UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

PROGRAMA EDUCATIVO EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

UNIDAD AJUSCO

"CURSO-TALLER BASADO EN EL MODELO DE GESTIÓN MENTAL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES"

TESIS

Que para obtener el título de:

Licenciado en Psicología Educativa

Presenta:

MARICELA JIMENEZ REYES

Asesor:

Mtro. Pedro Bollás García

Generación 2002 – 2006

MÉXICO D. F. FEBRERO 2010

AGRADECIMIENTOS

Al término de esta etapa de mi vida, quiero expresar un profundo agradecimiento a quienes la ilusión de su vida ha sido y fue convertirme en una persona de provecho sacrificando gran parte de su vida para formarme y educarme sin escatimar esfuerzos y sacrificios. Mil gracias por su ejemplo de superación incansable, comprensión, confianza y amor incondicional que me brindaron siempre.

A mi padre Santiago Y
A la memoria de mi madre Juana quien siempre está en mi mente.

Gracias por tu cariño, ayuda, apoyo y comprensión durante momentos difíciles y felices de mi vida he logrado uno de los anhelos más grandes, el cual constituye un incentivo para continuar con mi superación en beneficio de ambos.

David: Gracias por ser parte de mi vida

No es fácil llegar, se necesita perseverancia, lucha y deseo, pero sobre todo apoyo, estímulos, consejos y confianza, como lo he recibido de ustedes durante mi vida. Gracias porque en los momentos más difíciles me alentaron a seguir adelante. Al fin se ven culminados nuestros esfuerzos y mis deseos, iniciando así otra etapa en mi vida, en la que siempre estarán en mi corazón.

Con cariño, admiración y respeto para mis hermanas (Rosa, Lourdes, Cruz, Verónica y Eva) y a para la personita que aún sigue en nuestro corazón: Jesús.

Directa e indirectamente han contribuido al cumplimiento de una de mis metas importantes, pues han sido fuente de estímulo y dedicación, por su apoyo, cariño y confianza brindados aún en momentos difíciles, no existen palabras que expresen lo que han significado en el transcurso de mis estudios.

Sobrinos, Cuñados, Lulú Cornejo y amigos.

Por su tiempo, paciencia y orientación para construir este trabajo gracias Mtro. Pedro Bollás

Por sus observaciones y tiempo prestado para mejorar el trabajo gracias. Jurado

INDICE

Resumen……..4
Introducción…….....5
Planteamiento del problema…….....6

CAPÌTULO 1
BASES TEÓRICAS
1.1.- Fracciones…….10
1.2.-Diferentes interpretaciones de las fracciones……. …….13
1.3.-Las operaciones con fracciones …….45
1.4.- Enseñanza aprendizaje de las fracciones…….....56
1.5.- Modelo de gestión mental (MGM)…….....79

CAPÍTULO 2
MÉTODO
Objetivo general…….....83
Objetivos específicos…….....83
Sujetos…….83
Escenario…….....83
Instrumentos……...84
Procedimiento……84
Diseño de la investigación……85

CAPÍTULO 3
ANÁLISIS DE RESULTADOS
Análisis cuantitativo……...86
Análisis cualitativo……92
Conclusiones generales……104
Propuesta de trabajo……..107

ANEXOS
Cuestionario……108
Curso – taller……....116

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo fue diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención (curso- taller) basado en el modelo de gestión mental (MGM) para la enseñanza de las operaciones con fracciones en 1º de secundaria.

Dicho modelo consiste en que el alumno debe generar sus recursos intelectuales por medio de los gestos mentales (atención, memorización, imaginación, reflexión y comprensión) y está basado en la teoría de la Gestión mental de A .de la Garanderie.

Se trabajó con un grupo que cursa el 1º de secundaria conformado por 22 alumnos con una media de 13 años de edad. La propuesta que se presenta es un curso-taller el cual se evaluó antes y después de la aplicación, lo que nos permitió obtener un análisis cuantitativo y cualitativo de los resultados.

En la primera parte de la investigación se presenta el sustento teórico de la propuesta del curso taller, posteriormente se muestran las actividades que se realizaron durante el taller, así como los instrumentos de evaluación. Como última parte se muestran los resultados obtenidos y las conclusiones a las que se llegaron.

INTRODUCCIÒN

Este trabajo consiste en la propuesta de un curso-taller para la enseñanza de las fracciones en 1º de secundaria basado en los contenidos establecidos en los planes y programas de la SEP 2006 a nivel secundaria.

Dicho curso-taller se basa en el Modelo de Gestión Mental (MGM) el cual consiste en que el alumno debe generar sus recursos intelectuales por medio de los gestos mentales y esta basado en la teoría de la Gestión mental de A .de la Garanderie.

Con este curso-taller se pretende facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje de las fracciones con miras a una mejor comprensión del contenido por parte de los alumnos así como apoyar al profesor brindando una alternativa metodológica que pueda aplicar en su ejercicio cotidiano.

La investigación está sustentada teóricamente con temas básicos de las fracciones incluyendo conceptos y procedimientos, se abarcan también aspectos importantes del proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones y finalmente hay una explicación a cerca del MGM.

En otro de los capítulos se presenta el método que se empleó en la investigación, presentando el objetivo general y los específicos que se persiguen, los sujetos y el escenario con que se trabajó, los instrumentos empleados (cuestionario, tabla de resultados y hoja descriptiva), el procedimiento y el diseño de la investigación.

Finalmente se anexan los instrumentos y la planeación del curso-taller incluyendo las hojas de actividades que se ocuparon para cada una de las sesiones.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El concepto “fracción” tiene una gran cantidad de variantes, pues se emplea en diferentes contextos y situaciones, es por ello que algunos autores lo consideran un “mega” concepto. Tiene sus bases en la relación parte-todo, esta primera interpretación es la que se debe mostrar a los alumnos en contextos continuos y áreas; favoreciendo al mismo tiempo el significado de la suma según Ellerbruch y Payne (citados por Llinares y Sánchez 1997), posteriormente se irán complementando las diferentes interpretaciones para no limitar el concepto.

Kieren, Berhr y Dickson citados por Llinares y Sánchez (1997) realizan una clasificación de los diversos significados de las fracciones, como son: *Relación parte-todo y medida, Decimales, Recta numérica, Fracción como cociente, como elemento de la estructura algebraica, como razón, Probabilidad, Porcentaje, además de Fracciones y operadores.*

La comprensión real de las fracciones lleva a obtener la habilidad de manejarlas en las diferentes representaciones y de poderlas intercambiar entre si, tales representaciones podrían ser: modelos concretos, diagramas, dibujos, forma oral o forma escrita; por otro lado existen modelos que permiten manipular y representar las fracciones en sus variados significados y operaciones.

Por lo anterior al enseñar las fracciones hay que considerar en primera instancia que se deben crear bases sólidas para establecer las diferentes representaciones y en un segundo momento las actividades a desarrollar deben pretender que el alumno realice las traslaciones entre estas representaciones.

Cabe señalar que al abordar las interpretaciones del concepto de fracción se pueden introducir de manera natural el algoritmo de suma y resta de fracciones. En lo que respecta a la multiplicación y división de fracciones se van integrando con naturalidad en la interpretación *operador*.

Las dificultades más frecuentes que se encuentran en el aprendizaje de los contenidos relacionados con las fracciones son debido a una mala comprensión del concepto o un procedimiento erróneo; por ejemplo; cuando se presenta alguna dificultad en equivalencia o algoritmos lo primero que se debe hacer es saber si el alumno tiene clara la noción de fracción e ir avanzando paulatinamente para que esto se trate desde la raíz y la comprensión no sea superficial, obteniendo así un aprendizaje significativo.

La facilidad que se puede tener en el manejo de las fracciones depende de la conceptualización que se logre, a partir de encontrarle un sentido al manejo de las fracciones en la vida cotidiana y no verlas como algo innecesario y fuera de la realidad.

De manera informal el alumno va obteniendo conocimiento de las fracciones y se va formalizando el concepto que se maneja en la escuela, el aprovechamiento de esa educación informal depende del enfoque y creencias que tenga el profesor ya que estos aspectos influyen directamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

La palabra Fracción significa romper en partes iguales, la fracción describe la relación cuantitativa entre un todo y sus partes representándolo como $\frac{a}{b}$ que significa dividir la unidad en **b** partes iguales y tomar **a** de esas partes, se les conoce como a-numerador y b-denominador. Existen tres tipos de fracciones: las propias, impropias y mixtas; una fracción impropia siempre se puede transformar a fracción mixta y viceversa.

Por otro lado, Castro y Torralbo (2001) definen a las fracciones equivalentes como conjuntos de fracciones que están formados con números diferentes pero la cantidad que representan es la misma. La importancia de tener clara esta idea es porque se utiliza para la relación de orden, en la adición y sustracción de diferentes denominadores. Por otro lado están las fracciones irreducibles; son la que se representan con los números más pequeños que sean posibles y su único divisor es 1.

Las fracciones se presentan en el currículo de los diferentes niveles educativos graduando la dificultad, en el taller de la presente investigación se consideran los

contenidos que el alumno adquirió en la primaria y los que debe adquirir en primer grado de secundaria.

En el campo de las investigaciones de fracciones existen varias líneas trabajadas, en las cuales se considera a los alumnos, a los profesores y la metodología de aprendizaje, ya que son elementos importantes en la adquisición de conocimientos.

En una investigación se analizó la existencia de una relación entre el concepto de fracción dado por los estudiantes para profesores de primaria, el sistema de representación y el tipo de tarea empleado, en otra investigación se pretendió conocer las concepciones de los docentes de primaria en relación a la fracción como razón y como operador multiplicativo.

Con lo que respecta a los alumnos directamente, se han explorado las posibilidades didácticas de la división de números naturales como fuente de problemas que vuelven funcional la noción de fracción, en otras investigaciones se analizó el aprendizaje de los números desde el nivel básico hasta primero de bachillerato conociendo lo que sabían y no sabían los alumnos, además se detectaron las dificultades que se presentaban en los números racionales.

Otro estudio indagó la libre producción de referencias que los estudiantes evidencian con respecto a las fracciones y exhibir las modalidades de construcción de referencia que afectan o comprometen el desarrollo de las nociones relativas a la unidad particularmente en situaciones aditivas. Un estudio más analizó los procedimientos de los alumnos de primaria al resolver situaciones de reparto.

Por otro lado están las investigaciones que pretenden facilitar el aprendizaje, unas de ellas analizan los componentes cognitivos implicados en la realización de una tarea de adición y sustracción de fracciones y números mixtos mediante el LLTM (Modelo Logístico Lineal). Otros estudios pretenden facilitar el proceso didáctico por medio de la metodología MGM (Modelo De Gestión Mental) en el aprendizaje del orden de las fracciones a alumnos de secundaria. El modelo que emplea esta investigación es de A.

de la Garanderie, que lo define como la capacidad de generar recursos intelectuales propiciando una trayectoria de aprendizaje que consiste en la presentación, evocación y utilización de los contenidos con la finalidad de adquirir nuevos conocimientos y que el aprendizaje sea significativo.

Dentro de este último apartado se encuentra la presente investigación, pues se diseña, aplica y evalúa un curso- taller para facilitar el aprendizaje de las fracciones en 1º de secundaria. Partimos de aquí para preguntarnos ¿Un curso taller basado en el Modelo de Gestión Mental (MGM) facilita el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en alumnos de 1º de secundaria?

CAPÍTULO 1
BASES TEÓRICAS

1.1.- LAS FRACCIONES

Chávez, Chávez, García, Reyes, Talavera, y Villar (2001) reseñan que en determinado momento la humanidad se vio en la necesidad de medir objetos menores a las unidades de medida que manejaban, así que fragmento sus unidades generales de medición en partes más pequeñas dándoles el nombre de Fracciones, las cuales han llegado hasta nuestros días; lo anterior lo sustentan con escritos antiguos que se han encontrado.

Basándonos en la raíz de la palabra, el término fracción proviene del latín *fraction* que significa romper y el verbo fraccionar que refiere “en partes iguales”; ensamblando estos significados tenemos que fracción significa romper en partes iguales.

Este concepto involucra un símbolo, mismo que como cualquier otro implica significantes y significados, además de un modo de relacionar ambos, el vínculo entre el significante y el significado de la fracción depende de la interpretación que se haga de ésta. Llinares y Sánchez (1997) mencionan que para Freudenthal la fracción puede ser interpretada como fracturador o como comparador, en donde la fracción como fracturador da la idea de romper o fracturar algo, es decir, un todo se subdivide de acuerdo a cierto número especificado por la situación, tal subdivisión puede ser irreversible, reversible o simbólica.

El concepto de fracción como cualquier otro concepto matemático puede verse como un modelo abstracto, generador de múltiples situaciones concretas o interpretaciones que lo involucran, cada una de manera específica.

Llinares y Sánchez(1997) exponen que Kieren se refiere a las diversas interpretaciones que se han realizado para la formación del concepto del número racional, iniciando con la interpretación de fracción como un fraccionamiento de la unidad, en esta

interpretación la fracción describe la relación cuantitativa entre un todo y sus partes. Es decir, la fracción $\frac{a}{b}$ donde a y b son enteros y b es distinto de cero, referida a una unidad y simboliza dividir la unidad en **b** partes iguales y tomar **a** de esas partes.

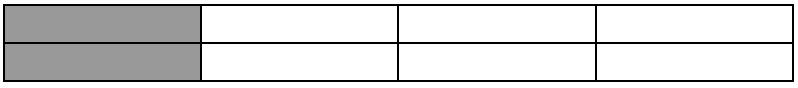
En la interpretación de la fracción como comparador se cuenta con dos "todos" diferentes, representados por cantidades o valores de magnitudes y se pretende hacer una comparación cuantitativa de ellos. Castro y Torralbo (2001) complementan este concepto agregando que se les conoce como a-numerador y b-denominador, ambas letras son expresiones de números naturales:

Ejemplo: $\frac{a}{b} = \frac{2}{7} ó - \frac{2}{3}$

Castro y Torralbo (2001) refieren que los números racionales se representan por la letra ***Q*** y están formados por los números racionales negativos, el cero y los números racionales positivos, mismos que se clasifican de la siguiente manera:

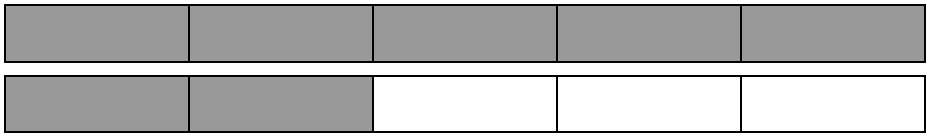
Fracción propia donde el numerador debe ser menor que el denominador, por lo tanto se representa gráficamente en un solo entero.

$\frac{2}{8}$



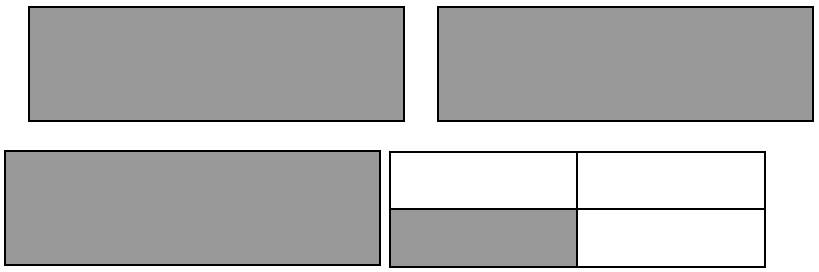
F*racción impropia* en donde ocurre lo contrario a la anterior, el numerador es mayor que el denominador y para representarlo se requiere más de un entero.

$\frac{7}{5}$



Existen también los **números mixtos** o **fracciones mixtas** que consisten en un número entero y una fracción propia, para representarlas se requiere de tantas unidades como indica el entero y una unidad extra para representar la fracción correspondiente.

$3\ \frac{1}{4}$



Cabe señalar que una fracción impropia siempre se puede transformar a fracción mixta y viceversa, por medio de los siguientes procedimientos:

Para convertir de fracción impropia a mixta: se divide el numerador entre el denominador, en dicha división el cociente es el número entero, el residuo es el numerador y el divisor ocupa el lugar del denominador (siempre el denominador es igual que en la fracción inicial).

$$\frac{17}{5} = \begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 5 & 17 \\ & 2 \end{array} = 3\ \frac{2}{5}$$

Las fracciones mixtas se pueden convertir a fracciones impropias, si se lleva a cabo una multiplicación del denominador por el entero y al resultado se suma el numerador, este resultado ocupa el lugar del numerador y se conserva el mismo denominador.

$$5\tfrac{2}{3} = 5X3 + 2 = \tfrac{17}{5}$$

Todo número natural se puede representar en forma de fracción, el número natural en cuestión se coloca como numerador y se anota 1 como denominador, así como también existen fracciones en las que el numerador se pueda dividir exactamente entre el denominador y se convierte así en un número entero.

A) $5\frac{5}{1}$ B) $\frac{8}{8} = 8$

Llinares y Sánchez (1997) indican que emplear el proceso de contar fracciones como generador en la conducción de fracciones propias e impropias evita el manejo restringido indirectamente de fracciones menores al entero, lo que ayudará a prevenir posibles dificultades posteriores al enfrentarse con números mixtos, siempre y cuando los alumnos integren desde el inicio del aprendizaje la idea de fracciones mayores a la unidad y que posteriormente se podrán emplear como números mixtos. Sin perder de vista que al inicio sólo se proporciona una idea general y que posteriormente se ampliará el aprendizaje de estos números.

Con lo anterior podemos establecer que en una secuencia didáctica consideramos en un primer momento el manejo de las fracciones unitarias, posteriormente insertar paulatinamente las bases para introducir de manera natural las fracciones impropias, después la unidad integrada por varias partes, siguiendo la noción de un número mixto y finalmente se realiza la preparación para el orden ascendente o descendente de las fracciones, siempre estableciendo como objetivo de la fase inicial colocar las bases de una red de relaciones ricas de información que fortalezcan el quehacer posterior con el manejo de fracciones en diferentes contextos y situaciones.

Chamorro (2003) menciona que el dominio de los números fraccionarios es un campo conceptual constituido por un conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo requiere el empleo de varios procedimientos, de conceptos y representaciones simbólicas que tienen estrecha relación.

1.2.-DIFERENTES INTERPRETACIONES DE LAS FRACCIONES

Como se podrá observar a continuación el concepto “fracción” tiene una gran cantidad de variantes, pues se emplea en diferentes contextos y situaciones, es por ello que algunos autores lo consideran un “mega” concepto formado por diferentes subconceptos. No hay que perder de vista que este amplio concepto tiene sus bases en la relación parte-todo y esta primer interpretación es la que se debe mostrar a los alumnos con contextos continuos y áreas, favoreciendo al mismo tiempo el significado de la suma según Ellerbruch y Payne (citados por Llinares y Sánchez 1997), y

posteriormente se irán complementando las diferentes interpretaciones de las fracciones para no limitar el concepto.

Aunque cabe señalar que en los diferentes significados de la fracción se presentan dificultades debido a que para el alumno es más fácil considerarlo como parte de un todo que el resto de los significados.

Cubillo y Ortega (2003) reseñan que en la comprensión de temas no todos los alumnos comprenden y utilizan significativamente los conceptos implícitos en el desarrollo de estos contenidos, la variedad de interpretaciones que los alumnos hacen y que permiten establecer el nivel de comprensión alcanzado por ellos, no es homogénea y los errores y concepciones inadecuados son elevados.

En la investigación de estos autores respecto a la manera en que abordan, interpretan y responden a los tópicos se percibió la necesidad de insistir en la comunicación oral y escrita para dar significado a los contenidos aunque sean conocidos por los alumnos, se debe establecer la diferencia entre conceptos y procedimientos, además de practicar el análisis y la síntesis dentro de la experiencia del aula así como insistir en la lectura comprensiva de los textos y en la interpretación oral.

Kieren, Berhr y Dickson (citados por Llinares y Sánchez 1997) realizan una clasificación de los diferentes significados de las fracciones, mismos que a continuación se describen.

**Relación parte-todo y medida*

Se relaciona estrechamente con la definición de fracción establecida en el diccionario de la real academia, pues se refiere al momento en que se presenta un todo o unidad y es dividida en partes equivalentes, aquí la fracción indica la relación entre un número de partes que se toman (numerador) y el número total de partes en que se divide el todo (denominador).

Generalmente en esta definición es en la que se basa el principio de la enseñanza de las fracciones, pues se considera la base fundamental para desarrollar cualquier otro de los conceptos de los números racionales.

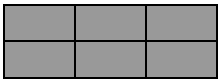
Según Llinares y Sánchez (1997) para la comprensión operativa de este subconstructo se necesita el desarrollo de habilidades como tener la noción de inclusión de clase, identificación de la unidad, conservación de la cantidad y manejar la idea de área.

Para ejemplificar esta situación tenemos:

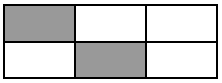
En un contexto continuo:

$\frac{2}{3}$

De las tres partes del todo se han sombreado dos. Es decir 2 de las 3.



$1+\frac{2}{6}$



De las seis partes del todo se han sombreado seis. Es decir 6/6 que es igual a 1 entero y del segundo entero de seis se han sombreado 2 es decir $\frac{2}{6}$.

Uniéndolos forman $1\frac{2}{6}$.

En un contexto discreto:

$\frac{4}{12}$

Aquí se habla de fracción como la relación del número de soles encerrados que es 4 y el número total de soles 12.

Es decir 4 de 12 o bien 4/12

**Atributos de la relación parte – todo*

El estudio de habilidades como: dividir un todo en partes y reconocer el todo, realizar divisiones congruentes, así como reconocer las partes del todo, según Llinares y Sánchez (1997) han sido abordadas por Piaget, Inhelder y Steminska indicando que la noción de fracción en su aspecto parte-todo sostenida por los alumnos se apoya en siete atributos:

1.- Un todo está compuesto por elementos separables, una región o superficie es vista como divisible.
2.- El todo se puede fraccionar en el número de partes requerido.
3.- Las subdivisiones cubren el todo, ya que algunos alumnos cuando se les pide dividir un pastel entre tres muñecos cortaban 3 trozos e ignoraban el resto.
4.- El número de partes no coincide con el número de cortes
5.- Los trozos (partes) son iguales (congruentes)
6.-Las partes también se pueden considerar como totalidad.
7.- El todo se conserva.

Estos atributos fueron ampliados por Payne (citado por Llinares y Sánchez 1997), quien los consideraba esenciales para el aprendizaje inicial de estas nociones agregando:

8.- Control simbólico de las fracciones (manejo de símbolos relacionados con las fracciones)
9.- La relación parte-todo en contextos continuos y discretos.
10.- Las fracciones mayores que la unidad.
11.- Subdivisiones equivalentes.

Este concepto Chamorro (2003) lo relaciona con la fracción como medida es decir la relación entre una parte y un todo (continua o discreta). Las tareas que configuran esta interpretación del número racional implican situaciones de medida la cual es el todo y se divide en partes.

**La relación parte-todo como generadora del lenguaje y símbolos*

Podríamos decir que la relación parte-todo está dentro del origen de las demás interpretaciones del número racional, pues esta interpretación es la más intuitiva, por lo que se convierte en generadora del lenguaje y símbolos que servirán como base para abordar el resto de las interpretaciones. Es importante considerar y cuidar el manejo de los símbolos en determinadas situaciones y del lenguaje empleado con relación parte-todo ya que el manejo que se dé en el primer momento será condicionante para

asegurar la futura comprensión de todo lo relacionado al uso y manejo de las fracciones.

De acuerdo con Llinares y Sánchez (1997) en un primer momento de la secuencia de enseñanza el objetivo primordial es desarrollar la comprensión del concepto y viene vinculado a la capacidad de representación que el alumno pueda hacer de la noción parte-todo. Tomando como base la necesidad de negociar el significado de los símbolos con los alumnos, desde la perspectiva de tener como propósito llenar de significados los símbolos que los alumnos emplean para describir las situaciones que llevan implícita la noción de fracción. *Los contextos, el trabajo inicial y el conocimiento informal de los alumnos en la relación parte-todo*

Dentro de las primeras enseñanzas en las que el objetivo sea adquirir las nociones de la relación parte-todo el contexto en el que se enfoquen puede influir directamente. Según Payne (citado por Llinares y Sánchez 1997) las secuencias de enseñanzas desarrolladas en los contextos continuos basados en el uso de material concreto (hojas de papel por ejemplo) y las ideas básicas relacionadas con la noción parte-todo pueden ser adquiridas por niños de ocho años, mientras que en contextos discretos en las actividades de enseñanza pueden ocasionar en un primer momento mayores dificultades.

Con base a la opinión de Llinares y Sánchez(1997) es recomendable optar en un primer momento por un contexto continuo e ir integrando paulatinamente actividades en las que utilicen como fase intermedia objetos articulados para utilizar finalmente situaciones en las que el Todo (la unidad) este formado por diferentes elementos (contexto discreto).

Una opción clave para la introducción al desarrollo del lenguaje de las fracciones dotado de significado de los símbolos empleados, es considerar como relevante el conocimiento informal que tienen los alumnos empleando situaciones en las que haya fracciones y no se hayan empleado como tal; es decir, afortunadamente no se les dio el concepto fracción; se puede plantear con actividades que a simple vista no tenga nada

que ver con el tema y se desarrollan conceptos matemáticos que sirvan como actividades de exploración del conocimiento previo que tienen los alumnos.

Por consiguiente Llinares y Sánchez (1997) mencionan que es importante considerar el conocimiento informal junto con el lenguaje que usan los alumnos asociados a mitades, cuartos, dividir y repartir. Este debe ser el punto de partida de las secuencias de enseñanza, además de tener claro que las fracciones más comunes para emplear deben ser: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, etc.$

Se debe desarrollar una estrategia de enseñanza en la que el alumno se encuentre en una amplia variedad de contextos parte-todo sin olvidar la relevancia que tiene la interacción verbal entre el profesor-alumnos y alumnos-alumnos para la exploración del conocimiento previo que traen los alumnos, así como crear una base sólida para la corrección de errores por medio del proceso de verbalización que emplean los alumnos para reformular su conocimiento expresando sus vivencias.

De acuerdo con Piaget en Llinares y Sánchez (1997) la habilidad de manejar la relación parte-todo se basa en la capacidad que tiene el alumno para sostener ciertos atributos o habilidades, que de manera indirecta condicionan la secuencia de las actividades para lograr el manejo de las fracciones en la relación parte-todo; considerando que la forma de realizar la división, el efecto sobre el todo y el resultado de la división son tres aspectos fundamentales para manejar la relación parte-todo.

No se debe olvidar la representación de las ideas de un plano intuitivo al simbólico manejado con diagramas, formas verbales y escritas; presentando al alumno situaciones cotidianas en las que se remarquen los diferentes atributos conectados con la idea de fracción antes del manejo parte-todo.

**La forma escrita de la relación parte-todo*

El alumno al momento de escribir una fracción que se le dicta puede presentar el error de invertir los números, es decir de colocar el numerador en el lugar del denominador; por ejemplo: se dicta cuatro tercios y escribe $\frac{3}{4}$, este caso se puede evitar según Payne citado por Llinares y Sánchez (1997) siempre que antes de la representación simbólica se haya potenciado la forma escrita y anterior a esta la forma oral.

En esta representación de la fracción, De León (1998) en una investigación analizó los procedimientos de los niños de primaria al resolver situaciones de reparto. En esta investigación se concibe que un problema matemático represente un reto o dificultad que no tiene resolución inmediata y posibilita la búsqueda de procedimientos por parte del alumno a partir de sus conocimientos previos, en los resultados obtenidos, identifica tres niveles para organizar las situaciones de reparto:

a) Los alumnos organizan las situaciones a partir de ciertas hipótesis sobre la igualdad y la relación lógica parte – todo, no comprenden la conexión necesaria entre ambos aspectos, conciben a las partes de manera aislada y sin vinculación con el todo, para estos un todo que es dividido deja de ser el mismo todo. En relación a la igualdad se concibe en el contexto de los números enteros, es decir que en un reparto equitativo a los niños les debe tocar el mismo número de partes, independientemente de su forma o tamaño.

b) Los alumnos llegan a comprender la relación lógica entre el todo y las partes, entienden a la equivalencia de las partes como igualdad en tamaño y no como el mismo número de partes. La adquisición de estos conocimientos posibilitan que coordinen la exhaustividad y la equitatividad en el reparto, mediante procedimientos de ensayo y error.

c) Los alumnos han realizado una doble construcción: por un lado han organizado en una estructura operatoria las siete características que Piaget atribuye como

necesarias para la adquisición del número fraccionario; dicha estructura coordina las acciones directas e inversas implicadas en las acciones de reparto, es decir las acciones de partir o separar las partes para volver a construir el todo. Esta organización de acciones posibilita comprender la relación lógica entre la parte y el todo y coordinar la exhaustividad y la equitatividad en el reparto, implica un manejo implícito de la fracción en el contexto de reparto.

