



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

**“CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES NUMÉRICAS DE
LOS ESTUDIANTES DE SECUNDARIA”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN PEDAGOGÍA

P R E S E N T A :

ORTEGA LUNA YUNUEN NONATZIN

DIRECTORA:
SALCIDO RÍOS TENOCHTITLAN LUCINA

MÉXICO, D. F.

2006

QUIERO DAR MI MAS SINCERO AGRADECIMIENTO A QUIENES ME APOYARON A LO LARGO DE ESTE PROYECTO, QUE NO SOLO ES EL TRABAJO DE TESIS, SI NO EL RESULTADO DE MUCHO TIEMPO DEDICADO A LA SUPERACION PERSONAL.

Doy gracias a Dios por que él fue, es, y seguirá siendo siempre, el guía en mis caminos.

Quiero agradecer a mis padres por su infinito amor y confianza para lograr el cierre de este ciclo. “Sepan que todo el esfuerzo realizado, ahora tiene frutos”

A mi esposo Jesús Amin y a mi hija Emma Fernanda que ahora son parte esencial de mi vida y la principal motivación para ser mejor cada día...

A mis profesores por que gracias a su propio esfuerzo y dedicación he adquirido herramientas para la vida, en especial a Tenochtitlan Salcido y Arturo Bazan, por su excelente dirección y apoyo para la elaboración de la presente.

A Mishel Palacios, Tania Bustamante y Lorena Álvarez quienes fueron fieles compañeras a lo largo de este emocionante capitulo de nuestras vidas, a ellas quiero decirles que no se desanimen, se esfuercen y pongan el corazón en lo que puede mejorar sus vidas.

A Jimmy Sánchez y José Antonio Ramírez por su amistad, apoyo, ejemplo y motivación para ampliar mi visión; “donde sea que estén muchas gracias.”

INDICE

Introducción.....	2
CAPÍTULO I Delimitación del problema y objetivos.....	5
Delimitación del problema.....	9
Objetivos:	
Objetivo general.....	10
Objetivo particular.....	10
CAPÍTULO II Marco de referencia y metodología.....	11
Marco de referencia:.....	11
Plan y Programas de estudio para la educación secundaria.....	12
Libro para el maestro correspondiente a secundaria.....	15
Una muestra de libros de texto para el primer grado de secundaria.....	17
Una muestra de investigaciones en educación matemática relacionadas con el sistema de numeración decimal.....	28
Metodología.....	32
Instrumento.....	34
CAPÍTULO III Análisis de resultados.....	41
Descripción de resultados globales de la aplicación final del instrumento.....	41
Análisis de resultados por bloques de preguntas.....	43
Resultados por grado.....	52
Comparación de resultados en los tres grados	57
Análisis de estrategias.....	61
Análisis de errores.....	77
CAPÍTULO IV Conclusiones y recomendaciones.....	94
Conclusiones.....	94
BIBLIOGRAFÍA.....	100
ANEXOS.....	102

INTRODUCCION

Nuestro sistema de numeración es decimal, es decir, hay 10 símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) con los que pueden representarse todos los números. La posición de un símbolo en uno u otro lugar indica los diferentes valores que puede tener, es decir, el sistema es posicional. También es aditivo, es decir, el valor de un número es la suma de los valores de posición de cada uno de los símbolos que integran su representación. Los números 1, 2, 3, etc. que se usan tan frecuentemente en la vida diaria reciben el nombre de números naturales. Los números naturales son conceptos abstractos, independientes de los términos y símbolos que usamos para su representación.

Algunos profesores enseñan matemáticas igual a como está en los libros de texto, limitándose a reproducir el contenido en el pizarrón, provocando que la enseñanza se convierta en una exposición de contenidos sin atractivo para los alumnos, donde los ejemplos y ejercicios propuestos no son significativos ni cercanos a su realidad. Cuando presentan un problema, no destinan suficiente tiempo a los estudiantes para que ellos propongan soluciones y exploren posibilidades, impidiendo el desarrollo del pensamiento matemático entre los alumnos.

El interés de realizar este trabajo de tesis del interno de que la matemática es fundamental para la formación académica de los alumnos, por lo que se incluye en los planes y programas de estudio de educación básica. Los números forman parte de los elementos esenciales de la matemática y, por tanto, su estudio es realizado en los niveles de preescolar, primaria y secundaria, con un aumento paulatino del grado de complejidad de su tratamiento.

A raíz de la propuesta que plantea el plan y programa de estudio de secundaria citado surge la inquietud de indagar qué habilidades numéricas han desarrollado y qué estrategias emplean para resolver problemas numéricos los alumnos que pertenecen a este nivel.

Este trabajo de tesis es una investigación de campo apoyado por documentos oficiales emitidos por la Secretaría de Educación Pública como son: Plan y Programas de estudio para la educación secundaria, Libro para el maestro correspondiente a secundaria y un conjunto de libros de texto para el primer grado de secundaria, así como Investigaciones en educación matemática relacionadas con el sistema de numeración decimal.

Para la elaboración de esta investigación tomamos una muestra que se pertenece a la escuela secundaria oficial N° 165 Ricardo Flores Magón, con clave: 15EEESO581N, ubicada en la calle N° 18 s/n, Nezahualcoyotl, estado de México, del turno vespertino, integrada por 79 sujetos. De éstos 31 cursaban primer grado, 21 segundo y 27 tercero, formando un total de 79 alumnos en la muestra.

Los contenidos aritméticos son muy amplios y no sería posible considerarlos todos. Es por eso que nos limitamos a los temas en los que se plantean aspectos como: Lectura y escritura de números naturales, cálculo mental y estimación de resultados, orden y comparación de naturales, los decimales y sus operaciones (orden y comparación); algunas características conceptuales del sistema de numeración y, muy brevemente, los algoritmos. Un tema que se omitió es la resolución de problemas de enunciado.

Para obtener la información que se deseaba se elaboró un instrumento que consta de 39 reactivos o ítems, respaldados por los documentos oficiales. Hicimos un análisis del desempeño que tienen los estudiantes en los temas seleccionados. Es necesario poner a prueba los acercamientos del programa a ese tema y ver en que medida esa propuesta permite al alumno asimilar y aprender el sistema sin tener tantas deficiencias.

La base para este análisis son los resultados de la aplicación de un instrumento a los estudiantes mencionados, observando el comportamiento general, de cada grado e individual.

Uno de nuestros objetivos es detectar conocimientos y habilidades numéricas de los estudiantes de secundaria, las estrategias que emplean para resolver problemas con números, y qué cambios se presentan en estos tres aspectos en los tres grados de ese nivel educativo, así como los errores que puedan tener los alumnos al resolver los problemas.

Este trabajo se compone de cuatro capítulos, donde se estudian elementos curriculares, así como los análisis hechos a los resultados obtenidos de los cuestionarios. En el capítulo uno se hace un análisis de las razones por las cuales se estudia el nivel secundaria, la importancia que tiene el sistema indo-arábigo, la delimitación del problema, así como el objetivo general y los objetivos particulares de dicha investigación.

El capítulo dos contiene el marco de referencia en el que se señala el Plan y Programas de estudio para la educación secundaria, el Libro para el maestro correspondiente a secundaria, una muestra de libros de texto para el primer grado de secundaria, una muestra de investigaciones en educación matemática relacionadas con el sistema de numeración decimal, el método que se empleo para la elaboración de la presente y la forma en que se realizó el instrumento utilizado para recaudar la información.

En el capítulo tres se engloba el análisis de los resultados que arrojaron los cuestionarios aplicados a los alumnos de secundaria. De los apartados que conforman este capítulo se encuentran la descripción de resultados globales de la aplicación final del instrumento, el análisis de resultados por bloques de preguntas, los resultados por grado, la comparación de resultados en los tres grados, el análisis de estrategias, así como el análisis de los errores que dejaron plasmados los alumnos en sus respuestas.

El último capítulo contiene las conclusiones a las que se arribaron a lo largo del análisis de los resultados arrojados por los cuestionarios aplicados a los alumnos.

C A P Í T U L O I

Delimitación del problema y objetivos

En este capítulo se abordan los siguientes puntos: un análisis de las razones por las cuales se estudia el nivel secundaria, la importancia que tiene el sistema indo-arábigo, la delimitación del problema, así como el objetivo general y los objetivos particulares de dicha investigación.

La presente tesis se aboca a la detección de conocimientos y habilidades numéricas de los estudiantes de educación secundaria, las estrategias que emplean para resolver problemas con números, y qué cambios se presentan en estos aspectos en los tres grados de este nivel educativo.

Los sujetos del estudio son alumnos que han cursado su educación básica con los planes y programas de matemáticas vigentes desde 1993, estos últimos tienen en común un enfoque de resolución de problemas y desarrollo de habilidades.

A continuación se expresan las razones por las cuales se eligió el tema mencionado.

La importancia del sistema indo-arábigo de representación de los números que se emplea en la actualidad casi universalmente, tomándole a la humanidad muchos años llegar a este sistema. En la instrucción básica se pretende transmitir todo este conocimiento tan amplio en tan solo 9 años de la vida escolar.

Los números forman parte de los elementos fundamentales de la matemática y, por tanto, su estudio es realizado en los niveles de preescolar, primaria y secundaria, con un aumento paulatino del grado de complejidad de su tratamiento.

El acercamiento al tema propuesto por los programas de preescolar solo contempla aprovechar los proyectos de trabajo en el grupo (que es el método propuesto para trabajar en ese nivel) para hacer énfasis en los aspectos que favorezcan la construcción del concepto de número (clasificación y seriación), sin insistir en la denominación de los primeros naturales o su simbolización.

Los programas de primaria proponen la enseñanza de números de distintos tipos: naturales, decimales finitos y fracciones, así como las operaciones aritméticas básicas, excepto la división de fracciones. El enfoque de estos programas contempla como una parte importante el desarrollo de habilidades, entre las que se encuentran la estimación de resultados de las operaciones.

El método propuesto para desarrollar los contenidos matemáticos consiste en partir de la resolución de problemas cuyo enunciado y planteamiento sean apropiados para los alumnos. El número también se emplea en primaria para expresar los resultados de mediciones en diversas unidades.

La secundaria avanza en la propuesta sobre el estudio de los números con el mismo enfoque y método de la primaria, y una profundización que incluye los criterios de divisibilidad, problemas de conteo, sistemas de numeración antiguos, sistemas con base distinta de diez, orden de magnitud de un número, entre otros contenidos.

El plan y programa de estudios de secundaria de 1993, tiene el propósito esencial de “contribuir a elevar la calidad de la formación de los estudiantes que han terminado la primaria, mediante el fortalecimiento de aquellos contenidos que responden a las necesidades básicas de aprendizaje de la población joven del país y que solo la escuela puede ofrecer. Estos contenidos integran los conocimientos, habilidades y valores que permiten a los estudiantes continuar su aprendizaje con un alto grado de independencia,

dentro o fuera de la escuela; facilitan su incorporación productiva y flexible al mundo de trabajo...”¹

A raíz de la propuesta que plantea el plan y programa de estudio de secundaria citado surge la inquietud de indagar qué habilidades numéricas han desarrollado y qué estrategias emplean para resolver problemas numéricos los alumnos que pertenecen a este nivel. Es necesario poner a prueba los acercamientos del programa a ese tema y ver en que medida esa propuesta permite al alumno asimilar y aprender el sistema sin tener tantas deficiencias.

La propuesta para enseñar matemáticas de 1993 plantea que el alumno aprenda las matemáticas desde una perspectiva constructivista. Por ello, es interesante constatar los resultados de esa propuesta en estudiantes que realizaron todo el ciclo básico que lleva más de diez años de vigencia.

Se toma en cuenta la secundaria puesto que es el último nivel de estudio obligatorio, siendo éste la última oportunidad de tratar los temas matemáticos, ya que en los estudios siguientes los verán pero de distinta forma. De acuerdo a los programas de estudio, la aritmética es vista a lo largo de la enseñanza básica y lo aprendido sirve de base para su aplicación en problemas que se refieren al sistema de numeración en los niveles siguientes.

Puede darse una confusión a la hora de la enseñanza del sistema de numeración, ya que, el aprendizaje de los alumnos es distinto de acuerdo al grado escolar en el que se encuentran y el tipo de enseñanza que maneja el profesor.

Los alumnos llegan al último nivel de la enseñanza obligatoria con una variedad de concepciones y en algunos casos con deficiencias en la comprensión del sistema de numeración de base diez. Este trabajo pretende identificar algunas de esas deficiencias, lo que permitirá derivar algunas propuestas de intervención pertinentes.

¹ SEP, Plan y programa de estudios, secundaria, México, 1993.

La discusión más reciente en torno al desarrollo cognitivo resulta decisivo a la idea de una jerarquía de habilidades. Existen dos clases de jerarquías: "expresivas en la medida que implican habilidades de nivel más bajo, como escribir a mano... y las jerarquías lógicas surgen donde existe una secuencia lógica de conceptos dentro de un área curricular".²

El alumno debe empezar con habilidades de nivel bajo, para subir a niveles más generales de comprensión, los estudiantes de secundaria presentan habilidades más complejas por que tienen base en sus habilidades anteriores, así como tres aspectos del pensamiento adolescente que presentan algo nuevo. El primero es "la aceptación de entidades ideales como puntos geométricos sin tamaño, líneas geométricas sin espesor,...el segundo aspecto es la idea de una función ($y=xxc$)..y la tercera es que se hace más sistemático, sobre todo en el área de organización esquemática del conocimiento".³

El tener una determinada forma de abordar un problema que ha dado resultado en el pasado de los alumnos, da como pie a que volverán a emplearlo en un futuro, esto contribuye al aprendizaje de estrategias, por lo que las actividades que implican la utilización de una estrategia, es la mejor forma de aprenderla.

² Meter Langford, El Desarrollo del Pensamiento Conceptual en la Escuela Secundaria, Ediciones Piados, Barcelona-Buenos Aires-México, 1ª edición, 1990, pp. 11.

³ Meter Langford, El Desarrollo del Pensamiento Conceptual en la Escuela Secundaria, Ediciones Piados, Barcelona-Buenos Aires-México, 1ª edición, 1990, pp. 15.

DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

El nivel secundaria es de nuestro interés por ser el último nivel obligatorio, además de que en los subsecuentes los temas matemáticos y sus propuestas de tratamiento son diversos.

Los contenidos aritméticos son muy amplios y no sería posible considerarlos todos. Es por eso que nos limitamos a los temas en los que se plantean aspectos como: Lectura y escritura de números naturales, cálculo mental y estimación de resultados, orden y comparación de naturales, los decimales y sus operaciones (orden y comparación); algunas características conceptuales del sistema de numeración y, muy brevemente, los algoritmos. Un tema que se omitió es la resolución de problemas de enunciado.

Tomamos como muestra a un grupo de alumnos de cada uno de los grados que integran el nivel secundaria, es decir, un grupo de primero, uno de segundo y uno de tercero. La muestra fue tomada en particular, de una escuela secundaria pública perteneciente al Estado de México. Hicimos un análisis del desempeño que tienen los estudiantes en los temas seleccionados. La base para este análisis son los resultados de la aplicación de un instrumento a los estudiantes mencionados, observando el comportamiento general, de cada grado e individual.

Entendiendo así como habilidad numérica al cálculo mental, estimación de resultados, los algoritmos de las operaciones elementales y hechos básicos de la operatividad, así como el uso de estrategias para la solución de problemas.

OBJETIVOS

Objetivo General:

- Detectar conocimientos y habilidades numéricas de los estudiantes de secundaria, las estrategias que emplean para resolver problemas con números, y qué cambios se presentan en estos tres aspectos en los tres grados de ese nivel educativo, así como los errores que puedan tener los alumnos al resolver los problemas.

Objetivos Particulares:

- Conocer cómo se propone la enseñanza del sistema de numeración en el nivel de secundaria.
- Analizar el progreso en cada uno de los grados de secundaria con relación al sistema de numeración.
- Conocer el desempeño de los estudiantes ante los problemas de cálculo mental y estimación de resultados.
- Conocer el desempeño de los estudiantes ante los problemas de orden y comparación de naturales.
- Conocer el desempeño de los estudiantes ante los problemas de orden y comparación de decimales.
- Conocer el desempeño de los estudiantes ante los problemas del manejo de algunas características conceptuales del sistema de numeración decimal.
- Detectar las estrategias empleadas por los alumnos para resolver problemas de cálculo mental y estimación de resultados.
- Detectar las estrategias empleadas por los alumnos para resolver problemas de orden y comparación de naturales.

C A P Í T U L O II

Marco de referencia, Método e Instrumento

Este capítulo está compuesto por el marco de referencia en el que se señala el Plan y Programas de estudio para la educación secundaria, el Libro para el maestro correspondiente a secundaria, una muestra de libros de texto para el primer grado de secundaria, una muestra de investigaciones en educación matemática relacionadas con el sistema de numeración decimal, el método que se empleó para la elaboración de la presente y la forma en que se realizó el instrumento utilizado para recaudar la información.

MARCO DE REFERENCIA

Para realizar el presente trabajo tomamos como referencia los documentos siguientes:

- 1) Plan y Programas de estudio para la educación secundaria.⁴
- 2) Libro para el maestro correspondiente a secundaria.⁵
- 3) Un conjunto de libros de texto para el primer grado de secundaria.⁶
- 4) Investigaciones en educación matemática relacionadas con el sistema de numeración decimal.⁷

El plan y programa de estudio porque su revisión presenta dos aspectos de interés para nuestro trabajo: la especificación del propósito general de la enseñanza de las matemáticas en el nivel educativo mencionado y la estipulación de los contenidos matemáticos que deben ser tratados, en particular los que corresponden a la aritmética.

El libro para el maestro, debido a que es un material de apoyo donde el docente encuentra orientaciones generales para desarrollar los cursos, una

⁴ SEP, Plan y programas de estudios, secundaria, México, 1993

⁵ SEP, "Libro para el Maestro Edición Secundaria" matemáticas, Primera edición, México, 1997

⁶y ⁸ La bibliografía de los textos y las investigaciones analizados se encuentran más adelante.

explicación amplia del enfoque de los mismos y ejemplos de ejercicios con los que se sugiere tratar los temas.

En el momento en que se inició el trabajo, estaban en vigencia una variedad de libros de texto para el nivel. Éstos constituían el material de apoyo con que contaban los alumnos para estudiar los temas y proporcionan, en términos generales, información sobre el enfoque y nivel de profundidad con que este último fue tratado en clase.

Ante la imposibilidad de tomar en cuenta todos los diferentes textos que estaban en circulación y habían sido autorizados por la Secretaría de Educación Pública, se consideraron sólo los correspondientes a una muestra. Debido a que era de nuestro interés realizar el diagnóstico sobre conceptos y habilidades numéricas en los tres grados de secundaria, tomamos como base la temática para números correspondiente a primer grado.

Se revisaron algunas investigaciones con el fin de tener un antecedente de la exploración que se hace a diversos sujetos con referencia al sistema de numeración, así como observar los distintos problemas o dificultades que se han detectado en los alumnos con respecto a dicho tema.

Plan y Programas de Estudio

El Plan y los Programas de Estudio de nivel secundaria, mencionan que “la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria tiene como propósito general el desarrollo de las habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento de los alumnos”⁸.

Los contenidos matemáticos de interés para el presente estudio son algunos de los que se encuentran dentro del tema de aritmética.

⁸ SEP, “Plan y Programas de Estudio de “matemáticas secundaria”. México, 1993, Pg. 17

En la siguiente tabla se especifican los contenidos aritméticos que corresponden a cada uno de los grados escolares de la escuela secundaria.

