



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 099, D. F. PONIENTE**



***PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
FRACCIONES EN TERCER AÑO DE PRIMARIA***

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN
CON CAMPO EN PLANEACIÓN EDUCATIVA**

PRESENTA

ALEJANDRO CUAPANTECA SÁNCHEZ

MÉXICO, D. F.

AGOSTO DE 2007

DEDICATORIAS

*A la memoria de mi padre:
Gustavo Cuapanteca Nolasco.*

*A mi madre María Sánchez Sánchez
por su amor y por su comprensión de mi
abandono temporal.*

*A mi esposa, la primera, la única, mi todo: Ada Luz Ramírez Méndez, mi
mayor reconocimiento a la amiga, a la mujer, a la profesional de la
educación y madre de mis hijos, por que tenerla a mi lado, es lo mejor que
ha podido sucederme en la vida.*

*A mis hijos Diana Marcela y Ángel Eduardo
por su amor que es totalmente correspondido
y que constituyen el eje central de mi atención.*

*A mis hermanos José Luis y Marco Antonio
por su apoyo moral y por compartir sus
experiencias en el contexto escolar.*

*Al Profr. Marco Antonio Villanueva Guzmán, Presidente- Árbitro de la
Comisión Nacional Mixta de Escalafón, un reconocimiento muy especial
por todo su apoyo y ayuda incondicional en el ámbito laboral y que junto*

con su hermana la Profesora Verónica Villanueva Guzmán han confiado en mí y contribuido a mi desarrollo profesional.

A todos los profesores del programa de Maestría en la Unidad UPN 099 DF Poniente, por compartir su conocimiento y su experiencia docente, en especial a la Maestra Guadalupe Quintanilla por su eficiente dirección.

A mi amigo y Profesor el Maestro Víctor Manuel Santos López que con su paciencia y ayuda, hizo posible que llegara a término el presente trabajo.

A quienes compartieron conmigo, algunos desvelos, y conformaron mi equipo de trabajo durante tres años, en el arduo camino del programa de Maestría, las ahora también Maestras: Iris Moisen Cedillo y Rita Ríos Chávez.

Alejandro Cuapanteca Sánchez

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
Introducción	v iii
CAPÍTULO 1. Marco Referencial	
1.1 Problemática Educativa	1
1.2 Estado del Arte	5
1.3 Delimitación del Problema	13
1.4 Hipótesis	13
1.5 Objetivo General	14
CAPÍTULO 2. Marco Teórico	
2.1 Educación Matemática	15
2.1.1 La matemática como objeto de enseñanza	15
2.1.2 La matemática como objeto de aprendizaje	17
2.1.3 La construcción del conocimiento	18
2.2 Las matemáticas en el Currículo Oficial	
Hasta Tercer año de Primaria en México	20
2.3 Las Fracciones	29
2.3.1 Las fracciones y el lenguaje cotidiano	29
2.3.2 Significados y significantes	31
2.4 Aprendizaje Significativo	42
2.4.1 Teoría del Aprendizaje Significativo	43
2.4.2 Aprendizaje significativo y aprendizaje mecánico	44
2.4.3 Aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje por recepción	46
2.4.4 Tipos de aprendizaje significativo	50
2.4.5 Aprendizaje de conceptos	51
2.4.6 Aprendizaje de proposiciones	52
CAPÍTULO 3. Marco Contextual	
3.1 Introducción	61
3.2 Delegación Iztacalco	64
3.2.1 Historia	65

	Pág.
3.2.2 Población	68
3.2.3 Educación	71
3.2.4 Servicios de salud	77
3.2.5 Economía	78
CAPÍTULO 4. Diseño de la investigación	
4.1 Antecedentes	83
4.2 Tipo de estudio	84
4.3 Universo o población	85
4.4 Tamaño de la muestra	86
4.5 Instrumento para recolección de datos	88
4.6 Diagnóstico	94
4.7 Conclusiones del diagnóstico	126
CAPÍTULO 5. Propuesta Alternativa para la Solución del Problema	
5.1 Marco Jurídico	129
5.2 Implicaciones sociales	136
5.3 Objetivos de la propuesta alternativa	136
5.4 Plan de estudios	137
5.4.1 Perfil de ingreso	139
5.4.2 Perfil de egreso	140
5.5 Diseño Curricular	141
5.5.1 Características	142
5.5.2 Mapa curricular	144
5.5.3 Programas desglosados	
Curso –Taller: Estrategia Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones en Tercer Año de Primaria	146
Unidad I. Aprendizaje Significativo	146
Unidad II. Materiales Didácticos.SEP	191
Unidad III. Alternativa Didáctica.	205
Conclusiones	246
Bibliografía	248
Anexo I	249
Anexo II	250

Índice: Cuadros, Mapas, Tablas y Gráficas

	Pág.
Cuadro 1. La noción de fracción y su relación con la medición, la comparación y como operador.....	32
Cuadro 2. Enfoque Constructivista en Educación.....	149
Cuadro 3. Los contenidos curriculares.....	167
Cuadro 4. Aproximación a la Enseñanza por apercepción.....	179
Cuadro 5. Ciclo de aprendizaje por descubrimiento.....	181
Mapa 1. Ciudad de México con División Política.....	64
Mapa 2. Plano de la Delegación Iztacalco.....	67
Mapa 3. Mapa Curricular. Curso- Taller.....	145
Tabla 1. Posibles tipos de modelos utilizados en la enseñanza de las fracciones	38
Tabla 2. Centros de desarrollo Infantil	73
Tabla 3. Bibliotecas Públicas.....	76
Tabla 4. Centros de Salud.....	78
Tabla 5. Escuelas de la Zona Escolar 210.....	85
Tabla 6. Postulados centrales de los enfoques constructivistas.....	151
Tabla 7. Situaciones del aprendizaje.....	156
Tabla 8. Dimensiones del aprendizaje con algunas actividades Humanas.....	160
Tabla 9. Condiciones para el logro del aprendizaje significativo.....	159
Tabla 10. Aprendizaje factual y conceptual.....	170
Tabla 11. Metodologías didácticas en la enseñanza de valores.....	179
Tabla 12. Categorías en la significatividad del aprendizaje.....	188

	Pág.
Gráfica 1.....	94
Gráfica 2.....	96
Gráfica 3.....	97
Gráfica 4.....	98
Gráfica 5.....	99
Gráfica 6.....	100
Gráfica 7.....	102
Gráfica 8.....	104
Gráfica 9.....	106
Gráfica 10.....	107
Gráfica 11.....	108
Gráfica 12.....	110
Gráfica 13.....	111
Gráfica 14.....	112
Gráfica 15.....	113
Gráfica 16.....	115
Gráfica 17.....	116
Gráfica 18.....	117
Gráfica 19.....	119
Gráfica 21.....	120
Gráfica 22.....	121
Gráfica 23.....	122
Gráfica 24.....	123
Gráfica 25.....	124

Nota: Las gráficas corresponden a las preguntas del cuestionario en la encuesta realizada, por tanto, se relaciona cada pregunta con su respectiva gráfica, y en el caso de la pregunta 20 no existe gráfica.

INTRODUCCIÓN

El objetivo fundamental de este trabajo es contribuir de manera específica en la posible solución de una problemática educativa, que ha sido identificada a través de la práctica docente, para ello, en el desarrollo de este documento se describe el proceso que se ha seguido para su delimitación y definición, la metodología utilizada en su organización, así como la técnica estadística útil para el análisis e interpretación de resultados. El trabajo ha sido organizado en cinco capítulos de la siguiente manera:

En el capítulo 1, se ponen de manifiesto algunas consideraciones generales sobre la problemática que enfrenta la Educación Básica en nuestro país, tomando como referente los grandes objetivos definidos en el Plan Nacional de Desarrollo y lo que la Secretaría de Educación Pública (SEP) desarrolla de acuerdo al Programa Nacional de Educación 2001-2006. A partir de la experiencia en el aula escolar y de las diferentes problemáticas observadas en la educación básica, se llega a definir el tema central de este trabajo, así como su delimitación en cuanto al nivel en el que se desarrolla: la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria.

En este mismo capítulo se habla de las investigaciones más recientes que sobre el tema mencionado se han realizado y mediante la búsqueda en bibliotecas y centros de investigación se conocen y están disponibles para su consulta. El establecimiento de la hipótesis de investigación permite iniciar este trabajo en el ámbito de la intervención pedagógica, buscando como objetivo general una serie de estrategias didácticas que permitan a los docentes favorecer un aprendizaje significativo en sus alumnos.

En el capítulo 2, se presenta el marco teórico bajo el cuál se sustenta el trabajo, en primer lugar se presenta la matemática como el objeto de enseñanza y aprendizaje, desde el punto de vista de la construcción del conocimiento, para luego presentar a las fracciones en el currículo oficial.

Los diferentes significados de las fracciones, nos hacen reflexionar sobre cuál será la mejor forma de iniciar de manera formal el estudio de este tema en el tercer año de primaria, ésto a la luz de la teoría del aprendizaje significativo con lo que se cierra el capítulo.

En el capítulo 3, se presenta el contexto en el que se encuentra la *Zona Escolar 210 del Sector 29 perteneciente a la Dirección 4 de escuelas Primarias*, ubicada en la Delegación Iztacalco del Distrito Federal. Dicho contexto está referido a las condiciones históricas, de población, instituciones escolares, de salud y economía que privan en esta demarcación política.

El capítulo 4 se refiere al diseño de la investigación, en éste se consigna el tipo de estudio que se desarrolla, se define el universo del que obtendremos la muestra, a la cual se asignará un instrumento de recolección de datos con el fin de confirmar la hipótesis de investigación. También se presenta el cuestionario que será aplicado a la muestra, para que a través de un tratamiento estadístico descriptivo sobre las respuestas, se tengan indicadores pertinentes que validan o rechazan la hipótesis. Los resultados se presentan en cuadros que permiten una mejor interpretación de las respuestas de los docentes encuestados, así dan la pauta para generar gráficos de cada una de las preguntas del cuestionario.

Por último, en el capítulo 5 se presenta la alternativa de solución a la problemática presentada en este trabajo y que consiste en una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria. Contiene básicamente el marco jurídico, que da sustento legal a la propuesta y que está dirigida en particular a los docentes de la Zona Escolar 210 y en general a los profesores de educación primaria; el diseño curricular del Curso- Taller con objetivos, plan del curso y contenidos desglosados en tres unidades.

CAPÍTULO 1. MARCO REFERENCIAL

1.1 PROBLEMÁTICA EDUCATIVA

La educación básica en nuestro país tiene tres grandes objetivos estratégicos, establecidos en el Programa Nacional de Educación 2001-2006. El que se refiere a la calidad y logros educativos establece: “Garantizar que todos los niños y jóvenes que cursen la educación básica adquieran conocimientos fundamentales, desarrollen las habilidades intelectuales, los valores y las actitudes necesarios para alcanzar una vida personal y familiar plena, ejercer una ciudadanía competente y comprometida, participar en el trabajo productivo y continuar aprendiendo a lo largo de la vida”¹.

El organismo encargado de realizar una evaluación del Sistema Educativo Mexicano (SEM) es el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), creado en el año 2002. Dentro de sus funciones específicas se contempla; encargarse de la evaluación externa en gran escala del Sistema Educativo y sus grandes subsistemas, es decir; el INEE deberá comprobar de manera cuantitativa y cualitativa a partir de una serie de indicadores los avances que el SEM tiene, instrumentando los parámetros necesarios para ello.

En cuanto al aprendizaje alcanzado por los alumnos en educación primaria y secundaria, el INEE publica algunos resultados que sintetizan la aplicación de pruebas de rendimiento en comprensión lectora y matemáticas, en el Ciclo Escolar 2003-2004.

¹ SEP. Programa Nacional de Educación 2001-2006. México, 2001. Pág. 129

Dichos resultados se obtuvieron al aplicar pruebas de rendimiento a 37 937 alumnos de tercer año de secundaria de diferentes escuelas del país, obteniendo un promedio de 45.6% de aciertos en matemáticas y 56.3% en comprensión lectora, del total de reactivos que conforman los exámenes aplicados.

En tanto que los resultados para alumnos de sexto grado de primaria es de 41.7% para matemáticas y 48.8% para comprensión lectora, siendo la muestra de alumnos de 53 129.²

Por otra parte los resultados que obtuvimos como país en el examen del Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos(Pisa), que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), de la cual formamos parte desde 1994³, que realiza con los países miembros, han demostrado que nuestro sistema educativo, presenta problemas graves en el área de comprensión lectora y matemáticas, al ocupar el lugar treinta, que corresponde al último lugar de los países miembros de esta organización. Dicha evaluación se aplica a los alumnos menores de 15 años y la considerada en este trabajo es la del año 2003.

Las anteriores evidencias, nos hablan de que existe una problemática, al menos en matemáticas y comprensión lectora, que no está permitiendo a los alumnos la adquisición de los conocimientos suficientes para cumplir con los grandes objetivos establecidos a nivel nacional. Por tanto, se hace necesario buscar alternativas para mejorar los procesos de enseñanza- aprendizaje.

Centrando la atención en el área de matemáticas, los objetivos de educación primaria están referidos a que los alumnos deban adquirir conocimientos básicos de esta asignatura y desarrollar la capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas. Para elevar la

² Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. La Calidad de la Educación Básica en México. Resultados. México, 2004. Pág. 66

³ Resultados publicados en Internet: www.eduteka.org/sección.php. Consultados 17 Diciembre de 2004

calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático.

Por su parte en educación secundaria, los objetivos también se refieren a que el alumno adquiera seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la resolución de problemas.

Como podemos ver en estos niveles educativos, se pueda identificar dos aspectos fundamentales, el primero tiene que ver con el logro de establecer relaciones significativas, y el segundo que permita a los alumnos resolver problemas y sin embargo, no se están cumpliendo a pesar de dedicar en primaria el 25% del total de horas-clase / semana, a matemáticas (4º a 6º y 35% en 1º y 2º año). Por su parte en secundaria de un total de 35 horas-clase/ semana, que corresponde a 14.3% en matemáticas, constituyendo junto con español, las asignaturas con mayor porcentaje en horas-clase. /semana.⁴

Partiendo de la experiencia adquirida frente a grupo en diferentes escuelas secundarias del Distrito Federal, que corresponden al subsistema de escuelas diurnas o secundarias generales; en la No.126 “Pablo Neruda” y en la 304 “Amado Nervo” ubicadas en Tlahuac, en la secundaria No. 9 “Teutli” de Milpa Alta. En la delegación Xochimilco la secundaria No. 229 “Guillermo Prieto Pradillo” y en el Centro Histórico de la ciudad en la secundaria No. 7 y en la escuela secundaria No. 82 “Abraham Lincoln”. Nos hemos dado cuenta que en todas ellas, para los alumnos la materia de matemáticas representa una problemática especial, porque les resulta muy complicado apropiarse de los conocimientos necesarios para resolver los exámenes, traduciendo esta situación en calificaciones mínimas aprobatorias o definitivamente en la reprobación de la materia.

⁴ SEP. Planes y programas de Educación Secundaria 1993. México, 1993.

Existen una serie de factores que pueden estar incidiendo, en los resultados observados, por ejemplo; los conocimientos previos del alumno que son adquiridos en el entorno familiar, social, escolar, en donde la falta de comunicación del alumno con el profesor o con sus compañeros, los errores que comete el alumno y que al ser señalados como tales inhiben su participación en el entorno, etc.

El papel del docente es fundamental en la enseñanza de las matemáticas, pues de acuerdo con el enfoque actual, su papel va más allá de la transmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos; debe plantear y diseñar problemas para propiciar el aprendizaje, elegir actividades para favorecer que los alumnos pongan en juego los conocimientos matemáticos que poseen, debe proponer situaciones que contradigan las hipótesis de los alumnos y promover y coordinar la discusión sobre las ideas que tienen los alumnos acerca de las situaciones que se plantean.

La extensión de los temas que conforman el plan curricular de matemáticas, tanto en secundaria como en primaria es muy amplia y abarcan cinco grandes áreas, por lo que consideramos necesario acotar un tema para luego investigar sobre la forma de conducir el aprendizaje por parte del docente.

Uno de los temas que se estudian tanto en primaria como en secundaria, es el de las fracciones. En concreto, se inicia su estudio en el tercer año de primaria de manera formal, estableciéndose situaciones de reparto de medios, cuartos y octavos.

El tema de las fracciones, debido a su complejidad conceptual, sigue siendo un tema complicado dentro de la currícula escolar, que presenta serios obstáculos tanto para el docente que las enseña como para el alumno que las aprende. Por lo tanto, la orientación fundamental de este trabajo, estará centrada en el papel del docente al propiciar el conocimiento de sus alumnos. En este sentido debemos reconocer y conocer sobre investigaciones y trabajos que puedan ser de

utilidad sobre el tema de las fracciones, por ello el siguiente apartado aborda esta situación.

1.2 ESTADO DEL ARTE

Hablar del Estado del Arte es hablar de las investigaciones más recientes que se han llevado a cabo en diferentes instituciones referentes al tema que nos ocupa. En este caso, referidas a la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria y que pueden aportar sustento teórico al presente trabajo., así como también me permitirán tener un acercamiento a otras metodologías de investigación.

Uno de los centros de investigación educativa que existe en nuestra ciudad y de carácter nacional, es el que se denomina Departamento de Investigación Educativa (DIE) dependiente del Centro de Investigaciones y Tecnología Aplicada, del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV). Prácticamente todos los autores que se mencionan a continuación pertenecen o están relacionados con este centro de investigaciones.

- Block, David. ***La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria.*** Un estudio didáctico. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias con Especialidad en Investigaciones Educativas.

-Block, David. ***Estudio Didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.*** Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias en la especialidad de Educación. DIE- CINVESTAV-IPN.1987.

-De León Humberto e Irma Fuenlabrada. ***Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto.*** Revista Mexicana de Investigación Educativa.

-Dávila Vega Martha. Tesis para obtener grado de Maestría. ***Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento. México. 2002.***

-Mancera. E. ***Significados y significantes relativos a las fracciones***. En educación Matemática, México. Vol. 4, número 2.

En adelante se describen estos trabajos brevemente:

- Block, David. ***La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria***. Un estudio didáctico. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias con Especialidad en Investigaciones Educativas.

Tesis presentada en el CINVESTAV en marzo del año 2001. Esta tesis comprende tres capítulos. El primero, *Análisis de situaciones relativas a la noción de razón* inicia con la presentación de algunos conceptos de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) que se utilizan en el estudio. En seguida precisa el objeto de estudio de la tesis, en términos de un análisis del medio de la noción de razón, y, posteriormente, desarrolla el análisis de un amplio conjunto de situaciones que dan lugar a la utilización de una razón. El autor intenta por una parte, organizar este conjunto mediante la identificación de ciertas situaciones fundamentales y de las variables didácticas que permiten generar otras situaciones a partir de las primeras.

En el segundo capítulo, son analizados los procedimientos de resolución de un grupo pequeño de niños de 4º a 6º de primaria, para un conjunto de problemas aplicados en la modalidad de entrevistas individuales semiestructuradas. Tanto la elección de los problemas como el análisis de las resoluciones tienen como punto de partida algunos de los criterios destacados en el capítulo anterior. El análisis busca identificar formas específicas de poner en juego la noción de razón, o bien, dificultades, o errores que pueden ser atribuidos a conocimiento insuficiente de esta noción.

El tercer capítulo presenta el diseño de algunas secuencias didácticas relativas a la noción de razón, dirigidas a alumnos de 3º a 5º grado de primaria. Esta modalidad del estudio empírico constituye un recurso metodológico característico de la TSD, llamado ingeniería didáctica. En la introducción del capítulo se caracteriza brevemente este recurso. Posteriormente podemos observar

secuencias que fueron diseñadas y aplicadas en el salón de clase y finalmente, el análisis de resultados de una de éstas.

Las secuencias de situaciones pretenden propiciar la puesta en juego de ciertos aspectos de la noción de razón por los alumnos, en un momento anterior al estudio explícito de las fracciones.

Este trabajo podrá acercarnos a los diferentes significados del concepto de fracción, ver la forma de cómo resuelven problemas los niños, en un determinado contexto y registrar las diferentes secuencias didácticas utilizadas en esta experiencia, con el fin de ir diseñando las que en un momento dado debemos utilizar para el trabajo de campo.

-Block, David. ***Estudio Didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.*** Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias en la especialidad de Educación. DIE- CINVESTAV-IPN.1987.

Este trabajo consigna la investigación realizada con un grupo de alumnos de 3º y 4º año de primaria, en la que se pretendía que éstos, construyeran un lenguaje de parejas ordenadas (a, b) , en donde a representara el número de unidades repartidas y b el número de pedazos producidos en el reparto, a través de situaciones didácticas basadas en problemas de reparto.

Si bien, al finalizar la secuencia de situaciones didácticas los alumnos de tercer grado llegaron a la construcción del lenguaje de parejas ordenadas muy cercano al convencional, el documento señala que lo hicieron con gran dificultad, ya que a lo largo de la experimentación presentaron deficiencias como:

-Los alumnos utilizan durante el desarrollo de la actividad los términos *medios*, *cuartos*, *tercios*, a veces adecuadamente, a veces erróneamente, por ejemplo, cuando un *pastel* estaba dividido de la siguiente forma:

Decían que estaba dividido en tercios.

En las respuestas de los alumnos pudieron apreciarse diferentes niveles en el proceso de adquisición de la conservación del área y de la relación parte-todo al comparar algunos repartos, por ejemplo, en el caso de dos medios, cortados de unidades iguales pero de diferente forma.

De acuerdo con los contenidos curriculares, precisamente un aspecto que se considera como objetivo, es la construcción de la representación numérica de la fracción, y este trabajo permite retomar experiencias de los alumnos en cuanto a resultados, que se obtuvieron en la construcción de la forma de escribir este concepto, de tal manera que las actividades se puedan diseñar de acuerdo con los resultados presentados.

-De León Humberto e Irma Fuenlabrada. ***Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto.***⁵

El presente trabajo es una investigación sobre los procedimientos que utilizan los niños de educación primaria para resolver situaciones que comprometen el significado de cociente de las fracciones.

El antecedente inmediato del estudio son algunas preguntas sin respuestas sobre problemas de reparto, que aparecen en la investigación realizada por Fuenlabrada y Block⁶ en el laboratorio de Psicomatématica del departamento de Investigación Educativa. En esta investigación, el objetivo fue estudiar una secuencia de situaciones didácticas, basadas en problemas de reparto, que favoreciera la enseñanza de las fracciones en su significado de cociente de

⁵ Revista Mexicana de Investigación Educativa. Julio- Diciembre de 1996. Vol.1 número 2, México, 1996, pág. 268- 282.

⁶ Irma Fuenlabrada y David Block. Estudio Didáctico sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Noción de Fracción en la Escuela Primaria. México. Departamento de investigación Educativa. Cinvestav, 1985.

enteros. La secuencia se trabajó con alumnos de tercero y cuarto grado de primaria.

La diferencia entre el trabajo de Fuenlabrada y Block con éste, es que en aquel, se hace énfasis en el diseño de situaciones didácticas que favorecen la aparición de ciertos procedimientos y concepciones de los alumnos, mientras que esta investigación se centra en estudiar los procedimientos para identificar y clasificar las dificultades, errores y aciertos de los alumnos al resolver problemas de reparto y explicar la razón de ellos.

No debemos perder de vista, que un objetivo fundamental de las matemáticas es la resolución de problemas, por lo tanto; este trabajo puede ayudar a definir los tipos de problemas y la forma de resolución que los niños utilizan en este nivel de conocimiento, de tal forma que pueda diseñar problemas, de acuerdo a resultados ya observados.

Dávila Vega Martha. Tesis para obtener grado de Maestría. ***Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento. México. 2002. CINVESTAV.***

Este trabajo presenta una revisión bibliográfica de una parte representativa de la abundante producción de investigaciones que se han realizado sobre el papel de las situaciones de reparto en el aprendizaje de las fracciones. En los dos primeros capítulos se aborda una problemática más amplia en aras de identificar las situaciones de reparto en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las fracciones.

En una primera parte, vemos los resultados de algunos estudios diagnósticos destacando las dificultades que enfrentan los niños en el proceso de aprendizaje de las fracciones. En la segunda parte, nos presentan los aportes teóricos de cinco investigadores sobre la comprensión de la complejidad conceptual desde el punto de vista de su aprendizaje y su enseñanza (Kiern, Freudenthal, Vergnaud, Nadine y Guy Brousseau).

En el capítulo tres se presentan las investigaciones directamente relacionadas con el papel que desempeñan las situaciones de reparto en el aprendizaje de las fracciones. El trabajo destaca: 1) la diversidad de aspectos y de variables que han sido considerados en el estudio de las fracciones mediante las situaciones de reparto; 2) las posibilidades que ofrecen estas situaciones para el aprendizaje de las fracciones así como sus límites y, 3) la necesidad de articular los resultados de estas investigaciones con el fin de diseñar secuencias didácticas a lo largo de toda la educación básica que permitan aprovechar de mejor manera las situaciones de reparto en la enseñanza.

En este mismo capítulo aflora la necesidad de que las situaciones de reparto sean acompañen de otro tipo de situaciones que permitan trabajar los mismos aspectos que están en juego a través de las situaciones de reparto y aquellos que no pueden abordarse mediante éstas. Por otro lado propone revisar y mejorar la jerarquización de los aspectos y situaciones utilizadas en el reparto a lo largo de la primaria en los programas de estudio vigentes en México a partir de 1993 y en los materiales de apoyo para la enseñanza de las matemáticas, además de ofrecer una propuesta de los aspectos que pueden trabajarse a lo largo de toda la primaria a través de las situaciones de reparto.

Esta última obra citada, se relaciona con el tema de las fracciones, desde el punto de vista que aporta situaciones didácticas para abordar el tema, en situaciones de reparto, es decir, al establecer una relación parte- todo, que es precisamente lo que se debe abordar en el tercer año de primaria de acuerdo con la propuesta actual en la escuela primaria.

Llenares Ciscar S. y Sánchez García Victoria. ***Fracciones, la relación parte todo***. Editorial Síntesis. Madrid. 1988.

Esta es una obra clásica, en la que la idea de fracción aparece a partir de situaciones en que está implícita la relación parte- todo. Esta relación es una de las posibles interpretaciones de la fracción.

Existen otras interpretaciones de las fracciones: operador, cociente de dos números, entre otros. El constructo teórico que sintetiza todas ellas constituye el número racional.

En el primer capítulo la reflexión descansa sobre la propia actuación cuando se enseñan fracciones, sobre las ideas que cada profesor tiene respecto a las fracciones y sobre su proceso de enseñanza aprendizaje.

El capítulo dos, aborda un repaso descriptivo y somero de la trayectoria de las fracciones en los currículos escolares. El hecho de que la idea de fracción esté vinculada a distintas situaciones nos lleva a intentar describirlas. Es necesario conocer los distintos aspectos bajo los que puede aparecer la idea de fracción a la hora de plantear su enseñanza, esta es la idea del capítulo número tres.

El capítulo cuatro cinco y seis, tienen como objetivo presentar las diferentes operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división, con la introducción de algoritmos.

Esta obra y la siguiente son clásicas del tema de fracciones, pues sirven de referencia con mucha frecuencia, debido a sus aportaciones teóricas del cómo abordar el tema desde un punto de vista didáctico y en cuanto al trasfondo del cómo aprenden los niños. También abordan un elemento sustancial sobre diferentes concepciones que permean en la expresión a/b , en donde a y b son números naturales.

Mancera. E. ***Significados y significantes relativos a las fracciones***. En educación Matemática, México. Vol. 4, número 2.

En este artículo se expone la problemática entorno a la enseñanza de las fracciones a partir de las dificultades potenciales relativas a los diversos significados asociados a este concepto.

En la matemática, en general, y en las fracciones en particular, puede confundirse frecuentemente a los significados (lo cual se refiere al plano conceptual) con los significantes (que se refiere al plano de las representaciones).

Por ejemplo, el cinco lo entendemos como 5, $1+4$, $3+2$, $10/2$, V. De esta forma el concepto y la representación escrita suelen formar una mezcla, lo cual no es única, de éste.

Los lingüistas denominan a este fenómeno sinonimia. Puede representar la situación inversa: varios significantes están asociados a un mismo significado (homonimia), esto tiene mucha importancia en la problemática educativa asociada a las fracciones.

Conclusión:

La búsqueda y consulta de los trabajos descritos, nos han permitido reafirmar la creencia de que el tema de las fracciones es un tema vigente, en cuanto a las posibilidades de lograr contribuir de manera concreta en la apropiación de conceptos y aprendizajes significativos, a pesar de que ha sido abordado en diferentes grados y con enfoques diversos.

Podemos distinguir algunas características o categorías en estos trabajos:

- 1.- Situaciones didácticas relacionadas con las fracciones, que podrán servir de guía para el diseño de las actividades que habrán de aplicarse en esta propuesta.
- 2.- La construcción de significados, al relacionar una idea abstracta con una representación escrita por parte de los alumnos de tercer año de primaria.
- 3.- Las situaciones de reparto del todo en partes, de manera exhaustiva, es decir; sin que exista un residuo.

Estas tres categorías se relacionan con el currículo oficial de la enseñanza de las fracciones de tercer año de primaria y que en el siguiente capítulo abordamos y analizamos.

1.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

De acuerdo con lo descrito en la problemática identificada hasta ahora, la situación fundamental se encuentra referida a la forma de cómo los docentes propician el conocimiento en los alumnos. Ahora bien, quizá no sea fácil probar una generalización en cuanto a esta problemática desde el punto de vista de recursos tanto económicos como humanos para lograr un resultado confiable, por lo tanto; quiero delimitar de inicio, mi propuesta para la Zona Escolar 210, del Sector 29, de la Delegación Iztacalco en el Distrito Federal, estableciendo el planteamiento del problema de la siguiente manera.

Planteamiento del Problema

Pregunta de investigación.- ¿Por qué los docentes que laboran en la Zona Escolar 210, Sector 29 ubicada en la Colonia Viaducto Piedad, Delegación Iztacalco del DF., no promueven un aprendizaje significativo, acerca de las fracciones, particularmente en el tercer año de educación primaria?

1.4 HIPÓTESIS

Los docentes de la Zona Escolar 210, Sector 29 ubicado en la Colonia Viaducto Piedad, Delegación Iztacalco; no propician un aprendizaje significativo de las fracciones, debido a que no utilizan estrategias didácticas efectivas.

Variable Independiente

Estrategias didácticas efectivas.

Variable Dependiente

No propiciar aprendizajes significativos sobre las fracciones.

1.5 OBJETIVO GENERAL

Diseñar una propuesta que contenga las estrategias que permitan, que los docentes propicien aprendizajes significativos, sobre las fracciones, en los alumnos de tercer año en las escuelas pertenecientes a la Zona Escolar 210, Sector 29, Delegación Iztacalco del DF.

Objetivos específicos

- 1.- Revisar los paradigmas actuales, para la enseñanza de las matemáticas y en particular sobre las fracciones.
- 2.- Reconocer el trabajo cotidiano que realizan los docentes en el aula y en la escuela, referente al tema de fracciones
- 3.- Definir el concepto de “estrategias didácticas”.
- 4.- Analizar la teoría que habla sobre aprendizajes significativos
- 5.- Analizar el currículo oficial de educación básica, en torno al tema de las fracciones en el tercer año de primaria. Libros de texto y libro del maestro.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÒRICO

2.1 EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2.1.1 La matemática como objeto de enseñanza

Hasta hace algunos años la concepción filosófica dominante sobre la matemática ha sido formalista, que a *grosso modo*, nos presenta esta disciplina como un cuerpo estructurado de conocimientos; dicho cuerpo está estructurado por los objetos matemáticos, las relaciones entre ellos y los criterios para validar resultados dentro de un marco axiomático- deductivo. El formalismo exige extirpar el significado de los objetos a fin de trabajar exclusivamente con las *formas* y con las relaciones entre dichos objetos que se derivan de la base axiomática de las teorías.

La actividad matemática producto de esta concepción ha sido sumamente fructífera, basta observar la gran cantidad de resultados surgidos en el inicio del pasado siglo. Sin embargo, esto no se puede decir de la práctica educativa que se deriva de una concepción formalista de la matemática.

Respecto de la epistemología de la matemática que domina la enseñanza tradicional, ésta tiene raíces históricas mucho más lejanas, que se remontan a la época de la antigua Grecia.

Por ejemplo, para Platón los objetos matemáticos, así como las relaciones entre ellos, tienen una realidad externa e independiente de quien conoce, en el mundo de las ideas. Conocer para Platón significa reconocer, trasladar este cuerpo de objetos y relaciones preexistentes en un mundo exterior e implantarlos en el intelecto del individuo. La tesis fundamental de esta postura epistemológica llamada realismo matemático es la separación explícita entre el sujeto y el objeto de conocimiento.

Considerando que la matemática es un *objeto de enseñanza* éste puede transmitirse. Quien posee el conocimiento puede ofrecerlo a quien no lo posee, sin riesgo de que el conocimiento se modifique en el proceso de transmisión.

La tarea del profesor consiste en *inyectar* el conocimiento en la mente del estudiante a través de un discurso adecuado. El estudiante por su parte, no puede modificar la estructura del discurso, su tarea consiste en modificarlo. La didáctica bajo este punto de vista busca optimizar la tarea del profesor mediante una especie de combinatoria de contenidos, generalmente apoyada en preceptos universales- como el paso de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, de lo concreto a lo abstracto, del análisis a la síntesis- y poniendo especial énfasis en el contexto de la justificación, como estado superior del conocimiento⁷.

La evaluación del aprendizaje, bajo esta concepción; queda definida de manera clara: los mismos contenidos que el profesor transmite inequívocamente mediante su discurso, serán demandados al estudiante quien deberá responder con un discurso análogo. Aunque se reconocen diferencias entre los estudiantes (de inteligencia, de actitud, de motivación), estas diferencias se borran al solicitar respuestas únicas y universales, centradas principalmente en el contexto de justificación.

Frente a un formalismo exarcebado en la educación matemática, como el que se dio en la década de los cincuenta, ha habido reacciones significativas: aquellas que admiten un cierto trabajo heurístico previo a la formalización, por ejemplo la llamada pedagogía del descubrimiento. Sin embargo, esta pedagogía no logra escapar de un concepto realista, claramente explicitada en la idea de que la matemática se *descubre*, es decir, preexiste en algún lugar⁸.

Algunas otras teorías del aprendizaje, desarrolladas en épocas recientes, propiciaron la introducción de innovaciones en la didáctica que ofrecían optimizar el proceso de *transmisión y adquisición* del conocimiento. Por ejemplo , las

⁷ Tomado de Educación Matemática (2) Vol. 4. México, 1992. Págs. 7-15

⁸ G. Polya, Descubriendo matemáticas. New York. Ed. Wiley, 1962. Pág.17

didácticas basadas en las teorías conductistas, que alcanzaron su auge en la década de los setentas, proponían una serie de técnicas- máquinas de enseñanza, textos programados, programación por objetivos, – bajo el supuesto de que el aprendizaje consiste en la modificación de ciertas conductas observables , provocada por un programa de enseñanza basado en el binomio estímulo- reforzamiento. Estas teorías conductistas tampoco lograron escapar de la concepción realista de la matemática; detrás de la tecnología educativa derivada de ellas, está la idea de que el conocimiento es una especie de paquete que se transmite y se adquiere mejor cuanto mejores sean los vehículos que lo transportan.

2.1.2. La matemática como objeto de aprendizaje

Un cambio fundamental en la tesis del realismo matemático se presenta con La Crítica de la Razón Pura, de Immanuel Kant ⁹(1724- 1804), en donde de manera brillante entra en cuestionamiento la *objetividad* del conocimiento, sin caer en la trampa de la autoconciencia que imponía el racionalismo cartesiano. La tesis kantiana postula que cuando el sujeto cognoscente se acerca al objeto de conocimiento (sea éste material o ideal), lo hace a partir de ciertos supuestos teóricos, de tal manera que el conocimiento es el resultado de un proceso dialéctico entre el sujeto y el objeto, en donde ambos se modifican sucesivamente. Conocer, para Kant, significa crear a partir de ciertos a priori, que permiten al sujeto determinar los objetos en términos del propio conocimiento y no, como suponían los filósofos griegos el conocimiento en términos de los objetos.

La concepción epistemológica de Kant sirve como punto de partida- aunque las teorías difieren después sustancialmente – para las reformulaciones constructivistas del presente. Notablemente, Jean Piaget establece su Epistemología Genética sobre la base de que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. Los objetos matemáticos ya no

⁹ I.Kant. Crítica de la razón pura. Madrid. Ed. Alfaguara, 1987. Pág. 18

habitan en un mundo eterno y externo a quien conoce, sino que son producidos, contruidos, por él mismo en un proceso continuo de asimilaciones y acomodaciones que ocurre en sus estructuras cognoscitivas.

Para Piaget (y en esencia para todos los constructivistas), el sujeto se acerca al objeto del conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten *ver* al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones- acomodaciones-en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo ve de manera distinta a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.

De una forma u otra, el propósito de todas las epistemologías ha sido el análisis de las relaciones entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, y la forma en que se genera el conocimiento mediante tal interacción. El modelo de enseñanza tradicional- soportado por el realismo matemático- privilegia el objeto de conocimiento y concede un papel pasivo al sujeto. En la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial: no hay *objeto de enseñanza* sino *objeto de aprendizaje*.

2.1.3. La construcción del conocimiento

Diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos, han llevado a la explicación, de corte constructivista, de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un esquema) a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones. El conocimiento matemático, para la epistemología genética, es resultado de esta reflexión sobre acciones interiorizadas (abstracción reflexiva).

La matemática no es un cuerpo codificado de conocimientos (así como una lengua no es el texto de su enseñanza), sino esencialmente una actividad.

El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto.

Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad. En esta interacción, de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de significados.

Una tesis piagetana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y más primitivas. La tarea del educador constructivista, mucho más complejo que la de su colega tradicional; consistirá en diseñar y presentar situaciones que, apelando a las estructuras anteriores de que el estudiante dispone, le permite asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él. El siguiente paso consistirá en socializar estos significados personales a través de una negociación con otros estudiantes, con el profesor, con los textos.

Al poner el énfasis en la actividad del estudiante, una didáctica basada en teorías constructivistas exige también una actividad mayor de parte del educador. Ésta ya no se limita a tomar conocimiento de un texto y exponerlo en el aula, o en unas notas, o en otro texto, con mayor o menor habilidad. La actividad demandada por esta concepción es menos rutinaria, en ocasiones impredecible, y exige del educador una constante creatividad.¹⁰

¹⁰ Aebli Hans. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. B. Aires. Ed. Kapelusz, 1973. Pág. 34

2.2 LAS MATEMÁTICAS EN LA CURRÍCULA OFICIAL DESDE PREESCOLAR HASTA TERCER AÑO DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN MÉXICO

a) Preescolar

Los propósitos fundamentales definen en conjunto, la misión de la educación preescolar y expresan los logros que se espera tengan los niños y las niñas que la cursan. La forma en que se presentan permite identificar la relación directa que tienen con las competencias de cada campo formativo; sin embargo porque en la práctica los niños ponen en juego saberes y experiencias que no pueden asociarse solamente a un área específica del conocimiento, estos propósitos se irán favoreciendo de manera dinámica e interrelacionada. Ello depende del clima educativo que se genere en el aula y en la escuela.¹¹

En lo referente a la parte de la matemática para este nivel educativo, podemos identificar básicamente dos propósitos fundamentales:

- Que los alumnos construyan nociones matemáticas a partir de situaciones que demanden el uso de conocimientos y sus capacidades para establecer relaciones de correspondencia, cantidad y ubicación entre objetos; para estimar y contar, para reconocer atributos y comparar. Y
- Desarrollen la capacidad para resolver problemas de manera creativa mediante situaciones de juego que impliquen la reflexión, la explicación, y la búsqueda de soluciones a través de estrategias o procedimientos propios, y su comparación con los utilizados por otros.¹²

La conexión entre las actividades matemáticas espontáneas e informales de los niños y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento, es el punto de partida de la intervención educativa en este campo formativo.

¹¹ Los propósitos generales se pueden consultar en: SEP. Programa de Educación Preescolar 2004. México, 2004. Pág. 27

¹² *Ibíd.* Pág. 28

Como consecuencias de los procesos de desarrollo y de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, desarrollan nociones numéricas, espaciales y temporales que les permite avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas.

En sus juegos, o en otras actividades los niños separan objetos, reparten dulces o juguetes entre sus amigos, cuando realizan estas acciones, y aunque no son concientes de ello, empiezan a poner en juego de manera implícita e incipiente, los principios del conteo:

- Correspondencia uno a uno (contar todos los objetos de una colección una y sólo una vez, estableciendo la correspondencia entre el objeto y el número que le corresponde en la secuencia numérica).
- Orden estable (contar requiere repetir los nombres de los números en el mismo orden cada vez, es decir, el orden de la serie numérica siempre es el mismo: 1, 2, 3,...).
- Cardinalidad (comprender que el último número nombrado es el que indica cuántos objetos tiene una colección)
- Abstracción (el número en una serie es independiente de cualquiera de las cualidades de los objetos que se están contando; es decir, que las reglas para contar una serie de objetos iguales son las mismas para contar una serie de objetos de distinta naturaleza- canicas y piedras; zapatos calcetines y agujetas-).
- Irrelevancia del orden (el orden en que se cuenten los elementos no influye para determinar cuántos objetos tiene la colección, por ejemplo, si se cuentan de derecha a izquierda o viceversa.)

La abstracción numérica y el razonamiento numérico son dos habilidades básicas que los niños más pequeños pueden adquirir y que son fundamentales en este campo formativo. La abstracción numérica se refiere a los procesos por los que los niños captan y representan el valor numérico de una colección de objetos. El razonamiento numérico permite inferir los resultados al transformar datos numéricos en apego a las relaciones que puedan establecerse entre ellos en una situación problemática.

El pensamiento espacial se manifiesta en las capacidades de razonamiento que los niños utilizan para establecer relaciones con los objetos y entre los objetos, relaciones que dan lugar al reconocimiento de atributos y a la comparación, como base de los conceptos de espacio, forma y medida. En estos procesos van desarrollando la capacidad, por ejemplo, de estimar distancias que pueden recorrer, así como de reconocer y nombrar los objetos de su mundo inmediato y sus propiedades o cualidades geométricas (figura, forma, tamaño), lo cual les permite ir utilizando referentes para la ubicación en el espacio.

La construcción de nociones de espacio, forma y medida en la educación preescolar está íntimamente ligada a las experiencias que propicien la manipulación y comparación de materiales de diversos tipos, formas y dimensiones, la representación y reproducción de cuerpos, objetos y figura, y el reconocimiento de sus propiedades. Para estas experiencias el dibujo, las construcciones plásticas tridimensionales y el uso de unidades de medida no convencionales (un vaso para capacidad, un cordón para longitud) constituyen un recurso fundamental.

Para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, el trabajo en este campo se sustenta en la resolución de problemas, bajo las consideraciones siguientes:

- 1) Un problema es una situación para la que el destinatario no tiene solución construida de antemano. La resolución de problemas es una fuente de elaboración de conocimientos matemáticos; tiene sentido para los niños cuando se trata de situaciones que son comprensibles para ellos, pero de los

cuales en ese momento desconocen la solución; esto les impone un reto intelectual que moviliza sus capacidades de razonamiento y expresión.

2) Los problemas que se trabajen en educación preescolar deben dar oportunidad a la manipulación de objetos como apoyo al razonamiento; es decir, el material debe estar disponible, pero serán los niños quienes decidan cómo van a usarlo para resolver los problemas; asimismo, los problemas deben dar oportunidad a la aparición de distintas formas espontáneas y personales de representaciones que den muestra del razonamiento que elaboran los niños.

3) El trabajo con la resolución de problemas matemáticos exige una intervención educativa que considere los tiempos por los niños para reflexionar y decidir sus acciones, comentar y buscar estrategias propias de solución.

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando despliegan sus capacidades para comprender un problema, reflexionar sobre lo que se busca, estimar posibles resultados, buscar distintas vías de solución, comparar resultados, expresar ideas y explicaciones y confrontarlas con sus compañeros. Ello no significa apresurar el aprendizaje formal de las matemáticas con los niños pequeños, sino potenciar las formas de pensamiento matemático que poseen hacia el logro de las competencias que son fundamento de conocimientos más avanzados que irán construyendo a lo largo de su escolaridad.

Podemos afirmar que en este nivel educativo de preescolar, en el ámbito de la enseñanza de la matemática y en particular en lo que se refiere a las fracciones, definitivamente, como tal el concepto no se aborda, se manejan competencias en cuanto a que:

Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios de conteo.

Plantea y resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.¹³

b) Primaria. Primero a tercer grado

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños parten de experiencias concretas. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos. El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promueven la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas.

Se considera que una de las funciones de la escuela primaria es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.¹⁴

¹³ *Ibíd.* Págs. 71-75

¹⁴ SEP. *Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. Primaria.* México, 1993. Págs. 51 y 52

Los contenidos matemáticos se han articulado en seis ejes:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones.
2. Medición
3. Geometría
4. Procesos de cambio
5. Tratamiento de la información.
6. Predicción y Azar.

Los números y sus operaciones; los contenidos de esta línea se trabajan desde el primer grado con el fin de proporcionar experiencias que pongan en juego los significados que los números adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos.

El objetivo es que los alumnos, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela, comprendan más cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y puedan utilizarlos como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas. Dichas situaciones se plantean con el fin de promover en los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones, que les permita la construcción de conocimientos nuevos o la búsqueda de la solución a partir de conocimientos que ya poseen.

En el caso particular, del tema que nos ocupa en este trabajo; las fracciones, en el currículo formal de la escuela primaria, en el primer año no se aborda este tema, en segundo año se establece el planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos, es decir, de cantidades enteras.

Para el tercer grado, se abordan los números fraccionarios en los siguientes aspectos:

-Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes.

- Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones.

- Representación convencional de las fracciones.

Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material.¹⁵

Las competencias en la Escuela Primaria:

Sabemos que en la vida diaria integramos todas las ideas y experiencias que tenemos para conocer al mundo. En la escuela lo vemos dividido en áreas y asignaturas que no nos ayudan a entenderlo, ni a interesarnos en él. Además, la simple memorización de información no garantiza que desarrollemos la capacidad para razonar más, resolver problemas y vivir mejor. Entonces, lo que se aprende en las aulas, no siempre es útil para la vida.

Para que la escuela se acerque a la vida diaria de niñas y niños, es necesario que las asignaturas y áreas se integren para comprender y dar sentido al mundo que nos rodea.

Para enfrentar los retos cotidianos y mejorar nuestra vida necesitamos utilizar al mismo tiempo: conocimientos, conceptos, intuiciones, percepciones, saberes, creencias, habilidades, destrezas, estrategias, procedimientos, actitudes y valores.

Esto nos hace competentes para resolver los problemas; lo que significa que los resolvemos con éxito.

Las Competencias están formadas por la unión de:

- Conocimientos y conceptos.- Implican la representación interna acerca de la realidad.
- Intuiciones y percepciones.- Son las formas empíricas de explicarse el mundo.

¹⁵ Ibíd. Pág. 60

- Saberes y creencias.- Simbolizan construcciones sociales que se relacionan con las diversas culturas.
- Habilidades y destrezas.- Se refieren a saber hacer, a la ejecución práctica y al perfeccionamiento de la misma.
- Estrategias y procedimientos.- Integran los pasos y secuencias en que resolvemos los problemas, para utilizarlos en nuevas circunstancias.
- Actitudes y valores.- Denotan la disposición de ánimo ante personas y circunstancias porque las consideramos importantes.

Es importante recordar que las competencias:

- Surgen cuando se alimentan afectiva y cognitivamente desde que son actos reflejos.
- Se observan en acciones sucesivas que implican antecedentes y consecuentes.
- Se van estructurando paulatinamente a través de la experiencia.
- Son independientes de contenidos aislados que ocasionalmente pueden servir para constituirlos.
- Si bien implican un conjunto de contenidos interrelacionados, no se pueden observar todos a la vez.
- Se desarrollan de acuerdo al tipo de conocimientos, a las personas que los construyen y a la calidad de la mediación.
- Pueden ser bloqueadas afectivamente por descalificación, humillación y violencia.
- Pueden ser bloqueadas cognitivamente cuando se enseña en forma dogmática una sola manera de hacer las cosas.
- Garantizan la creatividad, la flexibilidad del pensamiento y la capacidad para enfrentarse a nuevas sociedades de conocimiento.

En el caso concreto de una competencia general referida a las fracciones encontramos la siguiente:¹⁶

Resuelve problemas con números fraccionarios en diversos contextos y utiliza diferentes estrategias para encontrar equivalencias.

De ésta se deriva la siguiente para el segundo ciclo de la escuela primaria; **comprende lo que significan las fracciones y las utiliza en la resolución de problemas sencillos.**

En cuanto a la resolución de problemas la competencia es:

Resuelve problemas con números fraccionarios en diversos contextos y utiliza diferentes estrategias para encontrar equivalencias.

En el primer ciclo el alumno:

Comprende que un entero puede dividirse en partes iguales e identifica en dónde puede usarlas.

INDICADORES

Se observa cuando:

1. Divide un entero en dos y cuatro partes iguales utilizando material concreto y dice que tiene medios o cuartos.
 - 1.1. Investiga dónde y para qué se usan las expresiones: “medio” y “cuarto” en diferentes contextos.
2. Reconoce y comprueba con material concreto que las mitades o cuartas partes de un entero deben ser iguales.
 - 2.1. Identifica los dibujos que representan medios y cuartos.
3. Encuentra, con ayuda de material la relación entre medios, cuartos y enteros.

