UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA ACADEMICA
DIRECCION DE INVESTIGACION

A SEIS AÑOS DE LA NUEVA PROPUESTA EDUCATIVA: EL CASO DEL VOLUMEN EN NIÑOS DE SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Maestra en Desarrollo Educativo
en la Línea de Especialización:
Educación Matemática

P R E S E N T A:

PATRICIA ROCÍO NOLASCO MARTÍNEZ

DIRECTORA DE TESIS
MTRA. MARIANA SÁIZ ROLDÁN

MÉXICO, D.F. A 2001

DEDICATORIA

Especialmente dedico esta tesis a mi hijo Saúl quien fue un aliciente para concluir esta investigación.
A mi esposo Oscar, quien a apoyado mi superación profesional para desarrollar de manera eficiente mi labor como docente.
A mis Padres por haberme guiado por el camino de la responsabilidad y el amor al trabajo. Y a mis hermanas y hermanos como muestra de cariño.
A mis compañeras y amigas de la Maestría.
A mis amigas que caminaron a mi lado durante la Maestría: Zully y Martha

AGRADECIMIENTOS

Al concluir un trabajo de tesis siempre hay muchas personas a quien agradecer, pero en primer lugar deseo expresar mi gratitud a la profesora Mariana Sáiz Roldán por su apoyo incondicional, y por sus sabias orientaciones. Su trabajo de investigación sobre el volumen preparó el camino para la realización de esta tesis

Un gracias especial para las profesoras lectoras de este trabajo: Dra. Verónica Hoyos, Dra. Alicia Avila, Mtra. Alicia Carvajal, Dra. Santa Soledad Rodríguez y Mtra. Mariana Sáiz Roldán, quienes mejoraron notablemente el contenido de este trabajo. Del mismo modo agradezco a Aracelí Martínez quien me auxilio en los trámites de titulación.

Mi gratitud también para las dos profesoras y los niños que participaron en el proyecto de investigación que describo aquí, pues de no haber sido por ellos no sabríamos, de manera particular, el impacto que a causado la propuesta de 1993 en cuanto al volumen en la Educación Primaria.

INDICE

INTRODUCCIÓN

En todo nivel educativo, la enseñanza de las matemáticas ha ocupado un papel importante; sin embargo, durante años los escolares han tomado cierta aversión hacia ellas como producto de no sentirse capaces de dominarlas. Razones de esto habría que buscarlas en la dificultad misma de las matemáticas como ciencia y en la forma de su enseñanza.

En razón de su dificultad y el alto número de fracasos con "promedios mexicanos en matemáticas de tres y cuatro" (Guevara, 1992), se han hecho intentos de modificación en su enseñanza. Una prueba de ello es la propuesta de los nuevos planes y programas de 1993, puesta ya en marcha, en donde se intenta que el alumno aprenda matemáticas a través del contacto con material manipulable y de la resolución de problemas para que de esta manera él mismo vaya construyendo su propio conocimiento.

Como consecuencia de los planes y programas de 1993, resultaron nuevos libros de texto gratuito para el alumno en donde los contenidos están estructurados de tal manera que un contenido presente una secuencia didáctica que va desde los primeros hasta los últimos grados de la Escuela Básica. Es por eso que, el interés de este trabajo es conocer el impacto que el enfoque y los principios de la nueva propuesta se refleja en la actuación de los alumnos de sexto grado, en relación con el volumen. Para ello se pretende explorar las competencias y habilidades de los niños al enfrentarse a problemas o situaciones relacionadas con esta noción.

Este documento se ha dividido en ocho capítulos. El primer capítulo, contiene el planteamiento del problema y la justificación del mismo. En el se exponen los motivos que se tuvieron para iniciar está investigación.

En el segundo capítulo se hace referencia a las estrategias metodológicas que se siguieron para el desarrollo de la investigación. La investigación requirió de un proceso de tipo documental que permitiera definir un marco teórico para el análisis y diseño del trabajo de campo. Posteriormente, se decidió realizar la investigación dentro del paradigma de la investigación cualitativa, la cual, tiene como objetivo explorar un caso particular que puede servir de ejemplo de algo más general.

En el capítulo tres, se presentan los principales resultados de investigaciones anteriores sobre el volumen, que sustentan el marco teórico. La presentación de este capítulo se dividió en cuatro partes: en primer lugar en la sección 3.1 se hace una reseña de la evolución de las tradiciones pedagógicas, esto permite contrastar y contar con elementos que contribuyen a comprender y valorar los elementos presentes en la nueva propuesta, la cual se discute en la sección 3.2. En la sección 3.3 se exponen algunos de los principales resultados obtenidos por investigadores que se han interesado en los procesos cognitivos relacionados con la formación del concepto de volumen, por un lado, y por el otro en resultados de investigadores interesados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de este concepto, como los principales errores y dificultades presentados por los niños al resolver tareas relacionadas con este tópico. Por último, en la sección 3.4 se exponen elementos relacionados con la observación en el aula, ya que no consideramos posible estudiar a los niños como entes aislados, sino como actores de un sistema en el que participan los maestros.

Para recabar datos que sirvieran a esta investigación se seleccionaron dos equipos de cinco integrantes cada uno de grupos de sexto grado (uno del turno matutino y el otro del turno vespertino); de manera que para el 2000 fecha en la que se hizo la toma de datos, los niños hubieran usado los libros de la propuesta de 1993 desde primer año. Como el objetivo del trabajo de investigación es conocer las competencias que desarrollaron los alumnos después de trabajar con los libros de texto gratuito se consideró pertinente incluir algunos rasgos que caracterizaron las clases de cada una de las profesoras de los grupos observados en la sección de anexos.

El capítulo 4 presenta el análisis de los resultados que se obtuvieron en los cuestionarios que se aplicaron a cinco alumnos del grupo de la profesora Andrea, después de haber realizado siete observaciones de clase, en donde se trabajaron las lecciones del libro de texto gratuito correspondientes al tema del volumen.

El capítulo 5 da cuenta del análisis de los cuestionarios que se aplicaron a cinco alumnos de sexto grado del grupo de la profesora Rosa María, después de haber realizado nueve observaciones de clase.

Por último, en el capítulo 6 se hace un análisis más detallado de las respuestas comparando a los dos grupos. Así mismo se presentan las conclusiones obtenidas.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Mi inquietud por investigar un caso a seis años de la puesta en marcha de la propuesta educativa actual es porque considero que es necesario ver qué tanto el enfoque y los principios de la nueva propuesta se reflejan en la actuación de los alumnos. Como el programa de estudios de la primaria es muy amplio, se decidió centrarse en uno de los temas que en exámenes nacionales han mostrado ser poco comprendidos: el volumen (ver sección 1.2 justificación). Este contenido programático se empieza a desarrollar desde el primer año a través de actividades relacionadas con la capacidad, pero no es sino hasta el quinto año cuando el volumen es enfocado desde otras perspectivas. De esta manera, este trabajo intenta conocer los resultados de la nueva propuesta en niños que han trabajado con ella desde el primer año de primaria a través de la observación de su desempeño en tareas relacionadas con el concepto del volumen.

En principio la nueva propuesta educativa, en lo que se refiere a las matemáticas, pone mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y en el desarrollo del razonamiento a partir de situaciones prácticas. Lo que intenta es presentar al alumno las actividades de una manera atractiva, y que lo lleven a reflexionar sobre el concepto en cuestión de tal manera que explore y descubra sus propiedades.

Otra idea presente en la propuesta educativa actual para la educación primaria es que el profesor deja el papel de transmisor y poseedor de la verdad, pasando a ser un diseñador de actividades que propicien el aprendizaje por medio del diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista que ayuden a la construcción del conocimiento. Tal proceso es reforzado por la interacción con el maestro y los compañeros. La dinámica de trabajo es muy contraria a la enseñanza tradicional en donde el profesor se encarga de enseñar los contenidos matemáticos por medio de la memorización y mecanización, obstruyendo así la difícil tarea de pensar.

Mi experiencia como docente me ha permitido darme cuenta que uno de los fines de los profesores es terminar el programa, por lo que ellos recurren a técnicas expositivas, procurando verter los conocimientos en el alumno. Esto no propicia situaciones que lleven al educando a esforzarse para adquirir el conocimiento mediante su propia construcción, lo cual ilustra que los profesores no han entendido realmente qué es el aprendizaje y cómo se construye, lo que provoca que la forma de enseñanza no sea la adecuada.

Un intento por cambiar la forma de enseñanza y aprendizaje es la nueva propuesta educativa plasmada en los planes y programas para la educación básica sugerida en 1993. Tal propuesta "considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en la que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus situaciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas" (SEP1993,51). Esto es, se pretende llevar al aula una matemática que permita a los alumnos construir los conocimientos a través de actividades que provoquen interés en ellos. Se observa que en este programa hay una gran influencia de investigadores de la educación, en general, y de la educación matemática, en particular aunque esto no aparezca en forma explícita.

Entre los contenidos temáticos de la propuesta, es de interés el tema del volumen. Los programas lo contemplan desde primer año a través de ejercicios de tipo cualitativo que los llevan a la comparación de capacidades para después hacer uso de ellos en otros grados.

En los libros de 5° y 6° ya no se encuentran como primera instancia fórmulas, como sucedía en textos de 1973 y 1985, sino que las situaciones didácticas están planeadas de tal manera que el alumno vaya construyendo el conocimiento por medio de ejercicios de: transformaciones de hacer y deshacer piezas o cuerpos hechos con cubos u otras piezas de madera, transformaciones de moldear cuerpos con plastilina, observación y comparación de sólidos y resolución de problemas en donde entran en juego sus propias estrategias (informales) para después llegar a la fórmula.

Además, se trabaja con el cálculo del volumen de cuerpos geométricos como: cubos y prismas, mientras que el caso del cilindro y pirámides se pasó al programa de la escuela secundaria.

Un ejemplo de lo antes mencionado se observa en el libro de sexto grado (SEP. 1994, p.47), en el bloque II, lección "El pequeño taller" en donde los alumnos tienen que hacer uso de material reciclable como cajas de cartón para deshacerlas, transformarlas y utilizarlas para hacer comparaciones de sus caras laterales. También construyen cuerpos formados por diferentes tipos de prismas para después deshacerlos y comparar sus caras laterales.

La investigación que aquí se presenta pretende conocer qué tanto el enfoque y los principios de la nueva propuesta se reflejan en la actuación de los alumnos ante tareas relacionadas con el concepto del volumen; su principal objetivo es caracterizar las competencias y dificultades de los alumnos de sexto grado frente a los problemas relacionados con el concepto matemático volumen. De allí que la hipótesis que se ha establecido es que:

A seis años de estar trabajando en las escuelas con la nueva propuesta los alumnos ya no recurrirán sólo al uso de fórmulas como única estrategia para resolver problemas relacionados al volumen.

1.2 JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de las matemáticas ha ocupado un papel importante en el currículum educativo de cualquier nivel. Como ciencia, la matemática ha despertado sentimientos encontrados: mientras que la gran mayoría mantiene hacia ellas una gran aversión, formada durante los años escolares y producto de no haber sido capaces de dominarlas, a otros se les facilita y disfrutan al estar en contacto con ellas. Las razones de esto hay que buscarlas en las dificultades cognitivas que las matemáticas tienen en sí mismas y en su enseñanza.

Precisamente, en razón de la dificultad de las matemáticas y del alto número de fracasos producidos en sus estudios, se han llevado a cabo, desde hace varios años, diversos intentos de modificación de la enseñanza de las matemáticas, los cuales, finalmente, no han dado buenos resultados. En parte porque cambiar contenidos no es suficiente si se sigue enseñando de la misma forma sin considera si realmente los alumnos están entendiendo los contenidos matemáticos.

El fracaso en las matemáticas es preocupante, ya que esta asignatura ha reflejado el más alto índice de reprobación. Los "promedios mexicanos en matemáticas se ubican en las franjas reprobatorias de tres y cuatro" (Guevara, 1992) y en donde los estudiantes presentan mayores problemas es en:

La operación con fracciones comunes.
El uso de los conceptos de medidas y geometría.
La utilización correcta de los signos aritméticos.
El uso de equivalencias y operaciones con números decimales
Aplicación de los conceptos aritméticos para la solución de problemas prácticos.

Según estudios de Guevara Niebla (1991), los porcentajes de respuestas correctas dadas por alumnos de sexto año a inicios de los 90´s en algunos contenidos matemáticos eran los siguientes:

División mecánica	91.3%
División en problema	61.7%
Medición de perímetros y áreas	47.3%
Estadística y probabilidad	46.2%
Equivalencia, fracciones y decimales	37.3%
Medición de volúmenes	34.7%
Suma de fracciones	10.5%

Como se señala, la medición de volúmenes tenía un 34.7% de promedio en respuestas correctas de ejercicios que implican el uso del volumen. Es un bajo porcentaje, el cual indica que el concepto de volumen es un contenido que ha representado dificultad para los alumnos. Además, de acuerdo a mi experiencia como profesora de 5° Y 6° grado he observado que el tema del volumen es un contenido que para los alumnos les parece muy abstracto y complicado desde el momento que escuchan mencionar la palabra volumen. Por tal razón se presenta aquí una muestra sobre el caso del volumen en niños de sexto grado de educación primaria.

CAPÍTULO 2

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

El desarrollo de este proyecto requirió de una investigación de tipo documental que permitiera definir un marco teórico para el diseño y el análisis del trabajo de campo. En principio se inició con una revisión tanto de planes y programas de estudio de educación primaria como de algunos resultados de investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y en particular, del volumen, en niños de educación primaria. Esto, con la finalidad de retomar lo que fuera de utilidad para la realización del trabajo de campo; por ejemplo el diseño de instrumentos, tales como, cuestionarios y guiones de entrevistas, así como el análisis de datos.

Una vez conformado un marco teórico, mismo que se expone en el siguiente capítulo se decidió realizar esta investigación dentro del paradigma de la investigación cualitativa. En el siguiente apartado se comentan algunos aspectos generales de este tipo de investigación.

2.1 LA INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

La investigación cualitativa, en principio está interesada por el entendimiento humano, la interpretación y la verdad vivida. "Una característica de este tipo de investigación es que considera que todas las particularidades del mundo son únicas, pero las características que se comparten y se reflejan permiten hacer generalizaciones." (Popper, 1959, citado por Ernest 1998)

La investigación cualitativa explora las características únicas y circunstancias que rodean un caso particular. El propósito de este tipo de investigación, es precisamente explorar la riqueza de un caso particular que puede servir de ejemplo de algo más general. Lo que se hace es construir una descripción del caso bajo estudio, Geertz (1973) la llamó "descripción densa". Lo particular trata de ilustrar lo general no con la precisión de las ciencias exactas, pero sugiriendo como una ilustración de una verdad más general; es decir, ilumina lo general a través de lo particular. De modo que el paradigma de investigación cualitativa adopta una perspectiva de abajo hacía arriba. Es importante decir que, este tipo de investigación puede usar métodos tanto cuantitativos como cualitativos. Puede recabar sus datos por medio de observaciones de clase (videos de clase) y entrevistas personales (videos de entrevistas).

En resumen, la investigación cualitativa lleva a una realidad subjetiva (significados personales), a un conocimiento personal o construido socialmente; sus investigaciones se enfocan a estudios de caso de individuos y contextos particulares, sus resultados esperados son de entendimientos particulares e iluminadores.

Como ya se ha dicho en este trabajo, lo que se pretende es conocer en el caso del volumen, tanto las competencias que los alumnos de sexto grado desarrollan mediante el trabajo con los libros de texto gratuito, como las dificultades a las que se enfrentan. Además, se pretende conocer el impacto del nuevo enfoque plasmado en los libros de textos gratuitos de primaria, que se vienen usando desde 1993, enfocando la atención en el concepto del volumen.

Para la realización de esta investigación era preciso observar no sólo resultados estadísticos obtenidos a través de la aplicación de cuestionarios, sino el trabajo en el aula y el desempeño de los alumnos ante tareas relacionadas con el volumen.

Como se deduce de la lectura de los primeros párrafos de este apartado, los métodos de tipo cualitativo resultaban más apropiados para los fines planteados. De esta manera se adoptó este paradigma, usando algunas de sus técnicas para llevar a cabo el estudio, tanto para la recolección de datos como para su análisis. Para cumplir con tales objetivos se realizaron una serie de observaciones en el aula y se aplicaron algunos cuestionarios a los niños; estas tareas proporcionaron datos para la investigación. Estos no llevan a hacer generalizaciones, pero sí a conocer y describir una parte de la realidad que finalmente es el objetivo de la investigación cualitativa, cuyo énfasis está en lo concreto, lo particular y el estudio de casos.

Para recabar los datos que requería esta investigación se han utilizado diferentes técnicas sobre las cuales se comentan en el siguiente apartado.

2.2 TÉCNICAS METODOLÓGICAS

Como uno de los principales objetivos de este trabajo era evaluar el impacto de la propuesta actual en el caso del volumen se consideró aplicar la investigación a niños que hubieran iniciado la primaria después de agosto de 1994 de manera que en agosto de 1999 estos niños estarían iniciando el sexto grado de primaria y, en principio llevarían seis años de trabajar con la nueva propuesta educativa y los nuevos libros de texto gratuito para niños, ya que en México tanto la propuesta como los libros son de uso obligatorio.

2.2.1 ESTUDIO EXPLORATORIO

Para dar inicio a la obtención de datos respecto a las competencias y habilidades desarrolladas por los niños en cuanto al volumen, se hizo una primera indagación aplicando en Junio de 1999 un cuestionario piloto a cinco alumnos de quinto año y seis alumnos de sexto grado con el fin de afinar el primer instrumento que serviría de diagnóstico. Esta primera aplicación del cuestionario me llevó a notar qué preguntas no entendían los alumnos. Algunas preguntas no eran entendidas por la redacción y otras estaban elaboradas de tal manera que en la pregunta se les daba una pista para que contestaran lo que el investigador quería. Por ejemplo, se les presentó una lista de contenidos matemáticos y se les preguntó cuál de esos temas se les dificultaba, como en las otras preguntas se les indicaba que se trataba del volumen, entonces la mayoría contestó que el contenido que se les dificultaba era precisamente el volumen. La forma que contestaban los alumnos dio pie a que se le hiciera al cuestionario una serie de modificaciones. Una vez modificado tal cuestionario se utilizó como cuestionario de diagnóstico. Se aplicó el cuestionario a un grupo de 27 alumnos de sexto grado de una escuela del turno vespertino, ubicada en la delegación Iztapalapa, Distrito Federal; y a otro grupo de 23 alumnos de sexto grado de una escuela del turno matutino del municipio de Netzahualcóyotl, Estado de México.

Las preguntas se estructuraron, de tal manera que los alumnos no tuvieran que hacer uso de alguna fórmula para deducir el volumen de una figura, sino que tenían que contar cubos de un centímetro cúbico. También se les mostraron dibujos de diversos objetos para que determinaran cuáles tenían volumen. Las respuestas a estas cuestiones permiten conocer qué concepciones tienen los alumnos sobre el concepto de volumen (ver Anexo 1a).

2.2.2 SELECCIÓN DE LOS ALUMNOS

Considerando las respuestas del primer cuestionario, que se le aplicó a cada grupo, se pasó a la selección de cinco alumnos por grupo a los que, posteriormente, se les aplicarían algunos cuestionarios a lo largo del año escolar. Para llevar a cabo la selección se tomaron en cuenta las respuestas que los alumnos dieron en el cuestionario piloto; quedando así un equipo heterogéneo (equipo observado): con dos alumnos que contestaron bien casi todas las preguntas, dos que tuvieron tres o más errores y un alumno que se le dificultó casi todo el cuestionario. Estos alumnos conformaban un equipo de trabajo durante las clases impartidas por las profesoras.

2.2.3 OBSERVACIONES EN EL AULA

En el apartado 2.3 se detallan algunos aspectos relacionados con el análisis de los datos, sin embargo es necesario mencionar que con el fin de contar con más elementos para analizar el desempeño de los niños se obtuvieron otros datos a través del registro de observaciones realizadas en los dos grupos de 6° grado en los que se aplicaron los cuestionarios del estudio exploratorio y que son los mismos en los que se realizó toda la investigación.

Las clases observadas fueron las correspondientes a lecciones que tratan el volumen, por lo que se les pidió a las profesoras que trabajaran el tema del volumen utilizando el texto gratuito de matemáticas. Lo que se pretendía era observar cómo se daba la dinámica de trabajo en el grupo, y cómo respondían los alumnos ante tareas relacionadas al volumen. Esta información, más que datos, proporcionaría elementos para el análisis.

El desarrollo de cada lección se llevó a cabo por cada maestra en completa libertad sin haber intervención alguna por parte de la observadora.

Para realizar las observaciones se utilizó una grabadora y un cuaderno de notas. Esto ayudó a recabar los datos tanto del discurso como los hechos que acontecían en el trabajo del equipo observado.

En el grupo de la profesora Rosa María se realizaron 9 observaciones de clase, las cuales se iniciaron el 12 de noviembre de 1999 con una entrevista a la profesora y concluyeron el 3 de febrero del 2000 (ver Anexo 4B).

En el grupo de la profesora Andrea se hicieron 7 observaciones de clase. Estas iniciaron el 18 de enero del 2000 y terminaron el 25 de febrero del año 2000 (ver Anexo 4A).

Es importante decir que las clases de cada profesora tenían una duración de una hora a hora y media. En este tiempo las maestras trataban de terminar una lección del libro de texto gratuito.

2.2.4 LOS CUESTIONARIOS

Después de haber concluido las clases dadas por cada profesora se prosiguió a aplicar los cuestionarios al equipo observado. Se aplicaron 7 cuestionarios (uno por sesión), los cuales se elaboraron en forma separada (ver Anexos, 1a al 1h)) Primero se aplicaba uno y después de dar una revisión rápida a las respuestas se elaboraba el otro, esto con el fin de ver que preguntas se tenían que reelaborar de acuerdo a la dificultad que habían presentado. Las preguntas fueron planteadas de acuerdo al orden que siguen las actividades respecto al volumen en el libro de sexto año. En tal libro primero se encuentran actividades de tipo cualitativo en donde hacen más uso de la observación, enseguida se da paso a actividades de conteo de cubos y por último se presentan ejercicios que implican el uso de fórmulas para obtener volúmenes. El número de cuestionarios dependió del tipo de actividades que los alumnos habían realizado en las clases observadas.

En el grupo de la profesora Rosa María se aplicaron 7 cuestionarios. Se dedicó una sesión por cada cuestionario Estos iniciaron el 4 de mayo del 2000 y terminaron el 27 de junio del mismo año.

En el grupo de la profesora Andrea se dedicaron 7 sesiones para aplicar los cuestionarios a los alumnos seleccionados. La aplicación de cuestionarios inició el 4 de mayo del 2000 y se terminó el 23 de junio del 2000. Cada alumno contestó el cuestionario de manera individual. Cuando los alumnos terminaban de contestar se les preguntaba el por qué de sus respuestas o el cómo le hicieron para llegar al resultado. Una vez obtenidos los datos, la siguiente etapa fue analizarlos.

2.3 EL ANÁLISIS DE LOS DATOS

Puede decirse que la herramienta fundamental que se utilizó para analizar los datos, fue el marco teórico, principalmente lo señalado en las secciones 3.2.4, 3.2.5 y 3.2.6 del siguiente capítulo, esto es, los contenidos programáticos y las lecciones relacionadas con el volumen de la propuesta actual y la descripción del estudiante "ideal" al terminar la primaria, cuando se enfoca la atención en el volumen, y que permiten contrastar el desempeño de los alumnos observados con el modelo obtenido de planes y programas. También se utilizó el material obtenido mediante las observaciones, pues conocer la idea de volumen de las profesoras observadas y su desempeño en el aula permitieron explicar algunos de los resultados y estrategias usados por los niños. En la siguiente sesión se explica brevemente el procedimiento seguido para hacer el análisis. Una discusión más detallada al respecto aparecerá en los capítulos de resultados, es decir, 4 y 5.

2.3.1 EL PROCESO DE ANÁLISIS

En primer lugar, se hizo una lectura general de los cuestionarios respondidos por los alumnos, después se vaciaron en tablas las respuestas de todos los niños a cada una de las preguntas, de cada cuestionario. Esto se hizo tanto para un grupo como para el otro (ver Anexo 2a al 2ñ). En segundo lugar se clasificaron las respuestas, de acuerdo a si éstas eran correctas o no, en el caso en que fuera posible, ya que algunas preguntas pedían definiciones o realizar alguna actividad (ver Anexos 1a al 1h) Posteriormente, se leían las justificaciones que los alumnos daban en sus cuestionarios, lo cual implicó en ocasiones una reclasificación de las respuestas, ya que llegó a ocurrir que un alumno obtuviera un resultado correcto por un razonamiento equivocado o viceversa. Por último se analizaron las respuestas tratando de interpretar los razonamientos y procedimientos de los alumnos contrastando con los resultados señalados en el marco teórico.

CAPITULO 3
MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los principales elementos que conforman el marco teórico en el cual se inserta la investigación expuesta en este documento.

La presentación se ha dividido en cuatro partes: en primer lugar en la sección 3.1 se describen a grandes rasgos los modelos de enseñanza del volumen anteriores al actual. En la sección 3.2 se exponen las características principales de las tendencias actuales para la enseñanza de las matemáticas y el modelo que se aplica en nuestro país.

En la sección 3.3 se exponen algunos de los principales resultados obtenidos por investigadores que se han interesado en los procesos cognitivos involucrados en la formación del concepto del volumen así como las dificultades, problemas y errores más comunes por parte de los niños en los procesos de enseñanza aprendizaje de este concepto.

Por último en la sección 3.4 se exponen elementos relacionados con la observación en el aula.

3.1 MODELOS DE ENSEÑANZA DEL VOLUMEN ANTERIORES AL ACTUAL

Para hacer una diferenciación de cómo se ha venido enseñando el volumen en educación primaria se exponen en esta sección resultados de una investigación documental de los libros de texto gratuito realizada por Saíz (1998). Los libros de texto oficiales anteriores a la reforma que dio lugar a los libros de texto gratuito de 1993 son los de los años sesenta y los de la reforma de 1972. En los años 80´s se inicia una tercera reforma pero por diferentes motivos no se completó.

En 1960 por primera vez, una gran parte de los niños mexicanos en las escuelas primarias del país recibieron un juego de libros de forma gratuita. Esto sucedió en el sexenio del Presidente López Mateos estando como secretario de Educación Pública, Jaime Torres Bodet. Estos libros se usaron hasta 1974. En cuanto a los libros de matemáticas venían por parejas para cada grado, uno era el libro de texto y el otro el cuaderno de trabajo. Se titulaban Aritmética y Geometría. Los objetivos generales de Aritmética y Geometría eran desarrollar el pensamiento cuantitativo y la actitud de relacionar, precisar el lenguaje, fomentar el espíritu de investigación y afirmar la disciplina mental. Además, se tenía la idea de que el alumno aprendería matemáticas mediante la comprensión de los conceptos explicados por el maestro, la ejercitación, la definición, la memorización y resolución de los problemas presentados en los textos

La estrategia de trabajo que se presenta en los libros de texto gratuito es: tener un objetivo, presentar a los alumnos representaciones gráficas y simbólicas, y en algunos casos, en los primeros grados se lleva a los alumnos a manipular objetos, en particular, en el proceso de elaboración del concepto del número o en las operaciones más elementales. En los demás contenidos el alumno permanece pasivo en el momento de la introducción de los conceptos que seleccionó el maestro; sólo observa imágenes, escucha o lee explicaciones y conclusiones que se adelantan al propio razonamiento. Después trata de recordar los conocimientos y las definiciones. Por último, el alumno llega a una etapa en donde tiene que repasar, resolver mecanizaciones y finalmente resolver problemas que tienden a basarse en la memorización de algoritmos o fórmulas (Cad, 1993)

De acuerdo a Sáiz (1998), en los libros de 1960 no existe homogeneidad en la presentación de los temas de un grado a otro, en el sentido de que para algunos temas se utiliza un tratamiento didáctico en el que se busca motivar al niño (los primeros grados), mientras que otros se presentan de manera muy tradicional. Según la investigadora, la innovación más importante de estos textos, relacionada con la medición, es la dosificación de los temas, ya no se ve todo el sistema métrico decimal, en un solo libro, como en los textos usados anteriormente en la escuela mexicana.

En 1972 tiene lugar la Reforma Educativa, en donde se reformulan los programas de 1° a 6° grado de primaria. Las modificaciones del currículum de matemáticas estaban relacionados con los contenidos de aprendizaje. En esta reforma se le da importancia a la actividad del niño en el proceso de aprendizaje y se suprimen los cuadernos de trabajo.

Como resultado de esta reforma en 1974, la SEP presenta una nueva versión de los libros de texto gratuitos. La primera diferencia entre los libros de 1974 y los libros de la primera edición de texto gratuitos es que el título de los mismos ya no es Aritmética y Geometría, sino Matemáticas nombre que continúa hasta nuestros días.

En los libros de texto gratuitos de 1974, se aplica un tratamiento cualitativo y no sólo cuantitativo como había sido la costumbre. Por ejemplo en el libro de 4° grado (SEP b, 1974) aparece una lección dedicada a la comparación de volúmenes sin unidades convencionales.

Otra lección de este mismo libro presenta cuerpos hechos con cubitos y se propone calcular el número de cubitos que forma cada cuerpo, sin hacer explícita referencia al volumen.

En el libro de 6° grado (SEP a, 1974) en una de las primeras lecciones se hace un recordatorio de ideas relacionadas con el volumen usando diagramas de cubitos. La lección finaliza con la fórmula del volumen de un prisma. Es importante hacer notar que en este libro se le da importancia a la presentación del planteamiento de situaciones cotidianas, como el uso de tinacos o el cálculo del volumen de un techo de losa para obtener su costo.

Sin embargo " viendo que la Reforma Educativa de 1974 no había generado buenos resultados y dado que algunos maestros no estuvieron de acuerdo con ellos, porque en lugar de conquistarlos, la SEP en aquellos tiempos impuso los contenidos desde la cúspide" (Ornelas, citado por Sáiz 1999); se inició la Reforma de1980, en la que participaron conjuntamente maestros y especialistas. Pero en esta ocasión, sólo los libros de primero y segundo grado de primaria fueran cambiados de una manera radical. En estos textos no se encuentra una división por materias, a los niños se les ofrece un solo "texto integrado" dividido en dos volúmenes por grado y con un complemento de material recortable para matemáticas. Esto debe haber dado como resultado un salto de segundo a tercer grado muy brusco, ya que el libro de tercero esencialmente el mismo que en los años setenta y se trata de un libro que supone muchos conocimientos matemáticos previos por parte de los niños. Mientras que los libros integrados apenas trataban temas de aritmética y medición de longitudes en algunas de sus lecciones.

Finalmente, después de una evaluación se inició la Reforma educativa en 1992, la cual, por ser parte de nuestro objeto de estudio, se expone con mayor detalle en las siguientes secciones.

3.2 TENDENCIAS ACTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Según Santos (1997), entre las diversas corrientes de enseñanza de las matemáticas actuales destaca la idea de que lo esencial es que los estudiantes reflexionen abiertamente sobre los conceptos, problemas y estrategias de la resolución del aprendizaje de las matemáticas. Teniendo en cuenta que un problema de matemáticas es desde la comprensión de un contenido matemático (fracciones, áreas, volumen, etc.) hasta la resolución del planteamiento de un problema.

Pero, ¿qué significa aprender matemáticas? Según Santos (1997), hay dos respuestas a tal pregunta: Una es identificar los artefactos de la disciplina, esto es sus conceptos y procedimientos. Aquí se ve a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos estáticos que el estudiante tiene que dominar vía la mecanización.

La otra respuesta es la que ubica a la disciplina como un cuerpo dinámico, teniendo como idea que el estudiante desarrolle o construya las ideas matemáticas, siendo los conocimientos de constante expansión. En este proceso el estudiante recolecta información, descubre o crea relaciones, discute sus ideas, plantea conjeturas y constantemente evalúa sus resultados.

Estas consideraciones no resultaron ajenas a los encargados de la educación en México. El programa de 1993, como se verá más adelante, muestra que el enfoque para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria parte de que el alumno va a adquirir los conocimientos matemáticos por medio de la resolución de problemas para llegar a un concepto o a la utilización de fórmulas. En la construcción de los conocimientos matemáticos los alumnos también parten de experiencias concretas y a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos. Además está presente el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista que estimulan al aprendizaje y a la construcción del conocimiento.

En cuanto al volumen, es un tema que se aborda desde los tres primeros grados de educación primaria, los libros de texto introducen al alumno en la comparación directa de la capacidad de recipientes, para después pasar con problemas sencillos que llevan a la construcción de lo que es el volumen, mediante la transformación de cuerpos hasta llegar a la construcción de algunas de las fórmulas en 6° grado.

3.2.1 LA PROPUESTA MEXICANA ACTUAL

El plan y los programas de estudio de 1993 son producto de un diagnóstico, evaluación y elaboración de los programa y libros de texto vigentes hasta ese momento. Desde los primeros meses de 1989, y como tarea previa a la elaboración del Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994, se realizó una consulta que permitió identificar los principales problemas educativos del país, precisar las prioridades y definir las estrategias para su atención. (SEP, 1993). Como resultado de esta tarea se obtuvo una nueva propuesta de reforma. Se renovaron los contenidos, generando la elaboración de nuevos programas, nuevos libros, y nuevos materiales de apoyo para los profesores (libros del maestro, ficheros de actividades didácticas, avances programáticos, etc.), los cuales pretendían mejorar la calidad educativa.

La puesta en marcha de la reforma de 1993 inició en septiembre de ese año. La implantación de esta reforma se dio en dos etapas:

- La primera se dio en el ciclo escolar 1993 – 1994 y se aplicó en los grados de 1°, 3° y 5°.
- La segunda se dio en el ciclo escolar 1994 – 1995 y en ella entraron en vigor los nuevos programas y textos de 2°, 4° y 6° grado.

Para septiembre de 1994, la propuesta completa para la educación estaba ya en las escuelas.

3.2.2 ENFOQUE GENERAL DE LA ENSEÑANZA EN LA ESCUELA PRIMARIA DE 1993.

El plan de estudios (SEP, 1993) y los programas de asignatura, tienen como propósito organizar la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos, para asegurar que los niños:

1° Adquieran y desarrollen las habilidades intelectuales (la lectura y la escritura, la expresión oral, la búsqueda y selección de información, la aplicación de las matemáticas a la realidad) que les permita aprender permanentemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana.

2° Adquieran los conocimientos fundamentales para comprender los fenómenos naturales, en particular los que se relacionan con la preservación de la salud, con la protección del ambiente y el uso racional de los recursos naturales, así como aquellos que proporcionan una nueva visión organizada de la historia y la geografía de México.

3° Se fomente éticamente mediante el conocimiento de sus derechos y deberes y la práctica de valores en su vida personal, en sus relaciones con los demás y como integrantes de la comunidad nacional.

4° Desarrollen actitudes propias para el aprecio y disfrute de las artes y del ejercicio físico y deportivo. (SEP, 1993)

Uno de los propósitos centrales del plan y los programas de estudio es estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente. Por esta razón los programas están estructurados de tal manera que se procure que la adquisición del conocimiento esté asociada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de reflexión.

En cuanto a la materia de matemáticas se le reserva un lugar primordial ya que después de español, es una de las materias que más horas tiene asignadas dentro de los planes y programas de educación primaria actualmente en vigor. Algunos de los lineamientos que están presentes con relación a la enseñanza de esta materia se exponen en el siguiente apartado.

3.2.3 EL NUEVO ENFOQUE DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En los Planes y Programas para la Educación Primaria de 1993 está presente la idea de que la escuela debe tender a brindar situaciones en la que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

En matemáticas se da un enfoque que se basa en la resolución de problemas y en el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas, y a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos. El éxito de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. Para el diseño de actividades, el profesor cuenta con materiales de apoyo que le proporciona la Secretaría de Educación Pública, tales como: el fichero de actividades didácticas de matemáticas (para cada grado), en donde se presentan actividades que permiten que el alumno vaya construyendo el conocimiento a través de la interacción y confrontación de puntos de vista con sus compañeros; el avance programático; los libros del maestro, en los cuales les proporcionan algunas sugerencias didácticas para facilitar el aprendizaje y libros del rincón de lectura relacionados con las matemáticas.

A continuación se exponen los propósitos generales de la enseñanza de las matemáticas, tal y como aparecen en los planes y programas vigentes.

Los alumnos de la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de plantear y verificar problemas.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculo y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias. (SEP, 1993)

Los contenidos están organizados en seis ejes y son los siguiente:

Los números, sus relaciones y sus operaciones

Medición

Geometría

Procesos de cambio

Tratamiento de la información

La predicción y el azar
(SEP, 1993)

El volumen está insertado en el eje de la medición, cuyo interés central, a lo largo de la primaria, es "que los conceptos ligados a la medición se construyan a través de acciones directas sobre los objetos, mediante la reflexión sobre esas acciones y la comunicación de los resultados". (SEP, 1993)

3.2.4. EL VOLUMEN EN LA PROPUESTA ACTUAL

Una de las primeras diferencias de los libros de la propuesta actual con los de las reformas anteriores con relación al tema del volumen, es que ya no se encuentra solamente una dosificación de temas correspondientes a la medición y a los sistemas de medidas de acuerdo al grado, sino que dentro de cada grado hay una dosificación de actividades relacionadas con cada estructura matemáticas. No se acaba con un tema para pasar al otro. Los libros están divididos en bloques y en cada uno de éstos aparecen lecciones relacionadas con varios de los ejes temáticos señalados en los planes y programas.

> Vemos que a diferencia de los libros anteriores a los libros de texto de los años noventa, en los que el volumen se colocaba en los últimos grados, casi al final del resto de los contenidos programáticos y siempre después de ver medida de longitud y luego áreas, en los libros actuales se introduce al alumno al tema del volumen desde primer grado, aun antes de haber conocido el metro. Por ejemplo, la lección titulada "¿Le cabe o no le cabe?". (Sáiz, 1998)

El volumen es un contenido que se trabaja desde primer año con ejercicios de tipo cualitativos y sin el uso de unidades convencionales que van muy relacionados con la idea de capacidad que es el volumen que cabe en un recipiente, lo cual le servirá al alumno para que después entienda la idea de volumen.

Aunque en la siguiente sección se describirá todo el trabajo que se realiza en la primaria en relación con el concepto de volumen, vale la pena destacar que en sexto año se trabajan de manera cuantitativa y cualitativa, se propone que en este grado los alumnos partan de ejercicios de comparación y estimación del volumen de diferentes cuerpos. Estas actividades permitirán que el alumno se familiarice con la noción de volumen y su medición, utilizando algunas unidades de medida. El libro del Maestro (SEP, 1996 b) de sexto grado hace algunas recomendaciones específicas a este respecto:

> "Para la estimación de volumen conviene que los alumnos manejen perceptualmente el lugar que ocupa, por ejemplo, un decímetro cúbico o un metro cúbico. Para ello el maestro le puede pedir que armen un metro cúbico. De esta manera, el maestro podrá preguntarles a los niños con qué unidad conviene medir el volumen del salón, con metros cúbicos, o con decímetros cúbicos, y una vez que elijan una de las unidades pedirles que digan cuántos metros cúbicos creen ellos que caben en el salón. De la misma manera pueden estimar el volumen de diferentes cuerpos geométricos.
>
> Otra actividad que les facilita a los alumnos encontrar la relación numérica entre el metro cúbico y el decímetro cúbico, es que al colocar algunos decímetros cúbicos en un metro cúbico intenten calcular cuántos cubos de un decímetro de lado caben en un metro cúbico.
>
> Con el propósito de que los alumnos manejen las fórmulas del volumen de algunos prismas y del cubo en particular, de manera no mecánica, se sugiere que el profesor realice actividades con material concreto. Por ejemplo, con 24 cubos formen todos los cuerpos posibles y que determinen su volumen. Después seleccionarán los prismas y establecerán sus diferencias. Actividades como éstas acercan a un procedimiento que permite calcular el volumen de cualquier prisma. Es decir, los niños se darán cuenta de que si conocen la cantidad de cubos que hay en la base y la cantidad de capas que tiene, podrán calcular sin contar cubos por cubos y, el volumen del cuerpo." (Libro para el maestro de sexto grado, 1993)

En el siguiente apartado se detalla lección por lección, cómo se va desarrollando el trabajo del volumen en la educación primaria.

3.2.5 EL VOLUMEN EN LOS TEXTOS DE 1° A 6° GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

En la propuesta de 1972, el tema del volumen se introducía desde tercer grado. El tema se iniciaba dando a conocer la unidad de medida del volumen y la construcción del decímetro cúbico, en quinto y en sexto grado ya se daban fórmulas para obtener el volumen de algunas figuras geométricas y por último se pedía resolver problemas que implicarán el uso de las fórmulas para la obtención del volumen.

A continuación se describen las lecciones que de acuerdo al avance programático (SEP 1994 a-c y SEP 1995 a-c) están enfocadas al estudio del volumen, aunque se han agregado otras más que por las actividades que proponen favorecen el estudio de este tema. Hay actividades desde primer año y de forma graduada se van introduciendo las actividades en los grados siguientes hasta llegar a sexto grado. En el Anexo 3 se encuentran copias de todas las lecciones que aquí se mencionan.

3.2.5.1 LIBRO DE PRIMER GRADO

Las actividades que se presentan en este libro sirven para que el alumno desarrolle la capacidad de percepción geométrica mediante la manipulación, la observación, y el dibujo de las figuras. Dentro de las lecciones hay actividades que introducen al alumno al tema de la capacidad de manera implícita.

El libro de primero está dividido en cinco partes. Las lecciones relacionadas con el volumen están distribuidas como se detalla en los siguiente párrafos.

Primera parte
Lección 13
Lo que cabe y lo que no cabe.
P.21.
Se presenta un juguetero y algunos juguetes de diferentes tamaños para que el alumno mencione cuáles objetos caben en un juguetero. Tal actividad es de tipo cualitativo relacionada con la capacidad.

Tercera parte
Lección 67
¿A cuál se parecen?
P.84
En esta lección aparecen diferentes figuras dibujadas en tercera dimensión (Cilindro, cubo, prisma rectangular, prisma triangular, pirámide y esfera). La actividad consiste en que el alumno una con una línea las figuras que se parecen y después que identifique cuáles objetos tienen partes planas y partes curvas. Con está actividad el alumno empieza a tener contacto con cuerpos geométricos

presentes en objetos útiles que se pueden encontrar en la vida diaria. Estas actividades están encaminadas a desarrollar habilidades de percepción e imaginación espacial.

Cuarta parte

Lección 76

¿Cuántos camiones se necesitan?

P. 95

El contenido de la lección 76 está relacionado con el agrupamiento de objetos de 10 en 10 para facilitar el conteo de colecciones de muchos objetos.

Se presenta una ilustración en donde hay un camión y varias jaulas de guajolotes. La tarea del niño es decir cuántas jaulas caben en el camión. Esta tarea además que ayuda al alumno a realizar sus agrupaciones de 10 en 10, también provoca que el alumno se dé cuenta de la capacidad de un recipiente, y del volumen como espacio ocupado (ver 3.3.1), en este caso el de las jaulas, lo cual se desprende de analizar esta lección y compararla con las actividades que recomiendan los expertos (ver 3.3.3).

Lección 90

¿Le cabe o no le cabe?

P. 112

En el avance programático de primer grado el contenido que marcan para la lección 90 es "comparación directa de la capacidad de algunos recipientes", haciendo la comparación "le cabe más, le cabe menos". Como se ve de manera explícita se consideran temas relacionados con la capacidad.

La lección 90 presenta al alumno tres mesas con botellas y jarros de diferentes tamaños y objetos que sirven para guardar agua. Se pide que el alumno encierre el objeto al que le cabe más agua. El alumno trabaja con el tema de capacidad sin que se le mencione de manera directa la palabra capacidad.

De las cuatro lecciones que se han mencionado, tres de ellas contienen actividades que atañen al tema de capacidad y sólo la actividad de la lección 76 corresponde a volumen como espacio ocupado (ver 3.3.1)

3.2.5.2. LIBRO DE SEGUNDO GRADO

El libro de segundo grado inicia el tema de volumen con la introducción de actividades relacionadas con la identificación y trazo de figuras geométricas.

Este libro está dividido en cinco bloques y las lecciones relacionadas con el volumen se distribuyen como se describe en los siguientes renglones.

Bloque 1

Lección 14

Las partes planas de los objetos

P. 25

Esta lección está encaminada al trabajo con cuerpos. Su objetivo es que los alumnos enfoquen su atención en la "parte plana" de algunos cuerpos. Estas actividades son un antecedente para el estudio posterior del área lateral y los desarrollos planos de cuerpos.

Bloque 2

Lección 33

Las partes de una caja

Pp. 52 y 53

Los contenidos indicados para la lección 33 son: "Trazo e identificación de la forma de las caras de un cuerpo geométrico" e " identificación de las figuras por su nombre". Como se observa este trabajo está relacionado con el de la lección 14, bloque 1.

Los alumnos trabajan esta lección en equipos de cuatro integrantes. Se trata de que reconozcan las partes de una caja a través de reproducir cada una de esas partes en papel para después identificar las figuras planas que forman una caja.

Además de desarrollar la imaginación espacial se está trabajando con un conocimiento ligado al volumen, como es el estudio de los sólidos geométricos y sus características. Además está encaminada al trabajo con desarrollos planos y área lateral.

Es importante decir que, la lección aquí mencionada se apoya con las actividades que vienen en el fichero de actividades didácticas de segundo grado, correspondientes a la ficha 27 y 44.

Lección 42

¡Cuántos mangos!

P.66

Esta lección contiene de manera implícita el contenido de capacidad. En realidad, el tema es las centenas, pero al llevar al alumno a pensar cuántos mangos le caben a una caja, ya se introduce la idea de capacidad, en donde el alumno puede ir descubriendo que la capacidad de un objeto, en este caso las cajas, se relaciona con la cantidad de cosas que le pueden caber. De cierta manera se tiene la capacidad de una caja considerando como unidad de medida al mango.

Bloque 3

Lección 52

¿A qué recipiente le cabe más?

P. 80-81

Con esta lección se introduce al alumno a trabajar con una unidad (no estándar) de medida de capacidad, por medio de la comparación de la capacidad de dos o tres recipientes.

Se pide a los alumnos trabajar con arena y conseguir recipientes de diferentes tamaños, después toman el recipiente más pequeño como unidad de medida arbitraria para ver cuántas veces cabe esa medida en los demás recipientes. La actividad puede ser apoyada con las actividades de la ficha 35 del fichero de actividades didácticas de segundo grado.

Bloque 4

Lección 79

¿Cuál pesa más?

P. 122-123

Los alumnos trabajan en grupo.

En este ejercicio se trata de que el alumno perciba que a pesar de tener cajas del mismo tamaño (con la misma capacidad), el peso puede variar dependiendo de lo que se coloque en ellas. Aquí se introduce la idea de que el peso de un objeto no depende del volumen del mismo, sino de la masa contenida en éste.

Lección 89

Reutiliza la basura

P. 136 - 137

Los contenidos que maneja el avance programático para la lección 89 son: " Trazo de identificación de las figuras que tienen las caras planas en diversos cuerpos geométricos" y "relación entre los cuerpos geométricos y la representación de sus caras en el plano.

Los alumnos trabajan con cajas que ya no les sirven. La actividad consiste en marcar en papel el contorno de todas las partes de la caja para después forrarlas. Con esta actividad el alumno va identificando de manera implícita, que una caja es una figura que se compone de un ancho, un largo y una altura. Además va conociendo que una característica de un cuerpo son sus partes planas que tienen un área que después llamará área lateral.

3.2.5.3 LIBRO DE TERCER GRADO

En el libro de tercer grado el tema del volumen se introduce de manera implícita y explícita con actividades que están más vinculadas con el tema de capacidad.

Algunas de las páginas que considero que se relacionan con el contenido de capacidad o volumen no están marcadas en el avance programático con tal contenido, es otro el tema que se trata, pero he visto que la misma actividad está correlacionada con el tema que se trata en esta investigación.

Bloque I.

Lección 17

¿Cuántos frijoles hay?

Pp. 38 - 39

El contenido a tratar en esta página es: decena, centena y millar, pero contiene de manera implícita el contenido de capacidad y esto lo vemos en la actividad dos, en donde el alumno haciendo uso de la observación tiene que deducir en qué recipiente le cabe un millar, una decena o una centena de frijoles, considerando el tamaño del recipiente que le presentan en la ilustración.

Bloque 3

Lección 2

El establo.

Pp. 84 - 85

El alumno trabaja con unidades de medida de capacidad como: el litro, medio litro y cuarto de litro. Para apoyar la actividad, el profesor puede hacer uso de la ficha 30 del fichero de actividades.

En la página 85 se plantean algunos problemas sencillos que llevan al alumno a trabajar con el litro.

Lección 3

Queso y crema.

Pp. 86- 87

En el avance programático estas páginas, se marcan con el contenido "la representación simbólica de medios, cuartos y octavos; y uso de fracciones para cuantificar los resultados de mediciones o de un reparto". En el libro de texto se trabaja el contenido marcado en el avance y al mismo tiempo se trabaja con el litro, medio litro y un cuarto de litro. La idea es que el alumno observe las ilustraciones de queso y crema que le presentan y que anoten los precios. Tomando en cuenta que si se compra la mitad o la cuarta parte, el costo también es la mitad o la cuarta parte.

