SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

CONOCIMIENTOS Y CREENCIAS DE MAESTROS DE PRIMARIA SOBRE EL VOLUMEN Y SU ENSEÑANZA

TESIS

Para obtener el grado de Maestra en Desarrollo educativo en la línea de Especialización en Educación Matemática

Presenta

María de Lourdes Rosales Lara

Directora de tesis

Doctora Mariana Sáiz Roldán

Noviembre 2008

INDICE

Anexos

RESUMEN

El presente estudio consiste en el análisis de los conocimientos y creencias de maestros de primaria sobre el volumen y su enseñanza, en la que nos planteamos como objetivo determinar qué tanto sabe y conocen los profesores sobre este concepto, así como identificar de qué manera influyen sus concepciones o creencias al resolver diversos ejercicios.

Incluimos un esbozo de la literatura que da cuenta de los estudios de medición y volumen, así mismo hacemos una revisión de algunos textos relacionados a las concepciones matemáticas y del volumen. Reportamos el análisis de un instrumento piloto y del estudio definitivo, el cual consta de cuatro cuestionarios el primero es un perfil docente, el segundo aborda aspectos de matemáticas en general, el tercero hace referencia a conceptos de volumen y el último consiste en la realización de diversos ejercicios relacionados al concepto de volumen. Además, elegimos cinco problemas relacionados con el volumen con el objetivo de conocer los procesos de solución que aplican los docentes.

En la solución de los cuatro cuestionarios participaron once profesores del Distrito Federal de 5º y 6º grado de primaria y para la resolución de los cinco problemas participaron seis de los once docentes.

Los resultados obtenidos, el tipo de problemas elegidos y las situaciones de formulación son un recurso para centrar nuestro trabajo.

PALABRAS CLAVE: concepciones, conocimientos, creencias, volumen, capacidad.

INTRODUCCIÓN

En el presente documento abordamos un tema que consideramos importante, pues como docente en servicio, nos enfrentamos al trabajo en el aula y deseamos saber y conocer más aspectos que sean útiles para nosotros.

Este estudio lo ubicamos desde dos perspectivas: la primera centrada en el aprendizaje y enseñanza de la geometría. Abordamos aspectos pedagógicos para identificar los contenidos matemáticos de medición y del concepto de volumen en el currículum oficial de la SEP.

La segunda perspectiva es la de las concepciones de los maestros sobre los contenidos matemáticos, enfocándonos en el volumen y en los significados que los docentes asignan a esos contenidos. También indagamos los procesos de resolución de problemas sobre volumen que aplican los profesores con el fin de explorar los conocimientos y creencias de los maestros sobre este concepto.

Para abordar esta perspectiva nos basamos en estudios de corte psicológico interesados en conocer los errores comunes y dificultades que acarrean los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos de volumen, mismos que han sido reportadas por investigadores y expertos en el área de diferentes países, y que se han llevado a cabo principalmente con niños y algunos con maestros.

Justificación

La idea de elaborar el presente trabajo sobre "Conocimientos y creencias de maestros de primaria sobre el volumen y su enseñanza" surge de nuestras experiencias vividas a lo largo de nuestros años de servicios.

Muchos investigadores han señalado la influencia de las concepciones de los maestros en lo que enseñan y cómo lo enseñan. Esto da lugar, en ocasiones, a que los maestros transmitan ideas erróneas, prejuicios, contenidos que no están en los programas, etc. Es por ello que la presente investigación tiene como propósito fundamental describir lo que opinan y saben los maestros sobre el volumen, que es un contenido del Plan y Programa de Estudios para la Educación Primaria en la actualidad. Conocer las ideas, conocimientos y gustos de los maestros sobre los diferentes contenidos matemáticos nos permite diseñar programas de formación y actualización de docentes.

Consideramos que esta investigación puede contribuir al cúmulo de estudios sobre concepciones de los maestros por un lado y por otro al conjunto de investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de la medición porque a través de ella identificaremos algunas de las dificultades que los maestros enfrentan para enseñar el concepto de volumen. En cuanto a sus concepciones analizaremos sus conocimientos, creencias, errores y dificultades en cuanto al concepto de volumen.

Justifica pues nuestro trabajo, el deseo de conocer lo nuevo y estar en posibilidad de hacer proposiciones modestas en torno a un concepto que de antemano consideramos valioso.

Planteamiento del problema

Uno de los temas muy poco estudiados en la escuela primaria es el "volumen". Muchos maestros dan prioridad a temas como son: operaciones aritméticas, lectura y escritura de cantidades, obtención del área y el perímetro a través del uso de fórmulas, entre otros, porque creen que son más importantes y marginan al volumen. Esta preocupación nos llevó a diseñar un proyecto de investigación en torno a este concepto.

Nuestro proyecto plantea conocer las concepciones de los maestros sobre el volumen, para ello hicimos una revisión bibliográfica sobre investigaciones relacionadas con concepciones de los maestros, procesos de enseñanza y aprendizaje de la medición en general y del volumen en particular. De estas lecturas obtuvimos elementos para diseñar nuestro proyecto de investigación y los detalles de elaboración, aplicación y análisis del mismo son lo que se reseña en esta tesis.

Preguntas de investigación

Para guiar nuestra investigación, nos hemos planteado las siguientes preguntas:

- ¿Qué saben los maestros sobre el concepto de volumen?
- ¿Qué conocen los maestros sobre la propuesta oficial para la enseñanza de este tema?
- ¿Cómo enseñan o dicen enseñar los maestros este tema?

Objetivos da la investigación

Nuestro trabajo tiene como finalidad dar a conocer los "conocimientos y creencias de maestros de primaria sobre el volumen y su enseñanza", para lograr la mayor eficacia en el desarrollo de nuestro trabajo, nos hemos planteado algunos objetivos que sirvan de base para la estructura del mismo, en los cuales están implícitas nuestras inquietudes.

De acuerdo con lo anterior nuestro trabajo pretende alcanzar los siguientes objetivos:

- Determinar qué tanto saben los profesores acerca del volumen.
- Identificar las concepciones de los profesores acerca de la enseñanza del volumen.

Método de Investigación Cualitativo

Nuestra investigación es de corte cualitativo. La investigación cualitativa tiene diversas interpretaciones, algunas de ellas han sido reportadas por Rodríguez, Gil y García (2002) quienes dan una serie de características y significados que describimos a continuación.

Una primera definición, aportada por Denzin y Lincoln (citado por Rodríguez, Gil y García, 2002) destaca que es multimetódica en el enfoque, implica un enfoque interpretativo, naturalista hacia su objeto de estudio. Esto significa que los investigadores cualitativos estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas involucradas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales-entrevistas, experiencias personales, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes y sonidos que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados de la vida de las personas.

Taylor y Bogdan (citado por Rodríguez, Gil y García, 2002) consideran la investigación cualitativa como aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable.

Para LeCompte (citado por Rodríguez, Gil y García, 2002), la investigación cualitativa podría entenderse como una categoría de diseños de investigación que extrae descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevista, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y vídeo cassettes, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas y artefactos.

Stake (citado por Rodríguez, Gil y García, 2002) sitúa las diferencias entre la investigación cualitativa y la cuantitativa en tres aspectos fundamentales: (1) la distinción entre la explicación y la comprensión como propósito del proceso de indagación, (2) la distinción entre el papel personal e impersonal que puede adoptar el investigador, y (3) la distinción entre conocimiento descubierto y conocimiento construido. La primera característica es que la investigación cualitativa no se asienta en el enfrentamiento entre datos cualitativos, sino que se sitúa en el terreno epistemológico; mientras que la investigación cuantitativa fundamentará su búsqueda en las causas, persiguiendo el control y la explicación. La segunda característica es el papel personal que adopta el investigador desde el comienzo de la investigación, interpretando los sucesos y acontecimientos desde los inicios de la investigación, frente a la posición mantenida desde los diseños cuantitativos en los que el investigador debe estar libre de valores e interpretar una vez que los datos se han recogido y analizado estadísticamente. La tercera característica argumenta que el investigador no descubre, sino que construye el conocimiento.

De acuerdo con las preguntas y objetivos de nuestra investigación la metodología más apropiada en este caso es la investigación cualitativa, por lo que recabamos los datos a través de cuatro cuestionarios, el primero es una ficha de datos que nos permite recuperar datos personales, su inserción laboral, así como los cursos de matemáticas que ha tomado en su trayectoria profesional; el segundo y tercer cuestionario nos proporcionan información sobre aspectos generales de las matemáticas y del volumen y el último cuestionario nos presenta situaciones hipotéticas del volumen propuestas por Sáiz (2002), Potari y Spiliotopoulou (1996) y Hart (1981), estos cuestionarios los aplicamos a once maestros, donde expresaron sus ideas sobre lo que era relevante en cuanto al contenido del volumen y la forma de abordarlo. En un segundo momento aplicamos a seis docentes cinco ejercicios que fueron resueltos oralmente, los cuales grabamos en audio, con el fin de conocer las formas en que los maestros resuelven dichos ejercicios.

Organización de la presentación del trabajo

Como podemos apreciar el título de este trabajo se refiere a “conocimientos y creencias de maestros de primaria sobre el volumen y su enseñanza” mismo que está estructurado en cuatro capítulos, que describimos a continuación:

En el Capítulo 1, “Literatura sobre el tema” reportamos algunos de los estudios que se han realizado sobre medición y volumen que constituyen antecedentes de nuestro trabajo. Hablamos también de algunos documentos oficiales que la SEP proporciona al profesor y cómo estos documentos se relacionan con nuestro proyecto de investigación. También abordamos aspectos relacionados con las concepciones del docente.

En el capítulo 2, “Marco Teórico” describimos con mayor amplitud los trabajos de autores que conforman las herramienta teóricas que nos permitirán analizar los datos y contrastar nuestros resultados para obtener algunas conclusiones que pueden ser una aportación a las líneas de investigación de conceptos de maestros y de procesos de enseñanza y aprendizaje del volumen.

En el Capítulo 3, “Metodología”: explicamos de manera general el proceso de investigación realizado y las etapas que abarcó el primer pilotaje, así como los aspectos relevantes en que se centró el análisis de cada etapa.

Finalmente, en el Capítulo 4, “Presentación y análisis de los datos de investigación”: realizamos una recopilación de los cuestionarios aplicados a 11 maestros de 5 escuelas primarias del Distrito Federal. El propósito de esta compilación fue tener una mejor perspectiva de lo que los maestros que están en servicio piensan acerca del concepto de volumen.

La tesis se completa con tres anexos: en el primero, presentamos los resultados de los cuatro cuestionarios: el primer cuestionario es una ficha de datos, el segundo contiene aspectos generales de matemáticas, el tercero abarca aspectos relacionados con el concepto de volumen y el último cuestionario incluye ejercicios de volumen. En el segundo anexo mostramos las respuestas de seis entrevistas grabadas en audio que se basaron en la resolución de cinco problemas, que resolvieron seis maestros. Y en el último anexo incluimos los cuestionarios iníciales (pilotaje).

El trabajo de investigación que presentamos conlleva una serie de resultados que para ser interpretados requieren de una literatura que nos permita entender dichos resultados. Esta literatura la exponemos en el capítulo 1.

CAPÍTULO 1

LITERATURA SOBRE EL TEMA

CAPÍTULO 1

LITERATURA SOBRE EL TEMA

En este capítulo presentamos una recopilación de la literatura que consideramos importante para nuestro trabajo, la cual se estructura en cuatro importantes aspectos que tienen relación directa con el propósito de nuestro trabajo que son: la medición, el volumen, el plan, programa y enfoque vigente y las concepciones de los maestros.

Como ya hemos dicho el volumen es un tema al que se le ha dado poca atención en las escuelas primarias y que implica un desarrollo de la imaginación espacial, la conservación de la cantidad y la materia, múltiples significados, relación con otras magnitudes, etc. y los docentes solo lo centramos en el uso de las fórmulas. Algunos autores han hecho investigaciones sobre estos temas (ver por ejemplo, Piaget, 1970, Vergnaud, 1983, Sáiz 2002). En una primera parte describimos algunos de los resultados principales de estos estudios.

En la segunda parte exponemos los resultados de un análisis aplicado al tratamiento didáctico dado al volumen en los Planes y Programas de estudio para las matemáticas vigentes (SEP, 1993), producto de la llamada modernización educativa. En el caso de las matemáticas destacamos que la recomendación es dedicarle 200 horas anuales, lo que equivale a una cuarta parte del tiempo de trabajo escolar a lo largo de los seis grados. Es también relevante la recomendación de relacionar el aprendizaje de otras asignaturas con el de las matemáticas y la importancia de trabajar hacia la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

El enfoque dado a la enseñanza de las matemáticas, tiene varias premisas, por ejemplo: partir de experiencias concretas; ir de lo concreto a lo abstracto; articular el aprendizaje por medio de la interacción con los compañeros y con el maestro.

Vale la pena señalar la importancia dada en los Planes y Programas de estudio oficiales a la medición en la escuela primaria, la cual, de ser parte de la geometría y un contexto en donde se ejercitan las operaciones básicas, pasa a ser uno de los seis ejes que articulan el programa de matemáticas.

Así mismo, hemos considerado conveniente citar algunas de las características del libro de texto gratuito de matemáticas de 1º a 6º grado de Educación Primaria, tales como número de lecciones, características de los textos y actividades que se presentan en ellos para el conocimiento de nuestro objeto de estudio.

Además, presentamos someramente algunos datos que se refieren a investigaciones acerca de las concepciones y creencias que los maestros. Como es sabido, estas concepciones y creencias influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Finalmente, presentamos reflexiones de diversos autores acerca del significado y uso de términos tales como conocimientos, creencias y concepciones y definimos los términos y significados que usaremos en esta tesis.

1.1. Procesos de aprendizaje de la medición

La enseñanza de la medición existe desde la antigüedad, ésta ha variado al igual que la concepción de medición misma. Figueras y Waldegg (1986) señalan que "la importancia de la medición no sólo radica en el aspecto motivacional; sino también en su carácter fundamental como prerrequisito indispensable para otras ramas de la matemática".

Estas autoras se refieren a que, por décadas, la medición fue considerada como un apartado de la geometría que permitía la ejercitación de las operaciones aritméticas; sin embargo la medición no se reduce sólo al empleo de fórmulas para cuantificar magnitudes de figuras regulares tales como longitudes y áreas, sino que da pie a la formación de ideas matemáticas fundamentales como son las fracciones y la proporcionalidad.

Para el caso de las fracciones se puede considerar que la exactitud de una medición requiere de dividir y subdividir la unidad de medida. Medir es, por tanto, una actividad que ofrece un contexto práctico y lleno de sentido para el estudio de las fracciones. En cuanto a la proporcionalidad es un tema que puede considerarse al estudiar el cambio en las magnitudes de figuras a escala.

La investigación de Figueras y Waldegg (1986) se llevó a cabo con una muestra de 57 estudiantes de secundaria mexicanos, para “detectar algunos problemas previamente a la aplicación de un diseño curricular”. Los resultados obtenidos concuerdan en general con los obtenidos, con similares instrumento original por el CSMS (siglas del nombre en inglés del programa “Conceptos en las matemáticas y física de secundaria”) desarrollado en la Universidad de Londres.

Para Figueras y Waldegg (1986), los aspectos esenciales de la medición son:

a) La longitud, el área y el volumen de los objetos no cambia cuando éstos se desplazan.
b) La medida se puede cuantificar por la repetición de una unidad pero el número resultante depende de la unidad usada.
c) Las fórmulas para figuras regulares son formas abreviadas de los métodos de conteo.

Estos aspectos se trabajan en la escuela primaria ya que aparecen en el currículum como se verá más adelante.

Por otra parte, Owens y Outhred (2006) describen dos programas para la medición, uno de ellos es el programa Mesure Up (MU) el cual consiste en describir y definir atributos físicos de objetos que pueden ser comparados y medidos en unidades que pueden ser contadas; esta investigación demostró que los estudiantes pueden usar símbolos algebraicos y diagramas abstractos y generalizados para resolver problemas. El segundo programa de medición estaba basado en actividades prácticas y mostró un mejoramiento de los estudiantes en los conceptos de medición. Con estos dos programas se logró la organización espacial de la longitud, el área y el volumen, en una, dos o tres dimensiones respectivamente; habilidad fundamental para la comprensión de la medición de las cantidades.

1.1.1. Procesos de aprendizaje del volumen

En esta sección describimos resultados de investigación relacionados con problemas de aprendizaje del volumen en niños de primaria y secundaria. Parte de estos resultados han sido presentados por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), quienes denominan a estos estudios como de tipo psicológico y cognitivo. La lista de autores presentada por estos autores ha sido extendida con resultados de investigaciones más recientes.

Piaget y sus colaboradores (1970) realizaron diversas experiencias sobre conservación de líquidos y concluyeron que a partir de los seis años y medio a los ocho años el niño reconoce que la cantidad de líquido permanece constante aunque se viertan en recipientes con distintas formas y por tanto es en esta edad donde el niño es capaz de adquirir el concepto de capacidad. Además, estos autores realizaron diversas actividades relacionadas con la conservación del volumen interno a través de la utilización de unidades que conforman un sólido. Estas actividades consistían en la formación de diversos cuerpos geométricos utilizando la misma cantidad de cubitos. También investigan sobre la conservación del espacio ocupado, que es la cantidad de unidades que conforman un sólido, para lo cual colocaron una construcción de cubos en el fondo de un recipiente de agua y se cuestionaba sobre si se modificaría el nivel del agua al modificar la forma de la construcción.

Lunzer (citado por Del Olmo, Moreno y Gil, 1993) realizó una experiencia con niños de seis a catorce años y no encontró que alguno pasase por una época en que entendiera el volumen como “lo que está rodeado por caras limitadoras” como afirman Piaget y sus colaboradores. Para él la conservación del volumen surge entre los seis y ocho años y puede reconocerse espontáneamente en ciertas etapas del desarrollo, pero como la escuela no propicia estas actividades, esta conservación se alcanza más tarde. Para este autor es dudoso que la multiplicación de las tres dimensiones lineales aparezca espontáneamente en el niño como un método para determinar el volumen de un sólido y sugiere que cuando un niño conoce este proceso ello se debe a la influencia de la escuela.

Lovell y Ogilvie (citado por Del Olmo, Moreno y Gil, 1993) estudian las tres nociones que identificó Piaget: volumen interno, volumen como espacio ocupado, volumen complementario o espacio desalojado. Encontraron que para los niños el volumen desalojado depende del peso del objeto sumergido, del tamaño del recipiente y de otros factores que en realidad no influyen en el volumen.

Otra investigación es la de Carpenter (citado por Del Olmo, Moreno y Gil, 1993) quien realizó trece tareas sobre la conservación del volumen, las actividades eran más o menos similares entre sí y consistían en presentar dos vasos del mismo tamaño y forma, el contenido de estos recipientes era vertido en dos recipientes uno más largo y estrecho que el otro. Llegando a la conclusión de que el término de volumen se adquiere gradualmente durante los tres o cuatro primeros años de escuela.

Para Vergnaud (1983) los niños llegan a conceptuar y a definir el volumen a los 14 o 15 años; los niños más pequeños hablan de volumen refiriéndose a alguna sustancia o materia. También señala la confusión del volumen con el peso o la masa. Su investigación lo lleva a concluir que algunos niños definen al volumen como espacio ocupado, mientras otros lo confunden con superficie, otros más con el conteo.

Freudenthal (1983) indica que la “conservación del volumen” ha sido más estudiada por los psicólogos que por los matemáticos, para este autor las transformaciones de romper y rehacer y vaciar líquidos son particularmente apropiadas para observar los fenómenos de conservación de volumen, al menos cualitativamente. Precisamente, para Freudenthal la importancia de acercarse a los objetos matemáticos por medio de un tratamiento didáctico cualitativo, es decir, que deje de lado los aspectos numéricos y cuantificables y de preferencia al análisis puramente cualitativo. En el caso de la medición, en general y del volumen en particular, esta recomendación resulta más pertinente dado que los contextos en los que usa la medición son parte del entorno y la vida cotidiana.

Hart (1981) realizó una investigación sobre la secuencia de enseñanza longitud, área, volumen. Para conocer si el aprendizaje del área es posterior al de la longitud y el del volumen posterior al del área, concluyendo “la progresión de longitud, después área, después volumen que aparece en muchos textos no es tan fluida como podríamos pensar. Sólo porque un niño aparentemente sea capaz de lidiar con uno de estos temas no significa que debamos esperar que domine los otros que podríamos considerar como requisitos lógicos (Hart 1981, pág. 27)

Respecto al concepto de volumen, Figueras y Waldegg (1986), como se ha dicho, encontraron resultados similares a los del CSMS en cuanto a la secuencia, no así en relación al rango de dificultad, ya que reactivos relacionados con la conservación del volumen resultaron con porcentajes de error más altos en México. Con relación al cálculo de áreas y volúmenes reportan que:

a) La mayoría de los niños prefiere calcular áreas y volúmenes contando directamente el número de unidades, aunque en algunos casos esto resulte más laborioso que el uso de fórmulas.
b) La mayoría de los niños tiene una gran dificultad para imaginar las unidades de volumen que quedan ocultas en un dibujo de un cuerpo que se les presenta.
c) La imaginación espacial es una habilidad muy poco desarrollada en los estudiantes observados, muchos autores aseguran que esto es un problema de instrucción y que, mediante métodos adecuados se puede desarrollar convenientemente.

Más recientemente se tiene la investigación de Potari y Spiliotopoulou (1996), estos investigadores realizaron un estudio con estudiantes de quinto grado de primaria en Grecia y encontraron que los niños relacionan el concepto de volumen con la forma, la materia, la masa y el peso, y piensan que el volumen depende de características propias del objeto, tales como, que sean sólidos, huecos, abiertos o cerrados. Así, los niños consideran que el volumen de un vaso de cristal es la cantidad de cristal que lo forma, pero, al mostrar el mismo vaso lleno con agua algunos niños opinan que el volumen es la cantidad de agua que le cabe al vaso.

Un problema recurrente relacionado con el volumen, señalado por Vergnaud (1983) y otros es el del efecto de alargar o acortar las magnitudes de figuras y sólidos en su área y volumen. Varios estudios han demostrado –en el contexto de alargar y reducir figuras planas y sólidas– que el uso impropio del razonamiento proporcional por parte de los estudiantes está muy difundido y resulta casi una tendencia irresistible (De Bock, 2002). Es decir, a veces los estudiantes "abusan" aplicando proporcionalidad lineal donde no la hay. Por ejemplo, al aumentar al doble el largo y la altura de un rectángulo, se obtiene un rectángulo semejante al primero y proporcional a él, lado a lado. Sin embargo, el área de la figura aumentada no es el doble de la figura original como muchos estudiantes creen, sino cuatro veces el área original. No hay proporcionalidad entre las áreas. Esta situación ocurre también en le caso del volumen.

De Bock (2002) realizó una investigación acerca del uso inapropiado del razonamiento lineal con una muestra de 27 alumnos de secundaria que tenían entre 12 y 13 años y 20 que tenían entre 15 y 16 años, en problemas acerca de la relación entre las longitudes y el área y/o el volumen de figuras similares agrandadas o reducidas. Algunos resultados que obtuvo están relacionados con los conceptos de área y volumen y han sido reportados por otros autores, por ejemplo:

a) los estudiantes usan inapropiadamente el razonamiento lineal, como resultado de una aplicación consciente y deliberada de las funciones lineales en situaciones donde no son aplicables.

b) los estudiantes sufren de limitaciones en su conocimiento geométrico, especialmente acerca del efecto de la semejanza sobre las longitudes y el área de una figura. Consecuencia de este conocimiento geométrico difuso son: la confusión del área con volumen, no reconoce las medidas indirectas para el área o la convicción de que (1) cuando una figura se alarga pero mantiene su forma, la altura y la anchura no necesariamente se incrementan por el mismo factor, (2) que los alargamientos tienen un efecto diferente en el área de una figura regular que en una irregular y (3) que solo las figuras regulares tienen área.

El concepto de volumen siempre ha estado relacionado con diversos términos, uno de ellos y el más común es la capacidad. Del Olmo (1993) nos da las siguientes definiciones "el volumen se suele entender como el espacio ocupado y la capacidad como espacio vacío con posibilidades de ser llenado".

A partir de lo anterior Sáiz (2002) hace notar que entonces cualquier objeto del mundo que vivimos tiene volumen, ocupa espacio. No importa si es muy delgado, como una hoja de papel. Mientras que la capacidad, en cambio, no es una cualidad susceptible de ser medida para cualquier objeto. Los objetos susceptibles de ser medidos respecto a capacidad se llaman comúnmente: recipientes. Son objetos en los que podemos introducir otros objetos o sustancias.

Como podemos darnos cuenta, ambos conceptos están estrechamente relacionados, por ejemplo: los recipientes, son objetos que tienen las dos cualidades: volumen y capacidad. Por tanto, hay que ser cuidadosos al hablar del volumen de cualquier recipiente y estar seguros si lo que interesa medir, en un momento dado, es su volumen, esto es, el lugar que ocupan y no su capacidad: lo que les cabe.

Pero no sólo el volumen se relaciona con el concepto de capacidad, hay diversos investigadores que han relacionado al volumen con otros términos, por ejemplo: Bilbo y Milkent (citado por Stewart, 1996) han examinado la adquisición del concepto de volumen en relación con los conceptos de área y longitud. Piaget (citado por Stewart, 1996) relaciona el concepto de volumen con los conceptos de sustancia y peso. Hughes y Rogers (citado por Stewart, 1996) lo relacionan con la idea de conservación. Klopfer (citado por Stewart, 1996) considera el concepto de volumen, junto con la masa, el peso y la densidad, como centrales para las ciencias físicas.

Otra de las dificultades relacionadas con el aprendizaje del volumen está relacionada con los significados asociados a ese término. Así, Piaget (citado por Stewart, 1996) distingue entre:

- Volumen interno: Es el espacio que está confinado por fronteras.
- Volumen ocupado: Es la cantidad de espacio ocupada por las unidades que conforman un cuerpo como un todo, en relación con otros objetos del entorno.
- Volumen desplazado y el volumen complementario: Es la cantidad de líquido desplazada por un cuerpo que se sumerge en el líquido.

Mientras que Hart (citado por Stewart, 1996) considera que el volumen puede ser visto como:

- La cantidad que ocupa un contenedor.
- Como el número de unidades que cuando se ponen juntas dan la misma figuración que el contenedor, y
- El desplazamiento causado al poner un objeto en líquido.

Sáiz (2002) reflexiona sobre dos aspectos del concepto de volumen, que son:

- El primero se refiere a los diferentes objetos mentales volumen descrito como: volumen interno (cantidad de unidades que conforman un cuerpo), volumen ocupado (cantidad de materia o espacio que esta limitado), volumen desplazado, volumen encerrado, volumen como un número y volumen como capacidad.
- El segundo son los objetos mentales volumen, estrechamente vinculados con el uso del vocablo del volumen; en su trabajo las definiciones de los diferentes objetos mentales volumen se acompañan de la descripción del conjunto de objetos volumen-medibles adecuado para cada objeto mental. Por ejemplo, el conjunto de objetos capacidad-medible (recipientes) está contenido (pero no es igual) al conjunto de los objetos volumen ocupado-medibes.

Todas estas características del concepto de volumen así como las dificultades para su aprendizaje debemos tomarlas en cuenta para identificar el concepto de volumen y poder manejar este término en el aula. Por ello consideramos conveniente describir algunas de las recomendaciones didácticas para la enseñanza del volumen dadas por algunos expertos.

1.1.2 Modelos de enseñanza para la medición y el volumen

Del Olmo, Moreno y Gil (1993) proponen algunas recomendaciones didácticas para la enseñanza de la medición y del volumen, estas actividades son:

- Percepción: proponen actividades de manipulación, llenado y empaquetado, transformaciones, visualización espacial y el análisis de actividades para distinguir el volumen de otras cualidades.
- Comparación: estos autores proponen tres maneras de comparación que son: capacidad-capacidad; capacidad-volumen y volumen-volumen.
- Medida: se proponen diversas actividades con instrumentos de medida como son: el metro cúbico, cubo diseccionado, conjunto de botellas de plástico, cubos y cilindros de diferente tamaño, medidas de líquido: recipientes de pintas, galones, etc., sólidos de plástico distintos y con el mismo volumen.
- Aritmetización: se plantean actividades para obtener el volumen de unos cuerpos en función de otros que son unidades. Para ello se utilizan técnicas como el rellenado, el llenado, la inmersión, la realización de transformaciones de romper y rehacer, etc., para llegar al uso de las estrategias multiplicativas.
- Estimación: para estimar el volumen se utilizan estrategias de estimación de longitudes.

Freudenthal (1983) propone una fenomenología didáctica aplicada a una enseñanza tradicional, estas actividades didácticas son:

- Las transformaciones: de romper y rehacer.
- Las rotaciones.
- Las reflexiones.

1.2. Currículum de Primaria

El concepto de volumen es un tema que se trabaja actualmente en las escuelas primarias. Para identificar su tratamiento didáctico en el currículum de la escuela primaria fue necesario revisar los documentos editados por la SEP: Plan y Programas de Estudio para Educación Primaria 1993, Libros para el maestro (primero a sexto grados), Fichero de Actividades didácticas Matemáticas (primero a sexto grados), Libros de texto Matemáticas (primero a sexto grados).

1.2.1. Plan y programa de estudio

"El Plan y Programas de Estudio son un medio para mejorar la calidad de la educación, atendiendo a las necesidades básicas de aprendizaje de los niños mexicanos que vivirán en una sociedad más compleja y demandante que la actual" (Plan y Programas de Estudio, SEP, pp.7).

El nuevo plan prevé un calendario anual de 200 días laborales, conservando la actual jornada de cuatro horas de clase al día. Del tiempo de trabajo escolar previsto, que alcanzara 800 horas anuales a la asignatura de de matemáticas le asigna a primero y segundo 240 horas anuales, o sea seis horas a la semana y de tercero a sexto grado le corresponden 200 horas anuales, lo que es equivalente a cinco horas a la semana.

La implantación del Plan y Programa se realizó en dos etapas. La primera etapa entró en vigor en el ciclo escolar 1993-1994, la cual se aplicó a los grados de primero, tercero y quinto por ser considerados los años nones y más fuertes para incluir contenidos nuevos; mientras que la segunda etapa se aplicó en el ciclo escolar de 1994-1995, incorporando a los grados de segundo, cuarto y sexto considerados como grados de reforzamiento. En ambas etapas las asignaturas correspondientes son: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Historia, Geografía, Educación Cívica, Educación Artística y Educación Física.

La organización del Plan y Programa ha seguido dos procedimientos: en el caso de asignaturas centradas en el desarrollo de habilidades que se ejercitan de manera continua (por ejemplo la lengua escrita en Español o las operaciones numéricas en el caso de Matemáticas) o bien cuando un tema en general se desenvuelve a lo largo de todo el ciclo (por ejemplo los contenidos relativos al cuerpo humano y la salud, en Ciencias Naturales), se han establecido ejes temáticos para agrupar los contenidos a lo largo de los seis grados.

Cuando el agrupamiento por ejes resulta forzado, pues no corresponde a la naturaleza de la asignatura, los contenidos se organizan temáticamente de manera convencional. Ese es el caso de Historia, Geografía, Educación Cívica, Educación Artística y Educación Física.

El enfoque del plan y programa para la enseñanza de Matemáticas en los seis grados se divide en seis ejes:

- ✓ Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- ✓ Medición.
- ✓ Geometría.
- ✓ Proceso de cambio.
- ✓ Tratamiento de la información.
- ✓ Predicción y azar.

Los ejes de Medición y Geometría son los que hacen referencia al tema de volumen; ambos se encuentran presentes a lo largo de todos los grados de educación primaria, el interés primordial en ambos ejes es que los conocimientos relativos a ellos se construyan mediante acciones ligadas directamente a los objetos, enfatizando la reflexión sobre tales acciones, de modo que se posibilite la formalización paulatina de las relaciones que el niño percibe, y se enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas.

Primer Grado

Eje de Medición:

- Comparación directa de la capacidad de recipientes.
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias.

Eje de Geometría:

- Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos.

Segundo Grado

Eje de Medición:

- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias.
- Comparación y ordenamiento de varios objetos y recipientes, de acuerdo a su peso y su capacidad.

Eje de Geometría:

- Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos.

- Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (Por ejemplo, caras plana y caras redondas).
- Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos.

Tercer Grado

Eje de Medición:

- Medición del peso y la capacidad utilizando el kilo, el ½ kilo, el ¼ de kilo, el litro el ½ litro y el ¼ de litro.

Eje de Geometría:

- Características de los cuerpos (por ejemplo: número de caras, forma de las caras).
- Introducción a la construcción de cubos utilizando diversos procedimientos.
- Representación gráfica de cuerpos y objetos.