TEMAS DE ARITMÉTICA

PRIMER AÑO	SEGUNDO AÑO	TERCER AÑO
<p>Los números naturales y sus operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Lectura y escritura de números naturales</i> ◆ Orden y comparación de números naturales ◆ Ubicación en la recta numérica - <i>Operaciones con naturales</i> ◆ Problemas y aplicaciones diversas ◆ Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados - <i>Múltiplos y divisores de un número</i> ◆ Criterios de divisibilidad usuales (entre 2, 3, 5 y 9) ◆ Escritura de números terminados en cero como producto de un natural por 10, 100, 1000 - <i>Cuadrados y cubos de números</i> ◆ Cuadrados perfectos y raíz cuadrada ◆ Uso de una tabla de cuadrados y de calculadora para obtener la parte entera de la raíz cuadrada de un número - Problemas variados de conteo ◆ Uso del diagrama de árbol y de los arreglos rectangulares (cartesiano) <p>Sistemas de numeración</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Ejemplos para ilustrar:</i> ◆ La evolución de los sistemas de numeración: sistema egipcio, romano, maya, etc.; su razón de ser y los principios en los que se basan 	<p>Números naturales y decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Verificación del grado adquisición de las operaciones con números naturales y decimales y sus algoritmos. Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados</i> - <i>Potencias sucesivas de un número, ejercicios y aplicaciones diversos</i> - <i>Potencias de 10 y notación científica o exponencial; su uso en la calculadora y en las ciencias</i> - <i>Orden de magnitud de un número y de un resultado; ejemplos para ilustrar el uso de unidades microscópicas y astronómicas</i> <p>Conteo</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Problemas variados de conteo, en particular aplicaciones de las reglas de la suma y el producto</i> <p>Números primos y compuestos</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Números primos y compuestos</i> ◆ Elaboración de tablas de primos ◆ Factorización en primos de un número y sus aplicaciones (enumeración de los divisores de un número, cálculo del m.c.d. y m.c.m. de dos o más números...) <p>Fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Revisión de suma y resta de fracciones</i> 	<p>Raíz cuadrada y cálculo aproximados</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Cálculo de la raíz cuadrada por diversos métodos</i> - <i>Errores de aproximación</i> ◆ Componentes de un cálculo; fuentes de error en un cálculo (errores en los datos o de entrada, errores introducidos por el procedimiento y errores de salida). Ejemplos ilustrativos ◆ Estimación y acotación de errores, casos sencillos

<p>♦ La escritura de números en sistemas posicionales con base distinta de diez (por ejemplo: escritura en base dos de los primeros números naturales)</p> <p>Los decimales y sus operaciones</p> <p>- <i>Revisión de la noción de número decimal</i></p> <p>♦ Uso en la medición y otros contextos familiares</p> <p>♦ Lectura y escritura, orden y comparación</p> <p>♦ Ubicación en la recta numérica</p> <p>- <i>Fracciones decimales: escritura en forma de fracción de un número decimal finito y recíprocamente, escritura decimal de fracciones decimales</i></p> <p>- <i>Operaciones con decimales</i></p> <p>♦ Problemas y aplicaciones diversas</p> <p>♦ Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados</p> <p>♦ Revisión de los algoritmos, verificaciones</p> <p>- <i>Cálculos con números truncados y redondeados para aproximar o estimar un resultado, o para controlar el resultado obtenido en una calculadora</i></p> <p>Fracciones</p> <p>- <i>Revisión de la noción de fracción, sus usos y significados en diversos contextos</i></p> <p>- <i>Paso de fracciones a decimales, aproximaciones decimales al valor de una fracción</i></p> <p>- <i>Fracciones reducibles e irreducibles</i></p> <p>♦ Simplificación de fracciones</p>	<p>♦ Sumas de dos o más fracciones</p> <p>♦ Sumas y restas combinadas</p> <p>- <i>Equivalencia y orden en las fracciones; criterio de la razón cruzada para saber si dos fracciones son equivalentes o no</i></p> <p>- <i>Situaciones asociadas a la multiplicación de fracciones</i></p> <p>♦ Algoritmo de la multiplicación</p> <p>♦ Recíproco de una fracción y división de fracciones</p> <p>Números con signo</p> <p>- <i>Revisión de suma y resta de números con signo</i></p> <p>- <i>Multiplicación y división de números con signo. Las reglas de los signos</i></p>	
---	---	--

<p>♦ Conversión de dos fracciones a un común denominador</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Comparación de fracciones previa reducción a un común denominador, realizando la división a mano o con calculadora</i> - <i>suma y resta de dos fracciones</i> 		
---	--	--

Tabla 1: Temas de Aritmética propuestos para la educación secundaria.

Los temas que se abordan en esta tesis se encuentran principalmente dentro de los contenidos de primer año y son: Los números naturales y sus operaciones (escritura y orden de números naturales, cálculo mental y estimación); sistemas de numeración; los decimales y sus operaciones (únicamente manejo de la escritura y orden de los decimales) y, pero muy brevemente algoritmos.

Como nos podemos dar cuenta estos contenidos se encuentran implícitos en los temas que se manejan en segundo y tercer año, razón por la cuál resultaron importantes para la investigación.

Libro para el Maestro

Asimismo se analizó el Libro del Maestro educación secundaria de matemáticas, que forma parte de una serie de volúmenes semejantes correspondientes a cada una de las asignaturas que conforman el plan de estudios 1993. Con este libro y algunas otras acciones la SEP propone desarrollar una nueva política para la consolidación de la calidad de la enseñanza en la escuela secundaria. El libro desarrolla el enfoque y detalla los contenidos matemáticos de los tres grados de la educación secundaria, con el propósito de ofrecer al maestro múltiples alternativas prácticas para la enseñanza de los temas centrales de los nuevos programas y tratan de poner

especial énfasis en los temas que presentan mayores dificultades para los alumnos.

El libro menciona que el manejo por unidades de los programas anteriores desfavoreció el aprendizaje de las matemáticas, ya sea porque algunos temas importantes solo eran vistos una vez al año, lo que implicaba que los alumnos no practicaran nuevamente esos temas sino hasta el siguiente curso, lo que ocasionaba que olvidaran los contenidos o bien ni siquiera los revisaran por encontrarse en las últimas unidades. Por esta razón, apoya que los nuevos programas ya no estén organizados por unidades, sino que considera conveniente que la aritmética, el álgebra y la geometría se estudien a lo largo de todo el año.

El texto cuenta con ocho capítulos: “Enfoque”, “Programas”, “Recomendaciones didácticas”, “Aritmética”, “Geometría”, “Álgebra”, “Presentación y tratamiento de la información” y “Probabilidad”. Por las razones ya mencionadas, el de interés para nuestro estudio es el que corresponde a Aritmética.

También explica que “...en la escuela secundaria la enseñanza de las matemáticas tiene entre sus propósitos transmitir a los alumnos una parte importante del acervo cultural de la humanidad. Asimismo debe propiciar el desarrollo de nociones y conceptos que sean útiles para comprender su entorno y resolver problemas de la vida real, al mismo tiempo que les *proporciona los conocimientos y habilidades de pensamiento y razonamiento necesarios para avanzar en el estudio de las matemáticas*”.⁹ Cabe mencionar que no explicita las razones por las cuales se retoman algunos de los temas que se ven en la enseñanza primaria.

⁹ SEP, “Libro para el Maestro Edición Secundaria” matemáticas, Primera edición, México, 1997, Pág. 12.

Libros de Texto para Primero de Secundaria

Como ya se mencionó se tomó como referencia a algunos de los libros de texto para matemáticas de secundaria, y se analizó desde la organización y manejo de los temas de interés para el presente estudio, hasta el tipo de información que abarca cada uno de los libros analizados.

Los libros analizados fueron:

- ❖ Barroso Mejía Paz, Matemáticas 1er curso;
- ❖ Benítez René, Matemáticas 1. Teoría y práctica;
- ❖ Robledo Felipe y Cruz Ramos Josué Matemáticas Uno. Texto, ejercicios y problemas;
- ❖ Robles Daniel y Ma. de Lourdes Minquin Castañeda, El matemático de secundaria 1;
- ❖ Waldegg Guillermina, Roberto Villaseñor y Víctor García, Matemáticas en contexto. Aprendiendo matemáticas a través de la resolución de problemas.

El análisis revisa la relación entre los libros de texto y el plan y programa de estudio, se estudia si los autores respetan el programa de estudios de secundaria en la elaboración de los textos, si tienen presentes los objetivos, si se apegan al tratamiento de los sistemas de numeración; igualmente se examina la diferencia de la secuencia con que los distintos autores manejan el tema de sistemas de numeración, la extensión con que se explican los distintos temas, el grado de dificultad con que plantean los ejercicios, así como el tipo y la extensión de los mismos.

El programa de estudio nos dice que la escuela secundaria tiene el propósito de transmitir a los alumnos una parte importante del acervo cultural de la humanidad y que la enseñanza de las matemáticas tiene como propósito fundamental el desarrollo de las habilidades operatorias, de comunicación y de descubrimiento en los alumnos. También que el primer grado de secundaria

tiene los propósitos de: enriquecer el significado de los números y sus operaciones mediante la solución de problemas muy variados; practicar los algoritmos de las operaciones, así como el cálculo mental y la estimación de resultados, entre otros.

Barroso plantea que su libro tiene el objetivo de desarrollar habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento a través de situaciones y actividades que pongan en juego el razonamiento lógico y la imaginación creativa de los alumnos. Este objetivo se asemeja al de Benítez y al de Robledo que nos dice: “Los objetivos de la enseñanza de las matemáticas en el nivel secundaria deben ser: Comprender y aplicar los elementos básicos de la investigación científica y tecnológica, propiciar el desarrollo de los procesos de autoaprendizaje, adquirir el lenguaje matemático, así como su aplicación y desarrollar las habilidades matemáticas”.¹⁰

El de Waldegg es: “Ampliar y consolidar los conocimientos y habilidades matemáticas y las capacidades para aplicar la aritmética, el álgebra y la geometría en el planteamiento y resolución de problemas de la actividad cotidiana y para entender y analizar la información cuantitativa”.¹¹

Así, el objetivo general más similar al planteado en el programa de es el de Barroso. Robledo y Waldegg mencionan el desarrollo de habilidades; pero no especifican cuáles.

Los objetivos anteriores se asemejan al que se plantea en el programa de estudios, pero el autor que más se apega a éste es Robles, quien se propone profundizar en la comprensión del sistema de números enteros, decimales y fraccionarios; su uso y significado en diversos contextos y las técnicas de cálculo con naturales y decimales, adición y sustracción de fracciones. Cabe mencionar que este autor plantea sus objetivos como particulares.

¹⁰ Robledo Felipe y Cruz Ramos Josué, Matemáticas Uno. Texto, ejercicios y problemas, México, Pág. 5.

¹¹ Waldegg Guillermina, Roberto Villaseñor y Víctor García, Matemáticas en contexto. Aprendiendo matemáticas a través de la resolución de problemas., México, 1998, Pág. 5

En general se puede decir que los autores dejan explícitos en los libros de texto objetivos que se apegan solo parcialmente a los que plantean los programas de estudio.

El programa de estudio propone el siguiente orden de los contenidos¹²:

Temas de aritmética

Los números naturales y sus operaciones

- ◆ Lectura y escritura de números naturales
 - Orden y comparación
 - Ubicación en la recta numérica
- ◆ Operaciones con naturales
 - Problemas y aplicaciones diversas
 - Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados
 - Revisión de los algoritmos, verificaciones
- ◆ Múltiplos y divisores de un número
 - Criterios de divisibilidad usuales (entre 2, 3, 5 y 9)
 - Estructura de un número terminado en cero “ceros” como el producto de un natural por 10, 100, 1000...
- ◆ Cuadrados y cubos de números
 - Cuadrados perfectos y raíz cuadrada
 - Uso de una tabla de cuadros y de la calculadora para obtener la parte entera de la raíz cuadrada de un número.
- ◆ Problemas variados de conteo
 - Uso de diagramas de árbol y arreglos rectangulares (cartesianos)

Sistemas de numeración

- ◆ Ejemplos para ilustrar
 - La evolución de los sistemas de numeración: sistema egipcio, romano, maya, etc.; su razón de ser y los principios en los que se basa

¹² Dentro del mismo programa se indica que los contenidos podrán organizarse en la forma que el maestro considere más conveniente para su aprendizaje (SEP, Plan y programa de estudios, secundaria, México, 1993, pp. 37)

- La escritura de números en sistemas posicionales con base distinta de diez (por ejemplo, escritura en base dos de los primeros números naturales)

Los decimales y sus operaciones

- ◆ Revisión de la noción de número decimal
 - Uso en la medición y otros contextos familiares
 - Lectura y escritura, orden y comparación
 - Ubicación en la recta numérica
- ◆ Fracciones decimales: escritura en forma de fracción de un decimal y recíprocamente; escritura decimal de fracciones decimales
- ◆ Operaciones con decimales
 - Problemas y aplicaciones diversas
 - Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados
 - Revisión de los algoritmos, verificación

Barroso, Benítez, Robles y Waldegg siguen una línea similar a la que plantea el programa de estudio, sin embargo no manejan el mismo orden de los contenidos. Por ejemplo Barroso engloba los sistemas de numeración dentro de los números naturales y sus operaciones, desglosa más los sistemas de numeración, por ejemplo: la numeración egipcia, escritura de números egipcios, numeración babilónica, numeración romana, escritura de números romanos, numeración maya y azteca, escritura de números mayas, sistema binario de numeración, escritura de números en sistema binario, sistemas de numeración con base 3 y 5 y sistemas de numeración con bases distintas, entre otros. Benítez sigue una línea similar a Barroso. Robles trata los decimales y sus operaciones hasta la unidad V y Waldegg une el tema de los números decimales con los sistemas de numeración, manejando el tema como “el enigma romano”¹³. El autor que si expone los temas al igual que lo hace el programa de estudio de secundaria es Robledo, con relación a los sistemas de numeración inicia con el sistema

¹³ Waldegg Guillermina, Roberto Villaseñor y Víctor García, Matemáticas en contexto. Aprendiendo matemáticas a través de la resolución de problemas., México, 1998, Pág. 39.

egipcio, sistema romano, antiguos sistemas de numeración posicionales y sistemas posicionales en base distinta de diez.

Hay que tomar en cuenta que en el programa de estudio considera que el orden de los temas puede ser modificado por el profesor, quien debe organizar sus actividades de forma que sea más adecuada y procurar en todo momento seguir una línea coherente de desarrollo.

Es importante mencionar que Robles y Benítez son los únicos autores que no explican la estructura de las lecciones. Barroso expone los siguientes elementos en la estructura de éstas: Título de la lección A la izquierda, el desarrollo de los contenidos, expresados con un lenguaje claro y accesible; A la derecha, una columna de ilustraciones, cuadros y gráficas que sirven de apoyo para la comprensión de los contenidos, un recuadro donde se incluyen los conceptos centrales de la lección y al final varios ejercicios de refuerzo y consolidación.

Por su parte, Robledo indica que cada lección consta de lo siguiente: exposición motivacional de los objetivos; desarrollo conceptual del contenido con la participación del alumno; actividades en el contexto y ejercicios para resolverlos durante la clase o fuera de ésta; conclusiones de lo expuesto y ejercicios de auto-evaluación para que el alumno los resuelva en su cuaderno.

Por último Waldegg explica que cada lección cubre un contenido principal y uno o más contenidos relacionados. Las lecciones constan de las siguientes partes: una situación problema; estrategias de solución; formalización; aplicación y ejercicios.

Hay que considerar que el programa de estudio propone solucionar problemas en clase, la aplicación de situaciones didácticas que se relacionen con otras asignaturas. En el caso del tratamiento de los números, la relación es con la Historia y se da en todos los textos analizados.

Por otro lado, la forma en que los autores nos introducen a los temas en cada uno de los textos es distinta, por ejemplo Barroso y Robledo inicia la lección con una introducción para comenzar cada tema para dar contexto del contenido que se abordará. Como en el caso de los sistemas de numeración, Robledo inicia la lección con una introducción en la que se habla de los procesos que permitían cuantificar al hombre primitivo y cómo las necesidades de contar fueron cambiando cuando la vida social se intensificó; Waldegg no maneja introducción por cada tema, al igual que Robles y Benítez. Barroso introduce con la explicación de que el hombre se enfrenta a la necesidad de contar y ha venido inventado diferentes formas de hacerla dependiendo de cada civilización. Luego que una civilización define los símbolos que empleará para contar, les pone un nombre y define reglas para usarlos.

Algunos autores aparte de presentar una introducción general manejan una pequeña introducción a muchos de los sistemas que manejan. Por ejemplo, Robledo y Barroso presentan una introducción al sistema de numeración romana, Waldegg introduce mediante un ejercicio o situación problema ese tema. Por el contrario, Robles no presenta una introducción a los temas. Hay que tomar en cuenta que los autores que plantean una introducción no lo hacen en todos los temas, como es el caso del sistema maya donde únicamente Robledo es quien maneja una introducción. Con relación al sistema binario, Robles es el único autor que no maneja introducción para dar pie a la explicación del sistema.

Asimismo, la extensión con que los autores abordan cada uno de los temas también es variable, el autor que expone los contenidos con mayor amplitud es Barroso, ya que no solo menciona los distintos tipos de numeración, sino que también especifica en otro apartado la escritura de los sistemas, aunque con relación a los números naturales su exposición es muy general. Robledo también desarrolla con cierta amplitud los temas, tanto en los números naturales como en los sistemas de numeración.

Los autores que le dan menor extensión a los temas son Robles, Benítez y Waldegg. Sin embargo, esto no quiere decir que la información no sea la suficiente como para cubrir los temas que se están tratando. Además, estos autores propician la reflexión del lector mediante las preguntas que plantean.

Un ejemplo de esto es que Waldegg en el sistema romano no menciona en específico los números y solo enuncia brevemente las reglas de escritura, en comparación con Barroso y Robles que profundizan un poco más en el tema. En el sistema babilónico Waldegg solo menciona los números del 1 al 10, en cambio Robles, Barroso y Benítez desarrollan el tema con más detalle.

Waldegg no abarca el sistema de numeración azteca en su libro de texto y los autores restantes no profundizan mucho en el tema. Esta autora no trata tampoco el sistema egipcio en su texto. Barroso es quien lo expone con mayor profundidad ya que presenta los pasos para la conversión de números egipcios a nuestro sistema.

Con lo que respecta al sistema maya los cinco autores tratan de darle una explicación amplia en la que todos incluyen las normas para la escritura de los números. Uno de los temas que los cinco autores manejan a igual profundidad es el sistema binario, no obstante Waldegg y Benítez son los únicos autores que no manejan el sistema de base cinco. Y a diferencia de los otros autores Barroso maneja la base tres, la seis y la siete.

En relación con los ejercicios que plantean cada uno de los autores también existen diferencias. Un ejemplo de esto es que Barroso presenta una serie de ejercicios que se encuentran graduados de lo simple a lo complejo incluyendo un ejemplo resuelto, algunos ejercicios que plantea son preguntas que se pueden contestar con el mismo texto y algunos ejercicios de conversión.

En el caso de Benítez solo se limita a presentar ejercicios de conversión sin dar ejemplos de cómo resolverlos. Por su parte Robledo, al igual que Benítez, plantea ejercicios de conversión; pero el grado de dificultad que maneja es mayor, ya que, en algunos ejercicios pide un nivel de reflexión mayor.

Robles por su parte también presenta ejercicios de conversión. Maneja un ejemplo para la comprensión de lo que pide y, a diferencia de los autores anteriores, la cantidad de ejercicios es mayor. En algunos casos en el ejemplo explica la forma de resolver los ejercicios por medio de un algoritmo, lo que hace que el alumno solo se dedique a la mecanización de la forma de resolver los ejercicios sin darle la oportunidad de reflexionar el proceso de conversión.

Por último Waldegg es quién tiene mayor extensión de los ejercicios, pero el tipo de ejercicios que maneja es de mayor grado de dificultad, porque hace que el alumno reflexione sobre el ejercicio y el procedimiento que se está realizando, además de plantear preguntas que no pueden solo ser resueltas con el libro de texto, sino que implican reflexionar e investigar.

Un ejemplo de lo anterior con los sistemas de numeración son las preguntas que plantea Waldegg para el sistema de numeración maya que son los presentados a continuación:

“El sistema de numeración maya es una combinación entre un sistema aditivo (ciertos símbolos se ponen uno después del otro y se suman sus valores) y un sistema posicional (tiene base 20). Se utilizan los símbolos que aparecen en el cuadro y las distintas posiciones se ordenan de abajo hacia arriba, cambiando de posición para cada una de las potencias de 20.

Decimal	Maya	Regla de composición	Escritura
0		No se repite	
1		Se repite hasta 4 veces	Se escribe de izquierda a derecha
5		Se repite hasta 3 veces	Se escribe uno encima de otro

❖ Crea tu propio sistema de numeración con base 3. ¿Cuántos símbolos diferentes necesitas?; ¿hay alguno que sea indispensable? Inventa los símbolos y construye las tablas de sumar y multiplicar de tu sistema. Ahora ya puedes hacer operaciones aritméticas.

❖ Escribe dos números cualesquiera en tu sistema (sólo combinando los símbolos, sin que sepas de antemano su valor en el sistema decimal), súmalos y multiplícalos.”

