

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Maestría en Desarrollo Educativo

**LAS CONCEPCIONES DE PROFESORES DE PRIMARIA
SOBRE LA GEOMETRÍA Y LA ENSEÑANZA DE LOS POLÍGONOS**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN DESARROLLO EDUCATIVO**

LÍNEA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

P R E S E N T A

Sara Arteaga Rivera

DIRECTORA DE TESIS: DRA. MARIANA L. SÁIZ ROLDÁN

MÉXICO, D. F. 2007

INDICE

INTRODUCCIÓN

CAPITULO 1

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

1.1 Justificación	1
1.2 Preguntas de investigación	4
1.3 Objetivo de la investigación	4
1.4 Desarrollo de la investigación	4

CAPITULO 2

MARCO TEORICO-METODOLÓGICO

2.1 Una corriente de investigación	10
2.2 Estudios realizados sobre concepciones de los docentes	18
2.3 Resultados de algunas investigaciones sobre las concepciones de docentes referentes a geometría en México	22
2.4 Tipo de investigación	32

CAPITULO 3

GEOMETRÍA, ENSEÑANZA y APRENDIZAJE

3.1 Antecedentes históricos de la geometría	37
3.2 ¿Por qué estudiar geometría?	41
3.3 La geometría	43
3.4 Los polígonos	45
3.5 Una propuesta de enseñanza de la geometría (Modelo de Van Hiele)	46
3.6 Resultados de algunas investigaciones acerca del aprendizaje de la geometría	49
3.7 La geometría en los currícula de primaria en México	54
3.7.1 La geometría en los años 60	56
3.7.2 La geometría en los años 70	59

3.7.3 La geometría en los años 90	63
3.7.3.1 La geometría en el libro de texto de quinto grado de primaria	67
3.7.3.2 La geometría en el libro de texto de sexto grado de primaria	70

CAPITULO 4

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. ¿Qué dicen los profesores?	75
4.1.1 Los contrastes	88
4.2 Inferencias	93
4.2.1 Las concepciones sobre geometría	95
4.2.2 El conocimiento sobre polígonos	99
4.2.3 Las concepciones sobre la enseñanza de la geometría y los polígonos	101
4.2.4 Análisis de los polígonos	104
4.2.5 Las concepciones sobre el aprendizaje de los polígonos	106
4.2.6 Dificultades de aprendizaje	108

REFLEXIONES FINALES	110
----------------------------------	-----

BIBLIOGRAFÍA	114
---------------------------	-----

ANEXOS

INTRODUCCIÓN

En 1993 se llevó a cabo la última reforma educativa que se hizo en México para el nivel primaria. Esta reforma propone un enfoque didáctico diferente al de los planes y programas anteriores, que a su vez, demanda un profesor de primaria con nuevos compromisos y concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje.

En el nuevo papel del profesor que plantea la reforma, se espera que el docente deje atrás las prácticas tradicionales, donde el profesor transmite conocimientos y el alumno las recibe sin cuestionar y, a cambio de ello, espera un maestro que propicie situaciones que permitan al alumno usar sus conocimientos previos para resolver problemas e ir construyendo el conocimiento para un aprendizaje permanente.

En esta nueva visión de la enseñanza y aprendizaje, la asignatura de matemáticas pone como punto de partida para la construcción de los conceptos matemáticos el planteamiento y resolución de problemas.

La reforma propone cosas interesantes y positivas para la niñez mexicana, pero ¿qué generaba en los responsables para el desempeño del papel estelar de esta reforma? Me refiero a los maestros; en ellos la incertidumbre se hizo presente y hoy, después de 13 años de haberse incorporado la reforma a las escuelas, algunos maestros continúan con imprecisiones y dudas en su interpretación, así como el entendimiento del nuevo rol que se les demanda como profesores de este

nivel educativo. Las transformaciones sociales no se dan de la noche a la mañana y, en ese intento por lograrlas, están los maestros.

Como parte de ese grupo de maestros de primaria, e interesada en una mejora de la enseñanza de las matemáticas realicé esta investigación con la finalidad de conocer las concepciones que tienen los maestros sobre la geometría y los polígonos y después entender cómo usan lo que saben al concebir su labor docente. Para dar un panorama general del contenido de esta tesis a continuación se reseñan los capítulos que la integran.

En el capítulo uno se presenta la delimitación del tema. Se exponen los diferentes aspectos que se consideraron para llegar al objeto de estudio que hoy se presenta bajo el título de “Las concepciones de los docentes sobre la geometría y la enseñanza de los polígonos”. Se muestran las preguntas que fueron el eje que dirigió la presente investigación, así como también el objetivo de este trabajo: dar a conocer las concepciones que tienen los profesores de primaria sobre la geometría y en particular los polígonos, su enseñanza y aprendizaje. Este capítulo culmina con un resumen de las diferentes etapas que se desarrollaron durante toda la investigación.

En el capítulo dos se señala la ruta de indagación que se dio en la investigación matemática a partir de los años setenta, donde el pensamiento del profesor se convirtió en el foco de la investigación. Son varios los autores que le apuestan a

esta visión, coinciden en identificar que las concepciones que tengan los profesores condicionarán las maneras de concebir su práctica educativa. La presentación de las aportaciones de algunos autores que concuerdan con este planteamiento de investigación, se realiza desde dos escuelas importantes que existen en el campo de la educación matemática, la anglosajona y la francesa.

