



**Universidad Pedagógica Nacional**

---

SECRETARÍA ACADÉMICA  
COORDINACIÓN DE POSGRADO  
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

**La magnitud continua en el niño al comenzar la  
primaria**

TESIS QUE PRESENTA PARA OBTENER EL GRADO EN  
**Maestra en Desarrollo Educativo**

**Michell Hernández Fernández**

DIRECTOR DE TESIS  
DR. JOSÉ LUIS CORTINA MORFÍN

México, D. F.

Diciembre, 2010

Introducción.....	1
Capítulo 1. Aprender a medir .....	4
1.1. Importancia de comprender el concepto de medición de la longitud. ....	4
1.2. ¿Cómo desarrolla el niño el concepto de medición?	
Posturas teóricas.....	5
1.3. Medida de longitudes .....	10
1.4. Comprender la medición de la longitud. ....	11
1.5. Importancia de seguir una “Trayectoria del aprendizaje” .....	13
Capítulo 2. La medición en el primer grado de primaria en México .....	15
2.1. Trayectoria de aprendizaje del concepto de medición de acuerdo a la SEP .....	15
2.2. La medición en el preescolar .....	15
2.3. La medición en la educación primaria .....	16
2.4. Programa de estudios de educación primaria 2009 .....	19
2.5. Primera evaluación del INEE sobre el campo formativo de pensamiento matemático. ....	23
Capítulo 3. Metodología .....	27
3.1. Población.....	28
3.2. Metodología: Entrevista Clínica .....	28
3.3. Instrumento de evaluación.....	30
3.4. Sobre el instrumento de número .....	32
3.5. Instrumento de número.....	34
Capítulo IV. Resultados y análisis.....	37
4.1. Grupo de niños no conservadores.....	38
4.2. En transición a ser conservadores .....	43
4.3. Conservadores .....	51
4.4. Transitividad .....	65
4.5. Resultados del instrumento de número .....	68
Capítulo V. Conclusiones.....	70
Referencias bibliográficas .....	75

## Introducción

El presente trabajo refleja parte de los conocimientos y habilidades que desarrollé, en mis estudios de Maestría en Desarrollo Educativo en la línea de Educación Matemática. Para la elaboración de este trabajo se tomaron en cuenta lecturas, así como reflexiones y comentarios hechos por mis maestros, por mi asesor de tesis y por mis compañeros de clase.

El objetivo fundamental del trabajo es tratar de mostrar un panorama acerca de las concepciones sobre la noción de medición que tienen algunos niños que cursan el primer grado de primaria de una escuela pública de México D.F. El trabajo no se basa en una muestra representativa, por lo que no es posible generalizar las conclusiones a una población. Sin embargo, es razonable esperar que los resultados obtenidos no sean atípicos en el sistema educativo mexicano.

Debido a que en los primeros años de escolaridad el concepto de medición se aborda a través de la magnitud longitud nos interesaba explorar qué era lo que los niños saben sobre la cuantificación de la longitud cuando ingresan a la educación primaria. Es través del desarrollo del concepto de medición de longitud que los niños se adentran en la comprensión de conceptos mayormente complejos, logrando así, sentar las bases para la comprensión de otros contenidos matemáticos que han de desarrollar durante la educación primaria, como lo son: las fracciones, la recta numérica, los decimales, etc.

En el primer capítulo de esta tesis se abordan las principales posturas teóricas que explican cómo el niño llega a comprender el concepto de medición y apropiarse de él. La principal teoría que se revisa, y que es parte fundamental de este trabajo, es la que propone Jean Piaget. Él considera que es imprescindible para poder comprender el concepto de medición el haber logrado la comprensión de la noción de conservación de la longitud. Piaget menciona que el proceso de desarrollo de la noción de medición de la longitud es gradual. Se va cimentando en el pensamiento del niño por niveles que han de irse complejizando. Sólo cuando logren una entera comprensión del nivel anterior se pasará al siguiente. Bajo esta concepción, el desarrollo tanto de la conservación de la longitud y de la medición son fundamentales para poder realizar actividades tan cotidianas como hacer estimaciones acerca de la distancia o altura de objetos (qué tan lejos está

algo, qué tan alto es o a qué distancia se encuentra). En la escuela dichas nociones también son importantes, ya que es a través del desarrollo de éstas que los niños se inician en la cuantificación de las magnitudes continuas.

En el Capítulo 2 de esta tesis se expone la agenda pedagógica de la Secretaría de Educación Pública sobre el tema de medición, a través de sus planes y programas de estudio de matemáticas de educación preescolar y primaria. Se pretende que el lector conozca cuáles son los conocimientos, habilidades y competencias matemáticas que se espera que los niños aprendan y desarrollen sobre medición en el año escolar que se encuentran cursando.

Debido a que este trabajo se realizó con niños que acababan de ingresar al primer grado de primaria, consideramos que era importante conocer cuál era el bagaje matemático que se supone tendrían al ingresar a este nivel educativo. Por esta razón es que se revisa el Programa de Educación Preescolar (PEP 2004) acerca de lo que los niños que cursan éste nivel deben saber sobre medición así como los resultados que arroja una evaluación del INEE sobre este aspecto del razonamiento matemático. Después se habla del programa de matemáticas de primer año de primaria de 1993 y por último el del de 2009.

En el tercer capítulo se describe la población en la cual se realizó este estudio. También se describen los instrumentos a través de los cuáles se recogió la información requerida, se explica cómo fue el diseño y la construcción de éstos. Uno de los instrumentos se enfocó en explorar la etapa de desarrollo de la conservación de la longitud en la que se encontraban los niños entrevistados, y el otro estuvo enfocado en evaluar la etapa de desarrollo del concepto de número en la que se encontraban según la clasificación propuesta por Wright et al. (2006). Ambos instrumentos constan de una serie de situaciones que se les plantean a los niños y que deben resolver.

En el Capítulo 4 de la tesis, se presentan la información que se obtuvo de la aplicación de los instrumentos. El reporte que se presenta enfatiza los resultados que se obtuvieron con las entrevistas durante la aplicación del instrumento de medición, debido a que consideramos que esta información es fundamental para responder al planteamiento del objetivo de este trabajo: conocer en que nivel del

desarrollo de la conservación de la longitud se encuentran los niños entrevistados cuando ingresan a la educación primaria.

Respecto al instrumento de número, es importante comentar que se hace un pequeño resumen de la información que se obtuvo con su aplicación. Sin embargo, se considera que ésta solo es complementaria para tener una mejor comprensión de los elementos matemáticos de medición con los que contaban los niños en el momento en que se realizó la entrevista. Consideramos que es importante retomar esta información porque al llegar a la cuantificación de la longitud, los niños deben echar mano también del aspecto de número.

En el último capítulo se presentan las conclusiones obtenidas mediante las entrevistas que se realizaron y se contrastan con una evaluación hecha por el INEE en 2008, que plantea que los niños al egresar de la educación preescolar tienen más elementos matemáticos sobre el aspecto de medición que sobre el aspecto de número. En este trabajo se encuentra lo contrario. Consideramos que es importante puntualizar el estudio del INEE debido a que los programas de educación básica en México tienen la intención de encadenar sus contenidos de estudio y, por esta razón, al inicio de la educación primaria encontramos una agenda pedagógica que está planteada desde lo que se supone los niños ya aprendieron en el nivel preescolar. Para el caso de medición, encontramos que, en el programa de matemáticas de primer grado de primaria, las actividades parten del hecho de que los niños han desarrollado por completo la noción de conservación de la longitud y se encuentran en una etapa de pensamiento transitivo. En consecuencia, las actividades están enfocadas a trabajar con unidades no convencionales de medición.

Bajo este panorama, se considera importante cuestionarnos sobre cómo se puede apoyar a los niños que cuando ingresan a la educación primaria no tienen los conocimientos y habilidades que se supone debieron haber desarrollado durante el preescolar. Aunque en esta tesis no se da respuesta puntual a esta inquietud, se considera que es importante que a este tipo de niños se les apoye de alguna manera para que puedan iniciar su educación primaria a la par de las actividades que se plantean en el programa de matemáticas.

# Capítulo 1. Aprender a medir

## *1.1. Importancia de comprender el concepto de medición de la longitud.*

Estudiar el cómo un niño logra comprender y hacer uso del concepto de medición ha sido una temática muy importante para el campo de la educación matemática y se ha abordado desde distintas perspectivas. Las primeras investigaciones (Piaget, Szemisnka; 1981), (Piaget, Inhelder, Szemisnka, 1981), (Chamorro, 1988), (Piaget, 2002) que se realizaron sobre medición, estuvieron orientadas a conocer cómo es que el niño logra comprender este concepto y se caracterizaron por estar centradas en estudiar los aspectos psicológicos del pensamiento del niño. Otros teóricos (Whitenack, 2002), (Freudenthal, 1981), (Cobb y Stephan, 2003), (Stephan y Gravermeijer; 2003), dirigieron sus investigaciones hacia los docentes y todos aquellos que están inmersos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Otros más (Carpenter, 1975), (Cobb y Stephan, 2003), (Kammiy Rummelsburg; 2008) se han centrado en estudiar el tipo de materiales y contenidos que les serían más adecuados a los niños para aprender temas de medición. Por último, en investigaciones más recientes sobre medición podemos encontrar que se han incluido como factores de aprendizaje a todos aquellos elementos sociales, económicos y culturales que podrían determinar las condiciones de aprendizaje de los niños.

Todas estas investigaciones han contribuido a comprender y descubrir elementos sobre cómo piensan, entienden y aprenden el concepto de medición. Este concepto es fundamental no sólo en términos de los conocimientos y habilidades escolares que el niño ha de desarrollar en la escuela, sino también como parte de lo necesario para desenvolverse en situaciones de la vida cotidiana.

Día a día vivimos experiencias que nos llevan a hacer uso de conocimientos que pueden ser considerados en un contexto como contenidos escolares. Sin embargo, en la cotidianidad, son parte de las habilidades y capacidades cognitivas con las que contamos para comprender, resolver y desenvolvemos adecuadamente en algunas situaciones. Por ejemplo, si un niño quiere comprar dulces a granel necesita tener algunas nociones de medición para poder

comprarlos; también es necesario que comprenda el valor monetario; que esté familiarizado con algunos términos matemáticos que se utilizan en distintas actividades (“medio”, “mitad”, “entero”, “el más alto”, “el más largo”, “el más pequeño”, “el que pesa más”, “el más grande”, “el más ligero”, etc.). Todas estas nociones forman parte de un mundo matemático en el que niño está inmerso; conforme lo vaya desarrollando podrá acceder a comprender y enfrentar diversas situaciones que impliquen una mayor complejidad.

El objetivo principal de este trabajo es precisamente acercarnos a conocer qué es lo que los niños que acaban de ingresar a la educación primaria saben acerca de la medición de longitudes. Es a través de este diagnóstico que se pretende conocer cuáles son los recursos conceptuales y procedimentales con los que cuentan los niños al inicio de su educación primaria y así poder tener una idea más clara acerca de desde dónde es necesario apoyarlos en es su proceso de aprendizaje.

## *1.2. ¿Cómo desarrolla el niño el concepto de medición?*

### *Posturas teóricas*

En este apartado se exponen las principales posturas teóricas respecto al aprendizaje de la medición y, en particular, al desarrollo de este concepto. Comenzaremos con la teoría que desarrolló Jean Piaget debido a que consideramos que es la que sienta las bases en cuanto al análisis del concepto de medición. Es importante mencionar que bajo esta teoría se fundamentan nuestros instrumentos de evaluación.

Según Chamorro (1988), las primeras investigaciones realizadas por Piaget estudian la medición como una noción que gradualmente se desarrolla en la mente del niño, la cual se va enriqueciendo y afianzando conforme el niño va aprendiendo (o haciendo suyos) elementos matemáticos y elementos que toma de su quehacer cotidiano, que le ayudan a tener una comprensión más amplia del dicho concepto. Bajo esta visión es importante considerar la edad cronológica del niño debido a que esta se liga al progreso del desarrollo de dicha noción.

Para Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) “la medición es tomar una parte de una totalidad, utilizarla como unidad y, transponerla en la totalidad” (p. 3). Para estos autores la medición como tal se concentra en que el niño logre dos

concepciones: una referente a la subdivisión de una longitud y la otra referente a los cambios de posición a la que esta magnitud es susceptible.

Justamente lograr la comprensión de los cambios de posición será la más difícil para el niño, ya que implica superar dos momentos críticos en el desarrollo de la comprensión del concepto de medición para finalmente llegar a su comprensión. El primer momento implica comprender que “el concepto de medición va más allá de la capacidad de extraer a un objeto de su totalidad, o de la capacidad de transponerlo; la medición implica la representación de estos cambios de posición, y la capacidad de reconstruir una secuencia de acción que correctamente llega más tarde” (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1981, p. 4). El segundo hace referencia a que “la capacidad de imaginarse estos movimientos no es suficiente, el sujeto debe vincular estos movimientos a un punto de referencia; un sistema de referencia debe estar implícito en la representación de cualquier secuencia de movimientos” (p. 4). De acuerdo con estos autores, cuando el niño logra comprender estos fenómenos es cuando se encuentra en un punto de desarrollo denominado conservación.

La conservación es un elemento clave para comprender cualquier concepto, para Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) “la conservación es una condición formal de toda experiencia y razonamiento... constituye una condición necesaria a toda actividad racional” (p. 17). Por ejemplo, “un conjunto o una colección solo son concebibles si el valor total permanece invariable, cuales quiera que sean los cambios introducidos... Del mismo modo un número es inteligible sólo en la medida que permanece idéntico a sí mismo, cualquiera sea la disposición de las unidades de que está compuesto... Así mismo, una cantidad continua como la longitud o el volumen solo es utilizable para el trabajo del espíritu en la medida que constituye un todo permanente, independientemente de las combinaciones posibles efectuadas en la disposición de las partes” (Piaget y Szeminska, 1996, p. 17 - 18). Para el presente trabajo es particularmente importante saber si los niños que entrevistamos han llegado a una etapa en su desarrollo del concepto de medición en el cual conservan la longitud, ya que es a partir de este momento cuando pueden explicarse los fenómenos que subyacen a la medición.

Es importante destacar que este autor contemplaba al aprendizaje como “el paso de un estado menor a uno mayor de conocimiento” (en Moreno y Waldegg; 2004; pp. 30). Por lo que sus investigaciones estuvieron dedicadas a seguir el trascurso de esta *ampliación* en el conocimiento del niño. Las conclusiones a las que llegó han sentado las bases en cuanto al desarrollo cognitivo de la medición en el niño, por lo que a continuación se trata de explicar brevemente cómo sucede dicha trayectoria. Piaget clasifica el estudio del desarrollo de la conservación de la longitud en el niño en las siguientes etapas que en adelante se detallan: No - conservación, conservación de la longitud, transitividad y cuantificación de la medición (en Chamorro; 1988).

*Etapas de no conservación.* Por lo regular es anterior a los seis años de edad. Se caracteriza porque “los niños se basan estrictamente en la percepción visual de los objetos para establecer juicios sobre la longitud” (Stephan, p. 20, 2003). Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) denominaron a este fenómeno como “medición espontánea” (p. 28). Ellos mencionaron que tiene su origen en “el hecho de que los niños aún no son capaces de representarse los cambios de posición a los que se encuentra sujeto una longitud, por tanto, la construcción de la medición procede principalmente de comparaciones perceptuales” (p. 28). Por esta razón es que en esta etapa las conjeturas que se hacen los niños sobre la longitud de un objeto suelen variar.

Siguiendo a la teoría del desarrollo de la conservación de la longitud propuesta por Piaget, para avanzar a la siguiente etapa, la de conservación, los niños deben superar “una serie de desafíos en su desarrollo psicológico que les ayudarán a consolidar su comprensión de la longitud” (Chamorro, p.25,1988). Estos desafíos se dividen en las siguientes etapas

- 1° etapa – “Los intervalos de distancia que determinan la interposición de un tercer objeto, no pueden ser reunidos en uno solo. Esto sucede porque el sujeto suele enfocarse solamente en una de las partes que se le muestran, sin tomar en cuenta los extremos iniciales, y por tanto, lógicamente, cree que la distancia ha disminuido” (p. 26). Cuando se trata de alturas lo que sucede es “que el niño no relaciona el objeto

inferior con el superior y en adelante juzga las distancias en relación al mismo” (p. 26).

- 2° etapa – “El niño ya logra establecer de forma total los objetos extremos, cualesquiera que sean los objetos interpuestos, pero sigue tendiendo a disminuir la distancia No puede olvidar que hay un espacio ocupado por ese objeto interpuesto” (p. 26). En este mismo periodo se observan reacciones intermedias, como las siguientes: “unas no son conservadoras, aunque la distancia se considere simétrica independientemente de la colocación de los objetos; otras niegan ese carácter simétrico pero reconocen la conservación independientemente de los elementos interpuestos” (p.26).
- 3° etapa- El niño ya conserva la longitud, y también “es capaz de considerar a la distancia como simétrica” (Chamorro, p.26, 1988).

