



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

**MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA COPERATIVA
(MED-C)**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

P R E S E N T A N :

GAETA GARCÍA MAYRA ZOEMI

MELÉNDEZ VILLANUEVA OLGA

ASESOR :

MTRO. PEDRO BOLLAS GARCÍA

DEDICATORIAS

*Gracias Dios por lo que me has dado y
aún por lo que no,
A mis hijos (Fernando, Alan y Cinthia)
A Fernando (esposo)
A mis padres (Paula y Bernardino)
Y a ti, que me apoyaron para
LOGRAR esta meta.
Olga.*

*Gracias Dios por haberme dado la oportunidad
de alcanzar una meta y por brindarme la
oportunidad de seguir adelante tomada
de tu mano.*

*A mis padres Javier Gaeta Álvarez y
Araceli García Ramírez
A mi hermana Diana Gaeta García.*

*Con todo mi amor y respeto, por alentarme
y guiarme siempre en busca de la meta
anhelada, ayudándome con su apoyo,
comprensión y cariño.*

Mayra

INDICE	Pag.
1.- RESUMEN	1
2.- INTRODUCCIÓN	2
3.- JUSTIFICACIÓN	4
4.- OBJETIVO GENERAL	5
4.1 OBJETIVOS PARTICULARES	
5.- MARCO TEÓRICO	6
5.1 HISTORIA DEL ALGEBRA	6
5.2 TÉCNICAS Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES	8
5.2.1 Técnicas	8
5.2.2 Estrategias didácticas	8
5.2.2.1 El modelo de la balanza como estrategia	8
5.2.2.2 Estrategia didáctica de Herrera	11
6.- MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA Y ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE COOPERATIVO	22
6.1 MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA	23
6.2 APRENDIZAJE COOPERATIVO	30
7.- PROPUESTA DEL MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA- COOPERATIVA (MED-C)	35
8.- MÉTODO	42
8.1 SUJETOS DE ESTUDIO	42
8.2 ESCENARIO	43
8.3 INSTRUMENTOS	43
8.4 DESCRIPCIÓN DEL PRE-TEST	44
8.5 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA	46
8.6 PROCEDIMIENTO	46
9.- ANÁLISIS DE LOS DATOS	50
9.1 ANÁLISIS CUANTITATIVO	50
9.2 ANÁLISIS CUALITATIVO	51
10.- CONCLUSIÓN	63
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	65

1.- RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención para favorecer el proceso de enseñanza -aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria.

Dicho programa es titulado Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa (MED-C), y se encuentra sustentado por el Modelo de Enseñanza Directa, el cual se centra en el docente utilizando la explicación y la modelización en la enseñanza de conceptos y habilidades, y el Aprendizaje Cooperativo específicamente la División de Clases en Grupo de Aprendizaje (DGCA), la cual está dirigida a los alumnos para conseguir metas en grupo por medio de la retroalimentación. Por lo que el Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa al ser fusionado considera tanto al docente como al alumno en el Proceso de Enseñanza -Aprendizaje de conceptos y desarrollo de habilidades. Este Modelo se implementa tomando en cuenta para su planificación 4 etapas; 1) Enseñanza, 2) Practica guiada, 3) Estudio en equipo y monitoreo, 4) Práctica independiente.

El programa se aplicó a dos grupos de segundo grado de secundaria, el primero grupo control y el segundo grupo experimental, cada uno constituido por 25 alumnos; dicho programa conformado por doce sesiones, a través de las cuales se trabajaron contenidos de preálgebra y álgebra. Antes de trabajar con los grupos, se aplicó un pretest con la finalidad de identificar el grado de dominio en la resolución de las ecuaciones lineales. Al final del programa se realizó un postest con fines comparativos.

Se realizaron dos tipos de análisis, cuantitativo y cualitativo; en el análisis cualitativo se muestra que en el grupo experimental los alumnos tuvieron un avance significativo en el manejo y resolución de los contenidos de Ecuaciones Lineales, a diferencia del grupo control en el cual existió un ligero retroceso.

En el análisis cuantitativo se realizó una comparación entre la media del pretest y la media del postest, el cual deja observar que la diferencia del postest es significativa en cuestión del manejo de los contenidos de las ecuaciones lineales en el grupo experimental. En el grupo control se visualiza un descenso del manejo de dichos contenidos.

Se concluyó en general, que el modelo de enseñanza directa cooperativa (MED-C) favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria en la mayoría de los subtemas; sin embargo no podemos omitir que existen errores en la resolución de ecuaciones por sustitución y en menor grado en la resolución de ecuaciones por medio del modelo de la balanza.

2.- INTRODUCCIÓN

El lenguaje matemático es parte fundamental de los seres humanos, permite por medio del razonamiento, llegar a la resolución de problemas de la vida diaria.

Ejemplo de ello es cuando se realizan compras en algún supermercado y se requiere calcular el pago total con la suma del costo de cada producto adquirido.

Por lo regular las operaciones usadas con frecuencia son las llamadas básicas, es decir, la suma, la resta, la división y la multiplicación, sin embargo es importante destacar que el desarrollo de estas habilidades se logra a través del proceso de enseñanza-aprendizaje, hasta lograr que el lenguaje matemático sea parte fundamental para que el ser humano.

El buen manejo de estos algoritmos nos permite el acceso a nuevos conocimientos como son la lógica, la agilidad mental, el cálculo, la orientación, hasta alcanzar a otros más complejos como son las ecuaciones lineales de primer grado.

En este sentido se realizó la presente investigación sobre el aprendizaje de las ecuaciones lineales, haciendo un análisis profundo de los aspectos que son pilares para que éste se logre; el primero corresponde al concepto del álgebra, partiendo de la concepción de autores como Acevedo, Diofanto, Garza y Fuller, a fin de conocer las características generales y consolidar los fundamentos de la investigación.

El segundo tiene que ver con los planteamientos y ejes temáticos que la Secretaría de Educación Pública (SEP), propone para el aprendizaje de las ecuaciones lineales de primer grado enmarcados en el programa elaborado para el segundo grado de Educación Secundaria, así mismo la revisión del libro de texto en el que se plantean situaciones de carácter práctico y didáctico hacia la resolución de ecuaciones lineales de segundo grado, ya que la Secretaría de Educación Pública pretende que los alumnos utilicen el álgebra en el planteamiento y la solución de problemas, no sólo como la aplicación de los conocimientos previamente adquiridos, sino también -

cada vez que sea posible y se juzgue conveniente- para preparar la comprensión y acceso a nuevos procedimientos.

El tercero corresponde a las estrategias propuestas por la SEP (1997), que toma en cuenta el hecho de que el aprendizaje del álgebra comienza en el segundo grado de la secundaria, o sea, se retoman los temas de preálgebra vistos en primer grado, introduciendo los elementos del lenguaje algebraico necesarios para que los alumnos puedan enfrentar con éxito la solución de ecuaciones lineales. Así mismo se presentan algunas estrategias como las secuencias didácticas que propone Herrera (1991) para la adquisición y aprendizaje de las ecuaciones lineales de segundo grado, es decir para que los alumnos tengan una mayor facilidad de acceso a este tema.

Se retoma una investigación titulada “problemas algebraicos de los egresados de educación secundaria” (Santos, 1992) que gira en torno a la grave problemática del las ecuaciones lineales, dando sustento a la realidad y las necesidades que deberán cubrirse en la presente propuesta psicopedagógica.

Finalmente en el siguiente apartado se aborda el modelo de enseñanza directa y el modelo de aprendizaje cooperativo, específicamente la estrategia división de Clase en Grupos de Aprendizaje, quienes dan sustento al “Modelo de Enseñanza Directa-Cooperativa MED-C”. Es importante retomar algunos elementos de estos modelos a fin de lograr una mejora o modificación en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos de educación secundaria de segundo grado.

Para tal caso, el interés del proyecto es conocer sí ¿El programa de Enseñanza Directa- Cooperativa (MED-C), favorece el aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria?

3.- JUSTIFICACIÓN

Las matemáticas son parte fundamental de las actividades de los seres humanos, ya que por medio del razonamiento matemático se llega a la resolución de problemas de la vida diaria.

Sin embargo pareciera que no hay conciencia de esta funcionalidad, debido tal vez a la concepción que desde pequeños se va formando sobre las matemáticas. Esta concepción coloquial hace referencia a una gran dificultad, sin aplicabilidad a la vida diaria, además de poco interesante y aburrida hasta provocar dificultad en la adquisición de nuevos conocimientos como el álgebra, el cálculo, etc.

Con base en esta situación surgió el interés por investigar lo que está pasando con el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra y acotando más de las ecuaciones lineales de primer grado.

La investigación pretende entonces, favorecer el proceso de enseñanza- aprendizaje, utilizando el modelo de enseñanza directa y aprendizaje cooperativo que al ser fusionados permiten crear el “**Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa MED-C**” con el cual se pretende facilitar el acceso al conocimiento de las ecuaciones lineales de primer grado, así como a posteriores aprendizajes.

4.- OBJETIVO GENERAL

Favorecer el proceso de enseñanza- aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria mediante el diseño, aplicación y evaluación del Modelo de Enseñanza Directa-Cooperativa.

4.1 OBJETIVOS PARTICULARES

1. Aplicar una evaluación inicial a los alumnos de segundo grado de secundaria con el fin de identificar sus conocimientos sobre preálgebra y álgebra.
2. Aplicar el programa de intervención sobre preálgebra y ecuaciones lineales a los alumnos de segundo grado de secundaria.
3. Aplicar una evaluación final a los alumnos de segundo grado de secundaria, con el fin de identificar sus conocimientos sobre ecuaciones lineales.
4. Realizar un análisis comparativo entre las puntuaciones de la evaluación inicial y las puntuaciones de la evaluación final, para identificar el grado de eficacia de la implementación del Modelo.

5.- MARCO TEÓRICO

5.1 HISTORIA DEL ÁLGEBRA

Acevedo (1996), menciona que “El desarrollo del álgebra aceleró el avance de la ciencia, al permitir expresar los razonamientos complejos con símbolos abstractos, que permiten solucionar problemas de manera más simple. Pensemos en resolver un problema sin saber efectuar las operaciones fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división), tratar de solucionarlo mediante el razonamiento sería un proceso demasiado complejo” (p. 83).

Este mismo autor, comenta que “Los primeros matemáticos como el griego Diofanto de Alejandría, en su obra titulada Aritmética (siglo III), menciona la regla de los signos de la multiplicación, antes que Jhon Widmann (1489) introdujera los signos de + y -, y mucho tiempo antes de que William Oughtred (1631) introdujera el signo x” (p. 84).

Siguiendo la línea de Diofanto, que es un autor que maneja un álgebra intermedia, ya que empieza a usar abreviaturas para representar palabras, aportación útil a la física, pues aún en nuestros días la velocidad se representa con la abreviatura v , la distancia con d , y el tiempo con t . y René Descartes citado por Acevedo (1996), utiliza ya una simbología como la que se utiliza actualmente: a la incógnita del problema la representa con una x .

El álgebra es una herramienta muy poderosa que ayuda a entender fácilmente cursos posteriores de matemáticas así como las ciencias que tienen estrecha relación con el manejo de los símbolos que representan números.

La SEP (1997), considera al “álgebra como el resultado de un largo proceso de desarrollo, en el cual los historiadores distinguen tres etapas bien diferenciadas: la del álgebra retórica, cuando todavía no existían símbolos algebraicos y tanto las ecuaciones como los problemas se expresaban enteramente en el lenguaje natural;

la del álgebra sincopada, en la que el lenguaje natural se combina con el uso de algunos símbolos y la etapa del álgebra simbólica utilizada hoy en día, cuando el lenguaje algebraico se ha vuelto autónomo en relación al lenguaje natural y tiene sus propias reglas de sintaxis” (p. 147).

Para Garza (1991) “El álgebra es una rama de las matemáticas que generaliza los métodos y procedimientos para efectuar cálculos y resolver problemas, además de que sus operaciones son las mismas que las de la aritmética” (p. 118).

Otro autor que hace referencia al álgebra es Fuller (1971) quién afirma que el álgebra nos ayuda a expresar reglas o procedimientos generales, para ello hace uso de símbolos literales que representan cualquier número.

Esta primera revisión en torno al álgebra permite abrir el panorama y de alguna manera tratar de entender al álgebra.

La cual se considera como: “ una rama de las matemáticas en la que se usan las letras para representar relaciones aritméticas, que al igual que la aritmética utiliza las operaciones básicas como son la adición, sustracción, multiplicación y cálculo de raíces; se ocupa de resolver ecuaciones utilizando símbolos en vez de números específicos y operaciones aritméticas para usar dichos símbolos, empleando reglas y relaciones entre ellos para poder resolver y llegar al lenguaje natural”, el proceso de aprendizaje del álgebra es complejo y los conceptos básicos deben ser comprendidos para poder dominar este lenguaje matemático.

Pero ¿cómo es que se adquieren estos conocimientos y a partir de dónde se inicia este proceso de aprendizaje? La Secretaría de Educación Pública ha establecido ciertos lineamientos a seguir entre los cuales propone: El apoyo de materiales didácticos tales como el libro de texto gratuito y el uso de estrategias didácticas que el profesor utilice en torno al proceso enseñanza aprendizaje, y así se desarrollen las habilidades que les permitan a los alumnos acceder a nuevos conceptos.

Es importante aclarar que la SEP no concibe los contenidos como una progresión de temas que deberán estudiarse uno a continuación de otro. Por el contrario, el maestro podrá modificar el orden de los contenidos y organizar su enseñanza en la forma que considere más adecuada para el aprendizaje.

5.2 TÉCNICAS Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES

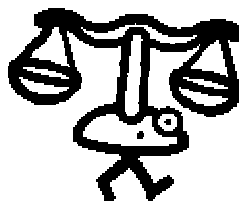
5.2.1 TÉCNICAS: procedimientos que el alumno deberá saber emplear de manera correcta, sin caer en su utilización mecánica e irreflexiva.

Las técnicas más recurrentes por la SEP son:

- Los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Las aplicaciones de la técnica de completar cuadrados.
- Los diversos métodos para factorizar polinomios o para encontrar las raíces de ecuaciones cuadráticas.

5.2.2 ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS:

5.2.2.1 El modelo de la balanza como estrategia



Un paso importante hacia el pensamiento algebraico consiste en poder resolver ecuaciones cuando la incógnita aparece en ambos lados de las ecuaciones. Para resolver este tipo de ecuaciones, la técnica de invertir operaciones ya no es suficiente.

En este punto, los modelos de enseñanza para la resolución de ecuaciones lineales juegan un papel fundamental (SEP, 1997).

Los ejemplos más sencillos de las ecuaciones lineales a los que nos estamos refiriendo son los de las formas:

$$ax + b = cx + d, \quad a x + b x + c = x$$

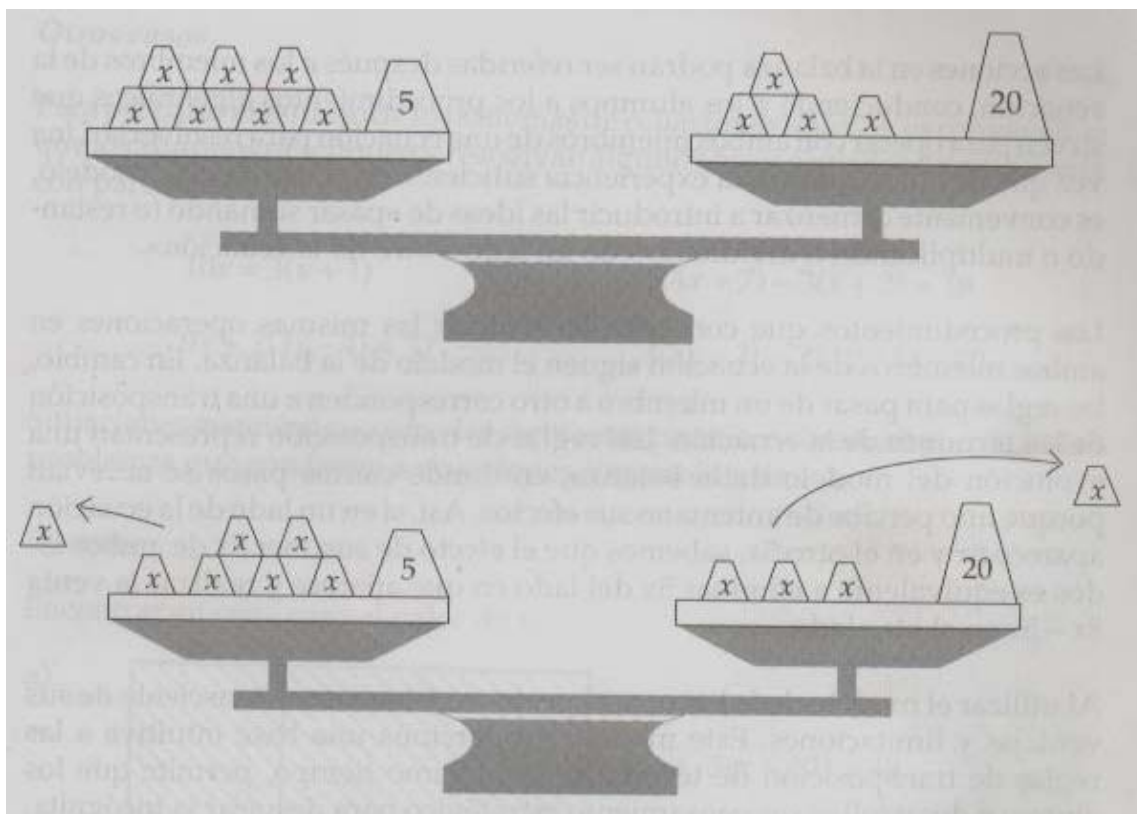
Se ha observado que los métodos para resolver ecuaciones se aprenden mejor si se introducen a través de los modelos de enseñanza como el de la balanza, en lugar de acudir a las aplicaciones basadas en las propiedades estructurales de los números.

El modelo de la balanza se basa en una analogía entre lo que podemos poner o quitar en ambos platillos de una balanza sin que se pierda el equilibrio, y las operaciones que pueden realizarse en ambos lados de una ecuación conservando la igualdad: “si hacemos lo mismo en ambos platillos de la balanza (en ambos miembros de la ecuación), el equilibrio se conserva, la igualdad no se pierde” (SEP, 1997, P. 166).

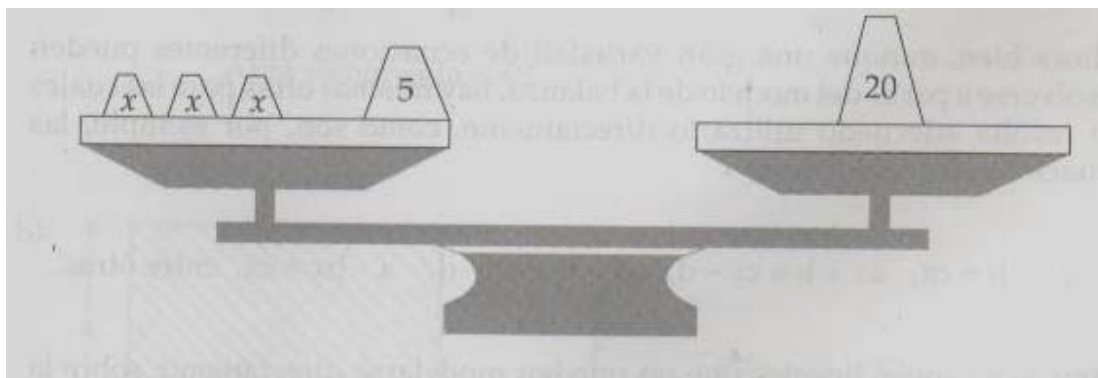
En el ejemplo que sigue la ecuación propuesta es:

$$7x + 5 = 4x + 20$$

y las acciones que se realizan para resolverla consisten en quitar pesos desconocidos e iguales a “x” de ambos platillos de la balanza:



Hasta obtener una balanza con pesos desconocidos sólo en uno de los lados:



Esto permite reducir la ecuación inicial a una ecuación de tipo $a x + b = c$, es decir, con una incógnita de un solo lado: $3x + 5 = 20$

Luego se aplica el procedimiento de invertir operaciones para encontrar el valor de “x” y resolver la ecuación:

$$X = \frac{20 - 5}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

Las acciones de la balanza podrán ser referidas después a los miembros de la ecuación, conduciendo a los alumnos a los procedimientos algebraicos que sirven para operar ambos miembros de una ecuación para resolverla. Una vez que se hayan adquirido la experiencia suficiente para el uso de este modelo, es conveniente comenzar a introducir las ideas de “pasar sumando (o restando o multiplicando o dividiendo) de un lado a otro de la ecuación” (SEP, 1967, P. 168).

Los procedimientos que consisten en realizar las mismas operaciones en ambos miembros de la ecuación siguen el modelo de la balanza. En cambio, las reglas para pasar de un miembro a otro corresponden a una transposición de los términos de la ecuación. Las reglas de transposición representan una evolución del modelo de balanza, en donde ciertos pasos se abrevian porque uno percibe de ante mano sus efectos.

Así, si en un lado de la ecuación aparece $8x$ y en el otro $5x$, sabemos que el efecto de sustraer $5x$ de ambos lados es equivalente a eliminar $5x$ del lado en que aparece y realizar la resta $8x - 5x$ en el otro lado. (SEP, 1997)

Al utilizar el modelo de la balanza el profesor deberá estar consciente de sus ventajas y limitaciones. Este modelo proporciona una base intuitiva a las reglas de transposición de términos y, al mismo tiempo, permite que los alumnos desarrollen un movimiento estratégico para despejar una incógnita, pueden por ejemplo, aislar una incógnita de un solo lado o trabajar primero con los términos donde aparece la incógnita, etcétera.

5.2.2.2 Estrategia didáctica de Herrera

Herrera (1991) realizó para la enseñanza de las ecuaciones lineales de primer grado, tres estrategias: 1) pilas de piedras, 2) modelo de la balanza, 3) modelo de Éuler. Presentando su propuesta.

1. Pila de piedras:

“Tiempo: 3 clases (tres horas, en caso necesario una más como retroalimentación).

Material didáctico: Laminas. Gises de colores.

Actividades: Se les plantea y se les presenta a los alumnos una lámina alusiva al siguiente problema:

Juan tiene tres pilas de piedras. La primera pila tiene 23 piedras más que la segunda. En total hay 117 piedras. ¿Cuántas piedras hay en cada pila?

Se pedirá que lo anoten en su cuaderno.

Se harán interrogatorios para buscar la solución del problema a base de tanteos.

Se indicará que se buscará o se tratará de encontrar la solución realizando el planteamiento siguiente:

El número de piedras que contiene cada pila es desconocido, es lo que llamamos una incógnita, que podemos denominar con cualquier letra, la más común es X .

Si llamamos X al número de piedras de la segunda pila, en la primera habrá $x + 23$ y el total es de 117 piedras, entonces podemos representar lo anterior con lo que llamaremos una ecuación:

$$23 + x + x + x = 117$$

La ecuación se anotará en el pizarrón con la incógnita en diferente color. Los alumnos lo anotarán en su cuaderno.

Se hará la siguiente pregunta:

¿Si quitamos las 24 piedras de la primera pila, en cuantas piedras disminuye el total? ¿Qué situación tendríamos? a 117 menos 24, nos quedan 93

Es decir ¿Cuál sería el resultado? Escribanlo.

$$x + x + x + 24 = 117$$

$$3x + 24 = x$$

$$3x = 117 - 24$$

$$3x = 93$$

$$x = \frac{93}{3}$$

$$X = 31$$

¿Qué indica este resultado?

Indica que en la segunda y tercer pila hay 31 piedras y en la primera 55 piedras.

En la misma forma se resolverán los siguientes problemas:

La segunda pila tiene 19 piedras más que la primera. En total hay 133 piedras. De igual manera, plantea y resuelve los siguientes problemas:

La primera pila tiene 7 veces el número de piedras que tiene la segunda, en total hay 40 piedras. La segunda pila tiene 26 piedras menos que la primera. En total hay 88 piedras.

La primera pila tiene 65 piedras más que la segunda. En total hay 175 piedras.

