UNIDAD
SEAD
UPN
UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

LOS PROBLEMAS MATEMATICOS EN EL SEXTO AÑO DE EDUCACION PRIMARIA

MAURICIO GERARDO MEDINA·CORTINA

MEXICO, D. F. 1987

UNIDAD
SEAD
099
UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

LOS PROBLEMAS MATEMATICOS EN EL SEXTO AÑO DE EDUCACION PRIMARIA

MAURICIO GERARDO MEDINA CORTINA

INVESTIGACION DOCUMENTAL PRESENTADA PARA OBTENER EL TITULO DE LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

MEXICO, D.F. 1987.

USE-T-64

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DE TRABAJO DE TITULACION.

México, D.F., a 12 de agosto de 1987.

C. PROFR. MAURICIO GERARDO MEDINA CORTINA.
P R E S E N T E .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Examenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa Investigación Documental, titulado: "LOS PROBLEMAS MATEMATICOS EN EL SEXTO AÑO DE EDUCACION PRIMARIA", presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD SEAD
D. F. PONIENTE

A T E N T A M E N T E
EL PRESIDENTE DE LA COMISION

PROFR. DIONISIO ZABALETA LOPEZ.

A mis padres:
Quienes me lo han
dado todo.

A mis hijos:
Quienes me dieron
su tiempo y com -
prensión.

A mi esposa y a mi
hermana:
Que me apoyaron -
siempre.

A mis padres:
Quienes me lo han
dado todo.

A mis hijos:
Quienes me dieron
su tiempo y com -
prensión.

A mi esposa y a mi
hermana:
Que me apoyaron -
siempre.

INDICE

INTRODUCCION

Esta investigación documental trata de determinar la existencia de nuevas alternativas didácticas en el campo de las Matemáticas que permitan a los niños de sexto año de Educación Primaria resolver de mejor manera los problemas matemáticos que se le presentan en los programas establecidos por la SEP., para lo cual se hace un análisis de la corriente psicológica de Piaget, de los conceptos y algoritmos necesarios para la solución de problemas y de la Didáctica tradicional así como las dificultades a que se enfrenta el niño de sexto año.

Surge de la necesidad de superar las deficiencias didácticas que se manifiestan en el niño como una incapacidad para establecer un razonamiento adecuado en la solución de los problemas, así como de actualizar los fundamentos psicológicos de la Didáctica, por lo que el objetivo general de esta investigación es la de establecer una modalidad didáctica para resolver problemas matemáticos por parte de los niños de sexto año en Educación Primaria, del cual se desprenden los siguientes objetivos específicos:

-Establecer los mecanismos a través de los cuales los niños desarrollan su pensamiento lógico según la teoría constructivista, así como de los factores que intervienen en él.

-Mostrar cuáles son los conceptos y algoritmos mas importantes que le permitan al niño saber qué operación u operaciones utilizar en cada uno de los problemas planteados.

-Analizar las principales dificultades a las cuales se enfrenta el niño para poder resolver correctamente problemas propuestos.

-Exponer los recursos didácticos tradicionales para el planteamiento, solución y corrección de los problemas.

-Presentar una alternativa para que el niño de sexto año pueda resolver adecuadamente los problemas que se planteen.

Por otra parte, es importante hacer resaltar que la alternativa que se presenta no posee los elementos científicos de experimentación necesarios para ser considerada como válida. pero sí posee los fundamentos teóricos necesarios para presentarla en esta investigación bibliográfica, de hecho, representa la necesidad de buscar nuevas alternativas didácticas en el campo educativo.

Las fuentes que se utilizaron para obtener la información fueron escencialmente a través de libros de Psicología, Matemáticas y Didáctica publicados en fechas recientes y representativos de las distintas corrientes.

En el CAPITULO 1 "El razonamiento del niño de 11 y 12 años según Piaget", se analiza de qué manera el niño establece su realidad, cómo adquiere el conocimiento y los factores que intervienen en el desarrollo intelectual.

Se estudian los períodos del pensamiento infantil de los niños de sexto año que son los de operaciones concretas y de operaciones formales estableciendo sus principales características.

El lenguaje es abordado como un factor importante para el desarrollo infantil dándole importancia al lenguaje escrito - por su relación con el tema de esta investigación.

Se presentan algunos puntos sobre los estudios que Piaget hizo alrededor de los conceptos matemáticos como el de número, y se culmina este capítulo con una contrastación de las principales características de la posición conductista representada por Skinner y la de Piaget.

En el CAPITULO 2 "Conceptos y algoritmos que deben manejar los niños de sexto año" se presentan los conceptos, algoritmos y propiedades de las principales operaciones fundamentales en el campo de los Naturales y de los Racionales positivos, dándole hincapié a la forma cómo vienen planteados en los problemas.

Las proporciones simples con variaciones directas e inversas se presentan didácticamente acompañadas de sus respectivas gráficas.

Al final de este capítulo se presenta la lógica inductiva y deductiva como parte importante de la forma como se aborda el razonamiento.

En el CAPITULO 3 "Didáctica y dificultades en la resolución de problemas matemáticos" se aborda desde el punto de vista tradicional conductista los distintos elementos que intervienen primero para la redacción de un problema, después algunos métodos que existen para su solución y por último la Didáctica para su presentación, solución y corrección.

También se presentan varias causas por lo que los niños no resuelven problemas matemáticos.

En el CAPITULO 4 "Una nueva alternativa para la Didáctica y solución de problemas" se dan los fundamentos necesarios en base a la Teoría de Piaget para un nuevo enfoque Didáctico y se presentan las alternativas para problemas simples y complejos.

CAPITULO 1

EL RAZONAMIENTO DEL NIÑO DE 11 Y 12 AÑOS SEGUN PIAGET

1.1. Por qué se tomó la corriente de Piaget.

Se escogió la corriente de Piaget para este estudio porque en ella se trata de encontrar el mecanismo que usan los niños para desarrollar su pensamiento lógico, a diferencia de otras corrientes como la conductista, que tan solo estudia las respuestas producidas a un estímulo controlado y estandarizado después de haberlo aplicado a un gran número de casos.

Para Piaget es muy importante el cómo se produce la respuesta más que la respuesta en sí; analiza lo que saben los niños, pero enfoca su atención a cómo es que llegan a tener ese conocimiento.

En sus estudios (1) Piaget demostró gran interés por los patrones que seguían las equivocaciones de los niños, para tratar de encontrar los procesos del razonamiento les presentaba objetos conocidos de su medio ambiente y observando y escuchando las respuestas a esos estímulos sacaba sus conclusiones, hacía preguntas y dirigía su interrogatorio para encontrar los procesos del pensamiento aceptando las respuestas que recibía, encontrando de esta manera que los niños daban modelos de respuestas como reflejo de diversos niveles de razonamiento, entre ellos, el que tienen los niños de sexto año, que están en la etapa intermedia entre la de operaciones concretas y operaciones formales.

---

(1) Vid. Labinowicz. Introducción a Piaget. Pensamiento, Aprendizaje, Enseñanza. México, Ed. fondo Educativo Interamericano, 1982 p. 20

Piaget estudió de manera especial el razonamiento matemático, como se verá más adelante, en el concepto de número, adición, sustracción, relaciones numéricas, etc. por lo que actualmente varios libros de texto inclusive el de la S.E.P. están, evidentemente, influenciados por esta corriente y así lo que aparentemente puede ser tomado tradicionalmente en la corriente conductista como un error con respecto a los problemas matemáticos es, sin lugar a dudas, un acierto en la corriente de Piaget, por lo que es necesario su estudio en esta investigación documental.

1.2. El pensamiento y el aprendizaje según Piaget

1.2.1. El pensamiento

La realidad, según Piaget,(1) es una interpretación personal que depende del marco de referencia o de la organización de los conocimientos de cada persona. Cuando se elabora un nuevo concepto, éste, depende de las necesidades de la vida real, para lo cual necesitamos de los siguientes elementos: Marco de referencia, estructuras y patrones de pensamiento.

El niño, al nacer, posee tan solo unas cuantas estructuras básicas y va desarrollando nuevas cuando interactúa con la realidad.

El conocimiento es un proceso dinámico elaborado por el niño a través de la interacción de sus estructuras mentales -

---

(1) Vid. Ed. Labinowicz Op. cit., p. 28

con el medio ambiente.

El desarrollo intelectual se elabora mediante un proceso continuo de reestructuración del conocimiento estableciendo un balance (equilibración) entre la estabilidad (asimilación) y el cambio (acomodación).

La asimilación se encarga de incorporar las nuevas percepciones dentro de nuestro marco de referencia y de esta manera la interacción del niño con el ambiente lo lleva a niveles superiores de entendimiento.

La acomodación de nueva información nos permite el cambio de estructuras ya existentes que involucra una reorganización o la elaboración de nuevas estructuras.

El equilibrio se logra cuando existe una compensación entre el medio ambiente y la comprensión intelectual, el desequilibrio de estos dos factores nos permite encontrar la explicación al nuevo problema, de esta manera la equilibración se logra cuando intervienen simultáneamente la asimilación y la acomodación.

Entre más alto es el nivel alcanzado mayor será su estabilidad, la amplitud de su estructura y la complejidad de los patrones del pensamiento y por consiguiente se generará un incremento de su actividad intelectual.

Hay otros factores que intervienen en el desarrollo intelectual y que son:

La Maduración.- "Es un plan genético que va desplegándose gradualmente" (1) y que se alcanza plenamente hasta los 15 ó - 16 años, un niño entre más se acerca a esa edad tiene más probabilidad de poseer una mayor cantidad de estructuras.

Experiencias Físicas.- El contacto directo con los objetos le permite tener un mayor desarrollo del conocimiento.

Interacción Social.- El tratar con varias personas le da oportunidad de ser más objetivo al escuchar distintas opiniones.

Ningún Factor por sí mismo puede explicar el desarrollo - intelectual, sino la interacción de ellos, junto con la equilibración que es quien los coordina, a la equilibración se le conoce también como autorregulación.

A la corriente de Piaget también se le llama interaccionista y constructivista, por las constantes, repetidas y autocrecientes acciones mutuas entre el medio ambiente y el marco de referencia, en el proceso interno del conocimiento.

1.2.2. El aprendizaje.

Una vez establecidos los elementos necesarios para el estudio del pensamiento, se analiza cómo se da el aprendizaje, - aspecto escencial para el desarrollo de esta investigación documental.

El aprendizaje comienza cuando el niño reconoce que existe un problema, produciéndose un desequilibrio en sus estructu

(1) John L. Phillips. Los origenes del intelecto según Piaget. 3 ed. Barcelona, Ed. Fontanella, 1977 p. 31.

ras. El problema debe ser asequible al nivel mental del niño,- para que éste pueda estar consciente de la existencia del mismo.

El desequilibrio que produce el problema en las estructuras mentales se manifiesta con contradicciones en su razona - miento, en algunas ocasiones, inclusive lo que se dice o reconoce, no coincide con lo que se hace. Según Piaget, se produce un rompimiento de las estructuras intelectuales ya existentes- provocando cambios muy variados como juicios cambiantes lógi - cos en ocasiones y en otras ilógicos. Esta conducta viene acompañada de reacomodaciones en las estructuras del pensamiento.

Los errores y cambio bruscos en los juicios infantiles - son pasos naturales para el conocimiento, es frecuente que los niños que parecen tener un conflicto mayor durante este proceso logran un mejor entendimiento que se refleja en una mayor - confianza.