A diferencia de Barroso que plantea los ejercicios que se transcriben a continuación:

“Contesta las siguientes preguntas: a) ¿Qué número fue la base del sistema de numeración maya?; b) ¿Cuáles fueron los numerales empleados por los mayas para representar los números: uno, cinco y cero?; c) ¿Qué principios siguió el sistema de numeración maya?; d) ¿Qué tipo de numeración emplearon los aztecas?; e) ¿Cuáles fueron los numerales empleados por los aztecas para representar los números uno, diez, veinte, ochenta y cuatrocientos?; f) Explica el principio partitivo empleado por el sistema de numeración azteca.”

Los ejercicios de conversión que propone Robledo son:

Determina el valor relativo del símbolo ••• suponiendo que en el numeral ocupa: a) La primera posición: __, b) La segunda posición: ____, c) La tercera posición: _____. Escribe con numerales mayas hasta el cien, de diez en diez unidades:

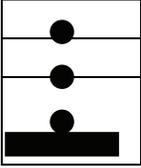
10 = 20 = 30 =
 40 = 50 = 60 =
 70 = 80 = 90 =
 100 =

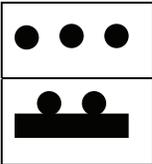
Benítez presenta los siguientes ejercicios:

“Representa con números mayas cada números: a) 17, b) 9, c) 25, d) 87, e) 100, f) 500, g) 1000, h) 2000, i) 2050, j) 1993.”

Y los ejercicios propuestos por Robles:

Convierte los siguientes números arábigos a mayas o viceversa. Comprueba después los resultados: 1) 470, 2) 1032, 3) 360, 4) 990.

Ejemplo: $525 = 20 \overline{)26} \begin{array}{r} 26 \\ 125 \\ 05 \end{array}$ $20 \overline{)26} \begin{array}{r} 1 \\ 06 \end{array}$ $525 =$ 

 $= 3(20^1) + 7(20^0)$
 $= 3(20) + 7(1) = 60 + 7 = 67$

Es importante reconocer que los autores tratan de apegarse al programa de estudio, aunque algunos de ellos no lo logren en su totalidad.

Nuestro punto de comparación es el plan y programa de estudio y el libro del maestro de matemáticas de secundaria, de los libros de texto examinados los que más se apegan a los documentos de referencia en cuanto a objetivos son Barroso y Robledo. El primero plantea como su objetivo desarrollar habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento. El segundo propone comprender y aplicar los elementos básicos de la investigación científica y tecnológica, propiciar el desarrollo de los procesos de autoaprendizaje, adquirir el lenguaje matemático, así como aplicar y desarrollar las habilidades matemáticas.

Los objetivos de dos de los tres autores restantes se asemejan más a la especificación que se hace en los documentos de referencia en la parte de aritmética. Robles propone profundizar en la *comprensión del sistema de números enteros, decimales y fraccionarios*, y Benítez intenta estimular la actividad intelectual necesaria para la *adquisición, la generalización y la transferencia de los conocimientos*.

Por su parte Waldegg, en sus objetivos generales indica lo que se propone con la enseñanza de la aritmética: “Ampliar y consolidar los conocimientos y habilidades matemáticas y las capacidades para ampliar la aritmética, el álgebra y la geometría en el planteamiento y resolución de problemas de la actividad cotidiana y para entender y analizar la información cuantitativa.”

Investigaciones

Como última parte de este marco de referencia, se hace el análisis de algunas investigaciones afines al tema, realizadas por distintos autores, como fueron:

- ❖ Nunes Teresina y Bryant Meter, Las matemáticas y su aplicación
- ❖ Orozco Mariela, Relación entre prácticas de enseñanza en el aula y la comprensión de los componentes del sistema
- ❖ Álvarez G. Ma. del Carmen, Acerca de la numeración. Reflexiones y propuestas.
- ❖ Matiushkin, A. M. Análisis y generalización de relaciones¹⁴

Características de los sujetos

Nunes trabajó con 72 niños (as) de cinco a siete años; Orozco con 450 alumnos divididos en once grupos de 2º a 5º de educación básica primaria; Álvarez aplicó un programa experimental de matemáticas en la escuela primaria, realizado en 1982-83, con dos grupos de 5º y 6º grados; y Matiushkin estudio a alumnos de escuelas superiores y licenciados, sus sujetos fueron un total de 45 personas (15 en cada serie).

En la muestra de Nunes los niños(as) no habían asistido a la escuela y tenían de cinco a siete años; los de Orozco son alumnos de escuelas públicas del área urbana de Santiago de Cali, Colombia; los que conforman la muestra de Álvarez ya saben escribir y nombrar algunos números; y los de Matiushkin eran alumnos de escuelas superiores y licenciados que no habían seguido cursos especiales sobre teoría del número y que no conocían más sistema numérico que el decimal.

¹⁴ En: Rubinstein S.L. (Director General), MATIUSHKIN A. M. El proceso del pensamiento y las leyes del análisis la síntesis y la generalización. Análisis y Generalización de Relaciones Ediciones Pueblos Unidos.

Objetivos de las investigaciones

Para Nunes es analizar la comprensión infantil de los sistemas de numeración, tanto orales como escritos, así como algunos de los aspectos elementales de la comprensión infantil de las unidades; el de Orozco es observar la relación existente entre las transformaciones en la práctica de la enseñanza de la matemática de diez maestros y los cambios que se operan en la comprensión del alumnado de los componentes del sistema de notación en base diez; Álvarez busca esclarecer la forma en que los alumnos de 5º y 6º grados construyen el sistema decimal de numeración; y Matiushkin investiga la dependencia en que se encuentra la generalización de relaciones respecto al proceso del análisis.

Métodos de investigación

Nunes recurrió a dos tareas para investigar, la primera los sujetos tenían que utilizar el concepto de unidad para comparar el valor total de los conjuntos constituidos por monedas o billetes de diferente denominación, seguida de una entrevista individual. La segunda denominada tarea de la tienda, se enfocó en la composición aditiva en la estructura de la decena. Su finalidad era medir la habilidad de niños y niñas para combinar diferentes denominaciones y obtener un número determinado. Orozco, para medir la relación utiliza un diseño pretest, posttest, con un grupo experimental que está formado por la totalidad del alumnado que asiste a las clases de matemáticas de los maestros que participan en el acompañamiento y un grupo control que se identifica por ciertos grupos, que preferentemente sean de la misma escuela. Y aplica un cuestionario que diagnostica la comprensión de los alumnos y alumnas de los componentes del sistema. Los cuestionarios presentan la misma estructura con ítems que varían en el rango de los numerales y el formato de presentación utilizados en función del grado en el cual se aplican.

En total se aplicaron 460 cuestionarios, 221 en el grupo experimental, y 239 en el grupo control. La intervención se realizó a lo largo de cuatro semanas consecutivas, una sesión semanal por aula, entre los meses de mayo y junio. Cada sesión dura los 45 minutos correspondientes a la clase de matemáticas.

El texto se fundamenta en varios autores como: Saxe, Gearhart y Seltzer (1999) que han estudiado la relación entre la práctica en el aula y el aprendizaje de los estudiantes y Cobb, Stephan, McClain, Gravemeijer (2000), quienes se ocupan de las prácticas en las clases de matemáticas y la evolución del pensamiento del alumnado. El proyecto incluye un programa de sesiones de acompañamiento, las cuales utilizan dos estrategias: el acompañamiento, orientado a apoyar la transformación de las prácticas de enseñanza del maestro(a) que es realizado por el grupo asesor; y la intervención pedagógica, centrada en la enseñanza de los contenidos matemáticos seleccionados para el alumnado.

Las estrategias se adoptan de acuerdo a las dificultades que presentan los grupos de trabajo, como por ejemplo: reducir el número de alumnos en los grupos, la ayuda mutua entre los alumnos, enseñanza individualizada por parte del profesor, así como un seguimiento del desempeño de cada alumno.

Álvarez lo que hace es presentar fichas de trabajo con diferentes sistemas de numeración; y Matiushkin toma como material de investigación los sistemas numéricos de posición. Los experimentos de éste último constituían la resolución sucesiva –por parte del examinado- de un sistema de problemas en los que es necesario obtener relaciones que constituyen una ley y efectuar las correspondientes operaciones, basadas en las relaciones indicadas, para designar un número, utilizando el método de la entrevista al aplicar los cuestionarios.

Problemas que se detectan

Para Nunes el conteo mediante correspondencia biunívoca es un principio muy importante y le es evidente que no es suficiente para que los niños y niñas comprendan nuestro sistema de numeración; Orozco detecta que los maestros y maestras no logran entender que la comprensión del sistema exige que los alumnos y alumnas entiendan el carácter aditivo y multiplicativo del sistema y que este tipo de conocimiento debe guiar su práctica si quieren alcanzar una real comprensión del número natural y su escritura.

Álvarez en primera instancia observa que se presenta la creencia de las matemáticas hay que memorizarlas. A sus sujetos se les dificulta traducir cantidades, descubrir las reglas de relación entre los números implícitas en la construcción de cantidades. No comprenden el significado de *notación desarrollada, desarrollar una cantidad y la descomposición de un número*. El niño no construye el sistema decimal que usamos habitualmente, por lo que tampoco puede operar con base en un significado de lo que hace. Se limita a mecanizar el algoritmo que se le enseña, y cada vez más que aumenta su grado escolar, pregunta menos por qué tiene que hacer las cosas.

Por último Matiushkin observa que los sujetos no pueden utilizar el procedimiento general para estructurar el número en nuevas condiciones cuando se cambia la base del sistema. Los examinados saben escribir los números según el sistema decimal y conocen los procedimientos básicos que sirven para operar con esos números, pero no pueden resolver el problema de escribir la fórmula que concierne a la estructura del número. El examinado no conoce el valor de cada elemento de la fórmula del número por lo que tampoco “puede comprender” como se escribe la fórmula. Una vez que encuentran la fórmula los examinados se encuentran con una falta de correlación entre el viejo procedimiento y las nuevas condiciones.

MÉTODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos planteados, se inició con el análisis de los temas de sistemas de numeración que se revisan en secundaria, que se encuentran en el plan y programas de estudio de este nivel.

Se revisó también literatura sobre el desarrollo histórico de los sistemas de numeración, y se estudian las distintas dificultades que presentan los estudiantes con respecto al tema.

Además la base para diseñar el instrumento consideró los programas de matemáticas de secundaria, el libro para el maestro y algunos libros de texto vigentes en el momento de iniciar la investigación utilizados por los alumnos en este nivel.

A partir de lo anterior se elaboró un instrumento que nos permitiera examinar el conocimiento que tienen los alumnos con relación a los temas seleccionados.

Se realizó una aplicación previa con carácter “piloto” del instrumento para determinar la pertinencia de los reactivos, la dificultad de los mismos, detectar si la redacción era clara y cuantos reactivos eran suficientes. Se ajustó, para finalmente aplicarlo y hacer el análisis.

La aplicación se hizo a una muestra de alumnos pertenecientes a una escuela secundaria en particular tomando en consideración únicamente a un grupo de estudiantes de cada uno de los grados que se conforman en ese nivel educativo.

El análisis que se utilizó para el procesamiento de la información y los resultados del cuestionario se apoyó en la estadística descriptiva y la consideración de los aciertos, errores y omisiones de cada alumno.

Se realizó una comparación entre los resultados de los distintos grados, lo cual nos permitió adicionalmente observar si se muestran progresos en el dominio de los conocimientos y habilidades numéricas conforme se avanza en el grado cursado, considerando las siguientes habilidades numéricas: cálculo mental, estimación de resultados, orden y comparación de naturales y memoria matemática (de nomenclatura, posición y símbolos).

Las estrategias que emplearon los estudiantes para resolver cada pregunta y los errores cometidos al contestarla se clasificaron en categorías.

La muestra que se tomó para realizar la investigación pertenece a la escuela secundaria oficial N° 165 Ricardo Flores Magón, con clave: 15EEESO581N, ubicada en la calle N° 18 s/n, Nezahualcoyotl, estado de México. La zona donde se encuentra ubicada la secundaria es de nivel económico bajo y la muestra fue tomada del turno vespertino, el cual cuenta con cuatro grupos de cada grado (primero, segundo y tercero, respectivamente), con un aproximado de treinta alumnos por grupo.

El instrumento consta de 39 reactivos o ítems. La muestra está integrada por 79 sujetos. De éstos 31 cursaban primer grado, 21 segundo y 27 tercero, formando un total de 79 alumnos en la muestra.

INSTRUMENTO

Para la elaboración del instrumento tomamos como referencia el Plan y programas de estudio para la educación secundaria, en el cual revisamos los ejercicios de distintos temas de nuestro interés, principalmente algunos de los que se encuentran en aritmética, localizados principalmente dentro de los contenidos de primer año, los cuales son: Los números naturales y sus operaciones (en el que solo se toca escritura y orden de números naturales y cálculo mental); sistemas de numeración; y los decimales y sus operaciones, (donde se eligió el manejo de la escritura y orden de los decimales). Estos temas también se encuentran en los dos grados siguientes, pero de manera implícita en los contenidos. Como el instrumento fue aplicado al final del año escolar, quedó garantizado que todos los estudiantes a quienes se les aplicó habían revisado esa temática.

El libro para el maestro correspondiente a secundaria ofrece al maestro múltiples ejemplos de ejercicios con los cuales tratar los temas, por lo que hicimos una revisión de esos ejercicios para contrastarlos con los presentados en algunos libros de texto de este nivel, y así retomar algunos de ellos para la elaboración del instrumento.

Por último analizamos los ejercicios de una muestra de libros de texto para el primer grado de secundaria. Se elaboraron inicialmente catorce reactivos, algunos de ellos con varios incisos.

Los reactivos tratan de detectar el desarrollo de la habilidad de estimación en los estudiantes. Algunos de estos ítems tienen como referencia el libro para el maestro (I, II, III, VII, IX, XI y XII). Otros los libros de texto revisados (III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, XI, XII, XIII y XIV).

Adicionalmente, elaboramos reactivos que permitieran detectar si los alumnos pueden aplicar las propiedades del sistema decimal y la relación de orden en ejercicios que requirieron, por ejemplo, los números máximo y/o mínimo que pueden expresarse en el sistema con determinada cantidad de cifras (Ic, Id, Ilc, Ild); escribir números que cumplan determinadas propiedades (pregunta IX); cómo afecta la posición de una cifra el valor del número (los reactivos IV, V y VI consideran números enteros y los ítems XI y XII expresiones decimales con cero unidades).

También se miden algunas cuestiones, que además de lo anterior se relacionan con nomenclatura como en el ejercicio VII, donde, además de la posición y el orden, se manejan expresiones como “decenas y centenas” y el VIII, que pide los nombres de ciertos números, en unos casos enteros y en otros con cifras significativas antes y después del punto decimal.

Con respecto a los algoritmos, la aplicación piloto consideró dos operaciones, suma y producto (VII). También se pidió que el estudiante verbalizara el significado de las propiedades del sistema de numeración decimal (XIII y XIV).

El instrumento inicial se encuentra en el anexo.

Una vez que se tuvo el instrumento se procedió a hacer una aplicación piloto para observar si las preguntas recabaron la información deseada, si eran claras y entendibles para los alumnos y ver cuánto tiempo requerían para contestarlo.

La aplicación piloto se llevó a cabo en una escuela secundaria pública ubicada en el estado de México, de un nivel un nivel socioeconómico medio-bajo, tomando como muestra a un grupo de cada grado de la secundaria. Al aplicar el cuestionario nos pudimos dar cuenta de que había preguntas que los alumnos no podían contestar tan fácilmente, que se tardaban mucho en algunas de ellas, lo que hacía que por falta de tiempo dejaran en blanco muchas de las interrogaciones, ya que se planeó que el cuestionario se

contestara a lo máximo en una hora. Algunas otras no fueron claras¹⁵ para ellos, lo que contribuyó también a que en los cuestionarios hubiera muchos espacios en blanco.

Las siguientes instrucciones se dieron a los sujetos por escrito antes de que resolvieran el cuestionario:

1. ESTE CUESTIONARIO DEBE CONTESTARSE INDIVIDUALMENTE.
2. NO USES CALCULADORA.
3. RESUÉLVELO USANDO PLUMA.
4. PUEDES TACHAR RESPUESTAS PARA COREGIRLAS Y ESCRIBIR EN LA PARTE DE ATRÁS DE LAS HOJAS.
5. PREGUNTA CUALQUIER DUDA QUE TENGAS SOBRE EL CUESTIONARIO A QUIEN TE LO ENTREGÓ.

Con esto se pretendía obtener rastros de las estrategias que emplearon los alumnos para responder a cada una de las preguntas.

Una vez que se hizo el análisis de las respuestas de la aplicación piloto se llegó a la conclusión de reordenar las preguntas del cuestionario y de acortarlo, con el fin de que los alumnos no se llevaran más de una hora en contestarlo, así como modificar un poco el formato de algunas preguntas, para que los alumnos comprendieran mejor lo que se pedía. Por ejemplo, en las preguntas Ic, Id, Ilc y Ild se pusieron espacios para que los alumnos escribieran los elementos de cada operación requerida, se eliminó un ejercicio del cuestionamiento VII; se cambió la redacción de la pregunta VIII, eliminándose un inciso de ésta; se reorganizaron los ejercicios de la pregunta IX; disminuyendo su cantidad y se acortaron las preguntas XI y XII. No hubo necesidad de modificar las instrucciones generales¹⁶. Con estas nuevas modificaciones el cuestionario que sirvió para la aplicación definitiva quedó de la siguiente manera:

¹⁵ Podemos hacer la afirmación de que no fueron claras por que al momento de la aplicación muchos alumnos preguntaron sobre que es lo que se pedía en la pregunta.

¹⁶ Las que se entregaron por escrito a los alumnos antes de resolver el cuestionario.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO

Nombre: _____ Grado: _____

Libro de texto: _____ Edad: _____

I. El tendero de la esquina fue a comprar mercancía para su negocio. El "ticket" de su compra marca lo siguiente:

3 cajas de leche	258
2 cajas de huevo	480
3 costales de azúcar	711
Total	1449

La operación correspondiente es una suma de tres números naturales, con tres dígitos cada uno, que escrita en forma horizontal queda: **258+480+711=1449**.

a) Escribe en los espacios números naturales de tres dígitos cada uno, de modo que el resultado de la suma sea mayor que la correspondiente a la compra del tendero:

_____ + _____ + _____

b) Escribe en los espacios tres naturales de tres dígitos cada uno, de modo que el resultado de la suma sea menor que la correspondiente a la compra del tendero:

_____ + _____ + _____

c) Escribe el resultado o total más grande que se puede obtener cuando se suman tres números naturales de tres cifras cada uno _____.

d) Escribe el resultado o total más pequeño que se puede obtener cuando se suman tres números naturales de tres cifras cada uno _____.

II. En una preparatoria ingresaron 963 alumnos, de los cuales sólo 758 lograron aprobar todas las materias. La cantidad de alumnos que reprobaron una o más materias se obtiene mediante una resta: **963-758=205**.

a) Una resta cuyo resultado es mayor que la que nos da la cantidad de alumnos reprobados en esa preparatoria es: _____ - _____

b) Una resta que da un resultado menor que la cantidad de alumnos reprobados en esa preparatoria es: _____ - _____

c) El mayor resultado o total que se puede obtener en una resta cuando el minuendo y el sustraendo son naturales con tres dígitos cada uno es: _____

d) El menor resultado o total que se puede obtener en una resta cuando el minuendo y el sustraendo son naturales con tres dígitos cada uno es: _____

III. La maestra pidió a Juan, Pedro y Luis que hicieran las siguientes multiplicaciones:

Juan: 628×77
Pedro: 654×85
Luis: 325×16

- a) Sin hacer las operaciones, subraya el nombre del niño al que le debe salir un resultado mayor:

Juan Pedro Luis

- b) Si multiplico un número natural de tres cifras por uno de dos cifras, el menor resultado que puedo obtener es: _____
- c) La multiplicación de un número natural de tres cifras por uno de dos cifras que me da el mayor resultado posible es: _____ x _____

IV. El número natural más próximo a **3485** que se puede formar con los dígitos: 3, 9, 2 y 6

- a) sin repetir los dígitos es: _____
- b) repitiendo uno o más dígitos, sin usarlos todos, es: _____

V. El número natural de cuatro cifras más próximo a **3485** que se puede formar con los dígitos 3, 9, 2 y 5, sin repetir los dígitos es: _____

VI. El mayor número natural de cuatro cifras que se puede formar con los dígitos 9, 7, 1, 5 y 2, sin repetirlos, es _____.

VII. A) "Los alumnos de varias secundarias hicieron una colecta de lápices usados parcialmente para enviarlos a las zonas indígenas. Los lápices donados por cada secundaria se empacaron en cajitas de una decena. En cada caso, escribe cuántas decenas se lograron reunir"

1) 7345: _____ 2) 2789: _____ 3) 9457: _____

¿En cuál de las cantidades anteriores se pueden formar más paquetes de lápices?