Cabe mencionar que algunos niños llegan a relacionar los datos del reparto con la medida fraccionaria resultante de un reparto, este conocimiento les permite anticipar la fracción que toca a cada quien en el reparto. Los niños del primer momento no son conservadores y su concepción de equivalencia se limita a la igualdad entre el número de pedazos; en cambio los más avanzados son conservadores o comprenden la relación de igualdad entre el total de pedazos de un reparto y el todo que se repartió, la equivalencia de las partes la entienden tanto en la misma forma y longitud.

Los resultados de la investigación indican que el desarrollo de la coordinación entre la equitatividad y la exhaustividad no es lineal, sino que se presentan desfases dependiendo de las dificultades del contexto en que se pidan los repartos: en los resultados encontramos que la situación más sencilla para los niños fue el reparto de $\frac{2}{3}$ y la más compleja de la $\frac{3}{2}$.

En lo referente a la organización de relaciones de conmensuración:

a) En la primera forma los alumnos no formalizan la relación ni implícita ni explícitamente, solo transforman el problema en uno de reparto sin partición, es decir, sólo distribuyen pedazos a los alumnos sustentando su afirmación en una experiencia cotidiana, quienes utilizan estos procedimientos fracasan, todos los alumnos de 1º se caracterizan por esta manera de resolver la situación.

b) La segunda forma de funcionalizar la relación “el total de pedazos de un reparto es igual al total de enteros que se repartieron”, aparece en los alumnos que la han construido implícitamente en el contexto de reparto. En la situación de selección del pedazo la utilizan midiendo un chocolate con un pedazo como unidad de medida. Este procedimiento conduce al éxito en la situación $\frac{1}{3}$ pero al fracaso en la situación de $\frac{3}{4}$, la relación de conmensuración esta construida para los casos particulares en los que el todo esta representado por la unidad.

c) La tercera forma es ponerla en juego tanto en la situación de $\frac{1}{3}$ y de $\frac{3}{4}$, hay que distinguir tres subgrupos:

*Quienes recurren a la conmensuración pero no cuentan con una anticipación de la relación entre el número de chocolates y el número de pedazos y fracasan en lo último.

*Los niños que tampoco anticipan la relación 3 chocolates igual a 4 pedazos, pero en sus ensayos y errores llegan a conmensurar los 3 chocolates y los 4 pedazos, lo cual permite seleccionar correctamente.

*Por último los que recurren a la conmensuración y anticipan la relación de igualdad que debe darse entre 3 chocolates y 4 pedazos.

Como podemos darnos cuenta la mayoría de los alumnos tienen dificultades para resolver el problema de la selección del pedazo, los niños de los primeros grados no han construido en el plano de la acción implícita, la relación de igualdad entre el total de enteros de un reparto y el total de pedazos del mismo reparto y los alumnos de tercero a sexto que tienen dicha relación de manera implícita no logran funcionarizarla con anticipación en el contexto de la selección del pedazo.

En la forma de organizar los procedimientos se encuentran también tres formas que son: la comparación en base a datos asilados a las situaciones cuya estructura es $a \rangle c \rightarrow \frac{a}{b} \rangle \frac{c}{b}$, responde a una comparación de números naturales, por ellos los éxitos se

subscriben a los casos en los que la cantidad de alumnos en las situaciones de reparto es la misma. La siguiente es la comparación en base al establecimiento de relaciones recíprocas entre los chocolates y los niños, esta forma se adapta a las situaciones donde son iguales los numeradores o los denominadores pero se fracasa cuando se generaliza el procedimiento a las comparaciones de fracciones equivalentes, por ejemplo $\frac{3}{4} y \frac{2}{3}$. La última es la comparación a partir de resultados de reparto en donde los alumnos incurren en confusiones sobre las relaciones fraccionarias involucradas en las situaciones.

Algunos errores que llegan a cometer pueden estar en la comparación de pedazos como si fueran números enteros, en la comparación de residuos al momento de las particiones de los enteros no son exhaustivas o no se parten en el mismo número de partes y por último en la comparación de fracciones unitarias, el error se encontró en confundir las fracciones unitarias con la parte que le toca a cada niño en el reparto, esta confusión lleva a los alumnos a equivocarse en las comparaciones.

Se puede destacar que los alumnos antes de considerar la relación fraccionaria asimilan la situación al esquema de los números naturales, los errores y las contradicciones que se presentan en las etapas iniciales de la construcción de las fracciones en el contexto de reparto se debe tanto a una falta de coordinación de los esquemas con que cuentan los niños como a una ausencia de diferenciaciones en las relaciones que caracterizan a una situación problemática. Las diferenciaciones no son relaciones dadas sino que tienen que construirse, específicamente en el contexto y comparación de reparto, además implican la construcción de las relaciones que contribuyen a la construcción del significado de las fracciones en el contexto de reparto.

Como conclusión en esta investigación surgen los sucesos que pasan los niños para apropiarse del significado de las fracciones en el contexto de reparto, en un principio se ignoran las relaciones fraccionarias involucradas en las situaciones problemáticas, después incorporan de manera implícita dichas relaciones, dependiendo del uso de materiales incurriendo en una serie de confusiones y errores; finalmente se consideran

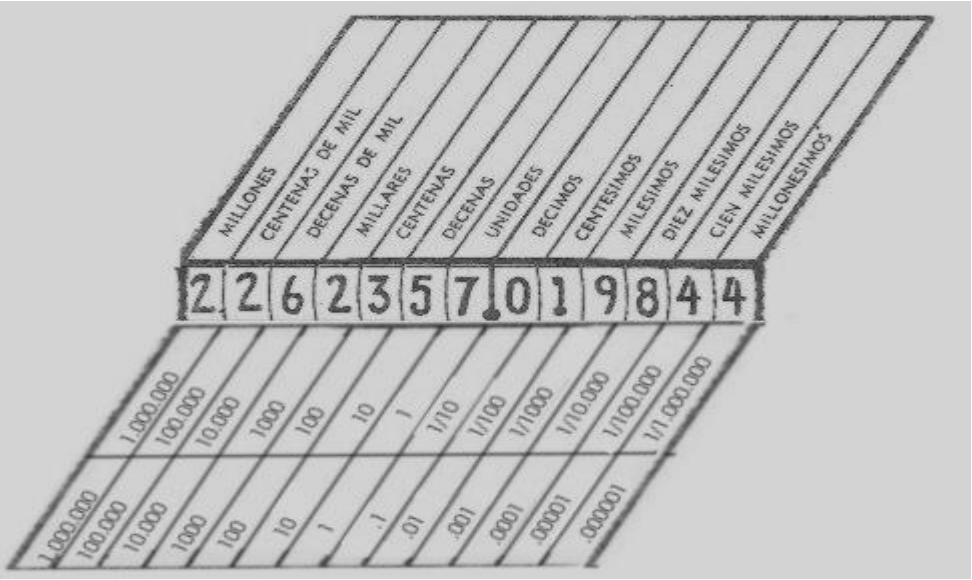
las fracciones como herramientas que permiten anticipar la solución a las situaciones problemáticas de reparto.

**Decimales*

Una fracción decimal es una fracción cuyo denominador es 10 o alguna potencia de 10, tal como 100, 1 000 ó 10 000, entonces $\frac{7}{10}, \frac{12}{100}\, y\, \frac{215}{1000}$ son fracciones decimales.

Las fracciones decimales completan nuestro sistema de números decimales. En el estudio de los números enteros se avanza a la izquierda desde el lugar de las unidades, decenas, centenas, millares, e indefinidamente hasta cualquier lugar de mayor valor, pero el desarrollo se detenía en el lugar de las unidades. Las fracciones decimales completan este desarrollo, de modo que podemos avanzar a la derecha de las unidades hasta cualquier número infinitamente más pequeño.

El lugar de las unidades es el centro del sistema y el valor de la posición avanza hacia la derecha o hacia la izquierda por potencias de diez. Decenas a la izquierda están equilibradas por décimos a la derecha, centenas por centésimos, millares por milésimos, etcétera.



Si se coloca una marca llamada punto decimal después del dígito de las unidades podemos determinar cuándo un digito decimal está en los décimos, centésimos o milésimos, contando los lugares a la derecha de esa marca. En algunas naciones europeas la marca es una coma, pero en otros países como México se emplea un punto decimal.

Entonces $\frac{3}{10}$ se escribe 0.3, para escribir $\frac{3}{100}$ es necesario mostrar que 3 está en el segundo lugar a la derecha del punto decimal, de modo que se coloca un cero en el primer lugar, así $\frac{3}{100}$ se escribe 0.03 y en forma similar $\frac{3}{1000}$ puede escribirse colocando ceros en los dos primeros lugares a la derecha del punto decimal, así que $\frac{3}{1000}$ se escribe 0.003.

La única diferencia entre una fracción decimal y una fracción común es que la fracción decimal tiene en el denominador 1 con cierto número de ceros (en otras palabras, una potencia de 10) y las fracciones comunes tienen cualquier otro número

Toda fracción decimal puede escribirse en la forma abreviada por un simple proceso mecánico: Se comienza con el dígito de la derecha en el numerador y se cuenta hacia la izquierda tantos lugares como ceros hay en el denominador, se coloca el punto decimal a la izquierda del último dígito contado, entonces puede descartarse el denominador, si no hay tantos dígitos como lugares para colocar ceros es preciso agregarlos a la izquierda del último dígito del numerador.

Entonces en $\frac{23}{10000}$ comenzando por el digito 3, contamos cuatro lugares a la izquierda agregando dos ceros al contar y colocamos el punto decimal en el extremo izquierdo (0.0023), cualquiera de las formas anteriores se lee “veintitrés diez milésimos”

Cuando una fracción decimal se escribe en la forma abreviada siempre tendrá tantos lugares decimales como ceros hay en el denominador de la forma fraccionaría, por la

regla fundamental de las fracciones es evidente que $\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1000}$, escribiendo los mismos valores en la forma abreviada tenemos 0.5 = 0.50 = 0.500, en otras palabras el valor de un decimal no cambia agregando ceros a la derecha del número. Advierta asimismo que los ceros directamente después del punto decimal cambian los valores, así 0.3 no es igual ni a 0.03 ni a 0.003.

A menudo observamos decimales como 0.125, en donde el cero a la izquierda del punto decimal no es necesario pero con frecuencia resulta útil ya que el cero actúa como un espaciador efectivo.

**Lectura de decimales*

Para leer una fracción decimal leemos su numerador y denominador como al leer fracciones comunes, para leer 0.305 leemos “trescientos cinco milésimos”, el denominador siempre es 1 con tantos ceros como lugares decimales. Así, el denominador para 0.14 es 1 con dos ceros ($\frac{14}{100}$), para 0.003 es $\frac{3}{1000}$; para 0.101 es $\frac{101}{1000}$ y para 0.3 es $\frac{3}{10}$.

Un número entero con una fracción en forma de decimal se llama ***decimal mixto*** y se leen de la misma manera que los números mixtos; es decir, leemos el número entero y luego leemos el decimal. Entonces el número 160.32 se lee “ciento sesenta enteros con treinta y dos centésimos”.

En la práctica no se emplea el procedimiento anterior cuando se dictan números, se dicen directamente los dígitos por su orden colocando el punto decimal en el lugar apropiado. Por ejemplo el número 216.003 se dice “doscientos dieciséis punto cero, cero tres”, el número 0.05 se dicta “cero punto cero cinco”.

**Transformación de fracciones comunes en decimales*

Cuando tenemos una fracción común y se pretende expresarla en forma decimal, se divide el numerador entre el denominador y se coloca el resultado. En esta transformación se emplean dos tipos de números decimales:

*Los decimales finitos son aquellos que tienen fin, es decir, no hay un número que se repita, siempre que se divida el numerador entre el denominador, la división termine y se obtenga como residuo cero la división es exacta y su resultado será un decimal finito, por consiguiente un decimal finito representa una fracción decimal**.**

*****Los decimales infinitos: son aquellos números que no se acaban, es decir, hay uno o varios números que se repiten infinitamente. Por ejemplo: 0.333333..... es infinito por que el 3 se repite infinitamente. Estos números son divisiones inexactas por lo tanto no representan una fracción decimal.

Si el denominador de la fracción común está formado por factores primos 2 ó 5 ó bien por ambos la fracción puede transformarse en un decimal exacto. Si existe algún otro factor primo la fracción no puede convertirse en forma exacta y la división podría continuar de modo infinito.

Convertir $\frac{5}{11}$ a decimal. $\frac{5}{11}$ = 5 ÷ 11= 0.4545454545…	Convertir $\frac{9}{25}$ a decimal. $\frac{9}{25}$ = 0.36

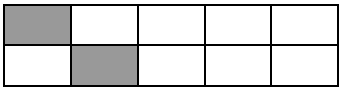
Cuando una fracción común produce un decimal que se repite se hace necesario seleccionar arbitrariamente un punto en el cual cese la repetición, esto puede hacerse en dos formas: Podemos escribir la fracción decimal redondeando o bien se escribe en forma abreviada coronando al período con un pequeño trazo en la parte superior del último dígito.

Si debe transformarse una fracción mixta a número decimal, se convierte solamente la parte fraccionaria y luego se escriben las dos partes juntas, esto se ilustra como sigue:

$$2\frac{1}{2} = 2 + (1 \div 2) = 2 + 0.5 = 2.5$$

El uso de un sistema decimal da la oportunidad de ampliar esta forma de ver las fracciones (parte – todo), pues la unidad se divide en diez o cualquier múltiplo de 10 y se obtienen décimos, centésimos, etc. Así se representa la relación de una parte tomada y la unidad.

Ejemplo:



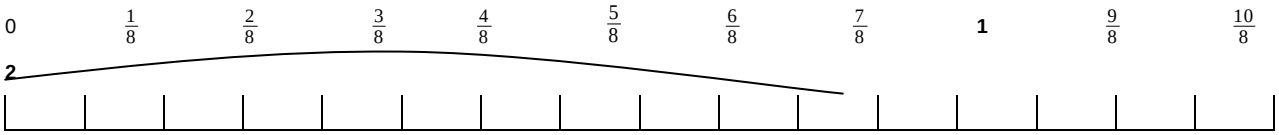
$\frac{2}{10}$ *Dos de diez = dos décimos* .

Grupo Anaga (1993) refieren que con respecto a las fracciones y los decimales su investigación deja ver que la enseñanza de los números racionales no negativos se inicia de forma casi simultánea, aunque pocos son los alumnos que relacionan el conjunto de las fracciones con el de los números que tienen un desarrollo finito o periódico. Como resultado a los alumnos les son más difíciles las actividades con fracciones que con decimales y se encuentran dificultades en la suma de las fracciones sencillas así como en los problemas que presentan datos en forma de fracción, ya que en estos ejercicios se obtuvieron resultados sensiblemente inferiores a los que se reflejaron en problemas que ofrecen datos en forma decimal.

**Recta numérica*

Como mencionan Llinares y Sánchez (1997) las fracciones en la recta se usan para indicar la posición de un punto sobre ésta, indicando el número de segmentos que se tienen en el fragmento de la unidad en la recta y las partes que se toman. Aquí básicamente se puede decir que la fracción se comienza a tomar como un número abstracto y se considera que es una forma más fácil de introducir al alumno a las

fracciones mixtas por lo tanto la comprensión será de calidad, además de que así la fracción puede ir teniendo un concepto de suma.



En ésta recta se representan $\frac{10}{8}$ que es igual a 1 entero $\frac{2}{8}$

Según Castro y Torralbo (2001) cuando se trata la idea de fracción en la recta numérica se hace en un nivel más abstracto, aunque cabe mencionar que si el alumno está acostumbrado a trabajar en la recta las operaciones con números naturales la representación de las fracciones no será difícil de manejar, otro auxiliar para ejecutarlo sería el concepto de medida. Es importante dominar el uso de la recta si se pretende emplearla en los diferentes temas de fracciones.

Aunque la representación de las fracciones sobre una línea recta ofrece dificultad principalmente en dos situaciones: cuando en la recta se tienen representados varios números además de uno y cuando son los alumnos quienes han de decidir cual es la longitud destinada a la unidad.

Aunque por otro lado Cubillo y Ortega (2003) refieren que el uso de la recta numérica en la representación de fracciones permite observar los vacíos que tienen los alumnos en el contenido de la geometría, la experiencia ha puesto de manifiesto que son necesarios los útiles de dibujo.

**Fracción como cociente*

En este concepto se toma la representación de la fracción como la división de números naturales, Castro y Torralbo (2001) la simboliza de la siguiente manera: $\frac{a}{b}$ significa el cociente de dos enteros (***a*** entre ***b)***, tal es el caso en que al introducir el algebra se presenta la siguiente igualdad *a=b(x)* y se pide encontrar el valor de *x* (despejándola),

donde no es divisible exactamente y la fracción permite expresar la cantidad. Por ejemplo: 7 entre 11 es igual a $\frac{7}{11}$.

Chamorro (2003) refiere que en esta concepción se trata al resultado de una división en situaciones de reparto, y menciona que lo importante en este tipo de actividades es el proceso a través del cual los alumnos hacen el reparto, ya que lleva implícita la idea de que la parte que le toca a cada sujeto es equivalente en tamaño aunque no necesariamente de la misma forma.

Block y Solares (2001) realizaron una investigación cuyo objetivo era explorar las posibilidades didácticas de la división de números naturales como fuente de problemas que vuelven funcional la noción de fracción.

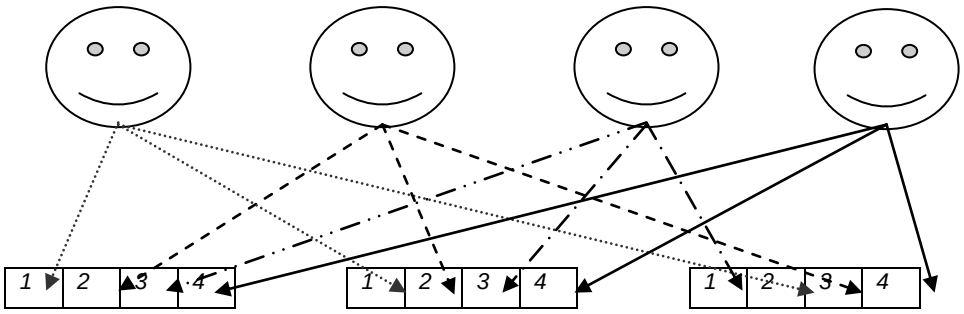
Encontraron que algunas variables como el *tipo de magnitud* influyó de manera determinante en la forma de abordar el problema planteado, pues el procedimiento que se quiso propiciar (el recurso de las razones internas) fue puesto en marcha por pocos niños de manera que no podemos afirmar que la secuencia lo propicie, no por lo menos en quinto de primaria que es el nivel escolar con el que se trabajó en la investigación.

Sin embargo, varios niños lograron establecer la relación a ÷ b = $\frac{a}{b}$, aunque pocos a partir del procedimiento de las razones internas, la mayoría lo hizo a partir del procedimiento de partición de la unidad entre el número de pasos, lograron establecer la relación recíproca, de densidad del orden y la relación con los decimales.

Con base a lo anterior los autores de esta investigación mencionan que el vínculo entre la división y la fracción, no radica tanto en la posibilidad de resolver problemas cuyo contexto es extramatemáticos, se recurre frecuentemente a una herramienta más práctica que la fracción: la división como cociente decimal.

Se considera que esta interpretación debe ser señalada después de que el alumno ha dominado o conocido las representaciones anteriores de fracción, pues es aquí donde comienzan las dificultades; según Hart (citado por Llinares y Sánchez 1997), sólo la tercera parte de niños entre 12 y 13 años son capaces de darse cuenta que dos números naturales se pueden dividir y representar por medio de una fracción. En este momento se ve la conveniencia de introducir esta idea por medio de situaciones de reparto en un contexto conocido por el niño y así vemos que la fracción esta relacionada con las operaciones.

Hay 3 pasteles para repartirlos entre 4 niños ¿cuánto le corresponde a cada niño? R= $\frac{3}{4}$



Hay tres niños y una barra de chocolate, la cual se dividió en tres trozos y se les dio un trozo a cada niño ($\frac{3}{5}$ *) por lo tanto sobran* $\frac{2}{5}$ *.*

En este ejemplo la principal habilidad que se desarrolla es la de dividir uno o varios objetos en determinadas partes iguales, sin dejar de lado que se distinguen dos aspectos:

a) Cuando se proporciona la cantidad y el número de partes en las que hay que dividirlo y se pide lo que vale cada parte (reparto)

"Repartir 3 pasteles entre 5 niños, ¿qué cantidad le corresponde a cada niño?"

b) Cuando se proporciona la cantidad y lo que vale cada parte y se pide el número de partes (medida).

"3 pizzas y a cada niño le han correspondido $\frac{3}{5}$ *de una pizza ¿A cuántos niños le hemos podido dar pizza?"*

Correa (citado por Núñez y Bryan 2001) estudio la capacidad de los niños y niñas para resolver problemas de división cuantitativos con fracciones, utilizando materiales concretos los cuales solo servían como referencia para que los alumnos no realizaran las operaciones de manera mecánica; detecto que los niños y niñas de seis años ya pueden organizar sus acciones y razonar suficientemente bien las divisiones como para resolver problemas con materiales concretos; sin embargo se debe tener precaución con el significado que le dan ya que los alumnos podrían ser capaces de dividir y contar sin precisión, por consiguiente no tener clara la relación parte – todo.

**Probabilidad*

En esta interpretación se le da un carácter de cálculo (aritmético) y se vincula a la red de relaciones establecidas para los números racionales (fracciones), pues se establece una comparación todo-todo entre el conjunto de casos favorables y el conjunto de casos posibles. Por ejemplo:

En una bolsa hay tres bolas negras y dos blancas, sacamos aleatoriamente una bola ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra?
R= 3 de 5 o bien $\frac{3}{5}$

**Porcentaje*

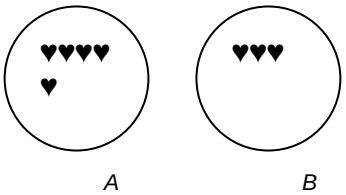
Castro y Torralbo (2001) mencionan que en caso de que una fracción tenga como denominador 100 ($\frac{A}{100}$, es decir una fracción decimal) esta se emplea como porcentaje. Complementando con Llinares y Sánchez (1997) refieren que la proporcionalidad que

se establece entre un número y cien es un porcentaje al que se le asigna la siguiente forma:

60% de 35 = $\frac{60}{100}$ sobre 35 lo que significa que se deben hacer cien partes de 35 y tomar 60.

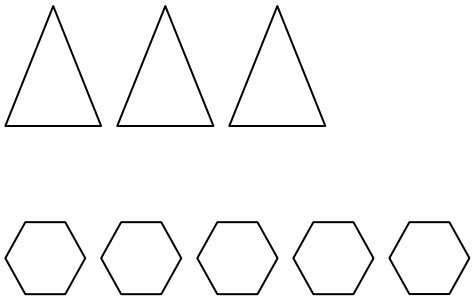
**Fracción como razón*

En este concepto se usa la fracción como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud, no existe un todo o unidad y se toma como relación parte – parte o bien todo – todo y se representa por la forma a:b por ejemplo:



La relación entre los puntos de B y de A es de $\frac{3}{5}$ *(3:5).*

La relación entre los puntos de A y de B es de $\frac{5}{3}$ *(5:3)*



La relación entre los triángulos y los hexágonos es de tres quintos ($\frac{3}{5}$ *)*

Por otro lado, Castro y Torralbo (2001) indica que este significado se da cuando se simboliza la relación entre dos números o conjuntos de unidades. Dentro del contexto

real se puede ver cuando se comparan medidas (por ejemplo las escalas o colecciones de objetos), específicamente en este caso se puede invertir la fracción, por ejemplo:

A = una cuerda de 4 m y B = una cuerda de 3m.

La razón de la medida de A a la de B es 3 a 4

A es $\frac{3}{4}$ la medida de B

B es $\frac{4}{3}$ la medida de A

**Fracciones y operadores*

En esta interpretación las fracciones se consideran como transformadoras, ya que algo actúa sobre un estado inicial y lo modifica para llegar a un estado final, considerándola como una sucesión de multiplicaciones y divisiones o a la inversa. Por ejemplo:

En un grupo de 36 niños en una clase el operador $\frac{2}{3}$ se presenta por:

Estado / situación	*Operador*	*Estado final*
36 niños	*Dividir entre 3* *Multiplicar por 2*	*12 niños* *24 niños*

Y en este caso se establecen dos formas de equivalencia de fracciones:

**Equivalencia del operador: operadores fraccionarios diferentes que al actuar sobre el mismo estado inicial dan un estado final igual:*

Estado inicial	*Operador*	*Estado final*
12	*X 2/3*	*8*
12	*X 4/6*	*8*
12	*X 8/12*	*8*

*** Equivalencia de estados: el mismo operador que al actuar sobre estados diferentes produce la misma transformación, lo que introduce a la noción de porción o razón.*

Estado inicial	*Operador*	*Estado final*
12	*X 2/3*	*8*
15	*X 2/3*	*10*
24	*X 2/3*	*16*

Para Chamorro (2003) en contextos físicos la interpretación operador esta vinculada a aumentos o disminuciones en la sucesión de una multiplicación y una división.

Estas últimas dos concepciones (fracción como operador y como razón) son poco empleadas en el proceso de enseñanza aprendizaje y en ocasiones llegan a ser omitidas como consecuencia de que los profesores tienen un débil manejo del concepto como lo demuestra Luelmo (2004) en una investigación en la cual pretendió conocer las concepciones matemáticas de los docentes de primaria en relación a la fracción como razón y como operador multiplicativo, obteniendo como resultado identificar que los profesores no conocen la teoría de los campos conceptuales ya que no logran concebir que una estructura matemática pueda adquirir diferentes significados según el uso y contexto en que se apliquen, al no conocer los diferentes significados que una estructura matemática pueda adquirir, los conceptos que los docentes poseen serán incompletos.

La investigadora resalta que los docentes no han construido el concepto de fracción pues según Vergnaud citado en dicha investigación, los conceptos se construyen mediante la utilización de la estructura en diferentes situaciones, sin embargo, los profesores no logran utilizar la fracción en los subconstructos de la fracción como razón y como operador multiplicativo.

En los ítems aplicados la mayoría de los docentes respondieron con base al conocimiento intuitivo en el que conectan su conocimiento previo en relación con los números racionales a uno que no puede ser validado en términos reales; por lo que solo conciben a la fracción como la división y reparto de objetos concretos. Los docentes pudieron haberse enfrentado a situaciones similares o relacionar los problemas que implicaban fracción como operador; por el contrario las fracciones que implican fracción como razón no son nada fáciles de relacionar con otras es poco probable que los docentes hayan tenido una experiencia previa similar a las planeadas.

Entre una cuarta y quinta parte de docentes participantes no han entrado a la relación proporcional más sencilla (doble) y al enfrentarse a problemas que implican esta

relación asimilan el problema con otro tipo de estructuras como la aditiva; resulta preocupante ya que estos docentes no serán capaces de enseñar adecuadamente a sus alumnos las relaciones proporcionales implicadas en muchas situaciones, como las que implican una relación multiplicativa.