Cuarto Grado

Eje de Medición:

- Introducción a la noción de volumen mediante diversas construcciones en las que se utilizan cajas o cubos de masa o de plastilina.
- Situaciones sencillas que ilustren el uso del mililitro y el miligramo (por ejemplo empaques de medicamentos).
- Uso de instrumentos de medición: la báscula, recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos.

Eje de Geometría:

- Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de las caras, número de vértices y número de aristas.
- Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos (por ejemplo, mediante el trazo de forros con restricciones).

Quinto Grado

Eje de Medición:

- Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas.
- El centímetro cúbico como unidad de medida del volumen.
- Relación entre capacidad y volumen; relación entre el decímetro cúbico y el litro.
- Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal, múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo.

Eje de Geometría:

- Construcción y armado de patrones de cubos y prismas.

Sexto Grado

Eje de Medición:

- Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas.
- Formula para calcular el volumen del cubo y de algunos prismas.

- Profundización en el estudio del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del metro, algunos múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y del metro cúbico.

- Profundización en el estudio del sistema decimal; múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo.

Eje de Geometría:

- Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides.

Como podemos darnos cuenta los ejes de medición y de geometría se encuentran estrechamente ligados en relación al concepto de volumen.

1.2.2. Contenidos por grado escolar

Los actuales libros de texto plantean un enfoque didáctico basado en la resolución de problemas. Su objetivo es que los niños construyan su conocimiento a través de la búsqueda de estrategias que les permitan resolver el problema. Cada libro está integrado por varias lecciones en las cuales se tratan contenidos de los diferentes ejes en que se ha organizado la enseñanza de las matemáticas.

En primer grado, la mayor parte de las situaciones problemáticas que se presentan son actividades que los alumnos pueden realizar con distintos materiales concretos. En cada lección sólo se dan una o dos instrucciones o preguntas breves para cada ejercicio. Cuenta con 128 lecciones en total.

En segundo grado, la mayor parte de las situaciones problemáticas que se presentan son actividades que los alumnos pueden realizar con distintos materiales concretos. En ellas aparecen más instrucciones y preguntas que los alumnos pueden leer y comprender con ayuda de su maestro. Cuenta con 117 lecciones en total.

En primero y segundo grado se cuenta además con el “Libro recortable” que contiene diferentes materiales que apoyan las lecciones del libro de Matemáticas.

Los libros de texto de tercero y cuarto grado se dividen en cinco bloques. El de tercero consta de 89 lecciones y 10 hojas de material recortable, mientras que el de cuarto tiene 91 lecciones y 18 hojas de material recortable.

Los libros de texto de quinto y sexto grado constan de 87 lecciones cada uno, distribuidas a lo largo de los cinco bloques. Al principio de cada bloque se presenta un breve bosquejo histórico sobre diferentes temas (sistema de numeración de diferentes culturas, los números decimales, la geometría, la medición y la estadística). Cada lección se integra con un título, arriba del título indica el contenido matemático central que los alumnos estudiarán al resolverla (esta información esta dirigida al maestro), cada lección puede contener una o hasta ocho actividades numeradas. Ambos cuentan con muy poco material recortable.

En los libros del alumno casi no aparecen definiciones formales, éstas son, en todo caso, la conclusión de actividades realizadas a lo largo de una o varias sesiones.

Algunas páginas de los libros de texto resultan incomprensibles para algunos niños, es por esto que el apoyo del profesor en su lectura es primordial, resaltando así su papel como mediador del diálogo entre el niño y el texto.

A continuación se enunciarán las lecciones de los libros de textos de los seis grados de Educación Primaria, relativos a la medición de capacidad y volumen.

PRIMER GRADO.

El libro de primero está dividido en cinco partes. Las lecciones relacionadas con el volumen están distribuidas como se detalla en los siguientes párrafos.

Propósitos generales de grado:

Que el alumno:

- Compare longitudes, la capacidad de recipientes y el peso de objetos mediante el uso de unidades arbitrarias.

Primera parte

Lección 13: Lo que cabe y lo que no cabe. pp.21.

A partir de la ilustración de un juguetero y algunos juguetes de diferentes tamaños se pide al alumno mencionar cuáles objetos caben en el juguetero. Tal actividad es de tipo cualitativo y está relacionada con la capacidad.

Tercera parte

Lección 67: ¿A cuál se parecen? pp.84

En esta página se presentan representaciones en tercera dimensión de diferentes cuerpo (cilindro, cubo, prisma rectangular, prisma triangular, pirámide y esfera) y dibujos de objetos diversos (dado, esfera, caja). La actividad consiste en que el alumno relacione con una línea las figuras con los objetos a los cuales se parecen y después identifique cuáles objetos tienen partes planas y partes curvas. Con esta actividad el alumno empieza a tener contacto con cuerpos geométricos presentes en objetos útiles que se pueden encontrar en la vida diaria. Estas actividades están encaminadas a desarrollar habilidades de percepción e imaginación espacial.

Cuarta parte

Lección 76: ¿Cuántos camiones se necesitan? p. 95

El contenido está relacionado con la agrupación de objetos de 10 en 10 para facilitar el conteo de colecciones de muchos objetos. Se presenta una ilustración en donde hay un camión y varias jaulas de guajolotes. La tarea del niño es decir cuántas jaulas caben en el camión. Esta tarea, además que ayuda al alumno a realizar sus agrupaciones de 10 en 10, también provoca que el alumno se de cuenta de la capacidad de un objeto, y del volumen como espacio ocupado, en este caso el que las jaulas utilizarán en el camión.

Lección 90: ¿Le cabe o no le cabe? pp. 112

En esta lección se pretende que el alumno sea capaz de entablar la "comparación directa de la capacidad de algunos recipientes", haciendo la comparación "le cabe más, le cabe menos". Aquí se puede ver cómo de manera explícita se consideran temas relacionados a la capacidad. Al usar la expresión "le cabe menos" se está llevando a cabo una actividad de tipo cualitativo como muchos expertos recomiendan iniciar el estudio de las magnitudes.

Aquí se presenta al alumno cuatro mesas con botellas, jarros de diferentes tamaños y objetos que no sirven para guardar agua. Se pide que el alumno encierre el objeto al que le cabe más agua y se le pregunta qué puede hacer para saber a cuál recipiente le cabe más, así el alumno trabaja con el tema de capacidad sin que se le mencione de manera explicita la palabra capacidad.

De las cuatro páginas que hemos mencionado, tres de ellas contienen actividades que podemos insertar en el tema de capacidad y sólo la actividad de la lección 76 de la página 95 corresponde a volumen como espacio ocupado.

SEGUNDO GRADO.

Este libro está dividido en cinco bloques y las lecciones relacionadas con el volumen se distribuyen como se describe a continuación.

Propósitos generales de grado:

Que el alumno:

Desarrolle la habilidad para estimar, medir, comparar y ordenar, longitudes, superficies, la capacidad de recipientes y el peso de objetos mediante la utilización de unidades arbitrarias de medida.

Bloque 1

Lección 14: Las partes planas de los objetos. pp. 25

En esta lección se trabaja con cuerpos. El propósito es que los alumnos enfoquen su atención en la “parte plana” de algunos cuerpos. Estas actividades son un antecedente para el estudio posterior del área lateral y los desarrollos planos de cuerpos.

Bloque 2

Lección 33: Las partes de una caja. pp. 52 y 53

Los temas que se localizan en esta lección son: “Trazo e identificación de la forma de las caras de un cuerpo geométrico” e “identificación de las figuras por su nombre”. Como se observa, este trabajo está relacionado con el de la lección 14, bloque 1.

Los alumnos trabajan en equipos de cuatro integrantes. Se trata de que reconozcan las partes de una caja a través de reproducir cada una de esas partes en papel para después identificar las figuras planas que forman una caja. Conjuntamente se trabaja la imaginación espacial y el estudio de los sólidos geométricos y sus características.

Fichero de actividades. Ficha 27 y 44.

Lección 42: ¡Cuántos mangos! pp.66

Se trabaja de manera implícita el contenido de capacidad. En realidad el tema central de la lección es las centenas, pero al llevar al alumno a pensar cuántos mangos le caben a una caja, ya se introduce la idea de capacidad o volumen ocupado; así el alumno puede ir descubriendo que la capacidad de un objeto, en este caso las cajas, se relaciona con la cantidad de cosas que le pueden caber, en este caso los mangos. De cierta manera se tiene la capacidad de una caja considerando como unidad de medida al mango o a la bolsa de 10 mangos.

Bloque 3

Lección 52: ¿A qué recipiente le cabe más? pp. 80-81

Se introduce al alumno a las unidades no convencionales de medida de capacidad, por medio de la comparación de la capacidad de dos o tres recipientes. Se solicita al alumno clasificar objetos en recipientes y no recipientes, posteriormente se les pide trabajar con arena y recipientes de diferentes tamaños y tomar el recipiente más pequeño como unidad de medida arbitraria para ver cuántas veces cabe esa medida en los demás recipientes.

Fichero de actividades. Ficha 35

Bloque 4

Lección 79: ¿Cuál pesa más? pp. 122-123

Se pretende que el alumno perciba que, a pesar de tener cajas del mismo tamaño (con la misma capacidad), el peso puede variar dependiendo de lo que se coloque en cada caja. Se introduce en el alumno la idea de que el peso de un objeto no depende del volumen del mismo, sino de la masa contenida en éste. Antes de recurrir a pesar directamente cada caja, se solicita sopesar las cajas, estimar su peso cualitativamente (pesa más, pesa menos) y ordenar dichas cajas de mayor a menor peso.

Lección 89: Reutiliza la basura. pp. 136 - 137

Se busca que el alumno relacione los trazos e identifique en diversos cuerpos geométricos caras planas y la representación de sus caras en el plano. Se trabaja con cajas de reuso. La actividad consiste en marcar en papel el contorno de todas las partes de la caja para después forrarlas. Con esta actividad el alumno va identificando de manera implícita, que una caja es un objeto de tres dimensiones: ancho, largo y altura; además, va conociendo que una característica de un cuerpo son sus partes planas las cuales tienen un área que después llamará área lateral.

TERCER GRADO.

El libro de tercer grado se divide en cinco bloques; el tema del volumen se introduce de manera implícita y explícita en actividades que están más vinculadas con la capacidad. Algunas de las lecciones que se relacionan con las nociones de capacidad o volumen no están marcadas en el avance programático con tal contenido, sin embargo las actividades están correlacionadas con el tema, y por eso se incluyen en esta reseña.

Propósitos generales de grado:

Que el alumno:

- Resuelva problemas que impliquen el uso de unidades de medida no convencionales, aproximándose a la unidad de medida convencional al utilizar el metro, el kilogramo, el centímetro cuadrado y el litro para medir longitudes, pesos, superficies y capacidades.

Bloque 1.

Lección 17: ¿Cuántos frijoles hay? pp. 40 – 41

En esta lección se trabaja: decena, centena y millar, aquí se presenta de manera implícita el contenido de capacidad. A través de la observación, el alumno tiene que estimar para lograr deducir a cuál recipiente le cabe un millar, una decena o una centena de frijoles, considerando el tamaño del recipiente que le presentan en la ilustración. Así, se lleva acabo una recomendación didáctica importante para los procesos de enseñanza y aprendizaje de la medición: la estimación.

Fichero de actividades. Ficha: 15.

Bloque 3

Lección 38: El establo. pp. 90 – 91

Aquí se trabaja con unidades de medida de capacidad como: el litro, medio litro y cuarto de litro, se puede establecer la relación entre el tamaño del recipiente y su capacidad.

Fichero de actividades. Ficha: 30

Lección 39: Queso y crema. pp. 92- 93

Se busca que el alumno llegue a la representación simbólica de medios, cuartos y octavos y que use fracciones para cuantificar los resultados de mediciones o de un reparto. Al mismo tiempo se trabaja con el litro, medio litro y un cuarto de litro (capacidad); el alumno observa las ilustraciones de queso y crema y anota los precios, tomando en cuenta que si se compra la mitad o la cuarta parte, el costo también es la mitad o la cuarta parte. Se puede señalar además la relación existente entre la cantidad de crema y la capacidad del recipiente que la contiene.

Bloque 4

Lección 58: Miel y fruta seca. pp. 134 - 135.

Se trabajan algunos ejercicios con submúltiplos del litro. Lo importante en estas páginas es que el alumno trabaje equivalencias entre medios, cuartos y octavos a partir de la manipulación de materiales y sin utilizar representaciones simbólicas, pero dentro de las actividades se trabaja con los submúltiplos del litro, el cual es la unidad de medida de la capacidad.

Bloque 5

Lección 81: Plantillas para construir. pp. 184-185

El alumno tiene que armar algunas cajas que representen cubos y prismas rectangulares, a través del trazado y recortado de desarrollo de planos, con ayuda de las ilustraciones contestarán algunas cuestiones sobre las características geométricas de las figuras, luego trazarán y armarán estas figuras. Este ejercicio los introduce a la elaboración de cuerpos geométricos.

Fichero de actividades. Ficha: 11

Lección 82: Lo que cabe en una caja. pp. 174 -175

Las cajas armadas en la lección 7, se utilizan para ver qué capacidad tienen. Los alumnos realizan actividades en donde pueden ver qué tanto le cabe a cada caja. También, pueden ver la equivalencia que hay entre un decímetro cúbico y un litro, es decir, se introduce de manera formal la equivalencia entre la unidad de capacidad (el litro) y una unidad de volumen (el decímetro cúbico).

CUARTO GRADO.

El libro de cuarto grado se divide en cinco bloques, en este grado se introduce como contenido la noción de volumen

Propósitos generales de grado:

Que el alumno:

- Resuelva problemas que impliquen el uso de equivalencias de unidades de longitud, peso, capacidad y tiempo, para profundizar el estudio del sistema métrico.

Bloque 2

Lección 10: El peso de un peso. pp. 66 - 67

Se inicia con la construcción de una balanza, la cual servirá para medir peso. Posteriormente se van a construir dos cajas en forma de prisma triangular, las cuales se colocarán en cada extremo de la balanza. De esta manera se estará practicando la construcción de cuerpos geométricos y se confirma que algunos objetos (recipientes) tienen capacidad.

Bloque 2

Lección 14: Casas de diferentes países. pp.74 - 75

El contenido a manejar en esta lección es la identificación y clasificación de poliedros dadas algunas de sus características. Se inicia mostrando a los alumnos una serie de casas de diferentes países, estas casas tienen formas de cuerpos geométricos; sus características serán identificadas por los alumnos para depués escribir los nombres de dichos cuerpos. Posteriormente, el alumno describirá algunas de las características de los sólidos que se le presentan y por lo tanto identificará qué es un poliedro.

Estas actividades son importantes para la introducción de algunas fórmulas para obtener el volumen.

Fichero de actividades. Ficha 17

Bloque 3

Lección 4: Jarabe para la tos. pp. 96-97

En esta lección se utilizará el mililitro como unidad de capacidad en la resolución de problemas; se confrontará al alumno para que reconozca al mililitro como una medida de capacidad menor que el cuarto de litro y lo utilice en la resolución de problemas.

Fichero de actividades. Ficha 23

Lección 9: Representamos poliedros. pp. 106 y 107

El alumno clasificará y construirá algunos poliedros, mediante el análisis de sus características. Se guiará a los alumnos para construir plantillas de poliedros y analizar sus características, en esta lección los alumnos trabajarán en equipos para construir algunos poliedros con popotes o palillos con el fin de ir identificando algunas de las características de cada poliedro. Se identificará el número de caras, el número de vértices y el número de aristas de cada poliedro; además de reconocer su nombre, identificarán cuerpos geométricos: cubo, pirámide cuadrangular, pirámide hexagonal, prisma triangular y prisma cuadrangular.

Fichero de actividades. Ficha 25

Lección 18: Repaso. p. 125

De esta página, la actividad 7 pide que se escriban por lo menos tres características del siguiente sólido (un cubo). La lección ayuda al alumno a repasar y reafirmar lo que se aprendió en este bloque en relación con los poliedros.

Bloque 4

Lección 5: Esferas de plastilina. pp. 136-137

En esta lección se trabaja con múltiplos del kilogramo. Se utilizan los cuartos y medios kilogramos para pesar diversos objetos. Si bien el tema no es propiamente capacidad o volumen, se presentan a los alumnos dibujos de esferas de diferentes tamaños a las cuales les asignan diferentes pesos. Aunque el tema no es el volumen vemos que hay una relación con éste, pues se observa que de acuerdo al volumen (tamaño) de las esferas, es el peso de las mismas, cuando están elaboradas del mismo material.

Lección 10: Cubos y construcciones. pp. 146 – 147.

Aquí se aborda la construcción de cubos con diferentes procedimientos de la actividad 1 a la 4. El alumno realiza tareas que lo llevan a la observación de ilustraciones las cuales muestran edificios construidos con cubos, para después descubrir cuántos cubos forman cada construcción, sin dejar de lado los cubos ocultos. Aquí el alumno se da cuenta, de que no sólo se cuentan los cubos que alcanza a ver, sino también los que están ocultos. Después los alumnos tienen que estimar y deducir en cuál de los cuerpos geométricos que se le presentan caben 16 cubos como el de la muestra. Finalmente, el alumno observa cuatro trazos formados por seis cuadrados cada uno y debe deducir con cuál de todos puede armar un cubo, esta actividad permite al alumno el desarrollo de la imaginación espacial al pasar de una representación plana a un cuerpo geométrico.

Bloque 5

Lección 12: Construcción de poliedros. pp. 182-183

El alumno describe, analiza y construye algunos prismas y pirámides, con ayuda del material recortable comprobará su respuesta, antes de formar los sólidos, el niño identifica con qué tipo de plantilla se puede armar el sólido que le piden, continuando así con el desarrollo de su imaginación espacial.

<u>QUINTO GRADO.</u>

El libro de cuarto grado se divide en cinco bloques, en este grado se inicia con el contenido de volumen.

Propósitos generales de grado:

Que el alumno:

- Desarrolle habilidades, destrezas y diferentes estrategias para medir, calcular, comparar y estimar longitudes, áreas, volúmenes, pesos, ángulos, tiempo y dinero, utilizando las unidades convencionales correspondientes.

Bloque 1

Lección 12: El forro de las cajas. pp. 32 - 33

En esta lección los alumnos desarman cajas para ver el desarrollo plano que se obtiene al hacerlo y de esa manera poder deducir qué cuerpo geométrico pueden armar con ciertos planos que se les presentan. Nuevamente encontramos una actividad que ayuda al alumno a pasar de figuras planas (bidimensionales) a figuras tridimensionales ayudándole así al desarrollo de la imaginación espacial.

Fichero de actividades. Ficha 25

Bloque 3

Lección 48: Con el mismo sabor. pp. 108 - 109

Aquí el alumno usa medidas de capacidad y peso. En las primeras actividades tiene que realizar un cálculo sobre la cantidad de jugo que se necesita para elaborar diferentes cantidades de agua de sabor. Finalmente tiene que sacar el costo de cada bolsa de dulce. En esta lección se maneja el volumen a través de la capacidad de los recipientes.

Bloque 4

Lección 59: El volumen de los prismas. pp.132 - 133

En esta lección aparece por primera vez como contenido explícito la estimación del volumen y son las primeras páginas en donde se menciona a los alumnos qué es un centímetro cúbico y para qué se utiliza; además, se define al volumen explícitamente: “Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo”.

Lección 65: La pared sin ventana. pp. 144 – 145

Aquí el alumno identifica el volumen como espacio ocupado, al momento de querer cerrar el hueco de la casa. El alumno debe desarrollar algunos procesos que le permitan solucionar el problema.

Lección 69: La pared sin ventana II. pp. 152 – 153

Esta lección es el complemento de la lección 13, en ella se cuestiona al alumno para que identifique la capacidad que tienen algunos objetos, finalmente se llega a la conclusión de que: $1 dm^3 = 1 l$

Bloque 5

Lección 72: El precio de las cosas. pp. 160 – 161

En estas páginas el alumno trabaja con unidades de capacidad y pesos, en cuanto a la capacidad se le da al alumno la equivalencia de los submúltiplos del litro. Esta lección se enfoca más a la resolución de problemas de capacidad como el cálculo de la cantidad de litros de agua que caben en diferentes depósitos.

Lección 76: Albercas y cisternas. pp. 168 – 169

El trabajo que se realiza aquí es sobre capacidad; el alumno identificará la equivalencia que hay entre metros cúbicos y litros. Esta lección se enfoca a la resolución de problemas con respecto a capacidad requiere el cálculo de la cantidad de litros de agua que caben en diferentes depósitos cuya capacidad se tiene que obtener en metros cúbicos.

Lección 79: Las unidades de capacidad. pp. 174 - 175

Aquí se trabaja con unidades de capacidad, basada en la resolución e problemas en donde intervienen los múltiplos y submúltiplos del litro.

SEXTO GRADO

Propósito general del grado:

Que el alumno:

- Desarrolle habilidades, destrezas y diferentes estrategias para medir, calcular, comparar, y estimar volúmenes, pesos, ángulos, tiempo, y dinero, utilizando las unidades convencionales correspondientes

Bloque 2

Lección 22: Tacitas y tazones. pp. 54 – 55

Esta lección contiene temas de fracciones mixtas y solución de problemas correlacionados que implican capacidad. En cuanto a la capacidad, se le da al alumno la equivalencia 1 tacita= 1 dl. de liquido, 1 tazón = 2.4 dl. de líquido. Esta lección se enfoca más a la resolución de problemas de suma de fracciones mixtas, y el contenido respecto a capacidad consiste en el cálculo de la cantidad de litros que se necesitan para la elaboración de algunas recetas de cocina.

Lección 26: Construcción de cuerpos geométricos. pp. 62 – 63

Esta lección pretende que el alumno observe y reproduzca las plantillas que se presentan en su libro de texto. Después anota el nombre del cuerpo geométrico que ha elaborado y colorear el patrón que es correcto para la construcción del cuerpo geométrico.

Fichero de actividades. Ficha 11

Lección 27: De volúmenes y áreas. pp. 64 – 65

En esta lección el alumno trabajará los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado (m^2) y del metro cúbico (m^3), para que identifique que un litro es igual a $1dm^3$.

Lección 28: El grosor de una hoja de papel. pp. 86 -87

En esta lección el alumno identificará que una hoja de papel tiene cierto grosor a pesar de parecer una figura plana. También conocerá la escritura de los números decimales y la fracción que los representa.

Bloque 3

Lección 41: Los prismas y su volumen. pp. 94 -95

En estás páginas aparecen actividades de visualización y se presenta al alumno un cubo como unidad de medida para obtener el volumen de algunos prismas. Enseguida, se observan cuerpos armados con cubos en donde. La finalidad es que ellos cuenten y reflexionen sobre el número de cubos que forman el cuerpo, de tal manera que el alumno será capaz de percibir no sólo los cubos que puede ver sino aquellos que no pueden ver. Finalmente, se plantea al alumno problemas donde debe obtener el volumen de algunos prismas rectangulares, aquí el alumno no utiliza fórmulas.

Fichero de actividades. Ficha 10

Lección 49: Las pirámides. pp. 110 -111

Al inicio de la lección se presentan algunas pirámides para que el alumno identifique cuál es el nombre de cada una y en base a qué criterios se le da ese nombre. Después se propone al alumno la construcción de algunos prismas de diferentes tipos. Los niños trazan y arman los cuerpos geométricos que requieren.

Fichero de actividades. Ficha 11

Bloque 4

Lección 60: Los prismas y sus áreas. pp. 134 – 135

El alumno tiene que hacer algunos cálculos sobre el área de los prismas. Aunque el tema no sea el volumen, las actividades que se presentan en esta página ayudarán al alumno para posteriormente entender mejor el cálculo del volumen de algunos cuerpos geométricos.

Fichero de actividades. Ficha 2

Fichero de actividades. Ficha 10

Fichero de actividades. Ficha 11

Lección 65: El litro y el gramo. pp. 144 – 145

Esta lección presenta una serie de retos matemáticos a resolverse haciendo uso de los conocimientos adquiridos por los alumnos en el trabajo de los diversos ejes, los conocimientos sobre múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo son utilizados para resolver problemas de capacidad.

Bloque 5

Lección 83: Las otras medidas. pp. 182 -183

Esta lección contiene correlacionados los temas peso y capacidad como unidades en el sistema métrico decimal y en el sistema inglés. En cuanto a la capacidad se le da al alumno la equivalencia que hay entre el galón y el litro, en cuanto al peso se presenta el valor de la libra respecto al kilogramo. Se pretende que el niño sea capaz de realizar conversiones utilizando sus conocimientos.

Lección 85: La altura y la base de los prismas. pp. 186 - 187

El alumno tiene que hacer algunos cálculos sobre el área de la base, posteriormente tiene que multiplicar el número de veces que se repite en el prisma para obtener finalmente el volumen d los prismas.

Fichero de actividades. Ficha 10

Estos apartados son importantes para que el maestro tenga conocimiento del contexto que justifica la enseñanza de la medición y su relación con el volumen, lo que nos permite entender la enseñanza de ésta y su existencia en el curriculum de Educación Primaria.

Como podemos ver el contenido de volumen es visto a lo largo de los seis grados escolares de primaria, pero es a partir de 4º grado cuando el concepto se introduce de manera explícita.

1.2.3. Los libros para el maestro

La Secretaría de Educación Pública distribuye “libros para el maestro” como un apoyo al trabajo profesional que se realiza en nuestras escuelas primarias. La forma de organización y presentación de estos libros ha sido modificada. En el pasado, se integraban en un solo volumen las recomendaciones didácticas correspondientes a todas las áreas o asignaturas de un grado. A partir de 1993 y 1994 los libros son de menor volumen y hay uno para cada una de las signaturas.

Además de ser un recurso práctico para apoyar el trabajo en el aula, este libro se ha concebido como un medio para estimular y orientar el análisis colectivo de los maestros sobre su materia de trabajo. Esta nueva organización del libro para el maestro tiene como propósito facilitar el manejo, actualización y mejoramiento.

Anteriormente, la estructura de los libros para el maestro era la siguiente:

- Presentación.
- Introducción.
- Propósitos.
- Organización de los contenidos.
- Recomendaciones didácticas.
- Recomendaciones didácticas por eje.
- Sugerencias bibliográficas para el maestro.
- Bibliografía consultada y créditos de ilustración.

En el 2003 los libros para el maestro fueron modificados y su estructura cambio radicalmente, ahora se estructura de la siguiente manera:

- Aspectos Generales del enfoque didáctico.
- Organización general de los contenidos de la educación Básica. Primaria.
- Los contenidos matemáticos de cada grado.
- Propósitos generales.
- El libro de texto gratuito y el fichero de actividades didácticas.
- Recomendaciones para la evaluación.

De cada uno de los aspectos mencionados anteriormente se nos da una breve explicación, pero el libro para el maestro trae registradas todas las lecciones del libro de texto y se nos presentan las indicaciones didácticas y tres o cuatro sugerencias didácticas por cada lección, además de que nos indica que número del fichero de actividades podemos utilizar para reforzar la lección.

1.2.4. Los ficheros de actividades

La Secretaría de Educación Pública distribuye los ficheros de actividades como un apoyo al trabajo profesional del docente. Este material sirve como complemento para el profesor, ya que propone actividades, materiales y formas de organización que le permiten al alumno construir conocimientos y desarrollar habilidades necesarias para fortalecer su pensamiento matemático. Sólo se cuenta con ficheros de Español y Matemáticas de primero a sexto. En la asignatura de Matemáticas cada grado consta del siguiente número de fichas.

Primer Grado:

- Fichas: 61.

Segundo Grado:

- Fichas: 49.

Tercer Grado:

- Fichas: 61.

Cuarto Grado:

- Fichas: 41.

Quinto Grado.

- Fichas: 73.

Sexto Grado:

- Fichas: 41.

Las fichas que apoyan los contenido de volumen las hemos presentados en el apartado 1.2.2.

1.3. Concepciones, conocimientos y creencias

En la actualidad existen diversos estudios sobre concepciones y creencias en diferentes esferas de la vida del ser humano. Algunos de los estudios que podemos mencionar son: las concepciones de la infancia, concepciones del ser humano, concepciones de los alumnos, las concepciones del mundo, entre otros, todas estas concepciones aparecen como una estructura importante para describir pensamiento humano.

Es importante resaltar que el término “concepciones” es difícil de definir. Sin embargo su estudio constituye un vasto campo de investigación, ya que se ha encontrado que las concepciones determinan las maneras de actuar de las personas lo cual nos permite anticipar sus formas de proceder.

Para algunos investigadores de la educación matemática (como Thompson 1992), hay pequeñas diferencias entre los términos “creencias” y “concepciones”. La noción de creencia lleva a la idea de un tipo inferior de conocimiento, mientras que las creencias son verdades personales incontrovertibles que son idiosincrásicas, con mucho valor afectivo y componentes evaluativos, y reside en la memoria episódica (Nespor, citado por Thompson, 1992), mientras que las concepciones forman un constructo más general que puede ser usado para estudiar aspectos en los que la persona no parece sostener creencias sólidas.

1.3.1. Estudios sobre concepciones de maestros

En esta línea de investigación Llinares y Sánchez (1996) consideran que analizar el conocimiento profesional del profesor es una tarea difícil ya que existen componentes tácitas y explícitas, elementos conectados a la experiencia práctica del profesor y contenido más teórico junto a una cierta componente personal contextualizada. Además, el análisis del uso que un profesor hace de sus conocimientos en las situaciones de enseñanza, ha indicado que sus creencias epistemológicas y las condiciones contextuales en las que se toman las decisiones, también intervienen en sus procesos de razonamiento pedagógico (citado por Llinares y Sánchez, l996). De aquí que la interpretación de los profesores de los modos de enseñanza oficial orienten su labor docente pero ésta también va a depender de sus concepciones y conocimientos de los temas del currículum, así como de sus propias dificultades y habilidades, de modo que su modelo de enseñanza está compuesto por mucho más que los planes y programas de estudio.

Shulman (citado por Llinares y Sánchez, l996) hace hincapié en el término "conocimiento de contenido pedagógico, de un profesor" el cual utiliza para referirse a las formas más útiles de representar los tópicos enseñados en la escuela como una forma de hacerlos más comprensibles a los demás. Dentro de este término se incluye "la comprensión del profesor" de lo que hace fácil o difícil el aprendizaje de un tema específico. Este conocimiento del profesor está vinculado al uso que él mismo puede o debe hacer de su conocimiento en las situaciones de enseñanza, por esta razón es difícil separar conocimientos y creencias en la enseñanza. Estos elementos permiten la flexibilidad de estilos, y van a estar ligados a la práctica del profesor.

Otras investigaciones hablan sobre las concepciones que tienen los profesores sobre su práctica docente. Jackson (2001) realiza una investigación sobre la vida en clase para el profesor corriente y para el que goza de prestigio envidiable; su propósito consiste en advertir la forma en que unos profesores muy admirados consideran la vida en el aula y reflexionar luego sobre las consecuencias de sus opiniones.

Cooney (citado por Jackson, 2001, 187) considera que el profesor no lo es en absoluto si simplemente es una pieza de una institución. Podemos decir que independientemente del estilo pedagógico del profesor, su interacción a nivel individual (maestro-alumno) se haya fuertemente influida por la percepción que el docente tiene sobre cada alumno en particular, es decir, tiende a dar un trato diferenciado según considere que un alumno es tímido, cooperador, cumplido, amable, tiene dificultad para aprender, se esfuerza, etc. Y, en este sentido, trata de apoyar a quien percibe que tiene tanto deseos como posibilidades de realizar un mejor trabajo.

Además Flanders (1997) considera que un profesor puede ser más objetivo frente a sí mismo, cuando es capaz de aceptar un juicio sobre su conducta profesional y asimilar su significación en el fuero de sus pensamientos, mismos que se ven reflejados en los diversos estilos de enseñanza; él considera que los conceptos que usamos para pensar dependen de los fines que perseguimos y de nuestra predisposición a pensar de determinada manera.

Algunas otras investigaciones del pensamiento del docente se han centrado en describir lo que piensan éstos cuando interactúan con los alumnos en el aula. Ya que se ha dicho, los procesos de pensamiento de los maestros influyen sustancialmente en su conducta e incluso la determinan. Clark (1997) cita tres categorías de los procesos del pensamiento del docente: a) la planificación del docente (pensamientos preactivos y postactivos); b) sus pensamientos y decisiones interactivos, y c) sus teorías y creencias; estas categorías son un reflejo de la conceptualización de los procesos de pensamiento del docente.

Actualmente, uno de los factores que influyen en las concepciones de los docentes es lo que Hargreaves (1999) llama sociedad postmoderna, en donde para obtener un conocimiento eficaz es necesario dotar de ciertos conocimientos a los alumnos, por lo tanto, el docente vive su labor en la escuela con angustia o indolencia, ya que la cantidad de conocimientos crece vertiginosamente a cada instante y se delega en el profesor la responsabilidad de hacer que sus alumnos estén preparados para sobrevivir en un mundo en constante cambio.

Estos factores son de suma importancia ya que son los que van a modificar el pensamiento y la forma de actuar del docente.