¹⁶ SEP. Competencias para la Educación Primaria en el Distrito Federal. SSEDF. DGOSE. CSEP. 2004-2005. México 2004. Págs. 3 y 4.

Y para el segundo ciclo el alumno:

Comprende lo que significan las fracciones y las utiliza en la resolución de problemas sencillos.

INDICADORES

Se observa cuando:

1. Divide un entero en tres, cinco, ocho o más partes iguales, con materiales y dibujos y los puede leer y escribir convencionalmente.
 - 1.1. Utiliza las fracciones medios, cuartos y octavos para medir líquidos, superficies y medidas de peso.
2. Resuelve problemas sencillos de suma y resta de fracciones, con denominadores iguales, utilizando material concreto.
 - 2.1. Resuelve problemas sencillos de suma y resta de fracciones, con distintos denominadores, utilizando material concreto. (Ej.: medios con cuartos o tercios con sextos.).
 - 2.2. Representa con dibujos sus operaciones de suma y resta de fracciones.
3. Compara fracciones, con ayuda de material, para determinar cuál es mayor, menor o equivalente.

2.3 LAS FRACCIONES

2.3.I Las fracciones y el lenguaje cotidiano

Una de las primeras circunstancias que hay que tomar en cuenta al comenzar a tratar un tema matemático es el hecho que los conceptos que se van a desarrollar pueden estar vinculados a un lenguaje cotidiano, utilizado por las personas en general. Este lenguaje o vocabulario a veces puede estar identificado más o menos estrechamente con la noción matemática y a veces no. Por tanto, debemos considerar que, en la mayoría de las ocasiones, las palabras que se van a utilizar no están desprovistas de significado ni para los niños ni para los adultos.

De una forma u otra, el alumno está influenciado por el uso que de ellas se hace en la vida cotidiana. En el caso particular la palabra fracción forma parte de un vocabulario relativamente familiar. Pero, ¿Qué significa fracción?

El diccionario ya separa en su significado dos acepciones bien diferenciadas. Aclara su origen (del latín *fractio*, romper), por un lado se nos presenta como *la división de un todo en sus partes o las partes de un todo*. Por otro lado de los significados propios de la aritmética, aparecen acepciones tales como *número quebrado, expresión que indica una división que no puede efectuarse*.

Si formulamos la pregunta anterior a personas de escasa formación matemática, la idea de división de un todo en partes prevalece sobre las otras, siendo frecuente también asociarla con quebrado, algo que se recuerda de la infancia unido a cálculos interminables.

Sin embargo, al escuchar las conversaciones de los niños dentro y fuera de la clase, se aprecia que utilizan espontáneamente expresiones en las que aparecen las fracciones. Frecuentemente los alumnos de la escuela primaria utilizan determinadas fracciones al expresarse verbalmente. Ahora bien, aunque el niño pueda usar expresiones tales como; *medio día*, eso no significa que piense necesariamente en la mitad de un día con relación a un día completo.

Lo mismo sucede cuando habla de una botella de medio litro. Quizá la única relación que pueda establecer con la de un litro es que es más pequeña. Si el término lo utiliza para pedir *dame la mitad de tu pastel*, seguramente el énfasis del significado lo esté poniendo en que las dos mitades sean exactamente iguales.

En el caso de las fracciones el uso cotidiano se restringe en realidad a muy pocas: un medio, un tercio, un cuarto y tres cuartos principalmente; dos tercios, un quinto, un octavo, mucho menos. El campo de aplicación de cada una de ellas se va reduciendo considerablemente, salvo un medio que tiene un uso casi universal y aparece regularmente en todas las situaciones cuantificables, e incluso como una primera estimación a una cantidad: media entrada, a mitad del camino etc.

Por tanto, hemos de tener presente que, asociada a contextos tan diversos como pueden ser las unidades del Sistema Métrico Decimal (medio kilo, tres cuartos de litro, etc.), periodos temporales (un cuarto de hora, media hora, etc.), situaciones de reparto o descuento (la tercera parte de las ganancias, rebajado un 20%), los alumnos para bien o para mal, ya han utilizado o simplemente oído palabras de las que ahora, desde una vertiente matemática, podemos hablar.

2.3.2 Significados y significantes

a) Homonimia y sinonimia en las fracciones

Uno de los problemas en el aprendizaje de las fracciones es que el símbolo m/n donde m y n son números enteros y n es diferente de cero, está asociado a diversos significados (homonimia); en efecto puede representar una razón, un número racional, un operador etc. En el sentido inverso el concepto de fracción puede representarse como un cociente de enteros o una expresión decimal (sinonimia).

Tomar conciencia de esta situación ha sido un proceso muy largo que aún no termina. A continuación menciono algunos estudios sobre el aprendizaje de las fracciones, que son más relevantes, para el tema que nos ocupa.

Dienes¹⁷ plantea que las fracciones pueden considerarse como:

a) Estados.- En el sentido que una fracción puede ser la descripción de un estado de cosas. Por ejemplo, la mitad puede significar la descripción de la mitad de algún objeto. Lo cual introduce implícitamente, la idea de que la fracción puede ser un comparador.

b) Operadores.- Se refiere al resultado de la orden de ejecución de una operación. Por ejemplo, podemos ordenar tomar la mitad de un objeto, lo cual

¹⁷ Z. Dienes. FRACCIONES. México. Ed. Varazan S.A., 1972. Págs. 64- 75

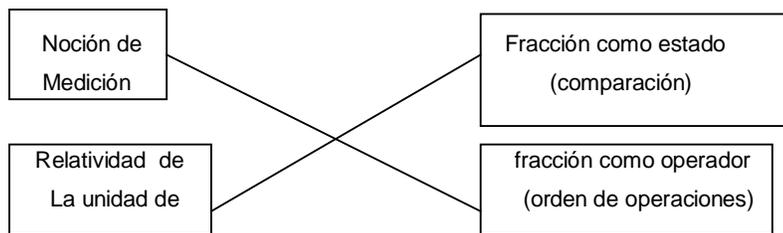
implica dividir el objeto en dos partes iguales y tomar una de ellas. En esto se presenta también un orden de ejecución de operaciones dividir y multiplicar.

De esta forma la enseñanza de las fracciones se puede abordar desde la perspectiva de cadenas de transformaciones entre estados y operadores:

Estado	Operador	Estado	Operador	Estado
1	X 2	2	- 3	$\frac{3}{4}$

El enfoque general de Dienes tuvo impacto importante en educación, pero fue menor en lo correspondiente a la enseñanza de las fracciones.

También menciona que antes de aprender fracciones los niños debieron llevar a cabo, con anterioridad, algunos experimentos para adquirir la noción de unidad de medida, y deben darse cuenta lo convencional de dicha noción.



Cuadro1. La noción de fracción y su relación con la medición, comparación y como operador.¹⁸

En este enfoque se presenta la necesidad de considerar los procesos de medición, la idea de comparación y la de operador asociadas al concepto de fracción.

Un trabajo importante y citado frecuentemente en los estudios sobre la enseñanza o el desarrollo conceptual de las fracciones es el de Kieren¹⁹. La

¹⁸ Ibid. Pág.76

importancia de dicho trabajo radica en una exposición extensa, del tratamiento de cada tipo de interpretación en la enseñanza de las diversas interpretaciones del concepto de número racional.

a).- Fracciones que pueden sumarse, restarse o compararse.

Se considera aquí a las denominadas fracciones propias e impropias, es decir, únicamente a los números racionales positivos. No se hace referencia en este caso al fraccionamiento de la unidad o a la relación parte- todo. De hecho se hace mención de que en esta interpretación se enfatizan los aspectos operativos en vez de los conceptuales.

b).-Fracciones decimales como una extensión natural del sistema decimal de numeración.

Los racionales vistos como una extensión del sistema decimal de numeración tienen la posibilidad de generar las operaciones entre ellos a partir de lo que se ha trabajado con los números enteros. Sin embargo si se atiende sólo a esta interpretación los aspectos algebraicos de la definición de las operaciones con fracciones pueden perderse, lo cual es grave pues es una de las experiencias prealgebraicas necesarias para los niños.

c).- Relación parte-todo. Y medición²⁰.

La relación parte todo se expresa generalmente a partir de regiones geométricas, conjuntos discretos de objetos y la recta numérica. Esto involucra naturalmente ideas relativas a la noción de longitud y área. El tratamiento de la relación parte-todo depende de la habilidad que se tenga para dividir o partir una cantidad continua o un conjunto discreto de objetos en partes iguales.

¹⁹ Thomas Kieren. La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionadas con los números racionales. Ohio. Ed. J.Kilpatrick, 1988. Págs. 506-508.

²⁰ Thomas Kieren. Cinco fases del conocimiento y desarrollo de las matemáticas. Ohio. Edmonton. Departamento de educación Secundaria. 1981. Pág. 119.

En este caso el símbolo m/n representa una parte de una cantidad. Por ejemplo $5/8$ se puede referir a dividir un todo en ocho partes y tomar cinco de ellas, pero también puede referirse a repartir cinco objetos entre ocho personas.

d).- Números de la forma p/q donde p y q son enteros y q es diferente de cero, esto es, razones de enteros.

Se menciona que esta interpretación está muy ligada a la noción de proporcionalidad (como igualdad de razones) y a partir de esto se plantea cómo se pueden hacer naturales las operaciones entre fracciones reduciéndolas al caso de suma de fracciones con el mismo denominador. La diferencia con las anteriores interpretaciones, tal vez, radica en que esta parte se admite una representación gráfica en la recta con doble escala para localizar fracciones equivalentes, lo cual algebraicamente se consigue con sólo multiplicar por una constante un elemento de una clase de equivalencia; mientras que en las anteriores interpretaciones se enfatiza el aspecto operativo o algebraico subyacente.

e) Operadores multiplicativos.

En esta interpretación la noción de fracción se contextualiza en el uso de la proporcionalidad geométrica y la composición de transformaciones, de tal suerte que una transformación seguida de otra se considere como un todo, e incluso para reemplazar dos transformaciones por una tercera (el producto). Por esta razón se liga a esta interpretación con el producto de fracciones, lo cual lo distingue de las otras. Se habla de la necesidad de la reversibilidad del pensamiento en esta interpretación, lo cual lo hace más compleja que las otras en las que se enfatiza lo gráfico o la formalización de las reglas.

Se hace la observación de cómo, en esta interpretación, se resalta la estructura de grupo subyacente, en la composición de transformaciones.

f) Elementos de un campo cociente ordenado finito.

En este caso los números racionales se presentan como símbolos formales con los cuales la ecuación $ax = b$, donde a y b son enteros y a es diferente de cero, tiene solución.

En este sentido se presentan como una extensión algebraica de los números enteros. Las operaciones están sujetas a reglas formales con las que se construye un campo de cocientes al cual se puede definir un orden y es infinito.

g) Medidas o puntos en la recta numérica.

Se hace énfasis en el fraccionamiento de la unidad y las relaciones entre diversas estrategias de partición. En esta interpretación, surgen de manera natural el orden, las operaciones y los conceptos relativos a la recta numérica. Esta es de carácter más intuitivo.

En este sentido existe la necesidad del manejo de todas las interpretaciones y que ha sido una práctica común que los racionales tienen una sola interpretación y todas las nociones sobre éstos se desarrollan a partir de esa sola interpretación, lo cual conduce a deficiencias en el aprendizaje.

Freudenthal²¹. Plantea que el término fracción es más adecuado que números racionales positivos, en tanto es la fuente fenomenológica del número racional, lo cual adquiere sentido puesto que el origen de los números racionales se encuentra en la noción de quebrado o fracción.

Señala la utilización de las fracciones en diversos aspectos del lenguaje usual y analiza algunos de los significados que se les da como comparador (...es la mitad de largo que...), descriptor de una cantidad (...la mitad de un pastel...), formador de múltiplos (...tres cuartos de hora...), expresión de cantidad (dos tercios de

²¹ H.Freudenthal. Didáctica fenomenológica de la estructura matemática. New York.Ed. Peter Lang, 1983. Págs. 48- 56.

veces tan largo...), determinación de ciclos (...medio tiempo alrededor del reloj...), expresión de mezclas (...tres partes de sal y tres partes de pimienta...) y expresión de relaciones (de cada cinco hombres uno es un chino...).

Discute la importancia de algunas interpretaciones de las fracciones: quebrado o fracturador y comparador.

Cuando analiza la fracción como quebrado plantea las diferentes formas de dividir un todo: irreversible, reversible y simbólica. También discute la relación parte- todo, indica que las fracciones pueden hacerse patentes si un todo es: descompuesto, cortado, rebanado, roto coloreado. La igualdad de las partes es: experimentada, pensada o imaginada. El todo puede ser discreto o continuo.

La atención puede centrarse en: una parte, algunas partes, todas las partes.

En relación con la fracción como un comparador expresa que la comparación puede hacerse experimentarse (...en este cuarto hay la mitad de...), imaginarse (...Pedro es la mitad de pesado que diez barras de oro...) o pensarse (...la banqueta es por lo menos dos y media veces más pequeña que la calle...). Lo cual se puede hacer de manera directa (cuando los objetos por comparar se colocan uno al lado de otro) o indirecta (cuando un tercer objeto media entre los dos para efectuar la medición).

Podemos considerar a los números racionales como una composición de multiplicaciones y divisiones, lo cual aparentemente no representa ninguna complicación. Sin embargo, desde la perspectiva fenomenológica de Freudenthal, los objetos y relaciones de equivalencia entre éstos preceden a la idea de magnitud. En las fracciones, se presentan en contraposición las ideas relativas a la multiplicación y a la división: el operador *n-ésima parte de* puede aplicarse a un objeto antes de que pueda tomar un valor de magnitud, una *nésima parte de* algo es una porción concreta; de otra forma, *n veces* no puede realizarse con el objeto dado, se requieren más objetos equivalentes al dado para llevar a cabo la operación. Esta asimetría es muy importante considerarla en el trabajo didáctico.

Podemos identificar las siguientes interpretaciones en el análisis: fracción como operador o relación, relación parte-todo, relación razón (es una relación entre cantidades o magnitudes), operador razón (es cuando se transforma una cantidad o una magnitud), medida precediendo a una unidad, o sin unidad como es el caso de la recta numérica, operador inverso de la multiplicación y decimal. Se plantea la necesidad de considerar razones externas (relativas a dos medidas con diferente dimensión) e internas (relativas a dos medidas con la misma dimensión).

Un último punto que es conveniente mencionar es la presentación de una secuencia didáctica para la aritmética de las fracciones (antes se analizan los modelos utilizados en la enseñanza y la estructura matemática subyacente en el operador razón). En dicha secuencia plantea el uso constante de la interpretación de la palabra veces, como se hace en la multiplicación de enteros, a las fracciones.

b) Los significados del concepto de fracción.

Los trabajos reseñados en el apartado anterior, nos muestran la complejidad que existe en relación a la comprensión de los diversos significados; interpretaciones; ideas básicas; conceptos relativos o subconstructos de los números racionales.

Lo que queda claro es que el número racional no se explica por sí sólo, como puede pensarse con los números naturales, en el sentido de que el símbolo se asocia casi inmediatamente con el concepto. Como hemos podido constatar el símbolo x/y indica muchos procesos, relaciones o tipos de números.

Es innegable la necesidad de considerar aspectos básicos como: la relación parte-todo, las estructuras multiplicativas, el sistema decimal de numeración y los procesos de medición. El primero nos conduce de manera natural a los significados asociados al cociente de enteros; el segundo, nos inclina a las ideas relativas a la proporcionalidad y temas afines; el tercero, nos conduce a los

decimales, y el último, a los procesos de conmensuración, localización de puntos en la recta numérica y los procesos de fraccionamiento de la unidad.

La problemática de las fracciones se complica aún más si pensamos en los modelos y referentes que podemos emplear en la enseñanza.²²

Tabla 1. Posibles tipos de modelo utilizados para la enseñanza de fracciones.²³

Tipos de todo	Tipos de partes	Dimensionalidad geométrica
Discreto	Discreta	Unidimensional
Continuo	Continua	Bidimensional
Definido	Definida	Tridimensional
Indefinido	Indefinida	
Estructurado	Estructurada	
No estructurado	No estructurada	

Considerando el total de posibilidades, sin descartar aquellos casos poco probables, tendríamos una gran cantidad de combinaciones de tipos de modelos. La pregunta que surge, sobre todo a partir de lo que se presenta en los libros de texto, ¿Los modelos para el estudio de las fracciones no sólo son pasteles y cuadriláteros?

Todavía existe otro tipo de dificultad por mencionar: la representación escrita y lo que se enfatiza con ésta aunque el símbolo sea el mismo, la cual es matizada por la equivalencia entre números racionales.

De esta perspectiva son cuatro aspectos esenciales los que están presentes en la comprensión de las fracciones. En efecto, se ha dicho fracciones para distinguir de los números racionales porque en todo lo anterior interesan las relaciones entre cantidades positivas, aunque en algunos casos esto se puede ampliar a las negativas. La estructura algebraica y de orden asociada a estos aspectos quedará

²² Eduardo Mancera. Significados y significantes relativos a las fracciones. México. Revista de Educación Matemática, Iberoamericana, 1992. Vol. 4. Núm2. Pág. 32

²³ Ibidem. Pág. 41

incompleta desde la perspectiva formal, lo cual es un problema si interesa abordar a los números racionales como un campo cociente ordenado infinito.

c) Del paso del conteo a las fracciones.

Muchas investigaciones han ilustrado cómo el paso de la adquisición del concepto de número a la destreza operativa con los números es largo y depende de muchos factores, los cuales no son, por lo regular, considerados en la escuela.

Por ejemplo, Vergnaud²⁴ ha planteado la necesidad de considerar varios planos conceptuales en el desarrollo del concepto de número: el plano de los objetos, el de los conjuntos, el de los cardinales y el de las representaciones numéricas; cada uno de los cuales tiene una noción de suma asociada. Kulm²⁵ señala la importancia de cinco principios de conteo (orden estable o conteo en secuencia fija, apareamiento uno a uno de objetos y nombres de los números, reconocimiento de que el último número contado indica el número total, conteo de números diferentes y conteo realizado en orden diferente) como un elemento previo a la utilización del conteo de manera efectiva. Así mismo, este mismo autor reconoce que la enseñanza de las operaciones aritméticas descansa en algunas habilidades de conteo (continuación del conteo, conteo regresivo, conteo de bloques, conteo combinado, conteo por duplicación y la compensación).

Estas estrategias de conteo relacionadas con las operaciones aritméticas son un elemento importante en el desarrollo de estrategias de estimación, sin las cuáles es difícil reconocer un manejo adecuado del sistema de numeración, en el que reconocen diversas estrategias de estimación (reformulación de datos numéricos sin alterar la estructura del problema, cambio de números y la estructura del problema y la compensación por ajuste de cantidades) utilizadas por los buenos estimadores, las cuales se han ido constatando, con otros estudios en diversos países.

²⁴ G.Vergnaud, Adquisición de conceptos y procesos matemáticos. New York. Ed. Peter Lang, 1980. Pág.82

²⁵ G.Kulm. Counting and early arithmetic learning .Edmonton. National Institute of Education, 1985. Pág. 15

Es posible plantearse, después de que el niño ha recorrido un largo camino con el manejo de los números y ha avanzado en la utilización de representaciones gráficas, la enseñanza del algoritmo usual y su conveniencia como procedimiento general. Lo cual se realiza en periodos largos de tiempo.

En el campo de las fracciones no existen lineamientos tan esclarecedores como los descritos anteriormente para los números naturales. Hemos visto la complejidad de la construcción conceptual del concepto de fracción, pero no hay claridad sobre el tránsito de la adquisición del concepto al manejo operativo de éste.

En principio haciendo una analogía con el paso del concepto de los números a los algoritmos, podemos preguntarnos si el conteo interviene en las fracciones, lo cual resulta positivo en el manejo de fracciones con el mismo denominador.

Freudenthal, presenta de forma implícita, el caso en que el conteo realizado con las fracciones puede involucrar el manejo de sistemas numéricos diferentes, sobre todo si consideramos que en la adición y sustracción de fracciones tenemos que manejar denominadores diferentes en muchos casos, de esta forma combinar séptimos con sextos nos conduce a combinar conteos de siete en siete con conteos de seis en seis, lo cual resulta complicado.

Sin caer en exageraciones, podemos reconocer que una simple suma como: $\frac{3}{5} + \frac{4}{9}$ implica referirnos a dos formas distintas de particiones: de cinco y de nueve. Lo cual se puede contar por separado pero no conjuntamente, se está combinando un conteo de cinco en cinco con uno de nueve en nueve. Este aspecto nunca se ha tratado en la enseñanza y el recurso del mínimo común múltiplo no logra aclarar esta cuestión a los niños si descontextualiza el problema de contar por bloques y se presenta como la búsqueda de una partición de la unidad que se acomode a los quintos y a los novenos, la cual, a veces; puede complicarse en su representación concreta.

d) Acerca de la transferencia de propiedades de los enteros a las fracciones.

Se debería, por lo menos desde una perspectiva lógica de la disciplina, pasar del conocimiento de los números naturales a los enteros, de los enteros a las fracciones, de las fracciones a los reales y de los reales a los complejos. Pero en el paso de los enteros a las fracciones existen muchas complicaciones que no están presentes en los otros casos.

Al realizar operaciones con las fracciones parece que tenemos que romper con todo lo que hemos aprendido acerca de los enteros. En el caso de las relaciones aditivas heredamos muchas de las interpretaciones de la suma y la sustracción, pero los procedimientos para realizar las operaciones de suma o resta se basan en procedimientos diferentes aunque finalmente utilizan los hechos básicos de los enteros. En el caso de las relaciones multiplicativas las interpretaciones de las operaciones no son fácilmente retomadas.

Por otra parte una de las mayores dificultades con las operaciones de números enteros es el *reagrupamiento* en el desarrollo de las operaciones. Pero en el caso de las fracciones el problema se presenta con el manejo de distintos denominadores y la necesidad de encontrar un denominador común, lo cual implica una reorganización de las cantidades originales más que un proceso de *reagrupamiento*.

Las operaciones de multiplicación y división de enteros, al efectuarlas, siguen también un sentido de verticalidad el cual desaparece con las fracciones, la multiplicación opera horizontalmente y la división se lleva a cabo en forma cruzada, por otra parte, la división de fracciones es transformada en una multiplicación apelando a los recíprocos o inversos multiplicativos, pero esta no es la forma en que usualmente realizamos la multiplicación y división de enteros e incluso a pesar del énfasis en el *algoritmo de Eúclides*.

Los resultados de las operaciones con fracciones son susceptibles de simplificarse, esto es, de reducir el orden de magnitud de las cifras involucradas. Con los números enteros esto nunca se hace ni es lícito.

2.4 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Durante mucho tiempo el aprendizaje ha sido considerado sinónimo de cambio de conducta, esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa, sin embargo; podemos afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, nos lleva a un cambio en el significado de la experiencia.

La experiencia humana no sólo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia.

Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social a que da lugar el proceso educativo.

Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por *ensayo y error* es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico.

En este sentido una *teoría del aprendizaje* ofrece una explicación sistemática, coherente y unitaria del ¿Cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?, y complementando a las teorías del aprendizaje encontramos a los *principios del aprendizaje*, cuya finalidad consiste en estudiar a los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje, en

los que se fundamentará la labor educativa; en este sentido, si el docente desempeña su labor a partir de principios de aprendizaje bien establecidos, podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la efectividad de su labor.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales coherentes con tales principios, constituyéndose en un marco teórico que favorecerá dicho proceso.

2.4.1 Teoría Del Aprendizaje Significativo

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por *estructura cognitiva*, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno, no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con *mentes en blanco* o que el aprendizaje de los alumnos comience de *cero*, pues no es así, sino que; los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría

este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".²⁶

2.4.2 Aprendizaje Significativo y Aprendizaje Mecánico

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

Esto quiere decir, que en el proceso educativo es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información se *conecta* con un concepto relevante (*subsunsor*) preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de anclaje a las primeras.

A manera de ejemplo en física, si los conceptos de sistema, trabajo, presión, temperatura y conservación de energía ya existen en la estructura cognitiva del alumno, estos servirán de subsunsores para nuevos conocimientos referidos a termodinámica, tales como máquinas térmicas, ya sea turbinas de vapor, reactores de fusión o simplemente la teoría básica de los refrigeradores; el proceso de interacción de la nueva información con la ya existente, produce una

²⁶ Ausubel-Novak-Hanesian, Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. México. 2aEd. Trillas, 1983. Pág. 18

nueva modificación de los conceptos subsunsores (trabajo, conservación de energía, etc.), esto implica que los subsunsores pueden ser conceptos amplios, claros, estables o inestables. Todo ello depende de la manera y la frecuencia con que son expuestos a interacción con nuevas informaciones.

En el ejemplo dado, la idea de conservación de energía y trabajo mecánico servirá de *anclaje* para nuevas informaciones referidas a máquinas térmicas, pero en la medida de que esos nuevos conceptos sean aprendidos significativamente, crecerán y se modificarían los subsunsores iniciales, es decir; los conceptos de conservación de la energía y trabajo mecánico, evolucionarían para servir de subsunsores para conceptos como la segunda ley termodinámica y entropía.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunsores pre-existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes, un ejemplo de ello sería el simple aprendizaje de fórmulas en física, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, (cuando), "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo"²⁷ (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga).

Obviamente, el aprendizaje mecánico no se da en un *vacío cognitivo* puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario

²⁷ Citado por: Ídem. Pág. 37

en algunos casos, por ejemplo en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues éste facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

Finalmente Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un *continuum*, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje, por ejemplo, la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo (aprendizaje significativo), cabe resaltar que existen tipos de aprendizaje intermedios que comparten algunas propiedades de los aprendizajes antes mencionados, por ejemplo aprendizaje de representaciones o el aprendizaje de los nombres de los objetos.

2.4.3 Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje por Recepción.

En la vida diaria se producen muchas actividades y aprendizajes, por ejemplo; en el juego de *tirar la cuerda* ¿No hay algo que tira del extremo derecho de la cuerda con la misma fuerza que yo tiro del lado izquierdo? ¿Acaso no sería igual el tirón si la cuerda estuviera atada a un árbol que si mi amigo tirara de ella?, para ganar el juego ¿No es mejor empujar con más fuerza sobre el suelo que tirar con más fuerza de la cuerda? ¿Acaso no se requiere energía para ejercer está fuerza e impartir movimiento? Estas ideas conforman el fundamento en física de la mecánica, pero ¿Cómo deberían ser aprendidos? ¿Se debería comunicar estos fundamentos en su forma final o debería esperarse que los alumnos los descubran?, Antes de buscar una respuesta a estas cuestiones, evaluemos la naturaleza de estos aprendizajes.

En el aprendizaje por recepción, el contenido o motivo de aprendizaje se presenta al alumno en su forma final, sólo se le exige que internalice o incorpore el material

(leyes, un poema, un teorema de geometría) que se le presenta de tal modo que pueda recuperarlo o reproducirlo en un momento posterior.

En el caso anterior la tarea de aprendizaje no es potencialmente significativa ni tampoco convertida en tal durante el proceso de internalización, por otra parte el aprendizaje por recepción puede ser significativo si la tarea o material potencialmente significativos son comprendidos e interactúan con los *subsuno*res existentes en la estructura cognitiva previa del educando.

En el aprendizaje por descubrimiento, lo que va a ser aprendido no se da en su forma final, sino que debe ser re-construido por el alumno antes de ser aprendido e incorporado significativamente en la estructura cognitiva.

El aprendizaje por descubrimiento involucra que el alumno debe reordenar la información, integrarla con la estructura cognitiva y reorganizar o transformar la combinación integrada de manera que se produzca el aprendizaje deseado. La condición para que un aprendizaje sea potencialmente significativo es que la nueva información interactúe con la estructura cognitiva previa y que de parte del que aprende exista una disposición para ello, esto implica que el aprendizaje por descubrimiento no necesariamente es significativo y que el aprendizaje por recepción sea obligatoriamente mecánico. Tanto uno como el otro pueden ser significativos o mecánicos, dependiendo de la manera como la nueva información sea almacenada en la estructura cognitiva; por ejemplo, el armado de un rompecabezas por ensayo y error es un tipo de aprendizaje por descubrimiento en el cual, el contenido descubierto (el armado) es incorporado de manera arbitraria a la estructura cognitiva y por lo tanto aprendido mecánicamente, por otro lado, una ley física puede ser aprendida significativamente sin necesidad de ser descubierta por el alumno, ésta puede ser oída, comprendida y usada significativamente, siempre que exista en su estructura cognitiva los conocimientos previos apropiados.

Las sesiones de clase están caracterizadas por orientarse hacia el aprendizaje por recepción, esta situación motiva la crítica por parte de aquellos que propician el aprendizaje por descubrimiento, pero desde el punto de vista de la transmisión

del conocimiento, es injustificado, pues en ningún estadio de la evolución cognitiva del educando, tienen necesariamente que descubrir los contenidos de aprendizaje a fin de que estos sean comprendidos y empleados significativamente.

El *método del descubrimiento* puede ser especialmente apropiado para ciertos aprendizajes como por ejemplo, el aprendizaje de procedimientos científicos para una disciplina en particular, pero para la adquisición de volúmenes grandes de conocimiento, es simplemente inoperante e innecesario según Ausubel. Por otro lado, el *método expositivo* puede ser organizado de tal manera que propicie un aprendizaje por recepción significativo y ser más eficiente que cualquier otro método en el proceso de aprendizaje-enseñanza para la asimilación de contenidos a la estructura cognitiva.

Finalmente es necesario considerar lo siguiente: El aprendizaje por recepción, si bien es fenomenológicamente más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento, surge paradójicamente ya muy avanzado el desarrollo y especialmente en sus formas verbales más puras logradas, implica un nivel mayor de madurez cognoscitiva.

Siendo así, un niño en edad pre escolar y tal vez durante los primeros años de escolarización, adquiere conceptos y proposiciones a través de un proceso inductivo basado en la experiencia no verbal, concreta y empírica. Se puede decir que en esta etapa predomina el aprendizaje por descubrimiento, puesto que el aprendizaje por recepción surge solamente cuando el niño alcanza un nivel de madurez cognitiva tal, que le permita comprender conceptos y proposiciones presentados verbalmente sin que sea necesario el soporte empírico concreto.

Requisitos para el Aprendizaje Significativo

Al respecto Ausubel dice: El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir; relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria.

Lo anterior presupone: Que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer *significado lógico* es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se aprenderá y su naturaleza.

Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, puede decirse que ha adquirido un *significado psicológico* de esta forma el emerger del significado psicológico no sólo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, " sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios" ²⁸ en su estructura cognitiva.

El que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

Por ejemplo, la proposición: *en todos los casos en que un cuerpo sea acelerado, es necesario que actúe una fuerza externa sobre tal para producir la aceleración*, tiene significado psicológico para los individuos que ya poseen algún grado de conocimientos acerca de los conceptos de aceleración, masa y fuerza.

Disposición para el aprendizaje significativo, es decir; que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así, independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus

²⁸ Ídem. Pág. 55

resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva.

2.4.4 Tipos de Aprendizaje Significativo

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la *simple conexión* de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la *simple conexión*, arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones conceptos y de proposiciones. Aprendizaje de Representaciones, es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel²⁹ dice:

Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y representan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan.

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo; el aprendizaje de la palabra *pelota*, ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una

²⁹ M.A. Moreira. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Brasil. Universidad de Río Grande do Sau Paulo, 1993. Págs. 76 - 81

equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

2.4.5 Aprendizaje de Conceptos

Los conceptos se pueden definir como objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos, partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones.

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos: formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del ejemplo anterior podemos decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra *pelota*, ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural *pelota*, en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de *pelota* a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una *pelota*, cuando vea otras en cualquier momento.

2.4.6 Aprendizaje de proposiciones.

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e ideosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición.

a) Principio de la Asimilación

El Principio de asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician su asimilación.

Por asimilación entendemos el proceso mediante el cual *la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente, al respecto Ausubel recalca: Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada.*³⁰

El producto de la interacción del proceso de aprendizaje no es solamente el nuevo significado de (a'), sino que incluye la modificación del subsunor y es el significado compuesto (A'a').

³⁰ Ausubel-Novak-Hanesian, Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. México. 2aEd. Trillas, 1983. Pág. 120

Consideremos el siguiente caso: si queremos que el alumno aprenda el concepto de cambio de fase (a) este debe poseer el concepto de calor (energía en tránsito) (A) en su estructura cognoscitiva previa, el nuevo concepto (cambio de fase) se asimila al concepto más inclusivo (calor) (A'a'), pero si consideramos que los cambios de fase se deben a una transferencia de energía, no solamente el concepto de cambio de fase podrá adquirir significado para el alumno, sino también el concepto de calor que él ya poseía será modificado y se volverá más inclusivo, esto le permitirá por ejemplo entender conceptos como energía interna, capacidad calorífica específica.

Evidentemente, el producto de la interacción A a puede modificarse después de un tiempo, por lo tanto; la asimilación no es un proceso que concluye después de un aprendizaje significativo, sino que continua a lo largo del tiempo y puede involucrar nuevos aprendizajes así como la pérdida de la capacidad de reminiscencia y reproducción de las ideas subordinadas.

Para tener una idea más clara de como los significados recién asimilados llegan a estar disponibles durante el periodo de aprendizaje, Ausubel plantea que durante cierto tiempo *son disociables de sus subsunsores, por lo que pueden ser reproducidos como entidades individuales lo que favorece la retención de a'*.

La teoría de la asimilación considera también un proceso posterior de *olvido* y que consiste en la *reducción* gradual de los significados con respecto a los subsunsores. Olvidar representa así una pérdida progresiva de disociabilidad de las ideas recién asimiladas respecto a la matriz ideativa a la que estén incorporadas en relación con la cual surgen sus significados.

Se puede decir entonces que, inmediatamente después de producirse el aprendizaje significativo como resultado de la interacción A' a', comienza una segunda etapa de asimilación a la que Ausubel llama: asimilación obliteradora.

En esta etapa las nuevas ideas se vuelven espontánea y progresivamente menos disociables de los subsunsores (ideas ancla). Hasta que no son reproducibles como entidades individuales, esto quiere decir que en determinado momento la interacción A'a' , es simplemente indisociable y se reduce a (A') y se dice que se

olvidan, desde esta perspectiva el olvido es una continuación de *fase temporal posterior* del proceso de aprendizaje significativo, esto se debe a que es más fácil retener los conceptos y proposiciones subsunsores, que son más estables que recordar las ideas nuevas que son asimiladas en relación con dichos conceptos y proposiciones.

Es necesario mencionar que la asimilación obliterada *sacrifica* un cierto volumen de información detallada y específica de cualquier cuerpo de conocimientos.

La asimilación obliteradora es una consecuencia natural de la asimilación, sin embargo, no significa que el subsunsores vuelva a su forma y estado inicial, sino que el residuo de la asimilación obliteradora (A'), es el miembro más estable de la interacción ($A'a'$), que es el subsunsores modificado. Es importante destacar que describir el proceso de asimilación como única interacción $A'a'$, sería una simplificación, pues en grado menor, una nueva información interactúa también con otros subsunsores y la calidad de asimilación depende en cada caso de la relevancia del subsunsores.

Resumiendo, la esencia de la teoría de la asimilación reside en que los nuevos significados son adquiridos a través de la interacción de los nuevos conocimientos con los conceptos o proposiciones previas, existentes en la estructura cognitiva del que aprende, de esa interacción resulta un producto ($A'a'$), en el que no sólo la nueva información adquiere un nuevo significado (a') sino, también el subsunsores (A) adquiere significados adicionales (A'). Durante la etapa de retención el producto es disociable en A' y a' ; para luego entrar en la fase obliteradora donde ($A'a'$) se reduce a A' dando lugar al olvido.

Dependiendo como la nueva información interactúa con la estructura cognitiva, las formas de aprendizaje planteadas por la teoría de asimilación son las siguientes.

b) Aprendizaje Subordinado

Este aprendizaje se presenta cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos pertinentes de la estructura cognoscitiva previa del alumno, es decir cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material y la estructura cognitiva pre existente, es el típico proceso de subsunción.

El aprendizaje de conceptos y de proposiciones, hasta aquí descritos reflejan una relación de subordinación, pues involucran la subsunción de conceptos y proposiciones potencialmente significativos a las ideas más generales e inclusivas ya existentes en la estructura cognoscitiva.

Ausubel afirma que la estructura cognitiva tiende a una organización jerárquica en relación al nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de las ideas, y que, *la organización mental* [...] ejemplifica una pirámide [...] en que las ideas más inclusivas se encuentran en el ápice, e incluyen ideas progresivamente menos amplias.

El aprendizaje subordinado puede a su vez ser de dos tipos: Derivativo y Correlativo. El primero ocurre cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo específico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida. El significado del nuevo concepto surge sin mucho esfuerzo, debido a que es directamente derivable o está implícito en un concepto o proposición más inclusiva ya existente en la estructura cognitiva, por ejemplo, si estamos hablando de los cambios de fase del agua, mencionar que en estado líquido se encuentra en las *piletas*, sólido en el hielo y como gas en las nubes se estará promoviendo un aprendizaje derivativo en el alumno, que tenga claro y preciso el concepto de cambios de fase en su estructura cognitiva. Cabe indicar que los atributos de criterio del concepto no cambian, sino que se reconocen nuevos ejemplos.

El aprendizaje subordinado es correlativo, "si es una extensión elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas"³¹. En este

³¹ Ídem. Pág. 47

caso la nueva información también es integrada con los subsunsores relevantes más inclusivos pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser modificados. Este es el típico proceso a través del cual un nuevo concepto es aprendido.

c) Aprendizaje Supraordinado

Ocurre cuando una nueva proposición se relaciona con ideas subordinadas específicas ya establecidas, "tienen lugar en el curso del razonamiento inductivo o cuando el material expuesto [...]implica la síntesis de ideas componentes"³² , por ejemplo: cuando se adquieren los conceptos de presión, temperatura y volumen, el alumno más tarde podrá aprender el significado de la ecuación del estado de los gases perfectos; los primeros se subordinan al concepto de ecuación de estado lo que representaría un aprendizaje supraordinado. Partiendo de ello se puede decir que la idea supraordinada se define mediante un conjunto nuevo de atributos de criterio que abarcan las ideas subordinadas, por otro lado el concepto de ecuación de estado, puede servir para aprender la teoría cinética de los gases.

El hecho de que el aprendizaje supraordinado se torne subordinado en determinado momento, nos confirma que la estructura cognitiva es modificada constantemente; pues el individuo puede estar aprendiendo nuevos conceptos por subordinación y a la vez, estar realizando aprendizajes supraordinados (como en el anterior) posteriormente puede ocurrir lo inverso resaltando la característica dinámica de la evolución de la estructura cognitiva.

d) Aprendizaje Combinatorio

Este tipo de aprendizaje se caracteriza porque la nueva información no se relaciona de manera subordinada, ni supraordinada con la estructura cognoscitiva previa, sino que se relaciona de manera general con aspectos relevantes de la

³² Ídem. Pág. 83

estructura cognoscitiva. Es como si la nueva información fuera potencialmente significativa con toda la estructura cognoscitiva.

Considerando la disponibilidad de contenidos relevantes apenas en forma general, en este tipo de aprendizaje, las proposiciones son, probablemente las menos relacionables y menos capaces de *conectarse* en los conocimientos existentes, y por lo tanto más dificultosa para su aprendizaje y retención que las proposiciones subordinadas y supraordinadas; este hecho es una consecuencia directa del papel crucial que juega la disponibilidad de subsunsores relevantes y específicos para el aprendizaje significativo. Finalmente el material nuevo, en relación con los conocimientos previos no es más inclusivo ni más específico, sino que se puede considerar que tiene algunos atributos de criterio en común con ellos, y pese a ser aprendidos con mayor dificultad que en los casos anteriores se puede afirmar que "Tienen la misma estabilidad [...] en la estructura cognoscitiva"³³, por que fueron elaboradas y diferenciadas en función de aprendizajes derivativos y correlativos, son ejemplos de estos aprendizajes las relaciones entre masa y energía, entre calor y volumen esto muestran que implican análisis, diferenciación, y en escasas ocasiones generalización , síntesis.

e) Diferenciación progresiva y reconciliación integradora

Como ya fue dicho antes, en el proceso de asimilación las ideas previas existentes en la estructura cognitiva se modifican adquiriendo nuevos significados.

La presencia sucesiva de este hecho "Produce una elaboración adicional jerárquica de los conceptos o proposiciones"³⁴, dando lugar a una diferenciación progresiva. Este es un hecho que se presenta durante la asimilación, pues los conceptos subsunsores están siendo reelaborados y modificados constantemente, adquiriendo nuevos significados, es decir, progresivamente diferenciados. Este proceso se presenta generalmente en el aprendizaje subordinado (especialmente en el correlativo).

³³ Ídem. Pág. 64

³⁴ Ídem. Pág., 539

Por otro lado, si durante la asimilación las ideas ya establecidas en la estructura cognitiva son reconocidas y relacionadas en el curso de un nuevo aprendizaje posibilitando una nueva organización y la atribución de un significado nuevo, a este proceso se le podrá denominar según Ausubel reconciliación integradora, este proceso se presentan durante los aprendizajes supraordinados y combinatorios, pues demandan de una recombinación de los elementos existentes en la estructura cognitiva.³⁵

La diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son procesos dinámicos que se presentan durante el aprendizaje significativo. La estructura cognitiva se caracteriza por lo tanto, por presentar una organización dinámica de los contenidos aprendidos. Según Ausubel, la organización de éstos, para un área determinada del saber en la mente del individuo tiende a ser una estructura jerárquica en la que las ideas más inclusivas se sitúan en la cima y progresivamente incluyen proposiciones, conceptos y datos menos inclusivos y menos diferenciados. Todo aprendizaje producido por la reconciliación integradora también dará a una mayor diferenciación de los conceptos o proposiciones ya existentes pues la reconciliación integradora es una forma de diferenciación progresiva presente durante el aprendizaje significativo.

Los conceptos de diferenciación progresiva y reconciliación integradora pueden ser aprovechados en la labor educativa, puesto que la diferenciación progresiva puede provocarse presentando al inicio del proceso educativo, las ideas más generales e inclusivas que serán enseñadas, para diferenciarlos paulatinamente en términos de detalle y especificidad, por ello se puede afirmar que: Es más fácil para los seres humanos captar aspectos diferenciados de un todo inclusivo previamente aprendido, que llegar al todo a partir de sus componentes diferenciados ya que la organización de los contenidos de una cierta disciplina en la mente de un individuo es una estructura jerárquica.

Por ello la programación de los contenidos no sólo debe proporcionar una diferenciación progresiva sino también debe explorar explícitamente las relaciones

³⁵ M.A. Moreira. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Brasil. Universidad de Río Grande do Sau Paulo, 1993. Pág. 92

entre conceptos y relaciones, para resaltar las diferencias y similitudes importantes, para luego reconciliar las incongruencias reales o aparentes.

Finalmente, la diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son procesos estrechamente relacionados que ocurren a medida que el aprendizaje significativo ocurre. En el aprendizaje subordinado se presenta una asimilación (subsunción) que conduce a una diferenciación progresiva del concepto o proposición subsunsores; mientras que en el proceso de aprendizaje supraordinado y en el combinatorio a medida que las nuevas informaciones son adquiridas, los elementos ya existentes en la estructura cognitiva pueden ser precisados, relacionados y adquirir nuevos significados y como consecuencia ser reorganizados así como adquirir nuevos significados. En esto último consiste la reconciliación integradora.

La teoría del aprendizaje significativo sirve de base para que los docentes puedan ampliar su conocimiento pedagógico, de tal manera que al enfrentar la búsqueda de mejores situaciones didácticas, tengan elementos de análisis en cuanto a las características que sus alumnos tienen y la manera del cómo se pueden apropiarse del conocimiento. Sabemos que los contextos sociales del alumno son individuales y por lo tanto no podemos esperar aprendizajes similares, por ello el profesor debe tener el conocimiento y la sensibilidad suficiente para enfrentar estos retos, este trabajo tiene que ver con la propuesta de situaciones didácticas en la enseñanza de las fracciones y que mejor punto de partida que el aprendizaje significativo que propone David Ausubel, sus características y por supuesto sus implicaciones educativas.

CAPÍTULO 3. MARCO CONTEXTUAL

3.1 INTRODUCCIÓN

Como ya hemos señalado, el presente trabajo se desarrolla en el nivel de educación primaria. Está dirigido a docentes que laboran en el Distrito Federal, que como bien sabemos tienen ciertas características en cuanto a su formación profesional, cultural y personal, influenciados por la forma de vida de esta ciudad. En el siguiente, Capítulo 4, se presentan algunas características específicas al respecto de los docentes.

En este Capítulo hablaremos sobre el contexto en donde se desarrolla precisamente la práctica docente de los maestros que laboran en la Zona Escolar 210 del Sector 29 de la Delegación Iztacalco, pertenecientes a la Dirección Número 4 de Escuelas Primarias en el Distrito Federal.

Podemos observar que las condiciones históricas, demográficas, económicas y sociales, influyen de manera directa en el tipo de alumno que atienden los docentes en esta Zona Escolar, aunque debemos reconocer, que en ella no necesariamente estudian alumnos de la Delegación Política de Iztacalco.

Debido a los factores de empleo e infraestructura Comercial de la Colonia Viaducto Piedad, también asisten a la escuela en esta zona hijos de trabajadores que habitan en otras Delegaciones del DF. Por estas razones, esperamos en lo general, contextualizar las condiciones que privan en el entorno de la sede en donde se desarrolla este trabajo.

La Constitución Federal de los Estados Unidos Mexicanos de 1824, en su artículo 50, fracción 28, determinó que era facultad del Congreso de la Unión: " Elegir un lugar que sirva de residencia a los supremos poderes de la federación y ejercer en su distrito las atribuciones del poder legislativo de un estado".³⁶

De tal forma, después de fuertes discusiones, el Congreso de la Unión decretó, el 18 de noviembre de 1824 la creación del Distrito Federal, tomando como centro a la Plaza de la Constitución de la Ciudad de México y un radio de 8 380 metros; el día 20 de noviembre del mismo año, por instrucciones del primer Presidente de México, Guadalupe Victoria, se publicó el decreto.

Antes de esta decisión la capital de la República había sido la capital del Estado de México, situación que propició una serie de problemas que fueron superados el 16 de enero de 1827 cuando la legislatura local declaró a Texcoco capital de la entidad. Posteriormente esta capital también cambió y se estableció en San Agustín de las Cuevas (Tlalpan) desde 1827 y hasta 1830.

El Distrito Federal es la capital de la República Mexicana porque aquí residen los poderes de la federación. También se le llama ciudad de México. Se localiza en el centro del país y limita al norte, este y oeste con el Estado de México y al sur, con el estado de Morelos.

El DF tiene una extensión de 1,547 km² representa el 0.1% de la superficie del país. Es la entidad más pequeña de la República Mexicana, tiene 8,605, 239 habitantes aproximadamente. Pero debido a su cercanía con el Estado de México, los municipios de éste con el DF conforman una gran masa poblacional, que presenta grandes problemas de infraestructura, y su población demanda servicios de toda índole, incluyendo por supuesto educación.

Actualmente el clima de la Ciudad se considera templado subhúmedo con lluvias en verano (57.00%), semifrío húmedo con abundantes lluvias en verano (10.00%),

³⁶ Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. 4 de octubre de 1824. Consultada en: www.Ordenjuridico.gob.mx/Constitución/cn9.pdf

semifrío subhúmedo con lluvias en verano (23.00%), y semiseco templado (10.00%).

El Distrito Federal se divide políticamente en 16 Delegaciones, que como bien sabemos es una figura similar a los municipios que existen en los estados.

En el mapa de la siguiente página, podemos observar, las Delegaciones que conforman el total del DF.

3.2 DELEGACIÓN IZTACALCO.

Mapa1. Ciudad de México con División Política



Fuente: INEGI. Cuaderno Estadístico Delegacional. Versión 2002.

En este caso, fijaremos nuestra atención en la Delegación Iztacalco, pues como hemos mencionado, es la Delegación a la que pertenece la Zona Escolar sede de la presente investigación.

3.2.1 Historia³⁷

Para muchos, el nombre de Iztacalco evoca un paisaje florido de chinampas, un paseo dominguero y un pueblo pintoresco. A otros tal vez les recuerde la resistencia de los pueblos rurales del sureste de la Ciudad a perder sus tierras y su identidad frente a una ciudad voraz. Pero para la mayoría de los habitantes de nuestra urbe significa una Delegación más del Distrito Federal, altamente industrializada, con sobrepoblación y plenamente integrada a la infraestructura urbana de la ciudad de México.

En efecto, los límites actuales de Iztacalco encierran una suma de historias distintas. Su territorio está, es cierto, completamente urbanizado, pero esa urbanización creció sobre los terrenos de varias comunidades que intentan hasta la fecha mantener vivos algunos rasgos propios que marcan y delimitan su identidad particular frente a la ciudad que las ha absorbido

En ese sentido, Iztacalco es una muestra simbólica de los rasgos típicos de nuestra Ciudad y aún de nuestro país: las calles, las casas, los edificios, los barrios antiguos e inmensas colonias y unidades habitacionales son un ejemplo magnífico de cómo la ciudad en algún momento de su historia perdió los estribos y se puso a crecer sin control, al ritmo que marcaba la transformación económica del país.

Poseída por el entusiasmo de la construcción de una nueva idea de urbanismo que nacía a su vez de una nueva idea de nación, la ciudad se pintó rápidamente del gris de la industria. Absorbió las zonas rurales de los alrededores, los pueblos, los campos de cultivo, los huertos, las chinampas, los ríos y canales, los terrenos que alguna vez fueron parte de sus lagos, luego pantanos y potreros. La llamada explosión demográfica -el crecimiento sin freno de la población- fue una consecuencia paralela del crecimiento de la mancha urbana y sus industrias; con la gente llegaron los problemas de vivienda, transporte, servicios...