B) "Los profesores de una universidad colaboraron en la colecta para las escuelas indígenas con hojas de papel tamaño carta usadas por una sola cara. Se hicieron paquetes por cada centena de hojas reunidas. En cada caso, escribe cuántas centenas se lograron"

1) 6328: _____ 2) 4933: _____ 3) 2984: _____

VIII. Escribe con letra los siguientes números:

Ejemplos: 36: Treinta y seis.

100.00001: cien enteros y un cienmilésimo.

a. 8 004 724: _____

b. 750 400.7: _____

c. 80 506 002.03: _____

d. 1.007: _____

IX. Analiza y contesta lo siguiente:

Ejemplo: Escribe un número de cuatro cifras, con cuatro dígitos diferentes : 1854

- 1) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, cada uno de los dígitos sea una unidad menor a la anterior: _____
- 2) Construye un número de cuatro cifras, tal que, las cifras sean pares: _____
- 3) Forma un número de seis cifras, tal que, las unidades de millar sean el doble de las unidades: _____
- 4) Construye un número de cinco cifras, tal que, el dígito de las decenas sea la suma de la cifras anteriores: _____

X. Marca el número que consideres correcto, de acuerdo con lo que se te pide.

1) En cada pareja, marca el número mayor.

a) **0.2** ó **0.03**

b) **0.21** ó **0.1**

c) **0.3** ó **0.23**

XI. En cada caso, escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha. Ejemplo: **3** 5 **7**

2) **0.3** _____ **0.4**

3) **0.67** _____ **0.7**

4) **0.41** _____ **0.8**

XII. ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea de base 10?

XIII. ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea posicional?

XIV. En las siguientes operaciones encuentra los números que faltan.

$$\begin{array}{r} 2 _ 9 \\ \times 8 _ \\ \hline 1 _ 4 5 \\ 2 _ 5 _ \\ \hline _ 2 _ 6 5 \end{array}$$

C A P Í T U L O I I I

Análisis de resultados

En este capítulo se encuentra el análisis de los resultados que arrojaron los cuestionarios aplicados a los alumnos de secundaria. De los apartados que conforman este capítulo se encuentran la descripción de resultados globales de la aplicación final del instrumento, el análisis de resultados por bloques de preguntas, los resultados por grado, la comparación de resultados en los tres grados, el análisis de estrategias, así como el análisis de los errores que dejaron plasmados los alumnos en sus respuestas.

DE RESULTADOS GLOBALES DE LA APLICACIÓN FINAL DEL INSTRUMENTO

El registro de resultados de aplicación del instrumento tomó en cuenta, para cada ítem y sujeto, si este último había contestado correcta o incorrectamente el reactivo, o había omitido responderlo (los resultados se encuentran concentrados en el anexo 2). Si consideramos el total de estudiantes de la muestra, el máximo número de reactivos contestados correctamente por un alumno fue 34 y el mínimo 2. El promedio de respuestas correctas por alumno fue 12.987 con una desviación estándar 6.977. Debido a que la mediana del número de reactivos contestados es 12, podemos afirmar que la mitad de los integrantes de la muestra contestaron correctamente 12 ítems o más.

Los reactivos o ítems corresponden a cinco bloques temáticos. Estos últimos son:

1. Cálculo mental.
2. Escritura de números naturales. Orden de números naturales.
3. Escritura de decimales.
4. Orden y comparación de decimales.
5. Características del sistema de numeración.

Del total de los alumnos a los que se les aplicó el instrumento, solo un estudiante logra obtener un total de 34 aciertos de las 39 preguntas que forman el cuestionario.

ANÁLISIS DE RESULTADOS POR BLOQUES DE PREGUNTAS

En este apartado se empleó el siguiente criterio: si el número de respuestas correctas de los sujetos de la muestra oscila entre el 0% al 25% se considera que las preguntas son muy difíciles, más del 25% al 50% son difíciles, del 50% al 75% son regulares y si se encuentran con más del 75% se consideran fáciles.

Bloque 1: Tema: Operaciones con naturales
Subtema: Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados
Tema específico: Cálculo mental

En este bloque se encuentran las siguientes preguntas:

Ia) Escribe en los espacios tres números naturales de tres dígitos cada uno, de modo que el resultado de la suma sea mayor que la correspondiente a la compra del tendero.

Ib) Escribe en los espacios tres naturales de tres dígitos cada uno, de modo que el resultado de la suma sea menor que la correspondiente a la compra del tendero.

Ic) Escribe el resultado o total más grande que se puede obtener cuando se suman tres números naturales de tres cifras cada uno.

Id) Escribe el resultado o total más pequeño que se puede obtener cuando se suman tres números naturales de tres cifras cada uno.

IIa) Una resta cuyo resultado es mayor que la que nos da la cantidad de alumnos reprobados en esa preparatoria es.

IIb) Una resta que da un resultado menor que la cantidad de alumnos reprobados en esa preparatoria es.

IIc) El mayor resultado o total que se puede obtener en una resta cuando el minuendo y el sustraendo son naturales con tres dígitos cada una es.

IId) El menor resultado o total que se puede obtener en una resta cuando el minuendo y el sustraendo son naturales con tres dígitos cada uno es.

IIIa) Sin hacer las operaciones, subraya el nombre del niño al que le debe salir un resultado mayor: Juan, Pedro, Luis

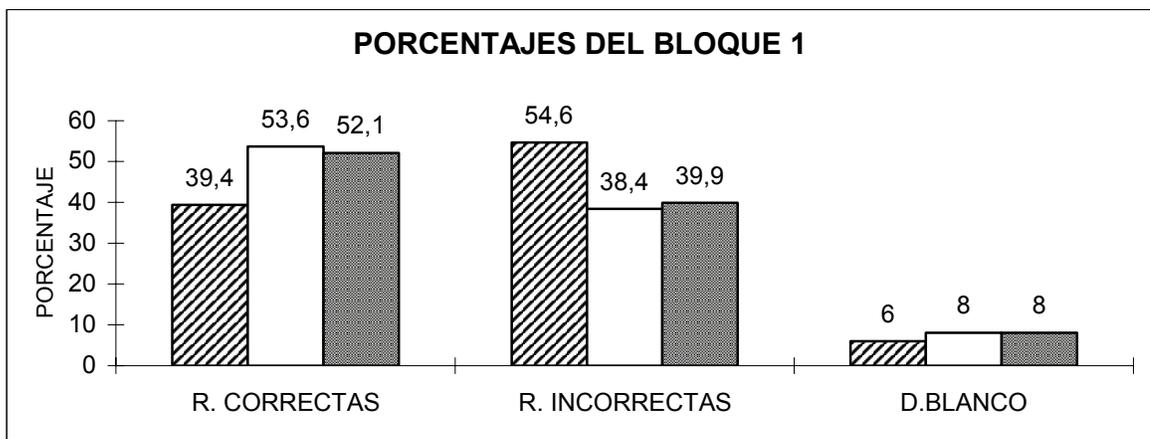
IIIb) Si multiplico un número natural de tres cifras por uno de dos cifras, el menor resultado que puedo obtener es.

IIIc) La multiplicación de un número natural de tres cifras por uno de dos cifras que me da el mayor resultado posible es.

XIV. En la siguiente operación encuentra los números que faltan.

$$\begin{array}{r}
 2 _ 9 \\
 \times 8 _ \\
 \hline
 1 _ 4 5 \\
 2 _ 5 _ \\
 \hline
 _ 2 _ 6 5
 \end{array}$$

En la siguiente gráfica se encuentran los resultados promedio de las preguntas del bloque 1 de los tres grados que se consideraron.



Primer año.
 Segundo año.
 Tercer año.

En la gráfica se observa que las preguntas que engloban este bloque resultaron difíciles para la mayoría de los alumnos de primero y regulares para los alumnos de segundo y tercero. Por otro lado se esperaría que los alumnos de tercero obtuvieran un mayor porcentaje en respuestas correctas, pero como se puede advertir, los alumnos de tercer grado tienen un porcentaje de respuestas incorrectas ligeramente mayor en comparación a los alumnos de segundo grado. Los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas son muy similares en los dos últimos grados.

Con relación a los porcentajes de los alumnos que dejaron en blanco sus respuestas se podría decir que fueron muy bajos, todos los porcentajes de respuestas en blanco son inferiores al 10%, es decir la mayoría de los alumnos intentaron resolver las preguntas.

Bloque 2: Tema: Lectura y escritura de números naturales
Subtema: Orden y comparación
Tema específico: Escritura de números naturales
Orden de números naturales

En este bloque se encuentran las siguientes preguntas:

IVa) El número natural más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos: 3, 9, 2 y 6, sin repetir los dígitos es.

IVb) El número natural más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos: 3, 9, 2 y 6, repitiendo uno o más dígitos sin usarlos todos, es.

V El número natural de cuatro cifras más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos 3, 9, 2 y 5, sin repetir los dígitos es.

VI El mayor número natural de cuatro cifras que se puede formar con los dígitos 9, 7, 1, 5 y 2, sin repetirlos, es.

VII1) Escribe cuántas decenas se lograron reunir en 7345.

VII2) Escribe cuántas decenas se lograron reunir en 2789.

VII3) Escribe cuántas decenas se lograron reunir en 9557.

VIIp) ¿En cuál de las cantidades anteriores se puede formar más paquetes de lápices?

VII4) Escribe cuántas centenas se lograron reunir en 6328.

VII5) Escribe cuántas centenas se lograron reunir en 4933.

VII6) Escribe cuántas centenas se lograron reunir en 2984.

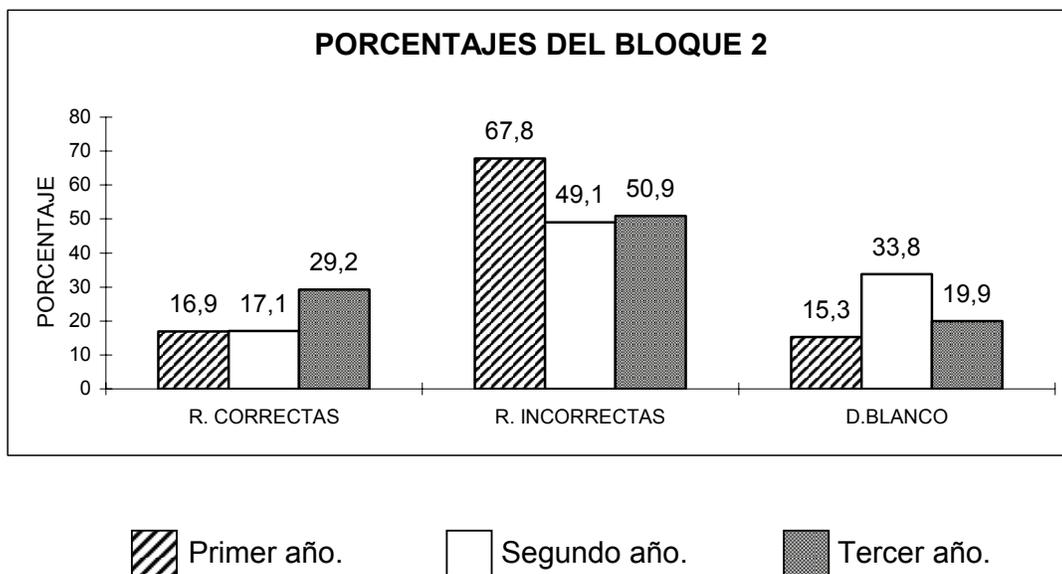
IX1) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, cada uno de los dígitos sea una unidad menor a la anterior.

IX2) Construye un número de cuatro cifras, tal que, las cifras sean pares.

IX3) Forma un número de seis cifras, tal que, las unidades de millar sean el doble de las unidades.

IX4) Construye un número de cinco cifras, tal que, el dígito de las decenas sea la suma de las cifras anteriores.

A continuación se encuentran los resultados promedio de las preguntas del bloque 2 de los tres grados que se consideraron.



En la gráfica se puede ver que las preguntas que se engloban en este bloque resultaron difíciles para los alumnos de primer y segundo año y difíciles para los estudiantes de tercero, ya que el porcentaje de las preguntas correctas es muy bajo. Otro aspecto es que el porcentaje de los espacios en blanco son muy altos.

Los alumnos de primer año son quienes obtienen el porcentaje más bajo en respuestas correctas, siendo este el porcentaje muy cercano al de los alumnos que dejan en blanco sus respuestas, por otro lado su porcentaje de respuestas incorrectas es el más alto de los tres grados.

Con lo que respecta a los resultados de las respuestas de segundo año el porcentaje más alto lo ocupan las respuestas incorrectas. Y el porcentaje de las respuestas que dejan en blanco se encuentran seguidas al de las incorrectas por lo que las preguntas fueron muy difíciles para la mayoría de los alumnos.

Hay que observar que el porcentaje de las respuestas de los alumnos de segundo grado que dejan en blanco es el más alto de los tres. Para tercer año la parte de las respuestas correctas es el más alto con relación a los otros dos grupos, pero esto no quiere decir que las preguntas resultaron fáciles, ya que la porción de las respuestas que no fueron correctas es alrededor del 70%.

Dado que más del 80% de los estudiantes de primero y segundo grados no dieron respuesta correcta, se puede concluir que este bloque de reactivos resultó difícil para esos dos grados.

Bloque 3: Tema: Revisión de la noción de número decimal
Subtema: Lectura y escritura, orden y comparación
Tema específico: Escritura de números naturales
Escritura de números decimales

En este bloque se encuentran las siguientes preguntas:

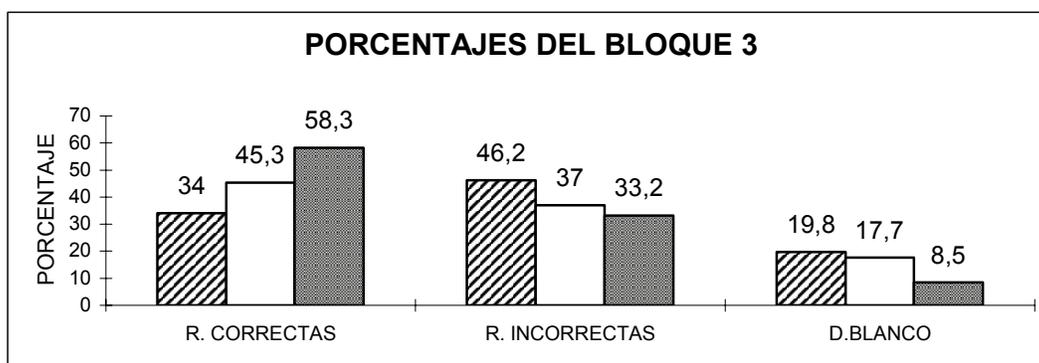
VIIIa) Escribe con letra el siguiente número: 8 004 724

VIIIb) Escribe con letra el siguiente número: 750 400.7

VIIIc) Escribe con letra el siguiente número: 80 506 002.03

VIII d) Escribe con letra el siguiente número: 1.007

En seguida se presentan los resultados promedio de las preguntas del bloque 3 de los tres grados que se consideraron.



▨ Primer año. □ Segundo año. ■ Tercer año.

Se puede ver en la gráfica que las preguntas que se engloban en este bloque resultaron difíciles para los alumnos de primer y segundo grado y regulares para los de tercero.

Los resultados de segundo año se encuentran seguidos de los de primero, pero aún así el porcentaje de las respuestas correctas es bajo, ligeramente menor a la mitad.

Con relación a la porción de respuestas correctas de los alumnos de tercer grado puede observarse que en comparación con primero y segundo grado son más altos, pero esto no quiere decir que las preguntas fueron fáciles, ya que es de aproximadamente el 60%. Los porcentajes de respuestas que dejan en blanco son los más bajos de los tres grados, por lo que podemos concluir que en tercero la mayoría de los alumnos intentan dar solución a los problemas de este bloque.

Bloque 4: Tema: Revisión de la noción de número decimal
Subtema: Lectura y escritura, orden y comparación
Tema específico: Orden y comparación de decimales

En este bloque se encuentran las siguientes preguntas:

Xa) Marca el número mayor: **0.2** ó **0.03**

Xb) Marca el número mayor: **0.21** ó **0.1**

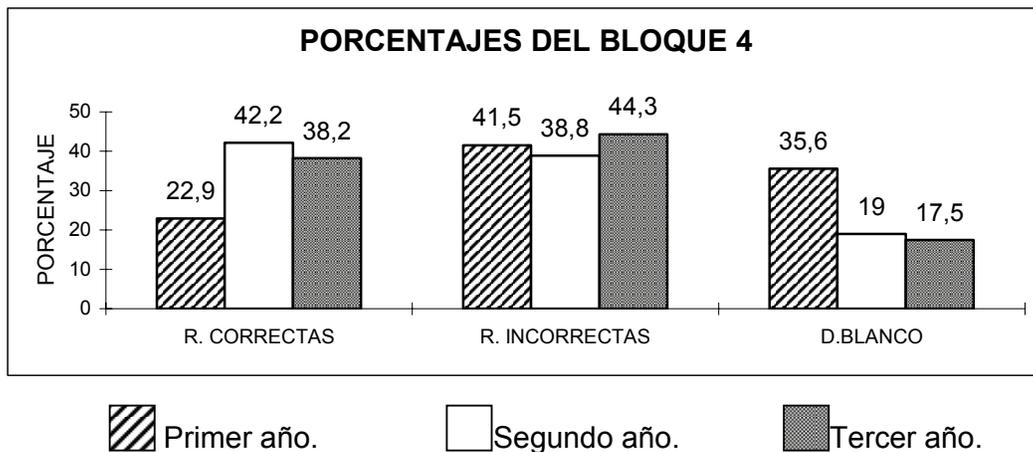
Xc) Marca el número mayor: **0.3** ó **0.23**

XI1) Escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha: **0.3** _____ **0.4**

XI2) Escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha: **0.67** _____ **0.7**

XI3) Escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha: **0.41** _____ **0.8**

Seguidamente se localizan los promedios de las preguntas del bloque 4 de los tres grados que se manejaron.



Con los resultados que se observan en la gráfica se puede ver que las preguntas que se engloban en este bloque resultaron difíciles para la mayoría de los alumnos de segundo y tercer grado. En el caso de primer año es quién tiene el porcentaje más bajo de respuestas correctas, por lo que las

preguntas resultaron muy difíciles para ellos, se esperaría que el mayor porcentaje lo ocuparan las respuestas incorrectas, no siendo así el porcentaje de las preguntas que dejan en blanco es sumamente alto.

En segundo año aumenta el porcentaje de las respuestas correctas. Sin embargo el de las respuestas incorrectas también es alto, así como también el de las respuestas que dejan en blanco, aunque este último no es tan alto como en el caso del grupo de primero.

Con lo que respecta al grupo de tercero se esperaría que los porcentajes en respuestas correctas aumentaran con relación a los otros dos grupos, cosa que no es así, ya que solo es superior al del grupo de primer año e inferior al de segundo. El porcentaje de las respuestas incorrectas es el más alto de los tres grupos. El porcentaje de las respuestas que dejan en blanco es el más bajo de los tres grupos.

La parte respectiva de los alumnos de cada grado que intenta resolver los problemas del bloque aumenta según el grado, como puede deducirse de los porcentajes de respuestas dejadas en blanco.

Bloque 5: Tema: Los números naturales y sus operaciones

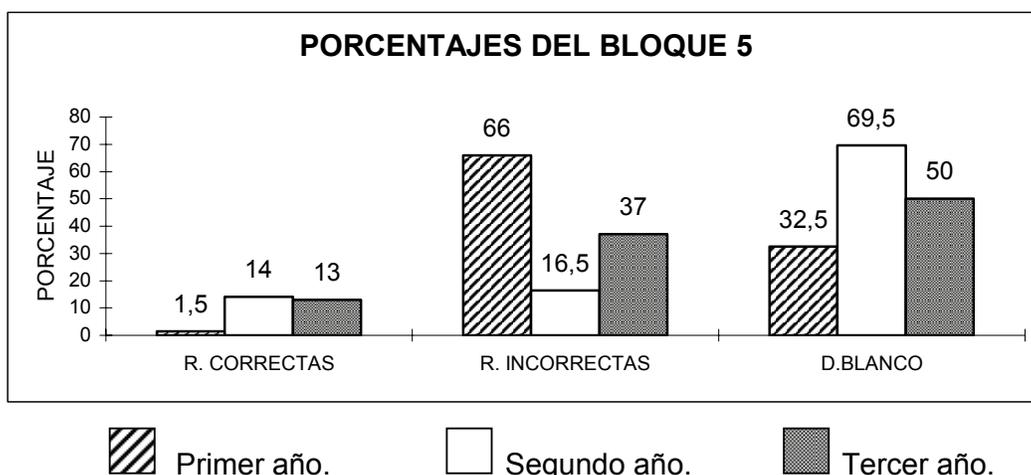
Subtema: Características del sistema de numeración

En este bloque se encuentran las siguientes preguntas:

XII ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea de base 10?