La etapa de desequilibrio debe ser manejada con mucho cuidado pues una intromisión no pertinente puede provocar una reacomodación equivocada o apresurada sin el razonamiento lógico- interior; un ejmplo de ello es el uso de elogios para reforzar respuestas correctas, donde el adulto induce al niño a dar la- contestación que él desea escuchar.

Estetipo de intromisiones de manera repetida provocan que el niño, ante futuros problemas, no entre en crisis sino tan - solo espere a que el adulto le de algún indicio de lo que quiere que conteste, evitando de esta manera el desarrollo del proceso de razonamiento.

Piaget cree que el niño elabora de manera activa sus conocimientos mediante la interacción con lo que lo rodea y el proceso de equilibración de todas las situaciones que se le presentan son los factores indispensables en la adquisición de conocimientos y son en esencia las bases del aprendizaje.

1.2.3. Niveles del Pensamiento infantil

Piaget encontró varios niveles del pensamiento infantil y los clasificó en cuatro períodos.

Períodos Preparatorios Prelógicos.

Sensomotriz.- Del nacimiento hasta los dos años. Se caracteriza por la coordinación de movimientos físicos, prerepresentacional y preverbal.

Preoperatorio.- De los 2 a los 7 años. Se observa la habilidad para representarse la acción mediante el pensamiento y lenguaje prelógico.

Períodos Avanzados del Pensamiento Lógico.

Operaciones concretas.- De los 7 a los 11 años. Posee un pensamiento lógico pero limitado a la realidad física.

Operaciones formales.- Se da de los 11 a los 15 años y se caracteriza por el pensamiento lógico abstracto e ilimitado.

1.3 Período de operaciones concretas y de operaciones formales

1.3.1. El Período

Los cuatro períodos que se enunciaron anteriormente siguen siempre un orden establecido, de esta manera los niños no pueden pasar a otro nivel si no han cumplido previamente el anterior, así todos los niños deben pasar por el período de operaciones concretas para llegar al de operaciones formales.

Las características temporales de cada período varían según el individuo, algunos niños alcanzan los últimos niveles antes que muchos otros y algunos más en cambio, nunca llegan a desarrollar las habilidades mentales típicas del último período, de operaciones formales.

Los niños se pueden encontrar en varios períodos simultaneamente ya que no se dan de una manera rígida como escalones, sino dinámicamente en donde puede estar esencialmente en un período y tener destellos de razonamiento superior ante un estímulo oportuno o al contrario, tener una regresión frente a otro tipo de estímulos.

El desarrollo de cada período se da gradualmente y puede llevarse años para que avance a otro, así el razonamiento formal, que es el último de los niveles, no siempre funciona a toda su capacidad y puede, bajo condiciones críticas de presión, bajar a un nivel inferior de pensamiento. Es por ésto que muchas personas, cuando se encuentran ante un problema difícil que requiere de grandes abstracciones o conceptos, transporta el problema a donde pueda echar mano de objetos físicos, números muy pequeños y que son manejados en el período anterior de operaciones concretas, estas regresiones se dan en todos los niveles.

Las estructuras de los períodos anteriores se integran a las nuevas estructuras, por ejemplo, las acciones físicas y mentales del niño hacia objetos crea operaciones y relaciones en el período de operaciones concretas, ya en el período de operaciones formales la acción mental hacia esas operaciones y relaciones da por resultado operaciones de operaciones y relaciones de relaciones.

La reestructuración entre un período y otro son regidas por el proceso de equilibración que se apoya en los factores de maduración y experiencias sociales y físicas.

1.3.2. Período de operaciones concretas (7-11 años)

Se hace un análisis especial del período de operaciones concretas y posteriormente de operaciones formales para poder establecer un contraste de las características de ellos puesto que el objeto de estudio, como ya se ha establecido, son los niños de sexto año.

En la etapa de operaciones concretas el niño es cada vez más capaz de desarrollar un pensamiento lógico ante la presencia de objetos físicos, desarrolla la facultad de reversibilidad que le permite invertir mentalmente una acción que antes solo había realizado físicamente, ésto es de gran importancia porque da lugar a la existencia de varias operaciones matemáti cas elementales, como se verá más adelante.

El niño es capas de retener mentalmente dos o más varia - bles cuando estudia los objetos y sus propiedades, además armo niza datos aparentemente contradictorios, el aprovechamiento - de esta capacidad en la resolución de problemas matemáticos pa ra aplicar en un ejercicio varias operaciones consecutivamente es evidente.

Se vuelve cada vez más sociocéntrico, y le da importancia a la opinión de los demás. Gracias a sus nuevas capacidades - mentales tiene un incremento en su habilidad para conservar al gunas propiedades de los objetos como la de número y cantidad, hasta llegar a una clasificación y ordenamiento de los objetos.

Las operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación y división surgen simultaneamente en este período y empieza a- desarrollar la capacidad de pensar en objetos fisicamente au - sentes que se apoyan en imágenes de experiencias anteriores.

Pese a lo anteriormente expuesto la principal caracterís- tica que representa esta etapa es que el pensamiento infantil- esta limitado a objetos concretos en lugar de ideas.

1.3.3. Período de operaciones formales (11-15 años)

A diferencia del período anterior este se caracteriza por la capacidad para pensar mas allá de la realidad concreta. La- realidad se vuelve tan solo una parte de las posibilidades del pensamiento abriendo este a una gama infinita de posibilidades.

Como se dijo anteriormente el niño desarrolla relaciones-al interactuar con objetos concretos, pero ahora puede pensar acerca de relaciones de relaciones y otras ideas abstractas como proposiciones derivadas de las operaciones matemáticas simples y conceptos de segundo orden (derivados de otro concepto mas sencillo).

El niño de pensamiento formal puede manejar a nivel lógico enunciados verbales y proposiciones en vez de los objetos concretos, tiene la capacidad de entender plenamente y de apreciar las abstracciones simbólicas del álgebra y la crítica literaria, así como el uso de metáforas sátira, proverbios, parábolas, etc en la literatura.

Con frecuencia interviene en discusiones sobre filosofía, religión y moral en las que se manejan conceptos abstractos como justicia y libertad.

1.4. El lenguaje y la adquisición de conceptos

I.4.1. El lenguaje.

El lenguaje es una forma de representación del mundo, elaborado de tal manera que constituye en sí mismo un sistema creado por la sociedad para comunicarse.

El niño va adquiriendo el lenguaje de manera imitativa como lo hace con los juegos y con la vida misma, utiliza el lenguaje para comunicar sus representaciones mentales así como el dibujo, pero es el lenguaje la forma de representación más completa y abstracta y común con la que cuenta.

La mayoría de las reglas del lenguaje se han elaborado al rededor de los 5 años de edad, pero el significado de las palabras y las reglas más elaboradas las va adquiriendo con el tiempo y de manera gradual.

El lenguaje escrito es una representación gráfica arbitraria del lenguaje hablado, aún el lenguaje en sí también es impuesto de una manera arbitraria por la sociedad y como ha sido dos veces sacado de la realidad, primero de la realidad y posteriormente del lenguaje mismo, constituye la forma mas abstracta de representación.

Las letras y las palabras son símbolos arbitrarios que en ningún momento tienen parecido con los objetos reales, las Matemáticas a su vez usan sus propios símbolos que no tienen ningún valor si antes no se establece una relación entre los objetos y la mente humana.

Los niños tienen que desarrollar primero su pensamiento lógico antes de poder establecer alguna proposición verbal, por lo que el lenguaje tarda en aparecer en el ser humano, pues en las primeras etapas de la vida empieza a desarrollar su pensamiento lógico.

Se podría decir que la lógica es la que le da sentido a las palabras, así en cada uno de los períodos se van desarrollando distintos tipos de lógica que se manifiestan en el lenguaje.

El lenguaje es un factor importante para el desarrollo del pensamiento lógico aunque en sí mismo tan solo sea el reflejo de éste.

El lenguaje tiene un papel importante para refinar estruc turas. Gracias al papel social del lenguaje se evita que los marcos de referencia sean particulares y nos ayuda a elevar el pensamiento lógico a un nivel adecuado de acuerdo a las características de cada niño.

El marco de referencia y nuestra capacidad son muy importantes, ya que nos permitirán entender el correcto significado de las palabras. Si no tenemos los elementos necesarios para entender la información, esta se deformará a nuestra conveniencia para ajustarla a los elementos que poseemos.

De esta manera se explica la incapacidad de algunos niños para entender las instrucciones o enunciados de varios problemas matemáticos, que es atribuida a la falta de atención o interés de los alumnos sin recapacitar en que los elementos que integran un grupo pueden estar en distintos niveles del intelecto. Los grupos son heterogéneos y los niños escuchan y leen tan solo lo que están preparados para oir y leer.

1.4.2. La adquisición de conceptos

Para que exista una verdadera asimilación de la nueva información es necesario que ésta se integre a una red de conceptos y se pueda aplicar el concepto a diferentes situaciones o contextos.

Los conceptos no pueden ser transmitidos únicamente por el lenguaje, deben tener un marco de referencia adecuado con una gran variedad de experiencias e ideas afines. Si tiene los elementos necesarios entonces podrá formar un concepto nuevo ante una experiencia verbal, pero siempre con la participación activa del niño, cuando estos requisitos no se cumplen y tan - solo hay memorización de la palabra que designa al nuevo con - cepto o su definición, éste no habrá sido integrado al proceso de razonamiento.

Es muy frecuente creer que con el solo hecho de dar una - "clara" explicación verbal, los niños son capaces de entender- nuevos conceptos, sobre todo cuando éstos son matemáticos.

1.5. Concepto de número.

Piaget (1) hizó algunos estudios de niños en el período - de operaciones concretas, sobre conceptos matemáticos, como el de número, para el que tuvo que analizar algunos otros aspec - tos que son de interés para esta investigación por la gran co- rrelación que tiene con el tema de esta tesis.

Un número no es sólo un nombre, un número es una relación, las cuales no existen en los objetos reales sino que son abs - tracciones de la mente impuestas a los objetos.

Algunos pequeños suelen repetir el nombre de los números- a temprana edad sin que ésto quiera decir que poseen el concep to de número o que siquiera puedan hacer coincidir en corres - pondencia uno a uno los nombres con objetos presentados en di- ferentes posiciones.

El contar implica algo más que recitar nombres, significa

(1) Vid. Ed Labinowicz Loc. cit. p. 99

hacer pares de números con objetos.

La correspondencia uno a uno fundamenta y da las bases para entender algunas operaciones como la multiplicación, siendo ésta la correspondencia entre varios conjuntos.

*   *   *   *

*   *   *   *   tres conjuntos de cuatro

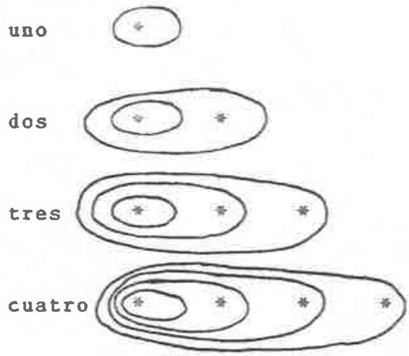
*   *   *   *

Un elemento necesario para entender el concepto de número es la seriación, que se establece ordenando los elementos por medio de la comparación.