³⁷ Historia y Tradiciones.w www.iztacalco.df.gob.com.mx. México 2004.

Mixiuhca, Zacatlalmanco, Iztacalco, después con los nombres añadidos de la Magdalena, Santa Ana y San Matías, eran pueblos al sureste de la Ciudad que ahora están casi en su zona central. Pueblos de chinamperos que llevaban sus productos por el Canal de la Viga, y de paso le daban un aire florido y pintoresco que lo convirtió en paseo favorito de los capitalinos.

Pueblos dueños de una historia propia, tuvieron que cederla junto con sus tierras a la ciudad que veía en sus peculiaridades un tropiezo para imponer su orden particular, el de la capital que es en todos los sentidos.

Del Códice Mendocino se tomó el símbolo que sirve ahora de emblema de la Delegación. Se trata justamente de una casa con unos filtros, en donde los granos son representados por puntos negros, mientras que de la parte superior brotan volutas de vapor y abajo se acumula el agua filtrada en una vasija.

Otros códices en los que aparece también Iztacalco son el Aubin o códice de 1576, el Osuma, el Xólotl, el Florentino, el Azcatitlan, Cozcatzin, Boturini -el símbolo de Iztacalco también representa un filtro, con la casa significada de frente o de perfil y la presencia constante de los puntos negros que significan la sal, por lo que puede concluirse que el significado correcto del nombre sería aproximadamente el *de casas de la sal* o *en la casa de la sal*, definición que apoyan autores como Manuel Orozco y Berra, Fray Diego Durán, Antonio Peñafiel, Cecilio Robelo y Luis Cabrera.

Todavía durante la primera mitad del presente siglo, Iztacalco y Santa Anita estaban situados en la orilla del canal principal y eran uno de los paseos dominicales preferidos de la población de la Ciudad de México, sobre todo durante la cuaresma.

Había embarcaderos para las peculiares canoas llamadas trajineras. El tradicional paseo de los domingos consistía en embarcarse y comer a bordo los platillos preparados con anterioridad, o bien comprar los antojitos, como verduras frescas, tamales, enchiladas y pulque, que ofrecían las indias que conducían pequeñas canoas en los canales.

Mapa 2. Plano de la Delegación Iztacalco .



Fuente: INEGI. Cuaderno Estadístico Delegacional. Versión 2002.

A partir de los años treinta se empieza a secar el Canal de la Viga y sobre su trazo se construye la calzada que hoy conserva ese nombre. Desde entonces, pero particularmente a partir de los años cincuenta, es constante el fraccionamiento de los terrenos ya desecados a ambos lados de la Calzada de la Viga, así como su poblamiento con colonias populares. Se instalan fábricas y se crean entre otras, las colonias: La Cruz, Pantitlán y Granjas México, para procurar que los trabajadores de las mismas vivieran en sitios cercanos.

Las primeras industrias de la localidad estaban dedicadas a la manufactura de cajas y láminas de cartón, colchones, muebles de madera, productos químicos y alimenticios, sombreros, además de empacadoras y enlatadoras de conservas. De esta forma, en la década de los sesenta Iztacalco conservaba sus

características particulares en sus siete Barrios y poco a poco se ha ido transformando e incorporando a la vida moderna de la ciudad.

3.2.2 Población³⁸

En la Delegación Iztacalco habitan 411 321 personas (año 2000), 215 321 mujeres y 196 mil hombres, lo que representaba el 4.77% de la población total del Distrito Federal. Su densidad de población es de 17 884 hab/ Km², índice superior en 365 veces al promedio nacional y 2.1 veces más alto que el del Distrito Federal.

El índice de masculinidad es de 91.03%; es decir, hay aproximadamente 91 hombres por cada 100 mujeres.

La tasa de crecimiento de la población muestra una tendencia negativa. En el lustro de 1990 a 1995, la población decreció a una tasa de 1.19%. Para el siguiente lustro, 1995-2000, la población se redujo en 8 265 personas. En total, en la década 1990-2000, el crecimiento fue de - 0.9%.

En el año 2000, el 25.53% de la población (103 506) se encontraba entre 0 y 14 años de edad; 67.61% (274 047) se encontraba en el rango de 15-64 años y 6.84% (27 745), tiene 65 años o más. Actualmente se está dando un proceso de cambio hacia una población de mayor edad, en 1980 la edad mediana era de 16 años, mientras que en 2000 fué de 27 años, igual a la del Distrito Federal.

Fecundidad, mortalidad y crecimiento natural.³⁹

La tasa de fecundidad global del año de 2002 para la Delegación Iztacalco fue de 1.9, la séptima más baja del D. F., y de 2.11 en el año 2004. Esto significa que al

³⁸ INEGI: Cuaderno Estadístico Delegacional Versión 2004. Versión Electrónica. Consultado en:

inegi.com.mx

³⁹ Ídem. inegi.com.mx

final de su vida reproductiva cada mujer tuvo en promedio 2 hijos. La Tasa Bruta de Natalidad disminuyó de 35.6 nacimientos por cada mil habitantes a 25.2.

La población femenina de 12 años y más representa un total de 170 975 personas. En este grupo, entre enero de 2000 y febrero del 2004 se registró el nacimiento de 8 151 hijos vivos. De éstos, 6 nacimientos fueron de niñas entre 12 y 14 años y 880 nacimientos fueron de adolescentes entre 15 y 19 años. Con estas cifras se observa una tasa de embarazo adolescente de 10.86%, cifra relativamente menor a la que se registra en el Distrito Federal, que es de 11.3%.

De las mujeres mayores de 12 años, 15 580 (9.2%) viven en unión libre; 47 470 (28.05%) están casadas civil y religiosamente; 16 867 (9.96%) están casadas sólo por el civil; 1 099 (6.4%) están casadas sólo religiosamente; 14 064 (8.3%) son viudas, 4 094 (2.41%) son divorciadas, 9 205 (5.43%) están separadas y 60 591 (35.8%) son solteras.

La Tasa Bruta de Mortalidad fue de 5.8 muertes por cada mil habitantes para 2000, y la tasa de mortalidad infantil disminuyó de 16.7 muertes de niños menores de un año por cada mil nacidos vivos en 1990, a 13.0 en 1999.

Las tres primeras causas de muerte en 2002 fueron las enfermedades del corazón, con una tasa de 102.7 defunciones por cada cien mil habitantes, la diabetes mellitus, con 101.5, y los tumores malignos, con 80.6.

La tasa de crecimiento natural, determinada por las tasas de natalidad y mortalidad, disminuyó de 3.0 en 2000 a 1.9 en 2002.

Migración

En la última década, disminuyó la migración hacia Iztacalco: en 2000, el 22.4% de sus habitantes provenían de otro estado de la República, contra el 19.1% en el año 2002. 15.7% de los inmigrantes vienen del Estado de México, el porcentaje más alto, seguido por Puebla (11.8%) y Oaxaca (10.8%)

Proyecciones de población

De acuerdo con las tasas de fecundidad, mortalidad y migración, se puede prever una tendencia hacia la disminución de la población en Iztacalco. Para el año 2004, la población fue de 404 mil habitantes, de 390 mil en el 2010 y de 374 mil en el 2020, lo que significaría una disminución de 9.1%, con una tasa de crecimiento de -0.5 entre el 2000 y el 2003 y de -0.4 entre el 2010 y el 2020.

Sin embargo, esta tendencia podría cambiar si se retuviera a la población en la ciudad mediante políticas de arraigo y programas de infraestructura productiva y social y se logran reorientar los flujos migratorios. De cumplirse esta hipótesis programática, Iztacalco tendría una tasa de crecimiento positiva de 2.0% promedio anual, con lo cual la población para el 2020 sería de 428 mil habitantes, 4% más que en el año 2000.

Lengua indígena ⁴⁰

Dentro de los límites de la Delegación Iztacalco existen 5 389 habitantes de 5 años y más que hablan alguna lengua indígena. Esta cifra representa el 1.4% del total de la población de 5 años y más que habita en la demarcación. De estos habitantes, 2 901 son mujeres y 2 488 son hombres, pertenecientes a 38 etnias diferentes; destaca la presencia de población nahua, con 1 094 personas; zapoteca, con 671; mixteca, con 663; otomí o ñahñú, con 475; mazateca, con 469; mazahua, con 353; totonaca, con 146 y mixe, con 106. El 97.7% de esta población también habla el español.

La población de 0 a 4 años de edad en hogares cuya jefa (e) de familia habla alguna lengua indígena en Iztacalco es de 1 214. Destaca la presencia de 271 niñas(os) de la etnia nahua; 165 de la etnia mixteca; 127 de la zapoteca; 124 de la mazahua; 118 de la otomí y 112 de la mazateca

⁴⁰ La información presentada en los siguientes apartados fue obtenida de: INEGI. Cuaderno Estadístico Delegacional. Versión 2002. www.iztacalco.df.gob.mx

Religión

En cuanto a la religión de la población de 5 años y más, el 90.42% afirma ser católica, 3.9% protestante o evangélica, 3.15% de otra iglesia evangélica, 2.7% sin religión y 1% testigo de Jehová.

3.2.3 Educación

En Iztacalco hay 62 723 habitantes con edades entre 6 y 14 años, de los cuales 58 571 saben leer y escribir y 3 918 no, mientras que la población mayor de 15 años es de 301 792, de los cuales 293 327 saben leer y escribir y 7 856 son analfabetas.

Esto significa que en la demarcación, el porcentaje total de alfabetización es de 97.3% y que hay todavía un 2.7% de población analfabeta.

De la población de 5 años y más, que suman 371 518 personas, asisten a la escuela 57 120 hombres y 56 157 mujeres. De la misma población, 26 399 no poseen ninguna instrucción, 54 892 poseen hasta el sexto grado de primaria y 226 685 tienen instrucción posprimaria.

De 301 792 personas mayores de 15 años, 164 129 (54.38%) no tienen instrucción media superior y 33 537 tienen preparatoria o bachillerato terminado. De ellos, la población masculina representa el 54.4% y la femenina el 45.6%.

54 592 habitantes mayores de 18 años tienen instrucción superior, en tanto que carecen de ella 223 291 personas. La población con instrucción profesional es de 50 109, de los cuales 29 328 (58.5%) son hombres y 23 519 (41.5 %) son mujeres. Con maestría y doctorado hay 2 738, de los cuales 1 642 son hombres (59.9 %) y 1 096 mujeres (49.1%).

Educación inicial

En la delegación Iztacalco, la educación inicial se da en su modalidad escolarizada en 23 Centros de Desarrollo Infantil: 15 directamente dependientes del gobierno delegacional, 1 del ISSSTE, 3 del IMSS, 2 del DIF y 2 de la SEP. No existen centros de este tipo que pertenezcan a secretarías de Estado, paraestatales, el IPN, particulares, ni autónomos.

En la modalidad semiescolarizada, se atienden 164 niños, distribuidos en 7 grupos. Éstos son atendidos por personal voluntario, en casas particulares o espacios prestados por la comunidad. Operan en zonas urbano-marginales que no cuentan con servicios educativos de este tipo.

Asimismo, en la modalidad no escolarizada son atendidos 1 097 niños de 0 a 4 años de edad, a través de cuatro Módulos de Atención y Servicio.

En la modalidad escolarizada, los 1,758 infantes que asisten a los Centros de Desarrollo Infantil son atendidos por 693 personas, entre directivos, personal docente y personal de apoyo.

Sin existir escuelas por sostenimiento particular, se atiende a una población de 211 infantes, divididos en 17 grupos atendidos por 97 personas.

Tabla 2. Centros de desarrollo infantil (Del. Iztacalco.Monografía.Gobierno del DF.2004)

CENTROS DE DESARROLLO INFANTIL									
No.	NOMBRE	DIRECCION							
1	AGRÍCOLA ORIENTAL	Calle	Ote.	237	y	sur	16	col.	Agrícola Oriental.
		Tel.: 57 00 23 01.							
2	BRAMADERO	Calle	Ote.	108	y	110	Col.	Ramos	Millán.
		Tel.: 56 48 60 20.							
3	EXEJIDOS	Calle	Té	y	hortaliza	Col.	Ex	Ejidos	de la Mixihuca.
		Magdalena Tels.: 56 50 63 45, 56 54 91 55 R. 56 50 92 96							

4	INDIRA GANDHI	Calle Miguel Lerdo de Tejada entre Andador Martín Carrera y Díaz de la Vega Col. Fracc. Benito Juárez. Tel.: 56 49 28 86.
5	IZTACALCO	Calzada de la Viga y Tezontle Barrio La Asunción. Tel.: 56 34 24 67
6	JUVENTINO ROSAS	Recreo y sur 117-A col. Militar Marte. Tels.: 56 49 15 29 C. 57 62 54 23
7	LEANDRO VALLE	Oriente 253 y sur 20 Col. Agrícola Oriental. Tel.: 55 58 05 55
8	MARTE	Playa Azul y Playa Tabachines Col. Militar Marte. Tel.: 55 79 20 13
9	PANTITLÁN	Calle 4 y Av. Norte Col. Pantitlán. Tel.: 57 01 46 71.
10	SANTA ANITA	Av. Santa Anita No. 202 y Andrés Molina Enríquez col. Viaducto Piedad. Tel.: 56 96 07 22
11	TLACOTAL	Oriente 100 y sur 125 y Av. 5 col. Ramos Millán. Tel.: 56 49 95 80.
12	LOS DERECHOS DE LOS NIÑOS Y LAS NIÑAS	Técnicos y Manuales esq. con La Viga Col. Campamento 2 de octubre Tel.: 56 34 57 90.
13	JARDÍN DE NIÑOS LEANDRO VALLE	Av. Javier Rojo Gómez y sur 8 Col. Agrícola Oriental. Tel.: 57 00 33 48.
14	DANZA MÁGICA	Av. Rojo Gómez y casi esq. Sur 8 Col. Agrícola Oriental. Tels.: 51 15 07 71 72.

.

Educación especial

Operan cinco Centros de Atención Múltiple, en los que son atendidos 525 niños con necesidades educativas especiales por 232 personas, incluyendo directivos, personal docente y personal de apoyo.

Los niños con necesidades educativas especiales, también son atendidos a través de nueve unidades de Servicio de Apoyo a la Educación Regular, a las que asisten 1 838 alumnos.

Educación preescolar

La Coordinación Sectorial de Educación Preescolar en la Delegación Iztacalco opera 63 jardines de niños a través de 14 Zonas Escolares de Jardines de Niños, dependientes de 2 Jefaturas de Sector de esta área. Hay un total de 147 escuelas.

La matrícula en Jardines de Niños oficiales es de 11 374 alumnos, y en particulares, de 3 962 estudiantes. En los jardines de niños por sostenimiento federal, los alumnos son atendidos por 781 personas entre directivos, docentes y personal de apoyo. En total hay 712 maestros de educación preescolar.

Educación primaria

Las 128 escuelas primarias oficiales que existen dentro de los límites de la delegación son administradas por dos Jefaturas de Sector, subdivididas en 16 zonas escolares.

La matrícula total de educación primaria en la Delegación Iztacalco asciende a 49 257 alumnos, de los cuales 14% toma clases en escuelas privadas. Dicha matrícula es atendida por 11 mil personas, incluyendo directivos, docentes (2 109) y personal de apoyo; 78% de este personal trabaja en escuelas públicas y el 21% lo hace en escuelas privadas.

Educación secundaria

En la Delegación Iztacalco operan 55 escuelas secundarias oficiales: 35 escuelas secundarias generales, 5 escuelas secundarias para trabajadores, 13 escuelas secundarias técnicas y 2 telesecundarias.

También existen 13 secundarias privadas: 11 generales y 2 técnicas. El total de los alumnos que asisten a escuelas secundarias en la Delegación

Iztacalco es de 28 212. El 91% de los estudiantes de este nivel acude a escuelas públicas y el resto a escuelas privadas.

La matrícula de estudiantes de secundaria es atendida por 3 264 personas; 91% se desempeña en escuelas públicas y 9% lo hace en secundarias privadas.

Educación Técnica

Hay 14 escuelas técnicas atendidas por 418 maestros, con una población de 6 381 estudiantes.

Educación media superior

En este nivel hay 14 escuelas, con una población de 16 537 alumnos y 1 083 maestros.

Educación Normal

En la Delegación Iztacalco está ubicada la Escuela Superior de Educación Física, que imparte la Licenciatura en Educación Física, con una población estudiantil de 1 530 alumnos, distribuidos en 44 grupos atendidos por 414 personas.

Servicios Culturales

Iztacalco cuenta con once bibliotecas dependientes del gobierno delegacional. Son de dimensiones modestas, y sirven principalmente la demanda de los estudiantes de niveles básicos de la demarcación. La más grande de ellas es la Biblioteca Central Delegacional, localizada cerca del edificio sede de la jefatura.

Esta biblioteca, sin embargo no se compara con la de UPIICSA, aunque el acervo de la biblioteca politécnica es demasiado especializado.

La delegación opera diez casas de cultura, cuya cobertura está restringida a las colonias donde se localizan. De ellas la más importante es la de los *Siete Barrios*, que se localiza en el pueblo de Iztacalco. No existe ningún auditorio público. Sin embargo, funcionan como escenario de diversos eventos culturales -- especialmente conciertos de música comercial-- el Palacio de los Deportes y el Autódromo Hermanos Rodríguez (mejor conocido como *Foro Sol*), aunque ninguno de ellos es operado por el gobierno, sino que han sido concesionados a empresas privadas.

Tabla 3. *Bibliotecas Públicas.* (Del. Iztacalco. Monografía. Gobierno del DF. 2004).

BIBLIOTECAS PÚBLICAS				
No.	NOMBRE	DIRECCION	DIRECTOR@	TELEFONO
1	Central Delegacional	Calle sur 159 s/n , casi esq. Av. Tezontle, Col. Gabriel Ramos Millán		5648 9713
2	Juan Rulfo	Calle Sur 28 s/n, entre Ote 259 y 255, Col. Agrícola Oriental		5763 4528
3	Dr. Enrique Beltrán	Oriente 259, s/n, esquina con Calz. Ignacio Zaragoza. Col. Agrícola Oriental		5115 1090
4	Carmen Serdán	Andador Corteza, casi esquina con Girasol, altos de la Zona Comercial Número 2 Unidad Habitacional Infonavit Iztacalco		5650 3871
5	Reforma II	Centro Social Popular Leandro Valle, Av. Rojo Gómez casi esquina con Sur 8. Col. Agrícola Oriental		
6	Mariano Matamoros	Playa Erizo, entre Av. Andrés Molina Enríquez y Av. Plutarco Elías Calles. Col. Reforma Iztaccíhuatl		5698 5631
7	Campamento 2 de Octubre	Valentín Gómez Farías, esquina con Melchor Ocampo. Col. Campamento 2 de Octubre		5648 4523
8	Fray Bernardio de Sahagún	Calzada Coyuya 10, esq. con Viaducto Piedad. Col. La Cruz		5650 2566

9	Santiago	Av. Santiago s/n , entre playa Tecatitla y Playa Rosarito. Centro de Barrio Josefina Díaz	5698 4823
10	Elena Garro	Calle Uno, esq. con Av. Xochimilco s/n. Col. Agrícola Pantitlán	5701 7646
11	Asunción Pantitlán	Calle 6 s/n entre Unión y Guadalupe, Col. Asunción Pantitlán	5700 5281

. 3.2.4 Servicios de salud

Son derechohabientes a servicios de salud 223 295 habitantes de Iztacalco, en tanto que 177 846 son no derechohabientes.

Discapacidad En Iztacalco hay 7 819 personas con alguna discapacidad (1.9% de la población total). 51.1% presenta algún tipo de discapacidad psicomotora; 19.4%, visual; 17.2%, mental; 15.7%, auditiva; 3%, de lenguaje y 0.8%, otras.

Tabla 4. Centros de salud (Delegación Iztacalco.Monografía.Gobierno del DF.2004)

CENTROS DE SALUD			
INSTITUCIÓN	RESPONSABLE	DIRECCIÓN	TELÉFONO
Jurisdicción Sanitaria en Iztacalco	Dr. José Alberto Pintado y Gutiérrez	Av. Plutarco E. Calles esq. Corregidora, Col. Santa Anita	56 48 15 21 56 57 85 68
Centro de Salud "Dr. José Zozaya"	Dr. Miguel Giorgana Peralta	Av. Plutarco E. Calles esq. Corregidora, Col. Santa Anita	56 57 96 90
Centro de Salud "Gabriel Ramos Millán	Dra. Martha Patricia Díaz Guerra	Av. Sur 159 entre Oriente 116 y Tezontle, Col. Gabriel Ramos Millán	56 48 66 96 ext. 5998
Centro de Salud "Dr. José Mazzotti Galindo"	Dr. Jorge García Segura	Priv. Tomas Rocha y Calle 6, Col. Pantitlán	56 63 10 78
Centro de Salud "2 de Octubre"	Dr. Ana María Silva García	Av. Juan Álvarez entre Calle Guillermo Prieto y Melchor Ocampo N° 73, Col. Campamento 2 de Octubre	56 57 21 83 59 49 03 00
Centro de Salud "Dr. Manuel Pesqueira"	Dr. Roberto Cisneros Osorio	Sur 16 y Oriente 245, Col. Agrícola Oriental	55 58 78 97
Centro de Control Canino		Calle 7 N° 68, Col. Pantitlán(a un costado del metro Canal de San Juan)	55 58 68 81

3.2.5 Economía⁴¹

Para el año 2004, la población económicamente activa (PEA) de Iztacalco fue de 175 568, es decir, el 54.5% de la población de 12 años y más participó en la producción de bienes y servicios económicos. De acuerdo con la edad, la mayor participación se da entre los 35 y los 39 años.

Hay 107 340 hombres que forman parte de la PEA, frente a 68 278 mujeres; aunque la proporción de hombres es 31.2% más alta que la de mujeres, ésta ha crecido 10% desde 1990.

La población económicamente inactiva (PEI) constituye el 45.1% de la población mayor de 12 años, 145 213 personas, La PEI masculina es de 42 957. De éstos, 22 192 son estudiantes; 7 253 son jubilados y pensionados; 566 se dedican a quehaceres del hogar; 705 están incapacitados permanentemente para trabajar y 12 231 reportan diversas actividades. De los últimos, 5 470 (44.72%) son jóvenes entre 12 y 24 años de edad. La PEI femenina es de 102 256. De éstas, 23 192 son estudiantes; 4 042 son jubiladas o pensionadas; 56 152 (54.9%) se dedican al hogar; 506 están incapacitadas permanentemente para trabajar y 5 364 reportan otro tipo de inactividad. De las últimas, 5 739 (37.3%) son jóvenes entre 12 y 24 años de edad.

Según los datos expuestos en las líneas anteriores, en Iztacalco existe una población de jóvenes de entre 12 y 24 años de 94 818 de los cuales 11 209 (11.8%) no tiene ocupación alguna.

Los estudiantes constituyen hoy el 31.3% de la PEI, frente al 40.4% en 1990. De la PEI de la Delegación, la población ocupada es de 172 568 (98.3%), y la desocupada de 3 050 (1.73%). Por sector de actividad, 209 personas (0.1%) trabajan en el sector primario, que comprende agricultura, ganadería, silvicultura y pesca; 36 132 individuos (20.9%) trabajan en el sector secundario, que

⁴¹ INEGI: Cuaderno Estadístico Delegacional Versión 2004. Versión electrónica consultada en : INEGI.gob.mx

comprende minería, extracción de petróleo y gas, industria manufacturera electricidad, agua y construcción; el sector terciario, que comprende comercio, transporte, comercio y otros servicios, concentra a 130 677 trabajadores (75.7%), y hay 5 550 personas (3.2%) sin ocupación específica.

El mayor grupo de ocupación principal es el de los profesionistas y técnicos, 37 680 personas (21.8%). Siguen los comerciantes, dependientes y trabajadores ambulantes, 36 028 (20.9%); los trabajadores en la industria, 34 104 (19.8%); los trabajadores en otros servicios como transporte, protección, servicios domésticos y personales, 31 498 (18.3%); los trabajadores administrativos, 29 868 (17.3%) y los trabajadores agropecuarios, 146 (0.1%). Los trabajadores sin ocupación específica son 3 244 (1.9%).

La distribución por ingreso señala que el sector más grande de los habitantes de Iztacalco que trabajan gana entre uno y dos salarios mínimos: 55 851 personas; 34 635 perciben entre 2 y 3 salarios mínimos y 28 071 de 3 a 5 salarios mínimos.

Marginalidad

Iztacalco ocupa el noveno lugar entre las delegaciones por cantidad de personas en condiciones de marginalidad: 132 549 personas sufren algún grado de marginalidad, lo que corresponde al 32.2% de su población y al 4.6% del total de la población marginada del Distrito Federal. El número de hogares con este problema se eleva a 31 335, los cuales están concentrados en 25 592 viviendas.

De acuerdo con el grado de marginación, Iztacalco tiene una proporción de 0.8% de personas (1 044) que viven en condiciones de muy alta marginalidad, y el 13.4% vive en condiciones de alta marginalidad, los porcentajes más bajos del Distrito Federal. En contraste, el 85.8% de la población marginada padece un grado medio de marginación, quizá uno de los más altos del Distrito Federal.

Hogares

En Iztacalco hay 102 998 hogares. En 75 496 de ellos hay un jefe de familia y en 27 202 una jefa de familia; 94 888 de estos hogares son familiares y 7 921 no familiares; de los primeros, 65 741 son hogares nucleares; 27 858 ampliados; 855 compuestos y 434 no especificados. De los segundos, 7 544 son unipersonales, 377 de corresidentes y 189 no especificados.

Vivienda

En la delegación Iztacalco existen 99 577 viviendas distribuidas en 38 colonias y barrios, además de 220 Unidades Habitacionales, de las cuales un 60% se encuentra deteriorado y un 40% se encuentra en estado regular; 80% no cuenta con mesa directiva.

Existen 63 vecindades de alto riesgo, con un total de 384 viviendas, de las cuales un 60% se encuentran deterioradas y 40% en estado regular; 20 % se encuentra en litigio, 65% en renta y 15% sin problemas legales.

Aunque la mayoría de las viviendas habitadas, 84,001 de 98,234, está construida con techos de losa de concreto, ladrillo o terrado con vigería y 96 585 con paredes de tabique, ladrillo, block, piedra, cantera, cemento y concreto, una cantidad significativa, 11 218, está techada con lámina de asbesto o metal.

Tienen servicio de drenaje 97 215 viviendas (99.0%), casi todas (97 075) conectadas a la red pública, pero también hay 395 que no cuentan con drenaje. 88 019 viviendas tienen sanitario exclusivo, pero 8 863 no disponen de este servicio.

96 873 viviendas, es decir, el 98.6 %, disponen de agua entubada, y 97 651 (99.4) tienen también energía eléctrica.

Son propiedad de sus habitantes 67 654 viviendas, mientras que 29 914 son rentadas, prestadas, o en otra situación. El número promedio de ocupantes por vivienda es de 4.1.

Desarrollo Urbano

De acuerdo con el programa delegacional de desarrollo urbano para 2004, el uso habitacional del suelo en Iztacalco era de 54%, frente a 61% en 1998. El porcentaje de uso de suelo para equipamiento urbano también disminuyó, pues pasó de 17.8% en 1980 al 17.0% en 1997, en tanto que el uso habitacional mixto, es decir, donde conviven viviendas, comercios, oficinas, servicios e industria no contaminante, creció de 8.6% en 1980 a 17.0% en 2004. El suelo destinado a áreas verdes y espacios abiertos es de sólo 2.0%, aunque en 2000 era de apenas 0.5%, y, por último, la industria se mantiene estable o mínima fluctuación con 11%.

La delegación cuenta con equipamiento urbano recreativo como el Palacio de los Deportes y el Autódromo Hermanos Rodríguez; equipamiento educativo como la escuela Superior de Educación Física y la Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del Instituto Politécnico Nacional, el Plantel 2 de la Escuela Nacional Preparatoria (UNAM), la Preparatoria Iztacalco dependiente del Instituto de Educación Media Superior del DF., el Plantel 3 del Colegio de Bachilleres, así como varios Planteles de formación Técnica dependientes de la Secretaría de Educación Pública del gobierno Federal. Destaca en equipamiento deportivo concentrado en la Magdalena Mixiuhca, pero hay un gran déficit de espacios abiertos a nivel de colonia y de locales de cultura y esparcimiento. El porcentaje de pavimentación en la delegación es de 90%.

Desarrollo Económico

La delegación es la segunda demarcación del Distrito Federal por número de establecimientos industriales. En 2004, había 14 805 establecimientos, que empleaban a 90 243 personas. Entre octubre del 2000 y julio de 2001, se abrieron 477 establecimientos comerciales, 19% para venta de alimentos preparados y 12.2% de abarrotes. Hay 5 industrias de alta tecnología, 3 bancos, 2 escuelas y 1 tienda de autoservicio. Existen 4,428 comerciantes en la vía pública.

CAPÍTULO 4. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El término diseño ha sido utilizado indistintamente para referirse tanto al plan de la investigación como a los aspectos metodológicos de un estudio. El diseño es la operacionalización de la (s) hipótesis de investigación, por tanto, el diseño lo vamos a entender como la estructura en la que las variables y los sujetos han sido organizados con el fin de recoger los datos para responder a la pregunta de investigación. El diseño es la transformación de la pregunta y la hipótesis de investigación en las estrategias para: seleccionar a los participantes, aplicar el tratamiento, utilizar los instrumentos de medida, recoger datos.⁴²

Por otra parte, los métodos y técnicas son las herramientas metodológicas de la investigación, ya que permiten instrumentar los distintos procesos específicos de ésta, dirigiendo las actividades mentales y prácticas hacia la consecución de los objetivos formulados⁴³.

4.1 ANTECEDENTES

Como hemos mencionado en el Capítulo 1, el objetivo general de este trabajo de investigación, es presentar estrategias didácticas, para propiciar en los alumnos de tercer año de primaria un aprendizaje significativo sobre las fracciones, que la currícula oficial establece para este grado escolar. Esto a partir de una problemática observada y descrita en la identificación del problema, así como en el planteamiento de la hipótesis y definición de las variables.

⁴²Leonor Buendía Eisman, Métodos de Investigación en Psicopedagogía. España. Ed. McGraw Hill, 1998. Pág. 92

⁴³ Raúl Rojas Soriano, Guía para realizar investigaciones Sociales. México. 4ª Ed. Plaza y Valdés, 2003. Pág. 92

Sería deseable poder llevar a cabo una investigación con un universo que comprenda a todas las escuelas primarias del Distrito Federal, sin embargo; por cuestiones de temporalidad, economía y acceso a la gran cantidad de escuelas primarias en el DF., esto no es posible, por tanto; el universo se limita a una zona escolar, específicamente se ha seleccionado la Zona Escolar No. 210, del Sector 29 de la Dirección No. 4 de Educación Primaria, con sede en la escuela “Julio Dibella Barragán”, ubicada en la Calle Coruña No. 325, Colonia Viaducto Piedad, Delegación Iztacalco de esta Ciudad de México.

Esta Zona Escolar esta conformada y tiene bajo su supervisión las siguientes escuelas:

“Republica Española” turno matutino y vespertino.

“Pedro Henríquez Ureña” turno matutino y vespertino.

“Julio Dibella Barragán” turno matutino y vespertino

“Basilio Vadillo” turno matutino y vespertino

“Amos Comenio” turno matutino (particular)

“Colegio Anahuac” turno matutino (particular)

4.2 TIPO DE ESTUDIO

El presente trabajo es una investigación descriptiva, en la que pretendemos caracterizar la situación actual de la problemática tal cual se presenta en el trabajo cotidiano de los docentes frente a grupo en el tercer año de primaria y específicamente en la enseñanza de las fracciones. En un marco metodológico eminentemente cuantitativo

Se utiliza la encuesta como Técnica y el cuestionario como instrumento para la obtención de datos.

4.3 UNIVERSO O POBLACIÓN

El universo o población constituye la totalidad de un conjunto de elementos, seres u objetos que se desea investigar y de la cual se estudiará una fracción (la muestra) que se pretende que reúna las mismas características y en igual proporción. En este caso, la población esta representada por el total de docentes que laboran en las escuelas primarias que conforman la Zona Escolar 210 del Sector 29 de la Dirección Número 4 de Educación Primaria en el Distrito Federal, totalizando 125 profesores frente a grupo, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla 5. *Escuelas de la Zona Escolar 210. (Investigación de Campo)*

Escuela	1º.	2º.	3º.	4º.	5º.	6º	Total
República Española. Matutino	4	4	4	4	4	4	23
República Española Vespertino	3	3	3	3	2	2	12
Pedro Henríquez Ureña Mat.	3	3	3	3	2	2	16
Pedro Henríquez Ureña Vesp.	2	2	2	2	2	2	12
Basilio Vadillo. Mat.	3	3	3	3	3	3	18
Basilio Vadillo. Vesp.	2	2	1	1	1	1	8
Julio Dibella Matutino	3	3	3	3	3	3	16
Julio Dibella Vespertino	2	2	1	1	1	1	8
Amos Comenio	1	1	1	1	1	1	6
Colegio Anahuac	1	1	1	1	1	1	6
Total	23	23	22	22	19	19	125

4.4 TAMAÑO DE LA MUESTRA

La muestra es la parte o fracción representativa de un conjunto de la población, que ha sido obtenida con el fin de investigar ciertas características del mismo.

El tamaño que debe tener la muestra que se selecciona depende básicamente del tipo de estudio que se vaya a realizar.

Desde la perspectiva estadística, el tamaño de la muestra está directamente asociado al grado de precisión que se desea obtener en la estimación de los parámetros de la población, que en este caso corresponde al total de docentes que laboran en la Zona Escolar 210 Sector 29 de Educación Primaria.

Es importante señalar, que el tamaño de la muestra se obtiene del total de docentes que conforman la mencionada Zona Escolar, considerando que los profesores que laboran en el nivel de primaria, tienen un perfil de egreso de la Educación Normal, que les permite atender de manera indistinta los seis grados, y por lo tanto conocen los planes y programas de las diferentes asignaturas que se imparten en este nivel educativo.

Debido a que el tamaño de la población es relativamente pequeña es conveniente utilizar la fórmula siguiente que propone Rojas Soriano:⁴⁴

$$n = \frac{\frac{Z^2 q}{E^2 p}}{1 + 1/N [(Z^2 q / E^2 p) - 1]}$$

En donde:

⁴⁴ Raúl Rojas Soriano. Op. Cit. Pág.304

“Z” es el nivel de confianza requerido para generalizar los resultados hacia toda la población;

“p q” se refiere a la variabilidad del fenómeno estudiado;

“E” indica la precisión con que se generalizarán los resultados.

El nivel de confianza (Z) se obtiene de tablas de áreas bajo la curva normal como la que se presenta en el anexo 1, con el título de “Área bajo la curva normal tipificada”.⁴⁵ En este caso se considera un 92% de confianza en el tamaño de la muestra.

Para la variabilidad p q, que en términos estadísticos corresponde a la varianza (S²), las consideraremos de la siguiente manera:

$$p = 0.6 \quad q = 0.4$$

Por otra parte Z = 90% se obtiene la mitad; 90/2 = 45 y se divide entre 100; entonces .45 corresponde a 1.6 del área abajo la curva.

Nivel de precisión (E) 11%: por lo tanto para el cálculo se considera: 0.11

Así que al sustituir los valores correspondientes en la fórmula anterior, tendremos las siguientes cantidades:

$$n = \frac{(1.6)^2 (0.4) / (0.11)^2 (0.6)}{1 + 1/125 \left[\left\{ (1.6)^2 (0.4) / (0.11)^2 (0.6) \right\} - 1 \right]} = 67.71$$

Esto quiere decir que la muestra a la que se deberá aplicar la encuesta será de 67.71 profesores que laboren en la Zona Escolar descrita al inicio de este capítulo.

Para fines prácticos se decidió cerrar la cifra en 70 docentes.

⁴⁵ Ibidem. Págs. 298 y 428

A estos docentes se aplicará el siguiente instrumento, que es un cuestionario, tendiente a recabar información sobre el tema que nos ocupa.

4.5 INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Existen diferentes instrumentos para la recolección de datos, que constituyen los medios a utilizar en el registro de observaciones o para facilitar el tratamiento experimental.

Los cuestionarios consisten en un conjunto más o menos amplio de preguntas o cuestiones que se consideran relevantes para el rasgo, característica o variables que son objeto de estudio.

En este trabajo el cuestionario utilizado consta de 25 preguntas; de la primera a la quinta, refieren datos generales del encuestado; de la seis a la veinte se abordan las cuestiones relacionadas con el tema de la enseñanza de las fracciones y las estrategias que utilizan los docentes en su trabajo diario; por último en las preguntas veintiuno a veinticinco, pedimos el punto de vista del docente con relación a la actualización docente.

A continuación presentamos el cuestionario que ha sido utilizado para la recolección de datos:



ENCUESTA PARA DOCENTES FRENTE A GRUPO NIVEL PRIMARIA

Objetivo: Conocer el punto de vista de los profesores de primaria frente a grupo, sobre el trabajo docente en el ámbito de las matemáticas y en particular sobre el tema de fracciones, en su práctica cotidiana.

Es importante comentar que la información aquí obtenida será utilizada sólo para los fines de esta investigación por lo que tienen un carácter confidencial y anónimo.

Se agradece de antemano su amable colaboración.

Datos generales

1.- Género:

a) Masculino

b) Femenino

2.- Edad (años):

a) 20 a 25

d) 38 a 44

b) 26 a 31

e) 45 o más

c) 32 a 37

3.- Años de servicio en Educación Básica:

a) 1 a 5

d) 17 a 22

b) 6 a 10

e) más de 22

c) 11 a 16

4.- Institución de procedencia

- Normal Nacional
- Normal Estatal ¿Cuál? _____
- Normal Particular ¿Cuál? _____

5.- Escolaridad (Puede marcar más de una opción).

	Nacional	Estatal	Particular	Institución
A)Normal Básica				
B)Normal Superior				
C)Licenciatura en:_____				
D)Maestría en:_____ _____				
E)Doctorado en:_____				

INDICACIONES. Coloque una X en la respuesta que más se acerca a su punto de vista. Gracias

6.- De acuerdo con su opinión, el número de alumnos óptimo en un grupo para lograr aprendizajes significativos es:

- a) De 15 a 20 b) entre 21 y 30
- c) Más de 30 d) No importa el número

7.- Considera que para los alumnos en la escuela primaria; el estudio de las fracciones es:

- a) Muy fácil b) fácil c) regular
- d) Difícil e) Muy difícil

8.- Para usted como docente, enseñar el tema de las fracciones, resulta un proceso:

- a) Muy complicado b) Complicado c) Igual que otros
- d) fácil e) muy fácil

¿Por qué? _____

Señale sólo un punto de vista en cada planteamiento.

Planteamiento	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Parcialmente de acuerdo	Desacuerdo	Totalmente en Desacuerdo
9.-La enseñanza de las fracciones debe iniciarse en el tercer año para lograr aprendizajes significativos					
10.- La formulación de problemas, constituye un enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.					
11.-En la enseñanza de las fracciones, la manipulación de objetos, constituyen la base primordial de la construcción de conceptos.					
12.-Las actividades presentadas en el libro de texto oficial, referidas a fracciones en tercer año, son suficientes para generar aprendizajes significativos					
13.-En tercer año, se debe abordar la suma y resta de fracciones con medios tercios y cuartos.					

23.- ¿Considera que la actualización docente que ofrece la SEP es adecuada para los requerimientos didácticos de la escuela primaria?

Si No. ¿Por qué? _____

24.- ¿En alguna ocasión ha tomado algún curso de actualización docente en el ámbito de las matemáticas y / o en particular sobre fracciones?

Si

No

Lugar _____

¿Por qué? _____

Cuando _____

25.- ¿Actualmente tomaría algún Curso sobre la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria?

Si

No

¿Por qué? _____

26.- COMENTARIOS

¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!

4.6 DIAGNÓSTICO

A finales del mes octubre del 2006, inició la aplicación del cuestionario, antes presentado, en la Zona Escolar 210 a los docentes que laboran en las diferentes escuelas descritas anteriormente, tanto en turno vespertino como matutino.

Como ya se dijo, se aplicó indistintamente a los docentes, independientemente del grado que atienden actualmente pues los egresados de Normal Básica, se encuentran capacitados para atender cualquier grado de la escuela Primaria y por lo tanto deben conocer acerca de los materiales, enfoques, planes y programas de este nivel educativo.

Durante dos semanas, y con el apoyo de los diferentes directivos escolares, se logró tener las setenta encuestas planeadas, para luego realizar el análisis y tratamiento estadístico de los datos recabados.

En la organización, sistematización y descripción de los datos obtenidos de la muestra poblacional se utilizó estadística descriptiva, que nos permitirá algunas interpretaciones y conclusiones acerca del cuestionario antes presentado.

Básicamente tenemos dos tipos de variables; las categóricas y las numéricas. Se organizan en tablas con diferentes *categorías* (primera columna), que correspondió a las posibles respuestas entre las que los entrevistados tenían para elegir su respuesta. La segunda columna corresponde a *frecuencia*, es decir; la cantidad de individuos que eligieron una determinada categoría.

A la proporción de individuos que pertenecen a una categoría la llamamos frecuencia relativa (tercera columna). La frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia de la categoría entre el número total de datos y puede expresarse como proporción, cociente o porcentaje (cuarta columna). Con esta última se construye el gráfico que podemos observar en cada una de las preguntas

analizadas. Esta primera tabla se le conoce como Tabla de Distribución de Frecuencias Relativas o Proporciones de los Valores.

En la segunda tabla se obtuvo la media aritmética, que es una medida de tendencia central, nos ofrece el valor central de una situación o fenómeno determinado. Se le define como la suma de todos los datos entre el número de ellos, es decir; es un valor promedio. El cómo se obtiene depende del tipo de serie en que se representan los datos numéricos, pueden ser simple, de frecuencias y de clases y frecuencias; para este trabajo se utilizó básicamente una serie de frecuencias y en la pregunta número dos se explicita su determinación. Se representa de la siguiente manera: **X**

Por último se obtuvo la desviación estándar, que nos determinó qué tanto se desvía cada dato en promedio, respecto a la media aritmética. Al aumentar la desviación estándar el grado de dispersión de los datos será mayor y viceversa.

También en la pregunta número dos se ejemplifica la obtención de la desviación estándar y se representará en este trabajo con: **S**

Cabe aclarar que para realizar los cálculos correspondientes en las escalas Likert, se asignó un valor de 1 a 5 a las diferentes categorías según corresponda, permitiendo con ello la obtención de los datos numéricos en la segunda tabla.

PREGUNTA 1.- Género:

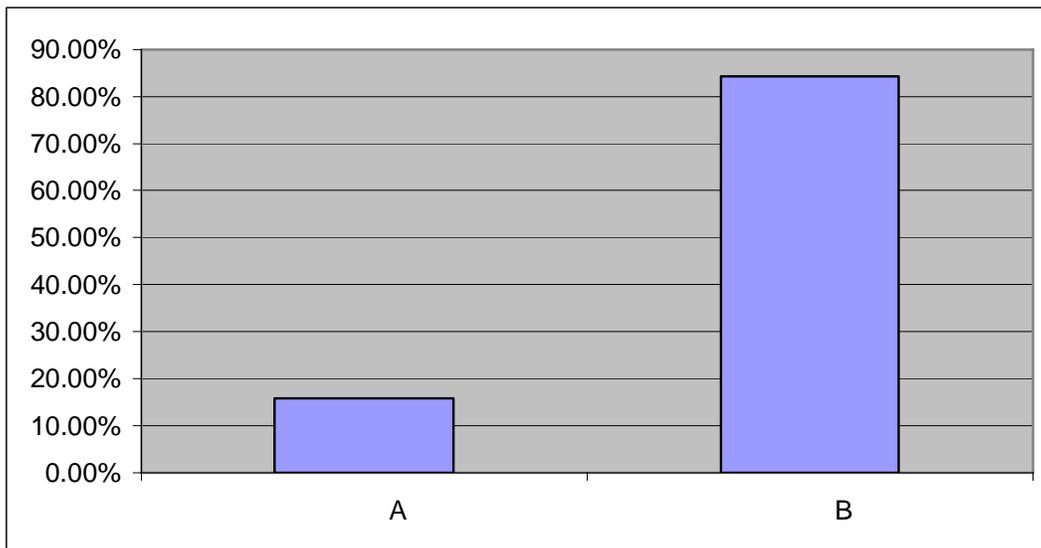
A) Masculino

B) Femenino

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	11	$11/70 = 0.157$	15.7 %	15.7 %
B	59	$59/70 = 0.843$	84.3 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Media Aritmética (\bar{X}): $70/2 = 35$ Este valor corresponde a: Sexo femenino.

Gráfica 1



Como podemos observar en la gráfica, sólo el 15.7 % son hombres, es decir que podríamos decir que en la Zona Escolar No.210. Aproximadamente por cada hombre hay 5 mujeres.

PREGUNTA 2.- Edad (años). Agrupados en rangos de la siguiente manera:

A) 20 a 25 B) 26 a 31 C) 32 a 37 D) 38 a 44 E) 45 ó más

Categoría	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	3	$3/70 = 0.043$	4.3 %	4.3 %
B	10	$10/70 = 0.143$	14.3 %	18.6 %
C	5	$5/70 = 0.071$	7.1 %	25.7 %
D	20	$20/70 = 0.286$	28.6 %	54.3 %
E	32	$32/70 = 0.457$	45.7 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	

Categoría	FREC.	P.Medio	PM. - X	(PM. - X) ²	F (PM. - X) ²
A	3	22.5	$22.5 - 41 = -18.5$	342.25	1026.75
B	10	28.5	$28.5 - 41 = -12.5$	156.25	1562.5
C	5	34.5	$34.5 - 41 = -6.5$	42.5	212.5
D	20	41.0	$41 - 41 = 0$	0	0
E	32	48.0	$48 - 41 = 7$	49	1568
Total	70				4369.75
Media* (X)	41,16				
Desviación Standard**(S)	7.9				

* Para el cálculo de la media aritmética se puede ejemplificar con esta pregunta de la siguiente manera:

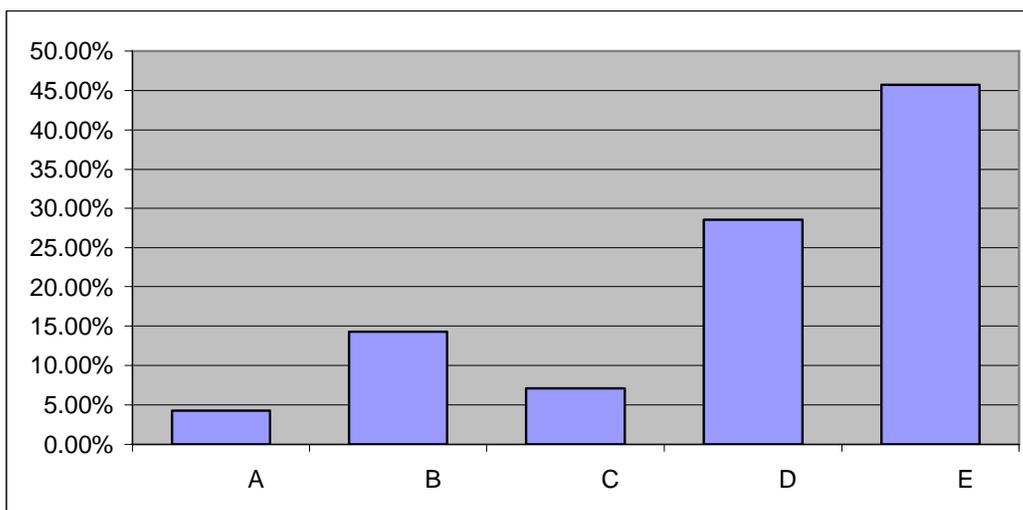
Media Aritmética(X) = $3(22.5)+ 10(28.5)+5(34.5)+20(41)+32(48)/ 70 = 2881/70 = 41.16$ En lo sucesivo se calcula de manera similar.

Por lo tanto la edad promedio de la población encuestada es de 41 años y corresponde a la categoría E de la tabla de frecuencias.

**Por otra parte, para obtener la desviación que cada uno de los datos tiene en promedio con respecto a la media aritmética se procede de la siguiente manera:

Desviación Standard (S) = a la raíz cuadrada del cociente $4369.75 / 70 = 7.9$

Gráfica 2



Podemos observar que los docentes de esta Zona Escolar, prácticamente la mitad es mayor de 45 años, docentes experimentados con varios años de servicio y si sumamos las categorías C, D y E tenemos más del 80% de maestros mayores de 32 años.