XIII ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea posicional?

En la siguiente gráfica se encuentran los promedios de las preguntas del bloque 5 de los tres grados que se manejan.



Con los resultados que se observan en la gráfica se puede ver que las preguntas que se engloban en este bloque resultaron muy difíciles para la mayoría de los alumnos en los tres grados. En el caso de primer año el porcentaje más alto lo ocupa el de las respuestas incorrectas, seguido de las respuestas que dejan en blanco. El porcentaje de las respuestas correctas, es casi nulo.

Con relación a segundo año la mayoría de los alumnos dejan en blanco sus respuestas y la parte de los alumnos que contestan correctamente es la mayor de los tres grados, el porcentaje de las respuestas incorrectas en ese grado es mayor que el que corresponde a las correctas.

En el grupo de tercer año se esperaría que los alumnos obtuvieran mejores resultados pero al igual que en segundo año el porcentaje más alto es el de las respuestas que dejan en blanco, aunque también el porcentaje de las respuestas incorrectas es alto y por consiguiente el porcentaje de las respuestas correctas es muy bajo.

RESULTADOS EN BLOQUE POR GRADO

A continuación se presentan los cuadros en los que se concentran los porcentajes mas altos de cada uno de los bloques correspondientes a cada grado que se trabajó, esto con el fin de tener una idea general de cómo salieron los grados en cada bloque y hacer una comparación de los bloques para observar el desempeño por parte de los alumnos. En este apartado se empleó el siguiente criterio: de 0 a 25% de respuestas correctas son muy difíciles o muy bajo, de 25 a 50% son difíciles o bajos, de 50 a 75% son regulares y más de 75% son fáciles.

En la siguiente tabla se presentan los porcentajes más altos de respuestas correctas, incorrectas y omisiones en cada uno de los bloques pertenecientes a primer grado.

Tabla 1. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y omisiones de primer grado.

BLOQUE	Bloq.	R. C.	Bloq.	R. I.	Bloq.	Omi.
1: Cálculo mental	1	39.4%	2	67.8%	4	35.6%
2: Escritura de números naturales, Orden de números naturales	3	34%	5	66%	5	32.5%
3: Escritura de decimales	4	22.9%	1	54.6%	3	19.8%
4: Orden y comparación de decimales	2	16.9%	3	46.2%	2	15.3%
5: Características del sistema de Numeración	5	1.5%	4	41.5%	1	6%

R. C.: Respuestas correctas R. I.: Respuestas incorrectas Omi.: Omisiones

Como puede observarse en la tabla el porcentaje más alto con relación a las respuestas correctas corresponde al bloque uno con 39.4% que abarca poco más de la tercera parte del total de respuestas, parte baja. El bloque tres también rebasa ligeramente la tercera parte (34%). Los dos bloques que siguen (4 y 2) se encuentran con un porcentaje menor a la cuarta parte con relación al total de respuestas; lo alarmante es la porción del bloque cinco que es ínfima,

lo cuál implica que las preguntas que se encuentran en este bloque resultaron sumamente difíciles para los alumnos de primer grado.

Para los porcentajes en las respuestas incorrectas el bloque al que pertenece la porción más grande es para el dos con un 67.8% ocupando un 15% más de la mitad del total de respuestas aproximadamente, sin embargo los bloques restantes también se acercan o pasan la mitad del total de las contestaciones, por lo que se puede decir que existe un alto rastro de que los alumnos intentaron resolver las preguntas aunque su respuesta fuera errónea.

Con relación a las porciones que corresponden a las omisiones el bloque cuatro es el que ocupa el lugar mas alto por tener 35.6% que se encuentra cerca de la tercera parte del total de respuestas, el bloque cinco con 32.5% también se acerca a la tercera parte. Con relación a los bloques 3 y 2 se encuentran alrededor de la quinta parte del total de respuestas y el bloque uno con 6% es el que menos porcentaje tiene, por lo que podemos decir que los alumnos dejan mayor rastro de tratar de responder a las preguntas que se engloban en este bloque.

En seguida se encuentra la tabla que contiene los porcentajes más altos de respuestas correctas, incorrectas y las omisiones en cada uno de los bloques correspondientes a segundo grado.

Tabla 2. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y omisiones de segundo.

BLOQUE	Bloq.	R. C.	Bloq.	R. I.	Bloq.	Omi.
1: Cálculo mental	1	53.6%	2	49.1%	5	69.5%
2: Escritura de números naturales, Orden de números naturales	3	45.3%	4	38.8%	2	33.8%
3: Escritura de decimales	4	42.2%	1	38.4%	4	19%
4: Orden y comparación de decimales	2	17.1%	3	37%	3	17.7%
5: Características del sistema de Numeración	5	14%	5	16.5%	1	8%

R. C.: Respuestas correctas R. I.: Respuestas incorrectas Omi.: Omisiones

El porcentaje más alto en respuestas correctas corresponde al bloque uno con 53.6%, que sobrepasa ligeramente la mitad del total de respuestas, los bloques que se acercan a la mitad son los 3 y 4. El porcentaje del bloque dos es de 17.1%, aproximadamente la quinta parte del total de respuestas; por lo tanto el bloque con el porcentaje más bajo es el cinco con 14% que abarca cerca de una séptima parte del total de respuestas, las preguntas de este último bloque resultaron las más difíciles para los alumnos de segundo año.

Para las respuestas incorrectas el bloque que tiene el mayor porcentaje es el dos con 49.1% que se encuentra ligeramente debajo de la mitad del total de respuestas; los bloques 4, 1 y 3 por encima de la tercera parte del total de respuestas y el porcentaje más bajo lo ocupa el bloque cinco con 16.5% que ocupa cerca de la sexta parte. Con estos porcentajes podemos decir que, con excepción de las del bloque 5, la mayoría de los alumnos dejaron rastro de haber intentado contestar las preguntas aunque sea erróneamente.

Con relación a las omisiones el bloque cinco con 69.5% es el más alto abarcando poco más de la mitad del total de respuestas, por lo que en este bloque los alumnos dejan un menor rastro de haber intentado contestar las preguntas. En el bloque dos se omite cerca de la tercera parte del total de respuestas por tener un 33.8%; los bloques 4 y 3 se encuentran dentro de la quinta parte, pero el bloque uno con 8% es el que da mayores indicios de que los alumnos intentan responder a las preguntas respectivas.

Por último en la siguiente tabla se presentan los porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y omisiones en cada uno de los bloques pertenecientes a tercer grado.

Tabla 3. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y omisiones de tercero.

BLOQUE	Bloq.	R. C.	Bloq.	R. I.	Bloq.	Omi.
1: Cálculo mental	3	58.3%	2	50.9%	5	50%
2: Escritura de números naturales, Orden de números naturales	1	52.1%	4	44.3%	2	19.9%
3: Escritura de decimales	4	38.2%	1	39.9%	4	17.5%
4: Orden y comparación de decimales	2	29.2%	5	37%	3	8.5%
5: Características del sistema de Numeración	5	13%	3	33.2%	1	8%

R. C.: Respuestas correctas R. I.: Respuestas incorrectas Omi.: Omisiones

En el bloque tres se encuentra el porcentaje más alto de respuestas correctas, con solo 8.3% arriba de la mitad, del total de respuestas. El bloque uno también se encuentra en la misma situación. Las porciones correspondientes a los bloques 4 y 2 abarcan cerca de la tercera parte del total de respuestas (35% aprox.). El cinco se acerca a la octava parte del total. En general los porcentajes de las respuestas correctas son muy bajos, las preguntas del bloque cinco resultaron muy difíciles para los alumnos.

Los porcentajes que corresponden a las respuestas incorrectas se encuentran entre la mitad y la tercera parte del total de las preguntas.

El bloque cinco con 50% es el más alto en porción en las omisiones, es el bloque más evadido para responder a las preguntas planteadas, los bloques dos y cuatro abarcan cerca de la quinta y sexta parte del total de las respuestas. Los porcentajes más bajos pertenecen al los bloques 3 y 1 considerando que son los conjuntos en los que los alumnos dejan un mayor rastro de haber intentado contestar las preguntas respectivas, aunque sus respuestas no sean correctas.

En general el comportamiento de los bloques en los distintos grados es muy similar. Con relación a los porcentajes de respuestas correctas las porciones más altas se concentran en segundo grado, al igual que en las respuestas incorrectas, por lo tanto en las omisiones se encuentran los porcentajes más bajos.

Podemos observar que hay un ascenso en los porcentajes correspondientes a primer grado con relación a segundo, pero no hay un notable aumento en las porciones de segundo para tercero.

También podemos notar que, mientras el bloque 1 (correspondiente a cálculo mental) fue el de mayor éxito en primero y segundo grados, en tercer grado el bloque más correctamente contestado fue el 3 (escritura de números decimales).

Una constante de alta dificultad para los estudiantes fue el bloque 5 (características del sistema de numeración), que ocupa el lugar más bajo en respuestas correctas en los tres grados. Este bloque fue el más evadido por los alumnos de los dos últimos grados.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE LOS TRES GRADOS

En la siguiente tabla se presentan los porcentajes más altos de respuestas correctas en cada uno de los bloques, así como al grado al que pertenecen.

Tabla 1. Porcentajes más altos de respuestas correctas.

BLOQUE	MAYOR PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS	GRADO	DIFERENCIA DEL MAYOR Y MENOR NIVEL DE ÉXITO EN EL BLOQUE
3: Escritura de decimales	58.30%	Tercero	24.30%
1: Calculo mental	53.60%	Segundo	14.20%
4: Orden y comparación de decimales	42.20%	Segundo	19.30%
2: Escritura de números naturales, Orden de números naturales	29.20%	Tercero	12.30%
5: Características del sistema de numeración	14%	Segundo	12.50%

Como se puede observar en la tabla el mayor porcentaje de respuestas correctas corresponde al bloque tres con los alumnos de tercer grado, a pesar de ocupar el nivel más alto en las respuestas correctas el porcentaje no supera el 60%, lo cuál quiere decir que las preguntas en general resultaron regulares para los alumnos. Por otro lado a pesar de tener el porcentaje más alto en respuestas correctas también tiene el más alto en la diferencia que existe entre el mayor y el menor nivel de éxito en las preguntas.

De los cinco bloques el que tiene mayor grado de dificultad es el bloque cinco, ya que su porcentaje más alto en respuestas correctas es de 14%, siendo el más bajo en comparación con los otros cuatro bloques. Sin embargo es uno de los bloques que presenta una menor diferencia entre el mayor y el menor nivel de éxito.

Puede observarse que las preguntas tienen un mayor grado de dificultad en primer año, puesto que este grado no aparece en la tabla.

Puede decirse que el segundo grado es el que encontró un nivel regular de dificultad en las preguntas, ya que obtiene el porcentaje más alto en respuestas correctas en tres de los cinco bloques. Siguiendo esta línea el grado que le sigue es el de tercer año por obtener el porcentaje más alto en respuestas correctas en los dos bloques restantes.

A pesar de que el bloque tres es el que tiene mayor porcentaje de respuestas correctas, conviene mencionar que los estudiantes cometen muchos errores ortográficos en la escritura de los nombres de los números.

En seguida se encuentra la tabla que contiene los porcentajes más altos de respuestas incorrectas en cada uno de los bloques, junto con el grado al que pertenece el porcentaje.

Tabla 2. Porcentajes más altos de respuestas incorrectas.

BLOQUE	GRADO	PORCENTAJE
2: : Escritura de números naturales, Orden de números naturales	Primero	67.80%
5: Características del sistema de numeración	Primero	66%
1: Cálculo mental	Primero	54.60%
3: Escritura de decimales	Primero	46.20%
4: Orden y comparación de decimales	Tercero	44.30%

Con relación a las respuestas incorrectas el bloque que tiene la mayor parte es el dos con 67.8%, podemos percibir que este fragmento es superior al porcentaje más alto de respuestas correctas. En general, los porcentajes de respuestas incorrectas son superiores a los de respuestas correctas.

Por otro lado, podemos observar que el primer grado fue el que tuvo más errores al contestar las preguntas, ya que aparece en cuatro de los bloques. Y el segundo grado, es el que tuvo menos, ya que no aparece en la tabla.

En el bloque dos, que tiene mayor proporción de respuestas incorrectas, los alumnos confundieron el vocablo “decenas” con “docenas” y la expresión “números pares” con “parejas de números”.

A continuación se encuentra la tabla de porcentajes más altos con relación a las omisiones en cada uno de los bloques y el grado correspondiente a las partes.

Tabla 3. Porcentajes más altos de omisiones.

BLOQUE	GRADO	PORCENTAJE
5: Características del sistema de numeración	Segundo	69.50%
4: Orden y comparación de decimales	Primero	36%
2: Escritura de números naturales, Orden de números naturales	Segundo	33.80%
3: Escritura de decimales	Primero	19.80%
1: Orden y comparación de decimales	Tercero y Segundo	8.00%

El bloque que obtuvo el porcentaje más alto es el cinco con 69.5%, que es el mayor de todos en comparación con los porcentajes que se presentan en las tablas anteriores. Por otro lado los grados que tienen mayor frecuencia en esta tabla son segundo, seguido de primero. Es decir los alumnos de tercer grado son los que con mayor frecuencia dejaron rastros de haber intentado resolver los problemas.

Cabe mencionar que en esta tabla se presenta el porcentaje más bajo (8%) en comparación con las otras dos tablas, así como también el porcentaje más alto (69.5%).

El bloque más omitido es el cinco, que corresponde a la explicitación de las propiedades de nuestro sistema de numeración.

Del análisis de las tres tablas anteriores, podemos concluir que el peor desempeño con respecto a los reactivos de los cinco bloques corresponde a primer grado (Esto podría esperarse por que es en este grado donde se inicia la educación secundaria). Sin embargo, el mejor desempeño corresponde a segundo grado y no a tercero.

ANALISIS DE ESTRATEGIAS

Con el fin de que los sujetos dejaran rastro de las estrategias que emplearon para responder, se planteó en las instrucciones dadas a los alumnos antes de resolver el cuestionario que podían tachar respuestas para corregirlas y escribir en la parte de atrás de las hojas, además se les pidió que escribieran con pluma (con el propósito de que no borrarán sus respuestas). Adicionalmente, se les pidió que no usaran calculadora para resolver los ejercicios.

Las estrategias analizadas son las que quedaron plasmadas en las hojas en las que se aplicó nuestro instrumento.

Nos limitamos sólo a presentar esas estrategias, porque en nuestra metodología no empleamos la entrevista con los alumnos.

Bloque 1

Pregunta I (a)

La pregunta I (a) del cuestionario da la siguiente indicación: Escribe en los espacios números naturales de tres dígitos cada uno, de modo que el resultado de la suma sea mayor que la correspondiente a la compra del tendero* : _____ + _____ + _____

* Suma presentada previamente en el instrumento.

	RC				RI				DB*		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°		1°	2°	3°
E1	35%	52%	66%	E1	6%	-	8%	-	-	-	
E2	12%	10%	8%	E2	-	-	-	-	-	-	
E3	12%	10%	-	E3	-	-	-	-	-	-	
E4	19%	4%	8%	E4	-	-	-	-	-	-	
E5	12%	-	3%	E5	-	-	-	-	-	-	
E6	-	24%	-	E6	3%	-	-	-	-	-	
E7	-	-	-	E7	3%	-	-	-	-	-	
E8	-	-	-	E8	3%	-	-	-	-	-	
E9	-	-	-	E9	-	-	8%	-	-	-	

Tabla 1. Estrategias empleadas para responder el reactivo I (a).

E1: Cambia todos los sumandos E2: Cambia 2 sumandos E3: Aumenta 1 en c/ sumando
 E4: Aumenta más de 1 en sumandos E5: Cambia un sumando E6: Pone resultado
 E7: Disminuye 1 c/sumando E8: Deja los 3 sumandos iguales E9: Reacomoda los sumandos

Este es un reactivo respondido por todos los estudiantes de la muestra. Se diseñó en forma que trató de evitar que el estudiante escribiera el resultado de la suma.

La estrategia más simple para resolverlo es agregar una unidad a uno de los sumandos cuya adición se toma como base de comparación. Los integrantes de la muestra no la utilizaron.

Las estrategias más cercanas a la más simple que emplearon los estudiantes son agregar más de una unidad a un sumando base, o una unidad a cada sumando base o añadir más de una unidad a cada uno de los sumandos base.

Otros integrantes de la muestra hacen un solo ensayo o tanteo con tres sumandos, unos mayores y otros menores que los base y solo los porcentajes indicados en la tabla dejan registro de haber realizado la operación. Ese tanteo da en unos casos resultados correctos y en otros incorrectos, predominando los resultados correctos.

* RC: Respuestas Correctas, RI: Respuestas incorrectas, Dejó en Blanco.

Estrategias incorrectas fueron disminuir una unidad a cada sumando base o dejar los mismos sumandos, en el orden presentado en el reactivo o con un cambio de orden. Puede observarse que éstas pierden de vista la condición pedida.

Pregunta I (b)

La indicación para la pregunta I (b) del cuestionario es la escribir tres dígitos de modo que la suma sea menor a la del registro de la compra realizada por el tendero.

RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°	1°	2°	3°
E1	29%	90%	63%	E1	12%	-	11%	-	-	-
E1'	9%	-	7%	E1'	9%	-	-	-	-	-
E2	16%	9%	3%	E2	-	-	-	-	-	-
E3	19%	-	-	E3	-	-	-	-	-	-
E4	6%	24%	3%	E4	-	-	-	-	-	-
E5	-	-	-	E5	3%	-	7%	-	-	-
E6	-	-	-	E6	-	-	7%	-	-	-

Tabla 2. Estrategias de respuesta a la pregunta I (b).

E1: Cambia los 3 sumandos E1': Cambia dos sumandos E2: Disminuye 1 en los sumandos
 E3: Disminuye dejando núm. cerrados E4: Pone resultado E5: Reacomoda los sumandos
 E6: Aumenta 2 en cada sumando

Todos los integrantes de la muestra dieron una respuesta a este reactivo.

La estrategia más simple para darle respuesta es disminuir una unidad a uno de los tres sumandos de referencia.

La estrategia que más se acerca utilizada por los alumnos, es disminuir una unidad a todos los sumandos. Otra de las estrategias que llevan al alumno a obtener una respuesta correcta, pero que son pocos los que la utilizan, es la de cambiar solo dos de los tres sumandos, así como poner el resultado de la operación que propusieron. La mayoría de los alumnos de segundo grado y algunos alumnos de primero y tercero utilizan la estrategia de cambiar los tres sumandos de referencia.

En el caso de primer grado la estrategia que también tiene un alto porcentaje es la de disminuir los sumandos dejándolos en números cerrados (por ejemplo: $250+710+470$) lo que lleva al alumno a contestar correctamente.

Modificar los tres sumandos base es la estrategia más frecuente en segundo grado, seguida por la de realizar la operación que proponen y escribir su resultado, con ésta última los alumnos obtienen una respuesta correcta. La menos común es disminuirle uno a todos los sumandos base, siendo ésta la más cercana a la estrategia más simple. Todas las estrategias que emplean los alumnos de este grado presentan casos de respuesta correcta.

El cambiar dos sumandos, es aplicado por pocos estudiantes, que logran una respuesta correcta. Hay pocos casos de alumnos a quienes la estrategia de cambiar los tres sumandos lleva a una respuesta incorrecta.

Una porción de alumnos que utilizan la estrategia de cambiar todos los sumandos dan un resultado erróneo, así como los que cambian dos de los tres sumandos. Algunos más dan una respuesta incorrecta, a pesar de haber escrito el resultado correcto de la operación que propusieron.

Dos estrategias incorrectas son reacomodar los sumandos base y aumentar dos unidades a cada uno de ellos.

En general los tres grados coinciden en las estrategias simbolizadas en la tabla 2 como E1, E1' y E4 con distintos porcentajes de aplicación por los alumnos de cada grado. La mayoría de los estudiantes logran contestar satisfactoriamente a la pregunta; pero es notorio que para una buena parte de ellos no basta con modificar un solo sumando de la adición de referencia.

Pregunta I (c)

La indicación para la pregunta I(c) del cuestionario es escribir el resultado o total más grande que se puede obtener cuando se suma tres números naturales de tres cifras cada uno.