Para solucionar los problemas planteados se evidenció una falta de familiaridad con las operaciones implicadas por lo que el planteamiento significó una situación de ensayo y error ya que no pudieron dar una respuesta inmediata. Los esquemas que los docentes emplearon fueron eficaces pero no efectivos ya que la mayoría no utilizó el procedimiento adecuado de resolución. Por ello podemos decir que el conocimiento de los docentes en relación a la estructura matemática es deficiente.

**representación de fracciones*

La comprensión de las fracciones permite obtener la habilidad de emplearlas en las diferentes representaciones y brinda la oportunidad de intercambiarlas entre si, tales representaciones podrían ser: modelos concretos, diagramas, dibujos, forma oral o forma escrita.

Se recomienda que el manejo representativo de situaciones que contienen la noción de fracción sea por medio de diagramas, principalmente con figuras geométricas conocidas y manejadas por los alumnos, así como los dibujos o esquemas que sirvan como auxiliar para trasladar de las situaciones concretas e intuitivas a un nivel más formal como lo es el empleo de números, es decir de forma escrita.

Para Gairin y Sancho (2002) hay que considerar que la comprensión de los alumnos sobre el campo de los números racionales debe realizarse en una doble dirección: proporcionar un mejor conocimiento de los diferentes sistemas de representación y fortalecer las relaciones entre dichos sistemas, de este modo se pondrán de manifiesto aspectos esenciales para la comprensión de los números racionales como son:

*Un mismo sistema simbólico de representación admite diferentes significados del objeto representado.
*Desde un significado concreto se potencian o dificultan determinados aspectos del conocimiento matemático.
*Un sistema de representación destaca u oscurece aspectos de un mismo concepto.

Es importante no perder de vista que en primera instancia se deben crear bases sólidas en el manejo de las múltiples representaciones para posteriormente establecer las diferentes relaciones; en un segundo momento las actividades a desarrollar deben pretender que el alumno pueda realizar las traslaciones entre las distintas representaciones en cualquier dirección, estas traslaciones se van graduando puesto que hay algunas que le son más difíciles al alumno, por ejemplo en la transformación de diagrama a forma escrita; otro problema que se presenta es cuando se emplean fracciones mayores a la unidad en la que es vital reconocer la unidad, las partes en que se divide y el manejo de fracciones, es aquí donde se le da importancia al manejo de fracciones equivalentes: cuatro-cuartos, tres tercios, etc. son equivalentes o iguales a la unidad.

De a cuerdo con Castro y Torralbo (2001) al abordar de manera escrita las fracciones se emplean varias representaciones que favorecen a la comprensión.

**Los modelos en las fracciones*

Los modelos son imágenes que representan relaciones y propiedades inherentes al mismo tiempo, para Castro y Torralbo (2001) existe la siguiente clasificación:

Modelos discretos: es cuando el entero esta conformado por un conjunto y se representa a la fracción como partes de un todo que en este caso es un conjunto y las partes están conformadas por cada uno de los objetos que lo conforman.

Las dificultades que se presentan en parte-todo inician cuando perceptualmente se presentan cantidades separadas diferentes a la fracción unitaria; es decir, cuando se representa un entero formado por varios objetos, por ejemplo:

Si las separamos en dos grupos iguales:

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Modelos continuos: en este modelo esta el área, en la que la fracción se considera parte de una región plana que se denomina unidad. Como unidad se pueden considerar distintas figuras regulares para que su división resulte sencilla.

Además esta el modelo continuo lineal que se maneja sobre una recta, cada fracción tiene sólo un punto en dicha recta, en este caso se emplea la idea de orden y las operaciones con fracciones.

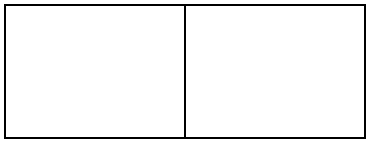
Estos modelos permiten manipular y representar las fracciones en sus diferentes significados y operaciones. Chamorro (2003) refiere que el significado de la unidad y lo que conlleva en el desarrollo del aprendizaje al principio de la enseñanza es de suma importancia. Por consiguiente en cada situación que se le presente al alumno debería preguntarse ¿cuál es la unidad?

**El problema de las citas preceptúales*

Al utilizar los diagramas en el proceso de enseñanza, se deben emplear con cierta precaución ya que pueden introducir alteraciones en el desarrollo de las nociones del

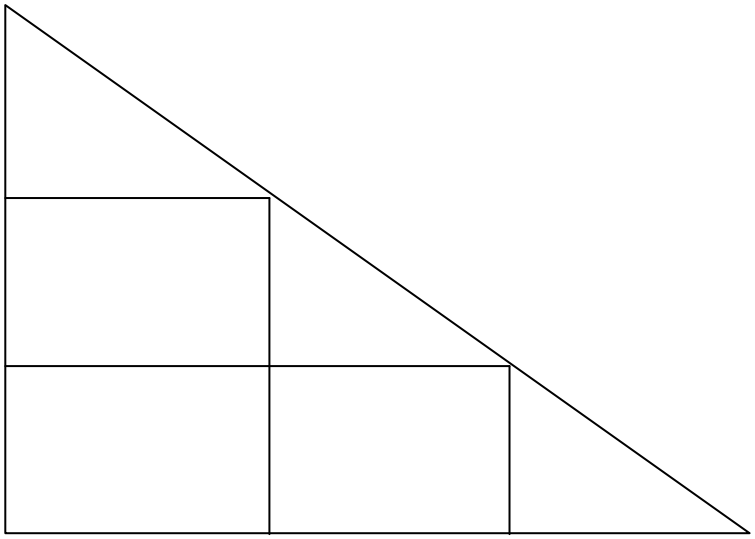
alumno, lo que daría como resultado no discriminar la información visual que ofrece la imagen y ser irrelevante. Por ejemplo:

En la siguiente figura colorea $\frac{3}{8}$



Otra dificultad es cuando se trabaja con figuras no convencionales. Por ejemplo:

En las siguientes figuras colorea $\frac{6}{9}$



Es importante señalar que este tipo de representaciones se sugiere emplearlas en momentos en que el alumno tenga una red bien consolidada con respecto a los diferentes conceptos de las fracciones.

Behr, (citado por Llinares y Sánchez 1997) dice que la forma y tiempo en la que un alumno es capaz de resolver los conflictos entre el procesamiento perceptual de la información visual y el procesamiento cognitivo de las relaciones lógico matemáticas es vista como uno de los varios indicadores importantes de la capacidad de comprensión del alumno del concepto de número racional.

Es significativo plantearle al alumno actividades que aborden los diferentes contextos, principalmente en la interpretación de una fracción como división de números naturales.

Por ejemplo si se da un problema en el que se hable de seres humanos: repartir 7 niños en 2 equipos no se podría representar en fracción porque un niño no se puede dividir en la realidad, por lo tanto el alumno dentro del proceso de enseñanza debe ubicar esta parte y aprender a diferenciar los conceptos.

En la enseñanza de las fracciones, se sugiere en primera instancia establecer la conexión del contexto con la fracción requerida; es decir, ayudarle al alumno a percibir que el tamaño de las divisiones se realiza con base a la dimensión del modelo que se emplea y en partes proporcionales, además cuando se ocupan situaciones en que el todo esta formado por varios elementos se debe asumir que todos deben ser iguales, considerando que las diferentes interpretaciones del número racional se abordan inicialmente en situaciones concretas para ir formando la idea de fracción, pues este encuentro puede ser pieza clave para evitar errores posteriores en el manejo de fracciones en un contexto simbólico.

Para el Grupo Anaga (1993) los principales problemas radican en la presencia de ilustraciones que pretenden apoyar al alumno para resolver un problema, puede afirmarse que una mala ilustración induce al error, de tal forma que en estos casos las ilustraciones suelen convertirse en una dificultad, en lugar de ser un apoyo.

En el caso del planteamiento de problemas el orden del enunciado juega un papel importante, ya se obtienen mejores resultados cuando primero se describe la situación y luego se pregunta; que cuando se procede de forma inversa. Aquí intervienen además el contexto del problema y la terminología empleada.

**Fracciones equivalentes*

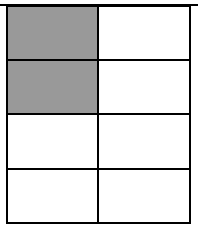
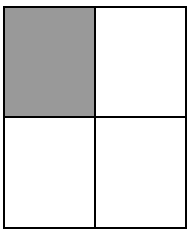
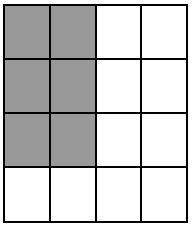
Castro y Torralbo (2001) definen las fracciones equivalentes como conjuntos de fracciones que están formados con números diferentes pero la cantidad que representan es la misma.

Por ejemplo:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8}$$

La importancia de tener clara la idea de fracciones equivalentes es porque se utiliza para la relación de orden y en la adición o sustracción de diferentes denominadores. Para manejar esta idea es importante que haya quedado claro el concepto de fracción como parte-todo en contextos continuos y discretos tanto en un manejo gráfico, oral, escrito y simbólico.

Como marcan Llinares y Sánchez (1997) en la equivalencia de fracciones la dificultad se presenta en el momento de relacionar el contexto gráfico con el simbólico. Por ejemplo: en el dibujo de un rectángulo se pueden hacer más divisiones de las establecidas en un principio, situación que se debe relacionar con la regla de multiplicar o dividir el numerador y el denominador por un mismo número.

		$\frac{2}{8}$	
		$\frac{2}{8} \div \frac{2}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{2}{8} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{16}$

Cuando se realiza esta actividad de equivalencia al alumno se le facilita obtenerlas por medio de la multiplicación (números más grandes) que reducir una fracción a su mínima expresión por medio de la división.

Llinares y Sánchez (1997) nos menciona que en la secuencia de enseñanza es importante considerar la actividad de doblar hojas sin perder de vista la importancia que tiene que el niño manipule los materiales ya que no se obtienen los mismos resultados si sólo es observador. Agregando la verbalización de las acciones que se realizan con la finalidad de interiorizar el aprendizaje de las equivalencias.

Castro y Torralbo (2001) mencionan que el procedimiento para obtener fracciones equivalentes es partir de una fracción dada y multiplicar o dividir (siempre que se pueda) tanto numerador como denominador por un número cualquiera, lo cual se puede comprobar si se multiplica el numerador de la fracción dada por el denominador de la fracción resultante y viceversa, si los productos son iguales es que las fracciones son equivalentes por lo tanto dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son iguales solamente si **a (d) = b (c).**

La dificultad que se puede presentar es en el cálculo de fracciones equivalentes con números menores a las dadas, ya que para el alumno es más fácil encontrar lo contrario es decir fracciones equivalentes con números mayores.

**Fracciones irreducibles*

De a cuerdo con Castro y Torralbo (2001) en las fracciones cuyo máximo común divisor del numerador y denominador es 1 se le llama fracción irreducible y es la fracción que se representa con los números más pequeños que sea posible.

Si tenemos una fracción que se pueda dividir tanto el numerador como el denominador por un mismo número se obtienen fracciones equivalentes con números más pequeños hasta llegar a la fracción irreducible. Consideremos el siguiente ejemplo:

$$\frac{80}{100} \div \frac{10}{10} = \frac{8}{10} \div \frac{2}{2} = \frac{4}{5}$$

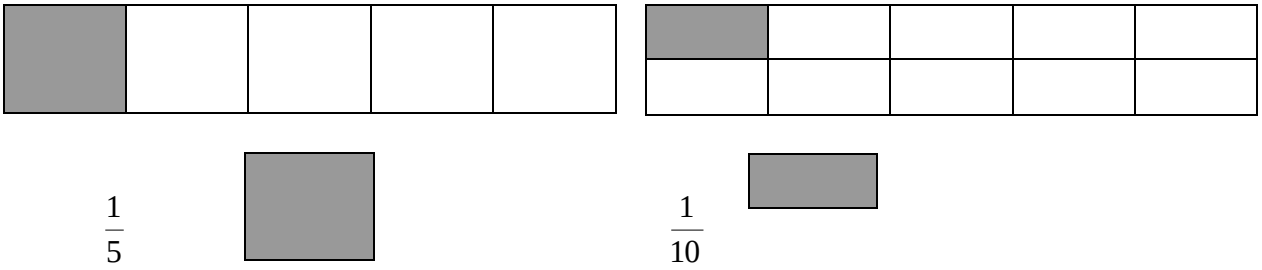
En donde $\frac{80}{100}$ es la fracción inicial, $\frac{8}{10}$ es una fracción equivalente y $\frac{4}{5}$ es la fracción irreducible

**El orden de las fracciones*

Al identificar en determinadas fracciones cuál es mayor, menor o igual estamos trabajando básicamente la idea de fracciones equivalentes, en esta parte de la enseñanza de las fracciones se sigue la misma línea que se ha planteado con anterioridad (partir de lo concreto hasta llegar a lo simbólico).

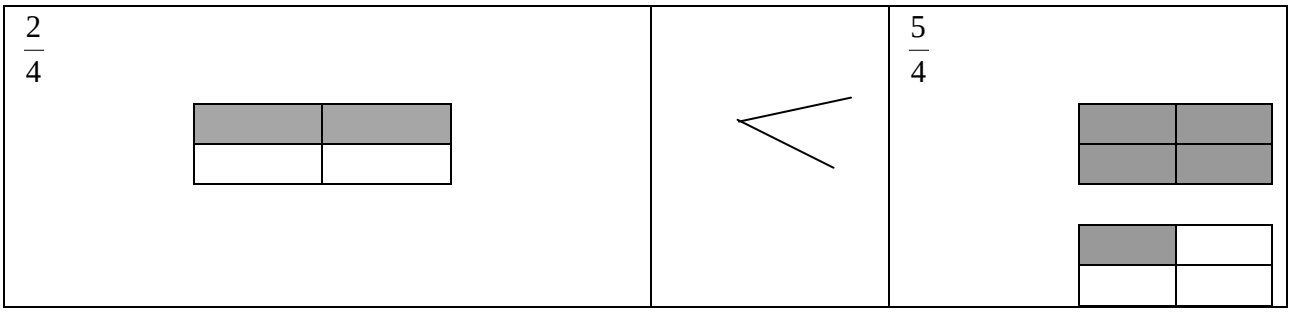
En las fracciones con igual denominador únicamente se comparan los numeradores, en este caso cuando empleamos materiales concretos nos podemos auxiliar de este para comparar el número de fracciones unitarias que hay en cada fracción, acción que a su vez lleva implícita la idea de la relación inversa entre el número de trozos de la unidad y el tamaño de la pieza.

Por ejemplo:

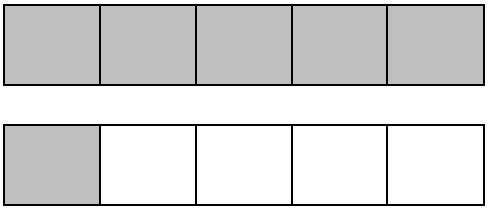
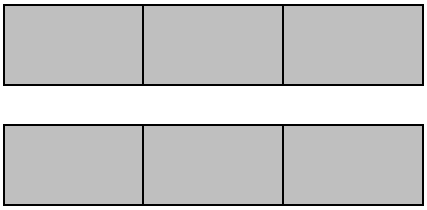


El alumno puede emplear varios métodos para realizar una comparación de fracciones de acuerdo al tipo de fracciones que se presenten, es decir, si son con igual denominador sólo se compara el numerador, en cambio si es de igual denominador el alumno debe tener presente que tamaño es más grande. Por ejemplo:

IGUAL DENOMINADOR Y DIFERENTE NUMERADOR



DIFERENTE DENOMINADOR E IGUAL NUMERADOR

$\frac{6}{5}$ 	$<$	$\frac{6}{3}$ 

En cambio cuando se nos proporcionan dos fracciones con diferente denominador y numerador se presentan dificultades, en este caso Castro y Torralbo (2001) nos proporciona dos opciones para identificar la fracción mayor y menor.

- La primera opción es emplear fracciones equivalentes a las dadas y se realiza la comparación entre fracciones con igual numerador o denominador.

	Se iguala el denominador	Se Iguala el numerador
$\frac{5}{4} \rangle \frac{6}{10}$	$\frac{5}{4} \times \frac{10}{10} = \frac{50}{40}$ $\frac{50}{40} \rangle \frac{24}{40}$ $\frac{6}{10} \times \frac{4}{4} = \frac{24}{40}$	$\frac{5}{4} \div \frac{6}{6} = \frac{30}{24}$ $\frac{30}{24} \rangle \frac{30}{50}$ $\frac{6}{10} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{50}$

- De otra manera se puede usar la representación gráfica de cada fracción o expresarlas de forma decimal y comparar decimales.

$\frac{4}{5}$	$>$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{5} \rangle \frac{3}{8}$ (0.8) (0.375)

- Una opción más, se basa en multiplicar el numerador de la 1ª fracción con el denominador de la 2ª, el resultado se coloca debajo de la 1ª fracción (pues esta cantidad es la que representa la 1er fracción). Posteriormente se multiplica el denominador de la 1ª por el numerado de la 2ª y este resultado representa la 2ª fracción. Finalmente se comparan ambos resultados y se decide cual es mayor (a esto se le llama productos cruzados)

$$\frac{12}{7} \langle \frac{8}{4}$$

12x4 8x7

84 56

También en este apartado podemos ayudarnos con la recta numérica, pues nos da una secuencia ordenada de las diferentes fracciones que se nos presentan.

Cubillo y Ortega (2003) en una evaluación donde se consideraron las transcripciones, tareas y pruebas escritas destacan que los alumnos comprenden la comparación de fracciones de distinto signo por el paralelismo que establecen con la comparación de números enteros, resaltando como resultado que para realizar con éxito la tarea de ordenación de fracciones es necesario partir de contextos discretos. Por otro lado cuando un alumno calcula bien, realiza con éxito la comparación de fracciones y decimales además de la interpretación de la idea de densidad, se observa que la comprensión de la equivalencia ha influido de manera positiva en la interpretación de orden de fracciones y decimales.

**Las fracciones unitarias y el contar con fracciones*

Desde el momento en que se abordan las representaciones de parte-todo con diagramas, forma escrita y simbólica se pueden ir introduciendo algunas operaciones, así las operaciones pueden formar parte del concepto de fracción.

Por ejemplo cuando tenemos:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{4}\times 3=\frac{3}{4}$$

Aquí podemos introducir directamente el signo más (+) y a la vez el signo por (X); sobre todo si empleamos de manera natural estas formas nos podemos evitar muchas dificultades. De igual manera podemos emplear la recta numérica que puede ser un buen apoyo para este aprendizaje siempre y cuando se tengan presentes todas las dificultades que puedan presentarse para emplearla.

Ya que se han expuesto las diferentes concepciones de fracciones es importante mencionar que en ocasiones los docentes no logran establecer la triangulación maestro-alumno-saber en cuanto a la estructura fraccionaria, la vinculación entre los maestros y sus alumnos será deficiente si no se conoce por completo el contenido.

Si el conocimiento de los profesores en relación a las fracciones es deficiente tiene grandes repercusiones en los alumnos que éstos atienden, por ejemplo que no se puedan familiarizar con los diferentes significados si el docente no los conoce, la evaluación también será deficiente ya que no pueden evaluar algo desconocido, la dinámica de clase se vuelve rígida porque no se permite que los alumnos cuestionen y por último los conceptos que los alumnos construyan serán incompletos debido a que el docente impondrá algunas cosas y no habrá un verdadero conocimiento.

1.3.- LAS OPERACIONES CON FRACCIONES

Cuando se insertan las operaciones numéricas hay que tener claros dos aspectos: el concepto de operación (comprender el significado) y su algoritmo (la secuencia para resolverla).

Con las interpretaciones del concepto de fracción se pueden introducir de manera natural el algoritmo de suma y resta, en lo que respecta a la multiplicación y división se

va introduciendo con naturalidad en la interpretación *operador*, remarcando en el momento de enseñanza que en la realización de la multiplicación y de la división no se requieren fracciones equivalentes.

Esta relación puede servir de mucho para prevenir dificultades en el aprendizaje si se tiene claro desde el inicio en la secuencia de enseñanza de las fracciones desde su concepto.

Según la perspectiva de Llinares y Sánchez (1997) el empleo de problemas proporciona los contextos necesarios para conceptualizar los procedimientos en el cálculo de las fracciones. Una estrategia que recomienda este mismo autor son las actividades en pequeños subgrupos, posteriormente en plenaria dar a conocer lo trabajado en estos grupos; tanto logros como dificultades además de como se corrigieron estas últimas; lo cual permitirá que el alumno generalice y conozca diferentes formas de llegar al mismo resultado. Cabe mencionar que el dominio de las fracciones en forma simbólica tanto en el concepto como en los algoritmos beneficiará de manera directa el lenguaje algebraico.

La dificultad que se puede presentar en las operaciones con fracciones es en el cálculo de productos y división; cuando se plantea solamente como computo es más fácil que el cálculo de suma y resta, de igual manera cuando se trata del significado de las operaciones, el producto y la división ofrecen mayor dificultad que la suma y la resta.

Las relaciones y operaciones entre números racionales admite interpretaciones diferentes en función del significado que se les de, este último permitirá hallar los algoritmos que faciliten el establecimiento de las relaciones o el cálculo del resultado de las operaciones propuestas.

Para Gairin y Sancho (2002) los estudiantes de educación secundaria conocen y usan una importante cantidad de algoritmos que incluyen números racionales, la reflexión sobre el origen y funcionamiento de estos algoritmos incrementará la comprensión de

los números racionales, además facilitará la reconstrucción de tales algoritmos en caso de que no se recuerde el procedimiento correcto.

**La suma y resta de fracciones*

La idea de la suma y resta, viene manejada de manera natural en el concepto de fracción con el mismo denominador, pues solo se cuentan los numeradores. La primera dificultad se presenta cuando el denominador es diferente; la idea inicial es la de tener fracciones con igual denominador ocupando el procedimiento de las fracciones equivalentes, sin embargo no es una idea intuitiva en el alumno, pues se debe abordar guiándolo para que traslade de una idea personal a un procedimiento general tomando como referencia el manejo que ya tienen los alumnos. En este caso también podemos auxiliarnos en el uso de mínimo común múltiplo (m.c.m.).

Por otro lado en una investigación realizada por el grupo Anaga (1993) mencionan que a los alumnos de 7º de EGB se les propuso el cálculo de la suma de un número natural más una fracción, y concluyeron que es mas difícil para los alumnos el cálculo del tipo natural + fracción que el tipo de fracción + natural.

Castro y Torralbo (2001) refiere que cuando las fracciones que se suman tienen el mismo denominador el resultado se conforma por la suma de los numeradores que ocupa el lugar del numerador y el denominador es el mismo que en los sumandos.

$$\frac{a}{s}+\frac{m}{s}=\frac{x}{s}$$

Chávez, Chávez, et. al proponen que para sumar fracciones con diferente denominador se puede buscar una fracción equivalente a cada una de las fracciones a sumar, con la condición de que tengan igual denominador para así tener un caso como la situación anterior y proseguir de igual manera.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a(d)+b(c)}{b(d)}$$

En la resta el procedimiento es similar al de la suma, la única diferencia es que se resta en lugar de sumar.

$$\frac{a}{s}-\frac{m}{s}=\frac{x}{s}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a(d)-b(c)}{b(d)}$$

En los casos en que la suma o la resta esta compuesta por más de dos fracciones se procede de la siguiente manera:

*En los casos en que los denominadores sean iguales se respeta este en el resultado y se suman o restan los numeradores.

$$\frac{3}{15}+\frac{9}{15}+\frac{6}{15}+\frac{8}{15}=\frac{26}{15}$$

$$\frac{9}{12}-\frac{3}{12}-\frac{2}{12}=\frac{4}{12}$$

*Cuando las fracciones tienen diferentes denominadores se propone clasificarlos en dos:

-Si los denominadores son múltiplos entre si se identifica el denominador mayor que ocupará el mismo lugar (denominador) en el resultado, considerando este último se obtienen fracciones equivalentes (que lo contengan) a cada una de las fracciones que se sumen o resten según sea el caso. Una vez obtenido se da continuidad con el procedimiento de la suma o resta de fracciones con igual denominador.

$$\frac{9}{18}+\frac{6}{9}+\frac{1}{3}=\frac{9}{18}+\frac{12}{18}+\frac{6}{18}=\frac{27}{18}$$

$$\frac{15}{16}-\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{15}{16}-\frac{6}{16}-\frac{4}{16}=\frac{25}{16}$$

-Si los denominadores no son múltiplos entre si, se toman los denominadores de todas las fracciones a restar o sumar y se obtiene el mínimo común múltiplo de esos números, el cual ocupará el lugar del denominador común y de la misma manera que el caso

anterior se buscan fracciones equivalentes a las iníciales conservando dicho denominador. Finalmente el procedimiento es el mismo a las sumas y restas con fracciones de igual denominador.

$$\frac{3}{9}+\frac{2}{3}+\frac{6}{8}+\frac{3}{4}=\frac{24+48+54+54}{72}=\frac{180}{72}$$

Es importante mencionar al alumno que en las sumas o restas de fracciones se puede trabajar con más de dos fracciones y puede dar como resultado fracciones negativas.

En cuanto a estas dos operaciones encontramos que López y Elosua (2002) realizaron una investigación en donde pretendieron analizar los componentes cognitivos implicados en la realización de una tarea de adición y sustracción de fracciones y números mixtos mediante el LLTM (Modelo Logístico Lineal).

Llegaron a la conclusión de que el proceso por el cual los sujetos resuelven la tarea de adición y sustracción de fracciones y números mixtos puede representarse valiosamente, el modo de resolución no es independiente de los algoritmos y métodos enseñados en el aula.

Desde el punto de vista didáctico cada regla representa un fragmento significativo del proceso de solución del problema, la información acerca de las dificultades referentes a las reglas permitirá identificar las áreas que requieren mayor atención y refuerzo. La competencia en el dominio de las fracciones es de carácter multidimensional, conceptual, factual y algorítmico o procedimental.

**La multiplicación de fracciones*

Retomando que en los números naturales la multiplicación es la simplificación de la suma de un mismo número varias veces, al realizar una multiplicación de una fracción se sigue la misma lógica.

Castro y Torralbo (2001) dice que al multiplicar dos fracciones se obtiene otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y el denominador es el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{c}\times\frac{b}{d}=\frac{a(b)}{c(d)}$$

Cuando se multiplican fracciones inversas ($\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}$) da como producto la unidad, cabe señalar que todo número racional tiene un inverso.

En los casos que se presenta una fracción por un número entero se da de una manera natural, ya que se convierte el entero a fracción colocando un 1 como denominador y se efectúa el procedimiento de la multiplicación de fracción. Por ejemplo:

$$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{8}\times 4=\frac{3}{8}\times\frac{4}{1}=\frac{12}{8}$$

Un modelo que propone Llinares y Sánchez (1997) es el modelo ÁREA por ejemplo:

7/2								
3								
5/2								
2								
3/2								
1								
1/2								
	1/3	2/3	1	4/3	5/3	2	7/3	8/3

1 entero dividido en 6 partes iguales.

La división del rectángulo es 56 partes (7/2 X 8/3 = 56/6) por lo tanto, el área coloreada es $3(\frac{1}{2})\times 2(\frac{1}{3})$

Según los autores citados anteriormente, el alumno establece paulatinamente por medio de la práctica la relación en el procedimiento de la multiplicación (numerador por numerador y denominador por denominador).

El inconveniente que puede tener este modelo es que dentro de la vida cotidiana no es común que se presenten problemáticas similares por lo que puede resultar que la multiplicación no tenga sentido para el alumno. Es conveniente por lo tanto acompañar el modelo de situaciones problemáticas, por este medio lo que se repite nos induce a la obtención de la regla para solucionar la operación.

Para obtener una idea clara del algoritmo de la multiplicación de fracciones Llinares y Sánchez (1997) recomiendan seguir la siguiente secuencia:

A) Presentación del problema o situación
B) Trabajos grupales e individuales
C) Exposición de diferentes procedimientos (por los alumnos)
D) Observación de igualdad de procedimientos para llegar a la regla
E) Posible generalización

**La división de fracciones*

Esta operación es de un aspecto netamente algebraico, se puede decir que no hay forma de relacionarla con situaciones cotidianas. Debido a estas características se cuestiona su enseñanza en educación primaria, sin embargo se considera importante emplearla en los diferentes niveles educativos para consolidar el procedimiento de cálculo y sirva de base para el aprendizaje de otros contendidos como el algebra.

