



UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
Maestría en Desarrollo Educativo

**PROCESO DE REFLEXIÓN
EN UN TALLER DE MATEMÁTICAS PARA
DOCENTES EN SERVICIO**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN DESARROLLO EDUCATIVO
LÍNEA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA

CARMEN OLIVA GUTIÉRREZ AGUILAR

DIRECTORA DE TESIS: *DRA. ALICIA ÁVILA STORER*

MÉXICO DF, 2008

Para ti,
mi bendición transformada en piel y ternura.

Para ustedes,
porque estoy aquí y soy lo que soy.

Para Alicia,
parte esencial en este proyecto.

Para todas las personas
que aportaron sus conocimientos
para lograr que seamos primero,
mejores seres humanos y después,
docentes reflexivos.

Sin embargo,
no hay camino,
se hace camino al andar

Antonio Machado

**PROCESO DE REFLEXIÓN EN UN TALLER DE MATEMÁTICAS
PARA DOCENTES EN SERVICIO.**

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.	8
 CAPÍTULO I.	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	12
PREGUNTAS Y PROPÓSITOS DE INVESTIGACIÓN.. . . .	13
MARCO DE REFERENCIA.	14
<i>Propuesta para la formación docente en México</i>	
<i>Organización de la oferta de formación para profesores en servicio</i>	
<i>Conceptos básicos sobre actualización y formación docente utilizados por la SEP</i>	
<i>Problemas detectados por la SEP en la formación continua</i>	
ESTUDIOS REALIZADOS SOBRE FORMACIÓN DOCENTE.	28
REFLEXIÓN DOCENTE.	33
<i>Aspectos sobre reflexión docente a retomar para la propuesta de intervención</i>	
 CAPÍTULO II.	
INTERVENCIÓN EDUCATIVA.	40
<i>Formas de intervención educativa</i>	
<i>La intervención educativa en la práctica docente</i>	
<i>La intervención educativa en un grupo de docentes</i>	
EXPLORACIÓN DE CONDICIONES Y POSIBILIDADES PARA REALIZAR UNA INTERVENCIÓN.	43
PREPARACIÓN DE LA ENTREVISTA PARA LOS PROFESORES.	44
RESULTADOS DE LA ENTREVISTA APLICADA A UN GRUPO DE PROFESORES.	44
<i>La actualización según el grupo entrevistado</i>	
<i>Otros datos sobre cursos de actualización en México</i>	
<i>Uso de los libros de texto y Enciclomedia en el grupo entrevistado</i>	
<i>Temas de matemáticas propuestos para un taller de actualización por el grupo entrevistado</i>	
<i>Consideraciones finales sobre la entrevista</i>	
OBSTÁCULOS ENCONTRADOS PARA IMPLEMENTAR LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN (TALLER).	53
ESCUELAS DE TIEMPO COMPLETO.	54
CONSEJO TÉCNICO.	55
<i>Propuesta de trabajo de 1994 para el Consejo Técnico</i>	
LIBROS DE TEXTO.	57
<i>Las reformas en los libros de texto</i>	
<i>Dificultades encontradas al usar los libros de texto de matemáticas</i>	
<i>Por qué se requiere conocer los libros de texto de matemáticas</i>	

CAPÍTULO III	
DESARROLLO DEL TALLER..	62
LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN: UN TALLER SOBRE PROPORCIONALIDAD.	62
<i>Estructura del taller</i>	
<i>Primera sesión</i>	
<i>Segunda sesión</i>	
<i>Tercera sesión</i>	
<i>Cuarta sesión</i>	
<i>Quinta sesión</i>	
<i>Sexta sesión</i>	
<i>Séptima sesión</i>	
EL GRUPO DE PROFESORES PARTICIPANTES.	72
RECOLECCIÓN DE EVIDENCIAS.	74
ANÁLISIS DE EVIDENCIAS.	75
<i>Videograbación</i>	
<i>Cuestionario inicial</i>	
<i>Escritos realizados por los profesores</i>	
<i>Análisis de lecturas</i>	
<i>Resolución de problemas</i>	
<i>La plenaria</i>	
<i>Cuestionario para la evaluación de cada sesión</i>	
<i>Cuestionario final del taller</i>	
<i>El conocimiento y la reflexión</i>	
CAPÍTULO IV	
ANÁLISIS DEL DESARROLLO DEL TALLER.	79
PRIMERA SESIÓN.	79
Conocimiento de la proporcionalidad.	80
<i>Lo que dicen los profesores sobre su conocimiento del tema</i>	
• <i>Profesores que se saben desconocedores de la proporcionalidad</i>	
• <i>Profesores que se consideran expertos en el tema de proporcionalidad</i>	
<i>Conocimiento de proporcionalidad que mostraron los profesores</i>	
• <i>Reflexiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
<i>Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad.	90
<i>Cómo dicen los profesores que enseñan el tema de proporcionalidad</i>	
• <i>Los profesores que se consideran expertos en el tema</i>	
• <i>Los profesores que se saben desconocedores del tema</i>	
<i>Cómo enseñan el tema de proporcionalidad</i>	
<i>Dificultades pedagógicas detectadas por los profesores</i>	

Reflexiones sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

SEGUNDA SESIÓN.	98
Conocimiento de proporcionalidad.	98
- <i>Relación escalar y funcional</i>	
- <i>Resolución de problemas sin usar valor unitario y regla de tres</i>	
- <i>Uso de la relación escalar al resolver problemas</i>	
- <i>Nueva estrategia al solucionar problemas</i>	
- <i>Tablas de variación proporcional</i>	
<i>Reflexiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
- <i>Compartir estrategias</i>	
- <i>Tablas de variación proporcional</i>	
<i>Lo qué dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad</i>	
<i>Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
- <i>Disposición hacia el trabajo de parte de los docentes</i>	
Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad.	106
- <i>Uso de tablas de variación proporcional</i>	
- <i>Las preguntas en la enseñanza</i>	
- <i>Libros de texto</i>	
<i>Reflexión sobre el conocimiento de proporcionalidad</i>	
- <i>Ofrecer al alumno lo que necesita para el aprendizaje</i>	
- <i>La planeación es necesaria para la enseñanza</i>	
- <i>Facilitar a los alumnos el aprendizaje</i>	
- <i>Las restricciones, una estrategia para la enseñanza</i>	
<i>Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico</i>	
<i>Conclusión sobre el conocimiento pedagógico de la proporcionalidad</i>	
TERCERA SESIÓN	115
Conocimiento de la proporcionalidad.	115
- <i>Uso del lenguaje de proporcionalidad al interior de los equipos</i>	
- <i>Tablas de variación proporcional</i>	
<i>Reflexión sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
- <i>Tablas de variación proporcional</i>	
<i>Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad</i>	
<i>Conclusión sobre el conocimiento de proporcionalidad</i>	
Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad.	120

- *Opiniones a partir de las lecciones de primero y segundo*
- *Opiniones a partir de las lecciones de tercero y cuarto*
- *Conclusiones del equipo de Rubén3*
- *Opiniones a partir de las lecciones de quinto y sexto*

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- *Tablas de variación proporcional*
- *La resolución de las lecciones de proporcionalidad de los libros de texto*
- *El analizar los temas permite crear conocimientos sólidos*

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- *Ventajas de conocer los libros de texto*

CUARTA SESIÓN. 131

Conocimiento de la proporcionalidad. 131

- *Manipulación del material para encontrar las respuestas*
- *Hay poco análisis y/o un integrante decide la respuesta*
- *Hay análisis al interior del equipo y elaboración de hipótesis*

Reflexión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

- *Relación entre engranes*
- *Análisis de la relación entre engranes*
- *¿Pregunta mal planteada?*

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad

Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad. 138

- *La secuencia propuesta para la proporcionalidad en los libros de texto gratuito*
 - *La secuencia de proporcionalidad de primero y segundo grado*
 - *La secuencia de proporcionalidad de tercer grado*
 - *La secuencia de proporcionalidad de cuarto grado*
 - *La secuencia de proporcionalidad de quinto y sexto*

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- *El análisis de las lecciones de proporcionalidad*
- *Importancia del trabajo de proporcionalidad en los primeros grados*

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

QUINTA SESIÓN.	145
Conocimiento de la proporcionalidad.	145
<i>Reflexión sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
<i>Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad</i>	
<i>Conclusiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad</i>	
Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad.	149
- Preguntas para guiar el análisis de la clase	
- El análisis de la práctica	
- El análisis se guió por los intereses de los profesores	
<i>Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad</i>	
- El análisis de dos clases	
- La clase de D. José	
- La clase de Da. Inés	
- ¿Las reglas son necesarias? Dos puntos de vista	
- Realizar el seguimiento del tema	
- El lenguaje matemático	
<i>Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad</i>	
<i>Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad</i>	
OPINIÓN DE LOS PROFESORES ACERCA DEL TALLER.	160
<i>Utilidad del taller para los profesores</i>	
<i>Temas de matemáticas que a los profesores les gustaría trabajar en otro taller</i>	
<i>Aspectos del conocimiento que los profesores consideran haber desarrollado en el taller</i>	
<i>Reflexiones generadas a partir del trabajo realizado en el taller</i>	
CONCLUSIONES ADICIONALES	154
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	174
ANEXOS.	181

INTRODUCCIÓN

En el primer año de mi trabajo como directora de escuela primaria me di cuenta que, para realizar mi función de manera satisfactoria, necesitaba contar con más instrucción en el campo administrativo. Pero para responder a las necesidades y expectativas de los compañeros del plantel, era indispensable ampliar mis conocimientos teóricos y didácticos.

Durante ese primer año de trabajo logré darme cuenta que los profesores mostraban una preocupación real porque sus alumnos adquirieran los conocimientos que se proponen para su grado. Si encontraban algún problema, buscaban al responsable (alumnos, padres, otros profesores) y después proponían actividades “salvadoras”, casi siempre abusando de la memorización. Me pareció que debía hacer algo para apoyar más a mis compañeros en cuestiones pedagógicas y mejorar estas condiciones.

Era necesario continuar preparándome porque las cuestiones pedagógicas no se pueden delegar. Sin embargo, la solución no está en “decir” a los compañeros cómo llevar a cabo las actividades, sino en promover que ellos se interesen en su propia formación. Es mejor que descubran la importancia de reflexionar sobre su actuar.

De este modo, fue madurando la idea de apoyar a mis compañeros invitando a personal capacitado para que pudieran aprender algo sobre los problemas que se detectaban en los grupos (rezago escolar, necesidades educativas especiales, problemas de lectura y escritura, incomprensión del sistema de numeración decimal, operaciones básicas,...). Me parecía que la formación continua era indispensable para tomar decisiones en forma consciente e informada y no sólo porque *“así lo han hecho todos los años”*.

Todas estas ideas me llevaron a solicitar inscripción en un posgrado. Ahora, algunos años después, las ideas se han aclarado, se han ampliado, se han afinado. No es suficiente dar información adicional a los conocimientos que poseen los profesores. Creo que se requiere una formación constante y continua que permita, además de adquirir conocimientos y destrezas, modificar concepciones y maneras de actuar, que proporcione

las herramientas necesarias al profesor para que pueda tomar decisiones reflexionadas que realmente apoyen a los alumnos en su proceso del aprendizaje.

El considerar importante la formación continua de docentes en servicio dentro de su centro laboral, me llevó a realizar el presente trabajo. Para ello, solicité en varias escuelas primarias me concedieran un tiempo dentro de las reuniones de Consejo Técnico para llevar a cabo una intervención (concretada en un taller) que pretendía realizar actividades de formación docente. Una de ellas aceptó otorgarme dos horas con 30 minutos una vez al mes, condicionando lo anterior a trabajar algunos temas de interés para la dirección de la escuela. Preparé, después de realizar una entrevista para sondear los intereses de formación en el área de matemáticas, un taller sobre el tema de proporcionalidad.

El taller se ajustó al tiempo autorizado y a las demandas de la dirección escolar que, aunque ofreció el espacio solicitado, tiene preocupaciones distintas a las propuestas en el taller (administrativas y de buen funcionamiento de las actividades escolares) y, de alguna manera, interfieren en el buen desarrollo del mismo. A pesar de ser muy poco el tiempo autorizado, se tomaron en cuenta las peticiones de trabajar temas adicionales porque eran los que –en opinión de la directora– los profesores debía revisar. Si a esto le sumamos los pequeños retrasos al comenzar cada sesión, el tiempo real dedicado a la formación de los docentes se redujo considerablemente.

Me atrevo a afirmar que estas condiciones se presentan en la mayoría de las escuelas en donde se deseé llevar a cabo una intervención, en algunas otras, tal vez ni siquiera se vislumbra la posibilidad de *“perder tanto tiempo analizando un solo tema”*.

Por la poca duración de las sesiones, no fue posible abordar a profundidad algunos temas, tal es el caso del programa Enciclomedia y el análisis de la práctica docente. Sin embargo, considero que se sembraron “dudas” que pueden fructificar después en la búsqueda de información de parte de los profesores y tal vez, llevar a cabo una reflexión sobre esos temas.

En el desarrollo del taller, me encontré con un grupo de profesores dispuestos a realizar las actividades propuestas, amables y atentos, pero con algunos problemas para poder intercambiar ideas, tal vez no estaban acostumbrados a realizar este tipo de actividades. Otro problema detectado con los miembros de este grupo fue la dificultad para realizar actividades de escritura, este aspecto se solucionó realizando narraciones orales de lo que se les solicitaba escribir, con el detrimento que esto genera en el logro de los propósitos.

En forma general, las actividades desarrolladas en el taller lograron motivar en un grupo de profesores el interés por revisar y analizar su quehacer cotidiano en el área de matemáticas, no sin sortear varias situaciones difíciles. Con todo, aún quedan algunos puntos por retomar, como realizar un acompañamiento para apoyar el trabajo al interior del aula y corroborar si en la práctica, los profesores lograron incluir lo que en su discurso afirman haber incorporado.

En las páginas siguientes se presenta un informe del taller realizado. El informe se organizó en cuatro capítulos. El primero de ellos incluye el planteamiento del problema; las preguntas que guiaron la investigación; el marco que utilicé como referencia y que contiene tanto la oferta que la Secretaría de Educación Pública brinda a los profesores para llevar a cabo su actualización o formación continua, como algunas ideas de la reflexión sobre la práctica docente.

En el segundo capítulo comento la noción de intervención educativa y la búsqueda realizada para encontrar un plantel que aceptara llevar a cabo una intervención (taller); asimismo, hablo del sondeo que realicé para conocer los intereses y necesidades de formación de un grupo de profesores que trabajarían la intervención y los obstáculos encontrados para implementarla; me refiero también a la escuela que aceptó trabajar la intervención dentro de las reuniones de Consejo Técnico. En este capítulo incluyo además la revisión de algunas investigaciones realizadas sobre el uso de los libros de texto, ya que uno de los propósitos del taller fue promover su uso tomando en consideración el enfoque de las matemáticas vigente en la educación primaria.

En el capítulo tres describo la forma en que se planeó el taller, así como al grupo de profesores participantes, la forma en que recolectaría las evidencias empíricas y la manera en que realizaría el análisis posterior de las mismas.

El capítulo cuatro está integrado por el análisis del desarrollo del taller en cuanto a la evolución que se pudo observar del saber pedagógico y matemático de los docentes y por la opinión que los profesores vertieron acerca de aquéllos.

Finalmente agrego algunas consideraciones adicionales sobre la oferta de formación docente que ofrece la SEP y lo trabajado y analizado en el taller.

El verbo aprender, como el verbo amar, como el verbo leer, tienen una imposible conjugación en Imperativo. Para aprender hay que querer hacerlo. Aprender a la fuerza puede convertir el aprendizaje en una tarea odiosa y detestable.
M. A. Santos Guevara
(Cita en la guía: La escuela como centro de formación y actualización continua. 2006. SEP)

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad, la formación continua de los profesores en servicio es considerada como un elemento importante para mejorar la calidad de la educación. En México se le otorgó mayor importancia a partir de la reforma educativa de 1993 donde se estableció como uno de los puntos a “modernizar”. Y es que la reforma a los planes y programas de educación básica de ese período, presentó nuevas demandas pedagógicas y de conocimiento para los profesores, por tal motivo se tornó necesario un programa de actualización. Desde entonces se ha generado una gama muy amplia de cursos y talleres que pretenden actualizar a los profesores en servicio.

La formación constante de los profesores es indispensable para mejorar su práctica pues, aunque la experiencia apoya el trabajo docente, en muchas ocasiones no es suficiente para mejorarlo. Para cubrir esta necesidad de formación continua, la Secretaría de Educación Pública (SEP) ofrece una gama de servicios y cursos para apoyar a los profesores (ejemplo: *ProNAP, ENA, TGA, CEA*, Biblioteca del maestro). Sin embargo, estas propuestas a la fecha no han alcanzado sus objetivos. ¿Por qué razón sucede esto? ¿Qué elementos de las propuestas es necesario modificar para lograr una formación continua real y efectiva? ¿Cuáles son las necesidades del profesor que se toman en cuenta en las propuestas de formación? Específicamente en matemáticas ¿cómo consideran los profesores las propuestas de actualización?

Podemos saber, por los resultados de las pruebas aplicadas a los estudiantes de educación primaria y secundaria por la Secretaría de Educación Pública (*INEE-2006, ENLACE-*

2006) y por organismos internacionales (OCDE, Pisa 2003) que existen problemas importantes en la educación que actualmente se imparte en nuestro país y que los resultados de aprendizaje son muy bajos. Por ende, puede pensarse sobre la necesidad de buscar nuevas opciones para la actualización de los profesores.

PREGUNTAS Y PROPÓSITOS DE INVESTIGACIÓN

Si tomamos la formación del profesor como una de las múltiples variables que pueden intervenir en los resultados de aprendizaje de los alumnos, podemos preguntarnos: ¿Qué pasa con la formación continua de los profesores en servicio?, ¿Las propuestas que ofrece el Estado para la formación continua en el área de matemáticas son suficientes, atractivas y adecuadas?, ¿En qué medida los cursos de actualización recibidos por los profesores han mejorado o modificado la práctica docente? ¿Cuáles son las características de los cursos o talleres que satisfacen las necesidades de formación continua de los profesores? Cabe también preguntarse si el trabajo en colectivo, alrededor de temas específicos, es una opción viable y útil para que los profesores mejoren su práctica.

Mediante este trabajo me interesó dar respuesta a estas interrogantes. Para ello, me propuse en una primera etapa:

- Investigar qué piensa un grupo de profesores de la actualización que se les ofrece, si la consideran necesaria, si han obtenido beneficios de ella y, por otra parte,
- Qué temas les interesaría abordar, a ese grupo de profesores, en un taller para profundizar sus conocimientos en el área de matemáticas.

En una segunda etapa me propuse ofrecer a los profesores una alternativa viable, adecuada e interesante de actualización que respondiera a sus necesidades de formación y promoviera, por medio de ella, la reflexión sobre su práctica docente. Para lograrlo planeé:

- Llevar a cabo una propuesta de intervención con un grupo de profesores en un plantel de educación primaria, considerando los intereses y necesidades

manifestados en la primera etapa de la investigación, promoviendo la reflexión del grupo de profesores a lo largo del taller. Analizar después el proceso de reflexión vivido por los docentes.

En la segunda etapa me propuse dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se genera en los profesores la reflexión sobre la práctica dentro de un taller de actualización de matemáticas?;
- ¿Un taller de matemáticas puede modificar el pensamiento de un profesor al promover la reflexión sobre sus conocimientos y su práctica? De ser así,
- ¿Qué tanto y en qué aspectos ocurre esta modificación?,
- ¿Cómo modifica la reflexión sobre sus conocimientos y su práctica cotidiana el actuar de los profesores al desarrollar sus clases?

Los datos recabados en la primera etapa los utilicé para planear actividades de actualización dirigidas a profesores en servicio por medio de una propuesta de intervención, (cristalizada en un taller de matemáticas) donde los asistentes pudieran reflexionar sobre su práctica y mejoraran sus conocimientos matemáticos y didácticos vinculados a la materia. Asimismo me interesó promover el uso adecuado de los libros de texto gratuitos de matemáticas y promover que los profesores reconocieran el enlace de éstos con el programa Enciclomedia. Estos son dos recursos (libros de texto y Enciclomedia) con los que el profesor en servicio cuenta para desarrollar su labor, por ello me interesó motivar la reflexión sobre su uso.

MARCO DE REFERENCIA

En la actualidad, la formación docente es un tema de interés mundial; algunos organismos internacionales abocados a la educación, (Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura –UNESCO– y la Organización de los Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura –OEI– entre otros) cuentan entre sus proyectos de trabajo con una línea específica sobre formación docente.

La *UNESCO*, por ejemplo, asume el papel de coordinador mundial en la formación de profesores y se ocupa de apoyar a los Estados miembros en la reestructuración de la política nacional en relación a la docencia con el propósito de que los profesores respondan de manera más eficaz a los objetivos de desarrollo (www.portal.unesco.org, consultado en mayo 03, 2007). Este organismo incluye en el tema docente la formulación de políticas integrales, el reconocimiento social a la profesión, la formación permanente y articulada, la carrera magisterial, las políticas salariales, la evaluación del desempeño y los programas de desarrollo humano y cultural.

La *OEI*, en el año 2003 aprobó un programa para fortalecer el trabajo alrededor de la formación docente con el propósito de promover y difundir iniciativas innovadoras para la formación continua del profesorado a través de la producción y difusión de materiales entre sus Estados miembros, que permitan generar estrategias para la actualización (seminarios, foros de discusión, pasantías especializadas, planes de capacitación, investigaciones, diseño de planes de formación con apoyo tecnológico, cooperación interuniversitaria, etc.) (www.oei.es/linea6/docprog.htm, consultado en mayo 03, 2007).

De acuerdo con lo anterior, la formación docente en la actualidad es un tema de interés mundial, no sólo se ocupa de ella cada uno de los Estados sino que sus directrices se especifican desde el “mundo institucional”, supranacional. Las decisiones de lo que se debe transmitir y cómo se debe transmitir ya no se ejerce sólo al interior de los países, ahora estas decisiones las toman grupos internacionales económicamente fuertes.

México como Estado miembro de ambas organizaciones (*UNESCO* y *OEI*) ha asumido e incluido estos proyectos y políticas sobre formación docente en los planes y programas sexenales de gobierno.

Propuesta para la formación docente en México

El Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio (*ProNAP*) fue creado en 1995 por la Secretaría de Educación Pública (*SEP*) en acuerdo con el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación (*SNTE*) y responde a

lo planteado en el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB) firmado en 1992. Este Acuerdo definió tres líneas de política educativa: federalización de los servicios educativos; cambio de los planes y programas de estudio y materiales educativos y **revaloración de la función social del maestro** (Martínez Olivé, 1997:3).

Esta última línea consta de dos vertientes, por una parte se encuentra la Carrera Magisterial y, por otra, la formación permanente de los maestros de educación básica en servicio a la que se concede especial importancia para el logro de la calidad, la equidad y la pertinencia educativas.

En los programas de educación de los dos últimos sexenios se ha señalado la labor del maestro como uno de los elementos decisivos para lograr la calidad de la educación ya que “...los propósitos educativos se cumplen si los profesores los practican en su trabajo diario y los recursos para la enseñanza son útiles sólo como instrumentos de trabajo en manos de los educadores” (*Programa de Desarrollo Educativo 1995-2000* citado por Martínez Olivé, 1997:4). De ahí la necesidad de ofrecer oportunidades permanentes para su actualización y perfeccionamiento profesional.

Operativamente, la SEP propone el concepto de formación continua, de la siguiente manera:

“conjunto de actividades que permiten a un docente desarrollar nuevos conocimientos y capacidades a lo largo de su ejercicio profesional y perfeccionarse después de su formación inicial. (...) Consiste en la actualización y capacitación cultural, humanística, pedagógica y científica con el fin de mejorar permanentemente su actividad profesional.” (Reglas de operación del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio. México: SEP, 2006).

En las ofertas de actualización, el *ProNAP* toma en cuenta esta definición y pretende que los profesores en servicio: “...

- Dominen los contenidos de las asignaturas que imparten;

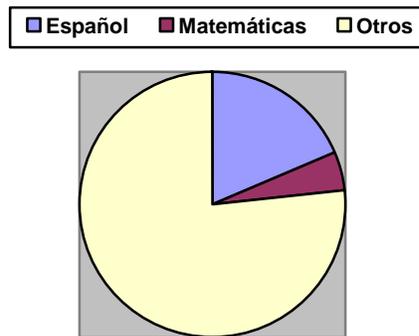
- Profundicen el conocimiento de los enfoques pedagógicos de los planes de estudio y de los recursos educativos a su alcance y
- Puedan traducir los conocimientos anteriores en el diseño de actividades de enseñanza y recursos didácticos acordes al enfoque y contenidos del programa y nivel escolar de sus alumnos...” (Martínez Olivé, 1997:8).

Además, atender el desarrollo de competencias profesionales necesarias para satisfacer las necesidades educativas.

Para ello, ofrece dos tipos de programas de estudio: nacionales y estatales. Los nacionales se ocupan de los problemas generados por la formación inicial y las necesidades de la enseñanza en la práctica, pretenden generar competencias didácticas iguales entre los maestros del país y, a partir de ellas, lograr competencias profesionales más específicas (Se ofrece un curso nacional de matemáticas para primaria –con una suspensión en el ciclo escolar 2006-2007 para su evaluación–y uno para secundaria). Los estatales atienden las necesidades particulares de la entidad federativa e inquietudes de grupos específicos de docentes (Se ofrecen siete cursos de matemáticas en educación básica).

A pesar de que ambas ofertas (nacional y estatal) son coherentes con los principios educativos vigentes, (cf. con *Lineamientos para la selección, diseño, desarrollo y evaluación de programas de estudio para la formación continua de maestros de educación básica en servicio 2006-2007*) existe una oferta muy reducida para matemáticas pues del total de cursos o talleres de actualización (611 títulos) sólo 30 corresponden a esta área (ver anexo 8), 113 son específicamente de español (casi cuatro veces más que los de matemáticas). Los cursos de matemáticas representan sólo el 4.9 % de la oferta total de actualización continua mientras que los de español el 18.5%.

Porcentaje de oferta por área



En la propuesta analizada, no encontramos información sobre cómo se organizan los contenidos a desarrollar, tampoco existe una secuencia y control de cómo se llevarían a cabo, sólo encontramos formas y tiempos para trabajar algunos temas que distan mucho de lograr una formación continua pertinente si consideramos que ésta consiste en “...el proceso de adquisición, estructuración y reestructuración de conductas (conocimientos, habilidades, valores) para el desempeño de una función...” (Maud de Sánchez, 2007).

Con relación a la formación inicial de docentes, a partir de 1997 inició la transformación de los planes de estudio para dotarla de congruencia con el curriculum de la educación básica. En el sexenio 2000-2006 se continuó con esa política al fortalecer las instituciones encargadas de impartir dicha formación (*Programa Nacional de Educación 2001-2006*).

El Programa Nacional de Educación 2001-2006 reitera la necesidad de revalorar la formación y capacitación de los educadores y enlista las características y habilidades que conforman el perfil deseado para un profesional de la educación básica, las cuales son:

- Dominio de procesos que determinan la generación, apropiación y uso del conocimiento;
- Capacidad para trabajar en ambientes de tecnologías de información y comunicación;
- Deseos de propiciar y facilitar el aprendizaje;
- Capacidad para despertar el interés, la motivación y el gusto por aprender;

- Disponibilidad para aprender por cuenta propia y a través de la interacción con otros;
- Habilidad para estimular la curiosidad, la creatividad y el análisis;
- Aptitudes para fomentar la comunicación interpersonal y el trabajo en equipo;
- Imaginación para identificar y aprovechar oportunidades diversas de aprendizaje;
- Autoridad moral para transmitir valores a través del ejemplo (*Programa Nacional de Educación 2001-2006:50*).

Sin embargo, no se menciona cómo se desarrollarán estas características y habilidades en los profesores que se encuentran en servicio y ya no acuden a una escuela de formación inicial. Tal es el caso de los profesores que laboran en la educación primaria, su “formación continua” ha sido a través de la práctica docente y el contexto social en el cual se desenvuelven. No podemos negar que a través de ella han solucionado los problemas cotidianos de su vida laboral pero no se trata de instilar la actualización de acuerdo a las situaciones problemáticas que enfrenten en su acontecer diario, sino que pongan en práctica las soluciones antes de generar los problemas. Por ejemplo, falta de comprensión del sistema de numeración decimal por parte de los alumnos o sus grandes dificultades para resolver problemas.

Uno de los retos del sexenio 2001-2006 para educación, es la elaboración de propuestas pedagógicas apoyadas en las nuevas tecnologías con el fin de renovar las prácticas educativas y la preparación adecuada de los profesores para que incorporaran dichos recursos a su quehacer cotidiano. Para lograrlo, entre otros programas como Edusat, Red Escolar, Videoteca Nacional Educativa, Enseñanza de las ciencias y las matemáticas con tecnología, proyecto Sec XXI, se desarrolló y expandió el programa Enciclomedia para la educación primaria, el cual tuvo como propósitos: “...

- Desarrollo de contenidos en soporte electrónico para incorporar los libros de texto gratuitos de cuarto, quinto y sexto grados de educación primaria, al sistema Enciclomedia,

- Implantación del sistema Enciclomedia para su consulta en todas las escuelas en condiciones de incorporar esta tecnología y
- Capacitación en el uso del sistema Enciclomedia a todos los profesores de las escuelas en donde se haya incorporado este sistema...” (*Programa Nacional de Educación 2001-2006:147*).

Hasta el momento de realizar esta investigación se ha dotado del material necesario para este programa a los grados de quinto y sexto de primaria y se ha apoyado a los profesores de dichos grados para el uso técnico del material de Enciclomedia pero no para su uso pedagógico. Falta, además de incluir programas pedagógicos para uso, actualizar a los profesores que en estos dos últimos años no han estado atendiendo el tercer ciclo de Educación Primaria e incorporar el programa al cuarto grado.

En las entrevistas realizadas para el desarrollo de este trabajo a 14 profesores del tercer ciclo que recibieron la asesoría para manejar el programa Enciclomedia, la mayoría de los docentes (excepto uno) manifestó que requería más apoyo, tanto técnico como didáctico y de contenido, para lograr optimizar el uso de este recurso ya que “algunos niños saben más” que los profesores del manejo de las computadoras.

Organización de la oferta de formación para profesores en servicio

La organización de la oferta de formación continua para maestros en servicio está integrada por propuestas tanto estatales como federales, que atienden las necesidades de los maestros de educación básica en ese rubro.

La oferta de formación para profesores en servicio, está organizada en la siguiente forma:

Programas de estudio	<ul style="list-style-type: none"> * Talleres Generales de Actualización * Cursos Generales de Actualización * Cursos Estatales de Actualización
----------------------	---

Programas de formación	* Cursos Nacionales de Actualización * Programa Adolescentes y Aprendizaje Escolar
Materiales para la formación	* Colección Del Colectivo docente al salón de clases. Cuaderno de estrategias * Colección De Profesores para Profesores

Fuente: *Mejores maestros, catálogo nacional de formación continua de maestros en servicio 2006-2007* consultado en marzo 24,2007 <http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/presentacion.htm>

La oferta de actualización tiene como propósito mejorar las competencias profesionales de los profesores en servicio, en aspectos y temas relacionados con: el desarrollo de habilidades intelectuales, dominio de enfoques y contenidos de enseñanza, conocimiento de educandos, gestión escolar y asesoría. Los cursos o talleres pueden ser tomados *dentro y/o fuera de la escuela* ambas modalidades son presenciales y con el apoyo de un coordinador encargado de organizar las actividades a realizar y propiciar la reflexión dentro del grupo.

El campo de formación **en la escuela** está dirigido a la reflexión colectiva de docentes y directivos, se propone dirigida por un asesor calificado (apoyo de supervisión escolar o del Centro de Maestros). De acuerdo con los profesores entrevistados para realizar la presente investigación, se nombra a un profesor del plantel para hacerse cargo de esta actividad (cf. con anexo 7). La formación **fuera de la escuela** está dirigida a los maestros en lo individual y a colectivos docentes a través de cursos, talleres o diplomados que pretenden completar y profundizar la formación. Ambos campos de acción pretenden la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje en las escuelas. (*Mejores maestros,...*).

Los **Talleres Generales de Actualización (TGA)** son considerados oficialmente como un espacio de encuentro académico donde los participantes pueden reflexionar en torno a una problemática educativa común y diseñar un trayecto formativo que contribuya a su atención. Este programa de estudio tiene como propósito generar procesos de

aprendizaje individual y colectivo dentro de la escuela. Son la opción básica de actualización para los docentes, se lleva a cabo al inicio del ciclo escolar con una duración de 12 horas dentro del plantel y con la participación de todos los profesores. Se utiliza una guía de trabajo distribuida por la SEP (*Mejores maestros,...*). Hasta el momento existen tres TGA de matemáticas en provincia y uno en el Distrito Federal. (Catálogo Nacional de Formación Continua 2006 <http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/presentacion.htm> Consultado en marzo 24, 2007).

Sin embargo, los profesores en servicio no consideran a los TGA como espacios de formación o actualización ya que no cuentan con personal suficiente y calificado para dirigirlos y generalmente se trabajan sólo como un requisito (resultados de una entrevista realizada a 14 profesores de educación primaria).

Los Cursos Generales de Actualización (CGA) se presentan como propuestas formativas que buscan atender las prioridades educativas nacionales.

Los Cursos Estatales de Actualización (CEA) son eventos presenciales de actualización que pretenden promover en los profesores la reflexión y el análisis sobre su práctica y generen alternativas de solución para los problemas que presentan sus planteles, con referencia a lo técnico pedagógico. Para el área de matemáticas existen 17 títulos en primaria, tres en secundaria y tres para telesecundaria (ver anexo 8), todos ellos en provincia, hasta el momento de esta investigación para el Distrito Federal aún no se registra ninguno. (Catálogo Nacional de Formación...).

En los **Programas de Formación** se pretende profundizar en los temas manejados al combinar la teoría, el análisis, la reflexión e indagación de situaciones problema que se viven dentro del plantel. Se pueden trabajar por partes de acuerdo a los intereses y necesidades de los profesores (individual o en grupo, con apoyo de asesores –en los Centros de Maestros– o por autoestudio). (*Mejores maestros,...*).

En esta modalidad se encuentran clasificados *los Cursos Nacionales de Actualización (CNA)* que pretenden formar profesores con dominio en los contenidos de una asignatura

y los enfoques de enseñanza, están planeados para 120 horas de trabajo o más, pueden ser de manera semi-presencial o a distancia, se apoyan en el uso de un paquete didáctico (guía de trabajo y lecturas). Este tipo de oferta para la formación continua requiere del manejo de habilidades para el estudio independiente de parte del profesor. Para matemáticas se ofrece un Curso Nacional para primaria (en el ciclo 2006-2007 no se ofertó por estar en revisión) y uno para secundaria. (*Mejores maestros,...*).

En el caso de **Adolescentes y Aprendizaje Escolar**, es un programa para secundaria que busca fortalecer las competencias docentes relacionadas con el conocimiento de los estudiantes, su ritmo de aprendizaje y trabajo colegiado entre profesores. (*Mejores maestros...*).

Los **materiales para la formación** son colecciones que pretenden apoyar la tarea docente con propuestas didácticas prácticas y flexibles que el profesor puede adaptar a sus clases para favorecer los procesos de aprendizaje y el desarrollo de habilidades básicas de sus alumnos. Al igual que los programas anteriores pueden trabajarse en forma individual o colectivamente. **Los cuadernos de estrategias** pretenden apoyar el trabajo del profesor, con propuestas de enseñanza para desarrollar las habilidades básicas en sus alumnos, y favorecer la formación del colectivo docente dentro de la escuela. Sólo uno de estos materiales tiene relación con el área de matemáticas. La colección **de Profesores para Profesores** reconoce al docente como conocedor y productor de conocimientos pedagógicos, sus autores son profesores de educación básica que han sistematizado su trabajo para compartirlo con otros. (*Mejores maestros,...*).

En cada ciclo escolar la oferta de actualización se organiza de la siguiente manera:

- Talleres generales de Actualización (agosto);
- Exámenes Nacionales para Maestros en servicio (noviembre aunque la inscripción debe solicitarse en los meses de abril a junio aproximadamente) para acreditar los Cursos Nacionales de Actualización y
- Cursos Estatales de Actualización (En tres ocasiones durante el ciclo escolar).

Conceptos básicos sobre actualización y formación docente utilizados por la SEP

En el año de 2006 se organizó el Servicio de Asesoría Académica a las Escuelas (SAAE) con el propósito de tener una “estructura dinámica” para fomentar la reflexión sobre las prácticas educativas tanto de docentes como de directivos, pues oficialmente la formación continua docente se lleva a cabo dentro de sus actividades cotidianas y en la reflexión compartida con otros actores educativos. En la práctica sólo los TGA se cursan dentro del horario de trabajo, la mayor parte de la formación continua se ofrece fuera de la jornada laboral (CNA, CEA) incrementando la cantidad de tareas a realizar por parte del docente.

El SAAE pretende que este servicio de asesoría se lleve a cabo por los Centros de Maestros y así optimizar su función como elemento importante de la formación continua.

Algunos conceptos básicos que la SEP propone tomar en cuenta para la formación docente (ver concepto de formación docente en el apartado *Propuesta para la formación docente en México*), son los siguientes:

Se entiende por:

Desarrollo profesional: proceso seguido por los docentes, los directivos y los asesores para fortalecer sus competencias y su capacidad para tener las actuaciones esperadas en las aulas y las escuelas. La formación continua es una parte fundamental del desarrollo profesional. (*Reglas de operación del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio*. México: SEP, 2006).

Trayecto formativo: integración de programas de estudio para la formación continua (...) con el fin de que los maestros puedan organizar su desarrollo profesional durante el lapso que sea necesario sobre una temática o un conjunto de problemas educativos. (Op. Cit.).

Cabe mencionar que hasta el momento no existe un trayecto formativo para la asignatura de matemáticas, sólo lo hay para español, ciencias naturales, formación cívica y ética, historia, y educación especial (Trayectos formativos primaria

<http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/Catalogotrayectosprimaria2007.pdf> consultado 5 de abril - 2008).

Además, en la práctica, existe el problema de que el profesor no recibe apoyo para “organizar su desarrollo profesional” y se inscribe a cursos –por múltiples razones– sin tener un plan curricular el cual consultar para optimizar su tiempo, sus estudios y su formación. Tal vez, se lograrían mejores resultados si antes de inscribirse a un curso o taller de formación docente, los profesores reflexionaran sobre:

1. ¿Cuáles son los fines que desea alcanzar?
2. De toda la oferta de experiencias educativas ¿cuáles permitirían alcanzar esos fines?
3. ¿Cómo organizar eficazmente esas experiencias?
4. ¿Cómo comprobar si alcanzamos los objetivos propuestos?

Sin embargo, de qué manera, en qué tiempo y con qué bases teóricas el profesor frente a grupo dará respuesta a todas estas interrogantes para lograr “organizar su desarrollo profesional”. Esta cuestión aún queda por resolver.

Exámenes Nacionales para Maestros en Servicio: es el único mecanismo mediante el cual la SEP certifica la acreditación de la actualización de conocimientos de los maestros de educación básica. (*Reglas de operación del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio*. México: SEP, 2006).

Encontramos en esta definición una limitación pues los estudios de posgrado (diplomados, especialidades, maestrías) no son considerados una alternativa –incluso más eficiente– para lograr una formación docente, o por lo menos estos estudios no certifican la actualización de conocimientos de los maestros de educación básica.

Evaluación de los servicios de formación continua: es el proceso continuo, sistemático y flexible que se orienta a seguir la evolución de los procesos de desarrollo de los servicios y a la toma de las decisiones necesarias para su mejora y adecuación a las necesidades de formación continua de los maestros en servicio. (Op. Cit.).

Acompañamiento académico: asesoría calificada que se brinda a los maestros y colectivos docentes para desarrollar con éxito sus procesos formativos. (Op. Cit.).

Aunque este tipo de asesoría no se ha logrado llevar a cabo pues falta personal calificado para ello. Se pretende que sean los Centros de Maestros los encargados de dicho acompañamiento. Sin embargo, aún no cuentan con suficiente personal para cubrir la demanda.

La formación continua promoverá entre los colectivos docentes y los maestros la puesta al día o la adquisición del conjunto de saberes profesionales necesarios para enseñar o promover una enseñanza de calidad: los conocimientos sobre los contenidos, las disciplinas, los enfoques y los métodos de enseñanza, las habilidades didácticas y el desarrollo de los valores y las actitudes que propicien una labor docente o directiva enfocada en el aprendizaje y la formación de los alumnos, además del desarrollo personal de las habilidades intelectuales básicas para el estudio autónomo y la comunicación. (*Reglas de operación del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio*. México: SEP, 2006).

Problemas detectados por la SEP en la formación continua

Algunos problemas detectados por la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio, durante el tiempo que se ha llevado a cabo la actualización continua son:

- No existe una articulación adecuada de la oferta existente y su calidad es heterogénea. Los cursos, talleres o programas aislados no posibilitan un desarrollo profesional organizado y sistemático;
- La actualización se ha centrado en modalidades formativas (cursos y talleres presenciales y a distancia), alejadas de las necesidades específicas del trabajo en las aulas, se busca más la obtención de puntos para el programa Carrera Magisterial que el mejoramiento de las prácticas profesionales;
- En su gran mayoría, las acciones de actualización no han involucrado a los directivos escolares y al personal de apoyo técnico pedagógico vinculado a las

escuelas. Esto ha impedido contar con personal capacitado que se haga cargo de la asesoría para los docentes frente a grupo y

- Existe una gran cantidad de propuestas que ha provocado saturación en las escuelas de proyectos que, en ocasiones, no cumplen con los propósitos educativos ni con las necesidades de los docentes. (cf. *Lineamientos para la selección, diseño, desarrollo y evaluación de programas de estudio para la formación continua de maestros de educación básica en servicio 2006-2007*).

En mi opinión, la detección de estos problemas aún no ha generado estrategias reales y viables, para su solución, se han elaborado algunas líneas de acción, sobre todo administrativas y económicas, que pretenden ser actividades para dar solución a dichos problemas. Sin embargo, éstos aún persisten.

En otras investigaciones realizadas sobre formación docente, también se han encontrado algunos problemas. Por ejemplo, en los resultado de un estudio elaborado por Estrella Ake (2003) en el estado de Yucatán, se indica que, a pesar de contar con objetivos bien definidos, los cursos de actualización no logran sus propósitos ya sea por cuestiones políticas, laborales o personales entre los docentes involucrados.

Con base en su investigación, Estrella Ake, menciona que un curso o taller está destinado al fracaso cuando:

- El profesor lo ve como imposición;
- Existe falta de información teórica y metodológica para guiar las actividades (poco dominio del tema por parte del coordinador);
- Falta de un ambiente de cordialidad y confianza y
- Se ejerce control ya sea político, administrativo y/o pedagógico (Estrella Ake, 2003, pp. 191-205).

Estrella Ake (2003) menciona que estos puntos provocan en los profesores desconfianza y poca disposición para llevar a cabo las actividades de un taller que

pretenda la formación continua. Estas condiciones, no favorecen en los docentes la reflexión crítica sobre su práctica.

Hasta el momento, la motivación para la formación continua en los profesores en servicio sigue siendo extrínseca: depende de las gratificaciones que obtiene por tomar algún curso o taller y no por darse cuenta que mejorar su práctica cotidiana, mejorará los resultados que obtenga en el aprendizaje de los alumnos.

ESTUDIOS REALIZADOS SOBRE FORMACIÓN DOCENTE

Dentro de la propuesta de formación continua de la SEP, no está especificada la reflexión de los profesores sobre su quehacer cotidiano. El análisis profundo de la práctica docente es, de acuerdo con algunos autores, un aspecto fundamental si deseamos modificarla o mejorarla. Por ello consideré importante aplicar una propuesta de intervención, representada en un taller de matemáticas, para abrir un espacio donde los profesores de una escuela primaria tengan la oportunidad de reflexionar sobre su trabajo en las aulas y a la vez, mejorar los conocimientos de la disciplina, específicamente del tema proporcionalidad.

Para este trabajo, retomé algunos autores españoles que han llevado a cabo investigaciones sobre el proceso de adquisición y evolución del conocimiento (Giménez y Llinares 1996) y la forma en la cual los estudiantes para profesores de primaria aprenden a enseñar matemáticas. Estos alumnos/profesores pasan por un proceso de crecimiento que involucra el contenido teórico de la materia, su comprensión, el desarrollo de los temas (en cuanto a pedagogía) durante sus experiencias prácticas y los factores que influyen en este proceso. Por ejemplo, las características del entorno dentro del contexto social e institucional, son factores determinantes en el proceso de aprender y enseñar matemáticas.

Giménez y Llinares afirman que en cualquier programa de formación docente debe tomarse en consideración el cúmulo de creencias (representaciones) y conocimientos que aporta el involucrado, el tipo de relación existente entre las tareas a realizar y el entorno

de aprendizaje elaborado para intentar que los procesos de razonamiento pedagógico del participante se tornen explícitos y puedan ser intercambiados entre los integrantes del taller. Estos autores proponen, entonces, que dentro de la formación docente se desarrollen el conocimiento del contenido de las matemáticas, la competencia práctica del profesor sin olvidar las características del entorno de aprendizaje y al sujeto que aprende.

También proponen que dentro de la formación inicial de los profesores exista, como primera instancia, personal calificado para lograr que los futuros docentes desarrollen un buen dominio del conocimiento matemático así como una sólida formación en lo referente a la didáctica de las matemáticas y metodología de investigación. El propósito es que los profesores, una vez en servicio, continúen con una formación que les permita mejorar su práctica día a día y ampliar su conocimiento en los cuatro aspectos que, según Fenneman y Loef (citados por Llinares, 1996:95), integran el conocimiento del profesor, estos son:“..."

- El conocimiento sobre el contenido;
- El conocimiento del aprendizaje;
- El conocimiento de las representaciones matemáticas y
- El conocimiento pedagógico...”.

Estos cuatro componentes se integran y reflejan en la acción que cotidianamente realiza el profesor con su grupo.

La mayoría de los profesores de primaria en servicio no cuentan con una formación matemática amplia y sólida pues deben ocuparse también de otras áreas de conocimiento además del desarrollo de hábitos y actitudes; los programas de formación continua no son suficientes para eliminar la débil comprensión de algunas nociones matemáticas (Llinares, 1996). La forma en que el profesor comprenda un tema matemático y los diferentes modos de representarlo determinarán, en parte, las tareas que propondrá a sus alumnos.

Por ello, es importante que los docentes reflexionen sobre sus conocimientos matemáticos para afianzarlos.

Recordemos que la reforma de 1993 plantea que las matemáticas se aborden a través de la resolución de problemas para generar la creación y comprensión de conceptos por parte del alumno. Esto nos lleva, necesariamente, a modificar las formas de representación de dichos conceptos por parte del profesor, pues las formas tradicionales de representarlos no son adecuadas para el proceso de enseñar matemáticas con el enfoque actual.

De acuerdo con Llinares (1996) es posible que en el proceso de aprender a enseñar matemáticas en forma diferente, lleve al profesor a niveles internos de comprensión (relacionándolo con el uso de referentes y la generación de imágenes) a través de la resolución de una tarea para enseñarla posteriormente, promoviendo aspectos como:

- Generar formas de representar nociones y procedimientos comprensibles para sus alumnos;
- Diseñar tareas para los alumnos con entornos constructivistas y
- Gestionar los procesos de negociación de los significados generados en esa actividad (Llinares, 1996:99).

La reflexión sobre los conocimientos matemáticos aprendidos y su forma de representarlos puede llevar al profesor a comprenderlos, esto se convierte en un punto importante para lograr “convertirlos” en conocimientos a enseñar (Llinares, 1996), utilizando diferentes representaciones para ayudar a sus alumnos a dotar de significado las ideas y comprenderlas.

Algunos estudios realizados por formadores de maestros, (Llinares, 1996) mencionan que para formar nociones matemáticas más amplias y lograr diversas representaciones de un concepto el profesor debe:

- Ser flexible, es decir, poder cambiar el significado asociado a los conceptos matemáticos para que tengan relación con las características de la tarea y/o al sistema de representaciones usado;
- Poder utilizar diferentes significados y sistemas de representación para plantear entornos de aprendizaje adecuados y
- Estar pendiente de las producciones de los alumnos y dotarlas de significado.

Llinares también pone énfasis en “la flexibilidad del conocimiento del profesor (que) está asociada al conocimiento de diferentes formas de representación, a los diferentes significados dados a los conceptos y (...) a las relaciones entre ellos” (Llinares, 1996:111) pues la forma en que los profesores comprenden un concepto matemático puede ser determinante en la forma en que enseñarán matemáticas a sus alumnos para que logren comprenderlas.

Este investigador además propone, para diseñar cursos de formación, tomar en cuenta los factores que pueden influir en el proceso de generación y cambio de conocimientos matemáticos; la relación entre la comprensión de nociones matemáticas a impartir y la forma en que representa o interpreta el docente esas ideas. Entonces, la función del profesor/estudiante, dentro de los programas de formación, es reconocer el papel que juegan las representaciones en el proceso de aprendizaje para valorar adecuadamente la información de los cursos; comprender en forma adecuada los conceptos matemáticos (de lo contrario no podrá potenciar el uso de diferentes representaciones) y reconocer que la forma de comprender y lo que considera importante conocer para enseñar, determinan el significado que concede a las actividades de enseñanza.

Tomando como base lo mencionado anteriormente, podemos concluir que los profesores deben aprender a enseñar matemáticas y esto es un proceso que involucra los conocimientos del contenido, del aprendizaje, pedagógicos, las representaciones matemáticas y la relación que el profesor establezca entre estos aspectos. Llegar a ser profesor es un proceso continuo en el que los cambios se generan a través de la reflexión, es un proceso constructivo, podríamos decir que es un proceso de aprendizaje. Sánchez y

Llinares (en Llinares, 1996) proponen cuatro actividades para motivar la reflexión en los cursos de formación para profesores:

1. Elección de un problema;
2. Resolución del problema en formas diferentes;
3. Imaginar cómo lo resolverían sus alumnos y
4. Elaborar preguntas para plantear a sus alumnos en relación a: comprensión del problema, resolución, uso de resultados para generalizarlo a otros problemas.

Lo anterior se lleva a cabo con la finalidad de hacer notar que no son las mismas demandas cognitivas para el profesor como estudiante que para el profesor como organizador de una clase.

Con base en sus investigaciones, Sánchez y Llinares, concluyen que, en los cursos de formación docente, existen prácticas escolares compartidas entre docentes y alumnos que condicionan la resolución de problemas, estas son: dependencia de las explicaciones (los profesores lo ven como algo cotidiano); la relación dialéctica entre las intenciones de los profesores/estudiantes y el desarrollo de la práctica (se encontraron dificultades para gestionar la discusión al trabajar en grupo); interacción entre compañeros (estar sentados en grupos no implica cooperar en el proceso de aprendizaje, se centran más en aspectos sociales) y la atribución de la autoridad y el carácter sancionador que implica (preguntan continuamente si lo que hacen es correcto).

Sánchez y Llinares proponen construir alternativas de formación alejadas del carácter academicista, ya que con este tipo de formación el profesor difícilmente podrá ayudar a sus alumnos a resolver tareas que conlleven a la comprensión de las matemáticas.

Giménez y Fortuni (en Llinares, 1996) plantearon un curso con los siguientes objetivos:

- Implicar a los estudiantes/profesores en tareas de pensamiento matemático y razonamiento pedagógico;

- Facilitar un cambio de imagen de las matemáticas y su enseñanza que afecte positivamente en sus acciones educativas;
- Mejorar el conocimiento de contenidos pedagógicos con elementos de motivación profesional, provocar una visión adulta y profunda de las matemáticas y sus implicaciones reales;
- Ejercitar la reflexión de las acciones (análisis de casos) en colectivo que lleven a una conceptualización;
- Comunicar sus ideas matemáticas, motivando la integración, la perseverancia, el estímulo constante, el trabajo cooperativo (cf. Giménez y Fortuni en Llinares, 1996:252-254).

Esta propuesta implica la modificación de la imagen tradicional social de las matemáticas y la mejora de las clases; involucra acrecentar la cultura matemática basada en una reflexión constante (como alumno aprende procesos de enseñanza) y capacitación personal (responsabilidad y actitud). Este diseño pretende evaluar al estudiante/profesor, al trabajo realizado y al educador a través de criterios generales de evaluación (observación profesional, conocimientos, recursos, autoevaluación, proyecto de trabajo, seguimiento de contenido y autorregulación).

REFLEXIÓN DOCENTE

¿Qué es la reflexión? ¿Por qué debe reflexionar el profesor? ¿Sobre qué debe reflexionar? ¿Existe alguna forma de optimizar la reflexión docente? Para dar respuesta a estas cuestiones es necesario citar a los investigadores que han considerado significativa la reflexión dentro del quehacer docente.

El concepto de acción reflexiva no es nuevo, fue acuñado por el filósofo norteamericano John Dewey a principios del siglo XX y resurge en la época de las reformas educativas de los años 80' y 90' del mismo siglo. Se liga especialmente al término formación docente como un intento de eliminar "... la visión de los profesores como técnicos..." (Zeichner, 1993:44). De esta manera se pretende que los docentes retomen un

papel activo en el desempeño de su labor y realicen una reflexión constante sobre los acontecimientos suscitados en el aula. Según Dewey “la mejor manera de pensar... se denomina pensamiento reflexivo” (Dewey, 1989:21).