Bloque 4
Lección 2
Miel y fruta seca.
P.127.
Se realizan algunos ejercicios en donde el alumno trabaja con submúltiplos del litro, aunque en el avance programático éste no es el principal contenido. Lo fundamental de estas páginas es que el alumno trabaje equivalencias entre medios, cuartos y octavos a partir de la manipulación de materiales y sin utilizar representaciones simbólicas, pero dentro de las actividades se trabaja con los submultiplos del litro, la cual es la unidad de medida de la capacidad.

Bloque 5
Lección 7 y 8
Pp. 172 - 175
En la lección 7 y 8, se ubican los contenidos: "construcción y uso de unidades de medida de 1 litro, ½ litro y ¼ de litro y medición y comparación de la capacidad de recipientes, utilizando las unidades de ½ y ¼ de litro". Estas son las primeras lecciones de tercer grado que se dedican todas al contenido específico de capacidad.

Lección 7
Modelos para construir.
Pp. 172-173
Los alumnos tienen que armar algunas cajas que representan cubos y prismas rectangulares. Las actividades los llevan a observar los trazos que presentan en las ilustraciones para después contestar algunas cuestiones en relación con las

caras de los cuerpos geométricos que van armar, luego trazan y arman las figuras. Este ejercicio los introduce a la elaboración de cuerpos geométricos.

Lección 8

Lo que cabe en una caja.

Pp. 174 -175

Las cajas que los alumnos armaron en la lección 7, las utilizan para ver qué capacidad tienen. Realizan actividades en donde pueden ver qué tanto le cabe a cada caja. También pueden ver la equivalencia que hay entre un decímetro cúbico y un litro.

En el fichero de actividades didácticas de matemáticas de tercer grado tenemos la ficha 60 que contiene actividades que pueden ayudar a los alumnos a reafirmar los contenidos que se estudian en las lecciones.7 y 8.

El objetivo de la ficha No. 60 es que "los alumnos utilicen fracciones para expresar medidas de capacidad y encontrar equivalencias".

Es importante decir que varias de las actividades propuestas en los ficheros se trabajan en equipos o en parejas, lo cual les permite tener una mejor socialización y, además facilita la confrontación de ideas para llegar al resultado del problema que se les plantea.

3. 2.5.4 LIBRO DE CUARTO GRADO

Bloque 2

Lección 10

El peso de un peso.

P.66

En la actividad 1 el alumno va a construir una balanza, que después le servirá para pesar. Para esto va a construir dos cajas en forma de prisma triangular, que colocará en cada extremo de la balanza. Aquí estará practicando la construcción de cuerpos geométricos dándose cuenta que una figura en tercera dimensión tiene capacidad.

Esta lección es considerada dentro del avance programático en el contenido "uso de distintos objetos y el gramo para medir peso", pero la construcción de cuerpos geométricos est[a correlacionada con la actividad 1 que marca la página 66.

Bloque 2
Lección 14
Casas de diferentes países.
Pp.74 - 75
En el avance programático estas páginas están dentro del contenido "Identificación y clasificación de poliedros dadas algunas características", y se apoyan con la ficha 17 del fichero de actividades didácticas de cuarto grado, en donde el objetivo de las actividades de esta ficha es "que los alumnos analicen propiedades geométricas de los poliedros".

En la página 74 se muestra al alumno una serie de casas de diferentes países. Las partes de las casas tienen formas geométricas; sus características serán identificadas por los alumnos para después escribir sus nombres.

En la página 75, los alumnos al describir por escrito algunas figuras geométricas reafirmarán algunas de las características de sólidos que presentan en esta página. Además identificarán qué es un poliedro.

Las actividades que se encuentran en la página 74 y 75 son preliminares al estudio de algunas fórmulas para obtener el volumen.

Bloque 3
Lección 4
Jarabe para la tos.

Pp. 96-97

El contenido es " uso del milímetro como unidad de capacidad en la resolución de problemas" y las actividades que se encuentran en el libro de texto del alumno, se apoyan en la ficha 23 del fichero de actividades didácticas de matemáticas de cuarto año.

Las actividades de las páginas ya citadas dan lugar a que el alumno vaya conociendo medidas de capacidad menores que el cuarto de litro y las utilicen en la resolución de problemas.

Lección 9

Representamos poliedros.

Pp. 106 y 107

Estas páginas están dentro del contenido "clasificación de algunos poliedros, mediante el análisis de sus características y construcción de poliedros, dadas algunas características". Para apoyar las actividades de las páginas arriba citadas, tenemos la ficha 25 del fichero de actividades, en donde guían a los alumnos para que construyan plantillas de poliedros y analicen sus características.

En la lección 9, los alumnos trabajarán en equipos para construir algunos poliedros con popotes o palillos. Esto con el fin de que vayan identificando algunas de las características de cada poliedro. También identificarán el número de caras, el número de vértices, el número de aristas y el nombre de cada poliedro.

Lección 18

Repaso.

P. 125

En esta página, la actividad 7 ayuda al alumno a repasar y reafirmar lo que aprendió en este bloque en relación con los poliedros.

Bloque 4

Lección 5

Esferas de plastilina.

Pp. 136-137

Estas páginas están incluidas en el contenido "uso de cuartos y medios kilogramos para pesar diversos objetos". Aunque el tema no es propiamente capacidad o volumen se consideró porque empiezan a introducir al alumno en el conocimiento de la esfera , la cual es un cuerpo geométrico.

Los alumnos elaboran esferas de diferentes tamaños a las cuales les dan un peso. Aunque el tema no es el volumen vemos que hay una relación con éste, siendo que elaboran esferas de diferentes tamaños y les dan un peso, permitiéndoles ver que de acuerdo al volumen (tamaño) de la esfera es el peso. Aunque sabemos que el peso no necesariamente determina el volumen de ciertos objetos.
El contenido del volumen de la esfera es un tema que se ve en la secundaria, pero en esta lección el alumno ya construye la figura geométrica, introduciéndolo de esta manera al tema.

Lección 10

Cubos y construccciones

Pp. 146 - 147

Contenido " Construcción de cubos con diferentes procedimientos"

De la actividad 1 a la 4, los alumnos realizan tareas que los llevan a la observación de ilustraciones que muestran edificios construidos con cubos, para después descubrir cuántos cubos forman cada construcción, sin dejar de lado los cubos ocultos. Aquí el alumno se da cuenta, que no sólo se cuentan los cubos que alcanza a ver, sino también los que están ocultos.

En la actividad 5, los alumnos tienen que deducir cuántos cubos de determinado tamaño forman los cuerpos geométricos que les presentan.

En la actividad 6, los alumnos observan cuatro trazos formados por seis cuadrados cada uno y después tratan de deducir con cuál de todos pueden armar un cubo. Tal actividad permite al alumno pasar de un plano a un cuerpo geométrico.

Bloque 5
Lección 12
Construcción de poliedros.
Pp. 182-183
En la página 182, los alumnos describen, analizan y construyen algunos prismas y pirámides identificando cada una de sus características específicas.

En la página 183, los alumnos trabajan con el material recortable No18 de su libro de texto para armar sólidos como: prismas y pirámides. Antes de formar los sólidos, los niños identifican con qué tipo de plantilla se puede armar el sólido que les piden.

3.2.5.5 LIBRO DE QUINTO GRADO

Bloque 2
Lección. Imagina y construye una maqueta
Pp. 64 - 69
Los contenidos que se tratan en esta lección son:
"Construcción de figuras geométricas utilizando la simetría".
" Desarrollos planos: armado y desarmado de cubos, prismas y cilindros".

En el trabajo de esta lección, los alumnos desarman cajas para después ver el desarrollo plano que obtienen al desarmar y de esa manera se les facilite deducir qué cuerpo geométrico pueden armar con ciertos planos que les presentan en el libro. Nuevamente encontramos una actividad que ayuda al alumno a pasar de figuras planas (bidimensionales) a figuras tridimensionales.

Las actividades que se encuentran en estas páginas pueden ser apoyadas con la ficha No. 25 del fichero de actividades didácticas de matemáticas 5°grado. El objetivo de dicha ficha es que los alumnos desarrollen la imaginación espacial y la habilidad para construir sólidos.

Bloque 5

Lección: Los amigos

Pp. 174 – 177

Podemos decir que esta es la primera lección que tiene como contenido de forma explícita la estimación del volumen.

El avance programático de quinto año nos señala los contenidos siguientes para la lección "Los amigos":

"Estimación del volumen de algunos prismas, utilizando diversos procedimientos. (trasvasado, inmersión, etc. "

"Relación de unidades: el centímetro cúbico como unidad de volumen; relación del decímetro cúbico con el litro."

En las dos primeras páginas de esta lección los alumnos trabajan con cajas de diferentes tamaños, con una botella con capacidad de un litro y con un cubo sin tapa de un decímetro cúbico. Realizan ejercicios que les permiten encontrar la capacidad de cada caja y luego ver la relación que hay entre un decímetro cúbico y un litro. También efectúan una actividad de inmersión. Para apoyar esta actividad tenemos la ficha No. 68 del fichero de actividad didácticas de 5° año. El título de la ficha es precisamente "el volumen por inmersión", en donde la idea es que los alumnos calculen, aproximadamente, el volumen de una piedra al sumergirla en un recipiente con agua y observar el cambio en el nivel del líquido.

Las dos últimas páginas de esta lección (página 176 y 177), son las primeras páginas de en donde se les menciona a los alumnos qué es un centímetro cúbico y para qué se utiliza; además se da la definición de volumen: "Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo". Esta parte de la lección se trabaja de la siguiente manera: los alumnos arman cubitos de un centímetro cúbico para identificarlos como la unidad que sirve para medir el volumen. También se les presenta en ilustraciones la relación que hay entre un decímetro cúbico y un litro.

Por último, se presenta un ejercicio en donde les muestran diferentes cuerpos construidos por cubos, para que calculen el número de cubos que conforman cada figura sin olvidar contar los cubos ocultos. Se espera que este tipo de actividad les resulte fácil de realizar, ya que en cuarto año se efectuaron varias actividades de este tipo.

3.2.5.6 LIBRO DE SEXTO GRADO

En el libro de texto gratuito del alumno de sexto grado el tema del volumen se inicia con actividades que llevan a los alumnos a la observación de cuerpos geométricos. Posteriormente se les presentan actividades en donde tienen que trazar y armar figuras con volumen, para luego deducir la fórmula de algunos cuerpos. Las actividades planteadas en el texto, problematizan a los alumnos y al mismo tiempo generan que el alumno entienda el contenido.

En el desarrollo de las actividades que se presentan en las páginas de este libro vamos a ver que frecuentemente se hace una correlación de temas para que de esa forma se le pueda presentar a los alumnos situaciones prácticas que les ayuden a un mejor entendimiento de los contenidos. De allí que en el avance programático (SEP 1994 c) tenemos que las lecciones incluyen el tratamiento varios contenidos.

Bloque 1
Lección: Una aventura en el tiempo
P. 15
Contenido: "Uso de fórmulas para resolver problemas que impliquen el cálculo de áreas de diferentes figuras".

Los alumnos tienen que hacer algunos cálculos sobre el área de la base de pirámides. Aunque el tema no sea el volumen, las actividades que se presentan en esta página ayudarán al alumno para que posteriormente entienda mejor el calculo del volumen de algunos cuerpos geométricos.

Lección: Desafíos
P. 31
Se le presentan a los alumnos dos trazos para que armen dos dados (cubos). En esta página el tema es probabilidad, pero para trabajarlo le piden al alumno que arme dos dados. Con esto se cumple el contenido marcado en el avance programático:de sexto grado " Trazo de figuras geométricas".

Bloque 2
Lección: A contar cubos
Pp. 42 -45
Contenidos:
"Uso de la calculadora en la resolución de problemas".
"Estimación del volumen de algunos prismas".
"Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas".
"Identificación de formas geométricas".

En la página 42 le presentan a los alumno torres armadas con cubos para que ellos los cuenten y se pueda ver si el alumno es capaz de percibir no sólo los cubos que puede ver sino aquéllos que están ocultos.

De la página 43 a la 45 se plantean problemas a los alumnos, en donde tiene que obtener el volumen de algunos prismas rectangulares, triangulares y trapezoidales por medio del conteo de cubos que conforman el cuerpo geométrico. Aquí el alumno no utiliza fórmulas; además correlaciona estas actividades con el tema de "mínimo común múltiplo".

Las actividades que se encuentran en las páginas anteriores son apoyadas por la ficha No.10 del fichero de actividades didácticas de sexto grado, expedido por la SEP. El objetivo de tales actividades es que el alumno, mediante la resolución de problemas, deduzca la fórmula del volumen y el área total de prismas.

Lección: El pequeño taller
Pp. 47-52
Contenidos:
"Cálculo del área total de prismas."
"Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides".

En estas actividades proponen al alumno la construcción de algunos objetos que se forman con prismas de diferentes tipos. Los niños trazan y arman las figuras geométricas que requieren para armar algún objeto.
Para apoyar la actividad sobre el trazado y armado de figuras geométricas, tenemos la ficha No11 del fichero de actividades didácticas de matemáticas de sexto grado.

Lección: Manualidades con cubos
Pp. 67-73
Contenidos:
"Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas".
"Deducción de fórmulas para calcular el volumen de un cubo y de algunos prismas".

Pp. 67- 70

Los alumnos arman cubos de diferentes tamaños: cubos de un centímetro cúbico, de cinco centímetros cúbicos y de 10 centímetros cúbicos para luego utilizarlos para formar cubos más grandes y obtener su volumen por medio del conteo de cubos. Después de una serie de ejercicios llegan a usar la fórmula que se utiliza para obtener el volumen del cubo y del prisma rectangular. Enseguida se pasa al cálculo del volumen de prismas rectangulares con el uso de la fórmula.

Pp. 72-73

En la página 72 y 73, los alumnos utilizan plastilina para construir prismas rectangulares y luego partirlos a la mitad para obtener prismas triangulares. Por último, se les da la fórmula para obtener el volumen de prismas.

Lección: La construcción

Pp. 74-77

Contenido:

"Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas".

"Uso de fórmulas para calcular el volumen de cubos y de algunos prismas".

"Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides".

Los contenidos que de esta lección se relacionan con el tema del volumen: tanto por ciento, escala, mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

En la lección se encuentran problemas que implican la obtención del volumen de diferentes cuerpos geométricos que conforman una casa. Para el desarrollo de esta lección , los alumnos tiene que aplicar los conocimientos que recibieron en las lecciones anteriores.

Lección: El productor agrícola

Pp. 89-94

Contenido:

"Planteamiento y resolución de problemas con medidas de capacidad y peso".

Esta lección relaciona los contenidos de fracciones mixtas y solución de problemas que implican peso y capacidad. En cuanto a la capacidad se le da a los alumno la equivalencia que hay entre metros cúbicos y litros, además se le dan algunos sub - múltiplos del litro. Es importante decir, que esta lección se enfoca más a la resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas, que al contenido de capacidad al que sólo se le reservan dos páginas.

Vale la pena subrayar, que las actividades que se encuentran en los libros de texto gratuito del alumno propician que el niño observe, construya, manipule y deduzca las fórmulas.

3.2.6. LO QUE DEBE SABER EL NIÑO SOBRE EL VOLUMEN, AL TERMINAR LA PRIMARIA

Después de analizar las lecciones anteriores se describe a continuación el conocimiento relacionado con el volumen que idealmente deberá tener un niño al terminar la primaria.

Tendrá una primera noción de capacidad y conocerá sus unidades de medida, litro y mililitro.

Será capaz de comparar y estimar capacidades de diferentes recipientes usando líquidos, semillas o arena.

Tendrá una primera noción de volumen como la cantidad de unidades que conforman un cuerpo.

Tendrá una primera noción de volumen tanto como espacio ocupado como desplazado, esto es, tendrá noción de que los cuerpos ocupan un lugar en el espacio, o en un líquido que se sumerjan.

Podrá comparar y estimar algunos volúmenes "a ojo".

Conocerá el decímetro cúbico y su equivalencia con el litro.

Podrá calcular volúmenes de paralepípedos y prismas triangulares mediante conteo de cubos y usando la fórmula.

Podrá efectuar conversiones entre metros cúbicos y centímetros cúbicos.

Conocerá la equivalencia entre litros y metros cúbicos.

¿Es esto lo que saben los niños mexicanos al salir de la primaria, después de haber estudiado con esta propuesta? Esto se verá más adelante.

3.3 ESTUDIOS CON NIÑOS EN TORNO AL CONCEPTO DE VOLUMEN

En esta sección se exponen resultados de dos tipos. En primer lugar se hace referencia a algunos relacionados con los procesos cognitivos ligados a la formación del concepto de volumen y en segundo se describen estudios de investigadores interesados con los problemas que surgen en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta noción.

3.3.1 LOS ESTUDIOS DE PIAGET

Piaget y sus colaboradores estudian, mediante experimentos, cómo va evolucionando el aprendizaje del concepto del volumen en el niño conforme aumenta la edad.

Piaget y su grupo se interesaron en estudiar la conservación de la cantidad y de la materia en diferentes situaciones, una de esas situaciones es precisamente el volumen. De acuerdo a los experimentos de conservación que realizan concluyen que, los niños, a partir de seis a ocho años, reconocen que la cantidad de líquido permanece constante aunque se vierta en envases de diferente forma. Con esto se puede decir que, en general, a partir de esta edad el alumno está posibilitado para adquirir el concepto de capacidad. Por otro lado Piaget, Inhelder y Szeminska (1960), distinguen tres clases de volumen:

a) Volumen interno: La cantidad de unidades que conforman un sólido.
b) Volumen como espacio ocupado: La cantidad de espacio que ocupan las unidades que conforman el cuerpo como un todo, con relación a otros objetos en su alrededor.
c) Volumen complementario: La cantidad de agua desplazada por un cuerpo al sumergirse por ese líquido.

Para estudiar cada una de estas clases, se diseñaron diferentes experimentos y se llegó a los siguientes resultados:

a) La conservación del volumen interno se logra aproximadamente entre los 7 y 11 años de edad.
b) La conservación del volumen como espacio ocupado no se logra sino hasta los 12 ó 13 años.
c) Los niños son capaces de considerar el volumen, como volumen desplazado entre los 12 y 13 años de edad.

Para experimentar y obtener información acerca del ***volumen interno*** plantean ejercicios como los siguientes:

> *Dado un paralepípedo de 3x3 cubitos de base y 4 de altura, se pide que construyan otro con el mismo volumen y base 2x2, 3x2, ó 1x2... Se pide que reproduzcan el modelo con ladrillos de diferentes tamaños y formas; se les pide también que comparen los ladrillos y digan cuál tiene mayor cantidad de madera; o se les entrega un bloque y se les pide que hallen otro con el mismo volumen entre una serie dada (Del Olmo; 1989, p.103).*

Como resultado de la investigación de Piaget y sus colaboradores se obtiene una estratificación de niveles o estadios por los que los niños atraviesan para poder resolver esta tarea:

> *Estadio 1: La experiencia es impractiable*
> *Estadio 2ª: El niño razona en términos de una sola dimensión por lo que deja de construir cuando alcanza la misma altura que el modelo.*

Estadio 2b: Comienza a variar la altura de sus modelos en relación con el tamaño de la base, pero no llega a la solución.
Estadio 3ª : Obtiene las relaciones entre las dimensiones, pero sin medir.
Estadio 3b: Comienza a medir utilizando como unidades los cubos, pero no llevan a cabo el producto (tiene x cubos)
Estadio 4: Logra la comprensión de la fórmula. Hay conservación del volumen del medio espacial. (ibid., p. 104)

Piaget realiza el experimento siguiente para estudiar la conservación que en el volumen se interpreta como **volumen ocupado:**

Se le muestra al niño un conjunto de cubos de metal de 1 cm. que después se colocan en el fondo de un recipiente con agua. El experimentador construye un bloque con 36 unidades (3x3x4) al tiempo que el sujeto observa como el nivel del agua en el recipiente aumenta. Se le pregunta si cree que el nivel cambiará si se modifica el arreglo de los ladrillos, haciendo construcciones de 2x1x18 ó de 2x2x9,etc. (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1960; p. 358)

En este experimento Piaget y sus colaboradores identifican que los niños son capaces de conservar el volumen como espacio ocupado hasta los doce o trece años de edad.

Para analizar el **volumen desplazado,** Piaget utiliza el mismo experimento que para el volumen como espacio ocupado, pero cambia el cuestionamiento. En este caso les pregunta a los niños "si va haber el mismo espacio para el agua, que anteriormente" (Piaget et al., 1960; p. 358). Al respecto Piaget indica que los niños son capaces de considerar el volumen, como volumen desplazado entre los 12 y 13 años de edad.

Otros investigadores tales como Lovell y Ogilvie (1960, citados por Sáiz, 1999), haciendo modificaciones a los experimentos de Piaget, indagan sobre las nociones de volumen interno, volumen como espacio ocupado, y volumen complementario o espacio desplazado y sus resultados coinciden con los de Piaget.

En lo que se refiere al volumen complementario o desplazado obtienen que los niños consideran que:

a) Un cubo más pesado desplazará más agua que otro más ligero.

b) El volumen desalojado parece depender del peso del objeto sumergido, de la profundidad a que es sumergido, del tamaño del recipiente y de otros factores que en realidad no influyen.

3.3.2 ESTUDIOS ACERCA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE VOLUMEN

Como se puede ver, los estudios que existían sobre el volumen hasta 1976 estaban principalmente relacionados con la conservación. Esto lo señalan entre otros Hughes y Rogers (citados por: Potari y Spiliotopoulou, 1996; p. 342), quienes afirman además que "muy pocos investigadores examinaron las habilidades de los niños para medir volúmenes o trabajar con actividades practicas en sus mentes" (ibid. p.342).

Según las investigaciones de Vergnaud (1983), la deducción de la fórmula para calcular el volumen no es posible antes de los catorce o quince años. En un estudio que realizó con otro investigador (Ricco y Vergnaud, 1983) se interesó más por estudiar qué concepción tienen los niños del volumen y qué dificultades tienen para medir y resolver problemas relacionados con el volumen.

En la mencionada investigación pide a niños de 12 a 14 años una definición de volumen y obtiene que sólo en los cursos superiores de educación (secundaria) los niños logran definir el volumen y lo definen como:

- Volumen es el espacio ocupado.
- El interior de algo.
- Es la cantidad que puede contener una cosa.
- El contenido de un objeto.
- Es una masa que está en el aire.

En los grados inferiores los alumnos tienden a confundir la idea de volumen con el de área, con el de perímetro y con el de peso. Ellos dicen que volumen es.

- El contorno.
- Todos los lados de la figura.

- La superficie.
- Una cantidad.

Algunas respuestas que dan los niños de los grados inferiores, también se encuentran en los grados superiores aunque con menor frecuencia.

Una de las aportaciones de Vergnaud al estudio de las dificultades que tienen los niños en el proceso de formación de la noción de volumen, es lo que él denominó "el problema del cubo de la esquina". (Ricco y Vergnaud, 1983)

El problema del cubo de la esquina, aparece en numerosos grupos de niños. Según Vergnaud y Ricco, el problema consiste en que determinados niños, habiendo contado el número de cubos que se necesitan para rellenar una caja en una de sus dimensiones, consideran necesario contar, por ello, un cubo menos en cada una de las otras dos, "para no contar dos veces un mismo cubo".

La conclusión de Vergnaud y Ricco es que ello refleja una contradicción entre la concepción unidimensional del volumen, en la que no se cuenta dos veces una misma unidad y la tridimensional en la cual el volumen es producto de tres dimensiones.

Esta situación, del doble carácter dimensional que tiene el volumen es una de las mayores dificultades a vencer en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Además de la definición de volumen que piden Vergnaud y Ricco (1983) a los niños, estos investigadores les proponen algunos problemas para explorar otros conocimientos de los niños sobre este tema.

Un problema pedía calcular el volumen de una pecera dadas sus tres dimensiones lineales. Se aplicó a 20 alumnos de 6° grado, 20 de 5° (1° de secundaria en México), 20 de 4° grado (2° de secundaria en México) y 20 de tercer grado (3° de secundaria en México). Para evitar confusiones, en adelante utilizaremos las equivalencias mexicanas para los grados de educación francesa. Las frecuencias relativas de resultados correctos fueron 1/20 (6° grado), 12/20 (1° de secundaria), 8/20 (2° de secundaria) y 14/20 (3° de secundaria). Como se ve, aun los niños de tercero de secundaria tienen un porcentaje de error considerable. (Nota: en todas las frecuencias relativas que se exponen aquí, el denominador indica el número de alumnos a los que fue planteado el problema.)

Otro problema que se les planteó fue el de encontrar el número de cubos que se requiere para construir un paralelepípedo de 4 x 3 x 2. Esta vez las frecuencias relativas de éxito fueron 6/13, 5/7, 6/9 y 5/6 respectivamente en 6° de primaria, 1°, 2° y 3° de secundaria.

Un tercer problema decía que si se tenía un paralelepípedo hecho de 60 cubos y su longitud es 3 y su altura 4, cuánto tendría de anchura. Las frecuencias relativas de éxito fueron 1/7, 13/18, 10/17 y 18/19 en 6° de primaria, 1°, 2° y 3° de secundaria respectivamente.

En total se aplicaron siete preguntas a los niños. Aquí se mencionan sólo aquéllas semejantes a las que hemos planteado en nuestro estudio.

Finalmente, las conclusiones de Ricco y Vergnaud son, entre otras:

1. La adquisición de volumen no puede considerarse a través de un solo tipo de criterio (la aplicación de la fórmula por ejemplo) si no ha sido evaluada a través de criterios variados.

2. De las tareas propuestas sólo aquellas de cálculo directo del volumen y su inversa, encontrar una dimensión dadas el volumen. Las dos restantes, son resueltas satisfactoriamente por los niños a partir de 5° (1° de secundaria). (Ricco y Vergnaud, 1983, p.66)

Investigaciones que se han realizado en Inglaterra y en México con alumnos de secundaría sobre volumen, han demostrado algunas dificultades a las que se enfrentan los alumnos al trabajar con ejercicios relacionados con este tema. Se tiene el trabajo de Hart et al. (1985) que amplía el panorama a los errores más comunes en los que incurren los alumnos. Los estudios de esta investigadora y su equipo son también adaptaciones de los experimentos de Piaget pero con la diferencia fundamental de que las preguntas se hacen empleando un examen escrito en lugar de modelos concretos.

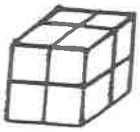
Hart, aplicó los cuestionarios Chelsea Diagnostic Mathematical Test (CDMT), a 986 niños entre 11 y 14 años; en su análisis reporta la cantidad de respuestas acertadas y los errores más comunes que se dan en las respuestas. En México, Figueras y Waldegg (1986) aplicaron cinco preguntas de las siete relacionadas con volumen del cuestionario CDMT a 55 alumnos de primero de secundaria

En el problema 1 (Tabla 3.1), en los incisos (a) y (b) se les pide que calculen el volumen de un prisma hecho con cubitos. Es importante decir que, tanto en el estudio realizado en Inglaterra como en el de México, en muy pocos casos sucede que los alumnos usen la fórmula o el conteo por capas, y más bien hacen uso del conteo de uno en uno. De esta manera la fuente principal de equivocación es que al contar no se consideren cubos que están ocultos. Hart menciona que algunos niños cuentan los cuadros que se pueden ver o dan como volumen el área lateral. Respecto al inciso (c) hubo un porcentaje de respuestas erróneas muy alto, incluso cuando no se consideró incorrecto el dividir el área total, o la respuesta del inciso (b), entre cuatro.

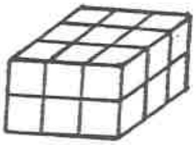
El inciso (a) del problema 2 (tabla 3.2) es parecido a las preguntas del problema 1, con la diferencia que no se muestra la retícula. En México algunos niños la dibujaron. A pesar de esto hay un porcentaje alto de errores. Muchos dan como respuesta la medida del área lateral en lugar de obtener el volumen.

El bloque A se ha formado poniendo ocho cubos como este juntos. 

A

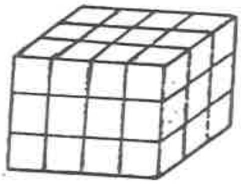


a). ¿De cuántos cubos está hecho el bloque B? (No hay huecos adentro)



B

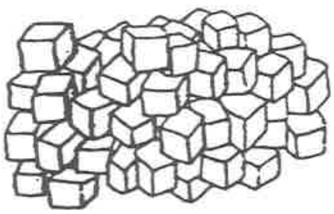
b) El bloque C se ha formado poniendo algunos cubos



C

¿Cuántos cubos forman el bloque C?

c) Se ha deshecho el bloque C y se quiere hacer una torre.



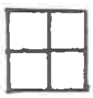
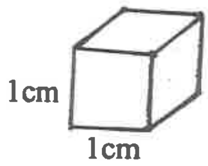
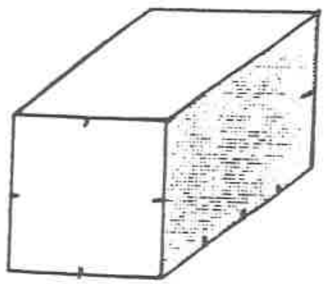
¿Cuántos pisos tendrá la torre si cada piso es de esta forma? 

Tabla 3.1 Problema 1

a) ¿Con cuántos cubos de 1cm por lado



se puede formar el prisma siguiente?



b) ¿Cuántos cubos pequeños como este

son necesarios para formar el mismo bloque.

Tabla 3.2 Problema 2

Respecto al inciso (b) se encuentra que es el problema sobre volumen con mayor porcentaje de error, tanto en México como en Inglaterra. Lo más común es que los niños dupliquen o cuadrupliquen la respuesta dada en el primer inciso.

Una gran diferencia que consiste en incluir la palabra volumen en lugar de número de cubitos aparece en el problema 3 (tabla 3.3). Los incisos (c) y (d) tienen porcentajes de respuestas correctas más altas que los incisos anteriores, sin embargo sigue habiendo confusión con el área lateral y los niños siguen contando los cubitos uno por uno.

El inciso (e) tiene un alto porcentaje de respuestas equivocadas debido, tal vez a que se usan mitades de cubitos y además algunos cubitos y mitades están ocultos.

El problema 4 (Tabla 3.4) añade algunas dificultades extras a las de problemas anteriores ya que en este no se muestra la retícula, solamente hay una subdivisión en capas. Esta pregunta mostró una gran variedad de respuestas incorrectas.

El problema 7, como se puede apreciar (Tabla 3.5) se trata de un problema de conservación de volumen ocupado. Hart dice que esencialmente se está preguntando si el volumen de plastilina cambia al ser cortado en rebanadas. Esto es, la pregunta indaga acerca de la conservación del volumen. En Inglaterra los porcentajes de error fueron bajos, mientras que en México resultaron muy altos.

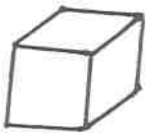
Al respecto, Figueras y Waldegg (1986), en el caso mexicano comentan que la gran cantidad de respuestas equivocadas obtenidas en este problema se debieron, tal vez, a que se trataba de la última pregunta de un cuestionario largo que versaba sobre otros aspectos de la medición. Sin embargo, Sáiz (1999) considera que puede deberse a que el dibujo usado en México era distinto al de los CDMT.

La cantidad de espacio dentro de un bloque se llama volumen.

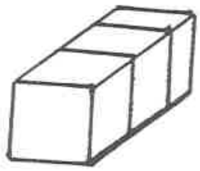
El volumen del bloque A es de 1 centímetro cúbico

El volumen del bloque B es de 2 ½ centímetros cúbicos.

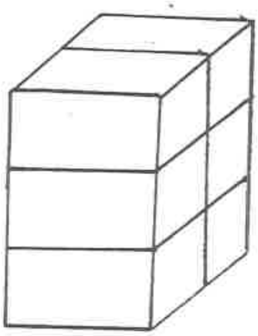
A



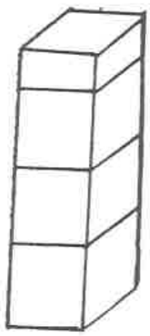
B



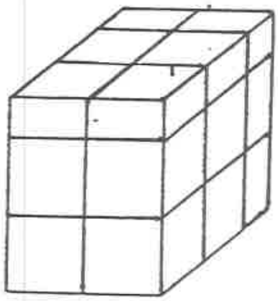
Encuentra el volumen en centímetros cúbicos de cada uno de los bloques C,D,E.



Volumen de C



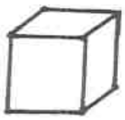
Volumen de D



Volumen de E

Tabla 3.3 Problema 3

El volumen de este bloque mide un centímetro cúbico



Encuentra el volumen en centímetros cúbicos del bloque A

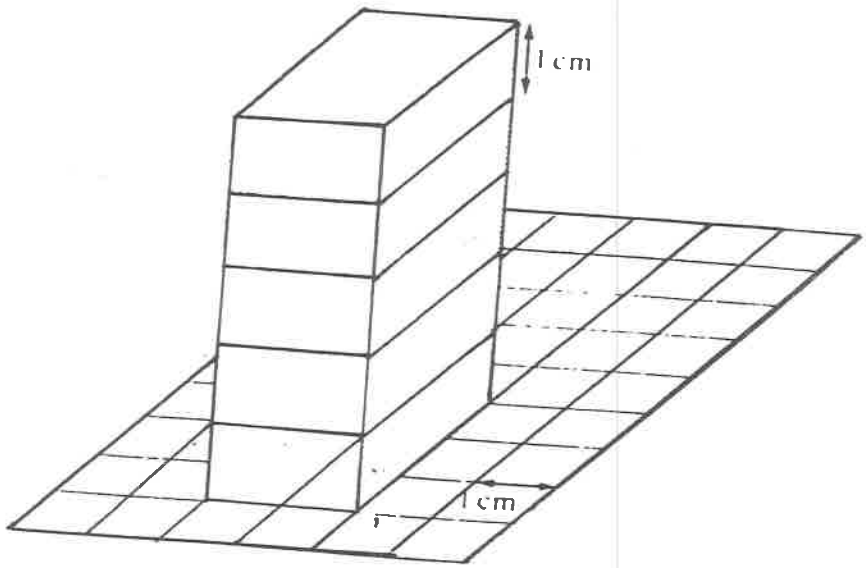
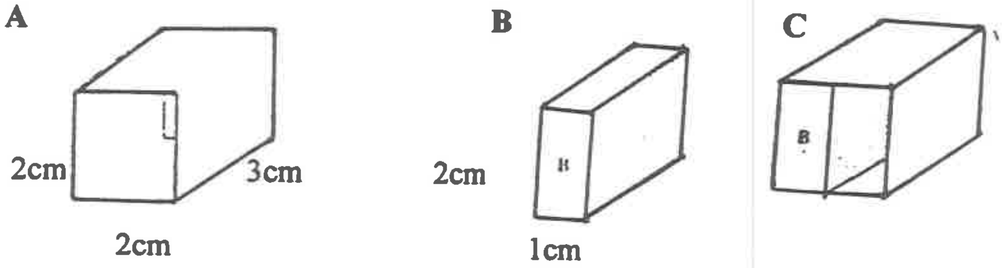


Tabla 3.4 problema 4

Esta pregunta es acerca del volumen de espacio libre que queda en una caja cuando se pone algo en ella.

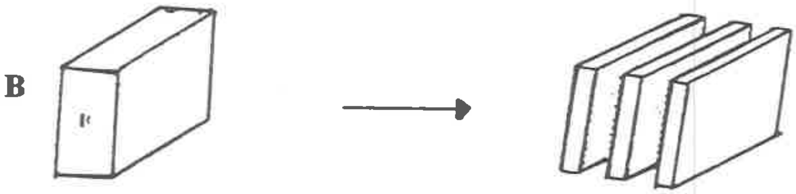
Cuando la caja A esta vacía, el volumen de espacio vacío de la caja A mide 12 centímetros cúbicos.

a) Se pone un bloque de plastilina dentro de la caja:

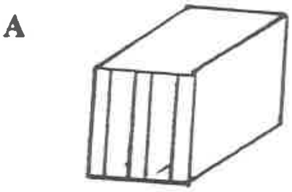


¿Cuál crees que es el volumen de espacio libre que queda en la caja ahora que B está en ese lugar?

b) Se saca el bloque B de la caja y se divide en 3 "rebanadas"



Luego de ponen las 3 "rebanadas" dentro de la caja A:



¿Cuál crees que es el espacio libre que queda en la caja A?

Tabla 3.5 problema 7

Hart (1982) indica que el conteo de cubos es más complicado cuando las dimensiones son fraccionarias; incluso si se aplica la fórmula es más complicado ya que hay que multiplicar fracciones.

Al analizar los resultados obtenidos por los alumnos a los que se aplicó el cuestionario, Hart encuentra que una de las preguntas más difíciles sobre el volumen es aquella en donde se le facilita al niño dos unidades diferentes para medir, por ejemplo 1 cm cúbico y ½ cm cúbico. En esta tarea generalmente el alumno iguala dos pequeños cubos de ½ cm cúbico a un cubo de 1 cm cúbico

Hart (1981) opina que el problema de encontrar un volumen contando cubos es que muchos no pueden verse. Muchas de las respuestas incorrectas son producto de no contar la cantidad de cubos no visibles. Dice además que aún cuando el conteo sea correcto, al introducir unidades fraccionarias (como en el problema 3) resulta muy complicado para algunos alumnos,
A consideración de esta autora, la pregunta más difícil es la de volver a calcular un volumen calculado usando una unidad de medida particular por medio de otra unidad de medida diferente (problema 2). Además dice que, aunque muchos respondieron correctamente al problema 7, todavía hay alrededor de un 40% de niños de secundaria que creen que el espacio libre cambia sólo por modificar el bloque de plastilina.

Figueras y Waldegg (1986) muestran en una tabla las preguntas clasificadas de acuerdo a sus características y ordenadas de mayor a menor porcentaje de respuestas correctas. Se observa que las preguntas que más respuestas correctas tienen son las de cálculo de volumen por conteo, después una de las de conservación del volumen, sigue una de cálculo de un volumen con fórmula, otra de conservación de volumen y por último la de fraccionamiento de la unidad.

Las investigadoras mexicanas mencionan en sus conclusiones que el uso de unidades es uno de los aspectos en el que más problemas se detectaron. En cuanto al cálculo de volúmenes sostienen que la mayoría de los niños prefieren usar el conteo directo que las fórmulas o simplificaciones, aunque les cuesta trabajo imaginar unidades ocultas. Con respecto a la conservación de la pregunta 1 inciso (c) en la que se obtuvo un 55% de respuestas correctas mencionan "todavía hay un número importante de alumnos de 1° de secundaria que no han alcanzado el total desarrollo de la conservación, lo que implica que es necesario elaborar material de apoyo y diseñar actividades encaminadas a resolver este problema" (Figueras y Waldegg; 1986, p.12).

Muchos investigadores han encontrado como se ha visto en los resultados anteriores, que uno de los mayores problemas para el cálculo del volumen, cuando se da a los niños el dibujo de un arreglo de cubos es que los alumnos no cuentan bien los cubos, ya que para ellos es difícil coordinar e integrar las tres caras que se les muestra en un modelo tridimensional (Battista y Clements, 1996). Esta reflexión lleva a pensar en que algunos errores achacados a deficiencias relacionadas con el concepto del volumen, pueden tener su origen en problemas con la representación plana de un objeto tridimensional.

Se puede decir que los estudios realizados con niños en relación con el volumen son de dos tipos:

a) relacionados con la conservación de esta propiedad.

b) no relacionados con la conservación.

De los estudios comentados aquí que no están relacionados con la conservación se tiene que fueron aplicados a niños de doce años en adelante (por Vergnaud 1983 y Hart 1981); en nuestro país estos niños son de secundaria por lo general. Sin embargo existe un estudio que se interesa en otros aspectos del volumen distintos a la conservación y que fue aplicada a niños de quinto de primaria y es el de los investigadores griegos Potari y Spiliotopoulou (1996).

En este trabajo, una de las preguntas indagaba acerca de la concepción que los niños tiene del volumen. Para ello en una tarea les muestran a los niños dibujos de dos vasos idénticos uno con agua y otro vacío y les preguntan "¿a qué le llamarían el volumen del vaso?" (Ibid, p.344)

Las respuestas fueron clasificadas en cinco categorías:

a) Volumen como el espacio que ocupa el objeto.
b) Volumen como capacidad.
c) Volumen como algo relacionado con el material del que está hecho.
d) Volumen como algo relacionado con la forma.
e) No clasificadas. (Ibid. p.348)

3.3.3. OTROS RESULTADOS Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS DE LOS EXPERTOS.

En la literatura relacionada con el tema de esta tesis, algunos autores han hecho propuestas didácticas que pueden llevarse a cabo en la escuela primaria y secundaria.

Por ejemplo, Freudenthal considera que las transformaciones de romper - rehacer y vaciar líquidos, son importantes para observar los fenómenos de conservación de volumen, de manera cualitativa y por lo tanto recomienda incluirlas en el trabajo con los niños.

Según Del Olmo et al (1989) la percepción del volumen de un cuerpo es una tarea más difícil que la percepción del área, pues mientras esta última cualidad puede captarse en su globalidad a través del sentido de la vista, para la primera han de elaborarse representaciones mentales del objeto a partir de los diferentes datos que recibimos mediante nuestros sentidos (vista, tacto). Se hablo en la sección anterior de las dificultades de contar cubos en dibujos. Por tanto estos autores consideran que antes de trabajar de lleno con el volumen conviene desarrollar esta habilidad.

Para ello elaboran una propuesta didáctica que incluye tareas para facilitar la percepción del volumen de los cuerpos. Las actividades que plantean llevan al alumno a ejecutar tareas que lo llevan a entender mejor el concepto de volumen. A continuación se exponen detalladamente.

1. PERCEPCIÓN DEL VOLUMEN

Actividades táctiles

- Tomar cajas vacías o diferentes recipientes y pasar las manos por el interior.
- Tomar objetos sólidos y palparlos con las manos. Se pueden utilizar distintos materiales para una misma forma y tamaño.
- Construir una casa pequeña con cartón y hacer que entren en ella el máximo número de niños, variar el volumen de las cajas y discutir con los alumnos su diferente capacidad.

Actividades de llenado

Llenar:

- Objetos que se puedan llenar y otros que no.
- Con vasos cilíndricos de diferentes anchura y altura, uno se llena de líquido y se trasvasa a otro. Se trata de predecir el nivel (formulando la pregunta ¿hasta dónde se llenan?).

Actividades de empaquetado

- Empaquetar cajas y recipientes de variadas formas con diferentes objetos, poniendo atención en qué y con qué se empaqueta mejor.

Actividades para observar el comportamiento del volumen

También en el concepto del volumen intervienen de manera importante hechos físicos que pueden perturbar su adquisición. El profesor debe proporcionar experiencias que ayuden al niño a delimitar el volumen como ente geométrico. Para esto se sugieren actividades como:

- Llenar sacos o bolsas de forma alargada o esférica con canicas y luego con arena y preguntar al niño con cuáles se empaquetan mejor. (Existe una tendencia a asignar menor volumen al que peor se empaqueta)
- Prensar o apretar migajas de pan y plantear al alumno, ¿hasta dónde se puede llenar una maleta?
- Calentar gases o metales:
  Hinchar un globo y posteriormente calentarlo y ver qué sucede.

Actividades sobre inmersión, relacionándolos con la noción de densidad del líquido donde se sumerge el cuerpo (cuerpos que flotan y cuerpos que se hunden).

- Sumergir en agua diferentes materiales: piedra, esponja, papas, etc.
- Sumergir en aceite: agua, piedras, etc.
- Sumergir un trozo de plastilina a distinta profundidad y observar el nivel. Posteriormente, deformarla o hacerla trozos y repetir la experiencia.

Materiales.

El cubo y otros cuerpos geométricos se van a utilizar con frecuencia en actividades relacionadas con el volumen. En el aula es necesario tener un suficiente número de ellos.

- Se pueden utilizar varios cubos para formar policubos (construcciones formadas por varios cubos unidos por una cara. Un policubo formado por cuatro cubos se llama tetracubo. Algunas actividades serían:
- Construir todos los posibles tetracubos ¿cuántos se pueden lograr?
- Construir con tetracubos en forma de L, un cubo.
- Construir y dibujar con parejas de tetracubos en forma de L

Actividades de visualización espacial

Algunos problemas de visualización espacial, se plantean porque los alumnos son forzados a leer y visualizar información sobre objetos sólidos a partir de gráficos, sin haber manipulado previamente dichos objetos

Para desarrollar la capacidad de manipular mentalmente sólidos, se plantean una serie de actividades de representación de objetos de tres dimensiones en dibujos de dos dimensiones y viceversa. En estas actividades los niños deben de disponer de varios cubos y realizar los dibujos en papel isométrico. Se proponen las siguientes actividades:

- Dado el dibujo de una construcción, realizarla con cubos.
- Dada la construcción, dibujarla desde una determinada perspectiva, en papel isométrico.

Actividades para distinguir el volumen de otras cualidades

Con actividades de percepción puede diferenciarse la magnitud volumen de otras como el peso, la masa, el área, etc. Para ello se puede:

- Pintar por dentro y por fuera un tambor de detergente o una caja de zapatos y llenarla luego de arena.
- Llenar recipientes iguales (con el mismo volumen) con diferentes sustancias para apreciar su peso.
- Apreciar los diferentes costos de un mismo producto en relación con la capacidad de los recipientes que los contienen.
- Realizar desarrollos planos de cuerpos geométricos, colorearlos y terminar la construcción del cuerpo.
- Realizar construcciones con cubos del mismo volumen, pero de diferente material, por ejemplo: cartulina y madera sólida. Percibir diferente masa (comparando con una balanza).
- Colorear las paredes de un edificio construido con cubos.

Comparación

Actividades para comparar capacidades

- Con tres vasos cilíndricos de diferentes anchuras y alturas, y con tres botellas diferentes ordenar los vasos y botellas según su capacidad.
- Vaciar el contenido de un vaso largo y estrecho en otro vaso ancho y bajo y preguntar sobre cuál tiene más o menos.

- Comparar la capacidad de varias cajas mediante el llenado con diferentes objetos, como cubos, bolitas, semillas o arena.

Actividades para comparar volúmenes

- Con un cubo de arcilla, partirlo en tres trozos y componerlos en otra forma. ¿Cuál ocupa más volumen?
- Con 20 cubos, realizar distintas construcciones ¿Cuál tiene más volumen?
- Tomar una barra de pan entera y posteriormente rebanarla. Plantear a los niños dónde tenemos más pan También puede servir una pieza de salchichón entera o cortada en rodajas..
- La inmersión se puede utilizar para comparar volúmenes sobre todo, si los cuerpos son irregulares. Es importante considerar la densidad del cuerpo sumergido y la del líquido donde se sumerge. Con recipientes iguales y llenos de agua hasta el mismo nivel:
  - Introducir un cubo de hierro y otro de madera (iguales, pero de diferente peso) y comparar sus volúmenes.
  - Sumergir dos construcciones realizadas con el mismo número de cubos, pero de distinta área superficial.
  - Comparar el volumen de dos papas.

En la comparación se debe procurar distinguir el volumen de otras magnitudes. Para esto, se puede:

- Comparar dos cantidades de sustancias de igual peso y distinto volumen, y viceversa.
- Considerar casos de cuerpos que tengan la misma área y distinto volumen, como una lata de conserva y otra igual, deformada por aplastamiento.
- Con cubos y un volumen fijo, construir la configuración de mayor área
- Con cubos y fijada un área, construir la configuración de mayor volumen.

Actividades con medidas arbitrarias:

- Para introducir al alumno en el proceso de medida se puede comenzar utilizando unidades como: lo que cabe en el hueco de la mano, lo que cabe en la boca, una cuchara, botellas vacías y vasos de plástico.

  Para iniciar con la actividad se forman equipos y a cada uno de ellos se les dan cuatro recipientes llenos de arena; los recipientes son diferentes, por ejemplo, un cubo de plástico, un balón desinflado, una bolsa un envase cilíndrico, etc,. Se les pide que los ordenen de mayor a menor. Para comprobar su ordenación se verán obligados a escoger de entre las unidades de medida (arbitrarias) antes citadas. Se les puede plantear la pregunta con qué medida es más fácil llenar el espacio dado.

Si se trata de medir líquidos o capacidades se deben realizar actividades como:

- Mostrar diferentes recipientes de litro.
- Dividir la cantidad de 1 litro en dos partes iguales , conduciendo a la experiencia del ½; también en cuatro partes iguales para obtener el ¼.

También el volumen se puede medir a través de la longitud, considerando que los objetos a medir son tridimensionales.

Las actividades a realizar son;

- Construir un cm cúbico, un dm cúbico, y un metro cúbico.
- Medir el dm cúbico con el cm cúbico y el m cúbico con el dm cúbico y cm cúbico. ¿Cuántos cm cúbicos tiene un dm cúbico?
- Realizar medidas efectivas de cuerpos, primero con una sola unidad y posteriormente con varias.
- Discutir y elegir entre varias, la unidad más adecuada para medir un cuerpo.