Chamorro (1988) analizó el desarrollo de esta etapa bajo dos supuestos distintos: conservación después de movimientos y conservación al cambiar la forma. Para esta autora era importante estudiar “¿qué ocurre al desplazar los objetos? ¿permanecen inalterables sus dimensiones?” (Chamorro, p. 27, 1988), por lo que en adelante se exponen las conclusiones a las que llega:

Los niños atraviesan tres estadios conforme a la maduración que tienen sobre la conservación de la longitud, en cada uno de estos ellos los niños van a ir logrando afianzar elementos que les ayudarán a seguir avanzando en el desarrollo de la conservación de la longitud.

Durante el primer estadio “la longitud de una línea (recta, curva, poligonal, etc.) no se evalúa según su forma sino solamente teniendo en cuenta sus extremos” (p.28). Durante esta fase el niño puede dar signos de conservación pero se alteran cuando los objetos se mueven o se desplazan. En el segundo estadio, el niño sigue existiendo la ausencia de la conservación. Es característico de esta fase que suceda lo siguiente: “si se les muestran al niño dos varillas, y a continuación se desplaza ligeramente una respecto a la otra (figura 1). Mantiene

---

<sup>1</sup> *Figura 1.* Tomada de la página 28 del cap.2 “Génesis de la magnitud longitud en el niño” Chamorro (1988).

en principio (antes del desplazamiento) que son iguales, pero no opina lo mismo al desplazar una de ellas, ya que fundamentalmente se fija en los puntos extremos sin mirar hacia los puntos de partida” (p. 28).



Figura 1.

Chamorro nos dice que durante esta fase se producen una serie de reacciones intermedias que son comunes en los niños y que conviene destacar como fundamentales para la comprensión de la noción de la longitud. Estas son:

1. “La mayoría de los niños siguen con los ojos el desplazamiento realizado y fijan su atención en puntos terminales” (Chamorro, p.28, 1988). Dado a que los niños centran su atención en los extremos de las varillas, cuando uno de ellos ya no se encuentra al nivel del otro estiman que la longitud de las varillas ha variado.
2. “Algunos niños sólo se fijan en un extremo, y de acuerdo a este predicen cuál de las varillas será más grande o más pequeña, según el extremo en el que hayan fijado su atención” (p. 28).
3. “Otros niños piensan que todo movimiento de las varillas lleva aparejado un alargamiento, por esta razón opinan que la longitud ha aumentado sin tener necesidad de mirar a ningún otro de sus extremos” (p. 28).
4. “En casos poco frecuentes, los niños se fijan solamente en el extremo posterior; juzgan que es más corta la línea a la que le falta un segmento, sin ocuparse de si gana por el otro extremo” (p. 28).

Esta autora concluye que una explicación a estos hechos es que “en edades tempranas los niños se caracterizan por tener una visión exclusivamente topológica de las formas” (Chamorro, p. 29, 1988). Cuando los niños han logrado avanzar en su desarrollo hasta este punto son capaces de comprender que la longitud permanece constante, sin cambios.

Cuando el niño logra comprender los efectos de la subdivisión y el desplazamiento en objetos o espacios, se dice que entra en la etapa de transitividad. De acuerdo con Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) “estas últimas dos etapas, la de conservación y la de transitividad, son las condiciones esenciales para completar la comprensión de la subdivisión y los cambios de posición según requieran las nociones de unidad y métrica” (p. 123). Es en la etapa de transitividad donde los niños comienzan a hacer uso de objetos no convencionales para medir longitudes. Para Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) “la medición en esta etapa consiste en la iteración de una unidad de medida” (p. 64).

La última etapa del desarrollo del concepto de medición en el niño es la que se denomina operacionalización de la medición (8 a 12 años), se caracteriza porque “el proceso de medición se vuelve objetivo, operacional y coherente” (Piaget, Inhelder y Szeminska, p. 65, 1981), en esta etapa “los niños logran conjuntar la idea del desplazamiento con la subdivisión, comprenden por completo la acumulación de distancia y finalmente cuantifican la medición de la longitud en unidades convencionales” (Stephan, 2003, p. 20). El desarrollo en el pensamiento al que han llegado en esta etapa de la conservación de la longitud permite que los niños comiencen a cuantificar longitudes con unidades convencionales. Para concluir esta parte es importante mencionar que Piaget, Inhelder y Szeminska (1981) nos hacen la observación de el hecho que en cada una de las etapas del desarrollo de la conservación de la longitud “hay una progresiva coordinación de los sistemas de referencia de los cambios de posición” (p. 63), dado a que es un proceso gradual.

### 1.3. Medida de longitudes

De acuerdo a Stephan (2003) en su capítulo sobre estudios de medición, Piaget definió la medición “como una síntesis de un cambio de posición y subdivisión” (citado en Stephan; 2003 [Piaget et. al, 1960]) y también precisó que es necesario reconocer que involucra dos nociones:

- a) “La primera hace referencia a la necesidad de entender el espacio o la longitud de un objeto como algo particionable o que puede ser subdividido” (citado por Stephan; 2003 [Piaget et. al, 1960]; pp.19)

- b) “La segunda noción hace referencia a un cambio de posición, en el cual hay un particionamiento de la unidad de un objeto y la iteración de ésta sin sobreponerla o sin dejar espacios vacíos” (citado por Stephan; 2003 [Piaget et. al, 1960]; pp.19).

De acuerdo con Piaget (citado por Stephan, 2003) para que el niño pueda desarrollar la noción de medición por completo debe ir superando ciertas etapas sucesivas del desarrollo cognitivo que son el resultado de organizaciones internas de la experiencia y de la misma acción del sujeto. A través de estos procesos, el sujeto construye y reconstruye representaciones internas que éste se hace del medio físico inicialmente percibido de forma intuitiva. De acuerdo con esta visión, las estructuras cognoscitivas evolucionan hacia un pensamiento más estable. Los niños entonces “son capaces de incorporar a sus explicaciones un número creciente de situaciones del mundo físico y del entorno cognoscitivo; intentan explicar los mecanismos de adquisición y de utilización de los conocimientos a partir de la génesis de las operaciones lógico matemáticas subyacentes a toda actividad intelectual” (Moreno y Waldegg, 2004, p. 34).

Basándose en las consideraciones que hace Piaget sobre la medición de longitudes Paul Cobb y Michelle Stephan (2003) proponen la teoría de la acumulación de distancia, esta implica pensar en la longitud como en acumulación de distancia y no como algo fraccionado, como partes de algo. Para estos autores, la acumulación de distancia podría facilitar el paso al entendimiento y el aprendizaje de contenidos matemáticos más complejos como la recta numérica, los decimales o las fracciones. Paul Cobb (2003) retoma la importancia de lograr en los niños la comprensión de un concepto matemático por encima de sólo realizar actividades matemáticas, como ya anteriormente había señalado H. Freudenthal (2002). En nuestro siguiente apartado ahondamos sobre como el que los niños comprender el concepto de medición antes de saturarlos de actividades puede favorecerlos en su aprendizaje.

#### 1.4. Comprender la medición de la longitud.

Otros autores que han desarrollado investigaciones sobre el concepto de medición y que han enriquecido mucho lo que se sabe de éste, han señalado otros

elementos claves para su comprensión, aparte del origen y desarrollo del concepto de medición.

Una visión que considero es relevante retomar en este trabajo es la que aporta Hans Freudenthal (2002) en su trabajo “Fenomenología didáctica de las matemáticas”. En éste, el autor nos habla de la importancia que tiene el lograr que “los niños comprendan el concepto de medición antes de que se les enseñe a medir un sin fin de objetos, de igual forma que es importante que se les enseñe el concepto de número en lugar de que se les enseñen todos los números” (Freudenthal; 2002). Para Freudenthal es importante que los niños logren comprender los conceptos que se les intenta enseñar antes de saturarlos de información que tal vez aún no es accesible a su pensamiento. Nos dice que tanto en el aprendizaje matemático como en la didáctica tendrá mucho más impacto lograr en el niño la comprensión de conceptos mentales matemáticos, que sólo ayudarlos o enseñarlos a desarrollar actividades matemáticas. Consideramos que las reflexiones que hace H. Freudenthal sobre el concepto de medición y su enseñanza son de gran valor en la campo de la educación matemática, ya que nos ofrece un panorama en el cual la medición y las actividades que el niño haga sobre este concepto deben tener sentido para él. Para Freudenthal (2002), concebir la medición ya no solo como un concepto que se va a desarrollar tarde que temprano, sino como un concepto que debe de tener sentido para el niño, tiene grandes implicaciones.

Barret también (*en* Stephan, 2003) destaca elementos acerca de la medición que son importantes para este trabajo, de acuerdo con él lo que sucede cuando medimos es que logramos “asociar la longitud de un objeto con un número” (Stephan, 2003, pp. 19). Este primer momento nos adentra a un mundo en el que el medir es expresar un tamaño, a diferencia de la creencia que existe acerca de que la medición de una longitud expresa solo una parte del objeto que se midió.

Siguiendo a Freudenthal y Barret, Cobb y Stephan (2003), consideran que la comprensión del concepto de medición es fundamental en el aprendizaje del niño, aunque también señalan la importancia de tomar en cuenta otros elementos en el estudio de cómo los niños aprenden el concepto de medición.

Para Cobb el apoyar y dar dar seguimiento a los niños en su “trayectoria de aprendizaje del concepto de medición” es fundamental para poder apoyarlos en su proceso de aprendizaje y en el encadenamiento de conceptos matemáticos cada vez más complejos. Esta visión concuerda también con la conjetura de J. L. Cortina (comunicación personal; 16 de febrero de 2009), acerca de que la medición de la longitud introduce al niño hacia el desarrollo del pensamiento multiplicativo y hacia la comprensión del mundo de las cantidades continuas.

#### 1.5. Importancia de seguir una “Trayectoria del aprendizaje”

Dentro del campo de la educación matemática, Simon introduce la noción de una “Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (Hypothetical Learning Trajectory)” (en Stephan, 2003[Simon, p. 15, 1995]), que surge del análisis que hace este autor de su propio rol como profesor, y de su interés por tratar de influir a través de su clase en los argumentos que daban sus alumnos sobre conceptos matemáticos, gracias a los significados que han desarrollado. Las consideraciones que Simon distingue en una trayectoria hipotética del aprendizaje del proceso tradicional de enseñanza son principalmente: “El carácter social de la trayectoria de aprendizaje; el punto de vista en el cual la planificación de clase es un ciclo interactivo; el centrarse en las construcciones de los estudiantes más que en los contenidos matemáticos; la posibilidad de ofrecer a los maestros un crecimiento teórico que describe la forma en que una serie de actividades podrían desarrollarse en un determinado entorno social” (en Stephan, 2003[Simon; 1995]).

Tomando como fundamento la noción de la “Trayectoria Hipotética de aprendizaje”, P. Cobb y M. Stephan realizan investigaciones sobre medición, en las que reformulan e incluyen las consideraciones que hace Simon en las siguientes determinantes de la Trayectoria de aprendizaje de cada niño: 1) Los aspectos sociales de aprendizaje: apoyan la idea que los aspectos sociales y culturales tienen una gran influencia en cómo los individuos construyen el aprendizaje y su entendimiento sobre el mundo; 2) Consideran fundamental para la enseñanza apoyar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje; 3) De acuerdo con ellos se deben tomar en cuenta las herramientas culturales con las que cuenta el niño (Stephan;, p.56, 2003).

La idea de tener un seguimiento de la trayectoria de aprendizaje de cada niño resulta interesante en cuanto a sus implicaciones para el proceso de aprendizaje del niño y las dificultades que enfrenta en el aprendizaje de un contenido (p. ej. el de medición). Consideramos que la propuesta de Simon, con las observaciones que hacen Stephan y Cobb, es importante en nuestra revisión bibliográfica debido a que si recordamos que el objetivo es conocer qué es lo que los niños que ingresan a primaria saben acerca de la medición de la longitudes, nos podrían ayudar a reflexionar sobre algunas consideraciones finales se presentarán en este trabajo, por ejemplo: ¿conceptualmente de dónde se tiene que partir para apoyar a los niños en su proceso de aprendizaje en torno a los contenidos de medición de longitudes?

## **Capítulo 2. La medición en el primer grado de primaria en México**

### *2.1. Trayectoria de aprendizaje de acuerdo a la SEP*

Como se expuso en el Capítulo 1, la noción de la conservación de la longitud es muy importante para que los niños logren tener una mejor comprensión y entendimiento de fenómenos matemáticos que implican magnitudes continuas y la cuantificación de las mismas. De esta forma podrán desarrollar una mejor comprensión de contenidos matemáticos que se encadenan al de medición a lo largo de la educación primaria, como son el de fracciones, decimales, proporción, etc.

En este capítulo se hace una revisión sobre cómo plantea la SEP en sus planes y programas de estudio el contenido de medición a lo largo de la educación básica. Además se exponen, a grandes rasgos, las características que este contenido guarda dentro del currículum matemático en México.

### *2.2. La medición en el preescolar*

De acuerdo al programa de educación preescolar (2004) es primordial que durante esta etapa de escolarización “los niños desarrollen dos habilidades básicas que son fundamentales en el campo formativo del Pensamiento Matemático: la abstracción numérica y el razonamiento numérico. Es a través de estas habilidades que los niños lograrán desenvolverse adecuadamente en situaciones de juego y de resolución de problemas que serán planteadas en clase como situaciones de aprendizaje que rescatan elementos de la vida cotidiana” (SEP; 2004, pp. 71). De esta forma, los niños podrán, poco a poco, ir llevando los conocimientos que aprenden en el preescolar a situaciones que deben resolver en su vida cotidiana, por ejemplo: ir a la tienda o comprarse un dulce.

Durante esta etapa de escolarización el Programa de Educación Preescolar (PEP) propone que “es indispensable trabajar sobre dos aspectos: 1) Número, y 2) Forma, espacio y medida. Producto de esto, los niños deberán de desarrollar las competencias acordes a cada aspecto” (SEP; 2004, pp. 73). Para fines de este trabajo mencionaré solamente las competencias que hacen referencia a la medida, teniendo en cuenta que las otras que no se mencionarán aquí son igual

de importantes para lograr las metas de aprendizaje que propone la educación preescolar. Las competencias en cuanto al aspecto de medida que los niños han de desarrollar durante la educación preescolar, son:

1. “Que sean capaces de construir sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial” (SEP; 2004, pp. 75).
2. “Que puedan utilizar unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo” (SEP; 2004, pp. 75).
3. “Que puedan identificar para qué sirven algunos instrumentos de medición” (SEP; 2004, pp. 75)

El desarrollo de estas competencias matemáticas serán las que sienten las bases de un proceso de aprendizaje que se prolongará, por lo menos, durante la educación básica. En base a estas competencias matemáticas sobre medición, y las que corresponden a otras áreas, es que los niños tendrán los elementos necesarios para continuar en el siguiente nivel educativo. Podemos suponer que la comprensión que los niños tengan sobre la conservación de la longitud y sobre la cuantificación de la misma será fundamental para afrontar los retos que suponen el primer y segundo grado de primaria. En cuanto al desarrollo de la conservación de la longitud, tenemos que en este nivel educativo se presupone que los niños egresan del preescolar habiendo logrado por un pensamiento transitivo, por tanto, las actividades de las que se parten en la educación primaria están enfocadas en ésta etapa.

### *2.3. La medición en la educación primaria*

A raíz de la implementación del *programa para la modernización educativa en México de 1989 – 1994* “los planes y programas de estudio de la educación primaria quedaron organizados con base en contenidos básicos que se han de enseñar en este nivel educativo, y que giran en torno al desarrollo de los conocimientos y habilidades fundamentales para el uso de ellos” (SEP; 1993). En lo que corresponde al programa de matemáticas, estas habilidades y conocimientos fundamentales se organizaron respecto a dos cuestiones: la solución de problemas y experiencias de la vida cotidiana.

Dentro de esta organización también se estableció que “todos los contenidos matemáticos que se proponen variarían en un grado de complejidad y en la profundidad con la que se abordan. Lo que hace que los maestros deban jerarquizar las actividades que llevarán a cabo, dependiendo de las habilidades y competencias matemáticas que los niños vayan desarrollando” (SEP; 1993). De esta misma forma es como están organizadas las lecciones del libro de texto de matemáticas, en un inicio se sugieren las actividades que suponen un nivel de complejidad menor a las que se verán al final del curso.

En cuanto al programa de matemáticas, la SEP contempla desarrollar las siguientes capacidades y habilidades matemáticas durante la educación primaria “La capacidad de utilizar a las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas; La capacidad de anticipar y verificar resultados; La capacidad de comunicar e interpretar información matemática; La habilidad de desarrollar imaginación espacial; La habilidad de estimar resultados de cálculos y mediciones; La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo; Desarrollar el pensamiento abstracto a través de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias” (SEP; 1993).