Reflexionar entonces incluye el pensamiento pero no de cualquier tipo, se refiere a aquél que mantiene un orden en la cadena de ideas (voluntarias y conscientes) y busca un fin determinado, además conlleva cierto grado de compromiso del sujeto en reflexión. Dewey menciona dos fases en la reflexión: un primer momento donde surge la duda, asombro o perplejidad ante los acontecimientos que no pueden ser solucionados con los conocimientos disponibles y otro donde se busca información y evidencias para disipar la duda. El interés por despejar la duda se convierte en factor primordial del proceso de reflexión. La reflexión constante sobre los acontecimientos, en este caso sobre la práctica docente, evita los actos rutinarios e impulsivos y apoya al profesor en la elaboración de una planeación con fines intencionados.

Dewey afirma que no existe fórmula para aprender a pensar pues es “un hábito que se desarrolla a partir de tendencias innatas” (Dewey, 1989:47). Sin embargo, es posible incentivar la práctica de esas tendencias para apoyar el proceso de la reflexión. Este autor menciona a la curiosidad intelectual,¹ como uno de los factores básicos que afirman el pensamiento reflexivo, otro factor es la *sugerencia* (se refiere a ideas encadenadas) y, por último, el orden en el pensamiento y la acción. Según Dewey la función de la reflexión es aclarar y ordenar una situación que provocó “duda, conflicto o algún tipo de perturbación” (Dewey 1989:98).

Schön (1987) por su parte, explica una práctica reflexiva a través de tres elementos: **conocimiento en la acción** que “...son los tipos de conocimientos que revelamos en nuestras acciones inteligentes (...) a través de nuestra ejecución espontánea y hábil...” (Schön, 1987:35); la **reflexión en la acción**, surge al encontrarnos con una sorpresa o resultado inesperado ante las formas comunes al actuar, permite reorganizar las acciones

¹ Dewey menciona tres niveles de este aspecto innato en el hombre: orgánico (interés sin motivo aparente), social (deseo de conocer más) e intelectual (curiosidad dirigida, controla y conecta entre si las indagaciones).

en el momento de hacerlas, no se interrumpe la acción y, por último, **la reflexión sobre la reflexión en la acción** que ayuda a mejorar las acciones futuras. Para Schön la reflexión parte de tensar el saber previo con el propósito de avanzar, ésta se convierte en un evento social entre dos sujetos que ponen en juego lo vivido. El énfasis está en lograr la reflexión a través de una formación tutorizada.

De acuerdo con Brokbank (2002), una de las formas para mejorar el proceso educativo es llevar a cabo una práctica reflexiva. El realizar una práctica reflexiva consciente le permite al profesor aprender de su quehacer cotidiano y apoya a mejorar el aprendizaje (reflexión sobre la práctica). Si suponemos que el docente se encuentra en constante aprendizaje de cómo enseñar, el reflexionar de forma consciente le permite aprender de las acciones realizadas y acrecienta su aprendizaje.

Por otro lado, el profesor realiza continuamente la “reflexión en la acción” en la cual requiere tomar decisiones constantemente y aunque este tipo de reflexión puede influir en el desarrollo de su práctica, no resulta suficiente para apoyar su transformación a docente reflexivo; precisa también realizar una “reflexión sobre la reflexión en la acción”, es decir, reflexionar sobre lo que hace en la práctica y de las decisiones que toma sin interrumpir su actuar. De acuerdo con Schön, esta actividad apoya la mejora de las acciones futuras.

Según Robert Fitzgibbons (citado por Brubacher, 2000) los profesores constantemente toman decisiones, básicamente de tres tipos: sobre los resultados educativos (metas); sobre el contenido de la educación (lo que se enseña) y sobre la forma de la educación (cómo enseñar). Pero para que estas decisiones impacten en la enseñanza deben ser “... decisiones reflexivas, racionales y conscientes...” (Brubacher, 2000:36). Este tipo de decisiones se pueden lograr llevando a cabo una práctica reflexiva que, de acuerdo con Georgea Sparks-Langer y Amy Colton (citadas por Brubacher, 2000:39), consta de tres elementos: **cognitivo** (conocimientos necesarios para tomar decisiones); **crítico** (ética y justicia social) y **narrativo** (relatos de la práctica).

Brubacher (2000) asegura que la práctica reflexiva no sólo está conformada por las acciones que el profesor lleva a cabo durante su estancia en el aula, también incluye las actividades realizadas antes y después de permanecer en el salón de clase. La práctica reflexiva se convierte, entonces, en una forma de vida para el docente reflexivo: mejora su función, le ayuda a afinar la enseñanza, lo transforma en un mejor profesional, lo vuelve más apto y sensato.

Por su parte, Zeichner (1993) menciona algunas características a desarrollar en un docente reflexivo:

- Participa activamente en la elaboración de objetivos y fines;
- Reconoce la importancia de su práctica cotidiana y la forma de realizarla;
- Reconoce el aprender a enseñar como un proceso que dura todo su ejercicio docente;
- Muestra disposición y desarrolla habilidad para analizar y reflexionar sobre su práctica y
- Puede comprometerse en su desarrollo profesional.

Sin embargo, transformarse en un docente reflexivo no es un asunto trivial, lograrlo requiere invertir mucho tiempo, esfuerzo y trabajo.

Brubacher (2000), a quien ya se mencionó, propone algunas acciones a tomar en cuenta durante el proceso de transformarse en un docente reflexivo: “...

1. Cambiar de conducta;
2. Identificar las categorías del conocimiento (contenido, pedagogía, currículo, aprendizaje, contextos y fines educativos) y analizarlas para intentar cambiar la práctica;
3. Interesarse e involucrarse en cuestiones éticas y justicia social en educación y
4. Tomar decisiones racionales y conscientes basadas en conocimientos sólidos...”
(Brubacher, 2000:44).

Con base en sus investigaciones, Zeichner (1993) menciona que existen cuatro tradiciones donde se lleva a cabo la práctica reflexiva de los profesores, ellas son: Tradición académica, se reflexiona en torno a la asignatura a trabajar y la forma en que se suscita el aprendizaje en los alumnos; tradición de eficacia social, donde se propone aplicar estrategias ya aplicadas y aprobadas por investigadores; tradición desarrollista o evolucionista, aquí se plantea que el profesor tome en consideración los intereses del alumno y por último, la tradición reconstruccionista social, donde la reflexión gira en torno al contexto sociopolítico de la enseñanza.

Dewey (citado por Zeichner, 1993) señala tres actitudes necesarias en los profesores para generar la acción reflexiva:

- Apertura intelectual. Consideran diversos puntos de vista y están dispuestos a reconocer errores;
- Responsabilidad. Analizan las consecuencias posibles de las acciones ya sean personales, académicas y/o sociales y políticas, ligadas siempre al desarrollo del alumno y
- Sinceridad. Reconocen como elementos fundamentales de su práctica la apertura intelectual y la responsabilidad. Esta actitud incluye reconocerse como responsable de su aprendizaje.

Aspectos sobre reflexión docente a retomar para la propuesta de intervención

Para la propuesta de intervención se tomaron como base algunas de estas ideas sobre reflexión docente que explico en seguida.

Las actividades propuestas para llevar a cabo la intervención, tuvieron como propósito generar el análisis de los conocimientos sobre proporcionalidad y pedagógicos vinculados al tema, que los profesores poseen. Asimismo se pretendió promover la reflexión de los docentes sobre su quehacer cotidiano y encontrar en él los beneficios que apoyan a los alumnos y/o errores susceptibles a ser modificados a través de la búsqueda de

información y análisis informado. Se buscó que los profesores volvieran la mirada a detalles, a veces invisibles por cotidianos, de su práctica para deliberar por qué suceden.

También se solicitó a los profesores, después de la primera sesión del taller, realizar observaciones del trabajo de sus alumnos, específicamente de estrategias utilizadas para resolver problemas que implicaran el uso del concepto de proporcionalidad, para después transformar dichas observaciones en datos analizables a través de una descripción de lo acontecido. De esta manera, de acuerdo con los autores trabajados, podemos encontrar datos y aspectos que no destacaron al realizar la actividad. Esta información se analizó en grupo a través del diálogo ya que “... sin la interacción provocada por el diálogo no puede producirse el aprendizaje críticamente reflexivo.” (Brokbank, 2002:95). Una vez analizada la información recabada, los profesores vertieron en plenaria ideas susceptibles de llevar a su práctica para afinarla.

Para elaborar la propuesta de intervención, cristalizada en un taller de matemáticas, tomé en cuenta las características a desarrollar en un docente reflexivo propuestas por Zeichner: elaborar objetivos; reconocer la importancia de su práctica; reconocer el enseñar como un proceso que dura todo su ejercicio docente; desarrollar habilidades para analizar y reflexionar sobre su práctica y comprometerse en su desarrollo profesional. Lo anterior con la realización de actividades donde los profesores participantes generaron una reflexión sobre su práctica cotidiana, la valoraron (en relación a la importancia y responsabilidad que implica) y promovieron estrategias que pretendían apoyar el perfeccionamiento de su enseñanza. Se buscó motivar en los docentes un cambio de conducta al reconocer los aspectos del contenido que, según Fenneman y Loef, requiere analizar para lograr tomar decisiones sobre su práctica contando con más información.

En la propuesta de intervención, tomé en consideración las primeras tres tradiciones propuestas por Zeichner pues, en las actividades previstas para las sesiones del taller, busqué que los profesores participantes llevaran a cabo una reflexión en torno a la asignatura de matemáticas y a las estrategias que ponen en práctica para promover en los alumnos el conocimiento específicamente del tema de proporcionalidad (tradicción

académica), también les di a conocer propuestas de investigadores en educación matemática para su posible aplicación en el aula (tradición de eficacia social) pero agregué el análisis de algunas estrategias exitosas empleadas o creadas por los profesores participantes. Asimismo, incluí actividades para analizar los intereses y necesidades de los alumnos (tradición desarrollista o evolucionista).

La tradición reconstruccionista social no se abordó en el taller porque para realizar la reflexión sobre el contexto sociopolítico de la enseñanza se requiere más tiempo y no es el tema de este trabajo.

Cabe mencionar que la reflexión sobre estas tradiciones no se llevó a cabo de forma exhaustiva ya que se contó con poco tiempo para el desarrollo del taller donde se recogió la evidencia. Sin embargo, me propuse que el taller se convirtiera en una actividad interesante para los profesores participantes y logaran percibir los beneficios que puede acarrear la reflexión sistemática sobre su hacer cotidiano dentro de la institución escolar.

Me propuse que los docentes participantes del taller, logaran al menos reconocer las tres actitudes a desarrollar en un docente reflexivo mencionadas por Dewey. Para que el profesor desarrolle estas actitudes (apertura intelectual, responsabilidad y sinceridad), requiere lograr una reflexión más profunda de la que acostumbra hacer sobre su práctica y convertir dicha reflexión en un ejercicio constante.

Dentro del taller propuse ejercicios con la intención de que los profesores reconocieran la importancia de considerar diferentes puntos de vista y de reconocer errores (apertura intelectual); analizaran que su actuar ante el grupo puede traer consecuencias, positivas o negativas, en sus alumnos (responsabilidad) y reconocieran el papel que juegan dentro de su propia formación continua (sinceridad). Por el corto tiempo en que se desarrolló el taller y la cantidad de actividades a trabajar en él, se tornó difícil lograr en los profesores solidez en la adquisición de estas actitudes. Sin embargo, las actividades de cada sesión fueron encaminadas a lograr que los docentes reconocieran la trascendencia de que dichas actitudes, estén inmersas en su quehacer cotidiano.

CAPÍTULO II

INTERVENCIÓN EDUCATIVA

El término intervención es un concepto que comparten varias disciplinas (sociología, economía, política, medicina,...). En educación este concepto se encuentra en construcción, aún no está totalmente delimitado, “aunque ya existe una amplia bibliografía y trabajos de investigación relacionados con el tema” (Sañudo, 1997), incluso existen estudios a nivel licenciatura y posgrado que preparan en intervención educativa a sus estudiantes. Intervenir, de acuerdo con la real academia española, hace referencia a fiscalizar, dirigir temporalmente, interponer, interceder, tomar parte en un asunto... En educación, el concepto de intervención se acompaña con el adjetivo “educativa” y se refiere al intento de influir, una vez analizadas las necesidades, en un grupo determinado de personas por medio de ciertas acciones ejecutadas por un elemento externo a dicho grupo y cuya finalidad es modificar o cambiar la forma de llevar a cabo un proceso o actividad, con el propósito de transformarla para mejorar (www.rae.es/rae.html, <http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>).

Formas de intervención educativa

La intervención educativa se puede implementar en la educación formal, (oferta educativa) en la educación no formal (cursos no obligatorios) y en la educación informal (interacción cotidiana). De acuerdo a los objetivos que persiga y a los grupos a los que esté dirigida, se le considera socioeducativa o psicopedagógica.

La intervención socioeducativa está planteada para cuestiones sociales relevantes (desarrollo comunitario, servicios sociales, trabajo con adolescentes, asociaciones, educación de adultos, tiempo libre y ocio, formación sociolaboral, mujeres migrantes, etc.). Según Orcasitas (1997) “la intervención se ha llamado socioeducativa si actúa en medios sociales (generalmente empobrecidos), desde una práctica educativa no institucionalizada (no escolar), aunque actúe desde instituciones” (Orcasitas, 1997:72).

La intervención psicopedagógica se lleva a cabo, generalmente, en la educación formal y toma en consideración a los actores que intervienen en el proceso educativo (instituciones, maestros, alumnos, enseñanza, aprendizaje). Algunos problemas que se atienden en este tipo de intervención son: fracaso escolar, dificultades de aprendizaje, conducta, motricidad, dislalias, dislexias, atención y percepción, inteligencia emocional, trastornos afectivos, de alimentación y del sueño, ansiedad, violencia en centros educativos, etc.

Ambas perspectivas de la intervención educativa, tienen como uno de sus objetivos principales incidir, a partir de la detección de necesidades, en un actor, objeto o fenómeno del proceso educativo con la intención de transformarlo positivamente.

La intervención educativa en la práctica docente

Algunos beneficios de la intervención educativa son los siguientes: da la oportunidad de realizar investigación; puede apoyar en la formación continua de los profesores; ayuda a realizar la reflexión sobre la práctica docente al interior del grupo y puede apoyar la transformación y/o innovación de la práctica.

En un estudio realizado sobre intervención educativa como alternativa para la formación docente, un grupo de investigadores, asegura que:

“Las intervenciones consecutivas en el aula por parte de un formador generan un proceso de reflexión que permite cambios en las concepciones de la enseñanza que tienen los docentes, porque movilizan, de manera integrada y constante, la motivación, la acción práctica con los niños, la observación de posibilidades y dificultades, la revisión de resultados y la aplicación autónoma de propuestas aceptadas como válidas...Se conciben (las intervenciones) como una posibilidad de cambio dentro del proceso de formación que se da en el contexto escolar, al generar conciencia a partir de hallazgos, reflexiones y logros compartidos” (GTE, 2006:2).

Considero adecuado aplicar una intervención educativa en un grupo de profesores para incidir en su práctica docente a través de la “transformación” del conocimiento (en sentido amplio) de sus integrantes. En la intervención es necesario que los profesores identifiquen un aspecto dentro del proceso de aprendizaje y/o enseñanza (de las

matemáticas y específicamente con el tema de proporcionalidad) donde exista una problemática susceptible a ser modificada por la mediación del profesor. Se pretende que, a través del análisis de su práctica, los profesores logren superar positivamente el problema detectado.

De acuerdo con Sañudo (1997), la intervención educativa en un grupo de profesores trae como consecuencia, en forma gradual:

- ✓ Un cambio de concepciones, creencias y estrategias;
- ✓ Prácticas docentes innovadoras;
- ✓ La investigación sobre su práctica cotidiana y la reflexión constante sobre ésta y
- ✓ El reconocimiento de los problemas que enfrenta en el ejercicio de su práctica continua y lograr enfrentarlos.

La intervención educativa en un grupo de docentes

Llevar a la práctica un proyecto de intervención al interior de un grupo formado por profesores, promete lograr varios aspectos:

- a. Provoca la reflexión sobre los acontecimientos observados y abre la oportunidad de poder transformarlos;
- b. Promueve la innovación y formación cuando se acepta conscientemente;
- c. La acción colectiva ayuda a la cohesión y pertenencia al grupo;
- d. Se valoran los conocimientos, forma de pensar, estrategias y práctica de cada uno de los integrantes;
- e. Permite la creación de un lenguaje común;
- f. Promueve una “ordenación interna... y externa de la situación” (Orcasitas, 1997) antes de enfrentarla ante el grupo de alumnos y
- g. Se genera conocimiento provocado por el análisis de la práctica.

Sin embargo, es necesario que el colectivo docente acepte y se comprometa con la intervención pues, Orcasitas menciona que

“Es el equipo educativo el motor, constructor y guía de la acción y sus sucesivos ajustes. Es él quien la dota de sentido y al hacerlo se construye. El equipo educativo es el que genera conocimiento desde la reflexión de su práctica, con la intención de mejorarla, y en ese diálogo de acción que proyecta un utópico viable (transformación posible) el educador se socializa, pertenece, compromete, aprende, transforma, da sentido. El propio equipo educativo amplía tanto su comprensión como su acción e impacto en el medio y, por esa necesidad, se reordena internamente: se desarrolla institucionalmente.” (Orcasitas, 1997: 72)

Sin la aceptación, el compromiso real y la participación activa de los integrantes del grupo, será muy difícil alcanzar los propósitos de cualquier intervención.

Como se puede leer en los párrafos anteriores, llevar a cabo un proyecto de intervención puede apoyar la formación continua de los profesores y apoyar la reflexión de su práctica docente, por tal motivo, se llevó a cabo una indagación en varias escuelas primarias dentro de la Dirección General de Servicios Educativos en Iztapalapa para encontrar algún plantel interesado en poner en práctica una propuesta de intervención teniendo como tema las matemáticas.

EXPLORACIÓN DE CONDICIONES Y POSIBILIDADES PARA REALIZAR UNA INTERVENCIÓN

Con el propósito de conocer los intereses y necesidades de un grupo de profesores y, a partir de ellos, realizar la planeación de actividades de una propuesta de intervención que incida en la formación de docentes en servicio, asistí a una zona escolar perteneciente a la Región Centro de la Delegación Iztapalapa del Distrito Federal para solicitar al supervisor me permitiera realizar una entrevista a los profesores encargados de atender los grupos de 5º y 6º de las escuelas públicas del turno vespertino que conforman la zona. El profesor se mostró interesado pero afirmó que autorizar ese tipo de actividades no dependía de él sino de los encargados de las escuelas, por lo que me invitó a pasar con los directores para explicarles las actividades que conformaban el proyecto que estaba interesada en desarrollar.

La zona escolar visitada cuenta con tres escuelas públicas vespertinas y una de ellas no aceptó las entrevistas porque la directora pensaba jubilarse en los siguientes meses y no quería dejar inconcluso el trabajo. Ante esta eventualidad y para contar con la colaboración de un grupo de aproximadamente doce profesores, acudí a un plantel de otra zona escolar en la misma Región. La directora aceptó las entrevistas y, amablemente, me ofreció apoyo de una escuela cercana al plantel donde ella labora en el turno matutino ubicado en la Región Juárez, también de la delegación Iztapalapa.

PREPARACIÓN DE LA ENTREVISTA PARA LOS PROFESORES

La entrevista se elaboró con preguntas abiertas que pretendían indagar la opinión de los profesores sobre los cursos de actualización que han tomado, las características que, a su juicio, debe tener un curso o taller atractivo y útil para su práctica cotidiana, los temas del área de matemáticas que presentan mayores problemas para la enseñanza y el aprendizaje, el horario conveniente para poder asistir y las dificultades que encuentra al trabajar los libros de texto de matemáticas y el programa Enciclomedia.

Fue necesario realizar un piloteo de la entrevista para corroborar que se podía obtener la información requerida con las preguntas planteadas; se llevó a cabo con dos profesores de 5º grado y uno de 6º. Con base en las respuestas obtenidas se efectuaron algunos ajustes y se conformó un guión de entrevista con 24 preguntas (ver anexo 6).

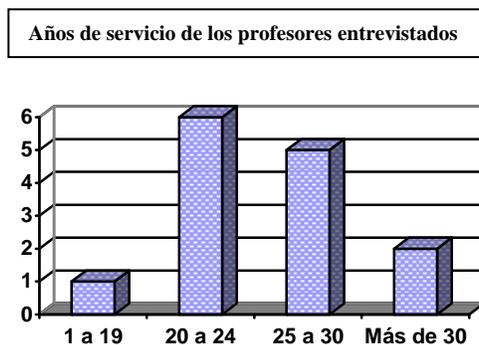
RESULTADOS DE LA ENTREVISTA APLICADA A UN GRUPO DE PROFESORES

El total de las entrevistas realizadas fue de dieciocho pero eliminé cuatro de ellas por distintas razones: en una el profesor estaba a cargo de un segundo grado por lo que no contestó la información de matemáticas perteneciente a los grados de 5º y 6º, necesaria para elaborar el proyecto de intervención; en otra la profesora realizaba funciones administrativas y en *contra-turno* trabajaba en una escuela particular con quinto grado; en otra, la compañera trabaja con un grupo de 9-14 (atiende tres grados por semestre, 1º, 3º y 5º en uno y 2º, 4º y 6º en el siguiente) y este proyecto lleva una programación muy

diferente a la establecida en primaria regular; la cuarta entrevista que descarté fue por problemas en la grabación.

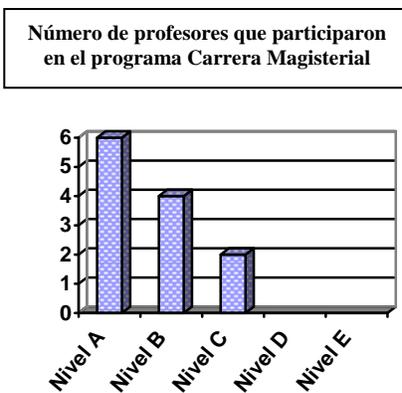
Para analizar los intereses y posibilidades de los profesores se tomaron en cuenta catorce entrevistas, nueve de ellas realizadas a docentes de 5º grado y cinco a profesores de 6º grado (once mujeres y tres hombres) de seis diferentes escuelas, todas pertenecientes a la Dirección General de Servicios Educativos Iztapalapa (DGSEI). Como ya expliqué, se realizó la entrevista a este grupo de profesores por la buena disposición que cada uno de ellos mostró y por la posibilidad de acceder a su centro de trabajo.

Trece de los profesores entrevistados (13/14) tienen más de veinte años como docentes, sólo uno de ellos tiene cinco años en esta función. Aunque ocho (8/14) tienen estudios a nivel licenciatura, sólo dos (2/14) laboran también en secundaria (especialidades de español y matemáticas); dos de ellos (2/14) cuentan con la Licenciatura en Educación Básica y uno (1/14) en Educación Especial, los demás (4/14) tienen licenciatura en otras áreas (administración de empresas, sociología y ciencias políticas) pero sólo uno de ellos ejerce otra profesión (administración de Empresas).

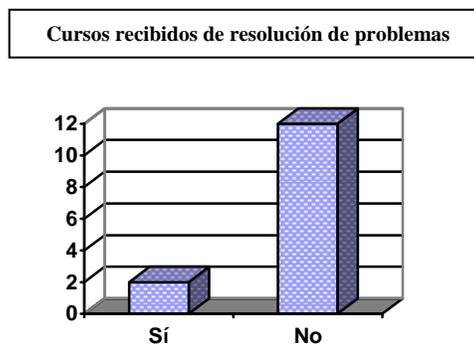


Doce profesores (12/14) del grupo entrevistado participó en el programa denominado Carrera Magisterial. Seis de ellos se encuentran en el nivel A, cuatro (4/14) en el nivel B y dos (2/14) en el nivel C. Cabe mencionar que el nivel más alto en este programa es el E y para ascender de nivel los profesores deben cubrir una serie de requisitos: permanencia en el nivel, antigüedad, grado académico, preparación profesional (examen de

conocimientos), cursos de actualización, desempeño profesional (trabajo durante el ciclo escolar), aprovechamiento escolar (medido mediante examen a sus alumnos).



Sólo un entrevistado manifestó no tomar ningún tipo de cursos de actualización. Cuatro profesores (4/14) han asistido al menos a un curso de matemáticas, sólo dos (2/14) afirmaron haber recibido un curso para trabajar en clase la resolución de problemas matemáticos.



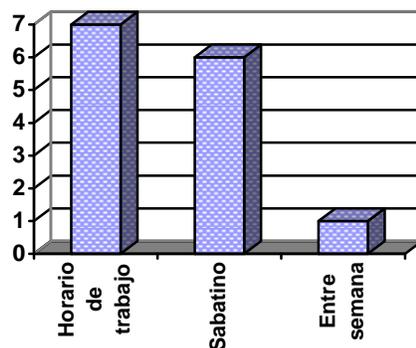
Como se puede observar, los profesores de este grupo cuentan con más de veinte años de servicio, se interesan en inscribirse a cursos porque es un aspecto que evalúan en el programa Carrera Magisterial, pero los cursos o talleres de matemáticas no son sus preferidos.

La actualización según el grupo entrevistado

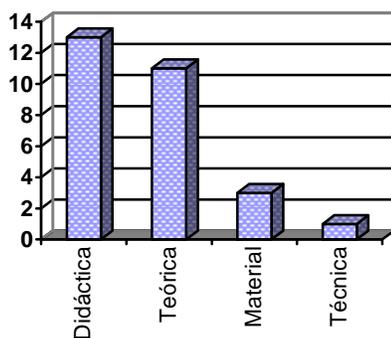
Todos los profesores dijeron tener interés en actualizarse a pesar de que trece docentes (13/14) señalaron el poco tiempo libre que poseen para dedicarse a esta

actividad pues trabajan doble turno y tienen compromisos familiares (“La vida privada, privatiza” menciona una profesora entrevistada) por eso, la mitad de los docentes de este grupo sugirió que los cursos o talleres de formación continua se programen dentro del horario de trabajo, de esta manera, pueden dedicarse a ellos las cuatro horas de una jornada. Cuatro profesores (4/14) externaron que los horarios sabatino (5 horas) y nocturno (2 horas diarias) son inconvenientes ya que el cansancio, el desgaste de energía después de dos turnos laborados y los asuntos personales impiden estar concentrados en las actividades que se desarrollan dentro de los cursos para lograr aprovecharlos al máximo. El trabajar doble turno es una de las razones por la que todos los profesores entrevistados prefieren los cursos prácticos (aplicables, dinámicos, con actividades para la práctica...) la mitad de ellos (7/14) sugiere poca teoría, sólo los conceptos básicos o como una “receta de cocina” y cinco profesores definitivamente los prefiere sin teoría.

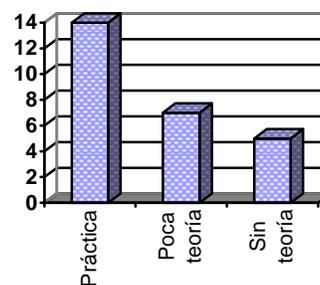
Horario sugerido para los cursos de actualización



Necesidades de actualización



Dinámica de trabajo sugerida para los cursos



De entre los entrevistados, nueve profesores (9/14) presentaron el Examen Nacional de Matemáticas, tres reprobaron la segunda parte y cuatro afirmaron haber obtenido buena calificación.

Nueve de los docentes entrevistados (9/14) han asistido por lo menos en una ocasión a los Centros de Maestros para tomar un curso, sólo un profesor mencionó preferir otras instituciones (editoriales y universidades) para acudir a cursos por ser éstos de mejor nivel y más útiles para el trabajo en el aula.

La opinión que los profesores expresaron sobre los cursos a los cuales han asistido fue dividida: una gran parte de los comentarios no son muy alentadores pues nueve de ellos (9/14) declararon que son demasiado teóricos, resultan tediosos y aburridos; algunas otras opiniones son que estos cursos no cuentan con personal especializado, no responden a las necesidades de actualización del docente, no son productivos y sólo se asiste por los 5 puntos que se obtienen para Carrera Magisterial.

Un número menor de profesores expresó comentarios positivos como: algunos tienen actividades prácticas y buenas para aplicar en el aula, contribuyendo así a mejorar el trabajo docente (6/14); la interacción entre profesores y el intercambio de experiencias (estrategias de trabajo) apoyan el aprendizaje dentro de este tipo de talleres (5/14); en algunas ocasiones los coordinadores están bien preparados (3/14) y motivan al profesor a seguir aprendiendo (1/14).

En cuanto a los Talleres Generales de Actualización (TGA) nueve profesores manifestaron no considerarlos espacios de actualización por diferentes razones: un compañero es el coordinador (5/14); no cubren las necesidades de actualización, pues faltan temas prácticos y la oferta de soluciones a los problemas del plantel (5/14); casi siempre resultan aburridos y tediosos (2/14) y sólo se trabajan como un requisito (2/14). Tal vez su función es la de informar (no formar) sobre las actividades administrativas que se llevarán a cabo en ese determinado ciclo escolar (1/14) (por ejemplo, entrega de documentación, reparto de comisiones, lectura de lineamientos...) Sólo un profesor

entrevistado manifestó que en ellos sí aprende cosas importantes y por tanto sí son espacios de actualización (cf. con anexo 7).

Otros datos sobre investigaciones de cursos de actualización en México

Estos resultados coinciden con los arrojados por otros estudios. Por ejemplo, el realizado por Estrella Ake en el estado de Yucatán (Ake, 2003) sobre el impacto que los cursos de actualización (en este caso para organizar el proyecto escolar) han tenido en el desempeño de los docentes de educación primaria.

Esta autora establece que, a pesar de contar con objetivos bien definidos, los cursos de actualización no logran sus propósitos ya sea por cuestiones políticas, laborales o personales entre los docentes involucrados y bajo estas condiciones es imposible que un profesor realice una reflexión crítica sobre su práctica con el propósito de mejorarla; estas circunstancias provocan desconfianza, falta de disposición y poco o nulo interés hacia las actividades sugeridas dentro del taller.

En otra investigación realizada por Díaz Puente (2006) sobre las características que los profesores solicitan en los cursos de actualización, encontró que requieren cursos prácticos, que respondan a las necesidades del aula y de los alumnos para que puedan mejorar la práctica, que sean interesantes y los motiven con estrategias y técnicas que puedan llevar al aula, que se cuente con personal capacitado en el tema a trabajar y se lleven a cabo en el horario de clase. Sugieren continuamente cursos o talleres con estrategias y asesorías para saber cómo hacer.

Díaz Puente encontró que la mayoría de los profesores de su estudio no ve la necesidad de mejorar porque considera su labor como buena o excelente, y los docentes que no la consideran aceptable, lo atribuyen a factores externos (falta de apoyo de autoridades y padres de familia, alumnos que no aprovechan el esfuerzo de los docentes).

Ibarra Mercado (2007), realizó una investigación sobre el tema de resolución de problemas y reportó que los profesores afirmaron haber recibido asesoramiento en las

reuniones técnicas en sus centros de trabajo sobre el tema pero no lo consideraron capacitación pues fue escaso. En esta investigación, los profesores clasificaron a los cursos ofertados por el ProNAP como autodidactas, modalidad que no promueve el trabajo colectivo el cual, los docentes de la investigación, catalogan como necesario pues le permite compartir las estrategias que usan para la enseñanza y los posibles momentos de reflexión que se pudieran generar. Ibarra Mercado recomienda promover la formación docente continua que incluya la reflexión profunda y el asesoramiento con personal profesional.

Estos resultados mencionan los aspectos que dificultan la reflexión sobre la práctica docente dentro de los cursos o talleres de formación continua: los cursos autodidactas; cuestiones que no se relacionan directamente con el quehacer docente (aspectos sociopolíticos); preferencia de los profesores por cursos donde se les proporcionen estrategias para aplicar en el aula; considerar al coordinador poco preparado y que los docentes cataloguen a su práctica como buena porque así no ven la necesidad de modificarla.

Consideré importante tomar en cuenta los aspectos mencionados por estos autores para evitar encontrar estos obstáculos al promover la reflexión sobre la práctica docente al implementar la propuesta de intervención.

Uso de los libros de texto y Enciclomedia en el grupo entrevistado

Del grupo entrevistado para iniciar el presente trabajo, todos los profesores aseguraron trabajar con los libros de texto gratuitos de matemáticas por diferentes motivos: porque están dentro del programa y los deben trabajar (5/14); porque son una herramienta de apoyo para el trabajo (5/14) o porque les gustan y los consideran bien elaborados (4/14). La forma en que los trabajan puede ser al final del tema como refuerzo o reafirmación del tema tratado (8/14) o indistintamente al inicio, durante o al final del tema: esto depende de la comprensión de los alumnos y la facilidad del contenido (5/14). Sólo un profesor aseguró usar el libro del maestro para poder trabajar el libro del alumno de mejor manera.

Como desventajas del libro de texto de matemáticas, se mencionó que le faltan ejercicios (3/14), se invierte mucho tiempo para resolver las lecciones y a veces son muy complicadas (9/14). Un profesor mencionó que los libros no le gustan porque limitan el desarrollo de más actividades.

Los docentes entrevistados han tomado dos cursos para el manejo técnico de Enciclomedia. Sin embargo, excepto uno de ellos, todos manifestaron interés por recibir más asesorías para optimizar el uso de este programa, sobre todo como apoyo didáctico.

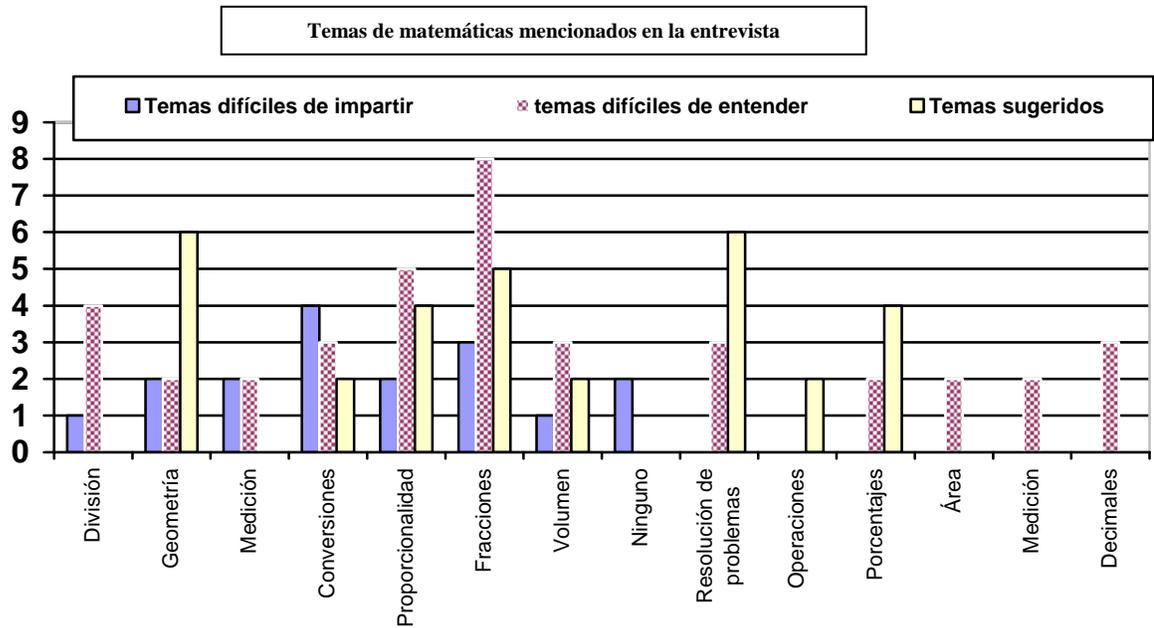
Temas de matemáticas propuestos para un taller de actualización por el grupo entrevistado

Con el propósito de delimitar los temas que se trabajarían en el taller para llevar a cabo la propuesta de intervención, se les preguntó a los profesores si existía un tema o temas que les fuera difícil impartir y sus respuestas fueron: Conversiones del sistema métrico decimal y decimales (4/14), fracciones (3/14), geometría –polígonos– (2/14), medición (2/14) y razones y proporciones (2/14)

Los profesores mencionaron que los alumnos tienen dificultad para entender los temas de fracciones (8/14), proporcionalidad (5/14) y división (4/14); le siguen, conversiones, volumen, resolución de problemas y decimales (3/14) y por último áreas, medición, geometría y porcentajes (2/14).

En ambos casos tenemos como temas difíciles de impartir (profesor) y de entender (alumno): fracciones, conversiones, razones y proporciones, geometría y medición.

Al cuestionarlos sobre los temas de matemáticas que un taller de actualización debe tener para ser atractivo e interesante, los profesores mencionaron: geometría (6/14), resolución de problemas (6/14), fracciones (5/14), porcentajes y proporcionalidad (4/14). De éstos sólo coinciden con los temas considerados difíciles de impartir y entender, los siguientes: fracciones, proporcionalidad y geometría. Resolución de problemas y porcentajes se encuentran como temas complejos para comprender por parte de los alumnos, pero no para enseñar.



Los maestros consideran que sus necesidades de actualización son ante todo didácticas (13/14), aunque sus peticiones sugieren más interés por recibir material, estrategias, y actividades (aspecto técnico) no dejan de lado la parte teórica (11/14) aunque ésta, sugieren, sea mínima.

Consideraciones finales sobre la entrevista

A manera de conclusión puedo decir que a los profesores entrevistados les interesaba actualizarse en varios temas de matemáticas. Los de fracciones, proporcionalidad y geometría, coinciden con los que consideraron complicados para impartir y difíciles de comprender por los alumnos, por ello también los sugirieron como temas a desarrollar en un taller. Asimismo manifestaron su necesidad de contar con más elementos para apoyar el trabajar con resolución de problemas matemáticos y porcentajes (temas catalogados como difíciles para los alumnos).

La mayoría de los profesores entrevistados se interesan más por un curso o taller que les proporcione actividades, estrategias, juegos... para desarrollarlos dentro del aula y sugieren que la teoría sea mínima y concreta. Trece de los catorce entrevistados laboran en ambos turnos, por lo que solicitan un curso, de preferencia, en su tiempo laboral o

sabatino con un máximo de cuatro horas pues sus compromisos familiares requieren su atención.

OBSTÁCULOS ENCONTRADOS PARA IMPLEMENTAR LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN (TALLER)

Una vez realizado el diagnóstico mediante la entrevista, detectado el interés y disponibilidad de los profesores y elaborado el plan de intervención, (tratando de ajustarlo a lo solicitado por el grupo de docentes entrevistados) regresé con el supervisor de la zona escolar y acudimos con el director del plantel donde acordamos llevar a cabo el taller. Sin embargo, el director no aceptó conceder el tiempo requerido para su puesta en práctica: dos horas durante las siete reuniones de Consejo Técnico subsiguientes. Me ofreció únicamente hora y media de la siguiente reunión para abordar el contenido pues consideró excesivo el tiempo que solicité para tratar un solo tema.

A pesar de mis explicaciones y la presión ejercida por el supervisor, el director no cedió y argumentó que la escuela requería el tiempo de las reuniones de Consejo Técnico para organizar el trabajo docente.

Comencé a visitar otras escuelas con el propósito de solicitar el tiempo necesario para la puesta en práctica del taller dentro del Consejo Técnico sin conseguirlo; algunas respuestas fueron: *“necesita un oficio de la Dirección General donde le autoricen”, “por lineamientos, usted sabe que no podemos permitirle el acceso al plantel”, “es que necesitamos el tiempo para elaborar el proyecto escolar”, “pero, a nosotros no nos entrevistó, ¿cómo sabe que esas son nuestras necesidades?”*

Esta situación la comenté con varios maestros y uno de ellos me sugirió acudir a una *ESCUELA DE TIEMPO COMPLETO* perteneciente a la delegación Iztacalco. Este tipo de escuelas trabaja de las 8:00 a las 16:00 horas por lo que existía la posibilidad de conseguir el tiempo necesario para implementar el taller. A pesar de esto, asistí a la cita concertada con la directora, con pocas esperanzas de que el proyecto fuera aceptado. La directora se mostró muy interesada; me pidió acudiera a la siguiente reunión de Consejo Técnico con

el fin de plantear al colectivo docente la propuesta de trabajo y solicitar la aprobación por parte de ellos. Únicamente solicitó que el taller se impartiera a todos los profesores (de 1º a 6º grado) e incluir el tema de *competencias* –tres meses después también solicitó trabajar la evaluación en la resolución de problemas–. Sorprendida y contenta por la posible aceptación, accedí a su solicitud.

ESCUELAS DE TIEMPO COMPLETO

Las escuelas de tiempo completo pertenecen a un modelo educativo que pretende, con la ampliación del horario –8:00 a 16:00–, modificar las prácticas escolares al trabajar con proyectos de aula² y contar con la posibilidad de llevar a cabo actividades de actualización docente dentro del horario de trabajo, en las reuniones de Consejo Técnico.

La propuesta de *TIEMPO COMPLETO* ha ido evolucionando; actualmente está basada en el desarrollo de competencias para la vida, establecidas en los planes y programas de la educación básica, se plantea trabajar a partir de la articulación de los enfoques y metodologías de las asignaturas curriculares. “En síntesis, se trata de construir una manera de aterrizar la óptica interdisciplinaria que permita a niñas y niños avanzar a su propio ritmo, con aprendizajes significativos, en un marco de conciencia y respeto a la diversidad” (Escuelas de tiempo completo. Ciclo 2005-2006:5).

En el desarrollo de las competencias se toman en cuenta y se entrelazan:

- Los conocimientos y conceptos;
- Las intuiciones y percepciones;
- Los saberes y creencias;
- Las habilidades y destrezas;
- Las estrategias y procedimientos y
- Las actitudes y valores” (op. Cit. 6).

² Los proyectos de aula son actividades “prolongadas” (varias semanas) que cuentan con la participación activa de los alumnos en los momentos de desarrollo –preparación, desarrollo y comunicación– Propician la imaginación, organización, indagación, comparación y análisis durante todo el proceso. Apoyan la relación independiente del niño(a) con la cultura y el medio en general. (Escuelas de tiempo completo. Ciclo 2005-2006)

El propósito es que el alumno/alumna disfrute y entienda lo que se trabaja en el aula, reconozca dónde puede aplicar lo que está aprendiendo y manifieste satisfacción por su aprendizaje. (Escuelas de tiempo completo. Ciclo 2005-2006:5).

Uno de los objetivos de las escuelas de tiempo completo es que los profesores cuenten, dentro de su jornada laboral, con un tiempo dedicado a la actualización, específicamente el tiempo dedicado a las reuniones de Consejo Técnico. Este fue un aspecto importante para que los profesores del plantel escucharan la propuesta de trabajo y aceptaran llevarla a cabo.

EL CONSEJO TÉCNICO

*“No voy a la escuela porque los maestros se juntan
para hablar de los niños y los papás”
Jéssica (5 años)*

En cada plantel educativo de educación primaria, y de acuerdo con la reglamentación oficialmente vigente, se reúne una vez al mes, todo el personal docente que labora en él para “diagnosticar y acordar soluciones a situaciones pedagógicas que mejoren la calidad del servicio educativo” (lineamientos para la organización y funcionamiento de las escuelas de educación inicial y básica en Iztapalapa 2007-2008:48-49)

De acuerdo a la legislación establecida para Consejo Técnico (tres numerales dentro de los *Lineamientos para la organización...*) la escuela sólo tiene autorización para realizar estas reuniones una vez al mes, sin opción a solicitar permiso para una reunión extraordinaria a menos que la escuela se encuentre adscrita al Proyecto de Escuelas de Calidad (*PEC*). Si es el caso, se podrán solicitar “hasta dos reuniones extraordinarias” (*op. Cit. 49*) cumpliendo con todos los requisitos administrativos fijados por la normatividad.

Hasta el momento, no he localizado otro documento que se ocupe de legislar las reuniones de Consejo Técnico o establezca la forma de trabajo por normatividad, por lo que puedo concluir que la agenda de trabajo se elabora libremente, tomando en cuenta las necesidades observadas por los profesores (o por el director del plantel) al desarrollar su trabajo cotidiano. Las reuniones del “grupo colegiado” entonces, tendrían el propósito

de establecer algunas estrategias de solución a los problemas detectados. Si es así, el Consejo Técnico puede convertirse en un espacio donde se lleven a cabo actividades que persigan la formación continua de los profesores.

Propuesta de trabajo de 1994 para el Consejo Técnico

En 1994 los Libros del Rincón, editados por la SEP, distribuyeron el libro titulado *“El consejo técnico. Un encuentro de maestros”*. Este libro es el resultado de una investigación realizada por Cecilia Fierro y Susana Rojo Pons con 300 profesores en aproximadamente 80 escuelas de diferentes turnos y tipo de organización. En él se vierten las inquietudes de algunos maestros sobre lo que esperan del Consejo Técnico (soluciones para los problemas del aula: cómo hacer para afrontar los problemas con sus alumnos, mejorar la organización escolar y las cuestiones administrativas), así como la orientación que hasta el momento (1992-1993) tenían estas reuniones (administrativo, convivencia, intercambio académico) (Fierro y Rojo, 1994).

Fierro y Rojo (1994) encontraron que el Consejo Técnico no satisfacía, hasta ese momento, las expectativas y necesidades de los docentes. Tomaron en cuenta las opiniones y las sugerencias de los docentes entrevistados, para elaborar algunas acciones que pudieran modificar la forma de abordar el Consejo Técnico y trabajar en él.

Estas autoras, propusieron conformar un equipo de trabajo al interior del Consejo Técnico, basado en la igualdad y la democracia; en un ambiente cordial y respetuoso. También sugirieron apoyar con estrategias motivadoras a los alumnos e involucrar a los padres de familia en el proceso educativo. Consideraron importante...

“hacer del Consejo Técnico un espacio de actualización... para ello, hace falta... situarse en la realidad de la propia escuela y su medio... promover una reflexión personal, autocrítica, sobre la propia práctica como elemento indispensable del proceso... aprender de los otros y aprender a debatir... fundamentar su participación... vincularlas con el trabajo en el aula y la escuela... un Consejo Técnico funcionando se nota cuando enriquece el trabajo del aula y la vida de la escuela.” (Fierro y Rojo, 1994:48,49)

Fierro y Rojo (1994) propusieron, para mejorar el trabajo escolar y optimizar las reuniones de Consejo Técnico, observar los acontecimientos escolares con el propósito de reconocer un problema académico en los alumnos dentro de la escuela y después analizar la práctica educativa en torno a él, buscar información y elaborar una estrategia común para solucionarlo. Aplicar la estrategia en el aula y a continuación, evaluar los resultados obtenidos dentro de las reuniones del grupo de profesores. Sugirieron realizar un trabajo colaborativo para solucionar los problemas de aprendizaje y pedagógicos.

El Consejo Técnico, de acuerdo con las autoras, puede convertirse en un espacio, de construcción, donde se puede conformar un equipo que trabaje en forma colegiada y promueva su propio aprendizaje a través del diálogo y análisis de su práctica. Tomando en cuenta estas características, el Consejo Técnico es un espacio ideal para llevar a cabo una intervención educativa con el propósito de actualizar al personal docente que labora en la escuela.

Las reuniones de Consejo Técnico se realizan durante toda la jornada laboral, por lo tanto, es un espacio donde los profesores pueden disponer de tiempo en conjunto para reflexionar sobre su quehacer cotidiano, planear las actividades educativas, discutir problemas detectados y proponer estrategias de solución.... Este espacio, donde se encuentra presente todo el personal docente de un plantel educativo, también puede ser utilizado para promover la preparación y actualización.

El Consejo Técnico es el espacio que ofrece un tiempo, aunque no suficiente, para llevar a cabo una propuesta de intervención y fue el que los profesores de la escuela de Tiempo Completo me permitieron utilizar. La cantidad de tiempo se otorgó de acuerdo a las necesidades administrativas y de organización del plantel: dos horas con 30 minutos durante siete reuniones (una por mes).

LOS LIBROS DE TEXTO GRATUITOS

Para el presente trabajo también me interesó promover el uso de los libros de texto gratuitos de matemáticas puesto que es el recurso principal con que cuentan los

profesores para apoyar su práctica. Por ello, a continuación explico brevemente lo que algunos autores han trabajado en relación al tema.

La Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (*CONALITEG*), fue creada por decreto el 13 de febrero de 1959, su objetivo: hacer accesibles los materiales educativos para la educación básica y contribuir al principio constitucional de una educación obligatoria, pública y gratuita. (Greaves Laine, 2001).

Las reformas en los libros de texto.

Los primeros libros se publicaron en 1960 y no tuvieron ningún cambio hasta 1972. En ese período, se repartía un texto informativo y un cuaderno de trabajo “en las asignaturas de: Lengua nacional, Aritmética y geometría, Geografía, Estudio de la naturaleza e Historia y civismo. A la par se elaboraron los instructivos por grado para el maestro, que contenían información sobre todas las asignaturas” (García Herrera, 2002:1).

Se realizó una reforma tanto a libros de texto como a planes y programas de estudio de la educación primaria en 1972. Se cambiaron las asignaturas por áreas: Español, Matemáticas, Ciencias naturales y Ciencias sociales. Se eliminaron los cuadernos de trabajo y se crearon los “Libros para el maestro” En esta reforma se enfatiza la actividad del alumno dentro del proceso de aprendizaje (García Herrera, 2002:1). Estos libros se utilizaron casi 20 años con algunas modificaciones pero sin cambiar la propuesta de enseñanza.

La segunda reforma educativa se concibe en 1988 y a partir de 1989 da inicio lo que se llamó “la modernización educativa” (1988-1994). Se elaboraron nuevos programas, libros y materiales didácticos para trabajar por áreas (Español, Matemáticas, Ciencias naturales, Historia, Geografía y Educación cívica). En esta propuesta se pretende que los alumnos adquieran las habilidades necesarias para continuar con su aprendizaje en forma permanente y puedan responder a contextos problemáticos cotidianos.

La propuesta se pone en marcha en forma paulatina, primero con los grados de 1º, 3º y 5º en septiembre de 1993 y al año siguiente con los demás grados.

En estos tres momentos históricos, el propósito a lograr con los libros de texto gratuitos fue distinto: en 1961 se buscaba evitar la deserción escolar por falta de materiales educativos y garantizar la educación gratuita; en 1972 pretenden difundir la ciencia y la tecnología y en 1993 proponen que los alumnos construyan conocimientos a partir de sus propias experiencias para que éstos sean significativos y logre usarlos en la resolución de problemas cotidianos.

Dificultades encontradas al usar los libros de texto de matemáticas

Desde hace ya medio siglo, el libro de texto gratuito se ha transformado en una herramienta fundamental para llevar a cabo la tarea de enseñanza al interior de las aulas. Al respecto, Martínez Moctezuma, (2002) afirma que “hasta ahora los libros de texto gratuitos se han mantenido como el medio de comunicación utilizado por el profesor para guiar sus actividades en el salón de clases” (Martínez Moctezuma, 2002:25).

Se ha dicho que los libros de texto gratuitos, por lo general, llegan al profesor sin que haya “profundizado suficientemente en los fundamentos teórico-metodológicos que les dan origen y sustento (...) y son utilizados sin una conciencia plena de sus dimensiones e implicaciones” (Moreno Bayardo, 1997:1). Diversas investigaciones al respecto parecen confirmar esta afirmación.

Por ejemplo, Carvajal (2001) realiza una investigación referente al uso de los libros de texto gratuitos de matemáticas y reconoce varias dificultades a las que se enfrentan los profesores al trabajar con este material. Una de ellas es “distinguir el contenido matemático central y las características didácticas de las actividades para hacer funcionales los contenidos matemáticos” (Carvajal, 2001:228). Encuentra que los ejercicios “similares” propuestos por los profesores a sus alumnos suelen ser más complicados de resolver, están alejados del objetivo matemático o el propósito se pierde en el procedimiento de solución. Otra dificultad es: “orientar sin dar la respuesta” (op. Cit. 233)

ya que la explicación puede ser tan amplia que no se logre entender el procedimiento o ser tan explícita que impida la reflexión de los alumnos. Por último, Carvajal encontró que la interpretación del ejercicio hecha por el profesor, puede ser diferente al propósito original del libro de texto. “Las interpretaciones posibles son el resultado del bagaje de cada maestra (op. Cit. 234)”, participante en la investigación, de su historia pedagógica, del dominio que ejerza sobre el contenido y de las representaciones que tenga de él.

Estos obstáculos, pueden “llegar a romper con los planteamientos del currículum oficial” (op. Cit. 234), alejarse del enfoque propuesto en plan y programas, crear en los alumnos obstáculos que dificulten en un futuro la adquisición de nuevos conocimientos o dejar “lagunas” en los contenidos porque los profesores consideren el tema “complicado e irrelevante”, no crean necesario enseñarlo y no “le hagan mucho caso”.

En un estudio coordinado por Ávila (2003) Saucedo y Hermosillo muestran el uso frecuente de los libros de texto en las clases de matemáticas y cómo los profesores, en general, proporcionan a los estudiantes “ayudas” excesivas que no les permiten desplegar el pensamiento matemático previsto por los autores de los libros.

