



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Especialización en Computación y Educación.

PROPUESTA COMPUTACIONAL PARA LA APLICACIÓN
DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA.
“DIVIÉRTETE CON LAS MATEMÁTICAS”

Tesina

QUE PARA OBTENER EL DIPLOMA DE ESPECIALIZACIÓN EN
COMPUTACIÓN Y EDUCACIÓN

Presenta:

ACT. CLAUDIA MARÍA TERESA ÁGUILA MARTÍNEZ

Asesor:

MTRO. RAÚL CUEVAS ZAMORA.

México D. F.
Octubre de 2009.

“La inteligencia consiste no sólo en el conocimiento, sino también en la destreza de aplicar los conocimientos en la práctica”

Aristóteles (384 AC-322 AC) Filósofo griego.

A mis padres por su apoyo, a mis hijas Sheila Iris y Atzin Lisset por motivarme a seguir superándome.

A todas y cada una de las personas que contribuyeron a lograr esta obra.

ÍNDICE TEMÁTICO

Introducción..... 5

Capítulo 1 PROPUESTA COMPUTACIONAL.

Justificación..... 8

Objetivos..... 9

Planteamiento del problema.....10

Desarrollo intelectual en el adolescente..... 11

Habilidades a desarrollar..... 14

Constructivismo..... 16

Capítulo 2 MANUAL DE SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Descripción de la propuesta 19

Rimas 22

Trucos 27

Cuadros Mágicos 31

Número Oculto..... 33

Números Primos 36

Capítulo 3 PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN DE LA PROPUESTA.

Preguntas de investigación 39

Planteamiento del problema 39

Objetivos..... 39

Justificación..... 40

Formulación de hipótesis 40

Variables..... 40

Tratamientos 41

Indicadores 41

Marco de muestreo 42

Diseño estadístico..... 42

Análisis estadístico..... 46

Evaluación de la propuesta didáctica 46

Apéndice.....	47
Referencias Bibliográficas	50
Anexo 1 (RIMAS)	51
Anexo 2 (TRUCOS).....	52
Anexo 3 (NÚMERO OCULTO 3)	53
Anexo 4 (NÚMERO OCULTO 4)	54
Anexo 5 (NÚMERO OCULTO 5)	55
Anexo 6 (NÚMERO OCULTO 8)	56
Anexo 7 (NÚMEROS PRIMOS)	57
Anexo 8 (CUADRO MÁGICO).....	58
Anexo 9 (TABLAS ESTADÍSTICAS)	59

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica genera en el alumno problemas de asimilación y aplicación, debido al grado de abstracción y falta del conocimiento matemático que vienen arrastrando de grados pasados en algunos alumnos y presentan dificultad en la comprensión de los temas, considerando los contenidos como tediosos, aburridos y de poco interés para ellos.

Es importante ayudar a los alumnos a descubrir sus capacidades y habilidades matemáticas con que cuentan, ya que en ocasiones son desperdiciadas; algunos profesores se limitan a dar la clase y superficialmente cubren el temario dejando a los alumnos con las bases mínimas de la materia al tratar de lograr un nivel de conocimientos uniforme en el grupo, dejando de lado la atención que requieren aquellos alumnos que tienen alguna deficiencia en el razonamiento lógico – matemático.

Lo podemos constatar en los estudiantes que participan en concursos matemáticos como son las Olimpiadas de Matemáticas, donde el nivel de preparación requerido sobrepasa el temario de los programas escolares, por lo que se llevan a cabo varias acciones como son los talleres o juegos matemáticos, donde se explica la aplicación de la aritmética y el álgebra en los problemas planteados, buscando un apoyo y con ello atraer la atención de los alumnos a una mejor preparación.

La presente propuesta es una herramienta que pretende dar el apoyo al docente para que pueda utilizarla como una estrategia en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas en los adolescentes.

La *Propuesta computacional para la aplicación de las matemáticas en la educación básica “Diviértete con las matemáticas”*, muestra una manera diferente de ver las matemáticas e invita a crear nuevas aplicaciones y analizarlas en el grupo, así como aumentar la escala de niveles de los juegos presentados volviéndolos más complejos. Es de suma importancia no solo acceder a un gran cúmulo de información sobre los conceptos matemáticos, sino tener las habilidades que permitan tanto formular conjeturas sobre ellos, como criticarlos, corregirlos y mejorarlos [1]; es decir, que el alumno sepa para qué le van a ser útiles, lo cual le permite conservar los conceptos por mucho más tiempo como parte de su formación.

Cuando los alumnos se enfrenten a retos matemáticos, se dan cuenta de que pueden ser divertidos, útiles, agradables, interesantes y ellos se volverán más hábiles en la solución de problemas buscando más alternativas, ampliando su panorama para tomar la mejor solución, esto les brindará mayor seguridad, propiciándoles un ambiente mucho más relajado, atractivo y motivador.

Encuentran un magnífico medio para socializar sus experiencias al trabajar desde otras perspectivas que es la idea de la propuesta donde manipulan y exploran problemas haciendo conjeturas, desarrollando procedimientos, estrategias personales y finalmente

comunican sus ideas matemáticas y puedan llegar a formalizarlas de lo individual a lo grupal.

En el capítulo 1, se presentan los antecedentes pedagógicos en los que se sustenta esta propuesta y la forma en como esta se puede aplicar de diferentes maneras.

En el capítulo 2, se incluye un manual de sugerencias didácticas donde se explica la estructura del software, se describe la forma de utilizarlo y se mencionan algunas estrategias que complementan la propuesta didáctica para su optimización. Este material es de apoyo al docente para el manejo de la propuesta con los alumnos, invitándolo a encontrar la solución y enfrentar nuevos retos al planteamiento de expresiones algebraicas (ecuaciones de primer grado), descubriendo el secreto a lo que puede ser mágico o difícil, permitiendo a los estudiantes tener mayor habilidad mental en base a juegos y llevarlos a poder resolver problemas matemáticos a través de situaciones curiosas y lúdicas.

En el capítulo 3, la última parte del documento lo forma el protocolo de investigación donde se describen los lineamientos para investigar la efectividad de la propuesta, a través de la investigación y planteamiento de hipótesis y su verificación; lo que se busca es valorar la utilidad de aplicar el software en la solución del problema que nos preocupa, comprobar si realmente el uso de la propuesta computacional en la enseñanza de algunos temas de la asignatura de matemáticas en el nivel básico puede hacer que los alumnos logren un mejor aprendizaje y un mayor interés en comparación con la enseñanza tradicional.

A los alumnos de educación básica plantear un problema matemático les resulta confuso, esto dificulta poder resolverlo y saber cuáles son las operaciones necesarias, porque están más habituados a que les indiquen los pasos a seguir y pocas veces los profesores los motivan a plantear las cosas de otra forma, restándoles habilidad para formular sus propios procedimientos y encontrar la solución al problema.

Esto disminuye la práctica de su razonamiento lógico – matemático, por lo que es de suma importancia la aplicación de los conocimientos previos para que en base a estos puedan apropiarse debidamente de los nuevos e interiorizarlos.

Se propone la manipulación de los datos, la exploración en el planteamiento de los problemas, el desarrollo de nuevos procedimientos y propuestas personales, construyendo así el conocimiento y compartiendo las ideas matemáticas, llevándolas a una formalidad en los conceptos, en base a juegos y solución de problemas matemáticos a través de situaciones curiosas y lúdicas.

CAPÍTULO 1

PROPUESTA COMPUTACIONAL

JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA

Es de suma importancia resaltar que al intentar resolver los problemas matemáticos se cometen errores debido a la comprensión confusa de lo que se busca, cómo desglosar los elementos que se tienen y cuáles hacen falta, además las operaciones necesarias para encontrar el resultado, así como la falta del conocimiento previo y la poca experiencia en el planteamiento de los problemas, justo en ese momento los alumnos quieren retomar los conocimientos que no han adquirido e intentar aplicar lo que no han entendido o solo siguiendo un patrón dado, sin saber por qué.

La propuesta tiene una visión didáctica, recupera los contenidos matemáticos a través de la presentación de problemas y juegos interactivos, que contienen conceptos que ya se explicaron en clase y que se busca deducir, así como desarrollar los propios, tratando de estimular la capacidad de creatividad en los alumnos para explorarlos y analizarlos y así lograr una integración cognitiva.

El uso de la computadora nos ayuda a presentar los problemas matemáticos más atractivos y de una forma gráfica para los alumnos, utilizándola como herramienta para realizar los algoritmos de forma interna que resuelven los problemas presentados, sin dejar de utilizar el papel y el lápiz como apoyo, se busca que los alumnos deduzcan el proceso y propongan ejemplos similares dando una visión diferente a la aplicación de las matemáticas.

Los problemas propuestos con la ayuda de la computadora que es más rápida, nos muestra interactivamente una serie de situaciones que tienen un proceso matemático que no es tan difícil deducir y de igual manera proponer otros; se puede apreciar que la máquina “adivina” al usuario lo que piensa o lo que él decide elegir invitándolo al análisis y descubrir cuales son los procesos detrás de cada actividad y apoyarlo a desarrollar los similares así como un nivel más de dificultad.

Presentarles a los alumnos otras alternativas para visualizar los problemas matemáticos, con una alternativa diferente a lo común donde se busca que realicen un aprendizaje deductivo y analítico evitando en lo posible lo memorístico, ya que en este caso el resultado es de corta duración, solo le sirve para aprobar el examen o salir del paso y una vez que fue cumplido el objetivo es desechado, es decir se olvida, por lo que hay que buscar otros modelos alternativos para llamar la atención sobre el aprendizaje y aplicación de las matemáticas.

Por ello la necesidad de plantear una forma diferente de enseñar las matemáticas, es esta propuesta como una alternativa al modelo convencional con el cual los alumnos puedan lograr un mejor aprendizaje de los temas, interiorizar los conocimientos y con esto manejar mejor los conceptos adquiridos basando su estructura en los principios básicos del constructivismo, además de utilizar una importante herramienta contemporánea en la educación como es la computadora, que no solo es para jugar o ver correos, sino también nos ayuda para motivar y entender que las matemáticas están en todas partes y que no son tan aburridas y difíciles como creen muchos estudiantes.

OBJETIVOS DE LA PROPUESTA

La propuesta se dirige a los alumnos del nivel medio básico “secundaria” que cursen el primer grado, quienes tienen dificultades para desarrollar formas de pensamiento abstracto:

- Promover el pensamiento lógico – matemático para la solución de problemas algebraicos.
- Desarrollar el razonamiento matemático para el planteamiento y solución de problemas matemáticos.
- Desarrollar en los alumnos las habilidades para resolver los problemas matemáticos que se presenten en la escuela así como en su vida diaria.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Los alumnos enfrentan en lo cotidiano diversos tipos de problemáticas que les causan angustia y confusión, encontrar la solución llevándolos a conflictos emocionales, que son más notorios en la etapa que están pasando *la pubertad*, esto es debido a la inseguridad que les causa el no tener claro los elementos con que cuentan y el proceso a seguir para encontrar la solución, estas situaciones son presentadas en la vida adulta.