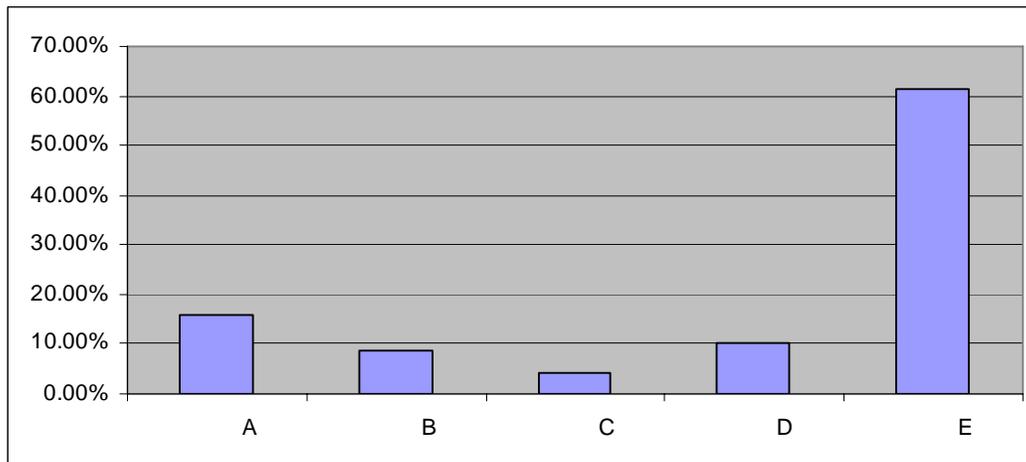
PREGUNTA 3.- Años De servicio en Educación Básica. Agrupados en rangos de la siguiente manera:

A) 1 a 5 B) 6 a 10 C) 11 a 16 D) 17 a 21 E) Más de 22

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	11	$11/70 = 0.157$	15.7 %	15.7 %
B	6	$6/70 = 0.086$	8.6 %	24.3 %
C	3	$3/70 = 0.043$	4.3 %	28.6 %
D	7	$7/70 = 0.1$	10.0 %	38.6 %
E	43	$43/70 = 0.614$	61.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Categoría	Frecuencia	Punto Medio	(P.M. - \bar{X})	(P.M. - \bar{X}) ²	F(P.M.- \bar{X}) ²
A	11	3	3 - 19 = -16	256	2816
B	6	8	8 - 19 = - 11	122	732
C	3	14	14 - 19 = -5	25	75
D	7	19	19 - 19 = 0	0	0
E	43	25	25 - 19 = 6	36	1548
Total	70			439	5171
X	19				
S	8.6				

Gráfica 3



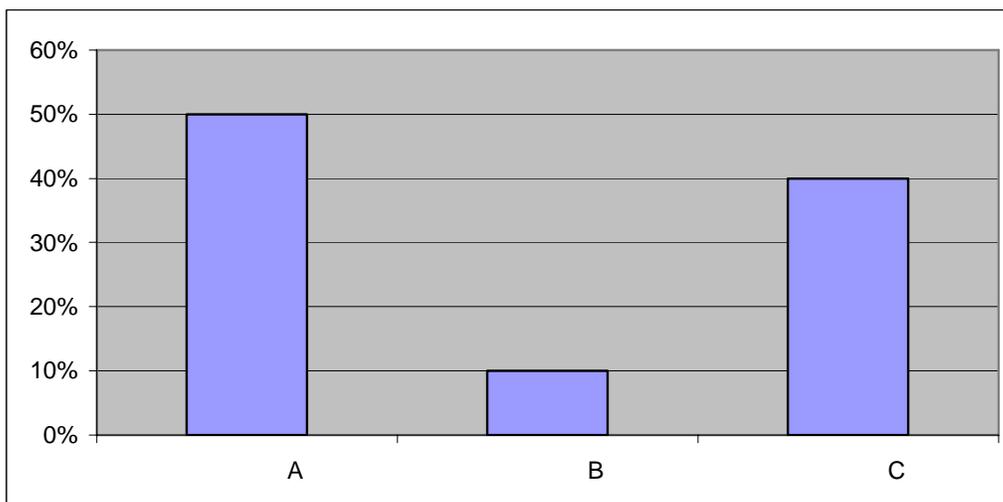
De acuerdo con la gráfica aproximadamente el 60% de docentes tienen más de 22 años de servicio y sólo el 15.7 % tienen menos de 5 años de servicio, por tanto relacionando esta cuestión con el anterior podemos concluir que en la Zona Escolar labora personal experimentado en el proceso educativo y también con una edad madura, que puede contribuir a entender mejor los procesos de aprendizaje y desarrollo de los educandos en este nivel del Sistema Educativo Nacional.

PREGUNTA 4.- Institución de procedencia:

A) Normal Nacional B) Normal Estatal C) Normal Particular

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	35	$35/70 = 0.5$	50 %	50 %
B	7	$7/70 = 0.1$	10 %	60 %
C	28	$28/70 = 0.4$	40 %	100 %
Total	70	1.000	100 %	100 %

Gráfico 4



De acuerdo a la formación docente, sabemos que los profesores de la escuela primaria necesariamente tienen que ser egresados de lo que se llama Normal Básica, en esta encuesta encontramos que el 50% de profesores que laboran en la zona Escolar son egresados de la Benemérita Escuela Normal Nacional (BENM), las escuelas particulares también aportan un porcentaje alto (40 %) y las estatales absorben a sus egresados, por ello es mínima su presencia en la Zona Escolar en cuestión.

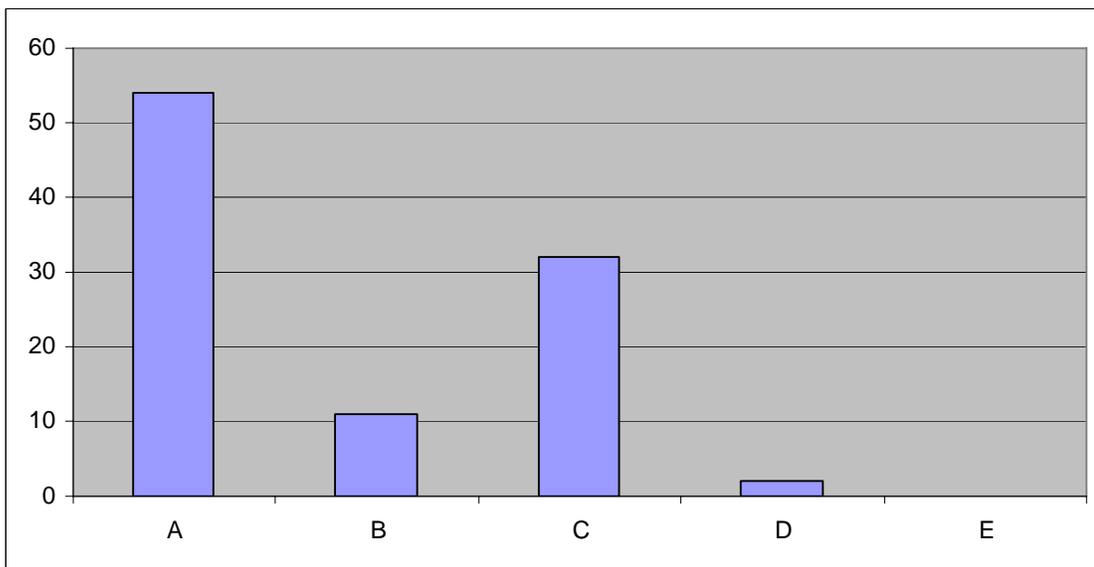
PREGUNTA 5.- Escolaridad.

En esta pregunta existen las siguientes categorías:

- A) Normal Básica** **B) Normal Superior** **C) Licenciatura**
D) Maestría **E) Doctorado.**

Se debe considerar que existe la posibilidad de que los docentes ocupen más de una opción. Los resultados que se tienen nos indican que la gran mayoría de docentes tienen Normal Básica 54%; Normal Superior 11%; Licenciatura 32%; Maestría sólo el 2% y en la Zona Escolar 210 no existen docentes con grado de doctorado.

Gráfica 5



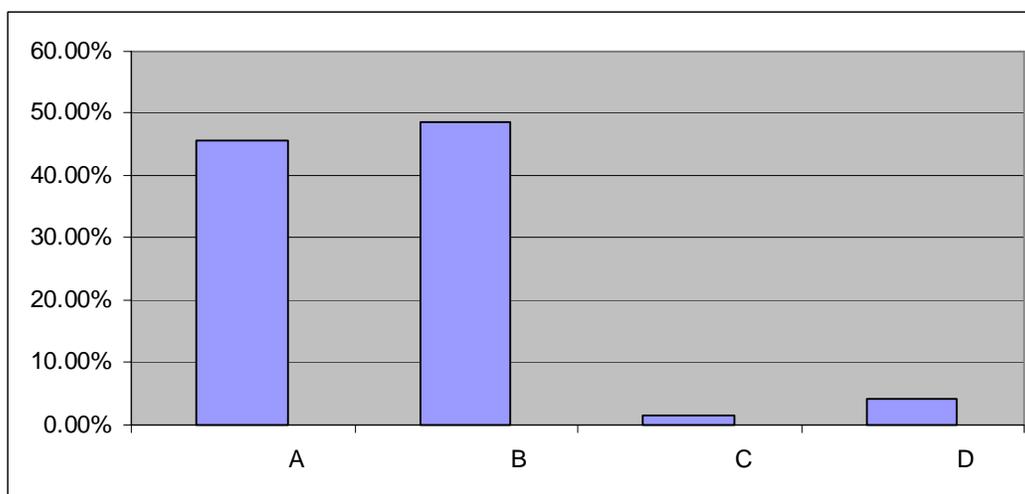
PREGUNTA 6.- De acuerdo con su opinión, el número de alumnos óptimo en un grupo para lograr aprendizajes significativos es:

A) De 15 a 20 B) 21 a 30 C) Más de 30 D) No importa el número

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	32	$32 / 70 = 0.457$	45.7 %	45.7 %
B	34	$34 / 70 = 0.486$	48.6 %	94.3 %
C	1	$1 / 70 = 0.014$	1.4 %	95.7 %
D	3	$3 / 70 = 0.043$	4.3 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de categoría	Frecuencia	(V Cat - X)	(V.Cat.- X) ²	F(V.Cat.- X) ²
A = 4	32	$4 - 3.38 = .62$	0.3844	12.3008
B = 3	34	$3 - 3.38 = -.38$	0.1444	4.9096
C = 2	1	$2 - 3.38 = -1.38$	1.9044	1.9044
D = 1	3	$1 - 3.38 = -2.38$	5.6644	16.9932
Total	70			36.108
X	3.38			
S	0.7182			

Gráfica 6



En este rubro la respuesta de los encuestados gira entorno a que deben de haber 30 o menos alumnos para poder lograr en sus alumnos aprendizajes

significativos, aunque para el 45.7 %, consideran que debe haber un máximo de 20 alumnos en cada aula.

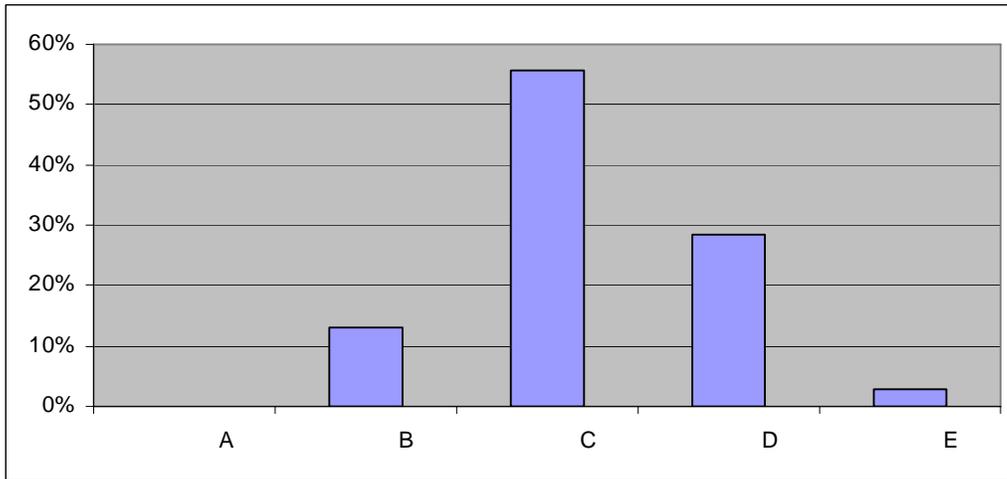
PREGUNTA 7.- Considera que para los alumnos en la escuela primaria; el estudio de las fracciones es:

A) Muy fácil B) Fácil C) Regular D) Difícil E) Muy difícil

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	0	0	0 %	0 %
B	9	$9/70 = 0.129$	12.9 %	12.9 %
C	39	$39/70 = 0.557$	55.7 %	68.6 %
D	20	$20/70 = 0.286$	28.6 %	97.2 %
E	2	$2/70 = 0.028$	2.8 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

V. de Categoría	Frecuencia	(V.Cat. - \bar{X})	(V.Cat.- \bar{X}) ²	F (V.Cat. - \bar{X}) ²
A = 1	0	$1 - 3.2 = -2.2$	4.84	0
B = 2	9	$2 - 3.2 = -1.2$	1.44	12.96
C = 3	39	$3 - 3.2 = -0.2$	0.04	1.56
D = 4	20	$4 - 3.2 = 0.8$	0.64	12.8
E = 5	2	$5 - 3.2 = 1.8$	3.24	6.48
Total	70			33.8
X	3.2			
S	0.7			

Gráfica 7



En esta pregunta, como nos podemos dar cuenta, el inciso C tiene un porcentaje de 55.7 % y junto con el inciso D suman alrededor de 83 % del total de las respuestas. Este alto porcentaje reúne la opinión de que el aprendizaje de las fracciones en la escuela primaria es complicado pero sin llegar a lo “muy difícil”.

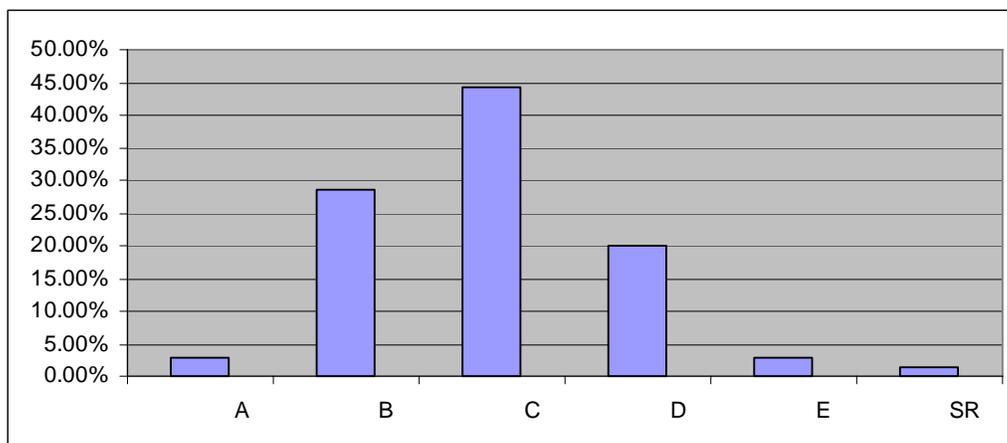
PREGUNTA 8.- Para usted como docente, enseñar el tema de las fracciones, resulta un proceso:

A) Muy complicado B) Complicado C) Igual a otros D) Fácil E) Muy fácil

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	2	$2/70 = 0.028$	2.8 %	2.8 %
B	20	$20/70 = 0.286$	28.6 %	31.4 %
C	31	$31/70 = 0.444$	44.4 %	75.8 %
D	14	$14/70 = 0.200$	20.0 %	95.8 %
E	2	$2/70 = 0.028$	2.8 %	98.6 %
Sin respuesta (SR)	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V. Cat. - \bar{X})	(V. Cat. - \bar{X}) ²	F (V.Cat. - \bar{X}) ²
A = 5	2	5 - 3.04=1.96	3.8	7.6
B = 4	20	4 - 3.04=0.96	0.9	1.8
C = 3	31	3 - 3.04=-0.04	0.02	0.62
D = 2	14	2 - 3.04=-1.04	1.08	15.12
E = 1	2	1 - 3.04=-2.04	4.2	8.4
SR = 0	1	0 - 3.04=-3.04	9.2	9.2
Total	70			42.74
X	3.04			
S	0.8			

Gráfica 8



Para los maestros, enseñar fracciones, resulta un proceso igual a otros en un 44.4%, sin embargo en cuanto al ¿Por qué? Se pone de manifiesto que siempre y cuando se utilicen estrategias adecuadas, materiales concretos, tengan conocimientos previos o antecedentes en el alumno, si se parte de problemas sencillos o se prepara el tema con anticipación, entre otros.

Para el 28.6 % que considera que es un proceso muy complicado o sencillamente complicado, es porque el tema es muy complejo, los alumnos no

entienden de manera uniforme, no conocen estrategias o incluso, hay quien acepta que las fracciones son un tema que siempre se les ha dificultado.

Un 21.4 % decidió no dar respuesta al *por qué*.

PREGUNTA 9.- La enseñanza de las fracciones debe iniciarse en el tercer año para lograr aprendizajes significativos.

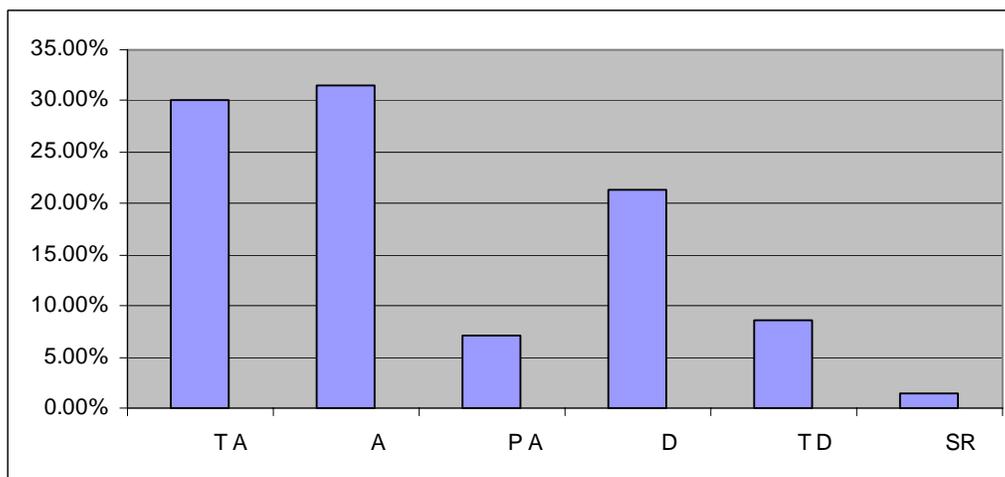
TA =Totalmente de acuerdo **A**=De acuerdo **PA** =Parcialmente de acuerdo

D = Desacuerdo **TD** = Totalmente en desacuerdo

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	%Acumulada
T A	21	$21/70 = 0.300$	30.0 %	30.0 %
A	22	$22/70 = 0.315$	31.5 %	61.5 %
P A	5	$5/70 = 0.071$	7.1 %	68.6 %
D	15	$15/70 = 0.214$	21.4 %	90.0 %
T D	6	$6/70 = 0.086$	8.6 %	98.6 %
Sin respuesta (SR)	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de categoría	Frecuencia	(V.C. - \bar{X})	(V.C. - \bar{X}) ²	F(V.C. - \bar{X}) ²
TA = 5	21	$5 - 3.5 = 1.5$	2.25	47.25
A = 4	22	$4 - 3.5 = 0.5$	0.25	5.5
PA = 3	5	$3 - 3.5 = -0.5$	0.25	1.25
D = 2	15	$2 - 3.5 = -1.5$	2.25	33.75
TD = 1	6	$1 - 3.5 = -2.5$	6.25	37.5
SR = 0	1	$0 - 3.5 = -3.5$	12.25	12.25
Total				137.5
X	3.5			
S	1.4			

Gráfica 9



Los rubros TA y A representan el 61.5 % del total de los encuestados, es decir podemos afirmar que el resto 38.5 % no están de acuerdo con iniciar el estudio de las fracciones en el tercer año de primaria.

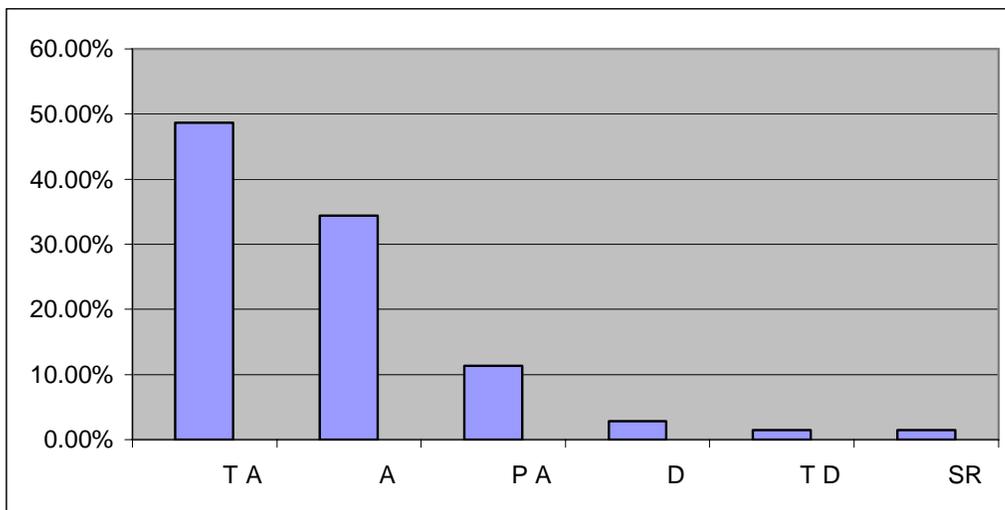
PREGUNTA 10.- La formulación de problemas, constituye un enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

TA = Totalmente de acuerdo **A** = De acuerdo **PA** = Parcialmente de acuerdo
D = Desacuerdo **TD** = Totalmente en desacuerdo

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
TA	34	$34/70 = 0.486$	48.6 %	48.6 %
A	24	$24/70 = 0.344$	34.4 %	83.0 %
PA	8	$8/70 = 0.114$	11.4 %	94.4 %
D	2	$2/70 = 0.028$	2.8 %	97.2 %
TD	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	98.6 %
Sin respuesta (SR)	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de categoría	Frecuencia	(V.C.- \bar{X})	(V.C.- \bar{X}) ²	F(V.C.- \bar{X}) ²
TA = 5	34	5-4.21=0.79	0.6241	21.22
A = 4	24	4-4.21=-0.21	0.0441	1.0584
PA = 3	8	3-4.21=-1.21	1.4641	11.713
D = 2	2	2-4.21=-2.21	4.8841	9.77
TD = 1	1	1-4.21=-3.21	10.3041	10.30
SR = 0	1	0-4.21=-4.21	17.7241	17.72
Total	70			71.78
X	4.21			
S	1.01			

Gráfica 10



Al igual que en la pregunta anterior la mayor parte de las opiniones coinciden en aceptar la importancia de este enfoque, al sumar 83% el estar de acuerdo y completamente de acuerdo y sólo el 17% estar en desacuerdo con el enfoque que constituye la formulación de problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

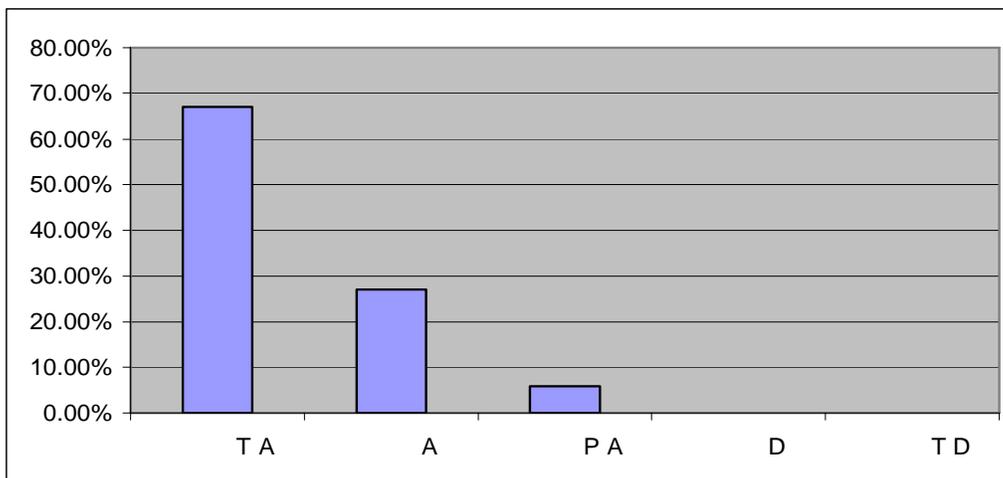
PREGUNTA 11.- En la enseñanza de las fracciones, la manipulación de objetos, constituyen la base primordial de la construcción de conceptos.

TA = Totalmente de acuerdo **A** = De acuerdo **PA** = Parcialmente de acuerdo
D = Desacuerdo **TD** = Totalmente en desacuerdo

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
T A	47	$47/70 = 0.671$	67.1 %	67.1 %
A	19	$19/70 = 0.271$	27.1 %	94.2 %
P A	4	$4/70 = 0.058$	5.8 %	100.0 %
D	0	0	0	100.0 %
T D	0	0	0	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V.C.- X)	(V.C.- X) ²	F(V.C.- X) ²
TA =5	47	$5-4.61=0.39$	0.15	7.05
A =4	19	$4-4.61=-0.61$	0.37	7.03
PA =3	4	$3-4.61=-1.61$	2.59	10.36
D =2	0	$2-4.61=-2.61$	6.81	0
TD =1	0	$1-4.61=-3.61$	13.03	0
Total				24.44
X	4.61			
S	0.59			

Gráfica 11



Como podemos observar, el 94.2% de los encuestados coinciden que la manipulación de objetos es primordial para la enseñanza de las fracciones, pero en cambio al comparar esta pregunta con la número 20 vemos que los docentes no pueden mencionar que clase de objetos manejan en su proceso de enseñanza, es decir, se acepta el uso de objetos concretos, más no se lleva a la práctica.

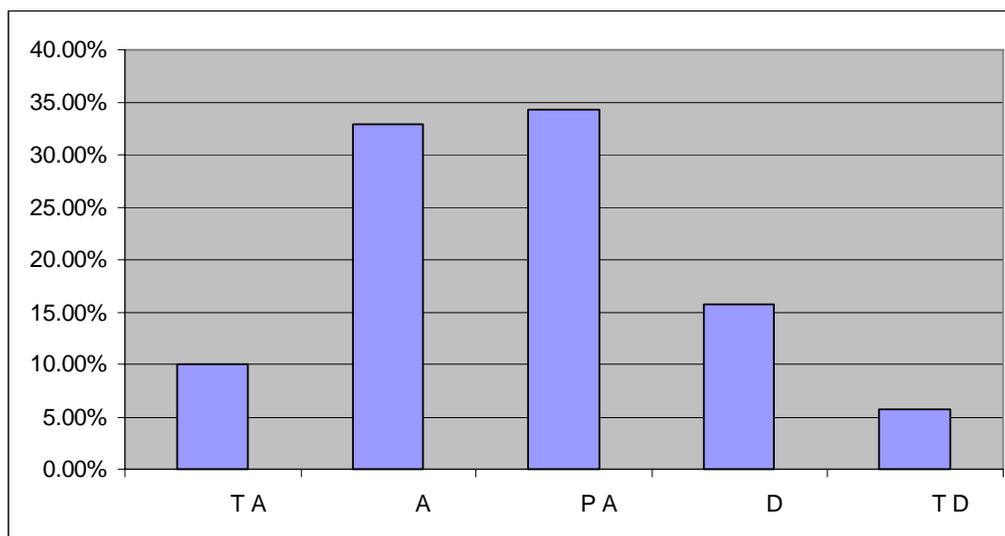
PREGUNTA 12.- Las actividades presentadas en el libro de texto oficial, referidas a fracciones en tercer año, son suficientes para generar aprendizajes significativos.

TA = Totalmente de acuerdo **A** = De acuerdo **PA** = Parcialmente de acuerdo
D = Desacuerdo **TD** = Totalmente en desacuerdo

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
TA	7	$7/70 = 0.100$	10.0 %	10.0 %
A	23	$23/70 = 0.329$	32.9 %	42.9 %
PA	24	$24/70 = 0.343$	34.3 %	77.2 %
D	11	$11/70 = 0.157$	15.7 %	92.9 %
TD	4	$4/70 = 0.057$	5.7 %	98.6 %
Sin respuesta (SR)	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V.C.-X)	(V.C.-X) ²	F(V.C.-X) ²
TA =1	7	$1 - 2.7 = -1.7$	2.89	20.23
A = 2	23	$2 - 2.7 = -0.7$	0.49	11.27
PA =3	24	$3 - 2.7 = 0.3$	0.09	2.16
D = 4	11	$4 - 2.7 = 1.3$	1.69	18.59
TD = 5	4	$5 - 2.7 = 2.3$	5.29	21.16
SR = 0	1	$0 - 2.7 = -2.7$	7.29	7.29
Total	70			80.7
X	2.7			
S	1.07			

Gráfica 12



El mayor porcentaje (35 %) corresponde a los docentes que sólo parcialmente están de acuerdo con el enunciado, por lo tanto se esperaría que los docentes busquen implementar otras estrategias didácticas para lograr satisfactoriamente el proceso de aprendizaje

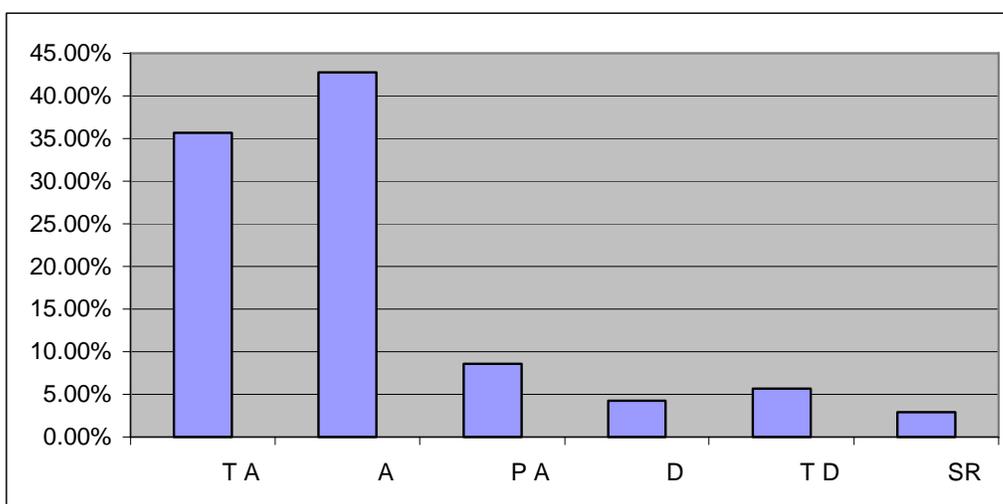
PREGUNTA 13.- En tercer año, se debe abordar la suma y resta de fracciones con medios, tercios y cuartos.

TA = Totalmente de acuerdo **A** = De acuerdo **PA** = Parcialmente de acuerdo
D = Desacuerdo **TD** = Totalmente en desacuerdo

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
TA	25	$25/70 = 0.357$	35.7 %	35.7 %
A	30	$30/70 = 0.428$	42.8 %	78.5 %
PA	6	$6/70 = 0.086$	8.6 %	87.1 %
D	3	$3/70 = 0.043$	4.3 %	91.4 %
TD	4	$4/70 = 0.057$	5.7 %	97.1 %
Sin respuesta (SR)	2	$2/70 = 0.029$	2.9 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de categoría	Frecuencia	(V.C. - \bar{X})	(V.C. - \bar{X}) ²	F(V.C. - \bar{X}) ²
TA = 1	25	1 - 1.93 = -0.93	0.86	21.5
A = 2	30	2 - 1.93 = 0.07	0.05	1.5
PA = 3	6	3 - 1.93 = 1.07	1.14	6.84
D = 4	3	4 - 1.93 = 2.07	4.28	12.84
TD = 5	4	5 - 1.93 = 3.07	9.42	37.68
SR = 0	2	0 - 1.93 = -1.93	3.72	7.44
Total	70			87.8
X	1.93			
S	1.12			

Gráfica 13



De acuerdo con la planeación vigente en cuanto a contenidos, en el tercer año de primaria se trabaja únicamente con fracciones pares, debido a que los impares tienen un grado de mayor complejidad para su aprendizaje en esta etapa escolar, por ello al tener una respuesta favorable del 78.5 % de los docentes encuestados se infiere que desconocen los contenidos propuestos por la SEP.

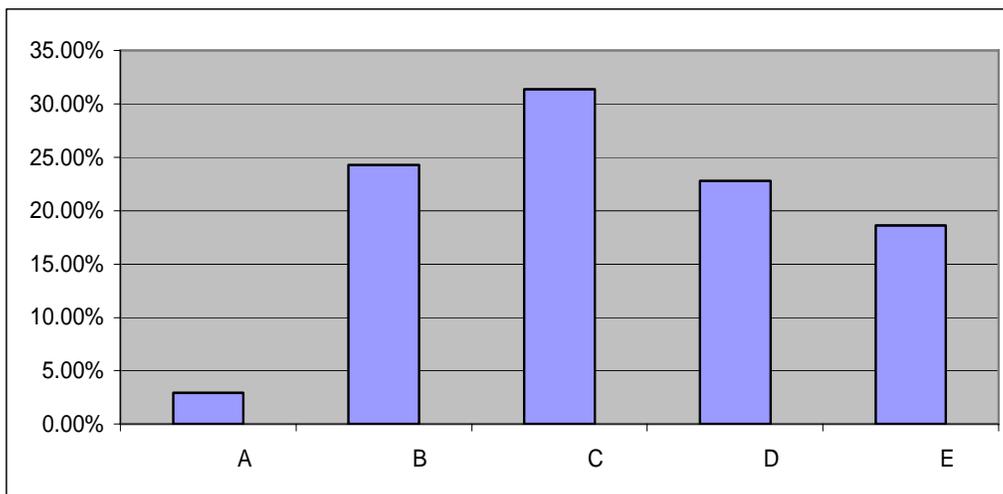
PREGUNTA 14.- ¿Conoce los materiales didácticos proporcionados por la SEP, además del libro de texto, referidos a la enseñanza de las fracciones, en el tercer año de primaria?

A) Muy bien B) Bien C) Regular D) Muy poco E) No los conozco

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
A	2	$2/70 = 0.029$	2.9 %	2.9 %
B	17	$17/70 = 0.243$	24.3 %	27.2 %
C	22	$22/70 = 0.314$	31.4 %	58.6 %
D	16	$16/70 = 0.228$	22.8 %	81.4 %
E	13	$13/70 = 0.186$	18.6 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V.C.- X)	(V.C.- X) ²	F(V.C.- X) ²
A = 5	2	5- 2.7= 2.3	5.29	10.58
B = 4	17	4- 2.7= 1.3	1.69	28.73
C = 3	22	3- 2.7 = 0.3	0.09	1.98
D = 2	16	2- 2.7 = -0.7	0.49	7.84
E = 1	13	1- 2.7 = -1.7	2.89	37.57
Total	70			86.7
X	2.7			
S	1.11			

Gráfica 14



Los materiales didácticos proporcionados por la SEP conforman la herramienta que habrá de utilizarse cotidianamente en los procesos cognitivos y si existe un porcentaje de 72.8 % de docentes que conocen regular, poco, o no los conocen, seguramente será mas difícil lograr un conocimiento significativo en sus alumnos, particularmente en el tema de las fracciones.

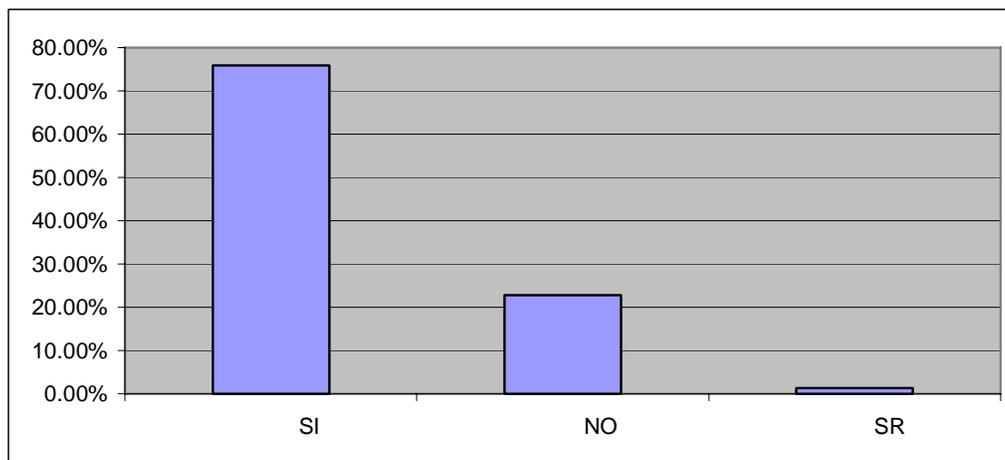
PREGUNTA 15.- ¿Realiza alguna situación didáctica específica para la enseñanza de las fracciones?

A) Sí ¿Cuál?

B) No

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje
SI	53	$53/70 = 0.758$	75.8 %
NO	16	$16/70 = 0.228$	22.8 %
Sin respuesta(SR)	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %
Total	70	1.000	100 %

Gráfica 15



Como podemos observar, el 75.8 % de docentes manifiestan que sí realizar situaciones didácticas para la enseñanza de las fracciones, sin embargo ante la pregunta ¿cuál? Es contestada por las mismas personas y hacen referencia a

doblar, cortar papel, repartir galletas, dividir un pastel o frutas, etc. En general a manipular algún tipo de material concreto.

En cuanto a los profesores que no realizan situaciones didácticas (24.2 %), cabría la pregunta ¿Cómo llevan a cabo sus procesos de enseñanza en el aula?

Las preguntas 16 a 20 se refieren al tipo de recurso didáctico que el docente utiliza para la enseñanza de fracciones:

PREGUNTA 16.- Material recortable prediseñado.

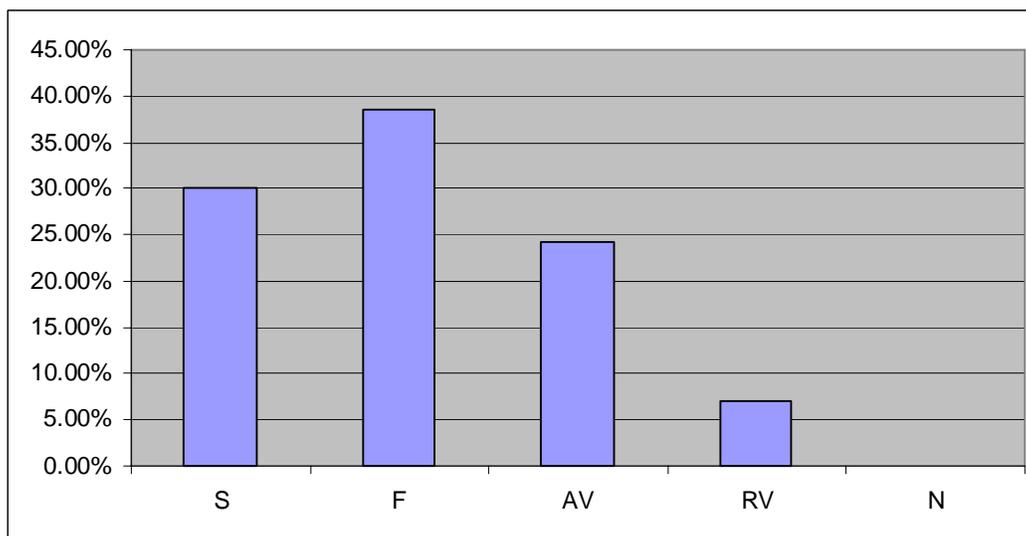
S=Siempre **F**=Frecuentemente **AV**=Algunas veces

RV = Rara vez **N** = Nunca

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
S	21	$21/70 = 0.300$	30.0 %	30 %
F	27	$27/70 = 0.386$	38.6 %	68.6 %
AV	17	$17/70 = 0.243$	24.3 %	92.9 %
RV	5	$5/70 = 0.071$	7.1 %	100.0 %
N	0	0	0 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V.C.- X)	(V.C.- X) ²	F(V.C.- X) ²
S = 5	21	$5 - 3.9 = 1.1$	1.21	25.41
F = 4	27	$4 - 3.9 = 0.1$	0.01	0.27
AV = 3	17	$3 - 3.9 = -0.9$	0.81	13.77
RV = 2	5	$2 - 3.9 = -1.9$	3.61	18.05
N = 1	0	$1 - 3.9 = -2.9$	8.41	8.41
Total	70			65.91
X	3.9			
S	0.97			

Gráfica 16



En esta pregunta la categoría con mayor frecuencia es *frecuentemente*, esto quiere decir que a pesar de contar con material básico en un fichero, no necesariamente es utilizado en todas las clases sobre el tema que nos ocupa e incluso existe un 31 % de docentes que lo excluyen de su práctica.

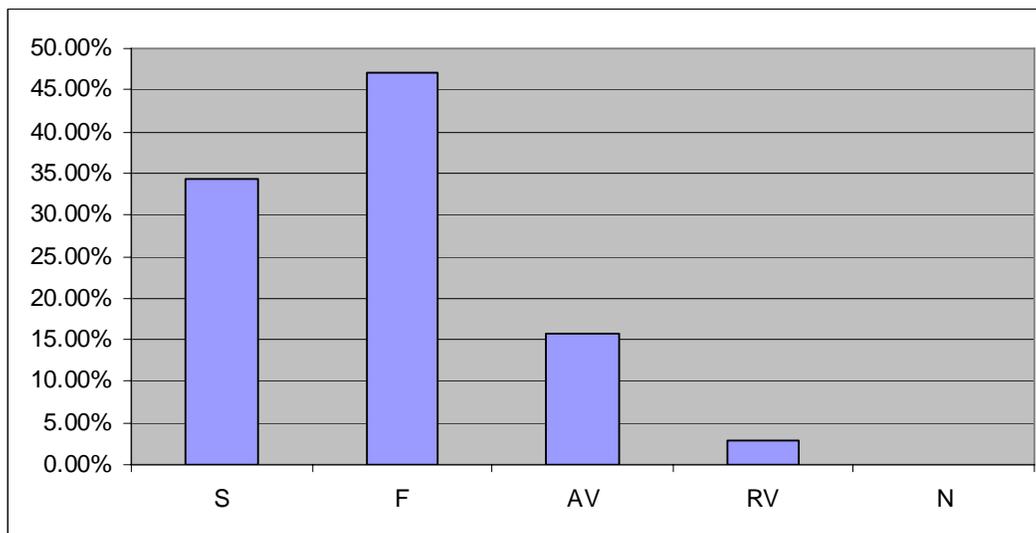
PREGUNTA 17. Representaciones simbólicas en el pizarrón.

S =Siempre **F** =Frecuentemente **AV** =Algunas veces
RV =Rara vez **N** =Nunca

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
S	24	$24/70 = 0.343$	34.30 %	34.30 %
F	33	$33/70 = 0.471$	47.10 %	81.40 %
AV	11	$11/70 = 0.157$	15.70 %	97.10 %
RV	2	$2/70 = 0.029$	2.90 %	100.00 %
N	0	0	0	100.00 %
Total	70	1.000	100 %	100.00 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(V.C - X)	(V.C - X) ²	F(V.C - X) ²
S = 5	24	5 - 4.13 = 0.87	0.75	18.0
F = 4	33	4 - 4.13 = -0.13	0.02	0.66
AV = 3	11	3 - 4.13 = -1.13	1.28	14.08
RV = 2	2	2 - 4.13 = -2.13	4.54	9.08
N = 1	0	1 - 4.13 = -3.13	9.8	9.8
Total	70			51.62
X	4.13			
S	0.86			

Gráfica 17



Cómo sabemos el pizarrón constituye un recurso importante básico, pero si en este cuestionario los docentes manifiestan que tienen una preferencia por el uso de material manipulable, entonces no necesariamente se deberá utilizar siempre el pizarrón, y sin embargo; existe un 34.3 % de encuestados que no pueden cambiar esta práctica, porque siempre lo usan.

PREGUNTA 18. Objetos manipulables.

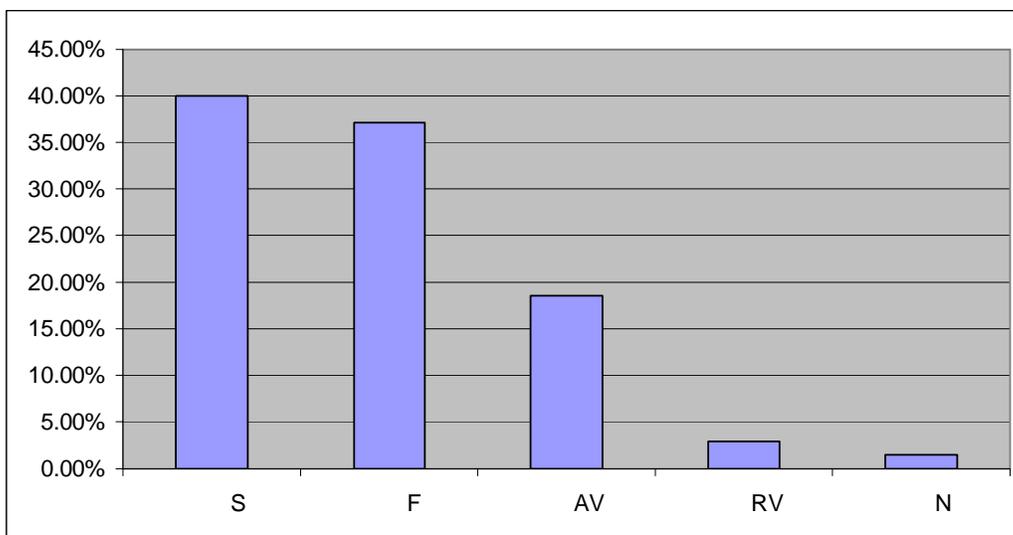
S =Siempre **F** = Frecuentemente **AV** = Algunas veces **RV** =Rara vez

N = Nunca

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
S	28	$28/70 = 0.40$	40.0 %	40.0 %
F	26	$26/70 = 0.371$	37.1 %	77.1 %
AV	13	$13/70 = 0.186$	18.6 %	95.7 %
RV	2	$2/70 = 0.029$	2.9 %	98.6 %
N	1	$1/70 = 0.014$	1.4 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0%

Valor de Categoría	Frecuencia	$(VC - X)$	$(VC - X)^2$	$F(VC - X)^2$
S = 5	28	$5 - 4.1 = 0.9$	0.81	22.68
F = 4	26	$4 - 4.1 = -0.1$	0.01	0.26
AV = 3	13	$3 - 4.1 = -1.1$	1.21	15.73
RV = 2	2	$2 - 4.1 = -2.1$	4.41	8.82
N = 1	1	$1 - 4.1 = -3.1$	9.61	9.61
Total	70			57.1
X	4.1			
S	0.9			

Gráfica 18



El 77.1 % de docentes siempre o frecuentemente utilizan material manipulable, pero esto está en contradicción con la siguiente pregunta, en donde por lo menos el 38.6% de ellos sólo utilizan ejercicios del libro de texto, que no necesariamente tienen que ver con el manejo de materiales concretos.

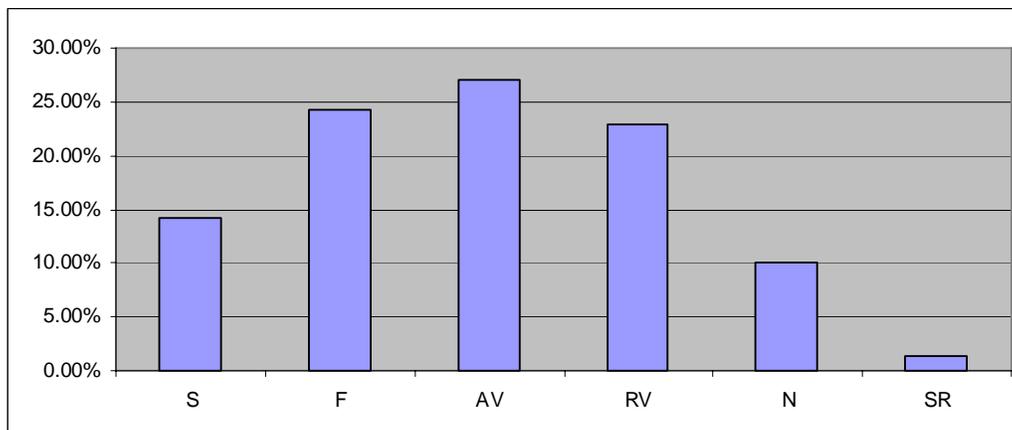
PREGUNTA 19.- Sólo ejercicios del Libro de Texto.

S =Siempre **F** = Frecuentemente **AV** = Algunas veces **RV** =Rara vez
N = Nunca

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
S	10	10/70 = 0.143	14.3 %	14.3 %
F	17	17/70 = 0.243	24.3 %	38.6 %
AV	19	19/70 = 0.271	27.1 %	65.7 %
RV	16	16/70 = 0.229	22.9 %	88.6 %
N	7	7/70 = 0.100	10.0 %	98.6 %
Sin respuesta(SR)	1	1/70 = 0.014	1.40 %	100 %
Total	70	1.00	100.00 %	100 %

Valor de Categoría	Frecuencia	(VC - X)	(VC - X) ²	F(VC - X) ²
S = 1	10	1 - 2.86 = -1.86	3.5	35
F = 2	17	2 - 2.86 = 0.86	0.7	11.9
AV = 3	19	3 - 2.86 = 0.14	0.02	0.4
RV = 4	16	4 - 2.86 = 1.14	1.3	20.8
N = 5	7	5 - 2.86 = 2.14	4.6	32.2
SR = 0	1	0 - 2.86 = -2.86	8.2	8.2
Total	70			108.5
X	2.86			
S	1.2			

Gráfica 19



De acuerdo con la gráfica, observemos que los docentes que sólo manejan ejercicios del libro de texto en la enseñanza de las fracciones, es sustancialmente alto: 38.6 %, que constituyen en conjunto con los que *algunas veces* más de la mitad. Esto como hemos mencionado anteriormente presenta una contradicción muy severa con la pregunta número 11 en donde más de 90 % están de acuerdo que la manipulación de objetos constituye la base primordial de la construcción de conceptos y sin embargo, muchos de ellos sólo se sirven de ejercicios del libro de texto.