La primera pila tiene 3 veces el número de piedras que tiene la segunda. En total hay 24 piedras. La segunda pila tiene 5 veces el número de piedras que tiene la primera, hay 42 piedras en total... y así más problemas” (Herrera 1991, pp. 92-93).

2. Modelo de la balanza:

“**Tiempo:** tres clases.

Introducción: A modo de introducción se explica cómo funciona una balanza. Sería muy conveniente tener una en la clase para corroborar su funcionamiento: enseguida se presenta o se realiza el dibujo de la lámina siguiente:

Y se plantea a la vez, el siguiente problema:

Juan quiere encontrar el peso de una lata, cada lata pesa lo mismo y cada pesa es de un kilo. Si Juan piensa: si hubiera latas sólo en un lado de la balanza y pesas en el otro, el problema estaría resuelto. Intenta hacerlo sin desequilibrar la balanza.

Si quitamos tres kilos de cada brazo de la balanza, ¿continuaría en equilibrio?

Si nos damos cuenta, ya solo hay pesas en un lado de la balanza, pero, ¿qué es lo que queda?, bien, quedan latas en ambos lados.

Si quitamos dos latas de cada lado de la balanza, ¿quedará en equilibrio la balanza?
¿Qué es lo que queda?

Dos latas, ¿cuánto pesan? Si dos latas pesan 6 kilos, ¿cuánto pesa una lata?

Si una lata pesa 3 kilos, el problema de Juan está resuelto.

Ahora analicemos lo que se ha trabajado con la balanza para resolver ecuaciones:

Si el peso de cada lata es una incógnita y la representamos con una X , ¿cómo puede expresarse la situación de la balanza?

Intenten escribirlo, ¿alguien quiere pasar al pizarrón?

$$X + X + X + X + 1 + 1 + 1 = X + X + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

O abreviadamente:

$$4x + 3 = 2x + 9$$

Y la ecuación puede resolverse usando los mismos pasos que en la balanza ¿podrían hacerlo? Háganlo.

¿Alguno quiere hacerlo en el pizarrón?

Después de que ellos lo intenten o hagan se dará la siguiente explicación en el pizarrón:

- Quitamos 3 de cada lado de la ecuación: $4x = 2x + 6$

- Quitamos $2x$ de cada lado de la ecuación: $2x = 6$

- Dividamos entre dos

- De esta última ecuación vemos que: $X = 3$

Se presenta otro ejemplo y se pide que resuelvan las siguientes ecuaciones:

$$7x + 2 = 3x + 6$$

$$8x + 12 = 4x + 52$$

$$6x + 10 = 2x + 38 \text{ (Herrera 1991, pp. 93-94).}$$

3.- Modelo de Éuler:

“**Tiempo:** tres clases.

En este último paso de la secuencia didáctica se les indicará a los alumnos que los ejemplos que se les darán les permitirá resolver ecuaciones con grado de dificultad más alto que el de las anteriores y que, para ello es necesario recordar que si a un número se le suma su simétrico el resultado de la suma es cero, por ejemplo:

$$5 + (-5) = 0$$

$$-6 + 6 = 0$$

$$283 + (-283) = 0$$

$$3x + (-3x) = 0$$

$$-8x + 8x = 0$$

Se les explicará que con base a los “recuerdos” anteriores podemos resolver ecuaciones como:

$$7x + 5 = 4x + 17$$

¡Sin recurrir a la balanza! Se indicará que la ecuación sería más sencilla si la X estuviera en un solo miembro de la ecuación o en un solo lado y los números del otro y para ello se seguirán los siguientes pasos:

Primer paso: sumar -5 en ambos lados o miembros de la ecuación;

$7x + 5 + (-5) = 4x + 17 + (-5)$, entonces:

$$7x + 0 = 4x + 12$$

$$7x = 4x + 12$$

¡En el primer miembro de la ecuación sólo quedó el término $7x$!

Segundo paso: sumar $-4x$ en ambos miembros de la ecuación simplificada;

$7x + (-4x) = 4x + (-4x) + 12$, entonces:

$$3x = 0 + 12$$

$$3x = 12$$

Ahora, en el primer miembro de la ecuación sólo quedo $3x$ ¡ y en el segundo 12 !

Tercer paso: Multiplicar por $\frac{1}{3}$ ambos miembros de la ecuación;

$\frac{1}{3} (3x) = \frac{1}{3} (12)$, entonces; $\frac{1}{2} (3x)$

$$\left(\frac{1}{3}\right)x = 1/3\left(\frac{12}{1}\right)$$

$$1x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

En el primer miembro sólo quedo X y en el segundo 4 , para saber si la ecuación está bien resuelta basta con sustituir X por 4 en la primera ecuación: ello se llama comprobación;

$$7x + 5 = 4x + 17$$

$$7(4) + 5 = 4(4) + 17$$

$$28 + 5 = 16 + 17$$

$$33 = 33$$

Herrera (1991) considera importante dar los ejemplos que sean necesarios y ejercicios variados para la resolución de ecuaciones pp.97-98.

Por otra parte en una investigación realizada por Santos (1992), se mostró que existe un grave problema en el aprendizaje de las ecuaciones lineales de primer grado, al aplicar una encuesta a 150 alumnos de nuevo ingreso a nivel Bachillerato y para identificar y caracterizar sus deficiencias algebraicas.

En esta investigación se tomó en cuenta el promedio de calificaciones del nivel de secundaria y el resultado de la prueba de admisión al ingreso de bachillerato, los cuales fueron agrupados de forma descendente.

Las frecuencias de sexo y edad se muestran en la siguiente tabla

	SEXO		EDAD						
	M	F	14	15	16	17	18	19	20
TOTAL	69	81	41	75	25	3	3	1	2

Con respecto a las escuelas secundarias se seleccionaron de tal manera que representan los diferentes modelos de la ciudad, escuelas federales: (Adolfo López Mateos (ALM), Valentín Gómez Farías (VGF), David Alfaro Siqueiros (DAS), Técnica No. 2 (Téc.-2), Técnica No. 15 (TEC-15), y las particulares: Hidalgo y Cumbres, así como las foráneas, que son las escuelas de los poblados de la periferia (secundaria técnicas y telesecundarias).

La encuesta utilizada por Santos (1992), hace referencia a 33 reactivos cada uno con desarrollo algebraico correcto y otro incorrecto, la cual pretendió.

1. Obtener la frecuencia de cada error algebraico
2. Identificar los contenidos temáticos con mayor frecuencia de los errores algebraicos.
3. Por escuela identificar los errores algebraicos, en general y por contenido temático (Santos 1992, p. 44).

Los errores algebraicos que se identificaron con la encuesta son:

1. Despejes de variables
2. Ley de los signos
3. Operaciones con racionales
4. Ley distributiva
5. Factorización
6. Ley de los exponentes
7. Productos notables
8. Términos semejantes
9. Uso del cero
10. Leyes de cancelación (Santos 1992, p. 45)

Los resultados obtenidos por Santos (1992), son los siguientes (pág. 46)

REACTIVO	FRECUENCIA	%
24	116	77
28	103	69
11	101	67
29	101	67
6	100	58
1	87	57
27	85	57
23	83	55
26	81	54
33	80	53
16	73	49
30	72	48
7	71	47
32	71	47
18	70	45
8	67	43
10	65	43

REACTIVO	FRECUENCIA	%
5	64	41
25	62	41
4	61	39
9	58	35
31	53	35
20	52	35
19	49	33
15	48	32
12	39	26
22	39	25
21	38	25
13	36	24
2	32	21
14	27	18
3	15	10
17	15	10

Aunado a lo anterior Santos (1992), obtuvo la frecuencia promedio de 10 temas ordenados ascendentemente (pág. 47)

Tema	Frecuencia	%
Ley de los signos	77	51
Factorización	77	51
Términos semejantes	74	49
Uso del cero	71	47
Operaciones con racionales	68	45
Leyes de cancelación	65	43
Leyes de los exponentes	65	43
Productos notables	60	40
Despejes de variables	57	38
Ley distributiva	47	31

Con base en los resultados obtenidos, Santos (1992) llega a las siguientes conclusiones

Escuelas secundarias que presentan mayor porcentaje de errores algebraicos (p. 48) en orden descendente.

- a) Técnica No. 15
- b) Foráneas
- c) Adolfo López Mateos y Valentín Gómez Farías
- d) David Alfaro Siqueiros y Técnica No. 2
- e) Hidalgo (particular)
- f) Cumbres (particular)

Los errores algebraicos de mayor porcentaje por escuela, según Santos, 1992 son:

Adolfo López Mateos	Productos notables Ley de los signos Términos semejantes
Valentín Gómez Farías	Uso del cero Factorización Términos semejantes Operaciones con racionales
David Alfaro Siqueiros	Leyes de los exponentes Ley de los signos Términos semejantes
Hidalgo	Uso del cero Términos semejantes Operaciones con racionales Leyes de cancelación

Técnica No. 2	Ley de los signos Factorización Uso del cero
Técnica No. 15	Factorización Ley de los signos Operaciones con racionales
Cumbres (particular)	Leyes de cancelación Términos semejantes Ley de los signos
Foráneas	Factorización Ley de los signos Uso del cero Operaciones con racionales Ley distributiva

Así mismo, Santos (1992) propone algunos temas que deben ser atendidos por el profesor de matemáticas en la secundaria (p.49)

Ley de los signos

Adelante hay signo menos (-)

Adelante hay signo más (+)

Factorización en los siguientes casos

Por término común:

$$2x - 6x = 2x(x-3)$$

Diferencia de cuadrados:

$$9x - 25y = (3x + 5y) (3x - 5y)$$

Trinomio cuadrado perfecto

$$x - 2xy + y = (x - y)$$

Trinomios de 2o. Grado:

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

Identificar términos semejantes para su reducción

Cuando son términos semejantes

$$2x + x = 2x - x$$

Cuando no son términos semejantes

$$2x + x = 3y$$

Uso del cero:

Que obtenga el cociente adecuado en los casos que el cero sea

Divisor

Dividendo

Divisor y dividendo al mismo tiempo

Resolución de problemas con racionales

Suma

Resta

Producto

Cociente

Ley de cancelación:

Que aplique la cancelación adecuadamente en fracciones, cuando el numerador y denominador tengan:

Factor común

Término común

Términos semejantes

Leyes de los exponentes:

Que las aplique correctamente en los siguientes casos con términos de la misma base:

Producto

Cociente

Potencia de potencia

Potencia cero

Potencia negativa

Potencia fraccionaria.

En el siguiente apartado se exponen los principios básicos utilizados en dos modelos de enseñanza los cuales son: Modelo de Enseñanza Directa y Aprendizaje Cooperativo. Los elementos que presentan los modelos pretenden favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje en la adquisición de conceptos y habilidades. Son dos propuestas que fundamentan nuestro modelo.

6.- MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA Y ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE COOPERATIVO

Lograr que el aprendizaje sea adquirido no es tarea fácil sin embargo, pueden utilizarse una serie de estrategias que favorezcan la adquisición del conocimiento.

Básicamente en la propuesta que se presenta, se pretende a través de dos postulados lograr que el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales pueda ser alcanzado de la mejor manera; siendo estos el Modelo de Enseñanza Directa y la estrategia de Aprendizaje Cooperativo. Ambos centrados en dicho proceso consideran factores primordiales como son la responsabilidad, el trabajo en común, entre otros.

Aplicar estos fundamentos dentro de la propuesta alude a la posibilidad de trabajar los contenidos referentes al aprendizaje del álgebra de manera general y en particular de las ecuaciones lineales; para entender mejor cada uno y relacionarlo con la propuesta será necesario conocerlos, grosso modo se presentan sus principales características.

6.1 Modelo de Enseñanza Directa

El modelo de enseñanza directa, es una estrategia que permite enseñar conceptos como habilidades, cuando es aplicado, el docente asume la responsabilidad de estructurar; es decir identificar las metas de la clase, posteriormente desempeña un rol activo en explicar contenidos o desarrollar habilidades en los alumnos por medio de la explicación, proporcionándoles oportunidades para practicar y brindando retroalimentación.

Eggen y Kauchak (2001), aseveran que este modelo transcurre en cuatro etapas. En la introducción “el docente revisa con los estudiantes lo aprendido previamente, comparte las metas del aprendizaje y provee razones sobre el valor de aprender el nuevo contenido”, en la etapa de presentación “el docente explica el nuevo concepto o provee un modelo para la habilidad”, en la práctica guiada “el docente brinda a los alumnos oportunidades para practicar esta destreza o categorizar ejemplos del nuevo concepto”. Finalmente, durante la práctica independiente, “se les pide a los estudiantes que practiquen la habilidad o el concepto por sí mismos, lo que estimula la transferencia” (p. 252). Este modelo se caracteriza debido a la interacción entre el docente y los estudiantes.

En el modelo de enseñanza directa, el docente desempeña un rol primordial, pues explica, usa ejemplos permitiendo incrementar la comprensión por parte de los alumnos, sin embargo esto no implica que los estudiantes sean pasivos; ya que este modelo compromete a los alumnos a hacer uso de preguntas, ejemplos, practicar y retroalimentarse con la información que provea el docente y así lograrse la transferencia de la responsabilidad, hasta que los alumnos por sí mismos resuelvan problemas y analicen ejemplos.

Perspectiva teórica de la enseñanza directa

La estructura del modelo está basada en tres líneas de investigación; la primera hace referencia a la eficacia del docente y en donde se manifiesta que para que haya un verdadero aprendizaje en los alumnos, mucho tiene que ver las actitudes de los docentes; debido a que “los docentes eficaces ayudaban a sus alumnos a aprender significativamente más” Eggen y Kauchak (2001)

A demás de mostrar conductas frecuentes como “el uso productivo del tiempo, hábiles preguntas, buen manejo de las estrategias y el uso de los conocimientos previos que cada alumno posee y de esta forma promover el éxito en el aprendizaje (p. 254).

La segunda línea de investigación hace referencia al aprendizaje por observación (modelización). “El principio sobre el cual se basa este modelo de aprendizaje dice que las personas tienden a imitar conductas que observan en otros”. El aprendizaje por observación incluye cambios en la conducta, el pensamiento o las emociones que resultan de observar la conducta de otra persona; por lo tanto modelizar es exponer aquellas conductas que constituyen la meta de aprendizaje. Además es más efectiva cuando el pensamiento que es la base de ellas se hace explícito el pensamiento en voz alta es un intento consciente de verbalizar estrategias cognitivas internas. (pp. 254, 255, 256).

La última línea de investigación hace referencia al lado social del aprendizaje de habilidades basada en los escritos de Vygotsky (1978), Eggen y Kauchak (2001).

Vygotsky centraba su investigación principalmente en los aspectos sociales del aprendizaje y creía que la mayor parte del aprendizaje humano resultaba de la interacción entre las personas, tanto entre adultos y niños como entre los niños mismos (p. 256).

Eggen y Kauchak (2001). Afirman que en los trabajos de Vygotsky, hay dos conceptos relevantes para el modelo de enseñanza directa. Uno es la noción de andamiaje; el cual hace referencia “al apoyo que permite que los alumnos realicen

una habilidad”, existen diversas maneras, algunas de ellas es descomponiendo las habilidades complejas en subcomponentes; ajustando la dificultad de las preguntas, dando ejemplos y ofreciendo consignas de apuntalamiento y pistas.

Un segundo concepto se denomina zona de desarrollo próximo, la cual “es la etapa del proceso de aprendizaje en la cual el alumno todavía no puede resolver un problema o realizar una habilidad solo”, pero puede hacerlo bien con la ayuda del docente, es en esta zona donde el docente puede ser más eficaz y ayudar a los alumnos a aprender. Vygotsky considera de suma importancia las interacciones verbales entre los adultos y los niños.

Planificar clases según el modelo de enseñanza directa

Esta planificación requiere de tres pasos, comenzando por la especificación de las metas, continua la identificación del conocimiento previo necesario y concluye preparando o seleccionando problemas para la aplicación.

La especificación de metas, hace referencia a que el docente debe identificar temas específicos y crear o encontrar ejemplos que los hagan comprensibles.

El segundo paso hace referencia a los conocimientos previos, para lo cual se requiere diferenciar primeramente si se enseña un concepto o una habilidad, para enseñar un concepto es importante que los estudiantes comprendan como se relaciona ese concepto con otros hechos, conceptos, generalizaciones y principios. Enseñar habilidades, es más complicado, ya que implica identificar subhabilidades que asientan la base para la nueva habilidad. (p. 261).

La etapa final de la planificación para la enseñanza directa es la selección de ejemplos o problemas; la cual brinda a los alumnos oportunidades para practicar lo aprendido.

Implementar clases según el modelo de enseñanza directa.

La implementación de clases usando el Modelo de Enseñanza Directa se hace generalmente en cuatro etapas. En la primera, se introduce el nuevo contenido y se conecta con los conocimientos previos del alumno. En la segunda etapa se describe y explica el nuevo contenido usando ejemplos concretos para hacer que el tema sea más significativo. A continuación se realiza la práctica guiada, en la que los alumnos experimentan con el nuevo contenido, ya sea aplicando a otros ejemplos o probándolo en nuevos problemas. En la cuarta etapa, los alumnos practican solos, lo que promueve la automatización y la transferencia.

Etapa 1: introducción

La etapa introductoria de una clase con el modelo de enseñanza directa desempeña varias funciones. Primero, atraer la atención de los alumnos a la clase; sin la atención del alumno, los mejores esfuerzos del docente se desperdician.

Además, la introducción proporciona una visión general del contenido que sigue y permite que los alumnos observen en el curso de la clase cómo se relaciona con aquel contenido aprendido anteriormente. La introducción también da al docente la oportunidad de motivar a los alumnos y de explicar como el nuevo contenido será beneficioso para ellos en un futuro.

Foco introductorio.

Se refiere a las acciones que realiza el docente al comienzo de una clase, diseñadas para atraer la atención de los estudiantes e introducirlos en ella. Es importante atraer a los alumnos y concretar su atención en la tarea del aprendizaje, sin embargo, algunos docentes a menudo descuidan esta función esencial de capturar la atención.

Visión general del aprendizaje.

La segunda función de la introducción consiste en brindar a los alumnos una orientación sobre los contenidos que se tratarán. La visión general de lo que es la clase a menudo incluye metas, un breve resumen del nuevo contenido y los procedimientos que se emplearán en la clase.

La motivación es la tercera función que desempeña la introducción. El docente explica cómo y porqué el nuevo tema debe de ser estudiado en un intento por motivar a los alumnos.

Etapa 2: presentación.

Durante la etapa de presentación de una clase de enseñanza directa, el docente explica el concepto o explica y se constituye como un modelo de la habilidad que enseña.

En ocasiones se le llama también como etapa de desarrollo (Murphy 1992) o de entrada y modelo (Hunter 1984) a este paso de implementación, donde el docente esa demostraciones y modelos para ayudar a que el tema se vuelva significativo para los alumnos.

Etapa 3: práctica guiada

Durante la práctica guiada, los estudiantes prueban el nuevo contenido mientras el docente monitorea cuidadosamente su progreso y retroalimenta el proceso que sus alumnos realizan. Durante la etapa de práctica, tanto el rol del docente como el del alumno se modifican. El docente cambia su función de proveedor de información y modelo a, la de apoyo, mientras que los alumnos cambian de receptores a examinadores de su propia comprensión con los ejemplos y problemas provistos por el docente.

Durante las primeras etapas de la práctica guiada, el docente proporciona el andamiaje necesario para asegurar que los alumnos obtengan éxitos cuando prueben nuevas habilidades. Gradualmente los docentes reducen el número de este apuntalamiento y transfieren más la responsabilidad a los estudiantes. La calidad y la cantidad de lo que el docente dice se caracterizan en esta etapa. Inicialmente el docente ofrece pistas y consignas de apoyo que constituyen el andamiaje. Luego a medida que los alumnos asumen mayor responsabilidad en explicar los problemas y clasificar los ejemplos, la participación del docente estará enfocada al sondeo, diseñada para elevar el nivel de la reflexión y la aplicación por parte del alumno.

Durante la práctica guiada los docentes deben decidir cuando hacer la transición. La práctica independiente eficaz requiere que los alumnos tengan suficiente pericia para resolverla correctamente con poca ayuda del docente.

Hay muchas maneras de verificar si los estudiantes están listos para esta transición. Una es la proporción de éxito entre los alumnos, cuando las respuestas de los estudiantes durante la práctica guiada son correctas en un 80 o 90%, la clase probablemente ya esté lista para la práctica independiente.

Otra forma de verificación es la calidad de las respuestas. Las respuestas rápidas y confiadas son la señal de que los alumnos están listos; las respuestas dudosas o parcialmente correctas sugieren la necesidad de mayor cantidad de práctica guiada.

Durante esta etapa es esencial sostener un alto nivel de interacción entre el docente y el alumno. Es necesario que los docentes formulen preguntas y clarifiquen y sondeen, con el fin de determinar si los alumnos realmente comprenden el nuevo contenido o están siguiendo un conjunto de procedimientos memorizados. La interacción docente-alumno también abre a los docentes el acceso al pensamiento de los alumnos y les permite comprender y limpiar los errores que ellos pueden cometer.

Etapa 4: practica independiente

Esta es la etapa final del Modelo de Enseñanza Directa. Durante su transcurso, los alumnos practican la nueva habilidad o aplican el concepto por si mismos y desarrollan tanto la automatización como la transferencia.

Idealmente, la práctica independiente ocurre en dos fases. Durante la primera, los estudiantes practican la clase con ayuda del docente. Luego, los estudiantes trabajan solos realizando tareas en sus casas.

La práctica independiente en el aula es importante porque posibilita que el docente monitoree el progreso del aprendizaje y ofrezca ayuda si es necesario. Tanto para la porción con éxito, como los conflictos con que los alumnos se encuentran ayudan al

docente a diagnosticar problemas. Si pocos alumnos tienen problemas el docente puede trabajar con algunos de ellos individualmente. Si varios tienen el mismo problema tal vez sea necesario trabajar con toda la clase y volver a enseñar los aspectos que los alumnos no entienden.

Un ejemplo de la implementación del Modelo de Enseñanza Directa en una clase de preálgebra sería el siguiente:

Propósito: Los alumnos encontrarán la regla que relaciona los números de la primera columna con los de la segunda y la expresarán simbólicamente.

Además se consolidarán las nociones relacionadas con el carácter inverso de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división), básicas para la comprensión y ejecución de las primeras y más sencillas ecuaciones lineales.

Material: libro de texto, tablas de dos columnas.

ETAPA	DESARROLLO		
Introducción	<p>Se introducirá al tema a través de ejercicios de llenado de cuadros vacíos, como los que siguen: $5 \times \square = 20$ $523.7 - \square = 400$</p> <p>Dichos ejercicios permitirán que el alumno pueda adquirir habilidades en el manejo de operaciones básicas y llenado de cuadro vacíos a través de la ejecución de estas operaciones de manera inversa.</p> <p>Una vez presentados estos ejercicios y a lo largo del desarrollo de los mismos se proporcionará una visión general del tema, además de explicar porque iniciar con estos conocimientos.</p>		
Presentación y práctica guiada	<p>Se explicará lo relativo a la tabla de 2 columnas, su estructura, su utilidad y la relación existente entre cada columna, a través de varios ejemplos y modelos de llenado de tablas con ejercicios muy sencillos.</p> <p>En este sentido se transpondrá este contenido a la vida diaria, a través de problemas relacionados con la vida diaria como el siguiente.</p> <p>Si cada caja de clavos cuesta \$20.00 ¿Cuánto cuestan 2, 4, 6, 8, 10? Utiliza la siguiente tabla para obtener los resultados.</p> <table border="1" data-bbox="475 1906 831 1935"> <tr> <td>Num. De</td> <td>Precio</td> </tr> </table>	Num. De	Precio
Num. De	Precio		

	<p>Cajas Se presentaran varios ejemplos de este tipo resueltos por el docente como modelo. Una vez dominado el llenado de tablas se deberá introducir a la noción simbólica en los encabezados de las columnas, podemos nombrarlas por medio de letras X, Y, Z, O, N, etc. El llenado de tablas como estas permitirá que el alumno se acostumbre gradualmente a los modos de expresión usuales en álgebra (SEP, 1997) a través de preguntas como: Si la X fuera 25, ¿Cuál será el valor de y. ¿Cómo calculas el valor de Y si conoces el valor de X?</p>
Practica independiente y conclusiones	En ejercicios posteriores, el alumnos construirá él mismo la tabla, escogiendo valores para X y utilizando la regla para encontrar los valores correspondientes para Y. estas actividades pueden aprovecharse para ampliar su experiencia numérica, elaborando ejercicios en el uso de números decimales, números más grandes y reglas ligeramente más complicadas ($Y = 3X$, $M = N-4$; $S = T2$.) Aunado a estos ejercicios abstractos, se trabajara la resolución de las tablas a través de problemas de cálculo y aplicación de porcentajes, de precios, costos y descuentos, de áreas y perímetros entre otros.