Castro y Torralbo (2001) aluden la idea que dividir una fracción (dividendo) entre otra (divisor) consiste en encontrar una tercera llamada cociente y se efectúa multiplicando la fracción dividendo por la inversa de la fracción divisor.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Es decir el numerador de la 1ª fracción se multiplica por el denominador de la 2ª fracción y nos da como resultado el numerador del cociente, posteriormente se

multiplica el denominador de la primera por el numerador de la segunda y nos da el denominador del cociente.

$$\frac{2}{5} \div \frac{4}{8} = \frac{2 \times 8}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

A esta operación se le llama también la ley del sándwich ya que al tener:

$$\left.\begin{array}{c} \underline{2} \\ \underline{5} \\ \underline{4} \\ 8 \end{array}\right\}$$

Se multiplican los extremos (2x8) y el resultado se coloca en el lugar del numerador, posteriormente se multiplican los números de en medio (5x4) y es el denominador.

**Dificultades en el aprendizaje de los algoritmos*

Las dificultades más frecuentes se presentan por una mala comprensión del concepto o el seguimiento erróneo de un procedimiento, lo que se debe al uso de métodos personales alternativos a los propuestos por el profesor o bien a la distorsión u olvido de algún paso del algoritmo.

Llinares y Sánchez (1997) mencionan que cuando un alumno presenta una falla en alguno de los pasos para la realización del algoritmo, la única forma de corregirlo es provocar una confusión por medio de la visualización intentando que se percate de la oposición del procedimiento que emplea con el generalizado.

El empleo de la recta numérica puede ser un gran instrumento para que el alumno integre las diferentes interpretaciones de fracciones así como el empleo de números mixtos desde el inicio.

Otra dificultad que presentan los alumnos frecuentemente es el efecto de distracción de los números naturales que consiste en la influencia que tiene la experiencia del alumno con los números naturales que da como resultado la visión de dos números naturales

separados por una raya, empleando los conocimientos de cálculo del número natural y dejando de lado el uso de las reglas para el empleo de los números fraccionarios.

En esta confusión de números naturales y racionales, tanto en concepto como algoritmos, el profesor debe estar al tanto de las dificultades que el alumno puede presentar y no tener la idea errónea de que con la práctica se pueda subsanar ya que esto puede llevar a errores más graves en el futuro.

Grupo Anaga (1993) refiere en su investigación que la automatización de las respuestas en los alumnos es una dificultad ya que suelen no leer los enunciados de los ejercicios, se limitan a una visión de los mismos con objeto de catalogarlos y aplicar el correspondiente automatismo de respuestas. Además la comprensión de los conceptos operacionales es deficiente, particularmente la comprensión del significado de algunas de las operaciones.

Cuando se presenta alguna dificultad en equivalencia o algoritmos lo primero que se debe hacer es saber si el alumno tiene clara la noción de fracción e ir avanzando paulatinamente para que esto se trate desde la raíz y la comprensión no sea superficial.

En una investigación realizada por Valdemoros (2002) reporta un estudio de caso en el que se pretende indagar acerca de la libre producción de referencias que los estudiantes evidencian con respecto a las fracciones y exhibir las modalidades de construcción de referencia que afectan o comprometen el desarrollo de las nociones relativas a la unidad particularmente en situaciones aditivas.

En los resultados de esta investigación se identificó que los procesos conceptuales relativos a la construcción de la unidad en el terreno de las fracciones fueron establecidos con base a las estructuras del lenguaje aritmético asociado a la construcción de referencias, por lo que el rechazo a las restricciones semánticas que sobre lo cotidiano plasma la aritmética constituye una problemática generalizada en el aprendizaje de los alumnos.

Otro resultado importante en esta investigación es que para llegar a las operaciones con números fraccionarios la unidad debe ser resignificada, es decir, dotada de nuevos contenidos semánticos por parte del estudiante en terrenos de mayor complejidad.

Además los estudiantes se permiten reconstruir los vínculos referenciales comprometidos en la reorganización del significado de unidad y en el terreno de la adición de fracciones, esto conlleva implicaciones sustanciales para la enseñanza escolar, en la que deben ser tomados en cuenta y esclarecidos los enlaces entre las relaciones referenciales y el significado de la unidad, a modo de ayudar a los estudiantes a superar las dificultades cognitivas que pudieran experimentar al desenvolverse en el uso de las fracciones.

**Las fracciones y su contexto*

Castro y Torralbo (2001) señalan que las fracciones permiten la comparación de dos cantidades de magnitud y expresar con exactitud la medida. El uso del vocabulario de las fracciones con el saber matemático no siempre tiene relación directa con la realidad, por ejemplo: cuando mencionamos – “Me he comido la mitad de la pera”- no es precisamente que se realizó la partición de dos partes iguales de la pera.

Las fracciones son muy utilizadas en nuestra vida cotidiana en diversos contextos y situaciones: ya sea para referirnos a determinado tiempo ($\frac{1}{4}$ de hora, $\frac{1}{2}$ mes), en el sistema métrico ($\frac{1}{4}$ de kilogramo, $\frac{1}{2}$ litro) o como reparto (la mitad de ganancias); en fin, siempre se usan estos conceptos aunque no se les da el énfasis como un término matemático pero están presentes y los utilizamos frecuentemente. Es así cuando de manera informal el alumno va teniendo conocimiento de las fracciones y se va formalizando el concepto de fracción que se maneja en la escuela.

Llinares y Sánchez (1997) mencionan que el aprovechamiento de este conocimiento informal respecto a la enseñanza de las fracciones depende en gran parte del enfoque

y creencias que tenga el profesor de matemáticas ya que esto influye directamente en el proceso de enseñanza aprendizaje. Es por eso que se recomienda a los profesores que imparten la materia, reflexionar sobre el cómo y cuándo enseñar las fracciones, experimentando varias opciones para que el alumno comprenda los conceptos y así facilitarle tanto el aprendizaje como el empleo de las fracciones, sin perder de vista que en el primer encuentro del alumno con las fracciones se debe proporcionar un conocimiento inconsciente del tema, presentando contextos significativos tanto en el concepto como en su aplicación, ya que se debe considerar que las matemáticas tienen que adquirir un carácter funcional para que favorezcan la solución de problemas en la vida cotidiana y el alumno pueda ver claramente la importancia del aprendizaje de ese contenido (las fracciones).

Es necesario recordar que una óptima enseñanza de las fracciones ampliaría su utilización en la vida cotidiana, considerando que si no son comprendidas es difícil que se utilicen.

Se puede presentar el caso de que un alumno tenga claro el concepto de fracción e incluso realizar operaciones y explicarlo o aplicarlo en una situación dada pero al momento de trasladarlo a otro contexto se le dificulta aunque esté presente el concepto de fracción implícitamente.

Es aquí donde una vez más vemos la necesidad de una educación en la que se enseñe al alumno con base a experiencias adecuadas para el empleo de los diferentes significados de las fracciones sin dejar de lado que para dominarlos se requiere un proceso de enseñanza realmente largo; por esto Llinares y Sánchez (1997) menciona que al desarrollar una secuencia de enseñanza de las fracciones un profesor debe considerar las muchas interpretaciones que existen y el aprendizaje a largo plazo, estos mismos autores, citando a Dickson señala que se debe considerar un equilibrio entre el significado de las fracciones en contextos concretos prácticos (situaciones problemáticas) y en situaciones abstractas (cálculo sin contexto; es decir dando un carácter algebraico).

La facilidad que se puede llegar a tener en el manejo de las fracciones tanto en su representación como en operaciones depende en gran medida de la conceptualización que se logre, lo que se obtiene a partir de encontrarle un sentido al manejo de las fracciones en la vida cotidiana y no verlas como algo innecesario y fuera de la realidad.

**Relación entre estimación y fracción*

Entendemos por estimación dar una respuesta numérica próxima a la respuesta exacta, se considera como una estrategia que se debe utilizar en los currículos de manera amplia, partiendo de la visión de la necesidad en la vida cotidiana hasta el uso para reforzar conceptos y algoritmos, es decir, se emplean básicamente en matemáticas.

Una ventaja de presentar estimación en las fracciones por ejemplo en el tamaño o en operaciones es que ayuda a profundizar ambas direcciones, pues bien, estimando el tamaño de una fracción dada requiere dotarlo de un significado conjunto a los símbolos que aparecen: numerador, denominador y raya horizontal.

1.4. ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

El proceso enseñanza-aprendizaje genera vínculos específicos en la relación docente-alumno basados en la generalización, concientización y socialización, a su vez esta relación se orienta a conocer, comprender, explicar y valorar transformando la realidad obteniendo un conocimiento grupal.

El aprendizaje es fruto de un proceso constructivo que posibilita al individuo para adquirir nuevos conocimientos en distintos contextos, por lo tanto puede organizar la realidad y comprender el mundo que le rodea. Además el aprender permite al alumno utilizar sus propios razonamientos de partida y abrirse el camino al conocimiento con los procedimientos individuales, lo cual le llevará a cometer errores necesarios en la búsqueda de los razonamientos correctos.

Según Chich (citado por Cubillo y Ortega 2003) la eficacia en el aprendizaje pasa por la capacidad de evocar los contenidos en todos los parámetros ya que en una secuencia didáctica la evocación desempeña un papel fundamental en el proceso de aprendizaje y la considera como base para la decisión del alumno y la aplicación del contenido.

Para Ortiz R. (citado por Grupo Anaga. 1993) las matemáticas para su socialización o transmisión sufre una serie de adecuaciones ya que de ser un objeto del conocimiento se transforma en objeto de enseñanza, la transformación esta mediada por complejos mecanismos ideológicos, sociológicos y epistemológicos que influyen en la conformación del conocimiento y en la puesta en marcha por el docente.

Los roles profesor-alumno con características específicas cada uno al interaccionar permiten una construcción de aprendizajes desde los saberes previos de los involucrados hasta los saberes más formales y así se propicia el binomio enseñanza-aprendizaje.

En este binomio intervienen los conocimientos con que cuenta el profesor a cerca de los contenidos curriculares los cuales muchas veces son escasos o erróneos como lo demuestra una investigación realizada por García, Llinares y Sánchez (1994) en la que analizaron la existencia de una posible relación entre el concepto de fracción dado por los estudiantes para profesores de primaria, el sistema de representación y el tipo de tarea empleado, los resultados arrojan que existe una influencia recíproca entre las tres variables, dejando ver que los estudiantes dotan de significado el concepto de fracción cuando están en la primaria como aprendices, mediante la realización de escritos, tipos de tareas o empleo de determinados modos de representación. Lo anterior hace pensar que cuando el futuro profesor deba plantear la posibilidad de que los alumnos construyan el conocimiento matemático, se apoyará inicialmente en el significado que él había dado a dichas nociones cuando estaba en la escuela como aprendiz.

Por consiguiente tener una formación matemática específica parece no implicar la capacidad de pensamiento recurrente en relación con el concepto de fracción. En los resultados de esta investigación se nota poca influencia de los modos de

representación gráfica frente a las otras dos variables, aunado a esto se rescata que sólo con fracciones menores a la unidad tiene sentido plantearse la conexión de la noción de fracción con un referente concreto, cuando se pretende asociar un referente con fracciones mayores hay un comportamiento homogéneo derivado de la asociación fracción–referente originando mayor nivel de dificultad.

En lo referente al tipo de tarea planteada se refleja el descenso en el porcentaje de aciertos en los ítems que tratan la reconstrucción de la unidad en relación con otras tareas fortaleciendo la posibilidad de que el significado asociado a las fracciones está vinculado con determinado tipo de actividades.

El hecho de que sean los ítems con fracciones unitarias en las tareas de modo de representación gráfica los que mantengan comportamiento homogéneo y con porcentajes de aciertos muy elevados puede apuntar hacía el hecho de que la noción parte–todo del concepto de fracción junto con la acción asociada de hacer partes de un todo y coger algunas, conlleva una idea de unidad formada por fracciones unitarias, esta idea es un elemento importante en el proceso para dotar de significado a la fracción.

Lo anterior indica una limitada comprensión que puede generar un conocimiento de contenido pedagógico no del todo idóneo, supondría que el estudiante para profesor en su papel de “profesor” podría llegar a emplear solo representaciones gráficas a modo de referente para las fracciones menores que 1 con lo que dichas representaciones podrían volver a generar una limitada comprensión de la noción de fracción, introduciéndolos en una especie de circulo vicioso.

Los ítems que resultaron más difíciles fueron las tareas de construir la unidad con fracciones mayores que 1 y con cualquier modo de representación, la dificultad puesta de manifiesto en estos ítems puede corresponder al hecho de que cuando se esta enseñando con figuras geométricas como un modo de representación de las fracciones, se considera implícitamente el todo representado por dichas figuras geométricas.

En ocasiones los estudiantes para profesores no conciben el tener que reestructurar la información que procede del modo de representación en una determinada tarea como paso previo a la resolución.

En la investigación los autores concluyen que si el conocimiento pedagógico del profesor se articula alrededor de su comprensión de las relaciones entre los diferentes sistemas de representación y el significado de las nociones a enseñar, debería ser precisamente ese factor (desarrollo del pensamiento recurrente vinculado a tópicos concretos) parte del núcleo de atención de los programas de formación del profesorado que tengan como objetivo la creación de condiciones que permitan una formación sobre la cual puede generarse un conocimiento de contenido pedagógico valido para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

Otra propuesta para la enseñanza-aprendizaje de las fracciones es expuesta por Cubillo y Ortega (2003) quienes en su investigación pretenden facilitar el proceso didáctico por medio del método MGM (Modelo De Gestión Mental) en el aprendizaje del orden de las fracciones a alumnos de secundaria.

En dicha investigación detectaron que en las tareas la interpretación de resultados sigue siendo la causa de error, sin embargo después de la aplicación se nota una disminución de casos que presentan esta dificultad. Además, se adquirieron destrezas como la representación sobre un diagrama, cuantificar regiones y representaciones mediante fracciones para comparar sus medidas.

Con el empleo del método se noto un resultado positivo en las tareas de ordenar decimales y fracciones a partir de la representación geométrica y los errores que se llegan a presentar en este apartado son debido a la mala calidad de los dibujos que realizan.

Se llego a la conclusión que en el nivel curricular de secundaria, el material que se ha elaborado e interpretado siguiendo el método del MGM, ha ofrecido a los alumnos propuestas variadas y aspectos claves en la enseñanza/aprendizaje arrojando como

resultado a nivel de contenidos que la comprensión de equivalencia influyo de manera positiva en una mejor interpretación del orden de fracciones y decimales.

Además en esta investigación, los mapas conceptuales que se construyeron permitieron observar las diferencias entre los conocimientos adquiridos por el alumno y la mejora del trabajo sistemático y de síntesis de conocimientos.

Núñez y Bryan (2001) refieren que cuando se logra que los estudiantes resuelvan de manera correcta problemas simples o complejos empleando el conocimiento de la vida diaria, representaciones simbólicas y puede hacer asociaciones se espera entonces que los alumnos ya manejen y comprendan las fracciones.

**Dos diferentes posturas para la enseñanza de las fracciones*

Para el proceso enseñanza-aprendizaje de las fracciones y con la finalidad de formalizar un procedimiento se pueden tomar varias direcciones, como lo mencionan Llinares y Sánchez (1997): Una de ellas es una secuencia didáctica en la que el objetivo sea formalizar el conocimiento del alumno en relación a los atributos identificados por Piaget y los añadidos por Payne con base al uso de materiales concretos y estructurados. Cabe mencionar que en el currículo que rige la SEP (2006) esta postura es la que se encuentra más a fin.

Por otro lado está la postura de Stereefland, (citado por Llinares y Sánchez 1997), que se basa en intentar utilizar fenómenos de la vida real que contemplen alguna fracción para que el alumno empiece a manejar y dar significado a las fracciones en esas mismas situaciones o fenómenos, en esta línea la realidad funciona como fuente de formación del concepto y no solo como mediador de la aplicación.

El que se elija una estrategia u otra dependerá en gran medida de los objetivos que se plantean, del currículo que rige y de las creencias que se tengan respecto al tema, aquí interviene lo que llamamos currículo oculto. Desafortunadamente es así como se

determina de una manera un tanto informal la estructura del proceso enseñanza-aprendizaje a seguir.

Cubillo y Ortega (2003) por su parte mencionan que las estrategias de estudio utilizadas por los alumnos favorecen la práctica de un modelo de estudio y aplicación en el aula, además anima a la lectura de las anotaciones y las actividades de sus cuadernos; para hacerlos tomar conciencia de que es una forma de estudio de las matemáticas. Hay que insistir dentro de la metodología la resolución de problemas, desarrollar la atención en clase como acción para llevar a la práctica los conocimientos y desarrollar estrategias que faciliten la práctica de iniciativas personales por los alumnos.

**Secuencia para la enseñanza del concepto de fracción*

Para Hiebert y Carpenter citados por Gairin y Sancho (2002) refieren que las matemáticas son comprendidas si su representación mental es parte de una red. El grado de comprensión esta determinado por el número y la fuerza de conexión, por consiguiente una idea o procedimiento matemático es comprendido si se liga a redes existentes con conexiones numerosas y fortalecidas.

Coxford (citado por Llinares y Sánchez 1997) propone un orden en el que se enfatizan los siguientes puntos del concepto de fracción: en un primer momento los materiales concretos y en un segundo momento el uso de diagramas y lo trata de la siguiente manera:

1.- Para abordar la unidad.- Identificar el número de unidades y cantidades mayores o menores a la unidad.
2.-Manejando partes de la unidad usando materiales concretos.- Se debe identificar el número de partes de la unidad, que sea de igual tamaño y dividir una unidad en partes iguales.
3.- Al abordar nombres orales para las partes de la unidad.- Establecer el nombre de las fracciones, usarlo para contestar a ¿cuántos?, e identificar fracciones iguales a uno.

4.- Al escribir fracciones para representar partes de la unidad (traslaciones entre las representaciones).- Primero de forma oral a escrita y viceversa, posteriormente de una forma concreta a escrita y lo contrario.
5.- Representar fracciones con dibujos.- Transición de objetos a diagrama y repetición de pasos anteriores pero ahora con diagramas.
6.- Para ampliar la noción de fracciones.- Se deben emplear fracciones mayores que uno, luego introducir los números mixtos, posteriormente se trabaja con el modelo discreto (utilizando conjuntos) y finalmente se comparan fracciones identificando las equivalencias.

La mayoría de los autores mencionan que la cuantificación de las cantidades continuas depende de emplear relaciones lógicas, Piaget (citado por Núñez y Bryan 2001) recalca las relaciones de transitividad como el punto de partida de la mediación y las relaciones parte-todo como punto de partida para la comprensión de las fracciones. Además de considerar la coordinación de dos tipos de relación que son parte – parte y parte-todo.

**Las fracciones en el curriculum*

El estudio de los números racionales en educación obligatoria permite desarrollar una gran diversidad de competencias cognitivas en los sujetos en edad escolar, aunque como todo objeto de conocimiento también plantea problemas de comprensión y aprendizaje. Para Gairin y Sancho (2002) en los procesos tradicionales de enseñanza las ideas y conceptos numéricos se justifican y presentan en orden deductivo, sin que ello signifique que el alumno lo organice y lo estructure cognitivamente de esta forma. Para la construcción del conocimiento de los números racionales debe considerarse la complejidad que encierra dicho tema debido a los conceptos y sistemas de representación.

El conjunto de los números racionales constituye el dominio matemático desde el cual el currículo de primaria adopta el contenido matemático. Según Chamorro (2003) para el maestro es importante considerar las posibles relaciones entre las características de

este dominio matemático en términos de lo que los aprendices deben saber para construir la estructura conceptual que debemos asociar a los símbolos utilizados.

De acuerdo con esta misma autora, el inicio del trabajo con las fracciones en primaria es la introducción de “un nuevo mundo matemático” para los alumnos, el cual les llevará al desarrollo de una manera de pensar sobre las comparaciones lo cual se concretará en las situaciones de proporcionalidad al final de la educación primaria e inicio de la secundaria.

Castro y Torralbo (2001) mencionan que existe la discusión respecto a si deben o no aparecer las fracciones en el currículo educativo. Los partidarios de que se incluyan las fracciones se defienden en sustentos culturales (las fracciones forman parte de la cultura general) y formativos (las fracciones sirven de base para conocimientos posteriores), razones suficiente para que las fracciones continúen presentándose en el currículo de los diferentes niveles educativos graduando la dificultad.

Se considera que al tratar el tema se debe proporcionar al alumno un aprendizaje significativo mediante el uso de modelos, solución de problemas, estrategias de cálculo mental para la ordenación, operaciones con fracciones y el uso de representaciones gráficas así como la calculadora; logrando que el alumno sea capaz de relacionar fracciones, número decimal y porcentajes.

En los planes y programas de nivel secundaria establecidos por la SEP (2006), se deja claro que entre otras cosas el egresado debe emplear la argumentación y el razonamiento al analizar situaciones, identificar problemas, formular preguntas, emitir juicios y proponer diversas soluciones, además de seleccionar, analizar, evaluar y compartir información proveniente de diversas fuentes aprovechando los recursos tecnológicos a su alcance para profundizar y ampliar sus aprendizajes de manera permanente.

En estos planes se tiene como objetivo enseñar las competencias, entendiendo que una competencia implica saber hacer (habilidades), conjugado con saber

(conocimiento), así como la valoración de las consecuencias del impacto de hacer (valores y actitudes). Así, la manifestación de una competencia revela la puesta en juego de conocimientos, habilidades, actitudes y valores, para el logro de propósitos en un contexto dado, ya que las competencias se manifiestan en la acción integrada, pues poseer conocimiento o habilidades no significa ser competente.

El programa de la SEP (2006) destaca cinco competencias generales para el nivel secundaria, que son:

a) Competencias para el aprendizaje permanente.
b) Competencias para el manejo de la información.
c) Competencias para el manejo de situaciones.
d) Competencias para la convivencia.
e) Competencias para la vida en sociedad.

En lo que respecta al mapa curricular se plantea que la jornada semanal constará de 35 horas y las sesiones de las asignaturas tendrán una duración efectiva de al menos 50 minutos. La distribución de tiempo por materias es de acuerdo a las necesidades del nivel, dando así mayor horario al espacio formativo, dentro del cual se presenta la materia de matemáticas en la que se pretende enriquecer el uso de herramientas numéricas para aplicarlas en el razonamiento y la resolución de problemas matemáticos, tomando en consideración las características anteriores, el mapa curricular del plan de estudios para la educación secundaria propone que se trabajen cinco horas a la semana en cada grado (SEP 2006).

Específicamente el estudio de las matemáticas en la educación secundaria se orienta a lograr que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados además de utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos. Por ello, la escuela debe garantizar que los estudiantes:

*Utilicen el lenguaje algebraico para generalizar propiedades aritméticas y geométricas.
*Resuelvan problemas mediante la formulación de ecuaciones de distintos tipos.

*Expresen algebraicamente reglas de correspondencia entre conjuntos de cantidades que guardan una relación funcional
*Resuelvan problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes.
*Resuelvan problemas que implican realizar cálculos con diferentes magnitudes.
*Utilicen las propiedades geométricas para realizar trazos, para establecer su viabilidad o para efectuar cálculos geométricos.
*Identifiquen y evalúen experimentos aleatorios con base en la medida de la probabilidad.
*Utilicen de manera eficiente diversas técnicas aritméticas, algebraicas o geométricas, con o sin el apoyo de tecnología, al resolver problemas (SEP, 2006).

Para la Sep (2006) las bases conceptuales y pedagógicas que sustentaron la elaboración del programa de matemáticas refieren que en la actualidad en el proceso de estudio de dicha materia, hay tres elementos fundamentales a considerar: los alumnos, el profesor y el conocimiento matemático, traducido en actividades de estudio.

Primero la atención se centró en el profesor, después en el alumno (específicamente en los procesos cognitivos) y se tomaron en cuenta desde los procesos de entrenamiento estímulo-respuesta sugeridos por Thorndike (citado en SEP 2006) a principios del siglo pasado hasta los importantes aportes de la psicología genética, esta última teoría durante mucho tiempo se asumió como la encargada de resolver los problemas de la enseñanza y el aprendizaje, es aquí en donde las actividades de estudio empiezan a jugar un papel importante, este paradigma brindo elementos a otras disciplinas y en especial de la psicología para responder a la problemática planteada por el trabajo docente y ha sido difícil superarla.

El proceso enseñanza-aprendizaje es el principal objeto de estudio de esta teoría (psicología genética); de ahí se derivan enfoques posteriores como el de “Aprendizaje significativo” de Ausbel (citado por SEP 2006), cuyo objeto de estudio es el conocimiento del alumno y su evolución aunque la explicación de este proceso se delega a la psicología. La característica fundamental de esta forma clásica de entender

la didáctica radica en que los saberes que involucra o bien están libres de problemas y por tanto de cuestionamiento alguno (como el conocimiento matemático), o están fuera de la didáctica (como el saber psicológico, sociológico, epistemológico, entre otros), además que explica en buena medida por qué la didáctica de las matemáticas se asume como una disciplina que opera los conocimientos construidos en otras ramas del saber, pero no explica por sí misma los fenómenos didácticos (SEP, 2006).

En el programa de matemáticas (SEP, 2006) se busca que los alumnos desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; en el aula se deberá propiciar un ambiente en el que los alumnos formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos socialmente establecidos, a la vez que comunican, analizan e interpretan ideas y procedimientos de resolución.

Los contenidos matemáticos que se estudian en la educación secundaria se han organizado en tres ejes: **Sentido numérico y pensamiento algebraico*
**Forma, espacio y medida*
**Manejo de la información.*

Los conocimientos y habilidades en cada bloque se han organizado de tal manera que los alumnos vayan teniendo acceso gradualmente a contenidos cada vez más complejos y a la vez puedan establecer conexiones entre lo que ya saben y lo que están por aprender.

Se pretende que los alumnos logren un conocimiento menos fragmentado y con mayor sentido, de modo que cuenten con más elementos para abordar un problema. Estos programas parten de los conocimientos y las habilidades que los estudiantes obtuvieron en la primaria, los contenidos en este nivel se caracterizan por un mayor grado de abstracción que les permitirá a los alumnos resolver situaciones problemáticas más complejas.

El propósito en esta fase de su educación, por medio del eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico* es que los alumnos profundicen en el estudio del álgebra con los tres usos de las literales conceptualmente distintas: como número general, como incógnita y en relación funcional.

En cuanto al eje *Manejo de la información,* se resuelven problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes. Estas acciones se respaldan en las nociones matemáticas tales como porcentaje, probabilidad, función y en general en el significado de los números enteros, fraccionarios y decimales. El eje *Forma, espacio y medida,* favorece de modo especial el desarrollo de la competencia de argumentación.

La comprensión de los diversos conceptos matemáticos deberá sustentarse en actividades que pongan en juego la intuición, pero a la vez favorezcan el uso de herramientas matemáticas para ampliar, reformular o rechazar ideas previas.

El enfoque didáctico que se propone es que los alumnos resuelvan problemas con sus propios medios, discutan y analicen sus procedimientos y resultados, pues más vale dedicar tiempo a que los alumnos adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo, que a enseñar conocimientos que pronto serán olvidados (SEP, 2006)

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que sustentan los programas para la educación secundaria consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar de manera flexible para solucionar problemas. De ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos

largos, que van de lo informal a lo convencional, ya sea en términos de lenguaje como de representaciones y procedimientos.

La actividad intelectual fundamental en estos procesos se apoya más en el razonamiento que en la memorización pero el desafío se encuentra en reestructurar algo que ya sabe el alumno, sea para modificarlo, para ampliarlo, para rechazarlo o para volver a aplicarlo en una nueva situación.

Es necesario considerar que la experiencia que vivan los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela, puede traer como consecuencias: el gusto o rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la subordinación de éstos al criterio del maestro.