De acuerdo con el Plan y programas de estudio de Educación Básica Primaria de 1993, el desarrollo de estas habilidades “se encuentra fundamentado en una selección de contenidos que se consideran clave, ya que son los articuladores de todo el proceso de aprendizaje. Esta selección de contenidos está basada en el conocimiento que hasta ahora se tiene del desarrollo cognoscitivo y de los procesos que siguen los niños en la adquisición de conceptos matemáticos específicos” (SEP; 1993). Estos contenidos son:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones
- Medición
- Geometría
- Procesos de cambio
- Tratamiento de la información
- La predicción y el azar

Es importante destacar que dentro de los contenidos fundamentales en la educación primaria encontramos al de medición como un elemento articulador en el currículum de primaria. El conocimiento y por tanto las habilidades y destrezas que se han de desarrollar sobre este contenido son básicas para que gradualmente los niños puedan ir avanzando en la adquisición de conocimientos sobre medición cada vez más complejos.

Para enmarcar mejor este trabajo se expone lo que el programa de matemáticas de primer grado de primaria espera que los niños sepan y comprendan del contenido medición:

1. Longitudes y áreas: “Comparación de longitudes de forma directa y utilizando un intermediario; Comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento, y Medición de longitudes utilizando unidades de medida arbitrarias” (SEP; 1993).
2. Capacidad, peso y tiempo: “Comparación directa de la capacidad de recipientes; Comparación directa del peso de dos objetos; Uso de la balanza para comparar el peso de dos objetos; Medición de la capacidad y el peso de los objetos utilizando unidades de medida arbitrarias; Uso de términos *antes y después; ayer, hoy y mañana; tarde y noche*, asociados a actividades cotidianas” (SEP; 1993).

En cuánto a los contenidos de capacidad, peso y tiempo, la forma en la que se trabajarán los contenidos es a través de secuencias temporales que ayuden a los niños a ubicarse dentro de la convención de medida de tiempo bajo la cual nos regimos; y de igual forma que el contenido de longitud y área, se pretende que los niños lleguen a establecer una medición de capacidad y peso de objetos a través del establecimiento de unidades de medida arbitrarias. Consideramos que es importante mencionar que en el plan y programa de educación primaria de 1993 se puede reconocer a la teoría propuesta por Jean Piaget como parte fundamental de éste, al menos en lo que al contenido de medición respecta. En específico, el contenido de medición de longitudes y áreas están fundamentados en la teoría de desarrollo de la conservación de la longitud expuesta en el capítulo 1.

Los contenidos matemáticos que se proponen en los planes y programas de estudio de la educación preescolar y en los de la educación primaria están

completamente ligados e inclusive llevan una secuencia temática que permitirá que los niños puedan encadenar lo que aprendieron en el preescolar a lo que aprenderán en la primaria. Un ejemplo es lo que el PEP 2004 menciona acerca de la siguiente competencia matemática “*que el niño pueda utilizar unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo*” (PEP; 2004). Esta competencia es fundamental para que los estudiantes puedan comprender y adquirir los conocimientos, habilidades y destrezas que se pretenden alcanzar durante el primer grado de primaria e inclusive el programa de educación primaria inicia sus actividades de medición en este punto, donde los niños han llegado a la conservación de la longitud y están listos para desarrollar actividades que impliquen un pensamiento transitivo.

#### *2.4. Programa de estudios de educación primaria 2009*

El plan de estudios de educación primaria de 1993 fue reformulado en 2009. De acuerdo con el nuevo programa de estudios de matemáticas se busca que los niños y jóvenes desarrollen principalmente:

1. Una forma de pensamiento que les permita interpretar y comunicar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales.
2. Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas.
3. Y una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como entornos diferentes (SEP; 2009).

El cambio que sufrió el plan de estudios de 1993 esencialmente es en cuanto a “la metodología didáctica y en cuanto lo que se sugiere hacer para que los niños aprendan presentándole al docente de una manera más clara los elementos que le pueden servir de apoyo en su trabajo diario” (SEP; 2009). De acuerdo con la SEP, esta modificación a los programas de estudios “pretende llevar a las aulas actividades que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, así como a encontrar diferentes formas de resolver problemas y a formular argumentos que validen los resultados” (SEP; 2009, pp.83).

El plan de estudios 2009 resalta dos ideas importantes dentro de la enseñanza matemática “la primera hace referencia al hecho de que los contenidos que los niños aprendan dentro de las aulas solo serán importantes para ellos en la medida en que los puedan utilizar; la segunda es que reconoce que el medio juega un papel determinante en la enseñanza y aprendizaje de matemáticas” (SEP; 2009). Me parece muy importante mencionar que en este documento se reconoce que “gran parte de los avances que se han logrado dentro del campo de la didáctica matemática se deben justamente a la consideración del medio como un factor importante determinante en el aprendizaje” (SEP; 2009). En adelante este programa basa su metodología didáctica entendiendo al medio como “la situación o situaciones problemáticas, que hacen pertinentes el uso de herramientas matemáticas que se pretende estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir nuevos conocimientos y superar los obstáculos que surgen en el proceso de aprendizaje” (SEP; 2009, pp.80).

Las competencias a desarrollar en el programa de matemáticas de 2009 son: “Resolver problemas de manera autónoma; comunicar información matemática; validar procedimientos y resultados; Manejar técnicas eficientemente” (SEP; 2009). Entre los propósitos que se tienen se encuentran que los niños desarrollen los siguientes conocimientos y habilidades: “Conozcan y sepan usar las propiedades del sistema decimal de numeración para interpretar o comunicar cantidades en distintas formas; Utilicen de manera flexible el cálculo mental, la estimación de resultados y las operaciones escritas con números naturales, fraccionarios y decimales, para resolver problemas aditivos o multiplicativos; en el caso de estos últimos, en este nivel no se estudiarán la multiplicación ni la división con números fraccionarios; conozcan las propiedades básicas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, prismas y pirámides; usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio y ubicar lugares; sepan calcular perímetros, áreas o volúmenes y expresar medidas en distintos tipos de unidad; emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos para comunicar información que responda a preguntas planteadas por sí mismos y por otros; identifiquen conjuntos de cantidades que varían proporcionalmente y sepan calcular valores faltantes y porcentajes en diversos contextos; Sepan reconocer

experimentos aleatorios comunes, sus espacios y desarrollen una idea intuitiva de su probabilidad” (SEP; 2009). Los contenidos que se han de estudiar durante la primaria se organizaron de tal forma que coincidan con los ejes temáticos del programa de matemáticas de secundaria: Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida y Manejo de la información. Para fines de este trabajo se ahondará en lo que implica curricularmente la enseñanza del segundo eje temático.

El programa de matemáticas de primer grado 2009 divide sus contenidos de estudio en cinco bloques. En el bloque I se sugieren actividades que versen sobre el tema de ubicación espacial, “estas tienen como propósito que los niños desarrollen conocimientos y habilidades de representación y sistemas de referencia” (SEP; 2009). En el bloque II se sugieren actividades que “se desarrollen a partir de la conceptualización de tiempo y peso (y sus respectivos instrumentos de medición)” (SEP; 2009). En el bloque III se sugieren actividades que se desarrollen a partir de los siguientes temas: “reconocimiento de figuras geométricas, ubicación espacial y medida” (SEP; 2009). En el aspecto de medida se enfatizarán las actividades que “desarrollen los conocimientos y habilidades referentes a comparar longitudes con unidades de medida arbitrarias y a cuantificar una longitud determinada. Las actividades que se proponen son las siguientes” (SEP; 2009):

Bloque III; 3.9: Comparar longitudes de forma directa o utilizando un intermediario de la siguiente forma *“Comparar en forma directa dos o más varillas, o bien determinar la lejanía de un objeto dado respecto a otro empleando, por ejemplo un hilo, o anticipar si un objeto cabe en un espacio determinado. Utilizar frases como más cerca que, más lejos que, más largo que, etc. Al comparar a través de un intermediario, las expresiones serán del tipo: “La ventana es más larga que esta varilla y la puerta es más corta que la varilla”, “la altura de la puerta es más corta que el lado más largo del pizarrón”, etc. Esto puede realizarse con el fin de anticipar si un objeto de la sala pasa por la puerta o la ventana. También se puede comparar la longitud de segmentos (tiras) dibujados sobre una hoja blanca, en diferentes posiciones. Se sugiere no insistir con el “largo” y el “ancho” de*

*objetos bidimensionales, es menos ambiguo utilizar “el lado más largo” o “el lado más corto”.*” (SEP; 2009, pp.102)

Bloque III; 3.10 Cuantificar el número de unidades de medida que entran en una longitud determinada. *“En grupos, siguiendo un borde y no, anticipar cuántas veces entrará una unidad arbitraria (varillas, reglas, hojas de papel, etc.). Sería conveniente que al menos dos grupos trabajen sobre las mismas longitudes para poder comparar después los resultados obtenidos. Se podría registrar en una tabla las anticipaciones hechas por cada niño (en vinculación con el eje “Manejo de la información”) y verificar luego con varios ejemplares de las unidades consideradas en la anticipación. Se planteará seguramente (a través de la diferencia de valores obtenida entre los grupos que miden la misma longitud) el problema de alinear las unidades yuxtapuestas, en particular si no hay un borde para seguir. Es importante resaltar a la medida como el número máximo de determinadas unidades que caben (al inicio tal vez no se tome la misma unidad), sin superposición, en una longitud establecida. Seguramente sucederá que las unidades no entran un número entero de veces, se verá que, por ejemplo, con 3 no alcanza a cubrir, y con 4 se pasa. Puede debatirse en esos casos qué valor es el más adecuado, según el contexto y la necesidad de precisión. Estas actividades están vinculadas al subtema “Unidades” en los primeros grados. En los grados finales, este último subtema enfatizará el estudio de diferentes unidades y sus equivalencias”.* (SEP; 2009, pp.102).

El bloque IV desarrollará conocimientos y habilidades matemáticas en torno a medida y cálculo mental. Se propone desarrollar actividades como la siguiente:

Bloque IV; Tema 4.10 Medición y comparación de longitudes utilizando unidades de medida arbitraria. *“Un objetivo al incluir la medida en los primeros grados es brindar oportunidades que otorguen sentido a una práctica: resolver problemas de la vida diaria a través del uso de instrumentos adecuados de medida. Poner a disposición de los niños varillas o tiras de papel de distintas longitudes. Pedirles que midan por ejemplo el pizarrón, la altura de la silla, el lado más largo de la mesa, el lado*

*más corto del aula, etc., y lo registren. Posiblemente usen diferentes unidades, pero al proponer la comparación surgirá la necesidad de acordar sobre las unidades elegidas. Por ejemplo, si dos grupos salieron a medir aulas y uno de los resultados es 5 tiras verdes y 2 palos de escoba; mientras que el otro es 1 cuarta, 5 palos de escoba y 2 tiras rojas, con esos registros no se puede determinar cuál es más larga. Es necesario acordar sobre las unidades a utilizar (¿valen las unidades antropométricas?), o abordar el problema de las equivalencias: ¿cuántos palos de escoba hacen una tira verde?, etc. Este tipo de problemas se resuelve más adelante con el uso de las fracciones, aquí se plantea para que surja la conveniencia del uso de una unidad común”(SEP; 2009, pp.102).*

En el Bloque V del programa de matemáticas se proponen más actividades referentes a medición, estimación y cálculo pero enfocadas a capacidad y volumen.

Las actividades de medición del bloque III y IV que se presentan en el programa de matemáticas del plan de estudios de primaria 2009 suponen, al igual que el plan de estudios de 1993 que, al menos los niños que cursaron su educación preescolar y que ingresan al primer grado de primaria han logrado una trayectoria de aprendizaje en la que tienen conservación de la longitud. Esto los prepara para poder desarrollar actividades que impliquen conocimientos y habilidades matemáticas referentes a medir utilizando unidades de medidas arbitrarias o no convencionales, además de que al comenzar estas actividades los niños deben de tener un pensamiento transitivo para poder introducirse en la cuantificación de la longitud y todo lo que implica.

### *2.5. Primera evaluación del INEE sobre el campo formativo de pensamiento matemático.*

En 2007 el INEE realizó un estudio para conocer el logro educativo de los estudiantes en tercer grado de preescolar y de acuerdo con el Plan General de Evaluación del Aprendizaje (*en* INEE; 2008 (Backhoff y Díaz; 2005)) se tomaron en cuenta algunos de los siguientes criterios para su realización: Aunque el Programa de Educación Preescolar (PEP) 2004 organiza las competencias que los niños de preescolar han de desarrollar durante esta etapa de escolarización en seis

campos formativos, el INEE evaluó solo dos, “debido a la dificultad que implicaría hacer una evaluación estandarizada y a nivel nacional en campos formativos con contenidos más abstractos” (INEE; 2008). Los campos formativos que se evaluaron fueron: Lenguaje y comunicación y el de Pensamiento matemático. De éste último se evaluaron los aspectos relacionados con la construcción de nociones matemáticas básicas: 1) Número y, 2) Forma, espacio y medida (SEP; 2004, pp.74).

La prueba nacional que realizó el INEE se denominó Excale 00 y “se aplicó en un formato que seguía al enfoque pedagógico vigente y tomó en cuenta las limitaciones de una prueba a gran escala” (INEE; 2008). Es importante mencionar que fue la primera vez que se aplicó a niños de preescolar. La siguiente tabla muestra las competencias e indicadores curriculares del componente *Forma, espacio y medida* que se tomaron en cuenta para la elaboración de la prueba realizada por el INEE.

Forma, espacio y medida	Indicadores generales
Reconoce y nombra características de objetos, figuras y cuerpos geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identifica semejanzas entre figuras y objetos.</li> <li>▪ Identifica semejanzas entre cuerpos geométricos y objetos.</li> <li>▪ Identifica figuras geométricas a partir de alguno de sus atributos.</li> <li>▪ Anticipa los cambios que ocurren en una figura geométrica al cortarla.</li> <li>▪ Identifica la figura que se obtiene al combinar figuras geométricas iguales o diferentes.</li> </ul>
Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identifica desplazamientos de objetos con respecto a otros objetos.</li> <li>▪ Direccionalidad (hacia, desde, hasta) con interioridad (dentro, fuera, abierto, cerrado) o con orientación (delante, atrás, arriba, abajo, derecha, izquierda).</li> <li>▪ Identifica cómo se ven objetos desde diversos puntos espaciales: arriba, abajo, lejos, cerca, de frente y de perfil, de espaldas.</li> <li>▪ Identifica la direccionalidad de un recorrido o trayectoria y sus puntos de referencia.</li> </ul>
Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realiza estimaciones sobre las características medibles de sujetos, objetos y espacios.</li> <li>▪ Identifica el objeto que cumple con una condición medible: más largo que, más corto que, lleno, vacío.</li> <li>▪ Resuelve problemas que impliquen estimar longitudes.</li> <li>▪ Resuelve problemas que impliquen medir longitudes.</li> <li>▪ Establece relaciones temporales (antes-después-al final).</li> </ul>
Identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Distingue el instrumento apropiado para medir peso, temperatura, estatura o tiempo (en horas y minutos).</li> <li>▪ Utiliza correctamente los días de la semana.</li> </ul>

Tabla 1. Tomada del cap. 3 Pensamiento matemático: Tabla XI. Competencias e indicadores curriculares del Excale-00/Pensamiento matemático: Forma, espacio y medida (INEE; pp.45, 2008)

En cuanto a los resultados que arrojó esta prueba tenemos que, en referencia a los indicadores de competencia en pensamiento matemático “cerca del 70% de

los educandos domina el componente de forma, espacio y medida, mientras que solo el 55% de los alumnos lo hacen en el componente de Número” (INEE; pp.54, 2008)

Respecto al componente Forma, espacio y medida también se reporta que los niños han desarrollado principalmente dos competencias que son de suma importancia al egresar del preescolar: una es que el niño *“Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo”* (INEE; 2008), la otra, es que el niño *“Identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición”* (INEE; 2008). Lo que subyace a éstas competencias es que los niños de preescolar han desarrollado ya una serie de habilidades matemáticas que se enmarcan por un razonamiento transitivo, en el cual ya conservan la longitud y pueden hacer uso de un tercer objeto para compararlo con otros. Y finalmente “los resultados de los alumnos por nivel de logro educativo y estrato escolar: Pensamiento matemático” (INEE; pp.50, 2008). son los siguientes “nueve de cada cien alumnos se encuentra en el nivel Por debajo del básico – que significa que los niños presentan niveles limitados de las competencias señaladas en el PEP de Pensamiento matemático-, la mitad de los niños (49%) se ubica en el nivel Básico, casi tres de cada diez (27%) se sitúa en el nivel Medio y el 15% alcanza el nivel Avanzado” (INEE; pp.50, 2008).