Esto refleja la madurez con que cuentan en su pensamiento lógico – matemático que aplican en toda su vida, así como la seriación y patrones a seguir. Los alumnos ven a las matemáticas como un trago amargo, porque solo asimilan lo mínimo indispensable para cubrir los créditos escolares sin verlo como algo útil a futuro.

Es importante desarrollar una agilidad mental en el alumno para hacerlo más hábil para que de las situaciones que vaya viviendo puedan ser deductivo y obtener conclusiones asertivas, esto hará que se le facilite adquirir el conocimiento y mantenerlo. Es relevante motivarlo para que él pueda plantear los problemas matemáticos y deducir los elementos con que se cuentan para resolverlos, así como descifrar los pasos a seguir para encontrar la solución y sea capaz de enfrentar los diferentes problemas que se le presenten.

Esto necesario que el alumno cuente con los conocimientos matemáticos básicos que le serán de utilidad en el bachillerato ya que ahí se verán de forma generalizada, por lo que el desarrollar habilidades lógico matemáticas en el estudiante es el propósito de esta propuesta.

DESARROLLO INTELECTUAL EN EL ADOLESCENTE.

La adquisición de los conceptos matemáticos constituye un proceso que da inicio desde temprana edad y que depende de la estimulación del medio donde se desarrolla el ser humano, empezando desde bebés a través de la estimulación temprana, desarrollando habilidades matemáticas durante la etapa preescolar, primaria y con ello poder llegar a la secundaria con buenas bases matemáticas.

Los conocimientos adquiridos son aprendidos en base a situaciones significativas vividas por los alumnos. En las investigaciones realizadas por Jean Piaget [3], establece tres grandes tipos de conocimientos, el físico, el social y el lógico-matemático.

El conocimiento físico resulta de la construcción cognoscitiva de las características de los objetos del mundo, su color, textura, forma, etc.

El conocimiento social es producto de la adquisición de información proveniente del entorno que rodea al sujeto.

El conocimiento lógico-matemático no está dado directa y únicamente por los objetos, sino por la relación mental que el sujeto establece entre estos y las situaciones enfrentadas.

Es importante buscar la mejor forma de interiorizar el conocimiento cuando existe la deficiencia en algunos conceptos matemáticos. El docente debe promover la forma de lograr que el alumno cubra estas carencias y motivarlo a querer aprender más sobre las matemáticas que se requieren para su formación. Formando así alumnos con un mejor razonamiento para crear sus propias estrategias y obtener la solución a sus problemas, permitiéndole aplicar la mejor táctica para resolverlos sin limitarlos a un solo proceso. Ejemplo de ello es el manejo de la multiplicación, que fue enseñada de una forma memorística y esto les resta la posibilidad de poder aplicar otro proceso cognitivo como es la sumas.

El estudio del individuo se da en diferentes etapas desde el nacimiento hasta la adolescencia. A partir de los siete u ocho años de edad a medida que el niño va teniendo experiencias concretas y va manipulando su medio ambiente, presentará un comportamiento pre-lógico. Piaget nos dice “el niño utilizará la lógica por el mecanismo de la intuición, simple interiorización de las percepciones y los movimientos en forma de imágenes representativas”¹.

En el transcurso de los ocho a los diez años sucede que el niño entre a la etapa de las operaciones concretas, donde poco a poco irá presentando un desarrollo cognoscitivo cada vez más profundo.

A partir de una serie de operaciones, el niño llega a otro nivel de pensamiento, los problemas que se le presentaban en esta etapa ahora son fácilmente resueltos gracias a la

¹ Piaget, Jean. “Psicología y Pedagogía”, Ariel, España. 1991.

interiorización de los conocimientos que dirigen el pensamiento a una forma general y equilibrada para comenzar a formar nuevas series de operaciones como son: "reuniones y disociaciones de clases, clasificación y almacenamiento de relaciones, variaciones, correspondencias"².

El pensamiento exige una variedad de operaciones, no se debe perder de vista que el niño se encuentra en la etapa concreta; es decir, el campo de acción es muy limitado puesto que sólo actuará sobre los objetos y no sobre hipótesis o enunciados verbales. Sin embargo, al realizar una serie de ejercicios presentados en forma concreta, el niño podrá ejercitar su pensamiento para poder llegar a otro modo de razonamiento a través de indicaciones verbales. Llegando así a la última etapa de desarrollo, la etapa formal, donde el pensamiento actúa en un plano hipotético-deductivo; es decir, las operaciones son posibles en un plano simplemente verbal.

La serie de ciclos de los que se habló con anterioridad, se refieren a las técnicas de solución de problemas; es decir, a la proposición de algoritmos, los cuales se podrán enseñar en la etapa de las operaciones concretas. En esta etapa los algoritmos se presentan en forma gráfica y con pocas acciones de tal forma que el adolescente vaya familiarizándose con otro tipo de ejercicios.

Retomando la teoría de Piaget, se tiene que la etapa donde se presentan las características requeridas para seguir el método de resolución de problemas, es la etapa de pensamiento concreto. A partir de que el niño entra en la fase de las operaciones concretas, logrará percibir un hecho desde varios puntos de vista, y esto es lo que hace que el niño adquiera conciencia de la reversibilidad de las operaciones, la cual es esta posibilidad permanente de regresar al punto de partida de la operación dada [3]. El niño alcanza un nuevo nivel de pensamiento y es en este elemento cuando el niño entra al nivel operacional, donde adquiere la capacidad mental de ordenar y relacionar la experiencia como un todo organizado. Se puede apreciar que los niños entre once y trece años presentan mayor facilidad para acomodar un algoritmo en desorden.

La inteligencia representada consiste en llevar hacia el plano mental los actos de la vida práctica del joven, el juego es la expresión típica de la construcción de la inteligencia, esto significa que sienta las bases de la conceptualización y de la creación humana en todos sus órdenes [4].

Durante la adolescencia se vive una etapa de inseguridad e identidad social, la cual refleja la madurez que tiene el individuo para su desenvolvimiento social y la capacidad para razonar cualquier problema que se les presente, para nuestro estudio en particular en las matemáticas.

Si analizamos el desarrollo del individuo en particular del adolescente, como podemos verlo en las etapas que propone Piaget, donde el ser humano a través de todo su desarrollo psicomotriz, va construyendo su pensamiento lógico-matemático, es importante que los profesores apliquen estrategias que refuercen el conocimiento en sus alumnos y así alcanzar la madurez adecuada, para que pueda analizar lo abstracto más fácilmente.

² Piaget, Jean. "Psicología y Pedagogía", Ariel, España. 1991.

Se tienen conocimientos que por el método tradicional en muchas ocasiones se maneja de una forma metódica basada en ejercicios, para aprender el algoritmo de la solución. Y esto es bueno, aunque en la mayoría de las ocasiones poco se involucran en aplicaciones reales, por lo tanto plantear los problemas desde otra perspectiva es importante para tener otros procesos para la solución del problema.

HABILIDADES A DESARROLLAR

Para este caso particular nos enfocaremos en habilidades [5] que parecen simples pero que son importantes para un mejor razonamiento de los problemas que se presenten a los alumnos en las matemáticas y por extensión en la vida diaria.

Es importante desarrollar las siguientes habilidades: ***El cálculo mental***: como la mecanización; ***Previsión***: el reconocimiento de patrones tanto numéricos como geométricos, la estimación de resultados numéricos y la disposición espacial o de medidas. ***Manejo de fórmulas***: seguimiento de instrucciones, lectura de fórmulas y uso de fórmulas. ***Estrategias para la resolución de problemas***: acomodamiento de la información, depuración de la información, ensayo y error, planteamiento de la pregunta adecuada y trabajo en reversa. ***Operaciones mentales***: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación. ***Formulaciones***: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

Las habilidades mencionadas llevan al estudiante a desarrollar las siguientes acciones:

Analizar: cuando el joven compara u ordena datos, o cuando analiza o interpreta la información.

Comentar: cuando el joven explica, comenta o discute un proceso, o cuando lo expresa formalmente.

Identificar: cuando el joven observa, identifica o describe un objeto matemático.

Trabajar en equipo: cuando el joven hace un trabajo conjuntamente con uno o más compañeros.

Hipotetizar: cuando el joven anticipa o estima el resultado de una acción matemática, o cuando prevé o predice algo que va a ocurrir, o cuando conjetura o plantea hipótesis que explican lo que ocurre.

Inventar: cuando el joven crea o plantea situaciones, problemas, diseños gráficos, construcciones, etc.

Jugar: cuando el joven participa libremente en una actividad que lo divierte. Puede haber diversos aprendizajes a través del juego.

Localizar: cuando el joven encuentra, ubica o localiza objetos, líneas, puntos, etc.

Operar: cuando el joven hace operaciones aritméticas, ya sea por escrito, mentalmente, o con calculadora, o bien cuando cuenta.

Planear: cuando el joven diseña la estrategia con la que va a resolver un problema.

Relacionar: cuando el joven asocia o relaciona objetos matemáticos, o cuando los clasifica, ordena, une o mide, o cuando escribe o registra información, o cuando ubica números o puntos en la recta o en el plano.

Verificar: cuando el joven comprueba, por algún medio a su alcance, si una hipótesis, una estimación de resultados, una operación, etc., que ha hecho, son correctas.

Todas estas acciones que va practicando el alumno lo van llevando a un punto óptimo de razonamiento, donde los resultados serán más acertados y asertivos. La combinación de estas, le darán un panorama más amplio de soluciones.

La aplicación del constructivismo en la propuesta consiste en:

- Motivar al alumno en cada una de las actividades.
- Utilizar la computadora en busca de la construcción de los conceptos.
- Enfrentar situaciones problemáticas en las cuales deba dar solución a través de su capacidad de análisis y reflexión.
- El profesor tiene la libertad de interactuar con la propuesta y el método convencional y adaptarla al grupo.
- Convertir al profesor como facilitador en la transmisión de los contenidos.

Ya que cuando se empieza a trabajar en las matemáticas de una forma abstracta, a los alumnos les causa dificultad para resolver los problemas debido a las deficiencias en los conceptos matemáticos y a la poca experiencia en la etapa concreta, bloqueando así la interiorización en el conocimiento, por tal motivo al pasar por la etapa abstracta les crea muchas dificultad asimilar el conocimiento.

Se pretende considerar el constructivismo. Debido a que para entender al adolescente es importante atender su lado humano por los continuos cambios emocionales.

CONSTRUCTIVISMO

“Lograr que el alumno piensen y actúe sobre contenidos significativos y contextualizados.” [6]. La finalidad pedagógica es desarrollar en el alumno la capacidad de realizar aprendizajes significativos por sí solo en una amplia gama de situaciones y circunstancias (aprender a aprender).

Promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece, suministrando una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva.

Lo adquirido apoya a lo que está aprendido y a la vez organiza otro contenido que está almacenado en la memoria.