PREGUNTA 20.- Otros; tales como: (describa).

S =Siempre **F** = Frecuentemente **AV** = Algunas veces **RV** =Rara vez

N = Nunca

En este cuestionamiento 64.3 % decidieron no contestar, dejando en blanco las posibilidades de respuesta. 30 % refieren utilizar diversos materiales tales como papel, cartón, tiras de madera, figuras geométricas, foami, frutas, pasteles. Estos se doblan o cortan según convenga para mostrar las posibilidades de fraccionar estos objetos. También en este grupo se menciona utilizar el geoplano. En

general este porcentaje de maestros, plantea utilizar materiales concretos manipulables por parte del alumno.

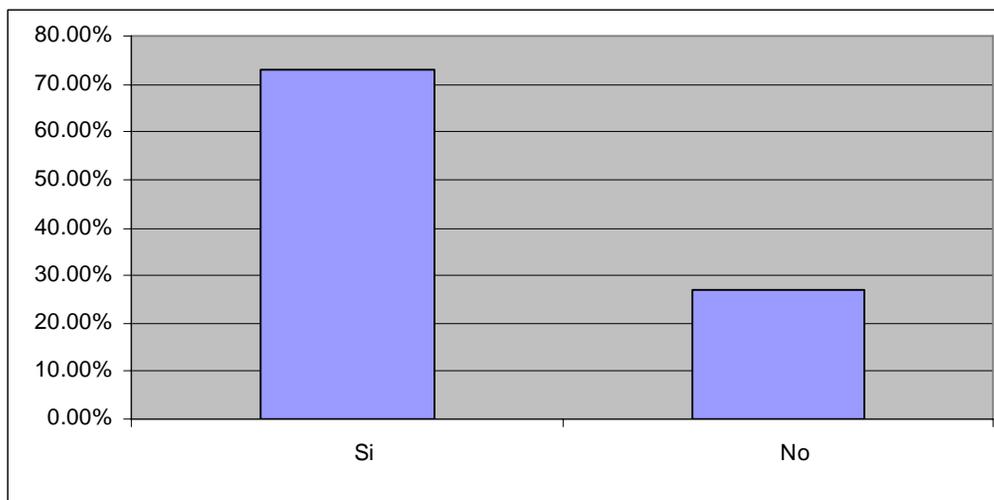
El restante 5.7 % eligió alguna de las cinco posibilidades de respuesta pero no señala qué tipo de material utiliza o no describe la actividad que realiza.

Esto se puede interpretar al igual que la pregunta anterior, que aunque están de acuerdo con los planteamientos que la SEP presenta en los enfoques para la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria, pero en el momento de llevarlos a la práctica no se utilizan con la frecuencia requerida para lograr los esperados aprendizajes significativos en los alumnos.

PREGUNTA 21.- ¿Ha impartido clases en tercer año de primaria?

	Si	No		
Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
Si	51	$51/70 = 0.729$	72.9 %	72.9 %
No	19	$19/70 = 0.271$	27.1 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.00 %	100.0 %

Gráfica 21



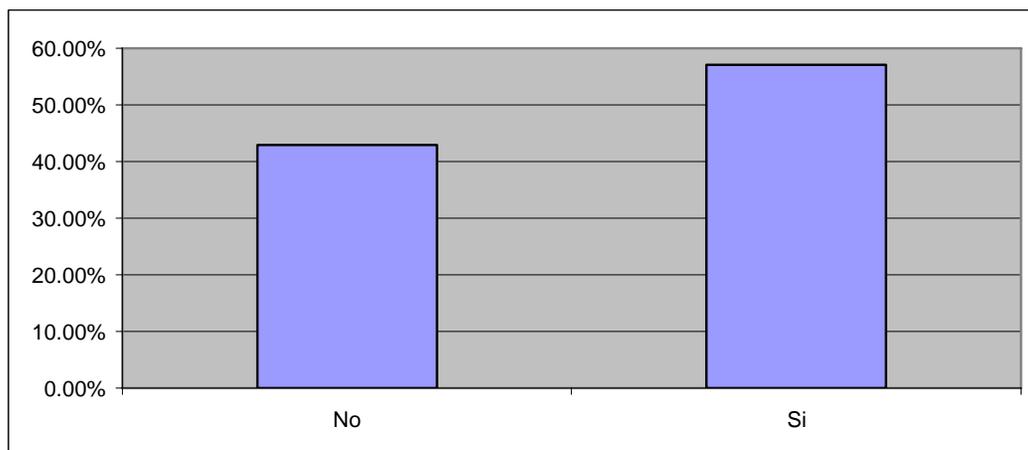
A pesar de que en esta Zona Escolar existe un alto porcentaje de docentes que se han desempeñado laboralmente con más de 20 años de servicio, el 27.1 % de ellos, nunca ha trabajado en tercer año, contribuyendo con ello a elevar los índices de las preguntas relacionadas con los materiales didácticos de tercer año en cuanto a no conocerlos y mucho menos utilizarlos. En teoría debe existir una rotación de profesores, al menos en los tres ciclos de este nivel para que puedan estar actualizados y revisar frecuentemente los planes y programas de la escuela primaria.

PREGUNTA 22. ¿En los últimos años ha tomado algún curso de actualización docente?

No Si ¿Cuál?

Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
No	30	$30/70 = 0.429$	42.9 %	42.9 %
Si	40	$40/70 = 0.571$	57.1 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.00 %	100.0 %

Gráfica 22

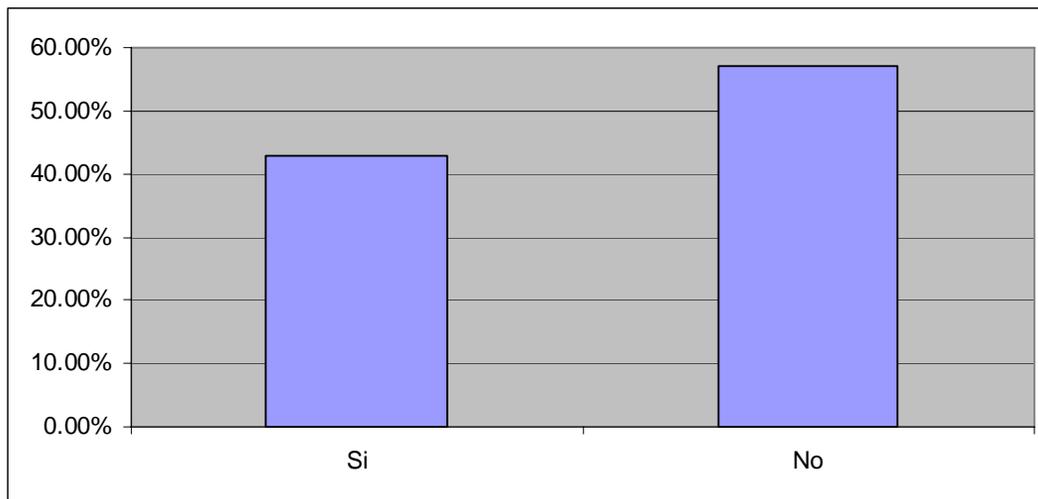


Esta respuesta es congruente con la anterior, pues la mitad de los encuestados aproximadamente, han tomado cursos de actualización y en ese mismo porcentaje consideran que es adecuada la capacitación que otorga la SEP.

PREGUNTA 24. ¿En alguna ocasión ha tomado un curso de actualización docente en el ámbito de las matemáticas y/o en particular sobre fracciones?

	Si	Lugar	Cuando	
	No	¿Por qué?		
Categoría	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Porcentaje	% Acumulado
Si	30	$30/70 = 0.429$	42.9 %	42.9 %
No	40	$40/70 = 0.571$	57.1 %	100.0 %
Total	70	1.000	100.0 %	100.0 %

Gráfica 24



El 42.9 % que afirma haber tomado algún curso de actualización, hace referencia básicamente a cursos tomados en el Centro de Actualización Magisterial (CAM) y referentes a Carrera Magisterial, todos ellos realizados en 2003 y años anteriores.

4.7 CONCLUSIONES

De acuerdo con el orden de los cuestionamientos de los cuales se obtuvo la información que sustenta las páginas anteriores de cifras y tablas de frecuencias y porcentajes se concluye lo siguiente:

1.-En la Zona Escolar No. 210, Sector 29, con Sede en la Escuela Primaria “Julio Dibella Barragán”, los docentes coinciden en que el número de alumnos óptimo para lograr aprendizajes significativos debe ser menor a 30 alumnos y entre menor sea este número, se tiene un mejor rendimiento por parte del profesor. No olvidar que el número mínimo para la integración de un grupo corresponde a 15 alumnos como mínimo para las escuelas oficiales en el turno vespertino y de 25 alumnos en el turno matutino, de acuerdo con los Lineamientos de Funcionamiento de las Escuelas Primarias en el DF.

2.- Los profesores definen que el aprendizaje de las fracciones en la escuela primaria no es un proceso difícil, pero tampoco es fácil y para ellos, el grado de dificultad en la enseñanza del mismo es igual que otros, sin embargo, al cuestionarlos sobre el por qué, no existe una respuesta clara, manifiestan condicionales tales como; *depende del alumno y sus antecedentes o de sus conocimientos previos* o del tipo de estrategias que se utilicen e incluso, hay quien dice que es problemático porque no entienden todos igual.

3. En esta encuesta se manejaron afirmaciones que tienen que ver con planteamientos curriculares bien definidos, en donde los enfoques básicamente son los mismos desde 1993 y que sustentan los planes y programas de estudio en la escuela primaria, en la pregunta 13 se menciona: *en tercer año, se debe abordar la suma y resta de fracciones con medios, tercios y cuartos*. Esto sale del enfoque de la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria, y sin embargo los encuestados están de acuerdo con él, de esta respuesta podemos inferir que no conocen plenamente dichos enfoques.

4.- En las preguntas 10,11 y 12, que se refieren a la formulación de problemas, manipulación de materiales y actividades del libro de texto, el mayor porcentaje de docentes está de acuerdo o totalmente de acuerdo con estos. En los materiales didácticos que proporciona la SEP, se recuperan de manera muy específica todos estos conceptos, la contradicción se presenta cuando relacionamos estas respuestas con las de la pregunta 14, ahí los docentes dicen conocer poco o no conocer dichos materiales. La interpretación es que realmente la mayoría de ellos no conocen los materiales que supone son herramientas básicas para llevar a cabo de manera cotidiana los procesos de enseñanza aprendizaje y que además tienen como premisa fundamental el manejo de materiales concretos o como dicen los docentes que se manipulen por parte de los alumnos.

5.- Las preguntas 16 a 19 definitivamente no son excluyentes, son complementarias y forman parte de la metodología propuesta en los materiales que proporciona la SEP para la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria, por tanto se esperaría que los docentes reconocieran estos rasgos y siempre las respuestas fueran en torno a las primeras dos categorías, excepto la 19 *sólo ejercicios del libro de texto* en la que la respuesta esperada sería nunca o rara vez, sin embargo el 65.7% de los encuestados reconocen esta practica siempre, frecuentemente y algunas veces, esto constituye una contradicción muy determinante evidenciando que los docentes no conocen los documentos multimencionados, tampoco las estrategias que se proponen y mucho menos utilizan otras de manera individual, prueba de ello es que en la pregunta 20 un alto porcentaje (64.3 %) no supieron qué escribir; claramente porque no realizan ni las estrategias didácticas de fichero o las del libro de texto y mucho menos, alguna tomada de otra fuente.

6.- Si tomamos en cuenta que en esta Zona Escolar, los docentes en un 86% tienen más de 6 años de servicio, lo más lógico es que todos o casi todos debieron ya conocer de manera práctica el total de propuestas y materiales que se utilizan en la escuela primaria en todas las asignaturas, situación que no sucede, por lo tanto existen docentes que están laborando sólo en algunos

grados, pues existe un 27.1 % que no ha trabajado en el tercer año y por lo tanto no han actualizado el tema que nos ocupa.

7.- Los docentes que laboran en la Zona Escolar 210, de acuerdo con los resultados de esta encuesta, sólo a la mitad aproximadamente les interesa actualizarse, el principal argumento es que la capacitación o actualización debe realizarse en horas laborables y no en días de fin de semana o en contra turno para quienes laboran un solo turno.

Con estas conclusiones se considera que la hipótesis ha quedado probada suficientemente, por lo que la propuesta es:

La elaboración de un Curso-Taller en el se pueda recuperar la esencia del aprendizaje significativo, con el fin de crear las mejores condiciones contextuales en torno al aprendizaje y presentar estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria, sin perder de vista los currícula vigentes para este grado escolar y en particular en el tema de fracciones.

CAPÍTULO 5. PROPUESTA ALTERNATIVA PARA SOLUCIONAR LA PROBLEMÁTICA EDUCATIVA

Atendiendo a la posible solución de la problemática que ha sido descrita en este trabajo y que tiene que ver con la aplicación de estrategias didácticas eficaces, para que los alumnos de la Zona Escolar 210 del Sector Escolar 29 que cursan el tercer año de primaria, adquieran aprendizajes significativos en torno al tema de las fracciones, se propone la impartición del Curso de Actualización: *Estrategia didáctica para la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria*, tomando como base los aspectos que a continuación se establecen.

5.1 MARCO JURÍDICO

El Marco Jurídico se refiere al conjunto de Leyes, Normas, Reglamentos y ordenamientos de carácter legal y administrativos que regulan los grandes objetivos educativos de la sociedad mexicana.

En este trabajo se reconoce que el maestro ha sido, es, y deberá seguir siendo, promotor, coordinador y agente directo del proceso educativo. De esta manera el marco jurídico está comprendido en los siguientes documentos que sustentan el funcionamiento de la Secretaría de Educación Pública y por tanto tienen que ver con la presente propuesta, y son:

a). Artículo Tercero Constitucional

“Todo individuo tiene derecho a recibir educación. El Estado- Federación, Estados y Municipios impartirán educación preescolar, primaria y secundaria. La educación primaria y la secundaria son obligatorias.

La educación que imparta el Estado tenderá a desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano y fomentará en él, a la vez, el amor a la Patria y la conciencia de la solidaridad internacional, en la independencia y en la justicia.”⁴⁶

Fracción III. Para dar pleno cumplimiento a lo dispuesto en el segundo párrafo y en la fracción II, el Ejecutivo Federal determinará los planes y programas de estudio de la educación primaria, secundaria y normal para toda la República. Para tales efectos, el Ejecutivo Federal considerará la opinión de los gobiernos de las entidades federativas y de los diversos sectores sociales involucrados en la educación, en los términos que la ley señale.

b). Ley General de Educación.⁴⁷

Artículo 2º. La educación es un medio fundamental para adquirir, transmitir y acrecentar la cultura; es proceso permanente que contribuye al desarrollo del individuo y a la transformación de la sociedad, y es factor determinante para la adquisición de conocimientos y para formar al hombre de manera que tenga sentido de solidaridad social.

Artículo 7º. La educación que impartan el Estado, sus organismos descentralizados y los particulares con autorización o con reconocimiento de validez oficial de estudios tendrá, además de los fines establecidos en el segundo párrafo del artículo tercero constitucional, los siguientes:

II. Favorecer el desarrollo de facultades para adquirir conocimientos, así como la capacidad de observación, análisis y reflexión críticos;

VII. Fomentar actitudes que estimulen la investigación y la innovación científicas y tecnológicas.

Artículo 12. Corresponde de manera exclusiva a la autoridad educativa federal las atribuciones:

⁴⁶ SEP. Artículo 3º. Constitucional y Ley General de Educación. México.2002. Pág. 27

⁴⁷ Ídem. Págs. 49-60

III. Elaborar y mantener actualizados los libros de texto gratuitos, mediante procedimientos que permitan la participación de los diversos sectores sociales involucrados en la educación.

VI. Regular un sistema nacional de formación, actualización, capacitación y superación profesional para maestros de educación básica.

Artículo 20. Las autoridades educativas, en sus respectivos ámbitos de competencia, constituirán el sistema nacional de formación, actualización, capacitación y superación profesional para maestros, que tendrá las finalidades siguientes:

- I. La formación con nivel de licenciatura, de maestros de educación inicial, básica- incluyendo la de aquellos para la atención de la educación indígena- especial y de educación física;
- II. La actualización de conocimientos y superación docente de los maestros en servicio, citados en la fracción anterior;
- III. La realización de programas de especialización, maestría y doctorado, adecuados a las necesidades y recursos educativos de la entidad, y
- IV. El desarrollo de la investigación pedagógica y la difusión de la cultura educativa.

Las autoridades educativas locales podrán coordinarse para llevar a cabo actividades relativas a las finalidades previstas en este artículo, cuando la calidad de los servicios o la naturaleza de las necesidades hagan recomendables proyectos regionales.

c). Reglamento Interior de la Secretaría de Educación Pública

Artículo 45. Corresponde a la Dirección General de Extensión Educativa el ejercicio de las siguientes atribuciones:

I.- Planear, programar, organizar, dirigir, controlar y evaluar las actividades relacionadas con la actualización magisterial, la seguridad y emergencia escolares.

II.- Dirigir, organizar y coordinar, la impartición de cursos escolarizados y no escolarizados de actualización; de inducción a los puestos de profesor, director de plantel, supervisor y jefe de sector; la realización de actividades culturales para los docentes y la administración de la infraestructura y operación de servicios de los centros de maestros.

Artículo 44. Corresponde a la Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio en el DF., el ejercicio de las siguientes atribuciones:

- I. Organizar, operar, desarrollar, supervisar y evaluar los servicios de Educación Normal a cargo de la Secretaría en el DF. , con excepción de los que estén a cargo de órganos desconcentrados de la propia dependencia;
- II. Coordinar, diseñar, organizar, operar, supervisar, evaluar y validar los cursos de capacitación, actualización y superación permanente para el personal directivo y docente de educación inicial, especial, básica, indígena, física y normal del DF., que les proporcione los conocimientos acerca de la reformulación de contenidos y auxiliares didácticos.
- III. Coordinar sus actividades con las demás autoridades educativas e instituciones formadoras de maestros para la constitución y funcionamiento del Sistema Nacional de Formación, Actualización, Capacitación y Superación Profesional para Maestros, en términos de la Ley General de Educación.

d). Reglamento de las Condiciones Generales de Trabajo del Personal de la Secretaría de Educación Pública.

Capítulo IV. De los derechos y Obligaciones de los Trabajadores.

Artículo 25. Son obligaciones de los trabajadores:

- V. Desempeñar las funciones propias de su cargo con la intensidad y calidad que éste requiera.

Capítulo VII. Intensidad y Calidad del trabajo.

Artículo 38. La calidad del trabajo estará determinada por la índole de funciones o actividades que normalmente se estimen eficientes, y que deba desempeñar el trabajador de acuerdo con su nombramiento o contrato de trabajo respectivo.

e). Plan Nacional de Desarrollo 2001-2006

La educación, estrategia central para el desarrollo nacional.

El gobierno de la república considera a la educación como la primera y más alta prioridad para el desarrollo del país, prioridad que habrá de reflejarse en la asignación de recursos crecientes en ella y en un conjunto de acciones, iniciativas y programas que la hagan cualitativamente diferente y transformen el sistema educativo.

Una educación de calidad, demanda que la estructura, orientación, organización y gestión de los programas educativos, al igual que la naturaleza de sus contenidos, procesos y tecnologías, respondan a una combinación explícita y expresa de aspectos constructivos y responsables que transformen los empleos en oportunidades de crecimiento personal.

La calidad como característica del sistema educativo mexicano, se logrará con la diversidad de instituciones y programas educativos en el país que, en un ambiente de libertad y bajo reglas claras y explícitas de calidad, concurren para ofrecer perfiles curriculares, condiciones intelectuales, procesos de instrucción y ambientes humanos atractivos para los mexicanos.⁴⁸

⁴⁸ Presidencia de la República, Plan Nacional de Desarrollo 2001-2006. México. Poder Ejecutivo Federal, 2001. Págs. 48, 71.

f). Programa Nacional de Educación

Educación Básica

Una educación básica de buena calidad, no es solamente una legítima demanda social, constituye también una condición para un desarrollo nacional justo y equilibrado.

La justicia educativa y la equidad en el acceso, en el proceso y en el logro educativo son los propósitos y compromisos principales del Gobierno federal en materia de educación básica.

Los profesores enfrentan una responsabilidad de gran magnitud en el aula: la formación de los niños y niñas que reciben bajo su cuidado la oportunidad y el reto de contribuir a la construcción de su futuro.

La transformación de las prácticas educativas es un elemento indispensable para alcanzar una educación básica de calidad para todos; están determinadas entre otras cosas, por las posibilidades de acceso de los profesores a nuevos conocimientos y propuestas con sentido práctico acerca de los procesos de aprendizaje de los niños, de las formas de enseñanza de contenidos con naturaleza distinta y de métodos específicos para el trabajo en diferentes circunstancias sociales y culturales.⁴⁹

En este mismo programa, en lo que se refiere concretamente al Distrito Federal se plasma el reconocimiento de que en educación primaria el rendimiento y la permanencia de los alumnos en este nivel son poco satisfactorios en delegaciones como Iztapalapa, Cuahutemoc, **Iztacalco** y Venustiano Carranza.

Por tanto el documento plantea como una meta: Una escuela que asuma de manera colectiva, la responsabilidad por los resultados del aprendizaje de sus alumnos y que se comprometa por el mejoramiento continuo del aprovechamiento escolar. Una comunidad educativa que garantice la adquisición,

⁴⁹ SEP, Programa Nacional de Educación 2001-2006, México, 2001. Págs.: 105,106 y 117

por parte de los educandos, de las habilidades, competencias y actitudes necesarias para participar en el trabajo productivo, para ejercer una ciudadanía responsable.

g). Plan y Programas de Estudio de la Escuela Primaria

Los Planes y programas de estudios cumplen una función insustituible como medio para organizar la enseñanza y para establecer un marco común del trabajo en las escuelas de todo el país.

Uno de los propósitos centrales del plan y los programas de estudio es estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente.

En el caso particular de este trabajo y en relación a las matemáticas la orientación está en dar mayor énfasis a la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

5.2 IMPLICACIONES SOCIALES

En el primer capítulo de este trabajo, ya se habló sobre la problemática escolar, que es muy amplia y compleja, sin embargo, se espera que los diferentes actores que participan en el proceso educativo contribuyan a mejorar dicho proceso, por ello, cuando los docentes buscan, proponen, ensayan diversas formas, métodos, técnicas, estrategias, etc., para guiar el hilo conductor del aprendizaje en los educandos, seguramente los resultados obtenidos permitirán que asistan a la escuela con mayor entusiasmo, más confianza en el momento de resolver problemas cotidianos de su entorno, contribuyendo de esta manera a elevar la autoestima de los niños y reflejando una mayor seguridad en ellos mismos.

Esta actitud del docente debe contribuir al logro de los objetivos específicos de la materia de matemáticas y particularmente en el tema que nos ocupa, es decir, las fracciones en el tercer año de primaria, que son los siguientes:

- Adquirir la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes.
- Comparar fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones.
- Representar convencionalmente las fracciones (medios, cuartos y octavos).
- Plantear y resolver problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material.

5.3 OBJETIVOS DE LA PROPUESTA ALTERNATIVA

Si entendemos los objetivos como el resultado final que se pretende lograr con la participación de los docentes que laboran en la Zona Escolar 210 del Sector Escolar 29, en un determinado tiempo, que corresponderá a la duración del curso taller propuesto, se espera que los profesores de esta zona:

- Conozcan la teoría sobre el aprendizaje significativo, desde el punto de vista de Ausbel.
- Que los docentes logren contrastar la teoría con su realidad cotidiana en su grupo escolar.
- Identificar, revisar y analizar el material didáctico que actualmente la SEP proporciona para los procesos de enseñanza- aprendizaje en particular para el tema de las fracciones, en tercer año de primaria.
- A partir de una serie de estrategias proporcionadas en esta propuesta, que los docentes propongan otras situaciones didácticas que conduzcan a sus alumnos a lograr la adquisición de aprendizajes significativos sobre las fracciones.

- Qué los docentes de la Zona Escolar 210 intercambien experiencias docentes exitosas para la consecución de los objetivos específicos de la materia de matemáticas en el tema referido, incluyendo la solución de problemas, como lo establece la currícula oficial.

5.4. PLAN DE ESTUDIOS

El diseño de un plan de estudios plantea diversos problemas, el primero es definir que significa este concepto. Existen en la literatura diversas definiciones al respecto, por ejemplo las siguientes:

1.- Sistema de concepciones de los objetivos y contenidos de la enseñanza en un determinado nivel de enseñanza, institución o sistema educativo.

2. Total de experiencias de enseñanza-aprendizaje que deben ser cursados durante una carrera e involucran la especificación del conjunto de contenidos seleccionados para lograr ciertos objetivos, así como para estructurar y organizar la manera en que deben ser abordados dichos contenidos, su importancia relativa y el tiempo previsto para su aprendizaje.

3. Esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de las áreas optativas con sus respectivas asignaturas que forman parte del currículo de los establecimientos educativos.⁵⁰

Por otra parte Hilda Taba⁵¹ señala que el plan de estudios está relacionado de manera directa con el curriculum, y debe contener una declaración de finalidades y de objetivos específicos, una selección y organización del contenido, ciertas normas de enseñanza y aprendizaje, y un programa de evaluación de los resultados.

⁵⁰ Diccionario de Autores AMEI-WACE 2003. Pág. 317

⁵¹ H. Taba. Desarrollo del curriculum, teoría y práctica. Buenos Aires. Ed. Troquel, 1976. Pág. 39

En este trabajo se pretende cumplir con una serie de objetivos, por ello; se puede afirmar que el Plan de estudios es el conjunto de objetivos de aprendizaje, estructurados de tal manera que permita a los docentes, a quienes va dirigido este Curso-Taller, conocer alternativas de estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones.

Este Curso –Taller ha sido organizado en Unidades de aprendizaje con el fin específico de que los docentes que realicen dicho taller modifiquen sus conocimientos, habilidades y actitudes para realizar su práctica docente, específicamente en el tema que nos ocupa.

Se plantean tres Unidades, la primera referida al aspecto de la Teoría del Aprendizaje Significativo (Ausebel) y su relación con situaciones del aprendizaje escolar así como la acción docente.

En la Segunda Unidad se lleva a cabo una revisión y análisis de los materiales didácticos que actualmente proporciona la SEP y que se circunscriben al currículo vigente.

En la Tercera Unidad se presenta una serie de actividades y propuestas para la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria en función de los planes y programas vigentes.

5.4.1 Perfil de Ingreso

En el perfil de ingreso se deben considerar las características generales que deben reunir las personas a quienes va dirigido esta propuesta, así como la preparación profesional mínima requerida para lograr los objetivos que se plantean y que evidentemente se busca lograr de manera exitosa.

Los requisitos deseables son:

Ser docente frente a grupo en la Zona Escolar 210 o de cualquier otra en el nivel primaria del DF.

Solicitud por escrito manifestando su compromiso de asistir a todas las sesiones del Curso- taller.

Actitud de colaboración para el trabajo colectivo.

Considerando que el Curso - Taller es sobre fracciones en el tercer año de primaria y que existe rotación de grupos, no tienen que participar sólo los docentes que en este momento atienden dicho grado. Por lo tanto no habrá proceso de selección de aspirantes.

5.4.2 Perfil del Egresado

El perfil del egresado se elabora cuando ya se conocen las necesidades que se atenderán, en este caso la condición de los docentes que laboran en la zona escolar 210 del Sector 29 del nivel de primarias en el DF.

Arnaz⁵² propone la elaboración de lo que él llama perfil de egresado, dentro de la actividad general de elaborar el currículo, como una de las actividades que ayudarán a definir los objetivos curriculares.

De esta manera podemos resumir que al terminar el curso taller que se propone como alternativa de solución a la problemática identificada el egresado tendrá:

Conocimientos

Sobre los aprendizajes significativos, sus diferentes fases y los distintos tipos que la teoría de Ausubel plantea. Así como las condiciones que permiten en el ámbito escolar el logro de dichos aprendizajes.

⁵² J. A. Arnaz. Guía para la elaboración del egresado. México. Revista de educación superior. Vol. 10, número 4, octubre de 1981. Pág.40

Sobre el contenido del libro de texto, de tercer año, referente a fracciones; el fichero de actividades, libro del maestro y libros de actualización que son proporcionados por la SEP.

Sobre la teoría de fracciones en cuanto a representación simbólica, situaciones de reparto con medios, cuartos y octavos y fracciones equivalentes.

Habilidades

Para identificar los enfoques que el Currículum en la escuela primaria propone.

Para establecer metas y objetivos

Para propiciar ambientes en el aula que propicien el aprendizaje escolar.

Para generar situaciones didácticas que propicien en sus alumnos el aprendizaje de las fracciones.

Actitudes

De integración a equipos de trabajo.

De actualización para mejorar su práctica docente y generar acciones tendientes a romper la monotonía en el aula.

De lograr una identidad institucional, como parte fundamental de una organización educativa.

5.5 DISEÑO CURRICULAR

Podemos definirlo como: Proyecto que explicita las intenciones educativas (objetivos, valores, conocimiento) y las estrategias (métodos, procedimientos, evaluación, etc.) para lograrlas en un currículo.

El Curso –Taller *Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en tercer año de Primaria* está dirigido a los docentes de la Zona Escolar 210 del Sector 29 de escuelas primarias en el DF. , previamente ya se han definido los objetivos, que al término de éste, deberán alcanzar los docentes.

5.5.1 Características

Los aprendizajes significativos son el punto de partida de este curso, por tanto es fundamental conocer los diferentes tipos y fases, así como su relación con la acción docente y, a partir de estos conocimientos los docentes logren poner en práctica estrategias didácticas eficaces en donde los alumnos obtengan un aprendizaje significativo particularmente sobre el tema de las fracciones, en el tercer año de primaria.

En un segundo momento del curso se analizarán los materiales que los docentes tienen ya a su alcance y que a través de la óptica de la teoría previa, se deben recuperar dichas situaciones didácticas

En la tercera parte del curso se presentan estrategias didácticas alternativas sobre el tema de las fracciones y que representan una posible forma de abordar los distintos conceptos que sobre el tema conforman el actual programa de estudios.

Como puede advertirse, el Curso- Taller está constituido por tres Unidades, secuenciadas y relacionadas directamente con los objetivos definidos previamente en este Capítulo, con la idea que los docentes logren después del curso, diseñar o desarrollar otras situaciones didácticas en este y otros temas relacionados con la enseñanza de la matemática en la escuela primaria.

El curso podrá llevarse en las instalaciones de la escuela Primaria Julio Dibella Barragán, en donde se encuentra la sede de la Inspección de la Zona Escolar 210.

Cada Unidad tendrá una duración de 20 horas, dando un total para el Curso de 60 horas. Considerando que puede ser más viable realizarse en horario sabatino, se propone para éste, jornada de cinco horas, por tanto, cuatro sábados por unidad.

Un horario alternativo puede ser, un par de horas diarias, en el turno vespertino, con una duración de 6 semanas en total.

El Curso- Taller es de carácter presencial, teórico – práctico y para obtener la acreditación, sólo se tiene derecho, como máximo, a una falta durante las 12 sesiones, así como cumplir con lo establecido en la parte del proceso de evaluación.

Metodología

En cuanto al desarrollo del curso, se utilizarán materiales escritos previamente proporcionados a los docentes que participen, y que son descritos después del mapa curricular. Estos documentos son entre otros; copias de la teoría propuesta en el Capítulo 1, planes y programas vigentes en la escuela primaria, libro de texto de tercer año de primaria de matemáticas, fichero de matemáticas para tercer año, libro del maestro de matemáticas para tercer año y el libro de lecturas de matemáticas del *Curso de actualización magisterial* para docentes de escuelas primarias.

Los materiales auxiliares serán papel de colores, tijeras, pegamento, fichas de plástico, entre otros y algunos otros que los mismos docentes propongan para la realización de actividades relacionadas con el tema.

Con el propósito de alcanzar los objetivos generales de este curso, se buscará que los docentes- alumnos realicen:

- Una participación activa en la construcción de su proceso de aprendizaje.
- Propicien el trabajo grupal
- Logren relacionar la teoría con la práctica personal e institucional.
- Propongan la resolución de problemas relacionados con el tema.
- Sean autogestivos de la creatividad de situaciones didácticas.

Todo lo anterior se pondrá en práctica con la decisión e intervención del expositor del curso mediante el uso de estrategias de enseñanza directa y las estrategias de descubrimiento que realice el profesor alumno mediante la práctica reflexiva y de análisis.

En el desarrollo del curso se utilizarán presentaciones, preguntas insertadas, uso de pistas o claves, resumen, ilustraciones y construcción de analogías, mapas conceptuales, cuadros sinópticos, entre otras.

5.5.2 Mapa Curricular

El mapa curricular del Curso- Taller *Estrategia Didáctica para la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria* consta de tres unidades de aprendizaje, con una secuencia que parte del concepto de “aprendizaje significativo” en la Unidad I. Se realiza una revisión de materiales proporcionados por la SEP sobre el tema en la Unidad II y finalmente se presenta una alternativa de situaciones didácticas para la adquisición de los conceptos sobre fracciones que establece la currícula oficial sobre el tema de las fracciones en el tercer año de primaria.

Mapa 3. Mapa Curricular: Curso- Taller “Estrategia Didáctica para la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria” (Trabajo de campo)

UNIDAD I Aprendizaje Significativo	UNIDAD II Análisis de Material Didáctico SEP.	UNIDAD III Alternativa de Propuesta Didáctica
<p>1.1 Teoría del Aprendizaje Significativo(A.S.)</p> <p>1.2 Constructivismo y A.S.</p> <p>1.2.1 Tipos y situaciones del aprendizaje Escolar.</p> <p>1.2.2 Fases del A. S.</p> <p>1.2.3 El aprendizaje de diversos contenidos curriculares:</p> <p>1.2.3.1 A.de Contenidos declarativos.</p> <p>1.2.3.2 A. de Contenidos procedimentales.</p> <p>1.2.3.3 A. de Contenidos actitudinales.</p> <p>1.3 El A.S. y la Acción Docente.</p> <p>1.3.1 Métodos de A. S.</p> <p>1.3.2 El papel del Docente en el A.S.</p>	<p>2.1 Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica. Primaria</p> <p>2.1.1 Enfoques y contenido de Matemáticas</p> <p>2.1.2 Enfoques y contenidos de tercer año. Fracciones</p> <p>2.2 Libro para el maestro Matemáticas. Tercer grado.</p> <p>2.2.1 Recomendaciones didácticas generales.</p> <p>2.2.2 Fracciones</p> <p>2.3 Libro de texto</p> <p>2.3.1 Lecciones sobre fracciones: 3, 8, 14, 22, 38, 39, 47, 58, 60, 62, 65, 66, 82.</p> <p>2.4 Fichero. Actividades didácticas.Tercer grado</p> <p>2.4.1 Fichas sobre fracciones: 4, 8, 18, 22, 31, 42, 43, 47, 51, 52, 59.</p>	<p>3.1 Situaciones de reparto</p> <p>3.1.1 Ejemplos de ejercicios de particiones.</p> <p>3.1.2 Estrategia didáctica para la relación parte- todo</p> <p>3.2 Estrategias didácticas para la escritura de la fracción en la forma a/b.</p> <p>3.3 Fracciones equivalentes.</p> <p>3.4 Suma de fracciones (1/2, 1/4, 1/8)</p>
<p>Bibliografía:</p> <p>DÍAZ Barriga F. y Hernández G. <u>Estrategias docentes para un Aprendizaje Significativo</u>. McGrawHill, México. 1999</p> <p>GARCÍA Sequeiros M. <u>Bases para el Aprendizaje Significativo</u>. UPN, México. 1998.</p> <p>MOREIRA, M.A. <u>Teoría Del Aprendizaje Significativo de David Ausubel</u>. Univ. De Río Grande do Sau Paulo. 1993.</p>		

5.5.3 Programas Desglosados.

Unidad I: Aprendizaje Significativo

I.1 Teoría del Aprendizaje Significativo.

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por *estructura cognitiva*, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con *mentes en blanco* o que el aprendizaje de los alumnos comience de *cero*, pues no es así, sino que; los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel⁵³ resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".⁵⁴

⁵³ M. A. Moreira. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Brasil. Universidad de Río Grande do Sau Paulo, 1993. Pág. 77

⁵⁴ La descripción completa de este apartado corresponde al sustento teórico consignado en la página 44 a 59 de este trabajo.

I.2 Constructivismo y Aprendizaje Significativo

En sus orígenes el constructivismo surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano. Según Delval⁵⁵ se encuentran algunos elementos del constructivismo en el pensamiento de autores como Vico, Kant, Marx o Darwin⁵⁶. En estos autores, así como en los actuales exponentes del constructivismo en sus múltiples variantes, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos, lo que les ha permitido anticipar, explicar y controlar propositivamente la naturaleza, y construir la cultura. Destaca la convicción de que el conocimiento se construye activamente por sujetos cognoscentes, no se recibe pasivamente del ambiente.

Algunos autores se centran en el estudio del funcionamiento y el contenido de la mente de los individuos (por ejemplo, el constructivismo de Piaget), pero para otros el foco de interés se ubica en el desarrollo de dominios de origen social (como el constructivismo social de Vigostky y la escuela sociocultural o sociohistórica).⁵⁷

Ante la pregunta ¿Qué es el constructivismo? Mario Carretero⁵⁸ argumenta lo siguiente:

Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores.

⁵⁵ Juan Delval. Creecer y pensar: la construcción del conocimiento en la Escuela. España. Ed. Paidós, 1994. Pág.23

⁵⁶ Vico, Kant, Marx o Darwin. Citado por: Frida Díaz B. y G. Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México. Mc Graw Hill, 1999. Pág. 25

⁵⁷ L.S. Vygotsky. Pensamiento y lenguaje. Buenos Aires. Ed. Pléyade, 1985. Pág. 92

⁵⁸ Mario, Carretero. Constructivismo y educación. México. Ed. Progreso, 1997. Pág. 39

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con que instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir; con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea.

Dicho proceso de construcción depende de dos aspectos fundamentales:

-De los conocimientos previos o representación que se tenga de la nueva información, o de la actividad o tarea a resolver.

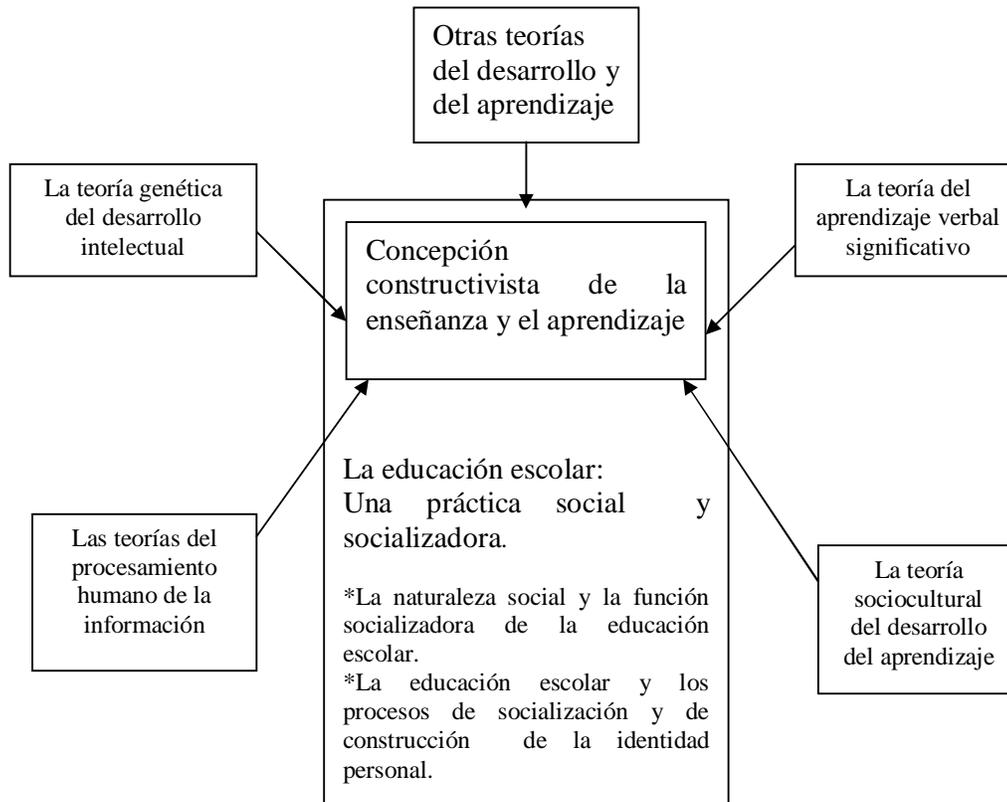
- De la actividad externa o interna que el aprendiz realice al respecto.

- La revalorización del papel del docente, no sólo en sus funciones de transmisor del conocimiento, guía o facilitador del aprendizaje, sino como mediador del mismo, enfatizando el papel de la ayuda pedagógica que presta reguladamente al alumno.

César Coll⁵⁹ afirma que la postura constructivista en la educación se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas: el enfoque psicogenético piagetano, la teoría de los esquemas cognitivos, la teoría ausubeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo, la psicología sociocultural vigostkiana, así como otras teorías instruccionales, entre otras. A pesar de que los autores de éstas se sitúan en encuadres teóricos distintos, comparten el principio de la importancia de la actividad constructiva del alumno en la realización de los aprendizajes escolares, (ver el siguiente diagrama).

⁵⁹César Coll. Citado por: Frida Díaz B. y G. Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México. McGraw Hill, 1999. Pág. 28

Cuadro2. ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA EN EDUCACIÓN ⁶⁰



En el campo de la educación, suele compararse al constructivismo con la psicología genética de Jean Piaget, a la que se identifica como la *teoría emblemática* constructivista. Sin embargo, hay que reconocer que el trabajo de la escuela ginebrina es principalmente una teoría epistemológica, no educativa, cuyo foco de atención es dar respuesta a la siguiente pregunta planteada por el propio Piaget: ¿Cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a otro de mayor conocimiento?

Se ha dicho justamente que esta teoría constituye una síntesis original y no sólo una versión ecléctica de la polémica empirismo-innatismo, puesto que Piaget desarrolló un modelo explicativo y metodológico sui generis para explicar la génesis y evolución de las formas de organización del conocimiento situándose sobre todo en el interior del sujeto epistémico. No puede soslayarse el impacto del

⁶⁰ César Coll. Enfoques constructivistas en educación. Barcelona. Ed. Grao, 1996. Pág. 168

pensamiento piagetano en la educación, en sus finalidades en el rescate del alumno como aprendiz activo y autónomo, en la concepción del papel antiautoritario del profesor, en las metodologías didácticas por descubrimiento y participativas, en la selección y organización del contenido curricular tomando en cuenta las capacidades cognitivas de los alumnos.

En la siguiente página se presenta un cuadro en el que se comparan tres de los principales enfoques (la psicología genética de Jean Piaget; las teorías cognitivas, en especial de David Ausubel del aprendizaje significativo, y la corriente sociocultural de Lev Vigotsky) con la intención de lograr una comparación esquemática.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica mediante la participación del alumno en actividades intencionadas, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste una actividad mental constructivista. Así, la construcción del conocimiento escolar puede analizarse desde dos vertientes:

- a) Los procesos psicológicos implicados en el aprendizaje.
- b) Los mecanismos de influencia educativa susceptibles de promover, guiar y orientar dicho aprendizaje.

Tabla 6. *Postulados centrales de los enfoques constructivistas*⁶¹

<i>Enfoque</i>	<i>Concepciones y principios con implicaciones educativas</i>	<i>Metáforas educativas</i>
Psicogenético	<ul style="list-style-type: none"> -Énfasis en la autoestructuración. -Competencia cognitiva determinada por el nivel de desarrollo intelectual. -Modelo de equilibración: generación de conflictos cognitivos y reestructuración conceptual. -Aprendizaje operatorio: sólo aprenden los sujetos en transición mediante abstracción reflexiva. -Cualquier aprendizaje depende del nivel cognitivo inicial del sujeto. -Énfasis en el currículo de investigación por ciclos de enseñanza y en el aprendizaje por descubrimiento. 	<p><i>Alumno:</i> Constructor de esquemas y estructuras operatorios.</p> <p><i>Profesor:</i> Facilitador del aprendizaje y desarrollo.</p> <p><i>Enseñanza:</i> Indirecta, por descubrimiento</p> <p><i>Aprendizaje:</i> Determinado por el desarrollo.</p>
Cognitivo	<ul style="list-style-type: none"> -Teoría Ausubeliana del aprendizaje verbal significativo. -Modelos de procesamiento de la información y aprendizaje estratégico. -Representación del conocimiento: esquemas cognitivos o teorías implícitas y modelos mentales episódicos. -Enfoque expertos-novatos. -Teorías de la atribución y de la motivación por aprender. -Énfasis en el desarrollo de habilidades del pensamiento, aprendizaje significativo y solución de problemas. 	<p><i>Alumno:</i> Procesador activo de la Información.</p> <p><i>Profesor:</i> Organizador de la información teniendo puentes cognitivos, promotor de habilidades del pensamiento y aprendizaje.</p> <p><i>Enseñanza:</i> Inducción de conocimientos esquemáticos</p> <p>Significativo y de estrategias o habilidades cognitivas: el cómo del aprendizaje.</p> <p><i>Aprendizaje:</i> Determinado por conocimientos y experiencias previas.</p>
Socio-cultural	<ul style="list-style-type: none"> -Aprendizaje situado o en contexto dentro de comunidades de práctica. -Aprendizaje de mediadores instrumentales de origen social -Creación de Zonas de desarrollo próximo. -Origen social de los procesos psicológicos superiores. Andamiaje y ajuste de la ayuda pedagógica. -Énfasis en el aprendizaje guiado y cooperativo; enseñanza recíproca. -Evaluación dinámica y en contexto 	<p><i>Alumno:</i> Efectúa apropiación o reconstrucción de saberes culturales.</p> <p><i>Profesor:</i> Labor de mediación por Ajuste de la ayuda pedagógica.</p> <p><i>Enseñanza:</i> Transmisión de funciones psicológicas y saberes Culturales mediante interacción en ZDP.</p> <p><i>Aprendizaje:</i> Interiorización y apropiación de representaciones y procesos</p>

⁶¹ Frida Díaz Barriga. *Concepciones y principios constructivistas*. México. Ed. McGraw Hill, 1998. Pág. 143

Diversos autores han postulado que es mediante la realización de aprendizajes significativos que el alumno construye significados que enriquecen su conocimiento del mundo físico y social, potenciando así su crecimiento personal. De esta manera, los tres aspectos clave que debe favorecer el proceso instruccional serán el logro del aprendizaje significativo, la memorización comprensiva de los contenidos escolares y la funcionalidad de lo aprendido.

En el enfoque constructivista, tratando de conjuntar el cómo y el qué de la enseñanza, la idea central se resume en la siguiente frase: *Enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados.*

Se puede afirmar que la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1º. El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien construye (o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre e inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.

2º. La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento que se enseña en las instituciones escolares es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los alumnos y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.

3º. La función del docente es engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Podemos decir que la construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. Así, aprender un contenido quiere decir que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental por medio de imágenes o proposiciones verbales, o bien elabora una especie de teoría o modelo mental como marco explicativo de dicho conocimiento.

Construir significados nuevos implica un cambio en los esquemas de conocimiento que se poseen previamente, esto se logra introduciendo nuevos elementos o estableciendo nuevas relaciones entre dichos elementos. Así, el alumno podrá ampliar o ajustar dichos esquemas o reestructurarlos a profundidad como resultado de su participación en un proceso instruccional. En todo caso, la idea de construcción de significados nos refiere a la teoría del aprendizaje significativo.

El aprendizaje significativo en situaciones escolares

David Ausubel es un psicólogo educativo que a partir de la década de los sesenta, dejó sentir su influencia por medio de una serie de importantes elaboraciones teóricas y estudios acerca de cómo se realiza la actividad intelectual en el ámbito escolar. Su obra y la de algunos de sus más destacados seguidores (Ausubel, 1976; Ausubel, Novak y Hanesian, 1983; Novak y Gowin, 1988), han guiado hasta el presente no sólo múltiples experiencias de diseño e intervención educativa, sino que en gran medida han marcado los derroteros de la psicología de la educación, en especial del movimiento cognoscivista. Seguramente son pocos los docentes que no han encontrado en sus programas de estudio, experiencias de capacitación o lecturas didácticas la noción de aprendizaje significativo.

Ausubel, como otros teóricos cognoscivistas, postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos, y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva. Podríamos clasificar su postura

como constructivista (el aprendizaje no es una simple asimilación pasiva de información literal, el sujeto la transforma y estructura) e interaccionista (los materiales de estudio y la información se interrelacionan e interactúan con los esquemas de conocimiento previo y las características personales del aprendiz).

Ausubel⁶² concibe al alumno como un procesador activo de la información, y dice que el aprendizaje es sistemático y organizado, pues es un fenómeno complejo que no se reduce a simples asociaciones memorísticas. Aunque esta concepción señala la importancia que tiene el aprendizaje por descubrimiento (dado que el alumno reiteradamente descubre nuevos hechos, forma conceptos, infiere relaciones, genera productos originales, etcétera), considera que no es factible que todo el aprendizaje significativo que ocurre en el aula deba ser por descubrimiento. Antes bien, este autor propugna por el aprendizaje verbal significativo, que permite el dominio de los contenidos curriculares que se imparten en las escuelas, principalmente a nivel medio y superior.

I.2.1 Tipos y situaciones del aprendizaje escolar

Hay que diferenciar los tipos de aprendizaje que pueden ocurrir en el salón de clases. Se diferencian en primer lugar dos dimensiones posibles del mismo:

1. La que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento.
2. La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de conocimientos o estructura cognitiva del aprendiz.