Consideramos que la evaluación que hace el INEE nos permite tener un panorama general de la expectativa que tiene la SEP sobre los logros que ha de cumplir la agenda pedagógica que se tiene en el nivel preescolar y sobre la que se inicia en la educación primaria. Esta información, junto con la revisión bibliográfica, nos guió en la construcción de la siguiente fase de este trabajo, que consiste en la recolección de datos y la evaluación de niños de un grupo de primer grado de primaria. Durante esta fase metodológica se hicieron las consideraciones pertinentes sobre la información que sería adecuada para indagar, de acuerdo al desarrollo de los niños, a su grado y su nivel educativo.

### Capítulo 3. Metodología

Con base en la literatura revisada la parte metodológica del presente trabajo se desarrolló de la manera que se expone a continuación. Se trabajó en el diseño de un instrumento que nos permitiera conocer dos cosas; primero, qué es lo que niños que ingresan a la educación primaria saben sobre el contenido de medición y, segundo; en que etapa del desarrollo de la conservación de la longitud se encuentra cada niño entrevistado. Recordemos que es a través de ésta que el niño llega a un pensamiento transitivo y posteriormente a la cuantificación de la longitud.

Después se consideró necesario elaborar otro instrumento que evaluara el aspecto de número, con la finalidad de complementar la información que se obtendría del instrumento de medición. Se partió del supuesto de que es necesario que el niño desarrolle a la par la noción de conservación de longitud y la de número para poder tener una amplia comprensión y desempeño en la cuantificación de longitudes.

Una vez concluida la primera fase de diseño del instrumento de investigación, éste se piloteó con dos niñas de primer grado de una escuela primaria particular. La primera versión del instrumento de medición estaba enfocada a evaluar una trayectoria de aprendizaje de la medición que llegaba hasta la etapa de transitividad: el resultado de esta aplicación fue que el instrumento les resultó a las niñas bastante sencillo; en las situaciones que se les plantearon no encontraron reto alguno. De este pilotaje también se detectaron algunos errores en el planteamiento, en la formulación y en la viabilidad de las situaciones que se proponían, por esta razón el instrumento de medición se reformuló, de acuerdo con las necesidades que se hicieron evidentes durante el pilotaje. El instrumento de número solo sufrió cambios en cuanto a la formulación de las situaciones.

Finalmente, se realizaron 15 entrevistas videograbadas a niños de primer grado de primaria de una escuela pública, entre 01 diciembre de 2009 y el 15 de enero de 2010. De ellas se obtuvieron los datos en los que se basa el presente trabajo. Las entrevistas que se realizaron fueron del tipo de *entrevista clínica*.

### 3.1. Población

La escuela en la que se realizaron las entrevistas es una primaria que se encuentra ubicada en la delegación Xochimilco. Las características socioeconómicas y culturales se enmarcan en lo siguiente: Los padres de los niños entrevistados tienen como actividad económica principal el desempeño en algún oficio, como el trabajo en carpinterías, panaderías, y en el caso de las madres el servicio doméstico. El ingreso de éstas familias es aportado por varios de sus integrantes, e inclusive, algunos de los niños entrevistados apoyan a sus familias realizando trabajos. La mayoría de los niños entrevistados reportaron que en la casa familiar vivían con los abuelos, tíos, primos, etc. Los elementos culturales de los niños son los que les provee su entorno social y escolar.

Es importante mencionar que la escuela a la que asisten estos niños fue incorporada al grupo de las escuelas *apadrinadas*, dados los bajos resultados que sus alumnos tuvieron en la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares 2008.

La población en la cual se centra el presente trabajo son niños que se encontraban cursando el primer grado de educación primaria en una escuela pública en el turno vespertino. Los quince niños que se entrevistaron cursaron el nivel preescolar y era la primera vez que cursaban el primer grado de primaria, el rango de sus edades va de los 6 a los 8 años de edad.

La forma en la cual los estudiantes fueron escogidos para participar en las entrevistas fue la siguiente: El grupo estaba integrado por 40 niños de los cuales se entrevistó a 12 que fueron escogidos al azar. Se les preguntó si es que querían “ayudar” (participando) con la entrevista. Todos dijeron que sí. Después de analizar estas entrevistas consideramos que era relevante para este trabajo entrevistar a los niños que su maestra considerara como los más destacados en matemáticas, por esta razón se realizó una segunda fase de entrevistas durante la cual se entrevistó a tres niños más.

### 3.2. La Entrevista Clínica

Para la recogida de datos se consideró conveniente utilizar a la de entrevista clínica. En adelante expondré brevemente algunas de las características que la hacen ser un elemento fundamental en el presente trabajo.

Debido a que el objetivo de este tipo de entrevista es generar conjeturas sobre la naturaleza de las concepciones del niño, consideramos que era la metodología ideal a través de la cual podíamos indagar sobre el pensamiento y concepciones que tenían los niños que fueron entrevistados sobre su desarrollo de la noción de longitud y el concepto de medición.

La entrevista clínica consiste en “el estudio de las estructuras del de pensamiento y de los procesos de razonamiento” (Clement, 2000). Esta técnica fue propuesta por Piaget, y ha sido clave en muchos estudios que se han desarrollado en el campo de la didáctica de las matemática. La entrevista como tal “involucra una variedad de técnicas, tales como, la entrevista abierta y la entrevista a profundidad, a través de la cual el niño manifiesta en voz alta su pensamiento durante la resolución de situaciones que se le plantean” (Clement; pp.547, 2000). De acuerdo con Clement “el que sea una entrevista del tipo abierto da la posibilidad de ir orientando la entrevista hacia dónde el entrevistador considere necesario indagar, detenerse o bien contra-argumentar” (Clement; pp.547, 2000).

Las fortalezas de la entrevista clínica en comparación con otras técnicas de recogida de datos son: “la habilidad para recolectar y analizar información sobre procesos mentales, a grado tal de poder extraer la esencia de las concepciones del sujeto, así como de sus significados. Esta técnica es capaz de exponer y explorar estructuras y procesos ocultos del pensamiento del sujeto que podrían no ser detectados por otro tipo de técnicas” (Clement; pp.547, 2000).

Piaget (citado por Stephan; 2003 [Piaget et. al, 1960]) consideró que atender a estas concepciones de los niños era fundamental ya que muchas veces éstas formas de razonamiento se encuentran fuera de un canon meramente escolar, en tanto se forman concepciones alternativas y se usan procesos informales para su aprendizaje. Clement (2000) en su artículo sobre el análisis de entrevistas clínicas plantea que, el poder tener acceso a este “mundo oculto” es crucial para el éxito de diseños de enseñanza, ya que de esta forma tales diseños pueden rescatar elementos clave del pensamiento de los estudiantes, a diferencia de que el docente o el investigador hagan supuestos de lo que el niño podría estar pensando. En cuanto al análisis de la información que se obtiene de las entrevistas clínicas se nos hacen la siguientes advertencias: “Representa un reto

manejar la cantidad de información que se obtiene de las entrevistas; consume mucho tiempo; y, el análisis siempre involucra cierto grado de interpretación por parte del investigador” (Clement, 2000, p. 548). Por estas características la entrevista clínica se consideró como el método adecuado para la recogida de información necesaria para realizar el presente trabajo de investigación.

### *3.3. Instrumento de evaluación*

El instrumento consistió en una serie de situaciones en las que se le pidió al niño entrevistado que participara. La función del entrevistador fue explorar las concepciones y lo que sabía el niño acerca de la noción de longitud y medición a través de sus argumentos mientras realizaba lo que se le pedía. Los elementos que se consideraron para la elaboración del instrumento fueron los siguientes:

- Debe ser un instrumento que me permitiera conocer en qué nivel se encuentran los niños, en cuanto a su desarrollo conceptual de las nociones de medición de la longitud y de número.
- Debe ser un instrumento que me permita afrontar la diversidad que supone cada niño y que a su vez se pueda ir adaptando a sus avances o dificultades.
- Las situaciones deben facilitarle al niño expresar sus argumentos acerca de lo que está pensando. Al mismo tiempo debe permitirme a mí explorar los conocimientos, concepciones y el razonamiento que el niño está aplicando.

Como ya se dijo el instrumento para evaluar la medición se constituyó por distintas situaciones, que están fundamentadas en la literatura revisada para este trabajo. Estas situaciones fueron organizadas de forma tal que siguieran la trayectoria que supone el desarrollo de la conservación de la longitud propuesta por Piaget. Estas situaciones fueron las siguientes:

#### **Situación 1**

- a) Se le muestran al niño dos palitos de madera del mismo tamaño en posición horizontal, se le pide que los observe y que responda si los palitos que se le muestran son del mismo o de diferente tamaño.
- b) En un segundo momento, uno de esos palitos que se le mostraron en inicio se desplazará, es decir se le cambiará de posición, y se le preguntará al niño si siguen siendo iguales o si son de distinto tamaño: ¿cuál es más

grande? ¿cuál es más pequeño? ¿o si son iguales? Todo esto mientras se le pide que nos vaya explicando el porqué de sus respuestas. La finalidad de este ítem es saber si el niño ha superado la primera etapa del desarrollo de la conservación de la longitud: la etapa de no conservación.

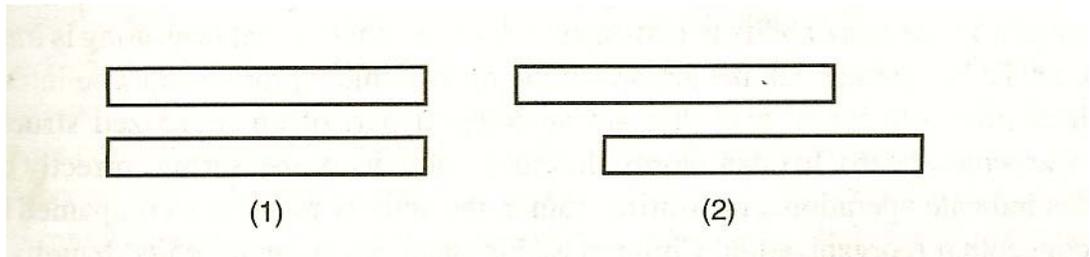


Figura 1. Esta situación es diseñada por Piaget en su estudio sobre la conservación y medida de la longitud y es descrita por primera vez en 'La comparación visuelle des hauteurs à distance variable Dans le fronto-parallèle'. Arh. Psychol., vol. XXXIX, p.173.

## Situación 2

a) Se le dan al niño tres palitos de madera de distintos tamaños y se le pide que los ordene del más pequeño al más grande. Si el niño le puede encontrar a cada palito el lugar que le corresponde de acuerdo a su tamaño, se le da otro palito para que entre los tres primeros que se le dieron le encuentre su lugar correcto conforme a la longitud.

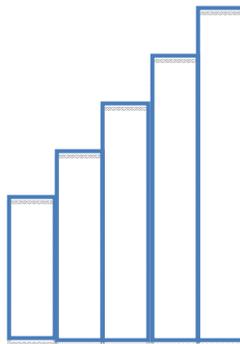


Figura 2. Los palitos que se le van dando al niño entrevistado deben seguir la secuencia "del más pequeño al más grande" y deben quedar como aquí se muestra.

b) Conforme el niño realiza esta actividad el entrevistador debe poner especial cuidado al procedimiento que sigue para realizarla. Por ejemplo, si toma a uno de los palitos como referencia de los otros, si los trata de medir para saber cuál es el más grande y el más pequeño, si los reacomoda, etc. Mientras transcurre la actividad el entrevistador le pregunta al niño cómo hizo para resolverla. Dependiendo de los argumentos que dé, se tratará de indagar cuáles son las concepciones que tiene sobre el tamaño. La finalidad de éste ítem es saber si el niño ya tiene conservación y tal vez dependiendo de sus argumentos y procedimientos en la resolución de esta actividad podríamos observar algunos rasgos de un pensamiento transitivo.

### **Situación 3**

a) Se ponen en la mesa unas tijeras y popotes de distinto tamaño; se le muestra al niño un popote pequeño y se le pregunta si él puede cortar uno de los popotes que están en la mesa del mismo tamaño del que le estoy enseñando.

b) Cuando el niño ha realizado la primera actividad se le pregunta si es posible que con ese popote midamos el vaso que le estoy mostrando. ¿Cuántas veces cabe ese popote a lo largo del vaso? La finalidad de este ítem es saber si el niño ha llegado en su desarrollo a la etapa de transitividad

### **Situación 4**

a) Se le preguntará al niño si sabe medir con sus pies. Se le pedirá que mida una distancia, por ejemplo de la mesa donde trabajamos a la puerta. La intención de esta situación es ver si el niño ha desarrollado transitividad, si puede iterar sus pasos, y por tanto, si acumula distancia. Se debe poner especial atención en ver si el niño cuenta desde el primer paso que da hasta el último, o bien si itera los pasos o si lo hace de alguna otra forma.

#### *3.4. Sobre el instrumento de número*

Para este trabajo consideramos importante no solo recabar información sobre el desarrollo del concepto de medición de los niños entrevistados sino también

recabar información sobre el nivel que tienen en su desarrollo del concepto de número, debido a que como mencionamos en el capítulo 1, ambas conceptualizaciones son necesarias para poder comprender y hacer uso de la cuantificación la medición .

De acuerdo con Wright (Wright et al.; 2006, pp. 25), el niño desarrolla dos tipos de conocimiento aritmético, uno orientado hacia el temprano conocimiento del número y el otro orientado hacia el conteo. Para Wright hacer esta diferencia es fundamental debido a que para él el conocimiento del número implica un proceso gradual en el que el niño poco a poco va construyendo éste concepto. De acuerdo con éste autor, el inicio de éste desarrollo comienza con el que los niños exploraren, aprendan y construyan un conocimiento temprano del número, es decir, que puedan reconocer las “palabras número, las hablen y las identifiquen” (Wright et al.; 2006, pp. 10). Después los niños se introducen en el conteo, en el cual “los niños logran coordinar las palabras número con determinado objeto u objetos, ya sean reales o imaginarios” (Wright et al.; 2006, pp. 10). Las etapas de conteo que los niños han de seguir cuando ya ha desarrollado un conocimiento del 1 al 10 y se han iniciado en el conocimiento de la estructura del sistema de numeración son:

1. Conteo emergente: El niño no puede contar cosas visibles ya que no conoce bien las palabras numéricas o bien aún no puede coordinar las palabras con los números de los objetos que trata de contar.
2. Conteo perceptual: El niño puede contar sólo los objetos que percibe. De acuerdo con Wright y sus colaboradores “Esto puede implicar el que el niño pueda ver, oír o sentir los objetos” (Wright et al., 2006, p. 9). Por lo regular, los niños tienen que tocar lo que cuentan para cerciorarse de lo que van contado.
3. Conteo figurativo: Ya puede contar las cosas que no percibe. El niño es capaz de contar los ítems de una colección seleccionada. “Sin embargo el conteo en esta etapa puede parecer redundante ya que cada colección que se le pida contar la comenzará contando desde el “uno”, aún y cuando se le presente una colección con el mismo número de objetos” (Wright et al., 2006, p. 9).

4. Secuencia inicial de número: El niño tiene un mejor manejo del conteo, puede contar hacia atrás y hacia delante, juega con patrones. Para resolver operaciones ya no necesariamente tiene que comenzar a contar desde el uno. Por ejemplo: “ $6+x=9$ ”, el niño podría utilizar un conteo hacia atrás para resolver el problema” (Wright et al., 2006, p. 9).
5. Secuencia intermedia de número: El niño tiene un mayor dominio sobre la reversibilidad en el conteo, “es capaz de resolver problemas haciendo uso de estrategias eficientemente para contar hacia atrás. P.ej. Para  $17-14$ , ya puede hacer algo como:  $16, 15, 14$ , la respuesta es 3” (Wright et al., 2006, p. 9).
6. Secuencia fácil de número: El niño usa un rango como referencia para no tener que utilizar la estrategia de contar uno por uno, aunque en ocasiones la sigue utilizando. “En operaciones de suma y resta el niño utiliza también estrategias como: compensación, suma de 10 en 10, conmutatividad, utilización de la resta como inversa de la suma, y ya hay mejor conciencia de las decenas” (Wright et al., 2006, p. 9). Conocer las características de cada una de estas etapas es de mucha ayuda para poder ubicar en dónde es que se encontraba cada niño entrevistado .

### 3.5. Instrumento de número

#### **Situación 1**

- a) Se inicia la entrevista presentándole al niño una cajita y se le dice que dentro de ella hay galletas. Se le invita a abrir la caja y a que cuente cuántas galletas tiene la caja.

Mientras el niño desarrolla esta actividad el entrevistador debe poner cuidado en el conteo del niño. La finalidad es verificar si el niño conoce los números de la secuencia 1 a 10 y si domina el conteo con estos números.

#### **Situación 2**

- a) Con las galletas que ya ha contado el niño se le pide realizar algunos retos de conteo. Por ejemplo, que cuente las galletas por pares, de tres en tres o de cinco en cinco.

Estas primeras dos situaciones se relacionan con las primeras etapas de conteo que establece Wright y sus colaboradores. De acuerdo al desempeño del niño se pretende evaluar si ha superado las primeras etapas de conteo: conteo emergente y conteo perceptual, y si es posible ubicarlo dentro de la etapa de conteo figurativo.