Después de este trabajo de familiarización y percepción de la capacidad y el volumen Del Olmo y su grupo de investigadores proponen lo siguiente:

2. ARITMETIZACIÓN

El tratamiento tridimensional del volumen puede ser expresado como producto de la base de un cuerpo sólido por su altura. Para que el alumno llegue a este nivel se pueden poner en práctica las actividades siguientes:

- Tratar el volumen de un cuerpo en función de otros que se toman como unidades. Para ello, el profesor se puede valer de actividades de rellenado, la inmersión, la realización de transformaciones de romper y rehacer.
- El empaquetado y rellenado de una caja o recipiente con unidades cúbicas es un tipo de actividad que se debe trabajar mucho con los alumnos, siendo que favorece el paso a estrategias multiplicativas que llevan al niño a obtener el volumen de un cuerpo a través de un algoritmo. Además, estas actividades inducen al alumno a descubrir la fórmula para obtener el volumen de un cuerpo.

3. ESTIMACIÓN

Estimar es el proceso de obtener una medida, mediante un juicio subjetivo sobre el tamaño de los objetos, sin tener que recurrir a algún instrumento de medición. Podría decirse que una estimación es una medida que se obtiene "a ojo", se trata por tanto, de una conjetura que lleva al acercamiento de una medida real.

Para estimar el volumen o la capacidad de un cuerpo se puede recurrir a las actividades siguientes:

Capacidad - capacidad

- Estimar el volumen de cucharadas de agua que caben en un vaso, estando presentes el vaso y la cuchara.
- En presencia de un dl, indicar cuáles de los siguientes objetos tienen una capacidad de 2dl: una cuchara sopera, un vaso, una olla.
- Estimar el número de vasos con refresco que caben en una botella de un litro.

Capacidad – volumen

- ¿Cuántos libros caben en una mochila? (se muestran los libros y la mochila)

- ¿Cuál de los siguientes objetos puede tener una capacidad de 30 pelotas de tenis (se muestran las pelotas)?: un cubo, una olla y una maleta de viaje.

Volumen – volumen

- ¿Cuántos ladrillos (se muestran) son necesarios para construir una barda como la del parque?
- Nombrar objetos que ocupen un espacio de 3m cúbicos.

Vale la pena destacar que la propuesta de Del Olmo et al incluye un apartado dedicado a la estimación, un aspecto descuidado en las propuestas de décadas anteriores y sobre el cual Bright (1976) dice que "Las actividades de estimación deben ser paralelas a las de medición que son ya parte del programa de matemáticas, aunque deben proporcionarse oportunidades para actividades de estimación independientemente si la medición no está incluida como parte del currículum estándar". En la propuesta mexicana actual también se tienen actividades de estimación relacionadas con las diferentes magnitudes (longitud, área, volumen y peso). Particularmente éstas aparecen en los ficheros de actividades.

3.3.4 COMENTARIOS FINALES

Hemos incluido aquí la propuesta de Del Olmo et al, porque consideramos que ella refleja la mayoría de los resultados de los investigadores en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de volumen. Esta propuesta en realidad abarca hasta más allá de la primaria pero, si se compara con lo expuesto en secciones anteriores, se observa que engloba tareas muy semejantes a las detalladas en la sección 3.2.4, o sea la propuesta mexicana actual.

El análisis de las lecciones del libro de texto gratuito para el alumno, así como los comentarios respecto a la construcción del volumen en el libro del maestro permiten concluir que el equipo encargado del desarrollo del Plan y Programa 1993, así como los autores de los libros para el alumno y los ficheros de actividades han tomado en cuenta resultados como los aquí mencionados y algunos otros. También las actividades de las lecciones y el orden en que aparecen coinciden en mucho con los lineamientos de Freudenthal, Del Olmo y otros.

3. 4. LA OBSERVACIÓN EN EL AULA

En este apartado, se menciona un panorama general sobre cómo se han venido dando las relaciones profesor –alumno dentro del salón de clases y cómo influyen en el aprendizaje. Se sabe que de acuerdo al tipo de interacciones que se viven dentro del aula es como se va desarrollando un cierto tipo de aprendizaje,

Aunque el estudio enfoca su atención en los niños, sabemos que es importante conocer cómo enseña el profesor y cómo interactúa con los alumnos, ya que el hecho de que el maestro sea el encargado de propiciar el aprendizaje influye en la manera en cómo aprenden los alumnos. Esto lleva a dar, al menos, un panorama general de estos aspectos que servirán como referencia para el análisis de los resultados.

Para analizar la interacción profesor – alumno se han revisado investigaciones realizadas por autores como: Delamont (1984), Hargreaves (1986), Jackson (1990), Paradise (1997) y otros, quienes con sus investigaciones realizadas muestran la vida cotidiana que prevalece en la escuela, permitiendo ver si realmente la escuela está cumpliendo con los objetivos de la educación, o bien, se ha seguido con esas relaciones asimétricas que se han vivido desde el siglo XVII.

El comportamiento social se realiza en situaciones de interacción, en donde el rol de cada persona es importante, ya que su comportamiento va a depender del rol que juegue dentro de determinada situación. Para que haya interacción deben de existir al menos dos personas, en donde el comportamiento de una va a ser parte de la respuesta de la otra; es decir, " la interacción es un proceso de influencia recíproca" (Hargreaves, 1986. p.100), por ejemplo en el salón de clases en la interacción profesor – alumno, la respuesta que el alumno dé al profesor está influida no sólo por el comportamiento del profesor, sino también por el comportamiento que el alumno ha convenido adoptar con el fin de responder a las expectativas del profesor.

Según Hargreaves (1986), la interacción profesor – alumno tiende a ser asimétrica; el comportamiento de los alumnos se da más respecto al comportamiento del profesor, es decir que el comportamiento del alumno es la respuesta a la forma en que el profesor interactúa con el alumno. El alumno se preocupa más por responder de acuerdo a lo que el profesor quiere escuchar que por comprender el conocimiento. En ocasiones el alumno ha aprendido a engañar al profesor por medio de su comportamiento, un ejemplo es, cuando el profesor está dando una clase aunque el alumno no esté entendiendo nada o no tenga interés por lo que el profesor esta diciendo, el alumno pone una cara de interesado para hacer creer al profesor que lo esta escuchando.

La vida cotidiana en el salón de clase tiende a tomar un estilo que parece ser que se da en casi todas las aulas. Las relaciones que se ponen en juego giran en torno al comportamiento del profesor. Es característico de algunos profesores adoptar conductas clásicas de un "profesor autoritario".

El profesor autoritario es aquel que hace obedecer sus órdenes, además de que usa métodos de enseñanza que no llevan al alumno a cuestionar y a reflexionar el conocimiento. Los alumnos tienden adoptar una actitud pasiva e insegura; lo que quiere decir, que los acaban por no confiar en sus capacidades y conocimientos, no se animan a ser creativos y originales en el trabajo que realizan, además están temerosos de cometer errores.

La interacción maestro – alumno que se vive en el aula puede darse en un clima de autoritarismo o en un clima de confianza.

El profesor autoritario actúa como si estuviera en contra de los alumnos. Piensa que sabe más, que tiene la verdad absoluta, e impone decisiones, le desagrada las discusiones y las críticas.

El profesor que genera un clima de confianza en el aula (profesor integrador), es un contraste con el profesor autoritario. El profesor integrador trabaja con los alumnos invitándoles a la cooperación; con su comportamiento provoca que los alumnos tengan confianza en sus capacidades, y acepta el error como parte del proceso de aprendizaje.

En estudios que se han hecho en Inglaterra, Escocia y México a pesar de ser lugares y culturas diferentes, las actitudes de los profesores y alumnos en las interacciones son similares. Por ejemplo, la mayoría de los alumnos comparten una estrategia básica que es la de agradar al profesor. Los alumnos se preocupan más por seguir el juego que el maestro quiere que sigan. En clases los alumnos no cuestionan a la profesora sobre el conocimiento por miedo a ser ridiculizados. Miedo que se ha desarrollado por las prácticas autoritarias que prevalecen en el aula. Más que aprender un contenido, el alumno aprende cómo seguir el juego a la maestra. El alumno que aprende bien el arte de agradar al profesor es con frecuencia, calificado como "buen alumno". "El resultado es que la escuela estimula a que los alumnos respondan de acuerdo a los intereses del profesor, anulando así la capacidad de pensar y cuestionar. Finalmente lo que el alumno aprende a mostrar es un aprendizaje aparente, sin comprensión de las materias. De allí que los alumnos tienden a decir "Obtuve buenas notas en matemáticas, pero mi conocimiento de la materia es tan superficial que me considero ignorante" (Hargreaves, 1986; p. 178).

El poder que ejerce el maestro sobre el alumno no permite que el alumno se sienta libre y relajado en el aula, provocando que el alumno cumpla con tareas sólo para ser aprobado por el profesor.

La relación tan desigual que se da en el aula repercute en las actividades escolares, ya que se manifiesta en cada una de ellas. Casi todas las actividades se elaboran mecánicamente, en donde el alumno difícilmente entiende el conocimiento.

Cuando un profesor es autoritario no se preocupa de crear situaciones didácticas que lleven a los alumnos a interactuar con el conocimiento y con sus compañeros para que de esa manera cuestionen lo que están aprendiendo y en ese proceso de cuestionar y reflexionar lleguen a comprender cierto contenido. Con el autoritarismo se genera un aprendizaje dirigido o tradicional, en donde el profesor es el que pregunta, y muchas veces, es él mismo quien da las respuesta sin esperar a que el alumno piense, reflexione y conteste,

Lo contrario del aprendizaje dirigido está el aprendizaje que se da por descubrimiento, éste se desarrolla en un ambiente de confianza. La relación o interacción maestro – alumno se da en un ambiente de comprensión y aceptación. Aquí no importa tanto agradar o ser aprobado por el profesor, lo más importante es desarrollar la capacidad de pensamiento para que de esa forma se entienda y comprenda el conocimiento. A este tipo de aprendizaje Carl Rogers, lo ha llamado aprendizaje significante, el cual considera al alumno como el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje. Aquí la interacción maestro alumno tiende a ser simétrica. Para que se desarrolle el aprendizaje significante Carl Rogers (en Hargreaves, 1986) sugiere que el maestro cambie su rol: No puede seguir siendo el profesor autoritario que aprueba y desaprueba, sino que debe tomar una actitud de aceptación. "El profesor tiene que tender a promover una relación cuyo carácter sea la aceptación "(Hargreaves, 1986; p. 192) Con esa nueva actitud, el profesor se transforma en una persona capaz de dialogar, discutir y aceptar ser cuestionado por los alumnos. De esa forma se va creando una interacción de camaradas. Su principal función será facilitar el aprendizaje mediante la creación de un clima de confianza. Una de sus preocupación será ¿cómo hacerle para crear una actitud que provoque confianza y que facilite al alumno el aprendizaje?.

En este tipo de interacción ya no será el alumno el que sólo se adapte al profesor, sino que el profesor también se adaptará al alumno.

Las interacciones que se viven en un aula en donde el profesor busca que el alumno descubra el conocimiento, se vive no sólo una interacción maestro – alumno, en donde el maestro es el que empieza la interacción, sino que las interacciones son maestro – alumno; alumno – alumno; y alumno – saber. En este tipo de interacciones el alumno trabaja en equipos, lo cual permite la cooperación, la integración, el diálogo entre compañeros, dejándose así, el individualismo.

Según Carl Rogers (Hargreaves, 1986), en la interacción profesor – alumno, en donde el maestro acepta al alumno como persona y ambos de adaptan, es caracterizada por la aceptación en donde:

- El alumno quiere aprender.
- La facilitación del aprendizaje se apoya en el carácter de la relación profesor – alumno con una actitud de aceptación y no de amenaza.
- El profesor valora al alumno.
- El profesor confía en el alumno.
- El profesor establece empatía con el alumno.

En este tipo de interacción el alumno se hace más seguro de sí mismo, no tiene miedo a enfrentarse con el conocimiento, desarrolla autonomía, encuentra gusto por el aprendizaje, se siente reconocido como persona, desarrolla sus habilidades sin tener miedo al error, ve al maestro como un guía con el que juntos están descubriendo el conocimiento.

CAPÍTULO 4

HABILIDADES Y DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ALUMNOS DE LA PROFESORA ANDREA EN EL CASO DEL VOLUMEN.

4.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS EN EL TURNO MATUTINO

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados que se obtuvieron en los cuestionarios que se aplicaron a cinco alumnos de sexto grado del grupo de la profesora Andrea, después de haber realizado siete observaciones de clase, en donde se trabajaron las lecciones del libro de texto gratuito correspondientes al tema de volumen, que se detallan en el Anexo 4A.

En el análisis se detectan las competencias y las dificultades que presentan los alumnos al dar respuesta a cada pregunta. Además se intenta explicar ¿qué hay detrás de las dificultades y aciertos de los alumnos y qué importancia significativa tienen los procedimientos que los alumnos siguieron?

Los resultados se han organizado en cuadros y se utilizaron los vocablos "correcto" e "incorrecto" para separar las respuestas, pero no con el fin de hacer una evaluación tradicional, puesto que lo interesante aquí es tratar de explicar el desempeño de los alumnos y no de evaluarlos.

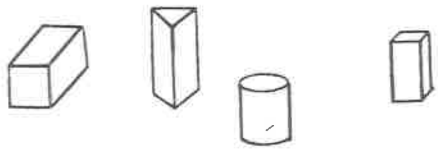
CUESTIONARIO No. 1

El cuestionario uno contiene cuatro preguntas. La primera busca saber qué entienden los alumnos por un prisma. Las otras tres requieren del cálculo del volumen de un prisma. A continuación se detallan los problemas y sus respuestas.

El cuestionario número uno pretende ver dos situaciones: uno es conocer, si el alumno puede identificar un prisma, y el otro es, si puede obtener su volumen a través del conteo de cubos.

CUADRO No. 1

1. a) Encierra el dibujo que no represente un prisma
   b) ¿Por qué?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	Cilindro	4
INCORRECTO	Prisma	1

Total de alumnos 5

La pregunta 1, permite ver si el alumno identifica un prisma y en qué se basa para determinar si un cilindro es un prisma o no lo es.

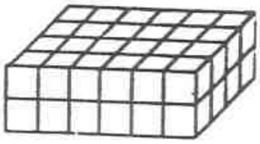
Uno de los alumnos, argumenta que un cilindro no es un prisma porque los prismas tienen caras y vértices, aquí se obseva que el alumno tiene nociones de algunas de las características de los prismas y que en eso se basó para dar su respuesta.

Los otros tres alumnos argumentaron que el cilindro es redondo y tiene una base circular por tanto no puede ser prisma.

Una alumna dio su respuesta tomando en cuenta la posición de los dibujos. Ella encerró el que para ella representaba un prisma. Al ver que tres de los dibujos tienen una posición vertical, entre ellos el cilindro, y que el prisma cuadrangular tiene una posición horizontal, determino que éste último es prisma y las otras tres figuras no lo son, porque para ella los prismas son horizontales, esto tal vez sea porque generalmente en el libro de texto los prismas se presentan en forma horizontal. La dificultad que tuvo para dar una respuesta correcta es que no tiene bien presente las características de los prismas y sólo se dejó llevar por la posición de los cuerpos. Lo más sorprendente, como se verá el capítulo siguiente, es que en el otro grupo ocurrió la misma confusión en una niña.

CUADRO No. 2

2. ¿Cuántos cubos forman el prisma siguiente?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	48 Cubos	5
INCORRECTO		0

Total de alumnos 5

En la pregunta dos, lo que se trata de ver es si el alumno tiene una percepción tridimensional, esto es, si interpreta la representación plana como un objeto de tres dimensiones, en el momento de contar los cubos. Al plantear esta pregunta se esperaba que el alumno contestara correctamente, siendo que este tipo de actividades se presenta a partir de cuarto grado, en la lección diez y se repite en los grados siguientes, así el alumno va desarrollando la percepción tridimensional y la identificación de los cubos ocultos; y como se puede ver en el cuadro 2, ningún alumno tuvo dificultad para dar una respuesta acertada.

Dos de las alumnas contaron los cubos de la primera capa y luego sumaron el otro nivel considerando que la cantidad de cubos del segundo nivel era igual al primer nivel. Con esto se puede ver que las alumnas lograron percibir los cubos ocultos y no sólo se dejaron llevar por las caras de los cubos que alcanzaron a visualizar.

Otro procedimiento que utilizaron tres de los alumnos fue utilizar operaciones. Teniendo el antecedente de cómo obtener el volumen por medio de la fórmula, lo que hicieron fue calcular el área de la base, y luego dos de ellos sumaron el mismo número de cubos del otro nivel. Sólo uno de los alumnos tomó el resultado del área de la base y lo multiplicó por dos. Estos alumnos en ningún momento intentaron contar cubos y obtuvieron más rápido su respuesta que el de las niñas que contaron cubos.

CUADRO No. 3

3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente?

	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	4	2
INCORRECTO	8	1
	14	1
	10 cm^3	1

Total de alumnos 5

Como podemos ver en el cuadro 3, ésta fue una de las preguntas que más dificultades presentó en cuanto al conteo de cubos. Como vimos en la investigación realizada por Figueras y Waldegg (1986), este tipo de preguntas presenta más problemas, tal vez, porque se presentan cubos fraccionados.

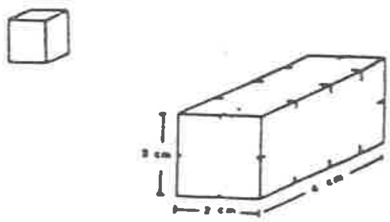
En los procedimientos usados por los alumnos para dar su respuesta, vemos que a pesar que en la pregunta dos habían contado bien los cubos viéndolos de forma tridimensional, en esta pregunta cuentan las caras que alcanzan a ver en los cubos teniendo una visión bidimensional, además que hay confusión al ver cubos fraccionados.

Los dos alumnos quienes dieron una respuesta acertada, lograron percibir en la primera capa dos cubos completos y contaron por un cubo las dos mitades que se presentan, después agregaron los cubos del segundo nivel. Aquí se observa una percepción tridimensional desarrollada por los alumnos.

Una de las dificultades apreciadas en uno los procedimientos utilizados por los alumnos que no lograron dar una respuesta acertada, es que, cuentan todas las caras de los cubos que se alcanzan a ver, y luego duplican el total de caras que obtuvieron, tal vez porque son dos niveles.

CUADRO No. 4

4. ¿Con cuántos cubos de 1cm por lado se puede formar el cubo siguiente?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	16 cubos	4
INCORRECTO	40 cubos	1

Total de alumnos 5

Para contestar la pregunta cuatro, el alumno podía utilizar el procedimiento por conteo de cubos o el del uso de la fórmula. Las dos opciones se facilitaban, ya que la figura contiene las marcas para formar los cubos y las medidas de cada lado (ancho, largo y alto). Sin embargo la dificultad era que no aparecía la cuadrícula completa.

En el cuadro 4 se puede ver que la pregunta casi no presentó dificultad para los alumnos de este grupo. Uno de los motivos es que la figura marca las tres medidas requeridas para sacar el volumen, y esto se aprecia en el tipo de procedimiento utilizado por los alumnos. A pesar que una alternativa era marcar los cubos en el prisma y luego contarlos para que de esta manera se obtuviera el volumen y así retomar su conocimiento que ya tienen del uso de la fórmula para calcular el volumen de un prisma y multiplicar las tres medidas que marca la figura. Aquí se ve que cuando el alumno conoce la fórmula ya no intenta contar cubos para la obtención del volumen de un cuerpo geométrico.

El alumno que contestó que eran 40 cubitos los que forman el prisma, utilizó el procedimiento de conteo, su problema fue que después de marcar los cubos dentro del prisma, tuvo una percepción bidimensional y contó todas las caras que se veían en el prisma.

Es importante decir que, este alumno en la pregunta dos no tuvo problemas y realizó bien el conteo de cubos de la figura geométrica, es por eso que considero que lo que influyó para que él tuviera una percepción bidimensional fue que en el momento de trazar las líneas en el prisma consideró cuadrados y no cubos.

CUESTIONARIO No. 2

Como en el primer cuestionario, en este se plantean cuatro preguntas. La primera indaga lo que el niño entiende por "volumen". La siguiente requiere de la conservación de volumen interno sin usar unidades convencionales. Esta pregunta se hace en tres momentos: en el cuestionario de diagnóstico, en el cuestionario 2 y al finalizar el cuestionario 7 y un análisis de estas tres aplicaciones lo incluiremos en las conclusiones finales. El tercer problema, como el último del cuestionario 1, requiere calcular el volumen de un prisma en el que ya no se ven dibujados los cubitos, sólo unas marcas en las aristas.

Como la pregunta 4 no requería una respuesta escrita no se incluye en este análisis, pero sobre ella se comentará en las conclusiones finales.

CUADRO No. 5

1. ¿Qué es el volumen?

Respuestas	Frecuencia
Es la capacidad y cantidad de lo que le cabe a algo y cuanto puede tener adentro.	2
Es la medida con cubos o la forma de saber cuántos cubos hay.	1
Es la forma de saber el volumen de un cubo.	1
Es la base de toda la figura y esta se puede hacer multiplicando sus lados.	1

Total de alumnos 5

Uno de los objetivos de este cuestionario es saber qué idea de volumen se formó el alumno, después de haber tenido algunas sesiones del tema de volumen.

Parece ser que la manera en que la profesora desarrollo las actividades del libro de texto gratuito y otras de apoyo, influyeron en la idea que los alumnos se hicieron del volumen. Dependiendo de la concepción que la profesora tenga de volumen va a ser el concepto que el alumno se forme. A este respecto, vale la pena rescatar el hecho que se mencionó en el capítulo 4 en torno a que la maestra Andrea afirma que el volumen es el espacio que ocupa un cuerpo y su capacidad. Además de que ella inicia el trabajo con volumen dando la fórmula.

En el cuadro 5 se ve que tres alumnos dieron una definición que los acerca a la idea de volumen. Dos de ellos ven el volumen en términos de capacidad, es decir, para ellos el volumen es lo que le cabe adentro de los objetos. Uno de los alumnos dice " el volumen es la capacidad y cantidad de lo que le cabe a algo".

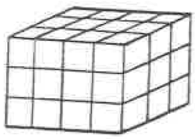
El tercero, en cambio, se refiere al volumen interno (en el sentido de Piaget) y dice el volumen es " la medida con cubos o la forma de saber cuántos cubos hay", lo cual indica también que relaciona el volumen con un proceso para obtener un número o medida.

De las dos alumnas que tuvieron dificultades para contestar, una de ellas escribió: "es la forma de saber el volumen de un cubo". Con esta respuesta, tal vez, la alumna estaba pensando en el procedimiento que se utiliza para calcular el volumen de un cuerpo, es decir usando la fórmula, y esto lo podemos ver por el tipo de respuesta que da en la pregunta 3 de este mismo cuestionario, ya que esta pregunta está relacionada con la uno de una manera práctica. Puede decirse que su noción de volumen es más cuantitativa que cualitativa. La respuesta de la otra alumna, indica que confunde el volumen con el área y explica cómo se puede obtener multiplicando sus lados. Esta alumna da una respuesta de tipo superficie (De acuerdo a los términos usados por Ricco y Vergnaud, 1983).

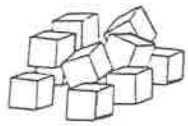
Estas dos alumnas pueden haber sido influidas por la idea inicial de la maestra de presentar la fórmula aunque no lo han acabado de asimilar.

CUADRO No. 6

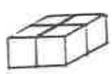
2. Este bloque se ha formado poniendo algunos cubos



a) ¿Cuántos cubos forma el bloque si no hay huecos dentro? ________
b) Se ha deshecho el bloque y se quiere hacer una torre con todos los cubos



¿Cuántos pisos tendrá cada torre, si cada piso es de esta forma?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	a) 36 cubos	4
	b) 9 pisos	3
INCORRECTO	a) 66 cubos	1
	b) 11 pisos y sobrarían 2 cubos	1
	4 pisos	1

Total de alumnos 5

La pregunta dos se ha planteado para conocer si el alumno conserva el volumen y si es capaz de percibir todas las unidades que conforman el cuerpo (volumen interno).

En el inciso (a) fueron cuatro respuestas correctas y una incorrecta. Para responder a la pregunta, tres de los alumnos contaron los cubos del primer nivel y luego sumaron el total de cubos del primer nivel con el total de cubos de los otros dos niveles. Esta situación lleva a pensar que para estos niños no es tan natural el uso de la multiplicación cuando se suman sumandos repetidos. Esto sugiere que difícilmente podrían comprender la fórmula para calcular el volumen, que se basa en multiplicaciones.

Sólo un alumno contó los cubos del primer nivel y multiplico por tres, refiriéndose a los tres niveles que tiene la figura.

Lo que es claro es que los cuatro alumnos que respondieron correctamente fueron capaces de percibir todas las unidades que conforman el cuerpo, es decir, que lograron ver los cubos ocultos.

El alumno que contó 66 cubos fue porque contó todas las caras visibles de los cubitos (unidades) que conforman el prisma; después duplicó la cantidad de cubos, ya que consideró que sólo había contado los cubos de las tres caras del prisma y faltaban las otras tres caras que no se veían. La manera como este alumno contó los cubos es una evidencia de que su primera percepción del dibujo fue bidimensional (vio el cuerpo geométrico como una figura plana), no visualizó la tridimensionalidad de las unidades (cubos) que conforman el prisma; aunque al duplicar la cantidad de cubos que había contado, hace pensar que sí imagina al prisma en tercera dimensión, ya que toma en cuenta las tres caras que la figura no muestra.

El inciso (b), pretende conocer si el alumno conserva el volumen interno (ver capítulo 3) de los cuerpos. Se le muestra un cuerpo con una cantidad de cubos y luego se deshacen para que el alumno forme otro cuerpo diferente al bloque que se le presentó, pero con la misma cantidad de cubos.

Dos de los alumnos que contestaron acertadamente realizaron una división para encontrar la respuesta. Dividieron 36 (de los cubos que conformaban el prisma inicialmente) entre 4, (cuatro por el número de cubos que formaban la base de la torre que se quería construir) obteniendo como resultado 9.

El procedimiento que utilizó una de las alumnas fue una multiplicación. Empezó a buscar un número que multiplicado por 4 diera como producto 36. Primero multiplicó 13x4=52 y partiendo de ese resultado buscó un número más pequeño que trece para poder acercarse a 36; encontrando el número 9.

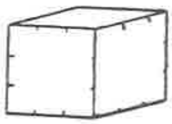
Ningún alumno se valió del dibujo para dar la respuesta, a pesar que casi todas las actividades que anteriormente habían realizado utilizan dibujos para facilitar el problema.

La alumna que contestó que la torre tendría cuatro pisos, vemos que en el inciso (a) contestó acertadamente porque contó bien los cubos de la figura del prisma. Es por eso que extraña que la respuesta del inciso (b) la tuviera incorrecta, siendo que le podía servir de base la respuesta del inciso (a) para responder bien el inciso (b), pero la alumna contestó mal la pregunta por que en el momento de escribir la respuesta se equivocó y en lugar de escribir 9 escribe 4. Sin embargo podemos apreciar en su procedimiento que sabía lo que buscaba. Ella va buscando el resultado por pasos. Primero considera cuatro pisos de cuatro cubos son 16 cubos + otros 16 cubos, obtengo 32 cubos + otro piso de 4 cubos son 36 cubos.

La alumna que dice que la torre tendría 11 pisos y sobran 2 cubos , es porque ella cuenta en principio 66 cubos del prisma inicial y para contestar el inciso (b) divide 66 entre 4 obteniendo como resultado 11 y como residuo 2, pero es porque su división está mal realizada.

CUADRO No. 7

3. ¿Cómo obtendrías el volumen de la caja siguiente?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	Sumando los cubos que tiene adentro.	1
	Sacando el área de la base y multiplicarlo por la altura.	1
	Poniéndoles los cubos.	1
INCORRECTO	Poniendo bloque y sacando el área.	1 1
	Sumando sus lados y los cuadros.	

Total de alumnos 5

El planteamiento de esta pregunta se hizo con el fin de saber cuál es el procedimiento que los alumnos utilizan para encontrar el volumen de un cuerpo geométrico que no está formado por cubos aunque se sugiere una manera de dividirlo en cubos, en el dibujo que se le presenta. El procedimiento que más utilizan es el que los lleva al uso de la fórmula, o si no, al procedimiento de conteo de cubos, que es el que más se trabaja en los libros de texto gratuito.

De los tres alumnos que contestaron bien la pregunta, dos se inclinaron por el procedimiento del conteo de cubos. El otro alumno, mencionó la fórmula para obtener el volumen de un cuerpo.

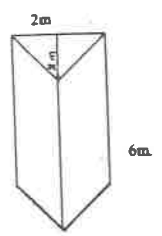
Los dos alumnos que no contestaron acertadamente, en sus respuestas se ve que más que tener la idea de volumen, tienen la idea de perímetro y área, posiblemente porque estos temas los han trabajado más en sus años anteriores de escuela

CUESTIONARIO No. 3

El cuestionario 3 contiene dos preguntas que plantean problemas acerca de objetos concretos en situaciones más o menos cotidianas. El problema 1 tiene dos incisos de dificultad similar. Ambas cuestiones pueden considerarse difíciles ya que un problema relacionado, como es el obtener el volumen del cuerpo que resulta de duplicar algunas de las dimensiones lineales de otro cuerpo, causa muchas dificultades ya que es común pensar que se obtiene el doble del volumen del cuerpo original. Sobre estos aspectos en el marco teórico se han comentado ya los trabajos de Vergnaud y sus colaboradores. (ver por ej. Ricco y Vergnaud, 1983)

CUADRO No. 8

1. Si un tanque de gasolina tiene la forma de un prisma de base triangular con las medidas que se indican en la figura siguiente.



y se requiere que el tanque tenga el doble de capacidad:

a) ¿Cuánto tiene que medir la altura, si la base no cambia?

b) ¿Cuánto tiene que medir la base, si su altura no cambia?

	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	a) 12m b) 4cm	5 1
INCORRECTO	a) ----- b) 12m. 8m	0 1 3

Total de alumnos 5

El problema 1, inciso (a) fue uno de los problemas en donde los alumnos no tuvieron dificultad para dar una respuesta acertada. Sólo tenían que duplicar la altura de la figura del prisma triangular. Esto no fue difícil, ya que en las actividades de los libros de texto gratuito realizaron ejercicios en donde tenían que duplicar los niveles de algunos prismas con el procedimiento de conteo de cubos. Estas actividades les sirvieron de base para poder dar respuesta al inciso (a).

En el inciso (b), sólo un alumno dio la respuesta correcta a la pregunta. Para obtener la respuesta, el alumno observó que para obtener el doble del área de la base lo que tenía que hacer era duplicar la longitud de la base del triángulo y después multiplicar por su altura y dividir entre dos, de esa forma obtenía un área del doble que de la base original.

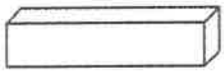
Tres de los alumnos que tuvieron dificultades para contestar, lo que hicieron fue multiplicar las dos medidas que se marcaban en el triángulo (base del prisma) y después la duplicaron. Tal vez pensaron que para duplicar el área de la base lo que tenían que hacer era duplicar sus magnitudes. Este es un error común tanto para el área como para el volumen, la creencia de que si se duplican las magnitudes lineales de una figura (o cuerpo) el área (o volumen) se duplica (ver

Sáiz, 1999, pp.104-105). Uno de ellos dice: "la base mide 8 porque 2x2 son 4 y el doble de 4 es 8".

La alumna que dio como resultado 12 m. es porque parece ser que no entendió la pregunta. La explicación que ella da del por qué obtuvo 12 es " saqué el área del triángulo y obtuve 2 y al duplicarlo sale igual 12. Cuando ella dice que saldría igual, se refiere al resultado del inciso (a). Esto es, posiblemente porque no encuentra diferencia entre ambas preguntas.

CUADRO No. 9

2. ¿Qué medidas debe tener una cisterna de forma de un prisma con base rectangular para que pueda contener 3000 litros?



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	Debe tener 3m por 1m por 1m.	1
INCORRECTO	1000x3	1
	10m.	1
	100m, 60m y 5m.	1
	No tuvo ninguna idea	1

Total de alumnos 5

La pregunta 2 fue una de las que más dificultades presentó en los alumnos, tanto de este grupo como en el de la maestra Rosa María. Un motivo es que la equivalencia de litros a metros cúbicos casi no se trabajó en clase. Además el libro de texto gratuito de sexto año sólo tiene una actividad relacionada a las equivalencias de metros cúbicos a litros. Este tema se estudia más en la secundaria.

La alumna que tuvo correcta su respuesta fue porque para encontrar las medidas de la cisterna lo hizo a través de intentos, es decir, iba poniendo varias medidas, pero sabiendo que un metro cúbico equivale a 1000 litros.

Los alumnos que no supieron qué hacer para dar una respuesta acertada fue, en parte, porque no tenían presente a cuántos litros equivale un metro cúbico y, también porque aparentemente todavía no han comprendido la medida del volumen como el producto de tres cantidades. En este sentido puede ser rescatable la respuesta 100m, 60m y 5m que intenta obtener el número 3000 como producto de tres cantidades, aunque falle, pues el producto de los números que propone es 30 000.

CUESTIONARIO 4

Como se ha visto, del cuestionario 1 al 3 hay un cierto aumento de dificultad. En el sentido de que los problemas tienden a separarse del modelo concreto de cubos hacia cuerpos o recipientes más generales. Sin embargo, los resultados del cuestionario tres motivaron a regresar al modelo de cubitos, aunque como se podrá observar al leer los problemas planteados, éstos han aumentado su dificultad respecto a los cuestionarios 2 y 3, además de que las preguntas son más variadas.

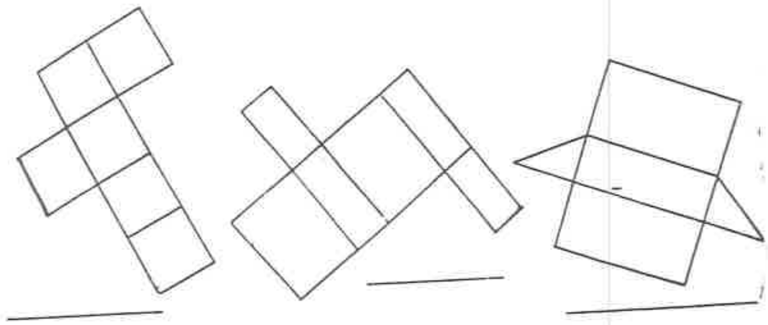
El problema 1 se planteó porque desde segundo año en los textos se trabajan varias actividades con desarrollos planos e interesaba conocer su desempeño en este aspecto.

Algunos de los problemas de este cuestionario llevan de nuevo al alumno a utilizar el procedimiento de conteo de cubos. El alumno no tiene la necesidad de realizar operaciones, puesto que puede apoyarse en los dibujos que se presenta en cada pregunta o con dibujos elaborados por él mismo.

Los resultados obtenidos por los niños se detallan en los cuadros 10 a 14, que aparecen en los siguientes párrafos.

CUADRO No. 10

1. Observa los planos siguientes y escribe que cuerpo geométrico se forma



	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	a) Cubo b) Prisma rectangular c) Prisma triangular	5 4 3
INCORRECTO	a) ----------- b) Rectángulo c) Cuadrado Triángulo	0 1 1 1

Total de alumnos 5

Un fin de la pregunta es conocer qué tanto el niño puede pasar de una representación plana dimensional a una en tercera dimensión. En principio se esperaba que la pregunta no fuera compleja para ellos, puesto que este tipo de ejercicios los han realizado desde segundo grado.

La pregunta se conforma por tres incisos. Los resultados del inciso (a) fueron satisfactorios. El plano que se les presenta es el de un cubo y es el plano con el que más están familiarizados ya que desde cuarto año se maneja armado de cubos de diferentes tamaños.

El inciso (b), presenta el plano del prisma rectangular. De los cinco alumnos que contestaron el cuestionario, cuatro de ellos contestaron correctamente.

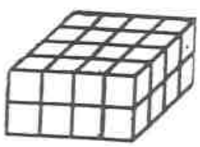
Una de las alumnas que respondió bien el inciso (a) tuvo dificultad para contestar el inciso (b) y el inciso (c) , esto se debió a que sólo vio las figuras de manera plana ya que para el inciso (b) dice " es un rectángulo por la forma del dibujo" y para el inciso (c), también dice "es un triángulo por su forma". Vemos que la niña no reconoce los dibujos como desarrollos planos de cuerpos, sólo visualiza la figura en dos dimensiones y se dejó llevar por una de las figuras planas que contenía el desarrollo plano

La alumna que en el inciso (c) contestó que el desarrollo plano era un cuadrado fue porque ella vio que lo conformaban cuadrados y dice "es un cuadrado porque tiene forma de cuadrado" Aquí se puede notar que además que la alumna no visualizó que con el plano podía formar un prisma triangular no alcanza a ver que el plano se conformaba por triángulos y rectángulos.

Como vemos los niños de sexto grado aún tienen dificultades con las representaciones planas de cuerpos.

CUADRO No. 11

2. Observa cuántos cubos hay en la construcción siguiente y contesta.



a) ¿Cuántos niveles tiene?
b) ¿Cuántos cubos hay?
c) ¿Si se duplican los niveles, cuántas veces aumenta el número de cubos?

d) ¿Cuántos cubos hay?

	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	a) 2 niveles	5
	b) 32 cubos	5
	c) 2 veces	3
	d) 64 cubos	4
INCORRECTO	a) ----------------	0
	b) ----------------	0
	c) 32 veces	1
	4 veces	1
	d) 54 cubos	1

Total de alumnos 5

Esta pregunta la conforman cuatro incisos.

El cuadro 11 muestra que en el inciso (a) no hubo frecuencia de error. Esto quiere decir que los alumnos no tuvieron problema para contestar. Lo único que tenían que hacer era observar la figura y contar el número de niveles del prisma.

En el inciso (b), los cinco alumnos contestaron que el prisma tiene 32 cubos. Todos ellos contaron primero los cubos del primer nivel (percibiéndolos en tercera dimensión) y, luego cuatro de los alumnos multiplicaron por 2 para después obtener el total de cubos. Sólo un alumno sumó 16+16=32.

En el inciso (c), tres alumnos logran entender que al duplicarse los niveles de la figura del prisma el número total de cubos aumenta 2 veces y no 32 veces como lo entendió otro de los alumnos. Tal vez el alumno que respondió que el número de cubos aumentaba 32 veces es porque él consideró que una vez correspondía a un cubito, entonces al duplicarse los 32 cubos iniciales, éstos aumentaban otros 32 cubos.

El alumno que contestó que el número de cubos aumentaba 4 veces, es porque, posiblemente él ve el total de niveles con los que termina el prisma al duplicar los niveles, y cuenta 2 niveles que se tenían más 2 niveles que aumentó son 4 niveles, Aunque su respuesta no sea correcta, podemos decir, que el alumno se percató que al duplicarse el número de niveles del prisma aumentaban 2 niveles.

En la pregunta del inciso (d) los alumnos tenían que tener en cuenta el total de niveles que conformaban el prisma para después contar el número de cubos y de esa forma saber cuántos cubos había en total. Ellos podían considerar la respuesta del inciso (b) y sólo tenían que aumentar el número de cubos de los 2 niveles aumentados.

Tres de los alumnos efectuaron una suma para obtener la respuesta. Sumaron 32+32=64.

El alumno que en el inciso (c) contestó que el número de veces que aumentaba el número de cubos era 32 en el inciso (d) escribe que en total hay 64 cubos. Esto indica que efectivamente, el alumno consideró una vez como un cubo, por lo tanto, para él 32 veces que aumenta el número de cubos significa aumenta 32, más 32 cubos que ya se tenían da un total de 64 cubos.

El cuadro muestra que un alumno escribe que el total de cubos es 54. Este alumno contó bien los cubos (esto lo vemos en su respuesta del inciso b), pero en el momento de sumar se equivoca y en lugar de obtener 64 obtiene 54.

CUADRO No. 12

3. Si con 36 cubos se arma un prisma de 3 niveles, con 24 más

a) ¿Cuántos niveles se pueden agregar?

b) ¿Cuántas veces aumento el número de niveles?

c) ¿Cuántos cubos tendría el prisma si tuviera 15 niveles?

	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	a) 2 niveles b) 2 veces c) 180 cubos	3 5 4
INCORRECTO	a) 1 y medio 5 niveles b) ----------- c) 150	1 1 0 1

Total de alumnos 5

El inciso (a) de la pregunta 3 no presenta ninguna figura. Para dar respuesta el niño tiene que hacer un dibujo o bien realizar una operación.

Tres de los alumnos que contestaron que el prisma aumentaba 2 niveles dibujaron el prisma con 5 niveles. Antes de dibujar dividieron 36 entre 3 con el fin de saber cuántos cubos tendría cada uno de los niveles. Dos de éstos alumnos dibujaron el prisma con niveles que estaban conformados por 3 cubos de ancho y 4 cubos de largo. El otro alumno dibujó el prisma con niveles que tenían 2 cubos de ancho y 6 cubos de largo. De está forma los alumnos lograron ver que con 24 cubos el prisma aumentaba 2 niveles.

El alumno que respondió que el prisma aumentaba 5 niveles es el mismo niño que en la pregunta 2 inciso (c) contesta que los niveles del prisma aumentan 4 veces y, como ya se dijo, este alumno ve el prisma al final como un todo. Esta situación se vuelve a repetir en la pregunta 3 inciso (a). El alumno contesta que el número de niveles que se deben agregar son 5, pero es porque nuevamente termina viendo el prisma como un todo. Otro aspecto que se logra ver en sus dos respuestas es que no lee bien las preguntas y se concreta en observar sus dibujos y en ver con cuántos niveles termina cada figura.

Hay un alumno que escribe que se pueden agregar un nivel y medio, pero cuando se le preguntó porque daba esa respuesta no tuvo razones, lo cual me lleva a pensar que únicamente contestó por contestar. Cabe mencionar que este alumno no realizó el dibujo del prisma.

El inciso (b) fue planteado sin recapacitar en las dificultades de las expresiones "n veces más", "n veces menos". La respuesta correcta, dos tercios, es además fraccionaria. Esta situación nos obliga a anular la pregunta y a no analizarla.

Para dar respuesta al inciso (c) el procedimiento que utilizaron dos de los alumnos fue multiplicar 12 cubos x 15 niveles = 180 cubos.

Otro alumno sumó 36 cubos de los tres primeros niveles más 24 de los otros dos niveles = 60 y, dice "si en cinco niveles son 60 cubitos, entonces 60+60+60 = 180".

La niña que escribe que el prisma tendría 150 cubos fue porque en el momento de sumar tuvo un error, pero cuando ella explica cómo le hizo para llegar a resultado demuestra que había entendido el problema y que además el procedimiento que utilizó fue correcto. Ella comenta " sume 3 veces la cantidad de cubitos que tenía todo el prisma"; es decir 60+60+60.

Vale la pena señalar que una de las alumnas que contestó que el prisma tendría 180 cubos, en su procedimiento notamos que no entendió el problema, puesto que multiplica 15 niveles x 24 cubos = 360, pero termina escribiendo 180 porque ve que sus compañeros estaban dando esa respuesta.

CUADRO No. 13

4. Si tengo 108 cubos y quiero armar una torre que tenga de base 6 cubos ¿Cuántos niveles tendrá la torre? ____________

	Respuestas	Frecuencia
CORRECTO	18 niveles	5
INCORRECTO	----------	0

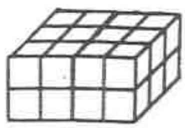
Total de alumnos 5

La pregunta 4 fue una de las preguntas que no presentó problema para los alumnos. Cuatro de ellos se dieron cuenta que al dividir 108 entre 6 obtendrían el resultado de la pregunta.

Un alumno para llegar al resultado realizó una serie de aproximaciones. Primero multiplicó 6x10 = 60 hasta llegar a 6 x 18 = 108. Esto muestra que algunos niños de sexto año todavía no utilizan con soltura la división.

CUADRO No. 14

5. Observa el prisma siguiente y contesta ¿cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos?



Alternativa	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	51 niveles	3
INCORRECTO	50 niveles 306 niveles	1 1

Total de alumnos 5

El procedimiento que utilizaron tres de los alumnos para contestar esta pregunta fue dividir 612 cubos entre 12 cubos que tiene cada nivel

Lo que hizo uno de los alumnos fue dividir 612 entre 2 = 306. Esto lo hace porque tuvo problema para interpretar y entender el problema. Consideró el 612 como dato que le daban y el 2 por los dos niveles que visualizaba en el dibujo del prisma.

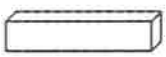
La alumna que escribió que eran 50 niveles los que tendría el prisma rectangular, en su procedimiento muestra que al principio entendió el problema, siendo que fue aproximando hasta acercarse a 612. Al multiplicar 12 x 50 obtiene 600 y se da cuenta que le sobran 12 por lo tanto deduce que son 51 niveles, pero después duda al ver el prisma. Ella toma en cuenta que el dibujo muestra que el prisma se compone por 24 cubos, entonces resta 612 – 24 = 588. Piensa que con 588 forma 49 niveles + los 24 cubos que muestra la figura del prisma, son 612. Aquí vemos que la alumna no se da cuenta que el prisma que había visualizado al principio se conforma de dos niveles de 12 cubos cada nivel y no de un nivel de 24 cubos

CUESTIONARIO No. 5

El cuestionario cinco consta de tres preguntas, las cuales se plantearon con el propósito de ver qué es lo que más se le facilita al alumno para obtener el volumen de un cuerpo geométrico: usar el procedimiento de conteo de cubos o la fórmula para obtener el volumen de un sólido.

CUADRO No. 15

1. ¿Cómo le harías para encontrar el volumen del cuerpo siguiente?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	Cuadricularía o mediría toda la figura para saber cuál es el volumen. *	1 1

	Sacando el área de la base por la altura del cuerpo. Sacaría las medidas de lo largo, lo ancho y la altura; y luego multiplicaría lo largo, lo ancho y la altura.	1
INCORRECTO	Con las medidas del área y el perímetro multiplicaría el área y el perímetro. Sacando el área de la figura, su base y su altura.	1 1

Total de alumnos 5

* Muestra en su dibujo el prisma dividido en cubos.

En la pregunta 1 se les da a los alumnos un prisma rectangular en blanco (sin unidades cúbicas), con el fin de que no tengan ninguna pista para saber cómo obtener el volumen.

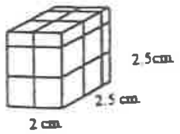
Es importante decir que el procedimiento que más utilizaron los alumnos en los ejercicios planteados en su libro de texto gratuito fue el de conteo de cubos. Sin embargo en el cuadro No. 15 se ve que sólo un alumno contestó que para obtener el volumen del prisma cuadricularía toda la figura.*

Dos de los alumnos dan a conocer con su respuesta que utilizarían la fórmula (área de la base x altura o largo por ancho por altura). También la intención de los dos alumnos que respondieron incorrectamente era utilizar la fórmula, pero su error fue que no se acordaron de ella. Esto se ve en sus respuestas; lo que hace uno de ello dice que " multiplicaría el área del prisma x el perímetro", tomando como área dos caras del prisma y como perímetro un lado de una de las caras de la figura. Otro de los alumnos dice que "obtendría el volumen sacando el área de la figura, su base y su altura". Para indicar cuál es el área de la figura el alumno ilumina todo el prisma y marca como base la parte de abajo del prisma y como altura una perpendicular a su base.

Finalmente se observa ver que, el alumno se inclina más por utilizar la fórmula para obtener el volumen de un cuerpo. Este procedimiento es el que se ha venido usando en años anteriores a la propuesta de 1993, y sabemos que la mayoría de las veces se hacía de manera mecánica, ahora la pregunta es, ¿ después de que el alumno ha realizado una serie de actividades previas a la aplicación de la fórmula, realmente ha entendido el por qué de la fórmula? Parece que no todos.

CUADRO No. 16

2. ¿Cuál será el volumen de la siguiente construcción?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	10	2
	$10cm^3$	2
	10.0 cubos	1
INCORRECTO	--------------------	0

Total de alumnos 5

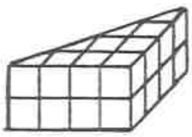
En la pregunta 2, se le presenta al alumno un prisma rectangular dividido en unidades cúbicas y a diferencia de los otros prismas, éste tiene mitades de cubos. Se pretende ver qué es lo que hace el alumno: utiliza la fórmula o cuenta cubos para obtener el volumen del sólido.

En el cuadro No. 16 se ve que los cinco alumnos se inclinaron por usar la fórmula; multiplicaron las tres medidas que están marcadas en la figura

Es importante decir, que sólo dos alumnos después de anotar el resultado indicaron las unidades de las que estaban hablando (centímetros cúbicos). Este hecho se nota constantemente en las respuestas de los alumnos de los dos turnos. Una explicación es que en clase las maestras observadas no enfatizaban la importancia de escribir después de cada respuesta numérica las unidades con las que se estaba trabajando. Otra razón puede ser que en los libros de texto los ejercicios relacionados a la obtención del volumen por medio del conteo de cubos giraban en torno a la pregunta: cuántos cubos conforma x prisma. El alumno se acostumbró a nombrarle a un centímetro cúbico, simplemente cubo, es por eso que, en uno de los alumnos contestó "de volumen tiene 10 cubos", aunque en la figura las medidas están dadas en cm cúbicos y su procedimiento fue multiplicarlas, él relaciona cm cúbicos con cubos, ya que la mayoría de los ejercicios que había realizado en su libro de matemáticas de texto gratuito y en clases consistían en contar cubos considerando un cubo como un centímetro cúbico.