Principios importantes para el constructivismo:

- ❖ Los conocimientos previos.
- ❖ El grado del aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo.
- ❖ Es un proceso de reconstrucción de saberes culturales.
- ❖ Se facilita gracias a la mediación e interacción con los otros.
- ❖ Es un proceso de reorganización interna de esquemas.
- ❖ Se produce el aprendizaje cuando entra en conflicto lo que el alumno ya sabe con lo que debe saber.

La función del docente es unir los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado, además de crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

El docente se pregunta lo que el estudiante revela en cuanto a conocimientos o dificultades en el aprendizaje, y piensa en las respuestas más apropiadas para ayudarle mejor al alumno.

Identificar los conocimientos previos que el alumno tiene y relacionarlo con lo que va a aprender.

De este modo la calidad del aprendizaje depende en gran medida de la habilidad del docente para adaptar su demostración y su descripción a las necesidades cambiantes del alumno. Para lograr lo anterior se requiere motivar de forma conveniente al alumno y ofrecerle experiencias educativas pertinentes, estableciéndose una relación de enseñanza recíproca dinámica y autorreguladora.

El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien construye o reconstruye los saberes de su grupo cultural, y éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.

La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que posee ya un grado considerable de elaboración, ya que es el resultado del proceso de construcción a nivel social. Es decir, activo procesador que aprende, piensa, procesa y emplea la información de distintas maneras.

METODOLOGÍA

La metodología pretende despertar el interés en el alumno y dirigir su atención. Además estimular el deseo de aprender que conduce al esfuerzo y así dirigir estos intereses y esfuerzos hacia el logro de fines apropiados y la realización de propósitos definidos.

El docente debe tomar en cuenta lo siguiente:

- El desarrollo psicológico del individuo, particularmente en el plano intelectual y en su intersección con los aprendizajes escolares.
- Identificar y atender la diversidad de intereses, necesidades y motivaciones de los alumnos relacionados con el proceso enseñanza – aprendizaje.
- Replantear los contenidos curriculares, orientados a que los sujetos aprendan a aprender sobre contenidos significativos.
- Reconocer la existencia de diversos tipos y modalidades de aprendizaje escolar. Dando una atención más integrada a los componentes intelectuales, afectivos y sociales.
- Buscar alternativas novedosas para la selección, organizar y distribuir el conocimiento escolar, asociado al diseño y promover estrategias de aprendizaje e instrucciones cognitivas.
- Promover la importancia de la interacción entre él y sus alumnos, así como entre los alumnos mismos, a través del manejo del grupo mediante el empleo de estrategias de aprendizaje cooperativo.
- Revalorarse como docente y no solo en su función de transmisor del conocimiento, guía o facilitador del aprendizaje, sino como mediador del mismo enfatizando el papel de la ayuda pedagógica que presta reguladamente al alumno.

CAPÍTULO 2

MANUAL DE SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

En la propuesta se presentan juegos y problemas para la aplicación de operaciones básicas, así como un acercamiento a la pre-álgebra, buscando invitar al estudiante a razonar los procedimientos y así llegar a los patrones establecidos con la ayuda del profesor para desarrollar los propios, así como plantear los problemas y llegar a una solución.

Las actividades propuestas:

Rimas: Se busca combinar las matemáticas con otras áreas como la literatura, y motivar al alumno a deducir las claves para encontrar el resultado de la pregunta propuesta.

Trucos: Son juegos donde cualquier número que se elija y siguiendo las indicaciones, el resultado va a ser siempre el mismo, lo importante es que ellos descifren la ecuación de primer grado que esta detrás de cada sobre, y desarrollen los alumnos sus propios trucos, es decir el objetivo es desarrollar estrategias para la resolución de problemas.

Número oculto: aquí se propone que el joven piense un número, por ejemplo del 1 al 7 que se encuentran en la figura dividida en tres colores, después el docente pregunta al alumno donde está ubicado el número que pensó, él dando clic en todos los espacios donde se encuentre y después dará clic en la opción donde dice “¿Qué número es?” el programa presentará el número que pensó él. Hay tres niveles representados por las siguientes figuras: triángulo, cuadrado y pentágono y se le pide que promueva crear el siguiente nivel a los alumnos y ayudarlos a plantear la seriación a seguir. [11]

Jugar con la construcción de series es muy divertido, pero además permite desarrollar en los jóvenes los siguientes conceptos y habilidades:

- El concepto de orden en los números naturales
- La práctica de las operaciones aritméticas básicas
- El establecer relaciones numéricas
- Determinar y crear patrones

Números primos: es para repasar los números múltiplos e ir encontrando los números primos, esta dividido en cuatro secciones del 1-25, 26-50, 51-75 y 76-100, es decir, el objetivo es desarrollar el cálculo mental y las mecanizaciones.

Cuadros mágicos: es un apoyo para repasar operaciones mentales al acomodar los números sugeridos e invitar a los jóvenes a crear sus propios cuadros mágicos. El objetivo es hacerlos entender, desarrollar y aplicar distintos procesos de razonamiento.

La forma de trabajar los problemas, utilizando diferentes estrategias y explorando ciertos conceptos, hace que los estudiantes desarrollen habilidades para ser más asertivos.

Esto implica que lo tradicional puede volverse más atractivo con el apoyo de esta propuesta pedagógica.

Las actividades ofrecen al profesor una alternativa para contribuir al logro de las habilidades antes mencionadas, permitiendo al alumno desarrollar los talentos ocultos, además motivarlos y así mostrarles que las matemáticas resultan ser más agradables e interesantes con situaciones más atractivas.

Las sugerencias didácticas describen las actividades de apoyo, las cuales realizará el alumno para la construcción de su conocimiento. La propuesta ofrece retos a través de problemas planteados, para desarrollar otros problemas similares en clase.

Cuando se ejecuta el programa nos presenta los datos de la especialización y al dar clic con el botón izquierdo del ratón cambia la pantalla, como se muestra a continuación:



La siguiente pantalla muestra los datos del autor, así como el nombre de la propuesta:



Después se solicita el nombre del usuario, para tener un acercamiento más personal, te da una bienvenida y después de teclearlo hay que dar enter para pasar al menú:



Este es el menú principal de la propuesta donde puedes seleccionar una opción y nos manda a un submenú y da la opción de regresar a la pantalla anterior con otro nombre si es el caso:



MENÚ:

Rimas

Trucos

Número Oculito

Números Primos

Cuadros Mágicos

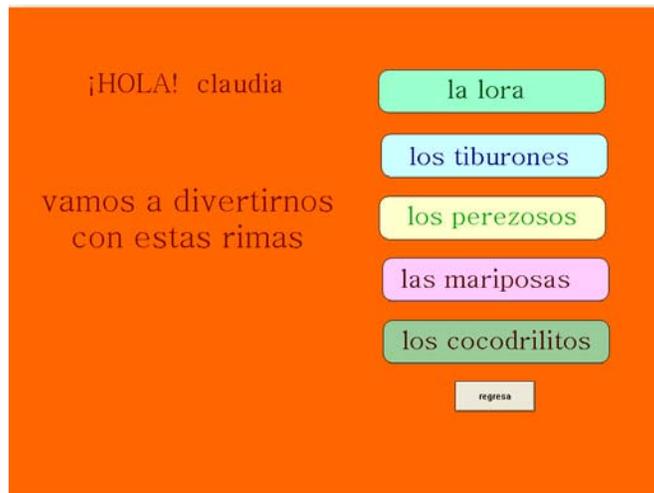
LAS RIMAS [7]

La idea de tomar estas frases es de aprenderlas, y de ese contexto plantear un problema a resolver contando con pistas o claves que nos ayudan a contestar una pregunta final.

En algún caso es solo información y en otras si se pide que den una respuesta correcta para poder cambiar a la siguiente pantalla o regresar a la pantalla anterior, y tener así un dato más preciso para encontrar la respuesta.

La lora.
Los tiburones.
Los perezosos.
Las mariposas.
Los cocodrilos.

La recomendación es que el profesor ayude al alumno a razonar las claves para la solución del problema.



Por ejemplo si seleccionas la lora nos presenta el siguiente texto, como se muestra en la siguiente pantalla:



Después nos presenta las pistas y resolviéndolas individualmente o en grupo llegarán a la respuesta de la pregunta final. Son 3 pistas para que resuelva el alumno, puede entrar y salir de ellas las veces que necesite y también da la respuesta para que compare y vea en que falló si es el caso.

" La lora se llevó 11 libros para leer en sus vacaciones."

PISTA 1 PISTA 2 PISTA 3

¿Cuántos días tardará en leer todos los libros?

RESPUESTA

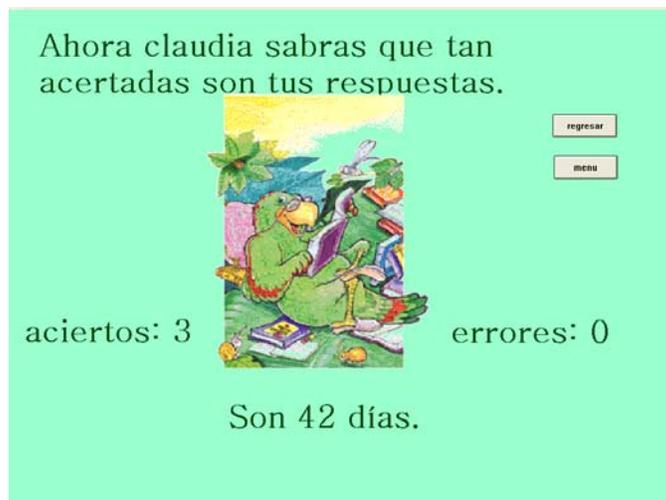


" La lora lee $\frac{1}{4}$ de libro por noche de lunes a viernes.

Cuántos libros lee en la semana?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{4}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{4}$

Si da la respuesta correcta, regresa a las pistas. Además, verá que cuantos aciertos, errores e intentos tuvo el alumno para llegar a la respuesta.



¿Cómo jugar?

Los problemas pueden ser resueltos de forma individual o en grupo.

Las pistas.

Cada ejercicio presenta pistas que juntas contienen toda la información necesaria para resolverlo.

Un estudiante puede leer las pistas, usar papel y lápiz para buscar la solución.

Utilización de pistas en grupo

Para usarlas en grupo se recomienda distribuir las pistas, dando una a cada alumno. Cada uno es entonces "dueño" de esa pista, la puede leer y comentar con los otros miembros de su grupo, pero no la puede entregar, para que otro grupo la lea.

De esa manera, nos aseguramos de que todos los participantes de un grupo están involucrados activamente en la búsqueda de soluciones. Una vez encontrada una solución, todos los miembros del grupo deben estar de acuerdo con ella y pueden presentarla a otros grupos. (Se pueden distribuir diferentes problemas en los distintos grupos de trabajo, simultáneamente.)

Lenguaje y matemáticas.

Los temas se presentan por medio de rimas simples ligadas a la inicial del personaje principal, por ejemplo “Cocodrilos cantando canciones de cuna...”. Con esto se pretende conectar la matemáticas con el lenguaje y estimular la visión multidisciplinaria y la utilización del lenguaje en la explicación de los procesos de resolución de problemas.

Los personajes se presentan en forma fantástica como los protagonistas de estos problemas.