El programa de matemáticas establecido por la SEP en el 2006, refiere que para una mejor comprensión de lo que se pretende estudiar durante la educación secundaria, los ejes se desglosan en temas, subtemas y conocimientos y por último las habilidades; los dos primeros son conceptos matemáticos cada vez más específicos, mientras que el tercero presenta una descripción detallada de lo que se propone estudiar y aprender.

En el siguiente listado se registran los conceptos básicos que corresponden a las fracciones en primero de secundaria:

Números fraccionarios y decimales:
*Interpretación del significado.
*Representaciones equivalentes.
*Representación en la recta numérica, a partir de distintas informaciones.
*Comparación y orden.

Problemas aditivos:
*Significados de la adición y sustracción de números decimales y fraccionarios.

Problemas multiplicativos:

*Significados de la multiplicación y división de números decimales y fraccionarios.

*Algoritmos de la multiplicación y división con números fraccionarios y decimales.

Porcentaje:

*Cálculo y expresión en forma decimal y fraccionaria.

Los contenidos de cada grado están organizados en cinco bloques, en cada uno hay temas y subtemas de los tres ejes. Los contenidos que se han organizado en apartados, se denominan *conocimientos y habilidades*, lo cual significa que se privilegia la construcción de significados y de herramientas matemáticas por parte de los alumnos con base en la resolución de problemas.

En el programa, al inicio de cada bloque temático hay una sección de aprendizajes esperados donde se sintetiza lo que los alumnos debieran saber y saber hacer, como resultado del estudio del bloque, este es el punto de partida para que el profesor evalúe el desempeño de los alumnos (SEP, 2006).

Los programas de Matemáticas 2006 para la educación secundaria contienen una sección de orientaciones didácticas para cada apartado de conocimientos y habilidades; en esta sección se fundamenta lo que se propone enseñar y se dan ejemplos concretos sobre el tipo de problemas que se pueden plantear (SEP 2006).

A continuación se presentan las sugerencias propuestas en el programa de matemáticas (SEP 2006) para abordar los contenidos relacionados con números fraccionarios en el primer grado ya que son los que tienen lugar en esta investigación, la estructura a seguir es: tema, conocimientos y habilidades que el alumno debe adquirir y posteriormente se mencionan algunas orientaciones didácticas que tienen la intención de fortalecer al profesor para plantear los temas.

En el **bloque 1** como resultado se espera que los alumnos: Comparen y ordenen números fraccionarios mediante la búsqueda de expresiones equivalentes, la recta

numérica, los productos cruzados u otros recursos. En este mismo bloque los temas a tratar son:

Números fraccionarios: Conocimientos y habilidades.- Representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación.

Orientaciones didácticas.- La recta numérica se utiliza como recurso para dar sentido a los números fraccionarios. Cuando se aborde la representación de estos números deberá explicarse la necesidad de asignar el cero a un punto de la recta, de determinar una unidad y con base en ésta establecer la ubicación de cualquier número. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

• Ubiquen en la recta numérica $\frac{3}{4} y \frac{5}{3}$ (previamente deben encontrarse representados 1 y $\frac{5}{2}$).

• Representen en la recta numérica $\frac{7}{4} y \frac{1}{2}$ e intercalen entre ellos cinco fracciones.

• Ubiquen 3.5 y 1.8 (previamente deben encontrarse representados 2.3 y 4.5).

El segundo ejemplo tiene que ver con dos nociones importantes: la densidad y el orden de fracciones. Respecto a la primera noción, se sugiere realizar una actividad que tome como referencia a la recta numérica para llevar a los alumnos a concluir que, dadas dos fracciones de valores diferentes, siempre es posible intercalar otra fracción. La segunda noción está presente también en esa actividad, ya que en cada etapa del proceso de intercalación están implicadas tres fracciones, la menor, la mayor y la que se intercala. Para determinar el orden de las fracciones podrán utilizarse recursos como las fracciones equivalentes, los productos cruzados y otros. Lo mismo puede hacerse con los números decimales.

Nótese que para ubicar fracciones, las particiones dependen de los denominadores; en tanto que para ubicar decimales, siempre se puede partir en potencias de 10. En la resolución de estos problemas se tendrá oportunidad de revisar conceptos y

procedimientos estudiados en la primaria, como los de fracciones reducibles e irreducibles, la simplificación de fracciones, la reducción de fracciones a un común denominador y conversión de una fracción a decimal y viceversa (SEP, 2006).

Relaciones de proporcionalidad: *Conocimientos y habilidades.*- Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, utilizando de manera flexible procedimientos variados.

Orientaciones didácticas.- Aunque este tipo de problemas se plantea desde la primaria, se trata ahora de profundizar en el análisis de los procedimientos que se utilizan y de avanzar en la formulación de las propiedades de una relación de proporcionalidad.

Además de los procedimientos que emplean los alumnos de manera espontánea, conviene empezar a destacar el factor de proporcionalidad constante, es decir, que hay un factor por el cual se puede multiplicar cualquier elemento del conjunto x, para obtener el correspondiente del conjunto y. Es conveniente que en este primer bloque los factores constantes sean enteros o fracciones unitarias. Un ejemplo de los problemas que se pueden plantear es:
Si una vela de 25 cm. de altura dura encendida 50 horas:
¿Cuánto tiempo duraría encendida otra vela del mismo grosor, de 12 cm. de altura?
Si los alumnos tienen dificultades para resolver este problema, el maestro puede ayudarles planteando las siguientes preguntas:
¿Cuánto duraría una vela de 1 cm?
¿Cuánto duraría una vela de 10 cm?
¿Y una de 11 cm? (SEP, 2006)

Conocimientos y habilidades.- Elaborar y utilizar procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional.

Orientaciones didácticas.- Éste es otro tipo de problemas en el que se pone en juego el razonamiento proporcional, cuyo estudio se inicia en este grado, de manera que es importante favorecer el uso de procedimientos informales y discutirlos, incluso si los

alumnos tienen en cuenta otros criterios ajenos a la proporcionalidad, tales como la amistad, la edad, etc. Un ejemplo típico de estos problemas es el siguiente:
Tres amigos obtienen un premio de $1 000.00 en la lotería. ¿Cómo deben repartírselo según lo que gastó cada uno si uno de ellos puso $12.00, el otro $8.00 y el tercero $15.00?

Una variante del problema anterior, donde deben hacerse algunos cálculos para obtener la información necesaria, sería ésta:
Supongan ahora que el premio es de $1 500.00; si uno de ellos aportó una séptima parte del costo del billete y los otros dos amigos, el resto en partes iguales, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno, si reparten el premio proporcionalmente?
Se sugiere buscar ejemplos que consideren diversos contextos culturales. (SEP, 2006).

En el **bloque 2** del programa de contenidos de la SEP, como resultado se espera que los alumnos: Resuelvan problemas que implican efectuar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones, además de que resuelvan problemas de proporcionalidad directa del tipo valor faltante, con factor de proporcionalidad entero o fraccionario y problemas de reparto proporcional. (SEP, 2006)

Problemas aditivos: *Conocimientos y habilidades.*- Resolver problemas aditivos con números fraccionarios y decimales en distintos contextos.

Orientaciones didácticas.- En este grado los alumnos consolidarán el uso de los algoritmos al resolver problemas, con base en la equivalencia de fracciones, a la vez que echarán mano de recursos suficientemente flexibles como el cálculo mental y la estimación. Por ejemplo, al resolver la operación:

$$\frac{7}{15}+\frac{1}{40}+\frac{19}{20}$$

Los alumnos deberían saber que la suma es aproximadamente $1\frac{1}{2}$, puesto que $\frac{7}{15}$ es casi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{40}$ es casi cero y $\frac{19}{20}$ es casi uno.

En el cálculo estimativo con números decimales deberá distinguirse entre problemas en los que interesa considerar la parte decimal y otros en los que ésta puede no tenerse en cuenta, sin que ello afecte el resultado.

Por ejemplo, si se estima el monto a pagar en la compra del supermercado, dejando de lado los centavos, puede haber una diferencia considerable con el resultado exacto, puesto que casi todos los precios incluyen 90 o 99 centavos.

Al igual que con los números fraccionarios, los alumnos deben distinguir entre los problemas en los que es suficiente una estimación y los que exigen un resultado exacto. Se aprovechará el proceso de resolución de problemas para, en caso necesario, revisar las nociones de números fraccionarios, sus usos y significados en diversos contextos. (SEP, 2006)

Problemas multiplicativos: *Conocimientos y habilidades*.- Resolver problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos.

Orientaciones didácticas.- Éste es un contenido nuevo para los alumnos, puesto que no se incluye en los programas de primaria. Los problemas que llevan a efectuar multiplicaciones o divisiones se ubican en el contexto de la proporcionalidad. Por ello el estudio de estas operaciones se relaciona estrechamente con el eje Manejo de la información. Para plantear un problema que implique multiplicar o dividir, puede buscarse una relación proporcional entre dos magnitudes y decidir cuál de estos términos se va a calcular. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son:

Tres niños tienen $2\frac{3}{4}$ L de jugo de naranja cada uno. ¿Cuántos litros tienen en total?

Una lancha recorre $38\frac{1}{2}$ Km. en $1\frac{3}{4}$ horas. ¿Qué distancia puede recorrer en una hora?

En un examen aprobaron $\frac{3}{5}$ partes de los estudiantes que lo presentaron. Si lo presentaron 240 alumnos, ¿cuántos lo aprobaron?

Los casos más complejos son aquellos donde ambos términos de la multiplicación o de la división son fracciones y es muy importante que los alumnos tengan la posibilidad de justificar los resultados con procedimientos distintos de los algoritmos, como en el siguiente caso:

Las $\frac{2}{5}$ partes de un terreno se usaron para construcción y el resto para jardín; $\frac{2}{3}$ del jardín tiene pasto y el resto otras plantas. ¿Qué parte del terreno completo tiene pasto?

Es importante que los alumnos vean la relación que existe entre la multiplicación y la división, tanto por la vía de los problemas como por medio de las operaciones. En el primer caso se puede ver que a partir de tres datos tales como:

1 Kg. de jamón cuesta $80; compré $2\frac{1}{2}$ Kg. de jamón; en total pagué $200.

Se pueden formular dos problemas de división y uno de multiplicación.

En el segundo caso conviene que los alumnos se den cuenta de que la división $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ equivale a la multiplicación $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$. (SEP, 2006)

Conocimientos y habilidades.- Resolver problemas que impliquen la multiplicación de números decimales en distintos contextos.

Orientaciones didácticas.- En la primaria, los alumnos utilizaron la multiplicación de números decimales al resolver problemas de proporcionalidad directa, en particular mediante el uso del valor unitario. En ese contexto reflexionaron sobre el significado de esa operación y de su resultado. Ahora se trata de fortalecer esos significados y extenderlos a otros contextos. Para ello puede pedirse a los alumnos que elaboren una tabla que represente una situación de proporcionalidad directa.

Por ejemplo, la siguiente:
Una lancha recorre 7.20 metros por segundo. ¿Qué distancia recorrerá en 2 segundos? ¿Y en 1.9, 1.8, 1.7,…, 1.1 segundos? ¿Y en 0.9, 0.8, 0.7,…, 0.1 segundos?
¿Por qué unos productos son mayores y otros menores que 7.20?

Otros contextos en los que se usa la multiplicación de decimales y en los que conviene reflexionar sobre el significado de los factores y el producto se ejemplifican enseguida:

El hierro pesa 0.88 veces lo que pesa el cobre. Una pieza de cobre pesa 7.20 gramos. ¿Cuánto pesa una pieza de hierro del mismo tamaño? ¿Por qué el resultado es menor que 7.20 gramos?
Hallar el área de una tarjeta rectangular que mide 7.20 por 4.5 cm. (SEP, 2006)

Relaciones de proporcionalidad: *Conocimientos y habilidades.-* Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, utilizando operadores fraccionarios y decimales.

Orientaciones didácticas.- En este caso se trata de continuar el trabajo realizado en el bloque 1, pero volviendo aún más compleja la tarea mediante el uso de factores constantes de proporcionalidad fraccionarios. El desarrollo de esta habilidad va de la mano con la resolución de problemas que implican multiplicar o dividir números fraccionarios del eje Sentido numérico y pensamiento algebraico. Conviene hacer notar la relación que existe entre la constante de proporcionalidad y el valor unitario. Por ejemplo: “$\frac{1}{2}$ por cada uno” equivale a “por $\frac{1}{2}$”. A continuación se muestra un ejemplo de los problemas que se pueden plantear:

Los lados de un triángulo miden respectivamente 5, 8 y 11 cm. Si en un triángulo hecho a escala de éste, el lado correspondiente a 5 cm. mide 8 cm., ¿cuánto deben medir los otros dos lados?

En caso de que en el grupo no surja el uso del factor de proporcionalidad, que en este caso es $\frac{8}{5}$, por el cual se puede multiplicar las medidas originales para obtener las nuevas medidas, el profesor puede sugerir este procedimiento y solicitar a los alumnos que lo prueben con otros problemas similares. (SEP, 2006)

Conocimientos y habilidades.- Interpretar el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.

Orientaciones didácticas.- El desarrollo de esta habilidad favorece la comprensión del factor constante fraccionario, que ahora se puede ver como la composición de dos operadores enteros. Por ejemplo, "por $\frac{3}{4}$" puede interpretarse como la composición de "por 3, entre 4", o bien, "entre 4, por 3". Esta misma idea puede extenderse a dos o más factores fraccionarios o para la multiplicación por decimales: "por 0.17" equivale a "por $\frac{17}{100}$" y esto a su vez a "por 17, entre 100". Para el desarrollo de esta habilidad resultan adecuados los problemas de escala, en los cuales se pueden plantear diversos problemas, como los siguientes:

Una fotografía se reduce con una escala de $\frac{1}{2}$ y enseguida se reduce nuevamente con una escala de $\frac{1}{4}$. ¿Cuál es la reducción total que sufre la fotografía original?

Una fotografía se amplía con una escala de 3 a 1 y enseguida se reduce con una escala de $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es el efecto final en relación con la fotografía original?

En el **bloque 3** se pretende que los alumnos resuelvan problemas que implican el cálculo de porcentajes o de cualquier término de la relación: Porcentaje = cantidad base × tasa. (SEP, 2006)

Problemas multiplicativos: *Conocimientos y habilidades.-* Resolver problemas que impliquen la división de números decimales en distintos contextos.

Orientaciones didácticas Son dos los componentes fundamentales de esta habilidad: saber efectuar la operación que modela el problema e interpretar correctamente el resultado.

El primer componente implica que los alumnos enfrenten una diversidad de casos en los que sea pertinente usar la propiedad de multiplicar el dividendo y el divisor por el mismo número, a sabiendas de que el resultado no cambia.

Esta propiedad se vincula con la equivalencia de fracciones y con la idea de proporción. El segundo componente se refiere al significado de los números decimales, que se ha trabajado ampliamente en la primaria, pero vale la pena repasar porque muy probablemente muchos alumnos siguen pensando que, por ejemplo, 2.5 horas son dos horas con cinco minutos, cuando en realidad se trata de dos horas con treinta minutos.

A diferencia de la división con números fraccionarios, en este caso hay muchos problemas cercanos al entorno de los alumnos que ellos mismos pueden plantear. Por ejemplo:
Una cinta elástica puede alargarse hasta 3.3 veces su longitud original. Cuando está totalmente alargada alcanza una longitud de 13.86 metros. ¿Cuál es su longitud normal?
Una canica pesa 0.026 kg. ¿Cuántas canicas tendrá una bolsa que pesa 1.222 Kg? (suponemos que todas las canicas pesan lo mismo). (SEP, 2006)

Porcentajes: *Conocimientos y habilidades.-* Resolver problemas que impliquen el cálculo de porcentaje utilizando adecuadamente la expresión fraccionaria o decimal.

*Orientaciones didácticas.-*El desarrollo de esta habilidad tiene un antecedente muy importante en la primaria y un campo de trabajo privilegiado por su amplio uso social. De manera que vale la pena utilizar situaciones de la vida real, tales como el cálculo del

IVA, el aumento de precios y salarios, las operaciones bancarias, etc., para profundizar en este tema. Los tipos de problemas que se pueden plantear son:

Aplicar el porcentaje a una cantidad:

• ¿Cuánto es el 12% ($\frac{12}{100}$) de 25?

Determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra:
¿Qué porcentaje es 12 de 25?
Determinar la base de un porcentaje (desglosar el IVA):
Si 575 es el total a pagar, incluido el 15% de IVA, ¿cuál es la cantidad sin IVA?

Es conveniente plantear problemas en los que el porcentaje es mayor que 100, como el siguiente:

Un productor de piña vende su cosecha al distribuidor en $0.75 el kilogramo. En el supermercado se vende a $4.50 el kilogramo. ¿En qué porcentaje se incrementa el precio?

Se sugiere vincular el desarrollo de esta habilidad con el estudio de las ecuaciones de primer grado que se plantea en el segundo apartado del eje Sentido numérico y pensamiento algebraico, y con el último apartado que corresponde al subtema Diagramas y tablas de este mismo bloque. (SEP, 2006)

Una vez revisados los objetivos generales de secundaria y los contenidos de la materia de matemáticas específicamente, además de considerar los conocimientos que el alumno adquirió en la primaria, se realiza una selección de los temas que se emplearon en la propuesta del taller y se señalan a continuación:

*Revisión de la noción de fracción y uso en diversos contextos.
*Fracciones reductibles e irreductibles
*Fracciones equivalentes

*Conversión de fracciones a un común denominador
*Suma de fracciones
*Resta de fracciones
*Multiplicación de fracciones
*División de fracciones

1.5.- MODELO DE GESTIÓN MENTAL (MGM)

Este modelo se basa en la teoría de la gestión mental trabajada por A. De La Garanderie (1983); este autor centra sus estudios en el funcionamiento del cerebro, lo que brinda la oportunidad de generar propuestas de trabajo que beneficien el funcionamiento del cerebro y por consiguiente la oportunidad de obtener aprendizajes significativos en los alumnos. Este autor define la gestión mental como la capacidad de generar recursos intelectuales.

El MGM facilita el proceso didáctico y además arroja datos importantes y oportunos para detectar el conocimiento que han logrado adquirir los aprendices, así mismo el modelo presume la capacidad de generar recursos intelectuales y proporciona las ideas precisas del proceso de desarrollo en el aprendizaje para propiciar mejores condiciones y directrices metodológicas.

A. De La Garanderie (1983) identificó que el aprendizaje tiene diferentes perfiles, los cuales se organizan por hábitos mentales que son el conjuntos de las actividades psíquicas que tienden a repetirse de forma similar porque se han hecho frecuentes; sin embargo se debe resaltar que estos hábitos mentales son casi inconscientes y ponen en práctica los gestos mentales más importantes para las actividades del aprendizaje que son cinco, mismos que a continuación se enuncian y definen:

1.- ATENCIÓN: es la capacidad de seleccionar los estímulos y poner en acción los mecanismos responsables de almacenar la información en los depósitos de la memoria a corto y largo plazo con influencia directa en la eficacia de las capacidades de

respuesta en las tareas. Es básicamente la función mental por la que nos concentramos en los objetos además de ser el primer factor que influye en el rendimiento y depende de la fuerza de concentración.

2.- MEMORIZACIÓN: proceso mediante el cual la información presentada en diversos tipos de estímulos se retienen o almacena en la memoria. Su finalidad permite al individuo utilizar nuevamente dicha información en las tareas o actividades que lo requieran.

3.-IMAGINACIÓN: actividad mental basada en la percepción, la memoria y el pensamiento mediante el cual se reproducen imágenes y se crean asociaciones entre estas; la imaginación reproductiva interviene principalmente en el proceso del conocimiento y la imaginación productiva en la recreación artística. Además es considerada la capacidad para representa un objeto ausente o bien un afecto, una fusión somática, una tendencia instintiva no presente en ese momento.

4.- REFLEXIÓN: reconocimiento de las propias formas de conocer; conducta que antes de juzgar o actuar toma conciencia critica de dichas acciones.

5.- COMPRENSIÓN: modalidad de la actividad psíquica por la cual tiene lugar la orientación y estructuración de los datos psíquicos (sensopercepciones y representaciones) en el doble plano de la realidad subjetiva u objetiva.

Los gestos mentales antes mencionados permiten al alumno describir, comparar y aprender los contenidos temáticos que se aborden.

A. De La Garanderie menciona que en la trayectoria del proceso de enseñanza-aprendizaje la cual abarca desde la presentación de la información hasta la utilización del contenido de manera relativamente consiente genera una etapa intermedia llamada evocación y estas tres etapas son indispensables para modificar un conocimiento previo e introyecta un nuevo conocimiento, es decir el alumno adquiere un aprendizaje significativo.

Por otro lado A. Chich (1991) se da a la tarea de enumerar los pasos para tratar los contenidos matemáticos de acuerdo a la gestión mental y esos pasos son:

1.- Enunciado del contenido.- se refiere a presentar al alumno los contenidos que se revisarán.
2.- Evocación de los contenidos previos.- recordar los contenidos aprendidos (por los alumnos) con anterioridad los cuales deben estar relacionados con el tema; es decir “lo que el alumno debe manejar”.
3.- Posibles aplicaciones.- en este paso se menciona a los alumnos para qué les servirán los contenidos que aprenderán.
4.- Diferentes formas de presentar los contenidos.- aquí se aborda el contenido temático a estudiar.
5.- Diálogo pedagógico sobre aplicaciones.- el alumno realiza ejercicios en los que se aplique el contenido
6.- Presentación diferenciada.-se establecen las diferencias entre los contenidos previos y nuevos.
7.- Diálogo pedagógico sobre conocimientos adquiridos.- se realizan ejercicios que refuercen el contenido abordado, considerando las posibles aplicaciones que se manejaron en el punto tres de esta secuencia.

Es importante mencionar que debido a las necesidades de la presente investigación el MGM se tomó como eje y se realizaron algunas modificaciones en la secuencia y número de pasos que propone Chich (1991); aclarando que la idea de GM continua siendo considerada e implementada en la planeación del taller.

La secuencia del MGM en esta investigación se reduce a cuatro pasos y queda como sigue:
1.- Enunciado del contenido.- Se menciona a los alumnos el contenido a aprender.
2.- Evocación de contenidos previos.- Se realizan actividades que apoyen al alumno para recordar los conocimientos previos que requieren para abordar el contenido.

3.- Explicación y ejercitación.- Se aborda el contenido con base a explicaciones y ejercicios que sirvan de referencia para la comprensión y manipulación del tema.
4.- Reforzamiento del contenido.- Se realizan actividades que funjan como refuerzo de los conocimientos adquiridos propiciando así la oportunidad de expresar y resolver dudas.

Cabe señalar que la secuencia antes mencionada se emplea en la planeación del taller a nivel general es decir en la organización y elección de contenidos que se abordan y a nivel específico en el desarrollo de cada una de las sesiones.

CAPÍTULO II

MÉTODO

OBJETIVOS:

Objetivo general:

A.- Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención (curso- taller) basado en el modelo de gestión mental (MGM) para la enseñanza de las operaciones con fracciones en 1º de secundaria.

Objetivos específicos:

a) Evaluar a los alumnos de 1º de secundaria antes y después de aplicar un programa de intervención para el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones basado en el MGM.

b) Aplicar un programa de intervención apoyado en el MGM y describir el desarrollo de las sesiones.

c) Realizar un análisis cuantitativo y comparativo entre la evaluación inicial y la evaluación final.

d) Realizar un análisis cualitativo del desarrollo de las sesiones.

HIPÓTESIS:

Un curso taller basado en el Modelo de Gestión Mental (MGM) facilitará el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en alumnos de 1º de secundaria.

SUJETOS

Un grupo que cursa el 1º de secundaria; el grupo está conformado por 22 alumnos con una media de 13 años de edad.

ESCENARIO

Una escuela secundaria privada, ubicada al oriente de la ciudad de México.

INSTRUMENTOS

- Cuestionario (anexo 1): que consta de 29 reactivos repartidos en opción múltiple, relación de columnas y preguntas abiertas. Los reactivos están relacionados con los temas que se abordaran en el taller, con respecto al desarrollo de las fracciones en primero de secundaria.

Para la validación del cuestionario se realizó un primer instrumento, el cual fue revisado por 4 profesores de la Universidad Pedagógica Nacional los cuales son especialistas en matemáticas, de acuerdo a las observaciones y sugerencias emitidas por estos profesores se realizaron los cambios necesarios al cuestionario.

Las principales modificaciones que se realizaron fueron el número de reactivos, los distractores y la redacción, además de cuidar que no existieran reactivos que confundieran al alumno y eliminar factores como textos extensos que pueden ser variables que influyan para que el instrumento no cumpla su objetivo (medir el conocimiento que el alumno tiene respecto a las operaciones básicas con fracciones).

Como parte del proceso de reestructuración se aplicó un cuestionario piloto, con la finalidad de identificar los errores más frecuentes que cometen los alumnos de primero de secundaria y con base a éste se realizaron los distractores.

- *Programa de intervención (anexo 2):* Consta de 15 sesiones, de las cuales cada una contiene actividades didácticas para abordar el tema de las fracciones referidos en los planes y programas de secundaria. Cada sesión dura 60 minutos aproximadamente y se propone aplicar una diaria.

PROCEDIMIENTO Consta de cuatro fases:

PRIMERA FASE: Aplicación de la evaluación inicial.- Se aplica el pretest con la finalidad de saber el conocimiento previo sobre las fracciones.

SEGUNDA FASE: Aplicación del taller al grupo experimental. Se llevan a cabo las 15 sesiones, para facilitarles la introyección de los aprendizajes referentes a las fracciones.

TERCERA FASE: Aplicación de la evaluación final.- se aplica el postest para obtener una valoración del resultado que se tuvo en el grupo.

CUARTA FASE: Análisis de la Evaluación Inicial y la Evaluación Final.