		RC					RI					DB		
		1°	2°	3°			1°	2°	3°			1°	2°	3°
E1		-	-	-	E1		12%	14%	28%	E1		3%	-	7%
E2		19%	57%	39%	E3		71%	29%	28%	E3				
E3		-	-	5%	E4					E4				

Tabla 3. Estrategias para responder el reactivo I (c).

E1: Respuesta del inciso a. E2: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo
E3: Pone la suma $999+999+999$

La respuesta es 3997, es decir, tres veces el mayor número natural de tres cifras (999).

Asentar un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvieron fue lo más frecuente en las respuestas de los alumnos, la mayoría de los alumnos que responden en forma correcta lo hacen así. La estrategia de sumar $999+999+999$ es correcta, pero sólo un bajo porcentaje de alumnos dejó rastro de haberla empleado.

Una parte de los alumnos ocupa la estrategia del inciso I (a) y escribe el resultado de la suma que propuso en ese inciso, ocasionando que su respuesta sea equívoca. Otra estrategia que corresponde a respuestas incorrectas es la de poner una gran cantidad de nueves.

Pregunta I (d)

La pregunta I (d) del cuestionario pide el resultado o total más pequeño que se puede obtener cuando se suman tres números naturales de tres cifras cada uno.

	RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°		1°	2°	3°
E1	-	-	-	E1	-	53%	15%	E1	3%	-	8%
E2	-	-	-	E2	12%	9%	18%	E2			
E3	26%	5%	29%	E3	61%	23%	26%	E3			
E4				E4			4%	E4			

Tabla 4. Estrategias empleadas para responder el reactivo I (d).

E1: Suma $111+111+111$ E2: Respuesta del ejercicio I (a) E3: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo E4: Multiplica 111×3

La respuesta correcta es 300, ya que el menor natural de tres cifras es 100.

Una gran cantidad de estudiantes, entre los que se encuentran todos los que contestaron bien, no deja rastro de la estrategia empleada, sino que solamente asienta un número como respuesta.

Tres estrategias erróneas empleadas fueron usar el resultado del reactivo I (a), sumar $111+111+111$ y multiplicar 111×3 , en las dos últimas nos hace pensar que para los alumnos los ceros no tienen valor. Al 100 no lo consideran un número de tres cifras porque los ceros no son significativos para los alumnos. En segundo grado todos los alumnos hacen un intento por responder a la pregunta, es decir, no hay omisiones.

En general los porcentajes más altos de los tres grados se encuentran en las respuestas incorrectas.

Pregunta II (a)

En esta pregunta se da la indicación de escribir una resta cuyo resultado sea mayor al de otra resta dada en el reactivo.

	RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°		1°	2°	3°
E1	42%	71%	4%	E1	3%	14%	-	6%	-	-	
E2	22%	14%	13%	E2	-	-	9%				
E3	-	-	-	E3	6%	-	-				
E4	-	-	-	E5	3%	-	-				
E5	-	24%	-	E6	6%	-	-				
E6	-	-	-	E7	3%	-	-				
E7	-	-	60%	E8	-	-	13%				

Tabla 5. Estrategias empleadas para responder el reactivo II (a).

E1: Cambia minuendo y sustraendo E2: Cambia minuendo ó sustraendo E3: Deja ambos números iguales E4 Disminuye 1 en minuendo y sustraendo: E5 Pone resultado : E6: Aumenta 1 en minuendo y sustraendo E7 Asienta dos números sin dejar rastro de cómo los obtuvo

Las estrategias más simples para darle respuesta consisten en aumentarle una unidad al minuendo, o disminuirle una al sustraendo de la resta de referencia.

Las estrategias más cercanas a ellas utilizadas por los alumnos son cambiar uno de los elementos de la resta mencionados; pero sumando o restando respectivamente más de una unidad. Un porcentaje bajo de estudiantes de tercer grado hacen una modificación al minuendo o al sustraendo en el sentido inverso del correcto, es decir, añaden cuando deben quitar y viceversa.

El más alto porcentaje de los alumnos de primer grado cambia ambos, minuendo y sustraendo, aunque con esta estrategia hay quienes obtienen una respuestas incorrecta. Algunos otros modifican solo uno de los dos elementos de la sustracción de referencia y obtienen una respuesta correcta, siendo éstos los que predominan en porcentaje.

En el caso del segundo grado la mayoría de los alumnos cambian minuendo y sustraendo siendo predominante quienes obtienen una respuesta correcta y pocos de ellos contestan erróneamente con esta estrategia. Los alumnos que se apoyan poniendo resultado en el ejercicio logran contestar correctamente, así como los que únicamente cambian minuendo o sustraendo.

Es importante observar que son muy pocos los alumnos que tienen una respuesta incorrecta y solo es con la estrategia de cambiar minuendo y sustraendo. En este grado todos los alumnos hacen un intento por contestar a la pregunta, es decir no hay omisiones.

La mayoría de los alumnos de tercero asientan los dos elementos de la resta sin dejar rastro de cómo los obtuvieron, y algunos de ellos contestan incorrectamente. Algunos otros cambian minuendo y sustraendo, otros cambian solamente alguno de esos dos elementos de la resta, pocos alumnos que utilizan esta última estrategia obtienen una respuesta incorrecta. Y al igual que en el grado anterior no hay alumnos que no respondan a la pregunta.

Estrategias incorrectas empleadas por los estudiantes, además de la de modificar en un sentido inverso del adecuado el minuendo o el sustraendo de la resta que sirve como referencia, son añadir o restar una unidad a ambos elementos de esa última sustracción. Debe anotarse también el hecho de que se presentaron casos de alumnos (de primer grado) que respondieron incorrectamente a pesar de haber realizado la operación que propusieron, con lo cual podían constatar que no cumplía las condiciones pedidas.

En general los porcentajes más altos se concentran en las estrategias que hacen que los alumnos contesten correctamente. En el caso de primer grado los alumnos emplean más estrategias que dan respuestas incorrectas en comparación de segundo y tercero. El grado que tuvo menos porcentaje de errores es el de segundo, seguido de tercero. Una estrategia que resultó efectiva para los alumnos en la mayoría de los casos fue modificar solo un elemento de la resta de referencia.

Pregunta II (c)

En esta pregunta se indica colocar el mayor resultado o total que se puede obtener cuando el minuendo y sustraendo son naturales de tres dígitos cada uno.

RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°	1°	2°	3°
E1	-	-	-	E1	7%	10%	13%	6%	28%	14%
E2	-	-	-	E2	5%	-	-			
E3	-	-	18%	E4	68%	62%	43%			
E4	-	-	-	E5	5%	-	-			
E5	-	-	-	E6	-	-	6%			

Tabla 6. Estrategias empleadas para responder el reactivo II (c).

E1: Respuesta del inciso II (a) E2: Pone resultado E3: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo E4 Combina los números del ejercicio E5: Resta 999-111

La respuesta es 899, que se obtiene al restar 999 menos 100

Una gran cantidad de alumnos, dentro de ellos se encuentran todos los que contestaron bien (una pequeña cantidad de alumnos de tercer grado), no deja rastro de la estrategia utilizada, sino que solamente asienta un número como respuesta.

Dos estrategias erróneas empleadas fueron usar el resultado del reactivo II (a) y combinar los dígitos que se emplean en el número de referencia. Algunos alumnos realizan mal la resta que proponen. Podemos darnos cuenta en la estrategia E5, que los alumnos no consideran al 100 como un número de tres cifras, por que los ceros no son significativos.

En primer grado la mayoría de los alumnos hacen un intento por responder a la pregunta, es decir, hay un porcentaje bajo de omisiones.

En general los porcentajes más altos de los tres grados se encuentran en las respuestas incorrectas.

Pregunta III (b)

La pregunta III (b) da la indicación de obtener el menor resultado de multiplicar dos números naturales, uno de dos cifras y uno de tres.

		RC					RI			DB		
		1°	2°	3°			1°	2°	3°	1°	2°	3°
E1		-	-	-	E1	26%	24%	26%	9%	-	7%	
E2		-	-	-	E2	10%	19%	7%				
E3		13%	14%	3%	E4	38%	43%	26%				
E4		-	-	11%	E5	-	-	18%				

Tabla 7. Estrategias empleadas para responder el reactivo III (b).

E1: Multiplica 111x11 E2: Es el resultado de la operación de Luis y/o Juan E3: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo E4: Hace operaciones

La respuesta de este reactivo es multiplicar 100 x 10 para obtener 1000.

En los tres grados la mayor frecuencia de respuestas consistió en asentar un número sin dejar rastro de cómo se obtuvo. Sólo una parte de éstas fueron correctas.

Una estrategia errónea es multiplicar 111 x 11, en donde los porcentajes de los tres grados son muy parejos, es decir, hay un número significativo de alumnos que emplean dicha estrategia, siendo una constante en los alumnos el no considerar al 100 como un número de tres cifras. Otra consiste en usar el resultado del reactivo III (a) que es colocar el resultado de alguna de las operaciones que se plantean en ese inciso, una parte de los alumnos (principalmente los de primer y tercer grado) ponen el nombre del niño que constituye su respuesta a ese reactivo, otros realizan la multiplicación que corresponde al niño y colocan el resultado obtenido.

Tercer grado es el único en apoyarse poniendo resultado. Los alumnos de segundo grado son los únicos que no omiten responder al reactivo.

Bloque 2

Pregunta IV (b)

La indicación que se da para esta pregunta es encontrar el número más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos 3, 9, 2 y 6, repitiendo los dígitos.

	RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°		1°	2°	3°
E1	-	-	-	E1	26%	14%	13%	E1	6%	29%	9%
E2	-	-	-	E2	12%	-	-	E2			
E3	-	-	-	E3	6%	4%	4%	E3			
E4	6%	14%	19%	E4	48%	43%	55%	E4			

Tabla 8. Estrategias empleadas para responder el reactivo IV (b).

E1: Incluye dígitos que no se encuentran en los dígitos dados E2: Resta uno al número dado
E3: Usa todos los dígitos E4: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo

La respuesta a este reactivo es colocar el número 3399.

Varios alumnos de los tres grados asientan su número sin dejar rastro de cómo lo obtuvieron, pocos casos corresponden a respuesta correcta.

Dos estrategias incorrectas que se emplean en los tres grados fueron Incluir dígitos que no se encuentran entre las cifras dadas y emplear los cuatro dígitos proporcionados, ya que para obtener un resultado correcto no es necesario hacer uso de todos ellos.

Otra estrategia incorrecta es empleada por una pequeña porción de estudiantes de primer grado, quienes únicamente restan una unidad al número de referencia en el reactivo.

En general la mayoría de los alumnos de los tres grado emplean estrategias que los hace contestar de forma incorrecta. Pocos de los que contestan correctamente simplemente asientan un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvieron y en los tres grados hay quienes dejan en blanco la pregunta.

Pregunta VII (a-2)

La indicación para esta pregunta es escribir cuántas decenas se lograron reunir en 2789.

RC				RI				DB			
	1°	2°	3°		1°	2°	3°		1°	2°	3°
E1	-	-	-	E1	12%	28%	22%	E1	16%	29%	26%
E2	-	-	-	E2	-	4%	-	E2	-	-	-
E3	-	-	-	E3	-	24%	-	E3	-	-	-
E4	23%	14%	30%	E4	49%	24%	22%	E4	-	-	-

Tabla 9. Estrategias empleadas para responder el reactivo VII (a-2).

E1: Confunde decena con docena E2: Solo cambia de posición los dígitos E3: Hace operaciones E4: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo

La respuesta es 278 decenas.

Estudiantes de los tres grados asientan un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvieron, pocos de ellos dan una respuesta correcta. Hay estudiantes, principalmente en el grupo de tercero, que redondean el número de referencia para dar su respuesta, así como algunos otros que solo recorren el punto decimal, esta última estrategia es más frecuente en primero.

Una característica común a los tres grados es dividir entre doce, lo que llevo a los alumnos a confundir decena con docena, la operación de dividir entre doce es realizada con errores por algunos de los estudiantes que la emplearon. Los alumnos de segundo grado emplean equivocadamente la estrategia de cambiar de posición los dígitos del número de referencia.

La mayoría de los porcentajes en los tres grados se encuentran en las respuestas correctas y en los tres, hay alumnos que dejan en blanco la pregunta.

Pregunta VII (b-1)

La indicación para esta pregunta es escribir cuántas centenas se lograron reunir en 6328.

		RC					RI					DB		
		1°	2°	3°			1°	2°	3°			1°	2°	3°
E1		-	-	-	E1		-	4%	-	E1		22%	57%	30%
E2		-	-	-	E2		6%	9%	12%	E2				
E3		25%	24%	40%	E3		52%	19%	18%	E3				
E4		-	4%	-	E4		-	-	-	E4				

Tabla 10. Estrategias empleadas para responder el reactivo VII (b-1).

E1: Confunde centena con decena E2: Cambia por 6300 E3: Recorre el punto decimal
E4: Hace operaciones

La respuesta es 63 centenas.

Una pequeña porción de estudiantes de segundo grado hace una operación para obtener el resultado y obtienen una respuesta correcta. Hay también algunas respuestas correctas, principalmente en el grupo de tercero, que corresponden a la estrategia de redondear, así como algunos otros que solo recorren el punto decimal, éste último es más frecuente en primero.

Una estrategia equívoca común a los tres grados fue cambiar las centenas por 6300. Un solo caso de segundo grado confunde las centenas con decenas.

En general en los tres grados la mayoría de los alumnos responden incorrectamente a la pregunta o simplemente no la contestan.

Pregunta IX (1)

La indicación para la pregunta es escribir un número de cuatro cifras, tal que, cada uno de los dígitos sea una unidad menor a la anterior.

RC				RI				DB		
	1°	2°	3°		1°	2°	3°	1°	2°	3°
E1	-	-	-	E1	6%	-	18%	13%	14%	4%
E2	-	-	-	E2	3%	-	-			
E3	-	-	-	E3	3%	-	-			
E4	-	-	-	E4	3%	38%	26%			
E5	3%	5%	26%	E5	84%	81%	70%			

Tabla 11. Estrategias empleadas para responder el reactivo IX (1).

E1: Es el número que se emplea de ejemplo E2: Reacomoda las cifras del número que se emplea de ejemplo E3: Le resta una unidad al número del ejemplo E4: Utiliza solo tres cifras E5: Asienta un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvo

Este reactivo incluye un ejemplo inicial.

Una gran cantidad de alumnos de los tres grados solo asientan un número sin dejar rastro de cómo lo obtuvieron, la mayoría de ellos responde erróneamente y solo una pequeña porción obtiene una respuesta correcta.

Emplear solo tres cifras para construir la respuesta es una estrategia errónea común a los tres grados, con menor porcentaje en primer grado.

Otra estrategia equívoca que solo es común en primero y tercero fue emplear el número que se plantea en el ejemplo que ilustra cómo responder los reactivos que corresponden a la pregunta XI como respuesta del reactivo o como referencia para contestarlo. Pocos integrantes de la muestra de primer grado hacen un reacomodo de los dígitos que conforman el número del ejemplo para asentar su respuesta, así como algunos otros únicamente le restan una unidad al número de referencia.

En los tres grados hay omisiones, los alumnos de tercer grado son quienes más intentan responder el reactivo. Éstos ya iniciaron en el álgebra y han trabajado con anterioridad el sistema decimal, se esperaría un mejor desempeño ya que el enunciado debería resultarles más familiar.

Resultados Globales

Una gran parte de los registros que dejan los alumnos al responder no nos deja ver cuáles fueron las estrategias que emplearon.

En el caso de las preguntas seleccionadas y de las estrategias correctas que sí logramos percibir y registrar se encuentran reactivos donde los estudiantes emplean varias estrategias que los llevan a un resultado correcto. Por ejemplo, en el ítem que pide escribir una suma de tres naturales que dé un resultado mayor que el de una suma que se toma como referencia, las estrategias son: agregar más de una unidad a un sumando base, una unidad a cada sumando base, añadir más de una unidad a cada uno de los sumandos base; cambiar solo dos de los tres sumandos.

Otro ejemplo de lo anterior es el reactivo que nos pide encontrar cuántas decenas tiene un número dado, donde los estudiantes dividen entre diez, redondean o recorren el punto decimal.

Hay estrategias que emplean los alumnos con las que pueden obtener una respuesta correcta o una incorrecta, como aquellos que hacen un solo ensayo o tanteo, modifican solo uno de los dos elementos de la sustracción de referencia, o realizan la operación que proponen como respuesta.

De las estrategias erróneas, las más comunes son realizar una operación cuando en el ítem no lo pide, así como colocar el resultado de la misma. En los casos de elaborar una operación con ciertas características de carácter general, los alumnos toman como referencia preguntas anteriores que se refieren a casos particulares. Cuando se pide obtener un número que tenga

ciertas características la estrategia que emplean los estudiantes es nuevamente hacer operaciones.

La estrategia errónea más empleada cuando se trata de aproximarse a un número mediante otro cuyos dígitos deben cubrir ciertas especificaciones, es simplemente usar cifras que no cumplen las especificaciones para construir el segundo número. Al construir un número con ciertas características, toman como referencia los números de los ejemplos que se emplearon en el instrumento para ilustrar cómo se debía contestar ese tipo de reactivos.

Al analizar las estrategias empleadas por los estudiantes para resolver los reactivos, nos encontramos con casos de alumnos que emplean una estrategia que podría funcionar, pero lleva al estudiante a un resultado erróneo porque el alumno no tiene correctamente formado el concepto. Por ejemplo, los alumnos que dividen para encontrar la cantidad de decenas de un número (estrategia correcta); pero lo hacen entre doce, porque confunden decena con docena (confusión en el concepto). Otro ejemplo son los que consideran 111 y 11 como los menores números de dos y tres cifras, respectivamente. Uno más, está constituido por estudiantes que logran construir un número que cumple con ciertas especificaciones; pero cuentan las posiciones en sentido inverso.

En general encontramos que hay estrategias que son correctas, pero que el alumno por descuido en el cálculo lo conducen a cometer errores. Detectamos también estrategias complejas o no simples. En ocasiones la estrategia que demanda la pregunta es simple pero los alumnos emplean estrategias complejas, que innecesariamente complican el problema. Por que consideran que la pregunta no es elemental, ellos la reelaboran y la hacen difícil.

No se advierten avances significativos en las estrategias utilizadas por los alumnos de grados superiores, no se depuran las estrategias. Los alumnos no explican la estrategia que utilizan para arribar a su solución, lo consideran innecesario, a pesar que el cuestionario especifica que deberían de hacerlo de manera explícita.

ANALISIS DE ERRORES

El análisis de los errores cometidos por los estudiantes al resolver los reactivos no se llevará a cabo con todos los ítems, sino con una muestra de los correspondientes a cada bloque. Los errores se obtienen de los resultados que dieron los alumnos en sus respuestas del cuestionario, éstos se fueron agrupando por ser el mismo error o por tener características similares, en los tres grados del mismo bloque y pregunta.

Bloque 1.

Pregunta I (d)

El reactivo I (d) pide “la suma más pequeña que se puede obtener de tres números, en donde cada número tenga tres dígitos”. Para responderlo se debe, entonces, considerar el número más pequeño de tres dígitos (100) y sumarlo tres veces o multiplicarlo por tres.

La tabla 2 muestra los análisis de las respuestas dadas en cada grado. Los errores son variados y dos de ellos se presentan en los tres grados.

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
8	6	6	300			Asienta el resultado correcto.		
3	--	1	333 0.000 00000 0001	--	0	Aquí el error es cuál número es considerado como el más pequeño de tres dígitos.	-----	Aquí el error es cuál número es considerado como el más pequeño de tres dígitos.
--	--	1	100	200	--	Se pierde de vista que son tres sumandos.		
2	--	--	--	--	3333	---	----	Error en el menor sumando y en la cantidad de dígitos de cada sumando.
3	12	1	111		111	Se pierde de vista que son tres sumandos y se considera erróneamente que 111 es el menor sumando de tres dígitos posible.		
		4		333	333	Se considera erróneamente que 111 es el menor sumando de tres dígitos posible.		
--	1	-	--	9	--	-----	Suma tres veces la cantidad de dígitos que debe tener cada sumando.	-----
1	--	-	3	--	--	Considera 3 sumandos de un dígito.	-----	-----
1	--	1	999	--	9999	Confunde "menor" con "mayor" y considera un solo sumando.	-----	Error en la cantidad de dígitos. Confunde "menor" con "mayor" y considera un solo sumando.
7	2	5	Varios			Confunde las condiciones pedidas con las de la pregunta I (b) y asienta el resultado de la suma con que contestaron esa pregunta.		
7	2	3	varios			Asienta un número al azar.		