### **Situación 3**

- a) Se le plantea al niño una situación como la siguiente: se le da la caja al niño, se le pide que la abra para que vea las galletas y que las cuente. En adelante se le pide al niño que nos ayude a resolver varias preguntas acerca de esa caja de galletas, como las que en adelante se plantean:
- Se vacía la caja de galletas frente al niño, la caja contiene 12 galletas, y luego solo se meten 7. A continuación se le pregunta algo así: “si sabemos que dentro de la caja hay 7 galletas y yo saco tres ¿cuántas quedan dentro de la caja?”
  - Aquí tengo 5 galletas y en mi cajita tengo tres más. ¿Cuántas tengo en total?
  - [El niño lo sabe que dentro de la caja hay 12 galletas] Imagina que en la hora de recreo sales a jugar, viene un niño y a escondidas se come cinco galletas. ¿Cuándo regresas cuántas te quedan?

**Nota:** Los cuestionamientos que se realizaron a los niños entrevistados se inician con cantidades pequeñas, dependiendo del desenvolvimiento de los niños es que se irán facilitando o dificultando las preguntas y las situaciones que se les presentan.

Durante la entrevista que se hizo a cada niño primero se le aplicó el instrumento de medición y luego el de número. Dado que el presente trabajo se centra en el tema de medición, se debe mencionar que fue en esta parte de la entrevista en donde se pusieron los mayores esfuerzos para recabar información. Para analizar los datos que se recolectaron en las entrevistas con base en ambos instrumentos, se elaboró una bitácora en la cual se analizaron las respuestas que dieron los niños para cada situación. Al final se cruzó toda la información, todo estuvo sujeto a constante revisión. La bitácora que se creó consistió en una hoja

de reporte en el cual se fue organizando la información que se obtuvo de la aplicación de los instrumentos de medición y de número. En esta hoja se anotaron todos los elementos que pudieran ayudarnos a ubicar a cada niño en el etapa de desarrollo de la conservación de la longitud y del concepto de número en la que se encontraba. Los resultados, observaciones y consideraciones hechas sobre la información que se obtuvo de la aplicación de estos instrumentos se presenta en el siguiente capítulo.

## Capítulo IV. Resultados y análisis

Como el lector recordará del capítulo anterior, el instrumento a través del cuál evaluamos el concepto de medición abarcó cuatro situaciones problemáticas. De estas, solamente las dos primeras situaciones se le presentaron a todos los niños. Las restantes se le presentaron únicamente a quienes las situaciones menos complejas no les representaron gran dificultad.

Las dos primeras situaciones tuvieron la finalidad de evaluar si el desarrollo de la noción de longitud en los niños había ya alcanzado las dos primeras etapas: (1) no conservación y (2) conservación. La tercera situación buscó evaluar el avance de los niños respecto a la tercera etapa; transitividad. La última situación tuvo la finalidad de evaluar si el desarrollo de los niños había alcanzado ya la etapa de la *acumulación de la distancia*.

A partir del análisis de los datos obtenidos fue posible reconocer tres grupos de niños, de acuerdo con el nivel de desarrollo que tenían de la noción de longitud. Los grupos en los que se ubicaron fueron los que se muestran en la Tabla 1.

<b>Desarrollo de la noción de conservación de la longitud</b>	<b>Niños entrevistados</b>
Conservadores	3
En transición a la conservación	8
No conservadores	4

Tabla 1. Los quince niños que fueron entrevistados se presentan en esta tabla de acuerdo al desarrollo de conservación de la longitud que han alcanzado hasta el momento de la entrevista.

A continuación se describen cada uno de estos grupos de acuerdo al desempeño que tuvieron los niños durante las entrevistas.

#### 4.1. Grupo de niños no conservadores

En este grupo se ubicó a los cuatro niños que se encontraban en la etapa de *no conservación*; esto es, en la primera etapa de desarrollo de la noción de conservación de la longitud. Como recordará el lector, en el Capítulo 1 se expuso que “los niños no conservadores se caracterizan por realizar juicios basados sólo en la percepción física que tienen de los objetos” (Chamorro; 1988). Debido a esto suelen creer que las cualidades físicas de los objetos cambian cuando cambia su entorno, esto les sucedió a los niños que aquí se presentan.

Recordemos que en la primera situación de la entrevista que se hizo a los niños se les pidió que compararan dos popotes del mismo tamaño. Se les cuestionó sobre su tamaño cuando estaban completamente alineados de sus extremos y cuando uno de ellos era movido (ligemente hacia un lado); es decir, cuando cambiaban de posición. Como se mencionó en el párrafo anterior en este grupo vamos a encontrar a aquellos niños que aseveraron que los popotes eran iguales (del mismo tamaño) cuando estaban bien alineados y que ya no eran iguales cuando alguno de ellos había sido movido.

En la segunda situación del instrumento de evaluación este mismo grupo de niños se mostró confundido al momento de resolver lo que se les pedía. A pesar que todos reconocieron tamaños (p.ej. el más pequeño, el más grande, etc.) y pudieron ordenar los tres primeros palitos que se les dieron del más pequeño al más grande, ya no pudieron seguir ordenando los palitos que se les siguieron dando. A los niños pertenecientes a este grupo les fue difícil seguir una secuencia interrumpiendo la que habían establecido inicialmente. Cuando se les pedía ordenar uno más lo acomodaban junto al palito más pequeño o junto al más grande, pero ninguno de ellos contempló la posibilidad de abrir un espacio entre ellos para acomodar un cuarto palito en el lugar que le correspondía. Dado su desempeño en las situaciones que se acaban de describir fue que se les consideró en el grupo de los niños no conservadores. En los siguientes extractos de la entrevista se ilustra la forma en la que los niños considerados no conservadores se desempeñaron en la primera situación, estos extractos son característicos del razonamiento y del modo de actuar de los niños pertenecientes a este grupo.

*Extracto 1. Situación 1*

Entrevistadora: Yo te voy a poner aquí dos popotes y quiero que tú me digas si son de igual tamaño o si son de distinto tamaño. Los puedes tocar, los puedes mover, todo lo que tú quieras.



Figura 1. La entrevistadora coloca los popotes como aquí se muestra.

Lilian: (Se recarga en la mesa y se queda viendo los popotes)

Entrevistadora: ¿Qué son?, ¿son de distinto tamaño?

Lilian: Asiente

Entrevistadora: ¿Sí?

Lilian: Asiente

Entrevistadora: ¿Cómo sabes?

Lilian: Porque los dos están grandes

Entrevistadora: Los dos están grandes, o sea que fíjate, los voy a tocar igualito (la entrevistadora toca los dos extremos de los popotes) ¿son de igual tamaño o uno es más grande que el otro?

Lilian: Son de... (se queda pensando) son del mismo tamaño

Entrevistadora: Eso está muy bien, eso que tú me dices es correcto. ¿pero cómo hacemos para saber que son del mismo tamaño?

Lilian: (Se queda callada pensando)

Entrevistadora: ¿Sabes?

Lilian: Niega con su cabeza

Entrevistadora: ¿No? Eso que tú me dijiste, que son del mismo tamaño es cierto pero yo tengo una duda ¿si los movemos tantito seguirían siendo del mismo tamaño?



Figura 2. La entrevistadora desplaza uno de los popotes hacia la derecha

Entrevistadora: ¿Siguen siendo del mismo tamaño o de diferente tamaño?

Lilian: de diferente tamaño

Entrevistadora: ¿Cómo sabes o cómo podemos saber eso?

Lilian: (Se queda mirando los popotes y pensando) porque no están iguales

Entrevistadora: porque no están iguales, o sea ¿en qué cambiaron?

Lilian: (Se queda callada)

Entrevistadora: Tú me dices que cuando están así (la entrevistadora vuelve a juntar los popotes de tal forma que sus extremos se alinean nuevamente) son iguales y son del mismo tamaño Y cuando los movemos, ¿ya no son del mismo tamaño?

Lilian: No

Entrevistadora: ¿Por qué?

Lilian: Porque... (se queda callada)

Entrevistadora: Dime lo que se te ocurra Lilian, está bien lo que me dices

Lilian: (Se queda callada)

Entrevistadora: ¿Qué se te ocurre?

Lilian: (Sigue callada)

Entrevistadora: ¿No? Bueno, no importa, sigamos.

La entrevistadora da por terminada la entrevista en este punto y continúa con la segunda situación del mismo instrumento, ésta parece ser un poco compleja para Lilian, por lo que también se concluye. Como podemos darnos cuenta en este fragmento de entrevista, a Lilian se le complicó mucho poder expresar lo que piensa de la situación que se le estaba plateando, pero algo que parece claro es que a su entender, que los popotes que se le presentan son del

mismo tamaño cuando están alineados y de distinto tamaño cuando uno de ellos es desplazado hacia un lado. Ella no logra apreciar que los popotes conservan el misma longitud aunque cambien de posición.

*Extracto 2. Situación 1*

Entrevistadora: (Se le dan a José Luis dos popotes) ¿Puedes colocar esos dos popotitos en la mesa?

José Luis: ¿Así?

Entrevistadora: Así

José Luis: ¿Juntos o separados?

Entrevistadora: Juntitos



Figura 3. José Luis coloca de esta forma los popotes que se le dieron.

Entrevistadora: ¿Tú me puedes decir si esos popotes son del mismo tamaño?

José Luis: Sí

Entrevistadora: Sí son, ¿cómo sabes?

José Luis: Porque están a la misma medida

Entrevistadora: Oye entonces , ¿sí yo los pongo así son del mismo tamaño?



Figura 4. La entrevistadora desplaza uno de los popotes. Quedan como aquí se representan.

José Luis: No

Entrevistadora: ¿Cómo sabes?

José Luis: Porque éste (señala al popote que fue desplazado hacia la derecha) esta más bajo y éste (señala al popote que se quedo en la posición original) más arriba.

Entrevistadora: ¿Pero no habíamos dicho que sí eran del mismo tamaño los dos?

José Luis: Sí

Entrevistadora: ¿Y entonces por qué cuando los separamos ya no son del mismo tamaño?

José Luis: Porque uno está bajo y uno está arriba (vuelve a señalar con sus dedos a los popotes)

Entrevistadora: ¿Y qué pasa si los volvemos a juntar?

José Luis: Está igual

Entrevistadora: Entonces ¿Tú me dices que cuando están juntos son del mismo tamaño?

José Luis: Sí

Entrevistadora: ¿Y cuando están separados?

José Luis: Uno arriba y uno bajo

Entrevistadora: ¿Pero son iguales o son de distinto tamaño?

José Luis: De distinto tamaño

Entrevistadora: De distinto tamaño, ok.

José Luis tiene seis años, como la mayoría de sus compañeros entrevistados, y fue uno de los niños entrevistados que mostró mayor disposición para participar en la entrevista. Como podemos notar en este fragmento, para José Luis, igual que para los niños que fueron agrupados como no conservadores, es claro que los popotes que se les mostraron cambian su tamaño cuando están juntos, es decir, bien alineados y cuando están separados. Se hizo la prueba de plantearle la situación dos del instrumento de evaluación y también resultó ser demasiado compleja para él, por lo cuál ahí se concluyó la entrevista con él.

Con base en las entrevistas realizadas a los niños categorizados como no conservadores podemos apreciar que el razonamiento de éstos se caracterizó por el hecho de que parecían basar sus juicios respecto de la longitud de los objetos únicamente en su percepción. Para José Luis, Ana, Lilian y Valeria fue claro que los popotes cambiaban de tamaño, aun y cuando los comparaban y se percataban de que éstos eran del mismo largo. Incluso cuando ellos mismos realizaban el desplazamiento, todos consideraron que los popotes ya no eran del mismo

tamaño, ya que los extremos se encontraban a distinto nivel; lo que para ellos parecía significar que el popote que había sido desplazado era más grande que el otro.

Antes de continuar con la descripción del siguiente grupo de niños, me parece pertinente recordar algunos de los argumentos sobre los niños no conservadores que dan Stephan y Cobb (2003). En un situación muy similar que ellos plantean, distinguen una característica importante en su razonamiento, que es la siguiente: “Dado que el razonamiento de estos niños se basa sólo en juicios perceptuales sobre la posición de los extremos de las tiras, no son aún capaces de llegar a la operacionalización de la medición”... “por tanto no les es posible acceder a ella debido a que para ellos el espacio no es visto como un medio común que contiene objetos con relaciones espaciales bien definidas entre ellos” (Stephan; 2003, pp.20). Los niños de ese experimento, al igual que los niños que se presentan en este trabajo no parece que puedan integrar aún otros elementos al juzgar las longitudes de los popotes más que su percepción respecto a la ubicación de los extremos de éstos. Por último, es importante recordar que ninguno de los niños ubicados en el primer grupo pudo completar en la entrevista las actividades de la segunda situación problemática. Es posible que la gran dependencia que tenían de su percepción al juzgar tamaños haya hecho que esas actividades fueran inaccesibles para estos niños, inclusive con apoyo por parte de la entrevistadora.

#### *4.2. En transición a ser conservadores*

Denominamos en transición a ser conservadores a aquellos niños que parecen encontrarse en un nivel de desarrollo del concepto de medición que se acerca a la conservación de la longitud. Lo que se destaca de ellos es que han superado la etapa de no conservación, sus juicios sobre los cambios de posición de la longitud ya no se basa puramente en juicios perceptuales; cuentan elementos matemáticos suficientes para darse cuenta que el desplazamiento de uno de los palitos no cambia su tamaño, sin embargo, en la segunda situación que se les planteo se mostraron inseguros al tratar de realizar la secuencia que se les pedía: acomodar palitos de distintos tamaños en el orden que les correspondía, iniciando por el más pequeño y terminando con el más grande. Aún y con la dificultad que representó

para ellos concluir adecuadamente esta situación, todos lograron aclarar sus dudas cuando se les aclaró o replanteó esta situación.

Es importante mencionar que los niños consideramos en transición a la conservación se mostraron un poco confundidos al resolver la primera situación. Para ellos fue difícil discernir si los popotes mostrados eran de igual o de diferente tamaño cuando estos eran movidos o desplazados hacia un lado, es decir, cuando ya no estaban alineados. Sin embargo, su decisión final fue la acertada: los popotes eran del mismo tamaño.

La entrevista continuó y se enfocó en la segunda situación del instrumento de evaluación la cual, como recordaremos, estaba dirigida a explorar si los niños habían alcanzado la conservación de la longitud. Los resultados obtenidos nos dieron la pauta para abrir un grupo intermedio entre la etapa de no conservación y la de conservación, al que se le denominó “en transición a la conservación”, ya que consideramos que este grupo es necesario en cuanto al seguimiento de una agenda pedagógica que responda a las necesidades en el desarrollo de su concepto de medición de estos niños.

La situación dos consistió en lo siguiente: Se le daban al niño entrevistado tres palitos de madera de distintos tamaños y se le pedía que los acomodara siguiendo el orden “del más pequeño al más grande”, cuando el niño les encontraba su lugar correspondiente se le daba otro palito para que le encontrara su lugar entre los que acababa de acomodar, así continuaba la actividad hasta que el entrevistador se asegurara a través de cuestionamientos al niño que comprendía la secuencia y la relación de cada palito respecto al otro de acuerdo a su tamaño en el orden “del más pequeño al más grande”.

Esos palitos que le dio el entrevistador al niño formaban parte de un grupo de diez que cuando se ordenaban de acuerdo a su tamaño, ya fuera del más pequeño al más grande o viceversa quedaban “como una escalerita”. Para hacer esto el niño podía tomar un palito como referencia, comparándolo con los demás.

Los niños que agrupamos en la categoría transición a la conservación, son los niños que durante la resolución de esta situación mostraron dificultades para comprender la actividad, pero que con ayuda la concluyen exitosamente, ya que lograron comprender que los palitos seguían un orden, de acuerdo a su tamaño, y

que para encontrar el lugar de cada uno había que buscar entre los demás cuál era el que le correspondía.

A pesar de la dificultad que al inicio de la actividad mostró este grupo de niños, los conocimientos y comprensión que ya tenían sobre la noción de longitud les permitió que con un poco de ayuda lograran realizar la actividad hasta el final. A continuación se muestran extractos de algunas entrevistas realizadas a los niños considerados en este grupo. Es importante señalar que en base en sus acciones y sus explicaciones, parece que estos niños están muy cerca de construir la noción de conservación por completo y que sólo tienen que afinar y asimilar algunos elementos matemáticos para poder desenvolverse en actividades como ésta sin dificultades.

### Extracto 3. *Situación 1*

Entrevistadora: Estos popotes, ¿son del mismo tamaño?

Ángel: Son del mismo tamaño.

Entrevistadora: ¿Cómo puedes saber eso?

Ángel: Este, por que aquí tiene la raya. (Dice esto mientras señala un extremo de los popotes)



Figura 5. Esta figura representa la posición en que Ángel colocó los dos popotes que se le dieron para poderlos comparar y verificar que fueran del mismo tamaño.