6.2 Aprendizaje Cooperativo

Una estrategia que nos puede ayudar a que el tema de las ecuaciones lineales sea bien aprendido por parte de los alumnos, es el aprendizaje cooperativo, pues como lo menciona Eggen y Kauchak (2001) "... el aprendizaje cooperativo es un grupo de estrategias de enseñanza que ubica a los alumnos en roles de aprendizaje y enseñanza". Además de que requiere que los alumnos aprendan a trabajar en colaboración hacia metas comunes desarrollando habilidades que tienen que ver con las relaciones humanas cuya utilidad se encuentra dentro y fuera del contexto escolar.

En esta estrategia de enseñanza, Eggen y Kauchak (2001) proponen abordar tres métodos los cuales tienen tres componentes esenciales.

- *Metas grupales.*
- *Responsabilidad individual.*
- *Igualdad de oportunidades para el logro del éxito.*

El esfuerzo con el que un individuo realice la tarea encomendada. Contribuirá al logro de la meta de los demás. Tal afirmación se sustenta con lo que mencionan Eggen y Kauchak (2001) “Las metas grupales son incentivos dentro del aprendizaje cooperativo que ayudan a crear un espíritu de equipo y alientan a los estudiantes a ayudarse entre sí”, por lo tanto se afirma que las *metas grupales* recompensan la cooperación.

Otro componente igual de importante al que Eggen y Kauchak (2001) hacen referencia es, “La responsabilidad individual requiere que cada miembro de un grupo de aprendizaje cooperativo demuestre su destreza en los conceptos y las habilidades que se enseñan”. Es decir todos los estudiantes deben comprender el contenido, así como demostrar esa comprensión.

El último componente al que Eggen y Kauchak (2001) se refieren es, la igualdad de oportunidades para el logro del éxito. Este elemento es particularmente importante en clases heterogéneas en donde el nivel de conocimientos previos y habilidades varían. Este componente significa que “...todos los estudiantes, más allá de la habilidad o de los conocimientos previos, pueden esperar ser reconocidos por sus esfuerzos”.

El que se tenga éxito en estas Estrategias de Aprendizaje Cooperativo, estriba en el esfuerzo individual, en el deseo de superarse, pues en cuanto el grupo se divide en equipos, el progreso del grupo se basa en los puntos de desarrollo individual. Para ello el autor señala “Cada alumno gana puntos de superación cuando obtiene puntajes más altos en su ejercicio individual que los promedios totales. Los promedios son llamados puntajes básicos, que consideran el nivel de desempeño inicial de los alumnos”. p 377.

Esta estrategia hace referencia principalmente a que cada estudiante compita sólo contra su desempeño pasado, pues esto promueve la motivación individual además de que se ve reducida la competencia entre estudiantes.

Los roles requerido en este tipo de estrategia difieren de los tradicionales, pues éste lo que requiere es una actitud activa de parte de los alumnos y de guía por parte del profesor.

Papel del docente:

Usa la enseñanza dirigida a todo el grupo (explica conceptos y habilidades básicas).

Facilita el aprendizaje en pequeños grupos (agrupamiento de alumnos)

Construye un sentido de trabajo en equipo

Realiza monitoreo asegurándose que todos los alumnos aprendan.

Papel de alumno:

Activos y responsables de su propio aprendizaje (doble función maestros y estudiantes)

Participación como miembro del grupo (explicando, comprometiéndose, negocia y motiva)

La funcionalidad del aprendizaje cooperativo se encuentra sustentada por investigaciones realizadas por Slavin. 1995 citado por Eggen y Kauchak (2001), explicado bajo tres perspectivas diferentes, esta Perspectiva conductista y en la cual se dice “El aprendizaje cooperativo funciona porque los alumnos son recompensados por trabajar juntos”. p. 379. Otra perspectiva que sustenta la utilidad de esta estrategia son: Explicaciones sociales, en la que se menciona que si una tarea de aprendizaje resulta interesante y desafiante, el trabajar como equipo puede ser intrínsecamente motivador. Además esta perspectiva también menciona “Los estudiantes no sólo aprenden más eficazmente, también aprenden cómo cooperar con otros”. p. 380. Lo que conlleva al logro de habilidades interpersonales de incalculable valor.

La perspectiva cognitiva, también sustenta la funcionalidad de la estrategia enfatizando en los distintos tipos de procesamiento de información que surgen en el interior de los grupos de aprendizaje cooperativo.

Según Eggen y Kauchak (2001), los investigadores de este modelo afirman que se logra un aprendizaje en alumnos que pueden externar lo ya aprendido, información emitida con sus propias palabras, que en alumnos los cuales únicamente reciben la

información, ya que ellos no tiene una elaboración del aprendizaje, pues como mencionan los autores, “El aprendizaje cooperativo alienta la elaboración, pidiendo a los alumnos que hablen acerca de las nuevas ideas con otros estudiantes de su grupo”. p 381.

Una última explicación de la eficacia del aprendizaje cooperativo la encontramos en la relación de la práctica y la retroalimentación ya que como son grupos muy reducidos se puede dar de manera individualizada lo que provoca una mejor comprensión por parte de los alumnos. Lo anterior se puede sustentar con lo que afirman Eggen y Kauchak (2001) “Las explicaciones de los alumnos son a veces más efectivas que las de los adultos, porque son propuestas en términos que otros alumnos pueden relacionar”.

Eggen y Kauchak (2001) aseveran que el aprendizaje cooperativo puede ser usado para alcanzar distintas metas, no obstante como en cualquier estrategia se requiere una adecuada planificación es por ello que se hablara de la planificación de la División de la Clase en Grupos de Aprendizaje. (DCGA), la cual “Es una forma de Aprendizaje Cooperativo que usa equipos de aprendizaje de multihabilidad, para enseñar formas específicas de contenido: hechos, conceptos, generalizaciones, principios, reglas académicas y habilidades”. p 385. Y cuya organización a continuación se presenta:

Planificar clase según la estrategia DCGA.

- Planificar la enseñanza
- Organizar grupos.
- Planificar actividades para consolidación del equipo
- Planificar el estudio en equipo
- Cálculo de puntajes básicos

Planificar la enseñanza: requiere tener metas claras en mente y preparar ejemplos de alta calidad, además de que se puede utilizar el modelo inductivo y el de enseñanza directa.

Organizar grupos: los equipos deben estar organizados con anticipación (cuatro o cinco miembros con las mismas habilidades y en donde se mezclen los géneros y grupos étnicos).

Planificar actividades para consolidación de los equipos: la finalidad es que cada integrante acepte a los demás y confíen en los miembros de su equipo, actividades que podrían ayudar a la consolidación de los equipos, favoritos, biografías, ocupaciones, temas más interesantes.

Planificar el estudio en equipo: es indispensable contar con materiales de alta calidad que permitan guiar la interacción en los grupos, los cuales impliquen respuestas afines, es decir claramente correctas o incorrectas.

Cálculos de puntajes básicos: el docente debe determinar el puntaje básico.

A continuación se describe lo que Eggen y Kauchak (2001) llaman implementación de las clases según la estrategia DCGA

Enseñanza (introducción de la clase, explicación y modelización de contenidos, práctica guiada)

Transición a equipos (todo el grupo trabaja en equipos de aprendizaje)

Estudio en grupo y monitoreo (el docente se asegura que los equipos funcionen perfectamente)

Reconocimiento de logros (aumento en la motivación).

Eggen y Kauchak (2001) aseveran “El objetivo de esta implementación es ayudar a los alumnos a ser conscientes de sus interacciones y las influencias que tienen éstas en sus propios aprendizajes y en los de los demás”. p 398.

Una vez presentados los postulados con sus características, es momento de presentar nuestro modelo el cual está integrado por tres elementos del Modelo de Enseñanza Directa y una estrategia del Modelo de Aprendizaje Cooperativo División de Clase en Grupos de aprendizaje (DCGA), y al que hemos nombrado MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA COOPERATIVA (MED-C)

7.- PROPUESTA DEL MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA-COOPERATIVA (MED-C)

El modelo de Enseñanza Directa-Cooperativa centrada en el docente y estudiantes utiliza la explicación, la modelización y la enseñanza de conceptos, así mismo permite desarrollar habilidades, combinando la práctica con la retroalimentación. Una de las características que lo distinguen es el patrón de interacción entre el docente y los alumnos, las metas están claras para todos los alumnos, el tiempo asignado para la enseñanza es suficiente y continuo, el desempeño de los alumnos es monitoreado, el docente controla las metas del aprendizaje, elige los materiales apropiados para desarrollar las habilidades de los alumnos y marca el ritmo de la secuencia de enseñanza, la interacción es estructurada pero no autoritaria, además el aprendizaje tiene lugar en una atmósfera académicamente agradable.

Transcurre en cuatro etapas: **Enseñanza, Práctica Guiada, Estudio en equipo y monitoreo, por último Práctica independiente.**

En la **Enseñanza** el docente revisa con los estudiantes lo aprendido previamente, comparte las metas del aprendizaje y provee razones sobre el valor de aprender el nuevo contenido (introduce el tema), además de explicar el nuevo concepto y proveer un modelo para la habilidad y el aprendizaje. Como se puede observar la primera etapa se conforma por tres momentos (**introducción, conocimientos previos y modelización**), las cuales se describen a continuación

- a) **Introducción:** el docente orienta a los alumnos sobre los contenidos que se tratarán, comparte las metas del aprendizaje y provee razones sobre el valor

de aprender el nuevo contenido, además de que las metas son claras para todos los alumnos.

- b) **Conocimiento Previo:** hace referencia a la parte en la que el docente revisa con los estudiantes lo aprendido previamente.
- c) **Modelización:** el docente sirve como modelo al mismo tiempo que explica el nuevo contenido y los alumnos aprenden mediante la observación, lo cual permite cambios en la conducta, en el pensamiento o las emociones que resultan de dicha observación.

La **Práctica Guiada** es la etapa más importante porque brinda a los alumnos oportunidades para practicar esta destreza o categorizar ejemplos del nuevo concepto con ayuda del profesor, además de que:

- a) Brinda a los alumnos oportunidades para practicar esta destreza o ejemplificar el nuevo concepto con ayuda del docente.
- b) Tanto el rol del docente como del alumno se modifican, el docente cambia su función de proveedor de información y modelo a la de apoyo, mientras que los alumnos cambian de receptores a examinadores de su propia comprensión con los problemas y ejemplos provistos por el docente.
- c) Gradualmente el docente transfiere la responsabilidad a los estudiantes.
- d) La interacción docente alumno, abre a los docentes el acceso al pensamiento de los alumnos y les permite comprender y corregir los errores que ellos pudieran cometer.
- e) Permite que los alumnos tengan suficiente pericia para resolver los ejercicios correctamente con poca ayuda del docente.

El **Estudio en Equipo y Monitoreo** es la etapa donde se implementa la estrategia de aprendizaje de nuestro modelo que permitirá la construcción del conocimiento por medio de la formación y organización de pequeños grupos, en donde las experiencias de cada uno van formando una red de conocimientos que permitirán mediar el aprendizaje de esta experiencia cooperativa, así mismo:

- a) Requiere que los alumnos aprendan a trabajar en colaboración hacia metas comunes desarrollando habilidades que tienen que ver con las relaciones humanas cuya utilidad se encuentra dentro y fuera del contexto escolar.
- b) El esfuerzo que realice un individuo al cumplir lo encomendado contribuirá al logro de las metas de los demás.
- c) La responsabilidad individual requiere que cada miembro de un grupo demuestre su destreza en lo que se enseña.
- d) Igualdad de oportunidades, es decir, independientemente de la habilidad o conocimientos previos, el estudiante puede esperar ser reconocido por sus esfuerzos.
- e) Cada estudiante compite sólo contra su desempeño pasado
- f) Con el monitoreo el docente se asegura que todos los alumnos aprendan.

Finalmente en la **práctica independiente**, los alumnos podrán aplicar las habilidades o conceptos por sí mismos, también:

- a) Es la etapa en la que los alumnos practican la nueva habilidad o aplican el concepto por sí mismos y desarrollan tanto la automatización como la transferencia.
- b) Posibilita que el docente monitoree el progreso del aprendizaje y ofrezca ayuda si es necesario tanto para concluir con éxito, como para identificar conflictos con los que los alumnos se encuentran, es decir, ayudan al docente a diagnosticar problemas.

Planificar las clases según el modelo de enseñanza directa-cooperativa. (MED-C)

Planificar para el modelo de enseñanza directa-cooperativa requiere de tres pasos; comienza por la especificación de las metas, continua con la identificación del conocimiento previo necesario y concluye cuando se preparan o se seleccionan problemas para la aplicación. Este modelo además hace uso de estrategias de enseñanza cooperativa que enriquecerán el proceso de enseñanza aprendizaje mediante la organización de grupos o equipos, que buscan desarrollar de manera práctica los conceptos adquiridos.

Implementar clases según el modelo de enseñanza directa-Cooperativa

La implementación de clases usando el modelo de enseñanza directa cooperativa se hace generalmente en cuatro etapas, las cuales se detallan a continuación.

ETAPA 1: Enseñanza

Se introduce el nuevo contenido y se conecta con los conocimientos previos del alumno. Se describe y explica el nuevo contenido usando ejemplos concretos para hacer que el tema sea más significativo.

ETAPA 2: Práctica guiada

A continuación se realiza la práctica guiada, en la que los alumnos experimentan con nuevos ejemplos o problemas; además de practicar sus conocimientos bajo la estrategia llamada DCGA, que consiste en Dividir la Clase en Grupos de Aprendizaje es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta, en este caso, del lenguaje algebraico y promover el aprendizaje cooperativo.

ETAPA 3: Estudio en equipo y monitoreo

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el profesor monitorea detenidamente cada uno de los equipos para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El profesor no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para realizar las actividades, incluso para pasar por posibles problemas en sus equipos.

ETAPA 4: Práctica independiente

Los alumnos aplicarán los conocimientos adquiridos, lo que promueve la automatización y la transferencia.

A continuación se presenta la planificación de una clase de nuestro modelo **División de la Clase en Grupos de aprendizaje como estrategia del Modelo de Enseñanza Directa-Cooperativa (MED-C)**.

Tema: PREALGEBRA

Objetivo: Identificar el lenguaje algebraico

Material: marcadores de colores

6 tiras de papel bond de 20cm. Por 65cm.

Hojas de ejercicios para trabajar en equipo

Tablero de puntuaciones

Evaluaciones

1.- Enseñanza:

Se inicia la sesión mediante el siguiente juego.

Se selecciona un alumno al azar, se le pide que piense un número y después que realice las siguientes operaciones:

- Obtener el doble del número que pensó,
- Sumar 10 al resultado,
- Quitar el número que pensó,
- Restar 5 al resultado
- Para adivinar el número pide te digan el resultado y réstale 5 (se le dice cuál es su número que inicialmente pensó).

Al concluir se les pregunta a los alumnos si conocen el nombre de los números que utilizaron. Posteriormente se les presentan los números racionales. Reales y enteros, explicándoles cuales son cada uno de ellos y en donde los utilizamos.

Práctica Guiada el profesor junto con los alumnos resolverán los siguientes ejercicios.

➤ Coloca sobre la línea el nombre que corresponda a los siguientes números

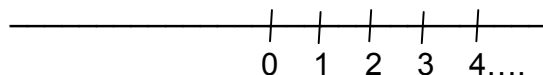
$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$... _____

-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... _____

9, 8, 7, 6, 5, 4... _____

Estos ejercicios ayudarán al alumno a identificar el lenguaje algebraico.

Además el maestro y los alumnos resolverán sumas y restas por medio de la recta numérica, colocando únicamente números positivos. Utilizando ejercicios como:



La suma a resolver será $2 + 3$

La resta a resolver será $6 - 2$

NOTA: Una recta para cada operación.

Después de haber trabajado con lo anterior, se resolverá lo siguiente.

a) $5 + 4 =$ c) $16 + 6 =$

b) $8 - 3 =$ d) $20 - 10 =$

Al finalizar con los ejercicios, el maestro preguntará ¿La recta numérica tiene únicamente números positivos?, después de escuchar a los alumnos, el profesor mencionará que también tiene números negativos y que se encuentran a la izquierda de la recta, simultáneamente a la explicación coloca los números con su signo negativo y pregunta si es posible realizar operaciones utilizando los números positivos y negativos en una misma operación, para ello utiliza el siguiente ejercicio.

(Utilizará en cada movimiento un color diferente)

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

$$-4 + 5 + 1 - 2 = 0$$

Posteriormente maestro y alumnos resuelven lo siguiente.

$$5 - 3 + 2 - 1 - 4 =$$

$$-5 + 2 + 3 - 6 =$$

$$3 - 4 + 2 + 1 - 7 =$$

$$-3 + 5 - 7 - 1 + 3 =$$

NOTA: Estos ejercicios permitirán que los alumnos se familiaricen con la ley de los signos que posteriormente se revisara.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Con la intención de “corroborar” que los alumnos identifiquen los números positivos y negativos en la recta numérica, el grupo se organizará en equipos de cuatro alumnos; para la formación de los mismos se numeraran los alumnos del 1 al 4 y se reunirán los unos con los unos, los dos con los dos y así sucesivamente. A cada integrante se le proporcionará una hoja con ejercicios parecidos a los que se trabajaron en grupo. Las consignas para los equipos son:

- Cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios
- Al terminar comparan sus resultados por parejas, si coinciden sus respuestas continúan
- Si uno de los dos no está de acuerdo, pregunta a la otra pareja y entre los cuatro resolverán el problema hasta que todos estén de acuerdo

NOTA: con la finalidad de que las consignas queden claras el maestro formará parte de un equipo ejemplificando lo que se espera que ellos hagan.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para realizar sus actividades e incluso pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del lenguaje algebraico.

4.- Práctica independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará los conceptos y habilidades del lenguaje algebraico, y que le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión de los alumnos.

Nota:

En un tablero previamente hecho, el maestro irá anotando los puntajes de la 1ª. Evaluación de cada uno de los alumnos para que ellos mismos puedan comparar sus puntuaciones sesión tras sesión.

8.- MÉTODO

Durante el proceso de enseñanza aprendizaje en la adquisición del álgebra y en particular de las ecuaciones lineales se han encontrado factores que muestran algunas deficiencias en dicho proceso, averiguar cuáles son y encontrar alternativas que permitan una mejoría en dicho proceso, es lo que se desea lograr. Para ello, se cuenta con cierta población, además de un cuestionario cuyos ítems pretenden averiguar los conocimientos previos entorno al aprendizaje del álgebra y la actitud que tienen los alumnos hacia las matemáticas y el álgebra.

Estos datos permitirán además hacer un diagnóstico en cuanto a las necesidades que tienen los alumnos para adquirir conocimientos algebraicos.

8.1 SUJETOS DE ESTUDIO

El estudio se llevó a cabo con 50 alumnos, de 2º grado de la Escuela Secundaria Técnica número 28, ubicada en Avenida México # 6248, colonia Tierra Nueva, Delegación Xochimilco, cuyas edades fluctuaban entre 13 y 14 años, de los cuales fueron 30 hombres y 20 mujeres.

Los grupos fueron asignados por la coordinadora escolar de la secundaria en referencia, ya que según su punto de vista el grupo experimental era el de menor aprovechamiento, en cuanto al grupo control fue elegido al azar.

8.2 ESCENARIO

El Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa (MED-C) se desarrolló en la secundaria técnica No. 28, ubicada en Av. México #6242, colonia Tierra Nueva, Delegación Xochimilco, México, D. F. La escuela cuenta con 18 salones para impartir clase, 2 laboratorios uno para física y otro para química, los talleres son impartidos en aulas especializadas de acuerdo al taller y cuyo espacio aproximado es de 70 m². Cuenta con áreas verdes y deportivas, el alumnado que asiste a ésta institución son hijos de padres con diversos niveles socioeconómicos. La colonia en la que se encuentra ubicada la secundaria, cuenta con todos los servicios como son agua, luz, drenaje, teléfono, transporte vial, carretera.

Esta institución se encuentra comprometida a brindar una educación básica, científica y tecnológica de buena calidad, equitativa y de vanguardia, que contribuya al desarrollo integral de la población escolar y al fortalecimiento de valores para la construcción de un proyecto de vida y la consolidación de una sociedad más justa. Su oferta educativa es formar técnicos en: contabilidad, dibujo industrial, industria del vestido, computación, electricidad y electrónica.

8.3 INSTRUMENTOS

Diario de campo, constituido por las siguientes seis categorías; conocimiento previo, práctica Guiada, interacción entre iguales, práctica independiente, reconocimiento de logros, aprendizaje cooperativo.

Pretest con el cual se pretende identificar los conocimientos previos de los alumnos así como la correcta ejecución y manejo de cada ítem, estos datos nos permitirán vislumbrar la calidad en cuanto a la adquisición de estos conocimientos y las

necesidades que los alumnos pudieran tener a fin de favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra (ver anexo 1).

8.4 DESCRIPCIÓN DEL PRE-TEST (Ver anexo 2)

El instrumento es un cuestionario conformado por 12 preguntas, y aborda dos contenidos; 1) Preálgebra y 2) Álgebra.

Se divide en tres apartados:

- El primero tiene que ver con Preálgebra y hace referencia a la iniciación al lenguaje algebraico, con los siguientes subtemas;
 - **Uso de incógnita, introducción al lenguaje algebraico.** En las matemáticas es de importancia fundamental el uso de los símbolos para simplificar el lenguaje.

La expresión de números y cantidades por medio de literales, así como la representación con literales de las cantidades que intervienen en las formulas, ecuaciones, etc. Son habilidades que deberá desarrollar el alumno.

(pregunta No 1 y 2)

- **Reglas para simplificar la escritura y operar con expresión algebraica (Términos semejantes).**

Se llaman términos semejantes aquellos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes y que por tanto o son iguales o solo se diferencian en sus coeficientes.

Si tenemos dos o más términos semejantes, pueden simplificarse reuniendo dichos términos en uno solo. Para ello basta con sumar sus coeficientes y el resultado obtenido colocarlo como coeficiente de las variables. (pregunta No 3 y 4).

- **Uso de paréntesis en álgebra.** A veces es conveniente, para facilitar el desarrollo de algunos cálculos, encerrar expresiones algebraicas en paréntesis. (pregunta No 5 y 6).

- Los subtemas que se abordan en el segundo apartado son de álgebra y responden a las ecuaciones lineales estos son;
 - **Métodos de solución de ecuaciones.** Si a una ecuación de primer grado con una incógnita se le hace todas las transformaciones y reducciones posibles toma las formas:

$$a+x =b, \quad ax=b, \quad ax+b= c \text{ (pregunta No 7).}$$
 - **Casos sencillos de resolución de ecuaciones lineales con el modelo de la balanza.** El modelo de la Balanza se basa en una analogía entre lo que podemos poner o quitar en ambos platillos de una balanza sin que se pierda el equilibrio, y las operaciones que puedan realizarse en ambos miembros de una ecuación conservando la igualdad: “si hacemos lo mismo en ambos platillos de una balanza (en ambos miembros de la ecuación), el equilibrio se conserva (la igualdad no se pierde). (pregunta No 8).
 - **Casos sencillos de resolución de paréntesis.** Para resolver ecuaciones con paréntesis, se efectúan las operaciones indicadas en ambos miembros a fin de que desaparezcan dichos paréntesis y después se aplica el procedimiento correspondiente. (pregunta No 9).
- El contenido del tercer apartado es álgebra y el subtema que responde a los Sistemas de Ecuaciones Lineales es el siguiente;
 - **Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por medio de la sustitución.**

El conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más variables forman un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables. Resolver un

sistema de ecuaciones es realizara las transformaciones necesarias con las ecuaciones dadas para obtener una sola ecuación con una variable.