1.3.2. Estudio sobre concepciones de maestros acerca de las matemáticas

La práctica del maestro en su vida diaria dentro del aula está compuesta por acciones que persiguen un fin y que están guiadas implícita o explícitamente, por las concepciones o creencias que los maestros tienen acerca de su trabajo, de su acción como docente y de las acciones que propician el aprendizaje en sus educandos. Algunas investigaciones se han centrado en este aspecto para comprender y entender mejor el comportamiento del docente dentro del aula. Thompson (1992) define a las concepciones docentes como una estructura mental más general, que abarca creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, gustos y referencias.

Cuando comentamos de concepciones también hablamos de creencia y de conocimientos aunque sabemos que estos dos términos tienen diferencias, por ejemplo, las creencias no son consensuales: "semánticamente 'creencia' al distinguirla de conocimiento lleva consigo una connotación de disputabilidad..." (Abelson, 1979, citado por Thompson). Por otro lado una característica del conocimiento es un acuerdo general acerca de los procedimientos para juzgarlo y evaluarlo, por tanto debe contarse con criterios que involucren cánones de evidencia; las creencias, en cambio, se caracterizan por una falta de acuerdo acerca de cómo deben ser evaluadas o juzgadas.

Green (1971, citado por Thompson, 1992) identificó tres dimensiones del sistema de creencias. La primera de estas tres dimensiones tiene que ver primero, con la observación una creencia nunca es tomada en total independencia de todas las demás creencias y, segundo, con el hecho de que algunas creencias están relacionadas con otras, así como las razones están relacionadas a las conclusiones. De manera que el sistema de creencias tiene una estructura cuasi-lógica, con ciertas creencias primarias y algunas derivadas.

La segunda dimensión está relacionada con el grado de convicción con los que tales creencias son sostenidas o por su fuerza psicológica. De acuerdo con Green, los sistemas de creencias se pueden ver como centrales o periféricos; las centrales son las creencias sostenidas más fuertemente y las periféricas son las menos fuertemente sostenidas.

La tercera dimensión tiene que ver con la aseveración de que las creencias se sostienen en grupos, que están más o menos aislados de otros grupos y protegidos de cualquier relación con algún otro conjunto de creencias.

Scheffler (citado por Thompson, 1992) argumenta que un conocimiento puede satisfacer una condición verdadera, mientras que las creencias son independientes de su validez.

Nespor (citado por Thompson, 1992) considera que los sistemas de creencias incluyen muy frecuentemente sentimientos afectivos y evaluativos, memorias vividas o experiencias personales, y supuestos acerca de la existencia de entidades y mundos alternativos, todos los cuales simplemente no están abiertos a la evaluación externa o a la examinación crítica, en el mismo sentido que las componentes de los sistemas de conocimiento están.

A pesar de que los conceptos de conocimiento y creencia nos permiten entender algunos de los comportamientos de los maestros es necesario saber cómo se vinculan éstos con su desempeño en el aula. Kuhs y Ball (citado por Thompson, 1992), identifica, cuatro puntos de vista dominantes acerca de cómo deben ser enseñadas las matemáticas:

1. Enseñanza enfocada en el aprendiz: la enseñanza de las matemáticas que se enfoca en la construcción personal del conocimiento matemático del aprendiz.
2. La enfocada en el contenido con un énfasis en el entendimiento conceptual: esta enseñanza de las matemáticas que se dirige por el contenido en sí mismo pero que enfatiza el entendimiento conceptual.
3. La enfocada en el contenido con un énfasis en la realización: la enseñanza de las matemáticas que enfatiza la realización o el comportamiento del estudiante y su maestría en las reglas matemáticas y sus procedimientos.

4. La enfocada en el salón de clase: la enseñanza de las matemáticas basada en conocimientos acerca de salones de clase efectivos, reales.

Ernest (1988, citado por Thompson, 1992) notó que entre los muchos elementos claves que influyen la práctica de la enseñanza de las matemáticas; hay tres que son notables:

1. Los contenidos o esquemas mentales de los maestros, particularmente el sistema de creencias relativo a las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.
2. El contexto social de la situación de los maestros; particularmente las restricciones y oportunidades que éste provee; y
3. El nivel de los procesos de reflexión del pensamiento del maestro.

Algunos investigadores han definido a las matemáticas desde diferentes perspectivas. Ernest (1988, citado por Thompson, 1992) distingue tres concepciones de las matemáticas. La primera es dinámica o de resolución de problemas, se ve a las matemáticas como un campo de la creación y la invención humana que se está expandiendo continuamente, en donde los patrones son generados y después aislado en el conocimiento. Por lo tanto, las matemáticas son un proceso de cuestionamiento y de llegar a saber, que se añade a la suma del conocimiento. Las matemáticas no son un producto terminado, porque sus resultados permanecen abiertos a revisión; esta visión de las matemáticas lleva a un enfoque didáctico de resolución de problemas.

La segunda es estática o platónica, se ve a las matemáticas como un cuerpo estático de conocimientos pero unificados, una realidad cristalina de estructuras y verdades que se interconectan, aunadas por filamentos de lógica y significado. Por lo que las matemáticas es un producto monolítico y estático. Las matemáticas son descubiertas no creadas. Este punto de vista da lugar a un enfoque didáctico donde el alumno “recibe” el conocimiento.

La tercera es la instrumentalista, se ve como una bolsa de herramientas, como una acumulación de hechos, reglas y habilidades que deben ser usadas por el artesano entrenado hábilmente en la persecución de algunos fines extremos. De aquí se desprende un enfoque didáctico centrado en las habilidades y destrezas algorítmicas y computacionales.

Por otro lado Lerman (1983, citado por Thompson, 1992), identificó dos concepciones alternativas de la naturaleza de las matemáticas que el llamo absolutista y falibilista. Desde el punto de vista absolutista, todas las matemáticas se basan en fundamentos universales y absolutos, y, como tales, “el paradigma de conocimiento, cierto, absoluto, libre de valores y abstracto, con sus conexiones con el mundo real de una naturaleza platónica”. Desde una perspectiva falibilista, las matemáticas se desarrollan a través de conjeturas, pruebas y refutaciones, y se acepta la incertidumbre como algo inherente a la disciplina.

Skemp (citado por Thompson, 1992) propuso una distinción correspondiente entre “las matemáticas instrumentales” y “las matemáticas relacionales”… el conocimiento instrumental de las matemáticas es el conocimiento de un conjunto de planes fijos para llevar a cabo tareas matemáticas; mientras que el conocimiento relacional de las matemáticas se caracteriza por la posición de estructuras conceptuales que permiten al profesor construir varios planes para realizar una tarea dada. Al aprender matemáticas relacionales los significados se vuelven independientes de los fines últimos que deben ser alcanzados, mientras que aprender matemáticas instrumentales consiste en el aprendizaje de un número grande de planes fijos.

Thompson (1992) encontró que las diferencias en los puntos de vista sobre las matemáticas que tenían los maestros estaban relacionadas tanto con las diferencias en sus puntos de vista acerca del lugar de control en la enseñanza y de lo que constituía la evidencia del entendimiento de las matemáticas en sus estudiantes, como con las diferencias de sus percepciones del propósito de planear las lecciones.

Cooney, (citado por Llinares y Sánchez, l996) resalta que los profesores en educación primaria no cuentan con una formación específica en matemáticas ni para enseñar matemáticas, no obstante esto, la actual propuesta educativa presenta nuevas formas de comprender la enseñanza de esta disciplina, lo cual implica investigar sobre el conocimiento base (lineamientos didácticos, organización y secuencia de las actividades, etc.) necesario para enseñarla. Desde esta situación parece esencial llegar a comprender mejor las relaciones entre el conocimiento del contenido matemático que posee un profesor y la forma en que estos contenidos son enseñados.

1.3.3 Estudios sobre concepciones de maestros acerca del volumen

Enochs y Gabel (1984) aplicaron un cuestionario a 125 estudiantes para maestros con 13 preguntas de opción múltiple, después les dieron una clase a ocho estudiantes sobre área, superficie y volumen, y encontraron los siguientes resultados: 1) los estudiantes confunden longitud, área y volumen; 2) tienen problemas para convertir unidades de volumen a unidades de capacidad; 3) tienen problemas para capturar el volumen y el área total de sólidos.

Hernández (2002) realizó una investigación con una muestra de tres maestros de educación primaria para conocer la aceptación de la nueva propuesta educativa a seis años de su implementación: en el caso del volumen. Entre sus resultados puede mencionarse: a) Tanto los programas educativos como la labor del profesor son importantes para mejorar las oportunidades de aprendizaje matemático de los estudiantes; b) Es importante acercarse a analizar la práctica pedagógica del profesor, ya que es el agente encargado de propiciar y organizar la actividad que posibilitará al niño la construcción y comprensión de esta estructura matemática; c) los profesores no utilizan adecuadamente el lenguaje al tratar el tema de cuerpos geométricos hablan de “lados” en lugar de “aristas”; de “figuras” en lugar de “cuerpos”, “objetos” o “sólidos”, de “el espacio que tiene” o “el espacio que le cabe”, en lugar de el “espacio que ocupa”, etc. Por lo tanto, es necesario que los profesores tomen conciencia de la importancia de utilizar los términos precisos, con miras a la institucionalización del conocimiento; como antecedente necesario para el aprendizaje del volumen el conocimiento de perímetro (longitud) y área; d) los profesores continúan con prácticas educativa tradicionales; e) los maestros introducen desde la sesión inicial la fórmula.

Sáiz (2002) ha estudiado concepciones sobre el volumen de maestros de primaria. Entre sus resultados principales pueden mencionarse: i) los maestros en su muestra consideraban que los objetos volumen-medibles son aquellos para los que se pueden obtener tres longitudes; ii) los objetos delgados eran percibidos como superficies y por tanto no se consideraba que tuvieran un volumen medible; iii) los maestros consideraban que objetos de uso cotidiano no tenían volumen debido a su forma irregular y iv) el significado dominante que los maestros tenían para volumen era el de un número obtenido al multiplicar la longitud, la anchura y la altura de un objeto.

1.4. Reflexiones finales

En este capítulo hemos descrito:

- Los planes y programas de estudio para la educación primaria vigente, así como las lecciones que tratan el concepto de volumen.
- Algunas investigaciones relacionadas con el concepto de volumen y sus diferentes significados.
- Investigaciones relacionadas con los problemas de los niños para el aprendizaje del volumen.
- Investigaciones relacionadas con las concepciones de maestros en general y con concepciones de maestros sobre el volumen en particular.

Después de analizar la literatura sobre el tema nos centraremos en unos cuantos estudios para realizar nuestro trabajo. Dichos autores los presentaremos en nuestro siguiente capítulo que es el marco teórico.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo profundizaremos más sobre algunas investigaciones relacionadas con nuestro objeto de estudio y que son la parte central del análisis de esta tesis. Iniciaremos con los autores a los cuáles nos referimos para analizar las concepciones de los maestros: Ernest (1988) y Thompson (1992). A continuación incluiremos a los autores cuyos resultados nos permitan analizar las ideas relacionadas con los procesos y enseñanza del volumen: piaget (1970); Freudenthal (1983); Vergnaud (1983); Potari y Spiliotopoulou (1996) y Sáiz (2002).

2.1. Ernest

Ernest (1988) distingue tres filosofías sobre las concepciones que los maestros tienen acerca de la naturaleza de las matemáticas, y éstas son:

1. Instrumentalista, en la que las matemáticas son vistas como una acumulación de hechos, reglas y habilidades que deben ser usadas en la persecución de un fin externo; en donde las matemáticas no se relacionan con otras materias sino que son consideradas entidades separadas.

   El punto de vista instrumentalista de las matemáticas es comúnmente asociado con el modelo de enseñanza del instructor, y con el seguimiento estricto de un texto o esquema. También está asociado frecuentemente con los alumnos de conducta complaciente y que se amaestran en habilidades de aprendizaje.

2. Platónica o estática, la cual considera a las matemáticas como un cuerpo estático y unificado de conocimiento. Las matemáticas son descubiertas, no creadas; involucra un entendimiento global de las matemáticas como algo consciente, conectado y como una estructura objetiva. En esta filosofía el docente es considerado como un explicador y el aprendizaje como recepción del

conocimiento, en el que se modifica un poco el acercamiento del texto enriqueciéndolo con otros problemas y actividades.

3. Dinámica o de resolución de problemas, que considera a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos que se está expandiendo continuamente como una actividad de creación e invención humana y como un producto cultural. Las matemáticas son un proceso de cuestionamiento y de llegar a saber, no son un producto terminado, pero sí un resultado que está sujeto a revisión. En este nivel se ve al profesor como un facilitador del aprendizaje y al alumno como un constructor activo de entendimiento.

2.2. Thompson

Thompson (1992) realiza una investigación sobre las creencias y concepciones de los maestros y llega a la conclusión de que las concepciones docentes son estructuras mentales, más general, que abarca creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, gustos y referencias.

Encontró además que las diferencias en los puntos de vista sobre las matemáticas que tenían los maestros estaban relacionadas tanto con las diferencias en sus puntos de vista acerca del lugar de control en la enseñanza y de lo que constituía la evidencia del entendimiento de las matemáticas en sus estudiantes, como con las diferencias de sus percepciones del propósito de planear las lecciones.

2.3. Piaget

Piaget, Inhelder y Szeminska (1970) distinguen cuatro clases de significados relacionados con el concepto de volumen:

- Volumen interno;
- Volumen como espacio ocupado,

- Volumen complementario, y
- Volumen encerrado

Vale la pena mencionar que estos investigadores le otorgan al término volumen interno dos acepciones, las cuales usan indistintamente, como si las consideraran equivalentes. La primera es “aquello que está limitado por superficies”. La otra es “la cantidad de unidades de material que forman un cuerpo”.

Piaget, Inhelder y Szeminska (1970) definen el volumen ocupado como la cantidad de espacio ocupado por las unidades que conforman un cuerpo como un todo, en relación con otros objetos a su alrededor.

Según los investigadores, el volumen como espacio ocupado y el volumen complementario se miden por el cambio en el nivel del agua al sumergir en ésta un objeto y su conservación se demuestra cuando se anticipa la invarianza de dicho nivel, mientras que el volumen encerrado se utiliza cuando el concepto volumen se asocia con el “espacio encerrado dentro de las superficies frontera que limitan una región espacial” (Piaget *et al*., 1970, pág. 357).

2.4. Freudenthal

Freudenthal (1983) indica que la conservación del volumen ha sido más estudiada por los psicólogos que la del área, pero desde un punto de vista restrictivo ya que no contemplan todas las transformaciones que dejan el volumen invariable. Él opina que la conservación de la capacidad y el volumen presuponen transformaciones suaves, no demasiado duras como algunas por Piaget y sus seguidores. Para este investigador las transformaciones de romper y rehacer y la de vaciar líquidos es de un significado particularmente apropiado para observar los fenómenos de conservación del volumen, al menos cualitativamente. Freudenthal (1983) analiza con cuidado el caso del área y menciona que el análisis puede extenderse al concepto de volumen (Sáiz, 2002 hace parte de esta generalización).

Una parte importante de su análisis se basa en una distinción de los procedimientos utilizados al resolver problemas relacionados con el concepto de área, clasificándolos en cualitativos y cuantitativos.

Freudenthal (1983) inicia la aplicación de un análisis fenomenológico al concepto volumen imaginando experiencias cotidianas relacionadas con este concepto:

- se busca obtener más espacio libre en una habitación y los muebles van a reacomodarse;
- se está construyendo una casa y es preciso contar con una cisterna; se está haciendo un pastel y es necesario medir sólidos, líquidos, granos y semillas;
- se necesita guardar sobras de la comida en el refrigerador, es preciso elegir un recipiente suficientemente grande y al mismo tiempo que no ocupe mucho espacio.

2.5. Vergnaud

Para Vergnaud (1983) las etapas descritas por Piaget acerca de la conservación del volumen son una guía interesante para el análisis de este concepto. El trabajo de Vergnaud se centra en la aritmetización del volumen, esto es, el paso del espacio al número. Sus investigaciones dan como resultado cuatro categorías que son:

a) Los procesos unidimensionales y tridimensionales.

    Vergnaud considera que el volúmenes es una magnitud que es susceptible de dos tratamientos, uno como magnitud unidimensional, que puede ser comparada, medida, evaluada, aproximada, sumada, restada, etc., en función de ella misma, y otro como magnitud tridimensional, que permite medirla en función de otra magnitud (la longitud).

    El segundo tratamiento del volumen corresponde a modelos multiplicativos que se pueden ver obstaculizados por modelos aditivos.

b) Cálculo de volúmenes.

Lo relaciona con el cálculo del volumen de un paralelepípedo, en donde los errores más frecuentes son i) de tipo perímetro: suman las dimensiones; ii) de tipo superficie: calculan área y las suman.

c) Problemas de homotecia.

Se refiere al agrandamiento o acortamiento lineal de un cuerpo.

d) Comparaciones de cuerpos.

Vergnaud considera que los alumnos presentan dificultad al comparar los volúmenes de dos o más cuerpos sólidos; otra error se presenta cuando comparan el volumen de un sólido con la capacidad.

De acuerdo con sus investigaciones, considera que solamente en los cursos de 3º y 4º grado los niños llegan a conceptualizar y a definir el volumen. También observa que la fórmula del volumen no puede ser deducida por alumnos menores de 14 años.

2.6. Potari y Spiliotopoulou

Patari y Spiliotopoulou (1996), realizaron un estudio con dos clases de 5º grado (11 años) de la escuela primaria en Grecia. Treinta y ocho niños respondieron a seis tareas escritas. Toda la actividad duró 90 minutos. Las tareas fueron desarrolladas para poner a prueba el entendimiento de los niños sobre el volumen haciendo referencia a objetos cuando alguna de sus características varía en situaciones de diferente naturaleza.

Algunos de los resultados de estos autores se refieren a las concepciones de los niños sobre el volumen:

- El volumen es el espacio ocupado por el objeto.

- El volumen es la capacidad del objeto.
- El volumen está relacionado a la sustancia material del objeto.
- El volumen está relacionado a las propiedades geométricas del objeto: forma, tamaño y dimensiones.
- El volumen está relacionado a la sustancia material que forma el objeto.
- El volumen está relacionado con el peso de los objetos.

Otros resultados se relacionan con el cambio en las concepciones de los niños sobre el volumen cuando cambia el estado físico de los objetos que se les muestra. Por ejemplo un vaso vacío y uno lleno; un recipiente abierto y el mismo recipiente cerrado.

Algunos niños consideran, por ejemplo, que el volumen de un vaso es la cantidad de cristal que lo forma, cambian cuando el vaso se les presenta lleno y afirman entonces que el volumen es el agua o bien el cristal con el agua.

2.7. Sáiz

Sáiz (2002) reflexiona sobre los significados asociados con el concepto de volumen que ella extiende a partir de otras investigaciones y su propia experiencia, estos son:

- volumen interno: es la cantidad de unidades que conforman un cuerpo.
- volumen ocupado: es la cantidad de materia o espacio que esta limitado.
- volumen desplazado: es la cantidad de agua desplazada por un cuerpo al sumergirlo en dicho líquido.

- volumen encerrado: es la cantidad de espacio limitada por una o varias superficies o caras, esto es, la cantidad de sustancia encerrada dentro de un objeto hueco y cerrado.

- volumen como un número**:** el volumen es un número que se asocia a cada objeto por medio de algún procedimiento de conteo o cálculo.

- volumen como capacidad**:** el volumen de un objeto que a la vez es recipiente como “lo que le cabe”.

Ella también menciona la estrecha vinculación con el uso del vocablo del volumen del conjunto de objetos volumen-medibles. Por ejemplo, el conjunto de objetos capacidad-medible (recipientes) está contenido (pero no es igual) al conjunto de los objetos volumen ocupado-medibles.

2.8. Reflexiones finales

Los resultados de estos investigadores los utilizamos tanto en la construcción de la herramienta de toma de datos como en el análisis de los resultados obtenidos. En particular utilizamos las siguientes definiciones y consideraciones.

- De Ernest (1988) la clasificación de las concepciones de la matemática en: estática, instrumentalista y dinámica.

- De Thompson (1992) retomamos el término concepción con la acepción que ella le da: como una estructura mental más general, que abarca creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, gustos y referencias.

- De Freudenthal (1983) retomaremos los términos cualitativo y cuantitativo para clasificar los procedimientos usados para comparar y calcular volúmenes.

- De Vergnaud (1983) utilizamos el término unidimensional y tridimensional para clasificar los procedimientos de comparación y medición del volumen.

- De Sáiz (2002), Potari y Spiliotopoulou (1996) y Hart (1984) se tomaron algunos de los problemas que ellos aplicaron en su estudio y que nosotras incorporamos en los cuestionarios que aplicamos tanto del pilotaje como de la investigación final.

- De Sáiz (2002) también retomamos los conceptos de volumen interno; volumen como espacio ocupado, volumen complementario, volumen encerrado, volumen como un número y volumen como capacidad.

El proceso completo de diseño y aplicación de instrumentos de toma de datos y análisis es el tema de nuestro siguiente capítulo.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1. Tipo de estudio

Como muchas investigaciones sobre concepciones de maestros (ver Thompson, 1992) esta investigación es de corte cualitativo. Recabamos los datos a través de cuatro cuestionarios, aplicados a once maestros (anexo 1), así obtuvimos información sobre sus ideas sobre lo que ellos consideran relevante en cuanto a las matemáticas y el volumen, así como la manera en que ellos afirmaban que los aplican en su práctica docente. También aplicamos a seis docentes cinco ejercicios que fueron resueltos oralmente (anexo 2), los cuales grabamos en audio, con el fin de obtener un panorama de los conocimientos que ellos ponen en juego al resolverlos, así como sus dificultades y errores.

3.2. Sujetos

Los maestros que participaron en nuestra muestra son once profesores de quinto y sexto grado de educación primaria, de cinco escuelas del Distrito Federal. Para ello recuperamos como insumo sus datos personales, su inserción laboral, así como los cursos de matemáticas que ha tomado en su trayectoria profesional, dándonos como resultado la siguiente tabla:

MAESTRO	PREPARACIÓN PROFESIONAL	AÑOS DE SERVICIO	EDAD	GRADO QUE HA IMPARTIDO	CURSOS DE MATEMATICAS TOMADOS
AH3	Normal Básica Licenciatura en Geografía	45 años	65 años	Todos	Ninguno
BM1	Licenciatura en Educación Primaria	1 años	24 años	5º y 3º	Ninguno
CM3	Normal Básica.	21 años	41 años	6º, 5º,4º,3º,	Fracciones.

				2º	
DM3	Licenciatura en Educación Primaria.	23 años	42 años	Todos	Matemáticas 1. Matemáticas prácticas. (para el examen de carrera magisterio)
EM3	Normal Básica Licenciatura en Educación Primaria.	34 años	53 años	Todos	Jugando con las matemáticas. Matemáticas 1 (para el examen de carrera magisterio).
FH2	Licenciatura en Educación Primaria.	20 años	43 años	2º, 3º, 4º, 5º, 6º	Ninguno
GM1	Licenciatura en Educación Primaria.	6 años	33 años	1º, 2º, 3º, 5º, 6º	Ninguno
HH1	Licenciatura en Educación Primaria.	2 años	25 años	1º y 5º	Ninguno.
IM3	Normal Básica.	25 años	45 años	Todos	Probabilidad y Estadística, Azar.
JM1	Licenciatura en Educación Primaria.	9 años	31 año	1º, 2º, 3º, 4º y 6º	Diplomado y especialidad en Matemáticas.
KM3	Normal Básica.	25 años	42 años	Todos	Ninguno

La clave que aparece en la primera columna de la tabla obedece a la siguiente clasificación:

- A cada docente le asignamos una primera letra conforme el abecedario.
- La segunda letra se refiere al género de los docentes: M si es mujer y H si es hombre.
- El número que aparece al final se refiere a los años de servicio.
    - De 1 año a 10 años de servicio se asigno el número 1.
    - De 11 años a 20 años de servicio el número 2.
    - De 21años en adelante el número 3.

Nuestra tabla quedó de la siguiente manera:

AH3	BM1	CM3	DM3	EM3	FH2	GM1	HH1	IM3	JM1	KM3

Como podemos darnos cuenta, nuestra muestra está compuesta por once maestros de los cuales tres son hombres y ocho mujeres. De ellos:

- Cuatro de los docentes tienen menos de 10 años de servicio,
- Solo un maestro tiene menos de 20 años de servicio, y,
- Seis de los docentes tienen más de veintiún años de servicio.

Nuestra muestra nos permite darnos cuenta que:

- Cuatro de los once maestros cuentan con normal básica y los otros siete cuentan con Licenciatura en Educación Primaria.
- De los once maestros cinco han tomado algún curso sobre las matemáticas y los otros seis no.

3.3. Etapas de estudio

Las actividades que nos permitieron llevar a cabo esta investigación son las siguientes:

a) Delimitación del problema:

- Delimitamos el objeto de estudio.
- Buscamos y analizamos literatura relacionada con el tema.
- Redactamos nuestros objetivos y algunas preguntas de investigación.
- Seleccionamos algunas investigaciones para formar nuestro marco teórico.

b) Pilotaje

- Iniciamos con la elaboración del instrumento piloto.
- Aplicamos el pilotaje, basado en tres cuestionarios (Ver anexo 3. "Cuestionarios iníciales").
- En base a los resultados obtenidos en el pilotaje reestructuramos los instrumentos finales y desarrollamos cuatro cuestionarios definitivos para este estudio (ver 3.4 en este mismo capítulo).

c) Selección de profesores

Las restricciones que utilizamos en la selección de los profesores para el instrumento definitivo fueron:

- Ser profesores de 5º y 6º grado de primaria.

- Tener disponibilidad para resolver los cuatro cuestionarios y los cinco problemas de volumen.

d) Aplicación de los instrumentos definitivos

Cuestionarios

- El primer instrumento es el que llamamos “Perfil docente. Aquí concentramos todos los datos personales de los docentes como son: preparación profesional, años de servicio, edad, grados que ha impartido y cursos de matemáticas que ha tomado.
- El segundo cuestionario lo integramos con preguntas relacionadas a las Matemáticas en general, aquí establecimos una comparación entre las concepciones de los docentes y diversos autores.
- En el tercer cuestionario abordamos aspectos relacionados a la definición de volumen, aquí concentramos los datos en pequeñas tablas, las cuales nos permitieron comparar las respuestas de los docentes.
- En el último cuestionario realizamos diversos ejercicios relacionados al concepto de volumen. Elaboramos diversas graficas para dar a conocer la forma de pensar de cada uno de los maestros.

e) Entrevistas

- Grabamos en audio a los maestros cuando estaban esto resolviendo sus ejercicios.
- Transcribimos todas las entrevistas (anexo 2).

f) Organización y análisis de los resultados

- Una vez que aplicamos los cuatro cuestionarios, iniciamos con la captura de los datos de cada uno (anexo 1), para iniciar con el análisis de los mismos.
- Elaboramos tres tablas con subcategorias para registrar las respuestas de los maestros.
- Establecimos tres categorías, cada una con subcategorias para registrar las respuestas de los maestros en las entrevistas.
- En general fuimos leyendo y resaltando algunos de los segmentos del discurso de los maestros buscando concordancia o contraste con las ideas de nuestro marco teórico y obtuvimos diversas categorías que presentamos en el capítulo 4 de esta tesis.

3.4. Instrumentos de investigación

Tomando en consideración los aspectos señalados en el apartado anterior, los cuestionarios empleados para la presente investigación, de acuerdo a los objetivos propuestos son los siguientes:

1. La ficha de datos.

FICHA DE DATOS PERSONALES
Con la finalidad de apoyarme en el proceso de investigación, solicitó me permita conocer sus datos llenando el siguiente formato.

Fecha: ____

Docente:____

Edad: ____

Escuela en donde desempeña su labor docente: __________________________

Turno: ____

Antigüedad: ____

Grados que ha impartido: ____

Escuela en la que realizó sus estudios: _________________________________

Preparación profesional: ____

Cursos de matemáticas que ha tomado en los últimos años (especifique) ______

2. El primer cuestionario que abarca aspectos generales de matemáticas.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LÍNEA: MATEMATICAS

Solicito me permita conocer su opinión sobre las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo definiría a las Matemáticas? ___________________________________
2. Mencione los ejes que se trabajan en la asignatura de matemáticas ________
3. En su experiencia, ¿cuáles contenidos programáticos de matemáticas considera que causan mayor dificultad a los alumnos? ___________________

3. El segundo cuestionario maneja aspectos relacionados con el concepto de volumen.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LÍNEA: MATEMATICAS

Solicito me permita conocer su opinión sobre las siguientes preguntas.

1. ¿Qué tan importante es el eje de medición para usted? y ¿Por qué? ________
2. ¿Cuáles son los temas del concepto de volumen incluidos en el programa de estudios del grado en el que actualmente es maestro? ____________________
3. Describa la lección sobre el concepto de volumen del libro de texto que usa que más le gusta ____
4. ¿Cómo trabaja el concepto de volumen con sus alumnos? ________________
5. ¿Qué tantas fórmulas conoce para trabajar el volumen? anótelas ___________
6. Además de las actividades sobre el concepto de volumen que aparecen en el libro de texto que usa, ¿realiza otras actividades para enriquecer lo que aparece en los libros de texto? ¿Cuáles? ______________________________
7. Para usted, ¿Cuál es la diferencia entre volumen y capacidad o es lo mismo? ¿Por qué? ____

4. Cuestionario que abarca ejercicios de volumen.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LÍNEA: MATEMATICAS

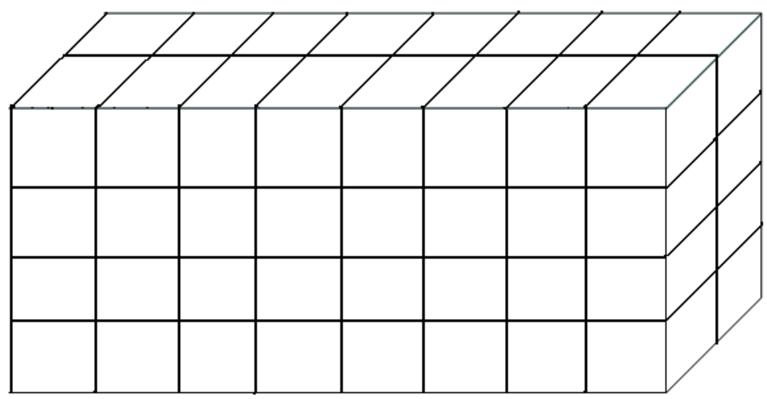
Solicito me permita conocer su opinión sobre las siguientes preguntas.

1. La maestra Susana de tercer grado de primaria acostumbra proponer a sus alumnos actividades como verter líquidos en un recipiente de distintas formas y tamaño.

a) ¿Cree Usted que esta actividad se relacionan con el concepto de volumen? ____

b) ¿Por qué piensa esto? ____

2. A Julio, un alumno de sexto grado de primaria, su maestra le pidió que calculara el volumen de un paralelepípedo hecho de cubos, como el que aparece en la siguiente figura:



Julio le dijo a su maestra: “el volumen es 64 porque puedo desbaratar el paralelepípedo y con el mismo número de cubitos formar un cubo de 4 por lado. Yo sé que para calcular el volumen de un cubo se multiplica 4x4x4, y cuando resuelvo la operación me sale 64”

a) Si Julio fuera su alumno y le respondiera como a su maestra, ¿Qué le dirías? ____

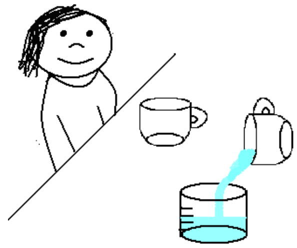
b) ¿Por qué? ____

c) ¿Le recomendaría hacerlo de una manera distinta? ____________________

- En caso de ser afirmativo ¿Qué procedimiento le sugerirías? ___________
- En caso de negativo, ¿Por qué? _________________________________

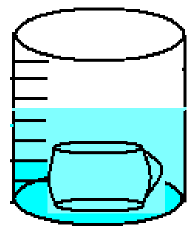
3. El maestro Julián ha pedido a sus alumnos que calculen el volumen de una taza.

Andrea vertió agua en ella y luego midió el líquido usando un recipiente graduado.



- ¿Qué midió Andrea? ____

Ana metió en un recipiente graduado, con agua una taza, y midió cuánto subía el nivel del agua.



- ¿Qué midió Ana? ____

➢ ¿Cuál de las dos calculó el volumen de la taza? ________________________

➢ ¿Por qué? ____

4. En la tabla siguiente encontrara tres columnas: en la primera columna una lista de objetos. En la segunda, tacha sí o no según piense que es posible obtener el volumen de los objetos de cada renglón y en la tercera columna escriba en qué basa su decisión.