Tabla 1. Respuestas al reactivo I (d), grados 1°, 2° y 3°.

El primer error consiste en no considerar que las condiciones pedidas en este reactivo son de carácter general. Un reactivo anterior, el I (b) pedía escribir tres sumandos cuya adición diera un resultado menor al de una suma particular que se le mostraba al sujeto. Hubo, en los tres grados, estudiantes que, como respuesta al presente reactivo, asentaron la adición de los tres sumandos que escribieron como respuesta en el I (b).

Es decir, hubo confusión entre el carácter general de la expresión “la suma más pequeña que cumple con ciertas condiciones”, que es lo pedido por el presente reactivo y el particular de “una suma más pequeña que ésta que te propongo”, lo cual es solicitado por el reactivo I (b).

El segundo que se presentó con mayor frecuencia en segundo grado, fue considerar a 111 como el menor sumando de tres cifras posible.

Puede observarse que la mayor parte de los demás errores consisten en perder de vista una o más condiciones del problema, como la cantidad de sumandos o la cantidad de dígitos que debe tener cada sumando. Un error de baja frecuencia fue confundir la palabra “menor” con “mayor”.

Es de esperarse que los errores cometidos por los alumnos de primer grado no sean cometidos por los de tercero. Tres de los errores planteados en la tabla son ejecutados por alumnos de primero y tercero y cinco de ellos se manifiestan en los tres grados.

Pregunta II (c)

La pregunta II (c) pide el mayor resultado o total que se puede obtener en una resta cuando el minuendo y el sustraendo son naturales con tres dígitos cada uno. Para poder responderla, se debe considerar el mayor minuendo y el menor sustraendo posible de tres cifras.

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
--	--	4	--	--	899	-----	-----	Asienta el resultado correcto.
5	3	1	999			Considera solo el minuendo ó toma 0 (cero) como el menor sustraendo.		
2	1	2	0			Toma "mayor" como "menor".		
2	1	--	1	2		Toma "mayor" como "menor" y considera erróneamente el menor.	Toma "mayor" como "menor" y considera erróneamente el menor.	---
1	1	--	11	11				
--	4	4	888			-----	Considera erróneamente 111 como el menor sustraendo de tres dígitos posible.	Considera erróneamente 111 como el menor sustraendo de tres dígitos posible
--	--	1	--	--	900	-----	-----	Resta 1000-100. Error en la cantidad de dígitos del minuendo.
2	2	3	Varios			Confunde las condiciones pedidas con las de la pregunta IIa y asientan el resultado de la resta con que contestaron esa pregunta.		
14	2	5	Varios			Asienta un número, palabra o expresión al azar.		

Tabla 2. Respuestas al reactivo II (c), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo sólo fue contestado correctamente por estudiantes de tercer grado.

En este reactivo fueron tres los errores comunes a los tres grados. El primero, perder de vista el sustraendo, o considerarlo nulo. El segundo, tomar la palabra mayor como menor. Y el último, no considerar la generalidad de lo pedido y dar la respuesta a un caso particular solicitada en un reactivo anterior.

Es notoria la porción de alumnos que responden al azar, sobre todo en el primer grado.

En esta pregunta los errores cometidos por los estudiantes son muy diversos, la mitad de ellos se presentan en los tres grados y del resto, algunos son cometidos solo en tercero, uno en primero y segundo y uno en segundo y tercero.

Pregunta III (b)

La pregunta III (b) pide el menor resultado o total que se puede obtener cuando multiplicamos un número natural de tres cifras por uno de dos cifras. Para responderla, se debe considerar el menor número tanto de tres como de dos cifras (100x10).

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
4	3	4	1000			Asienta el resultado correcto.		
9	4	1	1221			Considera erróneamente los menores factores de 3 y 2 dígitos (111x11).		
1	1	1	1110			Considera erróneamente el menor factor de 3 dígitos (111x10).		
1	--	1	100	--	111	Considera erróneamente el menor factor de 3 cifras.	-----	Considera erróneamente el menor factor de 3 cifras.
-	1	7	---	1111	1111	-----	Resultado erróneo de 111x11.	Resultado erróneo de 111x11.
-	1	-	---	111x11	---	-----	No realiza la operación.	-----
3	3	4	5200			Confunde las condiciones pedidas con el caso particular de la pregunta II(a).		
4	2	6	Varios			Asienta un número al azar.		

Tabla 3. Respuestas al reactivo III (b), grados 1°, 2° y 3°

Este reactivo sólo fue contestado correctamente por algunos estudiantes de los tres grados.

En este reactivo fueron tres los principales que fueron comunes en los tres grados. El primero fue que consideraron erróneamente 111 y 11 los menores factores de 3 y 2 dígitos. El segundo fue que consideraron erróneamente al 111 como el menor factor de 3 dígitos, pero si tomaron al 10 como el menor factor de dos dígitos.

El último fue es que confundieron las condiciones pedidas con el caso particular de la pregunta II(a). Estas confusiones llevaron a los alumnos a que su respuesta fuera equivocada.

Es importante mencionar que hubo alumnos tanto de segundo como de tercer grado que además de confundir erróneamente 111 y 11 como los menores factores de 3 y 2 dígitos, obtienen un resultado erróneo al realizar la operación.

En esta pregunta la mayoría de los errores son cometidos en los tres grados cuando es de esperarse que los alumnos de tercero no realicen los mismos errores que los alumnos de primero.

Bloque 2.

Pregunta VII (1)

La pregunta VII1 pide escribir cuántas decenas se pueden obtener en 7345. Para responderla, se debe considerar la posición que ocupa cada cifra en el número dado, de acuerdo a nuestro sistema de numeración.

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
7	3	7	734			Asienta el resultado correcto.		
--	4	4	--	612	612	-----	Confunde docena con decena.	Confunde docena con decena.
4	--	2	611	---	499 603	Confunde docena con decena y divide mal.	-----	Confunde docena con decena y divide mal.
6	4	3	Varios			Asienta un número tomando como base el número de referencia.		
9	---	4	Varios			Asienta un número al azar.	-----	Asienta un número al azar.

Tabla 4. Respuestas al reactivo VII (1), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo fue contestado correctamente por algunos estudiantes de los tres grados.

Las respuestas dadas por los alumnos son muy diversas, por lo que los errores también son variados y dos de ellos se presentan en dos de los tres grados.

El primero consiste en confundir docena con decena, es decir, que en lugar de obtener cuantas decenas se pueden obtener de la cifra, los alumnos sacaron las docenas, esto se en segundo y tercer grado. En el segundo, no solo confundieron docena con decena, sino que el resultado que obtienen al realizar su operación es erróneo, este caso se manifiesta en alumnos de primero y tercero.

Una confusión que aparece en los tres grados es la de qué modificación debe hacerse al número del ejercicio. Por ejemplo, se tienen respuestas como 7345 (el número dado), 73450 (el número de décimos), 7300 (su redondeo a centenas). Otras como 7304, conservan tres de las cifras del número original.

En esta pregunta hay poca diversidad de errores en los tres grados.

Pregunta VII (4)

La pregunta VII (4) pide escribir cuántas centenas se pueden obtener en 6328. Para responderla, se debe considerar la posición que ocupa cada número, de acuerdo a nuestro sistema de numeración.

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
8	5	10	63			Asienta el resultado correcto.		
--	1	--	----	527	----	-----	Confunde docena con centena.	-----
5	1	3	Varios			Asienta un número tomando como base el número del ejercicio.		
10	2	5	Varios			Asienta un número al azar.		

Tabla 5. Respuestas al reactivo VII (4), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo fue contestado correctamente por varios estudiantes de los tres grados.

Al responderlo se presenta en los tres grados una confusión similar a la del VII (1), en cuanto no tener claro qué modificación debe sufrir el número dado (6328).

Hay un solo caso de un alumno de segundo grado que confunde decena con centena.

Pregunta IX (3)

La pregunta IX3 pide formar un número de seis cifras, tal que, las unidades de millar sean el doble de las unidades. Para responderla, se debe considerar la cantidad de cifras pedidas para el número, la posición que ocupa cada cifra en un número de acuerdo a nuestro sistema de numeración y conocer los nombres de estas posiciones, además de la relación pedida entre dos de ellas.

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
2	---	2	Varios			Asienta el resultado correcto.	-----	Asienta el resultado correcto.
1	1	9	Varios			Cuentan las posiciones de izquierda a derecha dando respuesta errónea.		
---	---	2	6333 84312			-----	-----	Les faltan dígitos.
7	6	4	Varios			Sólo cumple la condición de tener 6 cifras.		

Tabla 6. Respuestas al reactivo IX (3), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo solo fue contestado correctamente por alumnos de primer y segundo grado.

El error común a los tres grados es de aquellos alumnos que en la expresión numérica que responden cuentan las posiciones de izquierda a derecha lo que da como consecuencia que su respuesta sea errónea.

Varios de los alumnos hacen notar que únicamente responden al azar, y sobre todo en primer grado.

Bloque 3.

Pregunta VIII (b)

Escribe con letra el siguiente número: 750 400.7

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1º	2º	3º	1º	2º	3º	1º	2º	3º
6	7	13				Asienta el resultado correcto.		
9	2	9	Varios			Presenta problemas ortográficos		
7	6	4	Varios			Presenta problemas a partir de la unidad de millar.		
1	4	4	Varios			Presenta problemas a partir de la centena		
2	3	3	Varios			No distingue la parte entera de la parte decimal.		
8	4	4	Punto siete.			No sabe el nombre de la posición que ocupa el 7.		

Tabla 7. Respuestas al reactivo VIII (b), grados 1º, 2º y 3º.

La tabla 7 muestra los análisis de las respuestas dadas en cada grado de la pregunta VIII (b). Los errores son variados y todos ellos se presentan en los tres grados.

Uno de los errores con mayor frecuencia es de aquellos alumnos que presentan problemas a partir de la unidad de millar, por ejemplo se dan respuestas como: “siete millones cincuenta cuatrocientos punto siete”, “setenta y cinco mil cuatrocientos enteros punto siete”.

Otro error es el de los que no sabe el nombre de la posición que ocupa el 7 dentro de la cifra, es decir, se limitan a poner punto siete.

Los errores menos comunes son tres, el primero es de los que no distingue la parte entera de la parte decimal, por ejemplo responden: “setecientos cincuenta milésimos y cuatrocientos siete”, “setecientos mil cuatrocientos siete”.

El segundo es de los que presentan problemas a partir de la centena, por ejemplo, setecientos cincuenta millones cuatro mil siete. Y el tercero de aquellos que presentan problemas ortográficos, por ejemplo, “setesientos cincuenta millones cuatrocientos siete milésimos”, “setecientos cincuenta mil cuatrocientos enteros siete décimos”.

Hay respuestas que tienen más de un error, por ejemplo, “ceteientos cincuenta millones cuatrocientos mil siete”, y algunas de las respuestas correctas también cuentan con errores de tipo ortográfico.

Los errores que se presentan en esta pregunta son diversos y se manifiestan en los tres grados sin excepción.

Bloque 4.

Pregunta X (b)

Marca el número mayor: 0.21 ó 0.1

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
3	8	5	0.21			Marca el resultado correcto.		
9	7	6	0.1			Responde con la opción dos.		
5	1	1	b) 0.21__0.1			Marca las dos opciones como respuesta.		

Tabla 8. Respuestas al reactivo X (b), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo fue contestado por la mayoría de los alumnos de los tres grados.

Un error común a los tres grados es el de marcar las dos opciones (0.21 y 0.1) y no marcar algún número en las otras dos incisos del problema. Probablemente los alumnos consideran a los tres incisos de la pregunta X (que presenta tres parejas de números decimales y pide marcar, en cada pareja, el número mayor), como tres opciones para elegir una, y creen que el inciso b es el que contiene los números más grandes de los tres y marcan así ese inciso como la respuesta correcta.

Pregunta XI (a)

Escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha: 0.3__0.4

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
9	7	7	Varios			Asienta el resultado correcto.		
1	3	10	Varios			Decimal menor que los dos números dados.		
3	4	–	Varios			Decimal mayor que los dos números dados.		
1	1	–	0.4			Decimal igual al segundo número dado.		
11	2	4	Varios			Un entero al azar como respuesta.		

Tabla 9. Respuestas al reactivo XI (a), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo sólo fue contestado correctamente por algunos estudiantes de los tres grados.

En él fueron dos los errores comunes en los tres grados. El primero fue que consideraron erróneamente un entero como respuesta, cuando los dos números de referencia son decimales menores que la unidad. El segundo fue que consideraron erróneamente decimales más pequeños a los dos dados, por ejemplo, 0.2, 0.25, 0.04.

Es importante mencionar que hubo alumnos tanto de primero como de segundo grado que responden con el decimal igual al segundo número dado, es decir, 0.4; y que hay quienes responden con un decimal mayor que los dos números dados, por ejemplo, 0.45, 0.5.

Pregunta XI (b)

Escribe sobre la raya central un número que sea mayor que el de la izquierda y menor que el de la derecha: $0.67 _ 0.7$

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	1°	2°	3°
8	5	5	Varios			Asienta el resultado correcto.		
5	9	10	Varios			Decimal menor que los dos números dados.		
–	1	3	Varios			Decimal mayor que los dos números dados.		
1	–	1	0.67			Decimal igual al primer número dado.		
11	2	3	Varios			Un entero al azar como respuesta.		

Tabla 10. Respuestas al reactivo XI (b), grados 1°, 2° y 3°.

Este reactivo fue contestado correctamente por algunos estudiantes de los tres grados.

Las respuestas proporcionadas por los alumnos son muy diversas, por lo que los errores también son diferentes y dos de ellos se presentan en dos de los tres grados.

El primero consiste en responder con un decimal menor que los dos números dados, por ejemplo, 0.66, 0.6, 0.52, 0.0067. En el segundo fue el de asentar un entero como respuesta, quienes lo cometieron no toman en cuenta que los números dados son menores que una unidad.

El responder con un decimal mayor que los dos números dados y con un decimal igual al primer número dado, son errores que se presentan en dos de los tres grados.

Los errores que se presentan en esta pregunta son diversos y se manifiestan en los tres grados sin excepción.

Bloque 5.

Pregunta XII

¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea de base 10?

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1º	2º	3º	1º	2º	3º	1º	2º	3º
5	1	4	No se			Expresa que no sabe la respuesta.		
8	2	1	Varios			Asienta una expresión al azar.		
3	1	2	Varios			Inicia algún tipo de explicación pero no completa su idea.		
6	3	8	Varios			Expresa ideas que se relacionan con la respuesta correcta, aunque no la delimita totalmente.		

Tabla 11. Respuestas al reactivo XII, grados 1º, 2º y 3º.

Este reactivo no fue contestado correctamente por los integrantes de la muestra.

Se observa en la tabla que hay niveles de contestación comunes en los tres grados. El primero consiste en expresar que no saben la respuesta. El segundo es el de asentar una expresión al azar, por ejemplo, pues 10, sustrayendo, poner bastantes ceros, decimal, éste último solo un sinónimo. Y el tercero es la de aquellos que inician algún tipo de explicación pero no completa su idea, por ejemplo, “por los arábigos”, “números naturales”, “que pusimos varios” y “vuelve a empezar”, “por que así tiene más posibilidades de que salga el número”.

El error de expresar ideas que se relacionan con la respuesta correcta, aunque no la delimita totalmente también se presenta en los tres grados, pero con mayor frecuencia en primero y tercero y algunas de sus respuestas son: “que todo va con relación al 10”, “que tiene 10 números”, “que desde ahí parte la numeración”, por que los números naturales son del uno al diez”.

Los errores que se presentan en esta pregunta son diversos y se manifiestan en los tres grados sin excepción.

Pregunta XIII

¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea posicional?

Frecuencia			Resultado asentado			Observaciones		
1º	2º	3º	1º	2º	3º	1º	2º	3º
3	2	2	No se			Expresa que no sabe la respuesta.		
7	1	1	Varios			Asienta una expresión al azar.		
2	2	2	Varios			Inicia algún tipo de explicación pero no completa su idea.		
9	1	3	Varios			Expresa ideas que se relacionan con la respuesta correcta, aunque no la delimita totalmente.		
--	--	2	Varios			Confunde con conmutatividad.		

Tabla 12. Respuestas al reactivo XIII, grados 1º, 2º y 3º.

En este reactivo no hay quienes contestan correctamente de los tres grados.

Hay niveles de contestación comunes en los tres grados. El primer nivel consiste en expresar que no saben la respuesta. El segundo es el de asentar una expresión al azar, por ejemplo, “no le ayudo”, “que es posicional”, “pues sistema de numeración”, “que es positivo”, “de sustraer”.

El tercero es la de aquellos que inician algún tipo de explicación pero no completa su idea, por ejemplo, “que todo este en orden y se puede realizar”, “que cada número tiene su posición”, “que se tiene que acomodar uno encima del otro”.

El expresar ideas que se relacionan con la respuesta correcta, aunque no la delimita totalmente solo se presenta en dos de los tres grados, es un nivel que se presenta solo en dos de los tres grados. Plantean algunas respuestas como: que tiene muchos números, que tenga posición, que sea de base 10, cada número esta positivamente por los signos.¹⁷

¹⁷ Nota: Como éste fue el nivel más alto de respuesta, fue considerado como correcto en el registro de resultados.

Otro tipo de respuestas son por ejemplo: “el orden de los factores no altera el resultado” “que se puede poner de diferentes maneras con el mismo resultado” (aquí se trata de un error, el alumno está confundiendo la idea de posición de factores o sumandos (conmutatividad) con la de posición de dígitos en la expresión de un número).

Los errores que se presentan en esta pregunta son diversos y se manifiestan en los tres grados sin excepción.

Resultados Globales

Es característico entre los alumnos confundir las condiciones que piden los ítems, por ejemplo trasladan la respuesta de una pregunta en la que se manejan casos generales al ítem que tiene condiciones similares pero tratan casos particulares, lo que lleva a los estudiantes a obtener una respuesta equívoca. Un ejemplo, es el caso de ítem II (c), en el que confunden las condiciones pedidas con las de la pregunta II (a), dando como resultado que únicamente un alumno de tercer grado responda satisfactoriamente.

Algunos alumnos al momento de realizar el desarrollo del problema pierden las condiciones que se le piden. Es posible que esto se deba a que, al leer el problema sólo prestan atención a aspectos globales del mismo y no analizan con mayor profundidad sus condiciones particulares, no dedican suficiente tiempo para reflexionar sobre lo que se les está pidiendo.

Otros errores que se presentan en la muestra son de nomenclatura, es decir, confunden palabras que son similares pero que representan cosas distintas, por ejemplo, en los ítems VII (1) y VII (4) los estudiantes asientan un dígito que representa las docenas, cuando la pregunta pide decenas, en el caso del VII (4) solo hay un estudiante que confunde las centenas con docenas.

A pesar de que la muestra pertenece al último bloque de la educación básica, los estudiantes muestran a través de sus respuestas que tienen problemas ortográficos, en la escritura de los nombres de los números.

Algunos otros alumnos dejan de lado las condiciones que establece el sistema de numeración decimal, por ejemplo no conocen bien los nombres de las posiciones que ocupa un dígito en la escritura de un número, una pequeña parte inclusive equivoca la dirección en que se leen esas posiciones, tampoco diferencian los nombres designados a los dígitos cuando ocupan una posición en particular, ni el valor de las cifras antes y después del punto decimal.

Esta última dificultad en la relación que tienen los números con el punto decimal es bastante notoria. Para los estudiantes, resultaron más difíciles los reactivos que involucraban números no enteros que los que únicamente usaban enteros.

Los estudiantes, en general, no tienen claro qué es el sistema de numeración decimal y las características que tiene de ser aditivo y posicional, dado que en sus respuestas a los reactivos que piden la expresión verbal de dichas características inician un algún tipo de explicación sin concretar nada ó expresan ideas que se relacionan con lo pedido, pero no las delimitan totalmente.

C A P Í T U L O I V

Conclusiones y recomendaciones

En esta fase final se presentan las conclusiones y comentarios de nuestro trabajo, cuyo objetivo fue detectar los conocimientos y habilidades numéricas de los estudiantes de secundaria, las estrategias que estos últimos emplean para resolver problemas con números y los cambios que presentan los tres grados en esos aspectos, así como algunos errores que presentaron los alumnos al contestar el cuestionario, todo ello basado en el análisis de los resultados obtenidos de los cuestionarios aplicados a los estudiantes de este nivel.