CUADRO No. 17

¿Cuál es el volumen del prisma siguiente, si cada cubito mide 1 centímetro cúbico?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	16	1
	16 cm	1
	16 cm^3	3
INCORRECTO	--------------	0

Total de alumnos 5

Este cuadro muestra que los cinco respondieron alumnos correctamente. No obstante, podemos ver en sus cuestionarios que sólo tres alumnos dieron razones acertadas del por qué obtenían 16cm cúbicos. Los tres coincidieron en decir que primero contaron los cubos de arriba (primer nivel) y luego le sumaron el otro nivel. Los alumnos no tuvieron problemas para contar las mitades de cubos que conformaban el prisma triangular.

Dos de los alumnos, que también contestaron acertadamente, en sus procedimientos dejan ver que no percibieron los cubos como unidades, sino que contaron las caras de los cubos del segundo nivel (de arriba hacía abajo) y multiplicaron por 2. Ellos contaron 4 cuadrados de cada cara del prisma y después sumaron 4+4= 8 y 8x2=16. Aunque el resultado final este bien, el procedimiento es erróneo, ya que se puede ver que no contaron los cubos sino las caras debido a que percibieron el dibujo como algo plano.

CUESTIONARIO No. 6

Este cuestionario indagaba sobre diferentes aspectos del volumen. La pregunta 1 se planteó con el objetivo de saber si el alumno podía verle una utilidad al conocimiento del volumen en relación con los objetos que le rodean. Las otras dos, son problemas que requieren conversiones entre unidades de magnitudes diferentes como son el volumen y la capacidad.

CUADRO No. 18

1. Menciona cinco cosas a las que tú le puedas obtener el volumen.

Respuesta	Frecuencia
Mesa, estante, pizarrón, refrigerador y t.v.	1
Cubo, botella de leche, caja, bote y Estante	1
Vaso, caja, cisterna, cartón de leche y dado.	1
Prisma rectangular, botella, caja, cubeta, cubo.	1
Cilindro, cubo, alberca, tina y pizarrón.	1

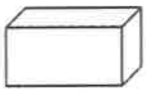
Total de alumnos 5

Todas las respuestas fueron consideradas correctas. Notamos que los objetos que más se mencionan son aquellos con los que el alumno más contacto tiene tanto en su casa como en la escuela y que muchos de ellos son más bien recipientes, por lo que se puede concluir que los niños identifican a veces los vocablos volumen y capacidad como conceptos iguales.

De los 25 objetos mencionados, sólo 4 pertenecen a cuerpos geométricas abstractos. Esto nos hace pensar, que el alumno se ha percatado que no sólo a éstos cuerpos se les obtiene el volumen, sino a todos aquellos objetos concretos que tienen forma de prisma.

CUADRO No. 19

2. ¿Cuántos litros de agua le cabrán al siguiente depósito de agua?



12m cúbicos

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	12 000	1
INCORRECTO	12 litros	3
	48 litros	1

Total de alumnos 5

La pregunta 2 de este cuestionario al igual que la pregunta 2 del cuestionario 3 buscaba saber si los niños conocían la equivalencia que hay entre metros cúbicos y litros. El cuadro nos muestra que sólo una alumna contestó bien la pregunta, ella multiplicó 12m cúbicos x 1000 porque tenía presente que 1 metro cúbico equivale a 1000 litros de agua. Esta alumna fue la misma que tuvo correcta la pregunta 2 del cuestionario 3.

Los cuatro alumnos que tuvieron mal el resultado fue porque en su procedimiento no tuvieron presente a cuánto equivale un metro cúbico en litros. Pero no sólo esto. Dos alumnos multiplicaron 4x12, ellos consideraron el cuatro por los cuatro lados que alcanzaban a ver en el depósito de agua. Aquí no consideraron que un prisma rectangular tiene seis lados y no hay ningún razonamiento que indique que tenían una idea de cómo resolver el problema.

Otro de los alumnos hizo lo siguiente: convirtió 12 m^3 a 120 cm^3 y los dividió entre 10 para saber cuántos decímetros caben en 120 cm^3. Él relacionó que como 1 decímetro cúbico es igual a un litro, entonces caben 12 litros. Aquí vemos que hay problemas de conversión y de equivalencias. Este error es común, proceder con unidades cúbicas como si fueran lineales aunque hay otro error piensa que 1 m^3 tiene 10 cm^3. Tal vez pensó que 1 m^3 es igual a 100 cm^3, pero se equivocó al obtener el 120 en lugar de 1200. Por eso luego razona "120 centímetros cúbicos es igual a 12 decímetros cúbicos". Sin embargo, este alumno conoce la equivalencia 1 dm^3 = 1 litro.

Es importante mencionar que el contenido de equivalencias o conversiones de metros cúbicos a litros sólo está presente en una lección del libro de texto gratuito de sexto grado. Posiblemente éste sea uno de los motivos por el cual los alumnos tuvieron muchas dificultades para resolver este problema; de hecho, este tipo de problemas sería más conveniente aplicarlos a alumnos de la secundaria. Sin embargo, tanto este problema como el 4 de este mismo cuestionario son problemas de las últimas lecciones del libro del niño de sexto grado y por eso se incluyen aquí.

El siguiente problema requiere la obtención del volumen de un prisma rectangular dadas sus dimensiones lineales. Sin embargo no se mencionaba el prisma, ni se ofrecía un dibujo por lo cual resultó un problema muy difícil.

CUADRO No. 20

3. Un remolque de un tráiler mide 12.7 m de largo, 2.40m de ancho y 2.75m de alto. ¿Cuál es su volumen?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	83.82000 m^3	1
INCORRECTO	17.85	2
	17.85m.	1
	No contestó	1

Total de alumnos 5

Este problema aparentemente es sencillo, ya que se le da a los alumnos las tres medidas que se necesitan para obtener el volumen de un cuerpo geométrico: Solamente que, a diferencia de los problemas contenidos en los cuestionarios anteriores, el problema 3 y 4 están aplicados a problemas más concretos.

El cuadro muestra que tres alumnos fueron los que no dieron una solución acertada. Para llegara a su resultado únicamente sumaron las tres medidas que les daban en el problema. De acuerdo a Rico y Vergnaud (1983) ellos utilizan un procedimiento de tipo perímetro. Tal vez fue porque, además de que no se les presentó ningún dibujo la redacción del problema fue diferente a los problemas anteriores. Este supuesto surge porque éstos alumnos resolvieron exitosamente el problema 2 del cuestionario 5 el cual era muy similar al problema 3 de este cuestionario, sólo que en aquél problema se les presenta el dibujo del prisma rectangular indicando las dimensiones lineales (ancho, largo y altura). Esto hace pensar que para los alumnos es más fácil resolver problemas cuando se les presenta algún dibujo. Tal vez debió decírseles que el remolque tenía forma de un prisma rectangular.

El alumno que contestó que el volumen del remolque era 83.82000 m utilizó la fórmula área de la base x altura y dice: " para obtener el resultado saqué el área de la base y la multipliqué por la altura". Cabe señalar que este alumno utilizó el mismo procedimiento que usó para resolver la pregunta 2 del cuestionario 5. Esto da cuenta que el alumno ha comprendido que para obtener el volumen de un cuerpo geométrico necesita tener sus tres medidas: ancho, largo y altura.

CUADRO 21

4. Una caja para empacar fruta mide 60cm de largo, 35cm de ancho y 30cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del problema 3. Sugerencia: encuentra el número de cajas que pueda contener una capa completa.

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	-------------------	0
INCORRECTO	No le entiendo.	1
	1080	1
	108 cajas	1
	No contesto.	1
	2231.25	1

Total de alumnos 5

De los siete cuestionarios que se aplicaron en esta investigación, el problema 4 de este cuestionario fue el que tuvo mayor frecuencia de error, debido a que resultó difícil para los alumnos.

Para resolver este problema, el alumno tenía que considerar los datos o el resultado del problema 3, esto genera una dificultad para el alumno, ya que en el problema 3 se trabajó con metros cúbicos y en el problema 4 con centímetros cúbicos. Para el niño fue problema puesto que no se había trabajado en clase o en otra lección de su libro con conversiones de medidas cúbicas.

Dos de los alumnos no contestaron y los otros dos hicieron algunos intentos para dar respuesta, pero no supieron interpretar la información del problema.

Una de las alumnas lo que hizo fue sumar las tres medidas de la caja y luego multiplicarlas por el resultado del problema 3. En este intento se ve que la alumna no se dio cuenta que lo que le estaban pidiendo no era perímetro de la caja sino el volumen. Al multiplicar por el resultado del problema 3 fue porque posiblemente vio la relación que había entre uno y otro problema, pero no entendió lo que tenía que hacer.

El alumno que dio como resultado 1080 cajas fue porque copió el procedimiento del compañero que obtuvo como resultado 108 cajas, sólo que en el momento de escribir los resultados los copió mal por eso da un resultado diferente al de su compañero.

En la resolución de este problema se ve que un alumno usó el procedimiento adecuado, pero su dificultad fue en las conversiones y en algunos errores de mecanizaciones (divisiones y multiplicaciones). Para resolver el problema este alumno realiza lo siguiente: Primero relaciona las tres medidas que le daban; tanto del remolque como de la caja. Segundo divide cada una de las medidas del remolque entre las medidas de la caja (12.7m de largo del remolque entre 30cm de largo de la caja; 2.40 m de ancho del remolque entre 35 cm de la caja y 2.75m de alto del remolque entre 30cm de alto de la caja). En su razonamiento, él muestra que entendió e interpretó correctamente el problema, sólo que no se percató de que no podía dividir metros cúbicos entre centímetros cúbicos, ya que primero tenía que realizar conversiones de metros cúbicos a centímetros cúbicos o viceversa. También se observa que tuvo un error en la primera relación de medidas porque en lugar de dividir 12.7 entre 60cm de largo de la caja dividió entre 30cm. Sin embargo sus resultados lo estaban acercando a una solución correcta porque en el momento de realizar sus divisiones no tomó en cuenta los puntos decimales; por ejemplo divide 2.40 entre 35. En esta división únicamente tacha el punto del 2.40 y resuelve la división. Esto lo hace en las demás divisiones y de esa manera obtiene como resultados 9 cajas de alto, 2 cajas de largo y 6 cajas de ancho. Por último multiplica 9x6x2 = 108 cajas.

El intento del alumno muestra dos cosas: uno que el alumno sabe interpretar los problemas; dos que para que un alumno resuelva un problema tiene que tener los elementos necesarios para dar solución a un problema. Aquí se ve que lo único que le faltó a él, fue tener presente cómo se realizaban las conversiones de medidas.

CUESTIONARIO No. 7

Este cuestionario consiste en tres problemas típicos de volumen, en los que se requiere aplicar la fórmula. En el primero se da el área de la base y la altura. En los otros dos se dan las tres dimensiones lineales sólo que en el segundo como se trata de un cubo sólo se menciona una longitud.

CUADRO No. 22

1. ¿Cuál será el volumen de un prisma triangular que tiene de base 120cm cuadrados y de altura 8cm.?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	960 cm^3	2
	960 cm	2
INCORRECTO	892 de volumen.	1

Total de alumnos 5

El cuadro 22 muestra que fueron 4 los alumnos que obtuvieron un resultado correcto. Como era de esperarse, los cuatro alumnos usaron la fórmula para obtener el volumen de un prisma triangular. Uno de ellos comenta " multipliqué 120 x 8 porque es el área de la base por la altura" y otro dice " supe qué hacer porque así va la fórmula del prisma triangular". Los otros alumnos muestran con las mecanizaciones que realizaron que, también tomaron en cuenta el la fórmula.

El alumno que contestó que el resultado del problema era 892 de volumen multiplicó 120 x 8 = 860. Aquí el alumno tuvo un error de mecanización, luego sumó 860 + 32 que obtuvo de la multiplicación 8 de altura x 4 lados del triángulo que había dibujado. Es importante decir, que este alumno escribe que el triángulo tiene 4 lados a pesar que él dibuja un triángulo con sus tres lados.

CUADRO No. 23

2. ¿Cuál será el volumen de un cubo que tiene 8 cm por lado?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	512 cm^3	3
INCORRECTO	48 de volumen	1
	32 cm	1

Total de alumnos 5

En este problema tres de los alumno que contestaron correctamente multiplicaron 8x8x8 = 512 y esto lo hacen porque ellos dicen: " Use la fórmula del cubo para resolver el problema"; "multipliqué el área de la base por la altura y lo hice porque así lo aprendí"; Multipliqué 8x8x8 porque la fórmula para sacar el volumen del cubo es lxlxl = a cúbica".

Un alumno contestó que el cubo tenía 48 de volumen y dice " Multipliqué el número de caras del cubo por la medida del lado, 6x8=48".

Otro alumno que contesta que el volumen del cubo es 32 es porque multiplicó 8 x 4 caras del cubo. El alumno no considera que el cubo tiene 6 caras, tal vez porque no tiene en el momento ningún dibujo y sólo puede traer a su mente un cuadrado, siendo que para los alumnos es más fácil imaginar figuras planas que tridimensionales.

CUADRO No. 24

3. ¿ Cuál será el volumen de un prisma rectangular que tiene 22cm de ancho, 10 cm de largo y 12 cm de altura?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	2640 2640 cm^3	1 2
INCORRECTO	22+10+12=44 44x6 lados del prisma. 44cm	 1 1

Total de alumnos 5

Los tres alumnos que resolvieron correctamente este problema son los mismos que no tuvieron dificultades en el problema anterior. Ellos utilizaron el mismo procedimiento que en los dos problemas anteriores. Multiplicaron b x a x h. Esto da cuenta que los tres alumnos tienen bien memorizadas las fórmulas para obtener el volumen de un cubo o de un prisma.

Los dos alumnos que contestaron incorrectamente el problema son los mismos que en las tres preguntas del cuestionario han tenido dificultades.

Uno de ellos suma las tres medidas del prisma rectangular y luego multiplica por 6, que corresponde al número de lados del prisma. Cuando se le preguntó por qué había realizado ese procedimiento no supo dar una razón. Su procedimiento es de tipo perímetro mezclado con uno de área lateral (multiplicar por 6).

El otro alumno también sumó sólo las tres medidas que se le daban en el problema. Tal parece que usó un procedimiento de tipo perímetro.

CAPÍTULO 5

HABILIDADES Y DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ALUMNOS DE LA PROFESORA ROSA MARíA EN EL CASO DEL VOLUMEN.

5.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL TURNO VESPERTINO

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados que se obtuvieron en los cuestionarios que se aplicaron a cinco alumnos (sexto grado) del grupo de la profesora Rosa María, después de haber realizado once observaciones de clase, en donde se trabajaron las lecciones del libro de texto gratuito correspondientes al tema de volumen. Como las preguntas y problemas son los mismos que ya vimos en el capítulo anterior, los comentarios acerca de su elaboración y planteamiento son, por lo general, los mismos. Sin embargo los volvemos a incluir para que el lector no tenga que regresar a ese capítulo para hacer esta lectura. Por supuesto los resultados y el análisis son distintos como se podrá apreciar.

Los cuestionarios se aplicaron con el propósito de conocer qué habilidades y qué dificultades presentan los alumnos en el momento de enfrentarse con problemas relacionados con el concepto de volumen.

En el análisis se detectan las competencias y las dificultades que presentan los alumnos de la profesora Rosa María al dar respuesta a cada pregunta. También se intenta explicar ¿qué hay detrás de las dificultades y aciertos de los alumnos y qué importancia significativa tienen los procedimientos que los alumnos siguieron?

En ocasiones, el análisis aplicado toma en consideración la manera en que se desarrollaron las clases de este grupo. La descripción de la dinámica de clases aparece en el Anexo 4B.

Al igual que en el capítulo 4, los resultados se han organizado en cuadros y se han utilizado las variables "correcto" e "incorrecto" para separar las respuestas.

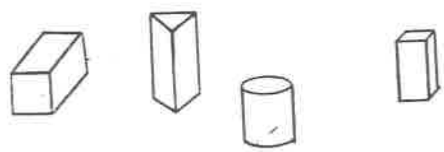
CUESTIONARIO No. 1

El cuestionario contiene cuatro preguntas. La primera busca saber qué entienden los alumnos por un prisma. Las otras tres requieren del cálculo del volumen de un prisma. A continuación se detallan los problemas y sus respuestas. Los resultados y el análisis son muy distintos entre uno y otro grupo.

CUADRO No. 1

1. a) Encierra el dibujo que no represente un prisma

   b) ¿Por qué?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	Cilindro	4
INCORRECTO	Prisma cuadrangular	1

Total de alumnos 5

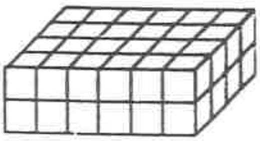
La pregunta uno, tuvo una frecuencia de cuatro aciertos y una respuesta incorrecta.

Los alumnos que identificaron qué figura geométrica no era prisma dieron razones que no se relacionaban con las características de un prisma o las de un cilindro. Por ejemplo uno de ellos dice " el cilindro no es un prisma porque no tiene lados iguales". Como vemos, aunque las respuestas sean correctas, de manera que sugieren que los alumnos tienen una percepción visual de lo que es un prisma, no resulta así cuando se busca que ellos expresen estas características.

Una de las alumnas contesta que la figura que no representa un prisma es el prisma rectangular que aparece en el extremo izquierdo y, la razón que da es que ésta figura no tiene forma. Parece ser que ella se refiere a que es la única figura que tiene su posición horizontal mientras que las otras tres figuras (incluyendo el cilindro) tienen una posición vertical, posiblemente es por eso que dice que no tiene forma de prisma. La niña se deja llevar por la posición de las figuras mas no por sus características.

CUADRO No. 2

2. ¿Cuántos cubos forman el prisma siguiente?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	48 Cubos	4
INCORRECTO	64 cubos	1

Total de alumnos 5

La pregunta 2, está relacionada con el conteo de cubos para obtener el volumen de un prisma rectangular. La dificultad prevista era que los niños no contaran cubos ocultos.

Los cuatro alumnos que obtuvieron la respuesta correcta pudieron percibir los cubos ocultos. Todos ellos siguieron el mismo procedimiento: primero contaron los cubos del primer nivel y luego duplicaron, puesto que el prisma tiene dos niveles.

Un alumno contó todas las caras que alcanzaba a ver y después sumó el número de cubitos de las dos caras laterales que no alcanzaba a ver, obteniendo como resultado 64 cubos. Este alumno además de no visualizar los cubos en tercera dimensión, tampoco percibe que el prisma tiene 6 caras, ya que sólo consideró cinco caras, y no pudo imaginar la base del prisma.

CUADRO No. 3

3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	4 cubos	1
INCORRECTO	Bxh entre 2	3
	6 cubos	1

Total de alumnos 5

Esta pregunta introduce una nueva dificultad respecto a la anterior debido a que el prisma es triangular y contiene mitades de cubitos.

Cuatro de los alumnos encontraron dificultad para contestar la pregunta 3. Posiblemente se debió a que el prisma tenía mitades de cubos y que sus caras laterales aparecen cubiertas.

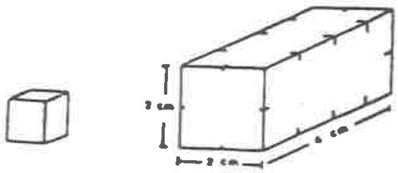
Dos de los alumnos escribieron solamente la fórmula del volumen del prisma triangular. Otro de los alumnos consideró sólo la base del prisma (un triángulo) y utilizó la fórmula Bxh entre dos, multiplicando cuatro por tres. La razón que da el alumno del porqué de su procedimiento es que él alcanza a imaginar cuatro cuadrados en una de las caras laterales del prisma y 3 porque en el primer nivel cuenta tres cuadros, él no toma en cuenta que en este nivel hay dos mitades de cubos, de ese modo obtiene como resultado 6 cubos.

En este procedimiento, se ve que el alumno no percibe los cubos como figuras tridimensionales, y además cuenta la mitad de un cubo como una unidad.

El alumno que contó 4 cubos, logró identificar que dos mitades de un cubo formaban una unidad. También percibió que en el segundo nivel había la misma cantidad de cubos que en primer nivel; es decir que logro visualizar los cubos ocultos del prisma triangular.

CUADRO No. 4

4. ¿Con cuántos cubos de 1cm por lado se puede formar el cubo siguiente?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	16 cubos	2
INCORRECTO	28	2
	33	1

Total de alumnos 5

Para contestar la pregunta 2, el alumno podía utilizar el procedimiento por conteo de cubos o el del uso de la fórmula. Las dos opciones se facilitaban, ya que la figura contiene las marcas para formar cubos y las medidas de cada lado (ancho, largo y alto). Sin embargo la dificultad era que no aparecía la cuadrícula completa.

Dos alumnos unieron las marcas de las unidades contenidas en el prisma formando la cuadrícula y después contaron los cubos, mostrando una percepción tridimensional y una comprensión del volumen interno.

Como se observa en el cuadro 4, que tres alumnos dieron una respuesta incorrecta. Dos de ellos se copiaron, por eso tuvieron la misma respuesta. Su procedimiento fue sumar los cuadrados en las caras de los tres lados visibles del prisma, más los de la base que no alcanzaban a ver.

Otro alumno contó 33 cubitos. Él contó los cuadrados de todas las caras visibles de los cubitos y sumó el número de cubos de dos caras laterales no visibles, tomando en cuenta cinco lados del prisma y equivocándose en el cálculo por una unidad.

CUESTIONARIO No. 2

Como en el primer cuestionario, en éste se plantea cuatro preguntas. La primera indaga lo que el niño entiende por "volumen". Esta pregunta se hace tres veces, a lo largo de la investigación pero en diferentes momentos: en el cuestionario diagnóstico, en el cuestionario 2 y al finalizar el cuestionario 7 y un análisis de estas tres aplicaciones lo incluiremos en las conclusiones finales. La siguiente requiere de la conservación del volumen interno sin usar medidas convencionales. El tercer problema, como es el último del cuestionario 1, requiere calcular el volumen de un prisma en el que ya no se ven dibujados los cubitos, sólo unas marcas en las aristas.

Como la pregunta 4 no requería una respuesta escrita no se incluye en este análisis, pero sobre ella se comentará en las conclusiones finales.

CUADRO No. 5

3. ¿Qué es el volumen?

Respuesta	Frecuencia
Es una medida de *capacidad* con que se puede sacar lo que tiene adentro el cubo o cualquier prisma.	1
Es la *capacidad* de figuras.	1
El volumen es la *capacidad* que le cabe a un cubo o algo que tenga	1

superficie. Es la *capacidad* de introducir cualquier cosa a los prismas.	1
El volumen es lo que se saca del contorno de una figura y se multiplica.	1

Total de alumnos 5

Uno de los objetivos de este cuestionario es saber que idea de volumen se formó el alumno, después de haber tenido algunas sesiones de tema de volumen.

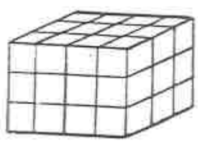
Un alumno responde "volumen es la medida de capacidad con que se puede sacar lo que tiene adentro del cubo o cualquier prisma".

Es interesante ver que de los cinco alumnos que respondieron este cuestionario cuatro de ellos utilizan el término "capacidad". Aquí es importante mencionar que la profesora de este grupo cuando se refería al volumen solamente lo hacía en términos de capacidad.

Una de las alumnas contestó que el volumen "es lo que se saca del contorno de una figura y se multiplica". La alumna tiene una confusión entre perímetro, área y volumen; no obstante, la niña puede estar en ese proceso de construcción del concepto de volumen, y parece que identifica el volumen con un cálculo numérico.

CUADRO No. 6

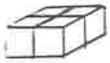
2. Este bloque se ha formado poniendo algunos cubos



a) ¿Cuántos cubos forma el bloque si no hay huecos dentro? _______

b) Se ha deshecho el bloque y se quiere hacer una torre con todos los cubos

¿Cuántos pisos tendrá cada torre, si cada piso es de esta forma?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	a) 36 cubos b) 9 pisos	4 4
INCORRECTO	a) 39 cubos b) 5 pisos	1 1

Total de alumnos 5

La pregunta dos se ha planteado para conocer si el alumno conserva el volumen y si es capaz de percibir todas las unidades que conforman el cuerpo (volumen interno).

El cuadro muestra que en el inciso (a) fueron cuatro alumnos los que obtuvieron el resultado correcto y solamente un alumno se equivocó.

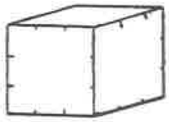
Este último, muestra en su procedimiento que el error fue en el momento de realizar la suma del total de los cubos de cada nivel. Es decir que su razonamiento fue correcto y sólo tuvo en error de mecanización.

En el inciso (b), los alumnos que acertaron su respuesta desarrollaron un procedimiento muy similar, todos ellos dividieron 36 entre 4 para saber el número de pisos que tendría la torre. Sobre un problema similar propuesto por Rico y Vergnaud (1983, p 61) se ha comentado ya en el capítulo 3. Sin embargo, vale la pena mencionar que en ese estudio dicho problema fue uno de los que tuvo mayor porcentaje de éxito (70%). En el estudio de Figueras y Waldegg (1986) se obtuvo en un problema similar un 55% de éxito.

La alumna que contestó que la torre tendría cinco pisos, en el momento que se le preguntó el por qué de su respuesta no supo contestar, parece ser que sólo contestó por terminar el cuestionario, pero no hizo ningún razonamiento lógico.

CUADRO No. 7

3. ¿Cómo obtendrías el volumen de la caja siguiente?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	Contando los cubos o multiplicando.	1
	Multiplicando lado por lado por lado.	1
INCORRECTO	Multiplicando lado por lado.	1
	Multiplicando todos los lados; lado por lado.	1
	9x4	1

Total de alumnos 5

Este problema presenta el dibujo de un cubo sin los trazos de los cubitos (unidades) que lo conforman. De esa manera el alumno tiene la libertad de pensar qué procedimiento utilizará para facilitar la resolución de tal problema, esto es, el dibujo ya no "sugiere" el conteo, como en ejercicios anteriores.

El cuadro muestra que sólo dos alumnos acertaron en su respuesta. El procedimiento que utilizaron fue diferente uno del otro. Uno optó contar los cubos y el otro utilizó la fórmula "l x l x l".

Tres alumnos tuvieron confusión en el momento de resolver el problema. Ellos confundieron el desarrollo que se sigue para obtener el área de una figura con el del volumen. Dos de los alumnos trazaron los cuadrados de las dos caras visibles del cubo y luego multiplican "l x l". Uno de ellos multiplica 9x4; el 9 representa el número de cuadrados de las caras y el 4 representa el número de caras del cubo. El alumno cuenta cuatro caras del cubo porque considera las tres caras que alcanza a ver, más la base del cubo. Aparentemente este niño primero percibe la figura de manera bidimensional, pero después, trata de ver la tridimensionalidad de la figura.

Otro alumno también traza los cuadrados de las tres caras visibles del cubo y escribe que él multiplicaría todos los lados del prisma para obtener el volumen: "l x l". Revisando esta respuesta puedo suponer que es posible que el alumno al cuadricular el cubo lo percibió de manera bidimensional, lo que lo lleva a confundirse con la obtención del área de un cuadrado y esto lo vemos en el momento que él escribe que multiplicaría l" x l".

Una alumna no cuadricula el cubo, sólo considera las dos caras laterales de éste y los considera como cuadrados, es por eso que escribe que ella obtendría el volumen multiplicando " l x l". Ella ve la figura desde una perspectiva bidimensional.

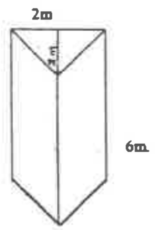
Como se observa, en este tipo de problemas no ha habido mejoramiento respecto al cuestionario 1.

CUESTIONARIO No. 3

El cuestionario 3 contiene dos preguntas que plantean problemas acerca de objetos concretos en situaciones más o menos cotidianas. El problema 1 tiene dos incisos de dificultad similar. Ambas cuestiones pueden considerarse difíciles ya que un problema relacionado, como es el obtener el volumen del cuerpo que resulta de duplicar algunas de las dimensiones lineales de otro cuerpo, causa muchas dificultades ya que es común pensar que se obtiene el doble del volumen del cuerpo original. Sobre estos aspectos en el marco teórico se han comentado ya en los trabajos de Vergnaud y sus colaboradores. (ver por ej. Ricco y Vergnaud, 1983)

CUADRO No. 8

1. Si un tanque de gasolina tiene la forma de un prisma de base triangular con las medidas que se indican en la figura siguiente



y se requiere que el tanque tenga el doble de capacidad

a) ¿Cuánto tiene que medir la altura, si la base no cambia?

b) ¿Cuánto tiene que medir la base, si su altura no cambia?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	a) 12m.	3
	12	2
	b) $4\ m^2$	1
INCORRECTO		3
	b) 4m.	1
	2m.	

Total de alumnos 5

Los resultados que muestra el cuadro 8, en este caso, son engañosos ya que podemos ver que en el inciso (a) los cinco alumnos respondieron correctamente, pero al analizar sus procedimientos nos damos cuenta que fue una casualidad que obtuvieran un resultado correcto, ya que los procedimientos fueron incorrectos.

Cuatro de ellos hicieron lo siguiente: Primero, obtuvieron el área de la base, multiplicaron 2x2=4 y dividieron 4 entre 2. El resultado es 2. Segundo, obtuvieron el volumen ya que calcularon el producto 2x6=12. Casualmente el volumen 12 coincide con la altura requerida para duplicar la capacidad del tanque. Vale la pena comentar que al diseñar este problema no percibí esta situación de coincidencia entre el volumen del tanque y la altura necesaria para duplicar su volumen, por lo que realmente no se pueden obtener conclusiones al respecto.

El quinto de los alumnos dice "el resultado es 12m porque la altura mide 6 y se multiplica por 2, que es el doble". Este alumno entendió que lo único que tenía que hacer era duplicar la altura.

En el inciso (b) tres alumnos coincidieron en que el resultado era 4m. Lo que ellos hicieron fue duplicar la longitud de la base del triángulo 2x2=4, sin considerar que lo que necesitaban era duplicar el área de la base del tanque.

En el cuadro se ve aparentemente que lo único que se les olvidó a estos tres alumnos fue agregarle al resultado la unidad metros cuadrados, pero no es así, porque en su procedimiento es claro que ellos están considerando longitud y no área. Además en este problema sucedió lo mismo que en el inciso (a), fue una coincidencia que el resultado del doble del área de la base del prisma fuera 4.

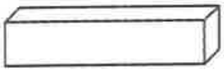
El alumno que da como resultado 2m. es porque multiplica 2x2=4, 4 entre2=2: Sólo obtiene el área del triángulo, pero no duplica. Sin embargo, su procedimiento lo estaba llevando al resultado esperado, puesto que ya tenía el área de la base del prisma triangular.

El alumno que contesta $4m^2$, dice "multipliqué 2m de la base por 2 para obtener el doble de capacidad de la base" Es claro ver en su procedimiento que no entendió el problema, puesto que dice " si la altura no cambia y la base mide 2 el doble de la base tiene que ser 4" El alumno se refiere a la base del triángulo que mide 2m y no al área total del triángulo, siendo que el en ningún momento obtiene primero el área de la base del triángulo para después duplicarlo.

Como se observa este problema presentó más dificultades para los alumnos. Un motivo podría ser que se dejó de lado completamente el conteo de cubos.

CUADRO No. 9

2. ¿Qué medidas debe tener una cisterna de forma de un prisma con base rectangular para que pueda contener 3000 litros?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	-----------------------.	0
INCORRECTO	300 de altura y 10 de ancho.	1
	2 de altura y 1500 de ancho.	1
	30 de largo, 10 m de ancho y 10 de altura.	1
	30 m de largo, 10m de ancho y 10 m de altura.	1
	10 m de largo, 10m de ancho y 30 m de alto.	1

Total de alumnos 5

El problema 2, es un problema que está relacionado con la equivalencia entre metros cúbicos y litros. Este es un tema poco trabajado en primaria. En las observaciones vimos que las dos profesoras observadas le dieron muy poca importancia a este contenido; además en el libro de texto gratuito sólo viene una página relacionada con equivalencias metros cúbicos – litros. Realmente este problema debió plantearse con otras unidades. Sin embargo puede afirmarse que sirvió para detectar a los alumnos que relacionan el cálculo del volumen con el uso de tres magnitudes.

Los cinco alumnos tuvieron dificultades para contestar este problema. En sus procedimientos es evidente ver que los niños no tenían presente a cuántos litros equivale un metro cúbico.

Los cinco alumnos intentan resolver el problema buscando medidas que al multiplicarse dieran como resultado 3000.

Dos de ellos buscaron descomponerlo en dos factores y el resto buscó tres factores. En cierto sentido esto da muestras de comprensión acerca del aspecto tridimensional del volumen.

Un alumno escribe en el dibujo 30m de largo, 10m de ancho y 10m de altura. Al multiplicar estas medidas obtiene como resultado 3000. Al obtener este resultado piensa que ha encontrado la cantidad que se le pide, porque todavía no conoce las equivalencias entre medidas de volumen y de capacidad.

CUESTIONARIO 4

Como se ha visto, del cuestionario 1 al 3 hay un cierto aumento de dificultad. En el sentido de que los problemas tienden a separarse del modelo concreto de cubos hacia cuerpos o recipientes más generales. Sin embargo, los resultados del cuestionario 3 motivaron a regresar al modelo de cubitos, aunque como se podrá observar al leer los problemas planteados, éstos han aumentado su dificultad respecto a los cuestionarios 2 y 3, además de que las preguntas son más variadas.

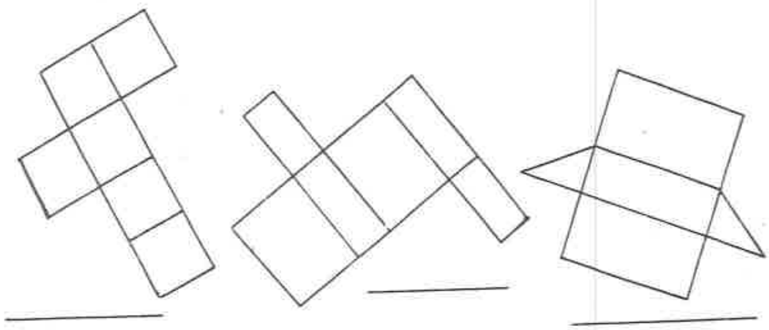
El problema 1 se planteó porque desde cuarto año en los textos se trabajan varias actividades con desarrollos planos e interesaba conocer su desempeño en este aspecto.

Los problemas de este cuestionario llevan de nuevo al alumno a utilizar el procedimiento de conteo de cubos. El alumno no tiene necesidad de realizar operaciones, puesto que puede apoyarse en los dibujos que se presenta en cada pregunta o con dibujos elaborados por él mismo.

El cuestionario 4 fue contestado por cuatro alumnos, debido a que uno de los cinco tuvo problemas de salud y no se presentó a clases por algunos días.

CUADRO No. 10

1. Observa los planos siguientes y escribe qué cuerpo geométrico se forma



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	a) Cubo b) Prisma rectangular c) Prisma triangular	4 3 3
INCORRECTO	a) ----------- b) Rectángulo c) Triángulo	0 1 1

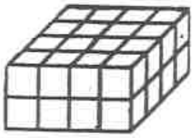
Total de alumnos 4

Esta pregunta no tuvo muchas dificultades para contestarse, los errores fueron mínimos. Una explicación es que los alumnos han realizado este tipo de ejercicios desde segundo grado con el armado de cajas, en donde se les permite ver el desarrollo plano de éstas.

Solamente uno de los alumnos contestó erróneamente el inciso (b) y (c) y contesta que los planos corresponden a un rectángulo y a un triángulo porque sólo enfoca su atención a las figuras que constituyen las caras de los prismas en sus desarrollos planos.

CUADRO No. 11

2. Observa cuántos cubos hay en la construcción siguiente y contesta.



a) ¿Cuántos niveles tiene?

b) ¿Cuántos cubos hay?

c) ¿Si se duplican los niveles, cuántas veces aumenta el número de cubos?

d) ¿Cuántos cubos hay?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	a) 2 niveles	4
	b) 32 cubos	3
	c) 2 veces	2
	d) 64	3
INCORRECTO	a) ----------------	0
	b) 64 cubos	1
	c) 4	2
	d) 195 cubos	1

Total de alumnos 4

El inciso (a) de la pregunta 2, es una de las preguntas que no presentó problema. En la tabla se ve que la frecuencia de error es cero.

El problema del inciso (b) tuvo una frecuencia de tres aciertos. Los tres alumnos que contestaron bien la pregunta el procedimiento que utilizaron fue contar los cubos del primer nivel y el resultado multiplicarlo por 2, debido a que el cuerpo representa dos niveles. Los alumnos no tuvieron problema en el conteo de cubos del primer nivel, puesto que la figura permite visualizar bien, una de las caras de cada uno de los cubitos que conforman el primer nivel.

Una de las alumnas contó 64 cubos, porque contó cada "cuadrado" que veía en el prisma. Primeramente cuenta 32 "cuadrados ", que alcanza a ver en las tres caras del prisma y luego multiplica por dos, ya que piensa en que las otras tres caras del prisma que no se alcanzan a ver también tienen 32 "cuadrados". El procedimiento que sigue esta alumna muestra que, primeramente visualiza a un nivel plano, cada una de las caras del prisma las ve como cuadros, pero al mismo tiempo ve el prisma como un todo y considera que el prisma tiene 6 caras aunque solo vea tres. Aquí tiene una visualización en tercera dimensión.

La pregunta del inciso (c) fue contestada con base en el número de niveles ya tenía el prisma. Los dos alumnos que contestaron que el número de cubos había aumentado dos veces fue porque ellos consideraron el total de los cubos que tenía el prisma, entonces al duplicarse éstos aumentan dos veces.

Los alumnos que contestaron que el número de cubos había aumentado cuatro veces, es porque vieron al prisma como un todo; es decir , contaron los dos niveles que ya tenía el prisma más dos niveles que aumentaron al duplicarse. Entonces el prisma tiene cuatro niveles, por lo tanto el número de cubos aumenta cuatro veces. Aquí los alumnos no se percataron de que sólo se les preguntaba: cuántas veces aumentaba el número de cubos al duplicarse los niveles, sin considerar los que ya tenía la figura.

La pregunta del inciso (d) está muy relacionado con la pregunta del inciso (c) . Aquí el alumno si tiene que ver el prisma como un todo considerando todos sus cubitos (unidades cúbicas).

Los dos alumnos que en el inciso (c) contestaron que el número de cubos aumentó dos veces, en este inciso contestan que hay 64 cubos en total. Lo que ellos hacen es contar los cubos de los dos niveles y luego sumarle la misma cantidad, correspondientes a los dos niveles que aumentó. Vemos que a los alumnos se les facilitó el conteo de cubos, sólo necesitaron contar los cubos del primer nivel para de allí deducir por medio de la suma los demás resultados.

Uno de los alumnos que contestó en el inciso (c) que el número de cubos había aumentado cuatro veces, en el inciso (d) contesta que en total hay 64 cubos, esto hace pensar que el alumno vio el prisma como un todo (con sus cuatro niveles) y suma el total de cubos (del primer nivel) cuatro veces; por los cuatro niveles que el visualiza en el prisma en el momento de duplicar los dos niveles que tenía inicialmente la figura.

La alumna que contesta que el total de cubos son 195 es porque ella en el inciso (c) contesta que el prisma tiene 64 cubos, pero para contestar el inciso (d) ella ve los dos niveles como un nivel y no considera lo que había contestado anteriormente, entonces ella considera dos niveles más y suma 64 +64 + 64= 195. Aquí también hay un error en la suma, siendo que el resultado de la suma es 192.

CUADRO No. 12

3. Si con 36 cubos se arma un prisma de 3 niveles, con 24 más

a) ¿Cuántos niveles se pueden agregar?

b) ¿Cuántas veces aumento el número de niveles?

c) ¿Cuántos cubos tendría el prisma si tuviera 15 niveles?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	a) 2 niveles b) 2 veces c) 180 cubos	4 3 3
INCORRECTO	a) --------------- b) No contestó c) 170	0 1 1

Total de alumnos 4

El problema del inciso (a) no presentó mayor problema para que los alumnos dieran una respuesta correcta. Lo que hicieron los cuatro alumnos fue dividir los 36 cubos que tenía el prisma entre los 3 niveles, obteniendo como resultado 12 y de allí dedujeron que con 24 cubos podían armar dos niveles más de 12 cada uno.

La pregunta del inciso (b) como ya se dijo en el capítulo 5 fue anulada por las dificultades que generó al ser respondida.

En la tabla vemos que en el inciso (c), tres alumnos acertaron en la respuesta. Ellos utilizaron algunos de los resultados que ya habían obtenido en los incisos anteriores. Los tres alumnos coincidieron en el procedimiento, multiplicaron 12 que representa el número de cubos de cada nivel por 15, que son los niveles que tendría el prisma, obteniendo 180 como resultado.

El alumno que contestó 170, su procedimiento está bien, pero tuvo un error en la multiplicación de 12x15.

CUADRO No. 13

4. Si tengo 108 cubos y quiero armar una torre que tenga de base 6 cubos ¿Cuántos niveles tendrá la torre? _________

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	18 niveles	3
INCORRECTO	30 niveles	1

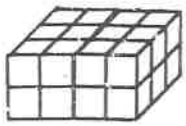
Total de alumnos 4

De los tres de los alumnos que contestaron que la torre tendría 18 niveles: uno dividió 108 entre 6, y los otros fueron buscando un número que multiplicado por 6 diera 108, y el número que encontraron fue 18.

El alumno que contestó que la torre tendría 30 niveles fue porque tuvo error en su división, pero la interpretación del problema la hizo bien, él dividió 108 entre 6, pero en el momento de resolver esta operación obtuvo 30. Lo que puedo ver es que de lo rápido que quería terminar, en lugar de ver 108 vio 180, es por eso que obtiene 30.

CUADRO No. 14

5. Observa el prisma siguiente y contesta ¿cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	51 niveles	3
INCORRECTO	56 niveles	1

Total de alumnos 4

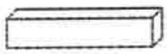
La pregunta 5 es similar a la pregunta cuatro, sólo que está planteada de diferente manera. Los alumnos utilizan nuevamente el procedimiento que realizaron en la pregunta anterior. Los cuatro alumnos dividieron 612 entre los 12 cubos que mostraba la figura del prisma. Tres de ellos obtuvieron como resultado 51, y otro, obtuvo 56 porque en el momento de realizar su división tuvo un error, pero estuvo bien en la interpretación del problema.

CUESTIONARIO No. 5

El cuestionario cinco consta de tres preguntas; la primera es una pregunta que a diferencia de los demás problemas, le muestran al alumno el dibujo de un prisma rectangular sin ninguna cuadrícula y sin medidas, con el fin de que el alumno piense qué procedimiento se le facilitaría para la obtención del volumen. Las otras dos preguntas tienen un grado de dificultad mayor que los problemas anteriores, ya que se presentan prismas con medidas fraccionarias o con mitades de cubos,

CUADRO No. 15

1. ¿Cómo le harías para encontrar el volumen del cuerpo siguiente?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	------------------------	0
INCORRECTO	Midiendo todos sus lados y sumando.	1
	Se suma base + ancho + altura.	1
	Sumando base + base y multiplicando por altura.	1
	Buscando sus medidas y sumar o multiplicar sus lados.	1
	Multiplicando base por altura sobre dos.	1

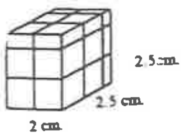
Total de alumnos 5

Para contestar esta pregunta, cuatro de los cinco alumnos que la contestaron escribieron que ellos utilizarían la suma en la obtención del volumen. En sus respuestas resalta la idea de que para obtener el volumen del prisma es necesario medir y sumar las aristas del prisma. Uno de los alumnos escribe: "sumaría base + ancho + altura" (el alumno considera como base la longitud horizontal del prisma). Dos alumnos agregan que además de sumar dos de los lados del prisma, multiplicarían por la altura. Es posible que éstos alumnos trataron de recordar la fórmula para obtener el volumen, pero tal vez no tienen bien presente que el volumen se obtiene con el producto de las tres medidas de los prismas. Una de las alumnas escribe que ella multiplicaría base por la altura sobre dos. Nuevamente vemos que se tiene presente la fórmula, pero no se tienen bien memorizadas, y hay una confusión entre la fórmula para obtener el área del triángulo y la fórmula para obtener el volumen de un prisma rectangular.

Las respuestas de los alumnos nos hace pensar que el alumno trata de memorizar las fórmulas aunque no haya un entendimiento de ellas. Esto sucede porque en ellos influye la manera en cómo les dieron el tema, y recordemos que la profesora de este grupo enfocaba más su atención en que el alumno se supiera las fórmulas para poder resolver problemas que implicaran volumen.

CUADRO No. 16

2. ¿Cuál será el volumen de la siguiente construcción?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	10.0	4
INCORRECTO	50 m^2	1

Total de alumnos 5

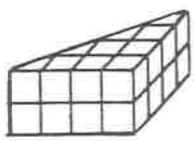
El cuadro 16 muestra que cuatro alumnos dieron una respuesta correcta a la pregunta, sin embargo en los procedimientos que utilizaron nos damos cuenta que dos de ellos estuvieron bien porque el resultado de la multiplicación 2x2 y la suma de 2+2 coinciden. Dos alumnos que contestaron el la pregunta uno que para obtener el volumen del prisma rectangular sumarían base + ancho x altura, así lo hicieron para obtener el resultado de la pregunta dos. Aunque su resultado fue correcto su procedimiento es incorrecto.

Los otros dos alumnos multiplicaron las tres medidas que les dan en el prisma rectangular. Se puede decir que los alumnos no encontraron dificultad en el problema porque los datos estaban muy claros lo único que tuvieron que hacer es aplicar la fórmula, así como ellos lo habían ejercitado en clases. Considero que estos alumnos aprendieron a obtener el volumen de un prisma rectangular de manera mecánica, siendo que en la pregunta 1, en donde no les dan ninguna pista para obtener el volumen del prisma rectangular ellos contestan que sumarían todos los lados del prisma para obtener su volumen.

La alumna que obtuvo 50 m cúbicos multiplicó base x ancho x altura sobre dos; y multiplica 25x2x2 entre 2 = 50. Esta alumna tiene nociones de cuál es la fórmula para obtener el volumen del prisma, pero en ella hay una confusión, tal vez porque en su mente están memorizadas las demás fórmulas y revuelve sus ideas. Además en lugar de multiplicar 2.5 que le indican tanto el dibujo como el valor numérico, ella multiplica por 25.

CUADRO No. 17

3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente, si cada cubito mide 1 centímetro cúbico?



	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	16 cm^3 16 cm^2 16 cm	1 1 1
INCORRECTO	17 cm^2. 27	1 1

Total de alumnos 5

Esta es una de las preguntas que tiene un grado de dificultad más alto para el alumno, debido a que se le presenta un prisma triangular con cubos enteros y con mitades de cubos. En principio en el conteo de cubos el alumno se encuentra con el problema de tener que contar los cubos ocultos teniendo una visión tridimensional y aunado a eso tiene que considerar que dos mitades de cubos forman un cubo.

De los tres alumnos que contaron correctamente los cubos, dos de ellos en el momento de escribir el resultado no supieron escribir correctamente las unidades de medida de las que se estaba hablando, sin embargo consideramos sus respuestas como correctas, puesto que muestran que tienen una visión tridimensional de los cubos. Posiblemente el problema que los alumnos constantemente tienen para saber escribir las unidades de medida es porque con los ejercicios del libro se acostumbraron a estar contando cubos y a escribir después del resultado numérico la palabra cubos.

La alumna que contesta que el prisma tiene 17 cm cúbicos, cuenta 7 cubos del segundo nivel (de arriba hacía abajo) porque considera que el cubo de la esquina es uno, pero ya en el segundo nivel cuenta 8 cubos porque el cubo de la esquina lo cuenta por dos, ya que ella cuenta de acuerdo a las caras que logra ver y dice: "sumando los cuadritos son 15 más 4 cachitos forman 2 cuadros entonces son 17". Ella logra ver que dos mitades del cubo forman un cubo, su problema es que aun no logra percibir bien la tridimensionalidad de los cubos, pero esta en ese proceso.

La alumna que contestó "27" cuenta todas las caras que alcanza a ver del prisma, considerando las mitades como un cubo, esta alumna percibe el prisma de manera plana, para ella cada cara de un cubo es un cuadrado por la visión bidimensional que ha desarrollado.

CUESTIONARIO No. 6

Este cuestionario indagaba sobre diferentes aspectos del volumen. La pregunta 1 se planteo con el objetivo de saber si el alumno podía verle una utilidad al conocimiento del volumen en relación con los objetos que le rodean. Las otras dos, son problemas que requieren conversiones entre unidades de magnitudes diferentes como son el volumen y la capacidad.

CUADRO No. 18

1. Menciona cinco cosas a las que tú le puedas obtener el volumen.

Respuesta	Frecuencia
Cubo, prisma rectangular, prisma cuadrangular, y cilindro.	1
Cubo, caja, casa, tabique y dado.	1
Caja, remolque, un cuarto, estante y bolsa.	1
Caja, remolque, estante, cuarto y cajón.	1
Se puede sacar multiplicando lado por lado, sumando su base por altura o también dividiendo.	1

Total de alumnos 5

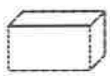
Todas las respuestas fueron consideradas correctas puesto que el fin de esta pregunta era conocer qué concepto de volumen tiene los alumnos.