Por qué se requiere conocer los libros de texto de matemáticas

Los libros de texto de matemáticas no son “libros de ejercicios”, contienen diferentes actividades que promueven la interacción entre los alumnos, con el contenido y con su profesor, proponen la reflexión sobre las actividades con el propósito de construir conocimientos y carecen de definiciones, explicaciones extensas, mecanizaciones sin contexto, ejemplos de cómo resolver...

Si los profesores no conocen bien los libros de texto de matemáticas, los manejan y los resuelven con sus compañeros de grado con anticipación a la clase dentro del aula, es menos probable que logren orientar su uso a la reflexión, interacción y construcción de conocimientos: se convertirán en libros “*demasiado complicados de contestar*”. Además, al solicitar “libros de apoyo” (libros de diferentes editoriales) los profesores hacen a un

lado la propuesta didáctica de la reforma educativa que permea los libros de texto gratuitos.

Considero que los profesores necesitan conocer el libro de texto gratuito, enfrentarse a la solución de actividades que propone junto con sus compañeros de grado y comentar las diferentes estrategias de solución. Reconocer que las actividades propuestas en una lección requieren “desarrollarse”, no sólo “contestarse” y por esa razón, una lección generalmente necesita más de una clase de 50 minutos. Tal vez de esta manera consigan entender la forma en que los alumnos se acercan al libro para “*emprender un diálogo con él*” y puedan ofrecer el apoyo necesario para alcanzar al máximo los objetivos para los que fueron creados los libros de texto.

Estas investigaciones e ideas sobre los libros de texto gratuito, me llevó a considerar los beneficios que puede tener realizar una revisión de ellos como parte de las actividades del taller. Realizar un análisis de las lecciones de los libros de texto de matemáticas que abordan el tema de proporcionalidad, puede apoyar a los profesores a reflexionar sobre su uso.

CAPÍTULO III

DESARROLLO DEL TALLER

La puesta en práctica del taller inició el último viernes del mes de octubre y concluyó el último viernes del mes de abril. Se llevaron a cabo siete sesiones, cada una de dos horas y media: en total se trabajaron, dentro del taller, 17 horas. Sin embargo, es conveniente mencionar que las tareas solicitadas a los profesores al término de cada una de las sesiones, requerían aproximadamente de dos horas más de trabajo dentro de su salón de clases, lo cual sumaría por lo menos 12 horas más dedicadas al buen funcionamiento del taller por parte de los profesores.

LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN: UN TALLER SOBRE PROPORCIONALIDAD

Con los datos obtenidos en la entrevista realizada en la primera etapa de la investigación, me aboqué a elaborar el primer borrador del taller, tomando en consideración las opiniones vertidas por los profesores entrevistados. La propuesta de intervención se estableció con las siguientes características:

- Los temas de matemáticas a trabajar fueron: **proporcionalidad** basada en **resolución de problemas** por ser éstos considerados difíciles de impartir por el docente y de comprender por los alumnos.
- El horario del taller se estableció dentro de la jornada laboral de los profesores: dos horas con 30 minutos durante siete Reuniones de Consejo Técnico por ser el espacio y tiempo con que cuentan los docentes para llevar a cabo actividades de actualización dentro del plantel.
- La dinámica de las sesiones se planeó en forma práctica: actividades, estrategias y materiales. Elementos que requerían la intervención del profesor dentro del taller pero idóneas para aplicar en el aula.

- Se buscaron artículos que fueran representativos de la teoría generada en los temas trabajados pero que a la vez, fueran también de fácil lectura. Para lograr esta característica fue necesario recortar y adaptar algunos documentos utilizados.
- La dinámica planeada, consistió en realizar el trabajo en diferente forma: individual o por pequeños grupos en un primer momento, una vez agotada la reflexión al interior de éstos, se trabajó en plenaria con la participación libre de los profesores.
- Se solicitó a la directora del plantel su asistencia en las diferentes sesiones con el propósito de darle formalidad al taller.
- Se solicitó a los profesores participantes el compromiso de asistir puntualmente a las sesiones; participar en las actividades propuestas en forma activa; realizar la lectura y análisis de documentos; intercambiar opiniones con sus compañeros; respetar las intervenciones de los demás; elaborar algunas actividades con sus alumnos y realizar escritos donde narraran lo acontecido al interior de su grupo al implementar las tareas sugeridas.
- La asistencia se dejó bajo la responsabilidad de cada profesor y la directora pues el profesor era libre de solicitar, a la dirección del plantel, autorización de no asistir al taller.
- Las actividades de: preguntas, conclusiones, análisis de lecturas, recopilación,... fueron apoyadas con presentaciones en power point para mantener el interés del grupo de profesores participantes en el taller.
- El papel del coordinador consistió en proponer situaciones de aprendizaje; promover la reflexión en los pequeños grupos y en la plenaria; proporcionar el material necesario para llevar a cabo las actividades de cada sesión; realizar la recopilación de las ideas y comentarios surgidos en plenaria y promover la toma de

conciencia de los profesores, al efectuar un recuento de los conocimientos manejados en cada sesión.

Estructura del taller

Las sesiones del taller se planearon retomando algunas actividades propuestas por Linares para motivar la reflexión y lograr la formación de docentes. En cada sesión se propuso a los participantes la resolución de un problema que implicara usar la proporcionalidad para solucionarlo; analizar las formas en que cada profesor le dio solución, imaginar la forma en que sus alumnos lo resolverían y proponer algunas preguntas para promover con sus alumnos la comprensión, la resolución y el uso de los resultados.

El propósito de trabajar estas actividades fue que los profesores reflexionaran sobre las demandas cognitivas que exige la resolución de un problema desde su papel de estudiantes (al resolverlo) y compararlas con las que necesitan poner en juego como organizadores de una clase.

Para organizar la secuencia del concepto de proporcionalidad dentro del taller, se llevó a cabo una revisión de varios autores que han trabajado e investigado sobre proporcionalidad (cf. bibliografía). Una vez concluida la revisión, se organizó el orden de los temas a trabajar con el propósito de facilitar a los docentes la comprensión del tema. La planeación no fue rígida pues las actividades se adaptaron después de revisar el trabajo realizado y los resultados obtenidos en cada sesión. Se realizaron modificaciones pequeñas para hacer accesible el tema a los profesores participantes.

Enseguida presento la secuencia final de las actividades trabajadas en cada sesión

Primera Sesión

- Presentación de las siete sesiones del taller.
- Contestar un cuestionario inicial sobre proporcionalidad.

- Comentar el cuestionario en plenaria.
- Resolución de los problemas matemáticos incluidos en el cuestionario.
- Comentar el sentir de los profesores en relación con el tema de proporcionalidad (aciertos, fallas, conocimientos)
- Lectura: “Razonamiento Proporcional” Tomado de Llinares, S. (2005). “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional”, 187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. ***Didáctica de las matemáticas para primaria***. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Llinares. pág. 208-210.
- Actividad a realizar fuera del taller: aplicar a los alumnos de los profesores participantes un problema de proporcionalidad, observar las estrategias puestas en práctica por los alumnos y los resultados obtenidos, realizar una narración de lo observado para comentarla y analizarla en pequeños grupos y después en plenaria.

Segunda Sesión

- Comentarios libres de los profesores sobre la sesión anterior.
 - Cómo se sintió en esa sesión.
 - Qué aprendió: de matemáticas y acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad.
 - Qué, de lo anterior, considera que puede utilizar en el trabajo con sus alumnos.
 - Qué cree que realmente va a utilizar.
 - Qué le pareció inadecuado en la sesión.
 - Alguna reflexión adicional.
- Preguntas sobre la lectura de Salvador Llinares. Lectura y análisis en pequeños grupos.

- ¿Qué es una proporción?
 - ¿Qué es relación escalar?
 - ¿Qué es relación funcional?
 - ¿Qué caracteriza el razonamiento proporcional?
 - ¿Por qué son útiles las tablas de variación proporcional?
 - ¿Qué es una razón?
 - ¿Qué importancia tiene el desarrollo de un lenguaje matemático asociado a la proporcionalidad?
- Discutir las respuestas de los pequeños grupos en plenaria.
 - Resolver un problema de proporcionalidad haciendo hincapié en utilizar la relación escalar para encontrar soluciones. Restricciones: no usar regla de tres y valor unitario.
 - Comentar al grupo, en plenaria, las estrategias de solución utilizadas y predecir la forma en que abordarían los alumnos este problema.
 - Proporcionalidad, relación escalar y funcional. Power point.
 - Analizar la tarea en forma grupal: Narración de las estrategias utilizadas por los alumnos al resolver problemas que impliquen usar la idea de proporcionalidad.
 - Estrategias que utilizan los alumnos
 - Dificultades detectadas en los alumnos
 - Comentar las competencias que se pretenden desarrollar al resolver problemas. Power point: Saberes pedagógicos, competencias generales.
 - Lectura: *“Proporcionalidad: del dogma a la construcción de los procedimientos.”* Héctor Ponce. Tomado de: Ponce, H. (2000). ***Enseñar y aprender matemáticas. Propuestas para el segundo ciclo.*** Buenos Aires, Argentina: Novedades Educativas.

- Analizar similitudes con las estrategias trabajadas por sus alumnos.
- Situación de enseñanza. Power point (Tema solicitado por la directora del plantel).
- Competencias docentes. Power point (Tema solicitado por la directora del plantel).
- Actividad a realizar fuera del taller: “El caso de Beatriz” Tomado de Llinares, S. (2005). “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional”, 187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. ***Didáctica de las matemáticas para primaria***. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 214-215. (Aplicar un problema a sus alumnos, estrategias de alumnos por escrito, analizar su papel como profesor en esa clase).
- Cuestionario para evaluar la sesión.

Tercera sesión

- Comentar en pequeños grupos la lectura **“Proporcionalidad: del dogma a la construcción de los procedimientos”** de Héctor Ponce: verter sus conclusiones en plenaria.
- Resolución de las lecciones de proporcionalidad de los libro de texto de matemáticas. (en grupos formados por tres o cuatro profesores a cargo de: primer ciclo, segundo ciclo y tercer ciclo).
- En cada lección delimitar:
 - Propósito;
 - Tiempo requerido para su desarrollo;
 - Gradación;
 - Contenidos asociados y
 - Dificultades para resolverla: alumnos y maestros (qué faltaría saber).

- Elegir una lección de las trabajadas en la actividad anterior y exponer en plenaria la forma en que la trabajarían con sus alumnos.
- Leer y comentar la lectura: “Tablas de variación proporcional como instrumento de aprendizaje” Tomado de Llinares, S. (2005). “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional”, 187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. ***Didáctica de las matemáticas para primaria***. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 211-213.
 - ¿Cómo usar las tablas de variación proporcional para que el alumno desarrolle el razonamiento proporcional? (power point: cuestionario 1ª. Lectura).
- Relación escalar y funcional. Power point.
- Cuestionario para evaluar la sesión.

Cuarta sesión

- Resolver un problema de proporcionalidad usando engranes como material concreto.
- Comentar en plenaria sus resultados.
- Lectura: “Comparaciones absolutas y relativas” Tomado de Llinares, S. (2005). “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional”, 187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. ***Didáctica de las matemáticas para primaria***. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 210-211.
- Comparaciones absolutas y relativas. Power point.
- Analizar por grupos de tres integrantes, el siguiente registro de clase: “Devolver la responsabilidad a los alumnos. Más allá de descubrir la proporcionalidad” Tomado

de Ávila, Alicia (2006). **“Transformaciones y costumbres en la matemática escolar”**. México. Paidós.

- Comentarios libres sobre el registro de clase, primero en grupos y después en plenaria,
 - Encontrar la secuencia didáctica seguida por la maestra y
 - Aportar sugerencias para mejorar esa clase.
- Comentar en plenaria las conclusiones de los pequeños grupos.
 - Elaborar una secuencia didáctica, en pequeños grupos, del tema proporcionalidad utilizando las lecciones de los libros de texto de 1º a 6º.
 - Ordenar, en grupos de tres o cuatro integrantes, una secuencia didáctica del tema de proporcionalidad.
 - En plenaria comentar el orden de la secuencia.
 - Actividad a realizar fuera del taller: Elaborar un plan de clase tomando en cuenta la secuencia didáctica elaborada, aplicarlo en su grupo y traer por escrito sus resultados (describir cómo lo hicieron y qué resultados obtuvieron. Tomar como ejemplo el registro de clase analizado en esta sesión).
 - Cuestionario para evaluar la sesión.

Quinta sesión

- Comentar el problema de los engranes de la sesión anterior.
- Resolución de un problema usando factor de proporcionalidad.
- Lectura: “Índice comparativo: razón” Tomado de Llinares, S. (2005). “Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional”,

187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 196-197.

- Analizar la descripción de una de las clases desarrolladas con sus alumnos y comentar:
 - ¿La secuencia de trabajo fue adecuada?
 - Tipo de estrategias utilizadas por sus alumnos;
 - ¿En qué forma la actividad apoyó el avance de los alumnos?
 - Aciertos de la clase;
 - Posibles errores en la planeación y desarrollo de la secuencia;
 - Aspectos a mejorar y
 - El análisis de esta clase ¿apoya la planeación de las siguientes sesiones? ¿En qué forma?
- Redactar las ventajas que tiene, para el profesor y para sus alumnos, analizar la práctica docente.
- En grupos de cuatro profesores, ordenar la secuencia de temas a trabajar para enseñar proporcionalidad en la educación primaria.
- Comentar sus resultados en plenaria.
- Lectura: “Matemáticas escolares y competencia matemática”, tomado de Llinares, S. (2005). 3-29. En Chamorro, Ma. Del Carmen. *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 6-13.
- La evaluación por competencias en la resolución de problemas (Tema solicitado por la directora del plantel).
- Actividad a realizar fuera del taller: Utilizar la propuesta de evaluación en su grupo y traer para comentar: ventajas, desventajas, se evalúa el proceso del alumno, por qué. (tema solicitado por la directora del plantel).

- Cuestionario para evaluar la sesión.

Sexta sesión

- Enciclomedia.

Información sobre:

- Sitio del alumno.
 - Sitio del maestro.
 - Ligas relacionadas con el tema de proporcionalidad.
 - Ejemplo de una clase utilizando el recurso de Enciclomedia.
- Comentarios y discusión de la información anterior.

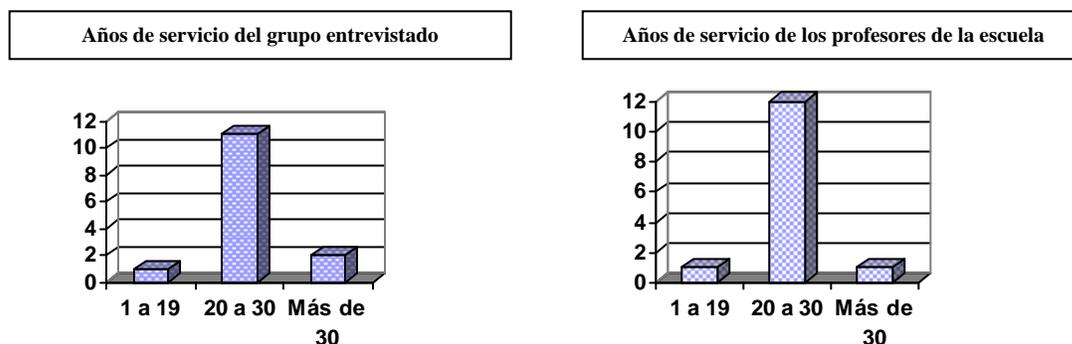
Séptima sesión

- Lectura: Escena 1 y escena 2 tomado de Llinares, S. (2005). “Matemáticas escolares y competencia matemática”, 3-29. En Chamorro, Ma. Del Carmen. ***Didáctica de las matemáticas para primaria***. Madrid, España: Pearson Prentice Hall. Pág. 6-13.
- Analizar las competencias que evalúa cada profesor en la lectura Escena 1 y escena 2. Fundamentar su respuesta. Ventajas y desventajas de usar esta forma de evaluación.
- Comentar sus conclusiones en plenaria.
- Cuestionario final sobre proporcionalidad y el taller.
- Comentarios finales sobre el taller.
- Recuento de los temas trabajados. Power point.

EL GRUPO DE PROFESORES PARTICIPANTES

La escuela donde se llevó a cabo el taller, es una escuela de tiempo completo, cuenta con catorce profesores frente a grupo, de ellos trece son mujeres. Cinco tienen estudios a nivel licenciatura. Cuatro profesores no están inscritos en el programa de Carrera Magisterial, uno está en el nivel A, cinco en el nivel B y dos en el nivel D.

La población de este plantel tiene características semejantes a las del grupo entrevistado en cuanto al tiempo dedicado a la docencia: un profesor tiene menos de 10 años en la docencia (cuatro años), doce están entre 21 y 30 años de servicio y uno tiene más de 31 años de servicio. En ambos grupos el 93% del personal cuenta con más de 20 años como docente:



Para conservar el anonimato de los participantes en el taller, a cada uno de los profesores se le asignó un nombre ficticio y una clave con los siguientes datos:

- Nivel de estudios: N – normal básica, L – licenciatura
- Nivel dentro del programa de Carrera Magisterial: S – no están dentro del programa, las letras A, B, C y D – nivel de Carrera Magisterial de cada profesor
- Sexo: M – Mujer, H – Hombre
- Grado que atienden en este ciclo escolar: 1A, 1B, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3C, 4A, 4B, 5A, 5B, 6A, 6B

El símbolo ☺ significa que el profesor asistió a seis o siete sesiones del taller. El símbolo φ significa que el profesor asistió a cinco o menos sesiones del taller.

La clave designada a cada profesor no la utilicé en la redacción del informe pues la consideré demasiado impersonal. Sin embargo, puede servir al lector si desea conocer un poco más de información sobre los profesores. En el cuadro siguiente es posible ubicar rápidamente: el grado de estudios, el nivel en que se encuentra en Carrera Magisterial, los grupos que ha atendido con mayor frecuencia, los años de servicio y la asistencia al taller al localizar el nombre designado de cada profesor.

Profr.	Nombre designado	Clave	Años de servicio	Grados aten. + frecuencia	Asistencia regular al taller
1	Flor1	NBM1A	21	1º, 2º, 5º, 6º	☺
2	Melba1	NSM1B	28	1º, 2º, 4º, 6º	☺
3	Claudia2	NBM2A	22	1º, 2º, 3º, 4º	φ
4	Alejandra2	NAM2B	20	1º, 2º	☺
5	Marcela2	LDM2C	22	1º, 2º, 5º, 6º	φ
6	Mónica3	NBM3A	25	3º, 4º, 5º, 6º	☺
7	Elena3	LSM3B	4	3º, 2º	☺
8	Rocío3	NSM3C	27	1º, 2º, 3º, 4º	φ
9	Isabel4	NAM4A	26	5º, 6º	φ
10	Adriana4	NBM4B	22	1º, 2º, 6º	φ
11	Guille5	LDM5A	32	1º, 4º, 6º	☺
12	Lucía5	LBM5B	23	5º, 6º	☺
13	Rubén6	NBH6A	26	5º, 6º	☺
14	Gaby6	LSM6B	25	5º, 6º	φ
	LeticiaAP	Profesora de artes Plásticas			φ
	SaraiNE	Profesora de USAER			φ

RECOLECCIÓN DE EVIDENCIAS

Para la recolección de datos dentro del taller se realizaron las siguientes actividades:

- Se videograbaron cada una de las sesiones con el propósito de realizar un análisis posterior;
- Se aplicó un cuestionario inicial para analizar el conocimiento del tema de proporcionalidad y pedagógico vinculado al tema, con el que contaban los profesores participantes del taller;
- Se solicitó realizar escritos de tareas específicas como observaciones al trabajo de sus alumnos y descripciones de su práctica –esta actividad fue difícil de lograr–;
- Se llevó a cabo el análisis de lecturas (aunque éste resultó ser un tanto superficial por la actitud mostrada por los profesores);
- Se trabajó en pequeños grupos para resolver problemas donde se aplicara la idea de proporcionalidad;
- Se analizaron con el grupo de profesores, en plenaria, las actividades resueltas en pequeños grupos;
- Se realizó, al final de cada sesión, una evaluación y
- Se solicitó a los profesores contestar un cuestionario final como evaluación general del taller y de lo aprendido en él.

Los datos recabados se centraron en el conocimiento del tema y pedagógico vinculado a la proporcionalidad que los docentes manifestaron poseer a lo largo de las siete sesiones trabajadas en el taller y en el proceso de reflexión que se generó sobre aquéllos. También se recabaron los cambios en el conocimiento (en sentido amplio) y la forma en que los profesores reflexionaron sobre su práctica docente.

ANÁLISIS DE EVIDENCIAS

Videograbación

Grabar cada una de las sesiones del taller, permitió realizar un análisis posterior de lo acontecido dentro del taller; apoyó el análisis de las sesiones y la elaboración del informe final.

Para realizar el análisis de las sesiones videograbadas, se elaboró la transcripción de cada una de ellas, se subrayaron los diferentes aspectos del conocimiento que se pretendía analizar: conocimiento del tema, conocimiento pedagógico, representaciones y aprendizaje (manejados por Fenneman y Loef como aspectos del conocimiento del profesor); también se resaltaron las reflexiones que los profesores fueron efectuando sobre el conocimiento de la proporcionalidad y el conocimiento pedagógico vinculado al tema.

Grabar las sesiones también ayudó a detectar los obstáculos que se iban presentando, por ejemplo, las fallas técnicas, la falta de participación en plenaria, la negativa de los profesores a escribir, los errores en la planeación de actividades,... Estos inconvenientes, dificultaban el buen funcionamiento de las actividades del taller, por ello, al reconocerlos en una sesión, se tomaron en cuenta para evitar que se presentaran en las siguientes. El propósito de registrar los obstáculos fue hacer más eficiente el tiempo dedicado a las actividades del taller.

Cuestionario inicial

El cuestionario inicial se aplicó en la primera sesión de taller, su propósito fue elaborar el diagnóstico sobre el conocimiento de la materia y el conocimiento pedagógico (ambos sobre proporcionalidad) que manejaban en ese momento los profesores. Para analizar estos datos, se elaboró un concentrado donde se pudieran ubicar rápidamente las respuestas y conocer la situación en que se encontraban los conocimientos manifestados por los profesores.

Escritos realizados por los profesores

Se planeó analizar los escritos que los profesores realizaran a lo largo del taller para contar con más evidencias. Sin embargo, esta actividad resultó difícil de llevar a cabo pues los docentes se mostraron reacios a elaborar cualquier tipo de escrito.

Análisis de lecturas

Se planeó analizar una lectura en cada sesión, de la siguiente manera: primero realizar la lectura, por grupos de tres o cuatro integrantes, discutir los conceptos, generar comentarios al interior del grupo y sacar conclusiones. En seguida, compartir ante el grupo general las conclusiones de cada pequeño grupo, permitir el intercambio de ideas y promover un análisis más profundo realizando preguntas sobre los comentarios vertidos por los profesores. Esta dinámica permitió recoger otras evidencias acerca de las reflexiones producidas en el proceso.

Para realizar un informe sobre los resultados de esta actividad, se retomó la transcripción de la videograbación pues durante el debate no se tomaron notas de lo sucedido.

Resolución de problemas

En cada sesión del taller se propuso a los profesores solucionar un problema que implicara utilizar el concepto de proporcionalidad. Se promovió la organización en grupos pequeños para llevar a cabo esta actividad pues, de esta forma, se motivó un intercambio de ideas sobre la manera de abordar el problema y se promovió que los docentes compartieran y discutieran estrategias de solución además de anticipar las estrategias que usarían los alumnos y de explicar la forma en que abordarían los problemas ante el grupo. Una vez comentado y resuelto el problema, se llevó a cabo un intercambio de estrategias a nivel grupal. En esta actividad también se trató de promover un análisis más profundo elaborando preguntas a los profesores de acuerdo a sus comentarios.

Para elaborar el informe de este aspecto, y con la finalidad de analizar las intervenciones de los profesores, se retomó la transcripción de la videograbación pues no se elaboraron notas durante el desarrollo de la actividad.

La plenaria

Al terminar el trabajo individual o por pequeños grupos se llevó a cabo la puesta en común de las conclusiones obtenidas, es decir, los profesores vertieron los resultados de las actividades realizadas, en forma individual o en pequeños grupos, ante el grupo para establecer las conclusiones generales. Este intercambio de ideas o resultados se llevó a cabo promoviendo la reflexión de los docentes participantes. En adelante me referiré a esta actividad como plenaria.

Cuestionario para la evaluación de cada sesión

Se solicitó a los profesores, al término de cada sesión, dar respuesta a un cuestionario por escrito para indagar lo que consideraron haber aprendido, tanto del conocimiento del tema como del conocimiento pedagógico. Se realizó un concentrado de estos datos para comprobar si se alcanzaron los objetivos de las sesiones. Se incluyeron estos resultados al realizar el análisis de cada una de las sesiones en el presente informe.

Cuestionario final sobre el taller

Al finalizar la última sesión del taller se solicitó a los profesores contestaran por escrito algunas preguntas que pretendían indagar sobre los conocimientos (tanto de la materia como pedagógicos) que consideraron haber aprendido o reflexionado a lo largo del taller. También se realizó un concentrado para ubicar con facilidad las respuestas. Se realizó un análisis de ellas que se incluye al final de este informe.

El conocimiento y la reflexión

También se realizó el análisis del conocimiento y del proceso de reflexión que los profesores fueron mostrando a lo largo de las siete sesiones del taller.

Considero pertinente mencionar cuales fueron los criterios que tomé en cuenta para separar lo que los profesores manifestaban como conocimiento sobre proporcionalidad y pedagógico vinculado al tema y la reflexión que se fue generando teniendo como punto de partida el propio conocimiento. Para llevar a cabo esta separación de evidencias, me basé en los autores que han realizado estudios acerca del docente reflexivo y en las propuestas para promover la reflexión sobre la práctica.

Tomé como conocimiento lo que los profesores lograron explicar o resolver “en forma espontánea y hábil” (Schön, 1987) sin manifestar en su discurso situaciones donde mostraran incertidumbre, además de expresar sus ideas clara y firmemente.

A lo largo de las actividades del taller se promovió la reflexión constante sobre la proporcionalidad, siempre en forma colegiada, con la intención de promover un cambio en la imagen tradicional del tema. Estos aspectos, de acuerdo Giménez y Fortuni apoyan la reflexión. Entonces, consideré reflexión sobre el conocimiento (tanto del tema como pedagógico), cuando los profesores expresaron dudas en sus comentarios o aceptaron que algún momento del trabajo había generado en ellos asombro e interés, ya sea por desconocer lo que se estaba analizando, porque se mostraron motivados a conocer más sobre ello o porque manifestaron interés y, tal vez, compromiso por incorporarlo a su práctica docente.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DEL TALLER

Para realizar el análisis de lo acontecido a lo largo de las sesiones del taller, analicé por separado los distintos aspectos del conocimiento que, según los especialistas, impactan el quehacer de los profesores: de la materia de estudio, el pedagógico, del aprendizaje y las representaciones del contenido. Estos son los elementos en los que deseaba influir al poner en práctica la propuesta de intervención. Sin embargo, por ahora, analizaré sólo lo referente al conocimiento de la materia y al conocimiento pedagógico vinculado al tema de proporcionalidad.

Para observar si se generó un cambio en los profesores participantes, describiré lo acontecido en cinco de las siete sesiones. Aunque tal vez pueda resultar redundante, consideré conveniente elaborar de esta manera el reporte para poner en evidencia si realmente se motivó la reflexión sobre la práctica docente en los profesores participantes, y si en ésta se incorporaron elementos nuevos en relación con lo observado al iniciar la actividad.

PRIMERA SESIÓN

Tema: *Diagnóstico*. El objetivo fue conocer hasta dónde los profesores que recibirían el taller manejaban el tema de proporcionalidad y si habían reflexionado en torno a él.

Desarrollo de la sesión: Los maestros comenzaron a llegar después de las 8:00, la sesión dio inicio a las 8:40 con trece profesores (doce profesores encargados de grupo y la directora del plantel), el retraso se debió a problemas técnicos con la computadora. Comencé explicando el trabajo a realizar en las siete sesiones de duración del taller.

Para la primera sesión se planeó la solución de un cuestionario que abarcara el conocimiento que el profesor maneja sobre proporcionalidad, la forma en que enseña el tema y las dificultades observadas en los alumnos para aprenderlo.

Conocimiento de la proporcionalidad

Los profesores resolvieron la primera parte del cuestionario en forma individual (ver anexo 1A), pero se mostraron un tanto inquietos al llegar al segmento de resolución de problemas porque los consideraron complejos y comenzaron a intercambiar ideas para apoyarse en la realización de la tarea. Al solicitar continuar con las actividades, la reacción de los profesores fue de “angustia” porque la tarea no estaba terminada, por ello se decidió dar más tiempo para terminar de contestar el cuestionario.

Un comentario realizado por la directora del plantel deja ver que la actitud mostrada ante la resolución del cuestionario, puede ser consecuencia del desconocimiento del tema:

“Ahorita, estamos sacando nuestro nerviosismo ante esto, pero es importante que los conceptos que vertamos sean los que tenemos. Maestros: ¡se vale no saber! (remarcó mucho esta frase). No le tengamos miedo a no saber algunas cosas, por eso estamos aquí”.

Los profesores continuaron el trabajo aparentemente más tranquilos. Comenzamos la plenaria y a la pregunta de cómo se sintieron al contestar el cuestionario, siguieron expresiones como: *ahhh*, y risas.

- Lo que dicen los profesores sobre su conocimiento del tema

Con base en la información obtenida mediante el cuestionario y los comentarios realizados por los profesores durante la primera sesión del taller, formé dos grupos de acuerdo a sus respuestas para realizar el análisis. Tomé en consideración lo que los profesores manifestaron saber o ignorar de proporcionalidad y los coloqué en los que se saben desconocedores del tema y los que se consideran expertos.

Para organizar estos grupos sólo tomé en consideración lo que los profesores dijeron conocer acerca de la proporcionalidad pues considero importante saber en dónde ubican su conocimiento del tema.

- Profesores que se saben desconocedores de la proporcionalidad.

Qué dicen los profesores que se saben desconocedores del tema

El tema no es claro, no lo recuerdan	Tema complejo para profesores y alumnos	No contestaron	Es importante
4	2	2	1

Incluyo en este grupo a los profesores que reconocieron a la proporcionalidad como un tema poco claro para ellos (4º, 5º); a los que dicen no recordarla porque no necesitan trabajarla con su grupo (2º, 3º, directora), a los que consideran que el tema es complejo tanto para el profesor como para los alumnos (3º, 6º); a los que no contestaron y al que lo considera importante sin agregar más información (2º). Estos últimos profesores no afirman desconocer el tema pero sus respuestas no dejan claro si poseen o no algún dominio sobre el mismo.

De alguna manera este grupo de profesores dice no estar familiarizado con la proporcionalidad: las respuestas al cuestionario y los comentarios en plenaria así lo confirman.

La mayoría de profesores de este grupo (6) ve la proporcionalidad como *“datos que aumentan y disminuyen en la misma proporción”*. Los menos (3) lo ven como *“problemas para ayudar a razonar a los alumnos”*.

Rocío³ justifica el desconocimiento del tema con el siguiente comentario:

“Una de las principales dificultades son mis limitaciones, el haber aprendido de una manera metódica desde niña. El tipo de habilidades que yo desarrollé no fueron en esta proporción (se refiere a las actividades que estamos trabajando), y otra, que durante mucho tiempo he dejado de dar clases a quinto y sexto, son de repente temas nuevos para mí”.

Es decir que no maneja el tema porque no tiene que enseñarlo.

Para Lucía⁵ la dificultad es de conocimiento, acepta a la proporcionalidad como un tema difícil, sobre todo porque le cuesta mucho trabajo explicarlo: *“a mí me pasa que a veces sí entiendo cómo resolverlo, pero me cuesta trabajo explicarlo”*. En su análisis se da

cuenta que el tipo de conocimiento que posee del tema, repercute en la forma de explicarlo: *“en ocasiones cuando el tema no se domina”* se *“dice”* la forma de resolver pero se pasa por alto el proceso de reflexión y *“no le explicamos” a los alumnos*.

Alejandra2 considera difícil el tema, pero muestra gran interés en él cuando dice:

“Me gustaría tener nuevas formas para que se me facilite aprenderlo y enseñarlo, ahorita me costó trabajo resolver el cuestionario por el grado que atiendo (segundo grado), pero hace falta fortalecer un poquito más, ¡no es que no se trabaje!, pero sí falta esa parte de proporción y razonamiento”.

Es interesante la reflexión de Alejandra2 pues involucra el conocimiento que ella posee del tema y el conocimiento pedagógico. Al parecer se da cuenta que el tema de proporcionalidad también atañe a los profesores que atienden los grados de primero a cuarto.

También se les propuso a los participantes cuatro problemas para que eligieran los que se resolvían utilizando la idea de proporcionalidad (ver anexo 1A) y los docentes no lograron diferenciar exactamente los que requerían hacer uso de la proporción para solucionarlos.

Solicité a los profesores, después de resolver un problema utilizando la regla de tres, explicaran por qué realizaron las operaciones de multiplicación y división. Siete profesores de este grupo no contestaron (las profesoras a cargo de los grupos de 1º, 2º, 3º y una de 5º) y dos dijeron *“porque implica dividir y multiplicar”*.

Adriana4 reconoce que, al igual que los alumnos, los profesores pueden equivocarse al realizar un procedimiento. Ella comentó: *“Yo me confundí con la regla de tres y así de repente dije: ‘No, esto no se puede hacer con regla de tres’ y busqué la relación. Después revisé y me pasó lo que a los niños, quise hacer rápido la operación, multipliqué mal y por eso no me salía”*,

- Profesores que se consideran expertos en el tema de proporcionalidad

Qué dicen los profesores que se consideran expertos del tema

Lo domina	Usan estrategias acordes a necesidades del niño para enseñarlo
1	3

En este grupo, incluyo a un profesor que asegura dominar el tema (6º grado) y lo estudia cada vez que una lección lo incluye, así como a tres profesoras (1º y 5º grados) que afirman hacer uso de material concreto y estrategias acordes a las necesidades de los alumnos para enseñar el tema.

En este grupo la primera en tomar la palabra fue la profesora Guille5 y mencionó la forma en que se actualiza profesionalmente, pero su participación no permite conocer el dominio que tiene del tema. *“A mí en lo personal, me han ayudado mucho los cursos para Examen Nacional, para Carrera Magisterial, el acceder a los libros para el maestro y el libro de texto, me van encausando para manejar adecuadamente el tema con los niños”.*

Para tres profesores de este grupo la proporcionalidad *“es una situación donde existe una relación entre cantidades”* y se puede utilizar la regla de tres para ver esta relación entre los datos involucrados en un problema. El profesor Ignacio6 dijo dominar el tema pero no tuvo ninguna participación durante la plenaria. A pesar de que este grupo de profesores se consideran a sí mismos como conocedores del tema de proporcionalidad tampoco lograron diferenciar, de entre un grupo de problemas, los que pueden ser resueltos usando el concepto de proporcionalidad (ver anexo 6).

La mayoría de los profesores asistentes al taller (9/13) se catalogaron como desconocedores del tema y sólo cuatro de ellos dijeron conocerlo o dominarlo.

A pesar de que este grupo de docentes no fue el que entrevisté para definir el tema a trabajar en el taller, existe un porcentaje importante de quienes lo conforman que puede ser apoyado para mejorar sus conocimientos sobre proporcionalidad y, aparentemente, tienen algún tipo de disposición para hacerlo.

Cómo se sienten los profesores con relación al tema

Desconocedores	Expertos
9	4

- **Conocimiento de proporcionalidad que mostraron los profesores**

Al analizar en plenaria la forma en que los profesores resolvieron dos de los problemas planteados en el cuestionario, podemos ver en forma más clara el grado de conocimiento que poseen sobre la proporcionalidad y las reflexiones que promovieron las actividades planteadas sobre el tema. A continuación informo el análisis realizado.

El primer problema (ver anexo 1A) les pareció a los profesores muy sencillo y lograron resolverlo fácilmente. Al realizar en plenaria el análisis de la forma de solucionarlo, los comentarios fueron pocos pues los docentes aceptaron rápidamente la forma de abordarlo y el resultado obtenido como correcto.

La mayoría de los profesores dio solución a este problema haciendo uso de la relación escalar entre las cantidades. De este modo, a *Adriana4* le pareció:

“uno de los más sencillos porque para resolverlo es con una tabla de variación proporcional. Cuando Ana ponga tres pesos su mamá pone dos pesos. Si Ana duplica la cantidad, su mamá también la duplica, entonces va aumentando, es una tabla de variación proporcional”.

También aparecieron estrategias canónicas, aunque los pasos específicos para utilizarlas no se lograron justificar, es el caso de *Ignacio6*, quien consideró que la resolución de este problema podría ser más fácil *“con regla de tres, 8 es a 12 como 6 es a 4”* pero sus compañeros no estuvieron de acuerdo y le interrogaron *“¿8?, ¿de dónde sacaste el 12?, tú no tienes el 12, lo primero que sabes es la relación que hay entre 2 y 3 no entre 12 y 8, entonces ¿cómo aplicas la regla de tres?”*. *Ignacio6* incluye datos que no menciona el problema (8 es a 12 como 6 es a 4) y sus compañeras le cuestionan por qué ocupa números que no se encuentran en el problema, al no poder justificar su procedimiento comenta: *“Bueno, fue la comprobación.”*

El segundo problema planteado (ver anexo 1A) implicó para su solución establecer entre las cantidades involucradas dos formas de relación: una aditiva para obtener el total de crecimiento de los árboles y otra proporcional que incluía hacer uso de la comparación relativa entre los datos para encontrar el árbol que creció más lento.

En este problema, los profesores comentaban entre sí cuestiones que podrían apoyar un análisis más profundo de la forma en que lo solucionaron. Sin embargo, ningún docente se mostró dispuesto a explicar ante sus compañeros la manera en que lo resolvió. Parece existir cierta dificultad para explicar al grupo el proceso que siguieron para dar solución al problema. Algunos comentarios “sin rostro” denotan que los profesores realizaron un análisis de los datos para dar una respuesta (p. ej. “*cómo crecieron en los años anteriores*” “*pero uno empezó en 8 y otro en 10*”). Otros por el contrario, indican que la solución es sencilla y no necesitan incluir todos los datos mencionados en el problema para darle solución (p. ej. “*los dos crecieron 6 metros,*” “*no tiene nada que ver que uno empezó en ocho y otro en diez*”).

En su comentario Gaby6 menciona que en este problema existen dos tipos de relación entre los números, una en *forma horizontal* y otra en *forma vertical*. Esta observación deja entrever que Gaby6 realiza una forma de razonamiento más profundo –el que exigen los problemas de proporcionalidad para solucionarlos– y reconoce que existen dos formas de relación pero hace a un lado la relación funcional. Se centra en la escalar y en la comparación absoluta de las cantidades, utiliza una tabla de variación como la forma de solucionar lo planteado en el problema y no profundiza el análisis:

“Aquí hay que ‘descubrir’ la relación. Yo al principio, no entendí pero después me di cuenta que hay que descubrir la relación que hay entre 8 y 10, y 14 y 16, y vi que en la primera aumenta 6 y en la segunda aumenta 6, entonces por obviedad seguí haciendo la lista. De aquí a acá, (señala el 10 y el 16) va a aumentar de 6 en 6 y de aquí a acá (señala el 8 y el 10) aumenta dos, va a seguir igual y siempre va a ser mayor el de naranjas.”

Uno de los compañeros, Ignacio6, insiste en la forma en que habían crecido los árboles y cuál sería la respuesta que se solicitaría a los alumnos, “*¿cuál sería la respuesta correcta?, ¿la respuesta es: igual?*” Ignacio6 aborda la solución del problema en forma

diferente a Gaby6 e incluye en su análisis la comparación relativa de las cantidades involucradas en el problema, no está de acuerdo con la solución de que ambos árboles crecen igual o en la misma proporción y cuestiona constantemente a sus compañeros para obtener una respuesta que le satisfaga. Gaby6 responde a la pregunta de Ignacio6: *“Para mí la respuesta correcta es que crecen en la misma proporción”*. Gaby6 sólo toma la comparación absoluta para dar su respuesta.

- Reflexiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Hubo un momento, al comentar el segundo problema en plenaria, en que aparentemente ya estaban –la mayoría– de acuerdo en que los dos árboles crecían en la misma proporción. Hasta ese momento los profesores relacionaban este resultado con que los dos árboles crecieron 6 metros, pero había un desacuerdo en la pregunta *¿Qué árbol consideras que ha tenido un crecimiento más lento en estos cinco años?* Y trataban de justificar su forma de resolver la pregunta. Me pareció que Ignacio6 se encontraba en otro punto del proceso de reflexión, su nivel de conocimientos parecía estar más avanzado que el de los demás docentes y los presionaba para comprobar su respuesta o para motivar la reflexión en sus compañeros. Insistía continuamente para obtener otra respuesta. *“entonces, que árbol ha crecido más, ¿ninguno?”*

Isabel4 indicó: *“Yo considero que la respuesta puede ser que han crecido lo mismo, han crecido los mismos 6 metros. La diferencia está en que no empezaron en la misma altura.”*

Elena3 apoyó la idea anterior: *“Que uno creció más rápido que otro.”*

Ignacio6: *“¿Y cuál es la respuesta?”*

A Ignacio6 las respuestas de sus compañeras no lo satisfacían por lo que preguntó si se les iba a dar la respuesta correcta. Al confirmar que no se les diría la respuesta, Ignacio6 finalmente explicó la forma en que relacionó las cantidades y mencionó que los árboles no crecieron en la misma proporción. Uno (el de naranjas) creció más lento que el otro (el de mangos): *“Es que a mí se me ocurrió que la relación es que crecen igual. La misma*

proporción de 6, sí, pero luego me pregunté que tanto es 14 de 8 y que tanto es 16 de 10, comparé las dos fracciones y resulta que el que creció más lento fue el de naranjas.”

La explicación de Ignacio suscitó nuevos comentarios y alentó a Melba1 a exponer la forma en que ella dio respuesta a la segunda pregunta. Melba1 tomó en cuenta la altura inicial de los árboles y la comparó con la altura final haciendo uso de porcentajes, al igual que Ignacio6, propuso dar solución al problema comparando las cantidades en forma relativa, hizo uso de la relación funcional, pero empleó porcentajes en lugar de fracciones. Su estrategia resultó más clara para sus compañeros que la expuesta por Ignacio6. Melba1 explicó:

“Bueno, yo lo hice en función de que son árboles independientes. Aquí tenemos el de mangos que tenía 8 metros y creció a 14, entonces 8 es el 100% del árbol, pero después aumentó a 14, 6 metros más. Esos 6 metros ¿qué porcentaje son de los 8? Entonces los 6 metros son a X, me dio 75%. Los mangos en 5 años crecieron 75% de lo que ya tenían. Ahora con el de naranjas hice lo mismo. Los 10 metros son el 100% de ese árbol, y los 6 metros que aumentó, ¿qué porcentaje es? me da 60%. Entonces, las naranjas crecieron 60% y los mangos 75%. Así lo hice yo.”

Varios profesores intervinieron en el análisis de este problema, todos se veían muy interesados en encontrar la respuesta correcta, se mostraban atentos a las explicaciones y aparentemente motivados en conocer más sobre la proporcionalidad y la forma de resolver problemas que la involucran.

Este ejercicio fue interesante porque los profesores pudieron constatar la posibilidad de abordar, desde diferentes puntos de vista (en cuanto a conocimientos matemáticos), la resolución de un problema. Ellos usaron sumas, fracciones, decimales, regla de tres, porcentajes... y aunque no menosprecian las estrategias usadas por sus compañeros porque *“ayudan a entender mejor”*, reconocen la propia como la mejor, por ejemplo, Ignacio6 menciona que la mejor estrategia: *“Para mí la que yo hice, para ella (señala a Melba1) la que ella hizo porque maneja porcentajes”*, Lucía5 agrega *“también con decimales sale y es más clara”* y Flor1 concluye: *“la mejor estrategia es de acuerdo a nuestras propias habilidades”*.

Además, pudieron percatarse que un mismo problema, puede implicar en su planteamiento relaciones estrictamente aditivas entre los datos (de comparación absoluta) y relaciones de proporcionalidad (de comparación relativa), dependiendo cual sea la pregunta que planteemos en la situación.

- ***Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad***

Lo expuesto en esta sesión permite concluir que los profesores conocen y utilizan la relación escalar y la comparación absoluta al resolver problemas pero parecen desconocer (o al menos no utilizar) otro tipo de relación: la funcional; tampoco conocen los términos que designan esas formas de relación. En general, su conocimiento sobre la proporcionalidad es elemental y empírico pues como ellos mencionan:

“Sí entiendo cómo resolverlo, pero me cuesta trabajo explicarlo”, “llegué a una solución pero bajo mis habilidades, limitantes o con palitos, probablemente no las adecuadas pero sí lo resolví”, “llegamos al resultado pero cada quien por su camino”, “según yo lo resolví de otra forma”.

Al analizar la forma de solucionar los problemas propuestos en esta sesión, los profesores pudieron percatarse de que existe otra manera de relacionar las cantidades involucradas y comprobaron que el resultado obtenido suele ser diferente. Ante esta situación, varios profesores trataron de justificar por qué no lograron encontrar la respuesta correcta, pero al exponer sus argumentos parecían estar a la defensiva: afirmaron que la redacción de la pregunta era inadecuada pues no se entendía lo que demandaba el problema. Aseguraron que la pregunta se podía contestar fácilmente una vez modificada la redacción. Sin embargo, no propusieron cómo podría quedar planteada la pregunta en discusión. Al parece no aceptan la posibilidad de desconocer el tema o la forma de abordar la resolución de un problema aplicando la noción de proporcionalidad. Algunos comentarios fueron:

“El planteamiento del problema es ilógico”, “La crítica es sobre cómo se planteó el problema, hay que cuidar también el planteamiento pues se puede confundir al alumno, como a nosotros ahorita”, “El problema fue en la redacción de la segunda pregunta”, “ahí fue el error, el planteamiento de la pregunta”, “Es que en realidad no es una respuesta, son dos”.

Los profesores también muestran dificultad para aceptar estrategias de solución usadas por sus compañeros como más eficientes que la propia. No las minimizan pero se muestran reacios a abandonar las propias (*“para ella, la que ella hizo porque ella maneja porcentajes”*). La forma en que realizan sus actividades docentes les funciona, por ello les cuesta trabajo abandonarla para hacer uso de otra donde tal vez no “manejen” los conocimientos que se requieren.

Del grupo de profesores que se considera a sí mismo conocedor del tema, sólo uno de ellos mostró, al resolver los problemas propuestos en esta sesión, un nivel de análisis superior al resto del grupo.

En el grupo de profesores que se saben desconocedores del tema de proporcionalidad se encuentran dos profesoras (una de primero y una de segundo) que realizaron las actividades propuestas en esta sesión con mucho entusiasmo y al analizar la forma de solucionar los problemas participaron activamente. En general, los conocimientos mostrados por este grupo no se encuentran por debajo de los que poseen los profesores de grados superiores (5º, 6º) o de los que se consideran conocedores de la proporcionalidad. Se puede afirmar que este grupo de profesores, a excepción de uno, poseen conocimientos similares sobre el tema de proporcionalidad pero, al realizar los comentarios en plenaria, la reflexión sobre ellos tiene diferente profundidad.

Cabe resaltar que los profesores resuelven las actividades planteadas en forma individual o en pequeños equipos sin ningún inconveniente, pero se muestran renuentes a compartir con el grupo en general sus conclusiones. Esta actitud sugiere que el socializar y/o analizar en forma grupal las conclusiones del trabajo, no es una actividad que promuevan en las aulas. Es difícil hacerlos participar, sobre todo en forma ordenada y teniendo como objetivo expresar la manera en que enfrentan la resolución de los problemas. Incluso muestran inseguridad en sus conocimientos cuando por fin aceptan comentar sus estrategias: *“Bueno, yo no sé si estoy bien pero hice esta comparación”, “es que a mí se me ocurrió que la relación es que crecen igual”, “según yo lo resolví de otra forma”, “Pasa a explicarnos. ¡Ay no!”*.

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

La mayoría de los profesores de este grupo consideran necesario enseñar proporcionalidad durante la educación básica porque los alumnos la encontrarán constantemente en situaciones cotidianas. Sólo una profesora de segundo grado piensa que se debe enseñar porque está en el libro de texto y un docente de sexto grado ve como indispensable su enseñanza porque desarrolla el pensamiento y razonamiento matemático en los alumnos.

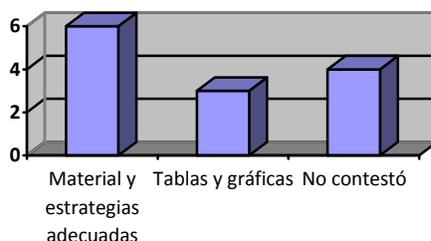
¿Por qué es importante enseñar proporcionalidad en la Educación Básica?

Se encuentra cotidianamente	Está en el libro de texto	Desarrolla pensamiento matemático
11	1	1

- *Cómo dicen los profesores que enseñan el tema de proporcionalidad.*

Los comentarios realizados por los docentes en relación al conocimiento pedagógico resultaron ser afirmaciones generales que no manifiestan claramente sus ideas sobre la forma de abordar el tema en el salón de clase. No dejan ver si poseen ideas claras de la manera en la cual pueden enseñar el tema en forma exitosa.

¿Cómo enseñar el tema?



Los profesores a cargo de los grados de 1º, 2º, 5º, 6º y la directora del plantel afirman que para enseñar proporcionalidad se requiere utilizar estrategias acordes a los niños y hacer uso de materiales concretos. Los encargados de los grupos de 3º y 4º mencionan que es conveniente enseñarla con tablas y gráficas. Entre los profesores que no

contestaron se encuentran uno de quinto, uno de sexto y dos de segundo. Llama la atención que la falta de respuesta se encontrara en dos profesoras a cargo de grupos superiores pues en estos grados se encuentran especificadas en el programa, los libros de texto, los ficheros y los libros para el maestro actividades concretas destinadas a la construcción del concepto de proporcionalidad. Además, es interesante que dos profesoras de tercero y una de cuarto grado consideren importante el trabajo con tablas y gráficas para apoyar el aprendizaje del tema en los alumnos; quizá lo hacen porque en estos grados se plantea el proceso de construcción del conocimiento de proporcionalidad a partir de la elaboración de tablas.

Algunas profesoras comentaron en plenaria la forma en la cual creen conveniente abordar la proporcionalidad. Sin embargo, parece que la mayoría de ellas no tiene ideas específicas sobre cómo realizar la enseñanza del tema y apoyar el aprendizaje en los alumnos.

Para realizar el análisis de cómo los profesores dijeron abordar el tema en clase y la forma en que apoyan el aprendizaje de sus alumnos, me parece conveniente reportarlo tomando en consideración a los grupos que formé de acuerdo al conocimiento que poseen del tema, no obstante la poca participación general en este aspecto de parte de los profesores.

- Los profesores que se consideran expertos en el tema de proporcionalidad.

De los profesores que conforman este grupo sólo Guille5 vertió un comentario durante esta sesión sobre la forma en que trabaja la proporcionalidad con sus alumnos, los demás no realizaron ninguna observación al respecto.

Por ejemplo, Guille5 comenta que *“La misma metodología que guardan los libros te van guiando. Es muy importante que los apliquemos lo más adecuado posible.”* Pero no explica la forma en que ella utiliza los libros de texto para llevar a cabo la enseñanza del tema.

- Los profesores que se saben desconocedores del tema.

En este grupo también hubo poca participación para expresar la forma en que trabajan el tema en el salón de clases.

Gaby⁶ acepta la necesidad de respetar el proceso cognitivo de los niños para aprender proporcionalidad, pero su comentario para el caso de la regla de tres no confirma lo dicho. Ella menciona que la forma de abordar en el salón de clase la resolución de problemas que requieran el uso de regla de tres es la siguiente: *“Pues les explicamos a los niños que son productos cruzados, se multiplican los extremos y se divide entre el otro número.”* A pesar de afirmar que se requiere respetar el proceso de construcción del conocimiento de la proporcionalidad, en la práctica lo más sencillo es explicar *“cómo se resuelve y saltarse el proceso”*.

Rocío³ incluye la necesidad de comenzar la enseñanza de la proporcionalidad antes de iniciar la educación primaria, considera que no sólo es enseñar el tema, también se requiere promover la reflexión; comenta que para *“llegar a la proporción necesitamos desde empezar a pensar lógicamente, por ejemplo con bloques lógicos. Desde jardín de niños o desde casa, para llegar a reflexionar proporcionalmente. Yo he trabajado con niños la activación del pensamiento con comparaciones, series lógicas.”*

- ***Cómo enseñan el tema de proporcionalidad.***

Al resolver en plenaria los problemas sugeridos para esta sesión del taller, los profesores comparaban la manera de solucionarlos con la forma de resolver problemas observada en sus alumnos. Adriana⁴ explica: *“los niños lo podrían resolver así: ponen aquí, tres, otros tres, otros tres de Ana y de la mamá dos, dos, dos y van tomando uno aquí, uno aquí, uno aquí y se dan cuenta cuando llegan aquí que juntaron los veinte pesos”* Algunas de sus compañeras asienten y comentan *“así lo hice yo”*. Sin embargo, cuando las estrategias propuestas les parecen muy complicadas para utilizarlas con sus alumnos comentan *“ay no, eso es para la prepa”, “mis alumnos todavía están de tres, dos, tres*

dos”, “así yo lo hice pero sin gráfica”, “ese está más difícil.” Estos comentarios surgieron ante una propuesta de graficar los resultados de un problema.