Dentro de la primera dimensión encontramos a su vez, dos tipos de aprendizaje posibles: por recepción y por descubrimiento: y en la segunda dimensión encontramos dos modalidades: por repetición y significativo. La interacción de estas dos dimensiones se traduce en las denominadas situaciones del

⁶² Ausubel. Citado por: Frida Díaz B. y G. Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México. McGraw Hill, 1999. Pág. 35

aprendizaje escolar: aprendizaje por recepción repetitiva, por descubrimiento repetitivo, por recepción significativa, o por descubrimiento significativo.

Situaciones del aprendizaje escolar

Recepción repetitiva

Recepción significativa

Descubrimiento repetitivo

Descubrimiento significativo.

No obstante, estas situaciones no deben pensarse como compartimientos estancos, sino como un continuo de posibilidades, donde se entretajan la acción docente y los planteamientos de enseñanza (primera dimensión: cómo se provee al alumno de los contenidos escolares) y la actividad cognoscente y afectiva del aprendiz (segunda dimensión: cómo elabora o reconstruye la información).

En las instituciones escolares casi siempre la enseñanza en el salón de clases está organizada principalmente con base en el aprendizaje por recepción, por medio del cual se adquieren los grandes volúmenes de material de estudio que comúnmente se le presentan al alumno. Esto no significa necesariamente que recepción y descubrimiento sean excluyentes o completamente antagónicos; pueden coincidir en el sentido de que el conocimiento adquirido por recepción puede emplearse después para resolver problemas de la vida diaria que implican descubrimiento, y porque a veces lo aprendido por descubrimiento conduce al redescubrimiento planeado de proposiciones y conceptos conocidos.

En el siguiente cuadro sintetiza las ideas de Ausubel acerca de las situaciones mencionadas:

Tabla 7. *Situaciones del aprendizaje.*⁶³

A. Primera dimensión: modo en que se adquiere la información	
Recepción	Descubrimiento
<ul style="list-style-type: none"> - El contenido se presenta en su forma final - El alumno debe internalizarlo en su estructura cognitiva - No es sinónimo de memorización - Propio de etapas avanzadas del desarrollo cognitivo en la forma de aprendizaje verbal hipotético sin referentes concretos (pensamiento formal) - Útil en campos establecidos del conocimiento - Ejemplo: se pide al alumno que estudie el fenómeno de la difracción en su libro de texto de física. 	<ul style="list-style-type: none"> - El contenido principal a ser aprendido no se da, el alumno tiene que descubrirlo - Propio de la formación de conceptos y solución de problemas - Puede ser significativo o repetitivo - Propio de las etapas iniciales del desarrollo cognitivo en el aprendizaje de conceptos y preposiciones - Útil en campos del conocimiento donde no hay respuestas unívocas - Ejemplo: el alumno, a partir de una serie de actividades experimentales (reales y concretas) induce los principios que subyacen al fenómeno de la combustión.
B. Segunda dimensión: forma en que el conocimiento se incorpora en la estructura cognitiva del aprendiz	
Significativo	Repetitivo
<ul style="list-style-type: none"> - La información nueva se relaciona con la ya existente en la estructura cognitiva de forma sustantiva, no arbitraria ni al pie de la letra - El alumno debe tener una disposición o actitud favorable para extraer el significado - El alumno posee los conocimientos previos o conceptos de anclaje pertinentes - Se puede construir un entramado o red conceptual <p>Condiciones: Material: significado lógico Alumno: significación psicológica</p> <p>Puede promoverse mediante estrategias apropiadas (por ejemplo, los organizadores anticipados y los mapas conceptuales)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Consta de asociaciones arbitrarias al pie de la letra - El alumno manifiesta una actitud de memorizar la información. - El alumno no tiene conocimientos previos pertinentes o no los encuentra - Se puede construir una plataforma o base de conocimientos factuales - Se establece una relación arbitraria con la estructura cognitiva. - Ejemplo: aprendizaje mecánico de símbolos, convenciones, algoritmos.

Ausubel consideraba que el aprendizaje por recepción, en sus formas más complejas y verbales, surge en etapas avanzadas del desarrollo intelectual del sujeto y se constituye en un indicador de madurez cognitiva. Decía que en la primera infancia y en la edad preescolar, la adquisición de conceptos y

⁶³ Frida Díaz Barriga. *Concepciones y principios constructivistas*. México. Ed. McGraw Hill, 1998. Pág.47

proposiciones se realiza prioritariamente por descubrimiento, gracias a un procesamiento inductivo de la experiencia empírica y concreta.

En todo caso, es evidente que el aprendizaje significativo es más importante y deseable que el repetitivo en lo que se refiere a situaciones académicas, ya que el primero posibilita la adquisición de grandes cuerpos de conocimientos integrados, coherentes, estables, que tienen sentido para los alumnos.

En síntesis, el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creatividad de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes.

De aquí que es importante tener siempre presente que la estructura cognitiva del alumno tiene una serie de antecedentes y conocimientos previos, un vocabulario y un marco de referencia personal, lo cuál es además un reflejo de su madurez intelectual. Este conocimiento resulta crucial para el docente, pues a partir de éste debe planearse la enseñanza.

El aprendizaje significativo implica un procesamiento muy activo de la información por aprender. Así, por ejemplo, cuando se aprende significativamente a partir de la información contenida en un texto académico, se hace por lo menos lo siguiente:

- 1.- Se realiza un juicio de pertinencia para decidir cuáles de las ideas que ya existen en la estructura cognitiva del aprendiz son las más relacionadas con las nuevas ideas o contenidos por aprender.
- 2.- Se determinan las discrepancias, contradicciones y similitudes entre las ideas nuevas y las previas.
- 3.- Con base en el procesamiento anterior, la información nueva vuelve a reformularse para poderse asimilar en la estructura cognitiva del sujeto.
- 4.- Si una *reconciliación* entre ideas nuevas y previas no es posible, el aprendiz realiza un proceso de análisis y síntesis con la información, reorganizando sus conocimientos bajo principios explicativos más inclusivos y amplios.

Acerca de las condiciones que permiten el logro del aprendizaje significativo

Para que realmente sea significativo el aprendizaje, éste debe reunir varias condiciones: la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la disposición (motivación y actitud) de éste por aprender, así como de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje.

Cuando se habla de que haya relacionabilidad no arbitraria, se quiere decir que si el material o contenido de aprendizaje en sí no es azaroso ni arbitrario, y tiene la suficiente intencionalidad, habrá una manera de relacionarlo con las clases de ideas pertinentes que los seres humanos son capaces de aprender. Respecto al criterio de la relacionabilidad sustancial (no al pie de la letra), significa que si el material no es arbitrario, un mismo concepto o proposición puede expresarse de manera sinónima y seguir transmitiendo exactamente el mismo significado. Hay que aclarar que ninguna tarea de aprendizaje se realiza en el vacío cognitivo; aun tratándose de aprendizaje repetitivo o memorístico, puede relacionarse con la estructura cognitiva, aunque sea arbitrariamente y sin adquisición de significado.

Durante el aprendizaje significativo el alumno relaciona de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas y familiares que ya posee en su estructura de conocimientos o cognitiva.

El significado es potencial lógico cuando nos referimos al significado inherente que posee el material simbólico debido a su propia naturaleza, y sólo podrá convertirse en significado real o psicológico cuando el significado potencial se haya convertido en un contenido nuevo, diferenciado e idiosincrásico dentro de un sujeto particular.

Lo anterior resalta la importancia que tiene el alumno posea ideas previas pertinentes como antecedente necesario para aprender, ya que sin ellas, aún cuando el material de aprendizaje esté *bien elaborado*, poco será lo que el aprendiz logre.

Es decir, puede haber aprendizaje significativo de un material potencialmente significativo, pero también puede darse la situación de que el alumno aprenda por repetición debido a que no esté motivado o dispuesto a hacerlo de otra forma, o porque su nivel de madurez cognitiva no le permita la comprensión de contenidos de cierto nivel de complejidad. En este sentido resaltan dos aspectos:

- a) La necesidad que tiene el docente de comprender los procesos motivacionales y afectivos subyacentes al aprendizaje de sus alumnos, así como de disponer de algunos principios y estrategias efectivos de aplicación en clase.
- b) La importancia que tiene el conocimiento de los procesos de desarrollo intelectual y de las capacidades cognitivas en las diversas etapas del ciclo vital de los alumnos.

Por otro lado, es imposible concebir que el alumno satisfaga tales condiciones si el docente, a su vez, no satisface condiciones similares: estar dispuesto, capacitado y motivado para enseñar significativamente, así como tener los conocimientos y experiencias previas pertinentes tanto como especialista en su materia como en su calidad de enseñante.

Tabla 8. Dimensiones del aprendizaje con algunas actividades humanas.⁶⁴

Aprendizaje Significativo	Clasificación de relaciones entre conceptos	Instrucción audiotutorial bien diseñada	Investigación científica, música o arquitectura innovadoras
	Conferencias o la mayoría de las presentaciones en libros de texto	Trabajo en el Laboratorio escolar	Mayoría de la Investigación o la producción Intelectual rutinaria
Aprendizaje Memorístico	Tablas de multiplicar	Aplicación de formulas para resolver problemas	Soluciones de Acertijos por ensayo y error.
	Aprendizaje Receptivo	Aprendizaje por descubrimiento guiado	Aprendizaje por descubrimiento autónomo

Resulta evidente que son múltiples y complejas las variables relevantes del proceso de aprendizaje significativo, y que todas ellas deben tomarse en cuenta en la fase de planeación como en la impartición de los contenidos curriculares, sin descuidar los episodios de evaluación y asesoramiento de los alumnos.

Asimismo, el docente no debe olvidar que aunque enfrenta situaciones determinadas por el contexto escolar o por la historia previa de sus estudiantes, su campo de acción son todos aquellos aprendizajes sociales y académicos que puede promover en sus alumnos. Si bien por una parte está el alumno con su estructura cognitiva particular, con su propia idiosincrasia y capacidad intelectual, con una serie de conocimientos previos (algunas veces limitados y confusos), y

⁶⁴ Frida Díaz B. y G. Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México. McGraw Hill, 1999. Pág. 42

con una motivación y actitud para el aprendizaje propiciada por sus experiencias pasadas en la escuela y por las condiciones actuales imperantes en el aula, el docente llega a influir favorablemente en todas ellas.

Por otra parte están los contenidos y materiales de enseñanza, y si éstos no tienen un significado lógico potencial para el alumno se propiciará un aprendizaje rutinario y carente de significado. Aquí nuevamente el profesor puede potenciar dichos materiales de aprendizaje al igual que las experiencias de trabajo en el aula y fuera de ella, para acercar a los alumnos a aprendizajes más significativos.

Tabla 9. *Condiciones para el logro del aprendizaje significativo*⁶⁵.

Respecto al:	
a) Material	<ul style="list-style-type: none">- Relacionabilidad no arbitrarios- Relacionabilidad sustancial- Estructura y organización. (Significado lógico)
b) Alumno	<ul style="list-style-type: none">- Disposición o actitud- Naturaleza de su estructura cognitiva.- Conocimientos y experiencias previas (Significado psicológico)

En este punto es importante resaltar el concepto ausbeliano de aprendizaje significativo que propone Coll⁶⁶. Este autor argumenta que la construcción de significados involucra al alumno en su totalidad, y no sólo implica su capacidad para establecer relaciones sustantivas entre sus conocimientos previos y el nuevo material de aprendizaje. De esta manera, una interpretación constructivista del concepto de aprendizaje significativo obliga a ir más allá de los procesos

⁶⁵ Ibidem. Pág. 43

⁶⁶ Cesar Coll. Citado por: Ídem.

cognitivos del alumno, para introducirse en el tema del sentido en el aprendizaje escolar:

El término sentido se utiliza con el fin de subrayar el carácter experimental que, en buena lógica constructivista, impregna el aprendizaje escolar. La percepción que tiene el alumno de una actividad concreta y particular de aprendizaje no coincide necesariamente con la que tiene el profesor; los objetivos del profesor y del alumno, sus intenciones y sus motivaciones al proponerla y participar en ella, son a menudo diferentes. Hay pues, todo un conjunto de factores, que podríamos calificar como motivacionales, relacionales e incluso afectivos, que desempeñan un papel de primer orden en la movilización de los conocimientos, previos del alumno y sin cuya consideración es imposible entender los significados que el alumno construye a propósito de los contenidos que se enseñan en la escuela.

Por otra parte el aprendizaje significativo ocurre en un continuo. Partiendo de esta idea, Shuell (1990) postula que el aprendizaje significativo ocurre en una serie de fases, que dan cuenta de una complejidad y profundidad progresiva. Según Shuell varias de las aportaciones sobre el aprendizaje realizadas desde diferentes líneas cognitivas (por ejemplo, la teoría de los esquemas, el enfoque experto-novato, los modelos de la flexibilidad cognitiva de Spiro, etc.) coinciden en entender al aprendizaje significativo, donde integra aportaciones de las líneas mencionadas.

1.2.2 Fases del aprendizaje significativo

1. FASE INICIAL DE APRENDIZAJE

- El aprendiz percibe la información como constituida por piezas o partes aisladas sin conexión conceptual.

- El aprendiz tiende a memorizar o interpretar en la medida de lo posible estas piezas; y para ello usa su conocimiento esquemático.

- El procesamiento de la información es global y éste se basa en: un conocimiento sobre el dominio a aprender, estrategias generales independientes del dominio, uso de conocimientos de otro dominio para interpretar la información (para comparar y usar analogías).
- La información aprendida es concreta (más que abstracta) y vinculada al contexto específico.
- Uso predominante de estrategias de repaso para aprender la información.
- Gradualmente el aprendiz va construyendo un panorama global del dominio o del material que va a aprender, para lo cual usa su conocimiento esquemático, establece analogías (con otros dominios que conoce mejor) para representarse ese nuevo dominio, construye suposiciones basadas en experiencias previas, etcétera.

2. FASE INTERMEDIA DE APRENDIZAJE

- El aprendiz empieza a encontrar relaciones y similitudes entre las partes aisladas y llega a configurar esquemas y mapas cognitivos acerca del material y el dominio de aprendizaje en forma progresiva. Sin embargo, estos esquemas no permiten aún que el aprendiz se conduzca en forma automática o autónoma.
- Se va realizando de manera paulatina un procesamiento más profundo del material. El conocimiento aprendido se vuelve aplicable a otros contextos.
- Hay más oportunidad para reflexionar sobre la situación, material y dominio.
- El conocimiento llega a ser más abstracto, es decir, menos dependiente del contexto donde originalmente fue adquirido.

- Es posible el empleo de estrategias elaborativas u organizativas tales como: mapas conceptuales, redes semánticas (para realizar conductas metacognitivas), así como para usar la información en la solución de tareas- problema, donde se requiere la información a aprender.

3. FASE TERMINAL DEL APRENDIZAJE.

- Los conocimientos que comenzaron a ser elaborados en esquemas o mapas cognitivos en la fase anterior, llegan a estar más integrados y a funcionar con mayor autonomía.
- Como consecuencia de ello, las ejecuciones comienzan a ser más automáticas y a exigir un menor control consciente.
- Igualmente las ejecuciones del sujeto se basan en estrategias específicas del dominio para la realización de tareas, tales como solución de problemas, respuestas a preguntas, etcétera.
- Existe mayor énfasis en esta fase sobre la ejecución que en el aprendizaje, dado que los cambios en la ejecución que ocurren se deben a variaciones provocadas por la tarea, más que a arreglos o ajustes internos.
- El aprendizaje que ocurre durante esta fase probablemente consiste en a) la acumulación de información a los esquemas preexistentes y b) aparición progresiva de interrelaciones de alto nivel en los esquemas.

En realidad el aprendizaje debe verse como un continuo, donde la transición entre las fases es gradual más que inmediata; de hecho, en determinados momentos durante una tarea de aprendizaje, podrán ocurrir sobreposicionamientos entre ellas.

Con frecuencia los docentes se preguntan de qué depende el olvido y la recuperación de la información aprendida: ¿Por qué olvidan los alumnos tan pronto lo que han estudiado? ¿De qué depende que puedan recuperar la información estudiada?

En el marco de la investigación cognitiva referida a la construcción de esquemas de conocimiento, se ha encontrado lo siguiente:

- La información desconocida y poco relacionada con conocimientos que ya se poseen o demasiado abstracta, es más vulnerable al olvido que la información familiar, vinculada a conocimientos previos o aplicables a situaciones de la vida cotidiana.

- La incapacidad para recordar contenidos académicos previamente aprendidos o para aplicarlos se relaciona a cuestiones como:

Es información aprendida mucho tiempo atrás.

Es formación poco empleada o poco útil.

Es información aprendida de manera inconexa.

Es información aprendida repetitivamente.

Es información discordante con el nivel de desarrollo intelectual y con las habilidades que posee el sujeto.

Es información que posee el sujeto, pero que no la entiende ni puede explicarla.

El alumno no hace el esfuerzo cognitivo necesario para recuperarla o comprenderla.

A partir de lo expuesto es posible sugerir al docente una serie de principios de instrucción que se desprenden de la teoría del aprendizaje verbal significativo:

1. El aprendizaje se facilita cuando los contenidos son presentados al alumno organizados de manera conveniente y siguen una secuencia lógica y psicológica apropiada.

2. Es conveniente delimitar intencionalidades y contenidos de aprendizaje en una progresión continúa que respete niveles de inclusividad, abstracción y generalidad. Esto implica determinar las relaciones de supraordenación-subordinación, antecedente- consecuente que guardan los núcleos de información.
3. Los contenidos escolares deben presentarse en forma de sistemas conceptuales (esquemas de conocimiento) organizados, interrelacionados y jerarquizados, y no como datos aislados y sin orden.
4. La activación de los conocimientos y experiencias previos que posee el aprendiz en su estructura cognitiva, facilitará los procesos de aprendizaje significativo de nuevos materiales de estudio.
5. El establecimiento de *puentes cognitivos* (conceptos e ideas generales que permiten enlazar la estructura cognitiva con el material por aprender) pueden orientar al alumno a detectar las ideas fundamentales, a organizarlas e integrarlas significativamente.
6. Los contenidos aprendidos significativamente (por recepción o por descubrimiento) serán más estables, menos vulnerables al olvido y permitirán la transferencia de lo aprendido, sobre todo si se trata de conceptos generales e integradores.
7. Puesto que el alumno en su proceso de aprendizaje, y mediante ciertos mecanismos autorregulatorios, puede llegar a controlar eficazmente el ritmo, secuencia y profundidad de sus conductas y procesos de estudio, una de las tareas principales del docente es estimular la motivación y participación activa del sujeto y aumentar la significatividad potencial de los materiales académicos.

De acuerdo con los postulados ausbelianos, la secuencia de organización de los contenidos curriculares consiste en diferenciar de manera progresiva dichos contenidos, yendo de lo más general e inclusivo a lo más detallado y específico (conceptos supraordinados -conceptos subordinados, información simple-información compleja), estableciendo al mismo tiempo relaciones entre contenidos del mismo nivel (conceptos coordinados) para facilitar la reconciliación integradora.

Aunque resulta evidente que los alumnos no conocen la teoría del aprendizaje significativo y ciertamente no han leído a David Ausubel, ni a los autores revisados, algunos estudios muestran que los alumnos esperan que sus profesores enseñen significativamente, desearían que acercaran el conocimiento escolar al mundo real y a sus intereses, o que los apoyaran para extraer el significado de lo que aprenden.

Tendría lugar incluso preguntarnos si como docentes en algún momento hemos explorado las opiniones o sugerencias de nuestros estudiantes al respecto, si damos espacios para que ellos planteen sus propias opciones de trabajo escolar

Por otra parte, Ausubel⁶⁷ insistía en la necesidad de utilizar materiales introductorias de mayor nivel de abstracción, generalidad e inclusividad, con el propósito de lograr el aprendizaje significativo; aunque también es posible (y a veces resulta más fácil y eficaz) activar los conocimientos previos mediante otro tipo de estrategias de instrucción, como sumarios, mapas conceptuales, etcétera.

No siempre es posible acceder a un tipo de conocimiento previo que facilite realmente el aprendizaje. Se ha demostrado fehacientemente que en muchas ocasiones el conocimiento previo de los estudiantes no sólo es pertinente sino que es un obstáculo para aprender.

Por último, no todas las situaciones de aprendizaje pueden(o deben) plantearse como fin exclusivo el aprendizaje verbal significativo, puesto que la memorización comprensiva o el aprendizaje por descubrimiento guiado o autónomo también requieren un espacio curricular. Nuevamente aquí debe apelarse al criterio y experiencia de docentes y planificadores curriculares al momento ubicar que tipo de situaciones de aprendizaje pueden ser las más viables y apropiadas en un contexto y situación particular.

⁶⁷ Ausubel. Citado por: Ibidem. Pág. 49

I.2.3 El aprendizaje de diversos contenidos curriculares

El aprendizaje escolar no puede restringirse de ninguna manera a la adquisición de *base de datos*, por ello en esta parte se revisa brevemente la posibilidad de fomentar aprendizajes significativos considerando diversos contenidos curriculares. Agrupándoles en tres áreas básicas: conocimiento declarativo, procedimental y actitudinal.

I.2.3.1 El aprendizaje de contenidos declarativos

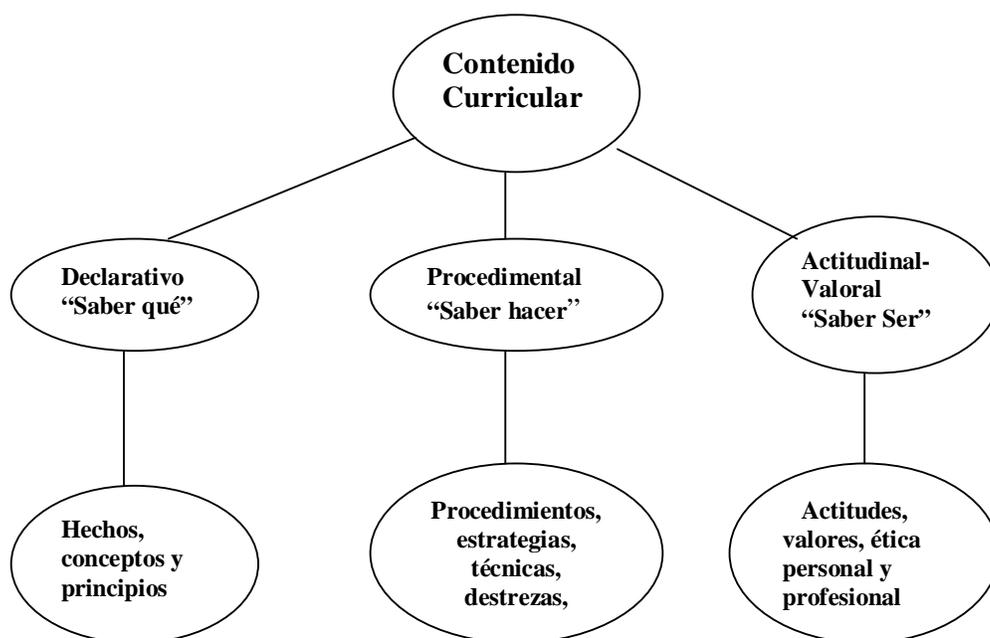
El saber qué o conocimiento declarativo ha sido una de las áreas de contenido más privilegiadas dentro de los currículos escolares de todos los niveles educativos. Sin lugar a dudas, este tipo de saber es imprescindible en todas las asignaturas o cuerpos de conocimiento disciplinar, porque constituye el entramado fundamental sobre el que éstas se estructuran.

Como una primera aproximación, podemos definir el saber qué como aquella competencia referida al conocimiento de datos, hechos, conceptos y principios. Algunos han preferido denominarlo conocimiento declarativo, porque es un saber que se dice que se declara o se conforma por medio del lenguaje.

Dentro del conocimiento declarativo puede hacerse una importante distinción taxonómica con claras consecuencias pedagógicas: el conocimiento factual y el conocimiento conceptual.

El conocimiento factual es el que se refiere a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los alumnos deben aprender en forma *literal* o *al pie de la letra*. El conocimiento conceptual es más complejo que el factual. Se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial o identificando las características definitorias y las reglas que los componen.

Podemos decir que los mecanismos que ocurren para los casos del aprendizaje de hechos y el aprendizaje de conceptos, son cualitativamente diferentes. El aprendizaje factual se logra por una asimilación literal sin comprensión de la información, bajo una lógica reproductiva o memorística y donde poco importan los conocimientos previos de los alumnos relativos a información a aprender; mientras que en el caso del aprendizaje conceptual ocurre una asimilación sobre el significado de la información nueva, se comprende lo que se está aprendiendo, para lo cual es imprescindible el uso de los conocimientos previos pertinentes que posee el alumno.



Cuadro3. Los contenidos curriculares⁶⁸

A causa de que los mecanismos de adquisición del conocimiento factual y del conceptual son diferentes entre sí, las actividades de instrucción que el maestro debe realizar tienen que ser igualmente diferenciadas.

⁶⁸ Ibidem. Pág 52

Tabla 10. *Aprendizaje factual y conceptual*⁶⁹

	Aprendizaje de hechos o factual	Aprendizaje de Conceptos
Consiste en	Memorización literal	Asimilación y relación Con los conocimientos Previos
Forma de adquisición	Todo o nada	Progresiva
Tipo de almacenaje	Listas, datos aislados	Redes conceptuales
Actividad básica realizada por el alumno	Repetición o repaso	Búsqueda del significado (elaboración y construcción personal)

Por desgracia las condiciones habituales en que ocurre el aprendizaje factual en nuestras instituciones educativas se vinculan tanto a materiales de aprendizaje que poseen un escaso nivel organización o significatividad lógica como con la existencia de una disposición motivacional o cognitiva orientada hacia el aprendizaje repetitivo. Hay que destacar que las prácticas de evaluación del aprendizaje frecuentemente predeterminan esta situación: el alumno sabe que el examen que le van a aplicar consiste en preguntas que miden memoria de hechos o reproducción literal de la información y, en consecuencia, sus conductas de estudio se orientan a la memorización sin significado.

No obstante, cuando el profesor quiera promover aprendizajes de contenidos declarativos (que en todo caso es muy necesario, pues en toda disciplina existe un núcleo básico de información que el alumno debe dominar), es posible crear condiciones para que el alumno practique el recuerdo literal y memorice los datos o hechos a través del repaso, la relectura u otras actividades parecidas, tratando de fomentar una memorización significativa y vinculando la información factual entre sí y con otro tipo de contenidos.

Para promover el aprendizaje conceptual es necesario que los materiales de aprendizaje se organicen y estructuren correctamente, lo cual les provee de una

⁶⁹ Ibidem. Pág 53

riqueza conceptual que pueda ser explotada por los alumnos. También es necesario hacer uso de los conocimientos previos de los alumnos y hacer que éstos se impliquen cognitiva, motivacional y efectivamente en el aprendizaje.

El profesor debe planear actividades donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento.

1.2.3.2 El aprendizaje de contenidos procedimentales.

El saber hacer o saber procedimental es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas, métodos. Podríamos decir que a diferencia del saber qué, que es de tipo declarativo y teórico, el saber procedimental es de tipo práctico, porque está basado en la realización de varias acciones u operaciones.

Los procedimientos (nombre que usaremos como genérico de los distintos tipos de habilidades y destrezas mencionadas, aunque hay que reconocer sus eventuales diferencias) pueden ser definidos como un conjunto de acciones ordenadas y dirigidas hacia la consecución de una meta determinada⁷⁰. En tal sentido, algunos ejemplos de procedimientos pueden ser: elaboración de resúmenes, ensayos o gráficas estadísticas, el uso de algoritmos u operaciones matemáticas, la elaboración de mapas conceptuales, el uso correcto de algún instrumento como un microscopio, un telescopio o un procesador de textos.

Tomando como referente a Valls⁷¹, durante el aprendizaje de procedimientos es importante clarificarle al aprendiz:

- la meta a seguir,
- la secuencia de acciones a realizar, y

⁷⁰ Coll y Valls. Citados por: Ibidem. Pág. 54

⁷¹ Valls. Citado por: Ídem.

- la evolución temporal de las mismas.

Asimismo, se ha establecido que un aprendizaje de este tipo ocurre en etapas, que comprenden:

1. La apropiación de datos relevantes respecto a la tarea y sus condiciones. Ésta es una etapa donde se resalta el conocimiento declarativo, sin ser todavía de ejecución de la tarea. Se centra en proporcionar al aprendiz la información o conocimiento factual relacionado con el procedimiento en general y las tareas puntuales a desarrollar, explicar las propiedades y condiciones para su realización, así como las reglas generales de aplicación.

2. La actuación o ejecución del procedimiento, donde al inicio el aprendiz procede por tanteo y error, mientras el docente lo va corrigiendo mediante episodios de práctica con retroalimentación. En esta fase, se llega a manejar un doble código: declarativo y procedimental. Debe culminar con la fijación del procedimiento.

3. La automatización del procedimiento, como resultado de su ejecución continua en situaciones pertinentes. Una persona que ha automatizado un procedimiento muestra facilidad, ajuste, unidad y ritmo continuo cuando lo ejecuta.

4. El perfeccionamiento indefinido del procedimiento, para el cual en realidad no hay final. Marca claramente la diferencia entre un experto (el que domina el procedimiento) y el novato (el que se inicia en su aprendizaje).

En la enseñanza de un procedimiento no sólo es necesario plantearle al aprendiz el desarrollo ideal del mismo o las rutas óptimas y correctas que conducen a su realización exitosa, también es importante confrontarlo con los errores prototipo, las rutas erróneas y las alternativas u opciones de aplicación y solución de problemas cuando éstos se presenten. Por consiguiente, también hay que revisar las condiciones que limitan o favorecen la realización del procedimiento y las

situaciones conflictivas más comunes que se van a enfrentar, discutir con profundidad suficiente las dudas y errores habituales, y analizar las formas de interacción con los compañeros en caso de que el desarrollo del procedimiento implique la participación de otros. Detrás de todo lo anterior está inmersa la noción de fomentar la metacognición y autorregulación de lo que se aprende, es decir, es importante inducir una reflexión y un análisis continuo sobre las actuaciones del aprendiz.

El aprendizaje del procedimiento, como el de los otros tipos de contenido, implica un proceso gradual en el que deben considerarse varias dimensiones (que forman cada una de ellas un continuo, desde los momentos iniciales de aprendizaje hasta los finales del mismo). Estas dimensiones relacionadas entre sí son las siguientes:

- 1.- De una etapa inicial de ejecución insegura, lenta e inexperta, hasta una ejecución rápida y experta.
- 2.- De la ejecución del procedimiento realizada con un alto nivel de control consciente, hasta la ejecución con un bajo nivel de atención consciente y una realización casi automática.
- 3.- De una ejecución con esfuerzo, desordenada y sujeta al tanteo por ensayo y error de los pasos del procedimiento, hasta una ejecución articulada, ordenada y regida por representaciones simbólicas (reglas).
- 4.- De una comprensión incipiente de los pasos y de la meta que el procedimiento pretende conseguir, hasta una comprensión plena de las acciones involucradas y del logro de una meta plenamente identificada.

La idea central es que el alumno aprenda un procedimiento de la manera más significativa posible. Para tal efecto, el profesor podrá considerar las anteriores dimensiones y promover intencionalmente que la adquisición de los

procedimientos sea en forma comprensiva, pensante, funcional y generalizable a variados contextos.

Es común percibir a los tipos de conocimientos (declarativo y procedimental) como separados, incluso a veces se privilegia uno de ellos en detrimento del otro. Pero en realidad debemos verlos como conocimientos complementarios. En particular, la enseñanza de alguna competencia procedimental (la gran mayoría de ellas), deben enfocarse en un doble sentido: 1) para que el alumno conozca su forma de acción, uso y aplicación correcta, y 2) sobre todo para que al utilizarla enriquezca su conocimiento declarativo.

La enseñanza de procedimientos desde el punto de vista constructivista puede basarse en una estrategia general: el traspaso progresivo del control y responsabilidad en el manejo de la competencia procedimental, mediante la participación guiada y con la asistencia continua, pero paulatinamente decreciente del profesor, la cual ocurre al mismo tiempo que se genera la creciente mejora en el manejo del procedimiento por parte del alumno.

Finalmente, los principales recursos instruccionales empleados en un proceso de enseñanza- aprendizaje de tipo procedimental deben incluir:

- Repetición y ejercitación reflexiva
- Observación crítica
- Imitación de modelos apropiados
- Retroalimentación oportuna, pertinente y profunda
- Establecimiento del sentido de las tareas y del proceso en su conjunto, mediante la evocación de conocimientos y experiencias previos
- Verbalización mientras se aprende
- Actividad intensa del alumno, centrada en condiciones auténticas, lo más naturales y cercanas a las condiciones reales donde se aplica lo aprendido.
- Fomento de la metacognición: conocimiento, control y análisis de los propios comportamientos.

I.2.3.3 El aprendizaje de contenidos actitudinal- valorales

Uno de los contenidos anteriormente poco atendidos en todos los niveles educativos era el de las actitudes y los valores (el denominado *saber ser*) que, no obstante; siempre ha estado presente en el aula, aunque sea de manera implícita u *oculta*. Sin embargo, se han hechos grandes esfuerzos para incorporar tales saberes de manera explícita en el currículo escolar, no sólo en educación básica, sino también en el nivel medio, en el bachillerato y gradualmente en la educación superior. Los diferentes países y sistemas educativos los han incorporado de diversas maneras, en proyectos curriculares o metacurriculares, ubicándolos bajo los rubros de educación moral o ética, enseñanza de valores y actitudes, desarrollo humano, educación para los derechos humanos y la democracia y educación cívica entre otros.

Se trata de clarificar en el currículo y la enseñanza el tipo de valores y actitudes que habría que fomentar en las materias curriculares clásicas, como por ejemplo, qué actitudes hay que fomentar en los alumnos respecto a la ciencia y la tecnología, o qué tipo de valores sociales hay que desarrollar en asignaturas como historia o civismo. También se han dedicado esfuerzos muy grandes en tratar de erradicar las actitudes negativas y los sentimientos de incompetencia de los estudiantes hacia ciertas asignaturas (por ejemplo, matemáticas).

Dentro de las definiciones más aceptadas del concepto de actitud, puede mencionarse aquella que sostiene que son constructos que median nuestras acciones y que se encuentran compuestas de tres elementos básicos: un componente cognitivo, un componente afectivo y un componente conductual⁷². Otros autores (Fischbein) han destacado la importancia del componente evaluativo en las actitudes, señalando que éstas implican una cierta disposición o carga afectiva de naturaleza positiva o negativa hacia objetos, personas, situaciones o instituciones sociales.

⁷² Vendar y Levie; Sarabia. Citado por: *Ibíd.* Pág. 57

Las actitudes son experiencias subjetivas (cognitivo-afectivas) que implican juicios evaluativos, que se expresan en forma verbal o no verbal, que son relativamente estables y que se aprenden en el contexto social. Las actitudes son un reflejo de los valores que posee una persona.

Se ha dicho que un valor es una cualidad por la que una persona, un objeto- hecho despierta mayor o menor aprecio, admiración o estima. Los valores pueden ser económicos, estéticos, utilitarios o morales; particularmente estos últimos representan el foco de los cambios recientes en el currículo escolar. Puede afirmarse que los valores morales son principios éticos interiorizados respecto a los cuales las personas sienten un fuerte compromiso de *conciencia*, que permiten juzgar lo adecuado de las conductas propias y ajenas.

En términos generales la mayor parte de los proyectos educativos interesados en enseñar valores en la escuela toman postura a favor de aquellos que se orientan al bien común, al desarrollo armónico y pleno de la persona, y a la convivencia solidaria en sociedades caracterizadas por la justicia y la democracia. La base de los programas educativos se sustenta en la promoción de los derechos humanos universales (libertad, justicia, equidad, respeto a la vida), así como en la erradicación de los llamados antivalores (discriminación, segregación, maltrato, explotación).

El aprendizaje de las actitudes es un proceso lento y gradual, donde influyen varios factores como las experiencias personales previas, las actitudes de otras personas significativas, la información y experiencias novedosas, y el contexto sociocultural (por ejemplo, mediante las instituciones, los medios de comunicación y las representaciones colectivas). Se ha demostrado que muchas actitudes se gestan y desarrollan en el seno escolar, sin ninguna intención explícita para hacerlo. De cualquier modo, el profesor es el que directamente o indirectamente se enfrenta a esta problemática compleja y difícil, que muchas veces rebasa a la institución escolar misma.

Sin embargo, hay muchas actitudes que las escuelas deben intentar desarrollar y fortalecer (como el respeto al punto de vista del otro, la solidaridad, la cooperatividad, etcétera) y otras que debe procurar erradicar o relativizar (como el individualismo egoísta o la intolerancia al trabajo colectivo). Para ello el profesor se vuelve un importante agente o un otro significativo, que ejerce su influencia y poder (de recompensa, de experto) legitimados institucionalmente, para promover actitudes positivas en sus alumnos.

De acuerdo con Bednar y Levie⁷³, hay tres aproximaciones que han demostrado ser eficaces para lograr el cambio actitudinal a saber:

- a) proporcionar un mensaje persuasivo
- b) el modelaje de la actitud
- c) la inducción de disonancia o conflicto entre los componentes cognitivo, afectivo y conductual.

Dichos autores recomiendan que se planteen situaciones donde éstas se utilicen en forma conjunta.

Algunas metodologías y técnicas didácticas que han demostrado ser eficaces para trabajar directamente con los procesos actitudinales son, por ejemplo, las técnicas participativas (juego de roles o *role-playing* y los sociodramas), las discusiones y técnicas de estudio activo, las exposiciones y explicaciones de carácter persuasivo (con conferencistas de reconocido prestigio o influencia) e involucrar a los alumnos en la toma de decisiones.

Las aportaciones del constructivismo en este interés renovado por enseñar valores han puesto de nuevo al día trabajos pioneros en el tema, como los de Jean Piaget o Lawrence Kohlberg acerca del desarrollo y del juicio moral, así como las diversas líneas de investigación recientes acerca del desarrollo afectivo y social de las personas, del estudio de las habilidades de pensamiento reflexivo y razonamiento crítico del comportamiento colaborativo y prosocial, entre otras.

⁷³ Vendar y Levie. Citado por: Ibidem. Pág. 58

Tabla 11. Metodologías didácticas en la enseñanza de valores⁷⁴

<i>Enfoque</i>	<i>Características</i>
CLARIFICACIÓN DE VALORES Y JUICIO CRÍTICO	<ul style="list-style-type: none"> - Orientado al autoconocimiento y análisis crítico de la realidad personal; familiar, comunitaria. - Se basa en preguntas esclarecedoras, reflexión personal, hojas de trabajo e instrumentos de autoanálisis , y elaboración de proyectos y planes
DISCUSIÓN DE DILEMAS Y ANALISIS DE CASOS	<ul style="list-style-type: none"> - Analiza casos y conflictos relacionados a cuestiones sociales, cívicas, personales, con implicaciones éticas. - Promueve procesos de identificación, empatía, razonamiento y toma de decisiones en torno a situaciones que se enfrentan social y cotidianamente. - Intenta el desarrollo de una moral autónoma y posconvencional.
COMPRENSIÓN Y ESCRITURA CRÍTICA DE TEXTOS	<ul style="list-style-type: none"> - Analiza y produce <i>textos</i> (escritos, películas, canciones, fotografías, comerciales, propaganda política, programas televisivos y radiofónicos, etc.) que aborden temas de actualidad controvertidos. - Enseña a los alumnos a obtener y juzgar información reciente, de fuentes diversas, a analizar diversas posturas y a generar visiones propias. - Fomenta competencias comunicativas básicas, orales y escritas.
APRENDIZAJE COOPERATIVO Y SITUADO ORIENTADO A LA COMUNIDAD	<ul style="list-style-type: none"> - Promueve no sólo el trabajo en equipo, sino la vivencia de valores como solidaridad, ayuda mutua, responsabilidad conjunta, empatía ética profesional, etc. - Intenta consolidar una <i>comunidad justa</i> en la institución escolar misma. - Fomenta una labor social de apoyo y de servicio a la comunidad circundante mediante el desarrollo y operación de proyectos de intervención social o profesional.
DESARROLLO DE HABILIDADES SOCIALES, AFECTIVAS Y DE AUTO-REGULACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> - Busca desarrollar las llamadas <i>habilidades del carácter o rasgos de la personalidad moral</i>. - Planea estrategias para el manejo de emociones y sentimientos, conducta prosocial, asertividad, solución de problemas, realización de planes de vida personal y autocompromisos. - Enfatiza las habilidades para el diálogo, la comprensión crítica de la realidad, la tolerancia, la autodirección y la participación activa.

⁷⁴ *Ibíd.* Pág. 59

En este ámbito es más que evidente que la enseñanza no puede centrarse en la recepción repetitiva de información factual o declarativa, sino que se requieren experiencias de aprendizaje significativas, que permitan no sólo adquirir información valiosa, sino que incidan realmente en el comportamiento de los alumnos, en la manifestación del afecto o emoción moral, en su capacidad de comprensión crítica de la realidad que los circunda, en el desarrollo de habilidades específicas para el diálogo, la autodirección, la participación activa, la cooperación o la tolerancia.

La clarificación de valores y actitudes orientada al autoconocimiento, la discusión sobre dilemas, el análisis de casos, la comprensión y escritura crítica, el aprendizaje cooperativo y situado, el entrenamiento en situaciones sociales y autorregulatorias, la participación activa en proyectos académicos y comunitarios de servicio o prosociales, constituyen sólo algunas metodologías de orientación constructivista que intentan promover aprendizajes significativos en este complejo campo.

I.3 El Aprendizaje Significativo y la Acción Docente.

I.3.1 Métodos de Aprendizaje Significativo.

A continuación se exponen algunos métodos de aprendizaje que pueden ser planeados como alternativas para la labor de enseñanza- aprendizaje significativa, es decir, que puede promover el aprendizaje significativo.

1.- Método de apercepción (por exposición). El enfoque apercepcionista se basa en el planteamiento de Herbart⁷⁵, quien señala que las ideas son realidades no físicas que revolotean en nuestra mente. Parte de que una idea sola no puede existir si no se vincula por lo menos con otra para formar una nueva idea. El conjunto de ideas dentro de nuestra mente se le conoce como "*masa aperceptiva*".

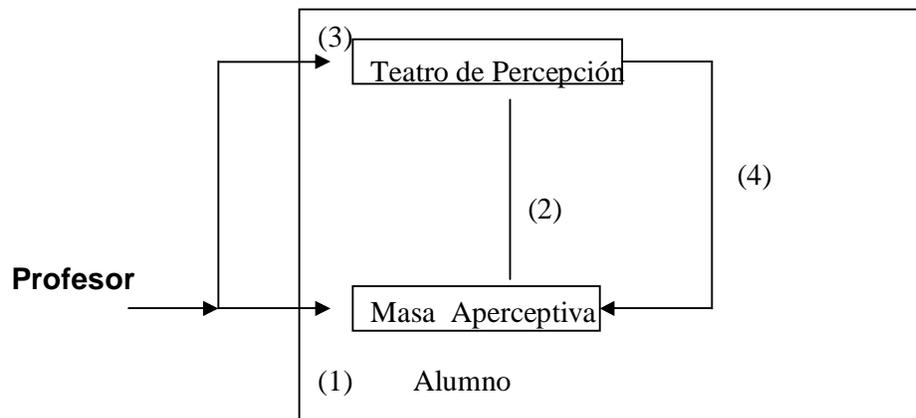
⁷⁵ Herbart. Citado por: García Sequeiros. Bases para el aprendizaje significativo. México. UNAM, 1996. Pág.67

El método de enseñanza derivado de este enfoque implica para el profesor que “borre de la mente consciente del participante las ideas irrelevantes y extraiga de la parte subconsciente de la masa aperceptiva aquellas ideas con las que puede relacionar ideas nuevas. Después explica las ideas nuevas tan claramente como sea posible. La unión de las nuevas ideas debe reforzarse permitiendo al alumno que las aplique.”⁷⁶

Sin embargo, es importante reconocer que en el uso de este método el alumno es totalmente pasivo, y el profesor es quien saca las ideas deseadas de la masa aperceptiva, misma que introduce en la conciencia del alumno, quien, a su vez sólo se sienta y deja que suceda.

Ausubel lo llama técnica de exposición, por medio de la cual se da aprendizaje por recepción. En la siguiente figura se muestra una primera aproximación del proceso de aprendizaje por apercepción. El profesor envía un influjo (1) a la masa aperceptiva del alumno, a teatro de apercepción. Después el profesor lo alimenta con nuevas ideas que se convierten en percepciones en el teatro de apercepción y se trasmite como nuevas ideas a la masa aperceptiva, donde se almacena para su uso posterior.

Cuadro 4. Aproximación a la Enseñanza por apercepción (Recepción)⁷⁷



⁷⁶ Ídem.

⁷⁷ Ibidem. Pág. 68

2.- Método empírico o por descubrimiento. Este método está basado en el enfoque de la teoría de la percepción de la gestalt, la cual parte de que aprender es el proceso de percibir totalidades. La característica básica del acto de aprender es la organización. La percepción representa el momento en que se discierne la situación organizada de tal modo que permite afrontarlo adecuadamente.

La teoría de la percepción se encuentra en la idea de que el alumno percibe por sí mismo todo el patrón conceptual de lo que está aprendiendo.

Una diferencia clave con el método apercepcionista es que la confusión es la esencia del proceso de aprendizaje, mientras que los apercepcionistas aseguran que el alumno, nunca se siente confundido.

A continuación se presentan tres de las funciones que desempeña el profesor para promover dicho aprendizaje:

a) El docente selecciona las metas y estructuras, es decir, delimita el medio ambiente y enfoca las antenas sensoriales del alumno, según convenga, de tal forma que los procesos perceptivos de éste respondan a las metas de la tarea de aprendizaje.

b) El docente desconecta las respuestas inconscientes condicionadas a los objetivos del medio ambiente.

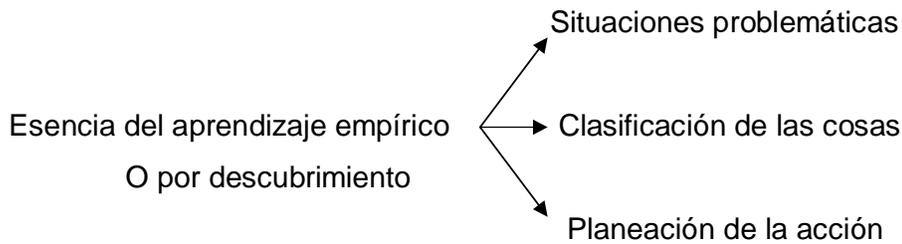
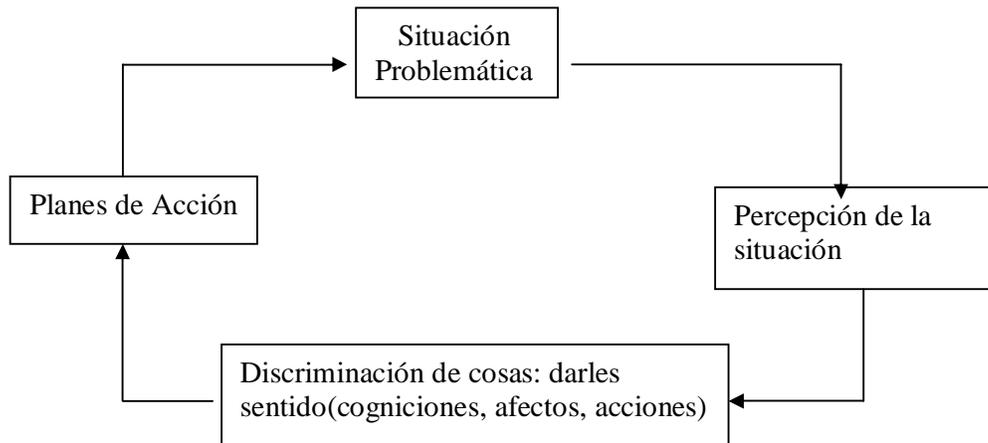
c) El docente convierte estas respuestas condicionadas inconscientes en percepciones concientes, al llamar la atención del alumno sobre ellas y alimentarlas en la conciencia perceptiva.

Boydell⁷⁸ señala que el término *empírico* no significa que se incluya un hecho real sino que el alumno discrimina las cosas por sí mismo al generar conscientemente sus procesos cognoscitivos, afectivos y de acción.

⁷⁸ Boydell. Citador por: *Ibíd.* Pág. 69

El mismo autor propone un ciclo de aprendizaje empírico o por descubrimiento:

Dicho proceso se esquetiza de la forma siguiente:



Cuadro 5. *Ciclo de aprendizaje por descubrimiento*⁷⁹

Si uno de los aspectos básicos del aprendizaje empírico o por descubrimiento es la situación problemática, ¿qué tipo de situaciones se pueden plantear para este tipo de aprendizaje?

Boydell nos presenta dos dimensiones útiles para clarificar los tipos de situaciones problemáticas.

La primera de ellas es: Aquí y Ahora Vs Allá y Después.

⁷⁹ Ídem.

Aquí y Ahora: En este tipo de situaciones, toda la información importante se genera dentro y por el grupo de aprendizaje.

La situación real está presente, los alumnos pueden ver, sentir, interpretar el problema y ser parte del mismo; propiciando el aprendizaje afectivo, cognoscitivo y el de acción.

Allá y después: En ésta, la información se obtiene fuera del grupo de aprendizaje; y generalmente está formada de palabras escritas; pero, con bastante frecuencia se da verbalmente; ejemplo: películas, fotografías u otros materiales.

Mediante este tipo de problemas el aprendizaje empírico tiene más validez para el aprendizaje cognoscitivo que para el de acción o afectivo.