En el cuadro podemos observar que son tres los alumnos que dan evidencia que por lo general, conciben el volumen en términos de capacidad, siendo que la mayoría de los objetos que mencionan se les puede introducir algo.

Uno de los alumnos muestra que ha entendido el volumen en términos abstractos, ya que los objetos que menciona son cuerpos geométricos con los que tuvo contacto en clases.
Una alumna no responde específicamente la pregunta, sin embargo, su respuesta nos da a conocer las nociones que tiene sobre volumen y que podemos decir que la alumna tiene presente algunas fórmulas para obtener el volumen de un cuerpo sólido.

CUADRO No. 19

2. ¿Cuántos litros de agua le cabrán al siguiente depósito de agua?



12m cúbicos

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	------------------------	0
INCORRECTO	Su capacidad es de 288	1
	36 litros	3
	1728 m^2	1

Total de alumnos 5

Como ya se dijo en el capítulo 5, esta pregunta al igual que la pregunta 2 del cuestionario 3 buscaba saber si los alumnos conocían la equivalencia que hay entre metros cúbicos y litros. Esta pregunta fue una de las que tuvo mayor frecuencia de error, vemos que todos los alumnos tuvieron incorrecta su respuesta, tal vez, una explicación sea que la profesora de este grupo no ahondó sobre el tema, es por eso que los alumnos no tenían presente la equivalencia entre metros cúbicos y litros, sin embargo en sus procedimientos vemos que tres alumnos tiene el conocimiento que el volumen de un cuerpo (como el que les muestra la figura) es el producto de tres medidas, es por eso que una de ellas multiplica "12x12x12 y obtiene 1728" y otros tres multiplican "12x3". Solo una alumna realizó una operación que da muestra que se le olvidó cuántas cara tiene un prisma y qué fórmula utilizar para la obtención del volumen de un prisma. Ella multiplica 12x4= 48; 48 entre2= 24; 24x12= 288.

CUADRO No. 20

3. Un remolque de un tráiler mide 12.7 m de largo, 2.40m de ancho y 2.75m de alto. ¿Cuál es su volumen?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	83.82000m cúbicos	1
INCORRECTO	4162.50	1
	10.370 m^3	1
	83.8700	1
	14.0250 m^3	1

Total de alumnos 5

Este es un problema que aparentemente es sencillo, puesto que se le dan a los alumnos las medidas de las tres dimensiones que se requieren para obtener el volumen de un prisma (en este caso un remolque). Posiblemente los alumnos se encontraron con dificultades para resolverlo, porque no se imaginaron el remolque. Suponemos esto porque vemos que en el problema 2 del cuestionario 5 los alumnos aplicaron bien la fórmula para obtener el volumen del prisma rectangular, y fue porque en aquél problema se les mostró la figura con sus respectivas medidas. También esto nos hace pensar que los alumnos aprendieron a resolver problemas que implicarán volumen de una manera mecánica.

Revisando los procedimientos que utilizaron los cinco alumnos para darle solución al problema, vemos que tres de ellos intentaron recordar la fórmula para obtener el volumen de un prisma, sólo que en lugar de multiplicar las tres medidas sumaron 2 y luego multiplicaron la tercera. Los tres alumnos obtuvieron diferentes resultados porque también tuvieron errores en sus operaciones.

Dos de los alumnos multiplicaron las tres medidas, pero sólo uno de ellos obtuvo bien el resultado y el otro alumno tuvo un error en la operación obteniendo como resultado 83.87. Aunque su resultado es incorrecto su procedimiento es correcto y con eso nos muestra que aprendió a obtener el volumen apoyándose de la fórmula para obtener el volumen de un prisma rectangular.

CUADRO No. 21

4. Una caja para empacar fruta mide 60cm de largo, 35cm de ancho y 30cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del problema 3. Sugerencia: encuentra el número de cajas que pueda contener una capa completa.

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	------------------	0
INCORRECTO	1248750	1
	5213	1
	950 cajas.	1
	.0049	1
	.013304752	1

Total de alumnos 5

De los siete cuestionarios que se aplicaron en esta investigación, el problema 4 de este cuestionario fue el que tuvo mayor frecuencia de error, debido a que resultó difícil para los alumnos.

Para resolver este problema, el alumno tenía que considerar los datos o el resultado del problema 3, esto genera una dificultad para el alumno, ya que en el problema 3 se trabajó con metros cúbicos y en el problema 4 con centímetros cúbicos. Para el niño fue problema puesto que no se había trabajado en clase o en otra lección de su libro con conversiones de medidas cúbicas.

Dos de los alumnos intentaron obtener el volumen de una caja, pero su problema fue que no recordaron la fórmula para obtener el volumen de un prisma rectangular y lo que hicieron fue multiplicar las dos primeras medidas que se les daban y luego sumar la tercera, aunque finalmente tuvieron errores en las operaciones que efectuaron.

El alumno que obtuvo 950 cajas lo que hizo fue sumar las dos primeras medidas y luego multiplicar la tercera, El resultado obtenido lo dividió entre tres. Su razón fue que dividió entre tres por que son tres medidas. Otro de los alumnos efectuó el mismo procedimiento, sólo que él dividió el volumen del remolque entre lo que obtuvo del problema 4. Este último alumno tenía noción de los que se estaban pidiendo, sólo que uno de sus errores fue que no supo aplicar bien la fórmula para obtener el volumen tanto de la caja como del remolque, ya que él obtiene el volumen del remolque sumando las tres medidas que se le dan. Con sus dos diferentes procedimientos que utiliza tanto en el problema 3 como en el problema 4, da muestra que no entendió bien cómo se obtiene el volumen de un prisma rectangular, sino que lo aprendió de una manera mecánica, ya que en algunos problemas de los cuestionarios anteriores usó correctamente la fórmula para obtener el volumen de un prisma y lo pudo hacer porque en aquéllos problemas se le daban los elementos (dibujo y las medidas de las tres dimensiones) necesarios para facilitarle los problemas, lo único que tenía que hacer era aplicar la fórmula.

El alumno que resolvió exitosamente el problema 3, obtuvo bien el volumen que le pedían en el problema 4, la dificultad con la que se encontró fue que en el problema 3 el resultado estaba dado en m^3 y en el problema 4 el resultado estaba dado en cm^3, entonces al dividir el volumen del remolque entre el volumen de las cajas, (con el fin de obtener el número de cajas que entraban en el remolque) obtuvo un resultado incorrecto, ya que lo que necesitaba hacer primero era convertir cm^3 a m^3 o viceversa. Sin embargo sus procedimientos dan muestra que entendió lo que le pedían en los dos problemas y supo aplicar la fórmula para obtener el volumen de un prisma. Con lo anterior confirmamos que para resolver este problema los alumnos además de saber obtener el volumen de un prisma tenían que manejar la conversión de unidades de medidas.

CUESTIONARIO No. 7

Este cuestionario consiste en tres problemas típicos de volumen, en los que se requiere aplicar la fórmula. En el primero se da el área de la base y la altura. En los otros dos se dan las tres dimensiones lineales sólo que en el segundo, como se trata de un cubo, sólo se menciona una longitud.

CUADRO No. 22

1. ¿Cuál será el volumen de un prisma triangular que tiene de base 120cm cuadrados y de altura 8cm.?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	---------------	0
INCORRECTO	480	1
	480 cm^2.	2
	480 cm^3	2

Total de alumnos 5

Las preguntas de este cuestionario están hechas en forma tradicional, es decir, dados los datos se da pie a usar la fórmula para obtener el resultado

El cuadro permite ver que los cinco alumnos dieron resultados incorrectos, ellos usaron la fórmula V= b x h sobre 2. Es muy probable que la palabra triangular y ver sólo dos datos numéricos en la redacción del problema les haya causado confusión y sea por eso que dividieron entre dos. No tuvieron claro que el volumen es área de la base por altura.

En este problema se puede observar que cuando la información tiene que ser interpretada, razonada y además se tiene que aplicar la fórmula correctamente para obtener el resultado, el alumno se encuentra con una serie de confusiones que no lo llevan a obtener resultados correctos.

CUADRO No. 23

2. ¿Cuál será el volumen de un cubo que tiene 8cm por lado?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	512 cm^3	3
INCORRECTO	1024	1
	512 cm^2	1

Total de alumnos 5

De los cinco alumnos, 4 de ellos usaron la fórmula de l x l x l y esos cuatro obtuvieron correcto el resultado, pero uno de ellos tuvo el error de que en lugar de dar la unidad de medida en cm^3 la dio en cm^2. El alumno que no usó la fórmula arriba mencionada, multiplicó l x l x l x l, claramente no se acordó de ella y al hacer las operaciones llegó a otro resultado, de hecho numéricamente obtiene el doble de 512, o sea 1024.

CUADRO No. 24

2. ¿ Cuál será el volumen de un prisma rectangular que tiene 22cm de ancho, 10 cm de largo y 12 cm de altura?

	Respuesta	Frecuencia
CORRECTO	2640 cm^3	3
INCORRECTO	2840 cm^3 384 cm^3	1 1

Total de alumnos 5

Los cuatro alumnos que recordaron la fórmula correcta llegaron a un resultado correcto con excepción de uno de ellos que tuvo un error en la operación, pero su procedimiento fue correcto. Ellos hicieron la multiplicación de ancho x largo x altura.

El alumno que no recordó la fórmula sumó base + ancho y luego multiplicó por la altura.

De las respuestas analizadas podemos observar que cuando los datos que se daban estaban claramente identificados en las fórmulas y los alumnos las recordaban, llegaron al resultado correcto.

CAPÍTULO 6

ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

Las conclusiones obtenidas en esta investigación están fundamentadas en las respuestas a las preguntas de los cuestionarios aplicados a los alumnos. En ocasiones, para interpretar el desempeño de los alumnos se utilizan las observaciones del trabajo de las dos profesoras en su práctica docente (ver Anexo 4). Al respecto es pertinente aclarar que las lecciones de los libros de texto gratuito correspondientes al contenido de volumen fueron el apoyo fundamental en las clases de las dos profesoras observadas. Cada lección se desarrolló en un tiempo de una hora y hora y media, razón por la cual las actividades planteadas en cada lección no fueron aprovechadas al máximo. Se observó que ambas profesoras incurrían en una dinámica "tradicional" de trabajo. Esto se ha descrito con más detalle en el Anexo 4.

Para analizar las respuestas de los cuestionarios se han clasificado las preguntas que las componen, esto se describe en el apartado siguiente.

6.1 Análisis y clasificación de los problemas y las preguntas en los cuestionarios

Es importante aclarar, antes de cualquier análisis, que la mayoría de los problemas que les fueron puestos a los niños se adaptaron de otros estudios hechos a niños pero analizando si eran problemas similares a los que aparecían en los libros de texto o ficheros de 1º a 6º grado. En ocasiones, los problemas fueron tomados de estos materiales diseñados por la SEP haciéndoles una modificación en los datos o en los contextos. En ocasiones, el planteamiento del problema fue incorrecto debido a una mala redacción, por lo que esos problemas no se tomaron en cuenta para el análisis por ejemplo 4.3b.

Una revisión de los problemas y preguntas que aparecen en los cuestionarios 1 al 7 muestra semejanzas y coincidencias entre algunas de ellas. De hecho, las preguntas que aparecen en los cuestionarios pueden ser clasificadas en cinco categorías:

1. Antecedentes geométricos
2. Noción de volumen
3. Conservación
4. Conteo de cubos
5. Aplicación de procedimientos aritméticos

A continuación se describen estas categorías y se indican los problemas que pertenecen a cada una de ellas. Cuando ha sido posible cada problema se ha ubicado en una sola categoría, aunque algunos han sido incluidos en dos. Para simplificar la escritura, los problemas se numeran con dos dígitos separados por un punto, el primer dígito representa el número de cuestionario, esto es, es un número del 1 al 7 y el segundo es el número de pregunta por tanto es un número del 1 al 5. Por ejemplo, al escribir 4.3 se estará haciendo referencia al problema 3 del cuestionario 4. En ocasiones se usará además una letra junto al segundo dígito, ésta hará referencia al inciso del problema que se está clasificando. Aunque en los cuestionarios este inciso no aparece, se enumerarán de manera natural con el orden de las cuatro primeras letras del alfabeto: a, b, c y d.

1. Antecedentes geométricos

Esta categoría agrupa problemas relacionados con aspectos de la geometría en tres dimensiones, específicamente al reconocimiento en una representación plana de prismas, cubos y cilindros, así como el reconocimiento de los cuerpos que se forman con desarrollos planos que se muestran. Los problemas que pertenecen a esta categoría son el 1.1. y el 4.1.

2. Noción de volumen

Los problemas que conforman esta categoría son aquellos en los que se formulan preguntas cuyas respuestas ofrecen indicios de la noción de volumen que los niños tienen. Los problemas que pertenecen a este grupo son 2.1, 5.1 y 6.1.

3. Conservación

Se incluyen aquí problemas relacionados con la "conservación" del volumen en el sentido de Piaget (ver capítulo 3), específicamente los problemas incluidos plantean situaciones en las que se pone en juego la conservación del volumen interno, de acuerdo a Piaget ésta se adquiere alrededor de los 6 o 7 años. La dificultad que se agrega en estos problemas es que los problemas no se plantean con material concreto, algunos se apoyan en dibujos de prismas hechos con cubos, lo que presupone una comprensión de códigos implícitos en el dibujo por parte de los niños; otros de ellos son problemas que apelan a la imaginación de los niños para imaginar cubos. De esta manera la categoría queda dividida en dos partes: la categoría 3A incluye por tanto al problema 2.2 b en el que se ofrece un dibujo. En la categoría 3B se encuentra el problema 4.4.

4. Conteo de cubos

En esta categoría se reúnen todos los problemas que requieren un conteo de cubos, sin embargo, además de que muchos de los problemas son de este tipo ha sido necesario formar subcategorías, ya que estos problemas, por su estructura representan diferentes niveles de dificultad. La clasificación que se ha considerado es la siguiente:

En la categoría 4A se agrupan problemas que requieren un conteo de cubos directo sobre las figuras que se les presentan, en donde los prismas que aparecen dibujados están formados de unidades completas, esto es no aparecen mitades de cubos ni ningún otro tipo de fragmento de cubo (esto no significa que todos los cubos se vean completos, algunos sólo muestran una cara, otros dos, etc.), a esta categoría pertenecen los problemas 1.2, 2.2, 4.2a y 4.2b.

El tipo 4B corresponde a problemas en los que se requiere un conteo directo sobre el dibujo pero aparecen unidades fragmentadas, como es el caso de los problemas 5.2 y 5.3.

Al igual que el anterior en el tipo 4C hay que hacer conteos directos con unidades fraccionadas sólo que se añade la dificultad de que una parte del dibujo aparece oculta como si estuviera detrás de una cortina.A esta categoría pertenece el problema 1.3.

La categoría 4D agrupa problemas en los que se requiere conteo de cubos, pero aunque aparece un dibujo con algunos de ellos, el problema requiere de imaginar cubos que deben aumentársele al dibujo original. A esta categoría pertenecen los problemas 4.2cy 4.2d.

El mismo tipo de problemas de la categoría anterior con la dificultad adicional de que la información dada es verbal y no se exhibe ningún dibujo formarían la categoría 4E, en ésta están incluidos los problemas 4.3a y 4.3 c.

5. Aplicación de procedimientos numéricos

En esta categoría se incluyen todos los problemas en los que se requiere un procedimiento numérico que no sea el conteo. Este procedimiento puede ser la aplicación de la fórmula por ejemplo. Hay varios problemas en esta categoría que pueden se subclasificados, así se tiene la categoría 5A en la que se dan las tres dimensiones lineales de un prisma y se sugiere una cuadrícula para dividirlo en cubos. El problema 1.4 pertenece a esta categoría.

En la 5B se incluyen problemas en los que no se dan dimensiones pero se sugiere una cuadrícula y la pregunta no pide el volumen sino que expliquen cómo calcularían el volumen. En este tipo se incluye al problema 2.3.

Un problema similar al anterior, en el que se pide el procedimiento para obtener un volumen, pero no se dan dimensiones ni se sugiere ninguna cuadrícula es el 5.1, que ya se había clasificado como de tipo 2, y que se clasifica también como de tipo 5C.

Otra clase que aparece en esta categoría es la de problemas que dan las dimensiones lineales de los cuerpos y no presentan dibujos, como son el 6.3, 6.4, 7.2 y 7.3. A esta categoría se le llamará 5D.

Por último, la categoría 5E incluye un problema en el que se da una dimensión lineal y otra de superficie. El problema mencionado es el 7.1.

6.2 Análisis de las respuestas a las preguntas planteadas en los cuestionarios

La siguiente tabla muestra, los porcentajes promedio aproximados de aciertos en cada una de las categorías descritas en los párrafos anteriores. Para obtener estos promedios se suman la cantidad de incisos de los problemas pertenecientes a la categoría, para cada problema, el número de incisos se multiplica por el número de alumnos que respondieron esas preguntas, así se tiene el "total de respuestas" dadas por los niños en cada grupo. Posteriormente se suman las respuestas clasificadas como "correctas" para cada inciso y por cada alumno, ésta es la cantidad de respuestas correctas. Dividiendo este segundo resultado entre el total de respuestas y redondeando a dos cifras se obtiene el porcentaje que aparece en la tabla.

Como en una categoría los problemas son abiertos no se consideran las respuestas como correctas o incorrectas por lo que en la tabla se hace una descripción de las respuestas y no se da un porcentaje.

Como se observa en la Tabla 6.1, las diferencias de porcentajes en cada categoría no son muy marcadas considerando que en una pregunta de un solo inciso el total de respuestas es 5, de modo que un 20% de diferencia habla de una respuesta más o menos en un grupo que en el otro. Sin embargo se podrían plantear algunas posibles explicaciones de las diferencias más grandes, que en la tabla se han señalado con asteriscos.

En la categoría 2 se nota que en el grupo de la maestra Andrea los niños hacen mención al cálculo del volumen como un algoritmo o fórmula, no así el de la maestra Rosa Ma. Es interesante observar que la maestra Andrea (ver Anexo 4A) inicia el trabajo con las lecciones de volumen, precisamente, con la exposición de la fórmula. También resulta notorio que estos niños mencionan más cuerpos geométricos (escolares) como objetos susceptibles de ser medidos en cuanto a su volumen, no así los de la maestra Rosa Ma., quienes mencionan cuerpos de su entorno. (Ver vaciados de respuestas en el Anexo 2).

Categoría	Grupo de la maestra Andrea (% de aciertos)	Grupo de la maestra Rosa Ma. (% de aciertos)
1. Antecedentes Geométricos (1.1 y 4.1)	80	80
2. Noción de volumen (2.1, 5.1 y 6.1)	Mencionan muchos recipientes y cuerpos geométricos, algunos mencionan el algoritmo y la capacidad	Ninguna mención al algoritmo, muchos recipientes pero más objetos generales que en el otro grupo y mención a la capacidad
3A. Problemas de conservación con dibujo. (2.2b)	65	80*
3B. Problemas de conservación sin dibujo. (4.4)	100	100
4A. Conteo directo sobre dibujo con unidades completas. (1.2, 2.2 y 4.2a)	93	86
4B. Conteo directo sobre dibujo con unidades fragmentadas. (5.2 y 5.3)	87*	65
4C. Cubos ocultos tras cortinilla. (1.3)	40*	20
4D. Aparecen algunos cubos pero otros hay que imaginarlos (4.2c y d)	60	80*
4E. La información es verbal no hay dibujos (4.3a y c)	85	75
5A. Se dan las tres dimensiones lineales y el dibujo de un prisma con	60*	40

cuadrícula sugerida. (1.4)		
5B. No se pide un cálculo sino un procedimiento y se muestra un prisma sin dimensiones dadas y con cuadrícula sugerida. 2.3	40	40
5C. No se pide un cálculo sino un procedimiento y se muestra un prisma sin dar sus dimensiones ni sugerir cuadrícula. (5.1)	61*	20
5D. No se da ningún dibujo, se pide un volumen y se dan tres dimensiones lineales. (6.3, 6.4, 7.2 y 7.3)	35	50*
5E. No se da un dibujo, se pide un volumen y se da la medida del área de la base y la de la altura. (7.1)	80**	0 (todos dividen entre 2)

Tabla 6.1

La categoría 3 llama la atención, ya que el problema que ofrece el apoyo de un dibujo, obtiene, en ambos grupos, menos aciertos que el que apela sólo a la imaginación. Parece que el dibujo los confunde, sobre todo a los de la maestra Andrea. Aunque hay que tomar en cuenta que en el dibujo del problema 2.2b (el cubo deshecho) no se ve la misma cantidad de cubos que cuando estaba armado.

Respecto al conteo de cubos, el incluir cubos fraccionados parece que influye negativamente en el desempeño de los alumnos, lo mismo que sucede en los estudios de Hart (1983) y Figueras y Waldegg (1986). Salen un poco mejor los de la maestra Andrea.

En la categoría 4D en la que se requiere contar cubos imaginarios se desempeñan mejor los alumnos de la maestra Rosa Ma., posiblemente el trabajo cuidadoso con la lección "A contar cubos" que se dio en este grupo ha tenido frutos. En contraste, los resultados de los alumnos en un problema de la categoría 5A en el que se dan las tres dimensiones lineales para obtener el volumen, se desempeñan mejor los alumnos de la maestra Andrea quien pone mucho énfasis en la fórmula. Esto se acentúa más aún en la categoría 5C en el que sin darles las dimensiones se les pide un procedimiento para obtener el volumen de un prisma.

Sin embargo, cuando se les dan las dimensiones lineales y no hay dibujo, en la categoría 5D, los alumnos de la maestra Rosa Ma. tienen mejor desempeño.

La única diferencia realmente significativa se da en la última categoría en la que los niños de la maestra Andrea cometen todos la misma equivocación, multiplican el área de la base triangular –que les es dada–, por la altura, pero después dividen el resultado entre dos, quizás porque están acostumbrados a calcular ellos el área de la base (en la que se requiere dividir entre 2 pues es triangular).

6.3 Conclusiones derivadas del análisis

Las siguientes conclusiones se desprenden del análisis desarrollado en el inciso anterior y se describen por rubros en los siguientes párrafos.

- Sobre el cálculo de volúmenes (conteo de cubos y aplicación de fórmulas) el procedimiento más utilizados por los alumnos es el uso de la fórmula de manera mecánica, lo cual, lleva a que sea poco eficiente y que no haya una asimilación. Sin embargo el alumno no sólo utiliza la fórmula para calcular el volumen, también se inclina por el conteo de cubos cuando el planteamiento del problema y las ilustraciones que lo acompañan, así lo permiten.

- En el proceso de pasar de un plano bidimensional a un plano tridimensional el alumno inicia el conteo de cubos de un prisma, tomando en cuenta todas las caras de los cubos y no alcanza a percibir cubos completos.

Sobre la noción que los alumnos se formaron acerca del concepto de volumen se observa que éste fue influenciado por el concepto que las profesoras tiene sobre el volumen. Si se comparan las respuestas del cuestionario diagnóstico con las de los otros cuestionarios se tiene que el equipo observado de la maestra Andrea, antes de tener clases sobre el tema, tenían una noción de volumen que involucraba el proceso de conteo de cubos (ver Anexo 2, respuestas a la pregunta 5 del cuestionario diagnóstico del alumno 2) y el significado de volumen como capacidad ("lo que le cabe" y expresiones similares: mismo cuestionario y pregunta, respuestas de los alumnos 1, 3 y 5), después de haber recibido clases sobre el tema, los niños se quedan con la idea de que el volumen es la capacidad de un objeto o bien una manera de calcular el volumen. La cantidad de cubos que forman un cuerpo, significado asociado al volumen interno, se ha perdido. Queda una idea de carácter numérico y la de capacidad. El equipo observado en el grupo de la maestra Rosa Ma. inicia con ideas tales como que el volumen es el resultado que se obtiene después de contar cubos (una medida, un número), y los cubos que puede contener adentro un objeto (capacidad). Después de sus clases terminan con el concepto de que volumen es la capacidad de un objeto. Por ejemplo, cuando a uno de los alumnos se le pregunta si una goma tiene volumen él argumenta que no "porque no se le puede meter nada adentro".

- Sin embargo, al resolver problemas numéricos sobre volumen resulta que los alumnos tienen mayor dificultad en problemas relacionados con la capacidad que con el volumen, quizá por el poco trabajo de conversión de unidades de volumen a las de capacidad y viceversa. Esto se debe a que, como significado de volumen las maestras y los niños prefieren el de capacidad, pero cuando resuelven un problema se les dan tres medidas lineales, las que al multiplicarse, como requiere la fórmula, dan como resultado una unidad cúbica, múltiplo o submúltiplo del metro cúbico, y los niños no dominan el algoritmo para expresar este resultado con las unidades de capacidad.

- Cuando el alumno llega a sexto grado apenas empieza a consolidar su percepción tridimensional.

- Los alumnos resuelven mejor problemas que involucran cuerpos geométricos "escolares" que cuando los problemas involucran objetos de su entorno como ladrillos, la caja de un camión, estantes y otros similares.

- En cuanto a los problemas relacionados con el volumen el alumno espera encontrar en el planteamiento del problema las tres medidas necesarias para el cálculo del volumen de un prisma, .para que de esa forma pueda aplicar de manera mecánica la fórmula,

- El conocimiento de los alumnos de la maestra Andrea acerca de aspectos geométricos previos y relacionados al volumen es más escolarizado, esto es, asocian el volumen a los cuerpos geométricos que han conocido en la escuela, más que a objetos en su alrededor.

- En algunos problemas que requieren imaginar cubos los alumnos de la maestra Rosa Ma., quien trabajó con cuidado la lección "A contar cubos" se desempeñan mejor que los de la otra maestra.

- Después de sus clases, más niños relacionan el concepto de volumen con la aplicación de una fórmula.

- La aplicación de la fórmula es mecanizada, sólo multiplican tres números que aparezcan en los datos.

- Las representaciones planas de los cuerpos a veces no son comprendidas por los niños.

- Los niños estudiados, como los de otras investigaciones (Hart 1983 y Figueras y Waldegg 1986) no cuentan los cubos ocultos en los dibujos que se les presentan. Aunque parece que el trabajo de conteo de cubos como el de la lección "A contar cubos" favorece el buen desempeño en esta actividad.

6.4 Reflexiones finales

El objetivo principal e inicial de este estudio era analizar el impacto de la nueva propuesta acerca del concepto de volumen en niños que hubieran estudiado, al menos en teoría, toda la primaria bajo los lineamientos de la propuesta actual. Sin embargo, una primera conclusión que se obtiene al visitar las aulas de las escuelas primarias, es que no se puede medir el impacto de una propuesta cuando ésta se ha quedado en la teoría.

A pesar de los esfuerzos por familiarizar a los maestros con la propuesta actual, la filosofía sobre la inclusión de problemas en el curriculum siguen siendo la de propuestas anteriores, esto es, la de ver la resolución de problemas como un proceso de aplicación después de haber estudiado la teoría y no, como se plantea hoy día, como un proceso previo y necesario para aprender contenidos y explorar relaciones matemáticas. Esto es, no se ha digerido la idea de que se trata de "hacer matemáticas" resolviendo problemas de matemáticas.

Simplemente, aunque la propuesta actual hable de la importancia de permitir a los niños que busquen sus propios procedimientos y que prueben diferentes caminos, las técnicas de los años sesenta recomendadas en aquella época para resolver problemas no se han dejado de lado por parte de los maestros: escribir la fórmula, sustituir datos y hacer operaciones para obtener el resultado.

Aunque se ha dado una modificación del modelo de enseñanza para las matemáticas en los documentos que acompañan la nueva propuesta, como planes y programas, libros para los niños y libros para el maestro, es difícil que los profesores dejen sus técnicas antes usadas. Las razones de ello son ajenas al marco teórico y a los objetivos de esta investigación sin embargo todo parece apuntar a que mientras las concepciones de los maestros, tanto de los contenidos como del enfoque no sean transformados no se podrá avanzar en los cambios que se den en planes y programas.

Es común que los profesores inicien un contenido de matemáticas dando conceptos, esta vez no fue la excepción. Aunque en el libro de texto gratuito de sexto año las actividades relacionadas con volumen inician con material manipulable, las dos profesoras le dieron más importancia, al concepto de volumen y al uso de las fórmulas.

Al respecto es pertinente comentar que uno de los resultados obtenidos durante esta investigación es el que se desprende del análisis aplicado a todas las lecciones de los libros para el niño de primero a sexto grado, así como todas las actividades propuestas en los ficheros de actividades en relación con el concepto de volumen. Se considera que este producto puede ser de utilidad para los maestros ya que por diferentes razones es difícil que ellos realicen este tipo de tarea para cada contenido que deben enseñar. Aún cuando cuentan con el avance programático, éste no siempre incluye todas las lecciones relacionadas con un tema y además no es fácil encontrar qué lecciones corresponden a un mismo tema, en este caso el volumen, en grados anteriores. En este documento, en el capítulo 3 se enlistan, analizan y describen todas las lecciones de todos los grados y todas las fichas de los ficheros de primero a sexto grado que están relacionadas con el tema de volumen y se considera que puede ser un material de apoyo para los maestros cuando trabajen este contenido. En ocasiones, los maestros dan por muchos años el mismo grado y desconocen las lecciones de otros grados, aquí el maestro puede obtener un panorama de cómo se pretende que sea enseñado el volumen e incluso puede recurrir a una lección o ficha de un grado anterior antes de tratar una lección en su mismo grado y obtener con ello mejores resultados.

Es necesario que los profesores sigan recibiendo una actualización de la función que tienen las estrategias planteadas en los libros de texto para que de esa forma se vean familiarizadas con ellas y las pongan en práctica en sus respectivos grupos. Habría que revisar cómo se llevan a cabo los cursos de actualización, porque si no se desarrollan en un marco de resolución de problemas el maestro no experimentará ni conocerá en cabeza propia, las ventajas y alcances de este nuevo enfoque. También habría que ver si los maestros tiene apoyo al interior de sus centros de trabajo y no tienen presiones para avanzar de acuerdo a evaluaciones diseñadas para valorar otros modelos de enseñanza.

En particular, respecto al volumen, los resultados obtenidos por esta investigación muestran que para apoyar al alumno en su desarrollo de percepción tridimensional es necesario que los maestros le den importancia a la construcción de cuerpos geométricos con cubos (material manipulable) y no sólo se concreten en actividades abstractas. Pasar del espacio al papel debe trabajarse más, a través de armar y desarmar cuerpos geométricos hechos en cartulina y actividades similares.

Como se planteó al inicio de este trabajo, para conocer el impacto de la nueva propuesta se consideró el conocer las habilidades y competencias de los niños para resolver problemas relacionados con el volumen. Como ya se ha dicho, la propuesta en la práctica dista mucho de la propuesta en el papel, sin embargo los maestros realizan algunos esfuerzos y en esta investigación se vislumbran algunos efectos positivos, como es que los niños traten ahora de resolver problemas no sólo por medio de la fórmula y que en algún momento relacionen el volumen con el número de cubos. Tal vez, estos alumnos estén más preparados para ir ampliando y reforzando su noción de volumen a lo largo de la secundaria.

Como comentario final se quisiera agregar que se considera que hubiera resultado muy interesante el análisis de las justificaciones que dan los alumnos sobre sus respuestas, sin embargo el marco teórico en el que se insertó esta investigación no es del todo adecuado para esta tarea. Además, ello hubiera requerido más tiempo para su realización por lo que queda como una dirección por la que se podría profundizar para obtener más información que sirva para explorar el razonamiento de los niños cuando resuelven problemas relacionados con el concepto de volumen, lo cual daría luz a los investigadores interesados en estos temas y a los profesionales que se dedican a la enseñanza de las matemáticas.

BIBLIOGRAFIA

BATTISTA, M y Clements, D. (1996) Students' understanding of three dimensional rectangular arrays en *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 27. No. 3. Pp. 258-292.

BRIGHT, G. (1976) Estimation as part of learning to measure en *Measurement in School Mathematics*, pp. 87-104. VA, USA, NCTM Yearbooks.

CAD (1993) *La matemática en la Educación Primaria*. Documento del docente, México.

CLARK,Ch. (1986) *Procesos de pensamiento de los profesores*. 444-453. En M. Wittrock (1990). La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos. Barcelona: Paidós.Ministerio de Educación y Ciencia.

DEL OLMO A., Romero F. y Gil F. (1989) *Superficie y Volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Síntesis, Madrid, España.

DELAMONT, S. (1984) *Que comience la batalla: estrategias para la* clase. 127-158. S. Delamont, La interacción didáctica. Bogotá: Cincel-Kapelusz.

FIGUERAS, O. y WALDEGG, G. (1986) *La Medición en la Escuela Secundaria*. Cuadernos de Investigación 2 CINVESTAV, IPN. México.

FREUDENTHAL, H. (1983) *Fenomenología Didáctica de Estructuras Matemáticas*. (Traducción Luis Puig 1997). Cinvestav, IPN. México.

GUEVARA NIEBLA, G. (1992) *La catástrofe silenciosa*. F.C.E. México.

HARGREAVES, D (1978) *Interpersonal relations and Education*, Madrid, Narcea, (tr. M. Gómez., Las relaciones interpersonales en la educación, Madrid, Narcea, 1986)

JACKSON, Ph. (1990) *Opiniones de los profesores*. 149-188. En Ph Jackson. (1991) La vida en las aulas. Madrid: Morata.

MORENO MONSERRAT, (1983) *La aplicación de la psicología genética en la escuela*. En Moreno Monserrat. La Pedagogía Operatoria. Laia. Barcelona.

ORNELAS, C. (1997) *El sistema educativo mexicano. La transición de fin de siglo*. CIDE.NF.FCE. México

PALACIOS, J. (1979) *La Cuestión Escolar. Criticas y alternativas*. Laia. Barcelona.

PARADISE, R. (1997) *Socialización para el trabajo: La interacción maestro - alumno en la escuela primaria*. Serie DIE Tomo 1. Cinvestav. México

POTARI, D. y SPIOLOUTOPOLOU V. (1996) Children's approaches to the concept of volume en *Science Education* 80(3), pp. 341-360.

RICCO, G. y Vergnaud, G. (1983) Représentation du volume et arithmetisation. Entretiens individuels avec des élèves de 11 a 15 ans en *Recherches en Didactique de Mathématiques*, Vol. 4. No. 1, pp. 27-69.

SÁIZ, M. (1998) *El pensamiento del maestro acerca del volumen y su enseñanza*. (Documento predoctoral) CINVESTAV, IPN. México.

SANTOS, L. Manuel (1997) *Didáctica Lecturas*. Gpo. Ed. Iberoamérica, México.

SEP (a) (1974) *Matemáticas 6° grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México.

SEP (b) (1974) *Matemáticas 4° grado* Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México.

SEP (1993) *Plan y Programas de Estudios de Educación Primaria*. México.

SEP (a) (1994) *Avance Programático: 4° grado*. Conaliteg, México.
SEP (b) (1994) *Avance Programático: 5° grado*. Conaliteg, México.
SEP (c) (1994) *Avance Programático: 6° grado*. Conaliteg, México.
SEP (d) (1994) *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas quinto grado.* Conaliteg México.
SEP (e) (1994) *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas segundo grado.* SEP., México
SEP (f) (1994) *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas sexto grado.* Conaliteg., México.
SEP (g) (1994) *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas tercer grado.* Conaliteg., México
SEP (h) (1994) *Matemáticas: 4° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg., México.
SEP (i) (1994) *Matemáticas: 5° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg., México.
SEP (j) (1994) *Matemáticas: 6° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg., México.
SEP (a) (1995) (a) *Avance programático: 1° grado* Conaliteg, México
SEP (b) (1995) *Avance programático: 2° grado* Conaliteg, México
SEP (c) (1995) *Avance programático: 3° grado*, Conaliteg, México
SEP (d) (1995) *Matemáticas: 1° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg.,. México
SEP (e) (1995) *Matemáticas: 2° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg.,. México
SEP (f) (1995) *Matemáticas: 3° grado*, Libros de Texto Gratuitos. Conaliteg.,. México
SEP (a) (1996) *Libro para el maestro: Matemáticas 5° grado.* Conaliteg México.
SEP (b) (1996) *Libro para el maestro: Matemáticas 6° grado.* Conaliteg México.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

CAZDEN, C, (1984) *El discurso del aula*. 627-709. En M.Wittrock (1990) La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos. Barcelona: Paidós. Ministerio de Educación y Ciencia.
ERNEST, P. (1998) Las Bases Epistemológicas de la Investigación Cualitativa en Educación Matemática una Perspectiva Postmoderna en Teppo Anne, R. (ed) *Qualitative Research Methods in Mathematics Education.* Montana State University – Bozeman. Chapter 3. (Traducción para el seminario especializado II de la Maestría en desarrollo educativo de Sáiz, Mariana, 2000).
MURRAY, J. (1981) *Children´s Understanding of Mathematics: 11-16*. Oxford, London.
PARRA, C. y Sáiz I. (1994) Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós. Argentina.

THOMPSON, A. (1992) Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research en Grows, Douglas A. (ed), Handbook of research on mathematics teaching and learning, pp. 127-146.NY USA, Macmillan Pub. Co.

WOODS, P. (1993) *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa.* Paidós. España

ANEXO 1

CUESTIONARIOS

ANEXO 1a

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

El presente cuestionario se ha elaborado con el propósito de obtener datos útiles para la investigación de campo del trabajo titulado "A seis años de la propuesta educativa el caso del volumen en los niños de sexto año". Por tal razón te pido que tus respuestas sean expresadas con la mayor sinceridad.

La información que me proporciones quedará en anonimato. Por eso te pido NO escribir tu nombre.

De antemano gracias por tu colaboración.

1. De la siguiente lista encierra los temas que más se te dificulten trabajar en la clase de matemáticas.

- Operaciones con números decimales:
    a) Suma con números decimales
    b) Resta con números decimales
    c) División con números decimales
    d) Multiplicación con números decimales.

- Suma de fracciones
- Resta de fracciones
- División de fracciones
- Multiplicación de fracciones

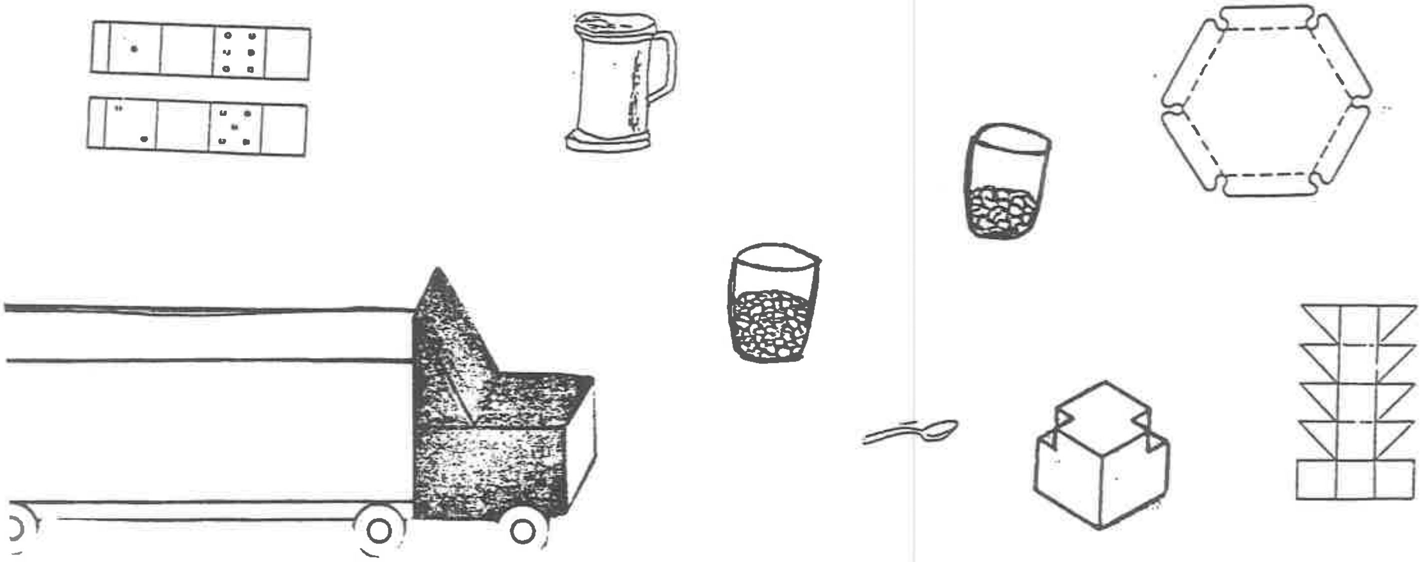
- Obtención del volumen de una figura geométrica

- Obtención del perímetro de una figura

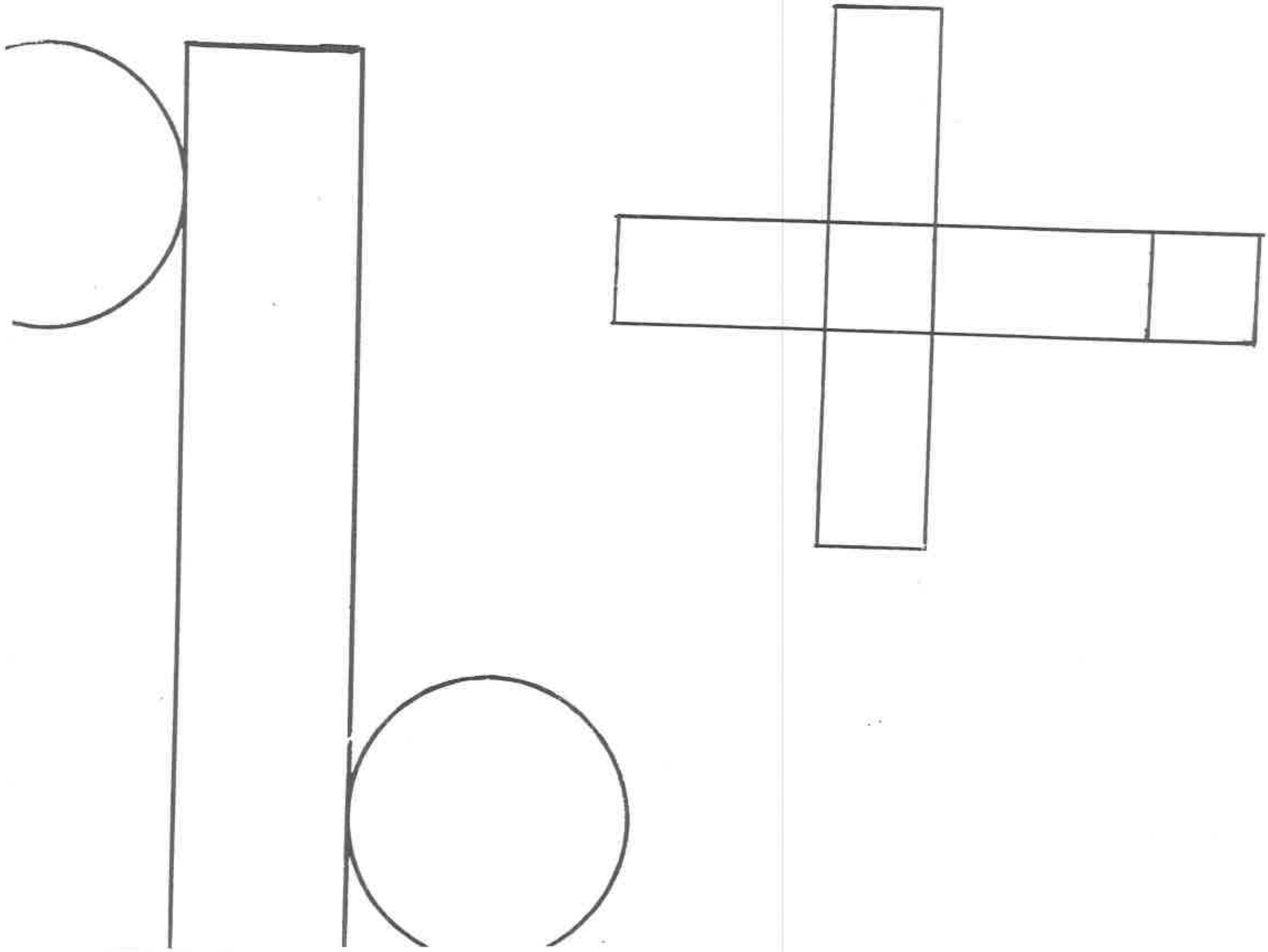
- Obtención del área de una figura

- Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones

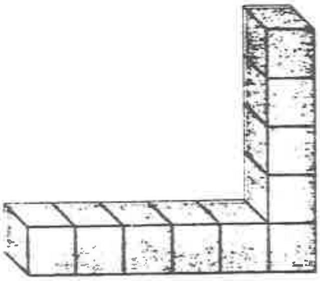
2. De los objetos siguientes encierra los que tengan volumen.

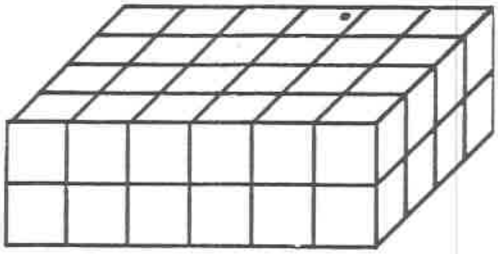


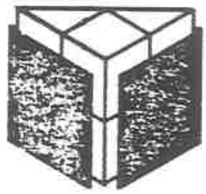
3. Con los siguientes planos ¿qué figuras crees que se formarían?. Escribe sus nombres.



4. Menciona cuántos cubos hay en cada figura.

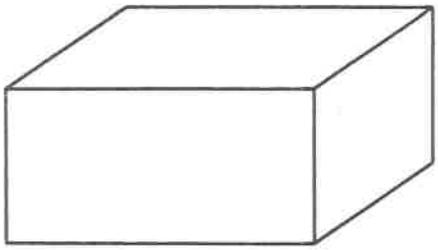






5. ¿Qué entiendes por volumen?

6. ¿Cómo obtendrías el volumen de la figura siguiente?



7. De la lista siguiente subraya aquellos objetos para los cuales puedas obtener el volumen:

Una lámina
Barril de agua
Una cartulina
Un pañuelo
Una piscina
La capacidad de un frasco de medicina
Una botella
Una cuchara
Una tina
Un cuadrado
Un triángulo
Una calle para ser pavimentada

ANEXO 1b

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

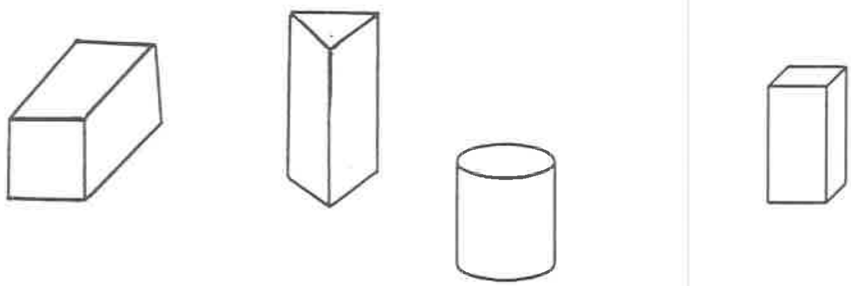
El presente cuestionario se ha elaborado con el propósito de obtener datos útiles para la investigación de campo del trabajo titulado "A seis años de la propuesta educativa el caso del volumen en niños de sexto año".

La información que me proporciones quedará en anonimato.
De antemano gracias por tu colaboración.

CUESTIONARIO 1

Nombre ______________________________ Fecha. ________

1.
a) Encierra el dibujo que no represente un prisma.

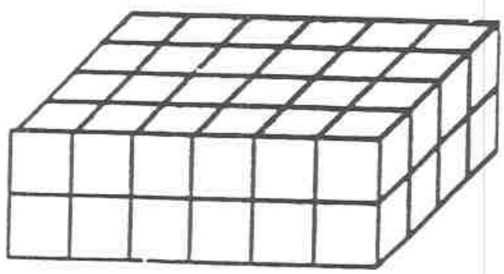


b) ¿Por qué?

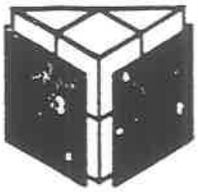
____

____

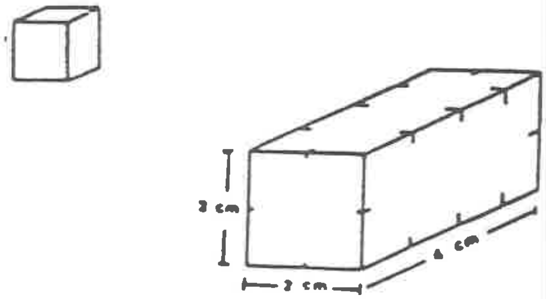
2. ¿Cuántos cubos forman el prisma siguiente?



3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente?



4. ¿Con cuántos cubos de 1cm por lado se puede formar el cubo siguiente



CUESTIONARIO 2

Este cuestionario se ha elaborado con el fin de recabar datos útiles para la investigación de campo del trabajo titulado "A seis años de la propuesta educativa el caso del volumen en niños de sexto año"

De antemano gracias por tu colaboración.

Nombre.______________________________ Fecha. ________

Lee detenidamente y contesta lo que se pide.