Se busca desarrollar en el alumno las siguientes habilidades:

Cálculo: cálculo mental y mecanizaciones.

Estrategias para la resolución de problemas: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error, planteamiento de la pregunta adecuada y trabajo en reversa.

Operaciones mentales: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.

Formulaciones: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

Contenidos

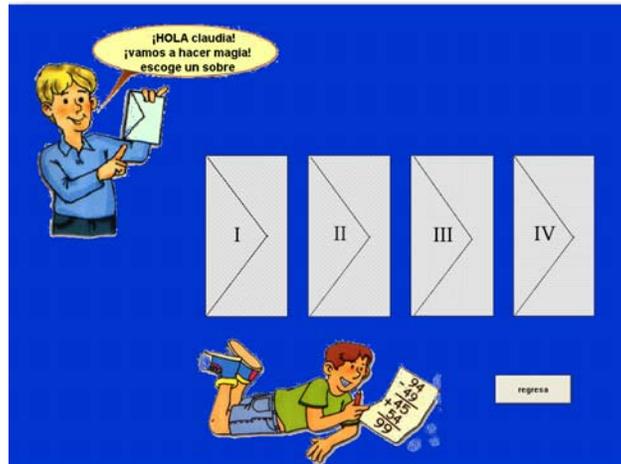
- Un problema de quebrados.
"Lora Leyendo Largos Libros Líricos Lentamente."
¿Cuántos libros lee en sus vacaciones?
- Funciones básicas de suma y resta
“Maravillosas Mariposas Manchadas Mordiendo Moras Maduras”. Presenta a las mariposas y a las arañas.
- Conceptos numéricos básicos y múltiplos de números pequeños.
“Cocodrilo Cantando Canciones de Cuna Consolando Crías”. ¿Cuántos Cocodrilitos escondidos en el río?
- Números menores a las cuatro decenas y funciones simples.
“Perezosos Perchados Pidiendo Permiso Para Pasar”. ¿Cuántos perezosos camuflados en el bosque?
- Un problema fácil de resolver, tiene al menos dos respuestas.
“Temibles Tiburones Tomando Tazas de Té Tras la Tormenta”.
¿Cuánta cantidad de té compartieron?

SUGERENCIA DIDÁCTICA.

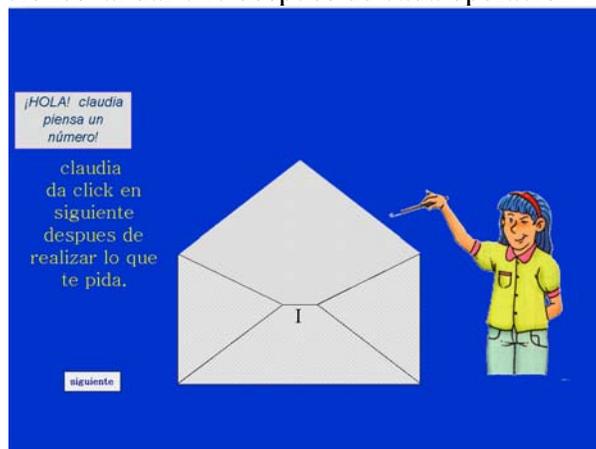
Se recomienda motive a los alumnos a solucionar problemas semejantes a las rimas propuestas, donde necesite pistas para solucionarlos. El alumno debe considerar las que le son de mayor utilidad según su análisis del problema.

LOS TRUCOS

Esta es la presentación del menú de trucos. El profesor debe pedir al alumno que seleccione un sobre, siga las indicaciones o regrese al menú principal.



Aparecerán las instrucciones al dar clic después de cada operación realizada:



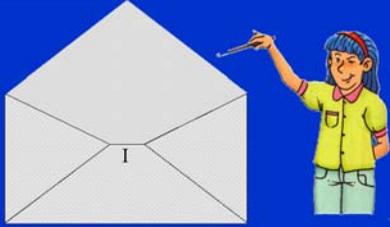
multiplicalo por 4

¡HOLA! claudia piensa un número!

sumale 9

claudia da click en siguiente despues de realizar lo que te pida.

siguiente



multiplicalo por 4

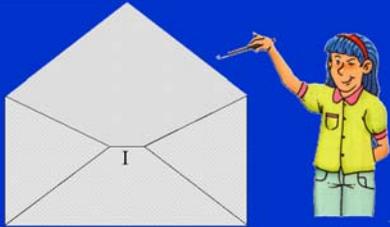
restale 1

¡HOLA! claudia piensa un número!

sumale 9

claudia da click en siguiente despues de realizar lo que te pida.

siguiente



multiplicalo por 4

restale 1

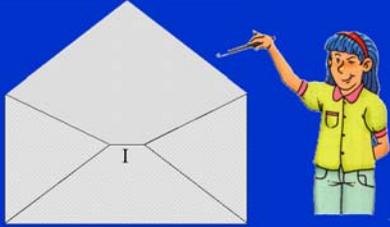
¡HOLA! claudia piensa un número!

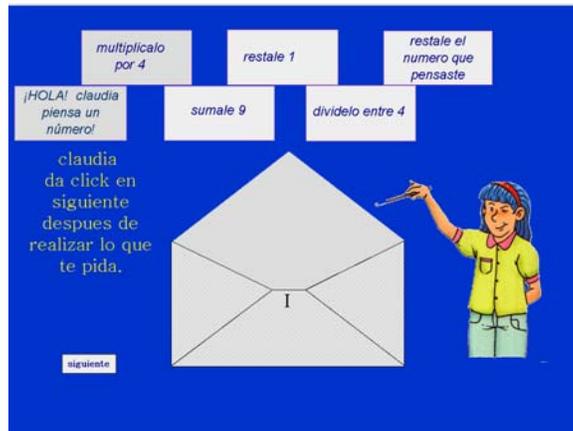
sumale 9

dividelo entre 4

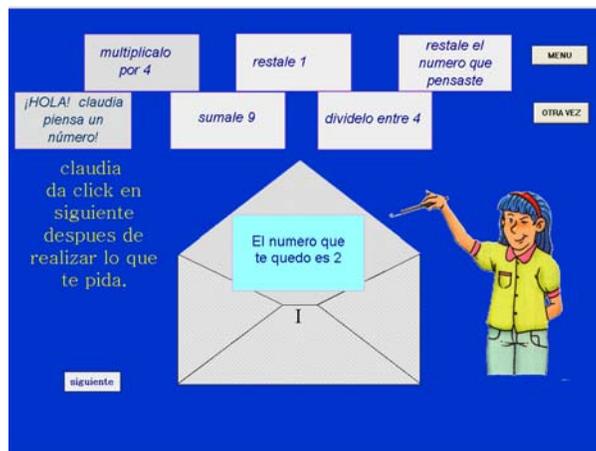
claudia da click en siguiente despues de realizar lo que te pida.

siguiente





Al final del ejercicio la computadora da el resultado que obtuvo al seguir las instrucciones.



¿Cómo jugar?

Los problemas pueden ser resueltos por una persona o un grupo.

Instrucciones

Cada ejercicio presenta instrucciones que tienen una secuencia que deben seguir una después de otra para resolverlo. El estudiante puede usar papel y lápiz para buscar la solución.

Para usarlas en grupo se recomienda realizar las instrucciones por grupo, dando un número para aplicar los trucos. Puede leer y comentar con los otros miembros de su equipo, pero no la puede entregar, para que otro equipo la lea.

De esa manera, nos aseguramos de que todos los participantes de un grupo estén involucrados activamente en la búsqueda de soluciones.

Una vez encontrada una solución, todos los miembros del equipo deben estar de acuerdo con ella y pueden presentarla a los otros (Se pueden distribuir diferentes números en los distintos grupos de trabajo, simultáneamente).

Matemáticas

Los temas se presentan por medio de sobres donde van apareciendo las indicaciones, en una forma secuencial. Con esto se pretende conectar las matemáticas con la visión multidisciplinaria y la explicación de los procesos de resolución de problemas.

Se refuerzan las siguientes habilidades:

Cálculo: cálculo mental y mecanizaciones.

Previsión: reconocimiento de patrones y estimación de resultados numéricos.

Manejo de fórmulas: seguimiento de instrucciones, lectura de fórmulas y uso de fórmulas.

Estrategias para la resolución de problemas: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error, planteamiento de la pregunta adecuada y trabajo en reversa.

Operaciones mentales: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.

Formulaciones: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

Contenidos

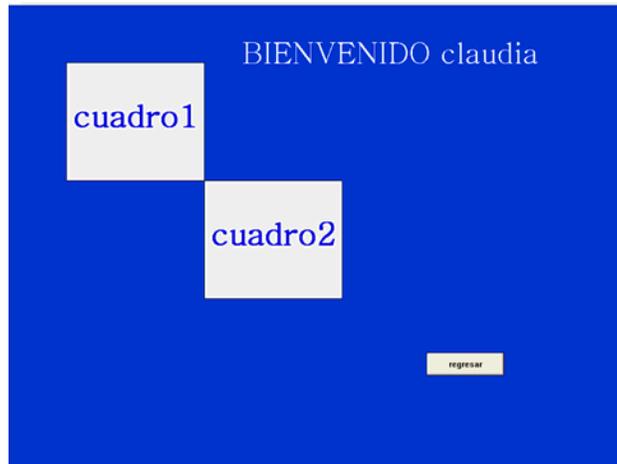
- Sobre 1, funciones básicas de suma y resta.
- Sobre 2, funciones básicas de suma y resta.
- Sobre 3, funciones básicas de suma, resta y de quebrados.
- Sobre 4, funciones básicas de suma y resta.

Propuesta didáctica.

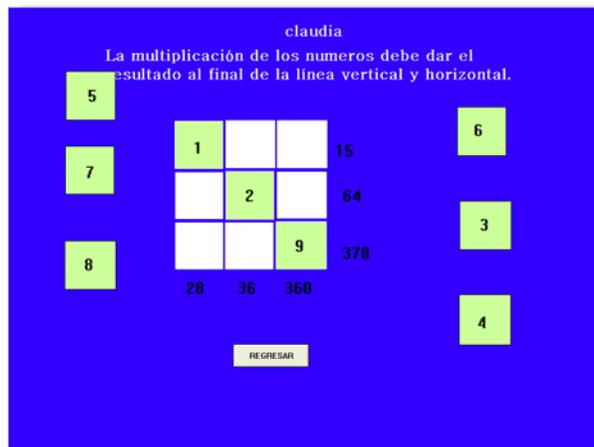
El profesor guiará a los alumnos a encontrar la ecuación que está detrás de estas instrucciones dadas y que se den cuenta de cómo están condicionadas las instrucciones para que cumplan el resultado final, con ello lograr llegar a la representación de una ecuación de primer grado, invitando a los alumnos a inventar sus propios trucos y aplicarlos en el salón de clase.

CUADROS MÁGICOS.

Presenta el menú de cuadros mágicos, selecciona una opción y sigue las indicaciones o regresa al menú principal.



La opción del cuadro 1 presenta lo siguiente:



¿Cómo jugar?