La segunda dimensión hace referencia a problemas Simulados Vs Problemas Reales.

Simulados: Son básicamente fijados por el docente, con el fin de dar la oportunidad a los alumnos de obtener aprendizajes que puedan ser útiles para su vida cotidiana.

Se plantean preguntas que promueven el análisis y la reflexión tanto de las causas como de las soluciones posibles.

Reales: Los problemas son de un significado personal para el alumno, es decir, necesita resolverlos para alcanzar una meta personal, por lo tanto, el problema está en qué debe hacer el alumno para poderla alcanzar.

Se pueden plantear otros tipos de problemas y situaciones; eso dependerá de la imaginación y creatividad del docente.

3. El método del Aprendizaje Autónomo. La teoría en la que se basa el aprendizaje autónomo se puede considerar como una extensión de la percepción

de la gestalt, ya que adopta un enfoque fenomenológico y pone énfasis en que todas las percepciones son relativas y dependientes del individuo.

Difiere con el método de descubrimiento en el énfasis que pone en el alumno, particularmente en lo referente a que él identifica sus metas.

En relación con este tipo de aprendizaje, Carl Rogers lo plantea como método de enseñanza no directiva, en el sentido de que está en función de la satisfacción de necesidades del individuo, de tal forma que pueda llegar hasta la autorrealización, propiciando así el desarrollo potencial humano.

Mike Pedler⁸⁰ sugiere que el desarrollo de una comunidad de aprendizaje autónomo se puede dividir en cinco fases, a saber:

a) Establecimiento de un clima apropiado.

La base esencial para el desarrollo de un aprendizaje autónomo es el clima de confianza y libertad que se genere en el grupo de aprendizaje, ya que a través de éste los alumnos participarán abiertamente exponiendo sus necesidades y metas a alcanzar, las cuales se podrán satisfacer con la disposición de recursos que el maestro facilite conforme a las expectativas e inquietudes de los alumnos.

b) Identificación de necesidades.

Este punto está estrechamente relacionado con el anterior, pues, en gran medida, la identificación de necesidades se dará hasta que se cree el clima de confianza antes mencionado. La identificación de necesidades principalmente está en relación con el establecimiento de metas personales que los alumnos se propongan. Dicha identificación se va presentando paulatinamente, conforme avanza el clima y la seguridad del alumno en relación con el grupo.

⁸⁰ Mike Pedler. Citado por: Ibidem. Pág. 71

c) Identificación de recursos.

Habiendo detectado las necesidades, será más fácil que los alumnos elijan los recursos que les puedan ser útiles conforme a las metas que se han propuesto.

En este tipo de métodos se plantea la posibilidad de que los alumnos actúen como recurso para los demás compañeros.

Es importante resaltar que los recursos deben ser muy variados, tanto los materiales como las posibilidades de uso.

d) Satisfacción de necesidades.

Una vez que se han identificado las necesidades y recursos, la satisfacción de las mismas se irán cubriendo mediante el uso de los recursos apropiados, en forma paulatina. Esto requiere planeación conjunta de los alumnos y maestros; a diferencia de otros métodos, cada grupo puede estar haciendo diferentes cosas.

e) Evaluación. La evaluación es fundamental y cobra una especial trascendencia para este tipo de método.

Dicha evaluación puede ser cerrada o abierta, con múltiples formas.

Ejemplo: Individual junto con el profesor, escrita u oral, y por supuesto se evalúa a los profesores, al método y a los recursos.

El proceso de aprendizaje autónomo implica en el individuo (maestro- alumno) cambios significativos, profundos e internos en las pautas conductuales, ocasionando resistencia, ansiedad y hasta regresión.

1.3.2 El papel del docente en el aprendizaje significativo.

La labor de docencia es un proceso complejo en el que intervienen múltiples variables y factores que debe conocer y manejar quien asume dicha labor.

Por tanto, el papel del docente en el aprendizaje significativo requiere considerar aspectos tales como las características individuales y de personalidad de los alumnos, los métodos de enseñanza, los instrumentos, recursos y herramientas como factores ambientales y contextuales en donde se realizará el aprendizaje: sea cual sea el método de enseñanza- aprendizaje.

Lo fundamental de la labor docente es que todos los aspectos que intervienen sean ubicados en función de la significatividad del aprendizaje, es decir; que su objetivo final sea promover las categorías del aprendizaje significativo: el aprender a hacer, el aprender a aprender y el aprender a ser. Si esto se logra, las instituciones educativas serán capaces de generar y propiciar posibilidades de cambio para la sociedad; al brindar los elementos de formación para los individuos, tanto para el nivel académico como para el desarrollo del potencial humano; de tal forma que los estudiantes sean capaces de identificar sus posibilidades de la mejor manera y con un grado de certidumbre acorde con su realidad.

Como se menciona anteriormente, promover el aprendizaje significativo no es una tarea fácil, implica un compromiso con el docente mismo y con los alumnos, así como con el grupo social en el que se insertan las instituciones.

También es fundamental vivenciar de alguna forma las categorías de la significatividad tanto en la enseñanza misma como en la formación profesional de la docencia. A continuación se presenta un cuadro donde se sintetizan las categorías de la significatividad del aprendizaje.

Tabla 12. *Categorías en la significatividad del aprendizaje*⁸¹

<p>APRENDER A HACER</p>	<p>Conocimientos: Relativos a la problemática profesional. Habilidades: Para el planteamiento y solución de problemas Destrezas: Para manejar equipo e instrumental en forma efectiva y segura.</p>
<p>APRENDER A APRENDER</p>	<p>Conocimientos: Para desempeñarse eficazmente ante la situación establecida y para adaptarse a los cambios. Habilidades: Para percibir y/o participar en los cambios y su implantación. Para participar en las acciones innovadoras y para desarrollar sus estrategias dentro de un programa de formación permanente.</p>
<p>APRENDER A SER</p>	<p>Desarrollo: De la capacidad intelectual para captar y participar críticamente en la transformación de la sociedad. Habilidades: Para conocer con objetividad y profundizar las condiciones de su medio y la forma de transformarlo. Actitudes: De interés</p>

Para finalizar con este tema a continuación se presentan algunas sugerencias que pueden ser útiles para que el docente facilite y promueva el aprendizaje significativo:

- Definir claramente los objetivos de aprendizaje del curso, tanto aquellos que son explícitos como los implícitos.
- Elaborar un programa de contenido bien definido, pero que permita la flexibilidad en su tratamiento,

⁸¹ Ibidem. Pág. 76

- Seleccionar cuidadosamente el tipo de información a utilizar, tanto en función de los contenidos mismos y de los objetivos de aprendizaje como en función del tipo de estudiante.
- Presentar lo anterior a los alumnos, al principio del curso, para su discusión, análisis, comprensión y aceptación. Si es preciso, modificar algunos puntos en función de las inquietudes e intereses que manifiesten los estudiantes.
- Programar cuidadosamente, por orden de dificultad, y en función del grupo, la manera de comunicar la información; con el fin de certificar que el grupo va entendiendo y asimilando.
- Diseñar e implementar diversas actividades de aprendizaje, destinadas a permitir que el grupo trabaje y elabore la información recibida: la discuta, la analice, la critique, la rehaga, la aplique, la proyecte, la compare. Es decir, que no sólo sea receptor pasivo de la información, sino que la trabaje activamente.
- Propiciar y coordinar el trabajo grupal en el aula, para así aprovechar la energía y la dinámica encerrada en todo grupo, para canalizarla hacia el mejor logro de los objetivos de aprendizaje.
- Diseñar e implementar diversas formas de hacer llegar al grupo la información: exposiciones del profesor, exposiciones de otras personas, material impreso, películas, teatro, periódicos o revistas, exposiciones por los alumnos.
- Evaluar continuamente, tanto los resultados que se van alcanzando como el proceso que se ha ido siguiendo. Cabe aclarar aquí que no se identifica a la evaluación con la calificación. Sino que se considera como el momento de recuperación de los aprendizajes (analizar qué aprendimos y cómo lo

aprendimos), y que en este sentido constituye un momento más del aprendizaje.

Realizar al final una evaluación más exhaustiva, en la que permita al estudiante que opine libremente sobre el curso en general, y sobre algunos aspectos particulares del mismo; objetivos, información, material utilizado, actividades realizadas, coordinación del profesor, su participación en el proceso de enseñanza- aprendizaje. De esta manera es posible ir corrigiendo y mejorando nuestra actuación como profesores, es decir, iremos aprendiendo al mismo tiempo que propiciamos el aprendizaje de nuestros estudiantes.

UNIDAD II

II.1 Plan y Programas de Estudio 1993.⁸²

II.1.1 Matemáticas en tercer año de primaria.

Dentro de la organización del plan de estudios se contempla una distribución de cinco horas- semana para la asignatura de matemáticas, haciendo un total de 200 horas para el ciclo escolar.

Las matemáticas son un producto del quehacer humano y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas. Muchos desarrollos importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos, propios de los grupos sociales.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas. Paulatinamente, y a medida que van haciendo abstracciones, pueden prescindir de los objetos físicos. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos, así, tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro.

El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades, las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y

⁸² SEP. Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. Primaria. México, 1993

sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Enfoque.- La orientación adoptada para la enseñanza de matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución del problema y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

Este enfoque organiza la enseñanza en torno a seis líneas temáticas: los números, sus relaciones y las operaciones que se realizan con ellos; la medición; la geometría, a la que se otorga mayor atención; los procesos de cambio, con hincapié en las nociones de razón y proporción; el tratamiento de información y el trabajo sobre predicción y azar.

De manera más específica los programas se proponen el desarrollo de:

*La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.

* La capacidad de anticipar y verificar resultados.

* La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.

* La imaginación espacial.

*La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.

*La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.

* El pensamiento abstracto a través de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

II.1.2 Tercer año. Números Fraccionarios.

En el eje temático *Los números, sus relaciones y sus operaciones* podemos ubicar el tema central de este trabajo; las fracciones. Este tema se inicia formalmente en el tercer año. Esta situación se basa en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones, proponiéndose un trabajo más intenso sobre los diferentes significados de la fracción en situaciones de reparto y medición y en el significado de las fracciones como razón y división.

El contenido que el Plan y Programas⁸³ establece para el tema de las fracciones en tercer año de primaria son los siguientes:

- Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y de medición de longitudes.

- Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones.

- Representación convencional de las fracciones.

- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material.

II.2. Libro para el Maestro. Matemáticas tercer grado.⁸⁴

La resolución de problemas es motor del aprendizaje matemático.

El aprendizaje significativo se logra primordialmente mediante la actividad finalizada, es decir, por medio de la actividad que tiene un objetivo para quien la

⁸³ *Ibíd.* Pág. 60

⁸⁴ SEP. Libro para el Maestro. Matemáticas Tercer grado. México, 1994.

realiza. Un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o resolver un problema motivante, tiene necesidad de construir una solución.

Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas ha girado alrededor de una concepción en la cual para resolver un problema, los niños aplican un modelo de resolución que el maestro o los libros de texto construyeron para él. Desde esta concepción los problemas no son situaciones en las cuales se desarrolle un trabajo de búsqueda y construcción de soluciones o haya aprendizajes nuevos, son situaciones en las que se aplica un conocimiento que ya posee.

La alternativa que se propone visualiza dos aspectos; problemas para descubrir que promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades. Un ejemplo de este tipo de problemas son los que se plantean para introducir los algoritmos de las operaciones.

El docente debe permitir a los alumnos que resuelvan ciertos problemas, utilizando sus propias estrategias y recursos, sin imponerles restricciones ni indicarles caminos precisos. Posteriormente se pide al grupo que compare las estrategias y comente cuáles fueron las mejores. Por último se explica el procedimiento convencional. Este no se utiliza en las primeras actividades y lecciones en las que se trabaja una operación, sino en la última fase del proceso de aprendizaje.

Los problemas para aplicar, transferir o generalizar estrategias o conocimientos no son problemas propiamente creativos (en el sentido de que no promueven la construcción de soluciones novedosas), sino más bien son situaciones que tienen como característica promover la ampliación y afirmación de aprendizajes.

Mediante la resolución de problemas para descubrir, los niños resolverán situaciones variadas de aplicación y consolidación de conocimientos.

Los conocimientos previos de los niños son punto de partida para el aprendizaje.

La enseñanza de las matemáticas basada en la resolución de problemas se apoya en la idea de que los niños tienen, además de los conocimientos aprendidos en la escuela, conocimientos adquiridos en la calle, en la casa, en los juegos, que les permite solucionar problemas diversos.

Al resolver las situaciones que el maestro les presenta, los niños utilizan como punto de partida los conocimientos y concepciones construidos previamente. Por ello, la enseñanza de las matemáticas se entiende como la promoción de la evolución y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno, mediante la presentación de situaciones que lo llevan abandonar, modificar o enriquecer dichas concepciones, y acercarse paulatinamente al lenguaje y los procedimientos propios de las matemáticas.

El papel de la actividad y del material concreto

Generalmente se asocia la palabra actividad a la manipulación de objetos. Si bien el empleo de material concreto para los niños de tercer grado es importante, la actividad que conduce al aprendizaje es fundamentalmente intelectual: consiste en la construcción de hipótesis y estrategias de solución, así como en la verificación de resultados. Este material tiene entonces dos funciones:

- Puede ser un instrumento que permite buscar, construir y llegar a la solución sobre todo de contenidos donde la dificultad de la tarea así lo requiera.
- En otras ocasiones es el instrumento que permite verificar las hipótesis y soluciones anticipadas por los niños.

El Diálogo y la interacción parte medular del aprendizaje.

Esta es una propuesta para dialogar con el compañero de banca, con los compañeros de equipo, con el maestro, con la información escrita y con las ilustraciones como las que aparecen en el libro del alumno u otras fuentes.

En la construcción de conocimientos, la interacción con compañeros y maestro juega un papel fundamental. La confrontación de estrategias y respuestas ayudará a los niños a percatarse de que pueden haber mejores formas para solucionar un problema determinado y permitirá ayudar a los compañeros que se encuentren en momentos menos avanzados del proceso de aprendizaje. Se espera que en este diálogo el alumno construya los conocimientos y desarrolle las habilidades matemáticas planteadas para el tercer grado.

El papel del profesor

La participación del profesor es sustancial para el éxito, habrá de jugar un papel de coordinador de las actividades, como orientador en las dificultades y como fuente de informaciones y apoyo adicional cuando esto sea necesario.

Recomendaciones didácticas generales.

Además de libro de texto del alumno el profesor cuenta con un fichero de actividades didácticas.

El libro del alumno ayuda al profesor a organizar la clase porque contiene los elementos básicos para apoyar el proceso de construcción de cada uno de los conceptos. Es decir, en cada lección se presenta una situación problemática a partir de la cual se derivan actividades, preguntas, discusiones, simbolizaciones y ejercicios de aplicación que, en conjunto, permiten lograr los propósitos del tema en cuestión. Además, las actividades propuestas en las fichas didácticas apoyan y enriquecen la propuesta contenida en el texto.

Para integrar las actividades de ambos materiales, el maestro debe tomar en cuenta que hay algunas lecciones que introducen al tema y otras que requieren de actividades antecedentes señaladas como tales en las fichas didácticas.

Al profesor le corresponde iniciar, adaptar o ampliar la secuencia propuesta en el libro, utilizando las actividades y problemas propuestos en las fichas.

El material concreto necesario para trabajar se ha incorporado como material recortable en el libro del alumno. Dicho material puede completarse con corcholatas pintadas de colores o leguminosas. De este modo, el profesor tendrá el material suficiente para desarrollar su curso.

Otra recomendación para el maestro es que utilice periódicos, revistas infantiles, los libros del Rincón u otros libros con que se cuente en la escuela, como fuentes de situaciones para el trabajo matemático.

Recomendaciones didácticas sobre fracciones.

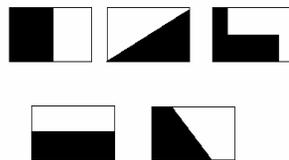
El trabajo principal que se propone consiste en acercar al niño a situaciones que lo lleven a dividir uno o más enteros en partes iguales. Estas situaciones se presentan en contextos de reparto y medición, ligadas a situaciones infantiles escolares, como por ejemplo forrar libros y cajas o confeccionar banderitas y moños. Las siguientes secuencias permitirán ilustrar las ideas didácticas con las que se desarrollan las fracciones a lo largo del curso.

Este tema comienza en la lección *Banderas de Papel* del libro de Matemáticas Tercer grado,⁸⁵ en la cual se solicita a los niños confeccionar banderitas de México. En este grado, los niños ya saben que nuestra bandera está formada por tres partes iguales, cada una con un color distinto. De manera que, si disponen de un pliego de papel blanco, uno verde y otro rojo y con ellos se quieren hacer dos banderas del mismo tamaño, se enfrentan a la necesidad de partir cada pliego en dos partes iguales.

⁸⁵Ibíd. Pág. 26

La situación de confeccionar banderas obliga a partir las hojas o los pliegos de una manera determinada. Es necesario, sin embargo, que las particiones en esta y todas las actividades con fracciones sea decidida por los propios niños, de modo que si hacen una partición que no es conveniente, ellos mismos se den cuenta de que partieron mal y corrijan.

También debe tomarse en cuenta que, antes de utilizar la escritura numérica de las fracciones, los niños necesitan tener una amplia experiencia con particiones, además de la posibilidad de confrontar sus ideas en aspectos como superficies iguales que tienen distinta forma. Por ejemplo, en la lección *Las trenzas de Mónica* del libro *Matemáticas, Tercer grado*,⁸⁶ se sugiere partir de distintas maneras una hoja tamaño carta en dos partes iguales para que los alumnos determinen cuáles son mitades y cuáles no.



Muchos niños de tercer grado tendrán dificultades para aceptar que las partes sombreadas en el dibujo de arriba son iguales. Para ellos no es evidente el hecho de que, siendo mitades de hojas iguales, deben tener la misma área, aunque tengan distinta forma.

Este es un aspecto que el maestro deberá abordar sistemáticamente: las mitades u otras fracciones como los cuartos y octavos pueden obtenerse mediante particiones distintas.

⁸⁶ Ídem.

De la misma manera, muchos niños no aceptan fácilmente la equivalencia entre fracciones. Para ellos no es evidente que $1/2$ es igual a $2/4$, algunos niños dicen: *Son iguales si están pegados, pero si se separan, aquí hay más porque son dos pedazos.* Ante una afirmación como ésta, poco ayudará repetirle al niño varias veces por qué $1/2$ es igual a $2/4$. Lo que tiene sentido es plantearle otras situaciones similares para que los alumnos tengan la posibilidad de confrontar sus ideas con las de otros compañeros y con la situación misma.

Con los ejemplos anteriores se ilustra el hecho de que los niños no adquieren conocimientos en pequeñas dosis mediante la información que reciben del maestro. Más bien, lo que les permite construir su conocimiento es el proceso de poner constantemente a prueba sus propias hipótesis en las situaciones que se les presentan. Tal forma de trabajo constituye uno de los propósitos más importantes en esta propuesta.

Las situaciones se van haciendo más complejas a largo del año.

Las situaciones con fracciones se van haciendo más complejas a largo del año escolar, con el fin de que los procedimientos empleados por los niños puedan evolucionar.

En un principio se plantean problemas en los que se reparte un entero entre cierto número. Por ejemplo, el problema de dividir un listón para dos trenzas (*Las trenzas de Mónica*, Matemáticas. Tercer grado)⁸⁷, o bien el problema de repartir un pastel entre cuatro niños, (lección *Un paseo en el zoológico*)⁸⁸. Ver anexo II.

Este tipo de problemas propician el uso de las fracciones con numerador uno o fracciones unitarias, como también se les llama ($1/2$, $1/4$, etcétera). Al comienzo, los niños pueden utilizar hojas o tiras de papel para verificar la igualdad de las partes. Posteriormente, pueden apoyarse en representaciones gráficas para encontrar las soluciones.

⁸⁷ *Ibíd.* Pág. 27

⁸⁸ *Ídem.*

Más adelante, se plantean problemas en los que se reparte más de un entero. Por ejemplo, problemas en los que tienen que repartirse 3 chocolates entre cuatro niños, (lección *El gato*, Matemáticas, Tercer grado)⁸⁹ o problemas en los que deben repartirse 5 obleas entre 4 niños, (lección *Compartir con los amigos*)⁹⁰. Este tipo de problemas propician el uso de fracciones con numerador mayor que uno y de los números mixtos cuando el número de enteros repartidos es mayor que el número de elementos entre los cuales se reparten. Por ejemplo, al repartir 5 obleas entre 4 niños, a cada uno le toca una oblea y un cuarto.

Las fracciones en situaciones de medición.

Entre las situaciones de medición se plantean problemas en los que intervienen cantidades continuas como la longitud y la capacidad, así como el uso de cantidades discretas: una docena de nueces o los días que tiene un mes.

La noción de fracción en las situaciones de medición de longitudes se plantea a través de dos maneras de resolver el mismo problema: por medio del fraccionamiento de la unidad o mediante el recurso de ver cuántas veces cabe una longitud en la otra. En otras palabras, una longitud mide $\frac{1}{4}$ de la unidad de medida porque ésta se dividió en cuatro partes iguales y mide una de esas cuatro partes, o bien porque se ve que la longitud que se quiere medir cabe cuatro veces en la unidad de medida.

Equivalencia de fracciones.

Uno de los aspectos más importantes para la comprensión de las fracciones es la noción de equivalencia. A lo largo del curso se presentan situaciones que propician el uso de expresiones equivalentes y que se pueden aprovechar para resaltar dicha noción. Por ejemplo, en los problemas de reparto dependiendo de

⁸⁹ Ídem.
⁹⁰ Ídem.

las particiones que se hagan, pueden surgir distintas expresiones aditivas que representan el mismo valor.

Las situaciones de medición de longitudes y de capacidades también pueden aprovecharse para el uso de expresiones equivalentes.

Es importante resaltar que, en todas las situaciones donde aparece la noción de equivalencia, deben realizarse actividades en las que se manipule material para verificar los resultados de los niños. No se pretende introducir a los alumnos en el uso de expresiones formales o de reglas para encontrar fracciones equivalentes. Esto será tarea de otros grados.

II.3 Fichero. Actividades Didácticas. Matemáticas. Tercer grado.

II.4 Libro de texto. Matemáticas. Tercer grado.

Estos dos materiales didácticos que la SEP coloca al alcance de los maestros de educación primaria constituyen una herramienta fundamental para la realización del trabajo docente, por ello es importante destacar que de antemano se sugiere primero realizar las actividades presentadas en el fichero y posteriormente resolver y analizar las situaciones problemáticas presentadas en el libro de texto.

Las fichas están dirigidas a los maestros, quienes deben revisarlas con mucho cuidado, preparar por anticipado el material y organizar al grupo previo a la puesta en marcha de la práctica.

El material que se propone es en gran medida recortable del libro de texto y otro se puede utilizar de acuerdo a la iniciativa del profesor y/o utilizar material de desecho.

Las fichas se encuentran perfectamente bien identificadas y cuentan con información útil para el docente: Propósitos, número de ficha, el bloque al que

pertenece, es decir, la relación que guarda cada ficha con cada lección del libro de texto y en negritas se destacan los ejes temáticos que se relacionan con la ficha. Estos ejes, ya han sido mencionados: Los números, sus relaciones y sus operaciones. Medición. Geometría. Tratamiento de la información. Procesos de cambio. Predicción y azar.

En el caso particular de las fracciones, todas las fichas pertenecen al primer eje temático: Los números, sus relaciones y sus operaciones.

A continuación se describe la ficha, el propósito y su relación con las lecciones del libro de texto.

Ficha 4

Propósito: Que los alumnos utilicen fracciones para expresar oralmente los resultados de algunos repartos.

Pertenece al Bloque I del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

3 Banderas de colores.

8 Las trenzas de Mónica.

Ficha 8

Propósito: Que los alumnos se percaten de que las fracciones pueden obtenerse mediante distintas particiones.

Pertenece al Bloque I y II del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

14 El calendario

22 Un paseo en el Zoológico

Ficha 18

Propósito: Que los alumnos utilicen fracciones con numerador mayor que uno para expresar resultados de repartos.

Pertenece al Bloque II del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

38 El Establo.

39 Quesos y cremas

47 Escucha y corre

Ficha 31

Propósito: Que los alumnos analicen distintas representaciones gráficas de algunas fracciones y la cantidad de cuadrillos que representan en diferentes arreglos rectangulares.

Pertenece al Bloque III del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

58 Miel y fruta seca.

Ficha 46

Propósito: Que los alumnos establezcan la medida de una longitud a partir de la comparación con otra longitud.

Pertenece al Bloque IV del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

60 Juguetes de madera.

Ficha 47

Propósito: Que los alumnos utilicen las fracciones para determinar partes de colecciones.

Pertenece al Bloque IV del libro de texto y se relaciona con la lección:

62 Compartir con los amigos.

Ficha 59

Propósito: Que los alumnos utilicen las fracciones para expresar medidas de capacidad y encontrar equivalencias.

Pertenece al Bloque IV del libro de texto y se relaciona con las lecciones:

65 La ardilla, el chapulín y el sapo.

66 Los envases

82 Lo que cabe en una caja.

Debido a las características específicas de cada ficha y a las lecciones correspondientes, en el Anexo 2, se presenta una copia de éstas, con el fin de poder consultar las descripciones de cada lección.

UNIDAD III

Alternativa de estrategia didáctica para la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria

Es un hecho que se requiere de un gran esfuerzo para conocer datos sobre la construcción del conocimiento matemático en el contexto escolar cotidiano. No basta con incorporar nuevos materiales curriculares para lograr cambios en el salón de clases.

Analizar lo que se enseña, cómo se enseña, cómo es reconocido por los alumnos, sus respuestas e interacciones en la enseñanza y aprendizaje habitual, permitirá reconocer datos importantes a tomar en cuenta en cualquier propuesta que tienda a mejorar la práctica educativa.

Sabemos que en el salón de clases suceden situaciones que pueden cerrar o abrir las posibilidades de aprendizaje de los alumnos, a partir de la conducción implementada por el docente, que aún y cuando mantenga el control del conocimiento en su clase, refiriéndose a la selección que hace de los contenidos y estrategias utilizadas durante el ciclo escolar, a la forma de presentación, a la *traducción* realizada para que los niños entiendan, a la relación con otros saberes, en el énfasis puesto en los conceptos claves, resulta fundamental que permita que sus alumnos, como sujetos activos, puedan dar y modificar dicho conocimiento a partir de sus interacciones.

Permitirles que expresen lo que piensan, le ayuda al profesor, a saber no sólo en que momento se encuentran dentro de ese proceso que es el aprendizaje, sino también a reconsiderar los recursos y acciones didácticas más pertinentes para conducirlos de mejor forma. Los docentes se deben enfrentar a la enseñanza de contenidos sobre fracciones desde una concepción y enfoque diferentes, en donde su papel de facilitador, propiciador o transmisor de conocimientos juega un papel protagónico, a partir de plantear su enseñanza como un desafío y en donde

el papel del alumno no es el de simple receptor pasivo sino el del que soluciona los retos presentados a partir de las habilidades y conocimientos que posee.

Evidentemente sus concepciones de qué, cómo y cuándo enseñar, deben permear la interpretación y puesta en práctica de este enfoque. Hay que considerar que el sentido que los docentes den a los materiales con que cuenta, está regida por la formación y experiencia docente que ha adquirido durante su trayectoria laboral.

III.1 La relación Parte- Todo.

Se presenta esta situación cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de objetos). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios todos).

El todo recibe el nombre de unidad. Esta relación parte- todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales. La fracción aquí es siempre *fracción de un objeto*.

Sobre esta interpretación se basan generalmente las secuencias de enseñanza cuando se introducen las fracciones (normalmente en su representación continua). Aunque debemos mencionar que lo deseable, es que también se realicen *particiones* con enteros discretos, para que el alumno se familiarice con estos *enteros*.

Para iniciar las actividades de introducir el concepto de fracción, debemos tener presente algunas consideraciones muy importantes; los materiales concretos que utilizamos deben ser de forma regular, por ejemplo una manzana o una naranja no necesariamente son cuerpos regulares, presentan muchas veces deformaciones muy marcadas, que pueden crear en los alumnos la idea de que los componentes de un entero sólo les basta parecerse a las demás partes para

ser una fracción, idea que puede permanecer presente durante sus primeros años escolares.

Otra consideración fundamental es que el docente, por ningún motivo debe inducir al alumno hacia respuestas que él esta esperando, como se menciona en la introducción del tema, el profesor debe permitir la libertad suficiente para que el aprendiz pueda equivocarse y mediante la formulación de preguntas pueda ir conduciendo la generación de ideas de los propios alumnos, hasta construir su propio conocimiento.

Se recomienda que en estas primeras sesiones, en las que se realizan particiones, no se manejen las representaciones simbólicas de manera escrita de la fracción, la actividad se concreta sólo el manejo verbal de conceptos, a pesar de que sabemos que muchos de los alumnos seguramente ya han tenido contacto con este simbolismo y seguramente estarán ansiosos por demostrar que ya conocen como escribir un medio, o un cuarto.

Actividad 1 - Obtener particiones (dividir) de un entero en medios, cuartos y octavos.

Consigna 1. Ahora me gustaría compartir una galleta (de las que se puedan separar; nevadas o emperador), pero desafortunadamente no tengo una para cada uno de ustedes, por ello les pido que la compartan con su compañero de banca, recuerden que es importante que ninguno de ustedes coma más que el otro.

Trabajo en equipos: Los equipos serán de dos alumnos únicamente.

El docente. Debe explicar que cada equipo debe buscar la manera de que al repartir su galleta, a cada uno de ellos les debe tocar la misma porción.

Una vez que los niños han comido su galleta, el profesor debe formular las preguntas, en diferentes equipos:

¿Quién de ustedes dos comió más? ¿Cómo podemos hacer para que nos toque lo mismo? Si les doy otra galleta ¿Ahora sí a todos les tocará lo mismo?

Los niños explican brevemente que hicieron y ahora que harán, algunos se quejarán porque les tocó poca galleta, otros porque su compañero come mucho por ser más gordito o cualquier otra razón. Algunos utilizarán su regla para delimitar lo que les corresponde, y seguramente habrá a quien se le ocurra separar la galleta, de tal forma que no hay desperdicio y se muestra claramente que la parte que toca a cada uno de ellos es la misma.

El profesor debe pedir a los alumnos explicar sus respuestas, de manera ordenada, con el fin de que los demás niños escuchen sus argumentos, y de alguna manera se genere un debate.

Por último el docente puede preguntar: Si a un entero lo divido en dos partes ¿Cómo se llama cada una de esas partes?, ¿Qué característica debe tener un medio para llamarse fracción? O alguna otra pregunta pertinente para llevar a los alumnos al concepto de fracción y un medio.

De manera similar podemos proceder para la partición de un entero en cuartos y octavos, se utiliza material que los alumnos puedan manejar de manera ágil y sin mucha elaboración, con el fin de realizar una actividad dinámica y no invierta demasiado tiempo en cada una de ellas.

Recordemos que no necesariamente debemos hacer particiones de un medio, un cuarto y octavos el mismo día. Podría traer confusiones a los mismos alumnos, sobre todo para aquellos que no están familiarizados con el tema de fracciones.

Se recomienda utilizar objetos de papel o foami, y en caso de utilizar algún alimento que sea una figura regular, con el objeto de no dejar dudas en cuanto a la congruencia de las partes del entero.

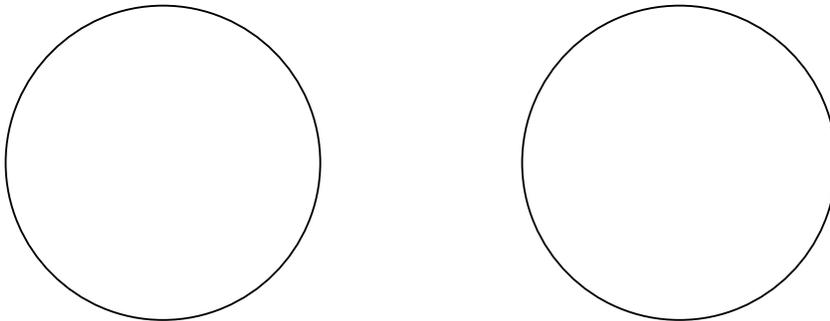
Evidentemente el trabajo en equipos cambia de dos a cuatro y posteriormente a ocho elementos, para la realización del reparto.

Actividad 2. Repartir uno, dos, tres y cuatro enteros entre ocho, cuatro y dos alumnos.

Vamos a suponer que vamos de *día de campo*. Los niños que asisten son: Ana, Juan, Luis, Tere, Rosita, Alicia, Ramón y David.

Consigna 1. Reparte en partes iguales los dos pasteles entre las cuatro niñas. No tiene que sobrar pastel.

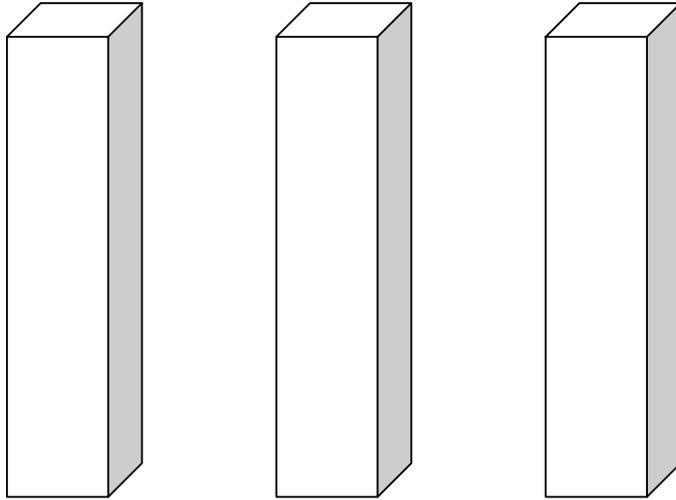
Indica en las siguientes figuras, cómo harías el reparto y escribe el nombre de cada niña, junto a las partes que le correspondan.



¿Que parte del pastel le toca a cada niña? (escribir con letra):

Consigna 2. Reparte en partes iguales los tres chocolates entre Juan y Luis.

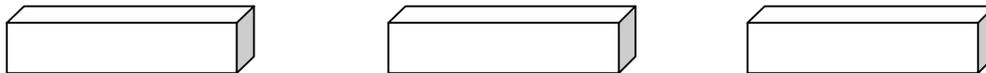
Ilumina en el siguiente dibujo lo que le toca a cada niño. (La parte de Juan de un color y la parte de Luis de otro diferente)



Escribe con letra: ¿Cuánto chocolate le toca a cada uno? _____

Consigna 3. Divide en partes iguales los panqués de pasas para que a los ocho niños les toque la misma cantidad y no sobre nada.

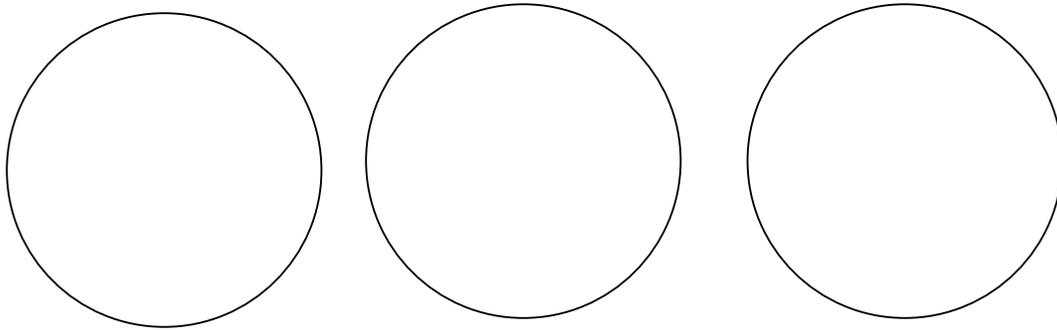
Marca en el siguiente dibujo lo que le toca a cada niño.



¿Qué parte del panqué de pasas le toca a cada niño? (escribe con letra)

Consigna 4. Reparte en partes iguales las 3 pizzas entre los 8 niños sin que sobre nada.

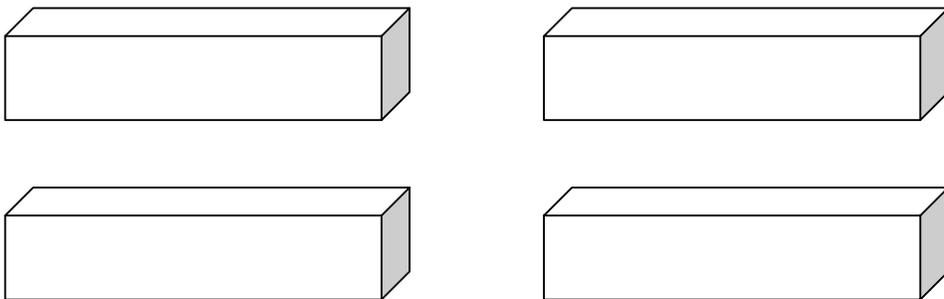
Marca en el siguiente dibujo lo que le toca a cada uno.



Escribe con letra la fracción de pizza que le corresponde a cada niño:

Consigna 5. Divide en parte iguales los cuatro dulces de coco entre los ocho niños.

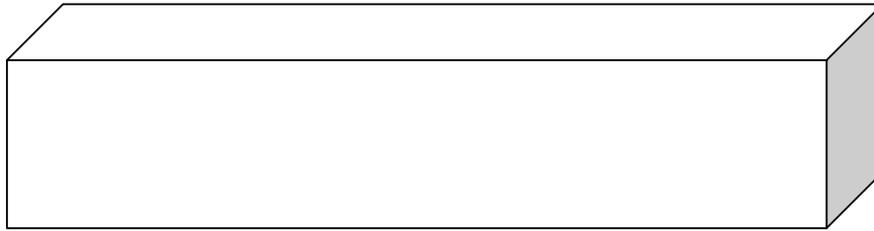
Marca en el siguiente dibujo lo que le toca a cada niño.



Escribe con letra, que fracción de dulce de coco le toca a cada niño:

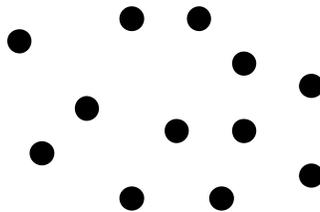
Consigna 6. Los ocho niños se quieren repartir en partes iguales, un panqué de pasas sin que sobre nada.

Marca en el siguiente dibujo lo que le toca a cada niño.



Consigna 7. David y Ramón juegan canicas. David tiene sólo la cuarta parte del total de las canicas.

Encierra con una línea las canicas de Ramón:



III.2 Actividades para la introducción de la noción del concepto de fracción.

La introducción al concepto de racional en la escuela primaria pasa necesariamente por la selección de una primera interpretación del mismo, en aras de favorecer que este concepto tenga un mínimo de sentido para el alumno, esto es, que aparezca como un lenguaje que describe, explica o permite hacer predicciones sobre un fragmento significativo para él de la realidad.

Haciendo a un lado la enseñanza que se limita a definir al racional como algo dotado de un numerador y un denominador, y que inmediatamente después propone los algoritmos para operar, en todas las demás propuestas a nivel básico, sea cual sea el enfoque metodológico, encontramos situaciones concretas que buscan la familiaridad (en el sentido de experiencia previa y uso social) que los educandos tengan con la interpretación y el de la posibilidad de aplicar en ésta, con la menor modificación posible, los conocimientos previos.

Sin embargo, los conocimientos previos y las nociones intuitivas que se tienen acerca de determinados conceptos matemáticos no constituyen siempre- por sí solos – el mejor camino para aproximarse a ellos y este es el caso del concepto que nos ocupa.

Situación Didáctica 1.

Consigna 1. En esta clase, cada equipo va a repartir tres pasteles iguales (mostrando una hoja entera) entre dos niños. A cada niño le debe tocar lo mismo de pastel y no debe sobrar. Cuando se hayan repartido los pasteles, marcan lo que le toca a cada uno con un color diferente.

Trabajo en equipo. Los equipos se conforman con dos alumnos de tal forma que habrá suficientes equipos para la confrontación de ideas.

Dicha confrontación se realiza cuando un representante de cada equipo pasa a explicar su reparto, el grupo dirá si está bien o no, las explicaciones serán con diferentes particiones y en particular particiones erróneas.

El profesor puede realizar preguntas tales como:

¿Cómo podemos saber que los pedazos son iguales?

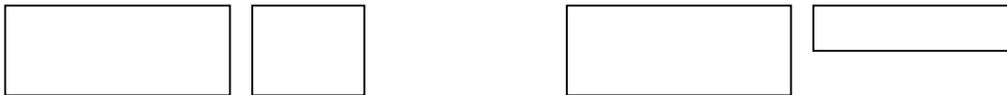
¿Cómo podemos saber que no sobró pastel?

El número de equipos que el maestro haga pasar variará según la diversidad de repartos, los errores encontrados y la motivación del grupo.

En un segundo momento se puede preguntar:

Los pedazos obtenidos en particiones diferentes ¿Son iguales o desiguales?

El maestro selecciona el resultado de 2 tipos de reparto, correcto ambos, como éstos:



El maestro dice al grupo: A cada niño del equipo X le tocó esto de pastel (señala uno de los repartos) y a cada niño del equipo Y le tocó esto (señala el otro reparto).

¿A cada niño del equipo (x) le tocó lo mismo de pastel que a cada niño del equipo (y)?

Se propicia la discusión colectiva, se piden justificaciones.

El profesor propone ahora se conformen equipos de cuatro alumnos, con sus respectivas porciones de *pastel*, pide que averigüen si los pedazos son iguales o cuál es más grande. También puede preguntar ¿Qué podemos hacer para estar seguros?

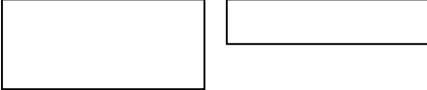
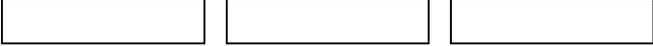
Finalmente pasa un representante a dar el punto de vista de su equipo.

Análisis.- En la primera parte los niños repartirán los pasteles y verificarán si el reparto fue correcto. El reparto les llevará a fraccionar en dos por lo menos un entero. Esto no debe representar ningún problema para ellos. En la verificación esperamos que se expliciten las dos condiciones que debe satisfacer un buen

reparto: igualdad de las partes (que pueden comprobar superponiéndolas) y el hecho de que la unión de las partes deber ser igual a la unión de los enteros.

El hecho de que aparezcan pedazos con diferentes formas puede ser motivo de duda acerca de si ciertos repartos (de otros niños) cumplen con esa condición.

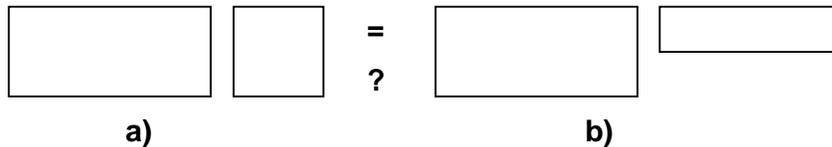
Pueden aparecer las siguientes formas de repartir:

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 
- e) 
- f) No parten en pedazos iguales.

Para partir una hoja a la mitad pueden acudir al doblado, o, en el caso de e) pueden trazar la diagonal y cortar a lo largo de ésta.

La forma de repartir que más probablemente será utilizada es la a), en la que se fracciona el menor número de enteros (tendencia a economizar) y el corte se realiza a lo ancho de la hoja.

En la segunda parte de la actividad tendrían que anticipar y verificar si lo que toca a cada niño en un reparto como el a) es el mismo o no que en un reparto como el b):

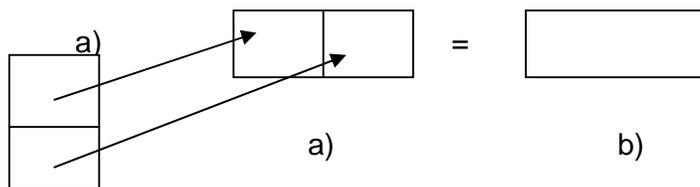


Es probable que un número considerable de niños piense que en uno de los casos toca más pastel. Afirmar lo contrario, que hay lo mismo de pastel en a) y en b), implica relacionar las mitades a) y b) con los enteros de origen y relacionar también a los enteros entre sí (son iguales). Los niños que lo llegan a hacer, utilizan argumentos tales como: *la mitad a) y la mitad b) son iguales porque son mitades de cosas iguales.*

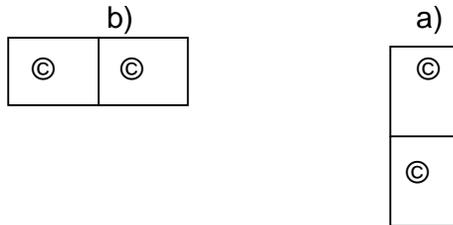
En la verificación, descubrirán o confirmarán que ambas mitades son iguales, siempre y cuando encuentren un procedimiento para compararlas (situación que no es difícil).

Estos son los procedimientos más factibles:

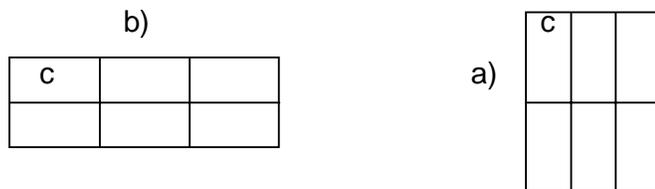
- 1) Buscando una manera de superponerlas; recortando la mitad a) a la mitad y poniendo ambas partes sobre la mitad b).



2) Doblando ambas mitades y observando que contienen el mismo número de rectángulos iguales, (estas mitades de mitades tienen nuevamente la misma forma):



3) Cuadriculando ambas mitades y observando lo mismo que en (2)



Éstos son procedimientos de comparación de área. Implican también que se acepte que el cambio de formas no altera el área. Si esto aún no es evidente para los niños, posiblemente no implementarán estos procedimientos ni serán convencidos por quienes lo utilicen.

Por otro lado, aún los niños que los implementen y se convenzan con ellos de que la mitad a) *es igual* a la mitad b) aceptarán esta igualdad solo para el caso particular.

¿Hasta qué punto estos problemas de conservación de área afectan la adquisición de la noción de fracción? Si el trabajo de fracciones se basa en la medición de áreas, podría no tener significado para el niño la designación, con un mismo número ($\frac{1}{2}$, por ejemplo), de la medida de dos superficies que para él no miden lo mismo.

Situación Didáctica 2

Consigna. Vamos a entregar a cada equipo un pastel entero y varios pedazos. Se trata de que ustedes nos ayuden a escoger todos los que son mitades.

Trabajo en equipo. Se propone realizar equipos de cuatro niños.

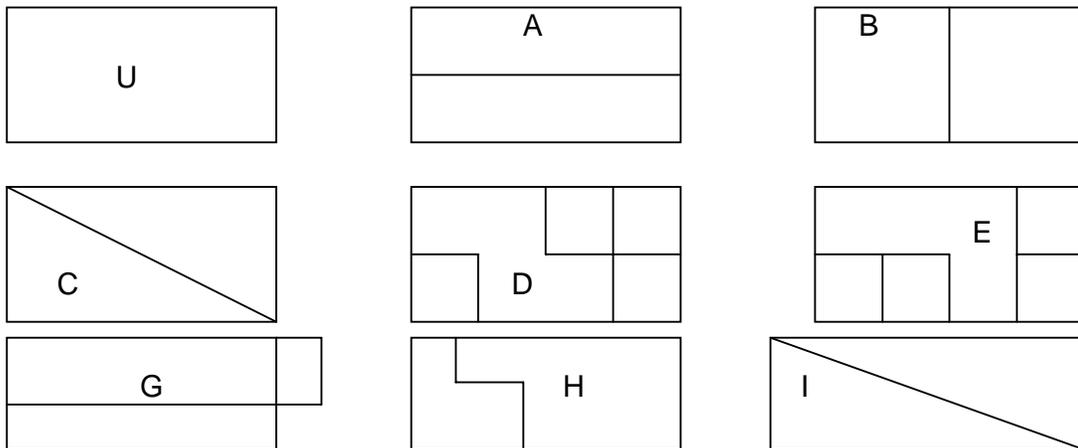
El maestro irá mostrando cada una de las partes y se recibirá la opinión de cada equipo. Si todos los equipos coinciden pasarán uno o dos niños a explicar cómo hicieron para estar seguros de que es o no es mitad. Si hay opiniones contrarias pasarán por lo menos dos niños de opiniones contrarias.

En una segunda actividad el Maestro dice: Lo que vamos a hacer ahora es escoger los pedazos que tienen la misma cantidad de *pastel*.

Se pegarán en el pizarrón los pedazos escogidos por un equipo (de preferencia uno que no haya escogido correctamente) y se pedirá al resto de los niños que busquen razones para contradecir.

Como resultado de la discusión se irán discriminando los que se demuestren que no son iguales y agregando los que sí son.

El material utilizado puede ser una hoja tamaño carta (aproximadamente 21 cm x 28 cm) y un juego de 8 partes de hoja, algunas de las cuales son mitades de la hoja y otras no (el maestro tendrá un sobrante de cada una de estas partes por si los niños las necesitan).



Los pedazos A, B, C, D, E son mitades de la unidad (U). Los pedazos G, H, I no son mitades.

Análisis. Realizar la acción inversa de reparto, es decir, construir otra parte igual a la dada y ver si juntas reconstruyen el todo, implica saber que las dos mitades deben ser iguales.

Desprender del todo la parte complementaria a la supuesta mitad y ver si éstas coinciden. En este caso la relación de igualdad entre el todo y la unión de las partes no es tan explícita aunque sí implícita en el hecho de usar al todo como referencia.

Hacer el reparto y verificar si una de las partes obtenidas coincide con la parte dada. En cuyo caso sólo se está retomando la acción directa como criterio: lo que salga del reparto es la referencia para discriminar mitades de no mitades.