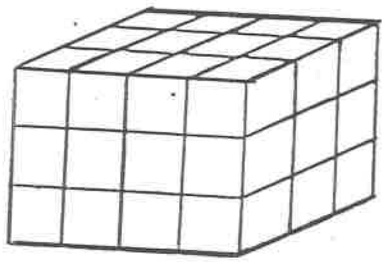
1. ¿Qué es el volumen?

____

____

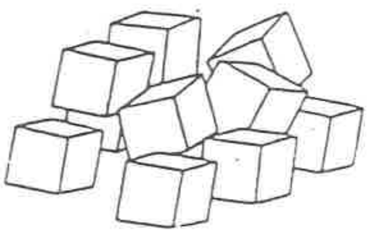
____

2. Este bloque se ha formado poniendo algunos cubos.

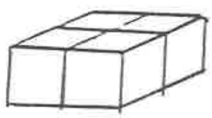


a) ¿Cuántos cubos forma el bloque si no hay huecos dentro? __________

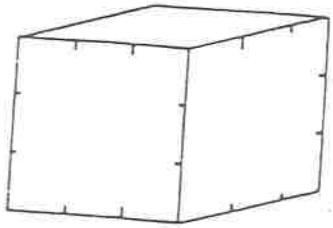
b) Se ha deshecho el bloque y se quiere hacer una torre con todos los cubos



¿Cuántos pisos tendrá cada torre, si cada piso es de esta forma?



3. ¿Cómo obtendrías el volumen de la caja siguiente?



4. Con el material que se te proporcione construye los dibujos de la página 42 de tu libro de matemáticas.

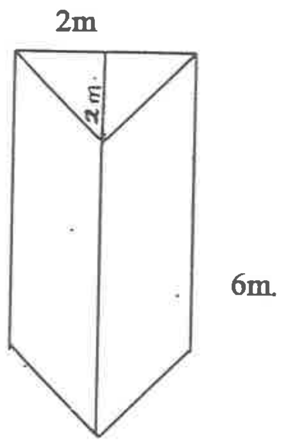
CUESTIONARIO 3 ANEXO 1d

Este cuestionario se ha elaborado con el fin de recabar datos útiles para la investigación de campo del trabajo titulado "A SEIS AÑOS DE LA PROPUESTA EDUCATIVA EL CASO DEL VOLUMEN EN NIÑOS DE SEXTO AÑO".

NOMBRE. ______________________________ FECHA. __________

Lee con atención y contesta.

1. Si el tanque de gasolina de un automóvil tiene la forma de un prisma de base triangular con las medidas que se indican en la figura siguiente:



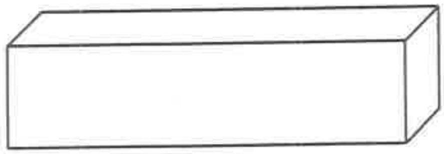
y se requiere que el tanque tenga el doble de capacidad:

a) ¿Cuánto tiene que medir la altura, si la base no cambia?

b) ¿Cuánto tiene que medir la base si su altura no cambia?

¿Cómo lo supiste?

2. ¿Qué medida debe tener una cisterna de forma de un prisma con base rectangular para que pueda contener 3000 litros?



¿Cómo lo supiste? Explica

ANEXO 1e

CUESTIONARIO 4

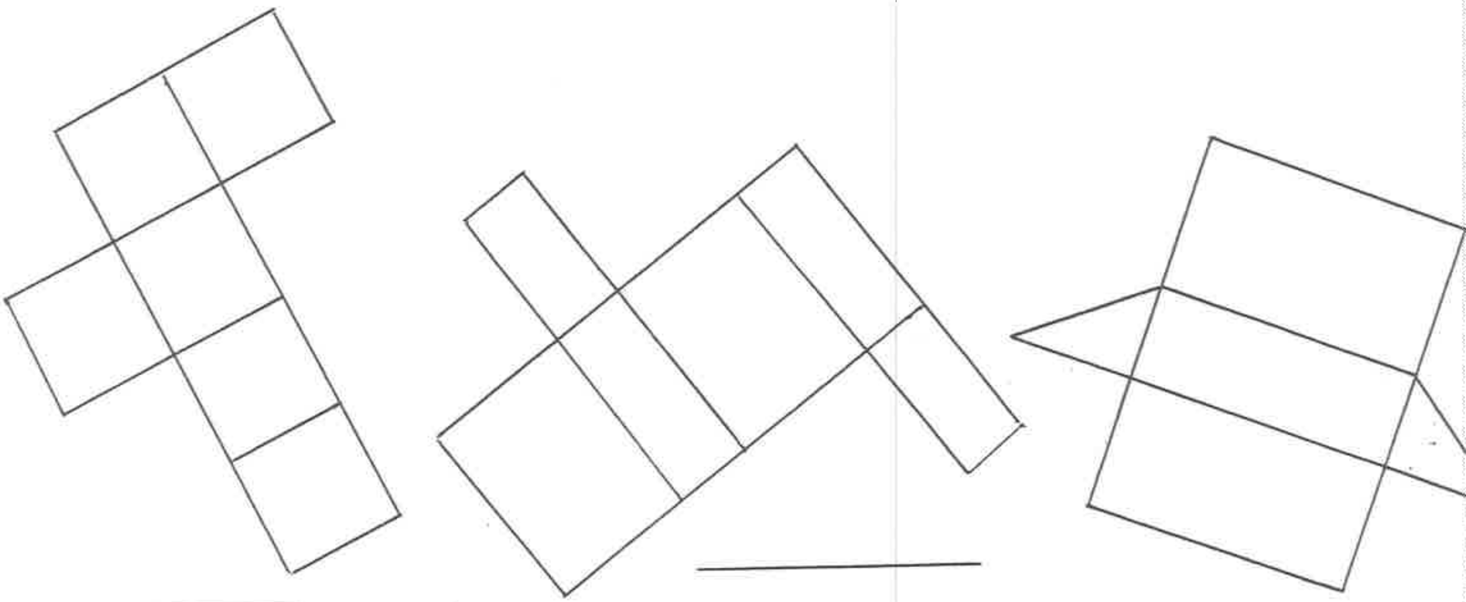
Este cuestionario se ha elaborado con el propósito de recabar datos útiles para la investigación de campo del trabajo titulado "A seis años de la propuesta educativa el caso del volumen en los niños de sexto año de educación primaria"

NOMBRE. ______________________________ FECHA. __________

ESCUELA. ______________________________ TURNO __________

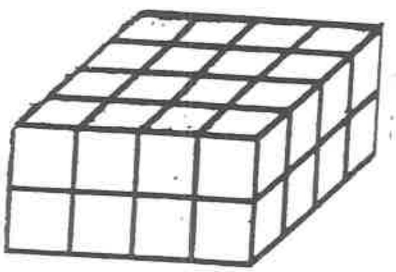
Lee detenidamente y contesta lo que se te pide.

1. **Observa los planos siguientes y escribe qué cuerpo geométrico se forma.**



______________ ______________ ______________

2. **Observa cuantos cubos hay en la construcción siguiente y contesta.**



- ¿Cuántos niveles tiene? ______________
- ¿Cuántos cubos hay? ______________

- ¿Si se duplican los niveles, ¿cuántas veces aumenta el número de cubos? ____________

- ¿Cuántos cubos hay? ______________

3. Si con 36 cubos se arma un prisma de 3 niveles, con 24 cubos más, ¿cuántos niveles se pueden agregar? ____________________

   Dibuja el prisma

- ¿Cuántas veces aumentó el número de niveles? ________________

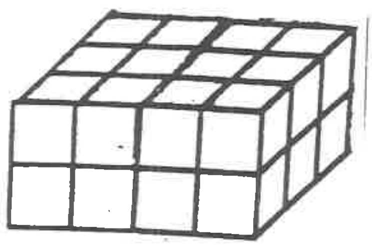
- ¿Cuántos cubos tendría el prisma si tuviera 15 niveles? ___________

  ¿Cómo lo supiste?

4. Si tengo 108 cubos y quiero armar una torre que tenga de base 6 cubos ¿Cuántos niveles tendría la torre? _____________________

   ¿Cómo le hiciste para encontrar la respuesta?

5. Observa el prisma siguiente y contesta ¿cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos? ________________________



¿Cómo le hiciste para encontrar la respuesta

ANEXO 1f

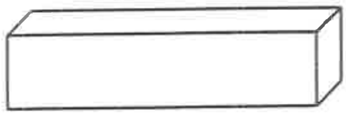
CUESTIONARIO 5

NOMBRE.______________________________ FECHA. _______

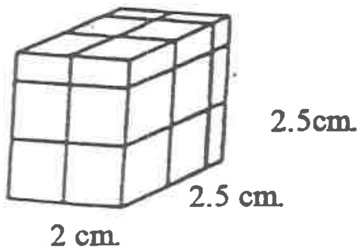
ESCUELA.______________________________ TURNO._______

Lee con atención y contesta lo que se pide

1. ¿Cómo le harías para encontrar el volumen del cuerpo siguiente?

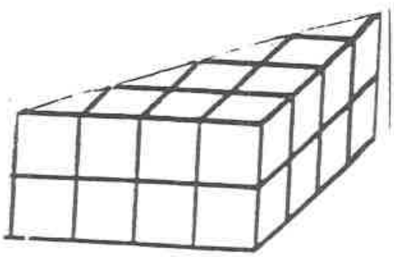


2. ¿Cuál será el volumen de la siguiente construcción?



¿Cómo le hiciste para saber la respuesta?

3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente, si cada cubito mide 1 centímetro cúbico?



CUESTIONARIO 6

NOMBRE. ______________________________ FECHA.__________

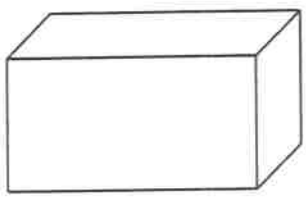
ESCUELA. ______________________________ TURNO.__________

CONTESTA LO QUE SE PIDE.

1. **Menciona 5 cosas a las que tu le puedas obtener el volumen**

____
____
____
____
____

2. **¿Cuántos litros de agua le cabrán al siguiente depósito de agua?**



12m cúbicos

¿Cómo le hiciste para saber la respuesta?

3. Un remolque de un tráiler mide 12.7m. de largo, 2.40m. de ancho y 2.75m. de alto. ¿Cuál es su volumen?

¿Cómo le hiciste para saber tu respuesta?

4. Una caja para empacar fruta mide 60cm de largo, 35cm. de ancho y 30cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del problemas 3. Sugerencia: encuentra el número de cajas que puede contener una capa completa.

Escribe cómo le hiciste para saber la respuesta

ANEXO 1h

CUESTIONARIO 7

NOMBRE.____ FECHA,______

ESCUELA.____

1. ¿Cuál será el volumen de un prisma triangular que su base mide 120 cm cuadrados y de altura 8cm.

2. ¿Cuál será el volumen de un cubo que tiene 8cm por lado?

3. Cuál será el volumen de un prisma rectangular que tiene 22cm de ancho, 10cm de largo y 12cm de altura?

ANEXO 2

CONCENTRADO DE DATOS

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **“FRANCISCO I. MADERO”** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO: DIAGNOSTICO

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. De la siguiente lista encierra los temas que más se te dificulten trabajar en la clase de matemáticas: - Operaciones con números decimales: a)suma con números decimales. b). Resta con números decimales. c). División con números decimales d). Multiplicación con números decimales. - Suma de fracciones - Resta de fracciones - División de fracciones. - Multiplicación de fracciones.	- División con números decimales - División de fracciones. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.	- División con números decimales.	- Ninguno	- División con números decimales.	- División con números decimales.

- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Obtención del perímetro de una figura - Obtención del área de una figura - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.					
2. De los objetos siguientes encierra los que tengan volumen	Jarro Vasos Planos para armar un cubo	Camión	Camión Dado	Camión dado	Jarro Camión Dado
3. Con los siguientes planos ¿qué figuras crees que se formarían? Escribe los nombres.	Cilindro Rectángulo	Cilindro Prisma	Cilindro Prisma rectangular	Cilindro Prisma rectangular	Cilindro Rectángulo
4. Menciona cuántos cubos hay en cada figura.	a). 10 b). 49 c). 9	a). 10 b). 48 c). 4	a). 10 b). 48 c). 4	a). 10 b). 48 c). 4	a).10 b). 64 c). 4

5. ¿Qué entiendes por volumen?	Volumen es la capacidad de la figura.	El volumen es una forma de contar cubitos y así entenderle a matemáticas.	El volumen es lo que cabe hacia adentro como prismas, cuadrados, etc.	Es una medida para medir terrenos cúbicos y otras cosas	El volumen es de un cilindro, es como sacar lo interior.
6. ¿Cómo obtendrías el volumen de la figura siguiente?	Con la fórmula b x a x h	Multiplicando aristas	Multiplicando 2x2x4=16cm3	Multiplicando Nota. No supo que iba multiplicar.	Sacando el área y el perímetro.
7. De la lista siguiente subraya aquellos objetos para los cuales puedas obtener el volumen: Lámina, barril de agua, cartulina, pañuelo, piscina, la capacidad de un frasco de medicina, una botella, una cuchara, una tina, un cuadrado, un triángulo, una calle para ser pavimentada.	Barril de agua Una piscina Una botella Una tina	Una piscina Una tina Un cuadrado Una calle para ser pavimentada.	Una piscina Una tina Una calle para ser pavimentada	Una piscina Una calle para ser pavimentada.	Barril de agua Una piscina La capacidad de un frasco de medicina Una botella Una tina

ANEXO 2b

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"FRANCISCO I. MADERO"** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 1

Alumno Pregunta.	1	2	3	4	5
1. a) Encierra el dibujo que no represente un prisma. b) ¿Por qué?	**Cilindro.** Porque tiene su base circular	**Cilindro.** Porque es cilíndrico	**Cilindro** Porque no tiene sus lados iguales.	**Cilindro.** Porque es redondo y los prismas tienen caras y vértices.	**Prisma** cuadrangular. Porque el prisma es horizontal
2. ¿Cuántos cubos forman el prisma siguiente?	**48 cubos.** Sume los cubos del prisma	**48 cubos.** Multiplique los lados y después sume el otro nivel.	**48 cubos** Porque la base tiene 24 cubos y como son 2 niveles	**48 cubos.** Porque los dos pisos suman 48	**48 cubos.** Porque se cuentan los de arriba y los de abajo.
3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente?	**14** Porque los que tienen las caras de adelante y las de arriba y las de atrás.	**4**	**4** Porque hay dos adelante y 4 mitades se sacan otros 2 cubos y se suman con los otros.	**10 cm3** Porque eso suman todos sus cubitos.	**4** Porque dos están completos y hay otros 4 a la mitad y esos forman 2 cubos.
4. ¿Con cuántos cubos de 1cm. Por lado se puede formar el cubo siguiente?	**16** Porque 4x2=8 y 8x2 niveles 16	**16** Porque multipli-que un nivel y después el otro lo sume	**16 cubos.** Porque son 8 de la base por 2 de altura igual a 16	**40 cubos** primer piso 20 cubos más el segundo son 40	**20 cubos**

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"FRANCISCO I. MADERO"** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 2

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. ¿Qué es el volumen?	Es la forma de saber el volumen de un cubo.	Es la capacidad y cantidad de lo que le cabe a algo y también para contar cubos.	La capacidad de algo a cuanto puede tener a adentro.	El volumen es la base de toda la figura y esta se puede hacer multiplicando sus lados.	Es la medida con cubos o la forma de saber cuantos cubos o la medida es.
2. Este bloque se ha formado poniendo algunos cubos. a). ¿Cuántos cubos forma el bloque si no hay huecos? b) Se ha deshecho el bloque y se quiere hacer una torre con todos los	a). 36 cubos. b). 4 pisos.	a). 36 cubos. b). 9 pisos.	a). 36 cubos. b). 9 pisos	a). 36 cubos b). 9 pisos	a). 66 cubos. b). 11 pisos y sobrarían 2

cubos. ¿Cuántos pisos tendrá cada torre, si cada piso es de esta forma?					
3. ¿Cómo obtendrías el volumen de la caja siguiente?	Sumando los cubos que tiene adentro.	Poniendo bloques y sacando el área.	Sacando el área de la base y multiplicarlo por la altura.	Sumando sus lados y los cuadros.	Poniéndole los cubos.
4. Con el material que se te proporcione construye los dibujos de la página 42 de tu libro de matemáticas.	No se escriben respuesta porque sólo se observó lo que los alumnos construían. Y los datos obtenidos se utilizarán para las conclusiones.				

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **“FRANCISCO I. MADERO”** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 3

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. Si el tanque de gasolina de un automóvil tiene la forma de un prisma de base triangular con las medidas que se indican en la figura siguiente; y se requiere que el tanque tenga el doble de capacidad. a). ¿Cuánto tiene que medir la altura, si la base no cambia? b). Cuánto tiene que medir la base si su altura no cambia? c) ¿Cómo lo supiste?	a). 12m. b). Puede medir igual 12m. Porque tiene la misma medida que es 2. c). Sacando el área de el triángulo y tuve las mismas medidas porque las dos medidas tienen 2 saldría lo mismo de lo doble.	a). 12m. Multiplique 2x6=12 b). Tiene que medir 8. Multiplicando 4x2 c). Multiplicando en mi mente la tabla del 2.	a). 12m. Esto es porque el área de la base es de 2m. Y la altura es de 6m. Y si se saca el doble el volumen sería 24 y si la base es de 2m. Se multiplica el 6 por 2. b). El área de la base tiene que ser 4 cm^2	a). 12m. Tomando lo largo del tanque de gasolina para luego doblarle la medida. b). 8m. Para encontrar el resultado multiplique las medidas de la base y luego doble las medidas.	a). 12m. Porque lo doble de 6 son 12. b). 8m. Porque 2x2 son 4 y el doble de 4 son 8.
2. ¿Qué medidas debe tener una	1000x3 esto es igual a 3000 que es la	10m.	Las medidas q ie debe tener son:	Las medidas que debe tener son: 3m	No tuvo ninguna idea.

cisterna de forma de un prisma con base rectangular para que pueda contener 3000 litros? ¿Cómo lo supiste?	capacidad de la cisterna.	Multiplique.	100m, 60m, 5m. Esto da 30000 y se divide entre 10 por el decímetro cúbico y da 3000. Nota. Las medidas que encontró las encontró a través de tanteos.	por 1m por 1m. La respuesta la encontré haciendo varios intentos con varias cifras hasta que encontré las medidas. Nota. Para encontrar las medidas fue poniendo varias medidas, teniendo en cuenta que 1m cúbico equivale a 1000 litros Realizó esta multiplicación 3x1x1x 1000	

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"FRANCISCO I. MADERO"** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 4

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. Observa los planos siguientes y escribe qué cuerpo geométrico se forma?	a) Cubo b) Prisma rectangular. c) Prisma triangular.	a) Cubo. b) Prisma rectangular. c) Prisma triangular.	a) Cubo. b) Prisma rectangular. c) Cuadrado.	a) Cubo. b) Prisma rectangular. c) Prisma triangular	a) Cubo. b) Rectángulo c) Triángulo
2. Observa cuántos cubos hay en la construcción siguiente y contesta. a) ¿Cuántos niveles tiene? b) ¿Cuántos cubos hay? c) Si se duplican los niveles, cuántas veces aumenta el número de cubos? d) ¿Cuántos cubos hay?	a) 2 niveles b) 32 cubos c) 2 veces d) 64 cubos	a) 2 niveles b) 32 cubos c) 2 veces d) 64 cubos	a) 2 niveles b) 32 cubos c) 32 d) 64 cubos	a) 2 b) 32 cubos c).2 veces d) 64 cubos.	a) 2 niveles b) 32 cubos c) 4 veces d) 54 cubos
3. Si con 36 cubos se arma un prisma de 3 niveles, con 24	a) 2 niveles b) Más 2 veces c) 180 cubos	a) 2 b) 2 niveles c) 180 cubos	a) 1 y medio b) 2 veces c) 180 cubos	a) 2 niveles b) 2 veces c) 150	a) 5 niveles b) 2 veces c) 180

cubos más a).¿Cuántos niveles se pueden agregar? b). ¿Cuántas veces aumento el número de niveles? c). ¿Cuántos cubos tendría el prisma si tuviera 15 niveles?					12x5=180
4. Si tengo 108 cubos y quiero armar una torre que tenga de base 6 cubos ¿Cuántos niveles tendría la torre? ¿Cómo le hiciste para encontrar la respuesta?	18 niveles. Dividió 108 entre 6	18 niveles Dividió 108 entre 6	18 niveles Lo hizo tanteando 6x10= 60 Cuánto le falta a 108	18 108 entre 6	18 niveles 108 entre 6 de base.
5. Observa el prisma siguiente y contesta ¿Cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos? ¿Cómo le hiciste para encontrar la respuesta?	51 niveles 612 entre 12	51 niveles 612 entre 12	50 niveles	51 niveles 612 entre 12	306 niveles 612 entre2

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"FRANCISCO I. MADERO"** TURNO MATUTINO

TEMA: EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 6

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. Menciona cinco cosas a las que puedas obtener el volumen.	Una mesa Un estante Un pizarrón Un refrigerador Una televisión.	Un cubo Una botella de leche Una caja Un estante Un bote	Un vaso Una caja Una cisterna Un cartón de leche Un dado	Prisma rectangular Botella Caja Una cubeta Un cubo	Un cilindro Un cubo Una alberca Una tina Un pizarrón
2. ¿Cuántos litros de agua le cabrán al siguiente depósito de agua?	12 litros 12x 4 lados = 48 entre 4.	12 litros. Dividí 1 litro entre 12m. Cúbicos y me salió 12.	12 litros Convertí los 12m cúbicos a 120 cm cúbicos y los dividí entre diez para saber cuántos decímetros caben y cabe doce y cómo cada decímetro cúbico tiene un litro hay 12 litros.	12 000 Multiplique 12 m cúbicos x 1000= 12000. Los mil son los litros de agua.	48 litros Multiplique 4 x 12 y me salió 48. Multiplique por 4 por los 4 lados.
3. Un remolque de un tráiler mide 12.7m de largo, 2.40m de ancho y 2.75m de alto ¿cuál es su volumen?	17.85 Sume todas las cantidades	17.85 Sume las medidas Nota. Estaba copiando	$83.82000m^3$ Para obtener el resultado saque el área de la base y la multiplique por la altura.	No contesto	17.85m. Para obtener el resultado sume lo del remolque: largo, ancho y alto.
4. Una caja para	No le entiendo.	1080. Caben 20	108 cajas. 9 de alto,	No contesto.	2231.25

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"FRANCISCO I. MADERO"** TURNO MATUTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 5

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. ¿Cómo le harías para encontrar el volumen del cuerpo siguiente?	Cuadricularía o mediría toda la figura para saber cuál es el volumen y poderlo sacar.	Con las medidas del área y el perímetro multiplicaría el área y el perímetro.	Sacando el área de la base por la altura del cuerpo.	Sacaría las medidas de lo largo y lo ancho y la altura y luego multiplicaría los lados: lo largo, lo ancho y la altura.	Sacando el área de la figura, su base y su altura.
2. ¿Cuál será el volumen de la siguiente construcción? ¿Cómo le hiciste para saber la respuesta?	10 Nota. Multiplico ancho por largo por altura.	10.0 Nota. Multiplico las tres medidas que se marcan en la figura.	10 cm^3 Obtuvo el área de la base y multiplico por la altura.	10. 0 cm^3 Multiplico los lados porque esa es la formula para sacar el volumen del cubo.	10.0 cubos multiplique la altura y lo de abajo.
3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente, si cada cubito mide 1 centímetro cúbico?	16 Sume los cuadros de arriba y los multiplique por los dos niveles.	16 cm. Conté los cubos y sume los niveles	16 cm^3	16cm^3 Lo saqué usando la formula	16cm^3 Porque 4x4 es 16 y ese es el volumen

empacar fruta mide 60cm de largo, 35cm de ancho y 30cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del problema 3. Sugerencia: encuentra el número de cajas que pueda contener una capa completa.		cajas a lo largo, 6 cajas a lo ancho y 9 cajas a lo alto.	2 de largo y 6 de ancho.		sume 60+35+30=125 y después multiplique 17.85x125 y me salió 2231.25.

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA "FRANCISCO I. MADERO" TURNO MATUTINO

TEMA: EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 7

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. ¿Cuál será el volumen de un prisma triangular que tiene de base 120cm cuadrados y de altura 8cm.?	$960cm^3$	892 de volumen 120x 32 porque 8 de altura por los 4 lados del triángulo son 32.	$960cm^3$ 120x8 Multiplique el área de la base x altura.	960cm 120x8 Esto lo supe porque así va la formula del prisma triangular.	960cm Multiplique 120x8
2. ¿Cuál será el volumen de un cubo que tiene 8cm por lado?	F= axaxa 8x8x8= $512cm^3$	48 de volumen Multiplique el número de cara por la medida del lado. 6 caras por 8 cm. Nota. No sabe porque hizo esta operación.	$512cm^3$ Multiplique el área de la base por la altura, porque así lo he aprendido.	$512cm^3$ Multiplique 8x8x8; porque la formula para sacar el volumen de un cubo es lxlxl=a3	8x4=32cm Porque 8 por los cuatro lados del cubo.
3. ¿Cuál será el volumen de un prisma rectangular que tiene 22cm de ancho, 10cm de largo y 12cm de altura?	F= bxaxh 10x22=220x12 = $2640cm^3$	22+10+12=44 44x6 lados del prisma No sabe porque hizo esta operación.	22x10=220x12= 2640 R= $2640cm^3$ Para resolver este problema utilice la formula.	22x10=220x12= $2640cm^3$	22+10+12=44cm. Sume las medidas.

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO: DIAGNOSTICO

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. De la siguiente lista encierra los temas que más se te dificulten trabajar en la clase de matemáticas: - Operaciones con números decimales: a)suma con números decimales. b). Resta con números decimales. c). División con números decimales d). Multiplicación con números decimales. - Suma de fracciones - Resta de fracciones - División de fracciones. - Multiplicación de fracciones.	- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones. -	- Resta con números decimales. - División con números decimales. - Resta de fracciones. - División de fracciones. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.	- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.	- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.	- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.

- Obtención del volumen de una figura geométrica. - Obtención del perímetro de una figura - Obtención del área de una figura - Resolución de problemas que impliquen operaciones con fracciones.					
2. De los objetos siguientes encierra los que tengan volumen	Camión Vasos Jarro Exágono Planos para construir un dado.	Camión Vaso Exágono Dado Planos para construir un dado	Jarro Vasos camión	Camión Vasos Jarro	Camión Vasos Jarro Planos para construir un cubo
3. Con los siguientes planos ¿qué figuras crees que se formarían? Escribe los nombres.	Prismas	a). Un carro b). Un cubo	a). Las llantas de un carro b). Una cruz	a). Un signo de división b). Una cruz	Prismas
4. Menciona cuántos cubos hay en cada	a). 10 b). 18	a). 10 b). 32	a). 10 b). 33	a). 10 b). 58	a). 10 cubos b). 48

figura.	c). 10	c). 6	c). 4	c). 4	c). 12 cubos
5. ¿Qué entiendes por volumen?	El volumen es cuando se traza una figura y se pueden contar los cubos.	No contesto.	El volumen es lo que la figura contiene , los cuadros que se pueden contar por dentro.	Es lo que la figura lleva adentro.	Que caben muchas cosas.
6. ¿Cómo obtendrías el volumen de la figura siguiente?	Con la regla	Multiplicando	No contesto.	Contando cubos	Llenándolo de cubitos.
7. De la lista siguiente subraya aquellos objetos para los cuales puedas obtener el volumen: Lámina, barril de agua, cartulina, pañuelo, piscina, la capacidad de un frasco de medicina, una botella, una cuchara, una tina, un cuadrado, un triángulo, una calle para ser pavimentada.	Una cartulina Un cuadrado Un triángulo	Una piscina Una botella Una tina Un cuadrado Un triángulo	Barril de agua. La capacidad de un frasco de medicina. Una botella	Barril de agua La capacidad de un frasco de medicina. Una tina Una calle para ser pavimentada.	Barril de agua. Una piscina La capacidad de un frasco de medicina. Una botella. Una tina.

ANEXO 2j

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO

TEMA: EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 1

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. a). Encierra el dibujo que no representa un prisma. b). ¿Por qué?	Cilindro. Porque no tiene los lados casi iguales.	Prisma cuadrangular. No tiene forma	Cilindro. Porque es un cilindro.	Cilindro. Es un cilindro	Cilindro. Porque son distintos todos.
2. ¿Cuántos cubos forma el prisma siguiente?	48	48 cubos	48 cubos	64 cubos	48 cubos
3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente?	B x h entre 2	4 cubos Conté uno por uno.	6 Multiplique y dividí	B x h entre 2	B x h entre 2 4x3=12 entre 2 = 6
4. ¿Con cuántos cubos de 1cm. Por lado se puede formar el cubo siguiente?	16 Por que medí	16 Uní los puntos y después los conté	28	33 Conté los cubitos.	28 Encontré el resultado sumando.

ANEXO 2k

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO

TEMA: EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 2

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. ¿Qué es el volumen?	El volumen es lo que se saca del contorno de una figura y se multiplica.	Es una medida de capacidad con que se puede sacar lo que tiene adentro el cubo o cualquier prisma.	Es la capacidad de figuras.	El volumen es la capacidad que le cabe a un cubo. A una cosa o algo que tenga superficie.	Es la capacidad de introducir cualquier cosa a los prismas.
2.Este bloque se ha formado poniendo algunos cubos. a). ¿Cuántos cubos forma el bloque si no hay huecos dentro? b). Se ha deshecho el bloque y se quiere hacer una torre con todos los cubos. ¿Cuántos pisos tendrá cada torre, si cada piso es de esta forma?	a). 39 b). 9	a). 36 b). 5	a). 36 b). 9	a). 36 b). 9	a). 36 b). 9
3. ¿Cómo obtendrías el volumen de la caja siguiente?	Contando los cubos o multiplicando	Multiplicando lado por lado	Multiplicando todos los lados. Lado por lado.	9x4	Multiplicando lado por lado por lado.

ANEXO 21

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO
TEMA. EL VOLUMEN
CUESTIONARIO 3

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. Si el tanque de gasolina de un automóvil tiene la forma de un prisma de base triangular con las medidas que se indican en la figura siguiente y se requiere que el tanque tenga el doble de capacidad. a). ¿Cuánto tiene que medir la altura, si la base no cambia?	a). 96 Multipliqú 4x4 = 16; 16 entre 2= 8 12x8=96	a). 12m. Como la altura mide 6 se multiplica x 2 y sale 12 que es el doble.	a) 12m	a). 2x2=4 4 entre2=2 y 6 x 2=12. Multiplique las medidas de la base y luego con las de la altura.	a).12m. Si la base no cambia la altura sigue midiendo 6 y el doble de seis es 12.
b). ¿Cuánto tiene que medir la base si la altura no cambia?	b). 4m. Porque multiplique	b). 4m. Como la base mide 2m. Se multiplica x	b) 2m.	b). 4m2 Multiplique 2m de la base por otros 2m.	b). 4m. Porque si la altura no cambia y la base

¿Cómo lo supiste? Explica.	2x2=4	2 y sale 4		Para que me diera el doble.	mide 2 el doble de la base tiene que ser 4.
2. ¿Qué medidas debe tener una cisterna de forma de un prisma con base rectangular para que pueda contener 3000 litros? ¿Cómo lo supiste?	300 de altura y 10 de ancho. Para saberlo multiplique 300 x 10 y el resultado fue 3000.	2 de altura y 1500 de ancho. Para encontrar las medidas busque la mitad de 3000 que es 15000 x 2	Las medidas son 30m de largo, 10m de ancho y 10m de altura. Nota. No explica cómo le hizo.	Las medidas son: 30m de largo, 10m de ancho y 10m de alto. Para encontrar las medidas lo intente con varios números. 30 de base, 10 de ancho y 10 de altura.	10 m de largo, 10m de ancho y 30m de alto. Fue tanteando cantidades hasta encontrar 3 números que dieran 3000.

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO
TEMA: EL VOLUMEN
CUESTIONARIO 4

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. Observa los planos siguientes y escribe qué cuerpo geométrico se forma.		Cubo Rectángulo Triángulo	Cubo Prisma rectangular Prisma triangular	Cubo Prisma rectangular Prisma triangular	Cubo Prisma rectangular Prisma triangular
2. Observa cuántos cubos hay en la construcción siguiente y contesta. a). ¿Cuántos niveles tiene? b). ¿Cuántos cubos hay? c). ¿Si se duplican los niveles, ¿cuántas veces aumenta el número de cubos? d). ¿Cuántos cubos hay?		a). 2 b). 64 cubos c). 4 d). 195	a). 2 b). 32 Tiene 2 niveles y hay 32 cubos porque de un nivel hay 16 y el otro es igual entonces es 32. c). 2 d). 64	a). 2 b). 32 c). 2 d). 64	a). 2 b). 32 c). 4 d). 64

3. A) Si con 36 cubos se arma un prisma de 3 niveles, con 24 cubos más ¿cuántos niveles más se puede agregar? Dibuja el prisma. b). ¿Cuántas veces aumento el número de niveles? c). ¿Cuántos cubos tendría el prisma si tuviera 15 niveles? ¿Cómo lo supiste?		a). 2 b). No contestó c). 180. Lo supe multiplicando	a). 2 b). 2 veces c). 180 Multiplicando 15x12 y salió 180	a). 2 b).2 veces c). 180 Dividiendo el número de niveles con el de los cubos y con el resultado multiplicarlo con el número de niveles que se aumentan.	a). 2 b). 2 c). 170 Multiplicando el número de cubos de cada nivel por los quince niveles que me comentan. 15x12=170 Aquí hubo un error en la multiplicación.
4. Si tengo 108 Y quiero armar una torre que tenga de base 6 cubos ¿cuántos niveles		a). 6	a)18 niveles	a). 30	a). 18

tendría la torre?					
5. Observa el prisma siguiente y contesta ¿cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos? ¿Cómo le hiciste para encontrar la respuesta?		56 Dividí 612 entre la base que es 12	51 Dividiendo 612 entre 12 que mide la base y sale 51	51 Dividiendo los 612 cubos que hay entre los doce de la base y así obtuve el resultado.	51 Dividí 612 entre los 12 cubitos de cada nivel

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 5

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1.¿Cómo le harías para encontrar el volumen del cuerpo siguiente?	Midiendo todos sus lados y sumando.	Se suman base más ancho más altura.	Sumando base más base y multiplicando por altura.	Buscando sus medidas y sumar o multiplicar sus lados y así obtener el resultado. Sumaría la base más el ancho y lo multiplicaría por la altura.	Multiplicando base por altura sobre dos.
2. ¿Cuál es el volumen de la siguiente construcción?	10.0	10.0	10.0	10.0	$50m^2$
¿Cómo lo supiste?	Multiplicando sus lados.	Multiplicando bxhxh	Multiplicando b+axa	Multiplicando todos sus lados.	Multiplique y luego dividí.
3. ¿Cuál es el volumen del prisma siguiente, si cada cubito mide 1centímetro cúbico?	$16cm^2$. Obtuve este resultado contando los cubos.	$16cm^3$ Nota. Cuenta sólo lo que ve, las mitades las toma por enteros.	$17cm^2$ Sumando los cuadritos son 15 más cuatro cachitos forman 2 cuadros entonces son 17.	16cm. Lo supe sumando todos los cubos y los que están a la mitad los uní para así tener un solo cubo.	27

ANEXO 2n

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **"ARTURO ROSENBLUETH"** TURNO VESPERTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 6

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1.Menciona 5 cosas a las que tú le puedas obtener el volumen.	Se puede sacar multiplicando lado por lado, sumando su base por altura o también dividiendo.	Un cubo Un prisma rectangular. Un prisma cuadrangular. Un cilindro.	Cubo. Caja. Casa. Tabique Dado	Caja Remolque Un cuarto Estante Bolsa.	Caja Remolque Estante Cuarto Cajón.
2. ¿Cuántos litros de agua le cabrán al siguiente depósito de agua?	Su capacidad es de 288	36 litros	1728 m^2	36 litros de agua	36 litros de agua
¿Cómo lo supiste?	Primero multiplique y después dividí 12x4 entre 2	Multiplicando 12x 3	Multiplicando 12x12x12 entre 2	Multiplicando 13 por los tres lados del depósito.	Multiplicando 12 x3 Porque si son metros cúbicos me imagine que eran litros.
Un remolque de un tráiler mide 12.7m. de largo, 2.40m. de ancho y 2.75m. de alto. ¿Cuál es su volumen?	4162.50	10.370m3	83.8700	14.0250m^3	83.82000

¿Cómo le hiciste para saber tu respuesta?	Sumando el largo más el ancho por la altura.	Multiplicando largo por ancho y luego sumando su altura.	Multiplicando las medidas del remolque	Sumando la base más el ancho y el resultado lo multiplique por la altura.	Multiplicando su altura por el ancho y luego por su largo.
4. Una caja para empacar fruta mide 60cm de largo, 35cm de ancho y 30cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del problema 3. Sugerencia encuentra el número de cajas que puede contener una capa completa. Escribe cómo le hiciste para saber la respuesta.	1248750 Multiplique 60x35 lo que salió lo multiplique por 30.	5213 Multiplique 60cm.x35cm más 30 de alto y luego dividi.	950 cajas Porque sumando 60+35 y multiplicando lo que salga por 30 sale 2850 pero dividiéndolo entre 3 por que son de 3 medidas me da 950.	.0049 Lo supe sumando la base de la caja más el ancho y obteniendo su resultado lo multiplique por la altura, luego dividí el volumen del remolque entre el de la caja y así obtuve cuántas cajas caben en el remolque.	.013304752. Multiplico las medidas de una caja de fruta y luego dividió el resultado del problema 3 entre el resultado del problema 4.

ANEXO 2ñ

CONCENTRADO DE DATOS DE LOS CUESTIONARIOS APLICADOS A LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA **“ARTURO ROSENBLUETH”** TURNO VESPERTINO

TEMA. EL VOLUMEN

CUESTIONARIO 7

Alumno Pregunta	1	2	3	4	5
1. ¿Cuál será el volumen de un prisma triangular que tiene de base 120cm cuadrados y de altura 8cm?	Formula V=bxh entre 2 120x8=960 entre 2=480	R= 480cm2 120x8=960 960 entre2= 480 Formula bxh sobre	120x8=960 960 entre 2 =480 480cm3 b x a entre 2	V= 480cm3 Multiplique la base x la altura entre 2, porque es la formula para obtener el volumen.	120 x8 =960 960 entre 2 = 480 cm2
2. ¿Cuál será el volumen de un cubo que tiene 8cm por lado?	8x8= 16 16x8= 128 128x8= 1024 Esto lo hice porque me base en la formula. Nota. No supo contestar cuál es la formula.	Formula lxlxl 8x8= 64 64x8=512 R=512cm^2	8x8=64 x 8= 512 V= 512cm^3 V=lxlxl	V=512cm^3 8x8=64x8=512 Utilice la formula del volumen del cubo que es lxlxl	8x8=64x8=512 V= 512cm^3 Para encontrar el volumen me base en la formula axaxa
3. ¿Cuál será el volumen de un prisma rectangular que tiene 22 cm de ancho, 10cm de largo y 12cm de altura?	22x10=220 220x12= 2240 V=2640cm^3 V=axaxl	Formula ancho x largo x altura 22x10=220 220 x 12 =2840cm^3 Nota. Tuvo un error en la operación, por eso tal resultado.	22x10=220 220x12= 2640 V= 2640cm^3 Formula axaxl Altura por ancho por largo.	22+10=32 32x12=384 V=384cm^3 Sume la base más el ancho y lo multiplique por la altura.	22x10=220 220x1202640 2640cm^3 Para hacer este problema me base en la formula largo x ancho x altura.

ANEXO 3

LECCIONES SOBRE EL VOLUMEN EN LOS LIBROS DE TEXTO GRATUITOS

LECCIONES SOBRE EL VOLUMEN DE SEGUNDO GRADO

Las partes de una caja

- Con el grupo y tu maestro, comenten lo que crean que están haciendo los niños de la fotografía.

Formen equipos de cuatro niños. Tomen 4 cajas diferentes.

- Cada niño toma una caja. Sobre una hoja de papel marca el contorno de cada una de las partes planas que tiene la caja.

- Recorta cada una de las figuras que marcaste en el papel.

- ¿En las figuras que recortaste hay cuadrados? ____________
¿Hay rectángulos? __________ ¿Hay triángulos? __________
- ¿Qué otras figuras resultaron? ____________
____

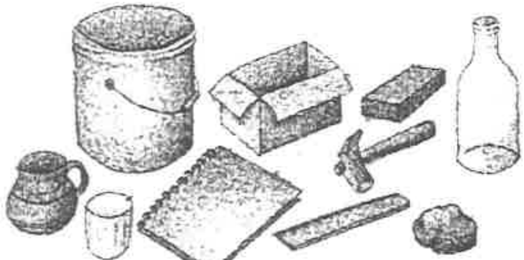
- Cuando terminen, junten y revuelvan todas las figuras que recortaron en el equipo.

- Ahora elijan una caja diferente a la que tomaron al principio de la actividad y busquen todas las figuras que pertenecen a esa caja.

- Para que vean si tomaron las figuras correctas, colóquenlas sobre las partes planas de la caja que eligieron.

¿A qué recipiente le cabe más?

Encierra los objetos que crees que sirven como recipientes. Los recipientes son los que puedes llenar con arena, agua, semillas o aserrín.



Organícense en equipos de 8 niños. Consigan arena y 5 recipientes: una taza, un vaso, un bote pequeño, un jarro y una cajita.

Tomen el recipiente más pequeño como unidad de medida y numeren los otros recipientes, del que crean que le cabe menos arena al que crean que le cabe más.

▼ Escriban en la tabla los nombres de los recipientes según hayan quedado numerados.

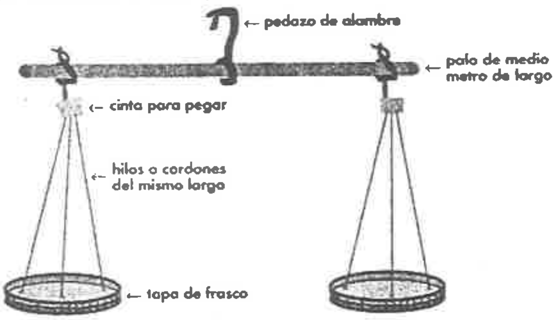
	Recipiente 1	Recipiente 2	Recipiente 3	Recipiente 4
Creo que la unidad cabe:				
La unidad cabe realmente:				
¿Acertó?				

▼ ¿Cuántas veces crees que puedes llenar de arena la unidad de medida y vaciarla en cada uno de los recipientes hasta que se llenen? __________
Anota tus respuestas en el primer renglón de la tabla

▼ Para que vean si ordenaron bien los recipientes y si calcularon la medida de cada uno de ellos correctamente, midan la capacidad de cada uno de los recipientes con la unidad de medida. Anoten sus resultados en el segundo renglón de la tabla.
¿Los recipientes quedaron ordenados como ustedes habían dicho? ________
¿A cada recipiente le cupo la unidad de medida, el número de veces que dijeron? ______
Completa la tabla.

¿Cuál pesa más?

Si no existe una balanza en el Rincón de las matemáticas, construyan una como la que se muestra en el dibujo.



:oloquen 4 cajitas del mismo tamaño en una mesa frente al grupo. Llenen ına cajita con arena, otra con semillas, otra con clavos y otra con papel. 'orren las cajitas con papel y enumérenlas del 1 al 4.

'or turnos, cada niño pasa al frente del salón. Toma dos cajitas en cada nano y dice cuál cree que pesa más.

:l niño escribe en su uaderno lo que hizo y ınota el número de la 'ajita que cree que ›esa más.

Yo tomé las cajitas 3y5 y digo que pesa más la cajita 3.

ara ver si lo que anotaron en sus cuadernos es correcto, usen la balanza ara comparar el peso de las cajitas.

■ Coloquen la balanza en equilibrio.
Pongan en cada platillo de la balanza una cajita. Anoten en la tabla, cuál de las dos cajitas pesa más.

Cajitas que se compararon	Cajita que pesa más
1 y 2	
1 y 3	
1 y 4	
2 y 3	
2 y 4	
3 y 4	

■ Si coincide lo que escribiste en tu cuaderno con lo que anotaste en la tabla, ponte una palomita.

■ Fíjate en la tabla y contesta.

De los números que anotaste en la tabla, ¿cuál es el que se repite más? ______________
¿Qué crees que tiene adentro esa cajita? ______________

¿Qué crees que tenga adentro?
La cajita 1 ______________
La cajita 2 ______________
La cajita 3 ______________
La cajita 4 ______________

■ Destapen las cajitas y vean si le atinaron. Comenten con el grupo y tu maestro: por qué si todas las cajitas son del mismo tamaño, no pesan lo mismo.

■ Guarden la balanza en el Rincón de las matemáticas.

Reutiliza la basura

- La basura orgánica puede tardar en desintegrarse de 2 a 4 semanas y la inorgánica, ¡de 100 a 500 años, o más!
  ¿Sabes por qué a un tipo de basura se le llama orgánica y a otro inorgánica? ____________

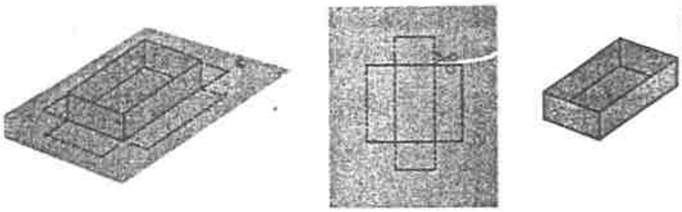
- Comenten con el grupo y tu maestro cuál es la basura orgánica y cúal la inorgánica.

  Escribe el nombre de cada tipo de basura que hay en los dibujos.

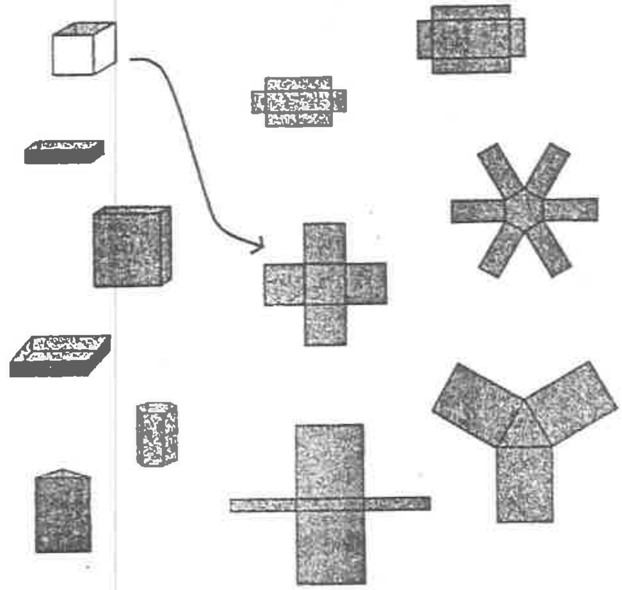
Basura ____________ Basura ____________

- Para aprovechar algunos materiales de desecho, aprende a forrar cajas y úsalas para guardar cosas.

  Toma una caja que no uses, quítale la tapa y marca en un pliego de papel el contorno de todas las partes planas.
  Recorta el pliego por el contorno marcado y pégalo, por afuera, a las partes planas de la caja.



- Relaciona cada caja con el forro que le corresponde.

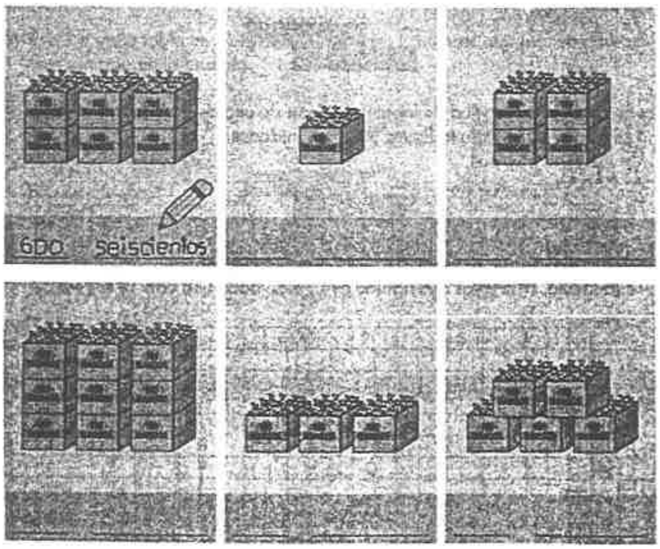


- Las partes planas de la caja roja, ¿son todas de la misma forma? ________
  ¿Qué forma tienen? ____________

- Las partes planas de la caja verde, ¿son todas de la misma forma? ________
  ¿Qué forma tienen? ____________

¡Cuántos mangos!

- Don Refugio vende cajas de 100 mangos.
  Escribe cuántos mangos hay en cada dibujo.