DISEÑO DE INVESTIGACION

La presente investigación tiene un diseño cuasi-experimental de un solo grupo.

$$GE: O_1 \text{ ---- } X \text{ ---- } O_2$$

En donde:

GE = Grupo experimental

X = Aplicación del taller

O_1 = Evaluación Inicial

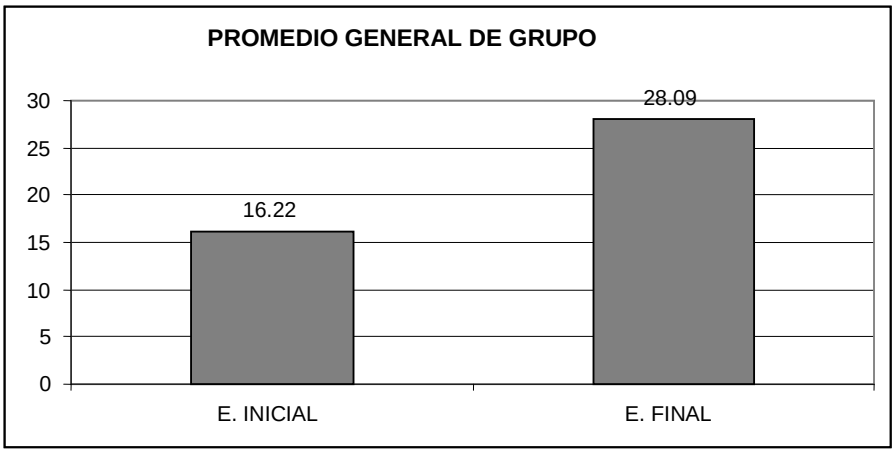
O_2 = Evaluación final

CAPITULO III

ANÁLISIS DE RESULTADOS

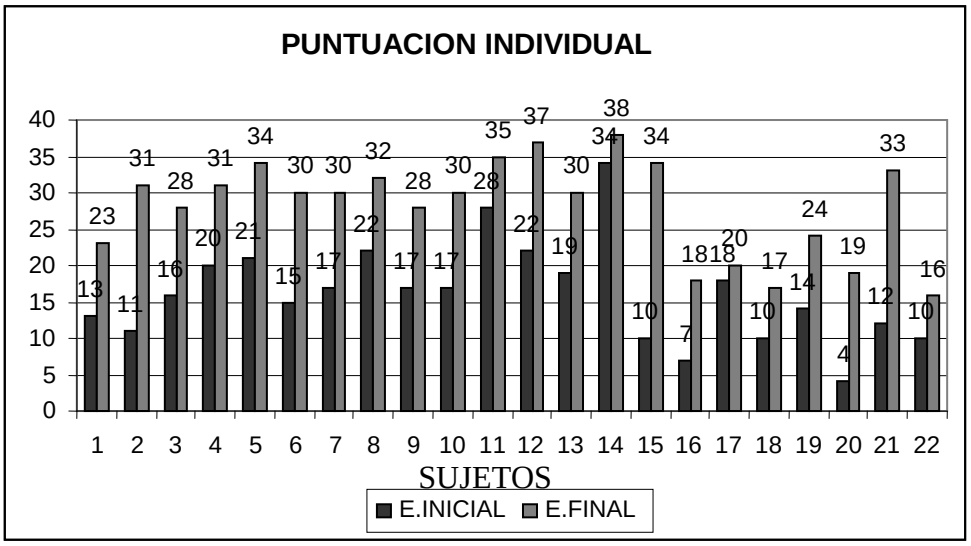
ANÁLISIS CUANTITATIVO

Se llevo a cabo por medio de una sabana de los datos obtenidos en la evaluación inicial y la evaluación final, considerando el total de aciertos de cada alumno y los resultados en cada contenido abordado en el taller. En base a estos datos se realizaron gráficas, las cuales se muestran y describen a continuación:



GRÁFICA 1

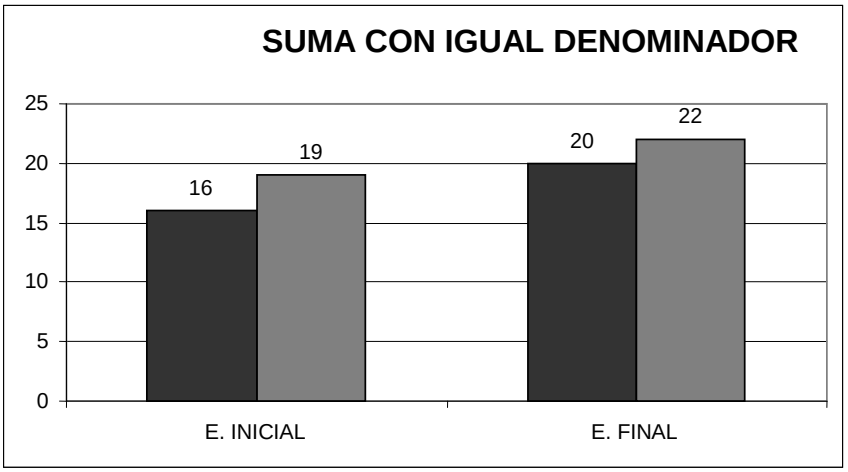
La gráfica 1 muestra el promedio de aciertos que obtuvo el grupo y se observa que en la evaluación inicial se obtuvo un promedio de 16.22 aciertos y en la evaluación final el promedio fue de 28.09 aciertos. Estos resultados nos permiten concluir que con el taller se obtuvo una mejora significativa, pues la diferencia de aciertos es de 11.87.



GRÁFICA 2

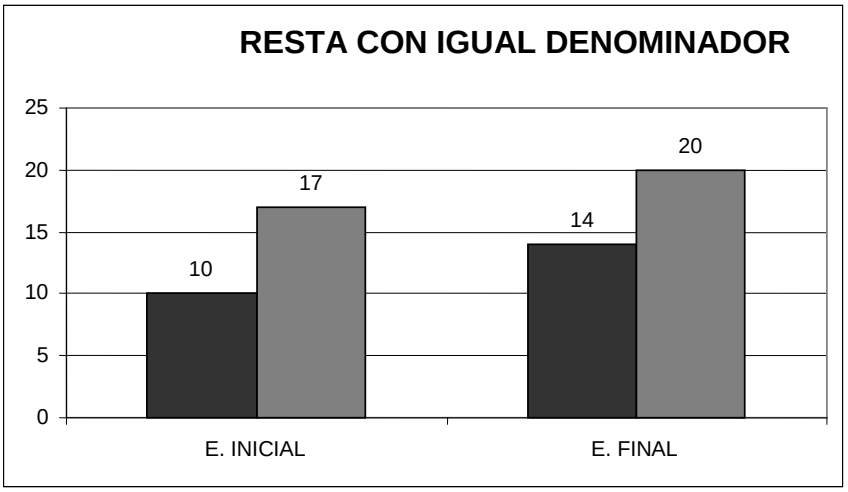
La gráfica 2 se muestra la puntuación de aciertos obtenidos en la evaluación inicial y la evaluación final por cada alumno que conforma el grupo experimental. Se puede apreciar que en todos los casos hubo mejoría en los resultados, desde una diferencia de 2 como lo es el caso del sujeto 17 quien obtuvo en la evaluación inicial 18 aciertos y en la evaluación final 20 aciertos. Hasta 24 aciertos que es el caso del sujeto 15 quien obtuvo una evaluación inicial de 10 y en la evaluación final de 34.

Cebe señalar que de 39 reactivos que es el total tanto de la evaluación inicial como de la final el alumno que obtuvo más aciertos es el sujeto 14 con 38 aciertos en la evaluación final. Y en la evaluación inicial el más alto fue de 34 aciertos este mismo sujeto. Así concluimos que los resultados del taller fueron favorables pues en todos los casos hubo mejoría en el manejo de las fracciones.



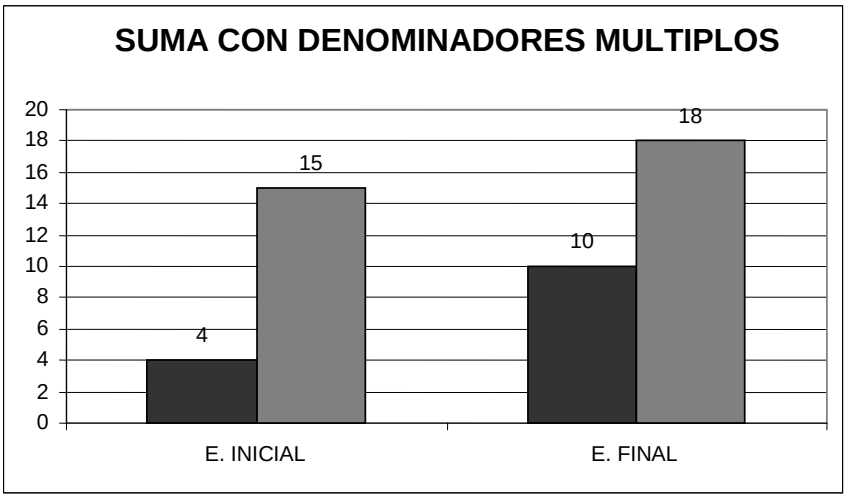
GRÁFICA 3

Se puede observar que en este caso de la suma en los dos reactivos que se trabajaron no existen tantas dificultades sin embargo por medio del taller si se obtuvieron resultados positivos ya que se incremento el número de alumnos con resultados positivo.



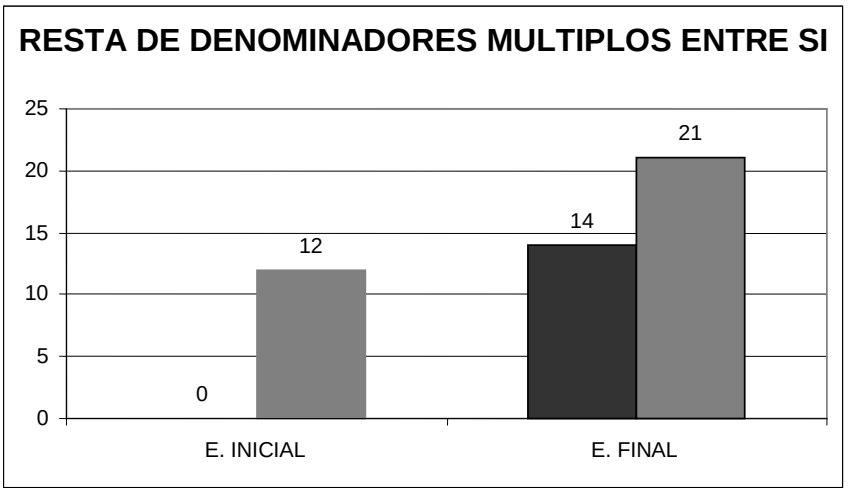
GRÁFICA 4

En las restas es el mismo caso de las sumas con igual denominador, se mejoraron los resultados certeros obtenidos en la evaluación inicial en los dos reactivos que se trabajaron.



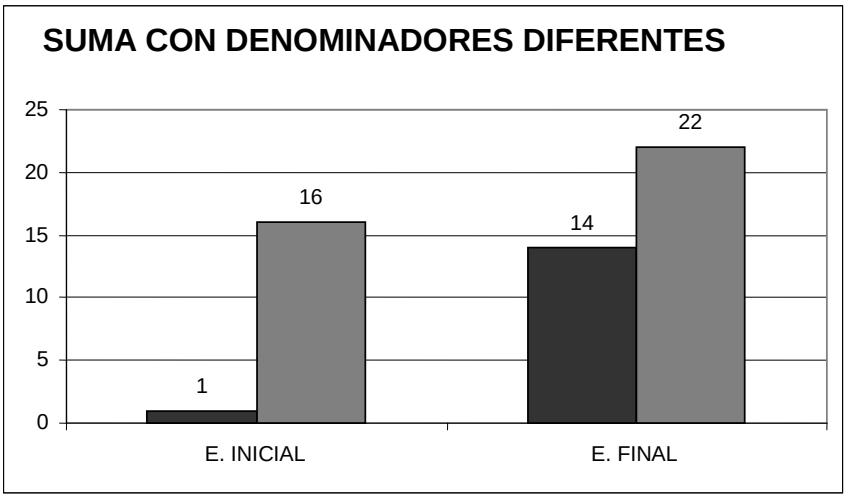
GRÁFICA 5

En esta gráfica se observa una diferencia de 11 y 8 alumnos que mejoraron su puntuación en la suma con denominadores múltiplos entre si. Por consiguiente se concluye que sí hubo mejoría en el aprendizaje de este contenido.



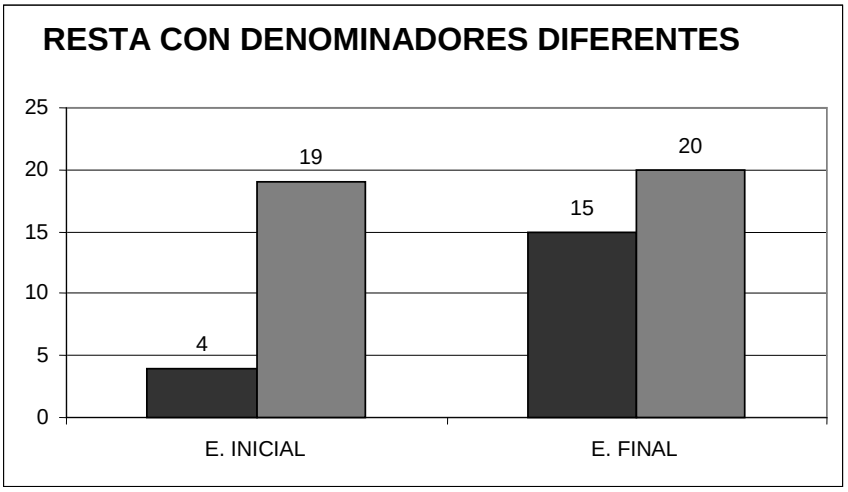
GRÁFICA 6

Se puede ver un avance significativo en el aprendizaje de las restas con denominadores múltiplos entre si en los dos reactivos que se incluyeron. Se concluye que sí se rindieron resultados a favor en el aprendizaje de este contenido.



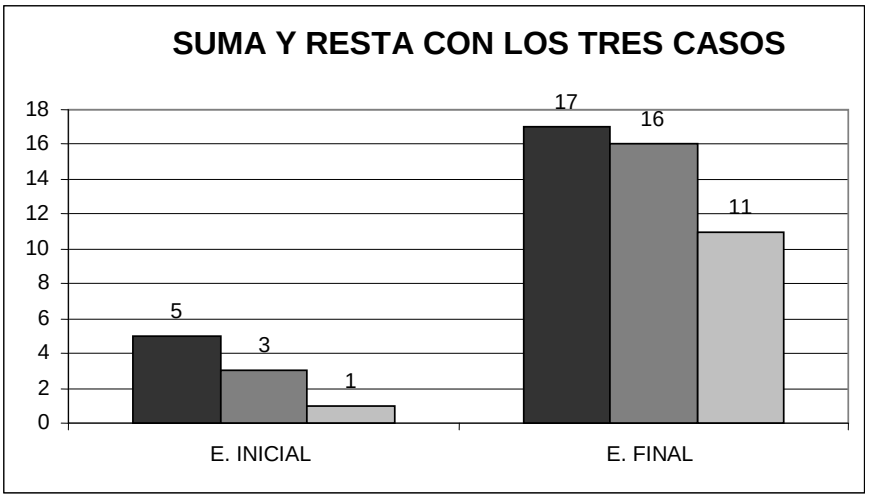
GRÁFICA 7

En esta gráfica se observa mejoría de 13 y 6 puntos respectivamente en cada uno de los reactivos asignados a este contenido. Se concluye que los resultados obtenidos fueron favorables.



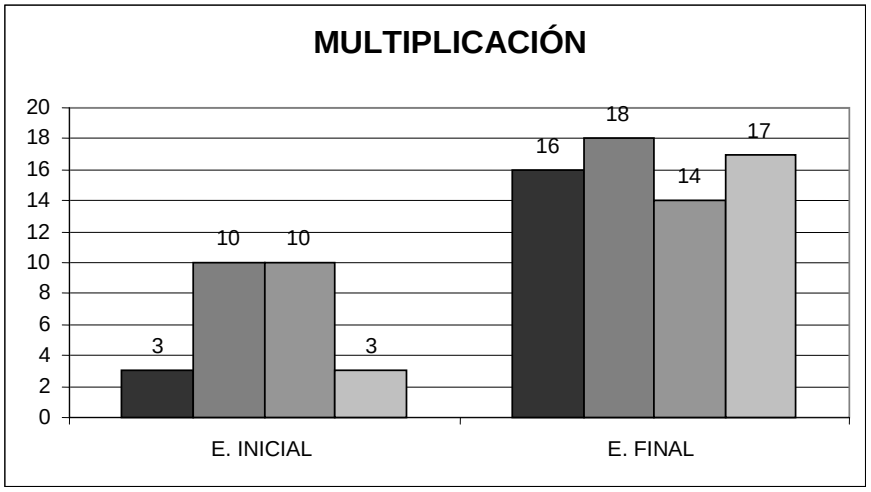
GRÁFICA 8

En esta gráfica se muestran los resultados de los reactivos de la resta con denominadores diferentes, a este contenido se asignaron dos ítems y en ambos se obtuvieron resultados favorables.



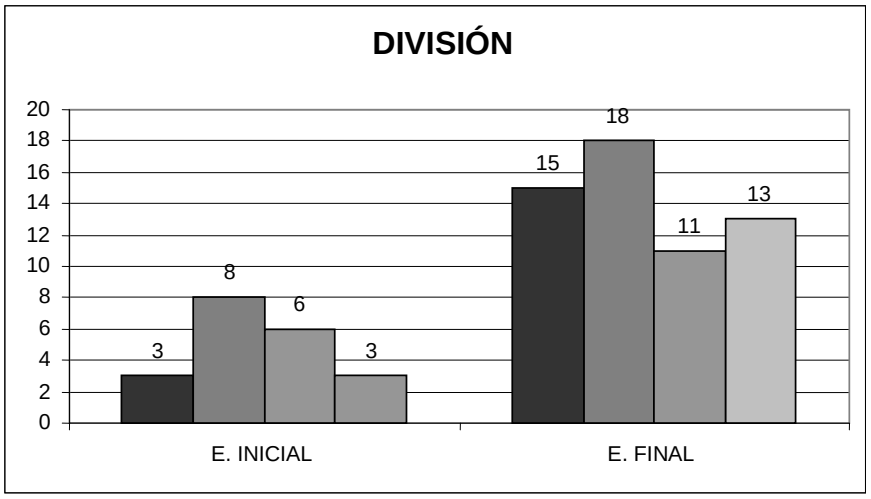
GRÁFICA 9

En esta gráfica se representan los resultados obtenidos en los reactivos asignados a la suma y resta combinadas en los tres casos (con igual denominador, denominadores múltiplos y diferente denominador). Se puede observar una diferencia significativa.



GRÁFICA 10

Aquí se muestran los resultados obtenidos tanto en la evaluación inicial y la evaluación final, a este contenido se asignaron cuatro reactivos y se observa un avance significativo. Por consiguiente las actividades para abordar el tema sí dieron resultados positivos en este grupo.



GRÁFICA 11

Los resultados que se grafican en esta tabla son correspondientes a la evaluación inicial y final de los reactivos establecidos para evaluar la división de fracciones, se puede ver que efectivamente hubo mejoría pues al final del taller incrementó el número de alumnos que contestaron asertivamente a estos reactivos.

ANÁLISIS CUALITATIVO

Se llevo a cabo a través de ocho categorías (concepto de fracción, representación gráfica de una fracción en contextos discretos, equivalencia de fracciones, errores en suma y resta con igual denominador, errores en suma y resta con denominadores múltiplos entre si, errores en suma y resta con diferentes denominadores, errores en la multiplicación y la división, socialización e interacción), las cuales fueron identificadas en el desarrollo de las sesiones. A continuación se presentan y se describen cada una de estas categorías.

Concepto de fracción.- Esta categoría se refiere al concepto que manejan los alumnos respecto a la fracción, se identificó en las primeras sesiones del taller que los alumnos manejaban conceptos erróneos de fracción. Cabe señalar que los conceptos que se manejaban en el grupo fueron modificados considerablemente en el transcurso de las sesiones.

EJEMPLO: En la sesión número uno al trabajar la evocación de contenidos previos con una lluvia de ideas, el diálogo que se estableció es el siguiente:

- Experimentadora.- ¿Qué significa la palabra fracción?

(El grupo se muestra tímido e inseguro y hay un silencio)

- Experimentadora-Contesten en base a lo que se acuerdan que aprendieron en la primaria y sin miedo
- Enrique.-Bueno yo creo que es… una parte chiquita de algo.
- Experimentadora.- Bien (lo escribe en el pizarrón)
- Eduardo.- Para mi son dos números, uno debajo de otro y están divididos por una línea.
- Experimentadora.- OK.
- Miguel.- Es dividir algo por ejemplo un pastel
- (Posteriormente la Experimentadora escribió un ejemplo de cada una de las definiciones que habían dado y se presentó el concepto de fracción) - “Dividir un entero en partes iguales de acuerdo a la relación del numerador y el denominador”

Por otro lado en la sesión número tres en la evocación de contenidos previos se pide busquen el concepto de Fracción en el diccionario, lo cual llevó a los alumnos a recordar el concepto trabajado en la sesión uno.

- En la sesión número cinco se presentó el siguiente diálogo:
- Experimentadora.- Ahora vamos a realizar un resumen con la participación grupal en el cual se incluyen los temas de: concepto de fracción, tipos de fracción, simplificación de fracciones y componentes de fracciones. (Los ejemplos que se tomaron son sólo los relacionados al concepto).
- (El grupo dio las respuestas apoyándose de la lista mencionada anteriormente.)
- Rodrigo.- ¡Yo sé qué es una Fracción!, es dividir el entero en partes iguales
- Diana.- ¡Pero falta algo!
- Experimentadora.- ¿Qué falta Diana?
- Diana.- Falta decir que esta división es de acuerdo a lo que se indica en el numerador y denominador.

Como se muestra en el ejemplo anterior el concepto que manejaban los alumnos es variado y no le daban un sentido real. A través del taller se logró que la mayoría de los alumnos modificaran el concepto que tenían por uno apegado al real estableciendo una relación entre el significante y el significado.

Representación gráfica de una fracción en contextos discretos.- Se refiere a que cuando los alumnos representan gráficamente una fracción, hay menor dificultad cuando la representación gráfica es en figuras geométricas regulares que cuando se pide representar en contextos discretos, es decir cuando el entero se compone por un conjunto.

EJEMPLO: En la sesión número uno se presentaron cartulinas con fracciones representadas gráficamente y los alumnos voluntariamente participaron escribiendo la fracción numérica representada en cada dibujo. Se establece el siguiente diálogo:

- Experimentadora.-En estos dibujos vamos a identificar la fracción que representan, ¿Quién quiere participar?

(El grupo se muestra indeciso y tímido para participar)

- Experimentadora.- Ya saben que las respuestas son de acuerdo a lo que recuerden que trabajaron en la primaria y eso nos ayuda para aprender más.
- Miguel.- Yo hago la del cuadrado, es dos quintos
- Experimentadora.- Como supiste que esa era la respuesta
- Miguel.- Porque … no me acuerdo
- Experimentadora.- A ver, dices que son dos quintos, puedes pasar a escribir la fracción
- Miguel.- Sí se escribe así (y escribe en el pizarrón $\frac{2}{5}$)
- Experimentadora.- Es correcto así se escriben dos quintos ahora identifica el dos y el cinco relacionándolo con el dibujo.

(El alumno observa el dibujo y no da una respuesta)

- Experimentadora.- ¿Quién le ayuda a su compañero?
- Cristian.- Yo, el dos son los que están coloreados y el cinco son los pedazos que hay

- Teresa.- Ah! ya entendí es como lo dice el significado de fracción esos números nos indican cuántos coloreo y en cuántos lo divido.

Podemos ver que a los alumnos se les facilita representar gráficamente una fracción en contextos continuos y no así en contextos discretos ya que generalmente se muestran ambas representaciones aisladas, además de carecer de una relación directa.

Equivalencia de fracciones.- En esta categoría se aborda la noción que tienen los alumnos antes y después del taller respecto a la equivalencia de fracciones. Pues los alumnos tomaban la simplificación y equivalencia de fracciones como temas totalmente distintos y sin relación, razón por la que la comprensión de estos contenidos se ve obstaculizada.

EJEMPLO: En la sesión tres al momento de resolver la hoja de actividades se observa que los alumnos obtienen más fácilmente fracciones equivalentes por medio de la multiplicación que por la división o simplificación de fracciones. Se presentó el tema y posteriormente se comenzaron a relacionar contenidos lo cual facilitó la comprensión y manejo de éstos en los ejercicios de simplificación-

Errores en la suma y resta con igual denominador.- En esta categoría se identifican los errores que cometen los alumnos en el procedimiento para realizar una suma o resta de fracciones con igual denominador. Los errores que más se presentaron son:
*Suman o restan tanto el numerador como el denominador
*En la resta realizan la operación contraria es decir suman

EJEMPLO: En la sesión número cinco cuando se pide que en equipos se exponga el procedimiento para realizar una suma con igual denominador se suscita el siguiente debate:
En el equipo formado por Diana, Valeria, Paola Y Teresa.
-Diana.- La suma se hace sólo de los de arriba y el de abajo se copia
-Valeria.-No, se debe sumar tanto los de arriba como los de abajo y luego se simplifican

-Teresa.-Yo digo lo mismo que Valeria porque me acuerdo que esas estaban fáciles y se suman y ya no haces nada más.

-Valeria.-Bueno vamos a votar a ver quien opina qué cosa se hace aquí. Levante la mano quién diga que se hace como digo yo y ahora como dice Diana. Allí esta solo eres tú Diana así que te ganamos.

Experimentadora.- A ver no se trata de quién gana si no quién tenga la razón, veamos si tenemos en un circulo señalados $\frac{3}{8}$, en otro $\frac{2}{8}$ y en otro más $\frac{1}{8}$ ¿Cuántos octavos tengo en total? (esto se escribió en un cuaderno)

-Paola.- Seis octavos

-Experimentadora.- OK, es correcto ¿cómo supiste?

-Paola.-Pues contando los pedazos del dibujo

-Experimentadora.- Sí y allí hiciste una suma, ahora sí pueden ver quién tiene la razón y no quién gana.

Por otro lado en la resta se observó que en la sesión número seis en la lotería se presento la siguiente situación:

Se menciona una resta: $\frac{9}{10} - \frac{3}{10} =$

David.- ¡No!, está mal tu respuesta (dirigiéndose a uno de sus compañeros que había localizado la respuesta correcta)

Juan.- ¿Por qué no? está bien, hazlo para que veas

David.- No mira, fíjate nueve más tres son doce y el diez se copia – (el resto del equipo le refuerza).

Experimentadora.- SÍ, tú suma esta bien pero ¿qué operación están haciendo?

Juan.- Resta, no suma

Cabe señalar que situaciones similares se repitieron varias veces en la sesión y también en las de repaso.

El ejemplo muestra que los alumnos mecanizan los procedimientos de una operación con fracciones y llega el momento en que no ponen la atención suficiente para realizar las actividades identificando si es suma o resta, además aquí influye que casi siempre

se maneja primero la suma, después la resta y el profesor al trabajar esta última menciona la frase “es igual que la suma”.

Errores en la suma y resta de fracciones con denominadores múltiplos entre si.- En esta categoría se identifican los errores que los alumnos cometen en el procedimiento para realizar una o suma o una resta de fracciones con denominadores múltiplos entre sí.

Cabe señalar que los errores identificados con más frecuencia son:
*Identifica el denominador más grande y resta los numeradores.
*Suma o resta tanto denominadores como numeradores directamente
*Toma el numerador más grande y lo multiplica por cada uno de los numeradores.

EJEMPLO: En la sesión siete correspondiente a este contenido se identificó en la realización de operaciones la siguiente situación, Rodrigo realizó la suma de la siguiente manera:
Rodrigo.- Ah! pues primero encuentro el número más grande, hice una raya larga y luego abajo puse el número que elegí, después sume los numeradores y puse el resultado ya después lo convertí a enteros
Experimentadora.- Bueno pues lo que hiciste es incorrecto, ¿Te acuerdas como obteníamos fracciones equivalentes con el denominador más grande cuando eran múltiplos?
Rodrigo.- Sí cuando dividíamos y multiplicábamos
Experimentadora.- Bueno pues es lo que debes hacer como primer paso para estas operaciones y ya que tienes las fracciones con denominadores iguales, los sumas y entonces sí conviertes a fracción mixta.

Otro ejemplo de errores se dio en la resta de fracciones con denominadores múltiplos en la parte de la lluvia de ideas para resolver la resta que se puso como ejemplo y se suscita lo siguiente:
Experimentadora.- Ahora vamos a resolver esta resta, ¿Quién quiere participar para el primer paso?

Diana.- Primero se busca el número más grande que es 28 y se pone debajo de una línea larga

Iván.- Luego se multiplica ese número por cada uno de los…. Numeradores y el resultado se pone arriba de la línea larga

Damian.- No, esta mal maestra; porque se deben sacar las fracciones equivalentes y luego ya se restan pero se divide el más grande entre los denominadores y luego se multiplica y ya tienes los resultados.

Experimentadora.- Esta bien, es correcto lo que dice Damian, el procedimiento es convertirlos a fracciones equivalentes con denominadores iguales y se realiza la resta.

En las sumas y restas de fracciones con denominadores múltiplos entre sí se identificó que existen más dificultades, sin embargo al final del taller habiendo trabajado los contenidos relacionados a la suma y resta por partes se pudieron superar en gran parte las dificultades como lo muestra el ejemplo anterior.

Errores en la suma y resta de fracciones con denominadores diferentes.- Se consideran los errores que cometieron en los algoritmos de la suma y resta de fracciones con denominadores diferentes. Las principales dificultades que se presentaron fueron:

*Toman el denominador más grande y lo dividen entre cada uno de los denominadores.

*Suman o restan tanto numerador como denominador.

*Multiplica los tres denominadores, el resultado lo coloca en el denominador del resultado, después multiplica el resultado por cada uno de los numeradores para finalmente sumarlos.