En los casos en que la parte (como D) no se desprende de un reparto común, la reflexión que se exige es más compleja aún – se debe pensar esta vez explícitamente que lo que debe ser *mitad* es el área, independientemente de la forma (conservación de área)-. Esta reflexión puede permitir al alumno recortar o cuadrricular la parte y comprobar que sus *pedazos* son efectivamente la mitad del área total.

En resumen, obtener la mitad implica saber que las dos partes deben ser iguales (no se reflexiona explícitamente en que las dos partes deben formar la unidad).

Determinar si es mitad, implica saber que las dos partes deben ser iguales, saber que las dos partes forman al todo, saber que no importa que las dos partes no tengan la misma forma e inventar recursos para comparar áreas.

Por ello, esta actividad exige en mayor medida, ser más cuidadoso al tener en cuenta, la relación entre el todo y sus partes, y nos permite explorar más profundamente las concepciones que los niños tienen sobre la noción de fracción, particularmente las que nos ocupan en este trabajo.

En cuanto a la segunda actividad: Agrupar los pedazos que tienen la misma cantidad de *pastel*. El objeto de esta actividad es seguir propiciando casos en los que los alumnos puedan comprobar que sus hipótesis acerca de *mitades que no son iguales* son falsas. No esperamos con esto que ellos logren generalizar *mitades de la misma unidad son iguales*, pero sí que tengan experiencias concretas repetidas que favorezcan, a la postre, dicho razonamiento.

En casos de que no consideren de entrada, que las mitades *contienen lo mismo de pastel*, tendrán que comparar directamente unos pedazos con otros, guiándose por aquellos que intuitivamente les parezcan iguales. Ni debe esperarse, por lo tanto, que logren terminar la clasificación necesariamente.

Situación Didáctica 3

Repartir X pasteles entre Y niños.

Consigna. En esta actividad se trata de que cada equipo haga un reparto diferente. El reparto que hará cada equipo es el siguiente:

	No. Pasteles	No. De niños	A c/u le toca
Equipo 1	2	4	
Equipo 2	1	4	
Equipo 3	3	2	
Equipo 4	4	8	
Equipo 5	2	8	
Equipo 6	6	4	

Sólo que antes de hacer los repartos haremos algunas apuestas. (Se lee la primera apuesta para explicar en qué consiste y se entrega la hojita donde vienen anotadas las 4 apuestas)

Trabajo en equipos de 3 ó 4 niños. En cada equipo discuten para ponerse de acuerdo sobre lo que van a contestar.

A cada equipo se entregan las hojas necesarias para que hagan el reparto que les corresponde, mismo que está escrito en el pizarrón.

Conforme los equipos van terminando de hacer el reparto, se va pegando en el pizarrón la parte que le tocó a un niño, es decir la respuesta de cada equipo. Cuando han terminado cada equipo explica su respuesta y verifica su reparto. Finalmente se van leyendo las apuestas de una en una para ver qué equipos acertaron. Se propicia la explicitación de los razonamientos seguidos.

En cuanto al material, a cada equipo se le proporcionan hojas tamaño oficio, según el número de pasteles a repartir, tijeras, una hoja para escribir las apuestas y una hoja con las siguientes preguntas:

Apuesta 1 ¿A los niños de qué equipos les tocará, a cada uno, más de un pastel?

Apuesta 2 ¿A los niños de qué equipos les tocará la misma cantidad de pastel?

Apuesta 3 ¿A los niños de qué equipos les tocará más pastel que a los del equipo uno?

Apuesta 4 Di un equipo del que estés seguro que les toca lo mismo de pastel que a los del equipo 5.

Análisis. En esta situación se pretende dar condiciones para que los niños reflexionen acerca de la relación que existe entre el par (No. de pasteles (n) vs. No. De niños (m)) y el tamaño del pedazo que toca a cada niño. Si el *pastel* entero es el mismo en todos los casos entonces ocurre que:

- Si hay más pasteles que niños, el pedazo que toca a cada uno es mayor que el entero.
- Si hay igual número de niños, entre más pasteles, más toca a cada uno.
- Si hay igual número de pasteles, entre más niños, menos toca a cada uno.
- Si el número de niños y el número de pasteles aumentan en la misma proporción, sigue tocando lo mismo.

Debe quedar claro que no interesa por ahora que lleguen a establecer explícitamente esas implicaciones. Simplemente se esperaría que las utilicen en

casos particulares con el objeto de iniciar una reflexión acerca de la relación entre el par (n, m) y el tamaño del pedazo.

Una posible dificultad presente en todas las anticipaciones que se piden es la necesidad de coordinar dos variables (No. De pasteles y No. De niños) para finalmente pensar en lo que toca a cada niño, independientemente de la cantidad total de pasteles. Encontramos aquí inevitablemente, implícitamente la noción de proporcionalidad (constancia de la razón de dos magnitudes). Podemos presumir que este contexto de reparto posibilitará la entrada del concepto de equivalencias.

No obstante, la tarea no solo consiste en encontrar estas equivalencias sino en desechar los que no lo son, y esto no es nada fácil.

Situación Didáctica 4.

Reconstruir el entero.

Consigna. Cinco niños fueron al cine y en el intermedio decidieron comprar caramelos. El dinero que llevaban sólo alcanzó para comprar dos caramelos, de manera que se los repartieron en partes iguales. Sabemos que a cada niño le tocó un pedazo de este tamaño (pedazo de 4 cm.). Averigüen de qué tamaño eran los caramelos que compraron los niños.

Trabajo en equipo. Equipos de cinco niños. Se les entrega 5 pedazos (por ejemplo de popote, o algún otro material que sirva para ejemplificar) de 4 cm. para que construyan los caramelos. También se les proporciona otros popotes para recortar y tijeras.

Se coloca el *caramelo* entero de cada equipo sobre una mesa o sobre el piso, anotando el número del equipo que lo construyó. Con base a la diferencia de tamaño entre unos y otros el maestro preguntará: ¿Cómo podemos saber cuál es

el correcto? En caso de que fueran todos iguales, el maestro apostará a un tamaño diferente para provocar una discusión o confrontación.

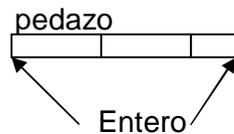
Análisis. Conociendo los datos del reparto (5 niños, 2 enteros) y teniendo el pedazo que tocó a cada niño, se pueden dar los siguientes procedimientos para construir el entero:

1) Unir los cinco pedazos para obtener los dos enteros y después dividir entre dos:



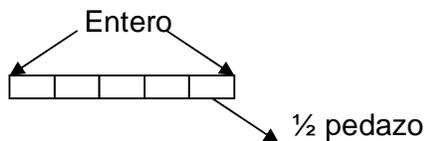
En este caso subyace el tomar en cuenta que la unión de las partes es igual a la unión de los enteros.

2) Unir dos pedazos y medio para formar un caramelo entero:



Subyace la misma reflexión que en 1) pero se realiza mentalmente el cálculo: si los dos enteros están formados por cinco pedazos, un entero está formado por $5/2$ (cinco entre dos) pedazos, es decir, por $2 \frac{1}{2}$ pedazos (puede pensarse también como si se tratase de un reparto: de estos cinco pedazos tengo que obtener 2, o repartirlos entre dos).

3) Cortar pedazos a la mitad y unir 5 de esas mitades:



Esto ocurrirá si se representa el reparto para saber cómo se formaron los pedazos: (el tamaño de los enteros no es real, lo que interesa es ver como están formados los pedazos)



Una manera de repartir puede consistir en dividir cada entero entre cinco. A cada uno tocarían dos de esos quintos. Entonces, el pedazo que se les dio está formado por dos de esos quintos. Para reconstruir en entero (deshaciendo el reparto) se necesita cortar en dos (volver a tener $1/5$) y unir cinco veces. Este procedimiento es largo, exige tener muy claro que en el pedazo que se les entregó está contenido todo lo que tocó a un niño, pero en cambio, no exige, la reflexión de los procedimientos uno o dos.

4) Aproximar al tanteo el tamaño del entero.

Si deciden verificar sus aproximaciones, tendrán que comparar sus dos enteros con los cinco pedazos (y estamos prácticamente en el caso1), o bien, *repartir* sus dos enteros entre cinco, lo cual es demasiado largo.

En resumen, los procedimientos que implica establecer la relación:

$$\mathbf{n. \text{ enteros} = m. \text{ pedazos}}$$

serían los más esperados. Por ello tienen mayores probabilidades de ser adoptados, sino de entrada, sí después de la revisión de los primeros resultados. Por otro lado, para llevar a cabo la verificación, la comparación de n enteros con m pedazos vuelve a ser la manera más esperada, aunque no será convincente

para quienes no sea claro que tal igualdad debe darse. Podría suceder que para quienes implementen la estrategia 3, la única prueba satisfactoria fuera el relato de cómo construyeron el entero.

Situación Didáctica 5

¿Cuántos enteros entre cuántos niños?

Consigna. Sabemos que algunos niños compraron chocolates del mismo tamaño y se los repartieron en partes iguales sin que haya sobrado chocolate. Los chocolates eran de este tamaño (muestra el entero de 10 cm.) y el pedazo que toco a cada niño era de este tamaño (muestra el tamaño de 6cm). Se trata de averiguar cuantos niños eran y cuántos chocolates compraron.

Trabajo en equipo. Se forman equipos de cuatro alumnos. Se entrega a cada equipo un entero y un pedazo, aclarando que si necesitan más pueden tomarlos.

Una vez realizado el trabajo por parte de los alumnos, se registran en el pizarrón las respuestas de cada equipo y, a partir de las diferencias que existan, los equipos defenderán su respuesta. En caso de surgir pares equivalentes se provoca la reflexión acerca de si solo uno es correcto, por qué.

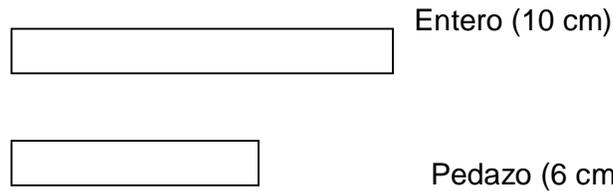
A continuación se plantea el mismo problema con enteros de 6cm y pedazo de 8cm.

El material a utilizar en cada equipo será:

- 5 tiras de cartón de 10 cm x 3 cm, 8 tiras de 6 cm x 3cm,
- 5 tiras de 8cm x 3 cm.

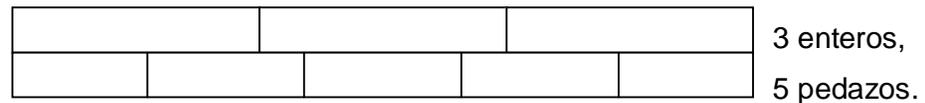
En el primer problema se utilizan las tiras de 10cm (enteros) y los de 6cm (pedazos). En el segundo problema se utilizan las de 6 cm (enteros y las de 8 cm (pedazos).

Análisis. Se tiene el entero y el pedazo que tocó a cada niño de un reparto



Hay que averiguar cuántos enteros se repartieron y entre cuántos niños. Teóricamente hay dos procedimientos de resolución que podrían implementar los niños:

- 1) Realizar los repartos, aproximándose por ensayo y error: repartir un entero entre dos niños y comparar el pedazo que arroja ese reparto con el pedazo dado. A partir de aquí, repetir otro reparto variando los datos del reparto, en función de ciertas estimaciones. Por ejemplo, para un entero 2 niños, el pedazo salió más chico. Probar para dos enteros 3 niños o para 3 enteros 4 niños, etc.
- 2) Si se considera que el total de enteros repartidos debe ser "igual" al total de pedazos obtenidos, se buscará la coincidencia entre cierto número de enteros y cierto número de pedazos:



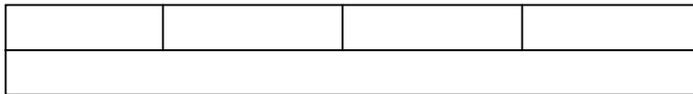
Por lo tanto se repartieron 3 enteros entre 5 niños.

Esta segunda estrategia es claramente más factible y segura (garantiza llegar a un resultado) que la primera. Suponemos que todos los niños que ya han utilizado implícitamente la relación n . enteros = m . pedazos, recurrirán a esta estrategia. El material que se les entrega, además, desfavorece la primera estrategia: las tiras de cartón no son fáciles de recortar, no tienen tijeras.

Es también muy probable que la presencia física de los enteros y los pedazos favorezca (a diferencia de las situaciones anteriores en las que el entero no estaba presente), que los niños tengan en cuenta la relación: Total enteros = Total pedazos.

Si así sucede, la relación entre enteros y pedazos estará ahora en primer plano: se convierte en el recurso explícito para resolver el problema. Por otro lado, en esta situación, a nivel implícito, se están ya relacionando dos magnitudes a través de la conmensuración⁹¹. El par (3,5) que se obtiene está destinado a funcionar, en situaciones posteriores, como la medida del pedazo en función del entero. Esto, por supuesto, tiene que ver con la significación que para el niño tiene la relación establecida. De igual manera podemos ver que cualquier otra relación en condiciones similares nos arroja un resultado similar.

Por ejemplo, un entero de 12 cm. de largo, con un pedazo de 3cm de largo:



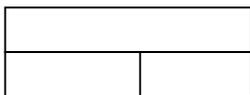
La relación que se establece es un entero = 4 pedazos y ya podemos escribir esta relación convencionalmente como $1/4$ o $3/5$ como el tamaño de nuestro *pedazo* en cuestión.

En la aplicación de esta estrategia, puede suceder que los niños encuentren otras soluciones distintas a la presentada, si continúan agregando enteros y pedazos, después de haber obtenido una primera coincidencia.

En este caso podemos aprovechar la situación para realizar un debate más amplio con los equipos formados, pues podemos llevar el análisis hacia situaciones más generales. Se puede por ejemplo, preguntar ¿Cuál de los dos equipos esta en lo correcto?

Entero 12cm

Pedazo 6cm



⁹¹ Este concepto se refiere al proceso mediante el cual tratamos de verificar si una unidad dada, sin fraccionar, cabe un número exacto de veces en otro segmento dado.

En este caso el tamaño del pedazo es de $\frac{1}{2}$.

Puede ocurrir que otro equipo continúe colando enteros y pedazos de la siguiente manera:



En este caso el tamaño del *pedazo* es de $\frac{2}{4}$.

Será interesante que se discuta acerca de si solo una solución es correcta o varias pueden serlo.

¿Cuántas respuestas podría haber? ¿Cómo obtener otras además de las que aparecen?

La otra condición, en la que el entero es menor que el pedazo, la relación que se establece es similar, como sabemos la igualdad $n \cdot \text{enteros} = m \cdot \text{pedazos}$, tendrá un número mayor en primer término pero el significado será el mismo (6,8):



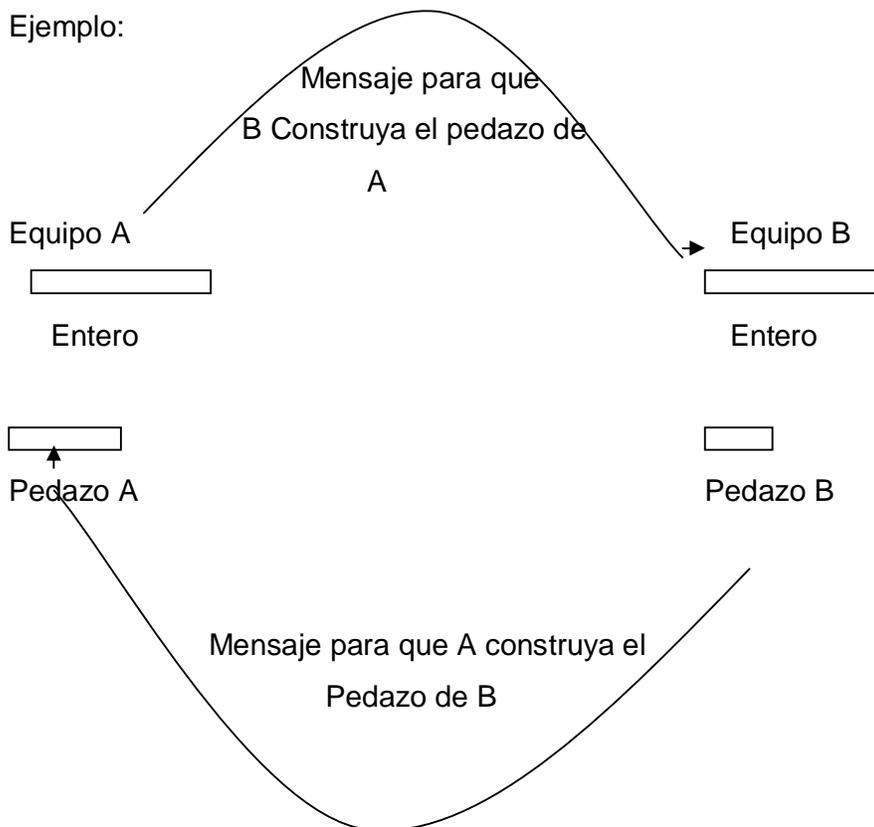
El tamaño del "pedazo" será $\frac{4}{3}$

Situación Didáctica 6

Mensajes.

Consigna. "Van a jugar en parejas de equipos: Un equipo de este bando con un equipo de este otro bando (se asigna a cada equipo su pareja) Todos los equipos tienen un chocolate entero como, éste (lo muestra). Los equipos de éste bando tienen un pedazo de chocolate y los equipos del otro bando también tienen un pedazo, pero de diferente tamaño (sin mostrarlo). Se trata de que cada equipo envíe un mensaje (que se pueda decir por teléfono) a su pareja, para que ésta pueda construir un pedazo del mismo tamaño. Cabe aclarar que los mensajes no deben contener dibujos y al ser un trabajo en parejas, si el mensaje tiene éxito, es decir, si el pedazo construido coincide con el pedazo del emisor, ambos equipos ganan. Si el mensaje no funciona, ambos pierden. No se vale enseñar el pedazo".

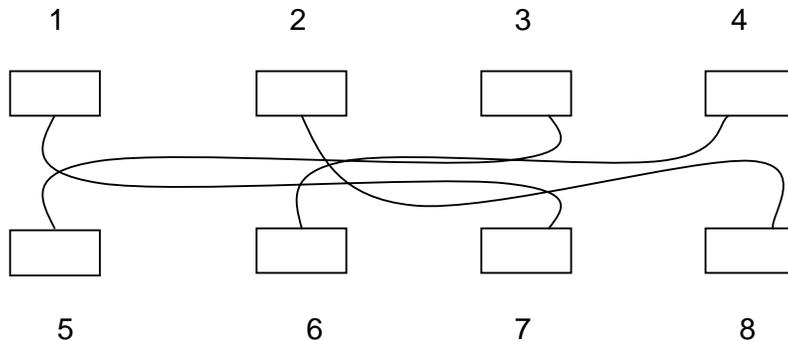
Ejemplo:



Añadir que cada equipo tendrá una tira larga (se muestra) para que de ahí recorte el pedazo. La tira tiene el mismo ancho que los enteros y los pedazos.

Trabajo en equipos. Equipos de 4 niños, deberán elaborar el mensaje.

Se deben formar parejas de 4 niños. Intentar que los equipos de una misma pareja queden alejados.



Parejas: 1 y 7; 2 y 8; 3 y 5; 4 y 6.

Material que usaran los equipos está formado de:

-El entero para todos los equipos: Tira de cartón de 12 cm. x 3cm.

- Pedazos de distintos tamaños, un tamaño por equipo:

4 tiras de cartón de 6 cm. x 3cm. (1/2 del entero)

6 tiras de cartón de 9 cm. x 3cm. (3/4 del entero)

15 tiras de cartón de 5 cm. x 3 cm. (5/12 del entero)

2 tiras de cartón de 24 cm. x 3cm. (2 enteros)

3 tiras de cartón de 18 cm. x 3cm (3/2 del entero)

- Una tira por equipo para recortar, de papel o cartulina, de 50 cm. X 3cm.

- hoja de papel para escribir el mensaje, lápiz, tijeras (1 por equipo).

Al inicio de la sesión se entrega a cada equipo únicamente un entero y un pedazo.

Se les dice tomar más si lo necesitan.

Una vez que todos los equipos tienen su material se procede a elaborar el mensaje, el maestro recoge los mensajes (pidiendo antes que se escriba de qué equipo es y para que equipo es) y los entrega a los destinatarios.

Los equipos interpretan el mensaje y deben construir el pedazo correspondiente.

El docente hará pasar a un representante de equipo por parejas. Se verifica primero el pedazo construido por uno de los equipos de la pareja, después el otro. La verificación se realiza simplemente comparando el pedazo original con el pedazo construido. Se lee el mensaje (y si es posible se escribe en el pizarrón). Si los pedazos no coinciden, se propicia que el grupo juzgue de donde viene el error: del mensaje o de su interpretación.

Propiciar también la opinión del grupo en cuanto a la claridad del mensaje y el grado de dificultad para construir el pedazo.

De acuerdo con los tiempos, el profesor decide si se revisan todos los mensajes o solo algunos de ellos.

Análisis. La relación de conmensuración entre dos longitudes (materializadas en los enteros y los pedazos) ha sido funcionalizada como un medio más o menos implícito en la resolución de los problemas anteriores: completamente implícita en la actividad de repartir; condición implícita para encontrar una estrategia que permitiera construir el entero; buscada explícitamente para determinar cuantos pasteles se repartieron entre cuántos niños, dados el entero y el pedazo y finalmente llegamos a descubrir una relación de conmensuración que nos proporciona la medida del *pedazo* en función del entero, es decir, cuantificar el tamaño del pedazo (la longitud en este caso) siendo el entero la unidad de medida, mediante el par de números que se desprenden de la conmensuración. Se pretende finalmente que los niños lleguen en cierto momento a expresar una medida L , en función de una unidad U así: L mide $n \cdot U$ entre m ó L mide $n/m(U)$.

La manera como se intenta propiciar que se dé ese papel a la relación de conmensuración es, simplemente, dando condiciones para que sirva para eso: Un equipo A de niños necesita conocer el tamaño de un pedazo, para construirlo.

Otro equipo B tiene el pedazo. Ambos tienen los mismos *enteros* (unidades). B dará la información que considere necesaria y suficiente para que A realice su

tarea. Se trata de una tarea básicamente de comunicación. Esta vez la relación de conmensuración, si es elegida como estrategia, será explicitada en el mensaje. Con esto continuará, esta vez en forma sistemática, la construcción de un lenguaje que exprese dicha relación.

Por otro lado, la información contenida en estos posibles mensajes (por ejemplo: 4 enteros, 3 pedazos) ¿Se refiere a la acción que es necesario ejecutar? ¿ O es considerada ya como la descripción del pedazo?. En el primer caso, el contenido del mensaje estaría jugando el papel de un operador: multiplica por 4, divide entre 3; en el segundo caso jugaría el papel de estado final de la operación: el pedazo mide 4 entre 3. Ambos significados se integran finalmente, en la noción de número (número como operador, número como medida). En este caso dadas las características de la situación es muy probable que el sentido inicial del mensaje sea el de operador para algunos niños, sin embargo para otros la identificación del contenido del mensaje con el tamaño del pedazo sea más claro y considerando la situación anterior (5), ambos significados estén presentes en una afirmación como: L mide $\frac{3}{4}$ de U.

Con esta actividad llevada sistemáticamente y con trabajo con longitudes favorecerá que progresivamente los alumnos pasen del contexto de reparto a la relación de conmensuración, de tal forma que el proceso inverso, es decir al presentarles una expresión tal como $\frac{5}{8}$, ellos puedan establecer que la relación tiene que ver con dividir un *entero* en ocho partes y considerar cinco del total de la unidad.

III.3 FRACCIONES EQUIVALENTES

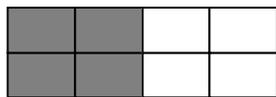
La importancia de la idea de equivalencia de fracciones se debe al papel clave que juega en diversos aspectos: en la relación de orden, en el desarrollo del algoritmo de la suma, además esta idea de fracción equivalente, sintetiza algunos de los atributos identificados para manejar la noción de fracción como *las partes también pueden considerarse como todos y subdivisiones equivalentes*, es decir,

la habilidad que puedan desarrollar los niños para poder considerar una parte de un todo (un subgrupo de un grupo).

En este trabajo se asume que el alumno ya tiene definida la relación que supone los símbolos matemáticos: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, ó $\frac{5}{8}$, etc., por tanto lo que sigue debe ir dirigido a que los niños desarrollen en un primer momento estas relaciones (la equivalencia en contextos concretos (continuos y discretos) potenciando la capacidad del niño de realizar traslaciones a la forma oral, escrita y simbólica.

Al plantear tareas de clase en las que se desarrollan las nociones que corresponden al tercer grado de la escuela primaria, se deben plantear contextos continuos, discretos como con la recta numérica, a veces se pueden plantear situaciones en las que la relación de la parte considerada y el todo se expresan mediante parejas de números distintos.

a)



4 de 8

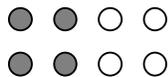


2 de 4

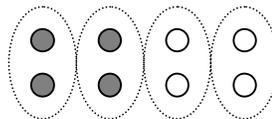


1 de 2

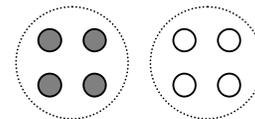
b)



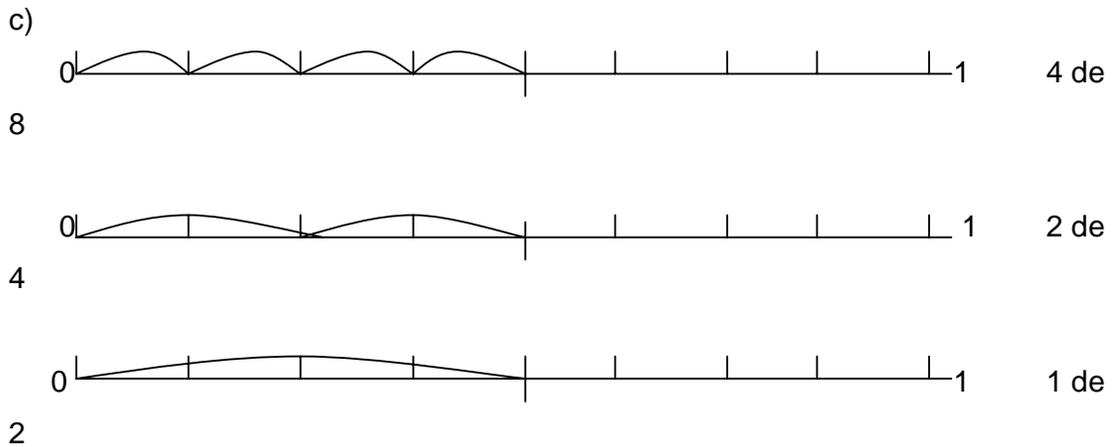
4 de 8



2 de 4



1 de 2



La habilidad del niño en realizar las diferentes traslaciones, así como su paulatina independencia del material concreto se pueden considerar como índices de desarrollo de la idea matemática de la equivalencia.

Se proponen actividades como la siguiente, en donde se utilizan materiales concretos y se maneja un conjunto discreto.

Actividad 1

Consigna. Vamos a realizar particiones, de las que ustedes ya conocen. A cada equipo se le entregará un entero y van a obtener: el equipo 1, medios; el equipo 2, cuartos; el equipo 3, octavos.

El maestro les recuerda que una condición para realizar fracciones, es que las partes en que se divide el entero deben ser exactamente iguales.

Trabajo en equipo. Los equipos están formados de la siguiente manera:

Equipo 1: Dos alumnos

Equipo 2: Cuatro alumnos

Equipo 3: 8 alumnos.

Se reparten *cartulinas* o papel de aproximadamente un metro cuadrado, a cada uno de los equipos, realizan sus particiones y muestran al profesor sus *pedazos* de cartulina.

Posteriormente el profesor fija una cartulina en el pizarrón y pregunta:

¿Cuántos medios necesitamos para completar un entero?

¿Cuántos cuartos necesitamos para completar un entero?

¿Cuántos octavos necesitamos para completar un entero?

¿Cuántos octavos necesitamos para completar un medio?

¿Cuántos octavos necesitamos para completar un cuarto?

Se deben agotar todas las posibles combinaciones, de manera verbal. A continuación un representante de cada equipo pasa a colocar las fracciones correspondientes sobre el entero de acuerdo con la partición que le ha tocado.

Para finalizar con la actividad se pasa a la representación simbólica:

El maestro explica cómo representar en forma escrita las equivalencias representadas en la cartulina.

¿Cuántos octavos forman un $\frac{1}{4}$? Se escribe $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

¿Cuántos cuartos forman un $\frac{1}{2}$? Se escribe $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Se pueden establecer todas las posibles combinaciones de igual manera hasta agotar todas las dudas que puedan tener los niños. Para finalizar se puede preguntar: ¿Qué debemos hacer para construir fracciones equivalentes?

Como se ha señalado anteriormente, a esta altura del aprendizaje sobre las nociones de fracción, los alumnos ya identifican la relación que existe entre el entero y las particiones correspondientes, de tal forma que al comparar el entero con una fracción, identifican que $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{8}$ o $\frac{1}{2}$ son expresiones que denotan el tamaño del *pedazo* y por tanto podemos recurrir a otro tipo de mediciones. Por ejemplo las relacionadas con medidas de capacidad, así se puede utilizar el litro, medio litro, un cuarto e incluso recipientes con capacidad de 125 mililitros, para poder establecer las correspondientes equivalencias, de una manera similar a la descrita en la actividad previa.

La dificultad de la equivalencia de fracciones radica en el hecho de tener que vincular las manipulaciones que se realizan en contextos concretos con una regla que permita obtener fracciones equivalentes en el nivel de los símbolos. De esta forma el problema fundamental estriba en lograr que el pensamiento de los niños logre independizarse del material concreto y de las manipulaciones del mismo para que se convierta realmente en elaboraciones mentales.

Después de las secuencias de enseñanza en contextos continuos será útil proponer actividades en contextos discretos que requieran el manejo de la idea de equivalencia. Eso hará que los niños tengan la oportunidad de ampliar su noción de equivalencia a situaciones que en el mejor de los casos necesitan una manipulación previa (en el plano de lo concreto) para poderse realizar, además de que si utilizamos, por ejemplo, fichas como concretos puede ser que no haya una unidad predeterminada.

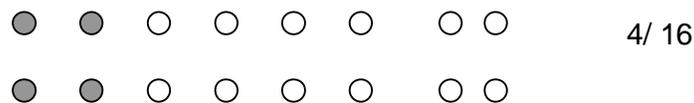
Por ejemplo, si tenemos la representación siguiente para $2/8$:



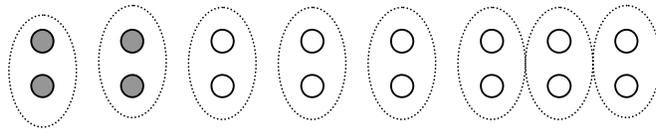
Para obtener una representación de un cuarto hay que realizar un reagrupamiento de las fichas y considerar los grupos formados por dos fichas



Pero por otra parte, si queremos obtener una representación de $4/16$, deberemos considerar como unidad, por ejemplo, un grupo formado por 16 fichas con cuatro de ellas coloreadas



Teniendo que reagrupar las fichas de dos en dos para obtener una representación de $\frac{2}{8}$ (que es la situación de la que partimos) para poder establecer la equivalencia.



Este hecho de conjeturar cuantas fichas deben formar en este caso la unidad para obtener una buena representación de la fracción equivalente, o en el caso anterior, el tener que determinar *cuántas fichas deben estar en cada subgrupo*, hacen que el manejo de este concreto sea más complejo.

Actividad. 2

Consigna. Ahora vamos a utilizar las siguientes fichas, que nos representan el total del entero, es decir, ahora nuestro entero está representado por 24 fichas.

Con este entero vamos a realizar particiones, de manera similar a las que hemos hecho antes. Representaremos $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$.

Trabajo en equipo. Se conforman equipos de cuatro niños.

Recibe cada equipo 24 fichas de plástico (pueden ser taparoscas o fichas de póquer, o cualquier otro material útil para realizar el reparto). Deben anotar sus respuestas en una hoja:

$$\frac{1}{2} = 12 \text{ fichas}; \quad \frac{1}{4} = 6 \text{ fichas}; \quad \frac{1}{8} = 3 \text{ fichas}$$

Una vez que los equipos tienen las respuestas se realiza la confrontación acerca de las respuestas, dejando que expliquen el por qué de ellas, en caso de haber respuestas equivocadas en cuanto al número de fichas que representan cada fracción, dejar que muestren a todo el grupo el razonamiento que les llevó a su equivocación.

Consigna dos. Ahora vamos a realizar las siguientes representaciones o particiones, seguiremos considerando que el entero es de 24 fichas:

$2/4$, $2/8$, $4/8$ y el resultado lo vamos a comparar con el anterior que ya tenemos escrito.

Los niños al realizar estas particiones encontrarán que $2/4 = 1/2 = 12$ fichas, resultado que nos muestra que son éstas, fracciones equivalentes. De igual forma se procede a realizar todas las comparaciones posibles. La confrontación de resultados y la guía adecuada del profesor nos dará el mayor o menor resultado acerca de la construcción del concepto de equivalencia.

Actividad 3.

Como un corolario de la actividad anterior se puede, nuevamente realizar equipos de cuatro alumnos y pedir a cada equipo que repartan el entero entre todos los miembros del equipo, de tal forma que le toque un cuarto a cada uno.

El maestro entregará en un sobre 20 fichas únicamente, esperamos que algunos alumnos tomen 6 fichas, como resultado anticipado de la actividad anterior, y por lo tanto los demás (3) sólo tendrán 14 fichas para repartir, creando de esta forma un conflicto sobre el reparto.

Se propiciará la discusión y el análisis grupal sobre lo que está pasando con nuestro *entero*, hasta que los niños concluyan que el reparto en esta ocasión debe ser de acuerdo con el total de fichas que contiene nuestro nuevo *entero*.

Actividad. 4

Consigna. En este ejercicio veremos quien tiene más cartulina. Tres de ustedes pasarán al pizarrón, van a tomar una parte que les voy a dar y la mostrarán a sus compañeros. La pregunta es ¿Quién tiene más? Antes de iniciar la actividad quisiera que me dijeran: ¿Cuántos octavos caben en un medio?

Material. Una cartulina previamente trazada en octavos. Al niño uno le será entregado un medio de la cartulina, al niño 2 dos cuartos y al tercero cuatro octavos.

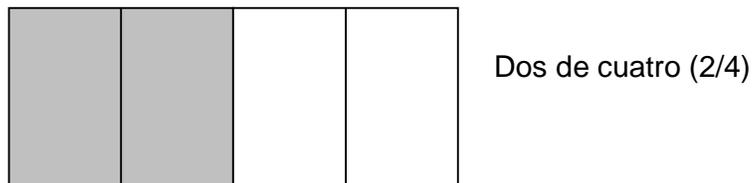
La discusión se inicia cuando los tres niños muestran sus respectivas fracciones a todo el grupo, intervienen diciendo lo que consideran acerca de la pregunta inicial sobre quien de los tres tiene más.

Una vez obtenidas diferentes respuestas y argumentadas por los mismos niños, procedemos a demostrar quien tiene más. Colocamos la cartulina marcada en el pizarrón y los tres niños colocan sus respectivas fracciones sobre ésta, con el fin de que todos los alumnos vean que son fracciones equivalentes.

Actividad 5.

Para finalizar con este apartado se intenta describir las características de la secuencia de enseñanza basada en el contexto continuo, con un modelo de rectángulo y desarrollada mediante actividades de doblar papel.

Si tenemos dos hojas rectangulares de papel con dos cuartos ($2/4$) sombreados en cada una



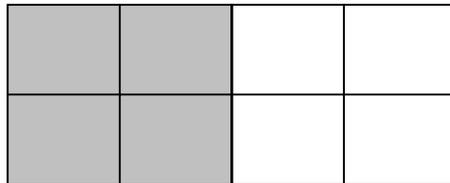
En este momento se supone que los niños ya no deben tener problemas con las nociones relativas al concepto inicial de fracción para poder introducirles con certeza en esta situación.

Entonces, mientras tenemos una delante, encima de la mesa, con la otra realizamos la siguiente secuencia:

Doblarla por la mitad horizontalmente y luego



Desdoblar; Se pregunta ¿En cuántas partes ha quedado dividida ahora la unidad? La respuesta evidentemente será en ocho.

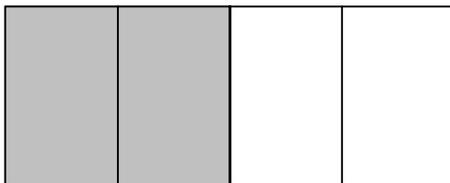


¿En cuántas partes estaba dividida antes? Sólo hay que comparar con la hoja que tenemos delante: en cuatro.

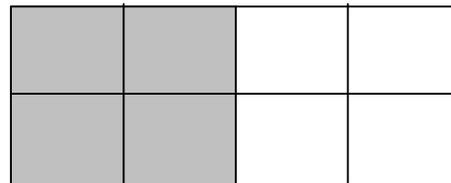
En la que tenemos ahora ¿Qué es cada parte de la unidad? : un octavo

¿Cuántos octavos tenemos sombreados? Mientras se cuenta en voz alta se puede ir señalando con el dedo: cuatro octavos.

Colocando las dos hojas de papel que teníamos, una al lado de la otra, con la fracción que indica la parte sombreada



$2/4$



$4/8$

$$2/4 = 4/8$$

Lo esencial es relacionar los dobleces de la hoja de papel a la idea de doblar, triplicar, etc., y en general multiplicar el *numerador* y el *denominador* por el mismo número.

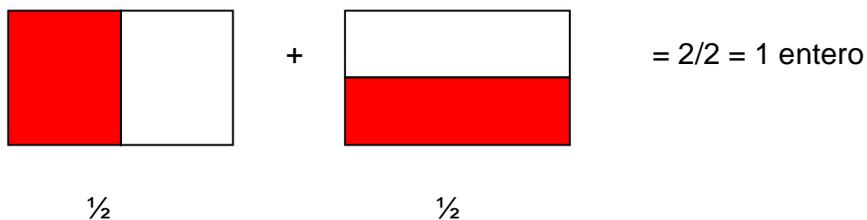
III.4 Noción de la suma de fracciones.

De acuerdo con planes y programas vigentes, como hemos mencionado, es fundamental el *planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material.*

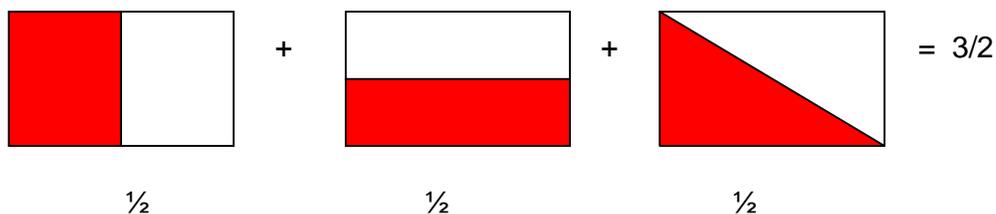
De aquí que, si asumimos que los niños, a esta altura de la propuesta, ya tienen perfectamente claro el significado de $2/4$, $5/8$, $1/2$, etc., como la relación que existe entre una parte del entero con el todo. Podemos pensar que será más sencillo pasar los alumnos a realizar actividades de suma de fracciones, evidentemente con particiones sencillas como las vistas hasta ahora.

Actividad.

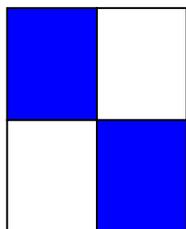
Una primera aproximación a la suma de fracciones, se realiza con material utilizado para realizar particiones de medios como el siguiente.



Podemos agregar un medio más:

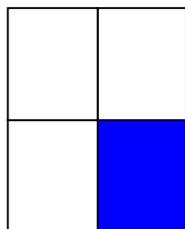


Y por supuesto podemos trabajar con otras fracciones sencillas:



$2/4$

+



$1/4$

= $3/4$

De estos ejemplos podemos recurrir a diversas combinaciones, con materiales diferentes, de acuerdo al contexto en el que se presente la situación didáctica.

También podemos utilizar unidades de volumen, un litro, medio litro, un cuarto y un octavo.

Actividad 2

Sugerimos realizar situaciones problemáticas como por ejemplo:

Juan se ha comido los $3/8$ de pay de queso y Pedro $2/8$. ¿Cuánto pay se han comido entre los dos?

En las que el problema de solución viene determinado por el hecho de contar octavos (tres octavos más dos octavos son cinco octavos) que de forma simbólica podemos representar por:

$$\begin{array}{r}
 3/8 \quad 3 \text{ octavos} \\
 + 2/8 \quad 2 \text{ octavos} \\
 \hline
 5/8 \quad 5 \text{ octavos}
 \end{array}$$



Actividad 3

En esta actividad pretendemos que los niños vayan más allá del entero en sus representaciones, al intervenir fracciones mayores de la unidad.

Juan se ha comido $1 \frac{1}{4}$ de los pasteles de chocolate y Pedro $2 \frac{2}{4}$. ¿Cuántos pasteles se han comido entre los dos?



Evaluación

En la evaluación de éste Curso- Taller dirigido a docentes que laboran en la Zona Escolar 210 del Sector Escolar 29 de la Dirección Escolar No. 4 de Educación Primaria en el Distrito Federal, como se menciona en el apartado referido a la metodología del curso, pondremos en práctica una serie de instrumentos y procedimientos en las tres unidades que conforman el Plan General del Curso.

Unidad I.

La evaluación de esta unidad estará centrada en la utilización de la *exploración a través de preguntas formuladas por el conductor, durante el desarrollo de la sesión.*

Dichas preguntas serán formuladas una vez que se ha realizado la lectura sobre el tema específico, con el fin de establecer un diálogo con todos los participantes, para que proporcionen su punto de vista.

La segunda técnica propuesta para esta unidad será la de *mapas conceptuales*, que serán construidos en forma parcial de acuerdo con los subtemas de dicha unidad.

El producto final será un mapa conceptual en el que los participantes del taller podrán exponer todo lo relativo a la adquisición de la teoría revisada.

Unidad II

Una primera evaluación se llevará a cabo con la formulación de un escrito, por parte de los participantes, sobre lo que consideran es esencial en los enfoques que se manejan en los planes y programas, sobre el tema específico de las fracciones en tercer año de primaria.

Una segunda evaluación consiste en la puesta en práctica, por parte del docente participante, de alguna actividad propuesta en el fichero y respaldada con la lección correspondiente, del libro de texto. El docente comentará su experiencia.

Unidad III.

Las evaluaciones consisten en la observación del docente participante en cuanto a su intervención grupal, su cooperación y disposición en la generación del material de las actividades marcadas en la propuesta alternativa.

El producto final de esta unidad, será el diseño de alguna actividad, producto del aprendizaje obtenido durante el Curso- Taller.

CONCLUSIONES

El programa de Maestría en Educación con Campo en Planeación Educativa que culmina con este trabajo, nos ha acercado a la investigación educativa en un plano más directo, evidentemente no ha sido fácil culminarlo, pues durante casi tres años un problema visualizado en el aula escolar, ha estado presente en sus diferentes etapas.

La hipótesis que sirve de plataforma de inicio en este trabajo tiene que ver con el desempeño del docente, en su proceder cotidiano, las estrategias que se plantean, tanto en el libro de texto, como en el fichero de actividades no son llevadas a la práctica, esto ha quedado demostrado en el análisis que se realiza, después de aplicada la encuesta correspondiente. Es un tanto decepcionante que profesores frente a grupo con 20 o más años de servicio, nunca hayan atendido a un tercer grado, por lo tanto se pone en evidencia que seguramente se desconoce el total del currículum que cubre las asignaturas de la escuela primaria.

Al encontrar este tipo de evidencias en la Zona Escolar 210, podemos extrapolar una situación similar en las demás zonas del DF. Así mismo, entonces las estrategias que ayudan a una mejor apropiación de conocimientos por parte del alumno no se están llevando a la práctica.

En el caso particular del tema de las *fracciones*, para el tercer año de primaria, es fundamental que los alumnos logren entender cómo se establece la relación parte- todo, vía el uso de material concreto, que los docentes deben preparar previamente, con el fin de no improvisar en el salón de clase.

La alternativa didáctica que en este trabajo se presenta, no es con mucho la panacea para lograr resultados eficaces necesariamente, ahora más que nunca estamos convencidos que la actitud que tenga el maestro frente a grupo, para

enfrentar los problemas didácticos y pedagógicos de su grupo, le hace responsable de los logros o fracasos de su labor en el aula.

Sabemos que, por ejemplo, el tiempo es una variable que no se puede controlar, sin embargo, se puede buscar trabajar en equipo, aspecto fundamental en el Curso- Taller propuesto, para conocer y reconocer situaciones didácticas exitosas que ayuden al maestro a cumplir su cometido fundamental: lograr que sus alumnos adquieran aprendizajes significativos.

La alternativa propuesta sólo tiene un enfoque, en cuanto al logro, de parte del alumno, de establecer una relación del número de partes contra el número de enteros, de tal forma que se busca que los niños lleguen a establecer, finalmente la relación a/b que caracteriza a los números racionales. Seguramente los docentes al conocer los diferentes significados y significantes de las fracciones, plasmados en la parte teórica del Curso-Taller propuesto y después de recordar los postulados de la teoría del Aprendizaje Significativo, tendrán más elementos para proponer sus propias situaciones didácticas para la enseñanza del tema que nos ocupa.

BIBLIOGRAFIA

ANDER- EGG, Ezequiel. Técnicas de Investigación Social .24ª. Edición. Argentina, Ed. Lumen.1995. 335 p.

ÁVILA STORER, Alicia. La enseñanza oficial de las matemáticas elementales en México. Su psicopedagogía y transformación. México, SEP/ UPN.1988. 147 p.

AUSUBEL – Novak- Hanesian. Psicología Educativa: Un punto de Vista cognoscitivo. 2ª. Edición. México, Ed. Trillas.1983. 386 p.

BISQUERRA, Rafael. Métodos de Investigación Educativa. Guía práctica. Perú, Ed. CEAC. 1989. 315 p.

BLOCK, David. La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias con Especialidad en Investigaciones Educativas. México, CINVESTAV-IPN. 2001. 221p.

_____. Estudio Didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias en la especialidad de Educación. México, DIE- CINVESTAV-IPN.1987. 245 p.

BUENDÍA EXIMAN, Leonor, et al. Métodos de Investigación en Psicopedagogía. España, Ed. Mc Graw- Hill. 1998. 343 p.

COLL, Cesar. Psicología y Currículum. Una aproximación Psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar. Barcelona, Ed. Paidós. 1991. 297 p.

DÁVILA VEGA, Martha. Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento. Tesis para obtener grado de Maestría. México, CINVESTAV-IPN. 2002. 231p.

DICCIONARIO DE LAS CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN. México, Ed. Santillana. 1987. 1528 p.

DIENES, Z. Fracciones. México, Ed. Varazan. 1972. 198 p.

DÍAZ BARRIGA, Frida y G. Hernández. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México, Ed. Mc Graw Hill.1999. 381 p.

DÍAZ BARRIGA, Frida. Diseño Curricular, para educación Superior. 11ª Edición. México, Ed. Trillas. 2005. 175 p.

FICHERO. Actividades didácticas. Matemáticas. Tercer grado. México, SEP. 1994. 122 p.

HANS, Aebli. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Buenos Aires, Ed. Kapelusz. 1973. 298 p.

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. La calidad de la educación Básica en México. Resultados. México 2004. 180 p.

KIEREN, T. La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionados con los números racionales. Universidad de Alberta, Ed. J.Kilpatrik. 1988. 402 p.

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA. Programa de actualización del magisterio. México, SEP.1995. 201 p.

LIBRO DE TEXTO. Matemáticas. Tercer grado. México, SEP. 1994. 207 p.

LLENARES, S. y V. Sánchez. Fracciones. La relación parte- todo. Sevilla, España, Ed. Síntesis.1972. 168 p.

MANCERA, E. Significados y significantes relativos a las fracciones, en Revista de educación matemática, Vol. 4, numero 2. México, Ed. Iberoamericana.1995. 72 p.

MOREIRA, M. A. Teoría de Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Brasil, Universidad de Río Grande do Sau Paulo.1993. 249 p.

MURRAY R., Spiegel. Probabilidad y Estadística. Serie Schaum. México, McGraw-Hill. 1989. 372 p.

PANSZA G., Margarita. Carolina Pérez Esther. Operatividad de la Didáctica. 7ª. Edición. México, Ed. Gernika. 1997. 214 p.

PLAN NACIONAL DE DESARROLLO 2001- 2006. México. Poder Ejecutivo Federal. 2001. 157 p.

PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993. Educación primaria. México, SEP. 1993.164 p.

PROGRAMA NACIONAL DE EDUCACIÓN. 2001- 2006. México, Secretaría de Educación Pública. 2001. 268 p.

QUIROGA, Elsa. El nuevo contexto educativo, la significación en el aprendizaje de la enseñanza. España, Ed. Morata.1998. 339 p.

ROJAS SORIANO, Raúl. Guía para realizar Investigaciones Sociales. 40ª. Edición. México, Ed. Plaza y Valdez. 2003. 435 p.

STENHOUSE, Lawrence. Investigación y desarrollo del Currículum. 1ª. Reimpresión .España, Ed. Morata1996. 345 p.

ANEXO 1

ANEXO 2

FICHAS DE ACTIVIDADES Y LECCIONES DE LIBRO DE TEXTO

MATEMÁTICAS. TERCER AÑO. FRACCIONES