Los problemas pueden ser resueltos por una persona o un grupo.

Instrucciones

Cada ejercicio presenta instrucciones que tienen que seguir cumplir para colocar los números.

El estudiante puede usar papel y lápiz para buscar la solución.

Para trabajar en grupo se recomienda realizar las operaciones, dando un renglón o columna para aplicar las indicaciones. Puede leer y comentar con los otros miembros de su equipo, pero no la puede entregar, para que otro equipo la vea.

De esa manera, nos aseguramos de que todos los participantes de un grupo están involucrados activamente en la búsqueda de la solución.

Una vez encontrada una solución, todos los miembros del equipo deben estar de acuerdo con ella y pueden presentarla a los otros.

Matemáticas

Los temas se presentan por medio de cuadros mágicos que se resuelven con diferentes operaciones, el alumno tienen que presentar los números que cumplan con la condición, para saber si cumplen la solución de los renglones y columnas. Con esto se pretende conectar las matemáticas con la explicación de los procesos de resolución de problemas.

Hay que darle alternativas al alumno para que ellos mismos construyan sus propios cuadros mágicos, y definan la forma de acomodar los números para que cumplan las condiciones dadas.

Se refuerzan las siguientes habilidades:

Cálculo: cálculo mental y mecanizaciones.

Estrategias para la resolución de problemas: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error.

Operaciones mentales: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.

Contenidos

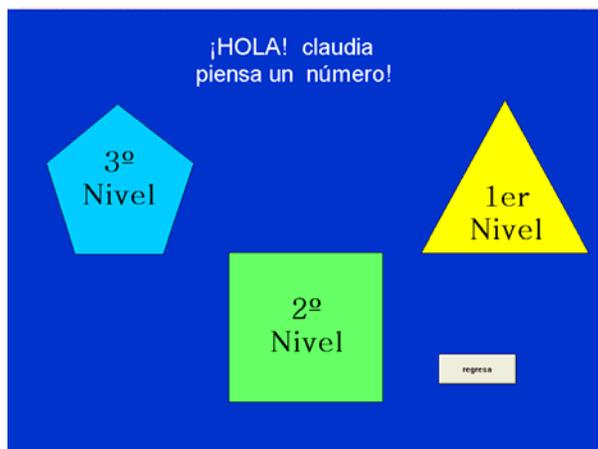
- cuadro 1, operaciones básicas multiplicación.
- cuadro 2, operaciones básicas de suma

Propuesta didáctica.

Después de jugar el profesor explicar la idea de los cuadros mágicos, y cuales son sus condiciones, puede plantear la construcción de varios cuadros a partir de uno base y la aplicación de operaciones (suma, resta, multiplicación y división) a todos los números del cuadro y revisar que hay de común entre ellos.

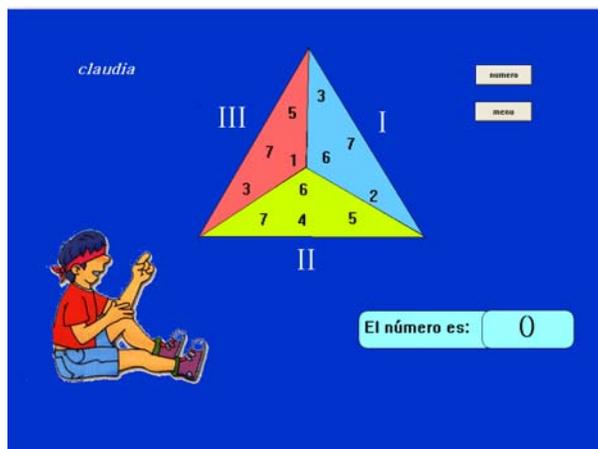
NÚMERO OCULTO.

Esta es la pantalla de la opción del número oculto, cuenta con tres niveles:



NIVEL 1

Es un juego que se usan los números del 1 al 7, donde escoges un número y indicas en que triángulo está, el alumno debe dar clic en todos los triángulos donde se encuentre el número:



Por ejemplo:

Seleccionamos el triángulo 3, después el triángulo 1 y damos clic en “el número es”
Dándonos la respuesta del número 3.

Cuenta con dos opciones de volver a seleccionar otro número o regresar al submenú:

En el Nivel 2 hay que seleccionar un número del 1 al 15.

En el Nivel 3 hay que seleccionar un números del 1 al 31:

¿Cómo jugar?

Los problemas pueden ser resueltos por una persona o un grupo.

Instrucciones

Cada ejercicio presenta espacios donde hay números y ellos tienen que seleccionar un número e indicar todos los espacios donde se encuentre este número, para que la computadora le diga cual número fue el que seleccionaron.

Para trabajar en grupo se recomienda ponerse de acuerdo en el número a observar, indicar en el número romano del espacio donde se encuentre el número. Puede comentar con los otros miembros de su equipo, pero no le puede decir. De esa manera, nos aseguramos de que todos los participantes de un grupo están involucrados activamente en la búsqueda del número.

Una vez escogido un número, todos los miembros del equipo deben estar de acuerdo con el y poder indicar donde se encuentra.

Matemáticas

Los temas se presentan por medio de figuras geométricas divididas en espacios que contienen ciertos números y el alumno debe observar un número en particular y decir todos los lugares donde se encuentra y la computadora le presentará el número seleccionado.

Es muy importante no olvidar dar clic en todas las figuras donde se encuentre el número, ya que de lo contrario la respuesta será errónea.

Se pretende que el alumno en base a la observación vaya descifrando cuál es la metodología. El profesor ayuda a crear una figura con seis triángulos y a definir los números a ocupar en cada uno.

Se desarrollan las siguientes habilidades:

Cálculo: cálculo mental y mecanizaciones.

Previsión: reconocimiento de patrones tanto numéricos y estimación de resultados numéricos.

Manejo de fórmulas: seguimiento de instrucciones, lectura de fórmulas y uso de fórmulas.

Estrategias para la resolución de problemas: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error.

Operaciones mentales: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.

Formulaciones: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

Contenidos

- El Triángulo se construyó en base a tres números del 1 al 7
- El Cuadrado se construyó en base a cuatro números entre el 1 y 15
- El Pentágono se construyó con cinco números del 1 al 31

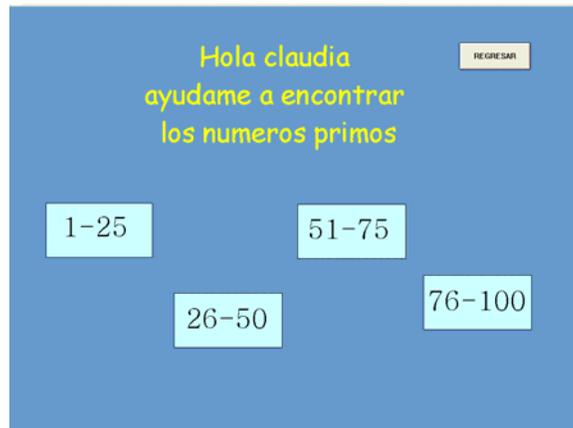
Propuesta didáctica.

Se intenta que el profesor auxilie a los alumnos y vayan encontrando los números claves para construir el primer nivel y por qué solo se pueden tomar los números del 1 al 7, lo mismo con el segundo nivel, donde se utilizan cuatro números, después acomodamos los números del 1 al 15 y por último el tercer nivel, donde ocupamos cinco números. Finalmente ver por qué solo podemos utilizar del 1 al 31.

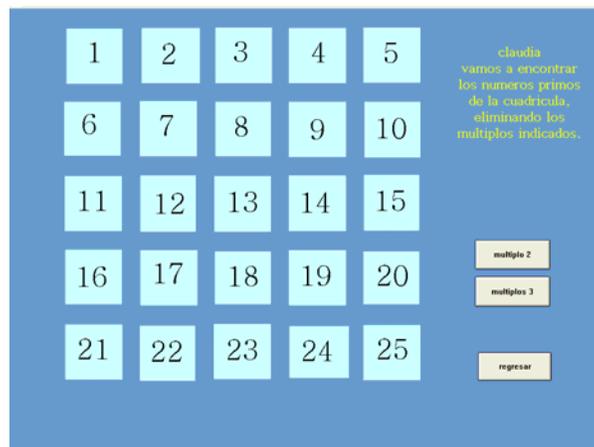
Es importante el apoyo del profesor para encontrar la lógica y los patrones ocultos en la construcción de esta actividad. Los alumnos irán descubriendo la estrategia en la que se encuentran los números, cómo se puede construir con seis números y hasta que número puede llegar.

NÚMEROS PRIMOS.

Al regresar al menú principal aparece la opción de números primos. El submenú es el siguiente:



Aquí vamos a encontrar los números primos que hay del número 1 al 15, quitando los múltiplos de 2, dándole clic donde están y estos desaparecerán, en el caso contrario no pasará nada.



Al terminar seguimos con los múltiplos de 3:

Luego con los múltiplos de 5, quedando los números primos presentes, podemos volver a realizar el ejercicio o volver al submenú.

Al volver al submenú tenemos tres opciones más que son los números primos del: 26 -50, 51 -75 y 76 -100.

¿Cómo jugar?

Los problemas pueden ser resueltos por una persona o un grupo.

Instrucciones

Cada ejercicio presenta cuadrícula de números y ellos tienen que seleccionar los números que cumplan cierta condición de divisibilidad e indicarlos para borrarlos y solo quedar aquellos números que son primos.

Se buscan de 25 en 25 hasta tener los números primos del 1 al 100.

Para trabajar en grupo se recomienda ponerse de acuerdo en el número a eliminar. Puede comentar con los otros miembros de su equipo, pero no les puede decir a otros equipos.

De esa manera, nos aseguramos de que todos los participantes de un grupo están involucrados activamente en la búsqueda del número.

Una vez escogido un número, todos los miembros del equipo deben estar de acuerdo con el y poder indicar donde se encuentra.

Matemáticas

Es importante reforzar los conceptos de divisibilidad para poder detectar si un número cumple la condición o no.

Previsión: reconocimiento de patrones numéricos.

Estrategias para la resolución de problemas: acomodamiento de la información.

Contenidos

- Números del 1 al 25
- Números del 26 al 50
- Números del 50 al 75
- Números del 76 al 100

Completando la Criba de Aristóteles.

Propuesta didáctica.

Lo que se pretende es conocer y/o repasar las propiedades de divisibilidad, encontrando los números primos de los primeros 100 números, asimilar el concepto de números primos y después en forma grupal o individual saber entre que número es divisible cierto número.

CAPÍTULO 3

PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN DE LA PROPUESTA.

Como se ha mencionado en un inicio y a lo largo de este trabajo, es necesario establecer los objetivos específicos claramente de la propuesta que nos permita averiguar si dicha propuesta es efectivamente una alternativa viable.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.

¿LA PROPUESTA “DIVIÉRTETE CON LAS MATEMÁTICAS” DARÁ AL ALUMNO MAYOR CAPACIDAD DE ANÁLISIS MATEMÁTICO?

¿ESTA PROPUESTA DESARROLLARÁ UN MEJOR PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?