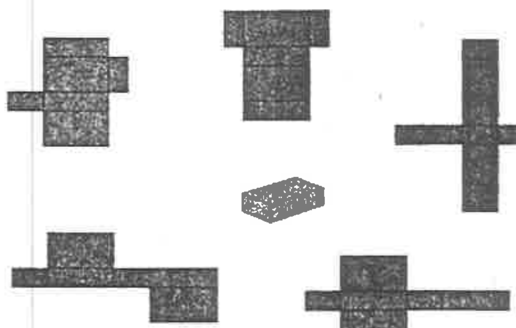


- ¿Los nombres de todas las cantidades que aparecen aquí terminan con la palabra "cientos"? ____________
  ¿Qué otros nombres de cantidades conoces, que terminen con la palabra "cientos"? Escríbelos. ____________

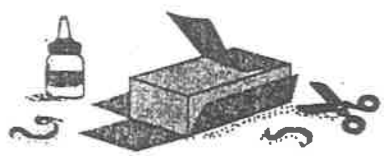
Forremos cajitas

★ Trabajen en parejas. Tomen una cajita con tapa.

★ Tracen sobre una hoja de papel el contorno de todas las partes planas que tiene la cajita.
Por ejemplo, para la cajita verde que está en medio, pueden trazar cualquiera de las figuras dibujadas u otras.



★ Recorten la figura que dibujaron y péguenla en las partes planas que corresponden de la cajita.



★ Tomen otra cajita y repitan la actividad.

LECCIONES SOBRE EL VOLUMEN DE TERCER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

2

EL ESTABLO

Paco visita el establo que hay en la granja de su tío. Ahí aprende qué se hace con la leche que producen las vacas.

1 **Observa la ilustración y contesta.**

¿Qué alimentos se pueden hacer con la leche? ____________

¿Cuánta leche contienen los dos cántaros cuando están llenos? ____________

¿Cuánto contiene cada frasco de crema? ____________

¿Qué cantidad de leche hay, contando la de todos los frascos? ____________

2 De las cosas que hay en tu casa, ¿con cuáles podrías medir la leche?

____

¿Hay en tu casa un recipiente de un litro?
Coméntalo con tus compañeros.
Dibuja varios envases distintos en los que quepa un litro de leche.

Un litro se escribe así: **1 litro** o así: **1 ℓ**

3 ¿Como cuántos vasos de agua tomas al día? ____________

¿Como cuántos vasos se llenan con un litro de agua? ____________

¿Como cuántos litros de agua tomas al día? ____________

Si en tu salón o en tu casa hay un recipiente de un litro, averigua cuántos vasos se llenan con un litro de agua.

Doña Lola, la tía de Paco, fue a comprar un litro de petróleo y se lo midieron con una botella de aceite. ¿Crees que estuvo bien medido? ____________ ¿Por qué? ____________

____

4 **Ayuda a Pedro a resolver el siguiente problema:**

Pedro sólo tiene un recipiente de 2 litros y otro de 5 litros.
¿Qué puede hacer para despachar 10 litros de petróleo? ____________

____

¿Cómo puede despachar 12 litros de petróleo? ____________

____

¿Cómo puede despachar 3 litros de petróleo? ____________

____

Pedro le despachó a Don Joaquín 9 recipientes de 2 litros, mientras que a Doña Petra le despachó 4 recipientes de 5 litros. ¿Quién compró más petróleo? ____________

QUESOS Y CREMA

Paco está contento en la granja de su tío. Ahora ya sabe que una parte de la leche que producen las vacas se utiliza para hacer quesos y crema.

1 **Observa los dibujos y anota los precios que faltan. Toma en cuenta que si se compra la mitad o la cuarta parte, el costo también es la mitad o la cuarta parte.**

Anota en cada línea el precio que corresponde.

MEDIO QUESO MEDIANO

N$ ______

MEDIO QUESO CHICO

N$ ______

MEDIO LITRO

N$ ______

MEDIO QUESO GRANDE

N$ ______

UN CUARTO DE QUESO GRANDE

N$ ______

UN CUARTO DE LITRO

N$ ______

UN QUESO MEDIANO Y UN CUARTO DE QUESO MEDIANO

N$ ______

UN QUESO GRANDE Y UN CUARTO DE QUESO CHICO

N$ ______

2 **Ayuda a las señoras a calcular lo que deben pagar. Fíjate en los precios de la página anterior.**

N$ ______ N$ ______ N$ ______

Resuelve los siguientes problemas:

La señora Julia compró medio litro de crema, un queso grande y un cuarto de queso chico. ¿Cuánto pagó? ______

Doña Juana compró un queso grande y lo repartió en partes iguales entre sus cuatro hijas. ¿Cuánto le tocó a cada hija? ______

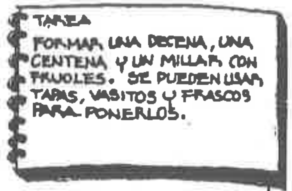
Doña Petra compró un litro de crema y lo repartió en partes iguales entre sus dos hijas. ¿Cuánto le tocó a cada hija? ______

Para escribir cantidades como un medio o un cuarto, se pueden utilizar las fracciones. **Un medio** se escribe así: $\frac{1}{2}$, **un cuarto** se escribe así: $\frac{1}{4}$

17

¿CUÁNTOS FRIJOLES HAY?

A Toño y a Mónica les dejaron el siguiente trabajo: Quieren terminarlo pronto para ir a la feria.



1 **Organízate en equipo, trae frijoles, frascos, vasos y tapas; ayuda a los niños a terminar su tarea. Contesta lo siguiente:**

¿Cuántos frijoles hay en una decena? ____________

¿Cuántos frijoles hay en una centena? ____________

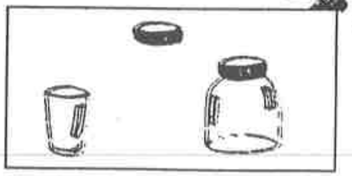
¿Cuántos frijoles hay en un millar? ____________

2 **Une con una línea la cantidad de frijoles y el recipiente en el que puedas ponerlos:**

UN MILLAR

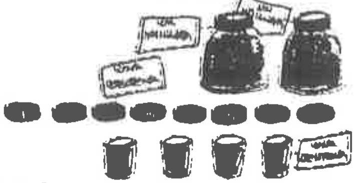
UNA DECENA

UNA CENTENA



Guarda en los recipientes que trajiste una decena, una centena y un millar de frijoles. Después los vas a utilizar para hacer otras tareas.

3 El equipo de Toño puso estas tapas, vasos y frascos con frijoles sobre su mesa:



¿Cuántos frijoles hay en los dos frascos? ____________

¿Cuántos hay en las ocho tapas? ____________

¿Cuántos hay en los cuatro vasos? ____________

¿Dónde hay más frijoles, en los dos frascos o en los cuatro vasos? ____________

¿Dónde hay más frijoles, en los cuatro vasos o en las ocho tapas? ____________

¿Cuántos frijoles son, contando los que hay en los frascos, los vasos y las tapas? ____________

Toño tiene 1 frasco, 3 vasos, 5 tapas y 2 frijoles sueltos. ¿Cuántos frijoles tiene en total? ____________

4 **Lee lo que dicen nuestros amigos y contesta.**

¿Cuánto tiene que pagar el papá de Paco? ____________

¿Cuánto tiene que pagar el tío de Paco? ____________

¿Quién compró más miel, el señor o la señora? ____________

¿Quién compró más miel, Ana o Paco? ____________

¿Quién tiene razón, Paco o Ana? ____________

5 **Contesta las siguientes preguntas:**

¿Es lo mismo media docena de nueces que docena y media de nueces? ____________

¿Por qué? ____________

¿Qué crees que pesa más, medio kilo de nueces o medio kilo de piñones? ____________

¿Qué crees que pesa más, medio kilo de pistaches o dos cuartos de kilo de pistaches? ____________

Medio litro es la misma cantidad que **dos cuartos de litro**.
Medio kilo es la misma cantidad que **dos cuartos de kilo**.

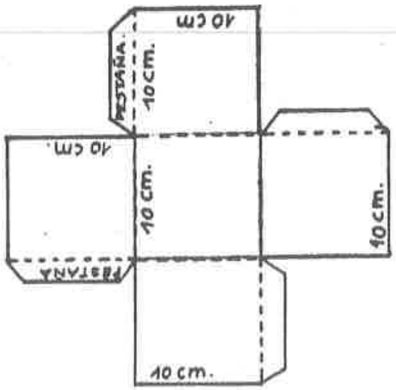
7 *MODELOS PARA CONSTRUIR*

Rosa y Paco quieren armar cajitas siguiendo los modelos que aparecen en esta lección. Tú también puedes aprovechar tus habilidades.

1 Para realizar las actividades de esta lección, necesitas el siguiente material:

- un pliego de cartoncillo
- una regla graduada
- unas tijeras
- pegamento

El dibujo de la derecha es el modelo para construir una caja. Antes de armarla, contesta las preguntas.



¿Cuántos cuadrados hay en el modelo? ________

¿Cuántas pestañas hay en este modelo? ________

¿Miden lo mismo todos los cuadrados? ________

¿Cuánto va a medir un lado de cada cuadrado en el dibujo que tú hagas? ________

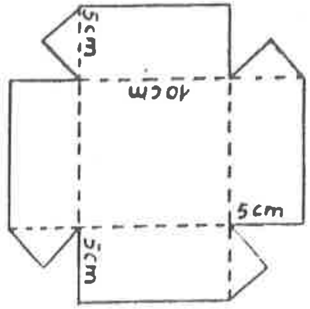
¿Crees que quepa este modelo, con las medidas que se indican, en un cuadrado de cartulina de 20 centímetros de lado? ________

¿Por qué? *Discútelo con tus compañeros.*

Ahora, sigue las instrucciones para poder armar la caja:

Dibuja el modelo sobre el cartoncillo, teniendo cuidado de que las medidas sean las que están señaladas. Recorta el modelo. Dobla el modelo sobre las líneas punteadas y pégalo.

2 Éste es el modelo para construir otra caja. **Contesta las preguntas.**



¿Qué formas ves en este modelo? ________

¿Qué forma tienen las pestañas? ________

¿Cuántos cuadrados hay en este modelo? ________

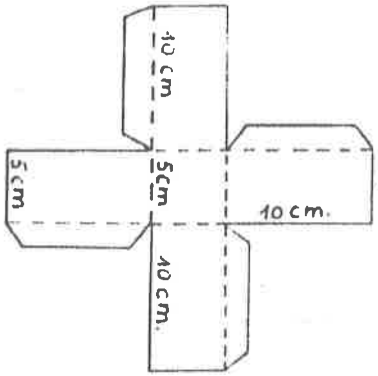
¿Cuántos rectángulos? ________

¿Cuántos triángulos? ________

¿Crees que si haces este dibujo siguiendo las medidas que se indican, quepa en una cartulina cuadrada de 20 centímetros por lado? ¿Por qué? *Discútelo con tus compañeros.*

Para armar esta caja, sigue las mismas instrucciones que seguiste para armar la anterior. Luego pónle la letra B.

3 Éste es un modelo para construir la tercera caja. A esta caja le llamaremos caja C. Antes de armarla, contesta las preguntas.



¿Qué formas ves en este modelo? ________

¿Cuántos cuadrados hay en este modelo? ________

¿Son iguales todos los rectángulos que hay en este modelo? ________

¿Qué medidas tiene cada uno de los rectángulos que hay en este modelo?

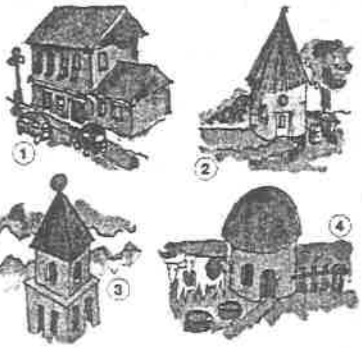
largo: ________ ancho: ________

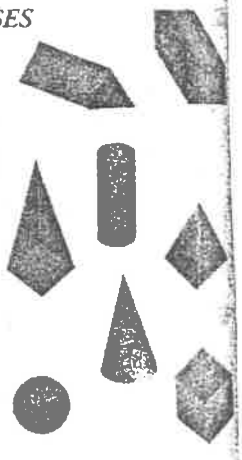
Para armar esta caja, sigue las mismas instrucciones que seguiste para armar los modelos anteriores.

LECCIONES SOBRE EL VOLUMEN DE CUARTO GRADO

14. CASAS DE DIFERENTES PAÍSES

Para el festival de la ONU, Sonia y Raúl van a hacer casas de diferentes países con sólidos de madera.





1 Comenta con tus compañeros las formas que ves en las casas de los diferentes países.

2 Anota en cada sólido el número de la casa que le corresponde. Algunos sólidos pueden tener más de un número.

3 Trabaja en equipo. Utilicen masa, plastilina o barro y hagan los sólidos de la ilustración.

4 Los compañeros de Raúl escribieron unos mensajes solicitando unos sólidos a los niños de otro salón. Une cada sólido con el mensaje que le corresponde:

Quiero que me prestes un sólido que tiene 6 caras en forma de cuadrado. Laura	Yo quiero un sólido que tiene 4 caras en forma de rectángulo y 2 caras en forma de cuadrado. María	Por favor préstame un sólido con dos caras en forma de círculo y una cara curva. Erna

5 Haz unos mensajes para pedir estos sólidos a un compañero:

Comenta tus mensajes con tus compañeros y tu maestro.

6 Utiliza los dibujos de los sólidos que aparecen en el material recortable 6 y pégalos en el espacio que corresponde.

SÓLIDOS

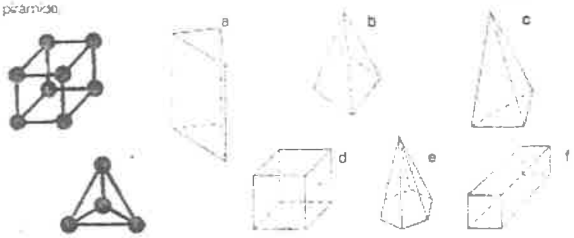
Tienen sólo caras curvas.	Tienen caras planas y caras curvas.	Tienen sólo caras planas.

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Recuerda:
Los sólidos que tienen únicamente caras planas se llaman poliedros.
Los poliedros tienen caras planas, vértices y aristas.

9. REPRESENTAMOS POLIEDROS

Sonia y Raúl construyen con palillos y plastilina algunos poliedros. Ya hicieron un cubo y una pirámide.



1 Trabaja con un compañero. Consigan 10 popotes o palillos de dos tamaños y barro o plastilina y realicen la siguiente actividad:

- Escoge uno de los poliedros de la ilustración.
- Pide al compañero el número exacto de palillos "grandes" y "chicos" que necesitas para hacer el poliedro. Pide también el número exacto de bolitas de plastilina que necesitas.
- Construye el poliedro con los palillos y la plastilina.
- Si no te sobran ni te faltan palillos o bolitas de plastilina, ganas un punto.
- Luego toca el turno a tu compañero.
- Jueguen hasta que cada quien haya hecho 3 ó 4 poliedros.
- Gana el que haga más puntos.

2 Lee lo que dicen Sonia y Raúl y contesta:

Yo utilicé 4 palillos chicos, 4 palillos grandes y 5 bolitas de plastilina. Una cara tiene forma cuadrada.

Utilicé 6 palillos chicos, 3 palillos grandes y 6 bolitas de plastilina. Dos caras del poliedro tienen forma de triángulo.

¿Cuál es el poliedro que hizo Sonia?

¿Cuál poliedro hizo Raúl?

3 Utiliza palillos y plastilina para hacer los siguientes poliedros:

Un poliedro con una cara cuadrada y 4 caras triangulares.
Un poliedro con 2 caras cuadradas y 4 caras rectangulares.
Un poliedro con 4 caras triangulares.

¿Cómo se llaman los poliedros que hiciste? Búscalos en la tabla de abajo y coméntalo con tus compañeros.

4 Completa la tabla:

Poliedro	Número de caras	Número de aristas	Número de vértices
Cubo			
Pirámide cuadrangular			
Pirámide hexagonal			
Prisma triangular			
Pirámide triangular			
Prisma cuadrangular			

¿Cuál poliedro tiene sólo caras cuadradas?
¿Cuáles poliedros tienen caras triangulares?
¿Cuáles tienen caras rectangulares?

¿En qué son diferentes las pirámides y los prismas? Discútelo con tus compañeros y tu maestro, luego anota el resultado de la discusión:

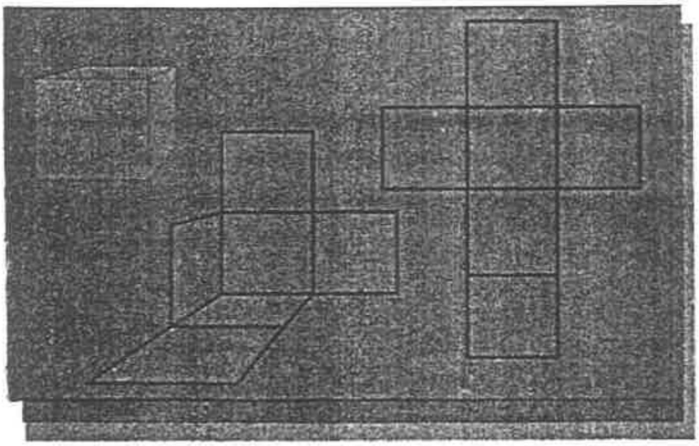
Compara tu trabajo con el de tus compañeros.

IMAGINA Y CONSTRUYE UNA MAQUETA

En equipos de dos desarmen de diferentes maneras dos o tres cajas de zapatos, loción, medicinas o galletas. Al hacerlo obtendrán desarrollos planos.

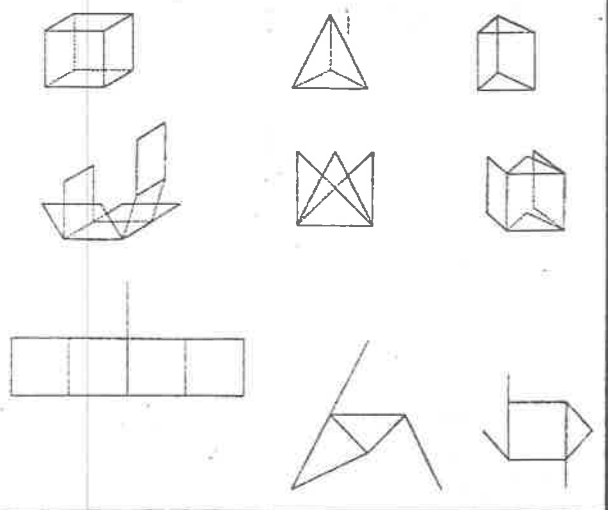
Para que esta actividad sea más divertida, pídele a tu compañero que imagine y después dibuje el desarrollo plano que obtendría al desarmar otra caja.

Posteriormente desármenla y comprueben si el resultado coincide con su dibujo.



ACTIVIDADES

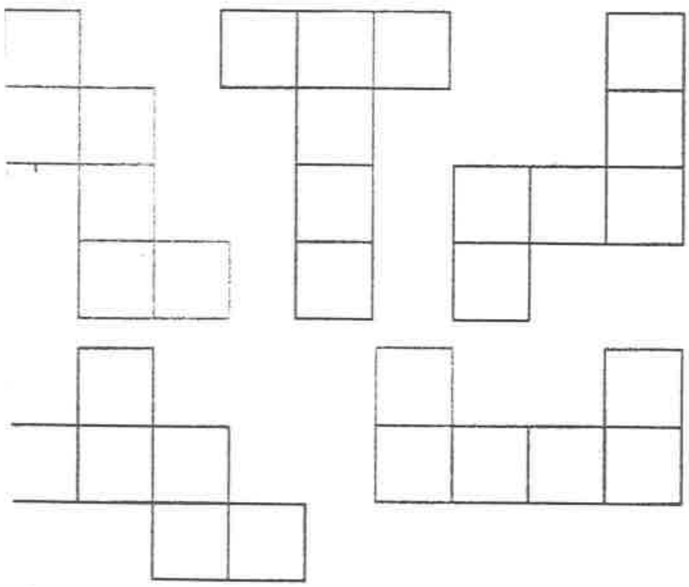
Observa y completa los pasos a seguir para obtener los desarrollos planos de los siguientes cuerpos geométricos:



Vamos a hacer una maqueta en donde las casas, las escuelas, los hospitales y otras construcciones estén representados por cubos, prismas y cilindros.

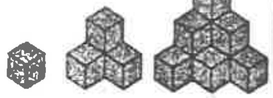
Pero antes de comenzar tu maqueta, tendrás que pasar tres pruebas. Para que logres tener éxito en estos retos observa muy bien los siguientes desarrollos planos, imagina con cuáles puedes armar los cuerpos que se te piden. Copia los desarrollos planos en una hoja, recórtalos y comprueba si en realidad se pueden armar de acuerdo a tu elección.

Prueba 1. ¿Con cuales de los siguientes desarrollos planos se forma un cubo?



ACTIVIDADES

Construye cubos de 10 cm de arista con cada uno de los desarrollos planos que los forman. Usa escuadras graduadas y recuerda dibujarles pestañas a los desarrollos para poder armarlos. Formen equipos de cinco niños. Usen sus cubos y acomódenlos como se muestra en la ilustración.



¿Cuántos cubos hay en cada caso? ____ ____ ____

ACTIVIDADES

Este es un cubo colocado en diferentes posiciones

¿Cuál es el número opuesto al número 2? ______

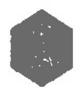
¿Cuál es el número opuesto al número 3? ______

¿Cuál es el número opuesto al número 5? ______

Las caras de este cubo han sido numeradas de la siguiente manera. Encuentra el valor de las otras caras:

a. Las caras opuestas suman 11.

b. La suma de las tres caras ocultas es 15.



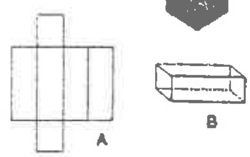
La ilustración A es una figura; la ilustración B es la representación de un cuerpo.

¿En qué se parecen?

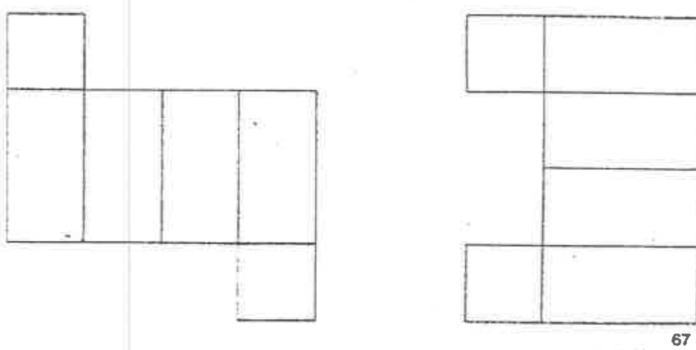
____

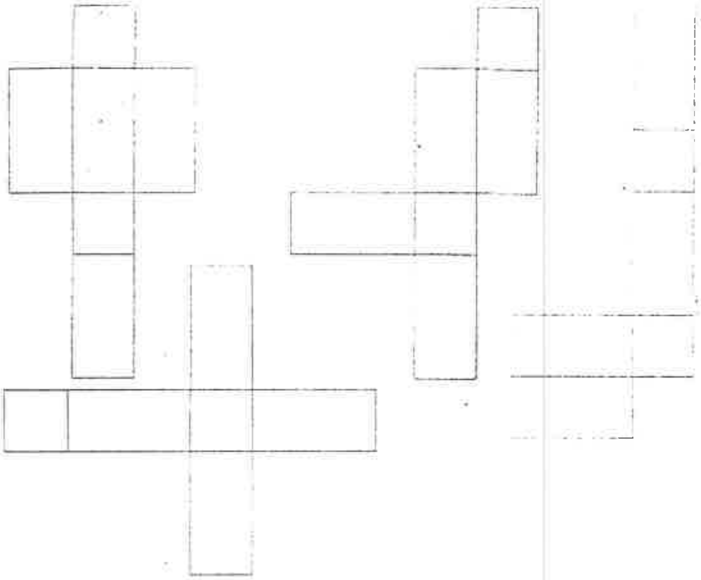
¿En qué son diferentes?

____



Prueba 2. ¿Con cuáles de los siguientes desarrollos planos se forma un prisma?



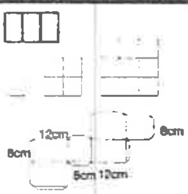


ACTIVIDADES

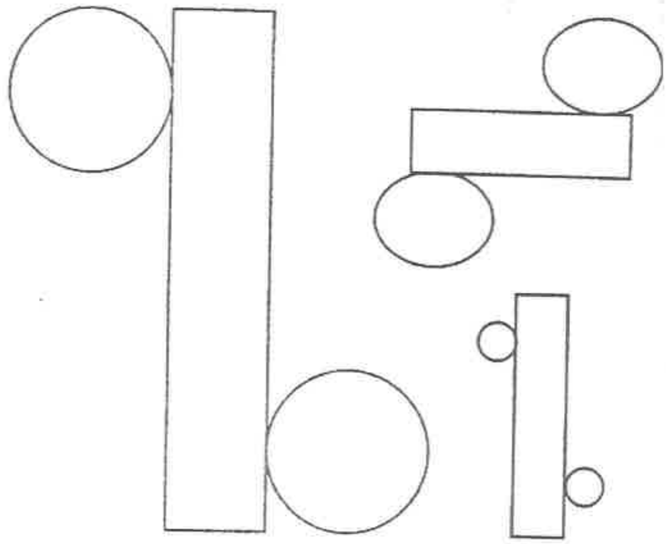
¿Cuántos rectángulos hay en esta figura? _____

¿Cuántos cuadrados hay en cada figura? _____

Traza y arma un prisma que tenga las medidas indicadas en el siguiente desarrollo plano:

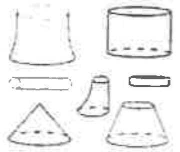


Prueba 3. ¿Con cual de los siguientes desarrollos planos se formaría un cilindro?

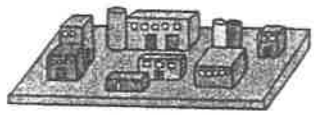


ACTIVIDADES

Colorea las figuras que representan cilindros.



Ahora, con los desarrollos planos adecuados que hayas seleccionado, arma cubos y prismas. En el caso de los cilindros puedes obtener otros de diferentes tamaños cambiando el ancho del rectángulo correspondiente. Ilumínalos, fórralos, dibújales puertas, ventanas, etcétera, y construye tu propia maqueta.



ACTIVIDADES

En equipos de 5 niños realicen lo siguiente:

-Busquen 7 piedras distintas y ordénenlas de mayor a menor, según el espacio que ocupen. Sugerencia: usen un recipiente transparente que contenga agua a la mitad de su capacidad y comprueben que éste es el orden correcto. En caso contrario reordénenlas.

-Tapen sus cajas de la tarea 2. Separen la que ocupe más espacio y la que ocupe menos espacio.

-Con plastilina o jabón formen 10 cubos de 1 cm de arista. Junten algunos cubos como se ilustra a continuación y contesten las preguntas:

-¿Qué cuerpo ocupa más espacio? _____

-¿Cuántos cubos forman el cuerpo 2? _____

-¿Cuántas veces es mayor el espacio que ocupa el cuerpo 3 comparado con el del cuerpo 2? _____

-Hagan un cuerpo que ocupe 5 veces el espacio del cuerpo 1 y dibújenlo en su cuaderno.

-¡Ah! ya entendimos, maestra.

-Bueno, si ya entendieron, vamos a ver ahora qué cosas ocupan más espacio en comparación con otras.

Carlos, dime 5 objetos que por separado ocupen más espacio que Gustavo.

-Eso es muy fácil -contestó Carlos de inmediato.

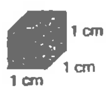
-Ahora tú, Edgar, muéstrame 5 objetos que ocupen menos espacio que Carlos.

Dos de los objetos que mostró Edgar fueron estos:

ACTIVIDADES

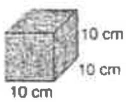
Escribe los nombres de 3 objetos que ocupen más espacio que tú. _____

Escribe los nombres de 3 objetos que ocupen menos espacio que tú. _____



Este cuerpo se llama centímetro cúbico y lo vamos a utilizar como unidad para medir el volumen de otros cuerpos; es decir la cantidad de espacio que ocupan -dijo la maestra.

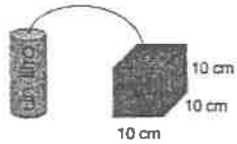
Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo.



Este otro cuerpo se llama decímetro cúbico y es otra unidad de volumen.

Por cierto, si a un decímetro cúbico le quitamos la tapa y lo llenamos con agua, verás que le cabe un litro.

Compruébalo.



Esto lo escribimos brevemente así:

1 ℓ = 1 dm^3

ACTIVIDADES

-Utilicen varios cubos de plastilina o jabón de un centímetro cúbico para formar cuerpos en tres formas distintas, de 3, 5, 8, y 10 centímetros cúbicos. Dibújenlos en su cuaderno.

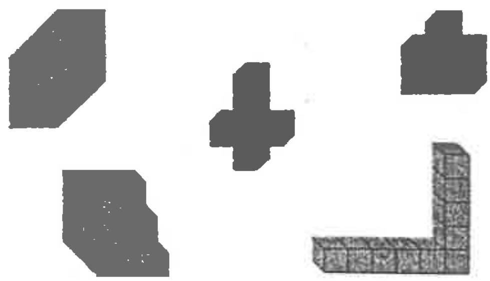
-Construyan con cartulina 9 cubos de un decímetro de arista cada uno. Formen con ellos tres cuerpos distintos y dibújenlos en su cuaderno.

¿Tienen los tres cuerpos el mismo volumen? _____

¿Por qué? _____

-Calcula el número de cubos de cada una de las siguientes figuras.

Pista: no olvides, hay cubos ocultos y deben considerarse en el cálculo.

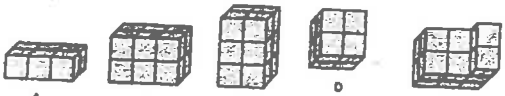


Por fin los niños pudieron realizar sus tareas.

LECCIONES SOBRE EL VOLUMEN DE SEXTO GRADO

A contar cubos

Los siguientes dibujos representan prismas formados por cubos del mismo tamaño. Sus caras laterales aparecen coloreadas de amarillo, y las caras superior e inferior de azul.



¿En qué se parecen los prismas A y B? ______________

¿En qué son distintos? ______________

¿En qué se parecen los prismas B y C? ______________

¿En qué son distintos? ______________

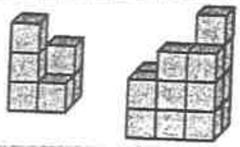
¿Cuál de las figuras representa un cubo? ______________

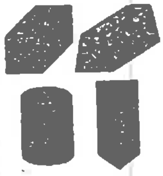
¿Cuántas caras laterales tiene el prisma E? ______________

Las dos caras azules del prisma E ¿tienen la misma forma y el mismo tamaño? ______________

Las figuras de la derecha representan algunas torres que no son prismas.

¿Son rectangulares todas las caras amarillas en las dos torres? ______________





¿Qué dibujos de la izquierda no representan un prisma? ______________

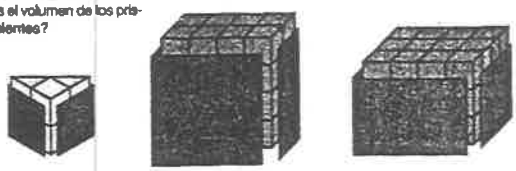
¿Por qué? ______________

Escribe el nombre de tres objetos conocidos que tengan forma de prisma. ______________, ______________ y ______________.

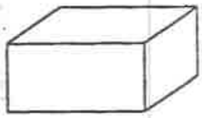
Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Si se considera que cada cubito es la unidad de volumen, entonces el total de cubos que tiene un prisma es su volumen.

¿Cuál es el volumen de los prismas siguientes?



Volumen = ______ cubitos Volumen = ______ cubitos Volumen = ______ cubitos



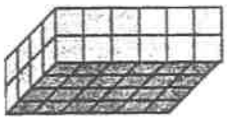
En la caja transparente de la izquierda caben 6 cubitos a lo largo, 4 a lo ancho, y 3 a lo alto. ¿Cuántos cubitos caben, en total, dentro de la caja? ______________

Dibuja cómo se vería la caja llena de cubos.

¿Cuál es el volumen del prisma que se formó dentro de la caja? ______________

¿Cuál es el volumen del prisma de la derecha? ______________

Dibuja en tu cuaderno tres prismas rectangulares con el mismo volumen que el de la derecha, pero con diferentes formas. Presenta al grupo tus dibujos y compara tus respuestas con las suyas.



Para verificar tu respuesta anterior, completa y analiza la tabla siguiente.

número de niveles	1	2	3	4	5	6	7	8	9
volumen de A	6	12		24				45	
volumen de B	8				40	48			72

¿Qué números aparecen tanto en el renglón volumen de A, como en el renglón volumen de B? ______________ y ______________

Los números 24 y 48 son algunos de los múltiplos comunes de 6 y 8. Enlista los tres siguientes ______________, ______________, ______________.

¿Cuál es el menor número de cubitos que deberían tener los prismas A y B (mostrados en la página anterior, para que sus volúmenes fueran iguales? ______________

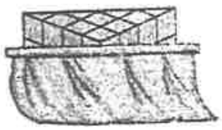
24 es el mínimo común múltiplo de 6 y 8.

uál es el menor número de tos que deberían tener los prismas de la derecha pa- ue sus volúmenes fueran les? ______________

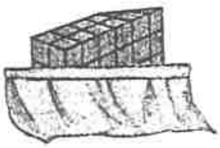
uántos niveles tendría el na triangular? ______________

uántos niveles tendría el na trapezoidal? ______________

nenta con tus compañeros que crees que los prismas ien estos adjetivos (trian- o trapezoidal).



prisma triangular



prisma trapezoidal

Completa la tabla de acuerdo con el número de niveles que el prisma de la derecha puede tener.

número de niveles	número de cubitos (volumen)
1	6
	12
3	
	30
6	
	42
9	

¿Cuál sería el volumen si el prisma tuviera 20 niveles? ______________

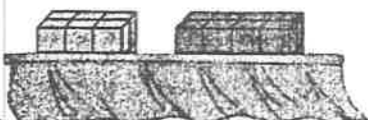
¿Cuántos niveles tendría el prisma si su volumen fuera de 612 cubitos? Puedes usar calculadora. ______________

La secuencia siguiente presenta algunos números que representan el volumen en la tabla anterior. Complétala.

6, 12, ____, ____, 30, ____, 42, ____ 54

La secuencia anterior está formada por múltiplos del número 6, ¿cómo los obtuviste? ______________

¿Cuántos cubos tiene cada prisma si ambos tienen el mismo volumen? ______________



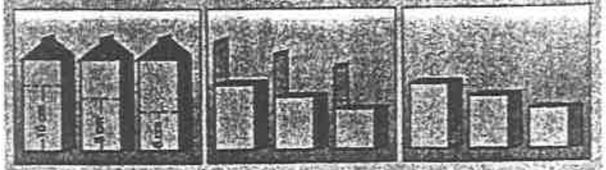
prisma A prisma B

El pequeño taller

En esta actividad te proponemos la construcción de algunos objetos útiles. Observa cómo las matemáticas se presentan en este tipo de tareas.

1. Las cajas

Material:
Tres envases de cartón con capacidad de un litro, previamente lavados; papel para forrar las cajas; tijeras y pegamento.



Instrucciones:
Recorta los envases como se muestra en la ilustración.

Lo que obtienes son cajas con la forma de un cuerpo llamado prisma cuadrangular, cuya base es un cuadrado.

Forra las cajas utilizando la mínima cantidad de papel.

Decora las cajas a tu gusto.

¿Cuántos pedazos de papel utilizaste para forrar las caras laterales de cada caja? ________

Si utilizaste más de un trozo de papel para forrar las caras laterales de la caja chica, imagina que unes cada trozo y dibuja en tu cuaderno la figura que se formaría. Emplea tus escuadras para realizar tus trazos.

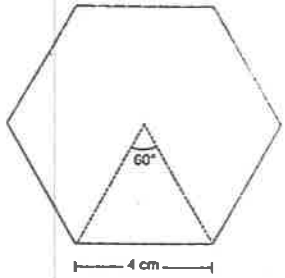
¿Qué forma tienen la base y la tapa? ________

¿Cuáles son sus dimensiones? ________

¿Cuál es el área de la base? ________

Calcula el área del papel que se utilizó para forrar las caras laterales de cada una de las cajas, y emplea esa información para completar la tabla de la derecha.

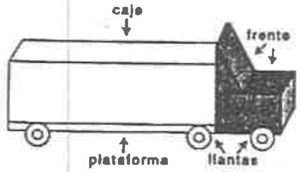
[illegible]	[illegible]
4 cm	
8 cm	
10 cm	



La figura de la izquierda representa la base y la tapa de una caja de tablillas de chocolate, la cual tiene 12 cm de alto.

Dibuja en tu cuaderno una figura que represente al trozo de papel con el que se pueden formar las caras laterales de la caja. ¿Cuáles son sus dimensiones? ________

Construye la caja.



2. El camión

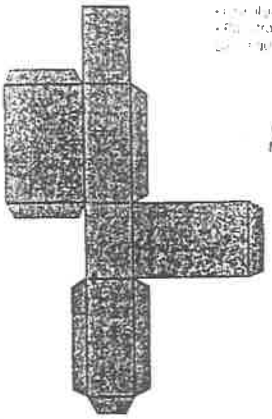
Material:
Cartulina o cartoncillo, tijeras y pegamento.

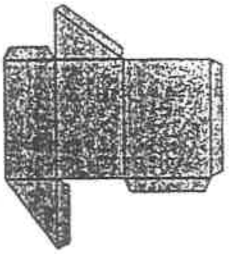
¿Por cuántos prismas diferentes está formado el camión? ________

¿Qué prismas forman el frente? ________

El frente

Sugerencias:





En este dibujo, se presenta 2 milímetros del doble que debes realizar.

La plataforma
Construye un prisma rectangular de 10 cm por 7 cm de base y 1 cm de alto.

La caja
Arma un prisma rectangular de 10 cm por 7 cm de base y 5 cm de alto.

Las llantas
Dibuja en cartulina 12 círculos del mismo radio.
Recórtalos y pégalos uno con otro, para formar seis círculos.

El ensamblaje
Pega todas las piezas hasta obtener el camión.

De acuerdo con los desarrollos planos de la página 49 contesta.

¿De qué color son las bases del prisma triangular? ________

¿Cuál es el área de esas dos bases? ________ cm²

¿De qué color son sus caras laterales? ________

¿Cuál es el área de las caras laterales? ________ cm²

¿Cuánto suma el área de las bases más el área de las caras laterales, es decir, su área exterior total? ________

3. Guarda-lápices

Material:
Cartulina, tijeras y pegamento.

Instrucciones:
Copia en la cartulina, al triple del tamaño en que aparecen, los siguientes desarrollos planos.

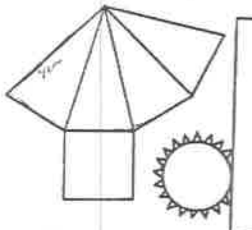


Figura 1

Figura 2

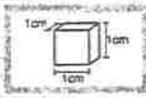
Sugerencias:
- Para trazar un segmento al triple de su tamaño, toma su medida con el compás y marca esta medida tres veces sobre otro segmento previamente trazado.
- Para construir un triángulo del que conoces la medida de sus lados, utiliza el compás.

Pista: El círculo que debes trazar es de 3 cm de radio.

Manualidades con cubos y prismas

Formen equipos de 6 integrantes. Cada equipo requiere el siguiente material:

- Un cubo de 10 cm de arista
- Cuatro cubos de 5 cm de arista (cubos medianos)
- 27 cubos de 1 cm de arista (cubos pequeños)
- Un prisma rectangular de 3 cm de ancho, 8 cm de largo, y 4 cm de alto.



Los cubos de un centímetro de arista tienen un volumen de un centímetro cúbico (1 cm^3).

Actividades con cubos

1. ¿Cuántos cubos pequeños formarán un cubo igual al mediano? ____________

En el espacio dibujen una cara de uno de los cubos medianos.

¿Cuántos cubos de un centímetro cúbico se necesitan para cubrir la cara? ____________

Comenta tu respuesta con tus compañeros y compruébala.

¿Cuántos "pisos" como el que hicieron se necesitan para formar un cubo mediano? ____________

¿Cuántos cubos pequeños se requieren para formar el cubo mediano? ____________

Sugerencia: completen la tabla.

pisos	1	2	3	4	5
cubitos		50	75		

El número de cubos pequeños que se requieren para formar el cubo mediano representa su volumen en centímetros cúbicos.

2. Anoten en la tapa de los cubos medianos el volumen de cada uno, en centímetros cúbicos. ¿Cuánto suman sus volúmenes? ________ cm^3. Para ayudarse, completen la tabla de la derecha.

número de cubos medianos	volumen
1	
	250 cm^3
4	
	750 cm^3
8	

¿Cuántos cubos medianos forman un cubo grande? ____

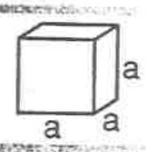
¿Cuál será el volumen del cubo grande? Exprésenlo en centímetros cúbicos ____________

¿Qué estrategia usaron para encontrarlo? ____________

3. Utilicen los 27 cubos pequeños y formen cubos de diferentes tamaños. Usen esa información como base para completar la siguiente tabla.

[illegible]	[illegible]
1	
2	8
3	
4	
5	125
6	
7	
8	
9	
10	1 000

Si un cubo tuviera 20 cm de arista, ¿cuál sería su volumen? ____



El volumen de un cubo se encuentra con la fórmula:

V= arista x arista x arista

Esto se simboliza:

V= a x a x a, o bien,

V= a^3

Actividades con prismas y cubos

1. Observen el prisma de 3 cm de ancho, 8 cm de largo y 4 cm de alto. ¿Cuántos cubos de un centímetro cúbico se necesitan para formar otro prisma de las mismas dimensiones? ________ ¿Cuántos pisos tendrá? _____ . ¿Cuántos centímetros cúbicos tendrá por piso? ____________ .

2. Usando los cubos de 1 cm^3 formen los prismas que se indican en la ilustración y completen la tabla.

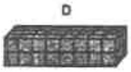
A

B

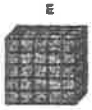
C

prismas	A	B	C	D	E
volumen por capa		10			
número de capas		2			
volumen total en cm^3		20			

D



E



¿Cuáles son las medidas del rectángulo de la base del prisma B? ____________

¿Cuál es su área? ________ cm^2

Multiplícala por la altura del prisma.

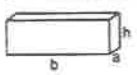
☐ x 2 cm = ________

¿Cuál es el área de la base del prisma E? ______ cm^2

Multiplícala por la altura

☐ x 5 cm = ________

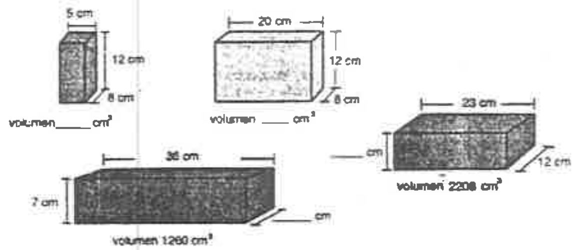
¿Coincide este resultado con algún numero de la tabla superior? ____________



...volumen de un prisma ...angular se encuentra ...la fórmula:

...rea de la base x altura ...decir: ...argo x ancho x altura ...se simboliza así: ...x a x h

3. Según corresponda, calculen el volumen de los siguientes prismas o las medidas de las aristas. Usen la fórmula de la página anterior.



A encontrar divisores

1. Formen con 24 cubos pequeños un prisma rectangular de un piso. Compárenlo con el que formaron otros equipos.

¿Cuántos prismas diferentes de un piso se pueden formar con 24 cubos? ____________

Dibújenlos en su cuaderno.

De acuerdo con los resultados anteriores, registren en la tabla de la derecha el largo y el ancho de la base de cada prisma.

largo (en cm)	ancho (en cm)
24	
12	
	3
6	

Ordenen, de menor a mayor, los números de la tabla:

1, ___, ___, ___, ___, 8, ___, 24.

Estos números son divisores de 24.

Una forma de encontrar los divisores de un número consiste en formar prismas rectangulares de un piso.

Utilizando cubitos, como en el procedimiento anterior, encuentren los divisores de 12 y 18.

Los divisores de 12 son: ___ ___, ___, ___, ___ y ___

Los divisores de 18 son: ___ ___, ___, ___ ___ y ___

¿Qué divisores tienen en común 12 y 18? ___ y ___.

El 6 es el mayor divisor común entre 12 y 18.

¿Qué divisores comunes tienen 50 y 60? ____________

De ellos, ¿cuál es el mayor común divisor? ____________

Al mayor divisor común entre dos números, se le llama máximo común divisor.

¿Cuáles son los divisores comunes de 28 y 36? ________

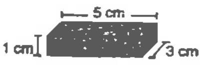
De ellos, ¿cuál es el mayor común divisor? ____________

¿Qué divisores tienen en común 60 y 36? ____________

De ellos, ¿cuál es el mayor común divisor? ____________

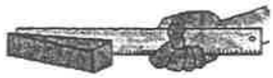
Actividades con prismas triangulares

1. Elaboren con plastilina un prisma rectangular con las siguientes medidas:

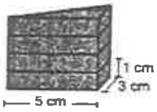


¿Cuál es su volumen? ________ cm³

2. Córtenlo a la mitad por la línea punteada. Se forman dos prismas triangulares. ¿Cuál es el volumen de cada uno? ________ cm³



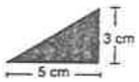
3. Modelen un prisma triangular parecido al anterior, pero que tenga 4 capas.



¿Cuál es su volumen? ________ cm³

4. ¿Cuál es el volumen del prisma si tiene 10 capas? ________ cm³

5. Encuentren el área del triángulo que se puede observar en la base del prisma.

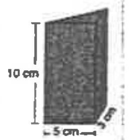


Multipliquen esta área por la altura del prisma.

6. Multipliquen el área de la base triangular por la altura.

☐ x 10 cm = ____ cm³

¿Cuál es el volumen de este prisma triangular? ________ cm³



Comparen el resultado con el del paso 4.

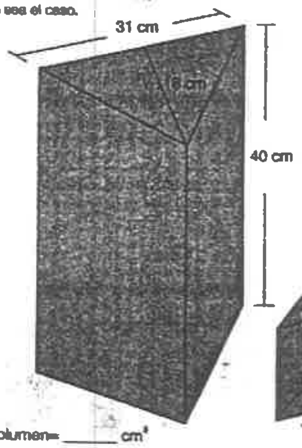
El volumen de un prisma triangular se encuentra con el producto de la base por la altura del triángulo, dividido entre dos, y multiplicado por la altura del prisma.

Esto se simboliza así:

V = área de la base x altura, o bien,

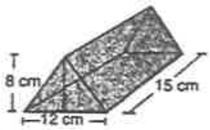
$V = \frac{b \times a}{2} \times h$

Calculen el volumen de los siguientes prismas triangulares, o escriban sus dimensiones, según sea el caso.

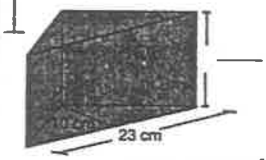


volumen= ________ cm³

volumen= 120 cm³



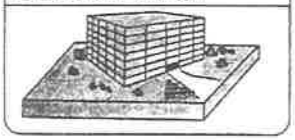
volumen= ________ cm³



volumen = 1 725 cm³

La construcción

En la orilla de la ciudad de Celaya, el ingeniero Néstor Vázquez está construyendo un bonito edificio, con muchas áreas verdes. Al frente tendrá una escultura de corte modernista.



Los camiones de volteo entran y salen continuamente; cargan grandes volúmenes de tierra y escombro.

número de camiones	1	2	3	4	5	6	7
número de m³ de tierra	7						

El ayudante del ingeniero lleva un registro.

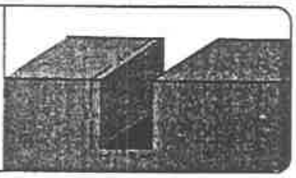
Ayúdale a completar la tabla de la derecha.

• ¿Qué procedimiento seguiste para completar la tabla? ____________________
Busca otro.

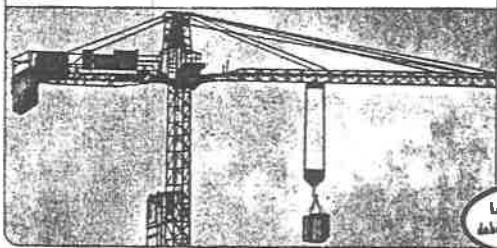
• El ayudante del ingeniero ha registrado la salida de 48 camiones de volteo. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra han sido transportados? ____________________

• Para desalojar 350 m³ de tierra, ¿cuántos camiones de volteo deben salir? ________

Se estima que el costo de la excavación será de N$70.00 por metro cúbico. Si se añade un 10% del gasto total por excavación para gastos extras, es decir, 10 nuevos pesos por cada N$ 100.00, ¿cuál será el presupuesto para la excavación de un canal como el que se ilustra? 4 424



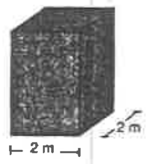
Las grúas ayudan a levantar grandes y pesados bloques de concreto. El ingeniero da instrucciones para que los coloquen como se ve en la ilustración.