Objeto	¿Es posible obtener el volumen?	¿Por qué dices que sí o por qué no?
Una silla	Sí No	
Un auditorio	Sí No	

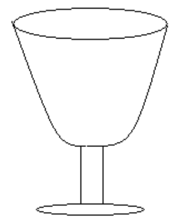
Una hoja de papel	Sí No	
Un trompo	Sí No	
Una copa	Sí No	
Una naranja	Sí No	

5. En la siguiente tabla, en la primera columna, aparece una lista de propiedades de cuerpos. En la segunda tacha sí o no según cree que la propiedad mencionada está relacionada o no con el volumen y en la tercera comente por qué dice que sí o no.

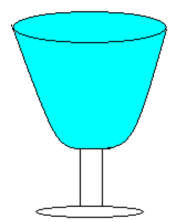
Propiedad	¿Crees que esta relacionada con el volumen?	¿Por qué dices que si o por qué no?
Capacidad	Sí No	
Área lateral	Sí No	

Peso	Sí No	

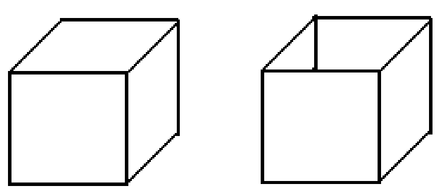
6. Aquí tiene una copa de cristal vacía. ¿A qué le llamaría volumen de la copa?



7. Aquí tiene una copa de cristal llena. ¿A qué le llamaría volumen?



8. Tiene dos objetos, los dos fueron hechos con el mismo molde, uno es de madera y el otro de plástico. El de plástico está hueco pero completamente cerrado.

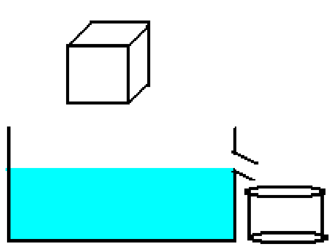


a) Compare el volumen de ambos cubos. ¿Cuál de los dos tiene mayor volumen o son iguales? ____

b) Anote usted cómo convencería a un amigo de su respuesta. ____________

9. Tenemos dos recipientes idénticos con la misma cantidad de agua, al lado de cada recipiente hay una abertura para que cuando el nivel del agua suba un poco, ésta pueda salir. Se va a sumergir dos cubos del mismo tamaño (el

primer cubo está completamente cerrado y el segundo cubo del mismo molde está abierto por un costado).

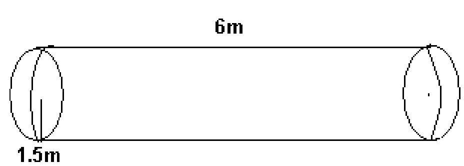


- ¿Usted que cree qué pasará en ambos casos? _________________________

10. ¿Cómo definiría al volumen? ____

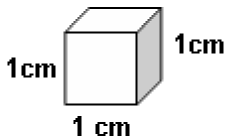
Después realizamos seis entrevistas a los docentes AH1, DM3, EM3, GM1, HH1 e IM3 con el fin de conocer, un poco más a fondo, algunas de las creencias y concepciones de los maestros. Estas entrevistas las basamos en la realización de cinco problemas que los maestros tenían que resolver e ir explicando los procedimientos que utilizaban para resolver dichos ejercicios.

1. Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas cada una de las cuales es una media esfera. La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.

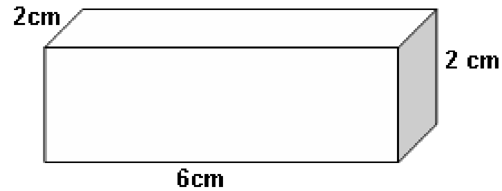


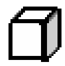
a) ¿Cómo calcularía la capacidad de este depósito?
b) ¿Cuáles de las fórmulas que se le muestran tendría que utilizar?
c) Aproximadamente ¿cuál es la capacidad del depósito?

2. (Tomado de Hart (1981) p.19) a) Cuántos cubos de 1 cm. por lado como éste



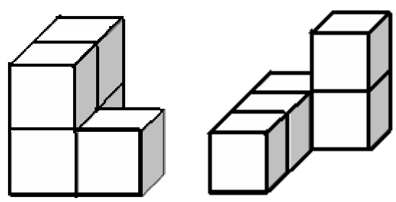
caben dentro de esta caja?



b) ¿Cuántos cubitos como éste  de ½ cm. de arista, caben en la misma caja?

- El doble que en el inciso anterior.
- Cuatro veces la cantidad del inciso anterior.
- Ocho veces la cantidad del inciso anterior.
- Ninguna de las anteriores.

3. Aquí abajo aparecen dos pentaminos (sólidos formados con 5 cubitos unidos al menos por una cara).



a) ¿Cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos deben tener la misma? (Explique su respuesta).

4. El señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala. El de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?

   - 2
   - 3
   - 6
   - 12

- Otro número

5. Si se tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?

Después de que aplicamos estos ejercicios a tres docentes y en base a los primeros resultados, nos replanteamos el problema número tres, con la finalidad de obtener un mejor resultado, quedando de la siguiente manera:

Una maestra les preguntó a los niños que si todos los pentaminos tienen la misma área o superficie total. Un alumno llamado Poncho le dijo que sí, porque si tienen el mismo volumen deben tener la misma área ¿Crees que está bien esta respuesta? ¿Por qué?

3.5. Aplicación

Los cuatro cuestionarios los diseñamos para aplicarlos en cuatro momentos, usando las horas de clase de Educación Física y aula de medios, sin embargo, y por petición del profesor, se fueron dejando de manera paulatina, para dar tiempo a los profesores de contestarlos.

La aplicación de la entrevista la llevamos a cabo dentro del plantel escolar de cada docente, en los tiempos de Educación Física o de aula de medios, que eran los momentos que el docente no estaba frente a grupo y de este modo no se interfirió con los procesos de enseñanza-aprendizaje de los alumnos.

3.6. Propuesta de categorización de los datos

Para realizar este proyecto de investigación nos basamos en los resultados obtenidos en el marco teórico, mismos que nos permitieron encontrar concordancia entre las ideas de los maestros y las de algunos autores permitiéndonos plantear las siguientes propuestas para cada uno de los cuestionarios:

- Para el primer cuestionario aplicamos tres categorías para clasificar al docente, que son: asignación de una letra del abecedario, sexo y años de servicio.
- Para el segundo, tercero y cuarto cuestionario las respuestas de los docentes las comparamos entre ellos mismos y con algunos autores citados en el marco teórico.

Para los ejercicios que realizaron los maestros y con ayuda del marco teórico hicimos una categorización en tres clases y subclases para ubicar las concepciones del docente. Finalmente quedaron tres que son:

- Conocimientos.
    - ➢ Aplican correctamente las operaciones.
    - ➢ Conocen los cuerpos geométricos.
    - ➢ Conocen las unidades de volumen y capacidad.
- Concepciones erróneas.
    - ➢ Cometen errores de cálculo diversos.
    - ➢ Creen que un cubo con la mitad de la arista tiene la mitad de volumen y no la octava parte como es lo correcto.
    - ➢ Cometen errores en cuanto al uso de unidades.
    - ➢ Usan mal el vocabulario.
- Ejemplos de situaciones en las que suceden re-conceptualización.

- ➢ Aplicación de operaciones.
- ➢ Cuerpos geométricos (arista).
- ➢ Unidades.

3.7. Resultados del estudio piloto

Con el propósito de tener una muestra lo más representativa posible, nos hicimos el propósito de aplicar un pilotaje que consistió en la aplicación de tres cuestionarios (anexo 3) a diez profesores de la Escuela Primaria “Benito Juárez”, mismos que desarrollamos en dos fases.

La primera fase de nuestra investigación consistió en el diseño de tres instrumentos con preguntas, actividades y problemas relacionados con el tema de volumen, dichos instrumentos manejaban los siguientes aspectos:

- El primero es una ficha de datos para identificar los datos personales del docente.
- El segundo cuestionario nos proporcionaba información sobre aspectos generales de las matemáticas y del volumen.
- El tercer apartado estaban relacionados con una serie de problemas o ejercicios sobre el volumen.

La segunda fase consistió en la aplicación de los instrumentos elaborados. Los tres instrumentos se aplicaron en una escuela primaria del D. F. la Escuela Primaria “Benito Juárez” turno vespertino, ubicada en Jalapa No. 272, Col. Roma Sur, Delegación Cuauhtémoc. En dicha escuela existen 24 grupos, cuatro grupos por grado. El pilotaje se aplicó a diez docentes: cuatro de sexto grado, cuatro de quinto grado y dos de cuarto grado. Los instrumentos fueron diseñados para ser contestados en tres o más sesiones, usando, precisamente las horas de clase de Educación Física o aula de medios, en donde el docente no está frente a grupo, sin embargo, y por petición del profesor, se fueron dejando de manera paulatina, para dar tiempo al profesor de contestarlos.

La experiencia obtenida al aplicar esta ficha de datos fue la siguiente:

- A los docentes no les gusta escribir su nombre, tal vez porque se sienten desconfiados respecto a cómo se usarán sus resultados a pesar de que se les aclaró que permanecería el anonimato.
- Cuatro de los docentes tienen normal básica y los otros dos cuentan con Licenciatura en Educación Primaria.
- Tres profesores han tomado cursos sobre matemáticas, los otros tres no.

Aplicamos un segundo cuestionario que constó de diez preguntas. Lo que pudimos observar en este cuestionario fue que los maestros:

- Usan pocas palabras en sus respuestas, sobre todo si tienen que dar una definición, por ejemplo en la pregunta "¿Cómo definiría a las Matemáticas?"
- Se observa un conocimiento apropiado por parte de los docentes cuando mencionan los ejes matemáticos.
- Los maestros reconocen que existen diversos procesos susceptibles para enseñar el volumen en el salón de clase ya que mencionan actividades que les han funcionado para la enseñanza de este término.
- Para los maestros el conocimiento que tienen de las fórmulas es evidente ya que cuando se les pregunta "¿qué tantas fórmulas conoce para trabajar el volumen? anótelas" se observa que los docentes en general conocen más formulas de las que necesita para el grado que enseña.
- Es evidente que los maestros utilizan otros materiales de apoyo como son: guía, Enciclomedia, materiales didácticos y de la vida cotidiana que les dan habilidades para la enseñanza del concepto de volumen.

- Hay preguntas donde los maestros no responden.

Otra manera de obtener información sobre los modelos de enseñanza de los maestros fue la aplicación del tercer cuestionario en donde se manejaron situaciones didácticas hipotéticas Sáiz (2002), Potari y Spiliotopoulou (1996) y Hart (1981).

A través de las respuestas a esta pregunta se obtienen la siguiente información:

- Los maestros relacionan las actividades con los términos de volumen y capacidad.
- En la actividad que realiza Ana los docentes, además de tomar en cuenta los términos de capacidad y volumen, hablan de términos como masa y peso.
- Uno de los profesores considera que el peso afecta el cambio de nivel en el líquido al usar inmersión.
- La mayoría de los docentes considera que una hoja es un objeto plano y por tal razón no tiene volumen ya que no cuenta con tres dimensiones.
- En su mayoría, los docentes no responden las actividades propuestas en las preguntas 4 y 5 ya que no están seguros de las respuestas y son temas que estudiaron hace mucho por ello decidimos eliminar presión y masa ya que tienen que ver con propiedades físicas del cuerpo.

Los resultados obtenidos en este pilotaje nos permitieron modificar y desarrollar los nuevos instrumentos.

Los datos obtenidos y presentados en el presente capítulo nos permitieron obtener las respuestas a la propuesta de investigación que hemos planteado al inicio de este trabajo. Por lo tanto en el siguiente y último capítulo de este trabajo ofrecemos, los resultados y el análisis de los mismos obteniendo un panorama de las concepciones que prevalecen entre los maestros de primaria sobre el volumen y su enseñanza, mismos que podremos conocer en nuestro próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS DATOS DE INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS DATOS DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo exponemos los datos obtenidos durante la investigación cuyo reporte es esta tesis. Así mismo, describimos los resultados de los análisis aplicados a esos datos. Como ya hemos explicado (ver capítulo 3 de metodología), los datos se obtuvieron a través de la aplicación de cuatro cuestionarios, a los que los maestros respondieron de forma escrita, y de una “entrevista - ejercicio”, en la que los maestros resolvieron algunos problemas de manera oral; estas entrevistas fueron grabadas en audio y transcritas posteriormente.

4.1. Análisis de los datos

Los cuestionarios respondidos por los once maestros nos proporcionaron la primera parte de los datos específicos para indagar acerca de las concepciones de los maestros sobre el concepto de volumen y su enseñanza. El análisis de estos datos los realizamos tomando en cuenta el marco teórico descrito en el capítulo 2. En las siguientes páginas se describe el resultado de dicho análisis.

4.1.1. Concepciones sobre las matemáticas y la medición

Thompson (1992) menciona que para analizar mejor las concepciones de los maestros sobre temas específicos de las matemáticas es importante conocer primero sus concepciones de las matemáticas en general. Para esto nos planteamos la primera pregunta de este cuestionario: ¿cómo definiría a las matemáticas? Las respuestas se clasificaron en tres categorías tomadas de Ernest (1988, ver apartado 2.1.) quien distingue tres concepciones de las matemáticas.

- Estática. Que se refiere a las matemáticas como una ciencia terminada y exacta.

- Instrumentalista. Que se refiere a las matemáticas como una herramienta o conjunto de herramientas, que puede ser usada y aplicada en diferentes situaciones escolares y de la vida diaria.

- Dinámica. Se agrupan respuestas de los docentes que consideran a las matemáticas como un cúmulo de conocimientos inacabados y en constante cambio a través de la resolución de problemas.

Como ejemplo de estas categorías, respectivamente, tenemos:

KM3: “[las matemáticas son] una ciencia exacta”.

BM1: “[las matemáticas son] una herramienta para desarrollar procesos diversos y variados que puedan resolver problemas de la vida cotidiana”.

EM3: “[las matemáticas son] un proceso de construcción de conocimientos, habilidades y que permita a cada alumno enfrentarse y dar respuesta a los problemas matemáticos que se presentan en la vida”.

Finalmente los maestros quedaron clasificados como se muestra en la tabla 1

Estática	Instrumentalistas	Dinámica
AH3, CM3, DM3, GM1, IM3, JM1 y KM3	BM1 y HH1	FH2 y EM3

Tabla 1

Con estas mismas categorías clasificamos las respuestas a la pregunta ¿qué tan importante es el eje de medición para usted? y ¿por qué?. De acuerdo con sus respuestas, los maestros quedaron clasificados como se muestra en la tabla 2. Como se ve la mayoría de los maestros se ubica en la categoría instrumentalista. Esto no es de sorprender porque medir es una actividad cotidiana usada desde el inicio de la humanidad. No así, las matemáticas en general. Para los maestros la medición es un apoyo para la formación matemática porque como respondió KM3 “mucho ya que se aplica en la vida real”

Estática	Instrumentalistas	Dinámica
GM1	AH3, BM1, CM3, FH2, HH1, IM3, JM1, KM3	DM3, EM3

Tabla 2

4.1.2. Concepciones de los maestros sobre enseñanza de la medición y el volumen

Otras preguntas pretendían indagar el conocimiento de los maestros sobre los materiales de la SEP con respecto al volumen, los ejes y temas a los que dan más importancia y su modelo de enseñanza.

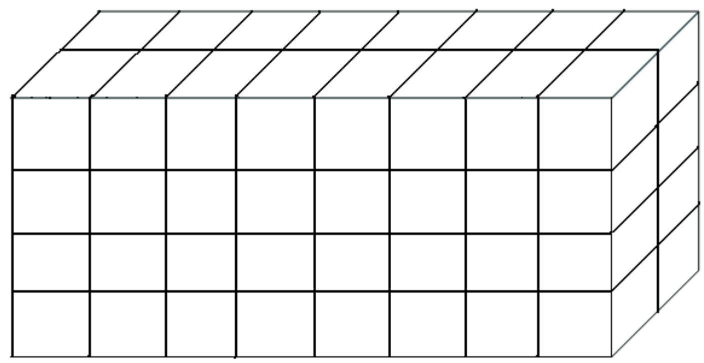
Sobre el primer punto la mayoría conoce los ejes en los que está dividido el programa, el lugar que ocupa la medición y el volumen en el currículum. Sobre la importancia de los temas, por ejemplo a la pregunta: en su experiencia, ¿cuáles contenidos programáticos de matemáticas consideras que causan mayor dificultad a los alumnos? Se clasificaron en cuatro categorías como se ve en la tabla 3:

Fracciones	Volumen	Problemas	Otros factores
AH3, BM1, EM3, FH2, GM1, HH1, IM3, JM1, KM3	AH3, BM1, DM3, IM3, JM1, KM3	AH3, IM3, JM1, KM3	CM3, FH2, GM1, JM1

Tabla 3

De lo expuesto en la tabla 3 se desprende que los maestros están más preocupados por un tema del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones, sin embargo también señalan como difícil al volumen. Sobre los modelos de enseñanza en general las respuestas apuntan predominantemente hacia actividades de corte cualitativo, aunque esto debería corroborarse observando a los maestros en el aula, lo cual no fue posible para este estudio.

También algunas preguntas del cuestionario cuatro den información sobre los modelos de enseñanza, por ejemplo la pregunta dos, en dónde se plantea el siguiente caso: A Julio, un alumno de sexto grado de primaria, su maestra le pidió que calculara el volumen de un paralelepípedo hecho de cubos, como el que aparece en la siguiente figura:



Julio le dijo a su maestra: “el volumen es 64 porque puedo desbaratar el paralelepípedo y con el mismo número de cubitos formar un cubo de 4 por lado. Yo sé que para calcular el volumen de un cubo se multiplica 4x4x4, y cuando resuelvo la operación me sale 64”. La pregunta planteada a los maestros fue: “Si Julio fuera su alumno y le respondiera como a su maestra, ¿Qué le dirías?” los once docentes contestaron que era correcto.

Al pedirles que explicaran “¿Por qué?”, algunos aceptan el procedimiento de Julio e incluso lo reafirman lo cual los ubica en la categoría de modelos de enseñanza cualitativos ya que esta categoría agrupa a los maestros que dan importancia a procesos que no involucran números ni cálculos (ver Freudenthal, 1983; ver apartado 2.4).

Otros aunque aceptan la corrección del procedimiento del alumno consideran que ambos miden 1 cm^3 y que el niño lo conto bien. DM3: “porque la formación o agrupación de cm^3 nos da la figura”.

Finalmente los maestros quedaron clasificados de acuerdo a su modelo de enseñanza como se muestra en la tabla 4.

Cualitativos	Cuantitativos
BM1, GM1, HH1, IM1, JM1	AH3, CM3, DM3, EM3, FH2, IM3, KM3

Tabla 4

Después se les dice “en caso de ser afirmativo ¿Qué procedimiento le sugerirías?” los maestros se catalogaron igual que en la actividad anterior y quedaron como se muestra en la tabla 5:

Cualitativos	Cuantitativos
AH3, CM3, EM3, GM1, JM1, KM3	BM1, DM3, FH2, HH1, IM3

Tabla 5

Los docentes AH3, JM1 y KM3 propusieron actividades donde el niño hace otras tareas, es decir, descomposiciones, transformaciones de romper y rehacer Freudenthal (1983).

BM1 y FH2 mencionaron actividades ligadas al uso o la deducción de la fórmula. Sobre esto Vergnaud (1983) considera que los niños de esta edad, no pueden deducir la fórmula para obtener el volumen de un prisma rectangular a partir de hacer conteos de cubos por capas, por lo que no recomienda trabajar este tipo de actividades con niños menores a los 14 o 15 años.

4.1.3. Concepciones de los maestros relacionados con el concepto de volumen

Para indagar acerca de las concepciones de los maestros sobre el volumen se planteó la última pregunta del cuestionario dos y todas las del cuestionario tres que siguen brindando información sobre las concepciones de los maestros acerca del concepto de volumen.

- Significados asociados al vocablo volumen

Una de estas preguntas era ¿Cuál es la diferencia entre volumen y capacidad o es lo mismo? ¿Por qué? Las respuestas de los docentes se ubican en dos categorías, que se presentan en la tabla 6. La primera categoría “diferentes” se divide en los que expresan las definiciones formales de ambos conceptos; mientras que la segunda se refiere a atributos del cuerpo

diferentes		lo mismo
Conceptos	Atributos	
AH3, FH2, GM1, HH1, IM3	BM1	CM3, DM3, EM3, KM3, JM1

Tabla 6

Dentro de la primera categoría que nos da definiciones formales está AH3: “el volumen es la cantidad de unidades cúbicas que tiene un espacio o un cuerpo. Capacidad es el espacio que tienen para ser ocupado por un líquido, gas u otro material, este espacio se puede medir con unidades de volumen o por el litro”.

Vemos que el maestro BM1 claramente distingue atributos para estos dos términos y su relación “no es lo mismo. Volumen (M^3) se utiliza para determinar el espacio de los cuerpos y capacidad para medir los líquidos”, es decir, considera que se trata de dos magnitudes distintas: al volumen lo considera una magnitud para medir objetos sólidos y a la capacidad como una magnitud para medir objetos en forma líquida. Así, aunque ambos maestros están de acuerdo en cuanto a que se trata de magnitudes diferentes, mientras que el primero tiene clara la diferencia entre volumen y capacidad no ocurre lo mismo con el otro maestro, para quien el estado físico del cuerpo determina la magnitud con la que éste ha de ser medido (un resultado similar al obtenido por Potari y Spiliotopoulou (1996) con niños de 5º grado de primaria); sin reparar en que la capacidad de un recipiente es el volumen de un cuerpo que puede estar en forma líquida, sólida, en polvo, en granos, etc. y que lo llena completamente. Por eso la categoría “diferentes” se ha dividido en dos subcategorías: los que conocen la diferencia entre ambas magnitudes y los que tienen una concepción incompleta sobre esta diferencia, ya que tanto los sólidos como los líquidos pueden medirse con unidades de volumen, de modo que no estriba ahí la diferencia.

De los ejemplos anteriores podemos concluir que maestros como AH3 usan las definiciones de ambos conceptos claramente diferenciados (ver Freudenthal. 1983); BM1 en cambio enfoca su atención en el estado físico del objeto a medir (ver Potari y Spiliotopoulou, 1996). Por último CM3 pareciera confundir capacidad con volumen ya que él considera que ambos términos se refieren a lo que está dentro de un cuerpo, lo cual es ambiguo, porque no se sabe si se refiere a un cuerpo que a la vez es recipiente y “lo que está dentro” es lo que le cabe.

En la primera pregunta del cuestionario cuatro: La maestra Susana de tercer grado de primaria acostumbra proponer a sus alumnos actividades como verter líquidos en un recipiente de distintas formas y tamaño. ¿Cree Usted que esta actividad se relaciona con el concepto de volumen? nueve de los once maestros consideran que si hay una relación. Cuando cuestionamos a los profesores “¿Por qué piensa esto?” las respuestas de los docentes las clasificamos con las mismas categorías explicadas unos renglones antes sobre la relación entre los conceptos de volumen y capacidad, como se muestra en la tabla 7.

diferentes		lo mismo
Conceptos	Atributos	
AH3	BM1, CM3, FH2, GM1, HH1, KM3	DM3, IM3, JM1, EM3

Tabla 7

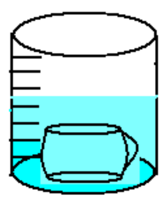
Por ejemplo BM1 responde “porque así se da cuenta de la capacidad que tienen un cuerpo con respecto a otro”; mientras que AH3 dice “porque usa recipientes de distinta forma y tamaño; para relacionarlas con el volumen debe usar unidades cubicas o en su caso el litro y el dm^3".

- Capacidad y volumen

El maestro Julián ha pedido a sus alumnos que calculen el volumen de una taza. Andrea vertió agua en ella y luego midió el líquido usando un recipiente graduado.

¿Qué midió Andrea?

A esta pregunta, diez de los once maestros respondieron que la niña midió capacidad de la taza. La pregunta dice después: "Ana metió en un recipiente graduado, con agua, y midió cuánto subía el nivel del agua.



¿Qué midió Ana?"

Los mismos diez maestros responden que Ana midió el volumen de la taza: mientras que EM3 responde que lo que Ana midió es el peso, una concepción errónea que ha sido identificada por varios autores (Potari y Spiliotopoulou, 1996 y Sáiz, 2002).

El tercer punto de la pregunta era: "¿Cuál de las dos calculó el volumen de la taza?" Al explicar sus respuestas, éstas las clasificamos de acuerdo a los significados asociados al vocablo volumen descrito en el capítulo 2, apartado 2.7 y se resume en la tabla 8.

Capacidad	Volumen ocupado	Volumen desplazado
BM1, EM3	AH3, DM3, FH2, GM1, HH1, IM3	JM1, CM3 y KM3

Tabla 8

Como ejemplo de estas categorías, respectivamente, tenemos:

BM1: “Porque midió la cantidad de agua que tiene la taza.

AH3: “Porque la taza es un cuerpo que ocupa un lugar en el espacio que equivale al volumen del agua que sube en el recipiente graduado”.

JM1: Se basó en la teoría de Arquímedes, ya que al introducir un cuerpo en una cantidad de agua se derrama el volumen del objeto”.

- Procedimientos de medición del volumen

En la pregunta número cuatro establecimos: “en la tabla siguiente encontrará tres columnas: en la primera columna una lista de objetos. En la segunda, tacha sí o no según piense que es posible obtener el volumen de los objetos de cada renglón y en la tercera columna escriba en qué basas tu decisión”. Las respuestas para cada objeto y las categorías en las que fuimos colocandolas se muestran a continuación. Es importante aclarar que las categorías para clasificar las respuestas corresponden, principalmente a los significados de Sáiz (2002). Estos significados han sido descritos en el capítulo 2 y son: volumen interno, espacio ocupado, espacio desplazado, volumen encerrado, número y capacidad. Otras categorías, que aportan información sobre las concepciones de los maestros en cuanto al significado que asocian al vocablo volumen, también usadas por Sáiz (2002), son peso, estado físico, forma, área.

En ocasiones, las respuestas se refieren a procedimientos para la obtención del volumen, en este caso las categorías son las que ya hemos usado: cualitativos y cuantitativos. Los procedimientos cualitativos son: inmersión, comparación a ojo o sopesando, uso de transformaciones. Los procedimientos cuantitativos utilizados en este análisis específicamente son: conteo, aplicación de fórmulas o referencia a que el cuerpo se parece a algún cuerpo geométrico escolar para el que existe una fórmula, uso de unidades, tres dimensiones (cuando los maestros dicen que se puede obtener el volumen cuando el cuerpo tiene tres dimensiones, queriendo decir que hay tres datos que pueden ser multiplicados).

Silla

En el caso de la silla, ocho maestros respondieron que sí tiene volumen y tres que no. Las respuestas se dividen en dos tipos de respuestas, mismos que se presentan en la tabla 9.

Significados				Procedimientos		
				Cualitativos	Cuantitativos	
Peso	Capacidad	Espacio ocupado	Espacio desplazado	Transformaciones	Fórmulas	Tres dimensiones
DM3	DM3	DM3, GM1, HH1, KM3	FH2	JM1, EM3	CM3, BM1	AH3, IM3

Tabla 9

El docente JM1, considera que la silla sí tiene volumen "porque está integrada por figuras geométricas", de modo que su respuesta hace referencia, no a un significado o definición del volumen, si no a un procedimiento asociado con la medición del volumen. El maestro parece observar que la silla puede descomponerse en partes con forma de cuerpos geométricos conocidos para poder calcular su volumen. Se trataría de aplicar una transformación de romper y hacer (Freudenthal, 1983) por lo que su respuesta queda catalogada como procedimientos cualitativos transformaciones.

Un ejemplo de respuesta catalogada como procedimientos cuantitativos es la que da el docente AH3, quien considera que una silla sí tiene volumen “porque tiene tres dimensiones: largo, ancho, grueso”.

Los docentes que centran sus respuestas en significados son DM3, GM1, HH1, KM3 Y FH2, por ejemplo, el docente DM3 el cual responde que la silla sí tiene volumen “porque se puede calcular el peso, la capacidad del peso que soportará y el lugar o espacio que ocupa”, como se ve, su respuesta involucra al peso, la capacidad y el espacio ocupado de la silla. Mientras que el docente FH2 centra su respuesta en el significado de espacio desplazado porque lo ejemplifica con el ejercicio de la taza.

De los que respondieron negativamente, la respuesta del docente BM1 se basa en el estado físico de la silla, ya que dice que no tiene volumen “porque no es un cuerpo cerrado”. Posiblemente, lo que quiere decir es que no es un cuerpo geométrico conocido y del cual se conozca una fórmula para obtener su volumen, por lo que quedó clasificado en cuantitativo.

Ese mismo caso parece ser el de CM3 quien considera que la silla no tiene volumen “porque son figuras planas que su volumen puede ser determinado por el grosor de su material”. Una respuesta difícil de clasificar, porque las figuras planas no tienen volumen. Quizás el maestro se refiere a que se trata de un cuerpo geométrico y que se puede aplicar una fórmula. EM3, en cambio, dice explícitamente que habría que descomponerlo en partes y sacar parte por parte el volumen, lo cual es correcto y pertinente, sin embargo, para él esto significa que NO se puede calcular el volumen de una silla, esto es, obtener el volumen significa calcularlo en un solo paso, quizás, tener una fórmula. Aún así, preferimos clasificarlo en la categoría procesos -cualitativos.

Auditorio

Los once maestros coincidieron en cuanto a que un auditorio sí tiene volumen, sus respuestas se clasificaron en cuatro subcategorías, que presentamos en la tabla 10: una pertenece a la categoría Significados y las otras a la categoría procedimientos cuantitativos. Una de las subcategorías no fue usada por Saíz (2002) y es la que se refiere al volumen, en un sentido utilitario del auditorio, que se calcularía por el número de personas que caben en él.

Significados	Procedimientos cuantitativos		
Espacio ocupado	Fórmulas	Tres dimensiones	Número de personas que caben
CM3, GM1, HH1	FH2, KM3	AH3, BM1, EM3, IM3, JM1	DM3

Tabla 10

Por ejemplo el maestro CM3 considera que el auditorio sí tiene volumen "porque en el hay un espacio que puede ocupar", es decir su justificación hace referencia a un significado del término volumen.

En la subcategoría de tres dimensiones ubicamos la respuesta del docente AH3 quien considera que el auditorio sí tiene volumen: "porque tiene tres dimensiones: largo, ancho, grueso", creemos que el docente considera que el auditorio es un objeto volumen-medible ya que tiene tres longitudes y esto serviría de ejemplo a la tesis que sostiene que un significado predominante que los maestros tienen para el término volumen es el de un número obtenido al multiplicar la longitud, la anchura y la altura de un objeto, tal y como lo afirma Sáiz (2002)en su investigación.

En la tercera subcategoría ubicamos al docente FH2 quien considera que el auditorio si tiene volumen "porque puede que sea un prisma rectangular" y por lo tanto, el maestro considera que puede obtener el resultado a través del uso de la fórmula, mientras que en la última subcategoría ubicamos al docente DM3, quien dice que el auditorio sí tiene volumen “por la capacidad de personas que caben en él”

Una hoja de papel

Siete de los once maestros consideran que la hoja de papel si tiene volumen. Sus respuestas se clasificaron el cuatro subcategorías: una pertenece a la categoría de significados, en donde ubicamos la subcategoría de peso y espacio ocupado, y la otra categoría es la de procedimiento.

La tabla 11 muestra la clasificación de los resultados.

Significados		Procedimientos	
Peso	Espacio ocupado	Cualitativos	Cuantitativos
		Transformaciones	Tres dimensiones
DM3	HH1, KM3	FH2	AH3, GM1, EM3

Tabla 11

HH1 considera que la hoja sí tiene volumen “porque se puede ver el espacio que ocupa la hoja en un determinado espacio”;

El docente FH2 considera que la hoja sí tiene volumen “porque se comprime y tiene volumen”, es decir, propone aplicar una transformación a la hoja para obtener su volumen. Por otro lado el docente AH3 piensa que la hoja sí tiene volumen “porque tiene tres dimensiones: largo, ancho, grueso”.

Todas las respuestas de los docentes que creen que una hoja de papel no tiene volumen son justificadas de la misma manera: “porque no tiene tres dimensiones”, un argumento de tipo cuantitativo. Por ejemplo, el profesor IM3 dice que una hoja de papel no tiene volumen “porque no tiene tres medidas”.

Un trompo

En este caso, las respuestas de los once maestros fueron afirmativas; al preguntarles el por qué de su aserción dan respuestas que clasificamos en seis subcategorías como se describen en la tabla 12.