Cuando el niño entiende la noción de orden con los objetos reales puede comenzar a establecer el orden entre números abstractos. La ordenación o seriación se da hasta el período de operaciones concretas pues tiene que llegar a la conclusión de que cada parte de la serie es uno mas que el anterior y uno menos que el siguiente.

Otro elemento indispensable es el de inclusión de clase que se obtiene hasta después de los siete años.

Cuando el niño cuenta objetos disímiles debe hacer a un lado sus diferencias de color, tamaño, etc. para ubicarlos en una sola clase de objetos a los que se les va a asignar la unidad. Al contar un conjunto con estas características el niño efectua mentalmente la inclusión, al considerar al siguiente número como aquél que se forma con la lectura del número anterior y un elemento más, así tendremos:



Así cada número no es solo un nombre sino que representa una inclusión y una seriación, así el tres es uno más que dos, que a su vez es uno más que uno.

Los niños necesitan contar con la habilidad de sumar las partes para obtener el todo y tomarlas en cuenta simultaneamente, también deben ser capaces de invertir este proceso mentalmente.

PARTE + PARTE = TODO

TODO = PARTE + PARTE

Se puede decir entonces que la adición es una operación que relaciona las partes con el todo.

Para Piaget la noción de adición presupone las ideas lógicas de inclusión y seriación, sin estas bases lógicas los niños sólo serán capaces de memorizar formas simples carentes de sentido.

Algunos niños pueden memorizar los resultados de la adición sin que esté formado el concepto de número, de la misma manera que niños de muy pocos años repiten los números que han aprendido de memoria, a este tipo de conocimiento se le llama- conocimiento social.

Esta forma de enseñar hablando puede proporcionar al niño los nombres de las propiedades como forma de facilitar la comu nicación, sin embargo enseñar hablando puede no tener sentido- si se lleva a cabo en ausencia de la experiencia con objetos.

Por lo tanto las relaciones propias al concepto de número no pueden ser enseñadas hablando y que las relaciones numéri - cas como: 6= 5+1 = 2+4 ó el todo siempre será mayor que cual- quiera de sus partes no puede ser enseñada directamente en un- sentido verbal, pues las palabras y los símbolos pueden servir como nombres útiles o recordatorios después de que el niño ha creado la relación a través de su propia experiencia con obje- tos ya que el niño deriva su conocimiento lógico no solo de - los objetos mismos sino de la manipulación de ellos y de la es tructura interna de sus acciones.

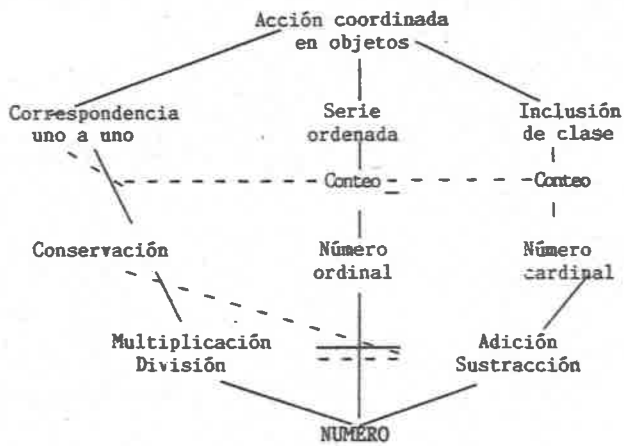
Para Piaget una verdadera noción de número implica inge - nio del niño o la construcción activa de relaciones a través - de su propia actividad.

El conocimiento lógico matemático requiere de actividades físicas y mentales; las ideas lógicas no pueden ser transmiti- das por el lenguaje, deben ser creadas por el niño a través de su acción con objetos.

En el concepto de número de Piaget además de incluir las ideas de seriación y de inclusión agrega las nociones de adi -

ción y multiplicación como consecuencia de las ideas anteriores.

Desde la edad de 7 años los niños tienen la agilidad de pensamiento que les permite invertir mentalmente las operaciones físicas. Esta reversibilidad les da acceso a la sustracción como la inversa de la adición y a la división como la inversa de la multiplicación, por ello no hay operación numérica que exista por sí sola, toda operación se relaciona con un sistema de operaciones y de ideas lógicas.



(1)

1.6. Solución de problemas

Cuando Piaget presenta a los niños problemas con objetos reales, éstos presentan conductas similares para poder llegar a su solución, esto es común en los niños para encontrar nuevos conocimientos y a esta investigación le servirá como una -

(1) Ibid. p. 109

guía para la resolución de problemas matemáticos, aunque Piaget lo usa como algo fundamental en el aprendizaje de la vida real, los pasos son los siguientes:

1.- Cuando se les presenta un problema y están en un nivel menor, los niños contestan (equivocadamente), pero no se percatan de que existe un error en su respuesta, ni cuál es el problema.

2.- Los niño se dan cuenta de que existe conflicto entre las respuestas que dan a diferentes situaciones, pero carecen de la capacidad para resolver esa contradicción .

3.- Los niños pueden resolver parcialmente el problema - utilizando estrategias, no siempre lógicas o equivocadas, pero que les permite hacer hincapié, como se- dijo anteriormente, que este tipo de caminos equivocados son necesarios para poder llegar al conocimiento.

4.- Por fín algunos niños pueden captar las distintas variables del problemas y utilizan sus experiencias anteriores para resolver completamente el mismo.

1.7. Diferencias entre el conductismo y constructivismo, teoría y métodos

1.7.1. Diferencia entre la teoría conductista y la constructivista

POSICION CONDUCTISTA (B.F. Skinner, Robert Gagné) S. Engelmann	POSICION CONSTRUCTIVISTA (Jean Piaget)
No hay etapas de desarrollo intelectual.	Hay 4 etapas principales de desarrollo.
La falta de comprensión se debe solo a una falta de experiencia.	La falta de comprensión en un niño puede deberse a la falta de disponibilidad de las capacidades lógicas necesarias.
Los problemas se pueden enseñar a temprana edad, si el medio ambiente está estructurado logicamente.	Los problemas se pueden enseñar unicamente cuando el marco de referencia es adecuado y su estructura mental es la correcta.
El conocimiento se origina fuera del sujeto y se adquiere como una copia de la realidad.	El conocimiento es una interpretación de la realidad que el sujeto realiza activamente al actuar en forma recíproca con ella.
Estímulo ——— Respuesta	Estímulo — Procesos intermedios — Resp.
Método experimental estandarizado y cuenta el número de respuestas producidas, controla rigurosamente el tratamiento y se concentra en un conjunto cerrado de conductas, se estudia un gran número de casos en un corto período de tiempo. Se interesan en las respuestas y en el análisis del número de respuestas.	Método clínico, da relieve a los procesos internos de conductas observables, tecnicamente el procedimiento varía de niño a niño, es decir, no está estandarizado. Piaget cambia sus preguntas a un intento de comunicarse con el niño, ponía énfasis en la calidad y el proceso del pensamiento del niño. Las respuestas varían de niño a niño y no hay muchos ejemplos.
El trato y la cuantificación son estándar.	Hacer contacto con el pensamiento del niño es la norma.
El conocimiento puede ser transmitido al sujeto en forma verbal a través de otras formas sensoriales.	La transmisión verbal se limita a conocimientos arbitrarios (social) y las formas sensoriales ayudan a adquirir conocimientos físicos.

POSICION CONDUCTISTA	POSICION CONSTRUCTIVISTA
El sujeto es relativamente pasivo al adquirir el conocimiento ya que tan solo tiene que recibir el conocimiento existente en el exterior.	El sujeto es el generador del conocimiento en el proceso de acomodación y asimilación.
Las experiencias en el aprendizaje son lineales y construidas una sobre otra.	Las experiencias provocan una reestructuración de los niveles mentales del niño.
Los adultos tienen más conocimientos que un niño porque han acumulado más experiencias y con ello más copias del mismo.	Los adultos no solo tienen más conocimientos, sino que el que tienen ha sufrido reorganizaciones y es cualitativamente diferente del conocimiento de un niño.
Los conductistas no reconocen etapas de desarrollo pero sí niveles de complejidad en la estructura del conocimiento externo de simple a complejo.	Piaget concuerda con que el método de presentación ayuda a un niño a aprender pero su manera de estructurar la presentación difiere.
Métodos directos de enseñanza.	Métodos Indirectos.

1.7.2. Métodos de aprendizaje que usan los conductistas y los piagetianos (1)

INSTRUCCION PROGRAMADA	EXPLORACION PIAGETIANA, SECUENCIAS DEL PENSAMIENTO Y EL APRENDIZAJE
Generalmente la secuencia se basa solamente en el pensamiento lógico que desarrolla el adulto.	La secuencia está basada en estrategias naturales, ilógicas, que se ha observado utilizan los niños al enfrentarse a los problemas.
El aprendizaje se basa en una sola presentación: una sola estrategia es artificialmente aislada y practicada. Se suprimen las capacidades creativas de los niños.	Se evita el aprendizaje en una sola presentación al usarse una gama de problemas afines. No se suprimen las estrategias diferentes, en lugar de ésto, son realizadas para que los niños se den cuenta de las contradicciones en las presentaciones aisladas y que las puedan integrar a una estrategia de nivel superior. Se estimulan las capacidades creadoras.

(1) Ibid. p. 154

INSTRUCCION PROGRAMADA	EXPLORACION PIAGETIANA, SECUENCIAS DEL PENSAMIENTO Y EL APRENDIZAJE
La secuencia instructiva va de ejemplos menos a más difíciles, los pasos son a menudo tan pequeños que no es posible obtener una visión global	Se invierte el nivel de dificultad en la secuencia preliminar, ésto anima a los niños a tomar en cuenta e integrar todos los aspectos del problema y aplicar operaciones lógicas en su solución. La secuencia los estimula a obtener primero una visión general del problema para después ajustar su pensamiento. La medida de los pasos varía.
La dirección es lineal. La información nueva simplemente se agrupa a la información ya existente.	Mas allá de la secuencia preliminar, la dirección de la actividad se determina por la construcción activa de los niños. No puede ser lineal, ya que las estrategias no son simplemente aditivas; es no-lineal dado que la comprensión y la cooedinación están mezcladas.
No se alienta el conflicto intelectual. Los pasos son tan pequeños que se garantiza el éxito y las respuestas son casi automáticas.	La dinámica del conflicto intelectual es impulsada cambiando el enfoque entre diferentes estrategias y soluciones, hasta que los niños puedan considerarlos simultaneamente.
Se proporciona retroalimentación inmediata a las respuestas de los niños. La evaluación es externa.	La retroalimentación se recibe de los materiales y de la lógica consecuencia de las construcciones internas de los niños.
El niño es un pasajero en un tren que viaja por una suave y tranquila pendiente; nunca se ve con claridad hacia dónde va.	El niño está en el asiento delantero de un carro que da una vuelta en la montaña rusa del descubrimiento; hay míltiples vías que se cruzan. El desequilibrio le da fuerzas a su deseo de alcanzar el objetivo en un nivel superior.

CAPITULO 2

CONCEPTOS Y ALGORITMOS QUE DEBEN MANEJAR LOS NIÑOS DE SEXTO AÑO

Las Matemáticas surgen como resultado de las acciones ejer cidas sobre objetos y las operaciones por sí mismas son más ac ciones, de hecho algunos niños logran el conocimiento intuiti- vo de que todas las situaciones ya se están o cambiando (suma- y multiplicación) o separando (resta y división).