Entrevistadora: Mira, si uno de ellos se mueve un poco, así, ¿son del mismo tamaño?



Figura 6. La entrevistadora desliza uno de los palitos hacia un lado, quedando estos en distinta posición en relación con la figura 1.

Ángel: No, porque aquí ya está arriba (dice esto mientras señala al popote que fue movido de su posición original)

Entrevistadora: Oye, ¿entonces habíamos dicho que son...?

Ángel: Popotes

Entrevistadora: ¿Sí, pero que son...? ¿Del mismo tamaño, son iguales, no?

Ángel: Asiente

Entrevistadora: Tú me dices que si yo muevo uno de los popotes tantito cambian de tamaño ¿eso es posible?

Ángel: No

Entrevistadora: ¿Cómo sabes?

Ángel: Porque, porque, ya está... ya está... éste.... otro poco más arriba (dice esto mientras señala al popote que se movió)

Entrevistadora: Ese otro poco más arriba. ¿qué significa?

Ángel: Este, que... que... que... que no son del mismo tamaño.

Entrevistadora: A ver, agárralos y compáralos para ver si son iguales o si son del mismo tamaño.

Ángel: Son del mismo tamaño. [Toma los popotes de forma vertical y los compara].



Figura 7. En este momento el niño compara el tamaño de los popotes. Los coloca de manera vertical y los apoya en la mesa de trabajo para verificar que así es, entonces se percató que son del mismo tamaño.

Entrevistadora: ¿Y si tú solito subes un popote?... A ver, ponlo más arriba.

Ángel: (Toma los popotes en forma vertical, apoyados en la mesa en la que estamos trabajando, y sube uno de los popotes)

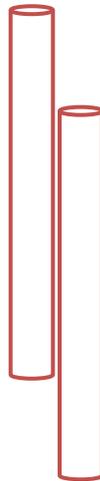


Figura 8 Ángel cambia los popotes de posición horizontal a vertical y mueve uno de los popotes, lo “sube”.

Entrevistadora: ¿Ahí ya son de distinto tamaño?

Ángel: Niega con la cabeza

Entrevistadora: ¿No? ¿entonces qué son?

Ángel: Este, que... que uno esté un poco arriba.

Entrevistadora: Ok, muy bien.

Como podemos percatarnos, al inicio Ángel basó sus respuestas sobre el tamaño de los popotes en juicios perceptuales. Para él fue muy importante, para poder decir si los popotes eran del mismo tamaño o no, que la alineación de los extremos –la “raya” a la que se refiere Ángel- de cada popote estuviera al mismo nivel. Inclusive en algunas ocasiones fue necesario que pusiera su dedo al final de ambos popotes para verificar que sus extremos tocaban su dedo, por tanto estaban alineados igual, lo que significa que eran del mismo tamaño. Por esta misma razón, cuando los popotes dejaban de estar alineados, para él dejaban de tener el mismo tamaño. Dado a que Ángel está en un nivel de desarrollo que lo acerca a la conservación, es necesario apoyarlo con actividades pedagógicas que

lo ayuden a superar los retos que implican avanzar a la etapa de conservación de la longitud.

*Extracto 4. Situación 2*

Entrevistadora: ¿Puedes acomodar estos tres palitos que te voy a dar del más chiquito al más grande?

Brian: [Asiente y acomoda los palitos tal y como deben de ir]

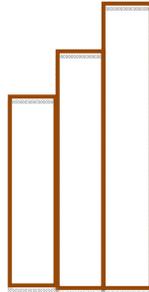


Figura 9. Ordena los palitos que se le dan, del más chico al más grande, tal y como aquí se muestran

Entrevistadora: ¿Cuál es el lugar de este cuarto palito de acuerdo a su tamaño entre esos tres que ya acomodaste? ¿Dónde va?

Brian: (Cuando se le da éste cuarto palito ya no lo puede acomodar, dice) No es posible buscarle un lugar.

Entrevistadora: (Le sugiere dónde es que puede ir y cuándo se hace esto Brian parece comprender rápidamente que ese es el lugar en el que va).

Brian: Porque es del más chico al más grande.

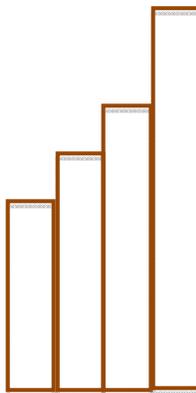


Figura 10. El cuarto palito se ordena siguiendo la secuencia y quedan ordenados como aquí se muestra.

Entrevistadora: Le da un quinto palito a acomodar para ver si ahora puede hacerlo solo.

Brian:(Trata de acomodar el quinto palito y no logra encontrar el lugar correcto; al hacerle esta observación, lo reacomoda y lo hace bien)

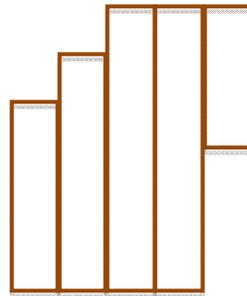


Figura 11. primer intento de Brian de acomodar al quinto palito

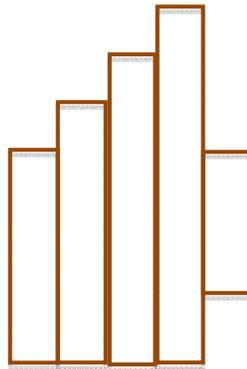


Figura 12. Segundo intento de acomodar el 5º palito

Entrevistadora: Se le da un sexto y un séptimo palito.

Brian: (Los dos logra acomodarlos en el lugar que les corresponde)

Entrevistadora: Finalmente se le pide si por último puede acomodar esos mismos palitos ahora del más grande al más pequeño.

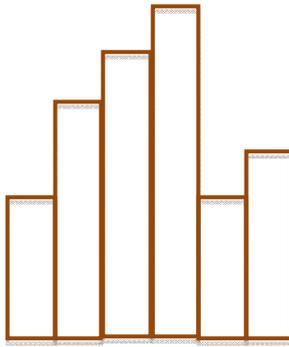


Figura 13. De esta forma acomoda el sexto palito.

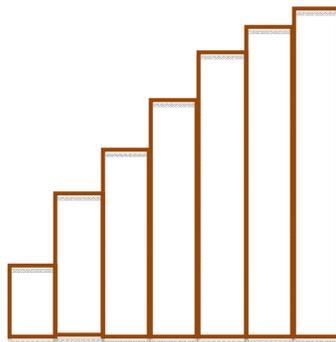


Figura 14. De esta forma Brian acomoda el séptimo palito.

Brian: [Lo hace sin complicación alguna y valida su acción diciendo] Porque es del más grande al más pequeño

Como podemos notar en esta transcripción de la entrevista hecha a Brian, le costó varios intentos poder entender cuál era el orden que debían seguir los palitos que tenía que acomodar y porqué. La entrevistadora hizo varias intervenciones para tratar de facilitar su comprensión, hasta que Brian logra seguir solo con la actividad.

Hasta ahora de los 15 niños entrevistados, cuatro niños fueron ubicados en el primer grupo (no conservadores), y en el grupo denominado *en transición a la conservación* se ubicaron ocho niños más. Los niños que restan son aquellos que no tuvieron problemas para desenvolverse ni en la primera ni en la segunda situación del instrumento, pero para quienes sí representó un gran reto resolver el tercer ítem, el cual recordemos buscaba evaluar la medición a través de la utilización de objetos intermedios, un paso más hacia la transitividad.

### 4.3. Conservadores

Como se menciona más detalladamente en el Capítulo 2, un grupo de niños que conservan longitud se caracteriza por lo siguiente: “Los niños ya han superado un primer estadio en el que evalúan la longitud de la línea recta tomando en cuenta solo sus extremos, no su forma. También ya han logrado comprender que los cambios de espacio y movimiento o desplazamientos de los objetos físicos no implican un cambio en su tamaño o longitud. Al haber superado estos dos estadios se dice que el niño ha llegado a la etapa de conservación de la longitud. En los siguientes extractos presentamos la evidencia por la cual consideramos a los siguientes niños como conservadores.

#### *Extracto 5. Situación 1*

Entrevistadora: Fíjate, te voy a dar unos palitos y quiero ver si tú me los puedes ordenar del más chiquito al más grande.

Lupita: ¿El más chiquito y el más grande? (toma con sus manos los tres palitos que le doy)

Entrevistadora: ajá ¿cuál es el más chiquito?

Lupita: éste, me enseña el palito más pequeño de los tres palitos que tiene en las manos

Entrevistadora: a ver, ponlo en la mesita

Lupita: pone el palito más pequeño en la mesa

Entrevistadora: eso ¿cual sigue de tamaño?

Lupita: este (pone otro palito de los que tiene en las manos en la mesa)

Entrevistadora: eso, muy bien, vamos a ponerlos juntitos ¿qué te parece?

Lupita: asiente

Entrevistadora: ¿y cuál sigue?

Lupita: éste (coloca el palito más grande en el lugar que le corresponde)

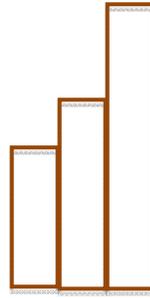


Figura 15. Los palitos quedan acomodados como en esta figura

Entrevistador: Bien Lupita, muy bien, vamos a ponerlos todos así .

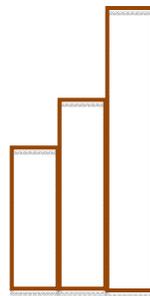


Figura 16. La entrevista acomoda los palitos de esta forma después de cerciorarse que Lupita los identificó en el orden del más pequeño al más grande.

Entrevistador: Oye Lupita y si yo te digo búscale un lugar a éste palito ¿en dónde iría? (le doy un cuarto palito)

Lupita: Se queda pensando

Entrevistador: Si lo tienes que acomodar por tamaños ¿en dónde iría?

Lupita: Aquí

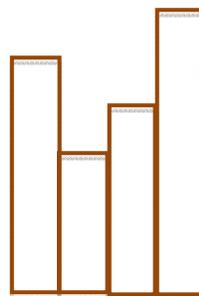


Figura 17. Lupita acomoda el palito que se le acababa de dar como se presenta aquí.

Entrevistador: ¿por qué ahí?

Lupita: se queda pensando

Entrevistador: los vamos a acomodar del más chiquito ¿al más?

Lupita: grande

Entrevistador: al más grande, si tu pones ese ahí ya no es el más grande ¿o sí?  
¿entonces dónde va, dónde le podrías buscar un lugar?

Lupita: (Se queda pensando mientras ve el palito que tiene en las manos y los palitos que están en la mesa)

Entrevistador: ¿Sabes? ¿sí, no?

Lupita: Sí

Entrevistador: ¿Dónde va?

Lupita: Aquí (señala el lugar correcto en el que debe ir el palito que tiene en las manos pero no se anima a mover los palitos que ya están acomodados) pero éste acá. (finalmente los acomoda de tal forma que quedan como la siguiente figura)

Entrevistadora: A ver hazlo

Lupita: (Mueve los dos primeros palitos y en seguida acomoda el que tiene en las manos)

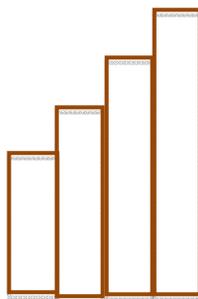


Figura 18. Después de algunos cuestionamientos Lupita reacomoda los palitos, quedan como en esta figura.

Entrevistadora: Ya ves, cuál complicación si sí sabes

Lupita: (Termina de acomodar los palitos de la mesa alineándolos por la parte de abajo para que todos queden a la misma altura)

Entrevistadora: Ahora si te doy este ¿dónde lo tienes que acomodar?

Lupita: (Lo piensa mientras ve el palito que tiene en las manos). Aquí (mueve los palitos para acomodar el palito que tiene en las manos en el lugar que le corresponde de acuerdo a su tamaño)

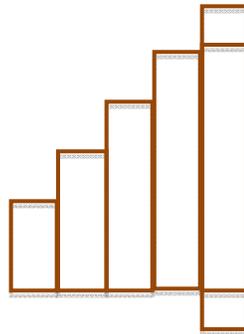


Figura 19. Acomoda rápidamente el quinto palito el lugar correcto.

Entrevistadora: ¿Y éste dónde va? (le doy un sexto palito)

Lupita: Éste aquí (acomoda el sexto palito donde le corresponde)

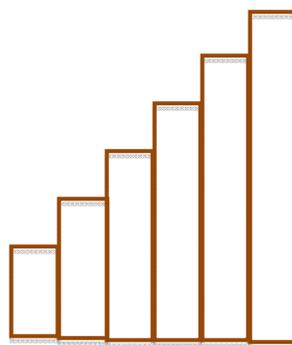


Figura 20. Lupita acomoda el sexto palito en el lugar que le corresponde. Quedan como aquí se presentan.

Entrevistadora: Oye, Lupita, y si yo te digo ahora acomoda éstos palitos, estos mismos, acomódamelos del más grande al más chiquito ¿cómo le harías?

Lupita: (Se queda mirándolos y pensando)

Entrevistadora: ¿Te imaginas cómo sería?

Lupita: (Sigue pensando) éste lo ponía aquí y éste aquí (señala los palitos a los que se refiere)

Entrevistadora: Ajá, a ver hazlo

Lupita: (Los acomoda como en la siguiente figura)

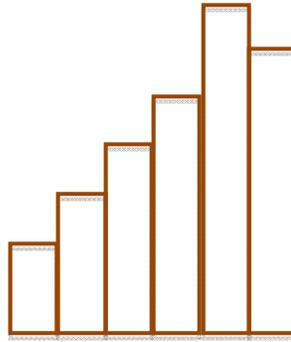


Figura 21. Cambia el quinto palito (de izquierda a derecha) al final, después del sexto. El lugar que correspondía al quinto palito queda vacío.

Entrevistadora: ¿Y luego, los demás?

Lupita: (Solo junta los palitos de la figura anterior cuidando que estén bien alineados por la parte de abajo)

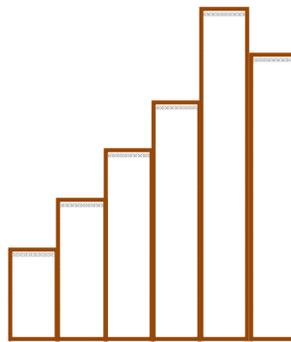


Figura 22. Cuando Lupita alinea los palitos quedan como se presentan en esta figura.

Como podemos notar Lupita no tiene ningún problema para reconocer tamaños ni para acomodar los tres palitos del más pequeño al más grande. Es importante destacar que en ocasiones, aún y cuando Lupita no alinea los palitos en su base sí se encuentran en el lugar que les corresponde de acuerdo a su tamaño. En sí, Lupita no tuvo dificultades significativas que le impidieran comprender o desenvolverse en esta situación, por lo que la entrevista concluyó hasta esta situación exitosamente. En este extracto tenemos un ejemplo del razonamiento y el modo de proceder de una niña conservadora, que no es atípico con respecto al de los demás niños que se encuentran en este mismo grupo: esta

niña a pesar que conserva la longitud da la impresión que aún se le podría ayudar a afianzar su pensamiento en ésta etapa.

*Extracto 6: situación 2*

Entrevistadora: Te voy a dar tres palitos y quiero ver si me los puedes acomodar del más chiquito al más grande.

Giovanni: (Asiente y los acomoda correctamente)

Entrevistadora: ¿Me puedes señalar cuál es más chico?

Giovanni: (Señala acertadamente el palito más pequeño)

Entrevistadora: ¿Y el más grande?

Giovanni: (Señala de nuevo el palito correcto)

Entrevistadora: Y ese que esta ahí en medio ¿por qué va ahí?

Giovanni: "Porque... este... va del más chico al más grande"

Entrevistadora: Muy bien, vas muy bien eh Giovanni

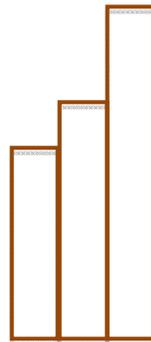


Figura 23. Giovanni acomoda los palitos que se le dan en el orden correcto.

Entrevistadora: (mientras se le da un cuarto palito se le pregunta) ¿Ese donde iría?

Giovanni: "Acá"

Entrevistadora: ¿Ahí? mmm pero éste es más grande (mientras le señala el tercer palito)

Giovanni: (Asiente) pero va a ir acá (invierte el orden de los palitos. Ver Figura 23)

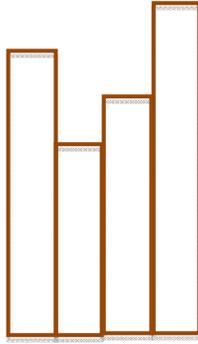


Figura 24. Cuando se le da un cuarto palito a Giovanni lo acomoda de esta forma.

Giovanni: Va a ir acá

Entrevistadora: Acuérdate que vamos del más chiquito al más grande

Giovanni: (Asiente y vuelve a acomodar el palito junto al palito más chico)

Entrevistadora: ¿Va junto al más chiquito?