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Significados</th><th colspan="3">Procedimientos</th><th rowspan="3">No sabe</th></tr>
<tr><th>Cualitativos</th><th colspan="2">Cuantitativos</th></tr>
<tr><th>Peso</th><th>Espacio ocupado</th><th>Transformación</th><th>Tres dimensiones</th><th>Cuerpo geométrico</th></tr>
<tr><td>CM3</td><td>BM1, HH1</td><td>FH2</td><td>AH3, IM3, JM1</td><td>DM3, EM3, KM3</td><td>GM1</td></tr>
</table>

Tabla 12

El maestro CM3 justifica su respuesta porque, para él, el volumen “puede determinarse por el peso o material que esta hecho”.

El docente BM1 considera que sí tiene volumen “porque se mide el espacio que ocupa”.

Mientras que el profesor FH2 dice que este cuerpo sí tiene volumen ya que “Se comprime y tiene volumen”.

El maestro AH3 justifica su respuesta diciendo que el trompo sí tiene volumen “porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso”.

EM3 considera que el trompo es un cuerpo geométrico “porque tiene la forma de un cono” y como se había mencionado, en el caso de la hoja de papel, Una copa

Diez maestros coinciden en que una copa sí tiene volumen, sus respuestas fueron clasificadas en cinco subcategorías que son:

Significados			Procedimientos Cuantitativos	
Capacidad	Espacio ocupado	Volumen interno: cristal	Tiene tres dimensiones	Cuerpo geométrico
BM1, CM3, DM3, EM3	FH2, GM1, HH1	DM3	AH3, JM1	KM3

Al profesor DM3 lo ubicamos en dos categorías, la de capacidad y volumen interno, porque él dice que la copa sí tiene volumen por “la cantidad de vino que contiene o el material que se necesita para elaborarla”; el maestro GM1 dice que la copa sí tiene volumen **“**porque ocupa un espacio”.

Por otro lado AH3 considera que sí tiene volumen “porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso”, y el docente KM3 nos permite tener la quinta categoría ya que él considera que la copa si tiene volumen “porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular”.

Sólo el profesor IM3 considera que la copa no tiene volumen porque para él este objeto no tiene dimensiones; tal vez el considera que solo los objetos con forma de cuerpos geométricos tienen volumen.

Una naranja

Los once profesores encuestados coinciden en que una naranja sí tiene volumen, sus respuestas las clasificamos en cuatro subcategorías, mismas que presentamos a continuación:

Significados		Procedimientos-cuantitativos	
Peso	Espacio ocupado	Tiene tres dimensiones	Cuerpo geométrico (esfera)
DM3	BM1, EM3, FH2, HH1	AH3, IM3, JM1	CM3, GM1, KM3

El docente DM3 centra su respuesta en el peso, y afirma que “su peso o la cantidad de jugo que se puede obtener”.

Uno de los docentes que centra su respuesta en espacio ocupado es el HH1 “porque podemos calcular el espacio que utiliza”; AH3 considera a la naranja como un cuerpo tridimensional ya que justifica su respuesta al decir que “tiene dimensiones: largo, ancho, grueso”.

Mientras que el docente CM3 considera que la naranja tiene volumen “por tener forma esférica”.

En la pregunta cinco las instrucciones eran: “en la siguiente tabla, en la primera columna, aparece una lista de propiedades de cuerpos. En la segunda tacha sí o no según cree que la propiedad mencionada está relacionada o no con el volumen y en la tercera comenta porqué dice que sí o no.”

Capacidad

Las respuestas de los diez maestros que consideran que la capacidad y el volumen sí tienen relación, todos parecen entender que la capacidad corresponde a un volumen y así explican su respuesta. Sólo el maestro AH3 justifica estableciendo una relación directa: “mayor volumen mayor capacidad”.

A mayor volumen / mayor capacidad	Porque la capacidad es un volumen (el del cuerpo que es contenido)
AH3	BM1 DM3 EM3, FH2, GM1, HH1, JM1, KM3

Por ejemplo el docente HH1 considera que si tiene relación “porque se relaciona con el concepto de volumen, al conocer cuánto líquido le cabe a un recipiente”.

Al preguntarle ¿Por qué no? obtuvimos solo la respuesta del docente IM3 quien considera que no existe una relación entre estos dos términos ya que para él “es lo que contiene el cuerpo”.

Área lateral

Seis de los once maestros consideran que existe una relación entre el área lateral y el volumen; esta creencia ha sido reportada por varios autores (ver por ejemplo Sáiz, 2002), sus respuestas las ubicamos en dos categorías, mismas que presentamos a continuación:

Menor área / menor volumen	El área determina el volumen
AH3	CM3 FH2, GM1, JM1, KM3

Por ejemplo, el docente KM3 considera al área lateral como parte del cuerpo de un objeto “y junto con los otros dos lados calculan un volumen determinado”. Queriendo decir, probablemente, que una vez determinada el área del cuerpo el volumen queda determinado. Esta idea no es completamente correcta, pues un área determinada impone un tope al volumen pero no lo determina.

Mientras que los que dieron como respuesta “No”, lo hacen porque consideran que no existe una relación entre ambos términos, consideran que son cosas diferentes. Por ejemplo el IM3 dice “las áreas no miden volumen, sólo superficies planas”.

Peso

Sólo siete de los once maestros consideran que sí existe una relación entre el peso y el volumen; sus respuestas las ubicamos en tres categorías que presentamos a continuación:

Es la presión que ejerce un cuerpo	El peso se refiere al volumen y el tamaño	Es la capacidad
BM1	DM3, EM3, FH2, GM1	IM3, JM1

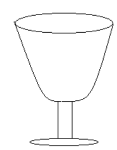
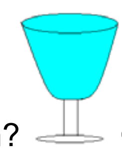
Por ejemplo el la primera categoría ubicamos al docente BM1 porque el considera que entre estos dos términos sí existe una relación ya “la presión que ejerce un cuerpo o la masa contenida en el mismo”; mientras que el profesor DM3 considera que sí hay una relación y justifica su respuesta diciendo: “el peso es una unidad que se refiere al volumen y tamaño”.

Por último, el docente IM3 relaciona el peso con la capacidad ya que, dice que “se utiliza a través de la capacidad”.

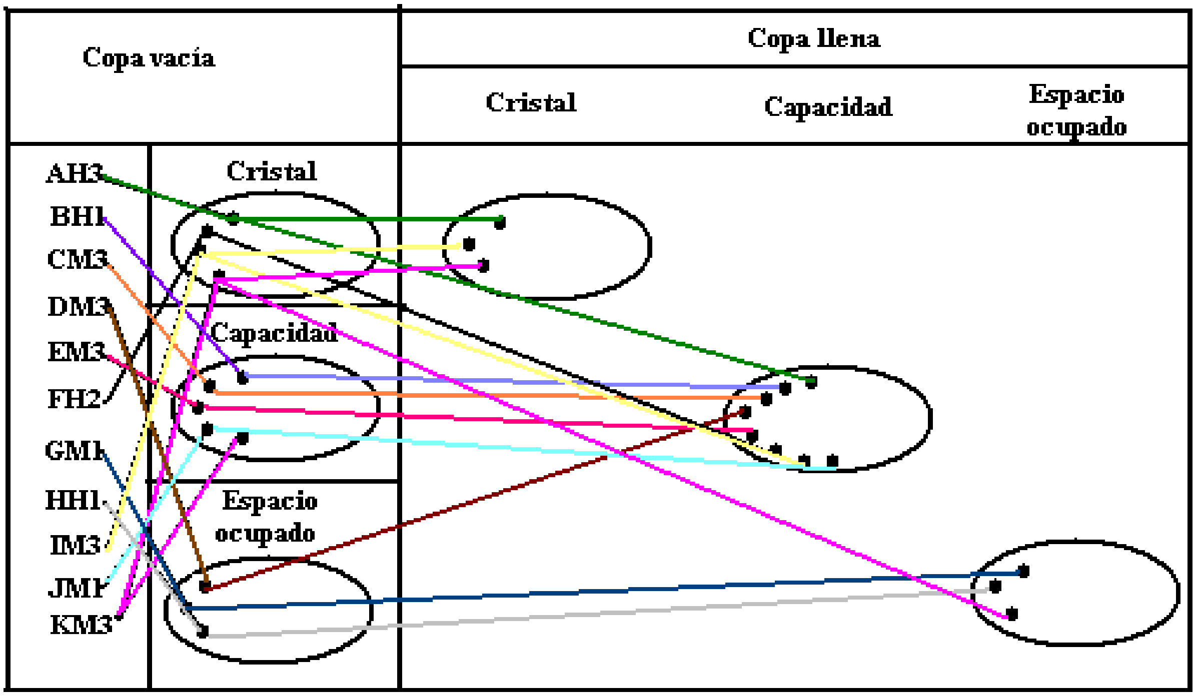
Para los profesores que nos dieron como respuesta “no”, sus justificaciones se clasificaron en dos categorías que son:

Si los cuerpos son de diferente material, pueden tener igual volumen y diferente peso	Sin justificación
AH3, CM3, KM3	HH1

Por ejemplo el docente KM3 considera que no hay una relación “no porque un cuerpo puede pesar poco y tener un mayor volumen, como el caso del unicel o en el caso que pesa más y tiene un volumen pequeño”.

Potari y Spiliotopoulou (1996) reportan que niños de 5º grado de primaria en Grecia cambian sus concepciones sobre el volumen de acuerdo con el estado físico de los cuerpos que se les presentan y el contexto del problema. En nuestra investigación utilizamos algunas de las preguntas que ellos aplicaron. Por ejemplo, en las preguntas seis, en dónde se cuestiona sobre lo siguiente “aquí tiene una copa de cristal vacía. ¿A qué le llamaría volumen de la copa?  y, en la pregunta siete: “aquí tiene una copa de cristal llena. ¿A qué le llamaría volumen?  Como los niños de la investigación de Potari y Spiliotopoulou las respuestas que nos dan los docentes varían de acuerdo con las características que observan en la copa.

En el primer ejemplo (la copa vacía) las respuestas de los docentes se clasifican en tres tipos; los docentes AH3, FH2, JM3, KM3 consideran que el



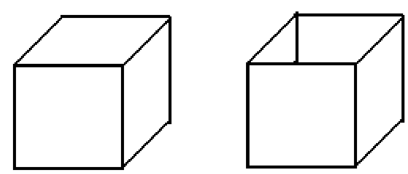
volumen está relacionado a la sustancia o material con el cual está hecho el objeto (volumen interno), en este caso el cristal; los docentes BH1, CM3, EM3, IM1 y KM3 creen que el volumen es la capacidad del objeto y los docentes DM3, GM1 y HH1 ven al volumen como el espacio ocupado por la copa.

Al mostrarles la copa llena de agua, a pesar de que se hacía la misma pregunta, varios maestros tomaron en cuenta el agua añadida y cambiaron o modificaron su respuesta. Por ejemplo AH3 e IM3 que consideraban el volumen como volumen interno, responden a la pregunta siete que el volumen de la copa es, además del cristal su capacidad. FH2, definitivamente cambia su opinión, el volumen de la copa ya no es el cristal si no su capacidad; lo mismo ocurre con DM3 quien inicialmente se refiere al volumen como espacio ocupado y al ver la copa llena cambia y considera que el volumen de la copa es ahora su capacidad.

KM3 también modifica un poco su respuesta porque, aunque sigue pensando que el volumen es el cristal; cambia su segunda concepción que era la de capacidad por espacio ocupado.

Como se puede apreciar la presencia del agua parece haber afectado la respuesta de algunos de los maestros; como se ha dicho, en su investigación con niños de 5º grado de primarias, Potari y Spiliotopoulou (1996) reportaron que las concepciones sobre volumen de los estudiantes cambian de acuerdo con las características físicas de los cuerpos.

Otra pregunta del cuestionario de Potari y Spiliotopoulou (1996) es la pregunta ocho: Tiene dos objetos, los dos fueron hechos con el mismo molde, uno es de madera y el otro de plástico. El de plástico está hueco, pero completamente cerrado.



Compare el volumen de ambos cubos. ¿Cuál de los dos tiene mayor volumen o son iguales?

Las respuestas de los maestros se clasificaron como se muestra en la tabla siguiente:

Tiene mayor volumen el abierto (plástico)	Tiene mayor volumen el cerrado (madera)	Ambos tienen el mismo volumen
EM3, FH2	KM3	AH3, BM1, CM3, DM3, GM1, HH1, IM3, JM1

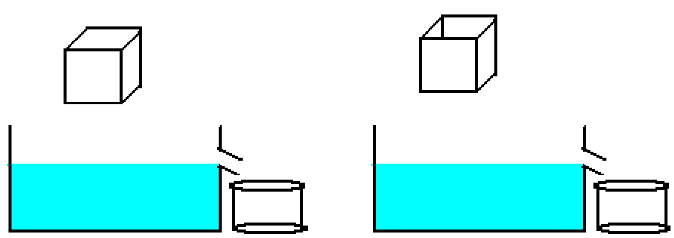
Cuando se les pidió que anotaran cómo convencerían a un amigo**,** de sus respuestas los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Los profesores que respondieron que ambos tenían el mismo volumen se clasifican en tres de acuerdo con el tipo de procedimiento para obtener el volumen al que se refieren: i) con métodos cualitativos (DM3, IM3); ii) con métodos cuantitativos (AH3, BM1 y HH1); iii) docentes que usaron definiciones y argumentos basándose en los atributos físicos de cada cuerpo, por ejemplo, que ambos tienen tres dimensiones, que ocupan un lugar en el espacio que tienen un mismo tamaño (CM3, GM1, JM1).

Los dos profesores que consideran que tiene más volumen el objeto de plástico, al argumentar para convencer a un amigo, uno mencionan procedimientos de tipo cualitativo (EM3) y el otro la inmersión (FH2).

La maestra que considera que tiene más volumen el de madera, argumenta haciendo alusión al volumen desplazado.

En la antepenúltima pregunta donde se plantea “dos recipientes idénticos con la misma cantidad de agua, al lado de cada recipiente hay una abertura para que cuando el nivel del agua suba un poco, ésta pueda salir. Se va a sumergir dos cubos del mismo tamaño (el primer cubo está completamente cerrado y el segundo cubo del mismo molde está abierto por un costado).



¿Usted qué cree que pasará en ambos casos?” Las conclusiones a las que llegan los maestros son:

Cubo cerrado:

Flotará	Se sumergirá
AH3, BM1, GM1, HH1, JM1	CM3, DM3, EM3, FH2, IM3, KM3

Cubo abierto:

Flotará	Se sumerge
CM3, DM3, EM3, IM3, KM3	AH3, BM1, GM1, HH1, JM1

Nótese que todos los maestros que piensan que el cubo abierto flotará, afirman que El cubo cerrado se sumergirá y viceversa, lo cual muestra consistencia en sus creencias sobre los objetos que flotan.

Finalmente en la última pregunta ¿Cómo definirías al volumen? la respuesta de los docentes clasificándolos de acuerdo con cuatro de los significados reportados por Sáiz (2002):

Volumen interno	Volumen como espacio ocupado	Capacidad	Tres dimensiones
AH3, DM3, GM1	CM3, EM3, FH2, HH1, IM3, KM3	DM3, JM1	BM1,

4.1.4. Desempeño de los maestros en las respuestas de problemas sobre el volumen

Posteriormente, iniciamos el análisis con los datos proporcionados por los docentes en los cinco ejercicios a los que respondieron oralmente. Para el análisis las respuestas de los maestros se clasificaron en tres categorías:

1. Conocimientos: Donde se encuentra manifestaciones del buen desempeño por parte de los maestros. Se considera importante conocer qué sabe el maestro, en qué nivel de conocimientos se encuentra para, de ahí, poder partir en los cursos de formación y actualización.

2. Errores conceptuales: Donde se manifiestan concepciones incompletas o erróneas relacionadas con diversos aspectos del concepto de volumen. Es importante conocer estas manifestaciones pues permiten el diseño de propuestas para la formación y actualización de los docentes.

3. Ejemplos de situaciones en las que suceden re-conceptualización: Donde los maestros cambian su primera respuesta por diferentes motivos. Esta parte es también fundamental, ya que, cuando se imparte un curso o se experimenta con tipos diferentes de materiales es importante conocer si está ocurriendo una re-conceptualización, de modo que el aprendiz amplíe sus conocimientos y comprensión. Así, detectar qué problemas, preguntas y materiales de apoyo provocan una reconsideración y reflexión es una aportación que puede ser útil a los formadores de maestros y a los maestros mismos.

Las tablas que aparecen a continuación muestran categoría por categoría, las respuestas de cada uno de los maestros en cada una de los ejercicios. Para ejemplificar, se insertan algunos fragmentos de las respuestas de los seis docentes que aceptaron resolver los ejercicios

1. Conocimientos

Aquí se exponen párrafos que muestran los conocimientos de cuatro de los seis maestros, los cuales se clasifican en tres subcategorías:

a) Aplican correctamente las operaciones

Problema 1	
IM3	El primer resultado que fue 4.1888 por 3.375 y no da, a ver, 14.1372… Bueno, ahora el resultado 14.1372 que es el de la esfera lo tenemos que sumar al del cilindro para determinar la capacidad del depósito. Súmanos 14.1372 más 7.0686 nos sale 21.2058 metros cúbicos que es la capacidad del depósito de agua.

Problema 2	
AH3	Punto 5 eso seria, es punto 5 x punto 5 nos da 0.125 cm^3, sí entonces sería la octava parte…de cm^3…Entonces sí son 24 cm^3 eso sería 8 veces más.
GM1	Son dos por seis doce por dos veinticuatro.
DM3	…son dos por seis doce por dos veinticuatro. Son veinticuatro los que caben.

Problema 4	
IM3	Multiplico el de la cocina que es 1x2x3=6 y el de la sala 2x4x9=72… tengo que dividir 72 entre 6 el resultado es 12, por lo tanto su tamaño

	es 12 veces más grande.

Problema 5	
IM3	…si tengo que sacar de 5 centímetros cúbicos voy a dividir entre 5 y me da 200 veces

b) Conocen los cuerpos geométricos

Problema 1	
IM3	Porque la unión de los resultados de estas fórmulas [cilindro y esfera] nos van a dar a conocer el total de la capacidad de agua que almacena este depósito.

Problema 3	
EM3 IM3	¿Cree que alguno tiene mayor área lateral? No, porque es dependiendo de la posición que tengan. ¿Área lateral?...dependiendo de la figura

c) Conocen las unidades de volumen y capacidad

Problema 5	
EM3	Un litro, a ver un decímetro es igual a 100 centímetros cúbicos… son 10x10x10 son 1000, entonces, nos sale 1000 centímetros

	cúbicos…1000 centímetros cúbicos; si este es de a centímetro, pero como no es de a centímetro porque es de 5 centímetros, entonces necesito la quinta parte. La quinta parte serían 200.
IM3	Para iniciar un litro es igual ¡aaah!, es igual a un decímetro cúbico y un decímetro cúbico tiene 10 cm. por lado, no. Mmm entonces 10x10x10 es igual a 1000 centímetros cúbicos.
GM1	Porque un decímetro cúbico es un cubo de diez por diez por diez y esto es igual a mil centímetros cúbicos, o sea, un litro lo componen mil centímetros cúbicos y tu me preguntas que ¿cuántas veces debo llenar la jeringa para que se llene el envase? entonces son mil entre cinco es igual a 200 veces. Si son doscientas veces las que se llena la jeringa para llenar el envase.

2. Concepciones erróneas: Las expresiones que se ubicaron en esta categoría, se subclasifican en cuatro clases:

a) Cometen errores de cálculo diversos:

Problema 1	
	Al resolver el problema núm. 1 (ver apartado 3.3) se detectaron algunos errores de cálculo en cinco de los seis docentes entrevistados, mismos que presentamos a continuación.
AH3	r^2 por π por 3… entonces es 0.5625 por 0.5625 por 3.1416 y aquí tenemos 1.76 m^2 … (aquí el docente comete un error; porque al querer

	calcular el volumen de la esfera no aplica bien la fórmula, ya que confunde el radio con el diámetro y en lugar de calcular 1.5^2 obtiene $(.75)^2$; ahora eso lo multiplicamos por 6 m nos da un total de 10.6029 m^3 (Cuando quiere calcular el volumen de un tanque formado por una esfera y un cilindro, no considera el volumen de la esfera).
DM3	…vamos a utilizar la formula de área de la base por altura, la base mide seis metros por uno punto cinco de radio y uno punto cinco serían tres por seis, dieciocho… falta este [las ½ esferas], para saber el diámetro es 3.1416 y eso por dos …el área de la base serían dieciocho metros por tres, entonces serían 54 litros (el docente llega a este resultado porque no toma en cuenta las fórmulas proporcionadas de la esfera y el cilindro, solamente toma en cuenta los datos que aparecen en la ilustración y los usa incorrectamente).
EM3	… pero aquí sería nada más la superficie, porque aquí no hay volumen, en las tapas… sacar el área del cilindro, es, mide uno y medio, 1.5 que lo tengo que multiplicar por 3.1416 (aquí, el error que comente el profesor se basa en que no utiliza las fórmulas proporcionadas y sólo realiza sus operaciones basándose en los datos de las ilustraciones y los usa incorrectamente). Luego lo que salga por la altura. El resultado es de 282 litros (este resultado no toma en cuenta a la esfera).
GM1	…tengo que utilizar la fórmula del cilindro, entonces tengo que multiplicar…la capacidad es de 162 (el error del docente es que no toma en cuenta las dos medias esferas del depósito de agua, y,

HH1	además, cuando obtiene la capacidad del cilindro lo hace de manera equivocada). …el resultado es cuarenta y dos punto cuatro (el error en este resultado se debe a que no toma en cuenta la fórmula para obtener el volumen de la esfera, sólo considera al cilindro y lo hace de manera equivocada).

b) Creen que un cubo con la mitad de arista tienen la mitad de volumen y no la octava parte como es lo correcto

Problema 2	
	Después de aplicarles el problema 2 (ver apartado 3.3), algunos maestros reflexionan de las siguientes maneras:
EM3	Si son de ½ centímetro, <u>quiere decir que caben cuatro;</u> entonces, multiplico 4x4=16 llevamos una, cuatro por dos son ocho, son 96 a ver eso es lo que tiene hay… sí, cuatro por cada cubito, son 24 entonces caben 96 veces… Yo puse cuatro veces la cantidad anterior.
GM1	Dos centímetros [señala la caja] aquí caben dos, pero como es la mitad, <u>entonces caben cuatro</u>, entonces es <u>el doble que el inciso anterior</u>, porque la mitad de este cubo es la mitad del normal del primero.
HH1	El doble… <u>Porque un centímetro es la mitad de un medio, por eso cabe</u>

	el doble.
IM3	Por lógica sería lo doble…Porque ½ cubito es la mitad del cubo y, si son 24, entonces sumamos dos veces el 24 y nos da igual a 48.
HH1	Porque un centímetro es la mitad de un medio, por eso cabe el doble.

c) Cometen errores en cuanto al uso de unidades

Problema 5	
AH3	En primer lugar un litro tiene…un litro son 100…100x100x100 sería 1, 000,000 de centímetros cúbicos. Un litro es un millón de centímetros cúbicos… (piensa que un decímetro cúbico tiene 100 cm de arista, en lugar de diez como es lo correcto).
DM3	"…un litro es igual a 100 centímetros cúbicos (un litro tiene mil centímetros cúbicos) y tengo 5, entonces, para llenar este cinco por dos, diez y necesito que llegue a cien, entonces sería nueve veces y medio, sí…nueve punto cinco veces, que en realidad deberían de ser diez verdad pero esos cinco ya estaban".

d) Usan mal el vocabulario

Al aplicar los cinco ejercicios nos percatamos que en cuatro de ellos los docentes usan mal el vocabulario. Usando términos adecuados para las figuras planas y no en los cuerpos geométricos. Por ejemplo, para las figuras planas sí es posible la obtención del área y el perímetro; mientras que para los cuerpos geométricos no tiene sentido hablar de perímetro.

Problema 1	
DM3	…vamos a utilizar la fórmula de área de la base por altura. La base mide seis metros por uno punto cinco de radio y uno punto cinco serían tres por seis, dieciocho, seis metros, no tengo que sacar el "<u>perímetro del diámetro</u>" del círculo, entonces sí son seis por tres dieciocho metros, eso no es la capacidad, ése es el tamaño que tiene.

Problema 3	
DM3	Tienen la misma área, Sí, porque ocupan la <u>misma área y perímetro</u>

3. Ejemplos de situaciones en las que sucede una re-conceptualización. En este caso encontramos tres tipos de situaciones o categorías:

   a) Aplicación de operaciones

Problema 4	
GM1	…tengo que multiplicar primero cuatro por dos por dos es dieciséis y ocho por seis por cuatro son ciento noventa y dos… este uno mide dieciséis y otro ciento noventa y dos, entonces, mmm voy a dividir el ciento noventa y dos entre dieciséis es igual a doce, ah sería doce veces más grande (El docente en un primer momento realiza una representación del cuerpo geométrico y llega a la conclusión de que aumenta dos veces su tamaño, sin embargo, al releer el problema y volver a resolver el problema usando correctamente la información, él re-estructura su pensamiento y se da cuenta de su error, llegando a

	una conclusión correcta).

b) Cuerpos geométricos (arista)

Problema 2	
DM3	Porque se supone que éste es de medio centímetro y cada cubito era de dos centímetros; para cubrir un centímetro, más bien la mitad de un cubito serían dos y lo doble son cuatro para un solo cuadrito (el docente considera en un primer momento que se duplica la cantidad de cubitos, sin embargo, rectifica y en su explicación llega a la conclusión de que cabe cuatro veces un cubito de ½ cm. en un cubo de 1 cm., podemos darnos cuenta de que a pesar de que modifica su ésta sigue siendo incorrecta).

c) Unidades

Problema 5	
AH3	…son 2 centímetros cúbicos que van echándole y tiene que llenar 1,000,000 de centímetros cúbicos a ver si estoy bien…[el maestro vuelve a revisar el problema], ¿cuántas veces 5 centímetros caben en un millón? entonces quinta de 10 es 2, entonces son doscientas mil (La primera respuesta del maestro nos dice que un litro es igual a 1,000,000 de centímetros cúbicos y al realizar las operaciones nos dice que se tiene que llenar la jeringa 500,000 veces, sin embargo, modifica su respuesta y llega a la conclusión de que debe llenar 200,000 veces la jeringa. Como podemos darnos cuenta el problema del maestro radica en que no recuerda y no puede deducir, cuántos centímetros cúbicos componen un litro).

4.2. Resultados y conclusiones

Después de realizar el análisis de los cuatro cuestionarios que aplicamos a los once maestros y de los cinco ejercicios de volumen resueltos por los seis docentes en las Escuelas Primarias, obtuvimos los siguientes resultados:

4.2.1. Sobre la enseñanza de las matemáticas, la medida y el volumen

- Siete de los once maestros entrevistados tienen una concepción estática o platónica de las matemáticas. De acuerdo con Ernest (1998) esta concepción se relaciona con un papel del maestro como explicador, lo cual no favorece el enfoque de la enseñanza de las matemáticas actuales que es el que va aunado a una concepción dinámica o de resolución de problemas, categoría en la que se encuentran dos de los once profesores entrevistados.
- Los once maestros conocen los planes y programas de estudio así como los libros para el niño y para el maestro en relación con el concepto de volumen.
- En general el modelo de enseñanza para el volumen manifiesto en el discurso de los maestros se basa en un acercamiento de corte cualitativo.
- Los maestros tienden a evaluar los procedimientos de los alumnos antes que guiarlos proponiendo otras actividades para que el alumno reconsidere sus ideas.

4.2.2. Sobre el concepto de volumen y su relación con otras propiedades de los cuerpos

- Seis de los once maestros diferencian pero no relacionan volumen y capacidad.
- La mitad de los maestros participantes consideran que el volumen y la capacidad son sinónimos aunque la consistencia con la que sostienen esta creencia varía de maestro a maestro.

- Diez de los once maestros adjudican al peso el cambio en el nivel de agua durante la inmersión.

- Para los maestros es un requisito indispensable tener tres datos con el fin de calcular un volumen.

- Para los maestros, un cuerpo que no tiene forma de cuerpo geométrico escolar, no tiene volumen.

- Cuando se les pregunta directamente, seis maestros sí relacionan el área lateral con el volumen y cinco no. Aunque solamente AH3 menciona explícitamente la creencia errónea de que a menor área lateral menor volumen y viceversa, los otros cinco maestros que dicen que estas dos magnitudes están relacionadas parecen estar de acuerdo con esta creencia aunque no lo hagan explícitamente.

- Cinco de los once maestros diferencian los conceptos volumen y área lateral de manera clara. Nuestros resultados coinciden en lo general con los obtenidos por Sáiz (2002) quien considera importante conocer qué objetos son considerados por los maestros como volumen medibles. Por ejemplo los tres únicos objetos considerados por todos los maestros como volumen medible fueron el auditorio, el trompo y la naranja.

  Como Sáiz señala las explicaciones dadas por los maestros hacen pensar que estos objetos son volumen medibles para todos porque sus formas asemejan un cuerpo geométrico conocido y para el cual existe una formula para calcular su volumen.

  En cambio la hoja de papel y la silla son elegidas por cinco maestros como objetos que no tienen volumen. La silla porque no tienen forma de cuerpo geométrico conocida y la hoja de papel por ser tan delgada que los lleva a pensar que faltaría una magnitud para poder obtener el volumen.

- El estado físico de un cuerpo (vacio-lleno, abierto-cerrado) influye en las concepciones que los maestros tienen del volumen. La influencia del estado físico de un cuerpo en las concepciones de los maestros sobre el volumen coinciden con el estudio de Potari y Spiliotopoulou (1996).

4.2.3 Desempeño de los maestros en problemas sobre volumen

- Cuatro de los seis maestros consideran que si se duplica un cuerpo geométrico se duplica el volumen.
- Cinco de los seis maestros cometen errores al aplicar la fórmula.
- Un maestro confunden radio con diámetro.
- Un maestro confunden área con volumen.
- Un maestro no son competentes al transformar unidades cúbicas a litros.

4.3. Conclusiones adicionales

- Aunque los maestros conocen el enfoque actual y mencionan constantemente que el niño debe aplicar sus conocimientos a la vida diaria, sus respuestas a las preguntas del cuestionario uno muestran que ellos no han abandonado las ideas platónicas e instrumentalistas de las matemáticas (ver capítulo cuatro). De acuerdo con Ernest esto los sitúa en el papel de explicadores o desarrolladores de habilidades algorítmicas.
- En general los maestros no son completamente congruentes con sus respuestas, no sólo respecto a las matemáticas como se explica en el primer punto, sino también en aspectos particulares, por ejemplo, del concepto de volumen. Esto manifestó cuando ellos van cambiando sus significados al enfocarse en el estado físico de los objetos mostrados.

- La resolución de los ejercicios por parte de los maestros, nos ha permitido identificar la vinculación que varios de ellos siguen estableciendo entre las matemáticas y la ejercitación aritmética y en general con aspectos cuantitativos con la finalidad de hallar los resultados o las respuestas precisas.

- Sin embargo también ocurre que varios maestros, en varias ocasiones mencionan el uso de diferentes tipos de transformaciones para resolver problemas relacionados con el volumen. Estas tendencias coinciden con las recomendaciones de Freudenthal (1983) y los ubican en la categoría de modelos de enseñanza cualitativa.

- Algunos de los problemas y preguntas planteadas provocaron que los maestros reflexionaran por primera vez en ciertos aspectos del concepto volumen. Así mismo, en algunas ocasiones ellos lograron una concepción más apropiada o rica de los conceptos en cuestión lo cual nos hace pensar en lo apropiado de presentar a los maestros problemas y situaciones didácticas hipotéticas que los lleven a reflexionar sobre sus propias concepciones y conocimientos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Clark, C. (1997). Procesos de pensamiento de los docentes. En Wittrock, M (Ed.) *La investigación de la enseñanza. III profesores y alumnos*. pp. 444-531. Madrid, España: Paidós Educador.

Del Olmo, M. A., Moreno, F., y Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid, España: Síntesis.

De Bock, D. (2000). Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors". *Educational Studies in Mathematics*. 50, (3): 311-334.

Enochs L. G. y Gabel, L.D. (1984). Preservice Elementary Teachers' Conceptions of Volume. *School Science and Mathematics, 84* (8): 670–680.

Ernest, P. (1988). Recuperado 4 de agosto de 2008
http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/impact.htm.

Figueras, O. y Waldegg, G. (1986). La medición en la escuela secundaria. *Cuadernos de Investigación*. México: SME, Cinvestav.

Flanders, N. (1997) La cadena de acontecimientos en el aula. 17-50. En N, Flanders. *Análisis de la interacción didáctica*. Salamanca: Anaya.

Freudenthal, H. (1983) *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holanda: Reidel Pub. Co.

Hart, K. (1981). Measurement en Hart, K. (Ed.). *Children understanding of mathematics*. Gran Bretaña: NFER–Nelson.

Hargreaves, A. (1996). Instrumentos y deseos. (27-48). En A. Hargreaves (Ed.), Profesorado, cultura y postmodernidad. (Cambian los tiempos cambia el profesorado). Madrid: Morata.