La eliminación por sustitución consiste en despejar en una de las ecuaciones dadas el valor de una variable en función de la otra y sustituir después éste valor en la otra. (preguntas No 10, 11 y 12).

ESTE INSTRUMENTO FUE VALIDADO POR:

1. Dos Profesoras de Matemáticas en Educación Secundaria.
2. Profesora especializada en física matemática.
3. Profesora de Educación Superior.

8.5 DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA (ver anexo 3)

Los contenidos de álgebra que se trabajaran en el programa de intervención para llegar a la comprensión y aplicación de las ecuaciones lineales son:

- Preálgebra
- Uso de incógnita
- Reglas para simplificar la escritura y operar con expresiones algebraicas
- Uso de paréntesis
- Métodos de solución de las ecuaciones $a+x =b$, $ax =b$, $ax+b =c$
- Casos sencillos de resolución de ecuaciones lineales con el modelo de la balanza
- Casos sencillos de eliminación de paréntesis
- Sistema de ecuaciones de dos incógnitas por método de sustitución.

8.6 PROCEDIMIENTO

El programa está planeado para llevarse a cabo en 11 sesiones, en las tres primera se resolverán contenidos de preálgebra y en los ocho restantes los que corresponden a álgebra.

Cada sesión cuenta con los siguientes elementos; **objetivo**, hace referencia a lo que se pretende lograr del tema, **material** recurso concreto que apoya las actividades, **actividades**, se realizan de acuerdo al contenido y son las que nos llevarán alcanzar el objetivo.

El estudio se llevó a cabo con dos grupos uno control y otro experimental, y se desarrolló en cuatro momentos:

1. **evaluación inicial**, en esta primera fase se aplicó a los alumnos de segundo grado de secundaria un pre- test con el objeto de identificar los conocimientos previos de preálgebra y álgebra.
2. **programa de intervención** en ambos grupos se trataron los mismos temas, sólo que en el grupo experimental se trabajó con el Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa (MED-C) (anexo 4) y en el grupo control con el método tradicional, utilizando como base el libro de texto.
3. **evaluación final**, a ambos grupos se les aplicó un postest (siendo el mismo instrumento pretest)
4. **comparación entre los resultados del primer y segundo test**, se hizo una comparación entre la evaluación inicial y la evaluación final para identificar el grado de eficacia del programa de intervención a partir de los conocimientos adquiridos por los alumnos.

A continuación se muestra el ejemplo de una sesión trabajada con el grupo control teniendo como base el libro de texto.

Tema: Métodos de soluciones de ecuaciones de la forma $a + x = b$, $ax + b = c$ y de otras ecuaciones que puedan llevarse a esta forma, en particular ecuaciones de las

formas $ax + b = cx + bx + c = dx + ex + f$ y casos sencillos de ecuaciones con paréntesis.

Ejemplo: El profesor y Daniel realizan actividades con la balanza; el profesor le dice “observa que los pesos de cada lado son iguales ¿Cuál es el peso del barril?”

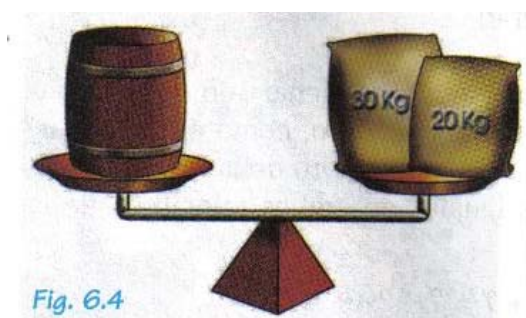


Fig. 6.4

”Quiero que señales la igualdad numérica que expresa la situación de la balanza, considera el valor desconocido del barril como y ”

Dany escribe $y = 50$ kg. “¡Muy bien!”

En la figura 6.5 cuánto debe pesar m para que la balanza esté en equilibrio.

Expresa la situación de manera algebraica.

Con la ayuda del profesor, los alumnos resolvieron las siguientes situaciones.



Fig. 6.5

b) Expresa la igualdad numérica.

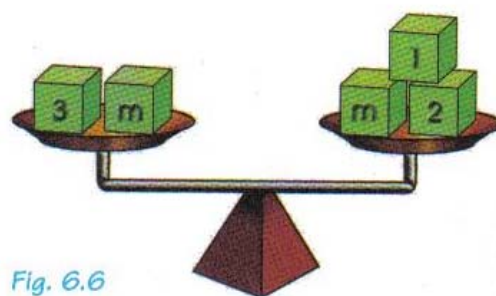
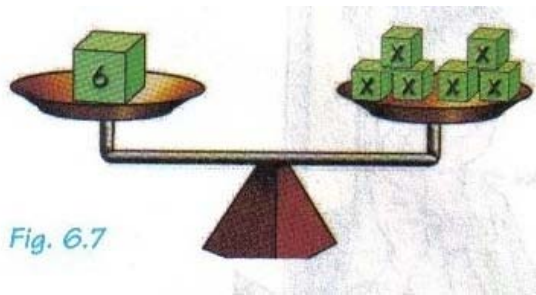


Fig. 6.6

1.- Si en una balanza en equilibrio colocamos dos pesas: de 6 y 2 kg., en la derecha en un platillo y en el otro dos de 4 kg. Cada uno, ¿cómo se encuentra la balanza?

a) Dibuja la situación indicada en una balanza.

2.- Explica la situación reflejada en la figura 6.6.



Observa que la balanza de la figura 6.7 está equilibrada. ¿Qué ocurre si añadimos 1kg. a cada lado? ¿Y si quitamos 2kg. a cada platillo?

- a) Expresa de manera algebraica la primera igualdad.
- b) Expresa las dos situaciones que han resultado de agregar 1kg. a cada lado y quitar 2kg. a cada lado.
- c) Cuánto vale x

El profesor coloca en el pizarrón los resultados correctos de los ejercicios y califica, posteriormente concluye diciendo: en los ejemplos anteriores, las situaciones presentadas condujeron a expresiones como $15 = 3 + m$, $8x = 8$, etc. que se llaman ecuaciones.

$$15 = 3 + m,$$

Primer	Segundo
miembro	miembro

El programa se planteó para llevarse a cabo en 11 sesiones, en las tres primeras se vieron contenidos de preálgebra y en las ocho restantes los que corresponden a álgebra. Con el grupo control, cada sesión se trabajó con la técnica didáctica denominada exposición, la cual consiste principalmente en la presentación oral de los temas y su propósito es transmitir información propiciando la comprensión del tema que se trate, para ello el docente se auxilió de ejemplos, analogías y preguntas; por lo tanto, con ésta técnica es el docente quién habla durante casi toda la clase utilizando como apoyo el pizarrón y continuos ejemplos.

9.- ANÁLISIS DE LOS DATOS

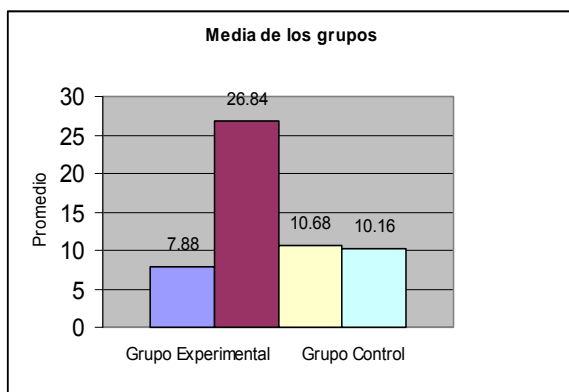
El análisis de los datos obtenidos durante la aplicación del Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa (MED-C), se llevó a a cabo en dos modalidades, Cuantitativa y cualitativamente.

9.1 Análisis Cuantitativo:

El Análisis Cuantitativo se centra en los datos registrados en las tablas (anexo 5 y gráficas (anexo 6) de la evaluación Inicial y Final de los grupos control y experimental como se podrá identificar en el siguiente cuadro.

CONCENTRADO DE X Y S
GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL

GRUPOS	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	MEDIA (X)	DESVIACIÓN ESTANDAR (S)	MEDIA (X)	DESVIACIÓN ESTANDAR (S)
GRUPO EXPERIMENTAL	7.88	5.04	26.84	6.03
GRUPO CONTROL	10.68	4.30	10.16	3.98



Se hace un análisis descriptivo de los datos porque los promedios obtenidos durante el desarrollo del Modelo de Enseñanza Directa Cooperativa (MED-C) ponen de manifiesto la variación existente entre la evaluación inicial con la final, pues como se podrá observar, en el grupo experimental el promedio en la evaluación inicial es de 7.88 que resulta ser **menor** que el obtenido en la evaluación final en la cual se tiene un promedio de 26.84

En cuanto al grupo control, en la evaluación inicial obtuvo un promedio de 10.68 lo que representa ser **mayor** que la puntuación obtenida en la evaluación final, ya que como promedio obtuvo 10.16

Otra forma de interpretar los resultados alcanzados, es realizando una comparación de los puntajes obtenidos en la evaluación inicial entre grupos, pues el grupo experimental obtuvo un promedio de 7.88, resultado que representa una puntuación **menor** que la que obtuvo el grupo control, pues su promedio fue de 10.68. No así en la evaluación final donde el grupo experimental su promedio es de 26.84, siendo este promedio **mayor** que el obtenido en el grupo control, ya que el promedio alcanzado fue de 10.16

Por lo anterior, se afirma que no existe cambio significativo en el promedio del grupo control, pero si encontramos que el promedio del grupo experimental subió, es decir tuvo un gran cambio.

9.2 Análisis Cualitativo

El análisis cualitativo está constituido por seis categorías obtenidas del diario de campo, su estructura es la siguiente: nombre de la categoría, definición y situación dada en el salón de clases que ejemplifica la definición. Las categorías son: Conocimiento previo, Práctica guiada, Interacción entre iguales, Práctica independiente, Reconocimiento de logros, Aprendizaje cooperativo.

En lo que respecta a **CONOCIMIENTO PREVIO**, se puede decir que es el conocimiento que antecede al nuevo conocimiento, es decir aquel que provee “anzuelos” para enganchar el nuevo aprendizaje. A continuación se presenta una situación que ejemplifica lo anterior.

Para iniciar el tema del uso de paréntesis retomó un ejercicio visto anteriormente “*términos semejantes*”, la investigadora preguntó a los alumnos ¿Cómo se lee $2a + 3b$? Inmediatamente varios alumnos respondieron:

“Es la suma del doble de un número cualquiera, más el triple de un número cualquiera”

-Ejercicio que los alumnos cuestionaron-

Alumno: ¿vamos a ver otra vez ese tema? “si ya le entendimos”

Investigadora: ¿ya le entendieron todos o ya le entendiste tú?

Alumno: ya le entendimos todos, que “no se notó en los resultados de los ejercicios en equipo”.

Investigadora: si ya dominan la lectura, entonces vamos a ver si ya saben ordenar términos semejantes ¿Quién quiere pasar a ordenar este? mientras escribía en el pizarrón $2a + 3ab + 5ab + 7b - c$.

Tres alumnos levantaron la mano y la investigadora pidió que pasaran al pizarrón a ordenarlo individualmente.

Alumno A respondió: $3ab - 5ab + 2b + 7b - c$

Alumno B respondió: $2b + 7b + 3ab - 5ab - c$

Alumno C respondió: $2b + 7b + 3ab - 5ab - c$

Al terminar la investigadora preguntó al resto del grupo si estaba bien

El Grupo respondió: ¡si, si! -Solo dos alumnas dijeron:

“las dos formas son correctas, nada más que él (señaló al alumno A) ordeno las ab y después las b”.

“se supone que se tiene que ordenar a partir del término o con la letra que empieza la ecuación, pero si está bien”.

Investigadora: pide pasar al pizarrón a un alumno y le indica que con ayuda de la ley de los signos para la suma y resta resuelvan esta ecuación $2a - 4a + 2b + 5b$

Alumno: pregunta, ya están ordenados ¿verdad?

Investigadora: no sé, usted revísela y resuélvala.

Alumno: mmm... $2a$ menos $4a$ es menos $2a$ y $2b$ más $5b$ es... $7b$ el resultado es...

$2a + 7b$

Investigadora: ¿está de acuerdo el grupo?

Alumnos: sí

Investigadora: ya que demostraron saber ecuaciones con suma y resta, ahora vamos a ver ecuaciones con multiplicación. Pero antes necesito que me digan, ¿qué es o cómo se llama esto “ () ”? (señalando en la lámina que estaba pegada en el pizarrón)

Alumnos: paréntesis

Investigadora: ¿en dónde los utilizamos o encontramos?

Alumnos: en español

Investigadora: ¿para qué sirven?

Alumnos: encerrar palabras o cosas importantes

Investigadora: ¿Dónde más los utilizamos?

Ningún alumno responde, la investigadora continúa. Como ya dijeron son paréntesis y además de usarlos en español, los utilizamos en álgebra para agrupar términos semejantes. Además de agrupar mismos términos, sirven para resolver de manera organizada una ecuación indicándonos que los signos se deben multiplicar.

Otra de las categorías es la **PRACTICA GUIADA** definida como la estrategia que permite al maestro proporcionar los elementos necesarios para que el alumno alcance un conocimiento en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Para ejemplificar lo anterior se describe lo siguiente

Investigadora: anotando en el pizarrón, pregunta ¿Qué operación es? “ $3 + 2$ ”

Alumnos: una suma.

Investigadora: ¿Cómo se lee?

Alumnos: tres más dos

Investigadora: comúnmente y para ahorrar tiempo decimos tres más dos pero, hay alguna diferencia si digo “es la suma de tres más dos”.

Alumnos: no, no hay diferencia es lo mismo.

Investigadora: En esta operación estamos sumando números, ustedes creen que se pueden sumar o hacer operaciones con letras.

Alumnos: “sí”, “no” ¿con letras?

Investigadora: ¿sí, o no se puede?

- Los alumnos pensativos por segundos se miraban unos a otros, algunos concluyeron que no se podía, los restantes ya no dijeron nada, pero se visualizaba en sus rostros incertidumbre. Finalmente la mayoría concluyo que no se puede

Investigadora: preguntó ¿porqué dicen que no?

Alumnos: son letras, no se pueden sumar $b + b =$

- un alumno cambio de parecer y dijo: sí se puede y el resultado es $2b$. El grupo nuevamente entro en conflicto hasta quedar completamente confundidos y no saber qué contestar. En ese momento la investigadora se dirigió nuevamente a las operaciones con números y dijo: cómo se lee $13 - 6$

Alumnos: es la resta de trece menos seis.

- después de varios ejemplos la investigadora escribe en el pizarrón $2ab$ y preguntó regresándonos a las constantes, incógnitas y literales ¿Qué son a y b ?

Alumnos: incógnitas

Investigadora: ¿Qué es una incógnita?

Alumnos: un número cuales quiera

Investigadora: ¿Cuántos números cualquiera hay en $2ab$?

Alumnos: hay dos “ a y b ”

Investigadora: hasta aquí estamos bien:

- la investigadora explico que cuando hay un número con incógnita y no tenemos ningún número que indique la operación se lee “es el doble del producto de dos números cualesquiera”

Investigadora: el doble porque este número es 2 (señalando en el pizarrón)

Si tuviéramos 3, sería el triple del producto, decimos producto como sinónimo de resultado ya que no hay signo para operar ¿dudas?

Alumnos: más o menos

Investigadora: si anoto $a + b$ ¿Cómo se le haría?, ya hay un signo.

- Algunos alumnos intentaban responder, pero terminaban sin animarse, otros no tenían idea, finalmente dos o tres dijeron un número cualquiera más un número cualquiera.

Investigadora: correcto: aunque podríamos hacer esto más sencillo podemos leerlo como: *es la suma de dos números cualquiera*. Si anoto $a - b$ ¿Cómo se leería?

Alumnos: un numero cualquiera menos un número cualquiera.

- pero otros alumnos respondieron, es la resta de dos números cuales quiera.

- fue el momento en donde mostraron saber la lectura de la incógnita.

En la siguiente categoría tenemos a la **INTERACCION ENTRE IGUALES**, la cual definimos como: Sistema de instrucción constituido por una díada en la que uno de los miembros es más experimentado y enseña al otro a solucionar un problema, a completar una tarea o aprender una estrategia, concepto o habilidad quizá hasta dominar un procedimiento. Para ejemplificar lo anterior presentamos esta situación desarrollada así. Se les proporciona individualmente una hoja en la cual está escrita esta ecuación $x - 6 = 9$

Alumno a: es de la primera forma ($a + x = b$)

Alumno b: ¡no! es de la forma que vimos ayer ($ax = b$)

Alumno a: no, mira se despeja -6 y queda así...

$$x = 9 + 6 \quad \text{y ya se suma, y el resultado es 15, es decir, } x = 15$$

Alumno b: Como crees, así no es, mira sí es de la forma de ayer y queda así

$$x = 9 / -6$$

Alumno a: no mira, si fuera de la forma que dices la ecuación estaría inversa

Alumno b: ¿cómo inversa?

Alumno a: estaría primero él -6 y luego la incógnita así (escribiendo en una esquina del papel) $-6x = 9$. Así sí te creo que pasaría dividiendo él -6 , pero como no está escrito así es de la primera forma.

Alumno b: haber, espérate ya me enredaste.

Alumno a: no es lo mismo $x - 6 = 9$ que $x - 6 = 9$ y la ecuación que tenemos es esta (señalando con su dedo $x - 6 = 9$). Si te das cuenta el signo separa x del 6, ¡es una ecuación como las de ayer!

Alumno b: sí, sí ya vi, en que... digo porque me equivocaba

Alumno a: ¡ya vez te estoy diciendo!, pero no, nunca me haces caso

Alumno b: bueno ya vamos hacerla

Alumno a: $x - 6 = 9$, despejamos -6 y queda $x = 9 + 6$ ¿estás de acuerdo?

Alumno b: sí, 9 más 6 es igual a 15. $x = 15$ ¡Realiza la comprobación!

Alumno a: $x - 6 = 9$, entonces $15 - 6 = 9$, quince menos seis 9 positivo, entonces $9 = 9$

¡Ya está terminada!

Alumno b: ¡y sí está bien!

Referirse a la categoría **PRACTICA INDEPENDIENTE** es referirse a la acción personal de practicar la nueva habilidad o aplicar el concepto por sí mismo hasta desarrollar la automatización y la transferencia. Lo anterior lo podemos ejemplificar con lo siguiente.

- Mientras los alumnos resolvían su hoja de ejercicios individualmente, al recorrer el salón se escuchaban frases como las siguientes:

Alumno 1: ¡ésta está bien fácil!

Alumno 2: ¡ya casi termino la segunda parte de los ejercicios!

-un alumno dirigió su mirada a una de las investigadoras y le dijo:

Alumno 3: después de todo, no son tan difíciles las ecuaciones ¿verdad?

Investigadora: ¿pensabas que eran difíciles? o ¿por qué lo dices?

Alumno 3: sí, lo que pasa es que el maestro no nos enseña así y luego los exámenes que nos hace no tiene mucho que ver con lo que según él, nos enseña.

- en ese momento otro alumno dijo:

Alumno 4: ya quisiéramos que los exámenes del maestro fueran así como estos.

Investigadora: ¿cómo son estos?

Alumno 3: pues en primera son de lo que vemos en la clase, no son enredados y no nos piden resolver algo que no hemos visto, ¡son fáciles! Porque así sabemos hacer lo que viene.

-En ese momento muchas cabecitas se movieron afirmando las palabras de su compañero

Alumno 5: además la verdad a mí me sirve mucho trabajar primero en equipo porque luego ya no me cuesta trabajo resolver estos ejercicios (refiriéndose a las evaluaciones) yo solo.

- Mientras esto sucedía, notamos que una alumna estaba muy concentrada en sus ejercicios ya que ella no paraba de resolverlos. De repente en voz alta y sorprendiendo a algunos de sus compañeros dijo:

Alumno 6: mmm ¡ya me equivoque! No me sale la comprobación. (Repasando el procedimiento de éste dijo) no, no, lo que ha de estar mal es esto que ya resolví... (Refiriéndose a la primera parte de la ecuación) haber... - y en un volumen no muy alto pero lo suficiente para ser escuchada comenzó a repetir el procedimiento.

Alumno 6: $8x + 16 = 6$, despejo 16, hago la suma, son... 22,... ¡¡¿la suma?!!, haaaa, por eso no me sale, es que no es suma, si despejo es resta, ¡hay que tonta!, entonces es $8x = 6 - 16$ es... -10, haaa sí, así ya estoy bien, queda x igual a -10 entre 8.

- Así continuaron hasta que los todos terminaron, poco a poco entregaban sus hojas, cuando llegó el turno de la alumna 6 la investigadora le preguntó:

Investigadora: ¿terminaste todo?

Alumno 6: sí, solo que en una me equivoque, pero me di cuenta de que estaba mal y lo corregí. Tuve que revisarla yo sola porque si me hubiera equivocado cuando estábamos en equipo, al revisar los resultados entre todos alguien me lo hubiera dicho, pero como es un trabajo individual, soy yo quien tiene que revisar una por una de las ecuaciones que voy haciendo para checar que no estén mal.

La siguiente categoría hace referencia al **RECONOCIMIENTO DE LOGROS**, la cual definimos como la estrategia que reconoce el esfuerzo individual que

contribuye al desempeño total del equipo, misma que ejemplificamos de la siguiente manera:

Después de que los alumnos terminaron su trabajo en equipos, se revisó la resolución de las ecuaciones entre los alumnos y la investigadora para definir el total de puntos que había obtenido cada equipo. El grupo se sorprendió pues todos tenían la máxima puntuación (15 puntos, valor total de los ejercicios), los alumnos se emocionaron y los comentarios al respecto fueron:

Alumnos: “hicimos un buen equipo ¡¡hee!! Haber cuando nos vuelve a tocar juntos”

“¡¡quien nos viera tan calladitos!!”

“¡¡ven chavos como sí se puede!! (Al mismo tiempo que aplaudía a su equipo) “Después de todo no somos tan malos en matemáticas”

- Un alumno se dirigió a una de las investigadoras y le preguntó

Alumno 1: ¿de verdad estos puntos no van a contar en nuestras calificaciones?

Investigadora: No, ¿por qué?

Alumno: porque hemos estado saliendo bien, nunca en esta escuela nos habían anotado los puntos que sacábamos en un ejercicio o en un examen y ustedes que lo están haciendo. Me doy cuenta que sí estoy aprendiendo.

- Otra alumna comentó:

Alumna 2: a mí me gusta que pongan en el tablero los puntos que sacamos, porque así vemos que equipo tiene menos puntos o cual tiene más y considero que nos ayuda para echarle más ganas y no ser de los que tienen menos puntos.

- Otro alumno agregó:

Alumno 3: además, por tener buenas puntuaciones ya nos estamos mereciendo un regalito como de premio o de reconocimiento, digo, ¡aunque sea una paleta!

Investigadora: durante el tiempo que hemos estado trabajando nunca les hemos dado nada, pero... ¿necesitan de una paleta para darse cuenta ustedes mismos de que han aprendido y de que no son tan malos para las matemáticas? ¿Qué sienten de ver que de los 15 puntos de la hoja de ejercicios, obtienen los 15?

Alumnos: “gusto”, “alegría”, “satisfacción”, “a mí me dan ganas de traer a mi mamá para que vea que no soy tan malo” (a este último comentario se escuchan risas de los compañeros y algunos otros alumnos afirman con la cabeza la idea del muchacho)

Alumno 3: bueno sí, sí es cierto, no necesito una paleta o algo así para sentirme contento por hacer que mi equipo saque más puntos con lo que yo hago en mi hoja de ejercicios.

Investigadora: entonces sigan como hasta ahora y verán que cuando les enseñen una materia como cálculo, ecuaciones de segundo grado o alguna otra donde se requiera de resolver ecuaciones como las que hemos estado viendo, no les va a costar tanto trabajo porque ustedes ya van a tener los conocimientos necesarios para que sea así.