*Obtienen el mínimo común múltiplo de los denominadores, luego lo multiplican por cada uno de los numeradores para después dividirlo entre cada uno de los numeradores.

EJEMPLO: En la sesión número nueve a manera de sondeo se presentó una suma con diferentes denominadores la cual tendrían que resolver de manera individual, en el momento de revisar los resultados obtenidos se observó que la mayoría del grupo lo hizo de manera incorrecta y hubo quiénes definitivamente no la resolvían argumentando

que no se acordaban del procedimiento. Se cuestionó a algunos alumnos sobre el procedimiento que realizaron y se obtuvieron las siguientes respuestas:

Experimentadora.- ¿Cómo lo hiciste?

Sofía.- Primero sume todos los de arriba y el resultado lo puse en la parte de arriba, luego sume los de abajo y el resultado lo puse abajo. Después convertí la fracción a enteros y ya.

Experimentadora.- Y ¿Cómo se llama el de arriba y el de abajo?

Sofía.- Bueno el numerador y el de abajo es denominador.

Experimentadora.- ¿Y tú, cuál fue tu procedimiento?

Teresa.- Ah! pues fácil, solo saqué el mínimo común múltiplo y lo puse en el denominador del resultado, después multipliqué por el denominador de cada una y luego lo dividí entre el numerador y ya sumé los resultados.

Experimentadora.- Bien, ahora vamos a ver el procedimiento que se debe de seguir.

Se explicó el procedimiento para una suma de fracciones con diferente denominador.

Otro ejemplo se presenta en la resta, en la sesión número ocho cuando se pide la participación voluntaria para resolver una resta de fracciones con diferente denominador y se presenta el siguiente diálogo:

Experimentadora.- Vamos a recordar como se hace una resta de fracciones cuando tenemos diferentes denominadores, para esto necesitamos la participación de todos, ¿Quién quiere pasar a decir el primer paso?

Carlos.- Yo, primero saco el mínimo común múltiplo de cinco, siete y veinticinco.

Experimentadora.- OK, luego que sigue

Jorge.- Luego se multiplica ese resultado por el numerador de la primera que es cuatro y lo pongo arriba de la línea, luego hago lo mismo con la segunda y ya después la tercera fracción.

Juan Carlos.- No, porque se debe hacer con las flechas como en la suma entonces divido el mínimo común múltiplo entre el denominador de la primera y luego lo multiplicó por cuatro y el resultado se escribe y le pongo el signo de resta, después el mínimo común múltiplo entre el denominador de la segunda por el numerador de la primera y luego hago lo mismo con la tercera fracción.

Experimentadora.- Esta bien, el procedimiento es como lo dijo Juan Carlos, luego que sigue.
Brenda.- Ya después restas todos esos resultados que están arriba de la raya y ya.

Este caso de suma y resta tiene aún más errores en el procedimiento que en los casos anteriores, sin embargo a los alumnos se les facilitó el procedimiento separando los casos en tres y no sólo en dos pues el alumno identifica más fácilmente el procedimiento por partes además de comprenderlo.

Errores en la multiplicación y la división.- En esta categoría se manejan algunos errores que cometieron los alumnos en la multiplicación y la división de fracciones, cabe señalar que los errores que se detectaron fueron:
*Emplean el procedimiento de la suma y la resta de los tres casos manejados en la multiplicación y la división.
*Invierten los procedimientos de la multiplicación y la división.

EJEMPLO: En la sesión trece se les pide que escriban y resuelvan tres multiplicaciones, durante este ejercicio la experimentadora realizó un monitoreo por los lugares de los alumnos y en una pareja de trabajo (Damian, Ana) se discutía a cerca del algoritmo para realizar la operación:
Damian.- Se debe obtener primero el mínimo común múltiplo y luego es por medio de las flechas que dividimos y luego multiplicamos.
Ana.- No, yo me acuerdo que se multiplican primero los numeradores y luego los denominadores y el resultado es en el de arriba y el de abajo.
No lograban ponerse de acuerdo por lo que decidieron pedir la opinión de otra pareja de trabajo (Gustavo, Alejandro).
Damian.- A ver ¿cómo lo están haciendo?, ¿verdad que se hace igual que las sumas?
Gustavo.- Sí, nosotros también lo estamos haciendo así pero en lugar de sumar se multiplica.
Interviene la experimentadora - En la multiplicación y en la división de fracciones no se hace todo ese procedimiento, en estos casos son procedimientos más simples. Vamos a verlos en el grupo, pongan atención al pizarrón.

-Se dio la explicación del procedimiento para realizar una multiplicación.

Otro ejemplo se presenta en el repaso de la multiplicación y la división (sesión 15), pues en el juego titulado tripas de gato se observó que en varios casos se realizaba el procedimiento de la multiplicación en las divisiones y el de estas últimas en las multiplicaciones. Por lo que se dio nuevamente la explicación al grupo y en la evaluación final se obtuvieron mejores resultados en estas operaciones.

Socialización e interacción.- En esta categoría se describen algunas formas de interacción de los alumnos, las cuales se observaron durante las sesiones del taller, cabe señalar que estuvieron presentes principalmente en las primeras sesiones.

EJEMPLO: En el grupo están marcadas las etiquetas de los inteligentes y los burros, los que obtuvieron mejores calificaciones en los exámenes son los que saben y no permiten participar a los que salieron más bajos pues se presentan burlas o sarcasmos.

En una sesión Olga que es una niña a la que se le cataloga como “burra” se le pide que participe con una pregunta y antes de que conteste interrumpe Enrique diciendo – ¡huy no le pregunte a ella porque no sabe nada y solo perdemos el tiempo esperando a que conteste! –
Experimentadora.- A ver, se le preguntó a Olga déjala que dé su opinión o exprese sus dudas
Olga.- No maestra yo no sé la respuesta
Experimentadora.- ¿Por qué no te la sabes? Si es lo que tú creas que
Olga.- No pero es que esta mal porque a mí siempre me han costado trabajo las fracciones y no les voy a entender
Enrique.- No pues las fracciones y en todo eres bien burra

Finalmente se le menciono a Enrique que respetara a sus compañeros porque esas actitudes que tomaba eran una falta de respeto y si él tenía el conocimiento de todo debería ayudar a sus compañeros a aprender porque eso era ser inteligente y no fijarse en las debilidades de los demás.

Por otro lado a Olga se le mencionó que era importante reconocer que se le dificultaba algo porque así podía preguntar todas las dudas que tuviera para comprender los contenidos.

Otro aspecto que se presentó es que el grupo es competitivo y no les gusta trabajar en equipos, cada alumno busca trabajar solo con los que reconoce como inteligentes que de hecho son los amigos y se rehúsan constantemente a formar equipos para las actividades propuestas.

Finalmente otra situación es que nadie puede contradecir al niño que salio bien en la olimpiada del conocimiento el año anterior, pues cree que puede hacer lo que quiera durante las actividades y de hecho fue una ofensa cuando se le pidió participara y la respuesta que dio era incorrecta.

En general estas situaciones tan marcadas de segregación y etiquetacion que se manejan en el ejemplo anterior dificultan en gran medida el aprendizaje de los alumnos ya que no hay reconocimiento de los errores y el trabajo cooperativo se ve obstruido. Por consiguiente los alumnos no logran un conocimiento certero.

Una vez concluido el análisis cualitativo podemos identificar una serie de cambios significativos en el aprendizaje de los alumnos y vemos que el hecho de trabajar los diferentes contenidos que incluye el algoritmo de las operaciones básicas con fracciones de manera individual pero relacionándolos brinda la oportunidad de una comprensión del algoritmo, lo anterior lo permite el modelo de gestión mental ya que se trabaja desde el conocimiento previo hasta el reforzamiento de contenidos trabajados en la sesión.

Además el taller propició que los alumnos dieran un significante y significado al concepto de las fracciones así mismo se elimino el trabajo mecánico en la solución de las operaciones básicas dando paso a una comprensión de los algoritmos.

De igual manera podemos ver que el taller no sólo dio resultados en el aprendizaje de las operaciones con fracciones sino que sirvió a los alumnos para disminuir actitudes de competitividad, sentimientos de devaluación y colocación de etiquetas dando pauta para mejorar la interacción y socialización del grupo.

CONCLUSIONES GENERALES

A manera de conclusión, con base al análisis cualitativo y cuantitativo llegamos a apoyar la hipótesis de que un curso-taller basado en el modelo de gestión mental (MGM) facilitó el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en alumnos de primero de secundaria, ya que de un total de 22 alumnos el 100% tuvo incremento en el número de respuestas contestadas acertadamente, con una diferencia desde 2 hasta 17 reactivos, estadísticas que se obtuvieron de un análisis comparativo entre la evaluación inicial y la final además de un análisis cualitativo. Con lo que corroboramos además que se cubrieron los objetivos específicos.

Así mismo se alcanzó el objetivo inicial el cuál fue: diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención (curso-taller) basado en el MGM para la enseñanza de las operaciones con fracciones en primero de secundaria.

De igual manera se analizaron cada una de las descripciones de las sesiones y se identificaron ocho categorías representativas de las dificultades que se trabajaron los alumnos durante el taller y estas categorías muestran además una mejora importante en el aprendizaje de los alumnos respecto a las fracciones.

En las sesiones se observó que en el inicio las participaciones voluntarias eran escasas sin embargo estas participaciones se incrementaron considerablemente logrando así una participación voluntaria numerosa y acertada a partir de la quinta sesión aproximadamente. Cabe mencionar que en las sesiones se siguió la estructura del modelo de gestión mental (enunciado del contenido, evocación de contenidos previos, explicación y ejercitación y por último reforzamiento del contenido), lo que apoya al alumno para reestructurar el aprendizaje del contenido trabajado y brinda la oportunidad de expresar las dudas o dificultades que se presentan al momento de reforzar lo ejercitado en las sesiones.

Además se corrobora lo que menciona Chich (1991) de que en una secuencia didáctica la evocación de contenidos es parte fundamental para el proceso de aprendizaje, sobre

todo cuando este contenido a pasado por un sin fin de explicaciones y maneras de plantear los temas como lo es a nivel secundaria, recordemos que es un contenido que se aborda de manera dosificada en los diferentes grados de educación como lo establecen los planes y programas de la SEP (2006)

Un punto más que la investigación permitió identificar es que trabajar el tema de las fracciones en un inicio con material manipulable, posteriormente dar paso a lo simbólico y al lenguaje facilita el aprendizaje de las fracciones, así mismo el trabajo con diversas dinámicas y actividades lúdicas permitió que los alumnos tuvieran visión diferente al estudio de las fracciones. Dando oportunidad a eliminar la negativa que en un inicio presentaron, sobre todo cuando se les mencionó el contenido a trabajar en el curso-taller.

Los resultados arrojan que las dificultades más comunes en la evaluación inicial fueron la resta con denominadores múltiplos, suma y resta con denominadores diferentes, cuando se combinan operaciones, multiplicación y división. Dificultades que se vieron superadas y reflejadas en la evaluación final, ya que incrementaron las respuestas acertadas.

En el aspecto del grupo, a pesar de ser un grupo catalogado como problemático por algunos profesores de la escuela, en general respondieron positivamente al taller, ya que se les dio la oportunidad de expresarse. Una de las principales dificultades que tenía el grupo era que estaban etiquetados como los burros y los inteligentes tanto por los mismos alumnos como por los profesores sin embargo se logró que respetaran el trabajo de los compañeros y brindar el apoyo a aquellos que se les dificultaba comprender lo trabajado, llegó el momento en que solos se reunían para expresar sus dudas las cuales se les resolvían entre el mismo grupo.

Es importante que la secuencia didáctica que se emplea para la enseñar de las fracciones sea agradable para los alumnos, se debe establecer un ambiente de confianza y equidad, así como un lenguaje adecuado al nivel de los alumnos y el

empleo de materiales de interés, para que se pueda mejorar la enseñanza de contenidos.

Dentro del campo de la psicología educativa se encuentra un área llamada aprendizajes escolares, la cual se centra en brindar propuestas de aprendizajes escolares favoreciendo la promoción de contenidos así como los procesos cognitivos en la apropiación del conocimiento, es en esta área donde se centra la presente investigación.

Así mismo el taller permite apoyar el aprendizaje del alumno brindando alternativas de enseñanza a los profesores, las cuales pueden emplear de manera parcial o total dentro de su trabajo cotidiano. Principalmente en contenidos como las fracciones que es un tema de dificultad para los alumnos y que puede interferir en el aprendizaje de otros contenidos que se abordan en las matemáticas como el álgebra por ejemplo, por lo que es importante detectar las carencias de aprendizaje que tienen los alumnos de un grupo para tratar de subsanarlas y así facilitar el desarrollo integral del individuo en el ámbito educativo.

PROPUESTA DE TRABAJO

Para aplicar el presente taller se propone trabajar de la siguiente manera:

*Se comienza con una evaluación inicial en la que se identifican los conocimientos previos que tienen los alumnos identificando los contenidos en los que se requiere más apoyo, debido a que los alumnos no dominan los procedimientos. Cabe señalar que la intención del taller es que el alumno de primero de secundaria realice las operaciones (suma, resta, multiplicación y división) de fracciones, para lo que se requiere el manejo de temas implícitos como son: concepto de fracción, equivalencia de fracciones, reducción de fracciones y conversión de fracciones a común denominador.

*Una vez identificados los temas que los alumnos requieren trabajar (debido a que aún no los dominan) se determina la importancia de estos en base al grado de dificultad para establecer el orden en que se abordarán (de menor a mayor dificultad).

*Se elige la planeación de sesiones propuestas en este trabajo, que puedan ayudar al alumno, además de realizar las adecuaciones oportunas en función de las necesidades del grupo; un aspecto importante es que se debe seguir la línea del modelo de gestión mental (Enunciado del contenido, Evocación de contenidos previos, Explicación y ejercitación y finalmente Reforzamiento del contenido), tanto en cada sesión como en el taller general.

*Se lleva acabo el taller; cabe señalar que este taller se presenta como una alternativa de complemento curricular, sin embargo las sesiones se puede trabajar con las adecuaciones pertinentes en una clase al abordar los contenidos establecidos.
*Finalmente se lleva acabo una evaluación para confirmar el aprendizaje adquirido en los alumnos.

ANEXO 1
CUESTIONARIO

CUESTIONARIO

CONTENIDO	NUM. DE REACTIVO	TOTAL DE REACTIVOS
Introducción a las fracciones	**1,2,6,7**	**4**
Fracciones reductibles	**4,8**	**2**
Fracciones irreductibles	**3**	**1**
Fracciones equivalentes	**5,11**	**2**
Conversión de fracciones a un común denominador	**9,10**	**2**
Suma de fracciones con igual denominador	**12**	**1**
Resta de fracciones con igual denominador	**15,17**	**2**
Suma de fracciones con denominadores múltiplos	**12**	**1**
Resta de fracciones con denominador múltiplos	**16,18**	**2**
Suma de fracciones con diferente denominador	**12**	**1**
Resta de fracciones con diferente denominador	**13,14**	**2**
Suma y resta combinada con igual denominador	**20**	**1**
Suma y resta combinada con diferente denominador	**19**	**1**
Suma y resta combinada con denominadores múltiplos	**21**	**1**
Multiplicación de fracciones	**23,24,25,28**	**4**
División de fracciones	**22,26,27,29**	**4**

No.___

ALUMNO: _____

INSTRUCCIONES: Escribe en el paréntesis la opción que consideres correcta de acuerdo al enunciado de cada pregunta.

1.- ¿Qué significa fracción? ( )

a) **Separación del entero en partes desiguales**
b) **Segregación de enteros en medidas similares**
c) **La división de un objeto en diferentes proporciones**
d) **La división de un entero en partes iguales**

2.- En la columna de la izquierda se representan numéricamente algunas fracciones, las cuales deberás unir con una línea con la columna de la derecha de acuerdo al tipo de fracciones que se trate.

A) $\frac{3}{5}$	**1.-Mixta**
B) $\frac{15}{13}$	**2.-Propia**
C) $5\frac{7}{12}$	**3.-Impropia**

3.- Elige la opción en la que la fracción expresada sea irreducible ( )

a) $\frac{7}{10}$ **b)** $\frac{9}{3}$ **c)** $\frac{4}{8}$ **d)** $\frac{6}{12}$

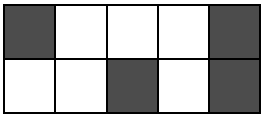
4.-Si reducimos la fracción $\frac{174}{342}$, en su mínima expresión nos da: ( )

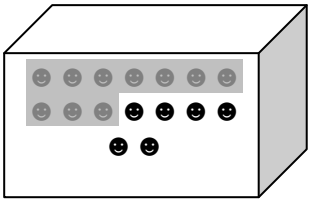
a) $\frac{87}{171}$ **b)** $\frac{8}{16}$ **c)** $\frac{29}{57}$ **d)** $\frac{40}{80}$

5.- ¿Cuál es una fracción equivalente a $\frac{25}{40}$? ( )

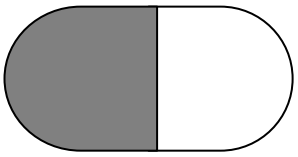
a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{12}{20}$ **d)** $\frac{5}{8}$

6.- En la columna de la derecha se presentan algunos números fraccionarios y en la columna de la izquierda se representan fracciones con dibujos. Relaciona con una línea las columnas y considera que las fracciones se pueden repetir.

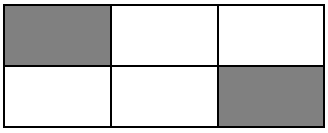




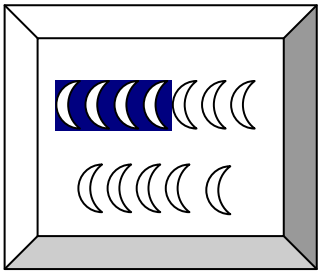
A) $\frac{1}{2}$



B) $\frac{4}{10}$



C) $\frac{1}{3}$



7.- Si conviertes las fracciones $2\frac{3}{5}$ y $\frac{15}{8}$ a fracción impropia y mixta respectivamente las expresiones quedan: ( )

a) $\frac{13}{5},1\frac{7}{8}$ **b)** $\frac{6}{5},1\frac{5}{8}$ **c)** $\frac{3}{10},2\frac{1}{8}$ **d)** $\frac{6}{10},8\frac{1}{7}$

8.- La opción que tiene una fracción reductible es: ( )

a) $\frac{11}{13}$ **b)** $\frac{1}{5}$ **c)** $\frac{6}{7}$ **d)** $\frac{6}{24}$

9.-De las fracciones: $\frac{2}{4},\frac{5}{8},\frac{3}{9}$. El común denominador es: ( )

a) 9 **b) 4** **c) 72** **d) 21**

10.- En las fracciones $\frac{2}{5},\frac{6}{30},\frac{9}{60}$ ¿Cuál es el común denominador? ( )

a) 60 **b) 5** **c) 30** **d) 95**

11.- En la escuela de Juan la maestra repartió las siguientes cantidades de papel lustre de diferentes colores como se indica: a Sandra le dio $\frac{16}{32}$ de papel rojo, a Omar $\frac{3}{4}$ de papel azul, a Inés $\frac{4}{8}$ de papel Amarillo y a Juan le dio $\frac{8}{16}$ de papel verde. ¿A quien le toco más papel? ( )

a) Sandra **b) Omar** **c)Juan** **d) Inés**

12.- En la columna de la izquierda están unas sumas y en la columna de la derecha se presentan los resultados, resuelve las sumas y únelas con una línea con su respectivo resultado.

$\frac{2}{5} + \frac{9}{5} + \frac{3}{5} + \frac{8}{5} =$	$\frac{7}{10}$
$\frac{12}{5} + 3\frac{2}{12} =$	6
$1\frac{1}{5} + 4\frac{1}{2} + 5 =$	6
$\frac{1}{5} + \frac{3}{15} + \frac{9}{30} =$	10
$1\frac{1}{8} + \frac{6}{16} + \frac{2}{4} + 4\frac{1}{2} =$	4
$\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} =$	$5\frac{7}{0}$

II. Resuelve las siguientes restas y elige la opción correcta

13.- $\frac{3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{1}{6} =$ ( )

a) $\frac{2}{17}$ **b)** $1\frac{2}{84}$ **c)** $\frac{25}{84}$ **d)** $\frac{13}{26}$

14.- $4\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2} =$ ( )

a) $1\frac{1}{6}$ **b)** $1\frac{1}{2}$ **c)** $2\frac{1}{6}$ **b)** $1\frac{1}{1}$

15.- $\frac{8}{5} - \frac{3}{5} =$

a) $\frac{5}{25}$ **b)** 1 **c)** $\frac{5}{10}$ **d)** $\frac{1}{2}$

16.- $\frac{9}{12} - \frac{5}{96} - \frac{2}{3} =$

a) $\frac{1}{32}$ **b)** $\frac{1}{43}$ **c)** $\frac{122}{3}$ **d)** $\frac{2}{96}$

17.- $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$ ( )

a) $\frac{35}{8}$ **a)** $\frac{1}{4}$ **c)** $1\frac{2}{8}$ **b)** $\frac{2}{16}$

18.- $\frac{12}{8} - \frac{9}{12} - \frac{5}{24} =$ ( )

a) $\frac{2}{44}$ **b)** $\frac{2}{20}$ **c)** $\frac{13}{24}$ **d)** $\frac{2}{8}$

III.- Resuelve las siguientes operaciones

19.- $\frac{4}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{7} =$ ( )

20.- $2\frac{5}{6} + 3\frac{3}{6} - 1\frac{1}{6} =$

21.- $\frac{9}{12} + \frac{3}{8} - \frac{5}{24} + \frac{8}{9} =$

22.- $\frac{2}{7} \div \frac{9}{3} =$

23.- $\frac{4}{5} \times \frac{2}{10} =$

IV.- A continuación se presentan algunas multiplicaciones y divisiones resueltas; resuélvelas y en el paréntesis de la derecha coloca una V si es correcto el resultado y una X si es incorrecto el resultado.

24.- $\frac{2}{4} \times 2\frac{2}{4} = \frac{7}{8}$ ……( )

25.- $\frac{1}{7} \times \frac{2}{20} = 1\frac{3}{7}$ ……( )

26.- $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ ……( )

27.- $1\frac{4}{6} \div \frac{2}{5} = 3\frac{1}{2}$ ……( )

28.- $\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{8}{9}$ ……( )

29.- $\frac{1}{10} \div \frac{4}{8} = \frac{1}{5}$ ……( )

ANEXO 2
CURSO -TALLER

PLANEACION GENERAL

SESION 1: Introducción a las fracciones

SESION 2: Fracciones reductibles e irreductibles

SESION 3: Fracciones equivalentes

SESION 4: Conversión de fracciones a un común denominador

SESION 5: Suma de fracciones con igual denominador

SESION 6: Resta de fracciones con igual denominador

SESION 7: Suma de fracciones con denominadores múltiplos

SESION 8: Resta de fracciones con denominadores múltiplos

SESION 9: Suma de fracciones con denominadores diferentes

SESION 10: Resta de fracciones con denominadores diferentes

SESION 11: Repaso de los tres casos de suma

SESION 12: Repaso de los tres casos de resta

SESION 13: Multiplicación de fracciones

SESION 14: División de fracciones

SESION 15: Repaso de la multiplicación y división de fracciones

SESIÓN NÚMERO 1

INTRODUCCION A LAS FRACCIONES

PROPÓSITO: Que los alumnos definan el concepto de fracción y utilicen las fracciones en sus diferentes contextos.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Hoja de actividades núm. 1, 2,3, 4 y 5 de la sesión 1, las cuales se anexan el final del planteamiento de la primera sesión.
- Por alumno una hoja de color, ¼ de cartulina, 30 frijoles y 50 fichas de papel lustre de colores.

DESARROLLO

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - En el inicio de la sesión se les menciona a los alumnos que los contenidos que se abordarán son: concepto de fracción, su uso en diferentes contextos y componentes de la fracción.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - En el pizarrón se escriben las palabras: Unidad y Fracción, luego se le pregunta al grupo ¿Qué significan estas palabras?, se les pide que respondan en base a sus conocimientos previos; las respuestas que den los alumnos se escriben y finalmente se realiza una conclusión anexando la diferencia entre números naturales y números racionales.
   - Posteriormente se presenta a los alumnos dos dibujos a los cuales se presenta una fracción cualquiera y se pide que identifiquen qué fracciones representan esos dibujos. Después se da una breve explicación de cómo se fracciona un entero.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :

- Se forman equipos de 5 alumnos cada uno, se explica a todo el grupo el concepto de fracción y las partes de la fracción (el numerador y denominador). posteriormente (considerando que sean 4 equipos) a un equipo se les reparte la hoja número 1 en la cual deben identificar a que tipo de fracción corresponde cada una (fracción propia, impropia o mixta). A otros dos equipos se les da la hoja número 2 en la que deben convertir una fracción impropia a mixta y viceversa. Por ultimo a otro equipo se les proporciona la hoja número 3 en la cual hay contextos continuos y discretos los cuales deben fraccionar como se indique en cada caso. Al concluir se socializan las actividades por parte de los equipos y deberán mencionar cuál es el denominador y el numerador de la fracción que se trabaja.
- En los mismos equipos formados anteriormente se reparten los materiales (hojas de color, fichas de papel lustre y cartulina) además de la hoja número 4 la cual indica las fracciones que se deben representar manipulando los materiales y finalmente con participación voluntaria se explica la actividad realizada.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO

- Se presentan a los alumnos los conceptos más importantes que se trabajaron incluyendo un ejemplo de cada uno y si existe alguna duda se aclarará en este momento. Los temas a resaltar son: definición de fracción, tipos de fracciones, representación gráfica, numérica y verbal de fracciones y el uso de fracciones en diferentes contextos.
- Finalmente de manera individual se pedirá a los alumnos que realicen un resumen en su cuaderno de los contenidos trabajados en la sesión y resuelvan la hoja número 5 de la sesión 1.

HOJA NÚM. 1 (sesión 1)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: En cada una de las fracciones que se presentan escribe una **P** si es PROPIA, una **I** si es IMPROPIA y una **M** si es MIXTA y en el último recuadro explica brevemente porqué.

FRACCIÓN	TIPO DE FRACCIÓN	¿POR QUÉ?
$\frac{6}{4}$		
$\frac{13}{26}$		
3		
$\frac{2}{5}$		
$\frac{10}{15}$		
$7\ \frac{4}{9}$		

HOJA NÚM. 2 (sesión 1)

Nombre.-_____

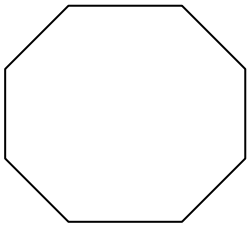
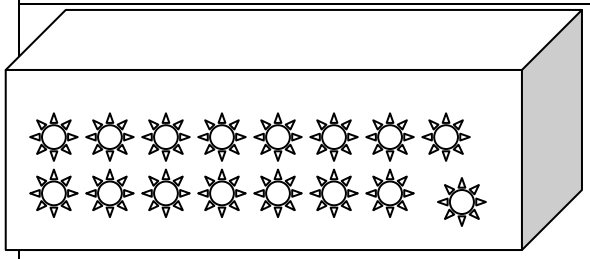
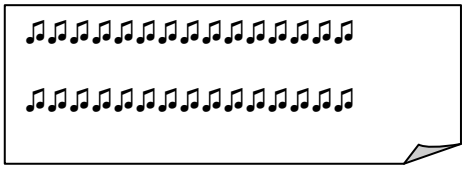
INSTRUCCIONES: Convierte las fracciones mixtas a impropias y las impropias a mixtas según corresponda.

1.- $\frac{12}{8}$	
2.- 5	
3.- 2	
4.- $\frac{43}{10}$	

HOJA NÚM. 3 (sesión 1)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: En el siguiente cuadro del lado izquierdo se presentan algunos dibujos en los cuales debes representar la fracción que se te indica en el lado derecho. Y en los últimos dos ejercicios solo se presentan las fracciones del lado derecho y tendrás que representarlas con las figuras que prefieras.