Algunas estrategias utilizadas por los profesores para solucionar los problemas coinciden con las que consideran utilizarían sus alumnos. Quizá porque son las que han enseñado en el salón de clase. Considero que las estrategias clasificadas como “difíciles” o “para la prepa” son catalogadas así porque el profesor no logra entenderlas totalmente o no tiene idea de cómo usarlas con sus alumnos.

En el caso de encontrar más de una forma de dar solución a los problemas, varios profesores insistían (en la plenaria) en que se les dijera cuál era la forma correcta de darles solución y qué tipo de respuesta debían demandar de los alumnos: “¿y cuál es la respuesta correcta?” “¿qué respuesta se debe pedir a los alumnos?”. Este tipo de actitudes pueden ser manifestaciones de un estilo de enseñanza acostumbrada a “uniformar” el conocimiento dentro del aula sin permitir el desarrollo de procesos de conocimiento. Es más fácil y rápido explicar cómo se resuelve un problema que permitir al alumno indagar la manera de resolverlo.

- ***Dificultades pedagógicas detectadas por los profesores.***

Solicité a los profesores comentar las dificultades pedagógicas que han observado al trabajar con el tema de proporcionalidad. Para la mayoría de los docentes las dificultades residen en el alumno, en los grupos heterogéneos, en los libros de texto, en el trabajo realizado en grados anteriores, pero no encontraron en su propio quehacer docente ningún problema para enseñar el tema.

Dificultades detectadas por los profesores para enseñar el tema de proporcionalidad.

Falta de habilidades de los alumnos	El tema es complejo	No hay dificultades
10	1	2

Para diez profesores de este grupo, las dificultades para aprender el tema de proporcionalidad residen en los alumnos, consideran que esos problemas son básicamente por habilidades no desarrolladas de los niños. Dos de los profesores no han detectado ninguna dificultad (profesoras a cargo de tercer y primer grado). Un profesor piensa que las dificultades se dan por la complejidad del tema.

Lo referido por Guille5 es representativo de lo mencionado por la mayoría:

“Este tema es un poquito difícil, noto aquí algunas dificultades para los chicos, es que el niño no sabe leer, no sabe razonar o no sabe seguir instrucciones. Al niño no se le ha acostumbrado a razonar, a analizar la información y desde ahí le cuesta trabajo comprender qué es lo que tiene que hacer y siempre solicita: ‘Maestra, dígame qué es lo que tengo que hacer’, tenemos que irlos encausando y aparte tenemos, dentro del grupo de niños, diferentes estilos de aprendizaje. En lo personal sí los puedo ir llevando de la mano para llegar a un proceso, para irles explicando un proceso pero es difícil este trabajo porque no hay una constancia. Yo siento que esa sería una de las principales dificultades.”

El comentario de Guille5 parece indicar que no se responsabiliza de los resultados obtenidos por sus alumnos pues asegura que las deficiencias observadas son producto de la falta de habilidades de los estudiantes, además no aporta ideas precisas sobre cómo ayudar a los alumnos a superar sus carencias, sólo menciona guiarlos en el uso de procedimientos. Otra dificultad detectada son los grupos heterogéneos, donde la mitad de los niños tiene fortalezas y la otra mitad muestra más debilidades. También detecta como dificultad la falta de constancia aunque no aclara si ésta es de parte de los niños o por situaciones del profesor. La comprensión del tema, ya sea de los alumnos o de ella no se retoma.

Una dificultad detectada por Alejandra2 para lograr el aprendizaje de la proporcionalidad reside en:

“Los problemas que vienen planteados en el libro de texto son un poquito difíciles de asimilar, porque el razonamiento que trae a veces es carente de práctica. El libro de texto se les hace difícil (a los alumnos), no lo quieren resolver porque quieren que se les diga ¡cómo hacer las cosas! (enfatisa esta frase).”

Para Alejandra2 los libros de texto proponen actividades que rebasan la comprensión de los alumnos, los problemas plantean situaciones que no son prácticas y esto provoca el desinterés de los estudiantes.

- ***Reflexiones sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad***

Los profesores también reflexionaron sobre lo que puede ser fundamental desarrollar en los alumnos para aprender proporcionalidad, Rocío3 explica:

“Creo que esa es la parte más importante: el pensar y razonar lógicamente. Desde el momento en que comprende lo que va a hacer, con ese acierto y error de estarse equivocando, a lo mejor muchas veces, pero llegar a qué es lo que va a hacer realmente.”

Resulta alentador ver la preocupación de Alejandra2 por lograr que sus alumnos *“encuentren en las matemáticas un aprendizaje más sencillo, más atractivo, más fácil de poder asimilar”* y propone: *“Lo que se requiere es fortalecer en el niño el uso de materiales concretos de manera que pueda manejarlos y vaya construyendo un conocimiento duradero.”* Alejandra2 considera que en los primeros grados de la primaria *“falta fortalecer un poquito más”* el trabajo en este tema.

A diferencia de algunos de sus compañeros, Alejandra2 piensa que la dificultad del aprendizaje puede no estar en el niño pues *“¡el niño lee!, pero no comprende lo que lee, necesita de otra explicación, de otra forma para poder entender qué es lo que va a hacer”*. Alejandra2 atiende a varios alumnos con Necesidades Educativas Especiales y menciona que:

“En ellos sí es más difícil que accedan a este tipo de razonamientos porque requieren de mayor atención, de más ejercicios concretos como juegos, recortes, uso de materiales... para que ellos puedan comprender. Lo ideal sería que el niño comprenda qué se le está pidiendo, qué planteamiento puede hacer para que dé una respuesta sin importar que sea de inmediato correcta o errónea pero sí que él vaya construyendo un conocimiento y después lo pueda aplicar de manera fácil en la vida cotidiana.”

A pesar de que Alejandra2 manifiesta su preocupación por apoyar a sus alumnos para la comprensión de las matemáticas, menciona continuamente la importancia de resolver

actividades. La comprensión se centra en lo que *“se le está pidiendo”* hacer o resolver, no tanto en lo que se le solicita pensar, analizar, imaginar, aplicar,...

- ***Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad***

En general, los profesores de este grupo manifiestan llevar a cabo la enseñanza de la proporcionalidad tomando en consideración la metodología implícita en los libros de texto, hacer uso de materiales y estrategias adecuadas al grado y respetar el proceso cognitivo de los alumnos (argumentos poco claros y mencionados sin afán de profundizar en ellos). Sin embargo, al realizar los comentarios en plenaria sobre el conocimiento pedagógico, sus observaciones en relación a cómo abordan la resolución de un problema no apoyan sus consideraciones anteriores. Para algunos docentes resulta más fácil y rápido *“enseñar”* la forma de resolver un problema aunque esto implique *“saltarse el proceso”*.

Un comentario realizado por Guille5 parece indicar que lo importante es que el alumno pueda resolver los ejercicios planteados en clase, aunque también incluye la importancia de seguir un proceso. Ella menciona *“en lo personal, sí los puedo ir llevando de la mano para explicarles un proceso”*.

El discurso de los profesores, tanto de los que se consideran expertos como los que se saben desconocedores de la proporcionalidad, es similar: *“dicen”* lo que se debe hacer para enseñar el tema pero, al poner ejemplos de la forma en que lo trabajan, parece que lo llevan a la práctica en forma diferente.

Las dificultades pedagógicas observadas por los profesores para la enseñanza y el aprendizaje del tema, son básicamente la falta de habilidades desarrolladas de parte de los alumnos: *“falta de atención”, “no entienden lo que leen”, “no se les ha enseñado a razonar”, “quieren que se les diga qué hacer”*.

Los profesores no consideran que su forma de presentar el tema sea la causa del bajo aprovechamiento de los alumnos pues no mencionan ninguna situación que pueda

obstaculizar el aprendizaje o enseñanza que tenga su origen en el conocimiento pedagógico de los docentes o en su dominio del tema.

SEGUNDA SESIÓN

Tema: Análisis de una lectura sobre aspectos matemáticos de proporcionalidad y estrategias usadas por los alumnos para resolución de problemas de proporcionalidad.

Desarrollo de la sesión: La sesión comenzó a las 8:15 con 8 profesores, se inició con una reflexión sobre las actividades trabajadas en la primera sesión con el fin de saber si resultaron de utilidad. Para esta sesión se planeó analizar, por medio de varias actividades, el tipo de estrategias que usan los niños al resolver problemas que implican la noción de proporcionalidad.

Conocimiento de la proporcionalidad

Varios profesores comentaron que en la primera sesión se dieron cuenta que conocen el tema de proporcionalidad, saben la teoría pero al no estar a cargo de grupos superiores (5º y 6º grado), no lo manejan con frecuencia y es fácil olvidarlo: *“Sabemos el tema pero no lo manejamos y se olvida”*, dicen. Por ejemplo, en su comentario, Elena3 confirma que dominaba el tema, al grado de impartir un curso a profesores. Sin embargo, al no practicar continuamente esos conocimientos, los olvidó:

“se supone que yo lo sabía, ¡si lo manejamos! pero me costó trabajo recordarlo, hasta que lo revisamos (en la primera sesión) se va recordando. Yo tomé un diplomado de matemáticas en la UPN y justamente en la Normal me tocó dar el curso de proporcionalidad a maestros pero...” (Sonríe y hace un ademán para dar a entender que olvidó lo trabajado).

El comentario de Elena3, pretende justificar su desconocimiento del tema en este momento.

- *Relación escalar y funcional*

Con el propósito de motivar la reflexión sobre algunos aspectos matemáticos de la proporcionalidad, se analizó por equipos un documento de Salvador Llinares titulado: *Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional* (ver anexo 1B). La reflexión se guió con las siguientes preguntas:

- ¿Qué es una proporción?
- ¿Qué es relación escalar?
- ¿Qué es relación funcional?
- ¿Qué caracteriza el razonamiento proporcional?
- ¿Por qué son útiles las tablas de variación proporcional?
- ¿Qué es una razón?
- ¿Qué importancia tiene el desarrollo de un lenguaje matemático asociado a las proporciones?

Los profesores dieron respuesta a la mayoría de las preguntas utilizando la definición del texto. Estuvieron atentos durante la plenaria pero faltó que, al interior de los equipos, analizaran a fondo las preguntas propuestas para estudiar la lectura. Se retomaron las respuestas vertidas por los profesores en la plenaria para explicar, más ampliamente, los conceptos a estudiar y tratar de hacerlos accesibles para todos los participantes del taller. Con el propósito de evitar que la clase se tornara una “exposición” de conceptos, se realizaban preguntas constantemente a los profesores sobre lo que se comentaba.

La intención al interrogar continuamente era promover la reflexión y lograr un mayor análisis del tema. Por ejemplo, la respuesta a la pregunta ¿qué es relación escalar? fue expresada en un inicio tal y como lo señala el artículo revisado. Después de varias preguntas y respuestas, Lucía⁵ explicó lo que entendía por relación escalar de la siguiente manera:

“Cuando se da la relación entre cantidades de la misma magnitud, es decir, organizar kilos de naranjas de un lado y precios del otro. La relación escalar es eso: poner naranjas con naranjas y pesos con pesos. Si hay algún elemento faltante, saber ubicar de qué lado va.”

A Ignacio⁶, le es difícil participar en plenaria para explicar algún procedimiento realizado o expresar comentarios sobre sus conocimientos del tema. Sin embargo, en esta ocasión, intervino sin ningún problema. Tal vez porque su intervención se fundamentaba en la lectura analizada y estaba seguro de su comentario pues tenía como sustento un

documento, por lo tanto, era una consideración respaldada por un texto válido. Ignacio6 explica lo que es la relación funcional de la siguiente manera:

“Es la relación de magnitudes diferentes. Nosotros lo estábamos viendo en forma horizontal. Funcional es la relación entre magnitudes diferentes. Una magnitud son las naranjas y otra magnitud es el costo. A esa relación, a ese vínculo entre cantidades se le llamaría funcional. Vuelvo a llegar al valor unitario a través de ese razonamiento, en la comparación de esas cantidades.”

En diferentes momentos, los profesores buscan afirmar los conceptos que vamos analizando en el taller y que tal vez para ellos en ese momento eran “nuevos”, por ejemplo, LeticiaAP, -una profesora de Artes Plásticas que no asiste con regularidad al taller- busca confirmar la forma en que puede reconocer la relación escalar y funcional: “¿Entonces, funcional es horizontal y escalar es vertical?”. Al contestar enfatiqué la relación que se establece en y entre magnitudes, sin tomar en cuenta lo vertical y lo horizontal.

- ***Resolución de problemas sin usar valor unitario y regla de tres***

Para que los profesores evidenciaran lo que pueden lograr, en cuanto a conocimiento de la proporcionalidad, al permitir el desarrollo de estrategias al solucionar problemas, se les propuso solucionar uno (ver anexo 2A) sin hacer uso de la regla de tres ni del valor unitario. Tanto Ignacio6 como Elena3 se vieron malhumorados con esta *restricción*: “Pero lo puedo hacer con la cabeza, déjemelo así, lo borro”, “Ay no, ya lo saqué, no, no”. Ignacio6 aceptó rápidamente la restricción pero a Elena3 le fue más difícil acatarla, ella se veía disgustada, aún así retomó la actividad minutos después.

A Ignacio6 le es difícil resolver problemas sin la búsqueda del valor unitario, incluso en su discurso menciona constantemente el uso del valor unitario como la forma de resolver problemas de proporcionalidad. A pesar de que Ignacio6 volvió a la actividad rápidamente, se veía inquieto pues no encontraba la manera de solucionar los problemas acatando la restricción. En cambio Elena3, una vez aceptada la actividad, encontró fácilmente otra forma de resolver el problema. Parece que a Ignacio6, al tener arraigada una forma de solucionar problemas que incluyan la idea de proporcionalidad, le resulta más difícil explorar otras opciones.

- ***Uso de la relación escalar al resolver problemas***

La mayoría de los profesores hizo uso de la relación escalar para resolver el problema, aplicaron diferentes operaciones: sumas, restas y multiplicaciones; a excepción de LeticiaAP, los profesores evitaron usar división.

Por ejemplo, Flor1 resolvió el problema (ver anexo 2A) sacando los valores por columnas: utilizó multiplicaciones, mitades, tercios y sumas, tomando en cuenta siempre la relación escalar entre los números. En su discurso Flor1 evitó mencionar el uso de la división, la sustituyó por la obtención de mitades y tercios. Al exponer su procedimiento Flor1 explica paso a paso lo que fue haciendo y señala cada operación en la hoja.

“Yo saqué primero ésta y vi que 12 es múltiplo de 60, multipliqué todas éstas por 5 (señala la columna de 12), y luego la mitad de 60 viene siendo esto (señala el 30) saqué mitades y después sumé los resultados de 30 y de 20 para sacar los de 50, pero fui sacando resultados completos, por columna.”

Flor1 utiliza la relación escalar para la resolución de los problemas y comenta que no le agrada trabajar con “reglas” pues tienen tecnicismos que no entiende, prefiere trabajar con material concreto. Insiste que, para ella, la forma más fácil de entender en matemáticas es trasladar el concepto a imágenes, pero acepta que la teoría o reglas son necesarias para “no desfasarse, no sentirse fuera de...”

“yo siempre he trabajado así, (se refiere a usar material concreto) por eso la regla de tres no la entendía hay muchos tecnicismos. La manejamos en la práctica pero no en la teoría, al menos a mí la teoría me conflictúa porque hay muchos términos que no entiendo.”

Flor1 se vio satisfecha de la forma en que realizó esta actividad.

LeticiaAP, del mismo equipo, parece tener mayor conocimiento del tema. Utiliza básicamente multiplicación y división en la solución. Al explicar cómo obtuvo los resultados, omite varios pasos, explica muy rápido y sus compañeros no pueden seguir su razonamiento; no entienden lo que hace. No obstante, apoyan su forma de solucionar el problema y anotan los resultados que LeticiaAP va sacando. Tal vez reconocen que posee mayor conocimiento que el resto del pequeño grupo pero su explicación no es clara:

“60 es 5 veces doce, entonces multiplicas por 5. Ahora si por 60 pagas 150 por 30 pagas la mitad, 75. Ahora 75 entre 3 (saca el valor de 10 monedas) ¿cuánto sería? 25, entonces por 20 (monedas) serían 50 (multiplica 25 por 2). Ahora 20 más 30 (monedas) son 50 más 75, serían 125 ¿Estamos?”

En este equipo, el procedimiento de Flor1 fue aceptado como la mejor estrategia, la calificaron como buena y eficaz. Cuando Flor1 terminó de resolver los problemas, le solicitaron me explicara cómo obtuvo los valores de las diferentes monedas (parece que buscan la aprobación del coordinador de la actividad). Su explicación es más clara que la de LeticiaAP pues explica varias veces el mismo paso. Sin embargo, las integrantes del equipo continuaron resolviendo los problemas con el mismo procedimiento que estaban empleando, siempre dirigidas por LeticiaAP. Me llamó mucho la atención la actitud de los profesores de este grupo, ¿por qué razón siguen poniendo atención a lo que dice LeticiaAP si no le entienden y sólo anotan lo que les indica?

Para Lucía5 es más sencillo comenzar la resolución de un problema ubicando los múltiplos. Cuando se encuentra con otro tipo de números recurre a sacar mitades, tercias,... para después sumar lo necesario y obtener los resultados. También trata de evitar realizar divisiones. *“Yo primero me fijo en los fáciles, los que son múltiplos”.*

- ***Nueva estrategia al solucionar problemas***

Ignacio6 resolvía correctamente los problemas pero aparentemente no podía explicar por qué lo había hecho en esa forma.

“La relación de C es mitad, (por cada 2 monedas paga \$11) si la relación es mitad... (Se queda un momento pensando y tratando de entender la hoja donde resolvió el problema, después continúa) Yo hice lo siguiente: dije, ‘la mitad de 12 es 6’ luego lo multipliqué por 11, quién sabe por qué, y me salió 66, luego yo dije: ‘la mitad de 20 es 10’ por lo que multiplico por 11 y me da 110, la mitad de 30 es 15, lo multipliqué por 11 y me dio 165. Yo nada más fui sacando relaciones de mitad a cada uno de ellos y supuestamente es lo que me salió.”

Sus compañeros, después de escuchar su estrategia, le comentaron *“Sacaste valor unitario”* Ignacio6 no aceptó haber usado esa estrategia para resolver el problema y justifica su táctica explicando cómo obtuvo el inciso D para comprobar que acató las

restricciones: *“No, no lo hice unitario, por ejemplo en la D, son 3 monedas por 13.50, entonces aquí yo saqué la relación entre 3. Si aquí era el doble, aquí es la tercera parte.”*

La estrategia de Ignacio6 para resolver los problemas generó un poco de polémica pues no logró explicar cómo uso el procedimiento para obtener sus resultados. A varios profesores les pareció que sí ocupó valor unitario pero utilizando dos y tres de ellos para multiplicar y obtener los valores de las columnas. Cabe mencionar que Ignacio6 está muy acostumbrado a utilizar valor unitario en la resolución de problemas de probabilidad y al tener la restricción para aplicarlo, creó una nueva estrategia de solución, parecida al valor unitario, pero no consiguió explicarla a sus compañeros.

- *Tablas de variación proporcional*

En los problemas sugeridos se propuso elaborar una tabla para acomodar los resultados. Al analizarla en forma grupal los profesores reconocen que las tablas de variación proporcional apoyan el análisis de la relación entre las cantidades involucradas, en ellas se encuentra la información necesaria para dar respuesta a todas las preguntas planteadas en el problema. Ignacio6 comenta por qué considera importante la elaboración de tablas de variación proporcional:

“me permiten observar, comparar y dar un seguimiento. El que yo vea mi tabla o vea mi gráfica, una vez encontrando el valor unitario de lo que me están solicitando, las tablas y las gráficas me permiten analizar y procesar más detalladamente y de forma rápida la información que estoy recibiendo.”

Reflexiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Algunos profesores dicen que no habían reflexionado sobre la importancia de dominar el tema de proporcionalidad para poder impartirlo, consideraban que para ellos era factible de explicar pero difícil de entender para los alumnos. El siguiente comentario, realizado por la Directora, ejemplifica este punto de vista:

“Cuando me platicó (se refiere al día que le propuse impartir el taller en la escuela) yo dije ‘pues qué tan importante puede ser’ y la verdad descubrí que es básico, es un tema importante que está implícito desde el primer grado, se requiere

que se vaya retomando para ir profundizando y aterrizar, porque está implícito en todos los ejes. Se veía como algo, iyo lo percibía como algo muy superficial! cuando es algo muy importante.”

En este comentario, la directora, reconoce el valor de actualizarse pues al estudiar un tema específico se puede descubrir si se tiene poco dominio de él. También encuentra el origen del proceso del conocimiento de proporcionalidad en los primeros grados y la línea transversal que involucra al tema, atravesando todos los ejes de matemáticas.

- *Compartir estrategias*

A los profesores les pareció interesante la actividad de compartir estrategias para solucionar problemas porque pueden elegir, de las analizadas, la que consideren más sencilla y ampliar o afianzar sus conocimientos: *“Al compartir nuestras estrategias podemos elegir la que sea más sencilla para nosotros.”* Guille5 señala que los alumnos pueden aprender al socializar el conocimiento y considera que ellos como docentes, pueden seguir ese mismo camino: *“la confrontación con la resolución de los problemas, fue una actividad adecuada porque, como los niños, tenemos que socializar el conocimiento para reforzar o reaprender nuevas rutas del conocimiento.”*

- *Tablas de variación proporcional*

Para algunos profesores no fue fácil darse cuenta de la información que contiene una tabla. Por ejemplo, al reflexionar sobre lo que pueden encontrar en las tablas de variación proporcional, Rocío3 menciona *“También yo creo que en la tabla... bueno a mí al principio me costó trabajo ver que había una relación con todas las cantidades.”* y agrega que mantener la mente abierta permite ver el conjunto y percatarnos que solucionar una parte puede apoyar a la solución de otra. Se requiere evitar el compromiso con una sola estrategia, permitir experimentar con otras opciones, ver el todo en conjunto, Rocío3 comenta:

“Al ir llenando ‘huequitos’, también vas solucionando las otras partes y a veces eso nos cuesta mucho trabajo, a mí o a los niños. Un problema lo ves como resolución de una sola cosa sin tener la relación con todo lo demás, porque al ir llenando huequitos

podrías ir llenando el cuadro al observar todo junto. Y es difícil no pensar en unitario ¿verdad? (Risas)."

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad

Al preguntar a los profesores, por medio de un cuestionario, sobre lo que aprendieron en esta sesión, ellos contestaron que aprendieron conceptos matemáticos sobre proporcionalidad o lograron aclararlos -se refieren a la relación escalar y funcional-. Parece que el nombre de este tipo de relaciones, no era de uso cotidiano para los docentes pues llamó la atención a más de la mitad de los asistentes a esta sesión del taller (6/10). A otros (4/10) les parecieron sobresalientes las estrategias usadas para abordar las matemáticas.

Lo que dicen los profesores que aprendieron del tema

Nuevas estrategias para abordar las matemáticas	Conceptos claros de razonamiento proporcional (relación escalar y funcional)
4	6

Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Los profesores se mostraron atentos e interesados a las actividades propuestas en esta sesión, la mayoría participó activamente en el trabajo y aceptó ser guiado para realizar el análisis y la reflexión sobre su conocimiento de proporcionalidad y pedagógico. Sin embargo, existieron algunos inconvenientes en el desarrollo de las actividades. Uno de ellos fue que los profesores realizaron un análisis superficial del artículo propuesto para el conocimiento de la proporcionalidad: parecían no estar interesados en la lectura del texto. Hace falta, en este grupo de docentes, practicar este tipo de actividades para desarrollar las habilidades necesarias en el análisis de textos.

También fue difícil para algunos profesores participar en el debate grupal; requerían estar totalmente seguros de que sus comentarios fueran ciertos y solicitaban continuamente la aprobación de lo que hacían. Otras profesoras se mostraron disgustadas

por las preguntas realizadas con el propósito de promover la reflexión de los temas trabajados.

- ***Disposición hacia el trabajo de parte de los docentes***

En este grupo de docentes se observan varias actitudes que pueden favorecer el trabajo dentro del taller, algunas de ellas son: están dispuestos a realizar las actividades propuestas a pesar de no estar de acuerdo con ellas “¡Ay! no, ya”, “No, ya lo saqué, no”, “Pero lo puedo hacer con la cabeza”, “déjemelo así.”; la mayoría acepta ser guiado para mejorar sus conocimientos y se esfuerza para llevar a cabo la reflexión del tema; la mayoría de los profesores muestra respeto a los comentarios realizados por sus compañeros durante la plenaria.

Con relación al conocimiento de la proporcionalidad, los docentes reconocen la importancia de poder manejar correctamente la relación funcional para enseñar proporcionalidad; en general se muestran interesados en aprender más sobre el tema.

El grupo de los profesores que se consideran conocedores del tema, participaron en esta ocasión activamente durante la plenaria. Sus comentarios fueron muy valiosos porque apoyaron y motivaron la reflexión y participación de los demás. No todos los profesores del grupo que se saben desconocedores de la proporcionalidad participaron en plenaria.

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Constantemente los participantes del taller hacían comentarios sobre la posibilidad de aplicar las actividades o estrategias trabajadas en el aula con sus alumnos. En esta sesión, flor1 y Lucía5 comentan:

“Yo lo pienso más como niño para poderlo dar a los niños porque si lo doy así (con teoría) luego me hago muchas bolas...”; “yo veo que a los niños, y a nosotros también, nos cuesta trabajo a veces organizar los datos, para poder llevar a cabo bien la regla de tres tenemos que organizar: kilos de un lado y precios del otro.”

- ***Uso de tablas de variación proporcional***

Algunos profesores consideran que aprender proporcionalidad es complejo para los alumnos *“sobre todo cuando se representa por medio de fracciones”*, comentan la conveniencia de hacer uso de diferentes estrategias y metodología para lograr hacer accesible este conocimiento a los alumnos.

Por ejemplo, Guille5 menciona que el uso de tablas de variación apoya el aprendizaje de la proporcionalidad en los niños. Externa su comentario de tal forma como si el trabajo con tablas fuera una actividad habitual al abordar el tema con su grupo, aunque tal vez haya sido elaborado después de trabajar las actividades del taller y no tenga aún bases sólidas para afirmar lo anterior. Sin embargo, es un buen avance dentro del conocimiento pedagógico aceptar la posibilidad de analizar las tablas de variación con los alumnos para apoyar el proceso de construcción de la proporcionalidad, Guille5 señala:

“Para los niños es difícil el aprender proporcionalidad, no es un concepto fácil, por eso requiere más actividades. Las tablas de variación proporcional son el apoyo que tenemos para que el niño vaya visualizando, entendiendo, abstrayendo cuál es la vinculación entre relación escalar y funcional. Una vez que encuentre la relación va a poder desarrollar el problema. Las tablas le permiten analizar detalladamente...”

Ignacio6 por su parte, reconoce las diferentes capacidades de los alumnos para el aprendizaje *“para algunos es muy fácil dar un resultado... otros necesitan elaborar las tablas”* y afirma que se requiere del trabajo desde los primeros grados (en el tema de proporcionalidad) para que en 5º y 6º se puedan realizar otro tipo de ejercicios, de lo contrario los alumnos no concretarán el aprendizaje de la proporcionalidad. Ignacio6, menciona:

“Aunque para muchos es muy fácil sacar el precio de 20 focos si saben que uno cuesta 5 pesos, a veces se van rápido a la respuesta: ‘multiplicando’, muchos otros necesitan hacer la tabla. Si en los primeros grados se utilizan mucho las tablas, eso ayuda posteriormente a realizar otro tipo de ejercicios con los niños de otros ciclos.”

Lucía5 comenta que los mismos alumnos se dan cuenta cuando van avanzando dentro del proceso pues en cuanto lo entienden comienzan a *“saltarse”* pasos:

“Ya no lo explican con valor unitario sino que empiezan a sacar la tabla ‘40 es a 10’ y empiezan a rellenar, a veces es saltarse algunos valores y las preguntas van sacándolas de la tabla. Comienza a complicarse cuando hay que hacer comparaciones con fracciones o con 3 razones. Ahí es la dificultad.”

- **Las preguntas en la enseñanza**

En el afán por motivar la reflexión, se interrogaba constantemente a los profesores sobre sus afirmaciones, algunos comprendían que las preguntas buscaban profundizar en los comentarios generados en plenaria, pero otros se sentían incómodos. Fue el caso de Guille5 que después de varias preguntas dirigidas a una de sus compañeras, me hizo una pregunta, pero la expresa en forma un poco agresiva. En su comentario demuestra el conocimiento que posee sobre el enfoque de las matemáticas en el manejo del error y parece buscar alguna falla en la clase. Guille5 externa:

“Ahorita estás tocando algo muy importante porque tiene relación con el fundamento de cómo debemos enseñar las matemáticas. ¿Cómo se le debe de decir al niño cuando se equivoca, cómo hay que manejar el error? porque en los libros nos menciona que el error es bueno porque el niño tiene la oportunidad de saber en qué proceso se equivocó, pero ahorita le diste otra connotación. Que lo vuelva a intentar, es manejarlo, ¿lo estamos intentando?”

SaraiNE, -es la profesora de USAER, no asiste continuamente al taller- apoyó la estrategia de cuestionar constantemente las respuestas pues asegura que al solicitar explicación del por qué se dan cierto tipo de respuestas, el alumno se conflictúa y busca otra forma de explicar su trabajo:

“Es necesario que lo resuelva pero que nos dé respuesta de por qué lo está haciendo así. Ahorita yo estoy cuestionando mucho y ellos no me saben dar la respuesta de por qué lo resolvieron así. Entonces, se conflictúan y se ven en la necesidad de pensar y poner más atención a lo que dicen sus compañeros.”

Alejandra2 dice motivar a sus alumnos para que encuentren una solución a los problemas que les plantea y les interroga sobre el material concreto que ellos consideran les ayudará en el trabajo. Escucha sus solicitudes con la intención de infundirles confianza.

“Hubo errores, hubo aciertos, pero considero que, para el grado que tienen, lo hicieron bien. ‘Están pensando, están razonando’ fue la calificación que les di porque ellos inmediatamente se van ‘cómo salí, cuánto saqué’. Lo vamos intentando, ‘de qué

manera creen ustedes que se puede lograr más rápido' y ellos me dicen, 'necesitamos semillas, necesitamos los palitos de paleta'... materiales para que ellos tengan más confianza para el próximo ejercicio."

Flor1 apoya lo expresado por Alejandra2 y asegura que ella también utiliza esta forma de trabajar; dice hacer reflexionar a sus alumnos por medio de preguntas basadas en los errores mostrados por ellos; pone ejercicios donde utilicen conceptos que aún no han comprendido; promueve la confrontación de ideas entre los alumnos al solicitarles explicar sus respuestas al grupo y solicita que se expliquen entre ellos:

"Cuando hay errores lo que les manejo es 'a ver revísalo, estás seguro, vuélvelo a revisar'. Si veo que les conflictúa mucho, les pongo un problema similar pero que lo estén viviendo, después nos trasladamos al que está en los libros... es que luego los problemas de los libros de texto... hay unos que son difíciles para ellos y hay que regresarnos para que los vayan analizando. Ellos son los que pasan a explicar porque entre ellos se van entendiendo."

Para LeticiaAP la idea de que los niños expliquen entre sí los conceptos es muy buena, pues con base en su experiencia, afirma que *"es entre ellos mismos, con su lenguaje"* como mejor entienden.

- Libros de texto

Guille5 es una de las pocas profesoras que habla constantemente de los libros de texto gratuitos, asegura que son un excelente material que apoya la enseñanza y el aprendizaje: *"Saber el por qué, no de manera mecánica. A mí me encantan los libros de texto porque al niño lo van induciendo paso a paso a que se expliqué el por qué de las cosas"*

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- Ofrecer al alumno lo que necesita para el aprendizaje

El análisis en torno a la forma de abordar el tema con los alumnos se encontró presente en el discurso de los profesores a lo largo de toda la sesión. Se notan interesados por ser (facilitadores) intermediarios entre el conocimiento y los alumnos. Algunas reflexiones son interesantes, como la de SaraiNE que manifiesta su preocupación por proporcionar a los alumnos las actividades precisas para que ellos desarrollen lo que realmente necesitan,

manifiesta su interés por asegurarse que los alumnos cuenten con los conocimientos mínimos para desarrollar otras habilidades:

“Qué tanto les estamos dando realmente de lo que necesitan, o lo que nosotros queremos que en este ciclo escolar aprendan. Si no tienen lo elemental, lo básico, lógicamente no van a darnos respuesta ahorita. Esa es una situación que tiene que ver con varios contextos y barreras del aprendizaje que afectan el aprovechamiento escolar.”

- **La planeación es necesaria para la enseñanza**

Para Ignacio⁶ el problema radica en la falta de planeación. Con frecuencia hace referencia a la importancia de planear las clases, considera que la planeación permite estudiar nuevamente el tema a impartir y permite estar seguros de dominarlo. Ignacio⁶ reconoce que la práctica docente incluye actividades que se realizan antes de presentarse al salón de clase, pero no dice nada sobre las que deben realizarse después de la clase. Menciona como un error por parte de los profesores confiar en que conocen el tema o que, como parece sencillo, pueden manejarlo frente al grupo, además aconseja “siempre leer”:

“Lo importante es realizar la planeación de la clase y estudiar el tema aunque parezca sencillo. No es que se olvide, se tiene presente, sabemos lo que es, el problema es que no se preparan la clase. Si voy a dar proporcionalidad debo adentrarme al tema, buscar qué me puede servir y estudiarlo porque independientemente de que uno sea el guía, el facilitador, hay que saber sobre el tema por las dudas que puedan surgir en los alumnos o la problemática que se presente en el grupo. A la hora de planear, adentrarse en el tema, ¡sea el que sea!, por más sencillo que pudiera ser. Siempre es importante leer.”

- **Facilitar a los alumnos el aprendizaje**

A Alejandra² le interesa conocer la forma de facilitar el conocimiento a los alumnos y encontró en las tablas de variación una estrategia adecuada para ello, pues afirma que “al niño se le facilita porque va haciendo las comparaciones entre cantidades.” Además considera conveniente introducir el uso del lenguaje matemático en los alumnos desde los primeros grados porque, de acuerdo al documento analizado en esta sesión, de esta manera hace uso también del pensamiento lógico.

El discurso de Alejandra2 es menos elaborado que el de algunos compañeros pero se escucha convencida de lo que dice, busca la mejor opción para mejorar la enseñanza y apoyar a sus alumnos en el aprendizaje:

“Es muy importante el uso del lenguaje que tenga el niño. Que se vaya apropiando del lenguaje para poder usar también el pensamiento lógico y poder aplicarlo. Yo pienso que... aquí (se refiere a la lectura) dice que a partir del tercer ciclo, pero desde los primeros grados, es importante ir induciendo poco a poco al niño para que vaya manejando el lenguaje, eso le va a permitir poder resolver algunos problemas de manera más fácil.”

- ***Las restricciones, una estrategia para la enseñanza***

Se preguntó a los profesores qué pensaban sobre solicitar a los alumnos no utilizar alguna estrategia en la resolución de problemas. La pregunta específica fue: ¿De qué sirve poner restricciones cuando solicitamos a los alumnos resolver problemas?

Varios profesores coincidieron en que poner restricciones para la resolución de problemas apoya a los alumnos a encontrar “nuevos caminos” para dar una solución, algunos comentarios son: *“Buscar otras alternativas” (Ignacio6), “Limita, así que... ‘y ahora cómo le hago para’...” (Flor1), “Apoya, pero primero sí limita” (Lucía5), “Se deben buscar otras alternativas” (Mónica3).*

Se puede concluir que al inicio las restricciones se convierten en una limitante, pero después obliga a buscar otras alternativas, *“amplía mucho la visión”*, pero Flor1 considera que puede convertirse en una desventaja pues *“con una visión más corta es cómo podemos, poco a poco, lograr todo eso que se nos hizo tan grande”*.

Para Ignacio6, proponer limitantes al solucionar problemas tiene más ventajas que desventajas para la enseñanza del tema de proporcionalidad, pero esta estrategia sólo la considera un medio para llegar a la explicación estandarizada porque esta forma, suele ser más efectiva. Reconoce la importancia de confrontar formas de solución entre los alumnos, pero insiste en *“después formalizar” la estrategia de solución:*

“Queremos que busque nuevas estrategias y comparta con sus compañeros cómo lo pueden hacer, para que vean que no nada más hay un solo procedimiento, un solo caminito, que busque varios y ya después formalizarles y decirles hay esta otra manera de llegar más rápido.”

La directora hace un comentario sobre la importancia de utilizar restricciones y diversificar las estrategias de solución para no limitar el desarrollo de habilidades:

“Las restricciones nos ayudan a pensar estratégicamente, a hacerse consciente de las herramientas que se poseen, a poner en práctica lo que ya saben... Se tiene la capacidad, ¡todos tenemos la capacidad! pero siempre faltó dejarnos resolver y no encuadrarnos a que ‘esto se soluciona así’. Nos limitó y ahora nos cuesta trabajo, ya descubrimos que hay muchos caminos para resolver un problema, pero nos cuesta trabajo procesarlo.”

LeticiaAP comenta que la forma de actuar para solucionar problemas en matemáticas puede llevarse a la vida cotidiana, puede apoyar a los alumnos a ser más creativos en la búsqueda de soluciones. Poco a poco se pueden abrir nuevas expectativas. Ve la posibilidad de que el trabajo en matemáticas pueda apoyar un cambio en la forma de afrontar los problemas de vida diaria. (¡Interesante!). Una sola estrategia limita la forma de solucionar problemas. LeticiaAP, comenta:

“No nada más en el aspecto de las matemáticas habría ese camino, ya con eso les estamos dando las facilidades de que cuando tengan ellos un problema, poco a poco, vayan abriendo sus expectativas y tratar de buscar otras respuestas a los problemas que tienen, no nada más una. Estamos dando alternativas también para la vida diaria.”

Con el propósito de apoyar la escritura de los profesores y motivar la reflexión sobre la práctica, se les propuso resolver algunas preguntas (ver anexo 2E, El caso de Beatriz) después de aplicar un problema de proporcionalidad a su grupo. Consideré que con una guía para la observación y redacción de la reflexión existiría mayor posibilidad de lograr la escritura de los profesores. Sin embargo, a pesar de la guía, no se consiguió que los docentes de este grupo escribieran lo que llevaban a cabo al interior del salón.

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Las actividades realizadas en esta sesión permitieron a los profesores reconocer la importancia de promover y usar en el aula diferentes procedimientos y estrategias al solucionar problemas.

Al preguntar, por medio de un cuestionario, lo que habían aprendido en esta sesión sobre conocimiento pedagógico, algunos profesores (5/10) “dijeron” que lo trabajado durante esta sesión, permitió analizar en la práctica la ventaja de que los alumnos, al abordar la resolución de problemas, utilicen sus propias estrategias y los beneficios de compartirlas entre los integrantes del grupo. Otros (3/10) consideraron sobresaliente conocer el uso de la relación escalar y funcional. Dos profesores no hicieron comentarios sobre lo que aprendieron del conocimiento pedagógico.

¿Qué aprendieron los profesores sobre el conocimiento pedagógico?

Importancia de usar diferentes procedimientos al solucionar problemas	El uso de la relación escalar y funcional	No contestaron
5	3	2

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Los profesores se muestran interesados en conocer más sobre la forma en que pueden enseñar el tema de proporcionalidad a sus alumnos, constantemente sopesan si las actividades trabajadas en el taller pueden ser aplicadas en el aula para mejorar el aprendizaje de los niños. La mayoría de los docentes asistentes al taller se ven interesados en aprender estrategias prácticas que puedan trabajar en el aula.

Se pudo observar, mientras resolvían algunos problemas, que a varios profesores les es difícil abandonar su estilo de trabajo aunque valoran el de sus compañeros: reconocen

que las estrategias mostradas o explicadas por otros docentes pueden ser mejores pero continúan el desarrollo de las actividades de la forma en que las iniciaron.

No podemos saber, por la forma en que fue diseñada esta investigación, si la manera en que los profesores dicen trabajar en el aula, es la que realmente llevan a cabo en la práctica, pero sus reflexiones demuestran la preocupación que tienen en mejorar su trabajo, independientemente de la idea que poseen sobre el conocimiento pedagógico.

TERCERA SESIÓN

Temas: Procedimientos para resolución de problemas y la secuencia de proporcionalidad propuesta en los libros de texto gratuitos de matemáticas.

Desarrollo de la sesión: La sesión dio inicio a las 8:20 con seis profesores. En un primer momento se analizó en pequeños grupos la lectura *“Del dogma a la construcción de los procedimientos”* de Héctor Ponce (ver anexo 2B). El propósito fue que los docentes pudieran comparar las estrategias de resolución que han observado en el aula al solucionar problemas de proporcionalidad, con las que describe Ponce como más comunes. En un segundo momento, los profesores formaron cinco grupos para resolver las lecciones de los libros de texto de matemáticas del alumno donde se desarrolla el tema de proporcionalidad.

Conocimiento de la proporcionalidad

Para la solución de las lecciones de proporcionalidad en los libros de matemáticas (ver anexo 3A), se formaron cinco grupos, dos con los profesores a cargo de 1º y 2º grado, dos con los de 3º y 4º grado y uno con los profesores de 5º y 6º grado. Solicité a los equipos resolvieran las lecciones de acuerdo al grado que atendían sus integrantes y que en cada una de ellas localizaran y analizaran lo siguiente:

- El propósito de la lección;
- El tiempo que requirieron para resolverla y cuándo tiempo creen que necesitarían los niños para hacerlo;
- Los contenidos asociados a cada lección;
- Las dificultades que encontraron al resolverla y las que consideran encontrarían sus alumnos en ella y
- Una vez resueltas las lecciones, les pedí elegir una de ellas para comentar en plenaria cómo la planearían para trabajarla con sus alumnos.

Los docentes se abocaron a realizar la tarea planteada, algunos se mostraron muy interesados, sobre todo los profesores de 5º. Y 6º y algunos de los de 1º y 2º.

El tiempo dedicado a esta actividad no fue suficiente para el grupo integrado por los profesores de 5º y 6º pues lograron resolver y analizar las lecciones de un único grado. Este grupo se acopló muy bien para realizar el trabajo, los profesores se notaban más interesados que los demás al desarrollar la actividad, tal vez porque son las lecciones que están manejando con sus alumnos en clase.

- ***Uso del lenguaje de proporcionalidad al interior de los pequeños grupos***

Me llamó la atención que en este equipo (tercer ciclo) usaban el lenguaje matemático trabajado a lo largo de las sesiones del taller, incluso Ignacio6 pedía a sus compañeras recordar el nombre de los conceptos trabajados. El siguiente diálogo ilustra lo anterior:

“Lucía5: (Lee) Las cantidades anotadas en la tabla no son proporcionales ¿por qué?

(contesta) porque no suben en el mismo ritmo

Ignacio6: ¿¡No qué!?

Lucía5: No suben proporcionalmente, no van aumentando igual

Ignacio6: Busca otra palabra

Gaby6: ¿Cómo dice la maestra?, no hay una relación vertical proporcional

Lucía5: No se relacionan proporcionalmente

Ignacio6: Busca otra palabra

Lucía5: ... ¿?

Ignacio6: No hay relación escalar

Gaby6: ¡Esa, esa!

Lucía5: OK, no hay relación escalar

Ignacio6: Y la otra relación

Lucía5: Pro... este, ¡funcional!

Ignacio6: ¡Ándele! ¿Qué se necesita para que sean proporcionales?

Lucía5: que siempre cayeran en el mismo número (las canicas de la feria)

Ignacio6 y Gaby6: ¡Nooooo!

Gaby6: *Que el número de puntos fuera proporcional. Que cada tiro tuviera el mismo valor."*

Al comentar algunas estrategias se escuchaba: *"lo hicieron duplicando, con medios, tercios, con quinta parte, sumando los datos, multiplicando, agotadas otras estrategias ya con valor unitario,..."* Al comentar la forma en que ellos abordaron las actividades mencionaban: *"aquí si hay proporcionalidad", "hay relación escalar", "todavía no sabía la relación funcional", "si una magnitud aumenta la otra aumenta en la misma medida", "hazlo con productos cruzados", "saca valor unitario, a estas alturas ya lo sacamos", "si hay relación aunque no es la típica de uno a uno..."*

Las discusiones de este equipo eran interesantes pues no aceptaban las ideas del compañero en forma pasiva, era necesario convencer a cada uno de ellos con explicaciones claras y lógicas. Trataban de convencer al otro explicando la forma en que habían resuelto los ejercicios. Además intentaban usar los conocimientos o temas que se manejaban en las sesiones del taller.

Los otros equipos usaban en menor medida este tipo de lenguaje (valor unitario, relación escalar y funcional, proporcional, no proporcional, magnitud, productos cruzados...), tal vez porque el número de lecciones relacionadas con la proporcionalidad en los grados de 1º a 4º son pocas, su propósito es desarrollar estrategias y operaciones básicas, a nivel de construcción, y reconocimiento de patrones numéricos que servirán como base para desarrollar el conocimiento de la proporcionalidad.

El que los profesores desarrollen un vocabulario apropiado y lo incorporen en su discurso puede apoyar a: dar significado a los términos implicados en la proporcionalidad, explicar y comunicar situaciones de proporcionalidad en clase y posiblemente a promoverlo con sus alumnos.

- ***Tablas de variación proporcional***

Una de las actividades realizadas fue reflexionar sobre las tablas de variación (ver anexo 3B) para hacer notar que en ellas convergen las propiedades de la proporcionalidad.

Los profesores, después de dos sesiones, ven el uso de tablas de variación proporcional de manera más compleja (cf. segunda sesión, apartado tablas de variación): deben ser elaboradas por los alumnos y respaldarlas con explicaciones válidas; son un instrumento que facilita desarrollar formas de pensar en situaciones de proporcionalidad; variando las preguntas se puede lograr que los niños cambien las estrategias usadas. Comentaron que al elaborar una tabla de variación proporcional se ponen en práctica la relación funcional y escalar, además es necesario incrementar gradualmente la dificultad de su resolución para avanzar en el desarrollo del razonamiento proporcional. Algunos comentarios al respecto son: *“Como una construcción personal, cada niño la va a ir armando, cada uno la entiende a su forma”* (Lucía5), *“Debe estar respaldada por la explicación de cada niño, con una explicación personal válida”* (Flor1).

Reflexión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Los comentarios que los profesores realizaban en plenaria generaban reflexión sobre algunos conceptos trabajados en las sesiones del taller.

- ***Tablas de variación proporcional***

Lucía5 comenta que puede existir variación proporcional aunque no sea con el término convencional. Lucía5 se refiere a que la forma de variación dentro de una magnitud sea fácil de encontrar: que la cantidad se duplique o triplique, se “saque mitad o tercera” y se utilicen números enteros, siempre dentro de la misma magnitud:

“No es la típica variación que va aumentando de 2 en 2, de 1 en 1, sino que aquí va aumentando de manera diferente entonces, yo mencionaba que sí hay variación... la que va así (hace un ademán, como si trazara una línea horizontal) ¡Funcional! Y la que

no hay es la escalar porque no va aumentando de manera gradual, pero resulta que sí aunque no es el típico acomodo.”

Lucía5 se percata de que hay una relación entre las magnitudes: cuando una cambia la otra también y de la misma forma, es decir, observa un comportamiento entre magnitudes que corresponde al isomorfismo de medidas pero parece que tiene dificultades para explicar su idea. Aún no maneja el vocabulario suficiente sobre la proporcionalidad.

Ignacio6 tampoco maneja el vocabulario requerido para explicar su idea, por lo que se remite a uno de los documentos analizados en el taller para fundamentar la forma en que analizaron las lecciones al interior de su equipo:

“Esto lo complementamos con la definición que dice que (cita el texto de Salvador Linares trabajado en la segunda sesión) ‘las tablas de variación proporcional permiten explicar, en los procesos de comunicación y de resolución de problemas, las dos características de las relaciones estructurales que conforman la situación proporcional: la constancia de las razones escalares y la constancia de la proporcionalidad’, aquí la constante de proporcionalidad podría ser el valor unitario, de cada gramo. Pero sí es una tabla de variación proporcional.”

A pesar de que Ignacio6 toma su explicación de una lectura analizada anteriormente, parece ver una conceptualización más clara de las propiedades de la proporcionalidad y la forma de aplicarlas en las tablas de variación.

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre la proporcionalidad

Al preguntar a los profesores por medio de un cuestionario escrito lo que consideran haber aprendido en esta sesión, las respuestas fueron variadas:

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión?

Tecnicismos (términos)	Mejorar el pensamiento lógico matemático	Uso de tablas de variación	Relación funcional y escalar
4	2	3	1

Algunos profesores (4/10) indicaron haber aprendido “tecnicismos” en esta sesión, ellos se refieren a los términos vinculados a la proporcionalidad. Para otros (3/10) fue más importante el analizar las tablas de variación proporcional, observar que en ellas convergen las propiedades de la proporcionalidad y lo que implica su uso en el aula. Dos profesores (2/10) mencionaron haber reconocido la importancia de trabajar para mejorar el pensamiento lógico matemático en los alumnos porque es la “base para siguientes conocimientos”. A pesar de contar con conocimientos de proporcionalidad más avanzados que sus compañeros, Ruben3 mencionó que aprendió la relación escalar y la funcional, para él estos conceptos fueron sobresalientes porque fue su primera sesión.

Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Los profesores de este grupo aceptan ser apoyados con actividades que pueden mejorar su conocimiento del tema, sobre todo los profesores de 5º y 6º. Ellos se presentan a cada sesión del taller puntualmente y su participación es más activa, más comprometida que la actitud de otras profesoras.

En el análisis de las lecciones y los comentarios vertidos en plenaria, los profesores utilizan con más frecuencia el vocabulario matemático promovido en el taller referente al tema de proporcionalidad.

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Cada equipo eligió una lección para comentar en plenaria cómo la abordarían en el aula. La manera en que los profesores dijeron trabajarían las lecciones resultó ser superficial: no explicaron, medianamente la organización de una clase, cómo usarían una de las lecciones del libro de texto gratuito; no parecen responsabilizarse de las dificultades a las que se puedan enfrentar los alumnos al resolver las lecciones de su libro de matemáticas; no afrontan compromisos para apoyar a los alumnos a superar sus problemas; en algunos equipos, falta tomar en cuenta los conocimientos que poseen los alumnos para planear una clase.

- **Opiniones a partir de las lecciones de primero y segundo**

Uno de los grupos formado por los profesores encargados de 2º grado, parece que abordan las lecciones desde su propio conocimiento, no el de los niños y, de acuerdo a eso, las gradúan: consideran que, como para ellos es fácil la solución de alguna lección, para los alumnos también es “sencillo”. Las dificultades que encuentran para que los alumnos resuelvan las lecciones son originadas por las cualidades o capacidades para aprender que no han desarrollado los niños (lectura de comprensión, manejo de información...). No mencionan la forma en que los alumnos pueden superar sus dificultades ni el papel que, como profesores, poseen en este aspecto, incluso algunos se ven molestos porque a los alumnos “hay que decirles dónde está la información”. No encontraron ninguna dificultad específica en el planteamiento de la lección o para que el profesor pueda abordarla. Marcela2, externó las conclusiones del grupo de la siguiente manera:

*“Nosotros escogimos una lección de segundo año: ‘A comprar paletas’. El propósito de la lección sería resolución de problemas que impliquen sumar, agrupar, encontrar los agrupamientos o descomponer un número en varios sumandos. **Tiempo requerido**, nos tardamos un minuto porque son conocimientos que ya tenemos, pero con el grupo nos podríamos llevar hasta una hora, es la tabla del dos o del cinco y combinando, es rápido para uno. **El nivel de dificultad**, está acorde con el grado, es de las primeras lecciones porque está muy sencillita, no se complican números grandes ni tampoco las preguntas son para que hagan dos operaciones, es sencillo también para ellos. **Los contenidos** que se usan son: suma, agrupación, resolución de problemas y tratamiento de la información pues es un cartel en donde sacan los precios de paletas, helados y aguas frescas. **Dificultades para resolverla**, una de las dificultades es que los niños vayan leyendo solos cada una de las preguntas y contesten correctamente porque muchas veces no entienden lo que leen, esa es la primera dificultad, o no saben de dónde tomar la información, empiezan a preguntarle a uno de dónde sacan el costo de cada paleta; hay muchos niños que hay que decirles donde está la información para que la saquen porque piensan que el dibujito es para adornar; después las seriaciones, por ejemplo, dice: ¿cuánto pagas si compras 6 paletas de agua? unos van a hacer bolitas, palitos... a resolverlo con diferentes formas, otros ya que tengan un concepto mejor, van a hacer sumas, van a sumar 6 veces el 2 o luego si hay algún niño que ya se sabe la tabla la aplica aquí, es según el nivel de cada niño. Y nosotros **daríamos el tema...** como a ellos les gusta mucho estar jugando, tocando, manipulando las cosas, llevaríamos paletas, no de agua porque se nos derriten, pero sí paletas de conos de malvavisco y entre ellos harían la tiendita, modificaríamos algunas cosas de éstas pero con esta misma tendencia.”*

Como se puede ver, el equipo de Marcela² hace un análisis superficial de la lección: son pocas las referencias al contenido matemático y las posibilidades o dificultades que éste ofrece, la encuentra muy sencilla pero después afirma que la graduación “*está acorde con el grado*” y las posibles dificultades son por deficiencias presentadas por los alumnos. No reconoce las necesidades de éstos ni su proceso de aprendizaje. La etapa de desarrollo la cataloga como una preferencia de los niños y no como parte de un proceso (“*Les gusta estar jugando, tocando, manipulando las cosas*”).