Nuestra última categoría se refiere al **APRENDIZAJE COOPERATIVO**, definido como: Proceso por el cual los individuos comparten y/o transmiten sus conocimientos, y responsabilidad con otros individuos para lograr metas comunes, y se demuestra de esta forma: la investigadora da las siguientes instrucciones, en equipos, resuelvan una ecuación con su comprobación, pero cada uno de ustedes aportara información para desarrollar un paso de la misma, nosotras le vamos a dar una hoja blanca a cada equipo para que ahí anoten la ecuación, si la hoja no está rotándose o no hay participación entre los miembros del equipo, éste perderá, también será descalificado el equipo en donde un alumno esté contestando toda o gran parte de la ecuación. ¿Quedan claras las indicaciones? ¿Alguna duda? El equipo que gane tendrá el título de “equipo ganador absoluto”

Alumnos: sí, sí, sí...

-después de que cada equipo obtuvo su hoja, la investigadora anotó en el pizarrón la ecuación y las operaciones que deberían agregarse a la misma, los alumnos comenzaron a escribir hasta que la investigadora dio la indicación, la ecuación fue $25x + 4 = 50x + 8$ sumar 6, restar 9 y multiplicar 2.

- A continuación se presenta lo que sucedía en los equipos mientras trabajaban en la ecuación.

Equipo 1

Alumno a: yo la anoto y hago lo primero $25x + 4 + 6 = 50x + 8 + 6$

Alumno b,c,d: ¡apúrate, rápido!

Alumno a: $25x + 10 = 50x + 14$

Alumno b: ¡ya me toca! $25x + 10 - 9 = 50x + 14 - 9$

$$25x + 1 = 50x + 5$$

Alumno c,d: ¡apúrate, rápido! - mientras el alumno a, vigilaba a los demás equipos.

Equipo 4

Alumno a: yo primero $25x + 4 + 6 = 50x + 8 + 6$

Alumno b: ¡apúrate!

Alumno c: no, no, que la haga bien, no lo hagas tan rápido, ¡te puedes equivocar!

Alumno a: $25x + 10 = 50x + 14$

Alumno b: yo sigo..... ¿Qué operación sigue?

Alumno a: ¡resta!

Alumno b: $25x + 10 - 9 = 50x + 14 - 9$

$$25x + 1 = 50x + 5$$

Alumno c: ¡ya!, ¡ya!, me toca

Alumno d: multiplícalo por 2

Alumno c: por 2... Entonces $2(25x + 1) = (50x + 5) 2$

$$(50x + 2) = (100x + 10)$$

Alumno d: quítale los paréntesis...

Alumno c: por qué

Alumno d: porque ya hiciste la operación.....

Equipo 5

Alumno a: ¡díctamela! (refiriéndose al alumno c)

Alumno c: $25x + 4 = 50x + 8$

Alumno a: ¿seguro?

Alumno c: ¡¡sí!! Apúrate

Alumno a: $25x + 4 - 6 = 50x + 8 - 6$

$$25x - 2 = 50x + 2$$

Alumno b: ¡¡no, no, no es suma, es resta!! ¡Ya te equivocaste!

Alumno a: ¡¡ ¿suma?!! Haber (rayonea lo que había hecho y sigue escribiendo)

$$25x + 4 + 6 = 50x + 8 + 6$$

$$25x + 10 = 50x + 14... \text{ Toma (dándole la hoja al alumno b)}$$

Alumno b: $25x + 10 - 9 = 50x + 14 - 9$

$$25x + 1 = 50x + 5$$

Alumno c: ¡ya, apúrate!, nos van a ganar

Alumno b: ya termine ten la hoja (refiriéndose al alumno c)

Alumno c: $2(25x + 1) = (50x + 5) 2$

$$50x + 2 = 100x + 10$$

Alumno d: se despeja +2

$$50x = 100x + 10 - 2$$

$$50x = 100x + 8$$

Alumno a: ¡me toca!, qué sigue

Alumno d: acomoda las incógnitas

Alumno a: $50x - 100x = 8$

$$-50x = 8 \text{ (Mientras b, c y d, vigilaban a los otros equipos)}$$

Equipo 3

Alumno d: ¡¡sí, sí ya casi acabamos!! Nada más terminamos la comprobación y ¡ya ganamos!

Alumno c: $25x + 4 = 50x + 8$

$$25x = 50x + 4 + 8 \quad \text{Dime que pongo para la comprobación}$$

(dirigiéndose al alumno d)

Alumno d: $25x = 50x + 12$

$$25x - 50x = 12 \text{ Toma haz la reta (dirigiéndose al alumno a)}$$

Alumno a: $25x = 12$

$$x = 12/25$$

Alumno b: sí se puede simplificar ¿verdad?

Alumnos a, c, d: sí, sí ¡apúrate!

Alumno b: $x = 4/25$ - el equipo completo grito- ¡¡¡¡ya terminamos!!!!

Equipo 4

Alumno d: $25x = 50 + 12$

$$25x - 50x = 12$$

Alumno a: $25x$ ¿sí es $25x$?, ¡sí verdad!

$$25x - 50 = 25x \text{ sí, sí}$$

Alumno b, c, d: ya apúrate

Alumno a: $25x = 12$

$$X = 12/25 \text{ (con un tono alegre grita)}$$

¡¡Ya terminamos!!

Alumno c: no, espérense, no salió el mismo resultado, ¡estamos mal!

Alumno b: ¿cómo que no salió?, haber.... sí, sí está bien, solo falta que simplifiquemos la fracción

Alumno b: $x = 12/25$, simplifica al 12

Alumno c: entonces es $4/25$, ¡ya! Ahora sí levanten la mano.

- Después de que terminaron dos equipos, las investigadoras optaron por parar ahí la competencia, ya que el acuerdo había sido que el primer equipo que terminara ganaba, sin embargo faltaba la revisión de la ecuación entre los equipos y la investigadora, revisaron el procedimiento destacando que los dos equipos estaban en lo correcto, pero solo uno podía ganar y ese tenía que ser el que termino primero.

Por lo que se dio el título de “equipo ganador absoluto” al equipo 3.

10.- CONCLUSIÓN

Se realizó un análisis descriptivo de los datos debido a que los resultados obtenidos durante la implementación del modelo enseñanza directa cooperativa MD-C pusieron de manifiesto la variación de puntaje existente entre la evaluación inicial y final del grupo experimental y control ya que la diferencia entre ambos grupos en la evaluación inicial es mayor por 2.8 en promedio favoreciendo al grupo control, y en la evaluación final la diferencia es de 16.68, favoreciendo al grupo experimental.

El modelo de enseñanza directa cooperativa (MED-C) favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales en los alumnos que cursan el segundo grado de educación secundaria en la mayoría de los subtemas; sin embargo no podemos omitir que existen errores en la resolución de ecuaciones por sustitución y en menor grado en la resolución de ecuaciones por medio del modelo de la balanza.

Aunado a lo anterior, se considera que este modelo podría ser utilizado para la adquisición de cualquier concepto así como para desarrollar habilidades, dado que la planeación de las cuatro fases lo podrían permitir.

Así mismo se piensa que este modelo viene a renovar al sistema tradicional de enseñanza, en el que el rol del docente es el de informante y el del alumno es el de receptor, mientras que en el modelo que se diseñó y aplicó, juega un papel muy importante la interacción entre maestro- alumno, alumno- alumno hasta permitir la incrementación de sus conocimientos. Por otra parte se observa que es importante que en la planeación e implementación de cualquier concepto o habilidad a desarrollar se consideren los conocimientos previos, manifestar la utilidad de adquirir dicho aprendizaje, utilizar la modelización, trabajar con la práctica guiada así como la independiente.

Es importante aclarar que el avance en el aprendizaje de este tópico fue significativo, sin embargo siguen manifestándose errores en su aplicación, siendo

los más frecuentes la resolución de ecuaciones por sustitución y en menor grado en la resolución de ecuaciones por medio del modelo de la balanza.

Por último cabe hacer mención que durante la aplicación del programa de intervención se observaron satisfacciones en los alumnos al momento de que ellos se percataban que lograban el manejo de los contenidos, terminando con la idea de que el álgebra es imposible de aprender e incluso de que las matemáticas son difíciles.

BIBLIOGRAFÍA:

ACEVEDO Silva V., *et all.* (1996) "Aritmética y álgebra" Edit. McGraw-Hill, México.

EGGEN, P. Y Kauchak, D. (2001) "Estrategias docentes, enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento" Edit. Fondo de Cultura Económica, México.

BARRIGA, Arceo F. y HERNÁNDEZ, Rojas G. "Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo". Edit. McGraw-Hill, segunda edición, México 2002.

GARZA, Olvera Benjamín, Introducción al Álgebra, en Aritmética y Álgebra Matemáticas 1, Dirección General de Educación Tecnológica Industrial, México, 1999.

GÓMEZ, Chacón I. M. "Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática. Una perspectiva para el tratamiento de la diversidad", en: *Uno revista didáctica de las matemáticas*, No. 21, pp 29- 45, julio 1999.

RAMÓN, Pérez M. y DÍEZ L. E. "Aprendizaje y Currículum" Didáctica Socio-cognitiva aplicada. Edit. EOS., México 2000.

SEP. (1997), Matemáticas Secundaria, México.

A

Z

E

X

O

S

ANEXO 1

EDAD: _____ SEXO: _____ FECHA: _____

INSTRUCCIONES: Marca con una X la opción correcta y contesta lo que se te pide

1) ¿Cuál de las siguientes opciones expresa con símbolos los siguientes enunciados?

1. “al sumar dos números distintos obtengo 9”
2. “al sumar el doble de un número y el triple del mismo número se obtiene el quíntuplo del número”

a) $x + x = 9$ b) $x + y = 9$ c) $5x + 4x = 9x$
 $2x + 2y = 5z$ $2x + 3x = 5x$ $x^2 + 5^3 = 5x$

2) ¿qué enunciado corresponde a la siguiente expresión: $2ab$?

- a) el doble producto de dos números cuales quiera
- b) el producto de dos números cuales quiera
- c) el duplo de un número cual quiera multiplicado por 2

3) ¿Que opción simplifica la siguiente ecuación: $x^2 + 2x + x^3 + 3x^3 = ?$

a) $5x^2 + 2x^3$ b) $5x^5 + x^5$ c) $3x^2 + 4x^3$

4) $5a + b$ simplifica la ecuación:

a) $3a + 2a + b$ b) $a^5 + 5$ c) $a + 5a + b$

5) Del siguiente problema:

Un barco sale de un puerto y, para llegar a una isla se desplaza hacia el norte las siguientes longitudes: $5a$, $2b$, $7c$; después se desplaza de regreso hacia el sur las siguientes longitudes: $2a$, $4c$.

¿Cuál es la agrupación correcta de los datos?

a) $(5a + 2b + 7c) - (2a + 4c)$ b) $(5a + 2b + 7c) + (2a + 4c)$
b) c) $(5a - 2b - 7c) - (2a - 4c)$

6) ¿Cuál de los siguientes signos indica que la expresión que se encuentra dentro se considera como un solo número?

- a) ' ' b) () c) ab
a+b [] “ ”

7) Resuelve las siguientes ecuaciones y relaciona el valor de cada variable o incógnita

- b) $x+3=7$ () 7
c) $7m =56$ () 4
c) $4h + 60=88$ () 8

8) Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el modelo de la balanza

- a) $3x + 5 =x + 13$
b) $7x - 3 = -2x + 78$

9) Resuelve las siguientes ecuaciones a través de la eliminación de paréntesis

- a) $2(x - 3) - 3(x - 4) = 2 - 5(x - 2) + 10$
b) $5(x - 1) - 4 = 3(x - 2) + 3$

10) Del siguiente enunciado, ¿qué expresión algebraica la representa?

Si compro una caja de remaches y una caja de tachuelas por 5 pesos y después dos cajas de remaches y 3 de tachuelas por 13 pesos ¿Cual es el precio de cada artículo?

- a) $r + t = 5rt$ b) $r^2+t^2= 5$ c) $r + t = 5$
 $2r + 3t = 13rt$ $2r^2+3t^2= 13$ $2r + 3t = 13$

11) De acuerdo con la respuesta anterior resuelve el sistema de ecuación utilizando el método de sustitución

12) Describe las reglas para resolver un sistema de ecuaciones por medio de la sustitución.

DESCRIPCIÓN DEL CUESTIONARIO

Contenido: Preálgebra

PREGUNTAS DEL CUESTIONARIO	RUBRO
<p>1) Cual de las siguientes opciones expresa con símbolos los siguientes enunciados. a) $x + x = 9$ b) $x + y = 9$ c) $5x + 4x = 9x$ $2x + 2y = 5z$ $2x + 3x = 5x$ $x^2 + 5^3 = 5x$</p> <p>2) qué enunciado corresponde a la siguiente expresión: $2ab$.</p> <p>a) el doble producto de dos números cuales quiera b) el producto de dos números cuales quiera c) el duplo de un número cual quiera multiplicado por 2</p> <p>3) Que opción simplifica la siguiente ecuación $x^2 + 2x + x^3 + 3x^3 =$ a) $5x^2 + 2x^3$ b) $5x^5 + x^5$ c) $3x^2 + 4x^3$</p> <p>4) $5a + b$ simplifica la ecuación: a) $3a + 2a + b$ b) $a^5 + 5$ c) $a + 5a + b$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de incógnita ▪ introducción al lenguaje algebraico <p>En las matemáticas es de importancia fundamental el uso de los símbolos para simplificar el lenguaje. La expresión de números y cantidades por medio de literales, así como la representación con literales de las cantidades que intervienen en las formulas, ecuaciones, etc. Son habilidades que deberá desarrollar el alumno.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Regla para simplificar la escritura y operar con expresión algebraica (términos semejantes) <p>Se llaman términos semejantes aquellos que tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes y que por tanto o son iguales o solo se diferencian en sus coeficientes.</p>

PREGUNTAS DE CUESTIONARIO	RUBRO
<p>5) Del siguiente problema:</p> <p>Un barco sale de un puerto y, para llegar a una isla se desplaza hacia el norte las siguientes longitudes: $5a$, $2b$, $7c$; después se desplaza de regreso hacia el sur las siguientes longitudes: $2a$, $4c$.</p> <p>¿Cuál es la agrupación correcta de los datos?</p> <p>a) $(5a + 2b + 7c) - (2a + 4c)$ b) $(5a + 2b + 7c) + (2a + 4c)$ c) $(5a - 2b - 7c) - (2a - 4c)$</p> <p>6) ¿Cuál de los siguientes signos indica que la expresión que se encuentra dentro se considera como un solo número?</p> <p>a) ' ' b) () c) ab a+b [] " "</p>	<p>Si tenemos dos o más términos semejantes, pueden simplificarse reuniendo dichos términos en uno solo. Para ello basta con sumar sus coeficientes y el resultado obtenido colocarlo como coeficiente de las variables.</p> <p>▪ Uso de paréntesis</p> <p>A veces es conveniente, para facilitar el desarrollo de algunos cálculos, encerrar expresiones algebraicas en paréntesis.</p>

Contenido: Álgebra

PREGUNTAS DE CUESTIONARIO	RUBRO
<p>7) Resuelve las siguientes ecuaciones y relaciona el valor de cada variable o incógnita</p> <p>a) $x+3=7$ () 7</p> <p>b) $7m =56$ () 4</p> <p>c) $4h + 60=88$ () 8</p> <p>8) Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el modelo de la balanza.</p> <p>c) $3x + 5 =x + 13$</p> <p>d) $7x - 3 = -2x + 78$</p>	<p>Métodos de solución de ecuaciones</p> <p>Si a una ecuación de primer grado con una incógnita se le hace todas las transformaciones y reducciones posibles toma las formas:</p> $a + x = b, ax = b, ax + b = c$ <p>Casos sencillos de resolución de ecuaciones lineales con el modelo de la balanza.</p> <p>El modelo de la Balanza se basa en una analogía entre lo que podemos poner o quitar en ambos platillos de una balanza sin que se pierda el equilibrio, y las operaciones que puedan realizarse en ambos miembros de una ecuación conservando la igualdad: “si hacemos lo mismo en ambos platillos de una balanza (en ambos miembros de la ecuación), el equilibrio se conserva (la igualdad no se pierde).</p>

PREGUNTAS DE CUESTIONARIO	RUBRO
<p>9) Resuelve las siguientes ecuaciones a través de la eliminación de paréntesis</p> <p>a) $2(x - 3) - 3(x - 4) = 2 - 5(x - 2) + 10$</p> <p>b) $5(x - 1) - 4 = 3(x - 2) + 3$</p> <p>10) Del siguiente enunciado, que expresión algebraica lo representa :</p> <p>Si compro una caja de remaches y una caja de tachuelas por 5 pesos y después dos cajas de remaches y 3 de tachuelas por 13 pesos</p> <p>¿Cual es el precio de cada artículo?</p> <p>a) $r + t = 5$ b) $r^2 + t^2 = 5$ c) $r + t = 5$</p> <p>$2r + 3t = 13$ $2r^2 + 3t^2 = 13$ $2r + 3t = 13$</p> <p>11) De acuerdo con la respuesta anterior resuelve el sistema de ecuación utilizando el método de sustitución</p> <p>12) Describe cuales son las reglas para resolver un sistema de ecuaciones por medio de la sustitución.</p>	<p>Caso sencillos de resolución de paréntesis.</p> <p>Para resolver ecuaciones con paréntesis, se efectuar las operaciones indicadas en ambos miembros a fin de que desaparezcan dichos paréntesis y después se aplica el procedimiento correspondiente.</p> <p>Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnita por medio de sustitución</p> <p>El conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más variables forman un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables.</p> <p>Resolver un sistema de ecuaciones es realizar las transformaciones necesarias con las ecuaciones dadas para obtener una sola ecuación con una variable.</p> <p>La eliminación por sustitución consiste en despejar en una de las ecuaciones dadas el valor de una variable en función de la otra y sustituir después éste valor en la otra.</p>

DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE INTERVENCIÓN: MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA- COOPERATIVA (MED-C)

SESIÓN: 1

TEMA: Preálgebra

SUBTEMA: Introducción al lenguaje algebraico.

OBJETIVO: Identificar el lenguaje algebraico.

MATERIAL

- marcadores de colores
- 6 tiras de papel bond de 20cm. por 65cm.
- hojas de ejercicios
- tablero de puntuaciones
- evaluaciones

ACTIVIDADES

- Realizar el juego de “ adivina el número”
- Presentar en una tira de bond los nombres de los números racionales, reales y enteros (una tira por nombre), así como los números que corresponden a cada nombre (una tira por cada tipo de número).
- Realizar el juego de memorama con los números racionales, reales y enteros y sus respectivos ejemplos.
- Resolver sumas y restas por medio de la recta numérica utilizando únicamente números positivos.
- Resolver sumas y restas por medio de la recta numérica combinando números positivos y negativos.
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones.
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 2

TEMA: Preálgebra

SUBTEMA: Incógnita.

OBJETIVO: Identificar los símbolos que se utilizan para simplificar al lenguaje algebraico.

MATERIAL

- Papel bond cortado en 6 tiras de 25 cm. con diferentes operaciones cada una
- Marcadores
- 25 papelitos de 6 colores diferentes cortados en cuadros de 3x 3 cm
- Una caja de tamaño mediano
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Presentar las definiciones de variable, constante e incógnita.
- Retomar de la sesión anterior una operación y resolverla utilizando la recta numérica.
- Preguntar cómo se lee la operación $3 + 2$, y dar la lectura de la misma
- Escribir en el pizarrón en colaboración con los alumnos la lectura de 6 operaciones básicas diferentes.
- Explicar la lectura de los símbolos que simplifican el lenguaje algebraico.
- Trabajar diferentes ejercicios de lectura del lenguaje algebraico.
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual

SESIÓN: 3

TEMA: Preálgebra

SUBTEMA: Términos Semejantes

OBJETIVO: Identificar las reglas para simplificar la escritura y operar con expresiones algebraicas.

MATERIAL

- Frutas de papel (naranjas, manzanas y piñas)
- Rotafolio con la ley de los signos para la suma y resta.
- Marcadores de
- Colores
- 25 papelitos de 6 nombres de animales diferentes cortados en cuadritos de 3 por 3 cm.
- Una cajita de tamaño mediano
- Hojas con ejercicios para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Introducir el tema con el ejemplo de “cómo prepara una agua de sabor” (utilizando las frutas de papel).
- Presentar una ecuación y explicar con base al ejemplo anterior los pasos a seguir para ordenar los términos semejantes. Marcar cada término diferente con un marcador de distinto color
- Ordenar junto con los alumnos, los términos semejantes de tres ecuaciones.
- Presentar la ley de los signos para la suma y resta,
- así como su lectura.
- Destinar 5 minutos para el repaso de la ley de los signos
- Explicar y resolver con la ecuación $2a - 4a + 2b + 5b$ la suma de los signos
- Ordenar y resolver junto con el grupo tres ejercicios más.
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones.
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 4

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Uso de paréntesis

OBJETIVO: desarrollar algunos cálculos encerrando expresiones algebraicas en paréntesis.

MATERIAL

- Rotafolio con la ley de los signos para la multiplicación.
- 3 rectas numéricas (-10 al 10).
- Marcador
- En rotafolio los paréntesis
- En rotafolio la ecuación: $2ab + 5cd + 2a + 3dc + 2ba + 2cd + 5a$
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos.
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Los alumnos ordenarán los términos semejantes de tres ecuaciones para luego resolverlas.
- Presentar los paréntesis y preguntar su nombre y función.
- Explicar la función que tienen los paréntesis dentro del álgebra.
- Ejemplificar la primer función de los paréntesis con la resolución de la ecuación $2ab + 5cd + 2a + 3dc + 2ba + 2cd + 5a$
- Presentar la ley de los signos para la multiplicación y división, así como su lectura.
- Destinar 5 minutos para el repaso de la ley de los signos
- Explicar la resolución de la ecuación $2ab + 5cd + 2a + 3dc + 2ba + 2cd + 5a$ (ordenada) utilizando la ley de los signos para la multiplicación
- Resolver junto con el grupo cuatro ejercicios más.
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los
- Resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual

SESIÓN: 5

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Métodos de solución de ecuaciones

OBJETIVO: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma $a + x = b$.

MATERIAL

- Marcadores
- Rotafolio con la ley de los signos para la suma y resta
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Realizar preguntas sobre de la ley de los signos para la suma y resta (tanto de su lectura como del resultado de las cuatro combinaciones).
- Presentar la ecuación en la forma $a + x = b$ e identificar las literales y la incógnita
- Sustituir la ecuación anterior por $3 + x = 0$ y señalar las dos partes que la conforman
- Explicar con tres ecuaciones (tomando en cuenta la anterior) el procedimiento de despeje para la resolución de este tipo de ecuaciones.
- Explicar el procedimiento del despeje de la variación que puede encontrarse en las ecuaciones de la forma $a + x = b$
- Resolver junto con el grupo cuatro ejercicios más.
- Enseñar el procedimiento de la comprobación de las tres primeras ecuaciones anteriores
- Resolver junto con el grupo las cuatro comprobaciones restantes.
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones.
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 6

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Métodos de solución de ecuaciones

OBJETIVO: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma $ax = b$.