La adición y la multiplicación son operaciones directas - de la aritmética y estan definidas para todos los pares ordena dos de números enteros. La sustracción y la división son opera ciones inversas, respectivamente de la suma y multiplicación;- también son operaciones binarias, pero no están definidas para todos los pares ordenados de números enteros.

$$
\begin{tikzcd}
\text{adición} \arrow[r, leftrightarrow, "\text{inversa}"] & \text{sustracción} \\
\text{multiplicación} \arrow[u, "\text{repetida}"] \arrow[r, leftrightarrow, "\text{inversa}"] & \text{división} \arrow[u, "\text{repetida}"']
\end{tikzcd}
$$

El campo de estudio de los niños de sexto año es:

- Reales (R)
  - Racionales (Q)
    - Enteros (Z)
      - positivos — Naturales (N)
      - negativos
    - Fracciones
      - positivos
      - negativos
  - Irracionales

Naturales (N) = $\left\{ 1,2,3,\ldots \right\}$ Enteros (Z)= $\left\{ \ldots -1,0,1,\ldots \right\}$

Racionales (Q) = $\left\{ p/q \ / \ p,q \in Z \wedge q \neq 0 \right\} = \left\{ \ldots \frac{-1}{4}, \frac{3}{5}, \ldots \right\}$

"El algoritmo es el procedimiento mediante el cual se re-suelve una operación con dos números cuando el resultado no es evidente de inmediato". (1)

Los algoritmos que se usan son el producto del sistema de notación posicional así como de las propiedades del sistema numérico decimal.

"Una operación binaria es la que asocia un número definido con un par ordenado de números". (2)

"Un numeral es un símbolo o combinación de símbolos que - sirve de nombre para un número". (3)

La notación desarrollada de un número tiene tres formas:

$$8{,}304 = (8 \times 1000) + (3 \times 100) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$$
$$(8 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (4 \times 1)$$
$$(8 \times 10 \times 10 \times 10) + (3 \times 10 \times 10) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$$

(1) National Concil of Teachers of Matematics USA. Algoritmos de las operaciones con números enteros. México, Ed. Trillas, 1967. p. 9.

(2) Idem.

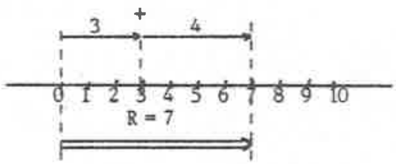
(3) Ibid. p. 10.

2.1. Adición de números naturales

Sumar dos o más conjuntos (sumandos) que no tienen elementos comunes, es reunir en un solo conjunto (suma) todos los elementos que integran los conjuntos dados.

sumando	3
	+
sumando	4
suma	7

La suma de varios números naturales es el número cardinal del conjunto suma, los cardinales de los conjuntos dados reciben el nombre de sumandos y el cardinal de la unión de los anteriores se denomina suma.



Las propiedades de la adición son:

a) Cerradura o clausurativa.- La adición de dos números naturales cualesquiera siempre será otro número natural.

$3 + 4 = 7 \qquad 3 \in N \;,\; 4 \in N \;,\; 7 \in N$

b) Conmutativa. El orden de los sumandos no altera la suma.

$3 + 4 = 7 \Longleftrightarrow 4 + 3 = 7$

c) Asociativa.- La adición de más de dos números Naturales se puede efectuar como sumas parciales.

$3 + 4 + 5 = 12 \qquad (3 + 4) + 5 = 12$

ó

$3 + (4 + 5) = 12$

d) Elemento idéntico o neutro aditivo. Dado un número natural, siempre existira otro número, tal que su suma con el primero no lo altere.

$$8 + 0 = 8$$

e) Inverso aditivo.- Para todo número entero siempre existirá otro número entero de igual magnitud, pero de sentido contrario, taĺ que sumado con el primero de como resultado cero.

$$8 + (-8) = 0$$

Algoritmo de la adición.

$$\begin{array}{rcl}
17 & = & 10 + 7 \\
+\ 6 & = & \ \ \ \ \ + 6 \\
\hline
23 & = & 10 + 13 \\
23 & = & 10 + (10+3) \\
23 & = & (10+10) + 3 \\
23 & = & 20 + 3 \\
23 & = & 23
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcl}
32 & = & (3 \times 10) + (2 \times 1) \\
+\ 26 & = & (2 \times 10) + (6 \times 1) \\
\hline
58 & = & \left[(3+2) \times 10\right] + \left[(6+2) \times 1\right] \\
58 & = & (5 \times 10) + (8 \times 1) \\
58 & = & 50 + 8 \\
58 & = & 58
\end{array}$$

2.2. Sustracción de numeros Naturales

La sustracción es la operación inversa a la adición y consiste en encontrar un sumando cuando se conoce la suma y el otro sumando.

minuendo		sustraendo		diferencia
8	-	3	=	5
suma		sumando conocido		sumando que se busca

Algoritmo de la sustracción. Practicamente existen dos casos:

1er. CASO. Cuando los números del sustraendo son menores que el minuendo.

$$
\begin{array}{rcl}
48 & = & (40 + 8) \\
-\ \underline{16} & = & \underline{(10 + 6)} \\
32 & = & (40-10) + (8-6) \\
32 & = & 30 + 2 \\
32 & = & 32
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcl}
48 & = & (4 \text{ X } 10) + (8 \text{ X } 1) \\
-\ \underline{16} & = & \underline{(1 \text{ X } 10) + (6 \text{ X } 1)} \\
32 & = & (4-1)\text{X}10 + (8-6)\text{X}1 \\
32 & = & (3 \text{ X } 10) + (2 \text{ X } 1) \\
32 & = & 30 + 2 \\
32 & = & 32
\end{array}
$$

2º CASO. Cuando algun número del sustraendo es mayor que el del minuendo, como en 73 - 46, no se puede restar 3 unidades a 6 por lo que se puede descomponer 73 en 6 decenas y 13 unidades como se explica a continuación.

$$
\begin{array}{lll}
73 = (7 \text{ X } 10) + (3 \text{ X } 1) & & \\
73 = [(6 + 1) \text{ X } 10] + (3 \text{ X } 1) & & \text{Numeral} \\
73 = [(6\text{X}10) + (1\text{X}10)] + (3 \text{ X } 1) & & \text{Prop. Distributiva} \\
73 = (6\text{X}10) + [(10\text{X}1) + (3\text{X}1)] & & \text{Prop. Asociativa} \\
73 = (6\text{X}10) + [(10+3) \text{ X } 1] & & \text{Prop. Distributiva} \\
73 = (6\text{X}10) + (13\text{X}1) & &
\end{array}
$$

Ahora para restar 46 a 73 se procede como sigue:

$$
\begin{array}{rcl}
73 & = & (6 \times 10) + (13 \times 1) \\
- \; \underline{46} & = & \underline{(4 \times 10) + (6 \times 1)} \\
27 & = & (6-4) \times 10 + (13-6) \times 1 \\
27 & = & (2 \times 10) + (7 \times 1) \\
27 & = & 20 + 7 \\
27 & = & 27
\end{array}
$$

2.3. Multiplicación de Naturales

La multiplicación puede considerarse como un caso especial de la adición, es una operación binaria y equivale a una suma de sumandos iguales, así tendremos:

$$4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

multiplicando ___ | |___ multiplicador producto

factores

También relacionan la multiplicación con el pareamiento o producto de dos conjuntos y la representan en un cuadro arreglado en filas y columnas en donde se ha llegado al acuerdo en nombrar primero al número de las filas (horizontal) y luego al número de columnas (vertical).

	columna	columna	columna	columna
fila	*	*	*	*
fila	*	*	*	*
fila	*	*	*	*

3 veces 4 es 12

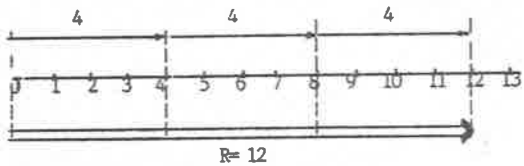
$3 \times 4 = 12$

$4 + 4 + 4 = (4 \times 1) + (4 \times 1) + (4 \times 1)$

$4 + 4 + 4 = 4 \times (1 + 1 + 1)$

$4 + 4 + 4 = 4 \times 3$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4$



Propiedades.

a) Cerradura o clausurativa.- El producto de dos números naturales siempre será otro número natural.

3 X 4 = 12 $\qquad$ 3 ∈ N, 4 ∈ N, 12 ∈ N

b) Asociativa.- Toda multiplicación de tres o más factores, se puede efectuar agrupando en productos parciales.

3 X 4 X 5 = (3 X 4) X 5 = 3 X (4 X 5)

c) Elemento neutro multiplicativo.- Existe un único número natural llamado "1", tal que multiplicado por cualquier número natural da por resultado el mismo número.

8 X 1 = 8

d) Conmutativa.- El orden de los factores no altera el producto.

3 X 4 = 4 X 3

e) Elemento de absorción.- El cero multiplicado por cualquier número natural da como producto cero.

3 X 0 = 0

f) Propiedad Distributiva.- Con respecto a la adición. El producto de un número natural por la adición de dos o más sumandos naturales es igual a la suma de los productos del número por cada uno de los sumandos.

5 X (6 + 4) = (5 X 6) + (5 X 4) = 30 + 20 = 50

Con respecto a la sustracción. El producto de un número natural por la sustracción de dos números naturales es igual al producto del número por el minuendo, menos el producto del número por el sustraendo.

$$6 \times (5 - 3) = (6 \times 5) - (6 \times 3) = 30 - 18 = 12$$

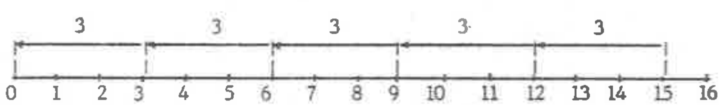
El algoritmo de la multiplicación es:

$$\begin{array}{r l}
72 & \\
\times\ 26 & \\
\hline
432 & = 6 \times 72 \\
144 & = 20 \times 72 \\
\hline
1872 & = (20 + 6) \times 72
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r l}
72 & \\
\times\ 26 & \\
\hline
12 & = 6 \times 12 \\
420 & = 6 \times 70 \\
40 & = 20 \times 2 \\
1400 & = 20 \times 70 \\
\hline
1872 &
\end{array}$$

2.4. División de naturales

"La división es la operación inversa de la multiplicación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor) hallar el otro factor (cociente)." (1)

Dividendo		Divisor		Cociente
15	÷	3	=	5
Producto		Factor		Factor



(1) Aurelio Baldor. Aritmética teórico práctica. México, D.F., Ed. Publicaciones Culturales, S.A., 1983, p. 113.

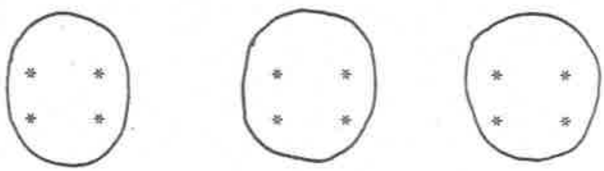
16	= (5	X 3)	+ 1	
Dividendo	divisor	cociente	residuo	

Se puede considerar a la división como una sustracción sucesiva, como lo mostrará mas adelante su algoritmo.

La división se usa para medir o comparar y para repartir y distribuir.