- ***Opiniones a partir de las lecciones de tercero y cuarto***

El equipo de los profesores de 3º y 4º grados parece que también gradúa la lección tomando como medida sus propios conocimientos, el análisis que realizan de la lección también parece ser superficial y, al igual que el equipo anterior, no explican su papel en el apoyo al aprendizaje de los alumnos. Las dificultades encontradas para solucionar esta lección, refieren a los planteamientos del libro de texto, básicamente el orden de las lecciones (una tiene mayor grado de dificultad y se propone trabajarla al inicio) y en la pregunta ‘¿cuánto comen otros animales?’ porque –dicen– no tienen animales en casa y por lo tanto, no lo saben, pero consideran que seguramente los niños sabrán contestar mejor que ellos “*porque tienen mascotas*”. Este equipo no explicó cómo organizarían la lección para impartirla en el salón de clase.

Adriana⁴ es la vocera de este equipo y en plenaria explicó lo siguiente:

*“La lección que nosotros elegimos es de tercero, ‘el sueño de los animales’. Es un artículo que habla de cuánto duermen los animales. El propósito de la lección es que los alumnos completen tablas de variación proporcional. **El tiempo** requerido para nosotros fue de 7 minutos 34 segundos, creemos que para los alumnos puede ser una hora o un poco más de una hora. **El grado de dificultad** es media, no es de las más difíciles. Los **contenidos asociados** tienen que ver con lectura de comprensión, sumas y multiplicaciones. **Las dificultades** para resolverla. Aquí hay una parte donde pregunta si ellos saben cuánto comen otros animales, les da una tabla donde dice lo que come la jirafa, el koala y el elefante en un día y pregunta de dos animales que ellos conozcan, qué cantidad de alimento consumen en un día. Aquí (en las integrantes del equipo) ninguna tiene animales, Elena³ tiene un perrito y ella fue la que nos dijo que un perro come como 500 gramos al día, también Elena³ tenía un pez Beta y lo anotamos pero no supimos calcular qué peso tiene cada bolita que come, pusimos 10*

bolitas (risas y expresiones varias como “ya lo mataste”), pero no cuánto pesa cada bolita. Sin embargo, creemos que los niños son más... para ellos es más fácil resolver esto porque muchos tienen mascotas en su casa.”

En este equipo, no mencionaron que las dificultades fueran responsabilidad del alumno y en los contenidos necesarios para solucionarlas, mencionaron que los alumnos requieren manejar habilidades que se busca desarrollar a lo largo de la educación primaria. Nuevamente, las dificultades específicas inherentes al contenido, no son abordadas.

Conclusiones del equipo de Rubén3

Rubén3 tiene un discurso más elaborado que sus compañeros: es coherente y se nota mayor conocimiento del tema. También maneja la metodología propuesta en los libros de texto y conoce la problemática de sus alumnos. Él no los responsabiliza de las deficiencias que puedan presentar al resolver las lecciones del libro, para Rubén3 las dificultades son consecuencia de no tomar en consideración el enfoque de las matemáticas que orienta el currículo de educación primaria. Otra dificultad encontrada es en los libros de texto y el programa: asegura falta de articulación entre ellos. Otro aspecto más referido por Rubén3, es que en los libros de matemáticas para el alumno se trabaja “de lo simple a lo complejo”. Rubén3 menciona:

“Observo que, en general, no hay articulación entre el programa y los libros de texto. Incluso entre los libros de texto la articulación tampoco es la adecuada entre cada lección, lo que si observamos en los libros de texto es que las lecciones van llevando a los niños de lo simple a lo complejo, por eso cuando se inicia una lección aparentemente es muy sencilla pero conforme van avanzando se le presentan más dificultades al niño y eso se debe a que no tomamos en cuenta el enfoque de las matemáticas, va por el lado de construir, no solamente procedimientos, sino conocimientos, sobre la base de organizar su pensamiento lógico.”

Rubén3 no explica por qué considera que falta articulación entre los libros de texto y el programa. A diferencia de sus compañeros, Rubén3, aparentemente, incluye el trabajo del profesor como un elemento importante en las futuras dificultades de los alumnos (“eso se debe a que no tomamos en cuenta el enfoque de las matemáticas”).

Al comentar sus conclusiones, el equipo de Rubén3, toma en consideración que los niños manejan un tipo de lenguaje diferente al que maneja el profesor y sugiere vigilar el vocabulario usado en clase para que, tanto el profesor como los alumnos, entiendan lo mismo al usar una palabra. Vuelve a incluir la responsabilidad del profesor en el aprendizaje de los alumnos. Rubén3 comenta:

*“Escogimos la lección 42 de tercer grado (El mercado). Intentan que el niño resuelva problemas de uso diario usando operaciones básicas y principios de proporcionalidad... **El tiempo** varía, yo pude haberla hecho en tres minutos, pero para los niños esto representa entre 10 y 20 minutos, depende de cada niño o cada equipo de trabajo. **La graduación** es de lo simple a lo complejo, el nivel es adecuado al grado y los **contenidos** están asociados con la comprensión de los temas del programa: que lea, entienda, comprenda el planteamiento del problema y sepa plantearlos, conozca el manejo de números y cantidades, operaciones básicas, la predicción, el análisis, la comparación. **(Dificultades:)** Los niños, en esta lección, no encuentran los zapatos, ellos les dicen tenis y huaraches: buscan zapatos y no los encuentran (sonríe). Ahí entra el manejo del vocabulario de los niños que debemos entender: tenis no es lo mismo que zapatos, para los alumnos es otra idea.”*

Rubén3 menciona nuevamente que para resolver esta lección, el alumno requiere del conjunto de habilidades trabajadas desde primer grado y, aparentemente, gradúa la lección con relación a los conocimientos del alumno (*“depende de cada niño o cada equipo de trabajo”*).

- ***Opiniones vertidas a partir de las lecciones de quinto y sexto***

Los profesores encargados de los grados de 5º y 6º, al momento de dar solución a las lecciones, discutían la manera más adecuada de llevar la lección al salón, el tiempo necesario para trabajarla, los conocimientos previos requeridos por los alumnos para lograr resolverla y los resultados obtenidos en las lecciones ya trabajadas. Aportaban sugerencias para abordarlas, proponían actividades adicionales para facilitar la comprensión de los alumnos, comentaban los temas que se deben manejar para poder trabajarlas y las estrategias observadas en sus alumnos. También, al ir resolviendo las lecciones, relacionaban los temas manejados en las sesiones del taller con la forma de abordar las actividades propuestas en el libro del alumno y la forma en que cada profesor

intervino para apoyar el proceso de solución. En conclusión, platicaban la forma en que han trabajado las lecturas con los alumnos para lograr el aprendizaje.

Estos profesores, consideran que las lecciones de 5º y 6º manejan el tema de proporcionalidad más ampliamente y juzgan que “costaría un poco de trabajo explicarlas” porque a ellos, se les dificulta solucionar los problemas que se plantean en ellas. También las gradúan en relación a su propio conocimiento, no al de los niños.

La participación en plenaria de este equipo no mostró toda la riqueza del análisis realizado al interior: no mencionaron cuales son los contenidos asociados a la lección ni como abordarían el tema en el aula. Básicamente explicaron la forma en que ellos resolvieron la lección. Lucía⁵ fue la encargada de comentar el trabajo en plenaria, pero hubo participaciones de Ignacio⁶ y Gaby⁶, a pesar de eso la secuencia del discurso es coherente:

*“Escogimos la lección 36, ‘Pesos y precios’ aquí se trata de encontrar los valores, nos da el costo de 500 gramos de jalea \$25, nosotros decidimos hacer primero los más fáciles tomando el 500 y mis compañeros sacaron mitades hasta 125gramos, fueron haciendo comparaciones hasta donde se atoraron con el de 965 gramos, porque ya no había forma de igualarlo, entonces lo sacaron por valor unitario. Yo me fui directo a sacar valor unitario. **(Tiempo)** En discutir y llegar a cómo resolverlo nos llevó como 20, 25 minutos. En los problemas nos tardamos más. Los niños, en estos dos problemas vieron la necesidad de elaborar la tabla pero sí se llevan tiempo en determinar cómo lo van a resolver. –Ignacio⁶–: **(Graduación)** Cada lección va planteando experiencias en forma gradual. Gaby⁶: Luego repiten el tema y aumentan el grado de dificultad, eso te va ayudando a reafirmar. A ellos (los alumnos) les ayuda mucho la gráfica de las jaleas para entender. Ignacio⁶: De ahí la importancia de ir en ese orden, no puedo irme a la lección 36 y después regresarme a la 14, siento que no debo ir de esa forma, sino que primero debo resolver la lección 14 porque hay cierta gradualidad.”*

Este equipo elabora un análisis diferente al de los otros: incluyen las experiencias que han observado en sus alumnos, usan más términos de proporcionalidad, toman en cuenta la secuencia propuesta para el tema (“De ahí la importancia de ir en ese orden”) y se muestran preocupados por lograr el conocimiento de sus alumnos. Igual que otros profesores, gradúan las lecciones de acuerdo a sus conocimientos no al que poseen sus alumnos.

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- Tablas de variación proporcional

Los profesores comentaron que al elaborar una tabla de variación proporcional se ponen en práctica la relación funcional y escalar, además consideran conveniente incrementar gradualmente la dificultad de su resolución para avanzar en el desarrollo del razonamiento proporcional. La participación de Gaby6 permite entrever que ha analizado la forma de mejorar el trabajo al plantear problemas de proporcionalidad:

“Podemos ir variando, más que la estrategia, las preguntas. Si variamos las preguntas se puede lograr que los niños varíen las estrategias. El tipo de preguntas va a determinar el tipo de tabla para buscar la respuesta, para que ellos (los alumnos) encuentren diferentes tipos de relaciones.”

En relación al trabajo con las tablas de variación proporcional en el aula, Adriana4 menciona que “antes” proponía su elaboración sin conocer realmente lo que podía desarrollar en los alumnos, su comentario parece categórico:

“Deben planearse, deben ser pensadas como instrumentos que faciliten el desarrollo de maneras de pensar en situaciones de proporcionalidad. A veces lo hacíamos nada más a la ligera ‘a ver hagan esta tabla’ pero deben tener un respaldo para que de veras les ayude a los niños, les facilite el pensamiento y sepan cómo lo van a resolver.”

- La resolución de las lecciones de proporcionalidad de los libros de texto

El siguiente comentario de AdriAna4 hace pensar que la actividad de revisar las lecciones de proporcionalidad, fue productiva. Al parecer los profesores no revisan todo el libro de texto gratuito antes de dar inicio al ciclo escolar. Tal vez no conocen el libro de texto de los alumnos y sólo revisan la lección al momento de realizar la planeación:

“Yo no conocía esta lección y estuve viendo el proyecto de los animales, me costó mucho trabajo encontrar actividades para matemáticas porque el proyecto no abarcaba mucho. Ahorita que la vi dije ‘cómo no supe de esta lección’ porque la hubiera retomado para hacer otras cosas semejantes.”

- ***El analizar los temas permite crear conocimientos sólidos***

Los profesores comenzaron una disertación sobre la importancia de enseñar procedimientos para resolver las lecciones de los libros de texto de matemáticas y continuar con el programa o permitir que los alumnos se lleven más tiempo en analizar y contestar las actividades propuestas. Al parecer, la mayoría estaba de acuerdo en tratar de promover conocimientos. Sin embargo, algunos profesores, en su discurso, hacían mención de la importancia de respetar los tiempos por las exigencias administrativas que obligan a avanzar en el programa. Por ejemplo, Ignacio⁶ hace un comentario apoyando el trabajo aparentemente “lento” pero que permitirá después avanzar a paso firme y menciona que, por la gradualidad entre las lecciones, es conveniente llevar su aplicación en orden:

“Yo me llevaría tres días, tres horas, 180 minutos. ¡Tres horarios! No tengo nada que hacer (sonríe, porque algún profesor hizo ese comentario). Lo que pasa es que no es avanzar por avanzar, es que si esto saben resolver en la lección 36 cuando llegue a la 48 es más rápido, si está bien afianzado se va reduciendo el tiempo. La complejidad es mayor ¡sí! Pero aquí me tardo 40, aquí me tardo 35 y aquí me voy a tardar 30. En eso radica el poner el cimiento, la base correctamente. Si aquí yo no reforcé bien, cuando llegue acá me voy a tener que regresar, entonces no avancé. Y aunque aquí ponga bien las bases y llegue acá es probable que sí tenga que regresar pero es menos tiempo para reforzar.”

Adriana⁴ menciona que en ocasiones es necesario invertir mayor cantidad de tiempo si se quiere que los alumnos analicen los temas de las lecciones, si sólo se pretende resolver los problemas se utiliza menos tiempo pero lo más fácil no apoya el análisis de los conocimientos. “A lo mejor para nosotros es más fácil ‘Ah, pues fulano dijo esto, pónganlo’ y ya dejarlo así pero... si realmente queremos que los niños lo analicen nos tardaríamos más en resolver una pregunta.”

Guille⁵ menciona que se requiere apoyar a los alumnos a afianzar los conocimientos. No obstante, se muestra preocupada por continuar con el programa y por el tiempo requerido para apoyar con más ejercicios a los alumnos:

“Y depende también del nivel de los niños, en el caso de que los niños estén atorados en algún punto, hay que poner ejercicios para que lo comprendan;

detenerte y dejar la lección para otro día para que vayan afianzando. Aunque... honestamente, soy franca, tienes la prioridad de ir avanzando, de ver geografía, historia, el programa de lectura, el proyecto, etc. Muchas veces dices 'OK, ¿ya le entendieron?' y te saltas a otro punto y cuando quieres retomar el tema sientes que no quedó bien afianzado o que en la mitad del grupo sí quedó pero con los otros 15 o 16 no quedó el punto y tienes que volver."

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

La mitad de los profesores, (5/10) considera que en esta sesión lo sobresaliente fue: percatarse de la continuidad que mantiene el tema de proporcionalidad a lo largo de la escuela primaria; que hay una graduación en las lecciones propuestas en los libros de texto (de lo sencillo a lo complejo) y la importancia de permitir a los alumnos buscar y aplicar sus propias estrategias. Otros profesores, (3/10) afirman que reconocieron la necesidad de mejorar su práctica para apoyar a los alumnos a avanzar en el proceso de construcción del concepto de proporcionalidad. Dos profesores mencionan que se requiere el uso del lenguaje formal (términos matemáticos) al momento de trabajar con sus alumnos el tema.

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión del conocimiento pedagógico?

Mejorar la práctica, apoyar el proceso del alumno	Continuidad, graduación y variar estrategias del tema	Uso del lenguaje formal
3	5	2

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

La actividad de solucionar las lecciones de proporcionalidad del libro de texto fue bien recibida por los profesores. En plenaria comentaron que lograron percatarse de la graduación existente a lo largo de cada uno de los grados, Lucía5 menciona: *"el grado de dificultad que nos va presentando cada lección"* va aumentando. Flor1 está a cargo de un grupo de primer grado y sus comentarios sobre el conocimiento pedagógico demuestran

que las actividades realizadas dentro del taller, le han apoyado para reflexionar sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad: *“aquí vimos el grado de complejidad que tiene de grado en grado (la proporcionalidad), no hay ningún corte en ninguno de ellos y obviamente, en los ciclos, tienen el mismo trabajo pero mayor grado de dificultad.”*

Los profesores, después de realizar las actividades de esta sesión, realizaron una reflexión interesante: *“avanzar por avanzar”* no asegura la comprensión de los conocimientos, no se trata de explicar procedimientos porque los alumnos pueden olvidarlos y después será necesario invertir más tiempo en reforzar los conocimientos que el alumno no construyó.

- ***Ventajas de conocer los libros de texto***

Los comentarios realizados por los profesores en plenaria, parecen indicar que el conocer las lecciones del libro de texto de matemáticas con anterioridad a su uso en clase, y resolverlas desde su propio conocimiento, puede apoyar la reflexión sobre la forma de abordar el tema al interior del aula (Gaby6: *“lo vas trabajando conjuntamente con ellos, lo vas razonando con ellos...después trabajas ejercicios de estos mismos:”*, Melba1: *“si planteamos una sola forma de resolver algún problema, no permitimos a los niños esa apertura hacia nuevas posibilidades y nuevos puntos de vista”*) y a comprender las dificultades que sus alumnos pueden presentar al resolverlas (Melba1: *“los procedimientos son cada vez más complejos pero si pueden entenderlos los alumnos, su aprendizaje se dará poco a poco y se afianzará a largo plazo”*, Ignacio6: *“El problema aquí radica en que tus niños manejen multiplicaciones, divisiones y medios, si no te vas a llevar más tiempo”*). Conocer las lecciones del libro ayuda a mejorar su uso y a maximizar su aprovechamiento.

La revisión de las lecciones de los libros de texto del alumno le pareció a la directora *“una actividad excelente”* En su comentario menciona que apoyó, a los profesores para que reconocieran la importancia de su labor y la influencia que ésta tiene en el logro del

aprendizaje, además de promover la reflexionaran sobre el tema a lo largo de toda la educación primaria: la directora mencionó:

“Es importante que los profesores reconozcan las lecciones que incluyen el tema de proporcionalidad y analicen desde primero la secuencia que lleva porque así se darán cuenta de lo importante del trabajo que realizan en su grado. Cada uno debe hacer ciertas actividades en su grado para que el siguiente pueda continuar desarrollando el trabajo.”

La intención de esta tarea fue que los profesores reflexionaran sobre su actuar como docentes y sobre el conocimiento que deben dominar, tanto de la materia como pedagógico, para realizar su labor. El comentario de la directora muestra que el propósito, en alguna medida, se logró. Sin embargo, el tiempo dedicado a esta actividad fue insuficiente pues, a pesar del interés mostrado por la mayoría de los profesores, no alcanzaron a analizar todas las lecciones indicadas para su equipo, sobre todo los profesores de 5º y 6º que sólo resolvieron las correspondientes a 5º grado.

La propuesta de trabajo queda abierta para ser retomada por los profesores en futuras reuniones de Consejo Técnico o en otro momento.

Los comentarios de los profesores sobre las tablas de variación proporcional, dejan ver que ahora reconocen a las tablas como un instrumento valioso donde convergen las propiedades de la proporcionalidad y pueden apoyar el desarrollo del razonamiento proporcional en los alumnos.

CUARTA SESIÓN

Tema: Analizar una clase y aportar sugerencias para mejorarla. Analizar la secuencia de temas para trabajar proporcionalidad propuesto para la educación primaria.

Desarrollo de la sesión: La sesión comenzó a las 8:20 horas contando con la presencia de seis docentes, antes de las 8:30 se encontraban ya once profesores. Se formaron cinco grupos para resolver un problema de engranes (ver anexo 4A). Después los profesores sacaron un listado de la secuencia propuesta en los libros de texto para trabajar proporcionalidad.

Conocimiento de la proporcionalidad

Para la resolución del problema, cada equipo contaba con tres engranes (morado, verde y rojo) de diferentes tamaños (ver anexo 4A) y una hoja con las preguntas a trabajar. Los profesores comenzaron manipulando los engranes para contestar.

- ***Manipulación del material para encontrar las respuestas***

La primera estrategia usada por todos los equipos fue marcar un diente de cada engrane para contar el número de vueltas que daban, dos de ellos también elaboraron hipótesis y las comprobaban después girando los engranes.

Estrategias de los equipos al abordar el problema de engranes

Manipulan los engranes	Hacen hipótesis
5	2

Después de manipular los engranes, (como reconociéndolos) cada grupo se ocupó de resolver las preguntas de forma diferente: en algunos se estableció un intercambio de ideas para aceptar una respuesta como válida; en otros, uno de sus integrantes dirigía la actividad y era el encargado de aprobar la respuesta correcta.

Forma en la que se trabajó al interior de los grupos

No se pudo identificar análisis de las preguntas	Hay análisis y confrontación de ideas	Un integrante decide la respuesta
3	2	2

- ***Hay poco análisis y/o un integrante decide la respuesta***

- El grupo de Alejandra2 y Melba1 encimaron los engranes para determinar el tamaño, después comenzaron a girarlos, no se dio intercambio de opiniones;
- El grupo de Guille5, Marcela2 y Gaby6 se guiaban con las preguntas y las contestaban girando los engranes, en este equipo se observó poco análisis para encontrar una respuesta. Como no había mucha participación de los integrantes de este grupo, Marcela2 dictaba la respuesta (Marcela2: *“es tres veces más grande el verde que el morado, ponle así”*);
- En el grupo de Elena3 y Flor1 no se observó intercambio de opiniones, resolvían manipulando los engranes, la mayor parte del tiempo Flor1 guió la resolución y se encargó de aprobar o rechazar las respuestas. Tal vez el análisis de las preguntas era realizado sólo por Flor1. Cabe mencionar que este grupo terminó la actividad rápidamente.

- ***Hay análisis al interior del grupo y elaboración de hipótesis***

- El equipo de Adriana4 y Rubén3 primero hacían hipótesis y después giraban los engranes para corroborarlas (Adriana4: *si este –señala el morado– es la mitad de este –señala el rojo–, entonces tiene que dar 6 vueltas*). Al no ser correctas sus hipótesis se cuestionaban (Adriana4: *son tres vueltas del verde al morado también, a ver ¿por qué?*) y modificaban sus hipótesis, se notó que estos profesores estaban interesados pues intercambiaban opiniones sobre lo que iban trabajando;

- En el grupo de Ignacio⁶, Lucía⁵ y Mónica³ manipulaban el material entre los tres y los tres decidían las respuestas, también creaban hipótesis contando los dientes de los engranes y luego comprobaban (Ignacio⁶ cuenta los dientes de los engranes morado y rojo y dice: “5 morado, 10 rojo, ¿Cuántas vueltas dará?”, Lucía⁵: “Van a ser dos”); En este equipo se estableció una dinámica de trabajo que facilitó el intercambio de ideas y apoyó la reflexión sobre los conceptos abordados en el taller.

Reflexiones sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Las últimas preguntas del problema³ desataron polémica porque hubo dos respuestas diferentes para la relación que se establece entre engranes. Como la relación entre engranes se expresó con una fracción, (1/3, 3/1 y 5/15, 15/5) hubo confusión porque algunos profesores anotaron la fracción inversa. Al realizar los comentarios en plenaria, varios docentes retomaron el uso del material para lograr explicar la relación que solicitaba el problema; otros consideraban que los números de la fracción estaban colocados en forma invertida. Se fue anotando en el pizarrón lo que comentaban los profesores con la intención de aclarar la respuesta a la pregunta: ¿Qué relación existe entre el número de dientes de los engranes morado-verde?

- Relación entre engranes

Lucía⁵ es la primera en plantear que existía una duda pues no estaba segura del orden que debían llevar los números en la fracción: “Es uno a tres, pero ahí es donde tengo duda: morado a verde es tres a uno y verde a morado es uno a tres o al revés. Esa es la duda.” La polémica fue muy interesante, transcribo algunos fragmentos:

Adriana⁴: Está al revés, la primera es 1/3 y la segunda es tres a una

³ ¿Qué relación existe entre el número de vueltas que da cada engrane de las siguientes parejas para coincidir en su posición original tomando en cuenta el número de dientes? Morado – Verde, Rojo – Verde, Morado – Rojo, Verde – Morado, Verde – Rojo, Rojo – Morado.

Coor: ¿cómo lo sacaron?

Melba1: Porque el morado tiene 5 engranes (dientes) y el verde tiene 15, entonces es $5/15$ y eso nos da $1/3$.

Coor: ¿Por qué $5/15$?

Varios: Por el número de dientes, porque es la tercera parte, por la proporción, porque es fracción, aplica la escala

Coor: ¿Podría ser $15/5$?

Mónica2: No, no, no

Adriana4: Esa es la relación contraria. Sería morado–verde 5 entre 15 y verde–morado $15/5$

Coor: debemos distinguir cuál es la relación de $1/3$ y 3 enteros, ¿dónde va cuál?

Melba1: Por cada engrane morado hay tres verdes, por eso es la simplificación uno a tres

Ignacio6: Éste, –señala el morado– es 3 y éste –señala el verde– es uno. Tres a uno (gira el morado alrededor del verde)

Lucía5: Si me preguntan morado, primero morado, se toma de referencia el morado. Cuando es al revés se toma como referencia el verde

- **Análisis de la relación entre engranes**

Al encontrar una forma en la que comprendían los profesores la relación entre engranes, se utilizó como referencia para disipar las dudas del número a colocar como numerador o denominador en la fracción. Visto como $1/3$ la relación del verde–morado y 3 enteros la relación morado–verde pareció ser más comprensible para varios profesores,

se tomó esto como referencia y se les propuso pasaran los datos (1/3 y 3 enteros) al número de dientes de cada engrane.

Las respuestas de Ignacio6 (abajo) denotaban que se había entendido la relación pero Marcela2, que salió del salón durante varios minutos al iniciar la plenaria, al incorporarse nuevamente al análisis no estuvo de acuerdo con lo que se venía trabajando y expresó su opinión; aseguró que los datos estaban al revés y la discusión comenzó nuevamente. Se dio un tiempo para que los profesores analizaran y comentaran sus ideas nuevamente con los integrantes de sus equipos. Después regresamos a comentarios grupales:

Coor: *Si lo vemos con el número de dientes ¿cómo quedaría la relación?*

Sergio: 15/5

Coor: *¿Y la relación que existe del verde al morado?*

Sergio: 5/15

Coor: *La relación que tenemos es ¿cuántas veces gira el morado con relación al verde?, esa sería la relación. Cuántas veces gira el morado -3- con relación al verde -1-.*

Marcela2: *¡No es que está mal, está al revés! Porque ahí estás poniendo que es más grande el morado que el verde ¿no?*

Flor1: *No, es por el número de vueltas, no por el tamaño sino por el número de vueltas. La relación sería que el morado da 3 vueltas cuando el verde lleva apenas una.*

Adriana4: *Entonces, está mal planteada la pregunta ¿no?*

- **¿Pregunta mal planteada?**

Después de algunos comentarios donde los profesores externaron varias formas para explicar la relación, el comentario de Adriana4 (“Entonces, está mal planteado la pregunta ¿no?”) parecía un avance, esta frase podía indicar que tomaba en consideración la otra

respuesta. Guille5 apoyó el comentario de Adriana4, aunque anteriormente había externado que entendía la relación entre los engranes, ahora Guille5 explicó la relación correcta en forma diferente y aseguró entender a condición de que la pregunta se encontrara mal planteada: *“Pensamos que la pregunta está mal planteada, porque sí entiendo tu relación, que el morado cabría tres veces en el verde, ahí sí es 3 a uno y a la inversa, el verde cabe un tercio en el morado pero sentimos que la pregunta está mal planteada”*.

Mónica2, otra profesora que decía no entender con la forma en que estaba redactada la pregunta, después del comentario de Guille5, comentó: *“Sí, así ya le entiendo pero con lo que dice la pregunta, no”*.

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad

Parece que durante esta sesión, varios profesores no consideran haber aprendido algo que pueda apoyar el conocimiento del tema. En el cuestionario donde se les preguntó lo que habían aprendido, tres docentes no dijeron nada, uno dijo que recordó el tema y otro que no comprendió la forma de aplicar la noción de razón en problemas.

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión?

Recordó el tema	No contestó	No comprendió	Relaciones de proporcionalidad
1	3	1	7

Más de la mitad de los docentes, (7/12) dijo haber aprendido la relación absoluta y la relativa para abordar la solución de un problema. Parece que a los profesores les llamó la atención una lectura referida a comparaciones absolutas y relativas de Salvador Llinares (ver anexo 4C), en ella se examinó esta característica del razonamiento proporcional mediante un problema donde se podía observar claramente la diferencia entre comparación absoluta y relativa. El análisis de esta lectura fue muy superficial por parte de los profesores pues en plenaria no hicieron ningún comentario y fue preciso retomarla como exposición de conceptos; no existió un análisis del tema o algún comentario que

reportar. Sin embargo, parece que su contenido, tal vez la lectura (aunque superficial) o la exposición de ella, algo les hizo pensar.

Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Los equipos utilizaron diferentes estrategias para solucionar el problema planteado, todos iniciaron manipulando los engranes, después realizaron diferentes actividades: creaban hipótesis y las comprobaban usando el material; en algunos equipos se generó discusión para obtener las respuestas y entre todos decidían cual era la correcta; en otros, un integrante decidía qué contestar.

Algunos profesores comprendieron rápidamente la relación entre los engranes, otros necesitaron manipular más tiempo el material para comprenderlo. Dos profesoras (Mónica² y Adriana⁴) argumentaron, como una forma de justificar el tipo de respuesta encontrada, que la pregunta estaba mal planteada y continuaron defendiendo su punto de vista. La actitud de estas profesoras sembró la duda entre los demás; era evidente que, en la mayoría, se generó indecisión y duda hacia lo que consideraban haber comprendido minutos antes. Ignacio⁶, sugirió se trabajara una lección de engranes donde el tema es mínimo común múltiplo; Rubén³, propuso revisar del fichero, una actividad que maneja engranes. A pesar del descontrol surgido, el interés por aclarar el tema prevaleció.

Los profesores no lograron ubicar, sin mostrar duda, como debían colocar los números para expresar la relación entre engranes, ya fuera utilizando el número de vueltas o el número de dientes de los engranes (relación morado-verde con número de vueltas 3/1 o con número de dientes 15/5). Tal vez realmente influyó la forma en la cual se abordó la actividad. Varios profesores solicitaron organizar otra actividad donde pudieran ver claramente la relación proporcional entre los datos.

La actitud del grupo de profesores, frente a un ejercicio que provoca incertidumbre, fue de interés; la mayoría de docentes se mostró inclinada a aclarar sus conceptos y propusieron nuevas actividades para ayudar a despejar sus dudas.

En algunos momentos, resultaba muy difícil generar la discusión o reflexión en el grupo de docentes y la clase se tornaba una exposición de conceptos. Esto sucedió al analizar la lectura *“comparaciones absolutas y relativas”*.

Por otra parte, parece que los profesores de este grupo no se interesan en leer a profundidad los artículos. Leen, pero no llevan a cabo esta tarea con entusiasmo, generalmente lo hacen en forma superficial, sin realizar un análisis profundo del tema a trabajar. En esta sesión, los profesores dijeron haber aprendido la relación absoluta y la relativa. Sin embargo, no se puede saber si fue por la exposición del artículo *“comparaciones absolutas y relativas”* o por la lectura realizada por ellos, pues no externaron ninguna participación en plenaria.

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

En esta sesión, para trabajar el conocimiento pedagógico, se propuso analizar la lectura *“Devolver la responsabilidad a los alumnos. Más allá de descubrir la proporcionalidad”* de Alicia Ávila. (ver anexo 4B) Solicité formaran grupos de tres profesores para comentar la lectura, que era el registro de una clase. La propuesta de trabajo consistía en encontrar la secuencia didáctica, realizar comentarios y aportar sugerencias que pudieran ayudar a mejorar la clase.

La única participación en plenaria estuvo a cargo de Rubén³. Él explica la secuencia de la clase, eliminando algunas actividades que son parte medular para entender el trabajo realizado por la profesora. Su explicación es muy sintetizada:

“La clase inicia con una introducción a partir de una pregunta abierta; después, para que centren la atención los niños, hace un interrogatorio variado para encontrar respuestas comunes; en seguida la búsqueda libre de respuestas; luego los niños exponen sus resultados, pueden ser correctos o incorrectos. Por último, hacen comparaciones y establecen diferencias entre los resultados establecidos.”

Rubén³ expresa sintéticamente la clase y agrega comentarios abundantes, sobre todo al encontrar errores que *“ahora no podemos hacer”*, para él se requiere tanto experiencia como entusiasmo para lograr una secuencia didáctica exitosa:

“A la maestra le vi mucho entusiasmo pero poca experiencia (sonríe). El entusiasmo no basta y la experiencia... a veces tampoco (risas), la experiencia por sí misma no garantiza nada y el entusiasmo tampoco si no es capaz de organizar una clase siguiendo determinado propósito, aquí no veo cuál es su propósito para la clase, cuál es la meta que persigue. Me parece que la fase que quedó fuera, es la reflexión de las conclusiones que no sacaron adecuadamente. Otro detalle es que la maestra los deja en libertad, ‘lo pueden hacer en el salón quienes quieran o lo pueden hacer en el patio quienes quieran’, yo también lo haría, pero ahora no podemos hacer eso, todos nos quedamos en el salón o todos nos vamos al patio... Al final lo resolvieron, todos se fueron al patio. Fue lo mejor (risas).”

En sus comentarios, Rubén³ encuentra más errores que aciertos en el registro de clase y no propone ninguna sugerencia que pueda apoyar a mejorar la clase.

Se invitó a los profesores a tomar la palabra y comentar a todo el grupo sus conclusiones, pero no hubo respuesta, ningún otro equipo quiso tomar la palabra. Fue necesario sintetizar algunos puntos que los equipos, al realizar el trabajo interno, fueron anotando. Nuevamente la clase se convirtió en una exposición de la lectura que se propuso analizar.

- ***La secuencia propuesta para la proporcionalidad en los libros de texto gratuitos***

La siguiente actividad fue sacar por equipos, de acuerdo al grado escolar que atienden, la secuencia de temas de proporcionalidad que se trabaja en su grado para después ver la secuencia propuesta para el tema en la educación primaria. Los equipos ya estaban organizados y decidieron continuar trabajando de esa manera, aunque tuvieran que revisar un grado diferente al que están atendiendo en este momento. Su justificación: *“En cualquier año nos puede tocar ese grado”* (Flor¹).

• ***La secuencia de proporcionalidad de primero y segundo grado***

Melba¹ y Alejandra² revisaron los grados de 1º y 2º, ellas encontraron la siguiente secuencia del tema, no realizaron ningún comentario adicional:

Actividades para 1º	Actividades para 2º
Agrupamientos, comparación, duplicar,	Tablas de variación proporcional ordenadas y en desorden

- *La secuencia de proporcionalidad de tercer grado*

Flor1 mencionó la secuencia que su equipo encontró para tercer grado:

Actividades para 3º
Tablas con conteo, multiplicación de 2, 4, 6, tablas desordenadas y que impliquen adición

Flor1 explicó la secuencia de la siguiente manera:

“Manejo de la información, tablas donde todavía se puede hacer conteo, después formar tablas en forma ordenada donde implique multiplicar a dos a cuatro a seis, y en ocasiones en forma desordenada, aquí en tres tablas implica adicionar, que es más simple.

- *La secuencia de proporcionalidad de cuarto grado*

Para cuarto grado, el equipo de Adriana4 encontró lo siguiente:

Actividades para 4º
Fracciones con relación proporcional, valor unitario, tablas de variación proporcional

La explicación de Adriana4 sobre la secuencia encontrada, incluye también un análisis más amplio que el realizado por los equipos anteriores, encuentra que una lección (la 17) debe trabajarse antes que otra (la 8) por el grado de dificultad que presenta:

“Se manejan nada más tres lecciones: la número 2 de la fracción al tránsito de la relación proporcional y resolución de problemas; en la lección 8 empieza por medio de recetas de cocina, maneja el valor nutritivo de los alimentos, hay manejo de fracciones, resolución de problemas y medidas de peso; luego en la lección 17

continúa con tablas de variación proporcional y resolución de problemas, hay manejo de fracciones. También se relaciona con otras asignaturas, sobre todo naturales y español porque son recetas. Vimos que la lección 17 el manejo de fracciones nada más está hablando de medios y cuartos es más sencillo que en la lección 8 en donde ya meten fracciones más adelantadas, pensamos que lo correcto es que primero se viera la lección 17 y luego la lección 8”

- *La secuencia de proporcionalidad de quinto y sexto grado*

El equipo de Ignacio6 realizó el análisis de los grados de 5º y 6º y encontraron lo siguiente:

Actividades para 5º y 6º
Tablas de variación proporcional y no proporcional con mayor grado de dificultad usando números decimales y fracciones, variación no proporcional, comparación de razones, elaboración de gráficas,

El equipo de Ignacio6, encontró que en estos grados se trabajan algunos temas que también son abordados en otros grados pero con mayor grado de dificultad. También analizaron la conveniencia de la secuencia propuesta en el libro de texto. Ignacio6 explica sus conclusiones de la siguiente manera:

“En quinto se ve la variación proporcional en tablas, hay que complementar las relaciones porque nada más nos dan una, hay que ver cuál es la secuencia, es un poquito más complejo, se manejan ya números decimales. Se maneja la diferencia entre variación proporcional y no proporcional. Siento que eso debería ser uno de los temas finales, porque es el segundo tema. Después nos presentan las distintas relaciones, hay que buscar múltiples respuestas para llegar a una, hay comparación de fracciones. Luego encontramos comparación de razones. Después encontramos nuevamente la elaboración de gráficas y elaboración de tablas de variación proporcional y no proporcional con mayor dificultad.”

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Los profesores revisaron la forma en que se propone trabajar la proporcionalidad en la escuela primaria desde primer grado y elaboraron un listado de los temas a trabajar en cada grado (ver anexo 4D).

Ignacio6, consideró importante realizar este análisis para lograr comprender el tema. Pone como ejemplo el desacuerdo al resolver el problema de los engranes: *“Si nosotros ya hubiéramos analizado las secuencias, no habríamos presentado el conflicto anterior porque es muy sencillo, pero no lo tenemos fresco, no lo tenemos presente”*. Ve la necesidad de hacer una revisión continua de los temas para manejarlos correctamente.

- ***El análisis de las lecciones de proporcionalidad***

Los equipos encargados de revisar las lecciones de 4º, 5º y 6º, realizaron un análisis detallado de los temas a trabajar en esos grados y encontraron, por los conocimientos que deben tener sus alumnos, que es posible modificar el orden de las lecciones por el grado de dificultad que presentan.

En cuarto grado los profesores notaron que el manejo de fracciones en la lección 17 (cuartos y medios) es más sencillo que lo propuesto en la lección 8 por lo que sugieren trabajar primero la lección 17 y después la 8.

En quinto grado, proponen que el tema de diferenciar la variación proporcional y no proporcional se plantee como uno de los temas finales *“porque es el segundo tema”*, consideran que el alumno requiere más elementos para lograr diferenciar la relación no proporcional.

- ***Importancia del trabajo de proporcionalidad en los primeros grados***

Los profesores comentaron que el trabajo en los primeros grados es sumamente importante, pues conforman las bases de la proporcionalidad. Si en estos grados no se toman en cuenta las actividades propuestas, en quinto y sexto grados los alumnos no podrán avanzar en el proceso de construcción del concepto de proporcionalidad. Ignacio6, menciona lo complicado que se torna el trabajo en los grados superiores cuando no se han trabajado las bases del tema:

“Si los niños en los demás grados no utilizaron tablas, les costará más trabajo elaborar tablas para resolver un problema en sexto, ¡no lo van a hacer! Entonces, hay que regresar

a explicar cuál es la ventaja de utilizar gráficas y tablas de variación proporcional y por qué no saben utilizarlas.”

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Dos de los profesores (2/12) no contestaron a la pregunta: ¿qué aprendió del conocimiento pedagógico?, dos más dijeron que reconocieron el valor de realizar más ejercicios para mejorar el aprendizaje.

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad?

Realizar más ejercicios	No contestó	Seguir estrategias y etapas desde 1º.	Intercambio de experiencias
2	2	3	5

Tres profesores (3/12) reconocieron la importancia de seguir estrategias y respetar las etapas desde el primer grado, con ello se pretende evitar que los alumnos muestren dificultades en el aprendizaje. A cinco profesores (5/12) les pareció interesante la idea de intercambiar experiencias con sus compañeros, consideran esta acción como una forma de apoyar el conocimiento pedagógico vinculado al tema de proporcionalidad.

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

En esta sesión fue difícil lograr una participación activa de los profesores en plenaria, sobre todo al comentar los artículos propuestos para analizar. Se realizaron las actividades al interior de los grupos pero no mostraron efectuar un análisis profundo. Al parecer, faltó entusiasmo en plenaria para este aspecto del conocimiento. Actitud poco usual, pues los profesores se muestran más interesados en conocer aspectos que puedan aplicar en sus clases que en actividades que consideran teóricas.

El trabajo en equipos para identificar los temas propuestos en los libros de texto, fue aceptado como una actividad importante. Aunque el orden que les asignan, parece estar

vinculado a su forma de pensar el tema. Los profesores se veían interesados y motivados en la tarea, al parecer se preocupan por mejorar su práctica y aceptan las actividades que consideran les pueden apoyar en ello. Pero su atención se disipa cuando se trata de analizar lecturas.

Los profesores de 1º, 2º y 3º no encontraron en el listado de temas (en relación con las lecciones) alguno que debiera trabajarse antes que otro, aunque el filtro que hacen de ellas parece estar vinculado a sus formas de pensar los temas. Los profesores de 4º, 5º y 6º hicieron comentarios sobre la posibilidad de que una lección pudiera trabajarse antes que otra por el conocimiento que poseen los alumnos en un tiempo determinado.

Un aspecto interesante surgido en esta sesión es que los profesores reconocieron que el tema de proporcionalidad tiene sus bases en las actividades desarrolladas en los grados de 1º, 2º y 3º, si éstas no se trabajan, los alumnos mostrarán mayores dificultades en el desarrollo de las actividades necesarias para consolidar el conocimiento del tema y, en consecuencia, los profesores de grados superiores tendrán mayores dificultades para enseñarlo. Parecen aceptar que su trabajo como docentes, puede influir en los problemas presentados por los alumnos al abordar el tema de proporcionalidad, lo cual no sucedía en las primeras sesiones del taller (cf. con 1ª, 2ª y 3ª sesión).

QUINTA SESIÓN

Tema: Factor de proporcionalidad, análisis de la práctica docente y reconocimiento de la secuencia propuesta en educación primaria para enseñar la proporcionalidad.

Desarrollo de la sesión: La sesión comenzó a las 8:30 a.m. con la presencia de ocho profesores, se propuso la resolución de un problema para estudiar el factor de proporcionalidad. En seguida, por equipos, se revisaron las descripciones de clase que cada profesor debía realizar, como actividad extraclase, para encontrar aciertos y aportar sugerencias de mejora. Por último, los profesores en equipos, se abocaron a ordenar la secuencia propuesta en los libros de matemáticas de la educación primaria para enseñar proporcionalidad.

Conocimiento de la proporcionalidad

Los profesores se abocaron a resolver un problema (ver anexo 5A). La tarea consistía en darle solución utilizando el factor de proporcionalidad. Sin embargo, la mayoría (6/11) utilizó la relación dentro de la misma magnitud (escalar) para obtener el resultado, algunos de ellos elaboraron tablas; Melba¹ lo resolvió con regla de tres e Ignacio⁶ utilizó el factor de proporcionalidad.

Estrategias usadas por los profesores en la solución del problema

Relación escalar	Regla de tres	Factor de proporcionalidad	No resolvió el problema
6	2	1	2

Dos profesoras (2/11) se encontraban distraídas y no realizaron esta actividad.

Ignacio⁶, al terminar, preguntó si sus resultados eran correctos. Lucía⁵ y Mónica³ (profesoras con las que ha trabajado a lo largo de todas las sesiones) comentaron que estaba como los niños, confirmando sus resultados: *“maestra, dígame si estoy bien”*. Esta actitud, todavía es frecuente en varios maestros: buscan corroborar sus resultados a través del coordinador de la actividad.

Ignacio6, fue el único que resolvió el problema utilizando el factor de proporcionalidad pero al solicitarle que expusiera la forma en que obtuvo su resultado, no logró explicar la razón de realizar ciertos pasos en su procedimiento; su participación fue realizada con poca seriedad:

“El factor es 7/10. (Cómo lo sacó) A pues no’ más como el burro que tocó la flauta (risas), yo dije que 7 era 10 y entonces lo puse a fracción 7/10, lo multiplique por 15 y me dio 105 (de dónde sale el 15) No sé.”

Ignacio6 muestra facilidad para la resolución de problemas, aparentemente posee más conocimiento del tema que sus compañeros. Sin embargo, no logra explicar sus procedimientos en plenaria, tal vez requiera incrementar su vocabulario relacionado con el tema de proporcionalidad.

Melba1 resolvió el problema utilizando la estrategia de regla de tres y lo explica de la siguiente forma: *“yo hice una regla de tres, puse que 10 era a 7 como 150 Kg. de masa es a X Kg. de tortilla, y resolví, puse X es igual a 150 por 7 sobre 10 y me dio 105.”* Melba1 también explicó la forma en que se puede solucionar el problema utilizando la relación escalar, ella considera que esta estrategia de solución es más fácil para que los alumnos la comprendan: *“también podría hacerse, a nivel de niños, más práctico para ellos, más fácil,... y nos da lo mismo que la regla de tres.”*

Melba1 y Flor1 están a cargo de grupos de primer grado. Sin embargo, sus participaciones en plenaria han sido constantes y se muestran interesadas en las actividades propuestas. Trabajan con el mismo entusiasmo que los profesores de 5º y 6º.

Flor1 resolvió los problemas utilizando la relación escalar pues esa estrategia la entendía muy bien y le parecía más sencilla que cualquier otra: *“a 10 kilos (de masa) le corresponden 7 kilos (de tortillas), de 100 kilos van a ser 70, sacamos mitad, son 35. Sumamos 70 más 35, son 105 kilos de tortilla por 150 de masa. Igual ocupo la relación escalar.”*

Los profesores ya manejaban con facilidad la relación escalar y parecía que la comprendían bien, incluso ya la citaban por su nombre cuando hacían uso de ella (“*es escalar otra vez*”). Sin embargo, con la relación funcional no sucedía lo mismo, aún faltaba familiarizarse con ella y parecían no comprenderla totalmente.

Reflexión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

En el comentario citado abajo, la Directora deja ver su preocupación por la dificultad que mostraron los profesores para comprender algunos conceptos de proporcionalidad (relación funcional) y considera que el uso adecuado del lenguaje matemático puede ayudar a comprender mejor, su reflexión es la siguiente:

“Necesitamos primero los docentes desarrollar este lenguaje matemático. Una de nuestras limitaciones es la formación matemática, y hablo por mí, que recibimos pues no nos apropiamos de un lenguaje matemático. Tal vez una de las limitantes para comprender es esa. Lo interesante sería apropiarnos ¡ya! de ese lenguaje matemático para llegar a una mayor comprensión.”

En esta observación, la Directora, insiste en la actualización de los profesores. Ve la necesidad de que los docentes aprendan y utilicen el lenguaje matemático para favorecer la comprensión de conceptos matemáticos en los alumnos.

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre proporcionalidad

Los profesores continúan mencionando al lenguaje matemático (4/11) como un elemento relevante para el aprendizaje, pero ahora incluyen las palabras “*términos adecuados*”. Parece que se percatan de la importancia de conocer y nombrar a los conceptos con los términos adecuados.

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión?

Lenguaje matemático (términos adecuados)	Sistematización del tema	Factor de proporcionalidad
4	6	1

A la mayoría (6/11) le pareció importante reconocer la secuencia del tema de proporcionalidad y consideran necesario realizar un seguimiento del tema desde los primeros grados. Una profesora de tercer grado mencionó que aprendió el factor de proporcionalidad y sugirió *“ir un poco más despacio”* porque el aprender cosas nuevas le hace sentir *“cansadísima y muy presionada”*.

Conclusión sobre el conocimiento de la proporcionalidad

Los profesores, –en su mayoría– continúan resolviendo los problemas propuestos utilizando la relación escalar, la reconocen rápidamente, la usan con facilidad y la llaman por su nombre. En esta sesión no se observa que los docentes hayan comprendido la relación funcional, se podría decir que las actividades trabajadas en esta ocasión fueron un primer acercamiento al concepto.

Algunos profesores continúan mostrando inseguridad en sus conocimientos pues solicitan la aprobación del coordinador del taller, también muestran dificultades para realizar participaciones en plenaria o al explicar sus ideas, procedimientos, conocimientos o conclusiones de lo trabajado ante el grupo. Por ejemplo, Ignacio⁶ muestra mayor conocimiento del tema que sus compañeros pero le resulta difícil explicar por qué realiza cada uno de los pasos para resolver los problemas en forma correcta. Explica el procedimiento realizado pero no explica las razones de dicho procedimiento.

En esta sesión la actividad relacionada con la secuencia del tema de proporcionalidad propuesta para la educación primaria, fue abordada con interés por parte de todo el grupo: vuelven a mostrar interés por las tareas que pueden poner en práctica dentro del grupo.

Algunos profesores aceptan el uso del lenguaje matemático y lo ven como un apoyo para comprender mejor el tema, incluso reconocen la necesidad de promoverlo con sus alumnos. Por su parte, la directora considera que la falta del lenguaje matemático provocó la dificultad de los docentes para comprender el factor de proporcionalidad en esta

sesión, se muestra preocupada y cree conveniente que los profesores lo incluyan en su vocabulario.

Conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Con relación a la tarea de ordenar la secuencia de proporcionalidad, los profesores se mostraron interesados y activos. La discusión en esta actividad fue muy interesante: los equipos trataban de recordar lo trabajado en la sesión anterior, donde buscaron los temas de proporcionalidad que se trabajan en su grado, y lo relacionaban con las actividades trabajadas en el taller. Los pequeños grupos lograron colocar los temas relacionados con la proporcionalidad de los primeros grados correctamente, con los demás hubo mayor confusión, pero *“sabían que iban por ahí”* aunque no estuvieran seguros del orden. Para tomar la decisión del lugar donde debían colocar un tema, se escuchaban comentarios como:

“Necesito ver todo el conjunto si no, no puedo intervenir (risas)”, “No, esto lo ves casi hasta por acá”, “Así lo vimos acá (se refiere al taller) primero la variación proporcional y luego como razón”, “aquí dice que identifique lo proporcional y no proporcional, no que adquiera el concepto”, “aquí ya te dice factor de proporcionalidad”, “Pero lo haces después de las tablas ¿no?”, “Esto ya es al final, llegar a porcentajes”, “¿Gráficas?, eso va antes”, “Yo creo que nos fuimos por el grado de complejidad, por el proceso que hemos observado aquí (en el taller).”

Estos comentarios permiten ver que los profesores se muestran entusiasmados e interesados al desarrollar las tareas relacionadas con actividades que pueden aplicar en el aula. Probablemente lo consideren de mayor utilidad. Sin embargo, los elementos que perciben y guían el orden en que colocarán los temas, son más empíricos que fundamentados en un conocimiento pedagógico. Colocan el orden de los temas tomando en consideración la dificultad que ellos, como profesores, tienen para entenderlos.

Para que los profesores realizaran el ejercicio de analizar su práctica se les solicitó, al finalizar la sesión anterior, elaborar por escrito la descripción de una de sus clases donde trabajaran algún tema de proporcionalidad. Se les indicó que anotaran la forma en que iniciaron su clase, las indicaciones que dieron para desarrollar las actividades, las

estrategias que utilizaron sus alumnos, los diálogos entre ellos, la forma en que concluyó la actividad. Al final de la descripción se les solicitó anotaran algunos comentarios de lo acontecido durante esa clase. Se les propuso como ejemplo el documento analizado la sesión anterior de Alicia Ávila: *“Devolver la responsabilidad a los alumnos. Más allá de descubrir la proporcionalidad”*.

¿Los profesores elaboraron el escrito de una clase?

Si	No
4	7

Cuatro profesores (4/11) realizaron el escrito. Sin embargo, éste no contó con las especificaciones solicitadas, los trabajos realizados describen los pasos que seguirán al llevar a cabo la clase; es más bien un plan de clase, sin ningún comentario adicional ni descripción de lo que hizo el profesor y los alumnos. Cabe mencionar que, a pesar de ser la tercera vez que se solicita a los profesores un escrito, es la primera vez que algunos (4/11) realizan el ejercicio aunque sin tomar en cuenta las indicaciones para su realización. Los demás (7/11), no realizaron el escrito, pero aseguraron que llevaron a cabo la clase, por lo que se les solicitó realizaran los comentarios al interior de su grupo, en forma oral.

- ***Preguntas para guiar el análisis de la clase***

Se organizaron grupos de tres profesores para analizar su trabajo, tomando en consideración los siguientes puntos:

- ¿La secuencia de trabajo fue la adecuada?
- Tipo de estrategias utilizadas por sus alumnos
- ¿En qué forma la actividad apoyó el avance de los alumnos?
- Aciertos de la clase.
- Posibles errores en la planeación y desarrollo de la secuencia.
- Aspectos a mejorar.