¿ES UNA ALTERNATIVA ATRACTIVA AL PROFESOR PARA MOTIVAR AL ALUMNADO A ACCEDER A LAS MATEMÁTICAS?

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

¿La propuesta “Diviértete con las matemáticas” es una herramienta, para el desarrollo de habilidades y con ello llegar a tener un mejor razonamiento de los problemas matemáticos?

OBJETIVOS.

- Averiguar si cada actividad o problema propuesto en “DIVIÉRTETE CON LAS MATEMÁTICAS” Puede ser atractivo a los alumnos tal que construyan sus propios problemas matemáticos.
- Reconocer si mejora el análisis de los problemas, habilidades, destrezas y actitudes del alumno ante los planteamientos.

JUSTIFICACIÓN

Saber cualitativa y cuantitativamente el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los alumnos de la educación básica con respecto a las propuestas convencionales ocupadas en el sistema escolarizado. Llevándolo a un nivel de razonamiento suficiente para formar personas más críticas, con autonomía intelectual para enfrentar situaciones desconocidas y obtener confianza en la capacidad para resolver problemas.

En base a las tesis propuestas y con la aplicación de la propuesta medir las variables consideradas en base a los grupos de aplicación, definir las características propias, para con ello establecer un análisis del impacto obtenido con el apoyo de diversas herramientas estadísticas, si se puede enriquecer en base a la práctica con los alumnos.

FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

- El alumno con la propuesta computacional “DIVIÉRTETE CON LAS MATEMÁTICAS” desarrollará sus habilidades mentales.
- Con la propuesta Lograra madurar y desarrollar el pensamiento lógico- matemático.

VARIABLES

Variables numéricas:

- 1) Medir el tiempo de resolución de problemas matemáticos.
- 2) Conocer los aciertos y errores obtenidos en los ejercicios planteados.

TRATAMIENTOS

Tomamos dos poblaciones, los resultados obtenidos por los estudiantes de primer año de secundaria que trabajaron la propuesta y los resultados de los estudiantes de primer grado de secundaria que no han trabajado con la propuesta.

Se pide trabajar con la propuesta y llenar con el apoyo del profesor los formatos que se encuentran en los anexos y de ahí se van evaluando en cuanto ha porcentaje para sacar una calificación total de la propuesta.

Sin la propuesta se le pide al profesor que de manera convencional les de el tema y les pida que den sus propuestas y resultados, después les presentará la propuesta para que vean la diferencia con lo que realizaron y ver si con la propuesta se motivan.

Entre estas dos opciones se quiere saber si los alumnos son participativos y si están motivados.

INDICADORES

tiempo	aciertos	relación
+	+	Razonamiento lento
+	-	Razonamiento medio
-	+	Razonamiento rápido
-	-	Razonamiento escaso

MARCO DE MUESTREO

Definir las características de los sujetos a estudiar y así ir acotando la población de la muestra.

Edad de los alumnos.
Nivel de conocimientos.
Grado escolar.
Tamaño de la muestra.

Vamos a hacer un estudio comparativo de los dos métodos, se obtuvieron dos muestras de 6 estudiantes pertenecientes a cada uno, donde se ha impartido este nuevo método y se registran las calificaciones obtenidas con el mismo tipo de evaluación, como figuran en la siguiente tabla (Los datos son supuestos).

DISEÑO ESTADÍSTICO

A partir de los datos siguientes y el análisis de varianza:

a) Calcule una recta de regresión que permita estimar ‘tiempo’ cuando se conocen ‘los aciertos’.

Comente los resultados sobre la relación que se observa entre tiempo y aciertos

Razonamiento	Tiempo	Aciertos
lento	15	5
medio	15	3
rápido	5	5
escaso	15	1

Para obtener la recta de regresión calculamos las columnas de cuadrados y productos cruzados y la fila de los sumatorios [9].

	X	Y	X ²	Y ²	XY
	15	5	225	25	75
	15	3	225	9	45
	5	5	25	25	25
	15	1	225	1	15
Σ	50	14	700	60	160

A partir de estos datos calculamos las medias, las varianzas y la covarianza:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{50}{4} = 12.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{14}{4} = 3.5$$

$$S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{700}{4} - 12.5^2 = 18.75$$

$$S_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2 = \frac{60}{4} - 3.5^2 = 2.75$$

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y} = \frac{160}{4} - 12.5 \times 3.5 = -3.75$$

$$\text{Por tanto, } b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{-3.75}{18.75} = -0.2$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 3.5 + (-0.2) \times 12.5 = 6$$

La recta será: **y=6+2x**

b) Los datos muestran una relación positiva entre tiempo y aciertos.

Establezca mediante un contraste de hipótesis, si existen diferencias en las calificaciones obtenidas según el método seguido, para el total de los presentados, con un nivel de significación del 0,05.

Método 1	Método2
6,2	5,8
5,5	5,6
4,6	4,6
6,8	7,3
4,2	6,7
7,5	5,8

El análisis de la varianza, que nos permite conocer qué parte de la varianza total corresponde a las diferencias de los valores de la variable dentro de cada grupo y qué parte corresponde a las variaciones entre grupos.

Para comprobar si existen diferencias en las calificaciones entre los grupos, comenzamos por enunciar las hipótesis acerca de las medias de los grupos:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Comenzamos confeccionando las tablas para obtener las sumas de los cuadrados

GRUPOS	x1	x2	TOTALES
	6,2	5,8	12.0
	5,5	5,6	11.1
	4,6	4,6	9.2
	6,8	7,3	14.1
	4,2	6,7	10.9
	7,5	5,8	13.3
TOTALES	34,8	35,8	70.6
Cuadrados	1.211,04	1.281,64	

Una vez obtenidos los cuadrados de los sumatorios de los valores en cada columna, elevamos al cuadrado cada valor de la variable obtenemos los sumatorios de los valores al cuadrado.

x1 ²	x2 ²	TOTALES
38,44	33,64	72,08
30,25	31,36	61,61
21,16	21,16	42,32
46,24	53,29	99,53
17,64	44,89	62,53
56,25	33,64	89,89
209,98	217,98	427,96

Procedemos entonces a calcular la suma de cuadrados total

$$SC_t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{ij} \right)^2}{N} = 427.96 - \frac{(70.6)^2}{12} = 12,6$$

La suma de cuadrados entre grupos

$$SC_{ent} = \sum_{j=1}^k \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} \right)^2}{n_j} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{ij} \right)^2}{N} = \frac{1211,04}{6} + \frac{1.281,64}{6} - \frac{(106,3)^2}{18} = 0.083$$

y la suma de cuadrados dentro de los grupos

$$SC_d = SC_t - SC_{ent} = 12.6 - 0.083 = 12.577$$

Los grados de libertad

$$gl_t = 12 - 1 = 11$$

$$gl_{ent} = 2 - 1 = 1$$

$$gl_d = 12 - 2 = 10$$

Dividiendo las sumas de cuadrado entre los grados de libertad obtenemos las varianzas

$$V_{ent} = \frac{SC_{ent}}{gl_{ent}} = \frac{0.083}{1} = 0,083$$

$$V_d = \frac{SC_d}{gl_d} = \frac{12.577}{10} = 1,257$$

Utilizaremos el estadístico F de Fisher [8].

Para un nivel de significación de 0,05 y los grados de libertad entre grupos y dentro de los grupos las tablas de la distribución nos proporcionan el valor de referencia $F_c = 4.96$ para el contraste de la hipótesis:

El valor empírico para el estadístico F_e

$$F_e = \frac{V_{ent}}{V_d} = \frac{0,083}{1,257} = 0,000066$$

Como $F_e < F_c$ se acepta la hipótesis nula y se admite que las diferencias entre los grupos que han utilizado los distintos métodos de enseñanza no son significativas.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO

El porcentaje obtenido al realizar todos los ejercicios nos da la suma de porcentajes que al dividir entre 100 nos da la evaluación final de la propuesta por alumno.

EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

Se evaluará a un grupo de niños registrándose los aciertos y el tiempo que llevó en realizar cada ejercicio de las rimas, se tomará el promedio de aciertos y tiempo.

	RIMAS	TRUCOS	NÚMERO OCULTO	CUADRO MÁGICO	NÚMEROS PRIMOS	EVALUACIÓN
TOTAL	20%	20%	20%	20%	20%	100%

APÉNDICE

Cálculo mental. Consiste en poder hacer cálculos aritméticos sin utilizar implementos físicos.

Mecanizaciones. Se refiere a la destreza en hacer cuentas por escrito o con calculadora, como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones; se adquiere ejercitando los algoritmos de las operaciones básicas por escrito o con calculadora.

Reconocimiento de patrones numéricos. Consiste en identificar las relaciones que hay entre los números de una secuencia. Se pone en juego, por ejemplo, cuando se tiene que continuar o completar una serie numérica.

Estimación de resultados numéricos. Consiste en poder anticipar o predecir el orden de magnitud del resultado, o el resultado mismo, en un problema o una operación antes de hacer la operación para calcular el resultado exacto. Puede involucrar desde destrezas de carácter cualitativo hasta el manejo de algoritmos fáciles que proporcionen un resultado aproximado.

Seguimiento de instrucciones. Consiste en poder realizar una serie de actividades que se describen mediante un texto o dibujos. Es un antecedente para el aprendizaje de la lectura y el uso de fórmulas y algoritmos.

Lectura de fórmulas. Consiste en entender qué representa cada símbolo que aparece en una fórmula o cualquier expresión simbólica, y el significado de la expresión en su totalidad.

Uso de fórmulas. Consiste en reconocer los valores que han de ser sustituidos en las fórmulas, hacer las sustituciones y realizar las operaciones pertinentes.

Decantamiento de la información. Consiste en reconocer si la información que brinda un problema o situación se va a usar o no, es decir, en identificar cuáles datos son relevantes o necesarios para resolver un problema y cuáles son superfluos o innecesarios.

Acomodamiento de la información. Consiste en saber cómo usar la información del problema; por ejemplo, reconocer qué dato corresponde a qué aspecto del problema planteado, y cuándo y para qué se puede emplear.

Ensayo y error. Consiste en ir probando, uno tras otro, posibles caminos o soluciones hasta lograr avanzar en la solución o resolver el problema.

Planteamiento de la pregunta adecuada. Consiste en poder plantearse una pregunta, sobre la situación y los datos que se tienen, cuya respuesta permita seguir avanzando en la solución que se busca, ya sea porque ayuda a relacionar los datos, a decantar la

información, a decidir qué operaciones o trazos hay que hacer, o bien porque lleva directamente a la solución.

Trabajo en reversa. Consiste en poder trabajar a partir del punto a donde se quiere llegar en la resolución de un problema, e ir aplicando razonamientos que permitan encontrar los pasos previos hasta llegar al inicio del problema. Un ejemplo en el que se puede aplicar esta habilidad es cuando al resolver un laberinto en el que se indica la entrada y la salida, se empieza el trayecto por la salida.

Detección de analogías. Consiste en encontrar semejanzas de estructuras o de procesos. Por ejemplo, el hecho de que el orden de los sumandos no altere la suma, es análogo al hecho de que el orden de los factores no altera el producto.