Giovanni: Asiente

Entrevistadora: ¿Podría ser posible que éste fuera aquí? (La entrevistadora toma el palito y lo acomoda donde va)

Giovanni: Y éste acá (junta los palitos que recién se acomodaron)

Entrevistadora: ¿Sí puede ser posible?

Giovanni: Ajá

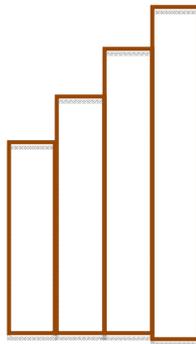


Figura 25. La entrevistadora sugiere dónde puede ir el cuarto palito.

Entrevistadora: ¿Y cómo sabemos que sí?

Giovanni: Porque éste es el más chico... éste es el más chico, éste esta un poquito grande y éste es un poquito más grande (Mientras dice esto va señalando cada uno de los palitos al que se refiere)

Cuando se le da el cuarto palito a Giovanni, se confunde y no lo puede acomodar siguiendo un orden del más pequeño al más grande. Cuando se le sugiere dónde es que puede, se continúa con la actividad, ya que, al preguntarle a Giovanni por qué sería posible que ese fuera el lugar del cuarto palito, me da un argumento que en ese momento parece demostrar que él está comprendiendo por qué los palitos se van acomodando en ese orden.

Entrevistadora: A ver, acomoda éste (se le dice esto mientras se le da el quinto palito)

Giovanni: (Lo coloca de una manera característica (Figura 25) ya que acomoda el palito que se le dio de forma tal que queda sobresaliendo a los anteriores, aunque en su parte inferior no se encuentra a la misma altura que los demás)

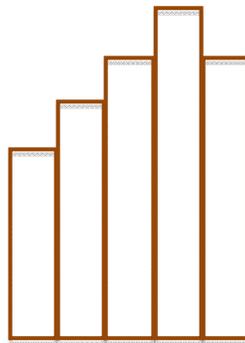


Figura 26. Giovanni ordena el quinto palito que se le da fue ordenado en el último lugar de tal forma que sobresaliera al anterior.

Entrevistadora: ¿Por qué va ahí?

Giovanni: Ese va aquí porque va como una escalerita

Entrevistadora: O sea que por eso lo pusiste hasta acá (señalo el último palito que acomodo) ¿Para que sea más grande que éste?

Giovanni: (Niega)

Entrevistadora: Entonces ¿Por qué lo pusiste hasta acá (señalo al quinto palito) si todos los demás empiezan abajo?

Giovanni: (Reacomoda los palitos)

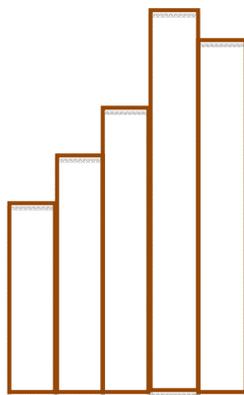


Figura 27. Al hacerle ver que todos los palitos se encuentran a la misma altura en su base Giovanni reacomoda el quinto palito, queda como aquí se presenta.

Giovanni: Ya

Entrevistadora: ¿Ahí? pero entonces ese es más chiquito que el más grande

Giovanni: Ajá

Entrevistadora: ¿Sería posible que ese tenga otro lugar entre los palitos?

Giovanni: Ajá

Entrevistadora: ¿Cómo por dónde? A ver

Giovanni: Como acá

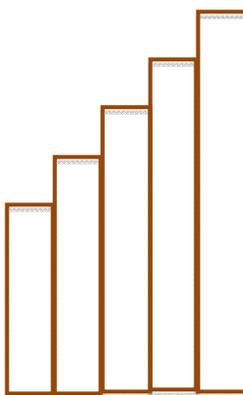


Figura 28. Acomoda el palito en donde es su lugar de acuerdo a un orden del más chico al más grande

Entrevistadora: Muy bien. ¿Cómo supiste eso?

Giovanni: Porque acá va

Entrevistadora: A ver, si yo te doy este (le don un sexto palito) ¿dónde va?

Giovanni: (Lo acomoda en el lugar correcto sin dificultad alguna)

Entrevistadora: ¿Qué haces para saber dónde va?

Giovanni: Porque pienso

Entrevistadora: ¿Y qué piensas?

Giovanni: (Se queda callado)

Entrevistadora: ¿Te fijas en el tamaño de los otros o simplemente lo sabes?

Giovanni: Sí lo sé

Entrevistadora: Se le da otro palito

Giovanni: (Lo acomoda perfectamente cuidando que estén bien alineados todos los palitos de la parte inferior) Ya

La actividad continúa sin problemas.

Giovanni fue uno de los niños que llegó con cierta facilidad a la segunda situación que planteaba el instrumento de evaluación. Como nos podemos percatar a lo largo de este fragmento de entrevista, él no tuvo problemas para identificar tamaños (“el más pequeño”, “el más grande”) ni para ordenar los primeros tres palitos que se le fueron dando siguiendo el orden que se le pidió. Aunque en el inicio de esta situación le costó trabajo entender cuál era el patrón que debía llevar la secuencia de palitos, Giovanni logró vencer esta dificultad y concluir la situación exitosamente. En inicio, cada vez que se le daba un nuevo palito a ordenar parecía que no tomaba en cuenta el patrón anterior y colocaba al nuevo palito en el último lugar, sin embargo, después que se le hacía notar esto, Giovanni repensaba la situación y lograba percatarse de que estaba cometido un error y entonces reacomodaba al palito en el lugar que le correspondía. Después de cometer este error, en pocas ocasiones parece que encuentra el sentido de cómo debe seguir ordenando los palitos que se le van dando y no vuelve a cometer ningún error al acomodarlos, concluyendo exitosamente esta situación. A Giovanni se le consideró como un niño conservador.

*Extracto 7: situación 2*

Entrevistadora: Fíjate, yo te voy a dar tres palitos ¿me los puedes acomodar del más grande al más chiquito?

Abigail: (Toma los palitos y los acomoda)



Figura 29. Abigail toma los palitos quedan acomodados como en esta figura.

Entrevistadora: ¿Cuál es el más chiquito?

Abigail: Éste (señala con su dedo al palito correcto)

Entrevistadora: : ¿Cuál es el más grande?

Abigail: : Éste (señala con su dedo el palito correcto)

Entrevistadora: ¿Me puedes acomodar ese ahí? (la entrevistadora le da un cuarto palito)

Abigail: Ajá

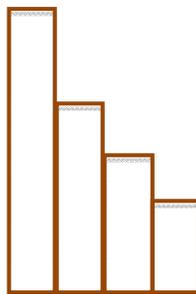


Figura 30. Abigail acomoda el cuarto palito en el lugar que les corresponde de acuerdo al orden “del más grande al más pequeño”.

Abigail: (Toma el palito y prueba dónde es que puede ir)

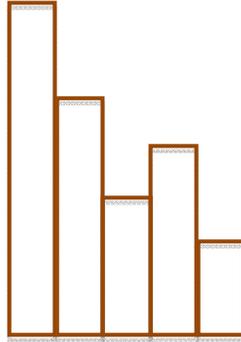


Figura 31. Abigail separa al segundo palito (viendo de izquierda a derecha) y acomoda ahí al palito que se le acaba de dar.

Entrevistadora: ¿Ahí esta del más grande al más chiquito?

Abigail: Sí

Entrevistadora: ¿Cómo podemos saber eso?

Abigail: Porque este es grande (señala al primer palito de izquierda a derecha)... y tiene muy... y este un poquito grande (señala al tercer palito) pero si le cortaríamos un pedacito (refiriéndose al segundo palito) o aquí le cortaríamos (refiriéndose al cuarto palito) ya estarían iguales (refiriéndose al tercer palito)

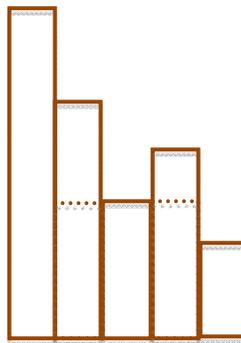


Figura 32. Las líneas punteadas en el segundo y el cuarto palito indican dónde es que Abigail propone cortar los palitos para que queden "iguales". De esta forma el segundo, tercer y cuarto palito quedarían del mismo tamaño.

Entrevistadora: Oye pero éste, este palito que pusiste aquí (señalo el tercer palito de izquierda a derecha) que no es más chiquito que éste (señalo el cuarto palito de izquierda a derecha)

Abigail: (Observa cuidadosamente los palitos) sí

Entrevistadora: ¿Entonces?

Abigail: Entonces éste tiene que ir aquí (cambia el orden de los palitos)

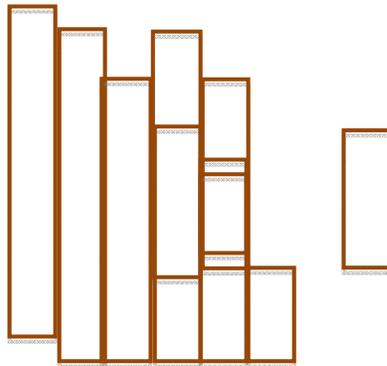


Figura 33. Abigail reacomoda a los palitos y quedan tal y como se presentan en esta figura.

Entrevistadora: Muy bien; oye Abigail ¿y cómo sabes dónde tiene que ir cada uno?

Abigail: Porque me enseñaron en el kinder

Entrevistadora: ¡Ah! ¿Pero cómo te enseñaron? ¿cómo te dijeron que tenías que hacer?

Abigail: Ponerlos así como están, del grande al chiquito.

Entrevistadora: ¡Ah! A ver, acomódame este (mientras le doy un sexto palito)

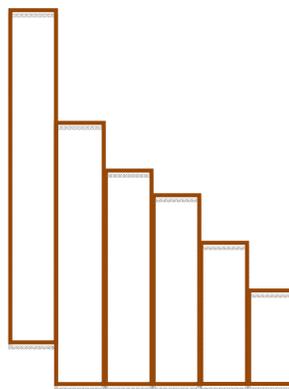


Figura 34. Acomoda el palito que se le da en el tercer lugar de izquierda a derecha.

Abigail: Ya está

Entrevistadora: Muy bien, a ver ahora búscale un lugar a éste (se le da un séptimo palito para que lo acomode en el orden correspondiente)

Abigail: ¿Éste? (agarra el palito y lo acomoda inmediatamente)

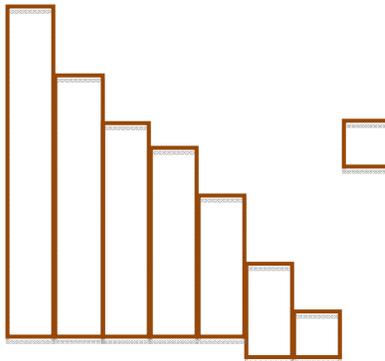


Figura 35. Las figuras que acomoda Abigail quedan como aquí se representan.

Abigail: Así

Entrevistadora: ¿Cuál es el más chiquito?

Abigail: (Señala el palito que acaba de acomodar, el último de derecha a izquierda)

Entrevistadora: A ver acomódame éste... (Abigail sigue la actividad sin ningún problema y sin cometer ningún error)

Al final de esta actividad se le pregunta a Abigail

Entrevistadora: ¿Se te ha hecho complicado?

Abigail: Sí , porque primero los puse igual

Entrevistadora: ¿Los pusiste igual? ¿Pero aún así se te hace difícil?

Abigail: Sí

Entrevistadora: Yo veo que lo estás haciendo muy bien.

La entrevista que se realizó con Abigail no tuvo muchas dificultades hasta que avanzamos a la situación de transitividad. Abigail es una niña que conserva la longitud y que aunque en algunas ocasiones demuestra confusión sobre algunas

acciones le toma poco tiempo darse cuenta si es que comete un error en alguna parte de la actividad, y, lo corrige dando explicaciones de por qué lo hace.

Los tres niños que se consideraron conservadores fueron categorizados de esta forma debido a que fueron los niños que hasta el momento de la entrevista tuvieron un razonamiento que les permitió tener una conservación de la magnitud continua longitud, a través del entendimiento de ciertas propiedades físicas de los palitos, como por ejemplo de su tamaño y como estos seguían un patrón o una secuencia en relación a los demás; los niños conservadores han logrado dejar de lado la idea de que los cambios externos modifican dichas propiedades.

#### *4.4. Transitividad*

“Un niño que piensa transitivamente es capaz de utilizar un tercer objeto o un objeto intermedio para comparar alturas o longitudes de otros objetos”(Stephan y Cobb; pp. 22, 2003). Es un niño que puede hacer uso de algún tipo de unidad de medida arbitraria y a través de ésta cuantificar, aunque no sea de forma convencional, las propiedades de algunos objetos (p. ej. el largo, el ancho, el alto de un vaso o una mesa). Para los niños que no conservan longitud, dar el paso a un razonamiento transitivo es imposible, debido a que a su forma de ver las propiedades de los objetos comparadas con otros se encuentran sujetas a cambios dependiendo de su entorno, por lo que aún no cobra sentido el tomar un tercer objeto como una unidad de medida.

Con base en estas características del pensamiento, tenemos que de los quince niños que fueron entrevistados ninguno se pudo ubicar en este grupo, ya que, los niños conservadores (los que lograron resolver las primeras dos situaciones sin muchos problemas) tuvieron dificultades para comprender la tercera situación del instrumento de evaluación que se les planteaba, la cual estaba enfocada en evaluar transitividad. Por esta razón dicha situación se fue modificando hasta llegar a hacer simplemente una serie de preguntas a través de las cuáles se pudiera explorar si los niños que conservaban podían llegar a la transitividad.

Es importante mencionar que de los tres niños que se ubicaron como conservadores, solo a Giovanni se le consideró en un desarrollo más cercano a lograr la transitividad, sin embargo no fue considerado en este grupo debido a los

retos que significó para él tratar de comprender la situación sin lograr resolverla. A continuación se presenta un fragmento de la entrevista en la que se trató de explorar este tema.

*Extracto 8: situación 3*

Entrevistadora: ¿Tú sabes cómo podríamos saber cuánto mide esta mesa? Esta mesa, en la que estamos

Giovanni: Como veinte

Entrevistadora: ¿Cómo veinte qué?

Giovanni: metros

Entrevistadora: ¿como veinte metros? ¿Y cómo podemos saber eso? ¿cómo sabemos que son veinte?

Giovanni: este porque se ve... este... este... por que así es la mesa

Entrevistadora: Muy bien, que interesante ¿Y nada más lo podemos medir con los metros?

Giovanni: Asiente

Entrevistadora: Con qué otra cosa te imaginas que podemos medir. ¿cuánto mide esta mesa?

Giovanni: con una cinta que tiene muchos números

Entrevistadora: con una cinta, muy bien ¿crees que lo pudieras medir también con tu manita?

Giovanni: aja

Entrevistadora: A ver ¿cómo le harías?

Giovanni: este y acá pongo mi mano (pone sus manos de tal forma que queda abrazando a la mesa)



Figura 36. Los círculos rosa representan el lugar donde Giovanni coloca sus manos. Él se estira lo más que puede para poder alcanzar ambos extremos de la mesa.

Entrevistadora: ¿Y cuánto sería?

Giovanni: Este... (se queda pensando y dice) son cuarenta metros

Entrevistadora: Y crees que lo pudieras medir con tu mano así: uno... dos... (la entrevistadora mide cuántas palmas de su mano caben en la mesa, mostrándole a Giovanni cómo tendría que hacerlo él) ¿Cómo le harías tú?

Giovanni: (trata de medir como lo acaba de hacer la entrevistadora)

Giovanni: Mide la mesa con la palma de su mano sin poder cuidado de poner su palma donde acaba el espacio que acaba de contar.

Giovanni: Quince.

Entrevistadora: Muy bien ¿quince qué?

Giovanni: Metros

Entrevistadora: ¿Y si yo te doy este palito?

Giovanni: (Toma el palito que se le acaba de dar)

Entrevistadora: ¿Crees que la pudieras medir con el palito?

Giovanni: Ajá

Entrevistadora: A ver

Giovanni: (Va corriendo el palito mientras cuenta y no pone cuidado el iterar el palito simplemente lo va recorriendo mientras cuenta)

Giovanni: Diecinueve

Entrevistadora: ¿O sea que para qué nos sirve medir Giovanni? ¿para qué te imaginas que nos sirve?

Giovanni: Este... una cinta

Entrevistadora: Sí pero ¿para qué? ¿para qué queremos saber cuánto hay?

Giovanni: Este... este... para que coman todos

Entrevistadora: Para que coman todos, muy bien

Al finalizar esta parte de preguntas la entrevista continuó con una situación en la cual Giovanni midió con sus pasos una determinada distancia del salón en el que estábamos trabajando. Giovanni no pareció encontrarle algún sentido, realizó la actividad pero no logra utilizar sus pasos como una unidad de medida, nunca los iteró.