- El análisis de esta clase ¿apoya la planeación de las siguientes sesiones? ¿En qué forma?

- ***El análisis de la práctica***

En plenaria, todos los profesores coincidieron en que la secuencia de trabajo fue la adecuada porque tomaron en cuenta la motivación, realizaron actividades para el desarrollo y finalizaron con la evaluación. Consideran correcta la planeación de las actividades porque en las clases incluyeron inicio, desarrollo y cierre. Todos dijeron tomar en cuenta los conocimientos que ya poseen los alumnos para realizar las actividades, algunos profesores indicaron que tomaron en cuenta las preferencias de los niños (*se les planteó la clase a partir de lo que a ellos les gusta*), no tanto los conocimientos.

Afirmaron que no hubo errores en la planeación, los errores encontrados son ajenos a los profesores, mencionaron que uno es el tiempo dedicado a las actividades (*“el error puede estar en el tiempo”, “los niños se tardan mucho en resolver”*) y otro los distractores como: el ruido, llamadas a la dirección, gran cantidad de alumnos, carga administrativa, etc. (*“llaman a la puerta constantemente”, “que baje a la dirección”, “firme este recado”, “no existen las condiciones para realizar actividades”, “aquí no permiten realizar actividades fuera del salón”*).

Como aspectos susceptibles a mejorar dentro de la clase, propusieron la planeación de más actividades relacionadas con el tema, para poner a trabajar a los alumnos durante las posibles interrupciones (*“Para mejorar puede realizar más actividades relacionadas al tema”, “estrategias que les llamen la atención”*). Como acierto mencionaron las estrategias utilizadas por los profesores para motivar la participación de los alumnos y promover entre ellos el análisis del tema (*“Se promovió que los alumnos comentaran las estrategias usadas”, “Pudieron vivenciar pues jugaron al mercado”, “hubo confrontación de ideas y explicaron cómo resolvieron”*).

El análisis de las descripciones de la clase, se llevó a cabo más en relación a lo trabajado por los alumnos y cuestiones relacionadas a la organización escolar, que en los aciertos o

fallas que pueda tener la enseñanza. Al parecer, los profesores pueden modificar sus conocimientos matemáticos y pedagógicos, aunque con cierta dificultad, pero es muy difícil que acepten reflexionar sobre su propia acción docente. En la reflexión, su actuar como profesores no entró en cuestión.

- ***El análisis se guió por los intereses de los profesores***

Al parecer esta es la primera vez que los profesores se enfrentan a la tarea de analizar su práctica, tal vez por ello se centran en lo que les interesa más, o quizá en lo que son capaces de ver: aciertos y dificultades presentadas por los alumnos. Este grupo de docentes ha mostrado gran interés por apoyar a sus alumnos y buscan conocer estrategias que puedan llevar al salón. Se centran en la parte técnica para lograr que los alumnos resuelvan correctamente, no tanto en aspectos pedagógicos o de conocimiento del tema.

Con esta actividad se pretendía lograr la reflexión sobre la práctica docente, pero los profesores realizaron el análisis en relación al trabajo de sus alumnos y los inconvenientes externos que les dificultan llevar a cabo sus clases: falta de tiempo, interrupciones constantes, grupos numerosos, exceso de actividades propuesta por dirección y zona... No encontraron ningún problema en la planeación, desarrollo y/o evaluación, es decir, no encontraron elementos de mejora en su propia acción. Tal vez el tiempo dedicado a esta actividad no fue suficiente, pues no se logró que los profesores posaran la mirada sobre su actuar dentro del salón de clase y lograran reflexionar sobre él.

Esta actividad (analizar las clases), le pareció a los profesores que puede ser un apoyo para planear las siguientes clases (“para reforzar contenidos”, “dar seguimiento al tema”). Un equipo mencionó que ayudaría a planear estrategias para la diversidad (atienden varios niños con Necesidades Educativas Especiales). Se centran en las actividades, en lo práctico.

Reflexión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

- El análisis de dos clases

Para que los profesores analizaran otra forma de organizar las clases se les entregó una lectura tomada de ***Matemáticas escolares y competencia matemática*** de Salvador Llinares (ver anexo 5C). El texto hacía referencia a dos formas de abordar el trabajo en clase. En la primera parte, con el título: *“Escena 1. D. José, un maestro de tercer ciclo de Primaria. Los procesos de construcción geométricos en el tercer ciclo de Primaria”* se muestra a un profesor encargado de impartir únicamente la clase de matemáticas, la manera en que organiza el contenido matemático y la elección de las tareas (la planeación) que propondrá a sus alumnos y el papel que juega como docente durante la interacción de sus alumnos con el contenido matemático y después entre ellos.

D José propone a sus alumnos llevar a cabo una tarea a partir de preguntas donde deben justificar su respuesta, primero ante su equipo y después ante el grupo. La tarea está planeada para que sus alumnos puedan generar varios procedimientos de solución, les permita identificar nociones matemáticas que apoyen los procesos de construcción de figuras y puedan justificar el conocimiento matemático que utilizan. D José guía la discusión, recopila las estrategias presentadas por todos los equipos y propone nuevas tareas donde los alumnos puedan aplicarlas para verificar cual es la más eficaz.

La segunda parte, con el título: *“Escena 2. Da. Inés y la división de números decimales en 6º de primaria”* presenta a una profesora que lleva dos años trabajando con el grupo, su clase consiste en practicar la resolución de divisiones con decimales, utiliza los ejercicios que le propone el libro (operaciones sin contexto). Da. Inés considera importante que los alumnos aprendan las reglas para utilizar el algoritmo de la división. Pretende que los alumnos resuelvan las operaciones con eficacia.

La tarea, dentro del taller, consistió en realizar un análisis de las clases descritas en la lectura para compararlas entre sí. Se solicitó comentar las ventajas y desventajas que puede tener llevar a las aulas, con la población y condiciones existentes en la escuela,

estas formas de trabajo. Los profesores se vieron interesados en esta actividad. Sin embargo, al llevar a cabo la plenaria, se realizaron pocas participaciones.

- **La clase de D. José**

Guille5 menciona que al hacerse cargo de una sola materia y atender a un grupo con buenas características, es posible realizar un mejor trabajo con los alumnos:

“Me llama la atención las características del grupo. D. José se dedica nada más a ser maestro de matemáticas, esto le permite especializarse en la materia. D. José organiza y planifica el conocimiento ante el grupo y las tareas que va a dejar, lleva todo un seguimiento. Trabaja lo que hoy los libros del maestro nos invitan a hacer en el grupo: discutir, argumentar, fundamentar, rescata cada una de las propuestas de los equipos y la tarea es fundamentar sus conocimientos para después platicarlo al grupo. Nosotros, al tener un grupo tan diferente es compleja la situación, muchas veces dejamos la tarea y la guardamos, pero debe existir una secuencia, un seguimiento.”

A Guille5 el trabajo realizado por D. José le parece adecuado, lo compara con el que se propone realizar a los profesores de educación primaria a través de los libros del maestro. Menciona que con grupos tan heterogéneos, como los que se atienden en la escuela, es muy difícil el trabajo a realizar. Acepta que se debe respetar una secuencia y realizar un seguimiento, pero no menciona si esto se lleva a cabo en su grupo. Su comentario muestra el conocimiento que posee de la propuesta para trabajar matemáticas, pero después dice que en las condiciones existentes en la escuela resulta muy difícil, tal vez imposible, trabajar de esa manera.

- **La clase de Da. Inés**

Adriana4 comenta la clase de Da. Inés, encuentra algunos aspectos que son susceptibles de mejorar:

“D. Inés es el segundo año que trabaja con los niños, los conoce un poco más, cree que los niños ya saben algo porque ella se los dio el ciclo anterior, pero está confiando mucho en lo que les pudo haber enseñado, no hace un diagnóstico para partir de ahí, no sabe si los niños han comprendido el tema o no. Quiere que los procedimientos los hagan como ella les enseñó y no les permite desarrollar esa habilidad.”

Adriana4 no está de acuerdo con lo que lleva a cabo Da. Inés. Parece que el análisis de la lectura lo realizó con más cuidado pues encuentra detalles que, a su manera de ver, no son convenientes en la práctica docente: no elabora un diagnóstico de los conocimientos del alumno y da por hecho que comprendieron el tema.

La directora compara, en el siguiente comentario, el trabajo realizado por Da. Inés con el que se realiza actualmente en las escuelas:

“No permite que el alumno desarrolle la comprensión, pues cada niño aprende con su experiencia previa en matemáticas. Esta forma de trabajo se asemeja mucho al que se sigue haciendo en la escuela, ‘esto ya lo vimos y continuamos’ ni siquiera se permite al niño descubrir, argumentar, explorar diferentes estrategias y procedimientos.”

Al parecer, la directora también reflexiona, desde su posición, sobre la forma de trabajo que realizan los profesores al interior del salón. Para ella, hace falta permitir al alumno experimentar nuevas formas de solución para que logre construir sus conocimientos.

- ***¿Las reglas son necesarias? Dos puntos de vista***

Para Guille5 es necesario, en ocasiones, explicar a los alumnos procedimientos:

“Depende del tema que estés dando porque en matemáticas hay reglas también, hay cierta normatividad para realizar una suma o una división de decimales, tienes que llevar ciertas reglas en algún momento tienes que ser como Inés.”

Pero Guille5 realiza comentarios contradictorios pues en un momento afirma: “los propios libros te van llevando, se debe hacer (interacción entre los alumnos) porque así está la dinámica” y en otro dice ser necesario explicar los procesos convencionales para resolver operaciones.

Melba1 no está de acuerdo con Guille5 pues en la educación primaria se tiene la ventaja o posibilidad de permitir a los alumnos explorar sus estrategias para que conozcan el por qué de los procedimientos: Melba1 afirma:

“Sí, hay ciertas reglas. Sin embargo, creo que sí podría saber por qué está haciendo las cosas. Es como cuando nos enseñan a sumar fracciones y si se nos olvida la regla, porque no entendemos el concepto. El problema es que si nada más les explicamos la regla el día que se les olvide, ¡ya perdieron! Cuando hay temas de mayor complejidad de matemáticas si son prioritarias las reglas pero creo que aquí, en estos niveles, sí podríamos decirles por qué.”

Las reflexiones de Melba1 son interesantes y muestran su preocupación en que los alumnos adquieran y comprendan los conocimientos. De esta manera los alumnos contarán con las bases precisas para no olvidar lo aprendido.

Uno de los profesores solicitó se le dijera la forma en que debe encontrar el factor de proporcionalidad (“como fórmula”). Su petición generó algunos comentarios relacionados con respetar el proceso de aprendizaje de los alumnos, la directora fue la primera en exteriorizar sus reflexiones: *“Lo interesante no es sacarlo, es necesario hacer el procedimiento para que el niño descubra por sí mismo este principio matemático de proporcionalidad.”* La directora remarcó la importancia de que los alumnos construyan el procedimiento para encontrar las propiedades de la proporcionalidad.

- Realizar el seguimiento del tema

Flor1, comentó la importancia de respetar el proceso de los alumnos y la conveniencia de realizar el seguimiento desde primer año para que en sexto grado puedan manejarlo pues las fórmulas, si no entienden el concepto, no las entenderán o las olvidarán rápidamente. Flor1 mencionó:

“De acuerdo a los procesos que tenga cada niño, sí es importante que todo el proceso de proporcionalidad, que aquí seguimos (en el taller), se lleve desde primer año para que ya en sexto puedan manejar todo esto. Porque le puede dar la fórmula que pedía el maestro (para obtener el factor de proporcionalidad), pero si no tiene todo el proceso, lo hará con fórmula pero no le entenderá. Todos los procesos si no se inician a su debido tiempo, así le pueden dar la fórmula mágica, ‘esto es así de simple’ no lo va a hacer.”

El comentario de flor1, resume la opinión de la mayoría de los profesores: muestra que ha reflexionado sobre la importancia de realizar un seguimiento del tema a lo largo de la educación primaria, con el propósito de que el alumno logre integrar el concepto de

proporcionalidad o tenga las bases necesarias para concretizarlo después. Dos profesoras de segundo grado, se abstuvieron de verter su opinión en este aspecto.

- ***El lenguaje matemático***

Sobre el lenguaje matemático, Ignacio6 realizó un comentario que parecía buscar la reflexión de sus compañeros pues no está acorde con las observaciones realizadas en otras ocasiones: *“Ya no se maneja tanto la teoría, sino el procedimiento, ya no se va a manejar un lenguaje matemático, ahora nada más analizamos el procedimiento, esa es la tendencia, es: ‘resuélvelo como puedas’.”*

Ignacio6, no se ve convencido de lo que afirmaba. Al parecer menciona la situación en la que cree se trabajan actualmente las actividades dentro del salón.

Su comentario fue rebatido por la directora en forma contundente:

“No. Implica las dos cosas, porque ellos van a encontrar información en lenguaje matemático en cualquier lugar, debemos darles esas herramientas. No, eso sería una parte muy pobre del enfoque de las matemáticas, nada más ‘resuélvelo como puedas’ ¡no! es: ‘resuélvelo utiliza, aprópiate, desarrolla, lleva a la práctica’ es utilizar todas esas herramientas que tienen para llegar a la solución, pero utilizando los términos adecuados.”

Lo que dicen los profesores que aprendieron en esta sesión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

En esta ocasión, los profesores (6/11) consideran que aprendieron estrategias que pueden aplicar en el salón de clase. Estas estrategias son retomadas del análisis realizado a la descripción de una de sus clases y la de dos profesores más (en la lectura de D. José y Da. Inés). Tres clases con diferente forma de abordar el trabajo con el grupo y tres profesores que ponen en práctica sus conocimientos pedagógicos de diferente manera.

El análisis de estas tres clases también promovió la reflexión sobre la necesidad de “enseñar” reglas al trabajar con matemáticas o permitir que los alumnos “descubran” por qué se realizan ciertos pasos al ocupar una regla.

¿Qué consideran los profesores haber aprendido en esta sesión del conocimiento pedagógico?

Estrategias	Proceso requerido por el tema	Planeación de la clase
6	4	1

Algunos profesores (4/11) rescataron de esta sesión el proceso que se sugiere seguir para desarrollar el tema de proporcionalidad en la educación primaria, comenzando con las bases desde primer grado. A un profesor le pareció importante la actividad de analizar la planeación de una de sus clases, aunque lo que se pretendía realizar con esa actividad, era el análisis de su práctica docente que incluye las acciones de antes y después de estar frente a un grupo.

Conclusión sobre el conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad

Los profesores aún se muestran reacios a realizar actividades de escritura. En esta ocasión, se les solicitó elaborar una descripción que contuviera todo lo acontecido en una clase: lo que realizó el profesor, lo que hicieron los alumnos, las dificultades observadas tanto en la planeación como en la ejecución de la clase. Cuatro profesores realizaron un listado de actividades a desarrollar con sus alumnos. No fue una descripción de lo sucedido en la clase. Sin embargo, es la primera vez que cumplen con la petición de realizar un escrito.

Al parecer los profesores de este grupo no tienen por costumbre escribir. Actividad conveniente para realizar la reflexión sobre la práctica docente. Tal vez esto influyó para que los profesores no logran realizar un análisis profundo de su clase, en donde ellos y su actuar fueran los aspectos a observar y comentar.

Al realizar el análisis de su trabajo, los profesores encontraron algunas dificultades, ajenas a su práctica docente (distractores, interrupciones, asuntos administrativos). Con relación a su labor, afirman que no hay errores en ella, pero pueden mejorarla planeando

actividades para los inconvenientes que se presentan, externos a su planeación y trabajo docente.

El tiempo dedicado en esta sesión a la reflexión sobre la práctica, no fue suficiente para lograr que los profesores volvieran los ojos a su actuar y lo observaran como susceptible a ser analizado. Sin embargo, las actividades realizadas se pueden considerar un primer acercamiento, por lo que es conveniente, en futuras investigaciones, se trabaje este aspecto de la actualización docente más ampliamente.

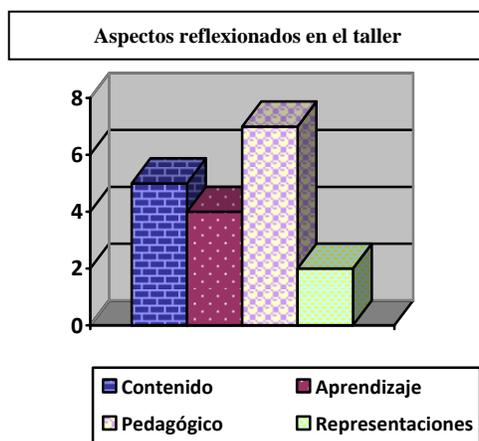
En esta sesión los profesores, a pesar de realizar una discusión interesante en cuanto a la conveniencia de utilizar o no las fórmulas o reglas matemáticas para enseñar y la importancia que implica usar y promover el lenguaje matemático, no lo mencionaron como elemento aprendido.

OPINIÓN DE LOS PROFESORES ACERCA DEL TALLER

La evaluación del taller por parte de los docentes se realizó en la última sesión. Se contó con los comentarios de once profesores (diez docentes y la directora del plantel). Cabe mencionar que en algunas preguntas la suma de respuestas es mayor a once pues los profesores incluyeron más de un aspecto en sus respuestas y así lo reporto.

Utilidad del taller para los profesores

A la pregunta general sobre la utilidad del taller, los profesores manifestaron que les fue de utilidad porque apoyó la reflexión de varios aspectos dentro del proceso educativo. A siete profesores (7/11) les fue útil en relación al aspecto pedagógico, a cinco (5/11) les pareció un apoyo para mejorar el conocimiento sobre el contenido del tema, cuatro (4/11) lo consideraron valioso en relación con el aprendizaje y dos (2/11) dijeron que les favoreció para analizar el tema desde otro punto de vista. En general, los profesores manifestaron que les agradó trabajar las actividades del taller.



Pregunté específicamente sobre la forma en que el taller apoyó su forma de enseñanza y aquí diez (10/11) de los profesores afirmaron que fue útil pedagógicamente pues *“dio sugerencias y nuevas estrategias sobre cómo tratar el tema de proporcionalidad”*, además opinan que *“aclarar el tema facilita adaptarlo a las necesidades de los alumnos”*. Pero sólo ocho (8/11) dicen que lograron reflexionar sobre su forma de enseñar y se percataron de la *“importancia de escuchar y ser escuchada en matemáticas”*. En esta pregunta cinco

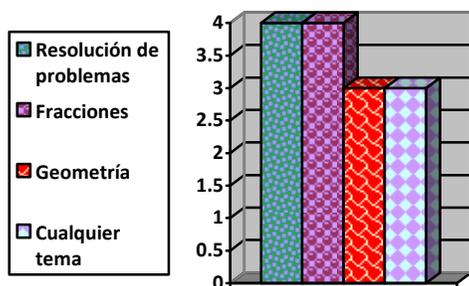
(5/11) dijeron que en relación al aprendizaje, las actividades trabajadas ayudaron a reflexionar también sobre la forma de “apoyar más a los alumnos para desarrollar su razonamiento”.

Los profesores expresaron que les agradó el trabajo desarrollado en las sesiones del taller porque fue una oportunidad de ampliar sus conocimientos matemáticos por medio de la reflexión sobre los contenidos (5/11) y ampliar las estrategias para aplicar en el aula (4/11).

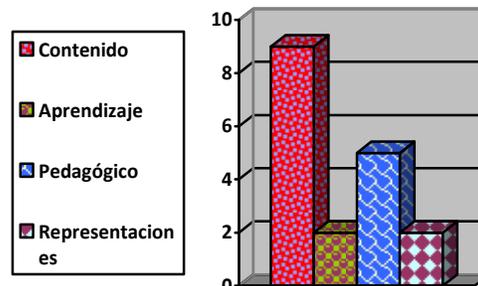
Temas de matemáticas que a los profesores les gustaría trabajar en otro taller

Al iniciar el trabajo del taller con el tema de proporcionalidad, di por hecho que a este grupo de profesores les interesaba el tema de proporcionalidad (la entrevista para definir el tema la llevé a cabo con otro grupo). Por eso, en la evaluación del taller, agregué la pregunta de qué tema, además de proporcionalidad, les habría gustado trabajar. Sus respuestas fueron similares a las obtenidas en el grupo entrevistado: resolución de problemas (4/11), fracciones (4/11), geometría (3/11) o cualquier otro tema que pudieran aplicar en el aula (3/11).

Temas que les habría gustado trabajar



Tipo de conocimiento desarrollado en el taller



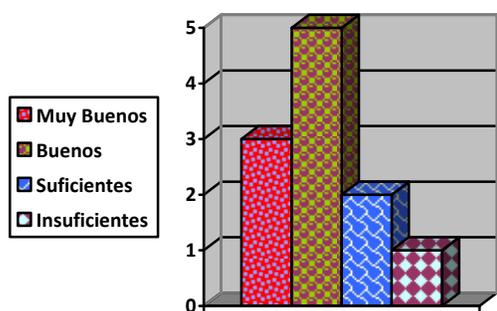
Aspectos del conocimiento que consideran los profesores haber desarrollado en el taller

Pregunté a los profesores si el taller había ampliado sus conocimientos y si fue así, qué aspecto (conocimiento, aprendizaje, pedagógico) apoyó. Sus respuestas no coinciden con

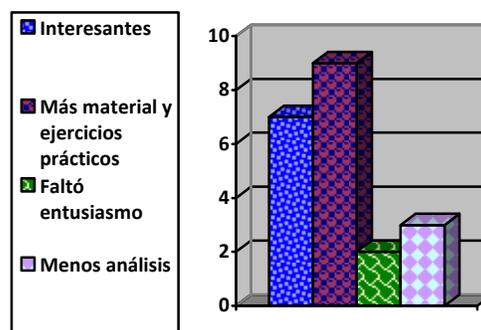
las primeras preguntas, pues en este caso (supongo que de acuerdo a sus intereses), los profesores manifestaron específicamente el aspecto que consideraron mejorar. Algunos dijeron que el taller apoyó el contenido del tema de proporcionalidad (9/11), otros afirmaron que fue más significativo en el aspecto pedagógico (5/11) y otros más que ayudó a reflexionar sobre el aprendizaje (2/11). Algunos se manifestaron por más de un aspecto.

Los maestros consideran que después de trabajar el taller, sus conocimientos de proporcionalidad son: **Buenos** (5/11) porque en el aula promueven *“el razonamiento por encima de las reglas”*, pueden *“resolver y enseñar a interpretar información”* pero aun les *“falta mucho”* aunque manejan ya algunos *“términos adecuados”*, además estudian *“los libros del maestro”* y han llevado *“otros cursos”*; **Muy Buenos** (3/11) porque consultan *“otros libros”*, ayudan *“a manejar términos propios y diferentes estrategias”*, anteriormente pensaban *“que era llenar tablas pero el proceso es más amplio”*; **Suficientes** (2/11) pero *“pueden incrementarse”* e **Insuficientes** (1/11) porque necesita *“más tiempo y ejercicios para razonarlo”*.

Cómo consideran los profesores sus conocimientos



Las actividades del taller

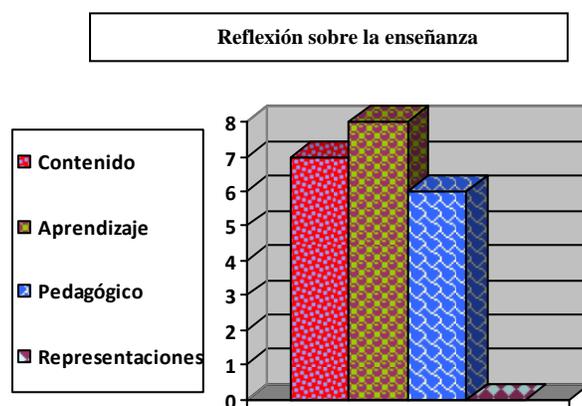


Los profesores manifestaron que hubo buena organización en el taller (7/11), la presentación del tema fue clara y hubo momentos de reflexión. Pero afirmaron que las sillas eran demasiado incómodas (todas las sesiones se trabajaron en un salón para cuarto grado, por lo que las sillas eran un poco más pequeñas). Sugieren que haya más material y

ejercicios prácticos (comentario recurrente en varios profesores 9/11), manejo de técnicas de grupo y evitar tanto cuestionario.

Reflexiones generadas a partir del trabajo realizado en el taller

Las **reflexiones** logradas en los profesores con relación al aspecto **de enseñanza** fueron cargadas al contenido de la materia (7/11) y al campo pedagógico (6/11). Sobre el aprendizaje de los profesores, ocho (8/11) coinciden en que el taller fue provechoso para revisar y aprender más sobre el tema de proporcionalidad y útil pedagógicamente (5/11) pues apoyó reflexionar sobre la importancia de *“tener paciencia en el proceso y conceptualización de cada niño”*, a *“observar las estrategias que usan (los alumnos), su opinión al realizar las actividades y cómo logran mejorar lo aprendido”*.



Con relación a las **reflexiones** generadas en el taller sobre **su propio aprendizaje**, los profesores se centraron en el conocimiento del contenido (7/11), *“lo comprendo mejor y esto me permite trabajarlo de otro modo”* pero *“necesito continuar con el aprendizaje”*.

El comentario de una profesora llamó mi atención pues enlaza su forma de conocer y comprender el tema con el tipo de actividades que puede desarrollar para que sus alumnos logren una mejor comprensión: *“si lo entendemos (el tema) ponemos actividades sencillas y ágiles que faciliten la comprensión (del niño)”*. Esta afirmación deja entrever el interés de la profesora por mejorar sus conocimientos para lograr que sus alumnos

comprendan: mejorar sus conocimientos le puede llevar a mejorar su forma de enseñanza, a mejorar su práctica.

En las **reflexiones** sobre el **contenido**, los profesores manifestaron que se reflexionó sobre lo amplio del tema y la importancia que tiene en el razonamiento matemático. Anteriormente *“no le hacían mucho caso por sentirlo complejo e irrelevante”*. En este sentido fue un gran avance el que los profesores vean que el tema de proporcionalidad no es sólo *“llenar tablas”* sino que es un *“proceso más amplio”* que involucra *“interpretar información, uso de tablas, relación escalar y funcional, gráficas, fracciones, porcentajes, escalas...”*

En general los profesores aseguran que a lo largo del taller se promovió la reflexión de su práctica docente y de sus conocimientos sobre el tema de proporcionalidad. De acuerdo con ellos, el propósito de la intervención se logró. Sin embargo, afirmar que el taller logró modificar su práctica puede ser muy aventurado pues, por los tiempos requeridos en esta investigación, no se pudo realizar un acompañamiento para verificar este aspecto.

CONCLUSIONES ADICIONALES

En nuestro país, la formación continua de docentes en servicio se ha considerado un elemento importante para lograr mejorar la calidad de la educación. Por este motivo, la SEP ha creado instituciones encargadas de organizar y ofertar a los profesores de educación básica en servicio una gama de cursos, talleres y programas cuyos propósitos principales son que aquéllos dominen el contenido de las asignaturas, reconozcan el enfoque pedagógico de los programas vigentes y diseñen y pongan en práctica actividades de acuerdo al enfoque y contenidos de la educación básica.

A pesar de que la oferta de actualización (programas de estudio, programas de formación y materiales para la formación), está pensada para realizarse **en la escuela y fuera de la escuela**, la mayoría de los cursos o talleres ofrecidos por la Secretaría de Educación Pública requieren del docente tiempo adicional al de su jornada laboral, ya sea para dedicar algunas horas al estudio individual o para reunirse con compañeros y realizar actividades en colegiado. Esto dificulta aún más el logro de los objetivos de la formación continua pues los profesores, después de su labor profesional, deben cumplir con otras tareas: asuntos familiares, personales, etc.

En la práctica sólo los Talleres Generales de Actualización (TGA) se llevan a cabo dentro del horario de trabajo, al inicio del ciclo escolar. Sin embargo, los profesores en servicio no consideran estos talleres espacios de auténtica formación; por ejemplo, en opinión de un grupo de profesores entrevistado, no tienen las características necesarias para cumplir esta función (falta de personal calificado, se imparten sólo como un requisito, no responden a la problemática de la escuela, son pocas horas al año,...).

Institucionalmente, la SEP tiene en consideración realizar *acompañamiento académico* a los profesores y escuelas que así lo soliciten. Sin embargo, no existe personal calificado para cubrir la demanda ni de los profesores en servicio ni de los planteles educativos. Los docentes tampoco reciben asesoría para elegir, de una gama de 611 títulos, los cursos o talleres que puedan apoyar sus conocimientos sobre un tema o gestoría y conformen su

trayecto formativo. En consecuencia, los docentes se inscriben a estas actividades considerando presiones externas (puntaje para Carrera Magisterial) más que necesidades de formación (conocimiento teórico, pedagógico, cultural, científico).

La oferta de cursos o talleres para la actualización es tan amplia y variada, y se establecen tantas modalidades para llevarlos a cabo (nocturnos, matutinos, vespertinos, sabatinos, períodos de receso escolar, individuales, en colectivo) que pareciera cubierto cualquier factor. Sin embargo, el Sistema Educativo no ofrece oportunidades suficientes ni las condiciones necesarias para que los docentes en servicio se preparen. Parece que falta tomar en cuenta los factores personales, económicos y de tiempo de los profesores para ofrecer opciones, acordes a sus intereses y necesidades, que cuenten con personal capacitado y se lleve a cabo dentro de su horario laboral.

Por otro lado, el único medio para que un profesor certifique su actualización ante la SEP, es el Examen Nacional. No se consideran para esto, ningún estudio de posgrado, sólo los cursos nacionales ofertados por el ProNAP (Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio). Esto limita a los profesores interesados en certificar su actualización pues se ven en la necesidad de elegir un curso de entre los listados.

La idea de que los profesores puedan contar con una opción de formación al interior de su centro de trabajo, dentro de su horario laboral y verificar si el trabajo en colectivo de un tema específico puede ser una opción para mejorar la práctica docente, me llevó a elaborar una propuesta de intervención que consistió en un taller de matemáticas, con el tema específico de proporcionalidad. Las actividades del taller se planearon con el propósito de generar en los docentes la reflexión sobre su práctica cotidiana y giraron en torno al conocimiento matemático de proporcionalidad y el conocimiento pedagógico vinculado al tema.

Para la realización del taller se consideró la revisión de algunos materiales con que cuenta el profesor: los libros de texto y el programa de Enciclomedia.

En relación con los libros de texto gratuitos de matemáticas se planeó la revisión y análisis de las lecciones de proporcionalidad; el propósito fue que los profesores reflexionaran sobre las lecciones y descubrieran que en ellas se plantea el desarrollo del tema, que no son sólo ejercicios para resolver, que se requiere más de una clase para abordar la lección, que contestarlas no quiere decir que los niños comprendan el tema. Los comentarios de los profesores permitieron ver que el objetivo se logró, aunque no totalmente pues el análisis no fue exhaustivo, sólo abarcó un tema (proporcionalidad). Convendría realizar un trabajo similar con los demás temas de matemáticas para que los profesores tengan una visión más amplia sobre los libros de texto.

Con relación a Enciclomedia, sólo se planeó revisar la forma en la cual puede ser utilizado este recurso en las clases de matemáticas y se sugirió analizar el mejor momento de aplicarlo. El programa Enciclomedia fue uno de los temas que no se lograron trabajar con la profundidad deseada pues fue necesario adaptarse a las condiciones propuestas por la escuela.

Dentro del taller se buscó promover en los profesores participantes: la disposición de analizar su práctica; ejercitar la toma de decisiones reflexionadas (en cuanto a lo que enseña y la forma en que lo hace) y analizar que la práctica docente es más que acciones dentro del aula (también incluye los momentos antes y después de la clase). Pues éstas son, de acuerdo a los autores retomados para este trabajo, acciones necesarias para lograr la transformación a docente reflexivo. No se puede afirmar que este propósito se cumplió plenamente pero la participación activa de los docentes, permitió observar que sí se trabajaron estas acciones, aunque no lograron realizar un análisis profundo sobre su práctica docente, tal vez, por cuestiones de tiempo. Además, parece que fue el primer acercamiento que los profesores tuvieron a este tipo de actividades de reflexión.

A este grupo de profesores les resulta difícil centrar el análisis en su práctica: les es complicado cuestionar su propio trabajo; en general, evaden la crítica al mismo y desvían la atención hacia lo que consideran puede apoyar a mejorar la enseñanza, es decir, a los aciertos y dificultades presentadas por los alumnos. Para que puedan llevar a cabo un

análisis profundo sobre su práctica requieren volver la mirada a su papel como docentes y relacionar su actuar con los resultados obtenidos en el aprendizaje. Tal vez así, puedan responsabilizarse de su función dentro del proceso de aprendizaje y logren analizar los posibles puntos de mejora en su práctica. En la experiencia aquí reportada el tiempo no fue suficiente para lograr plenamente este aspecto, aunque en una de las últimas sesiones, los profesores ya veían la posibilidad de que su actuar pudiera afectar los resultados del aprendizaje. Conviene retomar este punto en futuras investigaciones.

Los profesores se muestran preocupados por mejorar las estrategias dentro del aula, pero no consideran que *“la teoría”* pueda dar respuesta a sus necesidades: desatienden las actividades que pretenden incrementar sus conocimientos teóricos, ya sea de la materia o pedagógicos. No se muestran muy interesados cuando se les propone realizar el análisis de una lectura o realizar la redacción de algún momento de su práctica. Parecen más motivados cuando ven la posibilidad de poder aplicar dentro del grupo las tareas que se les proponen. En general, los problemas matemáticos planteados a lo largo del taller fueron resueltos con entusiasmo y pensando en cómo los resolverían sus alumnos. Al hacerlo, los profesores realmente se muestran preocupados por mejorar el aprendizaje de sus alumnos, pero sólo se interesan por actividades que hagan aprender a los estudiantes, no creen que, como docentes, requieran conocimientos teóricos para mejorar su práctica profesional.

De acuerdo con los autores revisados, existe mayor posibilidad de modificar la práctica cotidiana si se logra modificar la forma en que los profesores se acercan al conocimiento. Cambiar las actividades sugeridas a los alumnos, es una modificación que puede ser superficial y retornará a su posición original si no se profundiza en el conocimiento que sustenta esa actividad. A decir de los profesores *“podemos darles la fórmula pero si no entienden el proceso”* no funcionará.

En este grupo de profesores se hace presente, a lo largo de las sesiones y las actividades trabajadas en el taller, la falta de habilidades o destrezas requeridas para realizar el análisis y reflexión sobre su práctica, particularmente si tienen que hacerlo por

escrito. Los profesores realizaron todas las tareas solicitadas, incluso llevaron a las sesiones evidencia de las actividades propuestas para sus alumnos (cuadernos y libros de los niños con ejercicios resueltos) pero no registraron por escrito lo acontecido al interior del aula como se les solicitó. Los profesores no percibieron esta actividad como algo que pudiera ayudarles a mejorar el aprendizaje, por eso no vieron la necesidad de escribir lo sucedido en el aula: no relacionaron a la escritura con una parte sustancial de su práctica.

Al no contar con escritos de los docentes, fue necesario cambiar la forma de trabajo: el análisis de las actividades realizadas dentro del aula se llevó a cabo tomando como base narraciones en forma oral. Al narrar lo sucedido, sin la elaboración de un registro, se corre el riesgo de “olvidar” los hechos o mencionar sólo los que se consideran relevantes en un primer momento, ya sean halagos o censuras. Existen acontecimientos dentro del quehacer docente que se tornan “invisibles” por ser cotidianos y la elaboración de un registro de los hechos, puede apoyar a “mirar” estos sucesos que pasamos por alto. Tal vez ellos puedan hacer la diferencia entre una “narración” de lo sucedido y una reflexión sobre la práctica. Además, de acuerdo con los autores revisados, una narración en forma oral no tiene el mismo alcance, a nivel de reflexión, que un registro por escrito de lo ocurrido.

Parece conveniente que este grupo de profesores desarrollen las destrezas necesarias para elaborar registros de su práctica cotidiana, se requiere asesorarlos en la redacción de descripciones (sin censura o halagos) que incluyan tanto acciones realizadas como los diálogos del maestro y de los alumnos para que informen fielmente lo que sucede en el aula y puedan después, ser objeto de reflexión a nivel grupal. Estas descripciones pueden comenzar con pequeños “trozos” de la clase. Por ejemplo responder a una de las siguientes preguntas, ¿qué acciones realizó el profesor antes de presentarse ante el grupo?, ¿cómo se propuso la actividad?, ¿qué indicaciones dio el docente para resolver un problema?, ¿cuáles fueron las respuestas de los alumnos?, ¿en qué forma se concluyó la actividad?, ¿cuál fue un momento dentro de la clase que le generó asombro?, ¿cómo

reaccionó ante una actividad inesperada?, ¿qué actividades requieren más de su atención después de dar una clase? etc.

Otro aspecto conflictivo que encontré para lograr la reflexión en este grupo de docentes radica en el conocimiento que poseen los profesores. A lo largo de las sesiones, se observó que los docentes que disfrutaban de cierto status dentro del grupo y son reconocidos como “buenos maestros”, desean demostrar constantemente sus conocimientos. Se muestran más reacios a aceptar otras estrategias o conocimientos que no encajen con los que ya poseen, incluso pueden reaccionar agresivamente cuando se cuestionan sus saberes y, a pesar de no poder defenderlos con argumentos claros y convincentes, se niegan a desecharlos o a incorporar nuevas estrategias aunque las reconozcan como más sencillas y claras. En la literatura revisada para esta investigación, no encontré mención de este aspecto, tampoco hay alguna sugerencia de cómo enfrentar esta situación. Este aspecto queda como otro punto a retomar en futuras investigaciones.

Cabe mencionar un aspecto, que aparentemente era una dificultad, donde los profesores incrementaron sus conocimientos visiblemente al trabajar en colectivo: los problemas técnicos. La reacción de los profesores ante estos inconvenientes –todos derivados del uso del equipo de cómputo y los recursos periféricos– fue de apoyo pues los profesores “expertos” ofrecían formas de solucionarlos, compartían a los demás lo que conocían. Quizá de igual forma sucede en las cuestiones de conocimiento del tema y pedagógico. Sin embargo, estos cambios suelen ser invisibles a corto plazo. Se requiere llevar a cabo un acompañamiento para observar si existe algún cambio en el conocimiento o reflexión sobre la práctica. Estas son cuestiones más profundas que demandan mayor tiempo para ser detectadas.

Es importante continuar con el trabajo, después de realizar una intervención, pues los beneficios que se pueden conseguir por las acciones realizadas, no son posibles de observar plenamente sin realizar un seguimiento de lo que pueda acontecer en el aula o en futuras reuniones de Consejo Técnico. Se requiere llevar a cabo un acompañamiento a los profesores y sugerir incorporar a la práctica cotidiana la noción de reflexión, tal vez sea

conveniente trabajar uno o dos años más con el grupo de profesores. La formación continua de los docentes requiere un acompañamiento para apoyar la incorporación al aula de los trabajos realizados y los aprendizajes logrados.

En los comentarios vertidos por los profesores durante el trabajo en las sesiones del taller, se puede observar que los docentes lograron reconocer la importancia que su práctica cotidiana tiene en el aprendizaje, aunque no se puede afirmar que se responsabilizan de él; también reconocieron que su labor es susceptible de mejorar cuando dedican algún tiempo para analizar y comentar en conjunto los contenidos (de proporcionalidad) y los materiales con que cuentan. Estas son dos características necesarias para que un docente sea reflexivo (Zeichner, 1993). Sin embargo, faltaron elementos para profundizar en la reflexión sobre su práctica a pesar de que los profesores mostraron disposición ante esta actividad.

Se trabajaron también actividades para lograr que los docentes reconocieran las categorías del conocimiento (contenido, pedagógico, aprendizaje y representaciones) y realizaran un análisis de ellas que les permitiera modificar su práctica cotidiana con decisiones conscientes e informadas (Llinares y Brubacher), este último punto no se pudo corroborar. En este trabajo sólo se reporta lo observado sobre el conocimiento del contenido y el pedagógico vinculado al tema trabajado.

En la mayoría de profesores de este grupo se logró promover algunas actitudes necesarias para generar una acción reflexiva (Dewey): reconocieron diferentes puntos de vista, aceptaron la posibilidad de cometer errores y mostraron disposición a reconocerlos; analizaron las consecuencias posibles de su actuar en el desarrollo de los alumnos, básicamente cómo afecta, ya sea positiva o negativamente, su actuar en el aprendizaje de sus alumnos y se percataron de la importancia de realizar actividades de formación continua.

No se puede afirmar que estas actitudes continúen desarrollándose o se conviertan en una forma cotidiana de actuar, para corroborarlo se requiere realizar un acompañamiento

a estos profesores durante un lapso de tiempo mayor que el invertido para realizar esta investigación.

El trabajo a lo largo de las actividades desarrolladas en el taller, permite observar algunas ventajas de llevar a los centros de trabajo un proyecto de formación continua: se ofrecen al profesor actividades que buscan su formación dentro de su horario laboral; al tomar en cuenta los intereses y las necesidades de los profesores, de acuerdo a los problemas que deben enfrentar como colectivo dentro del plantel educativo, es posible plantear actividades específicas para los puntos débiles que se detecten dentro del conocimiento; es factible realizar ajustes a las actividades en caso de que no respondan a las necesidades de los profesores o que no resulten funcionales; se abre un espacio donde los profesores pueden comentar y analizar lo acontecido dentro del aula con sus compañeros de trabajo y es posible que el trabajo se realice en un ambiente de respeto y apoyo mutuo pues se persigue el mismo propósito: mejorar la práctica a través de la reflexión continua.

Sin embargo, realizar en la escuela un taller que pretenda la formación de docentes en servicio, no es una tarea fácil, se requiere:

- Contemplar las presiones institucionales (administrativas y de organización) que se transmiten a través de los directivos en beneficio del buen funcionamiento de las actividades escolares, pero en detrimento de cualquier taller que se quiera implementar;
- Reconocer las restricciones (tiempo, espacio, temas a trabajar,...) para tratar de optimizar las actividades del taller;
- Indagar los intereses y necesidades de los profesores que formarán el grupo de trabajo para tomarlas en cuenta al momento de realizar la planeación de actividades;

- Negociar con los profesores del plantel los compromisos que están dispuestos a cumplir (asistencia, participación, realización de actividades fuera del taller, escritos, lecturas) y
- Realizar actividades, teóricas y prácticas, que promuevan la reflexión del conocimiento tanto teórico como pedagógico.

Con todos estos puntos a tomar en cuenta, parece que no existe un contexto institucional favorable para lograr implementar un taller en alguna escuela. Sin embargo, es susceptible de realizar y, con un poco más de tiempo, se pueden lograr los propósitos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Apple, M y F. Barry. (1988) "Historia curricular y control social", 85-109. En Apple, M. ***Ideología y Currículo***. Madrid, España: Akal.
- Ávila, A. block, D y Carvajal, A. (2003). "Investigaciones sobre educación preescolar y primaria", 49-149. En López y Mota, A. (Coord.). ***Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos: proceso de enseñanza y aprendizaje, No. 7***. México: Grupo ideograma editores.
- Ávila, A. (Directora). (2004). ***La reforma realizada, La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas***. México: SEP.
- Ávila, A. (2006). ***Transformaciones y costumbres en la matemática escolar***. México: Paidós.
- Ávila, A. y Balbuena, H. (Coord.). (2005). ***Matemáticas tercer grado***. México: SEP.
- Ávila, A., Balbuena, H. y Bollás, P. (2005). ***Matemáticas cuarto grado***. México: SEP.
- Ávila, A., Balbuena, H., Fuenlabrada I. y Waldegg, G. (2005). ***Matemáticas quinto grado***. México: SEP.
- Backhoff, E., Andrade, E., Sánchez, A., Peon, M., & Bouzas, A. (2006). ***El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: Sexto de primaria y tercero de secundaria***. México D. F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Balbuena, H., Block, D., Fuenlabrada, I. y Waldegg, W. (2005). ***Matemáticas sexto grado***. México: SEP.
- Blanco Nieto, L. J. (1996). "Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento", 199-221. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. ***El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática***. Granada, España: Comares.
- Block, D. y Fuenlabrada, I. (Coord.). (2006). ***Matemáticas primer grado***. México: SEP.
- Brockbank A. y McGill I. (2002). "Reflexión y práctica reflexiva". En Brockbank A. y McGill I. ***Aprendizaje reflexivo en la educación superior***. Madrid, España: Morata.
- Civil, M. (1996). "Pensando sobre las matemáticas y su enseñanza: una experiencia con estudiantes para profesores de primaria", 173-197. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. ***El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática***. Granada, España: Comares.
- Cortina, J. L. (en prensa). El aprendizaje de las matemáticas en Iberoamérica según lo reportado en el documento PISA 2006, Science Competencies for Tomorrow's World; una reseña crítica. ***Educación Matemática***.

- Davini, Ma. C. (1995). *La formación docente en cuestión: política y pedagogía*. Argentina: Paidós.
- Delgado Reynoso, J. M. y Primero Rivas, L. E. (compiladores). (2006). *La práctica de la investigación educativa I, la construcción del objeto de estudio*. México: UPN.
- De Olaizola Arizmendi, I. y Santos Trigo, L. M. (2004). *Hacia una redefinición de la cultura matemática en el salón de clases: argumentando la inexistencia de soluciones*. Revista Educación Matemática, vol. 16 núm. 1, abril de 2004. pp. 5-27
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona, España: Paidós.
- Díaz Puente, M.Y. (2006). *“La formación del docente; una tarea inconclusa”*. Tesis de maestría. UPN Unidad 142.
- Erickson, F. (1997). “Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza”, 195-301. En Wittrock, M. C. *La investigación de la enseñanza, II Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona, España: Paidós.
- Erlwanger, S. H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *Journal of Children's Mathematical Behavior*, 1(2), 7-26.
- Estrella Ake, L. R. (2003). *“El impacto de los cursos de capacitación del PAREB en el desempeño de los docentes de Educación Primaria”*. Tesis de maestría. UPN Unidad 31.
- Fierro, C y Rojo Pons, S. (1994). *El consejo técnico. Un encuentro de maestros*. México: Unidad de Publicaciones Educativas SEP.
- Fuenlabrada, I. (coord.). (2006). *Matemáticas segundo grado*. México: SEP.
- García Cotés, F. (compilador). (2003). *El informe PISA 2003: un enfoque constructivo, memoria del cuarto encuentro internacional de educación*. México: Santillana.
- Giménez, J. y Fortuni, J. M. (1996). “Explorando un modelo integrado de evaluación con profesores en formación”, 251-272. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada, España: Comares.
- Ibarra Mercado, A. (2007). Enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Iniciando la reflexión desde la escuela. Tesis de doctorado UPN Ajusco. (en trámite).
- Informe PISA 2003, aprender para el mundo del mañana, OCDE, Santillana, 2003.
- Jimeno, M. (2003). *¿Por qué las niñas y los niños no aprenden matemáticas?* Malaga: Octaedro.
- Kemmis, S. (1986). “La naturaleza de la teoría del currículum”, 19-77. En Kemmis, S. *El currículum: más allá de la teoría de la reproducción*. Madrid, España: Morata.

- Libro para el maestro. Matemáticas. De primero a sexto grado. SEP. 2003
- Libro para el maestro, educación secundaria. Matemáticas. SEP. 1994
- López y Mota, A. D. (Coordinador). (2003). **Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje, El campo de la educación matemática, 1993-2001.** México: Ideograma editores.
- Lundgren, U. P. (1992). "El curriculum: conceptos para la investigación", 12-34. En Lundgren, U. P. **Teoría del curriculum y escolarización.** Madrid, España: Morata.
- Llinares, S. (1996). "Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para profesores de primaria", 13-36. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. **El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática.** Granada, España: Comares.
- Llinares, S. (2005). "Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional", 187-220. En Chamorro, Ma. Del Carmen. **Didáctica de las matemáticas para primaria.** Madrid, España: Pearson Prentice Hall.
- Llinares, S. (2005). "Matemáticas escolares y competencia matemática", 3-29. En Chamorro, Ma. Del Carmen. **Didáctica de las matemáticas para primaria.** Madrid, España: Pearson Prentice Hall.
- Llinares, S., Sánchez, V. (1996). "Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de primaria", 97-118. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. **El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática.** Granada, España: Comares.
- Marchesi, A. y Hernández Gil, C. (2003). **El fracaso escolar.** Madrid, España: Alianza editorial.
- Martínez Silva, M. (2006). **Educación matemática para todos, vol. I.** México: Diálogos ediciones,
- Paquay, Léopold, Marguerite Altet, Evelyne Charlier, Philippe Perrenoud (Coords.). (2005). **La formación profesional del maestro, estrategias y competencias.** México: FCE.
- PISA 2006 en México.* (2007). D.F., México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Ponce, H. (2000). **Enseñar y aprender matemáticas. Propuestas para el segundo ciclo.** Buenos Aires, Argentina: Novedades Educativas.
- Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J. y García Jiménez, E. (1999). **Metodología de la investigación cualitativa.** España: Aljibe.
- Sáiz Roldán, M. (2003). **Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria.** Revista Mexicana de Investigación Educativa, mayo-agosto. 2003, vol. 8, núm. 18 pp. 447-478

- Sánchez, V., Llinares, S. (1996). "Prácticas escolares habituales y situaciones de resolución de problemas: el caso de Carlota", 223-248. En Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. ***El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática.*** Granada, España: Comares.
- Sanjurjo, L. (2002). ***La formación práctica de los docentes, reflexión y acción en el aula.*** Argentina: Homosapiens.
- Schön, D. A. (1987). ***La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones.*** Barcelona, España: Paidós.
- Sfard, A. (2001a). Equilibrar algo desequilibrado: Los estándares del NCTM a la luz de las teorías del aprendizaje de las matemáticas. *Revista EMA*, 6, N°. 2, 95-140.
- Sfard, A. (2001b). Equilibrar algo desequilibrado: Los estándares del NCTM a la luz de las teorías del aprendizaje de las matemáticas. *Revista EMA*, 6, N°. 3, 207-249.
- Stenhouse, L. (1987). "¿Qué es un currículum?", 102-105. En Stenhouse, L. ***La investigación como base de la enseñanza.*** Madrid, España: Morata.
- Tyler, R. W. (1982). ***Principios básicos del currículum.*** Buenos Aires, Argentina: Troquel.
- Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M. L. (2006). "Video-clips y análisis de la enseñanza: construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas", 27-47. En Peñalva, M. C., Escudero, I., Barba, D. ***Conocimiento, entornos de aprendizaje y autorización para la formación del profesorado de matemáticas.*** España: Grupo Proyecto Sur.
- Zeichner, K. M. (1993). *El maestro como profesional reflexivo.* pp. 44-49. *Revista de pedagogía* 220, diciembre. Barcelona, España: Fontalba.

Documentos difundidos por la SEP

- SEP. (1993). ***Plan y programas de estudio. Educación básica. Primaria.*** México: SEP.
- SEP. (2001). ***Programa Nacional de Educación 2001-2006.*** México: SEP.
- SEP-SEBYN-CGAYCMS. (2006). ***Reglas de operación del Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros de Educación Básica en Servicio.*** México: SEP.
- SEP-SEB-DGFCMS. (2006). ***Lineamientos para la selección, diseño, desarrollo y evaluación de programas de estudio para la formación continua de maestros de educación básica en servicio 2006-2007.*** México: SEP.
- SEP-DGFCMS. (2006). ***Criterios para elaborar el programa rector estatal de formación continua.*** México: SEP-DGFCMS.

SEP-DGSEI. (2007). *Lineamientos para la organización y funcionamiento de las escuelas de educación inicial y básica en Iztapalapa 2007-2008*. México: SEP

SEP-SEB-DGFCMS. (2006). *Mejores maestros, catálogo nacional de formación continua de maestros en servicio 2006-2007*. SEP, México.

Artículos en línea

Carvajal, A. (2001, mayo-agosto). El uso de un libro de texto visto desde la etnografía. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, Vol. VI, N° 12, pág. 223-247. Obtenido en octubre 03, 2006, de <http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php?idm=es&sec=SC01&sub=SBA&criterio=N012>

García Herrera, A. P. (2002, octubre). Libros de texto gratuitos y escuela pública. *La tarea, Revista de educación y cultura. Escuela pública, N° 16-17, pág. 1-7*. Obtenido en octubre 03, 2006, de <http://www.latarea.com.mx/indices/indice16.htm>

Greaves Laine, C. (2001, mayo-agosto). Política educativa y libros de texto gratuito. Una polémica en torno al control de la educación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, Vol. VI, N° 12, pág. 205-221. Obtenido en octubre 03, 2006, de <http://www.comie.org.mx/v1/revista/portal.php?idm=es&sec=SC01&sub=SBA&criterio=N012>

Grupo de Tecnologías Educativas (GTE), Corporación Parque Tecnológico de Mérida. Metodología de intervención en el aula que evoluciona hacia la autonomía del docente. Formación de docentes en ejercicio. *OEI-Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)*, pág. 1-8. Obtenido en diciembre 12, 2006 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/333GTE.pdf>

Malanca Heredia, Cristina. (2008). Presentación de la materia Proyectos de intervención. Presentación en PowerPoint. Obtenido en julio 21, 2008, de www.upncelaya.edu.mx/docentes/wp-content/uploads/presentacion-de-la-materia.ppt

Martínez Moctezuma, L. (2002). Los libros de texto en el tiempo. *Diccionario de Historia de la Educación en México*, pág. 1-31. Obtenido en octubre 03, 2006, de http://biblioweb.dgsca.unam.mx/diccionario/htm/articulos/sec_29.htm

Martínez Olivé, A. (1997, noviembre). "Ponencia presentada en el Encuentro internacional sobre formación de profesores de educación básica para una educación con calidad y equidad". *OEI-SEP*. Obtenido en mayo 14, 2007 de www.oei.es/

Maud de Sánchez, M. "¿Cómo se forma un docente?" Obtenido en mayo 14, 2007 de http://www.nuevodiarioweb.com.ar/vernotasup.asp?seccion=&id_suplemento=9&seccion=Cultura&id_notasuplemento=3233

Moreno Bayardo, M. G. (1997, octubre-diciembre). Condicionantes de la función innovadora del libro de texto de matemáticas en la escuela primaria. *educar. Revista de Educación*.