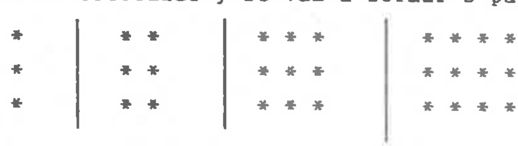
a) En el primer caso, la operación se utiliza para mostrar cuántos subconjuntos equivalentes se forman de un determinado conjunto. Ejemplo: ¿Cuántos paquetes se pueden hacer si se tiene 12 estrellas de papel y se colocan en grupos de 4 estrellas por cada paquete?

Se conoce el número de elementos del conjunto 12 y el número de elementos en cada conjuntó.



b) En el segundo caso se busca el número de elementos en cada subconjunto. Ahora se conocen cuántas estrellas hay y cuántos paquetes de paletas van a formarse; se desea conocer cuántas paletas se van a colocar en cada paquete.

Ejemplo: ¿Cuántas estrellas hay que colocar en su paquete, si se tienen 12 estrellas y se van a formar 3 paquetes?.



Propiedades de la división.

a) Elemento idéntico o neutro.- Todo número natural dividido entre uno es igual a sí mismo.

$$16 \div 1 = 16$$

b) Elemento inverso de la división.- Todo número natural diferente de cero, dividido entre sí mismo, es igual a la unidad.

$$16 \div 16 = 1$$

c) Propiedad distributiva de la división.- El cociente de una adición, con dos o mas sumandos naturales, entre un número natural distinto de cero, es igual a la suma de los cocientes de cada sumando entre el número.

$$(8 + 6) \div 2 = (8 \div 2) + (6 \div 2)$$

Esta propiedad se cumple para la división con respecto a la sustracción.

$$(12 - 8) \div 2 = (12 \div 2) - (8 \div 2)$$

d) El cero dividido entre cualquier número natural distinto de cero, es igual a cero.

$$0 \div 16 = 0$$

Nota: La división entre cero no existe.

El algoritmo de la división como ya se dijo anteriormente, se puede considerar como un proceso de sustracción repetida, así tendremos:

```
                                                 4
14 / 68                                   14 / 68
   - 14                                      - 56
     54     68= (14X1) + 54                    12
   - 14
     40     68= (14X2) + 40
   - 14
     26     68= (14X3) + 26
   - 14
     12     68= (14X4) + 12


                                        123
25 / 3080                          25 / 3080
   - 2500   25 X 100 _ _ _ _ _ _ _  - 2500   25 X 100
     0580                             0580
    - 250   25 X 10
      330
    - 250   25 X 10 _ _ _ _ _ _ _ _  - 500   25 X 20
      080                              080
     - 25   25 X 1
       55
     - 25   25 X 1
       30
     - 25   25 X 1 _ _ _ _ _ _ _ _ _  - 75   25 X 3
        5                                5
```

2.5. Adición de Fracciones

El número fraccionario o quebrado es el que expresa una o varias partes iguales de la unidad principal. Consta de dos términos, numerador y denominador.

El denominador indica cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal y el numerador, cuántas de esas partes se toman.

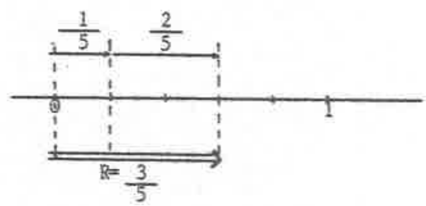
numerador $\frac{1}{2}$
denominador

Propiedad de las fracciones.- Si los dos términos de un quebrado se multiplican o dividen por un mismo número, el quebrado no varía.

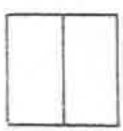
$$\frac{1 \times 8}{2 \times 8} = \frac{8}{16} \qquad\qquad \frac{8 \div 4}{16 \div 4} = \frac{2}{4}$$

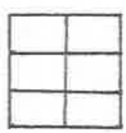
En la adición de quebrados de igual denominador, se suman los numeradores y esta suma se parte por el denominador común. Se simplifica el resultado y se encuentran los enteros, si los hay.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$$

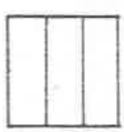


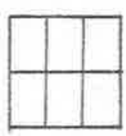
Adición de fracciones de distintos denominadores. Cuando las fracciones sumadas tienen diferentes denominadores, primero deberán ser transformados en fracciones equivalentes que tengan el denominador común, para después hallar la suma de las mismas.





$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$





$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Posee las mismas propiedades de la adición de números naturales: Conmutativa, Asociativa, Clausurativa, Neutro Aditivo, Inverso Aditivo.

2.6. Sustracción de Fracciones

Es importante recordar que la sustracción es la operación inversa a la adición. La diferencia de números racionales se obtiene aplicando procedimientos similares a los empleados en la adición, ya que como es sabido, el valor del minuendo siempre es igual a la suma del sustraendo más la diferencia.

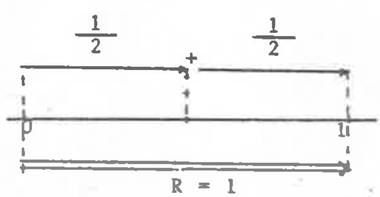
$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \qquad \frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$$

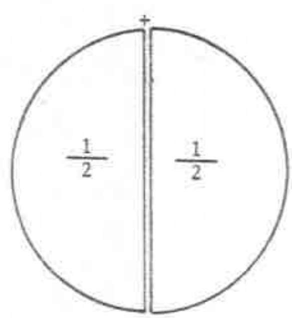
$$m - s = d \qquad m = s + d$$

2,7. Multiplicación de Fracciones

El producto de un entero por una fracción se concidera como una suma abreviada.

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

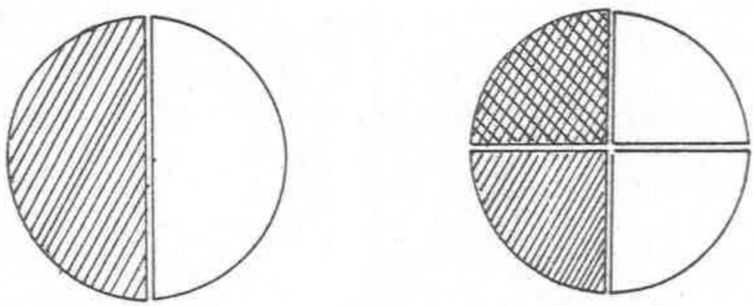




Se obtuvo en el ejemplo anterior la mitad del número, es-decir, que si se multiplicara por un tercio se iba a sacar la tercera parte del número.

De manera en general se puede decir que se va a considerar a la multiplicación como una fracción de otra fracción, de esta manera tendremos:

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$ La mitad de la mitad



El algoritmo se obtiene multiplicando el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Factores Producto

La multiplicación de fracciones, al igual que la de naturales, tiene las siguientes propiedades: Cerradura, Conmutativa, Asociativa, Elemento Neutro, Elemento de Absorción, Distributiva, pero además, posee la propiedad de Inverso Multiplicativo o Recíproco.

Inverso multiplicativo o Recíproco.- Para todo número racional $\frac{a}{b}$ existe su recíproco $\frac{b}{a}$ tal que multiplicados entre sí den como resultado uno.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

2.8. División de Fracciones

Debemos recordar que la división es la operación inversa de la multiplicación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor) hallar el otro factor (cociente).

$$\underset{\text{Producto}}{\overset{\text{dividendo}}{\frac{2}{3}}} \quad \div \quad \underset{\text{factor}}{\overset{\text{divisor}}{\frac{1}{5}}} \quad = \quad \underset{\text{factor}}{\overset{\text{Cociente}}{\frac{10}{3}}}$$

La división se puede presentar de varias maneras una de ellas es como en el siguiente problema:

- En una tienda donde, todos los artículos de papelería - han sido rebajados en una tercera parte de su precio original- y un cuaderno en promoción vale $500, que representa las dos - terceras partes de su precio normal. ¿De cuánto será el ahorro al comprarlo?.

$$\frac{2}{3} \times \boxed{} = 500 \qquad 500 \div \frac{2}{3} = 500 \times \frac{3}{2} =$$

$$= \frac{1500}{2} = 750 \qquad 750 - 500 = 250$$

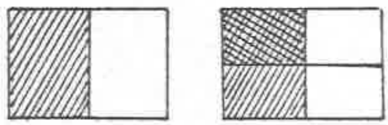
El ahorro fue de $ 250

La pregunta que da la pauta para encontrar la solución del problema anterior es: ¿Qué número multiplicado por $\frac{2}{3}$ da 500?.

Otras formas de encontrar a la división es:

Se divide la mitad entre dos

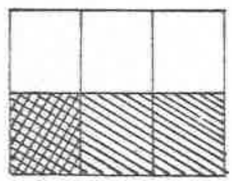
$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$$



¿Qué parte es $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{2}$?

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{6}$ es la tercera parte de $\frac{1}{2}$



¿Cuántas veces contiene 2 a $\frac{1}{4}$?

$$2 \div \frac{1}{4} = 2 \div \frac{4}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

Por lo tanto tendremos que 2 contiene 8 veces a $\frac{1}{4}$

¿Cuántos medios hay contenidos en 3 ?

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

Por lo tanto podemos decir que hay 6 medios en 3

Algoritmo de la división.- Se considera como antecedente la propiedad de las fracciones $\frac{a}{b} = \frac{a \div n}{b \div n}$ y las fracciones recíprocas.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}{\frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}{1} = \frac{a}{b} \quad \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

2.9. Proporciones

Razón geométrica es el resultado de comparar matemáticamente dos cantidades por medio de una división sin tomar en cuenta su especie.

Ejemplo $\frac{5}{3}$ $\quad \frac{\text{antecedente}}{\text{consecuente}} = \text{razón}$

La igualdad formada por dos razones geométricas, recibe el nombre de proporción.

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{15} \qquad \frac{\text{extremo}}{\text{medio}} = \frac{\text{medio}}{\text{extremo}}$$

Propiedad de las proporciones: el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{X} \qquad 4 \cdot X = 6 \cdot 10 \qquad X = \frac{6 \cdot 10}{4}$$

Son cantidades directamente proporcionales aquellas que al aumentar o disminuir el valor de una, hace aumentar o disminuir el valor de la otra.

costo			costo		
4 gomas	-	$ 500	4 gomas	-	$ 500
aumenta el No. de gomas		aumenta su valor	disminuye el No. de gomas		disminuye su valor

Proporción Directa

gomas		pesos
4	-	500
5	-	X

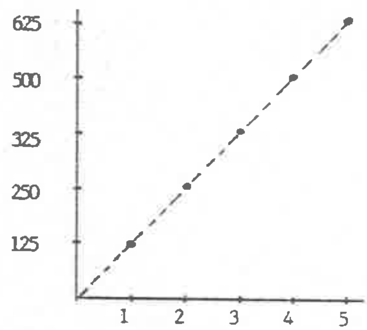
$$X = \frac{5 \times 500}{4} = \frac{2500}{4} = 625$$

No. de gomas	1	2	3	4	5
Precio	125	250	325	500	625

TABULACION

GRAFICA

Precio



Número de gomas

Cantidades inversamente proporcionales, son aquellas que al aumentar una de sus partes, en la misma proporción hace disminuir a la otra o viceversa.

tardan			tardan		
4 trabajadores	-	9 días	4 trabajadores	-	9 días
aumenta # trabajadores	-	disminuye el tiempo	disminuye # trabajadores	-	aumenta el tiempo

I n v e r s a

trabajadores	-	días
4	-	9
6	-	X

Se determina que es inversa

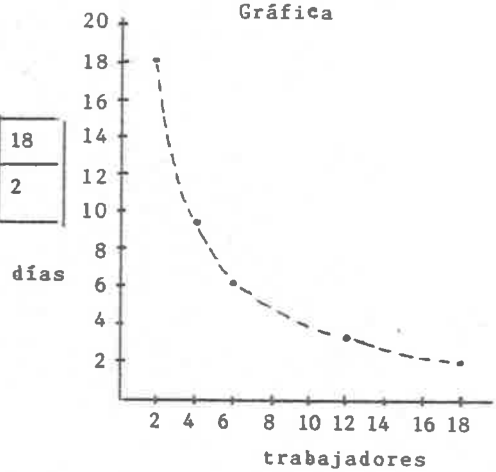
4	-	X
6	-	9

$$X = \frac{4 \times 9}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ días}$$

Tabulación

trabajadores	2	4	6	12	18
días	18	9	6	3	2

Gráfica



Son magnitudes inversamente proporcionales:

. El número de obreros empleados y el tiempo que se ocupará en la terminación de ese trabajo.

