REACTIVOS DE LA POSTEST"

GRUPO CONTROL

TABLA DE REACTIVOS DEL POSTEST (grupo control)

No	NOMBRE DEL ALUMNO	R E A C T I V O S										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	MAYTE	1	0.75			0.5	0.5			0.25		
2	ALFONSO		0.75			0.5	0.5		0.25			
3	BIANCA	1				0.5	1		0.25			1.5
4	XIMENA	1				0.5	0.5		0.25	0.25		
5	JORGE						1		0.25	0.25		
6	URIEL	1	0.75	1	1	0.5	1		0.25		1	
7	VICTORIA	1	1.5			0.5	1		0.25	0.25	1	0.75
8	EMELY	1	0.75			0.5	1		0.25			
9	JENIFER	1	0.75			0.5	1		0.25			
10	LIZETH					0.5	1	0.5				
11	KENYA	1				0.5	1		0.25		1	0.75
12	JOCABED					0.5	1	0.5				
13	FERNANDA					0.5	1		0.25	0.25		
14	LESLI	1					1		0.25			
15	JOSE	1			1	0.5	0.5		0.25	0.25		0.75
16	MICHELLE	0.5	1.5			0.5	1		0.25			
17	PAOLA	1	0.75	0.5	1	0.5	1	0.5	0.25	0.25	1	
18	JAZMIN			1		0.5	1					
19	ITZEL	1		1		0.5	1		0.25			0.75
20	MARIA	1	1.5		1	0.5	1		0.25		1	0.75
21	EDUARDO	0.5					0.5		0.25	0.25		0.75
22	CESAR	0.5	1.5	1	1	0.5	1			0.25		1.5
23	FERNADO	0.5	1.5	1	1	0.5	1	1	0.25	0.25		
24	MIGUEL	1			1		0.5			0.25		
25	CARLOS	1					1		0.25	0.25	1	0.75
26	JENIFER	1	0.75	0.5		0.5	0.5			0.25	0.5	0.75
27	ANGEL	1	0.75		1		1		0.25	0.25		
28	DULCE	1			1	0.5	0.5	0.5				0.75
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON		**22**	**13**	**7**	**9**	**22**	**28**	**5**	**20**	**14**	**7**	**11**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON BIEN		**18**	**5**	**5**	**9**	**22**	**20**	**1**	**20**	**14**	**6**	**2**
TOTAL DE NIÑOS QUE CONTESTARON MAL		**4**	**8**	**2**			**8**	**4**			**1**	**9**
TOTAL DE NIÑOS QUE NO CONTESTARON		**6**	**15**	**21**	**19**	**6**		**23**	**8**	**14**	**21**	**17**