Intervención Educativa, N° 3, pág. 1-6. Obtenido en octubre 03, 2006, de <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/01/01indice.html>

Orcasitas García, J. R. (1997, noviembre 25). La detección de necesidades y la intervención socioeducativa. **Educación, las necesidades educativas: presente y futuro**, N° 21, pág. 67-84. Obtenido en junio 20, 2008, de <http://ddd.uab.es/pub/educar/0211819Xn21p67.pdf>

Pérez Reynoso, M. A. (1997, octubre-diciembre). La intervención didáctica como alternativa para transformar la práctica. **educar. Revista de Educación. Intervención Educativa**, N° 3, pág. 1-3. Obtenido en octubre 03, 2006, de <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/01/01indice.html>

Sañudo Guerra, L. (1997, octubre-diciembre). El papel de la intervención educativa en la transformación de la práctica docente. **educar, Revista de Educación, Intervención educativa**, N° 3, pág. 1-3. Obtenido en octubre 10, 2006, de <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/01/01indice.html>

Sañudo Guerra, L.(a) (1997, octubre-diciembre). Los programas de intervención, una modalidad para investigar en la educación. **educar, Revista de Educación, Intervención educativa**, N° 3, pág. 1-7. Obtenido en octubre 10, 2006, de <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/01/01indice.html>

Páginas Web

<http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/Catalogotrayectosprimaria2007.pdf> Consultado en abril 05, 2008

<http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/presentacion.htm> Catálogo Nacional de Formación Continua. Consultado en marzo 24,2007

<http://miayudante.upn.mx/> Consultado en marzo 24, 2007.

<http://www.lie.upn.mx> Programa indicativo de la Licenciatura en Intervención Educativa. Consultado en julio 18, 2008

www.oei.es/linea6/docprog.htm, consultado en mayo 03,2007.

www.portal.unesco.org, consultado en mayo 03, 2007.

<http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>

<http://eae.ilce.edu.mx>

www.afsedf.sep.gob.mx

www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/

www.oei.es/linea6/mexico.htm

www.oei.es/

www.rae.es/rae.html

www.sepiensa.org.mx

www.sep.gob.mx

www.snee.sep.gob.mx

Referencias bibliográficas para el tema de proporcionalidad.

Block, D. (2000). **La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria.** Tesis de doctorado. CINVESTAV.

Block, D. (2006). **Un estudio didáctico sobre la noción de razón “múltiplo” y su vinculación con la multiplicación de números naturales.** Educación Matemática. Vol. 18, N°. 2. México, pág. 5-36.

Czarnocha, B. (1999). **El maestro constructivista como investigador. Cómo enseñar razones y proporciones a adolescentes.** Math Educ. Vol. II No. 2. pág. 52-63.

Fernández, F. (2001). “Proporcionalidad entre magnitudes” En Castro, G. (edit). (2001). **Didáctica de la matemática en la educación primaria.** Madrid, España: Síntesis.

Gómez, C. (1998). **Números racionales y razonamiento proporcional: una propuesta curricular basada en los estándares del NCTM.** Revista EMA. Vol. III, No. 2. pág. 112-132.

Hart, K. (1990). **Razón y proporción.** Matemática Secundaria de Nuffield.

Nunes, T. y Bryant, P. (2003). El avance a la multiplicación y la división. 170-236. En Nunes, T y Bryant, P. **Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño.** México: Siglo XXI.

SEP. (1993). **Plan y programas de estudio. Educación básica. Primaria.** México: SEP.

Vergnaud, G. (2003). “Los problemas de tipo multiplicativo”. 197-223. En Vergnaud, G. **El niño, las Matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria.** México: Trillas.

ANEXOS DE LAS LECCIONES



Cuestionario sobre el tema PROPORCIONALIDAD

Educación Primaria

Por favor, conteste este cuestionario con veracidad, sus respuestas son confidenciales y muy importantes para los temas a tratar en el taller.

Nombre: (opcional) _____

Grado que atiende actualmente: _____

Grado(s) que ha atendido con mayor frecuencia _____

Años de servicio _____ Nivel máximo de estudios _____

Se encuentra en algún nivel de Carrera Magisterial _____ ¿Cuál? _____

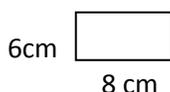
Resuelva los siguientes problemas

a) Ana quiere comprarse unas calcetas que valen 20 pesos. Su madre queda con ella que pagará 2 pesos por cada 3 pesos que pague Ana. En este caso, ¿Cuánto dinero debe tener Ana para comprarse las calcetas?

b) Hace 5 años un árbol de mangos medía 8 m y un árbol de naranjas medía 10 m. en la actualidad el árbol de mangos mide 14 m. y el de naranjas mide 16 m. Después de cinco años, ¿qué árbol ha crecido más? ¿qué árbol consideras que ha tenido un crecimiento más lento en estos cinco años?

c) ¿Qué es una situación o problema de proporcionalidad? _____

d) Resuelva el siguiente problema utilizando la regla de tres: Estos dos rectángulos guardan la misma forma (relación entre sus lados), pero uno es más largo que el otro. ¿Cuál es la altura del rectángulo mayor?



Anote aquí las operaciones que se realizan al resolver la regla de tres:

_____.

Trate de explicar: ¿Por qué cree que se realizan cada una de esas operaciones?

e) ¿Por qué debemos enseñar proporcionalidad en la escuela primaria? _____

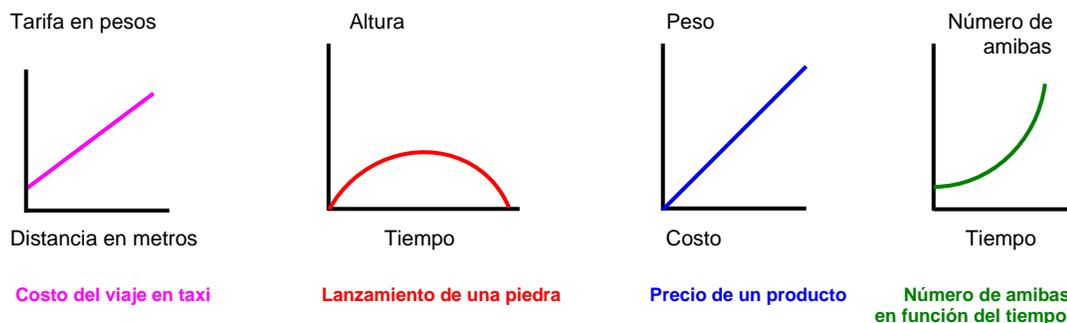
_____.

f) De los siguientes problemas subraye los que se resuelven utilizando la idea de proporcionalidad.

- En un mercado venden 2 kilos de pescado por \$60. Si tenemos \$360 ¿Cuántos Kilos podemos comprar?
- El precio de la tortilla varía con frecuencia. En diciembre de 1994 costaba \$0.75 el Kg., mientras que en abril de 1996 costaba \$1.40 y en diciembre de ese mismo año \$1.70; en agosto de 1997 \$1.90 y \$2.20 en febrero del año siguiente ¿Cuál fue el aumento total?
- En una mina, una cuadrilla de 10 mineros abren un túnel de 55 metros de longitud en 11 días. Si otra cuadrilla tiene 12 mineros. ¿Cuántos metros de túnel abrirán en 36 días?
- ¿Cuántos años tendrá Pedro cuando Juan tenga 24 años?

Edad de Juan	4	8	16	20	24
Edad de Pedro	12	16	24	28	?

g) De las siguientes gráficas, ¿cuáles representan proporcionalidad directa?



h) ¿Cómo explicaría a sus alumnos lo que es proporcionalidad? _____.

i) ¿Ha detectado dificultades en sus alumnos para aprender el tema de proporcionalidad? De ser afirmativa su respuesta, ¿Cuáles son esas dificultades? _____.

j) ¿En qué temas se puede aplicar el concepto de razón y proporción? _____.

k) Tomando en cuenta las competencias a desarrollar del ciclo en el que se encuentra laborando, ¿cómo trabajaría la lección que se encuentra en el anexo de este cuestionario? _____.

l) ¿Cómo se siente en relación con el tema de proporcionalidad en cuanto a conocimiento del tema y estrategias didácticas? Por favor, explique su respuesta _____.

RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

Adaptación de Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional.
Salvador Llinares.

Una proporción es una igualdad de dos razones. El razonamiento proporcional es el que se desencadena cuando se resuelven situaciones como las siguientes, reflejando, en las explicaciones que se puedan proporcionar, las relaciones estructurales de estas situaciones. Desde esta perspectiva no es una manifestación de razonamiento proporcional el solo uso de la técnica «de la regla de tres» o resolviendo expresiones como $a/b=x/d$ multiplicando en cruz. Las siguientes situaciones reflejan características de relaciones de proporcionalidad y constituyen contextos en las que se pueden manifestar los procesos de razonamiento proporcional.

- *Pedro compró 12 kilos de naranjas por \$18. ¿Cuánto hubiera pagado por 9 kilos?*
- *Ana quiere comprarse una camisa que vale \$20. Su madre queda con ella que le pagará \$2 por cada \$3 que pague Ana. En este caso, ¿cuánto dinero debe tener Ana para comprarse la camisa?*
- *Un ciclista A recorre 25 km en 20 minutos. Otro ciclista B recorre 20 km en 15 minutos. ¿Cuál lleva mayor velocidad?*

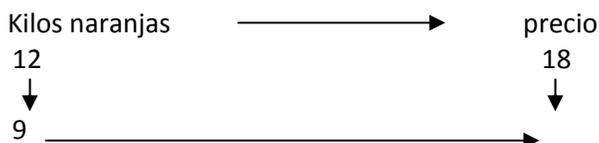
En la primera de las situaciones anteriores, los protocolos siguientes muestran rasgos de razonamiento proporcional:

«Si Pedro ha pagado \$18 por 12 kilos de naranjas, entonces la mitad de kilos valdrán la mitad de dinero. Así, 6 kilos valdrán \$9, y también 3 kilos valdrán \$4.5.

Luego como 9 kilos son 6 más 3 entonces valdrán \$9 + \$4.5 que es \$13.5".

«Si 12 kilos de naranja valen \$18 entonces 1 kilo valdrá 1.5. Luego 9 kilos valdrán 9×1.5 que es \$13.5".

Las situaciones comparten entre sí una serie de relaciones estructurales que podemos singularizar en:



En el esquema se muestran dos tipos de relaciones. Una *relación funcional* que vincula magnitudes diferentes como es precio/kilo, y que refleja el sentido de la unidad de la razón ($18/12$ es el precio de 1 kilo de naranjas). Por otra parte, existe una relación entre cantidades de la misma magnitud, generando una *razón escalar* (por ejemplo, $12/9$). El razonar usando estas relaciones tanto de manera cualitativa como cuantitativa caracteriza el razonamiento proporcional. El uso de tablas que mantienen las relaciones estructurales de la situación proporcional ayuda a que los alumnos generen rasgos de este tipo de razonamiento.

kilos	3	6	12	6+3
pesos	4.5	9	18	9+4.5

Las tablas de variación proporcional permiten explicitar en los procesos de comunicación y de

resolución de problemas las dos características de las relaciones estructurales que conforman la situación de proporcionalidad:

- La constancia de las razones escalares.
- La constante de proporcionalidad (o «unidad de razón»).

La generación del razonamiento proporcional es una pieza clave en la transición de los alumnos de Primaria a Secundaria. En cierta medida el razonamiento proporcional consolida el conocimiento matemático escolar de las fracciones, números decimales y razones de la Educación Primaria y se constituye en piedra angular para los estudios posteriores en matemáticas y ciencias en Secundaria.

De la misma forma que ocurre con los números, los alumnos suelen tener un conocimiento informal sobre las situaciones de proporcionalidad, y también la pérdida de significado puede favorecerse si existe una prematura introducción de los símbolos y de las técnicas que se pueden aplicar en las situaciones de proporcionalidad. En el currículo de Primaria, las situaciones de proporcionalidad suelen plantearse en el tercer ciclo (y principalmente en 6º), aunque los alumnos de edades más tempranas pueden generar aproximaciones cualitativas a este tipo de situaciones, centrándose las situaciones de enseñanza en los significados dados «relativamente» (utilizando el término «en relación a»). Teniendo en cuenta estos aspectos es necesario considerar que:

- Los alumnos necesitan desarrollar un «sentido de la noción de razón» entendido como el índice comparativo que proporciona información sobre una situación, y por tanto distinguir las situaciones en las que es posible aplicar este índice comparativo de las situaciones en las que no es posible. Esto implica reconocer que en una situación de proporcionalidad los cambios en una magnitud implican cambios en la otra, pero que el índice comparativo entre cantidades correspondientes es constante.
- Los alumnos deben desarrollar un lenguaje apropiado para pensar sobre, comunicar y explicarse en este tipo de situaciones. El desarrollo del vocabulario apropiado es por tanto un aspecto clave vinculado al desarrollo de la competencia matemática.

Con el análisis de situaciones en las que se den relaciones de proporcionalidad y situaciones en las que no se den estas relaciones, los alumnos pueden desarrollar una intuición desde la que apoyar el «sentido de razón» y dotar de significado a los símbolos utilizados para expresar proporciones.

ANEXOS SEGUNDA SESIÓN

ANEXO 2A

Grupo _____

A un coleccionista de monedas le interesa comprar las siguientes monedas:



A



B



C



D

- A – por cada 6 monedas paga \$15
- B – por cada moneda paga \$5
- C – por cada 2 monedas paga \$11
- D – por cada 3 monedas paga \$13.50

¿Cuánto pagará por 12, 20, 30, 50 y 60 monedas respectivamente?

Moneda	12	20	30	50	60
A					
B					
C					
D					

¿Por cuál moneda paga más? _____

¿Por cuál moneda paga menos? _____



E



F

¿Cuánto pagará por 15 monedas de éstas si paga el doble que por la moneda A? _____

¿Cuánto pagará por 25 monedas de éstas si paga la mitad que por la moneda B? _____

¿Por cuáles monedas paga lo mismo? _____

PROPORCIONALIDAD: DEL DOGMA A LA CONSTRUCCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS

HÉCTOR PONCE

El aprendizaje de la proporcionalidad es uno de los temas que conforma la biografía de cualquier estudiante a lo largo de su recorrido escolar, y casi como ningún otro es fundamentalmente un contenido donde confluyen diversas nociones. Veamos algunos ejemplos:

- Ampliaciones del campo numérico, números racionales;
- La medida;
- Cambio de unidades, de escalas;
- Porcentajes;
- Problema de mezclas;
- Probabilidad;
- Teorema de Thales;
- Funciones lineales;
- Semejanza;
- Escala;
- Etcétera.

Al ser un conocimiento de uso masivo y cotidiano – todos nos vemos enfrentados a situaciones de proporcionalidad – aparece como un concepto sencillo. Sin embargo, su aprendizaje escolar genera gran cantidad de dificultades.

Problemas de proporcionalidad y problemas de multiplicar y dividir (un lamentable desencuentro)

Generalmente, en los primeros grados los alumnos resuelven problemas que son planteados para poner en funcionamiento aspectos relacionados con el aprendizaje de la multiplicación y /o la división.

Ejemplos:

“Tengo 3 paquetes de caramelos. Hay 4 caramelos en cada paquete. ¿Cuántos caramelos tengo?”

“Si con 3 paquetes junté 12 caramelos, ¿cuántos vienen en cada paquete?”

Es de esperar que, según el grado, los procedimientos desplegados para la resolución vayan desde el dibujo de los paquetes y los caramelos, pasando por sumas o restas sucesivas, la utilización de un producto ya conocido o el empleo directo de la división. Los chicos resuelven problemas de multiplicar y dividir aun cuando no poseen la mejor estrategia posible, y el aprendizaje tendrá que ver, entre otros aspectos, con poder construir mejores recursos de cálculo (Broitman 1998).

Dependiendo de dónde se encuentre la incógnita, algunos de estos problemas pueden ser resueltos a través de:

- Una división en la que no hay resto posible:

“Calcular en cuántas cajas iguales hay 36 marcadores, si en cada una vienen 6.”

cajas	Marcadores
1	6
x	36

- Otros, a partir de una multiplicación:

“Si en una caja de marcadores vienen seis, ¿Cuántos tendré después de comprar cinco cajas iguales?”

cajas	Marcadores
1	6
5	x

- Y finalmente, otros mediante una combinación de ambas:

“Si en tres cajas de marcadores vienen dieciocho, ¿cuántos tendré si compro dos cajas iguales?”

cajas	Marcadores
3	18
2	x

Pero en todos los casos estamos resolviendo problemas de proporcionalidad. Sin embargo, a pesar de la importante red de conocimientos que se tejen alrededor de este tema, su presentación y tratamiento en el aula aparecen desvinculados de aquellos conceptos que se enlazan con lo multiplicativo.

De esta manera, a pesar de que lo multiplicativo es una herramienta con la que los chicos ya han comenzado a resolver determinados tipos de problemas y a investigar su funcionamiento, la forma en la que es presentada hace aparecer a la proporcionalidad como un contenido totalmente nuevo, que no tiene conexión con nada de lo aprendido hasta ese momento.

Al presentarse la proporcionalidad disociada de los problemas multiplicativos aparece, entonces, también desvinculada de aquellos conocimientos implícitos sobre la proporcionalidad, que los chicos ya poseen y utilizan. Analicemos más detenidamente esta cuestión.

¿Un procedimiento? ¿Muchos? ¿Ninguno? El más económico según el caso (otro desencuentro)

Cuando los problemas de proporcionalidad son un contenido a enseñar aparece en primer plano la necesidad de contar con algún procedimiento que permita resolverlos.

Sin embargo, la existencia de un único procedimiento (cualquiera de ellos, como por ejemplo el del pasaje por la unidad) genera múltiples dificultades.

La primera, evidente, es que descarta la existencia de otras posibles formas de resolución y, por lo tanto, la búsqueda de nuevas alternativas.

Por lo tanto, utilizar siempre el mismo modo de resolución no resulta, sencillamente, la estrategia más económica en todos los casos.

Ejemplo: “Si 15 fotocopias cuestan \$1.5 ¿cuánto deberé pagar por 60 fotocopias?”

fotocopias	pesos
15	1.5
60	x

En este problema no tiene sentido encontrar el costo de una fotocopia. Directamente se puede tener en cuenta que 60 fotocopias van a costar cuatro veces más.

A su vez, al contar sólo con una forma de resolución, no es posible disponer de ningún procedimiento diferente que permita controlar las producciones.

El desafío no es entonces, presentar un único procedimiento. **El desafío es generar situaciones que permitan hacer avanzar los procedimientos espontáneos, ya que en ellos los chicos emplean propiedades de la proporcionalidad aun cuando no pueden definirlos.** Avanzar significa devolverles a los alumnos el derecho a decidir cuál es el procedimiento más adecuado en cada caso, pero también asumir la responsabilidad de conocer las razones del método empleado reconocer otros métodos posibles de resolución, como así también rechazar aquéllos que no son correctos. En suma, abordar la construcción de una colección de procedimientos que se utilicen en función del problema a resolver.

Definiciones y propiedades

Una relación entre dos variables es de proporcionalidad directa cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo. A ese cociente se lo denomina constante de proporcionalidad.

- a) En una situación de proporcionalidad directa, si multiplicamos una de las cantidades por un número, la otra cantidad correspondiente se multiplica por el mismo número.

x 8	↓	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">x</th> <th style="width: 50%;">y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>160</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	5	20	20	160	↓	x 8
x	y									
5	20									
20	160									

- b) En una situación de proporcionalidad directa se cumple que a la suma de dos valores de una de las cantidades, le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra cantidad.

+	↓	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">x</th> <th style="width: 50%;">y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>7</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td>65</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	7	35	6	30	13	65	↓	+
x	y											
7	35											
6	30											
13	65											
=	↓		↓	=								

Conocer qué propiedades se cumplen nos permite tener herramientas para analizar las estrategias elaboradas por los chicos y para proponer situaciones que las hagan avanzar.

Números diferentes pueden provocar procedimientos diferentes

Decíamos al comienzo que los chicos de los primeros grados resolvían problemas sencillos de proporcionalidad. En el ejemplo que presentamos utilizamos cantidades discretas y números

naturales. Su uso facilita la introducción de la proporcionalidad desde el comienzo del segundo ciclo.

También utilizamos “números redondos”, esto es, números que permiten o favorecen la utilización intuitiva de determinadas propiedades, tales como el cálculo del doble, la mitad, el triple, etcétera.

Justamente, sobre estas dos variables – el tamaño y la redondez de los números – se puede intervenir para influir sobre los procedimientos empleados.

Ejemplo: “Si 2 boletos de colectivo cuestan \$3 ¿Cuánto dinero necesito para 12 boletos?”

boletos	pesos
2	3
12	x

En este problema es posible encontrar la constante dividiendo ($3:2=1.5$). sin embargo, el procedimiento más utilizado será seguramente el de considerar a doce como el séxtuple de 2 y, por lo tanto, multiplicar a 3 también por 6. Difícilmente el procedimiento empleado sea el de calcular la constante y después multiplicarla por doce.

Ejemplo: “en un negocio venden 1.5 m de tela a \$3. ¿Cuántos metros de tela podré comprar con \$40.5?”

m. de tela	pesos
1.5	3
x	40.5

En este caso, la constante es 2. Una forma posible de resolución podría ser $40.5:3=13.5$ y después multiplicar 1.5 por 13.5, pero seguramente los chicos preferirán encontrar directamente la mitad de 40.5.

Vemos entonces que, según qué números haya en juego, es más económico desarrollar una u otra estrategia, según el caso. Analicemos un ejemplo más.

“Completa la siguiente tabla para calcular cuántos caramelos traen 9 paquetes.”

paquetes	caramelos
4	24
5	30

Una estrategia podría ser calcular la constante dividiendo ($24:4=6$) y después multiplicar 9×6 . Otra estrategia, en cambio, podría ser aplicar la segunda de las propiedades que enunciamos más arriba, sumar los valores de las cantidades correspondientes.

En síntesis, hasta ahora vimos que no todos los problemas de proporcionalidad son iguales. Dependiendo de en qué lugar estuviera la incógnita se podría resolver con una división, una multiplicación o una combinación de ambas. También vimos que el tipo de números involucrados era otra variable que podía complejizar el problema. Las magnitudes y el tipo de tarea solicitado también se relacionan con diferentes niveles de dificultad.

La gestión de la clase

Sugerencias

- Resulta indispensable que presentemos una variedad de problemas tales que requieran el mayor despliegue posible de estrategias de resolución.
- Asumir la complejidad de hacer avanzar los procedimientos significa pensar en un aprendizaje a largo plazo. Al revés de lo que suele acostumbrarse, es importante asegurarnos de plantear actividades para que las conceptualizaciones erróneas aparezcan, de manera tal que puedan ser discutidas por la clase y, por lo tanto, modificadas. El aprendizaje no implica sólo la búsqueda de la estrategia más económica, también es el rechazo de aquellas estrategias que no funcionan.
- En este sentido, la gestión de la clase juega un rol esencial. Pueden plantearse problemas para ser resueltos en forma individual o en parejas en un primer momento. En la puesta en común se exponen tanto los procedimientos correctos como los incorrectos. El docente no emite juicio sobre lo realizado, debe postergar su opinión y alentar a los expositores a que defiendan su producción presentando justificaciones de sus procedimientos.
- Recién entonces la clase discute las estrategias que aparecieron.
- La discusión del grupo coloca los saberes individuales en el plano de lo social. El grupo va construyendo un conjunto de procedimientos compartidos. A partir de las diferentes situaciones que van llevando a poner en juego este repertorio, las estrategias empleadas se ajustan cada vez más a la más económica posible. Pero si por cualquier razón ésta no estuviera disponible, los alumnos tienen la posibilidad de volver momentáneamente a procedimientos anteriores que les permiten tener algún tipo de control sobre lo que están haciendo.
- Favorecer el debate y asegurar que las conclusiones queden registradas son actividades del docente que apuntan a que circulen por la clase los procedimientos de algunos para que puedan ser apropiados para todos y utilizados en nuevas situaciones.
- Será necesario también que presente nuevos problemas donde estas estrategias puedan ser reinvertidas. Y es de esperarse que los alumnos comiencen a identificar y utilizar aquéllas que estén entre las más eficaces de todas las que el problema habilite.

**Entrevista a Gerardo V
Estudiante de primaria.**

Edad: 28 años

Plaza Comunitaria e-México XXX

Fecha: 13 de abril de 2007

E: Entrevistador

G: Gerardo

Se utilizan () o [] para incorporar manipulaciones, escrituras u observaciones del entrevistador

Aclaración: en la región geográfica en que se realizó la entrevista, el ate se conoce como cajeta.

E: Mira, este otro problema (le muestra la hoja con el problema "Ates de membrillo"), a ver qué te parece.

G: (lee en silencio el problema) Por ejemplo, este es de 500 gr (señala el trozo) y es el precio 30 pesos

E: Ajá

G: ...

E: Aquí tienes otros paquetitos de diferentes tamaños, entonces hay que calcular el precio de cada presentación.

G: Mmj ...

[Resuelve primero el de 250 gr: \$15.00]

E: (Después de mucho tiempo) ¿cómo ves? ¿cuál será el precio de las otras presentaciones?

G: ...

E: Por ejemplo esta pregunta, ¿cuánto costará el kilo de cajeta?

G: 60 pesos

E: Sí, entonces tienes, el kilo vale 60, el medio 30 y el cuarto 15

G: Mmj

E: ¿Cuánto costarán por ejemplo, los 50 gr.?

G: ... 3 pesos

E: ¿3 pesos? Y ¿cómo le hiciste?

G: ... si 250 gr. Son 15 pesos, son 5 de 50

E: Mmj

G: Y es 3 por 5, 15

E: Mmj

G: ¿Sí?

E: Sí, efectivamente aquí serían 3 pesos los 50 gr. Ya tienes tres, mmh...

G: ...

E: Por ejemplo el de 800 ¿cómo cuánto costaría?

G: ... a 3 pesos 50 gr., aquí [en 800] son 16 de 50, le sumaría 16 por 3

E: ¿Cuánto te daría? Si quieres hacer la operación abajo

G: Escribe:

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

G: ... Serían 48 pesos por 800 gr.

E: Sí eso te da la operación, sí

G: Mmj

E: O sea dividiste el 800 entre 5

G: Mmj
E: No, más bien entre 50 ¿verdad?
G: Sí
E: Perdón, entre 50, sí
G: Y la de ésta, son 7 de 50... (se refiere al trozo de 375 gr.)
E: 7 de 50, ¿cuánto te daría?
G: ... Serían 21.50 más el 25 más 25 más, más 25 gr. Serían 22.50
E: 22.50, sí porque son \$21 por 350 gr ¿verdad? Sí, si gustas anotarlo
G: 21
E: No, lo que dijiste
G: ¿22.50?
E: Sí
G: Y aquí serían, ¿58? (se refiere al trozo de 965 gr.)
E: ¿58?
G: Mmj
E: ¿Ese cómo lo calculaste?
G: O sea le... son 19, 19.50 por 3, y 15 gramos creo que sería 1 peso
E: Así lo redondeas
G: Mmj
E: Pues muy bien, ya tienes ésta, ya nada más te faltaría contestar ésta que ya habías dicho tú desde un principio que eran... (me refiero a la pregunta: ¿cuánto costaría el trozo de un kilo de cajeta de membrillo?, y escribe la respuesta: \$60)
G: Sí
E: 60
G: ...
E: ¿Cómo ves la última pregunta?
G: ...
E: ¿En dónde será más barato, con Don Andrés o con...
G: Don Fernando
E: Don Fernando, esos son los precios de Don Fernando
G: Mmj creo que es más barata con Don Fernando
E: Mmh, si quieres anótalo en la línea, porque Don Andrés la da a 50 pesos con 750 gr. ¿verdad?
G: Mmj
E: Con Don Fernando, ¿cómo andarían?
G: Como a 45 creo, 750 gr
E: Mmh, sí, entonces es más barato ¿verdad?, sí, si quieres ponle por favor, Don Fernando

II. En la tienda de don Fernando empacan trozos de *cajeta de membrillo* de distinto peso. Ya pusieron la etiqueta a un paquete. Fíjese en el precio y complete las etiquetas que faltan.



500 gr.



375 gr.



800 gr.



965 gr.



250gr.



50 gr.

¿Cuánto costaría el trozo de un kilo de *cajeta de membrillo*? _____

En la tienda de don Andrés un trozo de 750 gramos de cajeta de membrillo cuesta \$50.00. ¿En dónde es más barata la cajeta de membrillo? _____

EL CASO DE BEATRIZ.**Razón y proporcionalidad en 6° de Primaria**

Beatriz es una maestra en una escuela en la periferia de una gran ciudad. Ha estado trabajando en esta escuela durante los últimos 10 años. Ella siempre había estado dando clase en el segundo ciclo de Primaria pero hace dos años durante una de las últimas reestructuraciones que hubo en el colegio le ofrecieron pasar al tercer ciclo empezando desde 5° curso. Le pareció una idea interesante porque le permitía cambiar un poco y aceptó. El año pasado dio por primera vez 5° y este año estaba en 6° con: los mismos alumnos. Su clase tenía 26 alumnos con niveles bastante diferentes, y algunos más nerviosos de la cuenta, lo que algunas veces le ocasionaba algunos problemas de disciplina pero que había sabido manejar hasta estos momentos.

Beatriz pensaba que el temario de 6° curso no es muy diferente del de 5°, aunque tenía algunas cosas más y se amplían cosas dadas en los cursos anteriores. Uno de los contenidos que aparecían nuevos era la proporcionalidad y los porcentajes. Beatriz pensaba que este tema tenía alguna relación con las fracciones y los decimales y que por tanto no debería encontrarse con muchas dificultades, y que estaba el «algoritmo de la regla de tres» que permitía resolver las situaciones de proporcionalidad. En este sentido, Beatriz identificaba esta parte del temario con la regla de tres, la noción y aplicación de porcentajes y las situaciones de las escalas en planos y mapas y lo consideraba un contenido bastante útil.

Cuando Beatriz empezó a preparar el tema vio que el libro de texto traía problemas de «regla de tres», en la primera parte, pero que previamente introducía las relaciones en situaciones a través de «series de números proporcionales». Una de estas situaciones era la siguiente:

Andrés pagó \$1920 por 12 azulejos iguales, ¿cuánto pagará por 5 azulejos?

Observa cómo resuelve el problema Andrés:

1 azulejo cuesta \longrightarrow $1920 : 12 = \$160$
 2 azulejos cuestan \longrightarrow $160 \times 2 = \$320$
 3 azulejos cuestan \longrightarrow $160 \times 3 = \$480$

De esta forma se puede completar la siguiente tabla:

Numero de azulejos	1	2	3	4	5
Precio en pesos	160	320	480	640	800

Andrés pagará \$800 por 5 azulejos.

- *Observa que en la tabla anterior se puede pasar de los números de la primera fila a los números de la segunda fila multiplicando por 160.*
- *También podemos pasar de los números de la segunda fila a los números de la primera*

fila dividiendo por 160.

Numero de azulejos	1	2	3	4	5
Precio en pesos	160	320	480	640	800

Numero de azulejos	1	2	3	4	5
Precio en pesos	160	320	480	640	800

Por eso decimos que la serie de números 1, 2, 3, 4, 5, y 160, 320, 480, 640, 800 son dos series de números proporcionales y la tabla se llama tabla de proporcionalidad

Fuente: Matemáticas 6°. Ed. Santillana; página 134.

A continuación aparecían ejercicios que consistían en dada una fila y el número que multiplica o divide obtener la otra fila, y dada una fila y un número de la otra, determinar el número que permite pasar de una a otra multiplicando o dividiendo y rellenar la tabla.

En estos momentos Beatriz no tenía idea de cómo iban a responder los alumnos a este tipo de situación y cómo podría introducir los procedimientos para resolver los problemas de regla de tres que aparecían en el texto a partir de esta introducción. El procedimiento de la regla de tres que ella conocía y que se podía aplicar para resolver la mayoría de los problemas que aparecían en el texto tenía poco que ver, inicialmente, con lo de las series de números proporcionales.

Por otra parte, a Beatriz le gustaba siempre saber lo que los alumnos podían conocer del tema antes de empezar, pero como no tenía experiencia en 6° curso no tenía una idea clara de cómo iban a responder sus alumnos. Por eso, pensó en utilizar la situación que aparecía al principio del tema para recabar información

1) Andrés pagó \$1920 por 12 azulejos iguales ¿cuánto pagará por 3 azulejos? Ahora completa la siguiente tabla teniendo en cuenta los datos del problema

Número de azulejos	Precio
3	
6	
9	
12	1920
15	

¿Cómo obtuviste el precio de 6 azulejos? ¿Y el precio de 3 azulejos? ¿Y el precio de 15 azulejos?

Cuando recogió las respuestas se dio cuenta que había una gran variedad pero que podían agruparse de alguna manera.

Preguntas

- ¿Consideras que fue una buena tarea?
- ¿Crees que la tarea utilizada por Beatriz puede ayudar a describir las concepciones previas de los alumnos sobre las series de números proporcionales y la proporcionalidad?
- ¿Tú habrías utilizado esta tarea u otra?, ¿por qué?, ¿con qué objetivos?

Para su tarea (se requiere aplicar el problema a los alumnos)

- ¿Qué es lo que parece que entienden los alumnos?
- ¿Por qué crees que han contestado de la forma en que lo han hecho?
- ¿Qué piensas que pueden estar pensando los alumnos?
- Ordena las respuestas de los alumnos según las características del razonamiento proporcional que manifiestan. Justifica tu respuesta.
- ¿Cuál crees que puede ser el motivo por el cual los niños han contestado de la forma en que lo han hecho?, ¿cuál puede ser la diferencia en su forma de entender la tarea propuesta?

Para su plan de clase

- ¿Cómo tendrías en cuenta la información recogida a partir de estas respuestas para planificar la enseñanza de la proporcionalidad?

ANEXO TERCERA SESIÓN

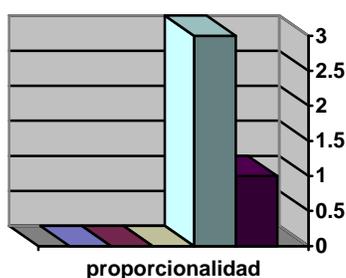
ANEXO 3A

Lecciones con temas de proporcionalidad en primer grado

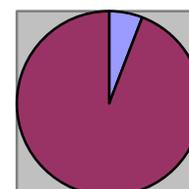
Lección	Pág.	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Primera parte				
Segunda parte				
Tercera parte				
Cuarta parte				
76	97	¿Cuántos camiones se necesitan?	Agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades	Construcción de estrategias, acomodamiento de la información
91	116	La misma cantidad de agua	Comparación y ordenamiento de capacidades	Construcción de estrategias
92	117	Más diez, menos diez	Resolución de problemas que implican sumar varias veces una misma cantidad	Suma, resta y multiplicación a nivel de construcción
Quinta parte				
126	154, 155	La tienda de chocolates	Resolución de problemas que implican sumar, agrupar y contar los agrupamientos o descomponer un número en varios sumandos	Suma y resta a nivel de construcción

Parte	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	0	16
2	0	35
3	0	23
4	3	25
5	1	29
5	4	128

Distribución de las lecciones por parte



Total de lecciones trabajadas por tema en el libro de primer grado

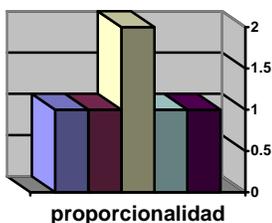
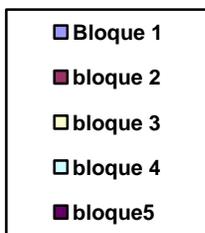


Lecciones con el tema de proporcionalidad en segundo grado

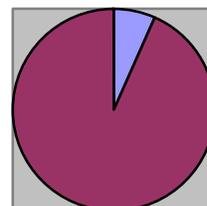
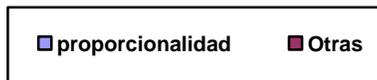
Lec	Pág	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Bloque uno				
16	28	A comprar paletas	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales	Reconocimiento de patrones numéricos
Bloque dos				
35	56	Los osos de peluche	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales	Reconocimiento de patrones numéricos Construcción de estrategias
Bloque tres				
51	78, 79	La empacadora	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales	Construcción de estrategias Detección de procesos inversos
68	102 , 103	Las estampas	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales. Tablas de variación proporcional	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias
Bloque 4				
74	112 , 113	La cooperativa escolar	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales. Tablas de variación proporcional	Construcción de estrategias. Cálculo
Bloque 5				

Bloque	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	1	22
2	1	25
3	2	22
4	1	27
5	0	21
5	5	117

Distribución de las lecciones por bloque



Total de lecciones trabajadas por tema en el libro de segundo grado

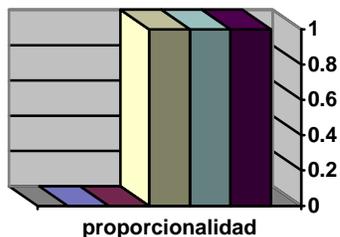
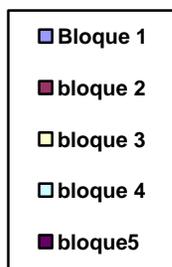


Lecciones con temas de proporcionalidad en tercer grado

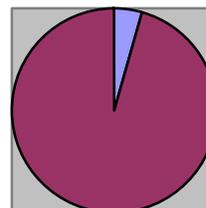
Lec	Pág	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Bloque uno				
Bloque dos				
Bloque tres				
42	98, 99	El mercado	La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales. Tablas de variación proporcional	Reconocimiento de patrones numéricos
Bloque 4				
64	146, 147	El sueño de los animales	Organización de la información en tablas de doble entrada	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias
Bloque 5				
86	194, 195	El museo	Tablas de variación proporcional. Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa. Constante de proporcionalidad	Reconocimiento de patrones numéricos. Detección de procesos inversos

Bloque	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	0	18
2	0	18
3	1	20
4	1	18
5	1	15
5	3	89

Distribución de las lecciones por bloque



Total de lecciones trabajadas por tema en el libro de tercer grado



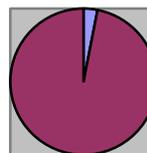
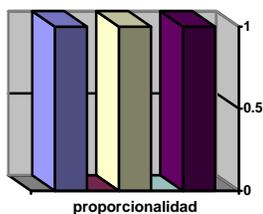
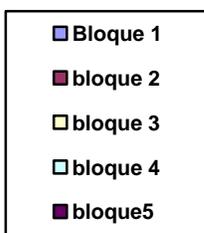
Lecciones con el tema de proporcionalidad en cuarto grado

Lec	Pág	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Bloque uno				
2	10, 11	El mercado	Tablas de variación proporcional La proporcionalidad como significado del concepto de multiplicación de números naturales	Reconocimiento de patrones numéricos. Expresión de procesos. Construcción de estrategias
Bloque dos				
Bloque tres				
17	122, 123	Hacemos recetas	Tablas de variación proporcional Resolución de problemas de variación proporcional con y sin tabla	Reconocimiento de patrones numéricos. Detección de procesos inversos
Bloque 4				
Bloque 5				
8	174, 175	Los quelites	Tablas de variación proporcional y resolución de problemas. Organizar información en tablas de doble entrada.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias

Bloque	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	1	20
2	0	21
3	1	19
4	0	16
5	1	15
5	3	91

Distribución de las lecciones por bloque en el libro de cuarto grado

Total de lecciones trabajadas por tema



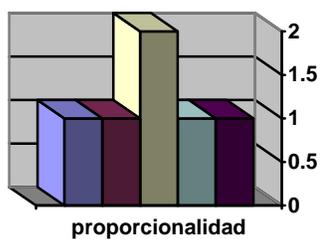
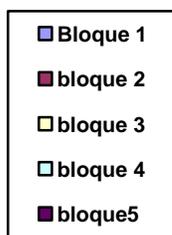
Lecciones con temas de proporcionalidad en quinto grado

Lec	Pág	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Bloque uno				
6	20, 21	La feria	Tablas de variación proporcional. Resolución de problemas de variación proporcional con y sin tabla	Reconocimiento de patrones. Construcción de estrategias
Bloque dos				
18	46, 47	Las canicas de la feria	Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes. Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa. Resolución de problemas de elaboración de tablas de proporcionalidad	Reconocimiento de patrones numéricos. Expresión de procesos. Cálculo
Bloque tres				
36	84, 85	Pesos y precios	Tablas de variación proporcional. Relaciones entre datos de una tabla de proporcionalidad directa. Identificación de la relación de proporcionalidad mediante métodos diversos. Resolución de problemas de elaboración de tablas de variación proporcional	Reconocimiento de patrones numéricos. Expresión de procesos. Cálculo
48	108, 109	Con el mismo sabor	Resolución de problemas de variación proporcional sin tablas	Cálculo. Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias. Expresión de procesos

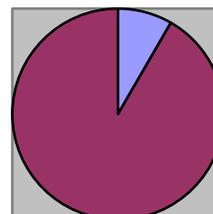
Bloque 4				
56	126 , 127	Distintas formas de variación	Tablas y gráficas de variación proporcional. Resolución de problemas de análisis de las tendencias en tablas de variación	Reconocimiento de patrones numéricos. Generalización. Clasificación. Expresión de procesos
Bloque 5				
75	166 , 167	¿Proporcional o no proporcional ?	Tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional. Propiedades de la proporcionalidad.	Construcción de estrategias. Detección de analogías. Planteamiento de hipótesis. Expresión de procesos.

Bloque	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	1	17
2	1	18
3	2	17
4	1	17
5	1	18
5	6	87

Distribución de las lecciones por bloque



Total de lecciones trabajadas por tema en el libro de quinto grado



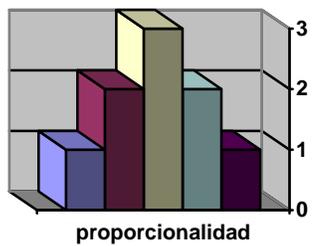
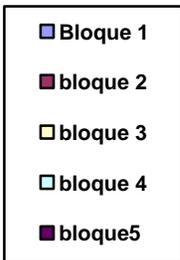
Lecciones con el tema de proporcionalidad en sexto grado

Lec	Pág	Título de la lección	Tema que se trabaja	Qué pretende desarrollar
Bloque uno				
11	30, 31	Se cambian fichas por estampas	La fracción como razón. Tablas de variación proporcional. Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional. Elaboración de tablas de variación proporcional.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias. Cálculo.
18	44-45	Tratos buenos y no tan buenos	La fracción como razón. Constante de proporcionalidad. Concepto de porcentaje. Resolución de problemas de variación proporcional con y sin tablas.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias. Cálculo.
Bloque dos				
24	58, 59	El taller de collares	Tablas de variación proporcional. Análisis de las tendencias en tablas de variación. Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Valor unitario en la proporcionalidad. Resolución de problemas de elaboración y análisis de tablas de variación proporcional.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias. Clasificación.
29	68, 69	El peso de un clavo	Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Valor unitario en la proporcionalidad. Resolución de problemas de elaboración y análisis de tablas de variación proporcional.	Construcción de estrategias. Clasificación. Operatividad. Expresión de procesos.
Bloque tres				
42	96, 97	Los engranes	La fracción como razón. Tablas de variación proporcional. Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Resolución de problemas de variación proporcional con y sin tablas.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias. Cálculo.

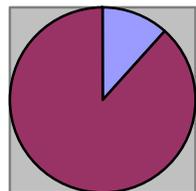
46	104, 105	El rompecabezas	Tablas de variación proporcional. Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa. Propiedades de la proporcionalidad. Escalas como ejemplo de proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Valor unitario en la proporcionalidad. Resolución de problemas de elaboración de tablas de variación proporcional	Coordinación motriz fina. Percepción de formas y tamaños relativos. Reconocimiento de patrones numéricos y geométricos.
47	106, 107	Del maíz a las tortillas	Tablas de variación proporcional. Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa. Constante de proporcionalidad. Resolución de problemas de elaboración de tablas de variación proporcional.	Operatividad. Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias.
Bloque 4				
61	136, 137	Relativamente grande o chico	La fracción como razón. Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. Valor unitario en la proporcionalidad. Cálculo de porcentajes.	Reconocimiento de patrones numéricos. Construcción de estrategias.
Bloque 5				
71	158, 159	¿Qué es lo que no cambia?	Tablas de variación proporcional. Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa. Propiedades de la proporcionalidad. Uso de productos cruzados en la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad.	Operatividad. Reconocimiento de patrones numéricos. Uso de fórmulas y sustitución de valores.

Bloque	Proporcionalidad	Total de lecciones
1	2	18
2	2	17
3	3	18
4	1	17
5	1	17
5	9	87

Distribución de las lecciones por bloque



Total de lecciones trabajadas por tema en el libro de sexto grado



TABLAS DE VARIACIÓN PROPORCIONAL COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAJE

Adaptación de Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional.
Salvador Llinares.

El uso de sucesiones de números que mantienen relaciones de proporcionalidad desde alguna situación concreta puede ser una buena ayuda para construir los contextos donde los alumnos pueden empezar a desarrollar procesos de razonamiento proporcional. Las tablas de variación proporcional, como las utilizadas al principio de esta sección, deben ser pensadas como instrumentos que faciliten el desarrollo de maneras de pensar ante situaciones de proporcionalidad. Sin embargo, el solo uso de las tablas como instrumento de aprendizaje no asegura por sí mismo el desarrollo del razonamiento proporcional. Por ejemplo, en el primero de los protocolos descritos en esta sección, el alumno está utilizando estrategias aditivas de manera iterativa para buscar la respuesta al problema planteado combinando mitades y dobles. Esta estrategia de construcción de la solución aunque correcta no nos asegura que el alumno esté pensando en relaciones multiplicativas. Como por ejemplo, ¿este alumno se da cuenta que la relación entre el número de kilos y los pesos pagados es constante en todas las columnas de la tabla? Este tipo de respuesta genera una cuestión, ¿hasta qué punto esta estrategia utilizada por el alumno puede ser válida cuando las relaciones entre los números implicados cambie y no sea fácil calcular mitades y dobles? El protocolo 2 muestra la respuesta de un alumno que sí parece haber identificado la relación multiplicativa, una relación que es lo suficientemente potente para ser independiente de la magnitud de los números que estén en la situación.

Para el maestro se plantea la cuestión de cómo ayudar a los alumnos a que desarrollen razonamientos de proporcionalidad que puedan llegar a ser independientes de los números utilizados. Una sugerencia es variar el tipo de preguntas que se plantean a los alumnos, y la estructura entre las cantidades y números, para forzar a los alumnos a ir más allá de la zona en la que son eficaces procedimientos más primitivos. Desde el punto de vista de la planificación del profesor y del diseño o selección de tareas las variables que habría que considerar pueden ser:

- Problemas en los que ambas cantidades aumenten.
- Problemas en los que ambas cantidades disminuyan.
- Problemas implicando relaciones de proporcionalidad inversa. - Problemas con números diferentes de los naturales.
- Problemas en los que su proceso de resolución se apoye en multiplicaciones/divisiones y sumas/restas.
- Problemas que no puedan ser resueltos con estrategias de doblar y calcular mitades.

Por ejemplo, con el problema de las naranjas podemos hacer las siguientes modificaciones atendiendo a las sugerencias anteriores:

- *Problema 1. Si 5 kilos de naranjas valen \$7. ¿Cuántos kilos puedo comprar con \$350?*
- *Problema 2. Si 2.5 kilos de naranjas valen \$7. ¿Cuánto valen 9 kilos?*
- *Problema 3. Si 38 kilos de naranjas valen \$25. ¿Cuántas naranjas puedo comprar con \$17.5?*

Cada una de estas modificaciones puede ayudar a generar nuevas estrategias y perfilar la eficacia de los procedimientos empleados. La construcción de las tablas permite explicitar las estrategias que pueden utilizarse para buscar la solución y por tanto singularizar las relaciones

multiplicativas entre las cantidades. Por lo tanto, si el objetivo es generar contextos en los que poder discutir el dominio de eficacia y las limitaciones de las estrategias utilizadas, una discusión previa se centra en el proceso de construcción de las tablas y en la necesidad de reflejar fielmente las relaciones estructurales de la situación. Los diagramas siguientes muestran algunas de las posibles estrategias vinculadas a los problemas anteriores:

Para el problema 1

Kilos	5	500		
pesos	7	700	350	

$\xrightarrow{\quad}$ $\xrightarrow{\quad}$
 $\xrightarrow{\quad}$ $\xrightarrow{\quad}$
 $\times 100$ $: 2$

Para el problema 2

		$\xrightarrow{\quad}$	$\xrightarrow{\quad}$	$\xrightarrow{\quad}$
		$\times 2$	$: 5$	$\times 9$
Kilos	2,5	5	1	9
pesos	7	14	$14/5 = 2.8$	

Para el problema 3

Kilos	38	19	7,6	
pesos	25	12.5	5	17.5

$\xrightarrow{\quad}$
 $\xrightarrow{\quad}$
 $: 2$
 $: 5$ \square
 $+ _$ $\xrightarrow{\quad}$

El uso de las tablas como un instrumento de aprendizaje hay que entenderlo como una construcción personal (o de grupo a través de las interacciones entre compañeros) que intenta dar cuenta de los procesos de pensamiento (y por tanto de las características del razonamiento proporcional generado). Aunque el profesor pueda recoger las estrategias planteadas por los alumnos y explicitar los atajos o procedimientos más eficaces, son los propios alumnos los que deben hacerlos suyos en última instancia. En este sentido, la competencia matemática entendida como el desarrollo de las relaciones entre las cinco dimensiones (comprensión, eficacia en el uso de los procedimientos, pensamiento estratégico, comunicación y actitudes) es ejemplificada en este tipo de situaciones a través del uso de las tablas. Las tablas se consideran entonces como instrumentos de aprendizaje al permitir explicitar las relaciones estructurales entre las cantidades y las estrategias empleadas. Además, las tablas permiten ser usadas como un instrumento que facilita la comunicación y explicación de las estrategias empleadas. Los contextos en los que los alumnos pueden construir los procesos de razonamiento mejorando sus estrategias iniciales, desde la identificación de las relaciones estructurales de los problemas (pensamiento estratégico), pueden permitir de manera adicional crear autoconfianza y por tanto generar actitudes positivas hacia la propia capacidad de resolución de problemas.

Grupos que atienden los maestros integrantes del equipo. _____

Con los engranes verde (15 dientes), rojo (10 dientes) y morado (5 dientes) contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Después de cuántas vueltas coinciden en su posición original?
 Verde – rojo _____
 Verde – morado _____
 Rojo – morado _____
2. ¿Cuántas vueltas da el engrane verde cuando el engrane morado da 3 vueltas?

3. ¿Cuántas vueltas da el engrane morado cuando el engrane rojo da una vuelta?

4. ¿Cuántas vueltas da el engrane rojo cuando el engrane verde da 2 vueltas?