. La velocidad de un vehículo y el tiempo empleado en recorrer el espacio.

. Las dimensiones de largo y ancho de una figura cuando la superficie permanece constante.

. Las dimensiones de un cuerpo cuando el volumen permanece constante.

. El número de personas con el tiempo de consumo de víveres.

2.10. Lógica inductiva y deductiva

Son de gran importancia las formas del razonamiento que nos permiten sacar conclusiones por eso se aborda la lógica inductiva y la lógica deductiva.

"La lógica inductiva se caracteriza por el razonamiento que a partir de observaciones específicas conduce a conclusiones generales". (1)

La lógica inductiva es importante para el estudio de las Matemáticas, pues viendo algunos ejemplos puede llegarse a generalizar y sacar reglas. Este proceso presenta algunas deficiencias pues puede llevar a conclusiones falsas.

Ejemplo: Caminando por el parque usted ve pasar a un carro en sentido contrario manejado por una mujer, más adelante otro carro con una señora al volante, se para en doble fila para recoger a sus hijos del colegio y al regresar a su casa ve-

(1) V. Dean Turner y Howard I. Prouse. Introducción a las Matemáticas. México, Ed. Trillas, 1976 (C. 1976). p. 30.

como una conductora no respeta la señal de alto, la conclusión podría ser: las mujeres manejan irresponsablemente, conclusión que es falsa.

Otro tipo de razonamiento es el creado por los griegos y que se conoce como lógica deductiva. Se caracteriza por el razonamiento que permite pasar de algo general a algo más específico.

Por ejemplo dan la notacia en la radio que los trabajadores al Servicio del Estado tendrán un aumento de salario, usted es un trabajador de la S.E.P., por lo tanto tendrá un aumento.

CAPITULO 3

DIDACTICA Y DIFICULTADES EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS

3.1. Los problemas matemáticos

3.1.1. Importancia de los problemas matemáticos.

Los problemas ofrecen ser el medio más apropiado y variado para realizar la indispensable labor de síntesis del conocimiento matemático y concebida para asegurar una práctica progresiva de la aptitud del razonamiento, por eso toda la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria converge en la resolución de los problemas.

Los problemas son importantes porque tratan de emular, de la forma mas concreta de la vida diaria, las posibiles situaciones que se le pueden presentar al niño, el cual debe estar preparado para aplicar la reflexión cada vez que necesite resolver una dificultad problemática que le presente el medio circundante.

Los problemas ayudan a iniciar el significado de las operaciones y otorgan al niño el hábito de reflexionar frente a un enunciado antes de efectuar cualquier operación, es decir, "explica el sentido de las operaciones por medio de pequeños problemas que exigen del niño un esfuerzo de interpretación y de traducción a símbolos numéricos y operativos". (1)

Gracias a los problemas, el maestro puede rectificar la enseñanza de los conceptos matemáticos y descubrir las dificultades de comprensión por deficiencia de razonamiento.

El alumno necesita aprender procedimientos ordenados que -

(1) J. Leif y R. D Désaly. Didáctica del cálculo de las lecciones de cosas y de las ciencias aplicadas. Buenos Aires, Ed. Kapelusz, 1968, p.50.

faciliten la solución aritmética en forma ágil y correcta, por lo que los problemas matemáticos deben estar orientados para:

a) Originar esfuerzos mentales individuales. El maestro no debe brindar soluciones hechas, sino que debe acostumbrar a los niños a obtener las soluciones como resultado de un esfuerzo personal.

b) Formar hábitos reflexivos. La vida exige al niño que sepa buscar soluciones de carácter reflexivo en cada situación.

c) Provocar respuestas rápidas y exactas en los problemas sencillos o simples.

d) Estimular experiencias grupales en la solución de los problemas.

e) Resolver problemas de la vida diaria. Los verdaderos problemas deben nacer de la vida misma.

3.1.2. Redacción de un problema.

Los problemas están formados por un enunciado que es la descripción, en lenguaje común, de situaciones y acciones que es preciso analizar para hallar el resultado deseado. Este enunciado indica el resultado que se quiere obtener y se dan algunos datos para ello. La redacción de los problemas ha de ser clara, sin aridez excesiva ni consideraciones inútiles y cuando se presenten situaciones en el tiempo, hay que presentarlas en orden; es recomendable presentar la pregunta al final del problema.

Los datos deben ser claros y de fácil comprensión; los enunciados deben interesar a los alumnos y el vocabulario conocido; la redacción debe gustar e interesar a los niños, puesto que el niño no podrá sugerir soluciones a situaciones enunciadas con oscuridad.

3.1.3. Clasificación de los problemas.

Todo problema requiere que se determinen las magnitudes que están en juego y que se conozcan las relaciones que mantienen estas entre sí para poder establecer las operaciones necesarias y llegar al resultado.

Los problemas son creados de acuerdo al objetivo que se proponen alcanzar por lo que hay que hacer una distinción entre el problema como aplicación directa de una lección determinada y el problema como ejercicio de repaso. El primero es un ejercicio inmediato en el que el niño no debe encontrar otra dificultad esencial que la que consiste en aplicar la nueva adquisición, debe estar centrado todo sobre ella para evitar que la atención se disperse en varia direcciones. El segundo, en cambio, implica necesariamente varias dificultades que dependerán, en forma más o menos íntima, unas de otras, por lo que los problemas se podrían clasificar en:

a) Problemas sencillos o simples. De una sola operación.

b) Problemas compuestos o complejos. Donde intervienen varios pasos.

Según la corriente tradicional conductista los problemas deben ser graduados de lo fácil a lo difícil, por lo que se puede seguir la siguiente secuencia:

1.- Problemas simples en forma mental.

2.- Con la guía del maestro se analizan problemas medianamente complejos en forma oral.

3.- Se resuelven problemas simples de una sola operación en forma escrita.

4.- Se presentan problemas que exijan dos operaciones.

5.- Se llega a los problemas complejos de varias operaciones.

3.2. Causas por las que, en ocasiones, los niños no resuelven problemas matemáticos.

3.2.1. Deficiencia en años anteriores.

Es frecuente que se escoja a un maestro "capaz" en el sexto año, para tratar de cubrir las muchas deficiencias programáticas acumuladas por los niños durante los cinco años anteriores, esperando que el profesor logre subsanar el descuido que ha sufrido el alumno, tanto de padres de familia como de otros mentores, sin tomar en cuenta que el profesor debe ser profesional en cualquier grado que se le ubique. De esta manera el maestro de sexto se convierte en un supereducador capaz de crear "hábitos relámpago", "razonamientos espontáneos" y transmisor de conceptos al vapor.

Esto es el resultado de una supervisión inadecuada de los Directores en cada uno de los grados del nivel primario.

3.2.2. Nivel de la Lectura

La lectura del problema debe ser de la misma calidad y - comprensión que para un texto literario. Frecuentemente el niño comprende mal el sentido de ciertas palabras y expresiones contenidas en el enunciado, pero, aunque no se trate de vocabulario mientras el niño no sepa leer a la perfección, es decir, - mientras no capte a través de la lectura el sentido exacto del enunciado será incapaz de representarse las acciones y situaciones descritas y, por consiguiente, de imaginarse en su desarrollo real y con más razón aún traducirlas a un lenguaje simbólico matemático coherente.

Para la mejor comprensión de la lectura es necesario recurrir a manipulaciones reales, al dibujo, a las representaciones gráfica convencionales, a las escenas representadas por algunos alumnos que se convierten por momentos en los personajes del problema. Situaciones que invitan a la comprensión, a la - reflexión suscita a la curiosidad que provoca preguntas, impone justificaciones y da lugar a observaciones y explicaciones.

3.2.3. El lenguaje matemático

El lenguaje matemático constituye otro idioma, un idioma- simbólico de no fácil comprensión, que muestra su mayor dificultad al traducir la naturaleza o las actividades concretas a ecuaciones u operaciones.

El trabajo de resolución de un problema es pues múltiple al traducir el enunciado por una serie de relaciones simbóli - cas u operaciones numéricas y luego resolver esas operaciones sucesivas aplicando los algortimos respectivos, para éso, el - alumno debe estar acostumbrado a reflexionar y poseer un poder analítico suficiente como para representarse las situaciones - concretas que el enunciado describe y en las cuales participan ciertas magnitudes, para aplicarles las leyes a las cuales obe decen, así como el lenguaje simbólico matemático que les repre senta.

3.2.4. Capacidad de razonamiento

El pensamiento infantil a los once años, que es cuando el niño está en la etapa del cambio entre operaciones concretas y operaciones formales, se trató ampliamente en el capítulo 1, - sin embargo es necesario hacer otras observaciones de carácter específico.

Es frecuente adiestrar a los niños a resolver problemas - tipo donde se le da un sentido especial y falso a la palabra - razonar puesto que la preocupación primordial es la de hacer - aplicar fórmulas, de utilizar procedimientos juzgados como in- falibles, hacer memorizar soluciones hechas, es decir, de acon dicionar mecanismos sin que el pensamiento intervenga activamen te y que una reflexión exigente obligue primero a comprender.

El niño debe utilizar el razonamiento que los ejercicios- exigen y que son el inductivo y el deductivo, uno y otro se u- tilizan efectivamente durante los cinco años anteriores y con-algunos matices más elaborados en el transcurso del sexto año.

Es conveniente que el estudiante busque una idea directriz cuando el problema es complejo, que le permita determinar qué hay que hacer primero. El planteamiento del problema ayuda a obtener, en algunas ocasiones, una idea directriz, como la que nos presentan los libros de la S.E.P. quienes establecen el orden en que deben obtener los siguientes datos hasta llegar al resultado final.

Se puede decir que la ausencia de un razonamiento reflexivo se hace evidente al momento de:

- -determinar los pasos formales de la solución.
- -fijar las operaciones necesarias.
- -vislumbrar la obtención del resultado.

3.2.5. Desconocimiento de las operaciones.

Es tan grande la importancia del conocimiento de los conceptos que definen a las operaciones y de sus algoritmos, que se dedicó el Capitulo 2 a su análisis, sin embargo aquí se hacen algunas pequeñas reflexiones sobre el tema.