Todos los bloques son de la misma forma y tamaño. ¿Cuántos bloques se requieren para la escultura? ____________________

Para calcular el volumen de uno de los bloques de concreto para la escultura, ¿qué fórmula utilizarías? ____________________

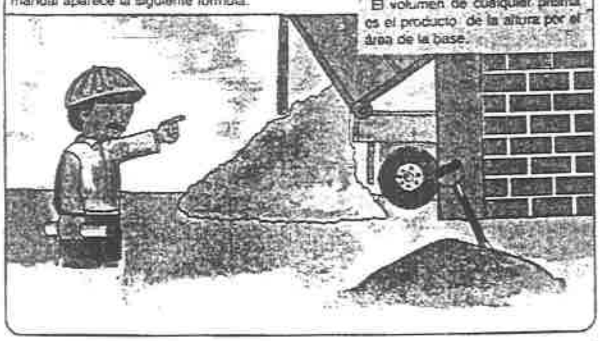
Con los datos de la ilustración de abajo, ¿puedes calcular el volumen del bloque? ________, ¿por qué? ____________________



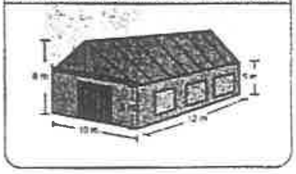
Si los bloques son como el de la izquierda, con una altura de 3 m, ¿cuál es el volumen total de la escultura? ____________________

¿Qué área del terreno ocupará la escultura? ____________________

El ingeniero también estima costos de construcción. Por ejemplo, determina la cantidad de material que debe extraerse para preparar el terreno; para ello, calcula el volumen. En su manual aparece la siguiente fórmula.



Néstor está diseñando una de las construcciones, con las dimensiones que se ilustran.



El ingeniero necesita conocer el volumen de esta casa para diseñarle un sistema de calefacción. Ayúdale a encontrar el volumen de esta construcción.

____

____

____

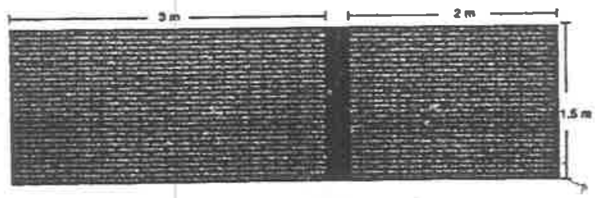
Compara tu resultado con el de tus compañeros.

Uno de los empleados se aproxima al ingeniero Vázquez y luego se dirige a la bodega para ver los materiales.

precio	medidas
N$590 el millar + flete: N$100 el millar	tabique hueco vertical (6 cm, 12 cm, 24 cm)
N$1340 el millar + flete: N$123 el millar	block hueco vertical (12 cm, 12 cm, 24 cm)
N$360 el millar + flete: N$76 el millar	tabique rojo (5 cm, 12 cm, 24 cm)

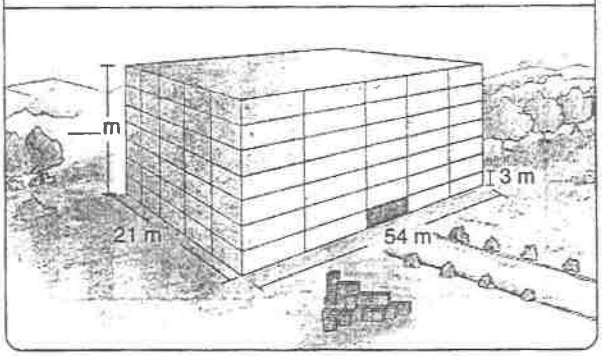
Considerando los precios y medidas de los materiales de la tabla, ¿qué material conviene utilizar para hacer un muro, como el que se ilustra abajo, de tal manera que su costo sea el más barato? ______________

Los tabiques se colocan así



Compara tu respuesta con la de tus compañeros.

Por fin llegó el día en que la construcción quedó terminada. Lucía hermosa y radiante en la periferia de la ciudad de Celaya.



Comenten con el equipo las estrategias que seguirán para contestar las siguientes preguntas.

¿Cuál es el perímetro de la base del edificio?

____

¿Cuál es el área de la base del edificio?

____

¿Qué altura tiene el edificio?

____

¿Cuál es el volumen del edificio?

____

Comparen sus respuestas con aquéllas de los otros equipos.

El uso de la báscula se cobra a razón de N$ 6.50 por una tonelada. Si se quiere conocer el precio a pagar por 31.5 toneladas, puede realizarse la siguiente multiplicación. Complétala.

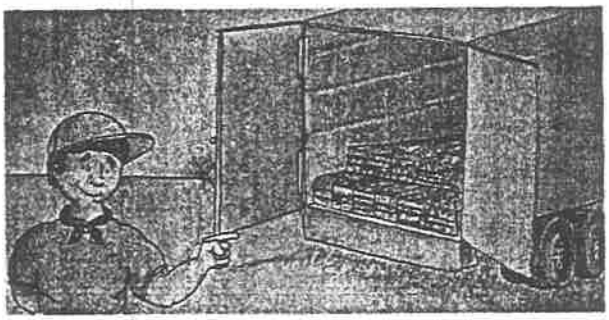
$$\begin{array}{r} 6.50 \\ \times 31.5 \\ \hline 3250 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 6.50 \\ \times 31.5 \\ \hline 3250 \\ \square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \hline 204.750 \end{array}$$

El peso del tráiler vacío es de 11.015 t. Si su peso ya cargado es de 48.604 t, ¿cuántos kilogramos de fruta transporta? ______________

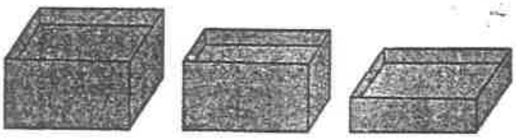
Un remolque de un tráiler mide 12.7 m de largo, 2.40 m de ancho y 2.75 m de alto. ¿Cuál es su volumen? ______________

____

Una caja para empacar fruta mide 60 cm de largo, 35 cm de ancho y 30 cm de alto. Estima el número de cajas que puede contener el remolque del enunciado anterior. Sugerencia: encuentra el número de cajas que puede contener una estiba, es decir, una capa completa.



El rancho cuenta con un sistema de riego a base de mangueras, el cual se alimenta con agua de tres depósitos, con capacidades para $22\frac{1}{2}$ m³, 15 m³ y $7\frac{1}{2}$ m³ respectivamente.



$22\frac{1}{2}$ m³ 15 m³ $7\frac{1}{2}$ m³

Un cubo, cuyas aristas miden un metro, recibe el nombre de metro cúbico (m³).
La capacidad de un decímetro cúbico es de 1 litro.

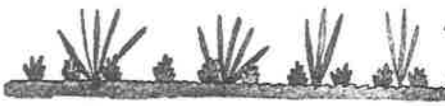
¿Cuál es la capacidad, en litros, de un metro cúbico? _____

¿Cuántos litros de agua le caben a los siguientes depósitos?

al grande _____ litros; al mediano _______ litros, al chico ______ litros.

Para regar el maíz, se utiliza $37\frac{1}{2}$ m³ de agua, ¿cuántos depósitos de agua de cada tamaño se gastan?
grandes:________, medianos: ________, chicos:________

Discute en grupo tus respuestas.



Durante un riego del huerto de aguacate, que tiene 250 frutales, se gasta el contenido de dos depósitos grandes y uno chico.

El huerto de duraznos, con 240 árboles, requiere dos depósitos medianos.

Organícense en equipos y contesten:

Si a cada árbol de aguacate se vierte la misma cantidad de agua, ¿cuántos litros se gasta en cada uno?__________

¿Cuántos litros menos de agua, por riego, requiere un árbol de durazno, en comparación con uno de aguacate?______
____

Para fumigar la huerta de aguacate, don Mundo necesita 3 litros y medio de insecticida. Él prepara la sustancia fumigante combinando 20 litros de agua con 200 mililitros de insecticida.

Si don Mundo tiene completos un frasco de un litro y otro de 250 ml de insecticida, ¿cuántos frascos de cada presentación debe comprar para completar la cantidad de insecticida, de manera que no le sobre?__________
____

1 litro 750 ml 500 ml 250 ml

¿Cuántos mililitros equivalen a un litro? ________

Comenten sus resultados con los de los otros equipos.

¿Cuántos litros de sustancia fumigante se obtendrán al mezclar los $3\frac{1}{2}$ litros de insecticida, con el agua requerida?______________________________

Si se requiere $\frac{1}{2}$ litro de insecticida, ¿cuántos frascos en presentación de $\frac{1}{4}$ de litro se deben comprar?______________________________

Discutan con el grupo sus respuestas.

ANEXO 4

OBSERVACIONES EN EL AULA

ANEXO 4A

EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL VOLUMEN EN EL AULA DE LA PROFESORA ANDREA.

En este capítulo se describe brevemente la dinámica de trabajo que siguió la profesora de uno de los grupos observados de sexto grado. Hemos enfocado la atención en la enseñanza del volumen, ya que es nuestro tema de estudio.

Aunque uno de los objetivos del trabajo de investigación fue conocer las competencias que desarrollaron los alumnos después de trabajar con los libros de texto gratuito sexto grado de la propuesta de 1993, consideramos que es importante mencionar algunos rasgos que caracterizaron las clases de las profesoras, ya que tanto las relaciones profesor – alumno, como las estrategias de trabajo que el profesor utiliza en sus clases influyen en el aprendizaje de los alumnos.

1. ORGANIZACIÓN FISICA DEL GRUPO

El grupo de la profesora Andrea estaba constituido por 22 alumnos (10 mujeres y 12 hombre) con edades entre 10 y 12 años, algunos de ellos estuvieron con ella durante el segundo grado..

El salón de la profesora Andrea era muy caluroso por lo cual contaba con dos ventiladores de techo. Los alumnos atendían las clases en sillas de paleta acomodadas en filas y en ocasiones se reunían a trabajar en equipos de cuatro integrantes. Algo que caracterizaba a este grupo era lo tranquilo que estaba siempre. Los alumnos hablaban en voz baja, aún cuando la maestra no estuviera presente o estuvieran realizando trabajo en equipo.

La organización física del grupo era aprovechada en las clases, ya que frecuentemente, la maestra organizaba su clase en tres momentos:

1. Trabajo individual
2. Trabajo en equipo.
3. Trabajo en grupo.

Generalmente las lecciones respecto al volumen se dieron en trabajo de equipo, aunque a veces en el mismo equipo se trabajaba individualmente. Dentro de los equipos se encontraba uno de cinco integrantes con el cual la observadora se sentaba para seguir con detalle su trabajo. Como ya se mencionó en el capítulo 2, los integrantes del equipo fueron seleccionados después de que todo el grupo contestó el cuestionario de diagnóstico, y en este capítulo nos referiremos a ellos como "el equipo observado".

2 DINÁMICA DE CLASES

La preparación profesional y los rasgos que caracterizan la dinámica de trabajo de la profesora Andrea nos permiten entender y encontrar algunas razones de los resultados que se presentan en el capítulo 4.

Respecto a la preparación de la maestra Andrea, es importante mencionar que ella estudió la primaria, durante la vigencia de los "libros de la Patria"; cuyas características y enfoque que los sustentaban se mencionaron en el capítulo 3. La maestra realizó sus estudios de Educación Normal Básica en la última generación de tres años (1968-1971) y después estudió la Licenciatura en Pedagogía.

Durante su ejercicio como docente ha trabajado en primaria, principalmente con los grados de 1°,2° 5° y 6°. También ha dado clases en Escuela Normales (particulares) tanto como para profesores de primaria como para educadoras. En algunos años ocupó el cargo de secretaria en la dirección e inspección de la escuela primaria en donde actualmente trabaja. Andrea trabaja los dos turnos (matutino y vespertino) en la misma zona de trabajo. En el turno vespertino atiende el proyecto de RED ESCOLAR, lo cual la lleva a atender todos los grados de su centro de trabajo.

Andrea opina que la enseñanza del volumen puede empezar desde 1° grado. Ella iniciaría dando a conocer lo que es un cubo y con el conteo de cubos. Para Andrea los conocimientos previos que debe de poseer un alumno para lograr el aprendizaje del volumen son: perímetro, área y noción de capacidad. También ella comenta que el volumen es "la capacidad de un cuerpo, el espacio que ocupa un cuerpo".

La profesora Andrea desarrolló el tema del volumen en siete sesiones. Para una mayor información se presenta el cuadro siguiente:

Fecha	18-01-00	21-01-00	25-01-00	3-02-00	23-02-00	24-02-00	25-02-00
Observaciones	1	2	3	4	5	6	7
Lecciones	"Manualida-des con cubos". Pp. 67-70	"Manualida-des con cubos". Pp. 72-73 Se inicia la lección a contar cubos. Pp. 42-43	"A contar cubos". Pp. 44-45	"La construc-ción". Pp. 74-77	"La construc-ción". Pp. 78-80	"El productor agrícola". Pp. 89-91	"El Productor Agrícola". Pp. 93-94 Activida-Des de Reafirmación.

Primera sesión

Manualidades con cubos

Para desarrollar esta lección la profesora pidió a los alumnos elaborar los cubos que se piden en la página 67.

Los equipos de cuatro integrantes se sentaron en el suelo para trabajar la lección. La maestra les pidió que contestaran las preguntas haciendo uso de sus cubos. La maestra espera que los alumnos den las respuestas. Ella recorría los equipos para ver lo que estaban haciendo. En una ocasión cuando llegó al equipo observado se dio cuenta de que no estaban entendiendo la pregunta 1 y pidió a un alumno que ya había obtenido el resultado que pasará a explicar. El alumno dice " pongo 25 cubitos en una cara y como son 5cm de altura multiplicó 25x5 = 125.

Para que los alumnos vieran que en una cara caben 25 cubos la maestra les pidió que trazarán en el libro una cara de un cubo mediano y que vieran cuántos cubos pueden caber.

La maestra pasaba a los lugares de los alumnos a preguntarles ¿cómo comprobaron que en el cubo mediano caben 125 cubitos?. En la respuesta de los alumnos casi todos coincidieron en que multiplicaron 25 x 5.

La página 68 fue contestada con preguntas y respuestas, pero además la maestra preguntaba a los alumnos el porqué de la respuesta.
Es importante decir que los alumnos ya habían visto el tema del volumen en clases anteriores sólo que no habían contestado las páginas del libro correspondientes al volumen.

Las páginas 68 y 69 fue revisaba con preguntas y respuestas. La profesora ponía atención a las respuestas de los alumnos y cuando había un error explicaba.

Después la profesora pasa a un alumno a señalar las aristas de un cubo y enseguida pide a los alumnos que copien del libro la fórmula para obtener el volumen de un cubo. Es importante decir que en el libro de texto gratuito está antes de la lección aquí mencionada, la lección "a contar cubos", sin embargo la profesora empieza con " Manualidades con cubos" para darles desde el principio la fórmula para obtener el volumen de un cubo.

Los problemas de la parte superior de la página 70 se resuelven en clases. La maestra les dice que pueden utilizar la calculadora para hacer sus operaciones. Los alumnos primero trabajan solos la actividad y después de un tiempo la profesora pregunta el resultado y como los alumnos sólo daban el valor numérico la profesora les pide que le agreguen "cm cúbicos".

Para resolver la parte de "A encontrar divisores" de la página 70 la profesora pide a los equipos que junten sus cubitos y formen los prismas rectangulares que les piden. La maestra se acerca al equipo observado y se da cuenta que no han entendido lo que tienen que hacer entonces pide al equipo formar todos sus cubos de 1cm cúbico y les pregunta *"¿cuál es el largo?"* *"¿cuál es el ancho?".* Los alumnos tardaron para decir cuál era el ancho, es por eso que la profesora repite la pregunta hasta que los alumnos responden correctamente. Luego les pide que formen los cubos con 2 cubos de ancho. Los alumnos no lo podían hacer y la maestra vuelve a la pregunta *"¿cuál es el ancho?".* Con esta actividad los alumnos estaban identificando las tres dimensiones que se consideran para obtener el volumen de un cuerpo. Para comprobar que el equipo había entendido, ahora les pide que acomoden sus cubos con tres cubos de ancho, esta vez, los alumnos logran acomodar los cubos formando un prisma con tres cubos de ancho.

Para llenar el cuadro de la página 70 la maestra pidió que las respuestas fueran rectificadas, armando con los cubitos los prismas con el ancho y largo indicado.

Para resolver la página 72 la maestra pide a los equipos que se dividan la actividad. Mientras la maestra leía las actividades que indican en el libro el equipo observado ya estaba cortando sus prismas rectangulares de plastilina en prismas triangulares. Una vez que los niños terminaron su prisma triangular hecho con plastilina contestan las preguntas del libro basándose en su prisma triangular.

Segunda sesión

Manualidades con cubos

Continuación

La maestra inicia la clase dibujando un prisma rectangular y les indica cómo sacar el volumen:

V = b x a x h; esto lo hace para luego pasar a la fórmula del prisma triangular. La profesora va leyendo las preguntas de la página 72 y les va dando las respuesta, los alumnos se concretan a rectificar las respuestas que tenían en su libro. En el equipo observado todos los alumnos tuvieron correctas sus respuestas. Cabe mencionar que ellos se apoyaron en su prisma triangular que habían elaborado con plastilina.

Al finalizar con la página 72, la profesora indica a los alumnos que pasen a la página 73. La maestra lee el recuadro en donde dice cómo obtener el volumen de los prismas triangulares y después pasa a la resolución de los problemas.

La profesora les va indicando a los alumnos lo que tienen que hacer para encontrar las respuestas.

Para el primer problema (prisma amarillo) la profesora dibuja en el pizarrón el prisma triangular y escribe:
V= 120cm cúbicos
V= b x a entre 2 x h y luego agrega "hay que multiplicar 10 x 12 = 120 y 120 ente 2 = 60 y pregunta: " *¿sí, tenemos que* tener *120 qué necesitamos hacer?".* Aquí los alumnos inmediatamente deducen que tienen que multiplicar por 2 y esa es la altura del prisma triangular.

Para resolver el problema 2 (prisma verde) la maestra pasa a tres niñas (una de cada equipo). Para encontrar el volumen del problema 2 las alumnas empezaban a escribir las medidas del prisma triangular en eso la profesora dice: *"¿no van a dibujar la figura?* ".También les indica que hay que poner la fórmula.

Una de las niñas que realiza el problema en el pizarrón hace lo siguiente:
Primero, dibuja el prisma triangular.
Segundo, escribe: V= b x a entre2 x h.
Tercero, sustituye las medidas del prisma: 12x8=96 96x15=1440 entre 2 = 720

La profesora les dice a los alumnos que hay otra forma de obtener el resultado y hace lo siguiente:
12x8=96; 96 entre 2 = 48; 48x15= 720. La maestra dice: "*de esas dos formas sale el mismo resultado*".

El procedimiento que utilizó la alumna y la profesora no varía en mucho, además es un procedimiento que desde años atrás se ha estado enseñando.

El tercer problema (prisma azul) es un problema en donde al alumno le dan las dos medidas de la base del prisma triangular y el volumen total del prisma, sólo hay que encontrar la altura del prisma. Este problema lo pasa a resolver un alumno. El niño multiplica 10x23= 230 y luego busca un número que multiplicado por 23 obtenga 1725 y con aproximaciones encuentra el 15. Aquí la maestra observa el problema y trata de explicar un procedimiento más entendible, pero termina: diciendo: "ni yo misma se cómo saqué el resultado" y pasa a la siguiente lección.

En esta misma sesión la profesora empieza la lección "A contar cubos". Ella inicia la clase mostrando un cubo a los alumnos y les explica cuáles son las caras laterales y las caras superior e interior del cubo. La maestra da lectura a la página 42 y 43 y los alumnos sólo siguen la lectura con la mirada (los alumnos están en completo silencio). Después les da unos minutos para que ellos la resuelvan de manera individual. Cuando los alumnos terminan la profesora los pone a discutir en equipos sus respuestas.

En el equipo observado la discusión se lleva de la manera siguiente: un alumno va diciendo las preguntas y los demás alumnos van contestando las preguntas. Por último la maestra lee en voz alta las preguntas y, para contestar, la maestra iba dando la palabra a algún niño que tuviera la mano levantada.

En la página 43 hay un prisma rectangular en blanco sin ninguna medida y les preguntan "¿cuál es el volumen del prisma de la derecha?". Aquí la maestra les dice que cuadriculen el prisma para que puedan sacar el volumen.

Tercera sesión

La maestra inicia la clase aplicando un ejercicio escrito para comprobar qué habían entendido los alumnos en la clase anterior de volumen. Al terminar todos los alumnos, pasaron a resolver la página 44 y 45. La profesora les dio tiempo para que la resolvieran solos y luego entre todos revisaron las respuestas (los alumnos ya sabían la dinámica: la maestra leía la pregunta y el alumno que quisiera contestar levantaba la mano y cuando la maestra le diera la palabra contestaba).

Para resolver la página 45 la maestra les da un tiempo a los alumnos para que ellos la resuelvan solos. Después, para contestar la tabla que se encuentra en la parte de arriba la profesora hace el comentario que allí también se van a ver múltiplos. Mientras los alumnos resolvían los ejercicios del libro la maestra recorría los equipos para verificar lo que los alumnos hacían. Cuando ella corregía utilizaba la frase: "*te comento que está mal tu* respuesta". Para revisar la tabla de esta misma página la maestra da las respuestas en el pizarrón y los alumnos corroboran si sus respuestas estaban bien.

En la parte de debajo de la página 45 hay 2 prismas (triangular y trapezoidal) con cubos enteros y medios cubos, además están cubiertos hasta la mitad. Para saber cuántos cubos hay a los alumnos se les complica, es por eso que la maestra les tiene que ayudar y en voz alta va contando los cubos y les da las respuestas.

Cuarta y quinta sesión

"La construcción"

Esta lección se les complica a los dos grupos. La maestra igual que en las otras lecciones les da tiempo para resolver la página 74 y 75. Los alumnos hacen sus intentos para dar respuesta. La maestra, al ver que se les complica, empieza a leer y a dar respuesta. Para resolver el problema de la parte de abajo de la página 74, la maestra escribe la fórmula V= b x a x h y hace las operaciones necesarias, al terminar da el resultado y pide a los alumnos que repitan que fue lo que hizo.

Para contestar la página 75, la maestra fue dirigiendo la lectura y fue dando las respuestas. Para resolver uno de los problemas pasa a una alumna al pizarrón a resolverlo, pero la maestra le va indicando qué es lo que tiene que hacer.

Para resolver la página 76 la profesora les pidió a los alumnos una clase antes que construyeran con cartón la casa que les indicaban. En esta sesión la profesora pregunta a algunos alumnos cómo hicieron su casita. Antes de entrar con esta página la maestra les pregunta a los alumnos *"¿cómo le harían para sacar el volumen del* salón*?* Uno de los alumnos contesta: " primero obtengo el volumen del prisma triangular y luego del prisma rectangular". El niño contesta de esta manera porque el salón de clases tenía el techo en forma de prisma triangular y las cuatro paredes formaban un prisma rectangular(curiosamente la construcción del aula coincidía con la construcción de la casita que les muestran en esta página). Luego la maestra pregunta " ¿Y cuál es la fórmula?" el alumno contesta: "V= b x a entre 2 x h" la maestra la escribe en el pizarrón y dibuja un prisma triangular.

Luego la maestra les explica cómo le van hacer para obtener el volumen total de la casita. Pasa a un alumno al pizarrón a obtener el volumen de la casa mientras los demás alumnos tratan de obtenerlo en su cuaderno. Como la casita se conforma de un prisma triangular y un prisma rectangular. El alumno primero obtiene el volumen del prisma triangular y luego el volumen del prisma rectangular y después suma los dos volúmenes obteniendo el volumen total. Aquí el alumno hizo uso de las fórmulas. Mientras el alumno trabajaba en el pizarrón la maestra recorría los equipos para ver si los alumnos habían entendido. Ella se da cuenta que hay algunos alumnos que no habían entendido. Cuando el alumno termina de resolver el problema la maestra explica al grupo qué fue lo que su compañero hizo. Para explicar la maestra se vale de los dibujos y de la fórmula.

Aquí la maestra se da cuenta que este problema es difícil para los alumnos y por eso explica otra vez con más detalle. Su explicación se basa en decirles que en la casita hay dos prismas uno rectangular y otro triangular, por lo tanto, tenían que obtener los volúmenes por separado haciendo uso de la fórmula correspondiente y al final se suman los dos resultados.

La página 77 también la resuelven bajo la dirección de la profesora. Ella lee la pregunta y va dando la respuesta, pero al mismo tiempo va preguntando a los alumnos.

Sesión 6
El productor agrícola
Antes de empezar la clase de matemáticas la profesora pidió a dos alumnos elaborar un cubo de un metro cúbico, cinco alumnos se dedicaron a elaborar 10 cubos de un dm cúbico. Después la profesora pide que fuera del cubo acomoden los diez cubos de un decímetro cúbico. Esto lo hizo con el fin de que los alumnos vieran cuántos dm cúbicos entran en un metro cúbico. Enseguida de esto, la profesora pide a los alumnos que se vayan a la página 92 del libro de matemáticas, pero después se da cuenta que tiene que regresarse a la página 89 que es donde empieza la lección.

La maestra inicia está lección diciéndoles a los alumnos a cuánto equivale una hectárea y escribe Ha = 10 000m^2. La maestra dirige la clase (p. 89-91) con preguntas y respuestas. Los contenidos de estas páginas son: hectárea, fracciones y escalas. Estos contenidos están correlacionados con el contenido de capacidad.

La historia de la lección gira en torno a la huerta de un señor llamado "Don Mundo", quien tiene una huerta dividida en diferentes partes para sembrar distintos frutos. El rancho de Don Mundo cuenta con un sistema de riego, el cual se alimenta con tres depósitos de agua de distintas capacidades

La maestra pide a una alumna que lea el primer problema de la página 92 y la maestra escribe: "22 ½ m^3 = 22.5 m^3; 7 ½ m^3= 7.5 m^3".

La maestra utiliza el cubo de un metro cúbico que se había armado y primero pide a una alumna que señale en el cubo todas sus aristas y le pregunta: ¿cuáles son las aristas? La alumna dice: "las aristas son las orillitas del cubo".

La maestra toma un cubo de un decímetro cúbico y dice: "a un decímetro cúbico le cabe un litro, entonces *si en un metro cúbico hay 1000 decímetros cúbicos llegamos a la conclusión que a un metro cúbico le caben1000 litros de agua*".

Después la maestra pregunta a los alumnos "¿cuántos litros le caben a 22.5 metros cúbicos", ella misma contesta: " *tomo 22.5 x 1000 = 22 500 litros. Ahora 15*m^3 *x 1000 = 15 000 litros; 7.5*m^3 *x 1000 = 7500 litros*". La maestra aprovecha este tipo de multiplicaciones para explicar el procedimiento que se sigue con el punto decimal. Una vez que obtuvieron las equivalencias la maestra les pide a los alumnos que contesten las demás preguntas de esa página y después revisa como acostumbra hacerlo. Con esta actividad los alumnos conocen la equivalencia que hay entre litros y metros.

Sesión 7

Continuación

El productor agrícola

La maestra comenzó esta clase dándoles a los alumnos unas copias en donde venían las unidades de medida de longitud, peso, área y volumen. La maestra escribe en el pizarrón las unidades de medida de volumen.

Símbolo: metro cúbico = m^3 = 1000 dm^3 = 1000 000 cm^3.

Submúltiplos

Decímetro cúbico = dm^3 = 0.001 m^3 = 1000cm^3.

Centímetros cúbicos = cm^3 = 0.000001 m^3 = 1000 mm^3.

Milímetros cúbicos = mm^3 = 0.00000001 m^3 = 1000 mm^3.

Se resolvieron las páginas que faltaban del productor agrícola. Estas páginas tenían contenidos de fracciones, submúltiplos de medidas de capacidad y de peso.

3 RASGOS QUE CARACTERIZAN LAS CLASES DE LA PROFESORA ANDREA.

- Los alumnos trabajan individualmente y en equipo.
- La profesora constantemente recorre los equipos para ver si los alumnos están entendiendo lo que hacen.
- La profesora trata de aclarar las dudas de los alumnos.
- La profesora le da una utilidad al material didáctico que pide.
- Hay clases en donde la profesora lee las preguntas y ella misma va dando las respuestas.
- La profesora en la primera sesión da la fórmula para obtener el volumen de un cubo.
- La profesora dirige las actividades en función del aprendizaje de la fórmula de los prismas y la resolución de problemas. (Primero da la fórmula y después pasa a la resolución de problemas).
- La profesora no lleva un orden en las lecciones. Ella empieza por la lección que considera acorde a su estrategia de trabajo.
- Después de que se dan fórmulas, la profesora intenta que los alumnos entiendan el volumen a través de material manipulable.
- La profesora cuestiona constantemente a los alumnos en clase.
- Aunque la profesora intenta que los alumnos vayan encontrando sus propias respuestas llega el momento en que ella termina dando soluciones a los problemas

ANEXO 4B

EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL VOLUMEN EN EL AULA DE LA PROFESORA ROSA MARÍA

En este apartado se intenta describir brevemente cómo era la dinámica de trabajo en el grupo de la profesora Rosa María, ya que de esta manera se cuenta con información para el análisis pues como ella trabajó el tema de volumen influye en el concepto de volumen que los alumnos hayan adquirido, finalmente.

Es muy común en la escuela primaria, y específicamente en las clases de matemáticas, que los maestros comiencen un contenido con el concepto y luego se vayan a los problemas. Esta manera de iniciar un tema lo vamos a ver reflejado en las clases de la profesora Rosa María.

1 ORGANIZACIÓN FÍSICA DEL GRUPO

El grupo de la profesora Rosa María estaba constituido por 27 alumnos (13 mujeres y 14 hombres), con edades entre 11 y 13 años. Los alumnos se sentaban normalmente en equipos de 4 alumnos. El mobiliario estaba conformado por mesas en forma de trapecio, que al juntar dos de ellas formaban un hexágono. Las sillas eran individuales. Cada equipo se encontraba sentado en una mesa en forma hexagonal, posiblemente por esta distribución constantemente había mucho bullicio en el salón, aún cuando la profesora estaba dando la clase.

La organización en equipos no era aprovechada por la profesora, ya que la mayoría de las veces pedía a los alumnos que trabajaran individualmente. En algunas ocasiones organizaba el trabajo en equipo, pero los alumnos terminaban trabajando de manera individual. Durante de las sesiones observadas solamente en la segunda sesión los alumnos trabajaron en equipos.

Dentro de los equipos que conformaban este grupo se encontraba el equipo seleccionado para ser observado. Como ya mencionó en el capítulo 2, éstos alumnos se seleccionaron después de haber resuelto un ejercicio de diagnóstico.

2. DINÁMICA DE CLASES

La dinámica de trabajo y la preparación profesional de la profesora Rosa María nos permiten entender los resultados que se encuentran en el capítulo 7.

En cuanto al tema del volumen y su enseñanza, Rosa María tuvo contacto con este tema durante la propuesta de los años 60´s, con los "libros de la Patria", durante su formación como docente (1977-1981), estaba vigente el enfoque de la "matemática moderna" por lo cual se deduce que fue asesorada para manejar la metodología correspondiente y trabajó con ella durante 12 años como profesora.

Su labor docente la ha desempeñado en grupos de 1°, 2°, 5° y 6° grado de primaria y los tres grados de secundaria dando la asignatura de español, pues realizó los estudios correspondientes en la Normal Superior.

A partir de la reforma educativa de 1993, ha atendido grupos de 2°,4°,5° y 6°. La maestra Rosa María considera que la división, las fracciones y el volumen son temas de matemáticas que resultan difíciles para los alumnos.

Esta maestra señala que la enseñanza del volumen debiera enseñarse a partir de 6° o en 1° de secundaria y dice: "en estos niveles el alumno tiene más noción de lo que se habla y siento que puede llevarlo más a la práctica y comprobación".

Una actividad que considera efectiva para tratar el tema es: "elaborar figuras que demuestren tener volumen" (se refiere a la construcción de prismas a partir de desarrollos planos). Rosa María no conoce actividades diferentes a las planteadas en los libros de texto para enseñar el tema. Ella considera que para abordar el tema del volumen, el alumno tiene que, "saber qué es el perímetro y área". Además Rosa María define el volumen como " la capacidad que tiene un cuerpo en el espacio".

Una característica en el trabajo de la profesora Rosa María es el marcado "equipo de referencia" que posee, esto es, el equipo que se seleccionó para ser observado en el que de los 5 alumnos que lo forman se encuentran tres que tienen las mejores calificaciones, la maestra guía el ritmo de sus clases de acuerdo a la respuesta de estos alumnos, si ve que ellos ya entendieron prosigue, en caso contrario regresa sobre el tema, cuando plantea problemas está pendiente de los resultados que ellos obtienen así como de la forma en que los resolvieron y confía que sus procedimientos son correctos, aunque no siempre sea así, el grupo los sigue sin debatir.

Cuando Rosa María imparte la clase, algunos alumnos platican y las pocas veces que trabajan en equipo lo hacen casi a gritos, son raros los momentos de verdadero silencio en el salón y a pesar del ruido ella no eleva la voz ni espera a que se callen totalmente sino que inicia su clase anotando en el pizarrón el tema que va a tratar y enseguida empieza a dar algunas explicaciones, o bien, lee al grupo las indicaciones de la lección del libro que va a tratar. Es importante decir que por lo regular la dinámica de trabajo de esta profesora se basaba en preguntas y respuestas y en pasar al pizarrón a algunos alumnos.

La profesora desarrolla el tema del volumen en nueve sesión y se dan en los momentos como se presentan en el cuadro siguiente:

Fecha	12-11-99	16-11-99	26-11-99	1-12-99	14-12-99	14-01-00	21-01-00	27-01-00	3-02-00
Observa-Ciones	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lecciones	Introduc-ción al volumen	"Manuali-dades con cubos y prismas". Pp.67-70	"Manuali-dades con cubos". y prismas. Pp. 72	"La Construc-Ción".	"El Productor Agrícola".	"El Pequeño Taller" Pp.47-49	"El Pequeño Taller" Pp. 50-52	"ctivida-des para reafirmar el cono-cimiento.	Activida-des para reafirmar el cono-cimiento

Para conocer un poco más de la forma de trabajo de esta profesora a continuación describiré brevemente cómo se desarrollaron las clases:

Primera sesión

Antes de empezar a trabajar con las lecciones del libro de texto gratuito la profesora dedica la primera sesión a armar un cubo de 2 cm de arista. Ella traza el plano del cubo en el pizarrón para que los alumnos lo copien. Cuando los alumnos terminan de armar el cubo la profesora se para al frente del salón y les muestra un cubo diciéndoles "recuérdenme qué es el volumen".

Ao: "el volumen es lo que le cabe adentro

M: "Un objeto que tiene volumen es aquél que tiene la capacidad para guardar algo"

Mientras la maestra daba su concepto de volumen algunos alumnos platicaban entre sí y otros terminaban de construir su cubo.

En esta sesión la maestra utilizó actividades que no estaban contenidas en el libro de texto y en esta primera actividad les dice en forma verbal cómo ir obteniendo el volumen de un cubo y escribe:

1 cubo = 8 cm^3

2 cubos = 16 cm^3

3 cubos = 24 cm^3

Lo anterior lo hace con base en un cubo de 2 cm de arista que los alumnos habían armado, luego la maestra pide a los equipos que junten sus cubos y pregunta *¿cuántos centímetros* cúbicos *hay?*

Segunda sesión.

Manualidades con cubos y prismas

En esta sesión se trabajó con el libro de texto gratuito de las página 67 a la 70. Los alumnos ya traían elaborados los cubos que se piden en la página 67. La maestra pide que saquen el libro y empieza a leer la página 67, pregunta 1, al mismo tiempo les pregunta a los alumnos "¿cuántos cubos pequeños formarán un cubo igual al mediano?" Para dar respuesta la profesora les dice a los alumnos: "en equipos llenen el cubo mediano (125 cm cúbicos) con sus cubos pequeños ($1cm^3$)". Antes de que los alumnos concluyeran la actividad y vieran cuántos cubos de 1cm cúbico caben en el cubo de 5cm de arista, ella les da la respuesta y les dice caben 25 cubos pequeños, pero después duda y rectifica y pide que lo comprueben con sus cubos.

La resolución de la página 68 y 69 se hizo a través de preguntas y respuestas, pero las respuestas las iba dando la profesora y los alumnos sólo las escribían. En estas páginas ya les dan a los alumnos la fórmula del cubo y del prisma triangular y la maestra se enfoca en ello.

En la página 70 del libro de matemáticas viene algunos problemas de volumen la profesora los vio y se los dejó de tarea justificando que no le alcanzaría el tiempo. Estos problemas no fueron revisados por la profesora.

Tercera sesión.

Esta clase comienza con la resolución de los problemas planteados en la página 72 del libro de matemáticas de texto gratuito. La profesora comenta a los alumnos que verían un tipo de prisma. La maestra comienza a dirigir la clase. Lee las preguntas de la actividad "prismas triangulares" y va dando las respuestas, haciéndolo de esta forma: observa el dibujo (prisma rectangular) y dice: " 5x3x1 = 15", este resultado los alumnos lo escriben en sus libros. (Algunos alumnos no ponían atención a lo que la profesora decía, ellos estaban entretenidos elaborando sus prismas rectangulares con plastilina.)

Para contestar los otros cuatro problemas que estaban en el libro la profesora pasa algunos alumnos al pizarrón para resolverlos. Aquí es evidente que la profesora sólo lleva a los alumnos a mecanizar y no a razonar, porque ella va indicando qué tenían que multiplicar. Tal parece que lo más importante de los

problemas eran las mecanizaciones y no la comprensión de la obtención del volumen de los prismas triangulares; un ejemplo de esto es lo siguiente.
En el ejercicio 3 de la página 72 pasa al pizarrón a un alumno y él tomando las medidas que mostraba la figura del prisma triangular realiza la operación: 15x4= 60, entonces la profesora dice "no", es 15 entre 2 =7.5 x 4 = 30 cm cúbicos. La profesora efectúa esta operación pero no les explica el porqué. Este tipo de actitudes se repitieron varias veces en el transcurso de las clases, tal parece que la profesora se interesaba más terminar la lección que por que los alumnos entendieran lo que estaban haciendo.

Es importante decir que el equipo observado no le ponía mucha atención a la profesora, sólo una de las alumnas se la pasaba copiando lo que se escribía en el pizarrón. Tres de los alumnos del equipo observado realizaban solos sus propias soluciones a los problemas en sus libros sin atender a las indicaciones de la profesora. Constantemente observé en ellos que los resultados que obtenían estaban mal.

En la página 72 del libro de matemáticas vienen 6 problemas , los cuales se trabajaron en un tiempo de 25 minutos, pero ¿realmente se trabajó la lección como se requería o qué paso?

Para llegar a la formula del prisma triangular la profesora explica cómo obtener el volumen del prisma y posteriormente pasa algunos alumnos al pizarrón para resolver tres problemas que les presenta el libro en la página 73.
M: "Marlem pasa al pizarrón". Marlem tenía que obtener el volumen de un prisma triangular que tenía 31cm de la base del triángulo, 16 de altura del triángulo y 40cm de altura del prisma triangular.
Marlem multiplica 31x40, pero la maestra la corrige diciéndole: "no " primero se mutiplica 31x16 entre 2. Marlem efectúa su operación teniendo un error en las mecanizaciones y es la maestra la que corrige la operación. Después de obtener

el resultado que se buscaba la maestra le dice a Marlem: " Ahora multiplica 248x40. La alumna obtiene el resultado y la profesora lo aprueba.

Otro problema que se presenta en la página 73 consiste en encontrar la medida de la altura del prisma triangular que tiene de base del triángulo 12cm y de altura del triángulo 10 cm, de volumen total 120 cm cúbicos. Para resolver este problema la profesora pasa al pizarrón a otro alumno, quien hace lo siguiente: 10x12= 120 y dice ya terminé. La profesora le pregunta ¿qué falta? Fíjate bien y escribe en el pizarrón la fórmula V= bxaxh sobre 2. El alumno no responde y espera que la maestra le diga qué es lo que tiene qué hacer. La maestra le dice: "divide 120 entre 2" el alumno lo hace y obtiene 60. La profesora le dice que está bien y le pregunta ahora qué falta y agrega "si el volumen es 120 cm cúbicos ¿qué hay que hacer?" El alumno multiplica 6x20 = 120 centímetros cúbicos y la maestra dice: entonces les falta el 20."

Como vemos, la resolución del problema está mal sin embargo la profesora no se percata de esto, siendo un detalle que se repite en otras sesiones; hay respuestas que los alumnos dan mal y la profesora las aprueba.

El equipo observado no hace ningún intento por resolver el problema, ellos al igual que otros equipos sólo esperan que les den el resultado. Esta dinámica de trabajo se observa constantemente en las otras sesiones. La profesora no permite que los alumnos piensen y que ellos por si mismos encuentren qué es lo que tiene qué hacer.

Al terminar todos los problemas (que se desarrollaron más o menos en la misma dinámica que los aquí descritos) la profesora comentó a la observadora "creo que con esos ejercicios sí han captado los alumnos" cuando en realidad sólo se habían ocupado en las mecanizaciones y no a tratar de entender el por qué de la fórmula.

Sesión 4

La construcción

La lección de la construcción es una lección que la profesora realizó en una hora. Su dinámica de trabajo fue estar leyendo los problemas y ella misma darles respuestas. Prácticamente ella resolvió los problemas y sólo les dio a los alumnos los resultados. Viendo la lección de la construcción es una lección que es compleja para los alumnos y que se requiere no de una sesión, sino de dos o más para que los alumnos puedan razonar y entender, sin embargo la profesora la dio en una hora.

Sesión 5

El productor agrícola

En las tres primeras páginas de esta lección se desarrollan problemas en donde van implícitos los contenidos de hectárea y fracciones, es en la cuarta página en donde se trabajan problemas de capacidad y también se ve la equivalencia que hay entre un decímetro cúbico y un litro.

En principio la maestra no había leído la lección, en el momento de leer va dudando de las respuestas que ella da. Mientras ella trataba de encontrar las respuestas, el equipo observado intentaba dar solución a los problemas y al obtenerlos se los dan a la profesora; pero esos resultados eran incorrectos, sin embargo, como la maestra cree que esos alumnos tienen bien sus resultados ya no los revisa y los da como buenos. La lección se siguió desarrollando en esa dinámica, la profesora leía y daba las respuestas sin propiciar que los alumnos intentaran obtener por si mismos sus resultados. Aquí el equipo observado trata de participar pero su participación consistía en pasar al pizarrón y preguntarle a la profesora qué es lo que tenían que hacer. Finalmente se notó que no hubo un entendimiento del tema de capacidad.

Sesión 6

El pequeño taller

Para desarrollar esta lección la maestra les pidió a los alumnos el material que les indican en el libro. La maestra comienza la clase dando las indicaciones que se marcan en el libro. Mientras ellas habla, el equipo observado fija su atención en ver cómo iban a realizar los trazos que les indican en el libro para armar un camión.

Mientras la maestra trabajaba con el grupo de forma guiada el equipo contestaba en voz alta lo que la profesora preguntaba, pero sus contestaciones eran verbales porque no escribían en el libro: Tal parece que este equipo sólo contestaba por ser los primeros en contestar, mientras la profesora plantea una pregunta ellos ya están dando respuesta de la siguiente pregunta. Llegó un momento que la profesora sólo ponía atención a lo que el equipo trabajaba y contestaba. Los alumnos trazan su camión y lo arman. La profesora los deja trabajar solos.

Sesión 7

Continuación de la lección "El pequeño taller"

Esta clase es dedicada a armar la pirámide que muestran en la página 50 del libro. Aquí la profesora lee las instrucciones que estaban en el libro y les dice que realicen tal actividad. Los alumnos tratan de copiar el trazo que viene en el libro (ver anexo, lección "el pequeño taller"; p.50) y al terminar tratan de armar la pirámide y se dan cuenta que no sale. Al principio los niños piensan que no la pueden armar porque en sus trazos no le pusieron la pestaña, pero después se dan cuenta que no se puede armar. Esto les sucede porque no pensaron que primero podían trazar un círculo y después dividir el círculo en doce partes iguales para luego tomar cuatro partes y así empezar a trazar el plano de la pirámide. Lo que trataron de hacer es copiar el trazo como estaba en la página 50. Cabe decir que, en esta página no dan ninguna indicación de cómo trazar el plano para armar la pirámide. Ante esta situación la profesora no hace ningún comentario, puesto que ella misma no sabía porque la pirámide no había salido. Y les pide que lo hagan de tarea.

Sesión 8

¿Cómo reafirma el conocimiento?

Para observar cómo la profesora reafirma el conocimiento, le proporcione algunas figuras geométricas y un cubo de 1000 cm^3. Adentro de este cubo habían 10 regletas de 10 cm cúbicos y 9 prismas rectangulares de 100 cm cúbicos.

La maestra empezó la clase mostrándoles a los alumnos la regleta de 10 cm^3 y les preguntó cuántos cm cúbicos tenemos aquí. Los alumnos observaron la regleta y contestaron 10cm^3; luego agregó otra regleta y volvió a preguntar "¿ahora cuántos centímetros cúbicos tenemos aquí? Los alumnos contestaron 20.

Posteriormente la profesora metió en el cubo 5 prismas rectangulares de 100cm^3 cada uno y preguntó ¿cuántos cm^3 hay? Como los alumnos ya sabían que cada prisma tenía 100cm^3 inmediatamente contestaron 500 cm cúbicos.

La maestra continua con la actividad. Toma una caja de leche chica y con la regla mide las aristas y pasa a un alumno al pizarrón y le dice: "obtén el volumen de esta caja; sacamos área de la base 2x2 = 4 y 4 x 13 que es la altura". La maestra es quien le dice al alumno que es lo que tiene que multiplicar y el alumno se concreta a hacer las operaciones ¿el alumno sabría el porqué de tales operaciones?

Aunque la maestra les había pedido a los alumnos anotar las operaciones en su cuaderno, ellos no lo hacían, algunos estaban haciendo planas de la letra "v". (El equipo observado sólo veía lo que su compañero estaba haciendo en el pizarrón pero no escribían nada en su cuaderno).

Para continuar pide la maestra a un alumno del equipo observado pasar al pizarrón para obtener el volumen de una cajita de medicina. Pasa Alan al pizarrón y sigue el mismo procedimiento. La maestra sólo se dedicaba a los alumnos del equipo observado. En esta clase de repaso nos percatamos que los alumnos sólo habían mecanizado la manera de obtener el volumen de un prisma. Además en sus ejercicios era muy frecuente ver que los alumnos sólo daban resultados pero no escribían las unidades de medida.

Sesión 9

¿Cómo reafirma el conocimiento?

Antes de comenzar la clase la profesora comentó que lo que iba a reafirmar era el peso que hay en un objeto con volumen.

La maestra comienza la clase preguntando:

M. ¿qué es el volumen?

1° Ao. Volumen es lo que contiene un prisma.

2° Ao. El volumen es lo que hay adentro.

Después de escuchar las respuestas la maestra muestra una lata de coca cola y les dice que esa es una figura con volumen. Ella sigue mostrando recipientes que tiene forma de prismas para decirles que son figuras con volumen.

La maestra pide a un alumno pasar al frente y le da dos cubos: uno vacío y otro lleno y pregunta ¿cuál pesa más? Los alumnos contestan inmediatamente que pesa más el cubo lleno.

La maestra toma uno de los cubos lo dibuja en el pizarrón y después mide una arista y dice: la arista mide 7.5 cm.

La maestra pide a uno de los alumnos que pase al pizarrón a obtener el volumen de ese cubo dibujado.

El alumno escribe 7.5 x 7.5 = 56.25 x 7.5 = 421.875
Y la maestra le agrega cm cúbicos.

Una clase anterior la maestra les pidió a los alumnos que trajeran cajitas y en la clase pide a algunos alumnos decir cuánto miden las aristas de sus cajitas.

La maestra toma la caja de una de las alumnas y mide las aristas y dice “la caja de su compañera mide 6.5 cm ¿quién pasa hacerlo?” Pasa un alumno del equipo observado y esto es lo que hace: 6.5 x 6.5 = 42.25 x 6.5 = 274.625. La maestra agrega “Alan falta algo” y Alan escribe después del resultado “cm^3”.

Esta clase es dedicada a que los alumnos resuelvan problemas como los anteriores. Hay alumnos que al pasar a resolver su problema primero escriben la fórmula que van utilizar y después hacen sus operaciones.

En esta sesión observé que los alumnos se concretaban en saber qué fórmula utilizar y hacer operaciones.

La maestra no se mueve de enfrente del salón no revisa si lo que están haciendo los alumnos en su cuaderno está bien, o en realidad, qué es lo que están haciendo.

El equipo se concreta a copiar las operaciones que realizaban en el pizarrón.

El equipo observado se concreta en comentar entre ellos cuál fórmula se tendría que utilizar para obtener el volumen del cubo.

3. RASGOS QUE CARACTERIZAN LAS CLASES DE LA PROFESORA ROSA MARÍA

- La profesora comenzó la sesiones de volumen dando el concepto.
- La profesora se preocupaba por terminar la lección sin comprobar si los alumnos

habían entendido el tema.

- La profesora se colocaba al frente de los alumnos y de allí no se movía.
- Aunque los alumnos estaban sentados en equipos. La profesora no propiciaba el trabajo en equipo.
- La profesora indicaba a los alumnos lo que tenían que hacer para resolver los problemas.
- La profesora centraba su atención en las mecanizaciones más que en el entendimiento de los problemas.
- La profesora no verificaba si los alumnos realmente estaban trabajando en su libro.
- Los alumnos no preguntaban sus dudas.
- Las clases se daban en un ambiente pasivo y mecánico.
- Las actividades del libro no eran aprovechadas, se caía en meras mecanizaciones.
- Las lecciones se daban en un tiempo de una hora a hora y media.