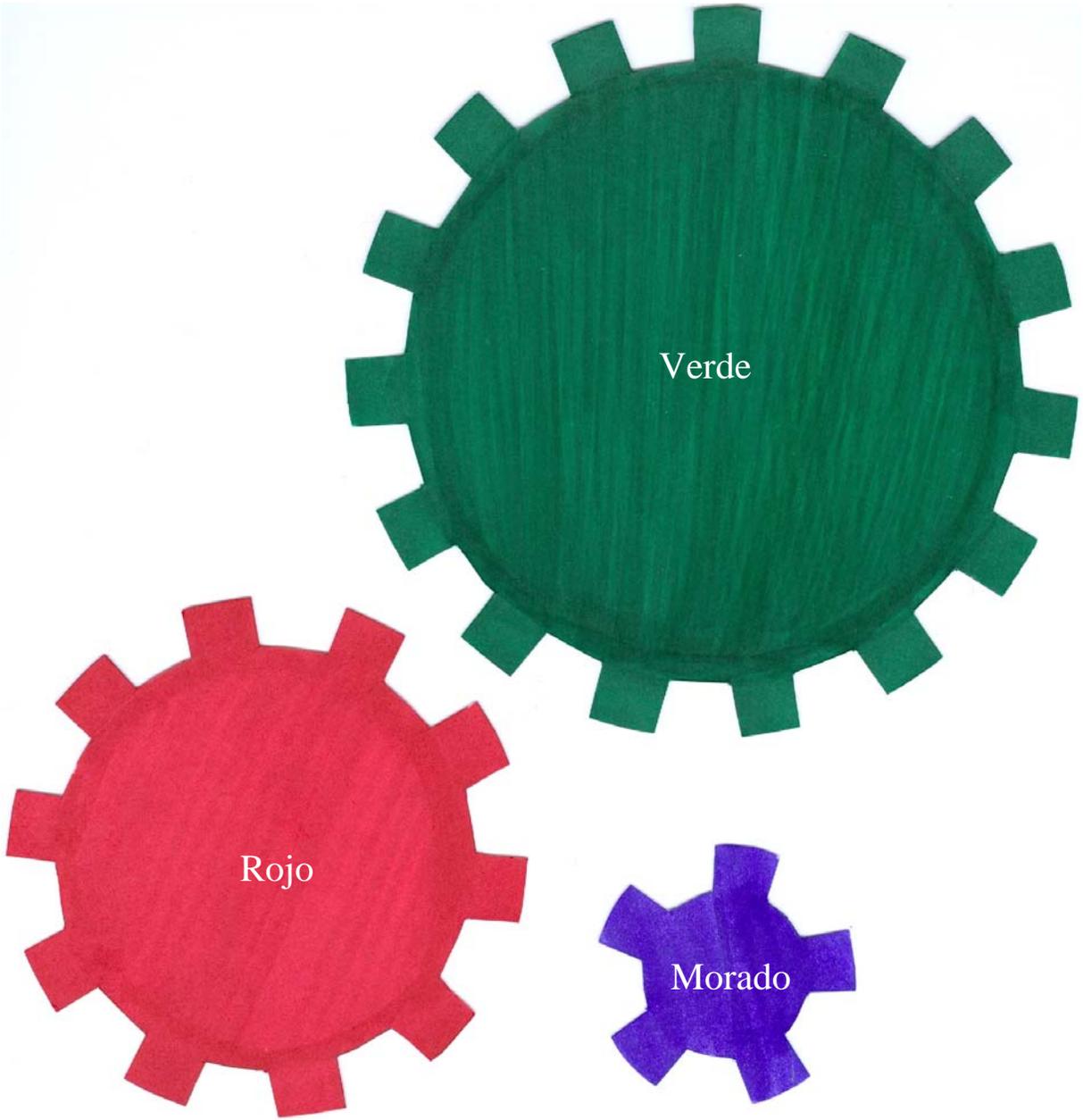
5. ¿Cuántas vueltas da el engrane verde cuando el engrane morado da una vuelta?

6. ¿Cuántas vueltas da el engrane verde cuando el engrane rojo da una vuelta?

7. ¿Cuántas vueltas da el engrane rojo cuando el engrane morado da una vuelta?

8. ¿Cómo obtuviste las respuestas de las tres últimas preguntas?

9. ¿Qué relación existe entre el número de vueltas que da cada engrane de las siguientes parejas para coincidir en su posición original?
 Morado – Verde _____ Rojo – Verde _____ Morado – Rojo _____
 Verde – Morado _____ Verde – Rojo _____ Rojo – Morado _____
10. ¿Qué relación existe entre el número de dientes de las siguientes parejas de engranes?
 Morado – Verde _____ Rojo – Verde _____ Morado – Rojo _____
 Verde – Morado _____ Verde – Rojo _____ Rojo – Morado _____
11. ¿Qué relación existe entre el número de vueltas que da cada engrane de las siguientes parejas para coincidir en su posición original tomando en cuenta el número de dientes?
 Morado – Verde _____ Rojo – Verde _____ Morado – Rojo _____
 Verde – Morado _____ Verde – Rojo _____ Rojo – Morado _____



DEVOLVER LA RESPONSABILIDAD A LOS ALUMNOS. MÁS ALLÁ DE DESCUBRIR LA PROPORCIONALIDAD.⁴

Nota de la autora: Este episodio de clase fue registrado a fines de los años ochenta, en el siglo pasado, en un grupo de quinto grado atendido por una profesora joven, con apenas seis años de experiencia docente, y con un gran entusiasmo en la realización de su labor.

De manera distinta a lo entonces habitual en las escuelas, las butacas que sirven de mobiliario en el salón de la maestra Patricia se encuentran dispuestas en semicírculo de doble fila, abierto hacia el pizarrón. La actividad que registramos tiene lugar alrededor de una situación asociada a objetos circulares (ruedas, círculos, engranes...) de diferentes tamaños y la relación π . El tratamiento de este contenido llevó cuatro sesiones de clase de aproximadamente una hora 30 minutos cada una.

Pues bien, la clase en el grupo de la maestra Patricia inicia con una primera fase en la que se plantea una pregunta abierta para introducir al tema. El episodio trata de lo siguiente: la maestra pone sobre el piso varios juguetes con dos o más llantas diferentes entre sí, lanza un interrogatorio para centrar la atención hacia la relación de magnitud entre pares de llantas de desigual tamaño. Luego, la atención se dirige al número de vueltas simultáneas de las diferentes llantas, los diálogos son del tipo:

Mta: [...] A ver, a ver, ¿cómo se moverán las de adelante de este carrito en relación con las de atrás...?

Coro: ¡Más rápido! [...]

Es en la segunda fase donde se establece relación con la variación proporcional, y es la que nos interesa analizar más detenidamente.

- ***Búsqueda libre de respuestas a un problema de variación proporcional (segunda fase de la actividad)***

Mta: Bueno, ahora vamos a trabajar en equipo (se organizan en tres equipos de aproximadamente 8 niños cada uno). A cada equipo le voy a dar un juguete y van a averiguar y me dicen cómo giran las ruedas grandes en relación con las chicas, pueden hacerlo aquí o en el patio (da a cada equipo un juguete)

Se hace un alboroto, todos salen al patio y una vez ahí empiezan a discutir. En un equipo, cuyos integrantes se ven bastante pensativos, se registra lo siguiente:

No1: Ya sé, hay que moverlo (se refiere a empujar el cochecito)

No2: (Empuja el cochecito, los demás observan con mucho interés)

No3: ¿Y eso qué? (se refiere a que el sólo verlo rodar no les da información)

No4: Hay que contarlas [las vueltas que dan las ruedas]

No2: (Empuja nuevamente el cochecito)

⁴ Tomado de Ávila, Alicia (2006). “Transformaciones y costumbres en la matemática escolar”. México. Paidós.

No5: Pero éste (el niño que empuja el carrito) le da muy *duro* [y no se pueden contar las vueltas]

No3: ¡Más despacio!

No2: (Empuja más lentamente el carrito, pero aún así no logran contar con precisión las vueltas)

No6: Hay que marcarle con un gis [en la orilla de la llanta], si no no se puede [contar las vueltas].

(Varios miembros del equipo van por un gis al salón; cuando regresan uno de ellos pone una marca en cada llanta; los demás siguen atentamente sus acciones; las marcas les servirán de punto de referencia para contar las vueltas).

Después, intentan contar los giros de las dos llantas al mismo tiempo pero no lo logran, es difícil hacer el conteo simultáneo, entonces - a sugerencia de uno de los integrantes - la tarea se divide: unos cuentan las vueltas de las llantas delanteras mientras otros cuentan las de las traseras y algunos otros registran en una libreta el número de giros simultáneos; los siguientes minutos se dedican a ello [...].

- *Puesta en común de los hallazgos: avances y límites de la actividad (fase 3)*

Cuando los equipos conformados terminan la tarea inicial, exponen sus hallazgos al resto de los compañeros:

Equipo 1. *La chica da dos vueltas y la grande una, la chica mide la mitad de la grande*

Eduardo: Nosotros lo que vimos es que la chiquita da una vuelta y la grande da media vuelta; la grande da una vuelta y la chiquita da dos vueltas.

Mta: La chiquita da una vuelta, la grande da//⁵

Coro: ¡Media!

Mta: La chiquita da dos vueltas, la grande da//

Coro: ¡Una!

Mta: ¿Y por qué? (dirigiéndose a Eduardo)

Eduardo: Porque es de diferente tamaño, es más chica

Mta: ¿Y qué más? (a Eduardo)

Eduardo (y otros del equipo que se le unen para dar la respuesta): Es la mitad

Mta: ¿Están seguros que es la mitad, cómo lo comprobaron? (a los niños del equipo)

No: Le marcamos y le dábamos vuelta, la chica daba su vuelta completa y la grande daba media; la chica daba 2 vueltas, la grande ya daba una vuelta

Mta (a los niños del equipo): Pero vuelvo a repetir, ¿cómo supieron que la chiquita es la mitad de la grande?

No: Por el número de vueltas que dio la chiquita y la grande

Mta: ¡Ah, bueno! Aquí ya nos contestaron que la rueda chiquita mide la mitad de la grande (...)

Y si la grande da 5 vueltas, ¿la chica?//

Coro: ¡Diez!

Mta: ¿Y si la grande da 10?//

Coro: ¡La chica veinte!

⁵ El signo // significa que la maestra se dirige a todo el grupo esperando que los niños completen la frase.

Equipo 2. *La grande da 15 giros, la otra 20, es más chica pero desconocemos en qué proporción*

Carolina: En lo que la [rueda] grande dio 15 giros, la rueda chica dio 20 giros (...)

Mta: ¿Y por qué? (dirigiéndose al equipo)

Coro: ¡Porque es más chica!

Mta: ¿Y cómo es el tamaño de la chica en relación con la grande? (nuevamente a los niños del equipo)

Ns: (Piensan unos segundos) Cinco veces más chica (algunos)

Carolina: (responde, en la grabación su respuesta es incomprensible)

Mta: A ver, entonces, ésta (la grande) dio 15 y ésta (la chica) dio 20, en el mismo tiempo...

Ns: ¡Sí!

Mta: Ahora, si ésta da 30 (la chica) ¿cuánto dará ésta? (la grande?)//

Varios niños: 25 (luego se hace un murmullo, parece que en cuanto dan la respuesta se percatan de que es errónea)

Mta: A ver, ¿qué me dijeron (antes)?, que ésta da 20 mientras la otra da 15, entonces, si ésta da 30...

Ns: ¡25! | ¡35! (distintas respuestas)

Los dos niños que son interrogados en seguida responden "25". Entonces la maestra dice:

"Será necesario comprobar si la respuesta es correcta ya que la mayoría opina así". Pero primero vamos a escuchar al tercer equipo"; este equipo expone sus resultados; encuentran fácilmente la relación ya que ésta, al igual que en el primer equipo, es 2 a 1 [...].

- Modificación de la situación y exigencia explícita de validación (sexta fase de la actividad)

Mta: Bien, vamos a continuar con este trabajo, pero ahora en equipos [...].

(La maestra reparte dos "engranes" de cartulina a cada equipo y solicita averiguar cuántos giros da el pequeño en relación con el grande; la relación es 24/8).

Comienza la actividad. En el equipo registrado, los niños marcan un punto en la orilla de cada engrane, el cual les servirá de referencia para contar los giros y buscan la solución de forma similar a como hicieron con las llantas en la sesión anterior; esta vez la estrategia es más fluida y sistemática (...).

Un niño de otro equipo llama a la maestra, quien se acerca:

No: ¡Maestra, maestra!, nosotros contamos los dientes, aquí son ocho y acá son 24; entonces 24 entre ocho toca tres; ha dado tres vueltas el chiquito y el grande una (el tono de la voz denota entusiasmo).

Mta: (Se pasea entre las bancas, cuando los niños le dicen a su paso el resultado que obtuvieron, les dice: "A ver cómo me lo comprueban", luego dice a todo el grupo: "A ver cómo me lo comprueban")

Los niños que dicen haber dividido 24 entre 8, ahora dicen a la profesora: ¡Nosotros ya se los comprobamos! [... pasan algunos minutos]

Mta: A ver, todos acá. Acá dicen sus compañeritos que para comprobar si es correcta su respuesta van a sacar *la medida* de los engranes; los compañeritos de este otro equipo también dicen que van a sacar *la medida*; aquí sus compañeritos dicen que van a hacer otra vez los giros y al irlos contando podrán comprobar, acá estos compañeritos dicen que van a comprobar contando los dientes de los engranes [...]

Mta: ¿Saben qué?, a ver si nos podemos poner de acuerdo, porque hay distintas respuestas, a ver de qué manera lo podemos comprobar más fácil (anota en el pizarrón las repuestas que le habían dado los distintos equipos a su paso por su lugar y que ella repitió en voz alta) ¿Cuál de todas estas formas les parecerá más fácil? (Las lee y pregunta a varios niños. Por el momento queda como "*favorita*", la de contar los dientes de los dos engranes y luego dividir entre sí los dos números resultantes).

Tres cuestiones diferencian esta situación de las trabajadas antes:

- a) la relación entre las dos circunferencias es: $8/24$ ($1/3$); antes se había trabajado una relación $1/2$, o $15/20$ ($3/4$), esta última sin haber sido explicitada;
 - b) la posibilidad de obtener el resultado en el ámbito estrictamente aritmético (mediante la división $24 \div 3$)
 - c) la solicitud explícita de validar (comprobar) los conocimientos
- **Nuevas restricciones en la tarea y emergencia de nuevas estrategias de resolución (séptima fase de la actividad)**

La tarea planteada en esta fase consistió en "encontrar el número de giros simultáneos de dos círculos" entre cuyos diámetros existía también la relación $1/3$. Conforme a las características de la situación, en esta ocasión se buscaba bloquear la estrategia de conteo directo y promover la utilización de la medida del diámetro y la relación π para resolver el problema. La actividad se desarrolla así:

Mta: Casi todos dicen que contando los dientes sería más fácil comprobar, vamos a ver... *les voy a dar esto* para que vean qué pueden hacer para calcular los giros simultáneos... (y reparte unos círculos de cartulina que denomina "engranes sin dientes"; esto, en principio, impediría a los niños utilizar el conteo como estrategia de solución y/o comprobación, idea que la profesora tiene en mente).

En algunos equipos se reitera la estrategia de hacer girar simultáneamente los "engranes sin dientes", marcando el punto de inicio del giro en cada uno (tal como hicieron en la fase 2). Aparece sin embargo otra estrategia más evolucionada: algunos niños dicen a la maestra: "Se puede saber sabiendo lo que miden las circunferencias" (y tratan de medirlas). El siguiente es uno de estos casos:

Los niños del equipo miden con una regla el diámetro de cada uno de los círculos y calculan el perímetro de ambos usando una calculadora; luego dividen la medida de la circunferencia mayor entre la medida de la menor, obtienen 3 como resultado. El entusiasmo del equipo es enorme, llaman a la maestra para comunicarle lo que perciben como un gran logro. La maestra los escucha [...].

Son dos los equipos que – conforme a las previsiones docentes - producen la estrategia anterior, que esquematizo así:

- Reconocer el diámetro y la circunferencia como datos útiles para resolver el problema;
- Obtener, utilizando la regla graduada, la medida del diámetro de cada uno de los círculos;
- Calcular las dos circunferencias (utilizando la relación π);
- Dividir la medida de la circunferencia mayor entre la medida de la menor y obtener así un resultado;
- Interpretar este resultado como la respuesta al problema.

Hubo una estrategia más, consistente en la simple aplicación de un conocimiento anterior: “Los círculos miden lo mismo que los engranes, [por lo tanto] la relación entre ellos es la misma”.

En la estrategia más avanzada se observa el reconocimiento de que la medida de los diámetros respectivos servirá para calcular la relación entre el número de giros de las dos circunferencias. De hecho, la profesora había ya tratado de promover dicha estrategia en etapas anteriores de la clase (*quinta fase*):

Mta (dibuja en el pizarrón un carro de carreras visto de costado, con las llantas traseras más chicas que las delanteras, luego pregunta): ¿Cómo le haría yo para saber de este carro cuántas veces da vueltas la llanta chica en relación con la grande *sin tener que estar dándole vueltas*?

Los niños comentan entre sí, pero ninguno responde directamente a la maestra; ésta insiste dos veces más: "¿Nadie me puede decir?", pero no recibe respuesta.

Mta: Bueno, pues queda de tarea lo siguiente [...]

COMPARACIONES ABSOLUTAS Y RELATIVAS

Adaptación de Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional.
Salvador Llinares.

Una de las características más importantes del razonamiento proporcional es la habilidad para analizar *cambios relativos* y *absolutos* que están vinculados a realizar comparaciones aditivas o multiplicativas. Por ejemplo, analicemos la siguiente situación:

- *Hace dos semanas la planta A medía 8 cm y la planta B medía 12 cm. En estos momentos la planta A mide 11 cm y la planta B 15 cm. ¿Cuál de las dos plantas ha crecido más?*

La respuesta a esta cuestión no es única y depende del tipo de comparación en el que nos fijemos. Si nos fijamos en los «cambios absolutos», es decir nos centramos en la diferencia, la planta A pasó de 8 cm a 11 cm, por lo que creció 3 cm. La planta B paso de 12 cm a 15 cm, por lo que creció 3 cm. Con esta comparación podemos concluir que las dos plantas crecieron 3 cm y por tanto crecieron lo mismo. Si nos fijamos en los «cambios relativos», debemos fijarnos en los cambios en relación a la altura inicial. La planta A creció 3 cm de los 8 que medía al principio, por lo que su crecimiento relativo a su altura inicial es de $\frac{3}{8}$ de su altura inicial. La planta B creció 3 cm de los 12 que medía al principio, por lo que su crecimiento relativo a su altura inicial es de $\frac{3}{12}$ de su altura inicial. Por lo tanto, como $\frac{3}{8}$ es mayor que $\frac{3}{12}$ la planta A creció más que la planta B. La diferencia en la respuesta está justificada en función de si "realizamos una comparación absoluta o relativa". Precisamente la habilidad para pensar en términos relativos está vinculada al desarrollo del razonamiento proporcional. En este sentido, los alumnos de Primaria deben ser capaces de llegar a comprender la diferencia entre estos dos tipos de comparaciones: comparación absoluta cuando nos fijamos en el crecimiento absoluto y comparación relativa cuando se compara el crecimiento a la altura inicial. La noción de razón, como un índice comparativo entre dos cantidades, es la que fundamenta este segundo tipo de aproximación.

***Secuencia del tema de proporcionalidad para la educación primaria
Realizada por los profesores asistentes al taller***

- Agrupamientos y comparaciones.
- Suma iterada.
- Tablas de variación proporcional en orden (de uno en uno) y desorden usando tablas de multiplicar.
- Tablas de variación proporcional en forma ordenada (uno en uno) y desordenada con multiplicación y división y números mayores a 100.
- Tablas de variación proporcional con incógnita en una u otra magnitud (usando multiplicación y división).
- Tablas de variación proporcional usando valor unitario.
- Duplicar, triplicar, cuadruplicar, quintuplicar, sacar mitad, tercia y cuarta de datos para obtener resultados proporcionales.
- Problemas de proporcionalidad usando fracciones en las magnitudes.
- Problemas de proporcionalidad usando decimales en las magnitudes.
- Reconocer tablas de variación como proporcionales y no proporcionales (introducción del concepto).
- Identificar situaciones de variación proporcional y no proporcional.
- Uso de distintas estrategias (mitad, tercios, cuartos, quintos, sumas, multiplicación, hasta el valor unitario) a partir de la relación entre un único par de datos.
- Introducción al factor de proporcionalidad.
- Gráficas de variación proporcional y no proporcional.
- Fracción como relaciones o razones.
- Uso de la noción de razón, valor unitario, factor de proporcionalidad, factor de escala, fracciones y porcentaje en resolución de problemas de proporcionalidad.
- Productos cruzados para comprobar proporcionalidad.

ANEXO QUINTA SESIÓN

ANEXO 5A

Grupo que atiende _____ Fecha _____

Resuelve este problema usando el **factor de proporcionalidad**.

Lucía es la dueña de una tortillería. Ella sabe que con 10 Kg. de masa su máquina produce aproximadamente 7 Kg. de tortilla ¿Cuántos Kg. de tortilla producirá con 150 Kg. de masa?

Para la fiesta del pueblo le encargaron 140 Kg. de tortillas. ¿Cuántos Kg. de masa necesita para elaborar el pedido?

Lucía elabora una tabla con la cantidad de kilogramos de masa que necesita para producir determinados kilogramos de tortillas. Ayúdala a completarla

Kilogramos de masa	Kilogramos de tortilla
1	
5	
10	7
20	
	21
40	
	70
120	
150	
180	
	133

INDICE COMPARATIVO: RAZÓN

Adaptación de Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional.
Salvador Llinares.

Una razón es una comparación de dos cantidades (de igual o diferente magnitud).

La razón 12 km en 9 minutos (12/9) compara km y minutos.

La razón 4 huevos blancos por 2 huevos marrones en un paquete de 6 huevos (4:2).

La fracción 4 huevos blancos en el paquete de 6 huevos (2/3).

- *Ana quiere comprarse una camisa que vale \$20. Su madre queda con ella que le pagará \$2 por cada \$3 que pague Ana. En este caso ¿cuánto dinero debe tener Ana para comprarse la camisa?*
- *La relación entre chicos y chicas en el aula es 3 chicas por cada 2 chicos (3:2)*
- *Una planta medía 11 cm, a las dos semanas medía 14 cm. ¿Cuánto ha crecido en relación a lo que media hace dos semanas? (3/11)*
- *El 33% de los alumnos han suspendido el examen de matemáticas (33:100).*
- *En una fiesta hay 24 comensales en una mesa con 16 pizzas. Pero hay que reorganizar las mesas. ¿Cómo los sentamos en 2 mesas (o 3 mesas) y repartimos las pizzas para que sigan teniendo lo mismo?*

La información que proporciona una razón es distinta del sentido cardinal de los números naturales. Las razones pueden ser *comparaciones parte-parte* en un conjunto o *comparaciones parte-todo*. En los ejemplos anteriores la relación entre chicos y chicas es una comparación parte-parte del conjunto total de la clase. En esta situación nosotros no conocemos cuál es el número total de alumnos de la clase, pero la razón nos da información sobre la relación entre chicos y chicas. En el ejemplo 3, la razón 3/11 nos proporciona información sobre lo que ha crecido la planta en dos semanas en relación a su tamaño inicial. Es una relación parte-parte considerando el todo la altura en estos momentos, que viene dada por la altura inicial más lo que ha crecido ($11 + 3 = 14$). Por otra parte, el ejemplo 4 muestra un índice comparativo estandarizado, un porcentaje, que muestra una comparación parte-todo (33 de 100).

Tomado de: Llinares, Salvador. (2005) "Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional", en Chamorro, Ma. Del Carmen. *Didáctica de las matemáticas*, Pearson Educación, España

ESCENA 1. D. José, un maestro de tercer ciclo de Primaria. Los procesos de construcción geométricos en el tercer ciclo de Primaria.

Tomado de Llinares, S. (2005). "Matemáticas escolares y competencia matemática", 3-29. En Chamorro, Ma. Del Carmen. *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid, España: Pearson Prentice. Pág. 6-13

D. José es un maestro encargado del tercer ciclo de Primaria en un colegio con sólo una clase en cada curso y encargado de las matemáticas. Este año D. José cree que el ritmo del curso le permite ser optimista ya que sus clases de 5º y 6º van cumpliendo lo previsto. D. José cree que unas posibles razones del buen ritmo alcanzado es que han tenido pocos problemas de disciplina y que sus alumnos se han adaptado rápidamente a su manera de trabajar en clase mediante el trabajo en grupo y las discusiones e intercambio de información en el gran grupo. D. José cree que también ha influido la elección de las tareas que les propone a sus alumnos.

En estos días de final del primer trimestre, en 5º curso, está trabajando con sus alumnos las nociones de polígonos regulares e irregulares en el tema de las figuras planas. En este tema ha introducido la noción de polígono, la clasificación de triángulos según los lados (equilátero, isósceles y escaleno) y según los ángulos (rectángulo, acutángulo y obtusángulo) y la clasificación de los cuadriláteros según el paralelismo de sus lados (trapezoide, trapecio y paralelogramo). Al final del tema tiene previsto introducir la noción de simetría y la noción de eje de simetría (situado dentro y fuera de la figura). Una aplicación final de estas nociones es la de estudiar los ejes de simetría en los polígonos. Algunas de las tareas que tiene previstas en su planificación, para que fueran discutidas por los alumnos en pequeño grupo y luego engran grupo, son plantear cuestiones como las siguientes:

TAREA 1

- ¿Tiene el triángulo escaleno algún eje de simetría? ¿por qué?
- ¿Tiene el triángulo isósceles algún eje de simetría? ¿por qué?
- ¿Cuántos ejes de simetría tiene un triángulo acutángulo? ¿por qué?

Sus alumnos ante este tipo de cuestiones saben que deben proporcionar argumentos y justificaciones del porqué de sus respuestas. Ellos deben convencer tanto a sus compañeros en el pequeño grupo como en el gran grupo.

En estos mismos días en 6º curso tiene planificado los temas relativos a la construcción de triángulos y rectángulos, y la introducción de la noción de circunferencia y sus diferentes elementos (radio, cuerda, diámetro, arco y semicircunferencia).

Para D. José las tareas que ha visto en algunos textos en las que se pide a los alumnos que construyan triángulos con regla y compás cuando se les proporciona las medidas de los lados son poco atractivas. Como por ejemplo en la tarea siguiente:

TAREA 2

- Sigue estos pasos y dibuja un triángulo cuyos lados midan 5 cm, 6 cm y 6 cm.
- Dibuja con la regla un segmento AB de 5 cm.
- Abre el compás 6 cm y traza un arco, primero desde el punto A y después desde el punto B

- Llama C al punto donde se cortan los dos arcos. Une el punto C con A y con B. ¿Cómo es el triángulo que has trazado según sus lados?

D. José piensa que es necesario que las tareas sean más abiertas en el sentido de generar varios procedimientos de solución y, en particular, en los procesos de construcción. Las tareas deben permitir identificar las propiedades o relaciones geométricas que permiten justificar el proceso de construcción. Una de las tareas que tiene prevista es:

TAREA 3

- Construir triángulos isósceles utilizando diferentes procedimientos. describe el procedimiento que utilizas.
- Indica qué elementos geométricos utilizas en cada procedimiento.
- Busca otro procedimiento diferente.
- Recuerda que debes justificar tus respuestas para convencer a tus compañeros.

Para D. José este tipo de tareas centradas en los procesos de construcción geométricos permiten dar respuesta a uno de los objetivos de las matemáticas en Primaria:

Identificar y construir formas geométricas utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para incrementar su comprensión y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

D. José considera que las tareas de construcción responden a este tipo de objetivo siempre y cuando el proceso de construcción realizado permita explicitar a los estudiantes <el conocimiento geométrico> que lo justifica. Desde ese punto de vista D. José piensa que el significado de la <construcción geométrica> emerge desde:

- La forma en que se realiza la actividad de construir.
- La actividad de discusión matemática relacionada.

Por ello, D. José espera que sus alumnos después de trabajar las tareas en grupo sean capaces de explicar a sus compañeros y defender las estrategias utilizadas.

El día en que D. José planteó la tarea 3 a sus alumnos, éstos empezaron a trabajar en grupo mientras él iba de grupo en grupo observando sus discusiones. Después de realizar la tarea en grupos pequeños hubo una sesión de presentación y discusión en el gran grupo. D. José pidió voluntarios para presentar algunos de los procedimientos seguidos. Sus alumnos están acostumbrados a esta forma de trabajar y se disponían a hacer las presentaciones y defensa de sus respuestas.

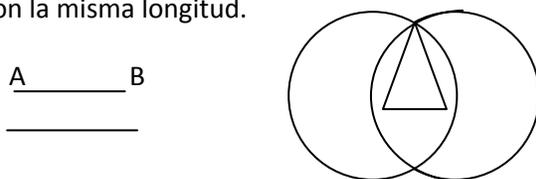
El portavoz del grupo 1 dice que en su grupo han encontrado un procedimiento utilizando sólo la regla. D. José pide que salga a la pizarra y expliquen cómo lo han hecho. Antonio, el portavoz del grupo, sale a la pizarra y dibuja con una regla tres segmentos, dos de ellos de igual longitud. Después dibuja un triángulo, intentando trasladar sobre el segmento desigual AB, que dice que es la base del triángulo, los otros dos lados utilizando la regla. Antonio dice que lo que han hecho es dibujar dos segmentos iguales desde los extremos del segmento AB, pero que han tenido que ir probando hasta encontrar la <inclinación> adecuada de los segmentos que estaban dibujando

sobre la base ya que a veces no se podía cerrar el triángulo. Antonio dijo sonriendo: *<Esto lo hemos tenido que hacer a ojo>*.

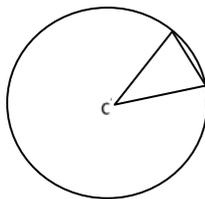
D. José no realizó ninguna valoración del procedimiento descrito por Antonio y pregunta a otro grupo si han pensado en otro procedimiento diferente. En el grupo 2 Ana, su portavoz, dice que ellos habían pensado inicialmente en un procedimiento parecido (coger dos segmentos iguales y unirlos a un tercero, considerando la definición de triángulo isósceles), pero que luego habían encontrado un procedimiento usando el compás.

D. José pide a Ana que salga a la pizarra y explique cómo lo han hecho. Ana sale a la pizarra, y con la misma idea que usaron en el grupo de Antonio de que los triángulos isósceles tienen dos lados iguales, pero utilizando regla y compás dibuja un segmento AB, que se usa como base y a continuación con el compás pinchando en un extremo del segmento y con una determinada abertura (dada por la longitud de los segmentos iguales) se dibuja un arco. Repitiendo el procedimiento en el otro extremo del segmento manteniendo la abertura del compás se dibuja otro arco. Ana dijo: *<el punto de corte entre los arcos lo llamamos C y es el otro vértice del triángulo>*.

Ana explicó que se puede hacer así ya que *<todos los radios de una circunferencia tienen la misma longitud>* y por tanto al pinchar en A y marcar un arco, y al repetir el procedimiento pinchando en B, es decir marcando otro arco con la misma abertura del compás, se conseguirán dos segmentos con la misma longitud.



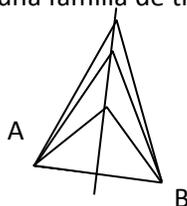
En ese momento, Antonio, el portavoz del grupo que había salido antes, levanta la mano para poder intervenir y dice que usando la idea del grupo de Ana lo que también se puede hacer es dibujar una circunferencia y dos radios cualesquiera. Uniendo los dos extremos de los radios se forma un triángulo isósceles. Antonio indica que eso es verdad porque en una circunferencia todos los radios son iguales y por tanto uniendo los extremos de los radios se obtiene un triángulo isósceles. D. José pregunta al resto de la clase si coinciden con la observación de Antonio. Sus alumnos asienten con la cabeza y D. José felicita al grupo de Antonio por haber sido capaz de utilizar el procedimiento descrito por Ana para encontrar otro procedimiento de construcción. D. José sabe que el argumento utilizado por Antonio, como el procedimiento anterior del grupo de Ana, se apoya en el significado de circunferencia y radio y se siente satisfecho al pensar que sus alumnos están relacionando el significado de la circunferencia y el radio con el significado del triángulo isósceles para generar el procedimiento de construcción de triángulo isósceles.



D. José pregunta a la clase si algún grupo ha encontrado otro procedimiento. Pepa, la portavoz de otro grupo dice que ellos han usado el mismo procedimiento que el grupo de Ana, pero que luego, cuando han hecho las construcciones, se han dado cuenta de que los triángulos isósceles tienen un eje de simetría que coincide con la altura, y que han utilizado esta idea para encontrar otro procedimiento que les permite tener muchos triángulos isósceles.

D. José pide a Pepa que salga y explique lo que han hecho a la clase entera. Pepa sale a la pizarra y dice: *<Un triángulo isósceles tiene un eje de simetría. Si dibujamos un segmento AB para que sea la base y buscamos el punto medio y trazamos la perpendicular a la base por el punto medio (la mediatriz de AB). Para construir la mediatriz utilizamos el procedimiento que el grupo de Ana ha utilizado para encontrar el punto C. Nosotros nos hemos dado cuenta que es el mismo que utilizamos el otro día para dibujar las mediatrices de los segmentos.>*

D. José recuerda que cuando estuvieron trabajando el procedimiento de construcción de las mediatrices de un segmento se había insistido en la idea de que todos los puntos en esa perpendicular equidistan de A y de B. así lo que el grupo de Pepa había visto es que con la idea de mediatriz, cualquier punto de esa perpendicular al unirlo a A y B forman un triángulo isósceles. Además lo que se ha obtenido es toda una familia de triángulos isósceles.



D. José resume y recopila las diferentes estrategias que han salido durante la discusión para poder sistematizar toda la información que se ha usado y generado en esta clase. Luego, pone una nueva tarea para el día siguiente pidiendo a sus alumnos que intenten usar las diferentes estrategias e ideas que han aparecido en la clase de hoy y que piensen cuál puede ser más eficaz en cada tarea.

La escena 1 describe dos momentos de la vida profesional de un maestro. En primer lugar cuando tiene que pensar en:

- Cómo organizar el contenido matemático para enseñarlo y cómo deben ser las tareas que presente a sus alumnos. Esta tarea de planificación conlleva pensar cuál es la naturaleza de las matemáticas escolares, de qué manera puede responder a la necesidad de formar ciudadanos matemáticamente competentes.
- La forma en que organiza la enseñanza e interacciona con sus alumnos. Durante la interacción con sus alumnos D. José debe interpretar matemáticamente las producciones de sus alumnos, realizar inferencias sobre la eficacia de las tareas propuestas y poner nuevas cuestiones que permitan a los alumnos progresar en su desarrollo de la competencia matemática.

D. José ha preparado con cuidado las tareas que ha presentado a sus alumnos y ha estado pendiente de las respuestas producidas durante la discusión intentando <empujar> hacia delante algunos de los procedimientos propuestos. La discusión de diferentes estrategias en la pizarra ha

proporcionado a D. José y a algunos de sus estudiantes la posibilidad de relacionar y mejorar algunas de las estrategias inicialmente generadas.

ESCENA 2. El caso de Da. Inés. La división con números decimales en 6º de Primaria

Me llamo Inés y soy profesora del tercer ciclo de Primaria desde hace algunos años. Este año estoy dando 6º. Tengo 28 alumnos en clase. Algunos de ellos son bastante nerviosos pero otros se aplican bien. Estamos juntos desde 5º, así que los conozco relativamente bien y sé lo que se puede esperar de cada uno de ellos. Son la mitad niños y la otra mitad niñas. Su interés por aprender depende de los días, como el tiempo. Hay veces que están muy motivados y otras no tanto.

Durante el segundo trimestre hemos estado trabajando en clase las operaciones con decimales. El año pasado vimos lo que eran los decimales e introduje la suma, la resta y la multiplicación de un decimal por un número natural. Algunas veces he introducido la división entre dos números decimales en 5º, pero este año decidimos trasladarlo a 6º. Así que este año he introducido la multiplicación y la división entre dos números decimales.

La división con decimales resulta a veces un poco más difícil de aprender, pero yo pienso que si los niños se aprenden bien la regla de mover las comas no debería tener muchos problemas. El libro que estoy utilizando me parece que secuencia bastante bien las tareas para introducir la división. Primero, cuando el divisor es un número natural, luego cuando el dividendo y el divisor son decimales pero el resto es cero. Para el caso de las divisiones exactas una de las tareas que estuvimos haciendo fue realizar aproximaciones de cocientes con números decimales. Los ejercicios que aparecen en el libro de texto y que hemos estado haciendo estos días son del tipo siguiente:

Calcula los cocientes aproximados que se indican		
Divisiones no exactas	Aproximación del cociente con una cifra decimal	Aproximación del cociente con dos cifras decimales
41:3 61:9 123:11 144:17	41,0:3	41,00:3

Calcula las siguientes divisiones:

$$22,5:0,15$$

$$1,296:1,2$$

$$22,5:1,5$$

$$12,96:0,12$$

$$2,25:1,5$$

$$1,296:0,12$$

Hoy les he puesto varias divisiones en la pizarra para que copiaran en su cuaderno y las hicieran. Les he recordado la <regla> para dividir números decimales: <tachar la coma en el divisor y correr la coma del dividendo tantos lugares como decimales había en el divisor. Luego realizar la división como con los números naturales>. Después de un rato hemos corregido algunas en la

pizarra y no había muchas dificultades. Es casi como dividir con números naturales pero teniendo cuidado en mover las comas. Para adelantar, les pedí que en las divisiones que quedaban comprobaran si estaban realizando bien la prueba de la división. Al cabo de un rato, Pepa una de mis alumnas levantó la mano para llamar mi atención. Ella y su compañera Marta habían hecho la siguiente división:

$$7,304 \ / \ \underline{23,1}$$

Siguiendo la regla que les había dado en clase: tachar la coma del divisor y correr la coma del dividendo tantos lugares como decimales había en el divisor. Después de realizar los cálculos obtuvieron como cociente 0,31 y resto 143.

$$7*3,04 \ / \ \underline{23*1}$$

$$0 \ 3 \ 7 \ 4 \quad 0,31$$

$$1 \ 4 \ 3$$

Habían hecho la prueba pero no les salía. La habían repasado varias veces y decían que no se habían equivocado en las cuentas, pero al realizar la prueba de la división seguían sin salirles bien.

Cuando me llamaron me dijeron que habían movido la coma del dividendo un lugar y habían quitado la coma del divisor, como yo les había enseñado y como lo habían estado haciendo los últimos días con las otras divisiones, pero ahora no les salía la prueba de la división.

La lección diseñada por Da. Inés se centra en el procedimiento de dividir números decimales y las tareas previstas permitían a los estudiantes progresar desde ejemplos simples (recordar división entera) a ejercicios más complicados (realizar diferentes divisiones con números decimales que se diferenciaban simplemente en el lugar de la coma en el dividendo y en el divisor). La característica de estos ejercicios es que eran divisiones exactas. El objetivo de estos ejercicios era mostrar el <efecto> que tiene el cambio del lugar de la coma en el dividendo y en el divisor sobre el cociente. Al proporcionarles a los alumnos la <regla>, Da. Inés intenta favorecer el aprendizaje del algoritmo y conseguir que los alumnos sean eficaces en su aplicación. Si embargo, Da. Inés no vinculó explícitamente la manipulación de las comas en el dividendo y en el divisor al valor de las unidades en el sistema de numeración decimal, ni a la propiedad fundamental de la división entera con los números naturales.

ANEXOS GENERALES

Se pretende indagar lo que el profesor piensa sobre la actualización que ha recibido y las dificultades con las que se encuentra al trabajar los libros de texto y el programa Enciclomedia, específicamente en el área de matemáticas.

Guión de entrevista

0. Agradecer la entrevista y su tiempo. Solicitar permiso para grabarla.

Preguntas: Datos generales: sexo, edad, años de servicio, nivel de trabajo (primaria/secundaria), turno, lugar de trabajo, nivel de Carrera Magisterial, formación, ...

1. ¿Cuáles son los grados con los que ha trabajado?
2. ¿Trabaja con los libros de texto gratuitos de matemáticas?
 - a. Si ¿Por qué?
 - b. No ¿Por qué?
3. ¿Cómo los usa?
4. ¿Considera que necesita apoyo para mejorar el uso de los libros de texto de matemáticas?
 - a. Si ¿Por qué? ¿Le interesaría recibir sugerencias para trabajar con los libros de texto?
 - b. No ¿Por qué?
5. ¿Qué sugerencias, que tipo de estrategias le interesaría recibir?
6. ¿Utiliza el programa Enciclomedia para impartir sus clases de matemáticas?
 - a. Sí ¿Qué beneficios tiene?
 - b. No ¿Por qué?
7. ¿Le interesaría recibir asesoría para el uso de Enciclomedia en el área de matemáticas?
¿Enciclomedia puede sustituir a los libros de texto? ¿Por qué?
8. ¿Qué temas de matemáticas son más complicados para que los alumnos comprendan?
9. ¿Hay algún tema (o temas) de matemáticas que se le dificulte impartir?
 - a. Si ¿Cuál?
10. ¿Ha asistido a algún curso de actualización para matemáticas?
 - a. Si ¿Cuál?
 - b. No ¿Por qué? (Pasar a la pregunta 17)
11. ¿Quién ofrecía ese curso de actualización?

12. ¿Cuáles fueron las características principales de esos cursos o aspectos relevantes?
13. ¿Le sirvió de alguna forma ese curso de actualización?
 - a. Si ¿Por qué?
 - b. No ¿Por qué?
14. ¿Qué tipo de cursos le han ayudado más para mejorar su trabajo en clase?
15. De los cursos de actualización que ha recibido, ¿qué aspectos cambiaría?
¿Cuáles dejaría como están?
16. ¿Tuvo algún tipo de apoyo o asesoría para trabajar con resolución de problemas?
17. ¿Usted se inscribiría en un curso de actualización en matemáticas?
 - a. Si ¿Por qué?
 - b. No ¿Por qué? (pasar a la pregunta 22)
18. ¿Qué temas le interesaría que trataran en el curso?
19. ¿Cómo le gustaría que fuera la dinámica del curso?
20. ¿Cuál es el horario que le agradaría para asistir a cursos de actualización?
21. ¿Cuántas horas a la semana podría dedicar a la actualización?
22. ¿Qué opina de los Talleres Generales de Actualización?
 - a. ¿Qué aspectos cambiaría de los TGA?
 - b. ¿Qué aspectos dejaría así de los TGA?
 - c. ¿Considera que los TGA son una buena opción de actualización?
23. ¿Utiliza el servicio que ofrecen los Centros de Maestros?
 - a. Si. Qué servicios ha utilizado
 - b. No. Por qué
24. ¿Ha presentado algún examen nacional? ¿El de matemáticas?
 - a. Si.Cuál o cuáles, Cómo le fue
 - b. No. Por qué

Agradecer nuevamente.

Concentrado de resultados de la entrevista

Sexo

	FRE- CUENCIA	%
Masculino	3	21
Femenino	11	79

Nivel de estudios

Normal	6	43
Licenciatura	8	57

Años de servicio

5	1	7
20	3	21
22	2	14
23	1	7
26	3	21
27	1	7
28	1	7
30	1	7
36	1	7

Escuelas visitadas

Región San Lorenzo	Centauro del Norte	1	7
Región Juárez	Isaac Newton	4	28
Región Centro	Cerro de la estrella	3	21
	Saturnino Herrán	2	14
	Xochicalco	1	7
	Plan de san Luís	3	21
		14	100

¿Por qué usan los libros de texto?

Le gustan, están bien hechos	4	29
No le gustan, la limitan(incluida en la última)	1	7
Herramientas de apoyo	5	36
Los debe trabajar	5	36

¿Cómo usan los libros de texto de matemáticas?

Como van las lecciones, con el material que solicitan	2	14
A veces inicia, otras como refuerzo o ejercicio	5	36
Da el tema al inicio, como reafirmación o refuerzo	8	57

Inconvenientes detectadas

Mucho tiempo para las lecciones, son complicados	9	64
Le faltan ejercicios	3	21
Utiliza el libro del maestro para mejorar su uso	1	7

Asistencia a cursos de actualización de matemáticas

No	10	71
Sí	4	29

Interés en actualizarse

2 profesores manifestaron que ya se van a jubilar y difícilmente se inscribirían a un curso	14	100
---	----	-----

Asistencia a Centros de Maestros

No	5	36
	9	64

Examen Nacional

No	5	36
----	---	----

Sí	9	64
Reprobaron 2ª	3	21
Buena calificación	4	29

Cursos recibidos con el tema Resolución de problemas

No	12	86
Sí	2	14

Opinión de cursos recibidos

Hay actividades prácticas buenas para aplicarlas al aula, ayudan a mejorar el trabajo	6	43
La interacción e intercambio de experiencias apoya el aprendizaje	5	36
Es bueno que un maestro en activo sea el coordinados	1	7
Provocan el análisis de la práctica comparada con la teoría	2	14
En ocasiones los coordinadores están bien preparados	3	21
Proporcionan material	1	7
Son buenos los que motivan a seguir aprendiendo	1	7
No cuentan con personal especializado	4	29
No responde a las necesidades de actualización, no son productivos	3	21
Los horarios (nocturno y sabatino) son inconvenientes	3	21
Son demasiado teóricos, tediosos o aburridos	9	64
Sólo se va por interés de los puntos (CM)	1	7
Siempre estamos en desacuerdo con las personas que están al frente	1	7
Falta material para trabajar en el aula	1	7

Temas considerados complicados para impartir en clase

	Fre- cuencia	%
División	1	7
Polígonos (geometría)	2	14
Medición	2	14

Conversiones	4	29
Mínimo y máximo	1	7
Razones y proporciones	2	14
Fracciones	3	21
Volumen	1	7

Temas de matemáticas considerados de difícil comprensión para los alumnos

División	4	29
Áreas	2	14
Fracciones	8	57
Resolución de problemas	3	21
Medición	2	14
Conversiones	3	21
Volumen	3	21
Decimales	3	21
Geometría	2	14
Porcentaje	2	14
Proporcionalidad	5	36

Temas de matemáticas sugeridos para un taller

Resolución de problemas	6	43
Fracciones	5	36
Operaciones básicas	2	14
Geometría	6	43
Conversiones	2	14
porcentaje	4	29
Proporcionalidad	4	29
Volumen	2	14
Material y estrategias	3	21

Forma de trabajo o dinámica sugerida para un taller de matemáticas

Práctica	14	100
Poca teoría	7	50
Teoría no	5	36

Horario que sugieren para tomar un curso

Horario de trabajo	7	50
Sabatino	6	43
Entre semana	1	7
No tienen tiempo	13	93

Hora a la semana que pueden dedicar al curso

Tres	2	14
Cuatro	8	57
Cinco	3	21
Ocho	1	7

Necesidades de actualización

Didáctica (estrategias, actividades)	13	93
Teórica (conocimientos)	11	79
Construcción de materiales	3	21
Técnica	1	7

Opinión de los maestros sobre los Talleres Generales de Actualización (TGA)

No se consideran espacios de actualización	9	64
Un maestro del grupo es el coordinados, falta personal especializado	5	36
No cubre las necesidades de actualización, faltan temas, no dan soluciones	5	36
Son aburridos, tediosos	2	14
Sí actualizan, se aprenden cosas importantes	1	7
Se ven como un requisito	2	14

Catálogo nacional de la oferta: formación continua de maestros en servicio 2006-2007 (temas de matemáticas)

A continuación enlisto la oferta de formación docente para el área de matemáticas, con el siguiente orden: clasificación, tipo de curso o taller y estado que lo propone, título del curso o taller y a quien va dirigido

1. Programas de Formación

Cursos Nacionales de Actualización

La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria

Maestros frente a grupo, Directivos escolares y Apoyo técnico pedagógico.
Secundaria

2. Programas de Formación

Cursos Nacionales de Actualización

La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. 1ª y 2ª Parte

Maestros frente a grupo, Directivos escolares y Apoyo técnico pedagógico.
Primaria regular

3. Programas de Estudio

Talleres Generales de Actualización. Veracruz

La solución de problemas, habilidades para el aprendizaje en la escuela

Colectivo Docente. Primaria regular

4. Programas de Estudio

Talleres Generales de Actualización. Querétaro

Predicción y azar

Colectivo Docente. Primaria regular

5. Programas de Estudio

Talleres Generales de Actualización. Oaxaca

El uso de unidades de medida arbitrarias y convencionales en contextos indígenas.

Colectivo docente. Primaria indígena

6. Programas de Estudio

Talleres Generales de Actualización. Distrito Federal

Selección y uso de la información, habilidades para la solución de problemas.

Colectivo Docente. Primaria regular

7. Materiales para la formación
Colección: Del colectivo docente al salón de clases. Cuadernos de Estrategias.
Distrito Federal
Procedimientos para la selección y el uso de la información en la solución de problemas.
Colectivo Docente. Primaria regular

8. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Zacatecas
La enseñanza de la geometría en la escuela primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular

9. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Zacatecas
El uso de herramientas metodológicas sugeridas en los materiales de apoyo para la enseñanza de fracciones equivalentes en la escuela primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular

10. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Zacatecas
El aprendizaje de las operaciones aritméticas fundamentales en multigrado: un paso adelante hacia la equidad en la escuela primaria.
Maestros frente a grupo. Primaria regular

11. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Veracruz
La solución de problemas, un contenido procedimental en la educación primaria
Maestros frente a grupo, Directivos escolares y Apoyo técnico pedagógico.
Primaria
Regular, Primaria Indígena

12. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tamaulipas
La enseñanza de la aritmética en la escuela telesecundaria
Maestros frente a grupo. Secundaria, Telesecundaria

13. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tabasco
Las situaciones didácticas en la enseñanza de las matemáticas
Maestros frente a grupo. Secundaria

14. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tabasco
La multiplicación en la escuela primaria desde una perspectiva de utilidad práctica
Maestros frente a grupo. Primaria regular
15. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tabasco
Las situaciones problemáticas, un recurso didáctico para la enseñanza de la suma y la resta en la escuela primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular
16. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tabasco
La solución de problemas, una herramienta para aprender a aprender
Maestros frente a grupo. Primaria regular
17. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Tabasco
La resolución de problemas una estrategia para la adquisición de aprendizajes significativos en el alumno
Maestros frente a grupo. Primaria regular
18. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Sinaloa
Juguemos con los números: estrategias para la enseñanza del valor posicional
Maestros frente a grupo. Primaria regular
19. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Puebla
Manejo y aplicación de conceptos trigonométricos en la solución de problemas
Maestros frente a grupo. Secundaria, Telesecundaria
20. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Nuevo León
Aplicando el enfoque de las matemáticas en la escuela primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular

21. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Nuevo León
Estrategias pedagógicas para la enseñanza-aprendizaje de geometría en telesecundaria
Maestros frente a grupo. Telesecundaria
22. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. México
Habilidades matemáticas a desarrollar en geometría en educación primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular
23. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Jalisco
Diseño de estrategias constructivistas que potencien las habilidades para el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular
24. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Guanajuato
Planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la escuela telesecundaria
Maestros frente a grupo. Telesecundaria
25. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Distrito Federal
La enseñanza de las matemáticas a alumnos con discapacidad intelectual de educación primaria
Maestros frente a grupo. Primaria Regular, Educación Especial
26. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Chihuahua
Desarrollo de habilidades para las matemáticas en la escuela primaria y secundaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular, Secundaria
27. Programas de Estudio
Cursos Estatales de Actualización. Chihuahua
Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje comprensivo de la geometría en los maestros de educación primaria
Maestros frente a grupo. Primaria regular

28. Programas de Estudio

Cursos Estatales de Actualización. Campeche

Situaciones didácticas para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, en el nivel preescolar

Maestros frente a grupo. Inicial, Preescolar Regular, Preescolar Indígena, CAPEP

29. Programas de Estudio

Cursos Estatales de Actualización. Aguascalientes

Cómo plantear problemas matemáticos en la escuela primaria

Maestros frente a grupo. Primaria regular

30. Programas de Estudio

Cursos Estatales de Actualización. Aguascalientes

El enfoque constructivista de la aritmética; como una herramienta para la enseñanza de las matemáticas

Maestros frente a grupo. Telesecundaria

Información obtenida de: <http://pronap.ilce.edu.mx/progestudio/presentacion.htm>

Catálogo Nacional de Formación Continua 2006 Consultado 24-marzo-06

CUESTIONARIO
Evaluación de cada sesión del taller

ANEXO 9

Grupo _____

Conteste, por favor, las siguientes preguntas. Sus respuestas son muy importantes para mejorar las actividades del taller.

- ¿Cómo se sintió en esta sesión? _____.
- ¿Qué aprendió:
 - a) De matemáticas? _____.
 - b) Acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad? _____.
- ¿Qué de lo anterior creé que puede utilizar en el trabajo con sus alumnos? _____.
- ¿Qué creé que realmente va a utilizar? _____.
- ¿Qué le pareció inadecuado en la sesión? _____.
- Alguna reflexión adicional _____.

Cuestionario Final
Taller de proporcionalidad

Grupo que atiende _____

Por favor, conteste ampliamente las siguientes cuestiones. Sus respuestas son importantes para la evaluación del taller. GRACIAS

1. ¿El taller le pareció útil? _____ ¿Por qué? _____.
 2. ¿En qué forma el taller apoyó su labor de enseñanza? _____.
 3. ¿Le agradó trabajar el tema de proporcionalidad? _____ ¿Por qué? _____.
 4. ¿Qué tema o temas de matemáticas le habría gustado trabajar? _____.
 5. ¿Las actividades del taller ampliaron su conocimiento del tema de proporcionalidad? _____.
- Si su respuesta es afirmativa, especifique en qué aspectos _____.
- Si su respuesta es negativa: ¿Por qué considera que no? _____.
6. ¿Qué valor didáctico tiene trabajar la proporcionalidad a partir de tablas? _____.
 7. Dentro del proceso de aprendizaje ¿qué importancia tiene el uso de gráficas al enseñar proporcionalidad? _____.
 8. ¿Por qué es conveniente que los alumnos analicen el factor de proporcionalidad?
_____.
 9. ¿Cuáles son las cosas sobre la enseñanza de la proporcionalidad que no sabía antes de tomar el taller y ahora sí las sabe? _____.
 10. ¿Qué temas consideraría básicos en la enseñanza de la proporcionalidad?
_____.
 11. Anote tres aspectos de la proporcionalidad que evaluaría en sus alumnos
_____.

15. Opinión general del taller en cuanto a:

Dinámica _____.

Actividades _____.

Organización _____.

16. Sugerencias generales para mejorar el taller _____.