El maestro, cada vez que desee enseñar un conocimiento aritmético nuevo, debe manipular objetos concretos para alcanzar la verdadera comprensión de los conceptos y una vez que fue logrado, se dará paso a la abstracción con imágenes. El alumno no debe ser llevado a la memorización de las operaciones o del cálculo aritmético. La habilidad mental se adquirirá por verdaderos procesos reflexivos, nunca por técnicas memorísticas

Para los problemas matemáticos hay que comprender en cada caso, tanto por intuición como por reflexión, el significado - preciso de la situación presentada y teniendo en cuenta el sentido propio de las operaciones matemáticas, establecer la co - rrespondencia exacta entre la operación real y la operación aritmética.

"No es suficiente saber sumar o restar; hay que saber además, cuándo se debe sumar o restar".(1) Se debe romper con las rutinas que da el maestro, el alumno debe plantear un multiplicación porque la naturaleza del problema lo exige y no porque se esté en la semana de las multiplicaciones. Sin embargo es - muy necesario que el niño tenga la habilidad y destreza en los algoritmos de las operaciones, habilidad que le permitirá abordar con seguridad cualquier problema.

3.2.6. Problemas adecuados.

Los problemas deben estar relacionados con los intereses de los niños, son situaciones afines con su vida, sus juegos, sus actividades, sus preocupaciones habituales o con los trabajos de sus padres. El niño interpreta mal las actividades o las magnitudes que no estén en su nivel, sean números muy pequeños o muy grandes.

Los problemas deben ser graduados del más fácil al más di

(1) Ibid. p. 46.

fícil, según la corriente psicológica conductista, hasta llegar a un dominio completo de los problemas.

Deben ser adecuados al nivel mental de los niños y a la preparación matemática que posean.

3.2.7. Falta de práctica de problemas.

La ejercitación constante y variada de los problemas permite que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas para una correcta solución y evita que la falta de práctica origine:

-La insuficiente experiencia capaz de sugerir la forma de iniciar un problema.

-La ausencia de la capacidad par elegir el procedimiento sistemático adecuado.

-La errónea elección de la operación aritmética apropiada.

3.3. Didáctica tradicional de los problemas.

3.3.1. El razonamiento.

"El razonamiento está compuesto de una serie de relaciones que dependen sucesivamente una de otra siguiendo un orden necesario" (1). Por lo que se puede estimular de manera inicial pidiéndole al niño explique en voz alta, ante el grupo o individualmente, las distintas relaciones que forman su razonamiento, teniendo cuidado de que la expresión sea correcta y clara-

(1) Ibid. p. 215.

y con las palabras de unión correspondientes. Posteriormente se le puede pedir al estudiante que redacte su razonamiento, procurando que éste sea sencillo, perfectamente ordenado y unido por palabras de enlace que expresen las relaciones que mantienen entre ellas los pasos sucesivos que forman su razonamiento; estas actividades requieren de gran atención del maestro y de un gran esfuerzo de los alumnos, que deben ser dirigidos pausada- y progresivamente, por éso es apropiado fijar la atención en la calidad de los ejercicios más que en la calidad de ellos.

3.3.2. Métodos para la resolución de problemas.

3.3.2.1. Método intuitivo o sintético progresivo.

Este método lleva al niño a utilizar el sentido común, es objetivo y conveniente cuando el problema implica etapas, con preguntas planteadas al final.

En este tipo de problemas se notará finalmente, que el orden que siguen para la solución del problema es el mismo que el que se sigue en el enunciado, como ya se dijo anteriormente (3.2.4.) algunos problemas traen las preguntas en el orden en que se deben resolver.

3.3.2.2. Método analítico o regresivo.

En este otro método se trata de establecer un plan para encontrar el resultado, estableciendo e indicando relaciones matemáticas, para lo cual se parte de las incógnitas para fijar mejor en la mente las relaciones que indica el enunciado y combinarlas basándose en los datos y en el conocimiento del significado de las operaciones aritméticas. Se parte de la idea que se conoce el resultado, para establecer después las relaciones que permitan verificar que el resultado supuesto es realmente aquel que concuerda con los datos, una vez establecido el plan (la forma de verificar el resultado), se utiliza el planteamiento propuesto con las magnitudes conocidas para llegar a la solución.

Este método es útil cuando la pregunta se plantea al principio del problema y las etapas no están marcadas en el enunciado, ya que impone una idea directriz que guía los pasos que han de darse para establecer el razonamiento que conducirá al resultado.

3.3.2.3. Método de reducción al absurdo.

Este método es muy usado por los alumnos y consiste en ir utilizando mentalmente las distintas operaciones e ir comprobando si el resultado pensado es lógico de acuerdo al que buscamos, descartando las operaciones que nos den resultados ilógicos.

Es frecuente este método para la solución de problemas en donde intervienen una o dos operaciones, no es aconsejable porque el alumno no utiliza las operaciones por su concepto o función sino porque el resultado se acerca probablemente a lo que pide el enunciado basado en el ensayo y error.

3.3.3. Plan de clase de los problemas.

3.3.3.1. Motivación.

De una situación real, el maestro o el alumno plantea una duda con intención de resolverla, surge así el enunciado del problema.

3.3.3.2. Presentación del problema.

El maestro escribe el enunciado del problema en el pizarrón con letra clara para que los alumnos efectuen una lectura en silencio y posteriormente señalen las palabras de difícil significado para que las busquen en el diccionario o el maestro las explique.

Es necesario que el problema sea presentado en forma objetiva, según el caso, con gráficas simples, láminas, diagramas, esquemas o dibujos oportunos.

El maestro le pide al alumno que lea en voz alta el problema que determine los datos que conoce y los que deberá buscar.

Durante este paso el alumno localiza la pregunta y le da sentido al problema.

3.3.3.3. Ejecución del problema.

Una vez que se ha analizado el problema se buscan las operaciones necesarias para encontrar la incógnita anteriormente localizada para lo cual se usa el método más adecuado para su solución.

Es probable que el alumno antes de decir qué operaciones utilizar y dado que conoce dónde debe llegar, se haga alguna de estas preguntas.

1er. caso: ..."con los datos que poseo y conozco, puedo encontrar lo que debo averiguar. El problema es de un solo planteo. Con una operación resuelvo el problemas..."

2do. caso: ..."con los datos que poseo y conozco no puedo llegar a la respuesta. El problema es de dos o más pasos. Necesito auxiliarme de dos o más operaciones...¿cuál haré primero?; ¿que datos usaré?; ¿qué obtendré?; ¿qué haré después?; ¿con qué datos?; ¿usaré los del enunciado o tomaré ya el obtenido en el primer paso?; ¿qué nuevo dato obtendré?; ¿será el dato de la respuesta del problema o será otro nuevo que utilizaré en el paso siguiente?; en sí..., ¿cuántos pasos necesitaré hacer para llegar a la solución del problema?; ¿cuántas operaciones será necesario resolver?; ¿cuáles serán?..." (1)

Una vez establecido el camino, se realizan las operaciones con cuidado, teniendo la precaución de irlas anotando con todo orden.

La respuesta o respuestas siempre deben de ir acompañadas por la especie de que se habla y encerrada en un rectángulo. Deben comprobarse los resultados cuando sea posible o hacer la reflexión de si el resultado es lógico.

De hecho la ejecución del problema podría resumirse en cinco pasos:

-Determinar los distintos planteos y el método a seguir.

- Manipular los datos.

- Fijar las operaciones.

- Encontrar la solución.

- Verificar el resultado obtenido.

---

(1) Oscar Carlos Combetta. Didáctica Especial. 4 ed., Buenos Aires, Ed. Losada, 1975. p. 149.

3.3.4. Corrección de los problemas.

La corrección de los problemas no debe ser únicamente la revisión del trabajo hecho o no, con un resultado correcto o incorrecto. Tampoco consiste en presentarle al niño la solución juzgada como ejemplar y obligarlo a aceptarla.

Una corrección unicamente tiene valor cuando representa un trabajo activo para el alumno.

En la mayoría de los casos habrá que considerar una corrección completa, colectiva, hecha en el pizarrón con la participación activa de los estudiantes.

El maestro debe detectar las principales dificultades y errores cometídos, para insistir con cuidado sobre ellos.

En la corrección se guía a los niños paso a paso, desde cómo se lee hasta las operaciones que intervienen en su solución y para ello el maestro debe conocer y adecuarse al nivel de razonamiento de los niños.

Es necesario darle confianza al alumno, con sentido común al explicar el método que se va a usar para resolver el problema.

Hay que corregir los errores de cálculo después de haber analizado el planteamiento, esta corrección debe ser hecha por cada alumno en su cuaderno y controlada por el maestro.

CAPITULO 4

UNA NUEVA ALTERNATIVA PARA LA DIDACTICA Y SOLUCION DE LOS PROBLEMAS

A través de los capítulos anteriores se han revisado los principales aspectos que intervienen para una correcta solución de los problemas y que son: el aspecto psicológico del niño según la corriente de Piaget, los conceptos y algoritmos de las operaciones que el alumno debe manejar, la didáctica tradicional y las dificultades a que se enfrenta el niño de sexto año.

Al tratar de contrastar el aspecto psicológico y la Didáctica tradicional en la enseñanza de los problemas para establecer un fundamento armónico, se encuentra por una parte que la Didáctica sigue patrones de la corriente conductista y por otro que la Psicología ha sufrido una evolución y cambio radical con la corriente interaccionista y constructivista de Piaget.

Estas dos corrientes vienen a determinar diversas modalidades de enseñanza y conciben al aprendizaje en formas distintas.

La Didáctica tradicional o conductista enfoca a las Matemáticas bajo una perspectiva utilitarista, ve en la Matemática una sola función, su uso mecánico en la vida diaria y por lo tanto no le importa los por qués sino sólo los cómos.

La corriente interaccionista o constructivista trata de analizar los por qués, de esta manera Piaget ha abierto las puertas para modificar la enseñanza de las Matemáticas, pero falta aún la investigación que lo haga posible.

Existe de una manera incipiente la creación de una nueva Didáctica constructivista representada por Guy Brousesu que intenta darle forma a la teoría de Piaget, sin embargo ésto es tan solo, un intento una posibilidad que aún no cobra fuerza en el campo educativo y que tan solo es conocido en México por algunos artículos aislados.

El enfoque Didáctico-matemático de los problemas está dado según la corriente conductista pero no ha dado resultado, los elementos para una nueva Didáctica existen y sólo hay que tomarlos.

4.1. Fundamentos par una nueva alternativa.

El conocimiento no es una copia pasiva de la realidad, sino una relación de interdependencia entre el sujeto que conoce y el objeto de conocimiento.

El conocimiento no está dado. El sujeto a través de sus mecanismos de asimilación (similitud común, generalizable de una situación a otra) y de acomodación (particular, nuevo, diferente en cada situación), va construyendo progresivamente el conocimiento, de manera que cada inovación solo se hace posible en función de la precedente.

Cuando se produce un desequilibrio en las estructuras mentales ya existentes provoca razonamientos lógicos e ilógicos,de esta manera podemos esperar que cuando el alumno se le presenta un problema nuevo, pueda en un momento, estar a punto de encontrar el camino adecuado para su solución y al siguiente alejarse de él disparatadamente. Estos caminos equivocados son necesarios, pero si el maestro, ante una falla en el razonamiento interviene con un consejo o con la explicación de un paso, etc. -

acostumbrará al niño a esperar una señal para poder resolver - los problemas, evitando así el esfuerzo que debe existir de - parte del alumno para establecer el razonamiento adecuado.