Hernández, Z. (2002). *A seis años de la nueva propuesta educativa: el caso del volumen. Un contraste entre el discurso del profesor y su práctica docente*. (Tesis de maestría). México: UPN.

Jackson, W. (2001). *La vida en las aulas.* Madrid. Ed. Morata.

Llinares, S. y Sánchez, V. (1996). Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de Primaria en Giménez, J., Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.). *El Proceso de llegar a ser un profesor de primaria, cuestiones desde la educación matemática* (págs. 97–130). Granada, España: Mathema.

Owens, K. Outhered, L. en Gutiérrez y Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past Present and Future* (2006). Págs, 83 a 115. The Netherlands: Sense Publishers.

Piaget, J., Inhelder, B. y Szeminska, A. (1970). *The child's conception of geometry*. Londres, GB: Routledge and Kegan Paul.

Postic, M. (1982). Estudios psicológicos de la relación educativa. En M. Postic (Ed.), *La relación educativa*. Págs, 53 – 112. Madrid: Narcea.

Potari, D. y Spiliotopoulou, V. (1996). Children´s approaches to the concept of volume. *Science Education 80* (3): 341–360.

Rodríguez, G., Gil. J., García, E. (2002).*Metodología de la Investigación Cualitativa*. Granada: ALJIBE.

Saíz, M. (2002). *El pensamiento del maestro acerca del volumen y su enseñanza* (Tesis de Doctorado). México: Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

SEP. (1993). Plan y Programas para Educación Primaria. México: SEP

SEP. (1994). Libro para el maestro. Matemáticas. Primero a sexto grados. México: SEP.

SEP. (1995). Matemáticas. Libro para el alumno. Primero a sexto grados. México: SEP.

SEP. (1998). Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Primero a sexto grados. México: SEP.

Stewart, J. Hewson, P. (Eds). "Children`s Approaches to the Concept of Volume" pp. 341 – 359. *Revista Science education* (1996). 80 (3): 341 – 360.

Thompson, A. G. (1992). Creencias y concepciones de los maestros: Una síntesis de la investigación. (127-146). En D. Grows, Handbook of research on mathematics teaching and learning. N. Y: Mc. Mirlan Pub Co. (Traducción: Sáiz, M. para alumnos de la maestría de la UPN).

Vergnaud, G. (1983). Didactique du concept de volume. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4* (1): 9–25.

ANEXOS

Anexo 1. Presentación de los datos de los cuestionarios.

- Perfil docente.
- Cuestionario 2.
- Cuestionario 3.
- Cuestionario 4.

Anexo 2. Presentación de las respuestas de los maestros sobre problemas de volumen.

- AH1
- DM3
- EM3
- GM1
- HH1
- IM3

Anexo 3. Cuestionarios iníciales.

Anexo 1. Presentación de los datos de los cuestionarios

PERFIL DOCENTE

MAESTRO	PREPARACIÓN PROFESIONAL	AÑOS DE SERVICIO	EDAD	GRADO QUE HA IMPARTIDO	CURSOS DE MATEMATICAS TOMADOS
AH3	Normal Básica Licenciatura en Geografía	45 años	65 años	Todos	Ninguno
BM1	Licenciatura en Educación Primaria	1 años	24 años	5º y 3º	Ninguno
CM3	Normal Básica.	21 años	41 años	6º, 5º,4º,3º,2º	Fracciones
DM3	Licenciatura en Educación Primaria	23 años	42 años	Todos	Matemáticas 1. Matemáticas prácticas. (para el examen de carrera magisterio)
EM3	Normal Básica Licenciatura en Educación Primaria	34 años	53 años	Todos	Jugando con las matemáticas. Matemáticas 1 (para el examen de carrera magisterio.)
FH2	Licenciatura en Educación Primaria	20 años	43 años	2º, 3º, 4º, 5º, 6º	Ninguno
GM1	Licenciatura en Educación Primaria	6 años	33 años	1º, 2º, 3º, 5º, 6º	Ninguno
HH1	Licenciatura en Educación Primaria	2 años	25 años	1º y 5º	Ninguno
IM3	Normal Básica	25 años	45 años	Todos	Probabilidad y Estadística, Azar
JM1	Licenciatura en Educación Primaria	9 años	31 año	1º, 2º, 3º, 4º y 6º	Diplomado y especialidad en Matemáticas
KM3	Normal Básica	25 años	42 años	Todos	Ninguno

CUESTIONARIO 2

1. ¿Cómo definiría a las Matemáticas?

AH3. Es la ciencia que estudia los números, sus propiedades y sus relaciones.
BM1. Como una herramienta para desarrollar procesos diversos y variados que puedan resolver problemas de la vida cotidiana.
CM3. Es un área elemental en todos los niveles de estudio.
DM3. Es una ciencia y se presenta como una materia que estudia los números y sus usos para comprender las operaciones en el manejo de actividades de la vida cotidiana.
EM3. Un proceso de construcción de conocimientos, habilidades y que permita a cada alumno enfrentarse y dar respuesta a los problemas matemáticos que se presentan en la vida.
FH2. Como el estudio de cantidades, propiedades, operaciones lógicas para resolver problemas.
GM1. Asignatura que permite conocer números y sus combinaciones, así como las representaciones de las figuras.
HH1. Como una asignatura que le permite al niño la adquisición de instrumentos y métodos propios con la finalidad de que los utilice en la solución de problemas de la vida cotidiana presente y futura.
IM3. Como una ciencia práctica.
JM1. Es una ciencia exacta la cual nos facilita la vida.
KM3. Una ciencia exacta.

2.Mencione los ejes que se trabajan en la asignatura de matemáticas

AH3. Los números sus relaciones y sus operaciones, medición, Geometría, procesos de cambio, tratamiento de la información y predicción y azar.
BM1. Los números sus relaciones y sus operaciones, Medición y Geometría.
CM3. Ubicación espacial, los números naturales, figuras geométricas y cuerpos, los números y sus operaciones, unidades de medida, información y estadística.
DM3. Los números sus relaciones y sus operaciones, Medición, Geometría, Procesos de cambio, Tratamiento de la información, Predicción y azar.
EM3. Los números sus relaciones y sus operaciones, Medición, Geometría, Procesos de Cambio, Tratamiento de la información, La predicción y el azar.
FH2. Los números y relaciones y operaciones, predicción y azar, tratamiento de la información, Geometría y Medición.
GM1. Los números sus relaciones y sus operaciones, Medición, Geometría, Procesos de cambio, Tratamiento de la información y Predicción y azar.
HH1. Los números, sus relaciones y sus operaciones, Medición, Geometría, Proceso de cambio, Tratamiento de la información, Predicción y azar.
IM3. Medición, Geometría, los números y sus operaciones, Lógica o probabilidad y azar.
JM1. Los números, sus relaciones y sus operaciones, geometría, Procesos de cambio, tratamiento de la información, predicción y azar.
KM3. Los números y sus operaciones, medición, azar y predicción, geometría, procesos de cambio y tratamiento de la información.

3. En su experiencia, ¿cuáles contenidos programáticos de matemáticas consideras que causan mayor dificultad a los alumnos?

AH3. Las fracciones comunes, cálculo de volumen y problemas.
BM1. El volumen y fracciones.
CM3. Información y estadística, tratamiento de la información.
DM3. Geometría: construcción de poliedros y construcción de prismas. Procesos de cambio transformación de medidas de capacidad.
EM3. Geometría, Medición y Fracciones.
FH2. Sumas y restas de fracciones, Tablas de variación proporcional inversa.
GM1. Fracciones, multiplicaciones y números decimales.
HH1. Las fracciones decimales.
IM3. Equivalencias, volumen, fracciones (problemas), conversiones, problemas en general, trazos.
JM1. En general todos ya que las dificultades se presentan dependiendo del niño y sus procesos.
KM3. División, resta, área, volumen y fracciones.

CUESTIONARIO 3

1. **¿Qué tan importante es el eje de medición para usted? y ¿Por qué?**

AH3. Muy importante por que es de uso cotidiano y fundamental para estudios futuros (tecnológicos y científicas).
BM1. Muy importante, porque con ello se puede saber que unidad de medición se debe utilizar dependiendo de lo que se va a medir y evitar así confusiones.
CM3. Muchos por la importancia que tenemos en medir y usar diversos instrumentos que nos permiten conocer la medida de las cosas, tanto tiempo, volumen, peso, etc.
DM3. Es importante razonar cuánto miden en todas sus formas las cosas que nos rodean para comprender cambios y usos de los números que resultan de las comparaciones.
EM3. Es muy importante aprender a construir y medir, primero sobre los objetos directamente y vean sus resultados para que adquieran la noción de medida y la cuantificación de dichas magnitudes.
FH2. Para que los alumnos tengan un proceso de razonamiento y ubicación espacial.
GM1. Mucha, porque a través de este se trabajan aspectos como estudio de magnitud, noción de unidad de medida.
HH1. Muy importante, es indispensable puesto que le sirve al niño en su vida cotidiana y futura para medir objetos de diferente forma y tamaño.
IM3. Para mi considero que todos los ejes de la asignatura de matemáticas son importantes ya que se pueden aplicar a la vida diaria.
JM1. Es importante ya que los contenidos que se observan en él nos ayudan en situaciones reales de nuestro entorno, en realidad todos los contenidos tienen ese objetivo primordial.
KM3. Mucho ya que se aplica en la vida real.

2. **¿Cuáles son los temas del concepto de volumen incluidos en el programa de estudios del grado en el que actualmente es maestro?**

AH3. Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas: cm^3.
BM1. Volumen de prismas, unidad cúbica, superficies, etc.
CM3. Medidas de capacidad en ½, ¼ y litro, Clasificación de cuerpos geométricos.
DM3. Unidades de capacidad, las potencias, medidas de capacidad y volumen de sólidos.
EM3. Capacidad, peso y tiempo. Utilizando el ½ litro, el litro y el ¼ de litro.
FH2. Unidad cúbica, dm^3.
GM1. Centímetro cúbico.
HH1. Cálculo de volumen, el volumen y la capacidad, las unidades de capacidad.
IM3. Comprender lo que es volumen y obtener volumen.
JM1. Problemas en los cuales se calcule el volumen de cubos y prismas.
KM3. Calcular el volumen de los prismas.

3. **Describe la lección sobre el concepto de volumen del libro de texto que usas que más te gusta.**

AH3. En la lección 32 del libro de matemáticas de 5º se utiliza el cubito para contar cuántos forman la figura.
BM1. La de construcción de figuras por medio de plantillas.
CM3. En la lección 12 “el forro de cajas” Consiste en construir cuerpos geométricos a través de la descomposición de cajas.
DM3. [lección 26 de 6º] Construcción de cuerpos geométricos a través del uso de plantillas.
EM3. Construir tres cajas de diferente tamaño, compararán cuántas veces cabe una en otra utilizando el litro, ½ litro y el ¼ de litro.
FH2. Lección 58 “el volumen de los prismas” Con ayuda de cubitos, se cuentan para saber cuántos forman el prisma.
GM1. Lección 65 “La pared sin ventana”. Consiste en saber cuántos ladrillos componen una pared utilizando l, a, h.
HH1. Lección 65 “la pared sin ventana” Porque en esta lección los niños reflexionarán sobre la idea de volumen como la cantidad de unidades necesarias para cubrir un hueco.
IM3. Lección 16. En esta lección se asocian los patrones con cuerpos geométricos.
JM1. La lección consiste en relacionar la plantilla con el cuerpo geométrico. [lección 26 de 6º]
KM3. Contar los cubitos que forman el cuerpo geométrico y obtener el volumen de los prismas. [lección 41]

4. **¿Cómo trabajas el concepto de volumen con tus alumnos?**

AH3. Elaborando unidades cúbicas cm^3 o dm^3 para formar diferentes cuerpos.
BM1. Con cubos y otros materiales.
CM3. Comparando lo que le cabe a las cosas o cuerpos y con cubitos.
DM3. Trato de que comprendan de que con figuras planas se forma un cuerpo, y su forma nueva tiene otras medidas y para que se utilizan en la vida cotidiana.
EM3. Con envases que llevan al salón de clases de jugo, leche, refresco de litro, ½ litro, ¼ de litro. Se pide llene con agua cada recipiente y comparen cuántos ½ litros caben en 1 litro, cuantos cuartos, etc.
FH2. Construyendo cubos de dm^3 y armando diferentes figuras con los cubos.
GM1. Con la construcción de cubos pequeños, tantos como quepan en uno grande (material concreto) para inducir a la comprensión del concepto.
HH1. Con material concreto que se puede palpar, ver, etc. como los recipientes, cajas, cubos, etc.
IM3. Les pido cajas, botes, botellas y se llenan con agua, dulces, aserrín, arena, tierra, etc. Con cubos.
JM1. Pretendo hacerlo a través de la comparación de objetos, es decir, de lo concreto a lo abstracto.
KM3. Con plastilina y agua.

5. **¿Qué tantas fórmulas conoce para trabajar el volumen? anótelas**

AH3. Sólo una. Área de la base por la altura (el área de la base depende de su forma).
BM1. Área de la base X h; $V=L^3$
CM3. El volumen es obtener el área de la base por la altura del prisma, área de la base por la altura de la pirámide entre 3, obtener por áreas laterales de las caras y las bases por separado.
DM3. $1m^3= 1000\ dm^3$; $1\ m^3= 1000\ l$; $1\ dm^3= 1$ litro; $V= a^3$; $V=\frac{BxH}{3}$; $V=\frac{\pi x R^2 x h}{3}$; $V=\pi x R^2 x h$
EM3. a^3, área de la base por altura (AB x h)
FH2. Una V= B x H
GM1. Volumen = largo x ancho x alto
HH1. L^3, largo x ancho x alto
IM3. Cubo: a^3, Prisma: B x H, Cilindro: $V=\pi x R^2 x h$ Cono: $V=\pi x R^2 x h$ Esfera: $V=\frac{\pi x R^2 x h}{3}$
JM1. Cubo: a^3; paralelepípedo: a x b x c; cilindro: $V=\pi x R^2 x h$; pirámide: $V= b x h / 3$; cono: $V=\frac{\pi x R^2 x h}{3}$; esfera: $4/3\pi$ x r^3 y prisma: b x h.
KM3. área de la base x altura; L^3; $V=\frac{\pi x R^2 x h}{3}$; $V=\pi x R^2 x h$ y otras

6. **Además de las actividades sobre el concepto de volumen que aparecen en el libro de texto que usa, ¿realiza otras actividades para enriquecer lo que aparece en los libros de texto? ¿Cuáles?**

AH3. Se calculan volúmenes de cosas que estén el salón con características regulares, incluso el volumen del salón.
BM1. Sí, construcción de figuras.
CM3. Hago uso del complemento didáctico y del fichero.
DM3. Se les pide que busquen definiciones o ejercicios en Internet.
EM3. Construcción de cajas, forrar cajas, cubos, rellenar, vaciar, comparar formas y tamaños cantidad de líquido, arena, etc.
FH2. No.
GM1. Problemas que implican el uso de fórmulas.
HH1. (Sí) la resolución de problemas que impliquen el uso de volumen.
IM3. Ejercicios, libro de apoyo (fotocopias).
JM1. Trato de utilizar todo tipo de materiales impresos que lleguen a mis manos.
KM3. Sí, utilizo las actividades descritas en las guías de 6º.

7. **Para ti, ¿Cuál es la diferencia entre volumen y capacidad o es lo mismo? ¿Por qué?**

AH3. El VOLUMEN es la cantidad de unidades cúbicas que tienen un espacio o un cuerpo. CAPACIDAD es el espacio que tiene un recipiente para ser ocupado por un líquido, gas u otro material, este espacio se puede medir con unidades de volumen o por el litro.
BM1. No es lo mismo. VOLUMEN (M^3) se utiliza para determinar el espacio de los cuerpos y CAPACIDAD para medir los líquidos (su capacidad).
CM3. Es lo mismo porque es lo que tenemos dentro de un cuerpo.
DM3. Se dice que la capacidad es el volumen de lo que entra dentro.
EM3. Es lo mismo, la capacidad está estrechamente ligada o relacionada con la noción de volumen.
FH2. La diferencia es que uno es el espacio ocupado y el otro es el contenido.
GM1. VOLUMEN es el espacio que ocupa un cuerpo y la CAPACIDAD el contenido de éste.
HH1. El VOLUMEN es el espacio ocupado por un cuerpo y la CAPACIDAD es el volumen de un recipiente cuya unidad es el litro.
IM3. VOLUMEN: es el tamaño que ocupa un cuerpo y la CAPACIDAD [es] la cantidad de agua, tierra, refresco, etc. que le cabe a este cuerpo.
JM1. VOLUMEN es la medida del espacio que se localiza en el interior de un sólido geométrico.
KM3. VOLUMEN es la medida del espacio que se localiza en el interior de un sólido.
CAPACIDAD es lo mismo que el volumen.

CUESTIONARIO 4

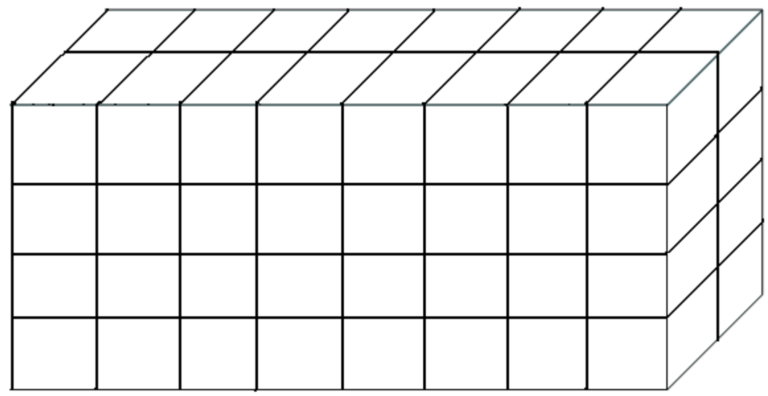
1. **La maestra Susana de tercer grado de primaria acostumbra proponer a sus alumnos actividades como verter líquidos en un recipiente de distintas formas y tamaño.**
    - **¿Cree Usted que esta actividad se relacionan con el concepto de volumen?**

AH3. No.
BM1. Sí.
CM3. Sí.
DM3. Sí.
EM3. Sí
FH2. Sí.
GM1. No.
HH1. Sí.
IM3. Sí.
JM1. Sí.
KM3. Sí.

- **¿Por qué piensa esto?**

AH3. Porque usa recipientes de distinta forma y tamaño; para relacionarlas con el volumen debe usar unidades cúbicas o en su caso el litro y el dm^3.
BM1. Porque así se da cuenta de la capacidad que tiene un cuerpo con respecto a otro.
CM3. Porque está ocupando un espacio en los cuerpos.
DM3. Porque el principio dentro de es un ejemplo de la capacidad de contener para comprender los cambios.
EM3. Los alumnos podrán anticipar a cual de los dos recipientes les cabe más arena, tierra, agua, utilicen unidades de medida arbitrarias y, con el tiempo, y a través de muchas actividades lograr que comprendan el concepto de volumen.
FH2. Está manejando capacidad, pero la relación es que la capacidad tienen un espacio al estar delimitada y se puede medir o comparar. Ejemplo 1 dm^3 es igual a un litro.
GM1. Volumen es el espacio ocupado y capacidad contenido.
HH1. Porque está enseñando a sus alumnos a medir la capacidad que le cabe a un recipiente (utilizando material concreto).
IM3. Porque dependiendo del tamaño de los recipientes se sabe cómo es su capacidad.
JM1. Porque compara las unidades de medida (recipientes).
KM3. Porque en los diferentes recipientes caben diferentes volúmenes de líquidos y también nos demuestra cómo diferentes recipientes de distinta forma pueden contener el mismo volumen.

2. **A Julio, un alumno de sexto grado de primaria, su maestra le pidió que calculara el volumen de un paralelepípedo hecho de cubos, como el que aparece en la siguiente figura:**



Julio le dijo a su maestra: "el volumen es 64 porque puedo desbaratar el paralelepípedo y con el mismo número de cubitos formar un cubo de 4 por lado. Yo sé que para calcular el volumen de un cubo se multiplica 4x4x4, y cuando resuelvo la operación me sale 64"

- **Si Julio fuera su alumno y le respondiera como a su maestra, ¿Qué le dirías?**

AH3. Le diría que el resultado es correcto.
BM1. Que está bien.
CM3. Su análisis del paralelepípedo es correcta.
DM3. Que el comprendió el principio de volumen con la explicación del cubo y puso en práctica sus conocimientos, lo bueno es que los comprueba.
EM3. Que está bien.
FH2. Que está bien.
GM1. Que está bien.
HH1. Que está en lo correcto.
IM3. Sí, ya que debe tomar en cuenta las tres dimensiones del cuerpo largo, ancho y grueso.
JM1. Que está bien.
KM3. Que está en lo correcto.

- **¿Por qué?**

AH3. Porque no siempre podrá formar un cubo (entonces se le pondrá otro problema que lo demuestre).
BM1. Puede usar cualquier procedimiento siempre y cuando tenga el resultado. correcto, además está tomando en cuenta las tres dimensiones.
CM3. Su análisis del paralelepípedo es correcta.

DM3. Porque la formación o agrupación de cm^3 nos da la figura.
EM3. Porque el niño está sacando sus deducciones y está experimentando.
FH2. Es una forma de obtener el volumen.
GM1. mm^3, dm^3, m^3 son unidades de medida comúnmente ocupadas para el volumen.
HH1. Porque las unidades de medida para el volumen son cm^3, mm^3, dm^3, m^3, etc.
IM3. Eso es lo que yo considero para poder encontrar el volumen de un cuerpo.
JM1. Lo importante es obtener el resultado ya que cada alumno pasa por diferentes procesos.
KM3. No importa la forma en que los acomode, siempre tendrán el mismo volumen.

- **¿Le recomendarías hacerlo de una manera distinta?**

AH3. Sí.
BM1. Sí.
CM3. No.
DM3. No.
EM3. No.
FH2. Sí, respetando el proceso que hizo él.
GM1. No.
HH1. No.
IM3. No.
JM1. Sí.
KM3. Sí

- **En caso de ser afirmativo ¿Qué procedimiento le sugerirías?**

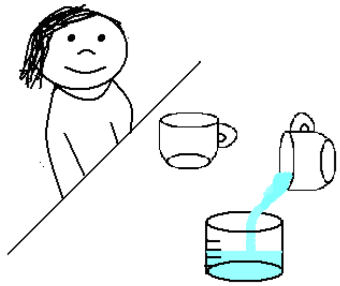
AH3. Contar los cubos de una capa y que el niño calcule el total de cubos, ya sea sumando capa por capa o multiplicándolo por el número de capas.
BM1. Que formará un cuerpo de 4 cubos por 2 cubos de ancho y 8 cubos de altura. 4X2X8=64
FH2. Contar el número de cubos de la base 8x2=16 por las veces de altura que son 3 y después la sume o multiplique.
JM1. La utilización de la fórmula solo para comparar resultados.
KM3. Que formara un paralelepípedo más largo y delgado o dos paralelepípedos y que al final sume los volúmenes de los dos paralelepípedos, etc.

- **En caso negativo, ¿Por qué?**

CM3. Porque el razonamiento que tuvo es adecuado y correcto.
DM3. El principio de estas figuras se obtienen de la misma forma.
EM3. Buscaría que el niño experimentara sus propias conclusiones.
GM1. Llegó al resultado.
HH1. Porque el paralelepípedo tiene cuatro capas y en cada capa hay 16 unidades cúbicas. Si son cuatro capas uno tiene 16 unidades cúbicas, entonces 4 x 16= 64 unidades cúbicas.
IM3. Porque se supone que de esta manera obtengo el volumen del cuerpo.

3. **El maestro Julián ha pedido a sus alumnos que calculen el volumen de una taza.**

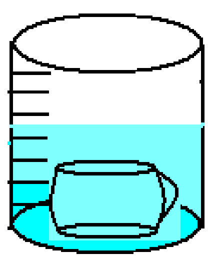
Andrea vertió agua en ella y luego midió el líquido usando un recipiente graduado.



- **¿Qué midió Andrea?**

AH3. La cantidad de agua que cabe en una taza o sea su capacidad.
BM1. La capacidad de la taza.
CM3. Su capacidad.
DM3. La cantidad de líquido de la taza en medidas matemáticas.
EM3. La capacidad o volumen.
FH2. La capacidad contenida en la taza.
GM1. La capacidad.
HH1. La capacidad de líquido que le cabe a una taza.
IM3. La capacidad.
JM1. La capacidad.
KM3. La capacidad.

Ana metió en un recipiente graduado, con agua, y midió cuánto subía el nivel del agua.



- **¿Qué midió Ana?**

AH3. El volumen de la taza.
BM1. El volumen que ocupa el cuerpo en la taza.
CM3. El volumen.
DM3. El volumen que ocupa la taza dentro del recipiente.
EM3. Midió cuánto pesaba la taza.

FH2. El volumen de la taza.
GM1. El volumen.
HH1. El volumen, puesto que vio el espacio que ocupaba la taza.
IM3. El volumen.
JM1. El volumen.
KM3. El volumen.

- **¿Cuál de las dos calculó el volumen de la taza?**

AH3. Lo que midió Ana.
BM1. Andrea.
CM3. Ana.
DM3. Las dos.
EM3. Andrea.
FH2. Ana.
GM1. Ana.
HH1. La segunda [Ana].
IM3. Ana.
JM1. Ana.
KM3. Ana.

- **¿Por qué?**

AH3. Porque la taza es un cuerpo que ocupa un lugar en el espacio que equivale al volumen del agua que sube en el recipiente graduado.
BM1. Porque midió la cantidad de agua que cabe en la taza.
CM3. Porque utilizó la taza para saber a través de la capacidad el volumen o espacio que ocupa.
DM3. Ana midió el volumen que ocupa la taza respecto a otro recipiente y Andrea midió la capacidad de contener de la taza.
EM3. Midió o sacó la capacidad que tenía la taza.
FH2. Porque es el espacio que ocupa la taza.
GM1. Porque vio el espacio que ocupa la taza dentro de dicho recipiente.
HH1. Porque vio el espacio que ocupaba en el recipiente la taza.
IM3. Introdujo el cuerpo (taza) volumen.
JM1. Se basó en la teoría de Arquímedes, ya que al introducir un cuerpo en una cantidad de agua se derrama el volumen del objeto.
KM3. Porque el cuerpo de la taza desplaza solo cierta cantidad de agua que es diferente a la cantidad de agua que puede continuar dentro de la taza.

4. **En la tabla siguiente encontrará tres columnas: en la primera columna una lista de objetos. En la segunda, tacha sí o no según piense que es posible obtener el volumen de los objetos de cada renglón y en la tercera columna escriba en qué basas tu decisión.**

Objeto	¿Es posible obtener el volumen?	¿Por qué dices que sí o por qué no?
Una silla	**AH3.** **Sí** No **BM1.** Sí **No** **CM3.** Sí **No** **DM3.** **Sí** No **EM3.** Sí **No** **FH2.** **Sí** No **GM1.** **Sí** No **HH1.** **Sí** No **IM3.** **Sí** No **JM1.** **Sí** No **KM3.** **Sí** No	**AH3.** Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso. **BM1.** Porque no es un cuerpo cerrado. **CM3.** Porque son figuras planas que su volumen puede ser determinado por el grosor de su material. **DM3.** Porque se puede calcular el peso, la capacidad del peso que soportará y el lugar o espacio que ocupa. **EM3.** Porque se tendría que descomponer en muchas partes y sacar parte por parte el volumen. **FH2.** Es como el ejemplo de la taza. **GM1.** Porque ocupa un espacio. **HH1.** Porque podemos medir el espacio que ocupa la silla. **IM3.** Tiene tres dimensiones **JM1.** Está integrada por figuras geométricas **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.
Un auditorio	**AH3.** **Sí** No **BM1.** **Sí** No **CM3.** **Sí** No **DM3.** **Sí** No **EM3.** **Sí** No **FH2.** **Sí** No **GM1.** **Sí** No **HH1.** **Sí** No **IM3.** **Sí** No **JM1.** **Sí** No **KM3.** **Sí** No	**AH3.** Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso. **BM1.** Porque el cuerpo tiene 3 dimensiones. **CM3.** Porque en él hay un espacio que puede ocupar. **DM3.** La capacidad de personas que caben en él. **EM3.** Se tomarían las medidas del lugar. **FH2.** Porque puede que sea un prisma rectangular. **GM1.** Porque se puede sacar el espacio que ocupa. **HH1.** Porque podemos medir el espacio que ocupa **IM3.** Tiene tres medidas **JM1.** Es tridimensional. **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.
		AH3. Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso.

Una hoja de papel	**AH3.** <u>**Sí**</u> No **BM1.** Sí <u>**No**</u> **CM3.** Sí <u>**No**</u> **DM3.** <u>**Sí**</u> No **EM3.** <u>**Sí**</u> No **FH2.** <u>**Sí**</u> No **GM1.** <u>**Sí**</u> No **HH1.** <u>**Sí**</u> No **IM3.** Sí <u>**No**</u> **JM1.** Sí <u>**No**</u> **KM3.** <u>**Sí**</u> No	**BM1.** No tiene las tres dimensiones. **CM3.** Figura plana. **DM3.** Con respecto a una cantidad de la calidad del grosor del papel se da el volumen de la hoja. **EM3.** Se tomarían las medidas y grosor de cada hoja. **FH2.** Se comprime y tiene volumen. **GM1.** Porque tiene tres dimensiones. **HH1.** Porque se puede ver el espacio que ocupa la hoja en un determinado espacio. **IM3.** Porque no tiene tres medidas. **JM1.** Es bidimensional. **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.
Un trompo	**AH3.** <u>**Sí**</u> No **BM1.** <u>**Sí**</u> No **CM3.** <u>**Sí**</u> No **DM3.** <u>**Sí**</u> No **EM3.** <u>**Sí**</u> No **FH2.** <u>**Sí**</u> No **GM1.** Sí No **HH1.** <u>**Sí**</u> No **IM3.** <u>**Sí**</u> No **JM1.** <u>**Sí**</u> No **KM3.** <u>**Sí**</u> No	**AH3.** Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso. **BM1.** Se mide el espacio que ocupa. **CM3.** Puede determinarse por el peso o material que está hecho. **DM3.** Es el principio del volumen de un cono. **EM3.** Tiene la forma de un cono. **FH2.** Se comprime y tiene volumen. **GM1.** No sabría decirlo. **HH1.** Porque podemos medir el espacio que utiliza al ser lanzado. **IM3.** Porque tiene tres dimensiones. **JM1.** Es tridimensional. **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.
Una copa	**AH3.** <u>**Sí**</u> No **BM1.** <u>**Sí**</u> No **CM3.** <u>**Sí**</u> No **DM3.** <u>**Sí**</u> No **EM3.** <u>**Sí**</u> No **FH2.** <u>**Sí**</u> No **GM1.** <u>**Sí**</u> No **HH1.** <u>**Sí**</u> No **IM3.** Sí <u>**No**</u> **JM1.** <u>**Sí**</u> No **KM3.** <u>**Sí**</u> No	**AH3.** Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso. **BM1.** Se puede medir la capacidad. **CM3.** Tienen una capacidad. **DM3.** La cantidad de vino que contiene o el material que se necesita para elaborarla. **EM3.** Se comprueba al vaciar el contenido en un recipiente. **FH2.** Por la misma razón todo cuerpo ocupa un espacio. **GM1.** Porque ocupa un espacio. **HH1.** Porque podemos calcular el volumen que utiliza en un determinado

		espacio. **IM3.** No tiene dimensiones para sacarlo. **JM1.** Tridimensional. **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.
Una naranja	**AH3.** **<u>Sí</u>** No **BM1.** **<u>Sí</u>** No **CM3.** **<u>Sí</u>** No **DM3.** **<u>Sí</u>** No **EM3.** **<u>Sí</u>** No **FH2.** **<u>Sí</u>** No **GM1.** **<u>Sí</u>** No **HH1.** **<u>Sí</u>** No **IM3.** **<u>Sí</u>** No **JM1.** **<u>Sí</u>** No **KM3.** **<u>Sí</u>** No	**AH3.** Porque tiene dimensiones: largo, ancho, grueso. **BM1.** Se mide el espacio que ocupa. **CM3.** Por tener forma esférica. **DM3.** Su peso o la cantidad de jugo que se puede obtener. **EM3.** Se sacaría midiendo al cortar la naranja. **FH2.** Por la misma razón todo cuerpo ocupa un espacio. **GM1.** Porque es un cuerpo geométrico. **HH1.** Porque podemos calcular el espacio que utiliza. **IM3.** Si tres dimensiones. **JM1.** Tridimensional. **KM3.** Porque todos tienen un cuerpo aunque sea irregular.