Generalización. Consiste en poder dar una regla general que delimite cuándo y cómo ocurre un hecho matemático a partir de la observación de casos particulares de objetos, estructuras o procesos en los que se han detectado analogías. Por ejemplo, al conocer los primeros veinte números pares se puede generalizar que un número par termina en 0, 2, 4, 6 u 8. Aunque esta habilidad es importante, debe tenerse en cuenta que, en matemáticas, para considerar válida una generalización debe hacerse una demostración formal de ella.

Planteamiento de hipótesis. Consiste en poder enunciar un hecho que, a partir de experiencias o de una situación o información dada, se piensa que ocurre; es decir, elaborar una conjetura. Una hipótesis puede ser una generalización pero puede también referirse a un caso particular.

Procesos inversos. Consiste en reconocer, cuando se realiza una acción, y que hay otra acción que permite regresar a la situación que se tenía antes de realizar la primera. Por ejemplo, reconocer que añadir dos es inverso a quitar dos; otro ejemplo es el de poder reconocer que al transformar una bola de plastilina en una salchicha, la cantidad de este material no varía, ya que se puede invertir el proceso, volviendo a formar la bola.

Clasificación. Consiste en poder reconocer y seleccionar características en un conjunto de objetos que permitan su clasificación y agrupamiento en subconjuntos ajenos. Por ejemplo, la cantidad de lados en los polígonos permite clasificarlos en triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.

Expresión de procesos. Consiste en poder explicar verbalmente, de manera escrita u oral, o bien gráficamente, mediante un diagrama, los procesos seguidos para realizar una actividad o para resolver algún problema o situación.

Construcción de fórmulas. Consiste en poder diseñar una expresión simbólica que describa un proceso. Lleva implícitas la generalización, la modelación y la expresión de procesos.

Planteamiento de problemas. Consiste en formular una situación que tenga sentido y que presente una o varias preguntas que pongan en juego un contenido matemático

previamente especificado. Deben tenerse en cuenta la edad, intereses y posibilidades de los jóvenes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Primer Seminario Regional del Proyecto T3, Víctor M. Hernández L, Octubre 25 de 2001
- [2] Piaget Jean. “Psicología y Pedagogía”, Ariel, España. 1991.
- [3] Piaget, Jean. “Psicología del niño”. Morata, Madrid, 1990.
- [4] *Mi ayudante Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria*, elaborado en la Unidad Ajusco de la Universidad Pedagógica Nacional en colaboración con la Sociedad Matemática Mexicana con apoyo de Conacyt. Ciclo escolar 2002-2003
- [5] Este material de las rimas fue distribuido en todo Costa Rica, países centroamericanos y del Caribe, impreso en las contraportadas de los cereales Jack’s en abril de 1999. www.cientec.or.cr
- [6] Tablas Estadísticas, obtenidas de http://www.dim.uchile.cl/doc/MA34B/tablas_esta.pdf
- [7] Estadística aplicada a las ciencias Sociales del sitio <http://www.uned.es/111044/exámenes/index.html>
- [8] Prácticas de desarrollo psicológico I, publicaciones de material didáctico, U. N. A. M. FAC. de Psicología, 1984
- [9] La teoría de Piaget en la práctica, H. G. Furth/H. Wachs, editorial Kapelusz, 1978.
- [10] Hernández Hernández, Pedro. “Psicología de la educación”, Edit. Trillas.
- [11] Rojas Hernández, Gerardo. Paradigmas en Psicología de la Educación. Ed. Paidós. México 1988
- [12] Rogers, J. El Proceso de Convertirse en Persona. Ed. Paidós. México 2001.

ANEXO 1

RIMAS

NOMBRE: _____

NOMBRE DE LA RIMA: _____

OPERACIONES: _____

OPERACIONES: _____

OPERACIONES: _____

OPERACIONES: _____

OPERACIONES: _____

OPERACIONES: _____

RESULTADO: _____

ANEXO 2

TRUCOS

NOMBRE: _____

PIENSA UN NÚMERO: _____

PASO 1: _____

PASO 2: _____

PASO 3: _____

PASO 4: _____

PASO 5: _____

PASO 6: _____

PASO 7: _____

PASO 8: _____

PASO 9: _____

PASO 10: _____

NÚMERO QUE PENSASTE: _____

ECUACIÓN: _____

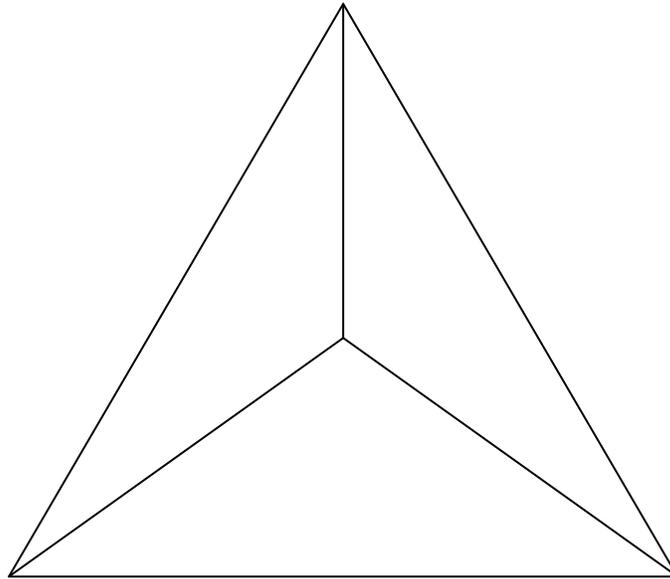
ANEXO 3

NÚMERO OCULTO

NOMBRE: _____

Nivel 1:

Acomoda los números del 1 al 7 en los espacios del triángulo y deduce cómo se armó el juego y se obtienes el resultado.



ANEXO 4

NÚMERO OCULTO

NOMBRE: _____

Nivel 2:

Acomoda los números del 1 al 15 en los espacios del cuadrado y deduce cómo se armó el juego y se obtienes el resultado.

ANEXO 5

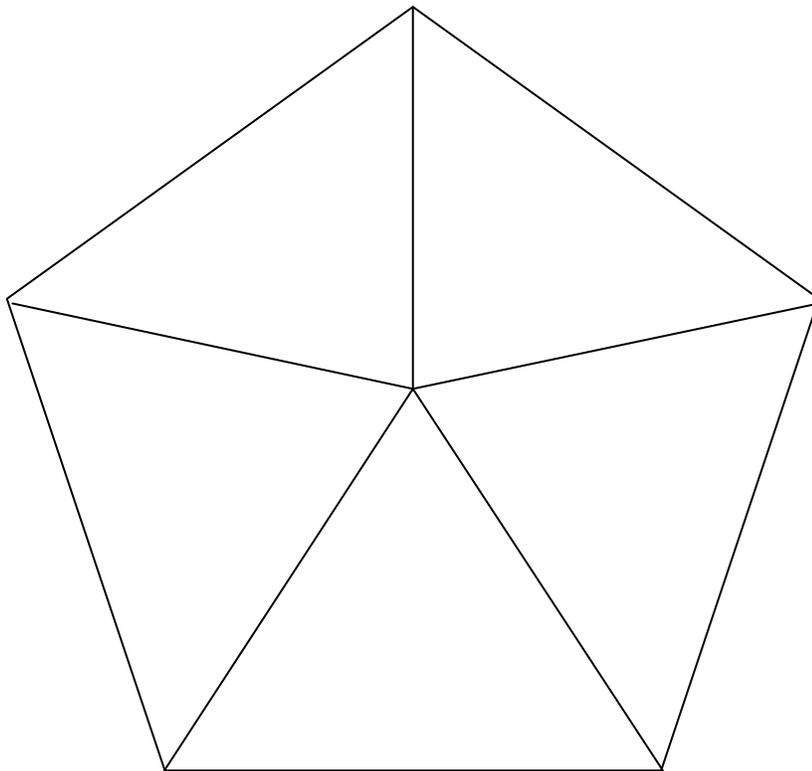
NUMERO OCULTO

NOMBRE: _____

Nivel 2:

Acomoda los números del 1 al 15 en los espacios del cuadrado y deduce cómo se armó el juego y se obtienes el resultado.

Acomoda los números del 1 al 32 en los espacios del pentágono y deduce cómo se armó el juego y se obtienes el resultado.



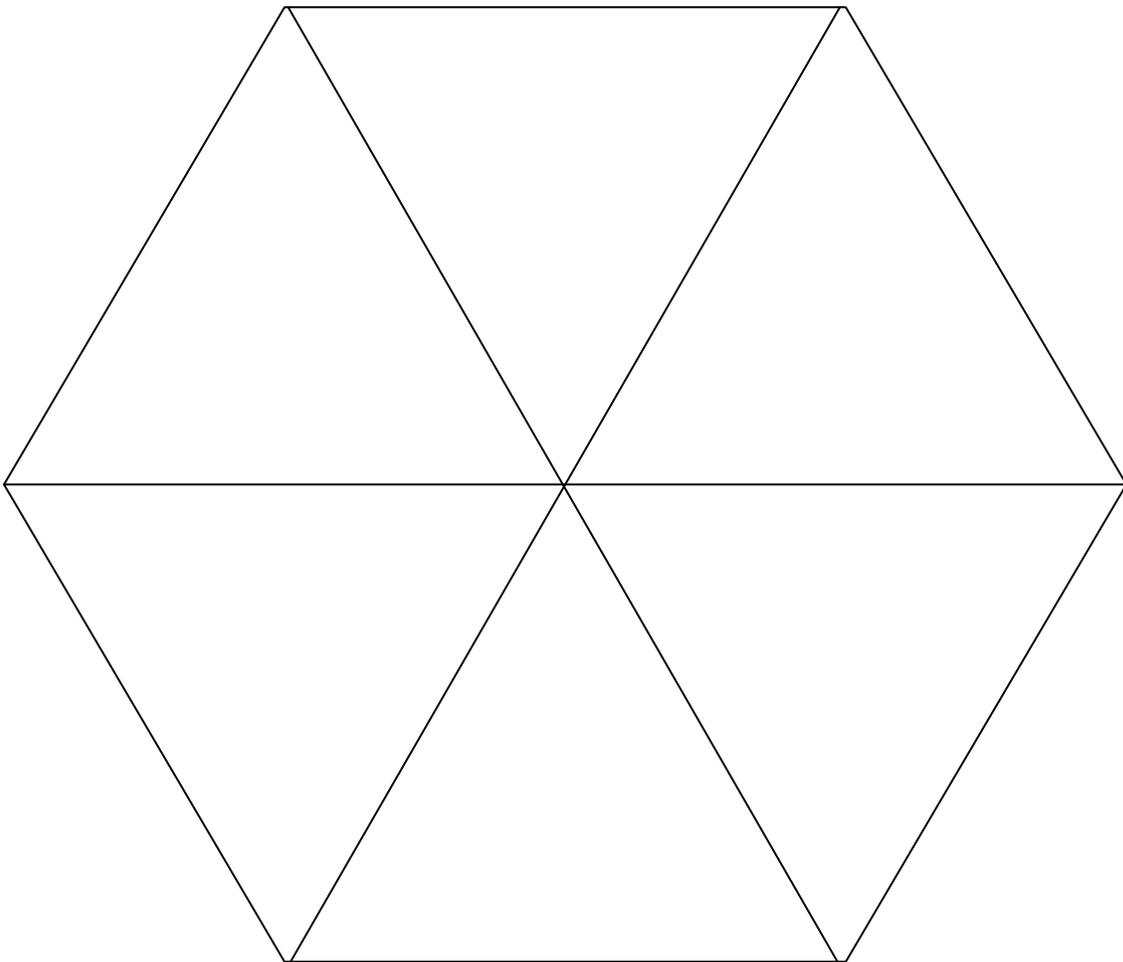
ANEXO 6

NÚMERO OCULTO

NOMBRE: _____

Nivel 4:

Acomoda los números del 1 al ___ en los espacios del hexágono y deduce como se armó el juego y se obtienes el resultado.