Al analizar la información que arroja el instrumento aplicado sobre los conocimientos que tienen los alumnos en cada uno de los grados nos damos cuenta que en el bloque de cálculo mental y estimación de resultados las preguntas correspondientes resultaron difíciles. Quienes obtienen un mejor desempeño son los alumnos de segundo año dado que obtienen el porcentaje más alto en respuestas correctas (53.6%), sin embargo los alumnos de tercer grado (con 52.1%) se encuentran cerca del mismo nivel de desempeño que los de segundo. Primer grado a pesar de ser el más bajo en respuestas correctas (39.4%), es el grado que menos omisiones tiene (6%). Por lo tanto las nociones de cálculo mental y estimación de resultados son muy parejos en segundo y tercer grado, no habiendo un avance en conocimiento de segundo a tercero, como podría esperarse.

El grado de dificultad general del bloque de orden y comparación de naturales es más alto que el anterior, ya que el mayor porcentaje de respuestas correctas por grado es 29.2%, correspondiente a tercero. Hay un ligero avance de primero a tercero en respuestas correctas; pero los porcentajes de éstas son muy bajos (16.9 %, 17.1 % y 29.2%, respectivamente), por lo que aunque existe progreso, el conocimiento del tema es escaso. Podría esperarse que en respuestas incorrectas existiera el correspondiente descenso, quienes tienen más respuestas incorrectas sí son los de primero (67.8%), pero tercero (50.9%) tiene más que segundo (49.1%). Los alumnos de primer grado son quienes

hacen un mayor intento por responder a las preguntas, pues obtienen menor porcentaje en omisiones (15.3%).

El grado de dificultad del tercer bloque, que engloba los temas lectura y escritura de naturales y decimales, es menor que los correspondientes a los dos bloques anteriores, porque el mayor porcentaje de respuestas correctas por grado es 58.3%. Además, los resultados presentan un avance gradual de primero a tercero. El desempeño de los alumnos en los ítems es como se esperaría, existe un ascenso de primero a tercero en los porcentajes de respuestas correctas, aunque éstos son bajos (34%, 45.3% y 58.3%, respectivamente), de igual forma se ve un descenso de primero a tercero en los porcentajes de respuestas incorrectas (46.2%, 37% y 33.2%, respectivamente), así como en las omisiones (19.8%, 17.7% y 8.5%, respectivamente). Este es el comportamiento de respuestas que se esperaría en cada bloque; pero sólo se observa en éste.

De las preguntas que se encierran en el tema orden y comparación de decimales nos damos cuenta de que hay un avance de primer a segundo grado (22.9% y 42.2% respectivamente), pero de tercero a primero se encuentra un ligero descenso en los porcentajes de respuestas correctas (42.2% y 38.2% respectivamente), este mismo comportamiento se da en respuestas incorrectas, únicamente en los correspondientes a las omisiones se manifiestas como se esperaba, de forma descendente de primero a tercero. En general los porcentajes en respuestas correctas son muy bajos, por lo que se puede decir que a los alumnos de los tres grados se les dificulta el orden y la comparación de los decimales.

La mayoría de los alumnos de los tres grados tienen muy poco conocimiento sobre las características del sistema de numeración, en primer grado el porcentaje es casi nulo (1.5%) y en segundo y tercero también es muy bajo (14% y 13% respectivamente). Primer grado predomina en respuestas incorrectas (66%) y tercero en omisiones (69.5%).

Los ítems resultaron difíciles para los alumnos de los tres grados, ya que 58.3% es la frecuencia relativa más alta en respuestas correctas, que corresponde al bloque 3 y la más baja, 1.5%, pertenece al bloque 5. De las respuestas incorrectas, la proporción más alta se encuentra en el bloque 2 (67.8%) y la más baja (16.5%) en el bloque 5, en general el porcentaje más alto (69.5%) pertenece al bloque 5 y son omisiones. Tan solo las preguntas englobadas en los bloques 1 y 3 resultaron menos complicadas para los alumnos, ya que en éstos se encuentran los porcentajes que sobrepasan por una mínima porción el cincuenta por ciento de total de respuestas correctas (53.6% y 58.3% respectivamente), y las preguntas que se encuentran en el bloque cinco fueron las más difíciles para los alumnos, al contar con los porcentajes más bajos en respuestas correctas (1.5%).

Debido a que la investigación no usó la técnica de entrevista, los únicos recursos para obtener información fueron los registros dejados por los alumnos en los instrumentos. Estos últimos no permitieron detectar las estrategias empleadas por los alumnos para los reactivos correspondientes a los bloques tres, cuatro y cinco.

Las estrategias que sí logramos detectar que emplearon los estudiantes para responder a las preguntas, resultaron similares en los tres grados. Hay ítems en los que los alumnos emplean más de una estrategia para obtener un resultado correcto, otras estrategias dan pie en a obtener una respuesta correcta o una incorrecta, como es el caso de un solo ensayo o tanteo para responder, así también hay ítems en los que se detectaron estrategias erróneas.

Al analizar las estrategias empleadas por los estudiantes para resolver los reactivos, nos encontramos con casos de alumnos que emplean una estrategia que lleva al estudiante a un resultado erróneo, esto puede ser porque el alumno no tiene correctamente formado el concepto, no separa las características generales y las particulares de un problema, llevando al alumno a combinar las respuestas de distintas preguntas con fines diferentes cada una de ellas. La diversidad de estrategias es notoria en cada bloque aunque son

similares en cada pregunta en los tres grados, cuando se esperaba mayores diferencias, ya que las estrategias para responder a los reactivos no fueron dadas.

Es posible que al leer el problema sólo preste atención a aspectos globales del mismo, no analicen a profundidad las condiciones particulares y no dediquen suficiente tiempo para reflexionar sobre lo que se les está pidiendo. Esto trae como consecuencia que se presenten una diversidad de errores que se detectan de los resultados que dan los alumnos al momento de contestar el cuestionario, algunos de ellos son de nomenclatura, otros se presentan al aplicar características de otros problemas al que se encuentran resolviendo, otro tanto se da al confundir palabras.

De las investigaciones que tomamos como marco de referencia, encontramos una similitud con la realizada por la investigadora Ma. Del Carmen Álvarez G., quien aplicó un programa experimental de matemáticas en la escuela primaria con dos grupos de 5° y 6° grados. En la presente investigación la muestra de estudio fueron tres grupos de secundaria (uno de cada grado), pertenecientes al siguiente nivel de estudio de la muestra tomada por Álvarez, al igual que ella encontramos que los alumnos presentan problemas cuando se les cuestiona sobre el sistema decimal, por ejemplo hubo quienes confundieron las condiciones que le pedían los ítems, algunos otros perdieron de vista las condiciones de los mismos, en ocasiones confunden palabras que son similares pero que representan cosas distintas, en la escritura de los nombres de los números tienen problemas ortográficos.

Otra similitud encontrada con el estudio de Carmen Álvarez es la tendencia de los estudiantes a mecanizar. Ellos realizan las operaciones que plantean aunque no se pida su resultado y aún en el caso en que se les pida explícitamente que no las realicen. Este último caso queda reflejado en las respuestas a un reactivo que pedía comparar los resultados de tres multiplicaciones sin llevarlas a cabo.

Al construir un número con ciertas características los alumnos no conocen las condiciones que establece el sistema de numeración decimal, no saben los nombres de las posiciones que ocupa un dígito en la escritura de un número, se equivocan en la dirección en que se leen esas posiciones, tampoco diferencian los nombres designados a los dígitos cuando ocupan una posición en particular, ni el valor de las cifras antes y después del punto decimal.

Es impresionante que los alumnos de educación secundaria, que son los últimos en estudiar al sistema de numeración decimal de forma básica, no conozcan el sistema de base diez, ya que solo tres de los 79 alumnos de los tres grados, tienen nociones del sistema y aun con el poco conocimiento que tienen no logran manifestar por escrito qué es y cuáles son las características del sistema decimal (aditivo y posicional). Al tener estas deficiencias los alumnos tienen como consecuencia que consideren que el cero no es una cifra significativa porque no tienen valor, o bien que el 100 no es un número de tres cifras, también presentan dificultad al traducir cantidades, conocer las reglas de relación que existen entre los dígitos cuando se encuentran en un número o en la construcción de cantidades.

Se estudio que en primer grado de secundaria en el programa de estudio se encuentra la revisión de distintos sistemas de numeración, con el fin de que los alumnos conozcan como son los sistemas y los conflictos que éstos pueden tener cuando se pretende escribir cantidades grandes. El estudio de estos sistemas debe ser el refuerzo para que los alumnos valoren el sistema que en la actualidad empleamos, que con tan solo diez dígitos podemos escribir la cantidad más grande que se nos pueda ocurrir y sin ningún problema.

Sin embargo como se vio en el estudio pareciera ser que el estudio de los diferentes sistemas de numeración antiguos no sirve de nada, porque insistimos, en que los alumnos no conocen el sistema decimal dado los resultados que arrojan los cuestionarios que ya analizamos.

Consideramos que los alumnos conforme terminen cada grado escolar deberían tener un avance en los conocimientos adquiridos en el área de matemáticas. En la presente nos pudimos dar cuenta de que este avance no siempre se da, además detectamos la falta de conocimientos y la confusión que existe por parte de los alumnos de secundaria cuando hablamos del sistema de numeración decimal.

Es importante que se ponga un mayor énfasis para que los alumnos comprendan y conozcan nuestro sistema de numeración decimal, porque éste es la base de todo conocimiento matemático. Los profesores pueden tomar en cuenta los errores que cometen los alumnos cuando se les aplica un ejercicio o algún examen para poner mayor énfasis en ese conocimiento que al alumno se le dificulta, con el fin de que al estudiante le quede claro como funciona y qué es el sistema decimal.

La presente es como una alerta para que pongamos mayor énfasis en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Solo me queda recomendar que para investigaciones futuras, que retomen esta problemática o traten temas similares, empleen el método de la entrevista, ya que en la presente no se utilizó y provoco que se perdiera información sobre las estrategias que emplearon los alumnos y errores cometidos por los mismos para resolver el cuestionario. También se perdió mucha información al no dejar mas explícito a los alumnos que explicaran de forma más clara cómo fue que llegaron a obtener los resultados.

BIBLIOGRAFÍA

- ✓ ALEKSANDROV,
Visión general de la matemática
Ciencias por una educación popular, Comité de lucha
CEU – Ciencias

- ✓ ÁLVAREZ G. MA. DEL CARMEN
Acerca de la numeración.
Reflexiones y propuestas
Cuadernos de educación continua
1ª edición, México, DF, 1987

- ✓ BENITEZ RENÉ
Matemáticas 1. Teoría y práctica
Editorial Trillas
México, 1994

- ✓ BARROSO MEJÍA PAZ
Matemáticas 1er curso
Editorial Santillana
México, 1994

- ✓ COLLETTE JEAN PAUL
Historia de las matemáticas I
Editorial: Siglo XXI
México 1986

- ✓ LANGFORD, PETER
El Desarrollo del Pensamiento Conceptual
en la escuela Secundaria
Ediciones Paidós
Barcelona-Buenos Aires-México
Primera Edición, 1990

- ✓ LOVEL, K.
Desarrollo de los conceptos básicos
matemáticos y científicos en los niños
Ediciones Morata
Madrid, España
Tercera edición, 1977

- ✓ NUNES TERESINA Y BRYANT METER
Las matemáticas y su aplicación
Siglo Veintiuno Editores
Segunda Edición, 1998

- ✓ OROZCO MARIELA
Relación entre prácticas de enseñanza en el aula
y la comprensión de los componentes del sistema
de notación en base diez
Revista de didáctica de las matemáticas
Nº 31, Julio 2002, Colombia, Pg. 73-94

- ✓ ROBLEDO FELIPE – CRUZ RAMOS JOSUÉ
Matemáticas Uno. Texto, ejercicios y problemas
Editorial: Trillas
3ª edición
México 1994

- ✓ ROBLES DANIEL, Ma. de LOURDES MINQUIN CASTAÑEDA
El matemático de secundaria 1
Fernández Editores
México, 1994

- ✓ RUBINSTEIN S.L. (Director General), MATIUSHKIN A. M.
El proceso del pensamiento y las leyes del análisis la síntesis y la
generalización. Análisis y Generalización de Relaciones
Ediciones Pueblos Unidos

- ✓ SEP
“Libro para el Maestro Edición Secundaria” matemáticas
Primera edición
México, 1997

- ✓ SEP
Plan y programa de estudios, secundaria
México, 1993

- ✓ WALDEGG GUILLERMINA, VILLASEÑOR ROBERTO, GARCÍA VICTOR
Matemáticas en contexto. Aprendiendo matemáticas a través de la
resolución de problemas
Gpo. Edit. Iberoamérica
México, 1998

ANEXOS

ANEXO

1

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

Grado: _____ Edad: _____

INSTRUCCIONES: Resuelve lo que se te pida.

I. El tendero de la esquina fue a surtirse y su ticket de compra marca lo siguiente:

3 Cajas de leche	258
2 Cajas de huevo	480
3 Costales de azúcar	711
Total	1449

- a) Elabora una suma que sea mayor a la anterior (de tres números y que cada número tenga tres dígitos): _____
- b) Construye una suma que sea menor a la anterior (de tres números y que cada número tenga tres dígitos): _____
- c) ¿Cuál es la suma más grande que se puede obtener de tres números, en donde cada número tenga tres dígitos? _____
- d) ¿Cuál es la suma más pequeña que se puede obtener de tres números, en donde cada número tenga tres dígitos? _____
-

II. En una preparatoria ingresaron 963 alumnos, de los cuales solo 758 alumnos lograron pasar sin reprobar ninguna materia.

$$\begin{array}{r} 963 \\ - 758 \\ \hline 205 \end{array}$$

- a) Construye una resta en la que la diferencia sea mayor a la anterior:

- b) Construye una resta en la que la diferencia sea menor a la anterior:

- c) ¿Cuál es la resta más grande que se puede obtener cuando el minuendo y el sustraendo tienen tres dígitos cada uno?

- d) ¿Cuál es la resta más pequeña que se puede obtener cuando el minuendo y el sustraendo tienen tres dígitos cada uno?

III. La maestra pidió a Juan, Pedro y Luis que hicieran las siguientes multiplicaciones:

Juan: 628×77

Pedro: 854×85

Luis: 325×16

a) ¿Puedes decir con seguridad sin hacer las multiplicaciones, a quién debe salirle el resultado mayor?

b) Si multiplico un número de tres cifras, por uno de dos cifras ¿cuánto es lo menos que me puede salir?

c) ¿y cuánto es lo más?

IV. ¿Cuál es el número más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos 3, 9, 2 y 6?

i. Sin repetir los dígitos: _____

ii. Repitiendo los dígitos: _____

V. ¿Cuál es el número más próximo a 3485 que se puede formar con los dígitos 3, 9, 2 y 5?

iii. Sin repetir los dígitos: _____

iv. Repitiendo los dígitos: _____

VI. ¿Cuál es el mayor número que se puede formar con los siguientes dígitos: 9, 7, 1, 5

y 2 (sin repetir los dígitos)? _____

VII. En las siguientes operaciones encuentra los números que falten.

$$\begin{array}{r} 85 _ 3 \\ + _ 782 \\ \hline 15 _ 7 _ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 _ 9 \\ \times 8 _ \\ \hline 4 _ 5 \\ 4 _ 3 _ \\ \hline _ 2 _ 6 5 \end{array}$$

VIII. Contesta las siguientes preguntas:

i. Cuántas cajas de cien lápices se pueden formar con las siguientes cantidades.

Ejemplo: 900: 9

1) 7345: _____ 2) 2789: _____ 3) 9457: _____

ii. ¿Con cuál de las tres cantidades anteriores se pueden formar más paquetes de cien lápices? _____

iii. Cuántas cajas de diez refrescos se pueden formar con siguientes cantidades.

Ejemplo: 725: 72

1) 6328: _____ 2) 4933: _____ 3) 2984: _____

iv. ¿Con cuál de las cantidades anteriores se pueden formar más cajas de diez refrescos? _____

IX. Escribe con letra los siguientes números:

Ejemplos: 36: Treinta y seis.

100.00001: cien enteros y un cienmilésimo.

d. 80 004 724: _____

e. 80 506 002: _____

f. 750 400: _____

g. 753.2: _____

h. 85.12: _____

i. 1.007: _____

X. Analiza y contesta lo siguiente:

Ejemplo: Escribe un número de cuatro cifras, con cuatro dígitos diferentes :

1854

5) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, cada uno de los dígitos sea una unidad menor a la anterior: _____

6) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, exista una diferencia de dos entre cada dígito y el siguiente dígito: _____

- 7) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, exista una diferencia de tres entre cada dígito y el siguiente dígito: _____
- 8) Escribe un número de cuatro cifras, tal que, exista una diferencia de cuatro entre un dígito y el siguiente dígito: _____
- 9) Forma un número de tres cifras, tal que, exista una diferencia de cinco entre un dígito y el siguiente con los diez dígitos del sistema decimal: _____
- 10) Construye un número de cuatro cifras, tal que, las cifras sean pares:

- 11) Forma un número de seis cifras, tal que, las unidades de millar sean el doble de las unidades: _____
- 12) Construye un número de cinco cifras, tal que, el dígito de las decenas sea la suma de la cifra anterior: _____

XI. Escribe en el espacio de la derecha lo que la el número que consideres correcto, de acuerdo a lo que se te pide:

i. En cada caso marca el número mayor.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a. .3 ó .06 | b. .01 ó .1 |
| c. .2 ó .03 | d. .21 ó .1 |
| e. .3 ó .23 | f. .9 ó .09 |

ii. En cada caso marca el número menos.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| a. .9 ó .09 | b. .12 ó .2 |
| c. .03 ó .07 | d. .41 ó .4 |
| e. .05 ó .8 | f. .18 ó .2 |

XII. Encuentra un número que sea mayor que la columna **A** y menor que la columna **B**.

	A		B
1.	.3	_____	.4
2.	.67	_____	.7
3.	.21	_____	.31
4.	.01	_____	.6
5.	.41	_____	.8
6.	.06	_____	.9

XIII. ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea de base 10?

XIV. ¿Qué significa que nuestro sistema de numeración sea posicional?

ANEXO

2

Tabla 1. Resultados del os alumnos de primer grado.

Alumno	1.		2.		3.		4.		5.		7.		7.		7.		7.		8.		8.		9.		9.		10.		10.		11.		11.		Total		
	a)	b)	1.c)	1.d)	a)	b)	c)	d)	a)	b)	6	7. 1)	7. 2)	7. 3)	7. p)	7. 4)	7. 5)	7. 6)	7. a)	7. b)	7. c)	7. d)	8. 1)	8. 2)	8. 3)	8. 4)	9. 1)	9. 2)	9. 3)	9. 4)	10. a)	10. b)	10. c)	11. 1)		11. 2)	11. 3)
A1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15		
A2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
A3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
A4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
A5	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
A6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	
A7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
A8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
A9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	
A10	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
A11	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
A12	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
A13	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
A14	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	
A15	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	
A16	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	
A17	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
A18	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	
A19	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	
A20	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
A21	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	
A22	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	
A23	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	
A24	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	
A25	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	
A26	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	
A27	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	
A28	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	
A29	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	
A30	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	
A31	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
Total	27	23	7	8	24	13	0	6	21	4	15	1	4	0	17	7	4	24	9	10	11	19	9	5	9	1	8	3	1	8	3	10	9	8	9	0	1

Tabla 3. Resultados de los alumnos de tercer grado.

Alumno	1. a)	1. b)	1. c)	1. d)	2. a)	2. b)	2. c)	2. d)	3. a)	3. b)	3. c)	3. d)	4. a)	4. b)	5	6	7. 1)	7. 2)	7. 3)	7. 4)	7. 5)	7. 6)	8. a)	8. b)	8. c)	8. d)	9. 1)	9. 2)	9. 3)	9. 4)	10. a)	10. b)	10. c)	11. 1)	11. 2)	11. 3)	12	13	14	Tot al			
C1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	8			
C2	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	18			
C3	1	1																																						6			
C4	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	12				
C5	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0				1				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9		
C6	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	33			
C7	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	17		
C8	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	15	
C9	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	22		
C10	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
C11	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	
C12	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	16	
C13	1	1																																								20	
C14	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21	
C15	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
C16	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0							1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	18
C17	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
C18	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	13
C19	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
C20	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21
C21	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16
C22	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
C23	1	1	1	1																																							17
C24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34	
C25	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23
C26	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20
C27	1	1	0	0																																							8
Total	24	21	12	8	20	16	4	6	25	4	14	2	5	1	2	8	8	8	8	17	12	11	11	16	13	14	18	7	22	4	1	13	14	10	8	5	10	2	3	15			