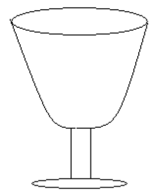
5. **En la siguiente tabla, en la primera columna, aparece una lista de propiedades de cuerpos. En la segunda tacha sí o no según crea que la propiedad mencionada está relacionada o no con el volumen y en la tercera comenta porqué dice que sí o no.**

Propiedad	**¿Crees que esta relacionada con el volumen?**	**¿Por qué dices que si o por qué no?**
Capacidad	**AH3.** **<u>Sí</u>** No **BM1.** **<u>Sí</u>** No **CM3.** **<u>Sí</u>** No **DM3.** **<u>Sí</u>** No **EM3.** **<u>Sí</u>** No **FH2.** **<u>Sí</u>** No **GM1.** **<u>Sí</u>** No **HH1.** **<u>Sí</u>** No **IM3.** Sí **<u>No</u>** **JM1.** **<u>Sí</u>** No **KM3.** **<u>Sí</u>** No	**AH3.** A mayor volumen mayor capacidad. **BM1.** Es el espacio que ocupa un cuerpo. **CM3.** Esta siempre será la misma en los cuerpos independientemente de su material. **DM3.** Se refiere a la cantidad que puede contener. **EM3.** Porque se tienen la propiedad de que una cosa puede contener a otro o a otras. **FH2.** Porque en un dm^3 cabe un litro. **GM1.** Porque se refiere al contenido. **HH1.** Porque se relaciona con el concepto

		de volumen, al conocer cuánto líquido le cabe a un recipiente. **IM3.** Porque es lo que cabe en un cuerpo. **JM1.** La cantidad de volumen. **KM3.** Porque es la cantidad de líquido que puede contener un recipiente o calcular el volumen interno de un recipiente.
Área lateral	**AH3.** **Sí** No **BM1.** Sí **No** **CM3.** **Sí** No **DM3.** Sí **No** **EM3.** Sí **No** **FH2.** **Sí** No **GM1.** Sí No **HH1.** Sí **No** **IM3.** Sí **No** **JM1.** **Sí** No **KM3.** **Sí** No	**AH3.** A menor área lateral menor volumen y viceversa. **BM1.** El área indica la superficie. **CM3.** Sí, porque de ella depende el volumen que tenga. **DM3.** Es un costado de un cuerpo sin tomar en cuenta el total. **EM3.** Se da el espacio comprendido entre ciertos límites. Es la unidad de medida de las superficies. **FH2.** Para la construcción de un prisma. **GM1.** No sabría decirlo porque forma parte del cuerpo. **HH1.** No está relacionado con el concepto de volumen. **IM3.** Las áreas no miden volumen solo superficies planas. **JM1.** Determina el objeto en sí. **KM3.** Porque es parte del cuerpo de un objeto y junto con los otros dos lados calculan un volumen determinado.
Peso	**AH3.** Sí **No** **BM1.** **Sí** No **CM3.** Sí **No** **DM3.** **Sí** No **EM3.** **Sí** No **FH2.** **Sí** No **GM1.** **Sí** No **HH1.** Sí **No** **IM3.** **Sí** No **JM1.** **Sí** No **KM3.** Sí **No**	**AH3.** Porque las unidades cúbicas no dependen del peso. **BM1.** Es la presión que ejerce un cuerpo o la masa contenida en el mismo. **CM3.** Su volumen sigue siendo el mismo aunque lo llene de agua o piedras. **DM3.** El peso es una unidad que se refiere al volumen y tamaño. **EM3.** Se da el peso que corresponde a las cosas. **FH2.** Porque tiene un volumen. **GM1.** Todo cuerpo tiene peso. **HH1.** No se relaciona con volumen. **IM3.** Se utiliza a través de la capacidad. **JM1.** Capacidad total. **KM3.** El peso no porque un cuerpo puede pesar poco y tener un mayor volumen

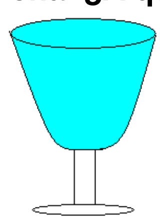
		como el caso del unicel o en el caso que pesa más y tiene un volumen pequeño.

6. **Aquí tiene una copa de cristal vacía. ¿A qué le llamaría volumen de la copa?**



AH3. A la cantidad de unidades cúbicas de material sólido (cristal) de que esté formada la copa.
BM1. A la capacidad de la copa [señala el interior de ésta].
CM3. A la capacidad que tenga.
DM3. Al lugar que ocupa.
EM3. Al espacio vació que puede contener la copa.
FH2. Al material de la copa.
GM1. Al espacio que ocupa el cuerpo.
HH1. Al espacio que ocupa la copa
IM3. A la masa de la copa
JM1. La medida del espacio interior de la copa.
KM3. Hay dos, uno el volumen del cuerpo de la copa y el 2º el volumen que puede contener dentro de la copa.

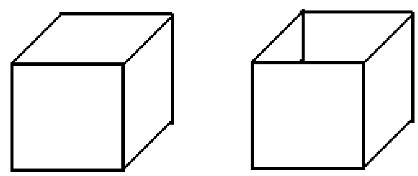
7. **Aquí tiene una copa de cristal llena. ¿A qué le llamaría volumen?**



AH3.A la medida en unidades cúbicas que suman las partes sólidas (cristal) y líquido contenido.
BM1. Al contenido que ocupa el líquido en la copa.
CM3. Al contenido del líquido.
DM3. A la capacidad de contener.
EM3. Al contenido que llenó la copa.
FH2. Al espacio que ocupa toda la copa con el líquido.

GM1. Al espacio que ocupa el cuerpo.
HH1. Al contorno de la copa puesto que es el espacio que está utilizando.
IM3. A la masa de la copa.
JM1. La medida del espacio interior de la copa ya determinado.
KM3. Hay dos, uno el volumen del cuerpo de la copa y el 2º el volumen que puede contener dentro de la copa.

8. **Tiene dos objetos, los dos fueron hechos con el mismo molde, uno es de madera y el otro de plástico. El de plástico esta hueco pero completamente cerrado.**



a. **Comparé el volumen de ambos cubos. ¿Cuál de los dos tiene mayor volumen o son iguales?**

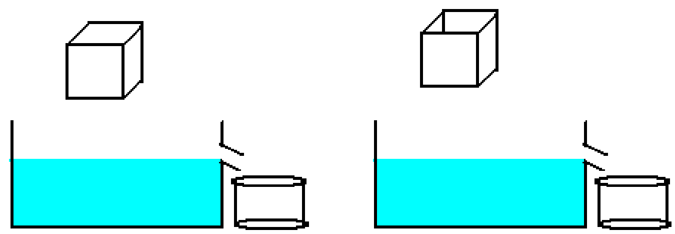
AH3. Son iguales.
BM1. Son iguales.
CM3. Son iguales.
DM3. Son iguales.
EM3. El de plástico tiene mayor volumen.
FH2. El de plástico.
GM1. Son iguales.
HH1. Son iguales.
IM3. Son iguales, pues tienen la misma medida, pero diferentes materiales.
JM1. Son iguales.
KM3. Mayor volumen el de madera, tomando en cuenta que el de plástico esta vacío o hueco.

b. **Anote usted cómo convencería a un amigo.**

AH3. Midiendo sus tres dimensiones y haciendo el cálculo con la fórmula.
BM1. Porque tienen las mismas medidas [señala en los dos objetos sus dimensiones].
CM3. Porque tienen el mismo tamaño independientemente del material de que están hechos.
DM3. El ejercicio siguiente es la explicación más lógica.
EM3. Con el material concreto llenándolo con arena, agua, etc., demostrándoselo y revisando las dos cajas, armando y desarmado las mismas.
FH2. Metiéndolos en un recipiente con agua.
GM1. Explicándole que el volumen es el espacio que ocupa el cuerpo.
HH1. Porque mediría el largo por el ancho por la altura y así daría cuenta de que son iguales L x a x h.
IM3. Metiendo la misma cantidad de arena en los dos cubos si están los 2 huecos o los

pesaría el de madera 1º y con arena, el de plástico después para ver si tienen la misma capacidad.
JM1. El volumen es la medida del espacio que se localiza en el interior del cubo más no el peso del mismo.
KM3. Metiéndolos al agua.

9. **Tenemos dos recipientes idénticos con la misma cantidad de agua, al lado de cada recipiente hay una abertura para que cuando el nivel del agua suba un poco, ésta pueda salir. Se va a sumergir dos cubos del mismo tamaño (el primer cubo está completamente cerrado y el segundo cubo del mismo molde está abierto por un costado).**



¿Usted qué cree qué pasará en ambos casos?

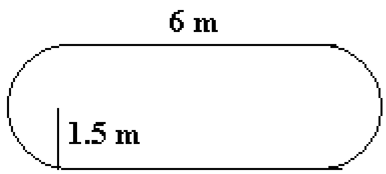
AH3. En el primer caso flota el cuerpo, en el segundo caso se sumerge. El desalojo del agua es menor en el primer caso, en el segundo caso el desalojo de agua será igual al volumen del material de que está hecho el cuerpo.
BM1. El cerrado va a flotar y el que está cerrado se hundirá.
CM3. El cubo que está sellado hará subir el agua y caerá por la abertura y el cubo que esta abierto se llenará de líquido y bajará, bajará el nivel del agua.
DM3. En el primer caso, se derrama el agua hacia afuera y, en el 2º caso, la cantidad de agua que entre en el recipiente debe ser igual a la del contenedor de afuera.
EM3. El que está abierto se va a llenar de agua y el cerrado va a dejar pasar toda el agua al otro recipiente.
FH2. El que está cerrado ocupa más espacio y por lo tanto va a regar más agua.
GM1. El primero flotará y el segundo se sumergirá, En el segundo el agua va a salir del recipiente.
HH1. El cubo que está cerrado flotará y el que está abierto por un costado se sumergirá.
IM3. En el primero el agua bajará más que en el segundo ya que pesa más porque está cerrado y el segundo está hueco y el peso es menor.
JM1. Flotará el que está cerrado y se sumergirá el que está abierto.
KM3. El de madera tirará más agua que el de plástico; tomando en cuenta que el de plástico esta hueco.

10. **¿Cómo definirías al volumen?**

AH3. Es la medida en unidades cúbicas que contiene un cuerpo (sea regular o irregular).
BM1. Es el espacio de los cuerpos (largo, ancho y profundidad)
CM3. Es el espacio que tienen los cuerpos.
DM3. Es el lugar que ocupa la materia y según su forma es la capacidad de contener a otra.
EM3. Es el espacio que ocupa un cuerpo.
FH2. Es el espacio que ocupan los cuerpos en el espacio.
GM1. La cantidad de unidades cúbicas que caben en un cuerpo.
HH1. Es el espacio que ocupa un cuerpo.
IM3. El peso de la masa de un cuerpo o bien el espacio que ocupa un cuerpo.
JM1. La cantidad de agua que penetra en el cubo.
KM3. El volumen de un cuerpo es la medida del espacio que ocupa.

Anexo 2. Presentación de las respuestas de los maestros sobre problemas de volumen

AH3.
E. Buenos días, vamos a iniciar con la resolución de estos ejercicios, puedes utilizar estas fórmulas que te presento, la calculadora en el momento en que lo consideres necesario. Iniciamos con el primer problema, ¿lo podrías leer?
AH3. Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas, cada una de las cuales es una media esfera. La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.

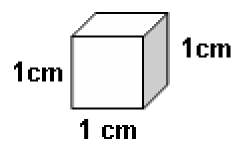


AH3. ¿Ésta es una media esfera? [señala ambos extremos del cilindro]
E. Sí.
AH3. a) ¿Cómo calcularía la capacidad de este depósito?
AH3. ¿Éste es un cilindro?
E. Sí.
AH3. ¿El tapón penetra o tiene cierta penetración al cilindro?
E. Es parte de la estructura.
AH3. Bueno. Aquí tenemos este cilindro, entonces necesitamos conocer el área de la base y por lo largo, ¿no?
E. Sí.
AH3. En este caso la base es más o menos un círculo.
E. Ajá.
AH3. Ah es el volumen no…
E. Sí.
AH3. El área de la base es pi por r^2, sí, una vez que encontremos el área de la base lo multiplicamos por lo largo y encontramos el volumen del cilindro.
E. Ok, pero ahora resuélvalo, aquí esta la calculadora para que los pueda resolver
AH3. Ah.
AH3. Entonces aquí es 1 y medio de altura entonces son… déjame sacar mis lentes, son 0.75
E. En su hoja anote sus resultados.
AH3. Espérate, es punto setenta y cinco al cuadrado por 0.75… esta bien esto, así da el resultado.
E. Usted resuélvalo.
AH3. Entonces es r^2 por π por 3. Ah chihuahuas ya me equivoqué… entonces es 0.5625 por 0.5625 por 3.1416 y aquí tenemos 1.76 m^2 estamos de acuerdo, ahora eso lo multiplicamos por 6 m nos da un total de 10.6029 m^3, ahora ésos son metros cúbicos pero me esta pidiendo la capacidad, entonces hay que convertirlo en litros no, entonces eso hay que convertirlos a decímetros cúbicos, de acuerdo.

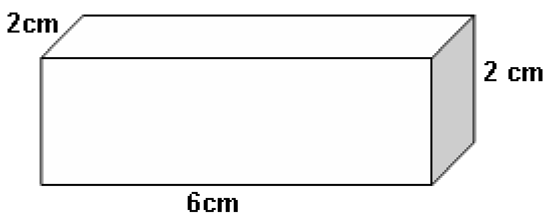
E. Sí.
AH3. Entonces un decímetro cúbico son 10 x 10 x 10 son 1000, 1000 cm^3 esto lo tenemos que dividir en dm^3 eso se divide entre 10, no, un m^3 tiene 1000 decímetros cúbicos de acuerdo, entonces eso lo vamos a tener que dividir y hacemos lo siguiente. Como el volumen es de 10 m^3 ah, cada m^3 dijimos que tiene 1000 litros, entonces son 10 000 litros.
E. Sí.
AH3. Arriba de 10 000 litros, ésa sería la capacidad, entonces la capacidad sería 10 602.9 litros, será ése el resultado.
E. Sí.
AH3. Dime ¿estoy bien?
E. Sí, ahora ¿cuáles de las fórmulas que se le muestran tendría que utilizar?
AH3. Las fórmulas que tendría que utilizar v=Ab x h, es la que utilizamos.
AH3.Y para el tercer inciso, pues ya mencionamos la capacidad que sería 10 603 litros en metros redondos.

E. Aquí tenemos otro problema.
AH3. Otro problema.
E. Sí, ¿lo podría leer?

AH3. Dice: ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado, como éste

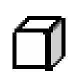


caben dentro

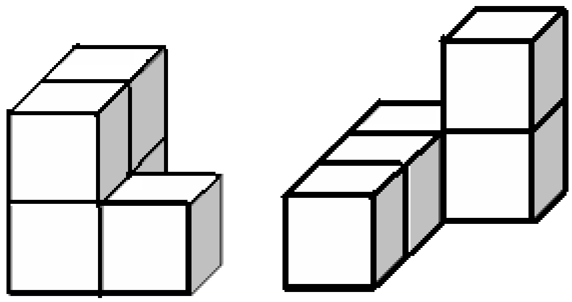


de esta caja?

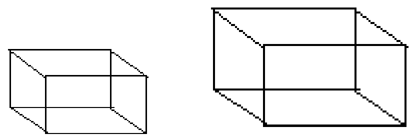
AH3. Bueno, ésta es una caja en forma de prisma, entonces tenemos 2 x 2 = 4; aquí son 24… 2 x 2 son 4 por 6 son 24 cm^3, esa sería la respuesta ¿no?
E. Sí, ahora el inciso b.

AH3. Inciso b ¿Cuántos cubitos como éste de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja?... ½ cm. de arista, punto 5 eso seria, es punto 5 x punto 5 son ¿cuánto? [Empieza a realizar las operaciones en la calculadora] punto 5 por punto cinco por punto cinco nos da 0.125 cm^3, sí entonces sería la octava parte ¿no? Será un octavo de cm^3.
E. Ok.
AH3. Entonces, si son 24 cm^3 eso sería 8 veces más.
E. ¿A cuánto sería igual?
AH3. 24 x 8 son 192, sería ésa la respuesta.

E. Sí.
AH3. Entonces aumentaría ocho veces la cantidad del inciso anterior.
E. Otro problema.
AH3. Voy bien o me regreso.
E. Usted va bien.
AH3. Y si no.
E. Continuamos com otro problema.
AH3. Aquí abajo aparecen dos pentaminos (sólidos formados por 5 cubitos unidos al menos por una cara)

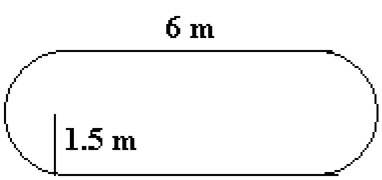


¿Cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos deben tener la misma?
E. [El docente observa los cuerpos].
AH3. ¿Qué esta no es la misma área lateral? dos esta y esta [señala ambos cuerpos geométricos] ¿Cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos ¡ah! de acuerdo a las caras que se ven, bueno aquí hay 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 [señala el frente de la primera figura] y esta 1, 2, 3, 4, 5 caras, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 caras.
E. Ok.
AH3. 20 caras, aquí hay 3, 4, 5, 6 y tres a bajo 9, a ver otra vez, 1, 2, ,3 ,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 16, 17 ,18, 19. A ver conté 20 acá. 2, 3, 4, 5, 6.. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y tres a bajo 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19… aquí me salen 19, conté mal, mmm, no creo.
E. Entonces cree que alguno tiene mayor área lateral.
AH3. Sí.
E. ¿Por qué?
AH3. Porque, porque pues, no sé, será por la posición de los cubos, aquí por ejemplo hay 4, aquí hay uno, y aquí hay dos pentaminos [señalando ambos cuerpos], no sé cuál sería la respuesta, supongo que tal vez sea por las caras que se ven en el primer volumen y en el segundo son las caras que veo.
E. Aquí tenemos un cuarto problema.
AH3. Cuarto problema, el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, es uno pequeño y uno grande, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?
AH3. Aquí tenemos un problemita de comparación.
E. Aquí ponemos las posibles respuestas si es 2 veces, 3 veces, 6 veces, 12 veces u otro número, para conocer su resultado ¿qué procedimiento utilizaría?
AH3. Pues yo, en primer lugar, haría una comparación vertida sobre el tamaño, sin entrar a ninguna fórmula.

E. ¿Cómo?
AH3. Mira, ésta sería la pecera pequeña y otra más grande [dibuja dos prismas de diferente tamaño]  , si en la sala es dos veces más largo o sea si aquí tiene 2 aquí sería 4 [señala primero la pecera pequeña y después la grande, asignándole valores], no.
E. Sí.
AH3. Tres veces más ancho, entonces, si aquí… ancho se refiere a esto no y alto a esto [señala los prismas que dibujo]
E. Sí.
AH3. Ancho, 3 veces más ancho, vamos a suponer que aquí es dos, perdón, aquí también no vamos a poner aquí 1, por decir 1.
E. Sí.
AH3. Y aquí van a ser 2, todo esto es 1, aquí es 2, este sería 2, aquí sería 4, ¡ah! perdón. Aquí sería 3 y lo dividimos en tres [en el prisma que el maestro dibujo va marcando los espacios de acuerdo a las medidas que se dieron]. Y dos veces más alto que equivale vamos a ponerle dos también y sería 4, sí.
E. Sí.
AH3. Vamos a ver entonces, aquí ¿cuánto dijimos que vale de alto…? 1 de alto.
E. Sí eso dijo.
AH3. A ver permíteme 2 veces más largo, 3 veces más… ¡ah! pero el de la sala o sea éste [señala el prisma].
E. Sí.
AH3. El pequeño vamos a ponerle 1, dijimos que este vale 2 veces más, entonces vale 1 también, entonces con estas medidas voy a calcular el volumen, 2x1=2 y 2x2 son 4, aquí sería 4 unidades cúbicas, sale.
E. Sí.
AH3. Aquí sería 4x3=12x 4=48 unidades cúbicas, sí.
E. Sí.
AH3. Ahora habría que ver cuantas veces es más grande es este, entonces serían 12 veces, sería esa la respuesta.
E. Sí, y ya el último problema que es el número 5, es éste, ¿lo podría leer?
AH3. Si se tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
E. ¿Cómo lo resolvería?
AH3. Bueno, éste es un litro.
E. Así es.
AH3. 5 centímetros cúbicos. En primer lugar un litro tiene… un litro son 100… 100x100x100 sería 1,000,000 de centímetros cúbicos. Un litro es un millón de centímetros cúbicos… estamos de acuerdo.
E. Sí.
AH3. Sí.

E. Sí usted sígale.
AH3. Bueno, ahora la jeringa es de 5 centímetros cúbicos, si, entonces esa se divide entre 5.
E. ¿Por qué entre 5?
AH3. Porque es la capacidad de la jeringa. 1,000,000 entre 5, mitad de 10 es 5 cero, cero, cero, cero, cero, 500,000 veces.
E. Entonces con 500,000 veces llenaríamos la jeringa.
AH3. Pues sí.
E. Bueno.
AH3. Es muy poquito son 2 centímetros cúbicos que van echándole y tiene que llenar 1,000,000 de centímetros cúbicos a ver si estoy bien…[el maestro vuelve a revisar el problema], ¿cuántas veces 5 centímetros caben en un millón? entonces quinta de 10 es 2, entonces son doscientas mil.
E. ¿Doscientas mil?
AH3. Estamos bien.
E. Sí.

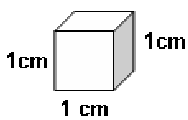
DM3.
E. Buenos días vamos a iniciar con la resolución de estos problemas, puedes utilizar estas fórmulas y la calculadora. Iniciamos con el primer problema, ¿lo podrías leer? Primer problema: un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas cada una de las cuales es una media esfera. La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.



La primera pregunta que te hago es: ¿cómo calcularías la capacidad de este depósito?
DM3. Mmm, si es un cilindro hay que buscar la fórmula del cilindro.
E. Nada más.
DM3. Que también lo podríamos cortar y volverlo rectángulo, para poder calcular el largo o la base por la altura.
E. Ok, pero ¿cómo calcularías la capacidad del depósito?
DM3. Bueno si quiero saber la capacidad del depósito, entonces tengo que utilizar la fórmula del cilindro, pero la forma que realmente tiene debo de tomar en cuenta la forma de las esferas. Si quiero saber el área que ocupa tengo que sacar el área de la esfera.
E. Bueno, aproximadamente ¿cuál es la capacidad del depósito?
DM3. ¿Cuál es la capacidad del depósito? Bueno pues vamos a utilizar la fórmula de área de la base por altura; la base mide seis metros por uno punto cinco de radio y uno punto cinco serían tres por seis, dieciocho, seis metros, no tengo que sacar el perímetro del diámetro del circulo, entonces si son seis por tres dieciocho metros, eso no es la capacidad, ése es el tamaño que tiene.
E. Sí.

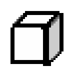
DM3. Espera, seis por tres dieciocho por altura, base por altura. Si abrimos el cilindro, lo convertimos en rectángulo, base por altura, tendría que ser otra vez por seis, esta es la medida que me da la capacidad que forma el cuerpo del cilindro, falta éste, que sería…, no es una esfera son dos círculos y para saber el diámetro es 3.1416 y eso por dos, hay no estoy sacando el área y tú quieres saber el volumen.
E. Solo quiero saber la capacidad del depósito.
DM3. No pueden ser dieciocho litros donde mide dieciocho metros, ¿estás de acuerdo?, entonces el cilindro es base por altura, no pero, el área de la base serían dieciocho metros por tres, entonces serían 54 litros.

E. Ok, aquí tenemos otro problema ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado como éste

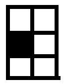


caben dentro

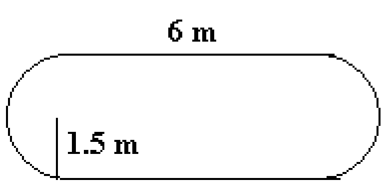
de esta caja?
DM3. En esta caja, son dos por seis doce por dos veinticuatro. Son veinticuatro los que caben.

E. Ahora ¿Cuántos cubitos como este de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja? Puede que quepan el doble, cuatro veces, ocho veces o ninguna de las anteriores
DM3. Cuatro veces el inciso anterior.
E. ¿Por qué?
DM3. Porque se supone que éste es de medio centímetro y cada cubito era de dos centímetros, para cubrir un centímetro, más bien la mitad de un cubito serían dos y lo doble son cuatro para un solo cuadrito.

E. Tenemos otro problema aquí. Aquí abajo aparecen dos pentaminos, los pentaminos son figuras o construcciones de figuras que se forman en base a cinco cubos, la pregunta es ¿está de acuerdo que el volumen de cualquier pentamino es igual a cinco cubos?
DM3. Sí, porque está compuesto de cinco cubos.
E. Una maestra les preguntó a los niños que si todos los pentaminos tienen la misma área o superficie total. Un alumno llamado Poncho le dijo que sí, porque si tienen el mismo volumen deben tener la misma área. ¿Crees que está bien esta respuesta?
DM3. Tienen la misma área, sí, porque ocupan la misma área y perímetro.
E. Aquí tenemos dos pentaminos ¿crees qué tiene la misma área?
DM3. A ver, sí, si están hablando del lugar que ocupan, si los vemos de lado uno se hace hacia arriba y otro hacia abajo, pero si buscamos la manera de que coincidan sí puede ser que sí la ocupan. Sin embargo, aquí también podemos sacar el perímetro porque las caras son el perímetro, el contorno de las aristas que forma cada figura.
E. Cuarto problema, el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que

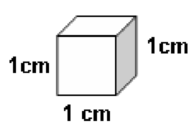
el de la cocina? Puede ser que sean dos, tres, seis o doce u otro número.
DM3. Bueno vamos a hacer un dibujito, [la maestra empieza a dibujar este esquema  tomando el espacio negro como la base] dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto, entonces sería 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 por 2 dieciséis, ¿Cuántas veces es más grande el de la sala? uno, dos más largo, uno, dos, tres veces, hay ya me hice bola, a ver otra vez. Es dos veces más largo, dos veces más largo, ah es que me equivoqué, es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto, entonces es más grande, es cinco veces.
E. ¿Cinco veces?
DM3. No es cierto es doce veces más grande.
E. ¿Por qué?
DM3. Porque en este espacio, este espacio lo ocupa la pecera pequeña [señala el espacio negro], si yo lo duplico, sin medirlo, la capacidad de este cuadrito es la base de la otra pecera y no serían doce, serían once.
E. ¿Once?
DM3. Sí, otro número, once veces.
E. Último problema y terminamos: Si tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
DM3. ¿Para qué éste se llene?
E. Sí
DM3. A ver, un litro es igual a 100 centímetros cúbicos y tengo 5, entonces, para llenar este cinco por dos, diez y necesito que llegue a cien, entonces sería nueve veces y medio, sí.
E. Pues anota tu resultado.
DM3. Nueve punto cinco veces, que en realidad deberían de ser diez verdad pero esos cinco ya estaban.

EM3.
E. Vamos a trabajar en la solución de cinco problemas, puede utilizar esta calculadora o alguna de estas fórmulas; iniciamos con el primer problema. Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas cada una de las cuales es una media esfera. .La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.

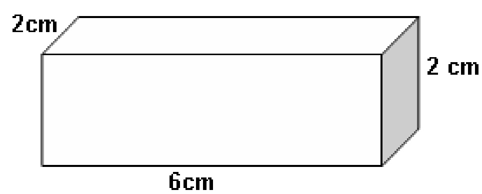


En la primera pregunta que yo le hago es ¿cómo calcularía la capacidad de este depósito?
EM3. ¿Cómo calcularía?, pues es volumen. Pues acá, ésta [la maestra hace referencia a la fórmula del cilindro]

E. ¿Por qué?
EM3. Porque nos dice que está formado por un cilindro; el volumen es igual al área y luego es el área por altura, porque es la única que se me...
E. Bueno, ¿cuáles son las fórmulas que utilizaría para calcular la capacidad de este depósito.
EM3. Ésta [señalando la del cilindro]
E. Pero recuerde que este depósito tiene dos tapones de media esfera
EM3. Entonces también tendría que utilizar la de la esfera, pero aquí sería nada más la superficie, porque aquí no hay volumen, en las tapas
E. Ok, aproximadamente ¿cuál es la capacidad del depósito?
EM3. Aproximadamente, entonces tengo que sacar primero…
E. Aquí esta la calculadora, si quiere utilizarla.
EM3. No, mejor préstame una hoja.
E. Aquí tiene.
EM3. Entonces sería sacar el área del cilindro, es, mide uno y medio, 1.5 que lo tengo que multiplicar por 3.1416, voy bien.
E. Si usted sígale
EM3. Luego lo que salga por la altura.
[la docente empieza a realizar sus operaciones en la hoja, ya que no le gusta usar la calculadora].
EM3. El resultado es de 282 litros
E. Ese resultado ¿de qué es?
EM3. Es la capacidad aproximada del depósito.
E. Bueno, entonces aquí anótelo.
EM3. Doscientos ochenta y dos punto siete, cuatro, cuatro, cero y como es de capacidad de agua entonces serían litros.
E. Bueno entonces ya tenemos el primer problema resuelto.
E. Tenemos un segundo problema, aquí dice ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado, como éste



, caben dentro

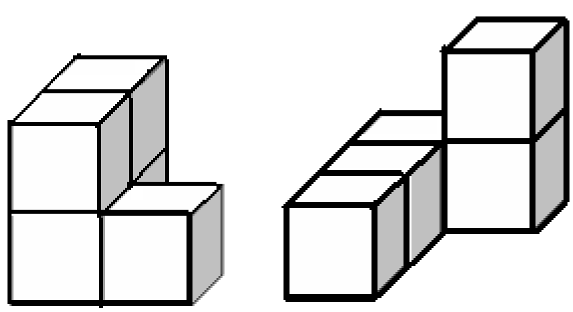


de esta caja?

EM3. Entonces aquí caben 2, aquí con seis, seis y seis son doce, aquí caben doce, si, espérame.
E. Sí.
EM3. Tú nada más me dices sí, ahí después me repruebas. Si son de a cm. y son seis centímetros aquí caben seis centímetros, como son dos para acá, entonces son doce. Para acá son doce y doce son veinticuatros no.
E. Ok.
EM3. Doce y doce son veinticuatro, si
E. Entonces aquí anótelo.
EM3. Veinticuatro cubos
E. Ahora…

EM3. Espérame déjame checarlo bien, porque son seis aquí de a centímetro, aquí caben otros seis, entonces son seis y seis son doce, pero como tiene doce acá son doce atrás pues sí son veinticuatro, según.

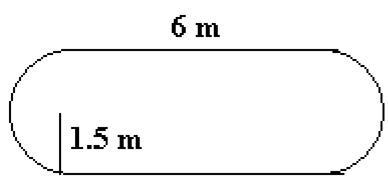
E. Bueno ahora ¿Cuántos cubitos como este de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja? ¿Cree que sea el doble que éste, cuatro veces la cantidad anterior, ocho veces más? o ninguna de las cantidades anteriores
EM3. Si son de ½ centímetro, quiere decir que caben cuatro, entonces multiplico 4x4=16 llevamos una, cuatro por dos son ocho, son 96 a ver eso es lo que tiene hay. Cuatro veces, ocho veces la cantidad del inicio o ninguna de las anteriores, espérame aquí caben, entonces si es de medio centímetro caben cuatro, cuatro por cada cubito, sí, cuatro por cada cubito, son 24 entonces caben 96 veces. Ahora que hago.
E. Ahora el 96 es el doble, el cuádruple el octavo o ninguna de las anteriores
EM3. Yo puse cuatro veces la cantidad anterior, según yo.
E. Bueno
EM3. Espérame, espérame, en medio centímetro caben dos, cuatro, no caben ocho [la maestra corta un pedazo de hoja para imitar la estructura de un cubo] y entonces si es de a medio aquí caben cuatro en un centímetro, 1,2,3,4 cuatro en uno nada más, son 24 pues si son 4, espérame, en medio centímetro, si caben cuatro, no es cierto, no sea mentirosa, porque en la parte de abajo es un centímetro, entonces son, espérame, en mi cubito meto medio y medio y sale un centímetro, luego el de arriba salen dos son cuatro, cuatros, pero son dos sales ocho, a ver, vamos a hacerlo. Vamos a checar el primero, caben seis y seis son doce, seis arriba y seis abajo son doce y doce atrás son veinticuatro, ahora un cubito en un centímetro, aquí van a salir uno y aquí otro son dos, según yo si me salen cuatro. Cuatro por cuatro dieciséis y entonces cuatro, ya entonces la cantidad aumenta cuatro veces. Cuatro veces en un centímetro. No salen ocho, espérame déjame volver a checarlo. A ver voy a romper una hoja… este es mi cubito estos son centímetros aquí me cabe uno, dos, tres y cuatro; luego arriba son ocho.
E. Y entonces con qué resultado nos quedamos.
EM3. Pues en ésta ocho veces la cantidad, sí porque salen ocho.
E. Ocho veces la cantidad.
EM3. Sí, porque salen ocho aquí, si es un centímetro salen aquí dos y dos de este lado, espérame, espérame, me estoy haciendo bolas yo solita, a ver tenemos que en un centímetro salen dos, no son cuatro. Me quedo con el 96, es decir con el cuatro.
E. Bien vamos a iniciar con el problema tres el cual dice: aquí a bajo aparecen dos pentaminos (sólidos formados por 5 cubitos unidos al menos por una cara).