MATERIAL

- marcadores de diferentes colores
- En un rotafolio
- las diferentes formas de representar la multiplicación y la división.
- ley de los signos para multiplicación
- 25 hojas con 1
- figura (en total 6 figuras diferentes)
- hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Preguntar las diferentes formas de representar una multiplicación en álgebra.
- Mostrar en un rotafolio las diferentes formas de representar la multiplicación y la división.
- Presentar la ecuación en la forma $ax = b$ e identificar la forma de multiplicación que se maneja
- Recordar los cambios que sufren las operaciones al momento de ser despejadas.
- Explicar el procedimiento de resolución de esta forma de ecuaciones.
- Resolver junto con el grupo tres ejercicios más.
- Explicar el procedimiento de la comprobación
- Resolver junto con el grupo las comprobaciones de los últimos tres ejercicios
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 7

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Métodos de solución de ecuaciones

OBJETIVO: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$

MATERIAL

- Mitades de papel bond, cada una con una ecuación diferente
- Tiras de papel bond con la ecuación $ax + b = c$
- Marcadores de color
- Hojas de ejercicios para resolver en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Resolver por parejas en una mitad de papel bond una ecuación, ya sea de la forma $a + x = b$ ó de la forma $ax = b$
- Revisar los resultados entre el maestro y los alumnos
- Presentar la ecuación de la forma $ax + b = c$
- Explicar el procedimiento de resolución con las ecuaciones $2x + 3 = 5$ y $7x + 4 = 6$
- Resolver junto con el grupo tres ejercicios más.
- Explicar el procedimiento de la comprobación
- Resolver junto con el grupo las comprobaciones de los últimos tres ejercicios
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 8

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Métodos de solución de ecuaciones

OBJETIVO: Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$ con números racionales

MATERIAL

- 6 tiras de papel bond
- Marcadores de color
- 25 papelitos de 6 colores cortados en cuadritos de 3cm
- Una caja tamaño mediano
- Hojas de ejercicios para resolver en equipos
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones.

ACTIVIDADES

- Se pegan en el pizarrón tres tiras de papel con los tres tipos de números antes vistos.
- Pedir a los alumnos que busquen tres tiras de papel pegadas previamente en la parte bajas de sus sillas.
- Los alumnos leerán lo que dice (nombre de los números) y pasarán al frente a pegar la tira con los números que corresponda.
- Presentar la ecuación de la forma $ax + b = c$ con números racionales.
- Explicar que se utiliza el mismo procedimiento que se vio en la sesión anterior solo que se utilizan fracciones.
- Resolver junto al grupo dos ejercicios más.
- Formar al grupo en equipo para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos.
- Revisar grupo y profesor el resultado de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones.
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 9

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Casos sencillos de resolución de ecuaciones lineales con el modelo de la balanza

OBJETIVO: Aplicar el modelo de la balanza en la resolución de ecuaciones lineales con dos miembros.

MATERIAL

- Balanza hecha de material resistente
- 6 tiras de papel bond con una ecuación diferente cada una
- 25 papelitos de 6 colores diferentes cortados en cuadro de 3 por 3 cm.
- Una caja tamaño mediano.
- Hojas de ejercicio para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Pedir a los alumnos que revisen debajo de su silla ya que en 6 de ellas está pegada una ecuación que deberán pasar al pizarrón a resolver. Las ecuaciones son de cada una de las formas antes vistas y (un alumno por ecuación).
- Revisar el procedimiento y el resultado con ayuda del grupo.
- pegar una balanza hecha de material resistente y preguntar a los alumnos ¿cómo se llama? y ¿cómo funciona?
- Confirmar su nombre y explicar su funcionamiento
- Explicar el procedimiento de resolución de ecuaciones con el modelo de la balanza con las ecuaciones y
- Resolver junto con el grupo tres ecuaciones más.
- Explicar el procedimiento de la comprobación retomando las ecuaciones y
- Resolver junto con el grupo las comprobaciones de las últimas tres ecuaciones
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 10

TEMA: Álgebra

SUBTEMA: Casos sencillos de resolución de paréntesis

OBJETIVO: Eliminar los paréntesis de una ecuación utilizando el modelo de la balanza.

MATERIAL

- Marcadores de colores
- Globos
- Hilo cañamo
- Hojas de ejercicio para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Recordar las diferentes formas en que se indica que se debe multiplicar en una ecuación.
- Dos alumnos resolverán una ecuación cada uno por medio del modelo de la balanza
- Revisar junto con el resto del grupo el procedimiento y resultado de cada ecuación.
- Enseñar el procedimiento de las ecuaciones con paréntesis y las transformaciones que sufre la misma al resolverse por medio del modelo de la balanza con la ecuación
- Resolver junto con el grupo tres ecuaciones más.
- Explicar el procedimiento de la comprobación retomando la ecuación
- Resolver junto con el grupo las comprobaciones de las últimas tres ecuaciones
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual.

SESIÓN: 11

TEMA: Álgebra

OBJETIVO: Realizar las transformaciones necesarias con las ecuaciones lineales para encontrar el valor de dos incógnitas por medio de la sustitución

MATERIAL

- Tiras de papel bond con un paso del procedimiento de resolución y comprobación de una ecuación
- Marcadores de colores
- 25 papelititos de 6 nombres de animales diferentes cortados en cuadritos de 3 por 3 cm.
- Cajita de tamaño mediano
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

ACTIVIDADES

- Entre cuatro alumnos, por medio del modelo de la balanza, ordenar la ecuación $2(19x + 4) = (32x + 5)2$ que está resuelta en 15 tiras.
- Entre tres alumnos, ordenar la comprobación de la ecuación
- Revisar junto con el grupo el procedimiento de la ecuación y comprobación.
- Repetir el mismo procedimiento con la ecuación $50x+3=10x+2$
- Explicar la diferencia entre la resolución de una ecuación por medio de la balanza y un sistema de dos ecuaciones
- Enseñar detenidamente el procedimiento de resolución de un sistema de ecuaciones con $(2x + 2y = 5)$ $(3x + y = 6)$
- Resolver junto con el grupo tres ecuaciones más.
- Explicar el procedimiento de la comprobación retomando la ecuación $(2x + 2y = 5)$ $(3x+y=6)$
- Resolver junto con el grupo las comprobaciones de las últimas tres ecuaciones
- Formar al grupo en equipos para trabajar la hoja de ejercicios.
- Monitorear el trabajo de los equipos
- Revisar entre el grupo y el maestro los resultados de la hoja de ejercicios.
- Reconocer el logro de cada equipo colocando su puntaje obtenido en el tablero de puntuaciones
- Resolver la evaluación individual.

ANEXO 4

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN: MODELO DE ENSEÑANZA DIRECTA-COOPERATIVA (MED-C).

Sesión: 1

Tema: Preálgebra

Objetivo: Identificar el lenguaje algebraico

Material:

- Marcadores de colores
- 6 tiras de papel bond de 20cm. por 65cm.
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1.- Enseñanza:

Se inicia la sesión mediante el siguiente juego.

Se selecciona un alumno al azar, se le pide que piense un número y después que realice las siguientes operaciones:

- Obtener el doble del número que pensó,
- Sumar 10 al resultado,
- Quitar el número que pensó,
- Restar 5 al resultado
- Para adivinar el número pide te digan el resultado y réstale 5 (le dice cuál es su número que inicialmente pensó).

1. Práctica Guiada el profesor junto con los alumnos resolverán los siguientes ejercicios.-

Ejercicios.

➤ Coloca sobre la línea el nombre que corresponda a los siguientes números

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{1}{5}$ _____

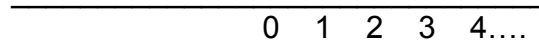
-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... _____

9, 8, 7, 6, 5, 4... _____

Estos ejercicios ayudaran al alumno a identificar el lenguaje algebraico.

Además el maestro y los alumnos resolverán sumas y restas por medio de la recta numérica, colocando únicamente números positivos. utilizando ejercicios

como:



La suma a resolver será $2 + 3$

La resta a resolver será $6 - 2$

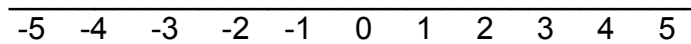
NOTA: Una recta para cada operación.

Después de haber trabajado con lo anterior, se resolverá lo siguiente.

a) $5 + 4 =$ $16 + 6 =$

b) $8 - 3 =$ $20 - 10 =$

Al finalizar con los ejercicios, el maestro preguntará ¿La recta numérica tiene únicamente números positivos?, después de escuchar a los alumnos, el profesor mencionara que también tiene números negativos y que se encuentran a la izquierda de la recta, simultáneamente a la explicación coloca los números con su signo negativo y pregunta si es posible realizar operaciones utilizando los números positivos y negativos en una misma operación, para ello utiliza el siguiente ejercicio. (utilizará en cada movimiento un color diferente)



$$-4 + 5 + 1 - 2 = 0$$

Posteriormente maestro y alumnos resuelven lo siguiente.

$$5 - 3 + 2 - 1 - 4 =$$

$$3 - 4 + 2 + 1 - 7 =$$

$$-5 + 2 + 3 - 6 =$$

$$-3 + 5 - 7 - 1 + 3 =$$

NOTA: Estos ejercicios permitirá que los alumnos se familiaricen con la ley de los signos que posteriormente se revisaran.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Con la intención de “rectificar” que los alumnos identifiquen los números positivos y negativos en la recta numérica. El grupo se organizará en equipos de cuatro alumnos, Para la formación de los mismos se numeraran los alumnos del 1 al 4 y se reunirán los unos con los uno, los dos con los dos y así sucesivamente. A cada integrante se le proporcionará una hoja con ejercicios parecidos a los que se trabajaron en grupo. La consigna para los

equipos son:

- a) Cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios
- b) Al terminar comparan sus resultados, si coinciden sus respuestas continúan
- c) Si uno de los dos no está de acuerdo, pregunta a la otra pareja y entre los cuatro resolverán el problema hasta que todos estén de acuerdo

NOTA: con la finalidad de que las consignas queden claras el maestro formara parte de un equipo ejemplificando lo que se espera que ellos hagan.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos. Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del lenguaje algebraico.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará los conceptos y habilidades del lenguaje algebraico, y que le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión de los alumnos.

Nota:

En un tablero previamente hecho, el maestro irá anotando los puntajes de la 1ª. Evaluación de cada uno de los alumnos para que ellos mismos puedan comparar sus puntuaciones sesión tras sesión.

1.- INSTRUCCIONES: Coloca sobre la línea los números que correspondan de acuerdo su nombre

a) Enteros: _____

b) Reales: _____

c) Racionales: _____

2.- Utilizando la recta Numérica, resuelve las siguientes operaciones.

$$15 + 5 + 2 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$10 + 7 + 9 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$8 - 2 - 1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$12 - 6 - 3 = \underline{\hspace{10em}}$$

3.- Resuelve las operaciones por medio de la recta numérica.

$$+ 7 - 3 + 1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$-9 - 2 + 7 - 3 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$+ 8 - 4 + 2 = \underline{\hspace{10em}}$$

1.- Contesta lo que se te pide.

a) Los números racionales son: _____

b) Los números $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$, ¿se llaman? _____

c) Los números... $4, 5, 6, 7, 8, 9$. ¿se llaman? _____

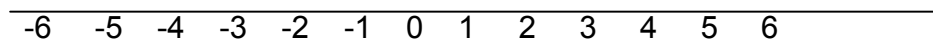
2.- Resuelve las siguientes operaciones, utilizando la recta numérica

$$-13 - 4 - 2 + 10 = \underline{\hspace{10em}}$$

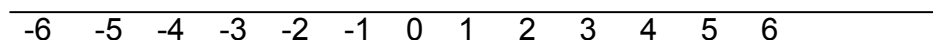
$$+5 + 3 - 6 = \underline{\hspace{10em}}$$

3.- Observa la recta numérica y anota el resultado de cada operación

$$-3 + 3 - 1 =$$



$$3 + 2 - 7 =$$



Sesión: 2

Tema: Incógnita

Objetivo: Identificar los símbolos que se utilizan para simplificar el lenguaje algebraico.

Material:

- papel bond cortado en 6 tiras de 25 cm. con diferentes operaciones cada una
- marcadores
- 25 papelitos de 6 colores diferentes cortados en cuadros de 3x 3 cm.
- una caja de tamaño mediano
- hojas de ejercicios para trabajar en equipo
- tablero de puntuaciones
- evaluaciones

Nosotras:

En papel bond incógnita, variable y constante y separado su definición

1.- Enseñanza:

El maestro iniciara preguntando al grupo si sabe lo que es, o significa "variable" y "constante". Después de escucharlos pedirá que se mencione el abecedario, posteriormente el profesor explicará que las variables son las letras del abecedario y en álgebra representan una incógnita; que representa cualquier número, constante es un valor definido o determinado.

En seguida el profesor les hará recordar lo visto en la sesión anterior con respecto a las sumas en la recta numérica y escribirá en el pizarrón $3+2$, preguntara a los alumnos como se lee esta operación, el maestro escuchará. El profesor leerá: es la suma de tres más dos. Explicará que así como en la aritmética se pueden hacer operaciones con los números, también se pueden hacer operaciones con letras, en álgebra, presentará los siguiente $2a$ preguntando en seguida ¿Qué significa esto? Significa el doble de un número cualquiera.

Para evitar que los alumnos se confundan se harán ejercicios como:

$$\begin{array}{lll} 5 + 8 = & 35 + 21 = & 7 * 5 = \\ 13 - 6 = & 17 + 20 = & 9 * 6 = \end{array}$$

Al terminar lo anterior el profesor hará lo mismo pero ahora con incógnita y constante,

2.- Práctica Guiada

Se resolverán ejercicios entre el profesor y los alumnos tales como:

$2ab$ (el doble del producto de 2 números cualesquiera)

ab (es el producto de dos números cualesquiera)

En este momento el maestro se detendrá para preguntar a los alumnos ¿Por qué decimos es el producto? A lo que él mismo responderá que cuando es una operación de este tipo y no hay signo de +, - ó --, nos indica que es una multiplicación y entonces decimos:

ab es el resultado de la multiplicación de dos números cualesquiera o

ab es el producto de dos números cualesquiera.

En seguida el maestro seguirá con los ejercicios.

$a + b$ es la suma de dos números cualesquiera

$2a + b$ es el doble de un número cualquiera más un número cualquiera.

$a - b$ es la resta de dos números cualesquiera

$\frac{2a}{b}$ es el cociente del doble de un cualquiera entre un número cualquiera.

Con estos ejercicios los alumnos lograrán identificar y leer los símbolos que simplifican el lenguaje algebraico.

2. Estudio en equipo y monitoreo

Con la intención de rectificar que los alumnos identifican los símbolos que se utilizan para simplificar el lenguaje algebraico los alumnos trabajaran en equipos.

Se explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas.

Para la formación de equipos, se colocaran dentro de una cajita seis colores diferentes de papel, cada alumno pasara a tomar un papel, una vez que todos tengan un color se les pedirá que se reúnan de acuerdo al color que les haya tocado. A cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a los anteriores. Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo.

Con el fin de que las consignas queden claras el maestro dará una demostración, formando parte de un equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del lenguaje algebraico.

3. Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará los conceptos y habilidades del lenguaje algebraico trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

Ejercicios

Escribe la lectura de las siguientes operaciones:

$$5 + 6 =$$

$$20 \times 3 =$$

$$80 / 20 =$$

$$15 - 5 =$$

$$2a / b =$$

$$3ab =$$

$$2a - b =$$

$$a + b =$$

Contesta lo que se te pide:

Una constante es: _____

Las variables son: _____

Una incógnita sirve para: _____

I.- Contesta lo que se te pide:

1.- En álgebra a cualquier letra del abecedario se le llama: _____

2.- ¿Qué representa una incógnita?: _____

3.- ¿Una constante es: _____

II.- Anota la lectura de las siguientes operaciones.

a) $2a - b =$

e) $2ac \times bc$

b) $4ac + bc =$

f) $a + b =$

c) $2a \times b =$

d) $3ab =$

Sesión: 3

Tema: Términos Semejantes

Objetivo: Identificar las reglas para simplificar la escritura y operar con expresiones algebraicas.

Material:

- frutas de papel (naranjas, manzanas y piñas)
- rotafolio con la ley de los signos para la suma y resta
- marcadores de colores
- 25 papelitos de 6 nombres de animales diferentes cortados en cuadritos de 3 cm.
- una cajita de tamaño mediano
- hojas con ejercicios para trabajar en equipo
- tablero de puntuaciones
- evaluaciones.

1.- Enseñanza:

Introducción al tema.- supongamos que queremos hacer una agua de fruta y tenemos tres diferentes frutas: manzanas, naranjas y piñas, pero éstas no están clasificadas, sino más bien las tenemos revueltas, para poder hacer un agua debemos saber de qué fruta hay más para que no salga insípida, ¿qué es lo primero que debemos hacer? (En ese momento se les mostrará a los alumnos la fruta hecha de papel en completo desorden. El maestro después de escuchar algunas opiniones afirmará:

1.- Lo primero que hay que hacer es ordenarla en grupos de acuerdo al tipo de fruta (el profesor lo hace).

2.- En seguida pregunta: ¿qué hacemos o que notamos? Identificamos de que fruta hay más y de cual hay menos, entonces ya se puede decidir de qué fruta se hará el agua. El maestro explicará que lo mismo sucede en una ecuación, es decir, si nos presentan lo siguiente:

$$2ab + 2cd + 5bc + 6ab + 2dc$$

Lo más probable es que digamos ¿eso qué es? Y que veamos números y letras sin ningún sentido. Entonces lo primero que debemos hacer es identificar que tenemos y después ordenarlo, es decir en lenguaje algebraico sería identificar las variables que son iguales y separarlas de las distintas por ejemplo:

$2ba$ con $6ab$ aquí no importa si primero esta “ b ” y luego “ a ” o sí primero esta “ a ” y luego “ b ” pues el orden de los factores no altera el producto.

$2cd$ con $2dc$ y $5bc$

Ya clasificando los términos los acomodamos para que quede de la siguiente manera: $2ba + 6ab + 2cd + 2dc + 5bc$

Es importante que sepan que esto (al mismo tiempo que señala la ecuación y subraya) $2ba + 6ab + 2cd + 2dc + 5bc$ y que en el paquete de $6ab$ está incluido el signo que tiene atrás de él y por eso es $+6ab$ es lo mismo para cada término.

2.- Práctica Guiada

El maestro después de explicar lo anterior, ordenará los términos de las siguientes ecuaciones junto con los alumnos.

$$-2a + 2b + a + 3a + 5b$$

$$-2ab + 5cd + 4ba + 2dc + 5c + 4cd$$

$$-2a + 5b + 3cb + 2cb + 4a$$

Una vez que los alumnos sepan identificar y ordenar los términos, el profesor dirá a los alumnos que el paso que sigue para obtener nuestra agua de fruta es, combinar el agua natural y el azúcar, calculamos la cantidad de cada ingrediente.

Pasa exactamente lo mismo con las ecuaciones:

- 1.- Identificamos la variable.
- 2.- Agrupamos los términos
- 3.- sumamos los signos de cada término.

El Profesor en este momento dará a conocer la ley de los signos para la suma y resta.

$$\begin{array}{l} (+) + (+) = + \\ (+) + (-) = + \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ Cuando el primer término es mayor}$$

$$\begin{array}{l} (-) + (+) = - \\ (-) + (-) = - \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{ Cuando el primer término es menor}$$

La lectura es:

(más) más (más) es igual a más

(más) más (menos) es igual a más

(menos) más (más) es igual a menos

(menos) más (menos) es igual a menos

Se darán 5 minutos a los alumnos para que repasen la ley, al paso del tiempo se preguntara al azar a 2 ó 3 alumnos la lectura de cualquiera de las cuatro combinaciones de los signos.

Posteriormente el profesor escribirá la ecuación: $2a + 2b - 4a + 5b$

Junto con los alumnos ordenará los términos $2a - 4a + 2b + 5b$

El profesor en voz alta jugara con los signos. $2a$ menos $4a$ es igual a $-2a$

El maestro preguntará por qué el signo es $-$ (menos) y él mismo responderá; anteriormente dije que cuando sumáramos

$$(+)(-) = -$$

$(-)(+) = -$ el signo a colocar dependerá del término que sea más grande en este caso el término mayor es $-4a$ por eso el resultado de la operación es $2a - 4a$ es $-2a$

Sumemos los siguientes términos

$+2b + 5b$ el resultado es $7b$ entonces el resultado de: $2a - 4a + 2b + 5b =$ es $-2a + 7b$

(Sí por alguna situación llegará a existir duda o confusión con los signos, el profesor utilizará el método de la recta numérica para explicar nuevamente la ley de los signos en suma y resta y la posición de los números).

Además del ejemplo anterior el profesor resolverá junto con los alumnos los siguientes ejercicios.

- a) $3b - 2ab + 5ba + 6b$
- b) $4cd + 3bc - 5bc - 2cd$
- c) $7ab - 5a + 2ba - 9a$

Estos ejercicios ayudarán a los alumnos a identificar la regla para operar con expresiones algebraicas.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Con la intención de corroborar que los alumnos identifican los términos semejantes y los simplifican reuniéndolos en uno solo, trabajaran en equipos. Se les explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas.

Para la formación de equipos, se colocaran dentro de una cajita papelitos con seis nombres diferentes de animales, cada alumno pasara a tomar un papel, una vez que todos tengan un nombre de animal se les pedirá a los alumnos que imiten el sonido que emite el animal que les toco para que con ello localicen a sus cuatro compañeros.

Una vez formados los equipos se le dará a cada integrante una hoja con ejercicios parecidos a todos los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo. Con el fin de que las consignas queden claras el maestro dará una demostración, formando parte de un equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del lenguaje algebraico.

2. Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará los conceptos y habilidades del lenguaje algebraico trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

Ejercicios:

1.- Ordena los términos de las siguientes ecuaciones

$$ab - cd + a - ab + dc$$

$$3b + 6c + 3b - 7c - 5d$$

$$8dc + 7cd - 5bc + 2cb$$

$$9a + 3b - 5a + 8b - 2a + 3c$$

2.- Resuelve por medio de la ley de los signos las ecuaciones siguientes.

$$3b + 8bc - 2b - 5bc$$

$$2a + 3b - 6^a - 4b$$

$$-7ab - 5ba + 4cd - 3cd$$

1.- Escribe el signo que corresponda a la suma.

$$(+) + (-) =$$

$$(-) + (-) =$$

$$(-) + (+) =$$

$$(+) + (+) =$$

2.- Ordena los términos de las ecuaciones

a) $-cd + ab - dc + ab - a$

b) $-5b - 3a + 8a + 9b$

c) $8d + 6b + 7d - 3b$

3.- Resuelve las ecuaciones utilizando la ley de los signos.

a) $9a + 3b - 5a + 8b - 2a + 3c$

b) $3b + 6c + 3b - 7c - 5d$

c) $ab - 3b + 5ba - 4b$

Ejercicios:

Coloca los paréntesis donde correspondan.

$$3ab + 4ba - 2dc + 5dc + 6bc + 2bc$$

$$2a + 3a + 5b - 7b + 2c - 7c$$

$$-7b - 2b - 3b + 2c - 3c + 5d + 7d$$

Resuelve las ecuaciones:

$$3ab + 4ba - 2dc + 5dc + 6bc + 2bc$$

$$2a + 3a + 5b - 7b + 2c - 7c$$

$$-7b - 2b - 3b + 2c - 3c + 5d + 7d$$

Coloca el signo que le corresponda a la multiplicación.

$$(-) * (+) =$$

$$(+) * (+) =$$

$$(+) * (-) =$$

$$(-) * (-) =$$

Ordena los términos y resuelve las ecuaciones.

$$3ab + 5bc - 4c + 2ab + 5c - 7bc$$

$$6a - 7b + 2c - 5c + 2b + 4a$$

$$5cd - 3bc + 2cd + 3bc$$

$$-4a - 5c + 2b -$$

$$3a - 6b + 5c$$

Sesión: 4**Tema:** Uso de paréntesis**Objetivo:** Obtener algunas cálculos encerrando expresiones algebraicas en paréntesis**Material:**

- Rotafolio con la ley de los signos para la multiplicación.
- 3 rectas numéricas (-10 al 10).
- Marcador
- En rotafolio los paréntesis
- En rotafolio la ecuación: $2ab + 5cd + 2a + 3dc + 2ba + 2cd + 5a$
- hojas de ejercicios para trabajar en equipos.
- tablero de puntuaciones
- evaluaciones

1.- Enseñanza.