	$\frac{3}{8}$
	$\frac{3}{8}$
	$\frac{9}{10}$
	$\frac{9}{10}$
	$\frac{13}{4}$
	$\frac{12}{16}$

HOJA NÚM. 4 (sesión 1)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Con los materiales que se te proporcionaron representa las siguientes fracciones e ilustra.

1.- $2\frac{5}{7}$	
2.- $\frac{8}{3}$	
3.- $\frac{5}{8}$	
4.- $\frac{13}{12}$	
5.- $\frac{7}{9}$	
6.- $1\frac{2}{6}$	

HOJA NÚM. 5 (sesión 1)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Contesta lo que se te pide.

1.- ¿Qué significa fracción?

2.- ¿Cuántos tipos de fracción existen y cuáles son?

3.- Menciona el procedimiento para convertir una fracción impropia a mixta y viceversa

4.- Representa en contexto discreto la fracción $\frac{6}{10}$

5.- Representa en contexto continuo la fracción $\frac{7}{9}$

SESIÓN NÚMERO 2

FRACCIONES REDUCTIBLES E IRREDUCTIBLES

PROPÓSITO: Que los alumnos identifique las fracciones reductibles e irreductibles además de reducir a su mínima expresión una fracción reductible.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Hojas blancas
- Hoja de ejercicios núm. 1 de la sesión 2 (se anexa al final de la sesión)

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se les menciona a los alumnos que el tema que se tratará en esta sesión será el de las fracciones reductibles e irreductibles.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- Se presentan las fracciones $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{135}{420}$, $\frac{11}{22}$, $\frac{81}{7}$; se les pide que algunos voluntarios indiquen cuales de estas fracciones son irreductibles y cuales son reductibles.
- Posteriormente se divide al grupo en 5 equipos con la instrucción de que discutan las respuestas que proporcionaron sus compañeros para que en plenaria expresen sus conclusiones.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN

- Se proporciona la definición de fracciones reductibles e irreductibles manejando uno o dos ejemplos de cada una.
- Se les pide que por equipo escriban en la hoja blanca tres fracciones reductibles y tres fracciones irreductibles, luego las intercambien.

- De acuerdo a las fracciones que intercambiaron deberán expresar en su mínima expresión las fracciones reductibles.
- Cuando hayan terminado un representante de cada equipo pasará y explicará el procedimiento para convertir una fracción reductible a una irreductible.
- Finalmente el asesor hará observaciones, dará formalidad al procedimiento y explicación al contenido trabajado.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO

- De Manera individual resolverán la hoja núm. 1 de la sesión 2 y si existen dudas se resolverán en el momento.

HOJA NÚM. 1 (sesión 2)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: En la siguiente tabla escribe si son fracciones reductibles o irreductibles y en el caso de las reductibles encuentra su mínima expresión.

FRACCIÓN	REDUCTIBLE O IRREDUCTIBLE	MÍNIMA EXPRESIÓN
$\frac{27}{13}$		
$\frac{48}{50}$		
$\frac{198}{147}$		
$\frac{12}{27}$		
$\frac{10}{13}$		

SESIÓN NÚMERO 3

FRACCIONES EQUIVALENTES

PROPÓSITO: Que los alumnos ubiquen y obtengan fracciones equivalentes

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Diccionario
- Hojas de colores
- Hoja número 1 de la sesión 3 (se anexa al final del planteamiento de la sesión)

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
    - El tema que se abordará en esta sesión es “Las fracciones equivalentes”, se escribe el titulo en la parte superior del pizarrón.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS
    - Se pide a los alumnos que en el diccionario localicen el significado de fracción y equivalencia.
    - Después lo deberán explicar y se escribirán en el pizarrón las respuestas obtenidas.
    - Se recuerda como se convierte una fracción reductible a irreductible.
    - Finalmente se les pide que unan las definiciones determinando a qué nos referimos con fracciones equivalentes.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN
    - Cada alumno tendrá dos hojas de color, las cuales tendrán que dividir de acuerdo a la indicación que le corresponda (3 alumnos la dividen en cuartos, otros tres en octavos, 4 más en dieciseisavos, otros tres en tercios, otros tres en novenos y otros 4 en doceavos). En la parte posterior de la hoja deberán

colocar la fracción que representa cada pedazo de hoja y en su cuaderno anotarán cuantos pedazos tienen del mismo tamaño haciendo énfasis que ese es su entero.

- Posteriormente deberán intercambiar los pedazos de sus hojas manteniendo siempre un pedazo de sus hojas y formando un entero, cada que realicen un cambio deberán tomar nota en su cuaderno. Por ejemplo si tienen dos pedazos de sextos escribirán 2/6, si tienen un pedazo de tercios se escribe 1/3, etc.
- Se piden cuatro ejemplos voluntarios y se anotan en el pizarrón (tratando que sean 2 múltiplos de 3 y 2 múltiplos de 2) los cuales se escriben en el pizarrón.
- Finalmente se da la explicación de que son fracciones diferentes numéricamente paro en cantidad son iguales por lo tanto son equivalentes, en esta parte se anexa la explicación del procedimiento para obtener fracciones equivalentes con números más grandes y con números más pequeños (recalcando las fracciones reductibles e irreductibles).

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO

- De manera individual en el cuaderno realizarán un resumen y resolverán la hoja número 1 de la sesión 3.

HOJA NÚM. 1 (sesión 3)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Escribe los números que faltan para obtener fracciones equivalentes.

a) $\frac{3}{7}$, $\frac{\_\_}{21}$, $\frac{12}{28}$, $\frac{18}{\quad}$, $\frac{\_\_}{\quad}$

b) $\frac{\_\_}{7}$, $\frac{8}{\quad}$, $\frac{\_\_}{35}$, $\frac{36}{63}$

INSTRUCCIONES: Obtén 3 fracciones equivalentes de las siguientes fracciones.

		$\frac{27}{48}$		
$\frac{5}{12}$				
				$\frac{140}{352}$

SESIÓN NÚMERO 4

CONVERSIÓN DE FRACCIONES A UN COMÚN DENOMINADOR

PROPÓSITO: Que los alumnos dominen el procedimiento para convertir una serie de fracciones con diferente denominador a común denominador.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Hoja número 1 de la sesión 4 (se anexa al final del planteamiento de la sesión)

DESARROLLO

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se presenta al alumno el tema de conversión de fracciones a común denominador y se escribe en la parte superior del pizarrón.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- Se pide a los alumnos que obtengan el común denominador de 14, 7 y 12 y uno o dos voluntarios explicaran el procedimiento.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :

- Se colocan en el pizarrón las siguientes fracciones:

$\frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{30}$ y $\frac{6}{4}, \frac{9}{3}, \frac{10}{5}, \frac{2}{6}, \frac{8}{12}$

- Se les pide que obtengan un común denominador de cada uno de los grupos de fracciones y obtengan fracciones equivalentes para cada una de las fracciones con el denominador obtenido.

- En un segundo momento se pide que expongan los procedimientos que emplearon y establezcan una relación entre las fracciones y el común denominador.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Finalmente resolverán la hoja número 1 de la sesión 4 y se revisan los resultados en plenaria.
- Se escriben los pasos para obtener un común denominador para fracciones con diferentes denominadores en el cuaderno.

HOJA NÚM. 1 (sesión 4)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Obtén el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

23,56,12,5		20, 56, 12,34		99,76,45,90	

INSTRUCCIONES: Obtén el común denominador de las siguientes fracciones y escribe las fracciones equivalentes que correspondan.

1.- $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{34}$ y $\frac{13}{96}$

2.- $\frac{12}{75}$, $\frac{4}{90}$, $\frac{9}{189}$, $\frac{3}{53}$

3.- $\frac{9}{7}$, $\frac{5}{84}$, $\frac{2}{42}$, $\frac{4}{21}$

SESIÓN NÚMERO 5

SUMA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

PROPÓSITO: Que los alumnos realicen sumas de fracciones con igual denominador.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Hojas de colores
- Hojas de ejercicios 1 de la sesión 5 (se anexa al final del planteamiento)

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se escribe el tema a trabajar (fracciones con igual denominador) en la parte superior central del pizarrón.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- Con la participación grupal se realiza un resumen a cerca del tipo de fracciones que existen (fracción propia, impropia y mixta), las fracciones reductibles e irreductibles y de los componentes de la fracción (numerador y denominador).

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :

- Se forman 4 equipos a los cuales se les pide que expongan el procedimiento para realizar una suma con igual denominador; un equipo trabajará con materiales manipulables, otro con dibujos, otro más con símbolos y el ultimo trabajará con una dinámica diferente a las anteriores y a libre elección.
- Cabe mencionar que estas exposiciones serán reforzadas por el experimentador y las fracciones a trabajar para cada equipo serán asignadas por el mismo, quien tratara de que cada equipo exponga tres sumas (una con fracciones propias, otra con fracciones mixtas y otra combinada)

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

Se pide que resuelvan la hoja número 1 correspondiente a la sesión 5, en la cual se les pide que realicen ejercicios de sumas con igual denominador en dibujos y números.

HOJA NÚM. 1 (sesión 5)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Resuelve las siguientes operaciones de acuerdo a lo que se te pide.

I. Representación gráfica (Con dibujos):

$\frac{4}{10} + \frac{6}{10} + \frac{8}{10} =$	
$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} + \frac{7}{8} =$	

II. Representación numérica (Con números):

$\frac{9}{16} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} =$

$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{3} =$

$\frac{9}{16} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} =$

SESIÓN NÚMERO 6

RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

PROPÓSITO: Que los alumnos realicen restas de fracciones con igual denominador.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- 4 juegos de lotería
- Frijoles

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se menciona a los alumnos que en esta sesión se trabaja la operación contraria a la sesión anterior y se pide que mencionen cuál es.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- Se presentan en el pizarrón dos fracciones y se piden dos voluntarios que identifiquen el numerador y el denominador; además del tipo de fracción que es (propia, impropia o mixta), otros dos voluntarios mencionaran si es fracción reductible o irreductible en caso de la primera se reducirá a su mínima expresión.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :

- Se explica el procedimiento para resolver una resta de fracciones con igual denominador.
- Se forman equipos de 5 alumnos cada uno, se les reparte un juego de lotería, el cual en los tableros tendrá los resultados y las tarjetas contendrán restas con igual denominador.
- Cada equipo jugará lotería dos veces y gana el alumno que llene primero el tablero.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se pide que los alumnos que ganaron expliquen el procedimiento realizado para todo el grupo.

SESIÓN NÚMERO 7

SUMA DE FRACCIONES CON DENOMINADORES MULTIPLOS ENTRE SI.

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan sumas de fracciones con denominadores múltiplos.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Hoja numero 1 y 2 sesión 7 (se anexan al final del planteamiento de la sesión)
- Sobres con fracciones

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
    - Se menciona al grupo que el contenido a trabajar en la sesión es suma de fracciones con denominadores múltiplos.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
    - Se proporciona a cada alumno la hoja número 1 de la sesión 7 la cual contiene ejercicios de fracciones equivalentes, conversión de fracciones mixtas e impropias y números múltiplos.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN:
    - En plenaria se explica el algoritmo para la suma de fracciones con denominadores múltiplos.
    - Se preparan sobres con 5 fracciones de diferente denominador y se forman parejas.
    - Cada pareja realizará la suma de las fracciones que les toco en el sobre, posteriormente intercambiarán 2 veces más los sobres y resolverán las sumas.
    - Finalmente se comparan resultados con los equipos que intercambiaron.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Resolver la hoja número 2 de la sesión 7, la cual consiste en resolver sumas con denominadores múltiplos.

HOJA NÚM. 1 (sesión 7)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: A continuación se presentan algunas fracciones de las cuales deberás obtener 3 fracciones equivalentes de cada una.

$\frac{7}{14}$ =

$\frac{124}{60}$ =

$\frac{3}{7}$ =

INSTRUCCIONES: Obtén el común denominador de los siguientes grupos de fracciones.

$\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{10}{14}$

$\frac{9}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{1}{3}$

INSTRUCCIONES: Convierte la fracción mixta o impropia según corresponda.

a) $\frac{13}{5}$

b) $1\frac{5}{8}$

d) $8\frac{1}{7}$

c) $\frac{3}{10}$

HOJA NÚM. 2 (sesión 7)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Resuelve las siguientes sumas de fracciones.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} =$$

$$8\,\frac{2}{9} + 9\,\frac{1}{18} + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{5}{5} + \frac{8}{30} + \frac{2}{90} =$$

$$1\,\frac{2}{20} + \frac{1}{4} + 9\,\frac{2}{5} =$$

SESIÓN NÚMERO 8

RESTA DE FRACCIONES CON DENOMINADORES MULTIPLOS ENTRE SI

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan restas de fracciones con denominadores múltiplos entre si.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Hojas numero 1 y 2 de la sesión 8 las cuales se anexan al final de la sesión.

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se presenta al alumno el tema de resta de fracciones con denominadores múltiplos entre si.

B.- EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- En plenaria se realiza un resumen acerca de los números múltiplos, la conversión de fracciones impropias a mixtas y viceversa además de la lectura de fracciones; cada contenido se trabaja con un ejemplo.

C.- EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN:

- Con lluvia de ideas se establecen los pasos para resolver la resta de fracciones con denominadores múltiplos, determinando así el algoritmo.
- Posteriormente se pide que formen equipos de tres integrantes y resuelvan la hoja número 1 de la sesión 8, la cual consiste en resolver una sopa de letras con los resultados de las restas.
- Durante este proceso si existen dudas se resuelven conforme se expresen.

D.- REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- De manera individual cada alumno resolverá la hoja número 2 de la sesión 8 que consiste en relacionar columnas y resolver restas de fracciones con denominadores múltiplos.

HOJA NÚM. 1 (sesión 8)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Resuelve las restas que se te presentan a continuación y localiza los resultados en la sopa de letras.

$\frac{9}{15} - \frac{8}{30} - \frac{1}{5} =$

$\frac{1}{2} - \frac{3}{16} =$

$\frac{1}{9} - \frac{1}{18} =$

$\frac{1}{6} - \frac{2}{24} =$

$\frac{8}{7} - \frac{9}{21} - \frac{4}{7} =$

$\frac{10}{32} - \frac{2}{16} - \frac{1}{8} =$

U	N	D	O	C	E	A	V	O	F	G	H	Q	J	K	S	M	N	P	R	S	T	U	U	W	X
M	O	Q	U	I	N	C	E	D	I	E	C	I	O	O	H	O	A	V	O	S	S	X	U	A	Q
W	U	N	D	I	E	C	I	S	E	I	S	A	V	O	H	J	K	L	Ñ	Z	X	C	N	B	N
E	D	C	R	F	V	C	T	G	A	B	U	A	I	N	C	O	D	O	C	E	A	V	S	S	M
M	J	U	I	K	L	O	O	P	Ñ	P	E	I	U	Y	T	R	E	W	Q	Ñ	L	K	E	H	G
F	U	N	E	N	T	E	R	O	U	C	Q	U	I	N	C	E	A	V	O	C	O	R	P	Z	O
Q	U	I	N	C	E	D	I	E	N	I	S	E	I	S	A	V	O	S	A	I	R	A	T	C	A
P	C	I	O	C	H	O	A	I	S	T	T	R	E	S	E	M	M	O	C	T	A	V	I	S	M
Q	A	A	Z	W	S	X	U	D	E	R	A	M	O	R	E	S	Ñ	P	O	L	I	K	M	J	U
C	V	L	I	M	I	Q	A	D	B	U	N	D	I	E	C	I	O	C	H	O	A	V	O	S	T
B	O	M	O	P	S	C	O	O	N	A	D	A	O	T	A	M	B	I	E	N	P	C	U	P	J
C	I	N	C	O	D	I	E	C	I	S	E	I	S	A	V	O	S	S	D	G	T	I	A	D	A
U	N	E	D	T	E	R	O	C	U	A	T	R	O	V	E	I	N	T	I	U	N	A	V	O	S

HOJA NÚM. 2 (sesión 8)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: En la columna de la derecha se presenta algunas restas con denominadores múltiplos y en la izquierda están los resultados desordenados de estas restas, une con una línea los resultados con sus operaciones.

$3\frac{1}{5} - 1\frac{8}{20} =$	$\frac{5}{56}$
$\frac{1}{7} - \frac{4}{56} =$	$2\frac{1}{8}$
$\frac{3}{2} - \frac{8}{30} =$	$1\frac{4}{5}$
$2\frac{1}{4} - \frac{1}{8} =$	$1\frac{7}{30}$

INSTRUCCIONES: Resuelve las siguientes operaciones.

$$2\frac{1}{9} - \frac{3}{18} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{9}{10} - \frac{9}{20} - \frac{5}{50} =$$

SESIÓN NÚMERO 9

SUMA DE FRACCIONES CON DIFERENTES DENOMINADORES

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan sumas de fracciones con denominadores diferentes.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Hoja núm. 1 sesión 9

DESARROLLO

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:

- Se plantea que en la sesión se trabajará la suma de fracciones con diferentes denominadores.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:

- Se pide al grupo que recuerde el procedimiento para obtener el mínimo común múltiplo de una serie de números, la respuesta se anota en el pizarrón.
- Después se pide que recuerden la definición de fracción equivalente y también se escribe en pizarrón.
- Finalmente de establece una relación entre los dos conceptos anexando la conversión de fracciones a común denominador.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :

- Se coloca en el pizarrón una suma con diferente denominador y se pide que obtengan fracciones equivalentes pero con igual denominador de cada uno de los componentes de la suma.
- Una vez obtenidas las fracciones comunes se pide que deduzcan el procedimiento para realizar una suma de fracciones con diferentes denominadores.

- Después se anota otra suma de fracciones del mismo caso y se les pide que de manera individual la resuelvan y tomen nota de los procedimientos para resolverla.
- En plenaria se revisan algunos ejercicios propuestos por los alumnos y se formaliza el contenido trabajado.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se forman equipos de 4 integrantes, y resolverán la hoja número 1 de la sesión 9, la cual consiste en resolver sumas con diferente denominador.

HOJA NÚM. 1 (sesión 9)

Nombre.-_____

INSTRUCCIONES: Resuelve las siguientes sumas con diferentes denominadores.

$$\frac{2}{6} + \frac{9}{4} + \frac{5}{7} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{9}{3} + \frac{6}{5} + \frac{4}{6} + \frac{4}{8} =$$

$$\frac{3}{7} + \frac{6}{9} + \frac{7}{3} =$$

$$1\frac{2}{5} + 4\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} =$$

SESIÓN NÚMERO 10

RESTA DE FRACCIONES CON DIFERENTES DENOMINADORES

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan restas de fracciones con denominadores diferentes.

DURACIÓN: 60 minutos

MATERIALES:

- Tarjetas con restas de fracciones (2 por equipo)
- Hojas blancas

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - Se presenta al alumno el tema de resta de fracciones con denominadores diferentes.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - Con la participación grupal se recuerda el procedimiento para realizar la suma con denominadores deferentes.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
   - Se forman equipos de 5 integrantes, a cada equipo se le asignan dos tarjetas de restas de fracciones con diferentes denominadores y las resolverá.
   - Una vez resueltas se les pide que en ese mismo equipo propongan una dinámica para el grupo en la que se tengan que resolver restas con fracciones de diferentes denominadores.
   - A cada equipo tendrán 5 minutos para sus dinámicas, durante este proceso si el experimentador detecta errores se aclararan inmediatamente.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se le reparte una hoja blanca a cada equipo, en la cual deberán anotar 3 restas de fracciones con diferente denominador.
- Posteriormente se intercambian las hojas cuidando que no se queden con las que formulo su equipo y las resolverán.

SESIÓN NÚMERO 11

REPASO DE LOS TRES CASOS DE SUMA

PROPÓSITO: Que los alumnos concreten el aprendizaje de la solución de las sumas de fracciones en sus tres casos.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Tablero de maratón en papel Bond
- 2 dados
- Lista de preguntas
- Imanes para pizarrón

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - Se informa que después de haber abordado las tres variables de suma de fracciones se repasaran las tres en esta sesión.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - En esta sesión los contenidos previos se anexan a la actividad del siguiente apartado.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
   - Se forman equipos de tres personas y en el pizarrón se colocan las casillas, se le asigna un color a cada equipo y la asesora del grupo tendrá la lista de preguntas (que se anexa al final del planteamiento de la sesión), las cuales deberán ser contestadas por los equipos de acuerdo a su turnos, lanzará el dado y si la respuesta es correcta avanzará el número de casillas, gana el equipo que llegue primero a la meta.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se realiza un recordatorio del procedimiento para los tres casos de la suma, el cual es dirigido por el asesor.

HOJA NÚM. 1 (sesión 11)

Lista de preguntas para el maratón

1.- ¿Cuál es el componente de la fracción que indica el número de partes que se toman del entero?

2.- ¿Porqué se dice que la fracción 3/7 es irreductible?

3.- Obtén el mínimo común múltiplo de 5, 76, 21,35

4.- ¿Cuál es el número múltiplo de común denominador de $\frac{12}{36}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{3}$?

5.- ¿Cuáles son los tres tipos de fracciones?

6.- 2/8 + 4/8 + 6/8 =

7.- 3/5+10/20+8/40 =

8.- 1/7+2/4+9/2=

9.- Menciona el procedimiento de la suma con igual denominador.

10.- Explica la relación del cm. y las fracciones.

11.- Los resultados de las operaciones confracciones generalmente se presentan en:

12.- 8/2+5/9+3/5=

13.- 5/10+3/12+5/4 =

14.- 3/9+4/18+1/3+4/9=

15.- 5/24+2/12+3/4 =

16.- 1/5+3/5+4/5=

17.- 6/9+2/9+3/9+12/9=

18.- Cuando el resultado de una suma de fracciones nos da una fracción impropia ¿qué se recomienda hacer?

19.- ¿Cómo convierto 25/8 a fracción mixta?

SESIÓN NÚMERO 12

REPASO DE LOS TRES CASOS DE RESTA

PROPÓSITO: Que los alumnos concreten el aprendizaje de la solución de las restas de fracciones en sus tres casos.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- No se requiere material específico, solo el cotidiano.

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
    - Se menciona que en esta sesión se repasaran los tres casos de resta que existen.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
    - En esta sesión la evocación de contenidos se trabajara en el siguiente apartado, pues se trata de evocar los contenidos referente e la resta trabajados en el taller.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
    - Se forman equipos de 4 alumnos y se divide el pizarrón en el número de equipos que se hayan formado, asignándole un espacio a cada equipo.
    - Se jugara ahorcado, el espacio en el pizarrón es para dibujar al niño ahorcado de cada equipo.
    - La asesora formula una resta en cualquiera de los tres casos y el equipo que levante la mano primero y de la respuesta correcta (mencionando resultado y variable de resta) se libra de una parte del ahorcado en cambio los que no respondieron a tiempo se coloca la raya del muñeco.
    - En un segundo momento los equipos serán los encargados de mencionar las restas.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se realiza en el cuaderno un cuadro comparativo en el que se trabajan las tres variables de la resta y se incluye un ejemplo de cada uno.

SESIÓN NÚMERO 13

MUILTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan multiplicaciones con números fraccionarios.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Memorama de multiplicaciones con fracciones

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - Se menciona al grupo que toca el turno a la multiplicación con números fraccionarios.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - Con participación voluntaria del grupo y en lluvia de ideas se recuerda el significado de la multiplicación con números naturales y se manejan ejemplos.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
   - Retomando lo trabajado en el apartado anterior se inicia haciendo una comparación de las fracciones con números naturales y con números fraccionarios, anexando el procedimiento para realizar las multiplicaciones con fracciones.
   - Se forman equipos de 5 integrantes y se les reparte un memorama a cada equipo, el memorama consiste en encontrar la multiplicación y su resultado.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:
   - En su cuaderno escribirán las operaciones que obtuvieron durante el juego (operación y resultado).

SESIÓN NÚMERO 14

DIVISIÓN DE FRACCIONES

PROPÓSITO: Que los alumnos resuelvan divisiones con números fraccionarios.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Papelitos doblados para asignar pregunta o respuesta
- Hojas blancas

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - En forma de reloj descompuesto se les da una tarjeta a los alumnos que estén al final de la fila en la que esta escrito el tema que se trabaja y deberá llegar hasta el primero de la fila, quien tendrá otra tarjeta en blanco y escribirá lo que entendió.
   - Finalmente se menciona la frase correcta.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - Se pide a los alumnos realicen un recuento de los temas que se has trabajado en las diferentes sesiones y que mencionen los contenidos que se han evocado continuamente.
   - Se escribe en el pizarrón y se pide que los tengan presentes para la división de fracciones.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
   - Se explica el procedimiento para realizar la división, tanto la de productos cruzados y la de sándwich.
   - Se reparten papelitos, en los cuales se asigna pregunta o respuesta. El de pregunta se refiere a que será el alumno que propondrá una división de fracciones y el de respuesta es el que la resolverá.

- Se divide al grupo en dos equipos, será una competencia pues por cada respuesta acertada que sus compañeros de equipo den obtendrán puntaje.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:

- Se pide a los alumnos que en una hoja blanca escriban 6 fracciones.
- Posteriormente formaran el mayor número de divisiones de fracciones que puedan con las mismas que ellos propusieron en sus hojas.

SESIÓN NÚMERO 15

REPASO DE LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

PROPÓSITO: Que los alumnos consoliden el aprendizaje de la solución de multiplicaciones y divisiones de fracciones.

DURACIÓN: 60 minutos.

MATERIALES:

- Cartulinas con tripas de gato
- Crayolas

DESARROLLO:

A. ENUNCIADO DEL CONTENIDO:
   - De la misma forma que se repaso la suma y la resta ahora se dará un repaso a la multiplicación y la división de fracciones.

B. EVOCACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS:
   - En esta sesión se trata de recordar la multiplicación y la división de fracciones.

C. EXPLICACIÓN Y EJERCITACIÓN :
   - Se forman parejas y por cada dos parejas se les proporcionará una cartulina con multiplicaciones, divisiones y los resultados de estas en desorden.
   - Se trata de jugar tripas de gatos en parejas uniendo la multiplicación o la división con sus resultados.

D. REFORZAMIENTO DEL CONTENIDO:
   - Se escribe lo que aprendieron durante la sesión con respecto a la multiplicación y la división y si existe una duda aun se escribe y se menciona para darle solución en el momento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Llinares, C. S. y Sánchez, V., (1997). Fracciones, México: Síntesis

Castro, E. y Torralbo, M., (2001). Fracciones en el currículo de la educación primaria.
En: Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria.
España: Síntesis.

SEP. (2006). Plan de estudios para la educación secundaria. México

SEP. (2006). Educación secundaria Matemáticas. Programa de estudios. México.

SEP. (2006). Fundamentación curricular Matemáticas. México

García, Llinares y Sánchez. (1994). Conocimiento de contenido pedagógico del profesor, Tareas y modos de representaciones para las fracciones. Revista de educación, 304 p.149 – 225.

Block, Solares. (2001). Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo. Educación matemática, 13 (2). 5-30

Grupo Anaga. (1993). Sobre el aprendizaje de los números. Revisa de educación, 300. 309-326

López A. y Elosua P. (2002). Formulación y validación de un modelo logístico lineal para la tarea de adición y sustracción de fracciones y números mixtos. Psicothema 14 (4). 802-809

Cubillo C. y Ortega T. (2003). Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones. Educación matemática. 15 (2). 55-75

Veldemoros M. (2001). Las fracciones, sus referencias y los correspondientes significados de unidad: Estudios de casos. Educación matemática 13 (1). 51-67.

De León. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto. Revista mexicana de investigación educativa. 1 (2). 5-28

Luelmo M. (2004) Concepciones matemáticas de los docentes de primaria en relación con la fracción como operador multiplicativo. Revista del centro de investigaciones Universidad la Salle 6 (22). 83-101

Chamorro Ma. C. (2003) Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En Didáctica de las matemáticas para primaria. Pearson Educación. Madrid

Gairín y Sánchez (2002) Los números racionales en la educación secundaria. En números y algoritmos. Edit. Síntesis Madrid.

Núñez y Bryan (2001) Las matemáticas y su aplicación: las perspectivas del niño. Siglo XXI México.

Chávez, Chávez, García, reyes, Talavera, y Villar (2001) Matemáticas Sigma 2. Editorial Norma