¿Cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos deben tener la misma?
EM3. Se forman cinco cubitos unidos al menos por una cara ¿cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos deben tener la misma? el área, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 eso sería del área, vamos a ver aquí a bajo aparecen dos pentaminos sólidos formados por 5 cubitos unidos al menos por una cara ¿cree que alguno tiene mayor área lateral? A ver, 1,2,3,4,5,6,7 ¿cree que alguno tiene mayor área lateral? No, porque es dependiendo de la posición que tengan.
E. Entonces
EM3. Yo digo que no, porque aquí están estas caras 1,2,3,4,5,6,7 las áreas blancas si tomamos en cuenta éstas 7, 8,9,10,11 y aquí son 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 esta es la posición que tienen, o sea todas presentan la misma área, dependiendo de la posición que tengan, en este caso tienen otra forma entonces no va a dar la misma que ésta, ésta está puesta de otra manera. Eso es lo que digo yo, espero no me repruebes.
E. No, cómo cree.
E. El problema cuatro. El señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, es uno pequeño y uno grande, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?
EM3. Dice el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, éste es pequeño y éste grande; el de la sala es dos veces más largo dos veces más largo, tres veces más ancho largo para acá ancho para acá vamos a ponerle tres veces y este dos veces y dos veces más alto para acá más o menos por acá, así, algo así como un prisma este es el de la sala tres veces más ancho y dos veces más alto ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina? El de la sala dos veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina ¿Cuántas veces es más grande el de la sala? Dos veces más largo, tres veces más ancho, aquí esta el ancho, 1,2,3 y dos veces más largo uno, dos… y dos veces más alto uno, dos. ¿Cuántas veces es más grande? ¿Que aquí no le faltan más números?
E. No.
EM3. A ver, éste es un prisma más pequeño, entonces es 1,1 y 2, entonces dice ¿Cuántas veces es más grande el de la sala?, entonces sería una vez, según yo así como le quite uno aquí y uno aquí, sería uno y no aparece el uno, entonces hay que usar otro número, podría ser el dos, pero resulta que yo no quité el dos, nada más estoy quitando uno de aquí y uno de aquí, entonces me queda dos, entonces podría ser el dos.
E. Si
EM3. El dos entonces.
E. Está bien.
EM3. Si está bien como le entendí.
E. Sí
EM3. Bueno no estoy tan burra al menos le entendí.
E. Último problema. Si se tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
EM3. Yyyy… si tu supieras lo que me hizo sufrir con mi mamá, porque dice la jeringa

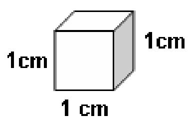
centímetros y la doctora me dice póngale centilitros, entonces traía una copa y la copa no es con los que decía la jeringa, entonces fue una pachanga. Entonces si un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa? entonces aquí, sería un litro cuantos centímetros cúbicos tiene si no mal recuerdo debe tener un litro es igual a centilitro, si verdad.
E. Sí
EM3. Un litro… déjame acordar cuantos centilitros tiene… centilitros, a ver… centilitros cúbicos… debe tener 100, ¿cuántas veces deberías de llenar? 100, entonces aquí son 100 centilitros y 5 centímetros cúbicos, sabes esto asta donde me remonto a la primaria, porque este ejercicio nos hizo la maestra que hiciéramos el decímetro cúbico que es un litro y luego nos hizo hacer los centímetros cúbicos y que lo pusiéramos. Un litro, haber un decímetro es igual a 100 centímetros cúbicos… son 10x10x10 son 1000, entonces, nos sale 1000 centímetros cúbicos, pero no son de 10 entonces es el doble, el doble es 2000 centímetros cúbicos, no es cierto.
E. ¿Por qué?
EM3. Espérame no de 10, se saca mitad, porque son de 5 centímetros y estos son de 10, entonces la mitad, entonces son 1000, espérame, 1000 centímetros cúbicos si este es de a centímetro, pero como no es de a centímetro porque es de 5 centímetros, entonces necesito la quinta parte. La quinta parte serían 200.
E. Sí
EM3. Pues quien sabe verdad, nada más me sigues la corriente. Estos son de a centímetro y no queremos de a centímetro si no de a 5 centímetro, entonces sería la quinta parte, en lugar de 1000 serían 200 centímetros cúbicos. Y cual era la pregunta ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene? Pues son 200 veces.

GM1
E. Buenos días vamos a iniciar con la resolución de unos problemas, puedes utilizar estas fórmulas y la calculadora. Iniciamos con el primer problema, ¿lo podrías leer?
GM1. Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas cada una de las cuales es una media esfera. .La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.



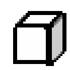
E. La primera pregunta que te hago es ¿Cómo calcularías la capacidad de este depósito?
GM1. ¿La capacidad?
E. Sí, ¿cómo la calcularías?
GM1. [Breve silencio] Que será multiplicando, pero multiplicando no, creo que no, mmm yo creo que sí

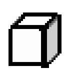
E. Tú dices que multiplicando.
GM1. Sí
E. ¿cuáles de las fórmulas que se te muestran tendrías que utilizar? De estas que están aquí
GM1. Este…, cilindro
E. Ok, ¿alguna más?
GM1. Mmm no, soy una ignorante.
E. No te preocupes, entonces, aproximadamente ¿cuál es la capacidad del depósito?
GM1. Si tengo que utilizar la fórmula del cilindro, entonces tengo que multiplicar [realiza la maestra sus operaciones en la calculadora de manera silenciosa] la capacidad es de 162, ¿estoy bien?
E. No, yo no sé.
GM1. ¿Entonces?
E. Tú confía en lo que contestas, no te presiones.
E. Tenemos el problema dos, dice: ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado como éste



caben dentro

de esta caja? sus medidas son 2cm, 6cm y 2 cm.
GM1. Son dos por seis doce por dos veinticuatro
E. Veinticuatro
GM1. Sí

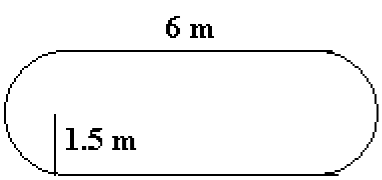
E. Anota aquí tu respuesta, ahora ¿Cuántos cubitos como este de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja?

GM1. ¿Cuántos cubitos como este de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja?
E. Puede ser que tu respuesta sea el doble que el inciso anterior, cuatro veces más, ocho veces más o ninguna de las anteriores, tu cuál crees que es la respuesta.
GM1. Yo digo que serían, en dos saldrían dos, cuatro, dos por cuatro veinticuatro, el doble no, a ver, espérame, de medio centímetro, cuatro veces la cantidad del inciso anterior.
E. Cuatro veces la cantidad del inciso anterior.
GM1. Sí
E. ¿Por qué?
GM1. Porque en un cubo de un centímetro, ¡ah chihuahuas!, mmm, aquí ya me fui por este dato, no espérame, espérame.
E. Sí, tomate tú tiempo
GM1. Bueno el dos centímetros [señala la caja] aquí caben dos, pero como es la mitad, entonces cabe cuatro…, entonces es el doble que el inciso anterior, porque la mitad de este cubo es la mitad del normal del primero, o tal vez no sé qué es una arista.
E. Entonces, tu dices que es el doble y no cuatro veces

GM1. Mmm pues yo digo que es el doble
E. Ahora, dime por qué el doble.
GM1. Pues, porque es la mitad del de la medida de un centímetro.
E. Ok, muy bien. Aquí tenemos 5 cubitos, que si los unimos por cualquiera de sus caras formamos un pentamino [se les muestra un pentamino] ¿estás de acuerdo que el volumen de cualquier pentamino es igual a cinco cubos?
GM1. Sí, estoy de acuerdo, porque cada cubito es una unidad.
E. Ok, una maestra le pregunto a los niños que si todos los pentaminos tienen la misma área o superficie total. Un alumno que se llama Poncho le dijo que sí, porque si tiene el mismo volumen debe tener la misma área. ¿Crees que está bien esta respuesta? ¿Por qué?
GM1. Sí, porque no importa como estén acomodados.
E. Mira aquí tenemos dos pentaminos acomodados de diferente manera.
GM1. Ah, qué buena idea.
E. Estos son dos pentaminos, ¿tienen la misma área lateral?
GM1. Este con éste [señalando los dos pentaminos]
E. Sí
GM1. Bueno déjame ver 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,1718,19,20 y en este son 2,4,6,8,10,11,12,13,14,15,16,1718,19,20. Pues sí, los dos tienen la misma área.
E. Bueno
GM1. Oye esto es algo complicado
E. No te preocupes ya vamos con el penúltimo problema, el cual dice: el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina? puede ser 2, 3, 6, 12 u otro número
GM1. El señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?...ah chirrión… oye pero no hay medidas nada más, en la sala, es uno pequeño y uno grande
E. Puedes resolverlo como tú creas
GM1. Tres veces más ancho, a ver, tres y dos veces más alto y dos más largo [realiza el dibujo de un prisma] este lado mide cuatro y este dos y este dos, entonces, este mide ocho, este seis y este cuatro, voy bien.
E. Tú resuelve el problema como tú creas, solo contéstame ¿cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?
GM1. Creo que es dos veces más grande
E. ¿Por qué dos?
GM1. mmm el de la sala es dos veces más largo, pero aquí nada más te da el de la sala y no el de la cocina, entonces ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina, espera, mira yo creo que la pecera puede tener las siguientes medidas cuatro dos y dos de alto, entonces, dos veces más largo es ocho, y como es tres veces más ancho entonces es seis y dos veces más alto entonces es dos y dos cuatro. Ésas serían las medidas.

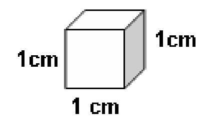
E. Ok, pero entonces ¿cuántas veces es más grande?
GM1. Pero ¿qué estoy sacando aquí?
E. El tamaño, como sacarías el tamaño entonces.
GM1. Mmm, yo creo que tengo que multiplicar primero cuatro por dos por dos, es dieciséis y ocho por seis por cuatro son ciento noventa y dos… este uno mide dieciséis y otro ciento noventa y dos, entonces, mmm voy a dividir el ciento noventa y dos entre dieciséis es igual a doce, ah sería doce veces más grande. ¿Estoy bien?
E. No te preocupes, ya vamos con el quinto problema. Dice este problema: Si se tuviera un envase de un litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
GM1. A ver, mmm aquí voy a utilizar una fórmula.
E. Una fórmula, ¿cuál?
GM1. Me refiero que tengo que hacer una conversión de centímetros a litros.
E. ¿Cómo?
GM1. Mira, si tengo un envase de un litro y una jeringa de cinco centímetros cúbicos, necesito convertir el litro a centímetros cúbicos.
E. Sí.
GM1. Un litro es igual a un decímetro cúbico, que tiene diez centímetros por lado…
E. Por qué por lado.
GM1. Porque un decímetro cúbico es un cubo de diez por diez por diez y esto s igual a mil centímetros cúbicos, o sea, un litro lo componen mil centímetros cúbicos y tu me preguntas que ¿cuántas veces debo llenar la jeringa para que se llene el envase? entonces son mil entre cinco es igual a 200 veces. Sí, son doscientas veces las que se llena la jeringa para llenar el envase.

HH1.
E. Buenos días, vamos a resolver unos problemas, le proporciono estas fórmulas las cuales puede utilizar en el momento que lo desee y esta calculadora. Aquí le presento el primer problema que es éste y dice: Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas cada una de las cuales es una media esfera. La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.

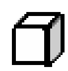


La primera pregunta que yo le haría es ¿cómo calcularías la capacidad de este depósito?
HH1. [Breve silencio] ¿Cómo calcularías la capacidad de este depósito?
E. Sí.
HH1. [Breve silencio] Pues utilizando la fórmula, ¿no?
E. Utilizando la fórmula, segunda pregunta, ¿cuáles de las fórmulas que te acabo de presentar utilizarías?
HH1. [Lee en silencio el problema nuevamente] Pues la fórmula del cilindro…, espera…, y ésta, la de la esfera.

E. Bien, aproximadamente ¿cuál es la capacidad de este depósito?
HH1.¿Cuál es la capacidad?, puedo utilizar la calculadora
E. Sí, para eso es, para que usted la utilice en el momento que desee.
HH1. [El profesor empieza a realizar operaciones en la calculadora] Tenemos área de la base por la altura, área de la base por la altura [el profesor realiza nuevamente operaciones en silencio] el resultado es cuarenta y dos punto cuatro, no.
E. ¿Ésa es la capacidad?
HH1. Sí.
E. Entonces anote su respuesta en la hoja.
HH1. ¿En dónde?
E. En cualquier parte de la hoja.
E. Bueno, ése fue el primer problema, podemos continuar con el segundo.
HH1. Sí.

E. Iniciamos: ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado como éste 

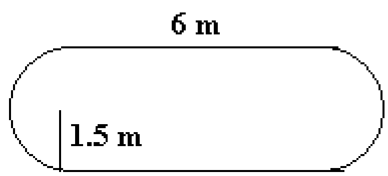
caben dentro 

de esta caja? ¿Cuántos?
HH1. ¿Cuántos cubitos caben?, doce…, ¡no!
E. ¿Doce?
HH1. Sí.
E. Bueno, escriba su respuesta en cualquier lado de la hoja, [después de un breve silencio]. Ahora ¿Cuántos cubitos como este de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja? ¿Cree usted que caven le doble, cuatro veces, ocho veces o ninguna de las anteriores?
HH1. El doble
E. ¿El doble? ¿Por qué?
HH1. Porque un centímetro es la mitad de un medio, por eso cabe el doble.
E. Bueno, entonces nada más subraye su respuesta.
E. Tercer problema: aquí abajo aparecen dos pentaminos, los pentaminos son figuras o construcciones de figuras que se forman en base a cinco cubos, la pregunta es ¿está de acuerdo que el volumen de cualquier pentamino es igual a cinco cubos?
HH1. Sí, porque son cinco cubos los que lo forman.
E. Una maestra les preguntó a los niños que si todos los pentaminos tienen la misma área o superficie total. Un alumno llamado Poncho le dijo que sí, porque si tienen el mismo volumen, deben tener la misma área. ¿Crees que está bien esta respuesta?
HH1. Sí.
E. Aquí tenemos dos pentaminos, los puede tomar si quiere, ¿tienen la misma área lateral?
HH1. Mmm. no, no tienen la misma área lateral.

E. ¿Cuántos tiene?
HH1. Sí tiene la misma área lateral, tienen cinco cada uno. Esta tiene cinco y esta tiene cinco.
E. Bueno, aquí problema otro: el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina? Puede ser que sean dos veces más grande, tres veces, seis veces, doce veces u otro número.
HH1. El señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. Pues dos veces.
E. Dos veces, ¿por qué?
HH1. Porque dice el señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. Porque al ser dos veces más largo y de ancho es tres veces más alto, mmm, pero ¿no tienes las medidas del primero?
E. Los únicos datos que te puedo dar son los que están en el problema.
HH1. Entonces el de la cocina será… un acuario, nos dice que, dos veces más grande verdad.
E. Sí.
HH1. Supongamos que el de la cocina mide dos de largo, entonces el de la sala es dos veces más largo, entonces va a ser cuatro y cuatro de largo y de ancho tres veces más verdad
E. Sí
HH1. Entonces supongamos que aquí el de la cocina mida tres de ancho, entonces el otro es nueve más de ancho, sí. Y dos veces más alto que el de la cocina, supongamos que la altura tenga dos, entonces va a ser más, cuatro veces más alto. Sí.
E. Sí
HH1. Bueno es que, no me dieron las medidas yo únicamente las invente y supuse que es más grande el de la sala, yo supuse que el de la cocina mide dos metros de largo y dos metros de altura y tres metros de ancho, entonces, el de la sala debe de medir cuatro de largo, si es dos veces más largo y nueve de ancho. Sí, porque es tres veces más que el de la cocina y entonces aumento el tamaño dos veces.
E. ¿Dos veces?
HH1. Sí
E. Ok, ya vamos con el último problema.
HH1. Ya me esta haciendo sudar.
E. No maestro, usted no se preocupe. Si tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
HH1. Si se tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?, ¿que no trae un envase y una jeringa?
E. No maestro no traigo.

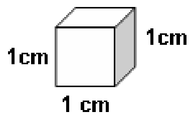
HH1. Pues así no se vale, realmente no sé cómo resolverlo
E. No se preocupe, le agradezco su ayuda.

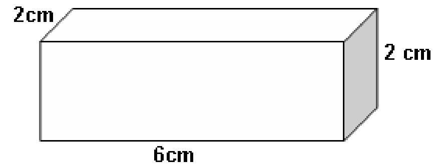
IM3.
E. Hola vamos a trabajar en la solución de 5 problemas, puede utilizar esta calculadora o alguna de estas fórmulas. Este es el primer problema, ¿lo puede leer por favor?
IM3. Un depósito de agua está formado por un cilindro y dos tapas, cada una de las cuales es una media esfera. La forma y las dimensiones del mismo se indican en la figura adjunta.



a) ¿Cómo calcularías la capacidad de este depósito?
E. ¿Cómo la calcularías?
IM3. Multiplicando… con la fórmula
E. ¿Cuáles de las fórmulas que se le muestran tendría que utilizar?
IM3. Ésta y ésta. [Señala la fórmula del cilindro y de la esfera]
E. ¿Por qué?
IM3. Porque la unión de los resultados de estas fórmulas nos van a dar a conocer el total de la capacidad de agua que almacena este depósito
E. Ahora la siguiente pregunta, ¿lo quieres leer?
IM3. Aproximadamente ¿cuál es la capacidad del depósito?... ¡ah! pues déjame multiplicar. Su área de la base tiene 1.5 de radio y seis de altura [la docente realiza sus operaciones en la calculadora] entonces primero multiplicamos 1.5 x 1.5 es igual 2.25 por 3.1416, ya sea al 3.14 o 3.1416, lo vamos a resolver con 3.1416 y sale 7.0686, esa es el área de la base y ahora por la altura que es 6 sale 42.4116, si estamos de acuerdo.
E. Sí
IM3. Ahora nos falta saber el valor de las medias esferas, si las unimos obtenemos una esfera, entonces vamos a usar la fórmula para obtener el valor de la esfera.
E. ¿Cómo?
IM3. Multiplicamos 4 por 3.1416 esto es igual a 12.5664 y lo dividimos nuestro resultado entre 3, sí, el resultado es 4.1888, sale, ahora… mmm…, tenemos que conocer el valor del radio y como está elevado al cubo multiplicamos tres veces el 1.5 y nos da 3.375, si, ¿vamos bien?
E. Sí.
IM3. Ahora vamos a multiplicar los dos resultados.
E. ¿cuáles?
IM3. El primer resultado que fue 4.1888 por 3.375 y no da…, a ver, 14.1372, sí.
E. Sí.
IM3. Bueno, ahora el resultado 14.1372 que es el de la esfera lo tenemos que sumar al del cilindro para determinar la capacidad del depósito. Súmanos 14.1372 más

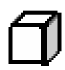
7.0686 nos sale 21.2058 metros cúbicos que es la capacidad del depósito de agua. Es todo.
E. Ok.
E. Aquí tenemos el problema número dos, dice, ¿Cuántos cubos de 1 cm. por lado

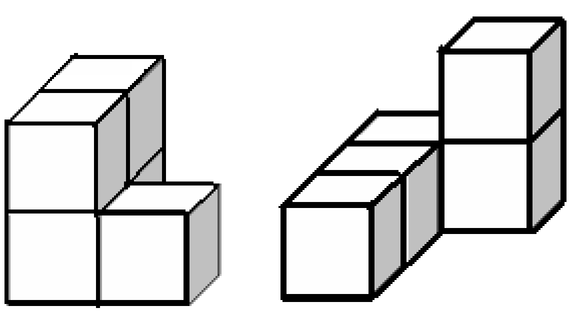
como éste 

caben dentro 

de esta caja?

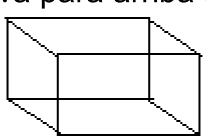
IM3. Bueno si es de un centímetro, de frente es de 6 y de profundidad tiene 2 cm. entonces tengo que ver, ya sea cuadricular o haciendo lo por medio de la fórmula.
E. ¿Cómo quiere hacerlo?
IM3. ¿Me estás tomando el tiempo?
E. No, tómate el tiempo que quieras. (Risas)
IM3. Son seis centímetros y dos son doce, aquí enfrente tiene doce y doce son 24, sí.
E. Ok.
IM3. ¿Dónde lo pongo
E. Ponlo donde quieras.
IM3. Bueno lo colocaremos aquí… ahora…

E. ¿Cuántos cubitos como éste, de  ½ cm. de arista, caben en la misma caja? Puede ser que quepan el doble del inciso anterior, puede ser que sea cuatro veces más, ocho veces más o ninguna de las cantidades anteriores.
IM3. Por lógica sería lo doble.
E. Lo doble.
IM3. Sí.
E. ¿Por qué?
IM3. Porque ½ cubito es la mitad del cubo y si son 24, entonces sumamos dos veces el 24 y nos dan un igual a 48, o ¿estoy mal?
E. Ok, entonces anota tu resultado.
IM3. Ya me vas a decir si estoy mal.
E. No, vas bien.
E. Ahora en el tercer problema. Aquí a bajo aparecen dos pentaminos (sólidos formados por 5 cubitos unidos al menos por una cara).

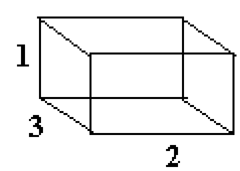


¿Cree que alguno tiene mayor área lateral o los dos deben tener la misma?
IM3. ¿Área lateral?

E. Así es.
IM3. Dependiendo de la figura, entonces los cuadritos que alcanzo a ver, estos están pegados, entonces 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 se supone que este tiene 14, no se
E. Sí
IM3. 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16… hoy no tengo cabeza.
E. Vamos bien, tú no te presiones.
IM3. [La maestra retoma los pentaminos]1, 2, 3,4,5,6 ya me equivoqué, de éste se supone que son 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,121,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23 y de éste son 5 y 4 son 9, 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,2122,23,24 tiene 24
E. Ok, entonces cual tiene mayor área o los dos tiene igual.
IM3. No, éste tiene más [señalando el segundo pentamino].
E. Bueno entonces a éste le ponemos [primer pentamino] "B" y a éste "A".
IM3. En la b.
E. Anótalo, explica tu respuesta. ¿Por qué en la b?
IM3. Porque al contar todos sus lados hay más en la b.
E. Bien.
E. Ahora tenemos otro problema, ya solo nos faltan dos y terminamos, no te presiones. El señor Gómez tiene un acuario pequeño en su cocina y uno grande en la sala, es uno pequeño y uno grande, el de la sala es dos veces más largo, tres veces más ancho y dos veces más alto que el de la cocina. ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?
IM3. A ver, el de la sala es dos veces más largo, es tres veces más ancho y dos veces más alto, no ¿Cuántas veces es más grande el de la sala que el de la cocina?, es un, va para arriba se supone [la maestra va dibujando un prisma].

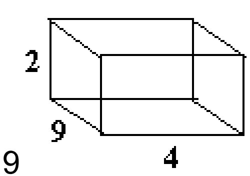


, aquí tendría uno…
E. Aja
IM3. Aquí tendría dos…
E. Sí.



IM3. Y aquí tendría 3, que sería el de la cocina.
E. Ok, entonces éste sería el de la cocina.
IM3. Así es, y como el de la sala es el doble, aquí sería 2, aquí sería 4.
E. Aja.

IM3. Y el 3 sería 9



, ahora multiplico el de la cocina que es 1x2x3=6 y el de la sala 2x4x9=72, sí.

E. Sí, y ahora cuantas veces es más grande.
IM3. Pues tengo que dividir 72 entre 6 [la maestra realiza una división en la calculadora], el resultado es 12, por lo tanto su tamaño es 12 veces más grande. Sí.
E. Sí.
E. Último problema y me voy, ¿lo puedes leer por favor?
IM3. Si se tuviera un envase de 1 litro y una jeringa de 5 centímetros cúbicos ¿cuántas veces deberías de llenar la jeringa con agua y vaciarla en el envase para que éste se llene?
IM3. Para iniciar un litro es igual a… es igual a un decímetro cúbico y un decímetro cúbico tiene 10 cm. por lado, ¿no? Mmm entonces 10x10x10 es igual a 1000 centímetros cúbicos.
E. ¿Por qué?
IM3. Porque estamos hablando de unidades cúbicas y como es un cubo hay que multiplicar por tres y de este modo obtenemos las unidades cúbicas, ¿o estoy mal?
E. No, solo preguntaba.
IM3. Entonces si tengo que sacar de 5 centímetros cúbicos voy a dividir entre 5 y me da 200 veces.
E. Entonces ¿cuántas veces tienen que llenar la jeringa?
IM3. 200 veces.
E. Anótalo, bueno pues muchas gracias.

Anexo 3. Cuestionarios iníciales

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO
LÍNEA: MATEMATICAS
FICHA DE DATOS PERSONALES

Con la finalidad de apoyarme en el proceso de investigación, solicito a Usted me permita conocer sus datos llenando el siguiente formato.

Fecha: ____

Nombre: ____

Edad: ____

Escuela en donde desempeña su labor docente: ____________________

Turno: ____

Antigüedad: ____

Grado que imparte actualmente: ____________________________

Escuela en la que realizó sus estudios: _______________________

Preparación profesional: _________________________________

Cursos de matemáticas que ha tomado en los últimos años (especifique) ______

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LÍNEA: MATEMATICAS

Con la finalidad de apoyar el proceso de investigación, solicito a Usted me permita conocer sus opiniones a las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo definiría a las Matemáticas?
   ____
   ____
2. Mencione los ejes que se trabajan en la asignatura de matemáticas
   ____
   ____
3. En su experiencia, ¿cuáles contenidos programáticos de matemáticas consideras que causan mayor dificultad a los alumnos?
   ____

4. ¿Qué tan importante es el eje de medición para usted? y ¿Por qué?

5. ¿Cuáles son los temas del concepto de volumen incluidos en el programa de estudios del grado en el que actualmente es maestro?

6. ¿Cuál es la lección sobre el concepto de volumen del libro de texto que usa que más le gusta?

7. ¿Cómo trabaja el concepto de volumen con sus alumnos?

8. ¿Qué tantas fórmulas conoce para trabajar el volumen? anótelas

9. Además de las actividades sobre el concepto de volumen que aparecen en el libro de texto que usa, ¿realiza otras actividades para enriquecer lo que aparece en los libros de texto?

10. ¿Cuáles?

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

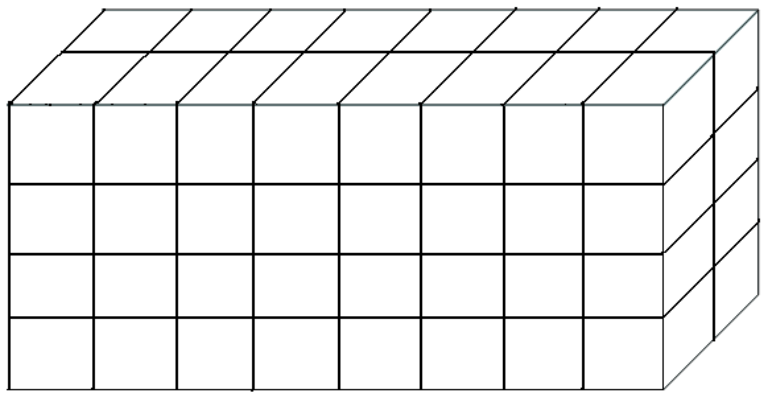
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LÍNEA: MATEMATICAS

Con la finalidad de apoyar el proceso de investigación, solicitó a Usted me permita conocer sus opiniones a las siguientes preguntas.

1. La maestra Susana de tercer grado de primaria acostumbra proponer a sus alumnos actividades como verter líquidos en un recipiente de distintas formas y tamaño.
   a. ¿Cree Usted que esta actividad se relacionan con el concepto de volumen?
   b. ¿Por qué piensa esto?

2. A Julio, un alumno de sexto grado de primaria, su maestra le pidió que calculara el volumen de un paralelepípedo hecho de cubos, como el que aparece en la siguiente figura:



Julio le dijo a su maestra: “el volumen es 64 porque puedo desbaratar el paralelepípedo y con el mismo número de cubitos formar un cubo de 4 por lado. Yo sé que para calcular el volumen de un cubo se multiplica 4x4x4, y cuando resuelvo la operación me sale 64”

a. Si Julio fuera su alumno y le respondiera como a su maestra, ¿Qué le dirías?

b. ¿Por qué?

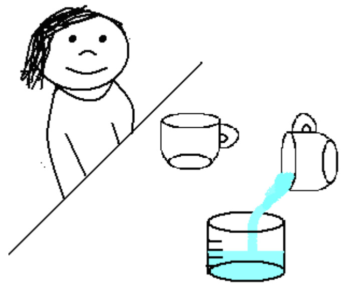
c. ¿Le recomendarías hacerlo de una manera distinta?

   i. En caso de ser afirmativo ¿Qué procedimiento le sugerirías?

   ii. En caso de negativo, ¿Por qué?

3. El maestro Julián ha pedido a sus alumnos que calculen el volumen de una taza.

Andrea vertió agua en ella y luego midió el líquido usando un recipiente graduado.

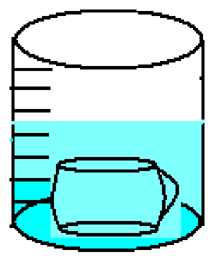


11. ¿Qué midió Andrea?

____

____

Ana metió en un recipiente graduado, con agua, y midió cuánto subía el nivel del agua.



12. ¿Qué midió Ana?

____

____

- ¿Cuál de las dos calculó el volumen de la taza? ______________________________

¿Por qué?

____

____

4. En la tabla siguiente encontrará tres columnas: en la primera columna una lista de objetos. En la segunda, tacha sí o no según piense que es posible obtener el volumen de los objetos de cada renglón y en la tercera columna escriba en qué basas tu decisión.

Objeto	¿Es posible obtener el volumen?	¿Por qué dices que sí o por qué no?

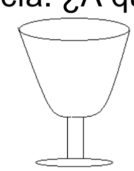
Una silla	Sí No	
Un auditorio	Sí No	
Una hoja de papel	Sí No	
Un trompo	Sí No	
Una copa	Sí No	
Una naranja	Sí No	

5. En la siguiente tabla, en la primera columna, aparece una lista de propiedades de cuerpos. En la segunda tacha sí o no según cree que la propiedad mencionada está relacionada o no con el volumen y en la tercera comenta porqué dice que sí o no.

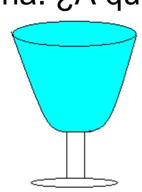
Propiedad	¿Crees que esta relacionada con el volumen?	¿Por qué dices que si o por qué no?
Presión	Sí No	

Masa	Sí No	
Capacidad	Sí No	
Área lateral	Sí No	
Peso	Sí No	

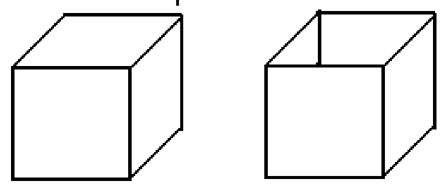
6. Aquí tiene una copa de cristal vacía. ¿A qué le llamaría volumen de la copa?



7. Aquí tiene una copa de cristal llena. ¿A qué le llamaría volumen?

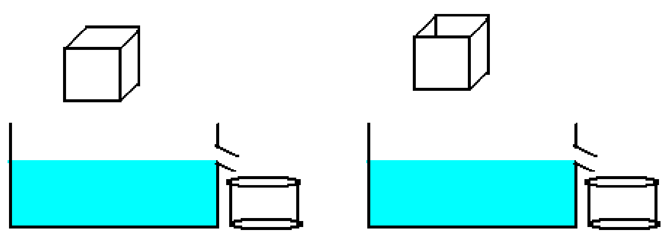


8. Tiene dos objetos, los dos fueron hechos con el mismo molde, uno es de madera y el otro de plástico. El de plástico esta hueco



   1. Comparé el volumen de ambos cubos
   2. Anote usted cómo convencería a un amigo de que ambos cubos tienen el mismo volumen.

9. Tenemos dos recipientes idénticos con la misma cantidad de agua, al lado de cada recipiente hay una abertura para que cuando el nivel del agua suba un poco, ésta pueda salir. Se va a sumergir dos cubos del mismo tamaño (el primer cubo está completamente cerrado y el segundo cubo del mismo molde está abierto por un costado).



- ¿Usted que cree qué pasará en ambos casos?

10. ¿Cómo definirías al volumen?