ANEXO 7
NÚMEROS PRIMOS

NOMBRE: _____

RANGO	NÚMEROS PRIMOS	CALIF.
1-25		
26-50		
51-75		
76-100		

ANEXO 8

CUADRO MÁGICO

NOMBRE: _____

Propón otro cuadro mágico, que cumpla las condiciones que del profesor.

ANEXO 9

n ₂	5% (normal) y 1% (negritas) puntos para la distribución de F																																n ₂
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞									
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.74	2.70	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.47	2.46	2.43	2.42	2.40	11								
12	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.29	4.21	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.74	3.71	3.66	3.62	3.60	12								
13	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.64	2.60	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.37	2.35	2.32	2.31	2.30	13								
14	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.05	3.97	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.50	3.47	3.41	3.38	3.36	14								
15	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.55	2.51	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.22	2.21	15								
16	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.86	3.78	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.31	3.27	3.22	3.19	3.17	16								
17	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.48	2.44	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.21	2.19	2.16	2.14	2.13	17								
18	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.70	3.62	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.15	3.11	3.06	3.03	3.00	18								
19	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.42	2.38	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.14	2.12	2.10	2.08	2.07	19								
20	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.56	3.49	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.01	2.98	2.92	2.89	2.87	20								
21	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.37	2.33	2.28	2.24	2.19	2.15	2.13	2.09	2.07	2.04	2.02	2.01	21								
22	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.45	3.37	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.90	2.86	2.81	2.78	2.75	22								
23	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.33	2.29	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.04	2.02	1.99	1.97	1.96	23								
24	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.35	3.27	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.80	2.76	2.71	2.68	2.65	24								
25	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.29	2.25	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	25								
26	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.27	3.19	3.08	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.68	2.62	2.59	2.57	26								
27	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.26	2.21	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.96	1.94	1.91	1.89	1.88	27								
28	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.19	3.12	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.64	2.60	2.55	2.51	2.49	28								
29	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.22	2.18	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.93	1.91	1.88	1.86	1.84	29								
30	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.13	3.05	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.58	2.54	2.48	2.44	2.42	30								
31	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.24	2.20	2.16	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.90	1.88	1.84	1.82	1.81	31								
32	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.07	2.99	2.88	2.80	2.72	2.64	2.58	2.51	2.48	2.42	2.38	2.36	32								
33	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.17	2.13	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	33								
34	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.02	2.94	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.46	2.42	2.36	2.33	2.31	34								
35	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.15	2.11	2.05	2.01	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.77	1.75	1.73	35								
36	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	2.97	2.89	2.78	2.70	2.62	2.54	2.48	2.41	2.37	2.32	2.28	2.26	36								
37	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.13	2.09	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.77	1.75	1.73	37								
38	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.93	2.85	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.37	2.33	2.27	2.24	2.21	38								
39	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.11	2.07	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.78	1.75	1.73	1.71	39								
40	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.89	2.81	2.70	2.62	2.54	2.45	2.40	2.33	2.29	2.23	2.19	2.17	40								
41	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.09	2.05	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.73	1.71	1.69	41								
42	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.86	2.78	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.29	2.25	2.19	2.16	2.13	42								
43	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.08	2.04	1.97	1.93	1.88	1.84	1.81	1.76	1.74	1.71	1.69	1.67	43								
44	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.82	2.75	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.26	2.22	2.16	2.12	2.10	44								
45	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.75	1.73	1.69	1.67	1.65	45								
46	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.79	2.72	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.23	2.19	2.13	2.09	2.06	46								
47	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.05	2.01	1.94	1.90	1.85	1.81	1.77	1.73	1.71	1.67	1.65	1.64	47								
48	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.77	2.69	2.57	2.49	2.41	2.33	2.27	2.20	2.16	2.10	2.06	2.03	48								
49	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.70	1.66	1.64	1.62	49								
50	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.74	2.66	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.17	2.13	2.07	2.03	2.01	50								
51	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.01	1.97	1.91	1.86	1.82	1.77	1.74	1.69	1.67	1.63	1.61	1.59	51								
52	7.50	5.34	4.46	3.97	3.65	3.43	3.26	3.13	3.02	2.93	2.86	2.80	2.70	2.62	2.50	2.42	2.34	2.25	2.20	2.12	2.08	2.02	1.98	1.96	52								

ν_2	5% (normal) y 1% (negritas) puntos para la distribución de F																				ν_1				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75		100	200	500	∞
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	1.99	1.95	1.89	1.84	1.80	1.75	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.57	34
36	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.39	3.22	3.09	2.98	2.89	2.82	2.76	2.66	2.58	2.46	2.38	2.30	2.21	2.16	2.08	2.04	1.98	1.94	1.91	36
38	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.87	1.82	1.78	1.73	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.55	38
40	7.40	5.25	4.38	3.89	3.57	3.35	3.18	3.05	2.95	2.86	2.79	2.72	2.62	2.54	2.43	2.35	2.26	2.18	2.12	2.04	2.00	1.94	1.90	1.87	40
42	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.96	1.92	1.85	1.81	1.76	1.71	1.68	1.63	1.61	1.57	1.54	1.53	42
44	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.92	2.83	2.75	2.69	2.59	2.51	2.40	2.32	2.23	2.14	2.09	2.01	1.97	1.90	1.86	1.84	44
46	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.95	1.90	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51	46
48	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.56	2.48	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	1.98	1.94	1.87	1.83	1.81	48
50	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.60	1.57	1.53	1.51	1.49	50
55	7.28	5.15	4.29	3.80	3.49	3.27	3.10	2.97	2.86	2.78	2.70	2.64	2.54	2.46	2.34	2.26	2.18	2.09	2.03	1.95	1.91	1.85	1.80	1.78	55
60	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.92	1.88	1.81	1.77	1.72	1.67	1.63	1.59	1.56	1.52	1.49	1.48	60
65	7.25	5.12	4.26	3.78	3.47	3.24	3.08	2.95	2.84	2.75	2.68	2.62	2.52	2.44	2.32	2.24	2.15	2.07	2.01	1.93	1.89	1.82	1.78	1.75	65
70	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04	2.00	1.97	1.91	1.87	1.80	1.76	1.71	1.65	1.62	1.57	1.55	1.51	1.48	1.46	70
80	7.22	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.06	2.93	2.82	2.73	2.66	2.60	2.50	2.42	2.30	2.22	2.13	2.04	1.99	1.91	1.86	1.80	1.76	1.73	80
100	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96	1.90	1.86	1.79	1.75	1.70	1.64	1.61	1.56	1.54	1.49	1.47	1.45	100
125	7.19	5.08	4.22	3.74	3.43	3.20	3.04	2.91	2.80	2.71	2.64	2.58	2.48	2.40	2.28	2.20	2.12	2.02	1.97	1.89	1.84	1.78	1.73	1.70	125
150	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.89	1.85	1.78	1.74	1.69	1.63	1.58	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	150
200	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.63	2.56	2.46	2.38	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.87	1.82	1.76	1.71	1.68	200
300	4.02	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.06	2.01	1.97	1.93	1.88	1.83	1.76	1.72	1.67	1.61	1.58	1.53	1.50	1.46	1.43	1.41	300
400	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.42	2.34	2.23	2.15	2.06	1.97	1.91	1.83	1.78	1.71	1.67	1.64	400
500	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.16	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.86	1.82	1.75	1.70	1.65	1.59	1.55	1.51	1.48	1.44	1.41	1.39	500
600	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.39	2.31	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.79	1.75	1.68	1.63	1.60	600
700	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.03	1.98	1.94	1.90	1.85	1.80	1.73	1.69	1.63	1.58	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	1.37	700
800	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.80	2.69	2.61	2.53	2.47	2.37	2.29	2.17	2.09	2.00	1.91	1.85	1.77	1.72	1.65	1.60	1.57	800
1000	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.93	1.89	1.84	1.79	1.72	1.67	1.62	1.57	1.53	1.48	1.45	1.40	1.37	1.35	1000
1250	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.51	2.45	2.35	2.27	2.15	2.07	1.98	1.89	1.83	1.74	1.70	1.62	1.57	1.54	1250
1500	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.82	1.77	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.45	1.43	1.38	1.35	1.33	1500
2000	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.31	2.23	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.70	1.65	1.58	1.53	1.50	2000
3000	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.79	1.75	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.42	1.39	1.34	1.31	1.28	3000
4000	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.27	2.19	2.07	1.98	1.89	1.80	1.74	1.65	1.60	1.52	1.47	1.43	4000
5000	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.96	1.91	1.87	1.83	1.77	1.73	1.66	1.60	1.55	1.49	1.45	1.40	1.36	1.31	1.27	1.25	5000
6000	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.39	2.33	2.23	2.15	2.03	1.94	1.85	1.76	1.69	1.60	1.55	1.47	1.41	1.37	6000
7000	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.76	1.71	1.64	1.59	1.54	1.48	1.44	1.38	1.34	1.29	1.25	1.22	7000
8000	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.20	2.12	2.00	1.92	1.83	1.73	1.66	1.57	1.52	1.43	1.38	1.33	8000
10000	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.74	1.69	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19	10000
12500	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.17	2.09	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.53	1.48	1.39	1.33	1.28	12500
15000	3.86	3.02	2.63	2.39	2.24	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.81	1.78	1.72	1.67	1.60	1.54	1.49	1.42	1.38	1.32	1.28	1.22	1.17	1.13	15000
20000	6.70	4.66	3.83	3.37	3.06	2.85	2.68	2.56	2.45	2.37	2.29	2.23	2.13	2.05	1.92	1.84	1.75	1.64	1.58	1.48	1.42	1.32	1.25	1.19	20000
30000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76	1.70	1.65	1.58	1.53	1.47	1.41	1.36	1.30	1.26	1.19	1.13	1.08	30000
40000	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.27	2.20	2.10	2.02	1.90	1.81	1.72	1.61	1.54	1.44	1.38	1.28	1.19	1.12	40000
50000	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.69	1.64	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.28	1.24	1.17	1.11	1.00	50000
60000	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.08	2.00	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.42	1.36	1.25	1.15	1.00	60000