Al inicio de la clase se retomaran de términos semejantes y la ley de los signos para suma y la resta. Posteriormente el profesor preguntará (al mismo tiempo que escribe en el pizarrón) ¿qué es esto y cómo se llama? (). Después de unos segundos el profesor afirmará; se llama paréntesis y tiene una función muy importante para resolver ecuaciones. Lo primero que deben saber acerca de los paréntesis es que representan una jerarquía y ocupan el primer lugar, en segundo lugar tenemos a los corchetes []

Y en una ecuación así se ven $[(2a)(3b)] + [5a + 6b](2a)$

Aclarando: no se preocupen en este momento, no vamos a ver nada de combinaciones entre paréntesis y corchetes. Antes de eso debemos saber que los paréntesis se utilizan para separar términos. Sabemos que si nos presentan:

$$2ab + 2ab + 5cd + 2cd + 3dc + 2a + 5a$$

Lo primero es ordenar para que nos quede

$$(2ab + 2ab) + (5cd + 2cd + 3dc) + (2a + 5a)$$

El profesor realizará otro ejemplo y lo explicará igual que el anterior; $2a + b + a + 5b + 3c$, sólo que en este caso el profesor concluirá el procedimiento y mostrara a los alumnos la ley de los signos para multiplicación y división;

$$(+) * (+) = +$$

$$(+) * (-) = -$$

$$(-) * (+) = -$$

$$(-) * (-) = +$$

El profesor enseñará a los alumnos la lectura de los signos;

(más) por (más) es igual a más,

(más) por (menos) es igual a menos,

(menos) por (más) es igual a menos,

(menos) por (menos) es igual a más.

El profesor aclarará que no se leen igual que la ley de los signos para la suma y resta, estos signos se suman y para trabajar una ecuación con paréntesis se

multiplican.

Sugerencia: el profesor dará 5 minutos para que los alumnos repasen dicha ley.

2.- Práctica Guiada

Se retoma como ejemplo la ecuación:

$$(2ab + 2ab) + (5cd + 2cd + 3dc) + (2a + 5a)$$

Y pausadamente repetirá en voz alta el procedimiento para llegar al resultado. (si es necesario y/o en caso de confusión respecto a los signos el maestro utilizará las rectas numéricas para realizar las operaciones) $4ab + 10cd + 7a$

Los alumnos junto con el profesor resolverán 4 ejercicios para reafirmar el procedimiento y la multiplicación de los signos.

3.- Traspolación al trabajo en quipo

Con la intención de rectificar que los alumnos obtienen algunos cálculos encerrando expresiones algebraicas en paréntesis, los alumnos trabajaran en equipos. Se les explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas.

Para formar los equipos, se les pedirá a los alumnos que en el orden en el que se encuentran repitan las letras A, B, C, D, E, F, cada alumno dirá una letra, una vez que todos los alumnos tengan una, se reunirán las A con las A, los B con las B, y así sucesivamente.

Formados los equipos a cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a todos los anteriores. Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo. Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos. Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del álgebra en las ecuaciones de 1er grado.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará la aplicación y resolución de cálculos de expresiones algebraicas en paréntesis trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

1.- Completa la ley de los signos para la multiplicación y división

$$(+) * (+) =$$

$$(-) * (+) =$$

$$(-) * (-) =$$

$$(+) * (-) =$$

2.- Ordena los siguientes términos

a) $a + 2b = 3a + 5b + b$

b) $5cd + 3ab - 8dc - 4ba$

c) $6b + 7e - 9b + 7e - 2c$

d) $8a - 5d - 6b + 10c$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $5cd + 3ab - 8dc - 4ba$

b) $a + 2b - 3a + 5b + b$

c) $10b + 3b - 5cd + 7cd + 9ab + 2ab$

Evaluación

1.- Ordena y resuelve lo siguiente

a. $11^a + 8b + a + b - 10c$

b. $3ab + 5d + 7c + 8c + 5cd$

c. $2b + 5a + 6b - 8a + 13b$

d. $20bc + 2cd + 14cd + 15bc - 5a$

e. $a + b + c + b + 3c + 2a + b + c$

2.- Escribe la ley de los signos para la división y multiplicación

$$(-) * (-) =$$

$$(-) * (+) =$$

$$(+) * (+) =$$

$$(+) * (-) =$$

Sesión: 5

Tema: Métodos de solución de ecuaciones

Objetivo: Resolver ecuaciones de 1er. Grado con una incógnita de la forma $a + x = b$

Material:

- Marcadores
- Rotafolio con la ley de los signos para la suma y resta
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- Tablero de puntuaciones
- evaluaciones

1.- enseñanza

Se dará inicio a la sesión preguntando a los alumnos el resultado de la suma de cualquiera de las combinaciones de la ley de los signos para la suma y resta y aclarará que esta ley la deberán de tener muy presente ya que se ocupará para el tema de la sesión.

A continuación el maestro presentara a los alumnos $a + x = b$ sin mencionar que es una ecuación y les pedirá que identifiquen las literales y las incógnitas.

$$\begin{array}{ccccccc} a & + & x & = & b \\ \text{literal} & & \text{incógnita} & & \text{literal} \end{array}$$

En seguida el profesor sustituirá la anterior por $3 + x = 0$ y nuevamente se identificarán literales e incógnita. El profesor dirá a los alumnos que $3 + x = 0$ es una ecuación de primer grado de la forma $a + x = b$, y explicará que existen 3 formas de ecuaciones de 1er. Grado.

- 1) $a + x = b$
- 2) $ax = b$
- 3) $ax + b = c$

(El profesor lo dirá como dato y aclara que por el momento se verá la 1er. Forma). Afirmará que para resolver este tipo de ecuaciones debe ser despejada la literal, y que utilizamos el despeje para encontrar el valor de la incógnita ejem.

$3 + x = 0$ esta ecuación tiene dos partes

$$\underbrace{3 + x} \quad \underbrace{= 0}$$

Los que Tienen x los que no tienen x
(Números sin variables)

Lo que se debe hacer en $3 + x = 0$

- 1.- identificar la primer literal y su signo
- 2.- el 3 está ubicado a la izquierda, si lo despejamos pasara a la derecha con signo negativo, pues inicialmente su signo es positivo
- 3.- su despeje no debe afectar el orden del resto de la ecuación.

La ecuación original es. $3 + x = 0$

Con despeje

$$X = 0 - 3$$

Se realiza la operación y el resultado es el valor de x (incógnita)

$$X = 0 - 3 \Rightarrow X = -3$$

Porque: cero menos tres es igual a menos tres.

El profesor realizará nuevamente el procedimiento pero ahora con la ecuación
 $4 + X = 5$

1.- El signo del 4 es +

2.- sin afectar el orden del resto de la ecuación, el 4 pasa a la derecha

$$X = 5 - 4$$

3.- se realiza la operación y se obtiene el valor de x . $x = 1$

2.- Práctica Guiada

Con ayuda del grupo el profesor resolverá las siguientes, $5 + X = 6$, $7 + X = 3$,
 $8 + X = 4$

El profesor presentara una pequeña variación. $X + 3 = -2$. ha sido modificada la posición de la incógnita, el profesor afirmará que es lo mismo que el anterior y que se resuelve igual $X + 3 = -2$

1.- identificar literal y su signo

2.- el +3 pasa del lado derecho después del signo igual y del -2 para quedar:

$$X = -2 - 3$$

3.- se realiza la operación y el resultado es el valor de x (incógnita) $X = -5$.

Con ayuda del grupo el profesor resolverá $x + 3 = 4$, $x - 5 = 10$, $x - 10 = 5$ y
 $x - 1 = -6$.

Una vez que los alumnos dominen la resolución de las ecuaciones enseñara al profesor la comprobación de la ecuación:

$$4 + x = 5$$

$$x = 5 - 4$$

$$x = 1$$

Sólo hay que sustituir la ecuación con el valor de x , es decir, sabemos que $x = 1$ entonces para comprobar sólo hay que colocar 1 en lugar de x :

a) ecuación original $4 + X = 5$

b) comprobación $4 + 1 = 5$ en seguida se hace la operación $4+1$, el resultado es 5, entonces $5 = 5$.

El profesor con ayuda del grupo realizará la comprobación ya antes resueltas

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Para rectificar que los alumnos resuelven ecuaciones de 1er grado con una

incógnita de la forma $a + x = b$, los alumnos trabajaran en equipos. Se les explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas. En esta ocasión para formar los equipos, serán los alumnos quienes decidan con que compañeros desean trabajar. Una vez formados los equipos a cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a todos los anteriores. Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos. Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del álgebra en las ecuaciones de 1er grado.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará la aplicación y resolución de ecuaciones de 1er grado con una incógnita de la forma $a + x = b$ trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

Ejercicio.

1.- Identifica en la siguiente ecuación las literales y la incógnita.

$$25 + x = -8$$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones así como su comprobación

$$-10 + x = 8$$

$$7 + x = 5$$

$$-9 + x = 6$$

$$15 + x = 10$$

$$x - 5 = 3$$

3.- Resuelve las ecuaciones

$$x - 6 = 9$$

$$x + 8 = -10$$

$$x + 13 = 7$$

$$-6 + x = 9$$

$$12x = -8$$

4.- Une a través de una línea la ecuación con su resultado correcto

a) $a + x = 9$

$x = 8$

b) $8 + x = 13$

$x = 26$

c) $x - 6 = 2$

$x = 6$

d) $x - 15 = 11$

$x = 3$

e) $7 + x = 10$

$x = 5$

Sesión: 6

Tema: Métodos de resolución de ecuaciones

Objetivo: Resolver ecuaciones de 1er. Grado con una incógnita de la forma $ax = b$

Material:

- marcadores de diferentes colores
- en un rotafolio las diferentes formas de representar la multiplicación y la división.
- ley de los signos para multiplicación
- 25 hojas con 1 figura (en total 6 figuras diferentes)
- hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- tablero de puntuaciones
- evaluaciones

1.- enseñanza:

El profesor iniciara la clase preguntando a los alumnos ¿Cuáles son las diferentes formas de representar una multiplicación en álgebra?

Respuesta: $a \cdot x$

$$(a) (x)$$

$$a (x)$$

$$ax$$

Al terminar preguntará ¿Cuáles son las partes de la división? Y las formas de representarlas

Respuesta:

$$\begin{array}{r} \overline{) b} \\ a \end{array} \qquad \frac{b}{a}$$

dividendo divisor

En seguida el profesor les presentará la ecuación en la forma $ax=b$.

para la resolución de esta ecuación la ley de signos que se utiliza en la de multiplicación y división ya que tenemos ax : “a” está multiplicando a la “x” (incógnita) y que de igual forma se utilizara el despeje, recordando que son operaciones opuestas;

sí está sumando pasa restando

si está restando pasa sumando

sí está multiplicando pasa dividiendo

ejemplo:

tenemos $1x = 1$

lo primero que se hace es ubicar la literal que está multiplicando a la incógnita

$$1x = 1$$

Literal

Lo que sigue es hacer el despeje sin alterar el orden de la ecuación.

El 1 está multiplicando, ahora pasa dividiendo. $1x = 1$

$$x = \frac{1}{1}$$

Resolvemos la división: 1 entre 1 es igual a 1, el valor de X = 1

La ecuación completa queda así $1x = 1$

$$x = \frac{1}{1}$$

$$x = 1$$

El profesor repetirá el procedimiento con la ecuación $2x = 4$

2.- Práctica Guiada

Al terminar el grupo ayudara al profesor a resolver las ecuaciones $3x = 6$, $1x = 2$, $3x = 2$

Finalizando el profesor enseñara la comprobación de la ecuación $1x = 1$

Lo que se debe hacer para comprobar es sustituir “ x ” por su valor real.

La ecuación es: $1x = 1$, sustituyendo a “ x ” queda; $1(1) = 1$. Aclara el profesor que utilizamos paréntesis debido a que en lugar de uno por uno pareciera once (si es necesario el profesor regresara a las diferentes formas de representar la multiplicación). Se prosigue con la comprobación. Una vez sustituido el valor de “ x ” se resuelve la operación: uno por uno es igual a uno $1(1) = 1$

$1 = 1$ El resultado de la multiplicación coincide con el de la ecuación por lo tanto es correcto. El profesor realizará el mismo procedimiento con la ecuación $2x = 4$. Finalizando el profesor con ayuda del grupo realizara la comprobación de las ecuaciones antes mencionadas.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Para rectificar que los alumnos resuelven ecuaciones de 1er grado con una incógnita de la forma $ax = b$, los alumnos trabajaran en equipos. Se les explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas. La formación de los equipos será de la siguiente manera: antes de iniciar la sesión, debajo de las sillas se pegarán seis figuras diferentes, una por silla, se le pedirá a los alumnos que despeguen la figura y que identifiquen a sus compañeros que tengan la misma figura para formar su equipo. Posteriormente se dará a cada integrante una hoja con ejercicios parecidos a todos los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. B) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del álgebra en las ecuaciones de 1er grado.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma

individual (sin ayuda) una prueba que evaluará la aplicación y resolución de ecuaciones de 1er grado con una incógnita de la forma $ax = b$ trabajada con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

1.- Escribe la ley de los signos para la multiplicación y división

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones sin comprobación

$$4x = 8$$

$$8x = 24$$

$$3x = 6$$

$$10x = 50$$

$$8x = 24$$

$$7x = 35$$

3.- Escribe las diferentes formas de representar la multiplicación en álgebra

4.- Resuelve las ecuaciones, así como su comprobación.

$$3 + x = 9$$

$$-5x = 30$$

$$-9x = 84$$

$$2x = 4$$

$$X + 5 = -3$$

$$20x = 1200$$

5.- Completa la ley de los signos para la multiplicación.

$$() * () = +$$

$$() * () = -$$

$$() * (+) = -$$

$$() * () =$$

Sesión: 7

Tema: Método de resolución de ecuaciones

Ojetivo: Resolver ecuaciones de 1er Grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$

Material:

Mitades de papel bond, cada una con una ecuación diferente

- Tiras de papel bond con la ecuación $ax+b=c$
- Marcadores de color
- Hojas de ejercicios para resolver en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1.- enseñanza.

El profesor iniciará la clase con ejercicios de ecuaciones de primer grado de las formas $a + x = b$ y $ax = b$. los ejercicios serán resueltos por parejas y revisadas entre el profesor y los alumnos, al concluir dichos ejercicios, el profesor dirá que verán las ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = c$, que es fácil resolver, ya que es una combinación de las dos formas antes vistas. Comenzará a explicar con la ecuación $2x + 3 = 5$.

Explicará paso por paso.

1.- comenzamos despejando la segunda literal, o bien despejamos como lo hacemos en la forma $a + x = c$

$$2x + 3 = 5 \quad \Longrightarrow \quad 2x = 5 - 3$$

El +3 esta sumando pasa a la derecha sin afectar el orden de la ecuación.

2.- tenemos $2x = 5 - 3$. Resolvemos la operación cinco menos tres, entonces nos queda así: $2x = 2$

3.- ahora tenemos como resultado una ecuación de la forma $ax = b$, por lo que realizaremos el despeje de la literal que está multiplicando a la incógnita ("x").

$$2x = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{2}{2}$$

El 2 pasa dividiendo sin afectar el orden de la ecuación.

4.- por último resolvemos la división y el resultado es el valor de x .

$$x = 2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{x}{2} = 1$$

La ecuación completa queda así:

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 5 \\ 2x &= 5 - 3 \\ 2x &= 2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{2}{2} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

El profesor realizará nuevamente el procedimiento con la ecuación $7x + 4 = 6$.

2.- Práctica Guiada

Al concluir, el grupo junto con el profesor resolverán en el pizarrón las ecuaciones

$$4X - 10 = 25, 8X - 3 = 7 \text{ y } 3X + 2 = 5$$

En seguida el profesor enseñará la comprobación de la ecuación $2x + 3 = 5$. Nuevamente hay que sustituir el valor de x en la ecuación original, es decir, si tenemos $2x + 3 = 5$ y el valor de x es 1 entonces la ecuación queda $2(1) + 3 = 5$. se realiza la multiplicación $2(1) = 2$ después se suma el $2 + 3 = 5$. El 5 coincide con el 5 de la ecuación original por lo que la ecuación es correcta. La comprobación completa queda:

$$\begin{aligned}2X + 3 &= 5 \\2(1) + 3 &= 5 \\2 + 3 &= 5 \\5 &= 5\end{aligned}$$

El profesor explicará nuevamente con la ecuación $7X + 4 = 6$, al finalizar el profesor y los alumnos resolverán la comprobación de las ecuaciones antes vistas.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Para rectificar que los alumnos resuelven ecuaciones de 1er grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$, los alumnos trabajaran en equipos.

Se les explicara que los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas. Para formar los equipos se elegirán al azar 6 alumnos de la lista de asistencia y serán ellos quienes escojan a sus tres compañeros para trabajar en equipo. A cada integrante del equipo se le dará una hoja con ejercicios parecidos a todos los anteriores. Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo. Con el fin de que las consignas queden claras el maestro dará una demostración, formando parte de un equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos. Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la comprensión y aplicación correcta del álgebra en las ecuaciones de 1er grado.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará la aplicación y resolución de ecuaciones de 1er grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$ trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al maestro para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

1.- Resuelve las ecuaciones sin comprobar

$$8 + x = 4$$

$$x + 7 = -3$$

$$-3 + x = 9$$

$$-8x = 24$$

$$3x = -6$$

$$2x + 3 = 5$$

$$3x - 5 = 8$$

$$7x - 10 = 16$$

$$x - 15 = 6$$

$$-5x - 1 = 31$$

2.- Resuelve las ecuaciones y su comprobación

$$20x - 11 = 9$$

$$13x - 9 = 4$$

$$15x - 5 = 20$$

$$50x - 30 = 20$$

$$2x + 4 = 6$$

$$25x + 7 = 13$$

Sesión: 8

Tema: Método de solución de ecuaciones

Ojetivo: Resolver ecuaciones de 1er. grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$ con números racionales

Material:

- 6 tiras de papel bond
- Marcadores de color
- 25 papelitos de colores cortados en cuadritos de 3 x 3
- Una cajita tamaño mediano
- Hoja de ejercicios para resolver en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1.- Enseñanza.

El profesor pegara en el pizarrón tres tiras de papel una tira tendrá los números 1, 2, 3, 4, 5...∞

Otra tira -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...∞

La tercer tira los números, $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$.

Pedirá a los alumnos que busquen tres tiras de papel pegadas previamente en la parte baja de sus sillas. Únicamente 3 alumnos serán los que encontraran una tira. El profesor pedirá a esos alumnos lean lo que dice (nombre de los números) y pasen al frente a pegar la tira con los números que corresponda.

Una vez colocadas cada tira con su par, el profesor recordará a los alumnos el nombre de los números vistos en la sesión 1 y dirá que ya se ha trabajado con los números naturales y reales, que hoy aprenderán a resolver ecuaciones de primer grado de la forma $ax + b = c$ pero con números racionales. Continuará explicando que se utiliza el mismo procedimiento que se vio en la sesión anterior solo que se utilizan fracciones.

Iniciara la explicación con la ecuación. $\frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 5$

El primer paso es identificar la fracción o literal que no tiene incógnita y despejarla.

Como $\frac{1}{4}$ está sumando, pasa después del 5 restando para obtener $\frac{1}{2}x = 5 - \frac{4}{3}$

En seguida resolvemos la operación que tenemos después del signo = (igual). Notarán que el 5 es un número entero y que el siguiente es racional, para resolver la operación convertiremos al 5 en fracción agregando un 1 debajo del

5 ejemplo $\frac{5}{1} - \frac{4}{3}$

Este tipo de fracciones nos las enseñan desde la primaria.

La operación que se realizan es una multiplicación cruzada: multiplicamos $5 * 3, 1 * 4, 1 * 3$

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{1} - \frac{4}{3} = \frac{15 - 4}{3}$$

Siguiente paso es resolver la resta que obtuvimos de la multiplicación, si

$$\frac{15-4}{3} = \frac{11}{3}, \text{ entonces: } \frac{1}{2}x = \frac{11}{3}$$

Tenemos $\frac{1}{2}x = \frac{11}{3}$. Debemos despejar $\frac{1}{2}$ pero como está multiplicando a "x" pasa dividiendo por lo que

$$x = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{1}{2}}$$

por último, para conocer el valor de "x" es aplicar lo que se conoce como la ley del sándwich: multiplicamos medio con medio y extremo con extremo; es decir $11 * 2$ y $3 * 1$

$$x = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{1}{2}}$$

El valor de $x = \frac{22}{3}$

El profesor repetirá nuevamente el procedimiento con la ecuación $\frac{3}{2}x - \frac{8}{7} = 10$

2.- Práctica Guiada.

Al concluir, el grupo junto con el profesor resolverá en el pizarrón las ecuaciones $\frac{8}{7}x + \frac{5}{3} = 5$ y $\frac{7}{6}x + \frac{2}{8} = 3$

3.- Estudio en equipo y monitoreo.

Con la intención de que los alumnos practiquen la resolución de ecuaciones de 1er. Grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$ con números racionales los alumnos trabajaran en equipos, se explicará que los equipos serán de 4 personas, que a su vez se dividirá en parejas.

Para formar los equipos, se colocarán dentro de una cajita seis colores diferentes de papel, cada alumno tomará un papel, una vez que todos tengan un color se les pedirá que se reúnan de acuerdo al color que le haya tocado, a cada integrante se le dará una hoja de ejercicios parecidos a los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo. Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez, el maestro no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la resolución de ecuaciones de 1er. Grado con una incógnita de la

forma $ax + b = c$ con números racionales.

4.- Práctica independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará la aplicación y resolución de ecuaciones de 1er. grado con una incógnita de la forma $ax + b = c$ con números racionales trabajados con anterioridad. Estas pruebas le servirán al profesor para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos

Ejercicios, resuelve las siguientes ecuaciones.

- a) $3x - 5 = 8$
- b) $6x + 6 = 10$
- c) $9x - 2 = 7$

Resuelve las siguientes multiplicaciones aplicando la ley del sándwich

- a) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}}$
- b) $\frac{\frac{3}{6}}{\frac{9}{11}}$
- c) $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{9}{7}}$

Resuelve las siguientes ecuaciones con números racionales.

a) $\frac{10}{11}x \frac{5}{13} = 12$

Hoja de evaluación

Resuelve las siguientes ecuaciones con números racionales.

- a) $\frac{16}{11}x - \frac{5}{13} = 10$
- b) $\frac{15}{3}x + \frac{6}{12} = 15$
- c) $\frac{20}{9}x - \frac{10}{5} = 6$
- d) $\frac{13}{12}x + \frac{16}{17} = 14$

Sesión 9

Tema: Casos sencillos de resolución de ecuaciones lineales con el modelo de la balanza.

Objetivo: Aplicar el modelo de la balanza en la resolución de ecuaciones lineales con dos miembros

Material:

- Balanza hecha de material resistente
- 6 tiras de papel bond con una ecuación diferente cada una
- 25 papelitos de 6 colores diferentes cortados en cuadritos de 3 por 3 cm.
- Una caja tamaño mediano.
- Hojas de ejercicio para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1.- Enseñanza:

Con la finalidad de introducir el tema, el maestro pedirá a los alumnos que revisen debajo de su silla ya que en 6 de ellas está pegada una ecuación que resolverán en el pizarrón. Las ecuaciones son de cada una de las formulas, antes vistas (un alumno por ecuación), al concluir el profesor revisará el procedimiento y el resultado con ayuda del grupo. Si se presentan dudas por parte de los alumnos, el profesor explicará nuevamente lo que sea necesario, por el contrario, si no existe ningún problema continuará la clase de la siguiente manera:

En el pizarrón pegará una balanza hecha de material resistente y preguntará a los alumnos dos cosas:

1. ¿cómo se llama?
2. ¿cómo funciona?

Después de escuchar 2 o más respuestas de los alumnos, el profesor explicará que se llama balanza y que sirve para pesar cosas o saber que objeto tiene mayor peso, además de hacerles saber a los alumnos que lo interesante de ella es poder poner o quitar diferentes objetos en ambos platillos y no perder el equilibrio.

El profesor tomará lo anterior para enganchar a los alumnos al procedimiento de resolución de ecuaciones con el modelo de la balanza, el procedimiento lo explicará paso a paso con la ecuación. $50x + 3 = 10x + 2$

Lo primero que deben saber los alumnos es que es una sola ecuación compuesta por dos partes; la primera parte es la que está antes del signo igual y la segunda es la que sigue después del signo, para resolverla por medio de la balanza se debe colocar cualquier número y realizar una suma, resta o multiplicación, el profesor aclarará que lo que se coloque en un lado de la ecuación deberá colocarse y realizarse en el otro lado, ejemplo: $3(50x + 3) = 10x + 2$

El profesor colocará el número 3 en ambos lados de la ecuación y la operación que realizará será una multiplicación, ya que eso indican los paréntesis, el número 3 multiplicará a todo lo que se encuentra dentro del paréntesis, por lo que queda:

$$150x + 9 = 30x + 6$$

Lo sorprendente es que podemos seguir resolviendo la ecuación así como está o podemos seguir jugando con los números y las operaciones.