Hay que aprovechar la propiedad de reversibilidad que el niño desarrolla en la etapa de operaciones concretas para que, mediante la incógnita encuentre los datos y viceversa.

Es indispensable que el niño entienda y aplique los conceptos matemáticos primarios de las operaciones fundamentales con el manejo constante de objetos tanto en el campo de los Naturales como en los Racionales positivos.

El razonamiento no se transmite, sino que es el resultado de un esfuerzo personal, en donde intervienen los procesos de asimilación y acomodación.

El ir de lo concreto a lo abstracto no es el objetivo de una clase, sino un objetivo durante toda la educación primaria.

La secuencia instructiva no debe ir necesariamente de lo mas fácil a lo mas difícil, sino que se puede invertir la secuencia para obtener una visión general del problema e ir ajustando su razonamiento siempre en función de su esfuerzo personal.

4.2. La otra opción.

Este nuevo planteamiento no tiene la experimentación necesaria para su validez científica, tan solo pretende ser una aportación producto de la investigación bibliográfica que se - realizó, para la elaboración de esta tesis y de la experiencia en la docencia del sustentante.

Los problemas simples o sencillos se deben utilizar cuando se da el concepto como una aplicación directa, deben ser resueltos al principio con la manipulación de objetos hasta llegar a la comprensión de la operación que se esté estudiando, - para posteriormente llegar a plantear problemas que se resuelvan con ayuda del concepto que posee el alumno y el algoritmo-respectivo.

Para los problemas compuestos o complejos se sugiere utilizar una secuencia diferente a la tradicional y con una base-en los conceptos adquiridos en la manipulación de objetos.

La secuencia será la siguiente:

1.- Presentación de un problema en donde, para su solución, se necesiten varios pasos.

2.- Lectura del problema por parte del maestro seguido por algunos comentarios de los alumno, si así lo quieren, ésto se hace para evitar una incorrecta solución por una-falta de habilidad en la lectura.

3.- Exhortación del maestro para que el niño resuelva el problema como un producto de su esfuerzo personal, utilizando para ello los conceptos matemáticos adquiridos.

Durante esta etapa el maestro deberá tener cuidado de - no ayudar a los niños mediante señales inconscientes o conscientes que el niño espera obtener para saber el camino adecuado.

Es necesario que el maestro recorra entre filas para ir observando los distintos razonamientos que utilizan los niños. Debemos recordar que es frecuente que cuando se presenta un problema nuevo existan razonamientos lógicos e ilógicos necesarios para una equilibración de sus mecanismos de asimilación y acomodación y por lo tanto el maestro no debe regañar o sobre estimular al niño que use un razonamiento equivocado o felicitar al que lo hace bien, para evitar que el niño se esfuerce, no por el razonamiento, sino por la alabanza.

4.- Si el maestro observa que los niños no han podido encontrar la respuesta exacta por un razonamiento inadecuado podrá presentar otro u otros problemas simples que se deriven del problema original para que, mediante la solución de éstos, el niño intuya el camino para resolver el primer problema.

Es evidente que lo que se trata de evitar es que el maestro proporcione la solución en cuanto el niño declara su incapacidad, pues de esta forma el alumno a la menor dificultad tan solo espera sin esforzarse la respuesta. En el caso de que ni con los problemas sencillos el alumno no pueda resolver el problema principal, en lugar de explicarlo, el maestro deberá remitirse a problemas de repaso de los conceptos que se necesitan para su solución.

5.- Cuando el problema está equivocado por fallas en los algoritmos o cuando la mayoría ha podido encontrar la respuesta o respuestas adecuadas, el maestro resolverá el problema en el pizarrón con todos los elementos de orden, y limpieza que la solución de un problema amerita.

6.- Hay que evitar todos los distractores posibles con el objeto de que el niño se concentre exclusivamente en el razonamiento y solución del problema. Distractores como copiar con buena letra el problema, dividir el espacio que queda abajo del problema, exigir limpieza y orden, etc.

Cuando el niño posea la capacidad de razonamiento se podrá atender a todas las reglas y ordenamientos que el maestro juzgue convenientes.

A continuación se presenta una secuencia de problemas que ejemplifica la alternativa Didáctica que se propone.

- En una tienda donde todos los artículos de papelería han sido rebajados en una tercera parte de su precio original y un cuaderno en promoción vale $500, que representa las dos terceras partes de su precio normal. ¿De cuánto será el ahorro al comprar un cuaderno?

Si el alumno no encuentra el camino para resolver el problema anterior, se le presenta otro, pidiendole que identifique la operación que le permite encontrar la respuesta.

- Cuatro naranjas representan la quinta parte de qué cantidad.

¿Qué operación usarías para resolver este otro problema?

- Tres lápices es la mitad de qué cantidad.

Otro problema que se podría presentar es:

- Compré un disco rebajado de $ 5500 a $ 3750 ¿Cuánto me ahorré en la adquisición de este artículo?

Si después de esta secuencia el niño aún no resuelve el problema inicial, hay que repasar los conceptos necesarios, en este caso división de fracciones como inversa de la multiplicación, - sin dar la respuesta, ya que este problema podrá ser usado en - otra ocasión.

CONCLUSIONES

- El conocimiento es un proceso dinámico elaborado por el niño a través de la interacción de sus estructuras mentales con el medio ambiente y del mecanismo de asimilación y acomodación.

- Los niños se pueden encontrar en varios períodos simultaneamente, pues es un proceso dinámico en donde se puede estar esencialmente en un período y tener destellos de razonamiento superior o regresiones.

- La principal característica de los niños en la escuela primaria es la de que su pensamiento infantil esta limitado a objetos concretos en lugar de ideas abstractas.

- Los conceptos no pueden ser transmitidos únicamente por el lenguaje, sino que deben tener un marco de referencia adecuado y con la participación activa del niño.

- Los conceptos matemáticos deben ser manejados como los resultados de las acciones ejercidas sobre objetos, por lo que su enseñanza siempre debe estar acompañada con la manipulación de objetos.

- Los algoritmos tan solo representan una parte de las operaciones, por lo que su importancia se ve subordinada a la comprensión del concepto.

- Es indispensable que el maestro dé mayor importancia a la comprensión y ejercitación de los numeros racionales (quebrados), por ser este aspecto donde su aplicación presenta mayor dificultad.

- Los problemas son el medio más apropiado para rectificar la enseñanza de los conceptos matemáticos y descubrir las dificultades de comprensión por deficiencias de razonamiento, con el objeto de preparar al niño para resolver situaciones que se le presenten en su vida diaria.

- Las causas más frecuentes por lo que los niños no resuelven problemas matemáticos son debido a deficiencias por parte de maestros y padres de familia en métodos y hábitos, pero no por la incapacidad del alumno.

- La Didáctica tradicional conductista no ha fomentado el razonamiento como base para la solución de problemas, sino que se ha apoyado en el mecanisismo representado por el problema tipo.

- La Didáctica tradicional con fundamento en la corriente conductista sirvió en su momento a la enseñanza de las Matemáticas, pero ha dejado de funcionar al dar la educación un giro hacia la racionalización del conocimiento.

- La corriente constructivista da los fundamentos necesarios para establecer una nueva alternativa en el campo didáctico que satisfaga los objetivos que plantea la educación actual.

- Es necesario que se realicen futuras investigaciones experimentales para instrumentar practicamente los fundamentos constructivistas y crear así una nueva Didáctica mexicana que nos ayude a comprender mejor a la Matemática y al mundo que nos rodea.

Este trabajo plantea la necesidad de que equipos de investigación busque nuevas alternativas que contribuyan a rescatarnos del subdesarrollo educativo.

BIBLIOGRAFIA

ARAGON, Bohórquez Misael y Santiago Valiente Barderas. En el amable mundo de la Matemática, México, Ed. Patria, 1981, 159 p.

ARAGON, Bohórquez Misael, René Benítez López y Santiago Valiente Barderas. Matemáticas 1, México, Ed. Patria, 1984, 389 p.

BALDOR, Aurelio. Aritmética Teórico Práctica, México, Ed. Publicaciones Culturales, 1983 (C.1983) 640 p.

CENTRO DE DIDACTICA DE LA U.N.A.M. Manual de Didáctica de la Matemática, México, Ed. Diseño y Composición Litográfica, 1972, 143 p.

COLL, Cesar. Psicología genética y aprendizaje escolar, Madrid, Ed. Siglo veintiuno, 1983, 224.

COMBETTA, Oscar Carlos. Didáctica Especial, 4 ed., Buenos Aires, Ed. Losada, 1975 (C.1973) 306 p.

DIENES, Z.P. y E. Golding. Lógica y juegos lógicos, 7 ed.;Barcelona, Ed. Teide, 1974 (1966) 144 p. (Colec. Enseñanza de la Matemática Moderna).

ESCALONA, Francisca de, Manuel Noriega. Didáctica de la Matemática en la escuela primaria 2, Buenos Aires, Ed. Kapelusz, 1975, 253 p.

GUILLEN DE REZZANO, Clotilde. Didáctica Especial, 10 ed.; Buenos Aires, Ed. Kapelusz, 1966, 136 p.

INHELDER, B. y J. Piaget. De la lógica del niño a la lógica del adolescente, Buenos Aires, Ed. Paidos, 1972 (C. 1955) 293 p.

LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget pensamiento. aprendizaje enseñanza, Tr. Humberto López Pineda, México, Ed. Fondo Educativo Interamericano, 1982 (C. 1980) 309 p.

LEIF, J. y R. Desely. Didáctica del cálculo de las lecciones de cosas y de las ciencias aplicadas, Tr. Juan Jorge Thomas, Buenos Aires, Ed. Kapelusz, 1968 (C.1961) 328 p.

NATIONAL CONCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS USA. Algoritmos de las operaciones con números enteros, Tr. Federico Galvan Anaya, México, Ed. Trillas, 1967 (C. 1967) 45 p.

PHILLIPS, Jr. John L. Los orígenes del intelecto según Piaget, 3 ed. Tr. José Toro y Toser Berdagué, Barcelona, Ed. Fontanella, 1977 (C.1977) 201 p. (Colec. Psicología y Psiquiatría, Conducta Humana No. 4)

PIAGET, Jean. El juicio y el razonamiento en el niño. Estudio sobre la lógica del niño (II), Tr. Mercedes Riani, 3 ed; Buenos Aires, 1977 (C. 1967), 229 p.

PIAGET, Jean. Psicología y Epistemología, 4 ed.; Barcelona, Ed. Ariel, 1979 (C.1979) 192 p.

POLYA, G. Como plantear y resolver problemas, Tr. Profr. Julián Zugazagoitia, 11 ed.; México, Ed. Trillas, 1982 (C.1965) 215 p.

REINOSO, Carlos. En busca de una nueva didáctica para la Matemática, México, Ed. Nuevas Técnicas Educativas, 1974 - (C. 1974) 222 p.

S.E.P. Matemáticas sexto grado, México, Comisión Nacional de - Libros de Texto gratuito, 1985, 192 p.

TURNER, Johana. Desarrollo cognitivo, Barcelona, Ed. CEAC., - 1981 (.1975) 178 p.

TURNER, V. Dean y Prouse Howard I. Introducción a las Matemáticas, México, Ed. Trillas, 1976 (C. 1976) 223 p.