Considero que aunque Giovanni no concluye exitosamente las últimas dos situaciones del instrumento de evaluación que se le plantean en este fragmento de entrevista se rescatan datos importantes, como lo son el que a pesar de la

confusión o poca claridad que mostraba tener logró hacer alusión a nociones de transitividad o hacia otros conocimientos matemáticos que él tenía sobre medición (p.ej. cinta métrica y metros).

#### *4.5. Resultados del instrumento de número*

Para analizar e interpretar los datos que se obtuvieron de las entrevistas en cuanto al instrumento de número, se tomó como parámetro de análisis la clasificación que proponen Wright, Martland, Sttaford y Stanger (2006) en su modelo para las etapas tempranas de aprendizaje aritmético. Esta clasificación consta de seis etapas, de las que la etapa de conteo emergente es la más básica, ninguno de los niños entrevistados fue ubicado en esta etapa debido a que todos han superado ya un estado inicial de conocimiento de los números, conocen el nombre de la serie numérica 1 a 12 y pueden relacionar las palabras numéricas con objetos.

La primera etapa es la de conteo perceptual, ningún niño entrevistado fue ubicado en ella, todos pudieron contar y enumerar objetos sin necesidad de tenerlos enfrente o seguir una serie numérica del 1 al 12 hacia delante y hacia atrás por lo que es claro que los niños entrevistados se encuentran en una trayectoria de aprendizaje del conteo aritmético que ha superado estos conocimientos.

La segunda etapa es la de conteo figurativo, en la cual, solo se categorizó a dos de los niños entrevistados debido a que los demás conocen bien la serie numérica 1 a 12.

Los niños que se piensa se encontraban en la etapa de conteo figurativo al momento de la entrevista tuvieron problemas para enumerar hacia delante y hacia atrás las doce galletas que se le daban en las situaciones que se trabajaron. En una parte de esta situación se les mostraron dos grupos de seis galletas y ambos niños tuvieron que contar desde el uno en cada grupo para poder cerciorarse que había el mismo número de galletas en cada grupo. Aún y cuando resolvieron exitosamente las situaciones que se les plantearon se consideró, de acuerdo a esta clasificación, que se encontraban en una etapa previa a la de sus demás compañeros. La tercera etapa de la secuencia propuesta por Wright y sus colaboradores es la denominada Secuencia Inicial de Número. De los niños que fueron entrevistados 8 se categorizaron en este grupo, debido a que, al momento

de resolver las situaciones del instrumento de número que se les plantearon tuvieron el suficiente conocimiento de la serie numérica 1 a 12 que hizo que la resolvieran con facilidad, pudieron contar hacia adelante de uno en uno, de dos en dos, y de tres en tres y aunque tuvieron mayores dificultades pudieron contar también hacia atrás. Realizaron adiciones y sustracciones exitosamente.

La cuarta etapa es la de secuencia intermedia de número, en ésta se ubica a cuatro de los niños entrevistados, ellos se caracterizaron por resolver principalmente sustracciones sin tener que comenzar desde el uno, por ejemplo a Lupita se le preguntó “si tienes 12 galletas y te comes tres ¿cuántas galletas te quedan?” y Lupita respondió 9 debido a que pudo contar  $11-10-9$  rápidamente. Es decir en esta etapa el niño puede escoger eficientemente los números que corresponden a la serie numérica 1 a 12, contando hacia adelante y hacia atrás. La quinta etapa es la secuencia fácil de número, en ésta, el niño utiliza varias estrategias de conteo que le permiten hacer cálculos más complejos. El niño hace uso ya de la conmutatividad y de las decenas. En esta etapa no se ubicó a ningún niño de los entrevistados. En general los niños entrevistados mostraron un mayor desarrollo y comprensión de la noción de número que de la noción de conservación de la longitud. Todos los niños entrevistados demostraron una mayor comprensión y un mejor desenvolvimiento en las situaciones de conteo que se les plantearon a diferencia de algunas situaciones de medición en las que se mostraron inseguros y dubitativos con sus respuestas.

De los niños entrevistados ninguno se encuentra en la etapa de conteo emergente ni en la etapa de conteo perceptual, en la etapa de conteo figurativo se ubican tres; en la etapa de secuencia inicial de número ubicamos a 8 y en la etapa de secuencia fácil de número se ubican 4. Tenemos como supuesto el hecho de que los niños que se encuentran en una trayectoria de aprendizaje que sitúa su comprensión de la conservación de la longitud y la del número en un nivel parecido, es cuando ellos pueden lograr una mayor comprensión y aprendizaje de los conceptos de medición, debido a que para poder desarrollar estos conceptos es necesario echar mano de estas dos nociones. Es difícil imaginar cómo un niño puede “medir” sino tiene conservación, o si no hace uso de algún tipo de unidad

de medida, o bien si no conoce los números. Una actividad de este tipo carecería de sentido para quien no haya desarrollado estos conceptos.

## Capítulo V. Conclusiones

En este último capítulo se presentan las conclusiones que hacemos del presente trabajo, para llegar a ellas se tomó en cuenta el marco educativo en el cual los quince niños que fueron entrevistados se encuentran inmersos.

Es importante recordar que el objetivo de la presente tesis fue conocer lo que los niños saben sobre medición, además de saber en qué punto se encuentran en el desarrollo de la conservación de la longitud. Para esto se realizaron quince entrevistas, del tipo que propone el método clínico. A través de ellas se indagó cuáles eran las concepciones que tenían los alumnos entrevistados sobre el contenido de medición. La primera conclusión a la que llegamos es que, de acuerdo al tipo de razonamiento que los niños mostraron tener sobre la noción de conservación de la longitud, los podemos categorizar en tres grupos: *No conservadores, en transición a la conservación y conservadores*. Se había considerado un último grupo, el de los niños que se encontraran en la etapa de *transitividad*, sin embargo no se refleja en nuestros resultados debido a que a ninguno de los niños entrevistados se le pudo ubicar en ella.

Para nosotros el hecho de que ninguno de los niños que se entrevistaron hubiera llegado a la etapa de transitividad fue sorprendente, ya que tanto nuestro instrumento de evaluación como la literatura nos indicaban, que, aún y cuando podríamos encontrar algunas dificultades en esta etapa, todos los niños al ingresar a la educación primaria tendrían un pensamiento transitivo. Ante esta situación las reflexiones que se realizan en éste capítulo se orientan hacia los siguientes puntos: el primero es referente a la relación que hay entre los resultados y las características de nuestra población; el segundo apunta a la incongruencia que surge entre lo que los niños saben al ingresar a la educación primaria y las actividades que plantea el programa de matemáticas de primer grado; y el último punto se dirige a: ¿Qué hacer con estos niños? ¿Cuáles son los retos pedagógicos que implican estos niños? ¿Qué acciones se deben llevar a cabo para que no comiencen con un rezago la educación primaria?

Referente a la primera reflexión que haremos nos gustaría exponer algunas de las características de la población que probablemente influyen en su desempeño escolar. Los niños que participaron en la entrevista pertenecen a una

escuela pública en el turno vespertino. Esta escuela es una de las menos favorecidas de Xochimilco. Los niños que acuden a ella son de características socioeconómicas bajas. Inclusive, algunos ya empiezan a integrarse en actividades laborales, ya sea ayudando en casa o apoyando a sus padres en sus respectivos oficios. Los niños que fueron entrevistados son niños bastante tímidos; les costó trabajo expresar lo que pensaban de las situaciones que se les planteaban, ya fuera porque no estaban acostumbrados a realizar actividades donde se les pidiera que expresaran sus ideas y argumentos, o porque posiblemente las situaciones que se les presentaban les parecían ajenas a las situaciones académicas a las que están acostumbrados. También puede ser que la situación misma les resultara intimidante.

En cuanto a la escuela, la primaria es considerada en su zona escolar como una escuela *apadrinada* debido a su bajo desempeño académico. A los grupos de esta escuela se las ha ubicado en la prueba ENLACE, a nivel nacional en matemáticas entre los percentiles 3 y 67 (N=9), con la mediana en el 19. Si bien estos datos sugieren que se trata de una escuela cuyo alumnado, en términos generales, es de bajo desempeño académico, también nos indican que sus estudiantes logran niveles de desempeño similares o mejores a los de millones de otros niños del sistema educativo nacional. ¿Por qué estos datos nos parecen importantes? Consideramos que los niños entrevistados comparten muchas de estas características con otros niños de este nivel educativo. Así pues, pensamos que su bajo desempeño obtenido en el contenido de medición no es exclusivo de ellos, en este sentido se puede decir que la población no es atípica a otros estudiantes.

Juntando todos estos elementos podríamos plantear una primera hipótesis que explique los resultados que obtuvimos en las entrevistas. Podemos decir que el entorno de estos niños, los bajos resultados académicos de la escuela a la que asisten y las herramientas culturales con las cuentan tienen grandes implicaciones en la forma en la que los niños desarrollan los conocimientos y las habilidades matemáticas necesarias para poder afrontar las actividades de medición que se plantean en este grado. Recordemos que nuestra población estuvo integrada en su mayoría por niños que aún no eran conservadores, y los niños que lo eran, aún

no habían logrado superar los retos que implica desarrollar un pensamiento transitivo.

Respecto al segundo punto de reflexión, sabemos que las actividades que plantea el programa de matemáticas de primer grado de primaria están orientadas a niños que han desarrollado ya conservación de la longitud, que están afianzando su pensamiento transitivo y que tienen la finalidad de introducirlos en la cuantificación de longitudes. Esto resulta ser un problema para los niños que tienen características como los que fueron entrevistados en este trabajo, debido a que no han logrado los elementos matemáticos acordes al nivel educativo que están cursando.

Para ellos, estas actividades resultan bastante complejas. Dependiendo de dónde es que se encuentren en el desarrollo del concepto de medición es la complejidad que estas les implicarán. Para el primer grupo de los niños que entrevistamos, las situaciones de transitividad deben resultarles totalmente inaccesibles debido a que ni siquiera conservan la longitud (como observamos mientras resolvían la segunda situación de nuestro instrumento de evaluación, que está orientada a la comprensión de la noción de conservación, una etapa de desarrollo anterior a la transitividad). Para los niños del segundo grupo, tener que resolver situaciones problemáticas que impliquen transitividad puede resultarles también bastante complicado. Sin embargo, a diferencia de los niños del primer grupo, ellos cuentan con más elementos matemáticos sobre medición que les pueden ayudar a intuir qué es lo que se espera que hagan, aunque probablemente no comprendan qué es lo que hacen o por qué es que lo tienen que hacer de esa forma. Para aquellos que integran nuestro tercer grupo, es decir los niños conservadores, las situaciones que implican transitividad siguen siendo un reto pero definitivamente más asequible que para los otros niños. Al contar con un desarrollo mayor que el de sus compañeros sobre la noción de conservación de la longitud se encuentran más próximos a comprender el concepto de medición de la misma. Si se trabaja con estos niños actividades que los ayuden a afianzar su comprensión de la conservación en cualquier momento lograrán superar los retos que les impliquen las situaciones de transitividad.

Por razones que obviamente superan a este trabajo, y que tal vez tengan que ver con otras cuestiones aparte de la investigación de la educación matemática en México, no podemos pensar en un cambio a los programas de estudio. Inclusive validar estos resultados a una población que resultara estadísticamente significativa está fuera de nuestro alcance. Sin embargo, consideramos que es importante plantearnos cuestiones como las siguientes: ¿Qué hacer con los niños, que al igual que nuestros entrevistados, están ingresando a la educación primaria con un rezago educativo? ¿Cómo ayudarlos a avanzar en su trayectoria de aprendizaje sobre medición para que puedan comenzar el año al mismo nivel, o cercano al de sus compañeros? ¿Cuáles son los retos pedagógicos que implican estos niños a los educadores?

Consideramos que detenernos en estas preguntas es importante, ya que, los contenidos que los niños han de desarrollar a partir de la comprensión que tengan de la medición son fundamentales a lo largo de su educación. Como se comentó en el primer capítulo de este trabajo, el niño que no logra desarrollar los conocimientos y las habilidades matemáticas necesarias para comprender por completo el concepto de medición, se aleja también de comprender otros conceptos matemáticos que se ligan a éste, ya que suponen un razonamiento sobre la medición más sofisticado. Por esta razón creemos es necesario que todos aquellos que están inmersos en el campo educativo lleven a cabo acciones para no dejar a su suerte a estos niños. Aunque el éxito o el fracaso escolar, la permanencia o la deserción de este tipo de estudiantes de primaria no depende de que comprendan por completo la noción de medición, consideramos que es importante hacer todos los esfuerzos para apoyarlos. Como se mencionó al inicio del presente trabajo, que los niños tengan mejores herramientas, habilidades y conocimientos sobre medición les abre las puertas a un mundo matemático distinto, en el que tanto académicamente como en su vida diaria tendrán la oportunidad de participar y relacionarse en actividades o situaciones que sin la comprensión y desarrollo de este les serán completamente inaccesibles.

Para concluir considero que es importante que se desarrollen más investigaciones que estén orientadas a diseñar recursos pedagógicos que favorezcan el desarrollo de las nociones de conservación y transitividad en los

niños de preescolar y primero de primaria; o bien, que alienten a los maestros a dar seguimiento a la trayectoria de aprendizaje de medición de cada uno de sus alumnos, identificando en qué punto de ella se encuentran y conceptualmente desde dónde se tendría que apoyarlos para poder integrarlos a las actividades que plantea el programa de matemáticas. Sin duda todo esto contribuirá a mayor conocimientos de las necesidades de estos niños y sus educadores.

## Referencias bibliográficas

Manual de estilo de publicaciones de la American Psychological Association (APA). 2ª ed. Manual Moderno: México D.F.

BACKHOFF, E.; ANDRADE, E.; SÁNCHEZ, A.; PEON, M. (2008). El aprendizaje en tercero de preescolar en México. Lenguaje y comunicación, Pensamiento Matemático. INEE: México, D.F.

BARRET, J.; JONES, G.; THORTON, C.; DICKSON, S. (2003). "Understanding Children's Developing Strategies and Concepts for Length". Yearbook NCTM.

CARPENTER, T. (1975). "Measurement concepts of first- and second- grade students". Journal for Research in Mathematics Education, Vol.6, N°1 (Jan., 1975), pp. 3 – 13. NCTM

CLEMENT, J. (2000). Analysis of Clinical Interviews: Foundations and Model Viability. PME Handbook: University of Massachusetts Amhersts.

COBB, P. (2003). "Investigating Student's Reasoning About Linear Measurement as a Paradigm Case of Desing Research". Journal for Research in Mathematics Education. NCTM: Vanderbilt University.

CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. (1988). El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales. Madrid: Editorial Síntesis S. A.

ERLWANGER, S. H. (1973). "Benny's Conception of rules and answers in IPI Mathematics". Journal of Children's Mathematical Behavior 1. Pp. 7 -26. NCTM.

FREUDENTHAL, H. (2002). "Didactical Phenomenology Of Mathematical Structures". Kluwer Academics Publisher.

KAMII, C.; RUMMELSBURG. J. (2008). Arithmetic for First Graders: Lacking Number Concepts. Teaching Children Mathematics. Pp. 389 – 394. NCTM.

MORENO, L.; WALDEGG, G. (2004). Aprendizaje, matemáticas y tecnología. Una visión integral para el maestro. Aula XXI. Santillana: México, D. F.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. (1981). The Child's Conception of Geometry. W.W. Norton & Company: N.Y.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. (1996). "La conservación de cantidades continuas". Génesis del número en el niño. Biblioteca pedagógica. Editorial Guadalupe: Buenos Aires.

SPERRY, S. [Traducción]. "Measurement". Early Childhood Mathematics. 2ª ed., Needham Heights, MA, Allyn & Bacon, pp. 174 – 195.

SEP. (1993). Programa de educación básica: Primaria.

SEP. (2004) Programa de educación preescolar: PEP 2004

SEP. (2008). Evaluación Nacional del Logro Académico: ENLACE

SEP. (2009). Secuencias didácticas, primer grado: Matemáticas

STEPHAN, M.; GRAVEMEIJER, K. (2003). "A Hypothetical Learning Trajectory on Measurement and Flexible Arithmetic". Journal for Research in Mathematics Education. NCTM: University Calumet.

[http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO\\_BUS=3&LEMA=magnitud](http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=magnitud)

STEPHAN, M.; CLEMENTS, D. (2003) "Linear and Area Measurement in Prekindergarten to Grade 2". Learning and Teaching Measurement. NTCM: University at Bufalo, State University of New York.

WHITENACK, J., et al. (2002). Starting of School Year with Opportunities for All: Supporting First Graders' Development of Number Sense. Teaching Children Mathematics. Pp. 26 – 31. NCTM: University of Missouri.

WRIGHT, J.; MARTLAND, J.; STAFFORD, A.; STANGER, G. (2006). Teaching Number, Advancing Children's Skills & Strategies. Paul Chapman Publishing.