Al resultado anterior, el profesor le sumará un uno:

$$150x + 9 + 1 = 30 + 6 + 1$$

Continuará explicando que se hace la suma de los números enteros, es decir de los números que no tiene incógnita (x)

$$150x + 10 = 30x + 7$$

Nuevamente se puede resolver la ecuación a si como resultó o se puede seguir agrandando números y operaciones.

Se agregará el número 5 pero la operación que se realizará será una resta.

$$150x + 10 - 5 = 30x + 7 - 5$$

Se realiza la operación de los números enteros

$$150x + 5 = 30x + 2$$

El profesor dejará de jugar con los números y continuará con el procedimiento. Aclarará a los alumnos que una vez que ya no se desee seguir jugando con los números, se proseguirá con la resolución total de la ecuación. Por lo que el siguiente paso será despejar +5, ya que se tiene una ecuación de la forma $ax + b = c$, por lo que quedará: $150x = 30x + 2 - 5$

Explicará el profesor que la operación que se resuelve es la de la segunda parte de la misma. Obteniendo:

$$150x = 30x - 3$$

A continuación las incógnitas se pasan a la izquierda y los enteros a la derecha (despeje de incógnita)

$$150x - 30x = -3$$

Se hace la operación: $120x = -3$

Como resultado se obtuvo una ecuación en la forma, $ax = b$ por lo que nuevamente se deberá despejar 120.

$$x = \frac{-3}{120}$$

El profesor aclara que si la fracción resultante puede ser simplificada se simplificará y si no se puede entonces ese será el valor de x y ahí termina la ecuación. Sin embargo como puede observarse

$$x = \frac{-3}{120}$$

Sí puede ser simplificada por lo que el resultado final es:

$$x = -\frac{1}{40} \quad x \text{ vale } \frac{1}{40}$$

Después de haber terminado lo anterior el profesor explicará nuevamente el procedimiento con la ecuación $20x - 2 = 70z - 5$

2.- Práctica Guiada

Al finalizar el grupo con ayuda del profesor resolverán 3 ecuaciones más.

Finalmente se retomará la ecuación $50x + 3 = 10x + 2$ para explicar la comprobación. El profesor deberá hacerlo de la siguiente manera:

La ecuación es $50x + 3 = 10x + 2$

Primero se debe despejar (sin afectar el orden de la segunda parte de la ecuación)

+3 para obtener: $50x = 10x + 2 - 3$

después se realiza la operación de los números enteros:

resultando $50x = 10x - 1$

Enseguida se ordenan las incógnitas del lado izquierdo. $50x - 10x = -1$

Se resuelve la operación y se obtiene como resultado: $40x = -1$

Se despeja $40x$ debido a que se obtuvo una ecuación de la forma $ax = b$, teniendo

como resultado final: $x = -\frac{1}{40}$

Terminada la comprobación, puede observarse que es el mismo resultado obtenido en la ecuación $50x + 3 = 10x + 2$ que se resolvió con el método de la balanza, lo que nos indica que nuestra ecuación está bien.

Al finalizar, el profesor explicará nuevamente el procedimiento de la comprobación con la ecuación $20x - 2 = 70x - 5$

Por último, profesor y alumnos resolverán las comprobaciones de las tres ecuaciones restantes.

3.- Estudio en quipo y monitoreo

Con la intención de que los alumnos practiquen la resolución de ecuaciones por medio del modelo de la balanza trabajaran en equipos, los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas. Para formar los equipos, se colocaran dentro de una cajita seis colores diferentes de papel, cada alumno tomara un papel, posteriormente se les pedirá que se reúnan de acuerdo al color que les haya tocado. A cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. B) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y

todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo.

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el profesor monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El profesor no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos.

Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la aplicación correcta del modelo de la balanza en la resolución de ecuaciones.

4.- Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará las habilidades de aplicación en la resolución de ecuaciones lineales trabajadas con anterioridad. Estas pruebas le servirán al profesor para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

Resuelve las siguientes ecuaciones, utilizando el modelo de la balanza.

a) $30x + 5 = 40x + 4$

Multiplica 6

Suma 3

Resta 4

b) $13x - 4 = 15x - 3$

Multiplica 7

Resta 2

Suma 8

Evaluación

1. Resuelve la ecuación con su comprobación

$20x + 3 = 10x = 2$

Multiplica 5

Suma 4

Resta 6

Sesión 10

Tema: Casos sencillos de resolución de paréntesis

Objetivo: Eliminar los paréntesis de una ecuación utilizando el modelo de la balanza.

Material:

- Marcadores de colores
- Globos
- Hilo cañamo
- Hojas de ejercicio para trabajar en equipo
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1.- Enseñanza:

Para iniciar la clase se pedirá a los alumnos que mencionen las diferentes formas en que se indica que se debe multiplicar en una ecuación.

Enseguida deberán pasar dos alumnos de manera voluntaria al pizarrón a resolver cada uno, una ecuación utilizando el modelo de la balanza con suma y/o resta.

Al finalizar, el profesor junto con el resto del grupo revisara el procedimiento y resultado de cada ecuación.

Si no existe ninguna duda, el profesor comenzará a enseñar el procedimiento de las ecuaciones con paréntesis y las transformaciones que sufre la misma al resolverse por medio del modelo de la balanza, comenzará con la ecuación $(2x + 6) = (20x - 30)$ El profesor mencionaría a los alumnos que lo primero que se debe hacer es colocar el número que se desee en ambas ecuaciones. El profesor anotará $\frac{1}{2}$ por lo que la ecuación queda:

$$\frac{1}{2}(2x + 6) = (20x - 30)\frac{1}{2}$$

Lo que sigue es multiplicar $\frac{1}{2}$ con $2x$. Es importante que el profesor recuerde a los alumnos que cuando se trabajan con fracciones se multiplica el nominador con el número entero y el denominador de la fracción se recorre.

Es por esto que el resultado de la ecuación es el siguiente:

$$\frac{2}{2}x + \frac{6}{2} = \frac{20}{2}x - \frac{30}{2}$$

Lo que hizo fue multiplicar en el primer término lo siguiente:

$$1 \text{ por } 2x = 2x$$

$$\text{se recorre } 2 = 2$$

$$1 \text{ por } 6 = 6$$

$$2 = 2$$

En el segundo término los números que se multiplican son: $20 \text{ por } 1 = 20x$

$$2 = 2$$

$$\begin{aligned} 30 \text{ por } 1 &= 30 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

Quedando por resultado $x + 3 = 10x - 15$

Ahora agrupamos las incógnitas con las incógnitas y los números enteros con los números enteros.

$$x - 10x = -3 - 15$$

Se realizan las operaciones de cada ecuación: $-9x = -18$

El resultado es una ecuación de la forma $ax = b$, por lo que debemos despejar al 9 y como está multiplicando pasa dividiendo, entonces tenemos que:

$$x = -\frac{18}{9}$$

Realizamos la división y encontramos que el valor de x es: $x = 2$

El profesor realizara el mismo procedimiento con 3 ecuaciones más, posteriormente el profesor enseñara a los alumnos la comprobación de las ecuaciones con paréntesis; para comenzar la explicación se retomará la ecuación $2x + 6 = 20x - 30$

El profesor iniciara:

Lo primero que se debe hacer es acomodar las incógnitas y los números enteros con los números enteros: $2x - 20x = -6 - 30$

Lo segundo es resolver las operaciones de cada ecuación: $-18x = -36$

Nuevamente se tiene una ecuación de la forma: $ax = b$, por lo tanto despejamos a -18 que está multiplicando y queda $x = \frac{-36}{-18}$

Por último se realiza la división $x = 2$

Y verificamos, que el procedimiento de la ecuación es correcto ya que coincide con el de la comprobación, al finalizar los alumnos y el profesor realizaran las comprobaciones de las 3 ecuaciones anteriores.

2. Traspolación al trabajo en quipo

Con la intención de que los alumnos practiquen la eliminación de paréntesis en una ecuación utilizando el modelo de la balanza trabajaran en equipos. Cada equipo lo integraran 4 personas que a su vez se dividirá en parejas, para formar los equipos, cada alumno tendrá un trío de globos que deberán inflar y amarrarse al tobillo

derecho, al escuchar la indicación ellos reventarán los globos de sus compañeros con el pie derecho, uno de estos globos tendrá un color, en total habrá 6 colores diferentes, una vez que todos tengan un color se les pedirá que se reúnan de acuerdo al color que les haya tocado, a cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. B) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo.

3. Estudio en equipo y monitoreo

Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el maestro monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El profesor no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos, es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la eliminación correcta de paréntesis en una ecuación utilizando el modelo de la balanza.

4. Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará las habilidades de aplicación en la resolución de ecuaciones lineales trabajadas con anterioridad. Estas pruebas le servirán al profesor para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

Sesión: 11

Tema: Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por medio de la sustitución.

Objetivo: Realizar las transformaciones necesarias con las ecuaciones lineales para encontrar el valor de dos incógnitas por medio de la sustitución.

Material:

- Tiras de papel bond con un paso del procedimiento de resolución y comprobación de una ecuación
- Marcadores de colores
- 25 papelitos de 6 nombres de animales diferentes cortados en cuadritos de 3 por 3 cm.
- Cajita de tamaño mediano
- Hojas de ejercicios para trabajar en equipos
- Tablero de puntuaciones
- Evaluaciones

1. Enseñanza:

Se iniciará la clase, pegando en el pizarrón la ecuación $2(19x + 4) = (32x + 5)2$, el profesor pedirá a 4 alumnos pasar al frente, les dará 15 tiras de papel bond y explicará que la ecuación ya está resuelta, solo que entre los 4 deberán ordenar el procedimiento y llegar al resultado. Cada tira tiene un del procedimiento, sin embargo hay tiras que no pertenecen a la ecuación.

Al finalizar el profesor pedirá a 3 alumnos pasar hacer exactamente lo mismo pero ahora con la comprobación de la ecuación, antes de que los alumnos comiencen con la comprobación deberán revisar que la ecuación esté bien resuelta, cuando hayan terminado el profesor junto con el resto del grupo revisaran tanto la ecuación como su comprobación.

El maestro repetirá nuevamente la dinámica con el ejercicio $50x + 3 = 10x + 2$ y con alumnos diferentes, y si se presentan dudas el maestro deberá hacer una pausa antes de iniciar con el tema para resolver las dudas y/o confusiones.

Terminando la parte anterior dirá a los alumnos que el tema es sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. Explicará que hasta el tema de modelo de la balanza se había estado trabajando con una incógnita, con x

Sin embargo trabajar con dos incógnitas no es sinónimo de dificultad, si no por el contrario es fácil, aprender a resolver un sistema de ecuaciones les será de mucha utilidad cuando tengan materias como cálculo diferencial por mencionar una.

El proceso de enseñanza – aprendizaje iniciara con el siguiente ejercicio:

$$(2x + 2y = 5)$$

$$(3x + y = 6)$$

Como se puede apreciar por primera vez nos encontramos con la “ y ”

El profesor señalará que lo primero que se debe hacer es elegir a la incógnita que se va a eliminar. En esta ocasión se eliminará a “y” por lo que las literales que están al lado de “y” se invertirán de lugar, estas literales pasarán multiplicando a todo lo demás que está dentro del paréntesis, entonces nos queda:

$$(2x + 2y = 5) \cdot 1$$

$$(3x + y = 6) \cdot (-2)$$

Las multiplicaciones se realizarán de la siguiente manera:

$$2x \text{ por } 1 = 2x$$

$$3x \text{ por } -2 = -6x$$

$$2y \text{ por } 1 = 2y$$

$$1y \text{ por } -2 = -2y$$

$$5 \text{ por } 1 = 5$$

$$6 \text{ por } -2 = -12$$

Las ecuaciones acomodadas se ven así:

$$2x + 2y = 5$$

$$-6x - 2y = -12$$

Ya teniendo las ecuaciones ordenadas, se sumará la ecuación de arriba con la de debajo de la siguiente manera: $2x$ más $-6x = -4x$, $2y$ más $-2y = 0$ (por lo que queda eliminada y), 5 más $-12 = -7$

$$\begin{array}{r} \diagdown \\ 4x \end{array} = -7$$

$$2x + 2y = 5$$

$$-6x - 2y = -12$$

Entonces el resultado de esa suma es una ecuación de la forma $ax = b$, donde -4 debe ser despejado y pasar dividiendo.

$$-4x = -7$$

$$x = \frac{7}{4}$$

Entonces el valor de x es $\frac{7}{4}$

Enseguida el profesor repetirá el procedimiento con otros ejercicios.

Una vez que el profesor haya terminado con lo anterior explicará la segunda parte de la resolución del sistema de ecuaciones, la cual consiste en sustituir el valor de x o y en una de las dos ecuaciones según sea el caso, en el caso de la primera ecuación se encontró el valor de x , por lo que el profesor explicará el procedimiento de la sustitución de la siguiente manera con el primer ejercicio:

Tenemos dos ecuaciones

$$2x + 2y = 5$$

$$3x + y = 6$$

El profesor propondrá sustituir a “x” en la ecuación 1

La ecuación 1 es $2x + 2y = 5$

Sí se sabe que el valor de x es $\frac{7}{4}$ entonces al sustituir queda: $2\left(\frac{7}{4}\right) + 2y = 5$

Realizamos la multiplicación: 2 por 7 = 14; y se recorre el 4 ó 1 por 4=4

Entonces tenemos $\frac{14}{4} + 2y = 5$

Dado que se tiene una ecuación de la forma $ax + b = c$ se despeja a $\frac{14}{4}$ por lo que se obtiene $2y = 5 - \frac{14}{4}$

Se realiza la resta del lado donde no hay incógnita para obtener: $2y = \frac{6}{4}$

En esta ocasión el resultado es una ecuación de la forma $ax = b$, siendo así deberá ser despejado el 2, pero como se tiene una fracción arriba, el 2 deberá convertirse en una fracción por lo que se le agregara el 1 y lo siguiente será aplicar la ley del sándwich para saber el valor de y

$$\frac{\frac{6}{4}}{2}$$
$$\frac{2}{1}$$

En esta ley se multiplica de la siguiente manera: medios con medio, extremos por extremos.

$$6 \text{ por } 1 = 6$$
$$4 \text{ por } 2 = 8$$

Para saber si el resultado es correcto el profesor realizará la comprobación. Explicará que en la ecuación 1 se sustituirán las incógnitas por los valores ya sabidos, es decir:

$$2x + 2y = 5$$
$$2\left(\frac{7}{4}\right) + 2\left(\frac{6}{8}\right) = 5$$

Se resuelven las multiplicaciones de fracciones para obtener.

$$\frac{14}{4} + \frac{12}{8} = 5$$

En este caso las dos fracciones obtenidas se pueden simplificar, la simplificación se realizará para tener fracciones más pequeñas y un resultado exacto.

La ecuación simplificando las fracciones queda así:

$$\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = 5$$

Se realizará la suma de las fracciones:

$$\frac{10}{2} = 5$$

Para finalizar se dividirá 10 entre 2 igual a 5. Podemos observar que 5 es igual 5.

El profesor enseñará con los ejercicios anteriores su procedimiento por sustitución así como las respectivas comprobaciones.

Si es necesario el maestro resolverá más ejercicios con ayuda de los alumnos para reafirmar el procedimiento.

3.- Estudio en equipo y monitoreo

Con la intención de que los alumnos practiquen la resolución del sistema de ecuaciones con dos incógnitas por medio de la sustitución trabajaran en equipos, los equipos serán de 4 personas que a su vez se dividirá en parejas, se formaran los equipos colocando dentro de una cajita papelitos con seis nombres de animales, cada alumno pasara a tomar un papel, una vez que todos tengan un nombre de animal se les pedirá a los alumnos que localicen a sus tres compañeros haciendo el sonido que hace el animalito que les haya tocado, a cada integrante se le dará una hoja con ejercicios parecidos a los anteriores.

Las consignas son: a) cada integrante del equipo resolverá individualmente los ejercicios uno por uno. b) Si tiene alguna duda preguntará a su pareja y juntos resolverán la duda. No podrán pasar al siguiente ejercicio hasta que no resuelvan el anterior. Si uno de los dos no está de acuerdo le preguntarán a la otra pareja y todos discutirán el problema hasta estar seguros de haberlo comprendido c) Si no se presenta ninguna duda entonces seguirán resolviendo su hoja de ejercicios individualmente, al terminar compararán sus resultados los cuatro integrantes del equipo. Mientras los alumnos realizan las actividades en equipo, el profesor monitoreará detenidamente equipo por equipo para asegurarse de que estén trabajando con fluidez. El profesor no intervendrá ya que los alumnos necesitarán de tiempo y libertad para pasar por posibles problemas en sus equipos. Es necesario que los alumnos trabajen en conjunto para alcanzar la meta la cual es la resolución correcta del sistema de ecuaciones por medio de la sustitución

4.-Práctica Independiente

Al terminar la hoja de ejercicios por equipo, los alumnos resolverán de forma individual (sin ayuda) una prueba que evaluará las habilidades de resolución del sistema de ecuaciones lineales trabajadas con anterioridad. Estas pruebas le servirán al profesor para identificar el grado de comprensión del tema en los alumnos.

ANEXO 5

EVALUACIÓN INICIAL DEL GRUPO CONTROL

SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
1.	3	3	0	3	3	3	3	0	0	3	0	0	21
2.	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	4
3.	3	0	0	0	3	0	3	0	0	3	0	0	12
4.	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	9
5.	3	0	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0	9
6.	0	0	0	3	0	3	3	0	0	0	0	0	9
7.	3	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	9
8.	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	6
9.	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	12
10.	3	0	0	0	0	3	1	0	0	3	0	0	10
11.	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3
12.	0	0	3	3	0	0	0	3	3	0	0	0	12
13.	3	0	3	0	3	3	1	0	0	0	0	0	13
14.	0	0	0	0	3	3	1	0	0	3	0	0	10
15.	0	0	0	3	3	3	3	0	0	0	0	0	12
16.	3	3	3	0	0	3	3	0	0	3	0	0	18
17.	0	3	3	0	0	3	1	0	0	3	0	0	13
18.	0	3	0	0	0	3	3	0	0	3	0	0	12
19.	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
20.	0	3	3	0	3	3	1	0	0	0	0	0	13
21.	3	0	3	3	3	3	0	0	0	3	0	0	18
22.	3	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	9
23.	3	3	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	12
24.	3	3	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	12
25.	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	6
TOTALES	45	30	27	18	24	42	36	3	3	39	0	0	267

EVALUACIÓN FINAL DEL GRUPO CONTROL

SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
1.	3	3	3	3	3	3	3	0	0	3	0	0	24
2.	3	3	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	10
3.	3	0	0	0	3	0	3	0	0	3	0	0	12
4.	0	3	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0	9
5.	3	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	9
6.	3	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	9
7.	0	3	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	9
8.	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	6
9.	3	3	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	12
10.	0	3	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	9
11.	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
12.	3	0	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	12
13.	3	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	12
14.	3	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	9
15.	3	3	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	9
16.	3	3	0	3	0	3	1	0	0	0	0	0	13
17.	3	0	3	0	0	3	0	0	0	3	0	0	12
18.	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	9
19.	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
20.	3	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	12
21.	3	3	0	0	3	3	0	0	0	3	0	0	15
22.	3	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	9
23.	3	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	9
24.	3	0	0	3	0	3	0	0	0	3	0	0	12
25.	3	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	6
TOTALES	60	30	18	24	15	51	23	3	3	27	0	0	254

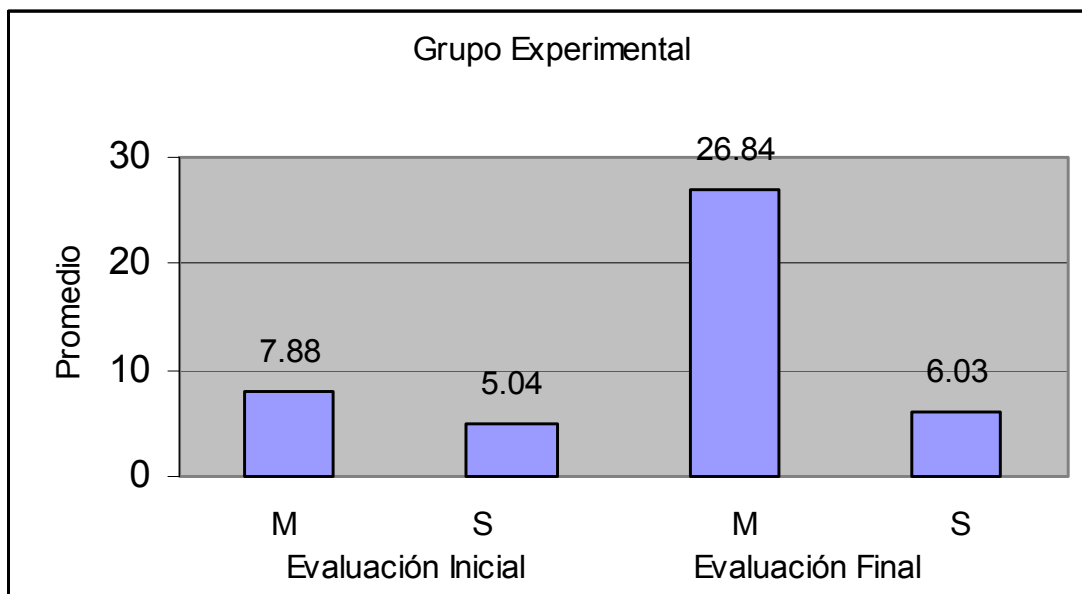
EVALUACIÓN INICIAL DEL GRUPO EXPERIMENTAL

SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
1	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	21
2	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	6
3	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	6
4	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	6
5	3	3	3	0	3	3	0	0	0	0	0	0	15
6	3	3	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	12
7	0	0	0	0	3	3	1	0	0	3	0	0	10
8	3	0	0	3	0	0	1	0	0	0	0	0	7
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3
10	0	0	0	0	3	3	0	0	0	3	0	0	9
11	0	0	3	0	3	3	1	0	0	3	0	0	13
12	3	3	3	0	3	0	1	0	0	3	0	0	16
13	0	3	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	9
14	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	6
17	3	0	3	0	3	3	0	0	0	3	0	0	15
18	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	6
19	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	3
20	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	6
21	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
22	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	3
23	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	6
24	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	6
25	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	6
TOTALES	24	18	24	18	39	39	13	0	0	18	0	0	196

EVALUACIÓN FINAL DEL GRUPO EXPERIMENTAL

SUJETOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
1	3	3	3	3	3	3	3	6	6	3	3	3	42
2	3		3	3	0	3	1	4	3	3	2	2	27
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	0	0	28
4	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	1	0	29
5	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	1	1	34
6	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	2	2	32
7	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	1	0	33
8	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	1	0	29
9	3	3	3	0	0	3	3	2	0	3	0	0	20
10	3	3	3	3	3	3	3	4	2	3	1	0	31
11	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	2	0	34
12	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	0	0	32
13	3	3	3	3	3	3	2	2	2	3	1	1	29
14	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	18
15	3	3	3	3	3	3	1	2	2	3	1	0	27
16	3	3	3	3	3	3	3	1	1	3	0	0	26
17	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	0	0	28
18	3	3	3	3	3	3	3	0	0	3	0	0	24
19	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	21
20	3	3	3	3	3	3	1	2	2	3	0	0	26
21	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	18
22	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	19
23	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	21
24	3	3	3	3	3	3	3	2	0	3	0	0	26
25	3	3	3	3	3	3	0	0	0	3	0	0	21
TOTALES	75	72	75	72	69	75	57	51	44	60	16	9	675

GRAFICA DEL GRUPO EXPERIMENTAL



GRAFICA DEL GRUPO CONTROL