La influencia de estas dos escuelas ha repercutido en las investigaciones que se realizan en México, como muestra de ello, se exponen algunas de las investigaciones relacionadas con las concepciones de los maestros sobre el tema de geometría y temas afines. Al final del capítulo se expone por qué esta investigación es de corte cualitativo.

En el capítulo tres se revisan varios aspectos relacionados con la geometría; se inicia con una breve reseña histórica, luego se describen algunas razones que sustentan algunos autores sobre la importancia del estudio de la geometría, se abordan los conceptos de geometría y polígonos. Se ofrece una panorámica del currículum establecido para la enseñanza de la geometría desde la década de los años sesenta hasta el último de 1993.

En el cuarto y último capítulo de esta tesis se reúnen los resultados de la investigación después del análisis de los datos que se obtuvieron a partir de cinco entrevistas a profesores de primaria.

La exposición de los resultados se compone de dos secciones. La primera es de tipo descriptivo con la finalidad de presentar parte de los datos obtenidos del discurso de cada profesor y algunas convergencias o divergencias entre los cinco profesores. En la segunda sección se exponen las concepciones de los maestros entrevistados como resultado del análisis de los datos, a partir de tres categorías: La geometría y los polígonos, La enseñanza de los polígonos y el aprendizaje de los polígonos.

Después de la presentación de los resultados, se expresan las reflexiones finales a las que se llegaron al concluir esta investigación.

CAPITULO 1

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

1.1 Justificación

La investigación en educación matemática ha tenido diversos propósitos a lo largo de su historia. Ésta es considerada como “una interrogación disciplinada acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (Kilpatrick 1992 p.16). Las diferentes interrogantes se han dado como resultado de la preocupación acerca de qué es lo que se debe enseñar de las matemáticas, cómo se lleva a cabo la enseñanza en las escuelas, cómo aprenden los alumnos, por qué los resultados de aprendizaje de los alumnos son poco satisfactorios, cuáles son los conocimientos con que cuenta el profesor, qué influye en el actuar del docente y algunas otras, siempre con el fin de alcanzar una mejora en la enseñanza de las matemáticas.

Para conseguir ese fin, la investigación en educación matemática dio un giro sobre la temática a indagar a partir de los años setenta, ya en los ochenta cobra mayor fuerza este nuevo enfoque de la investigación centrado en las creencias y concepciones de los docentes. Thompson (1992); Nespor (1987 citado por Thompson); Robert y Robinet (1989); Llinares (1990); Ávila (2004), entre otros, son autores que trabajan sobre esta línea de investigación, sus reportes de investigación y aportes se detallan en apartados posteriores.

Para la delimitación del tema fue necesario explorar la literatura sobre las investigaciones dentro del campo de la educación matemática. Posteriormente se hizo la revisión de las diferentes líneas de investigación que se desarrollaron en la década de los noventa en el campo de educación matemática en México editado por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (Ávila, Block y Carvajal 2003), donde se reportan los contenidos matemáticos más trabajados, así como los menos abordados, dentro de los cuales está la geometría; también se hizo la lectura de varios artículos en el primer semestre de la maestría en Desarrollo Educativo, los cuales apoyaron para dirigir esta investigación hacia las creencias que los docentes tienen sobre la geometría.

La revisión de las investigaciones sobre las creencias de los docentes, los textos que hablan sobre las habilidades que genera la geometría en los alumnos y los relacionados a los niveles de razonamiento que produce el desarrollo de las diferentes fases de aprendizaje de la geometría documentados por el modelo de Van Hiele, dieron luz sobre las diferentes aproximaciones que se pueden hacer al abordar el tema de las concepciones de los docentes y en especial sobre el tema de la geometría.

Finalmente, el análisis de los libros de texto vigentes para la educación primaria, permitió definir qué parte de la geometría sería en especial nuestro motivo de indagación, siendo ésta, la enseñanza de los polígonos, por ser las figuras geométricas más trabajadas a lo largo de los seis grados de la educación primaria,

aunque no siempre bajo el título de polígonos. Este concepto se introduce en quinto grado y se trabaja con mayor profundidad en el sexto grado de la educación primaria. En estos dos grados se siguen diferentes niveles de complejidad sobre el análisis de las características de estas figuras. Se pasa por la identificación visual de las diferentes formas, el trazo de las mismas, se ejercita el uso del compás y la regla, y casi al final del libro de sexto grado hay un ejercicio titulado “basta geométrico”, donde se espera que el alumno ponga en práctica los conocimientos adquiridos a lo largo de los seis grados de la educación primaria y, sea capaz de realizar el ejercicio a partir del análisis de las características de las figuras que le presentan.

Por otro lado, para la realización de la presente investigación se consideraron las conclusiones, aportes y sugerencias que proporcionan los reportes de las investigaciones revisadas, tanto las internacionales como las nacionales, motivo de análisis más detallado en apartados especiales dentro de esta investigación.

El propósito al finalizar la presente investigación es dar un panorama sobre las concepciones que tienen los profesores de primaria sobre la geometría, y las relacionadas a los polígonos, su enseñanza y aprendizaje, sin el afán de evaluar lo que saben, sino de mostrar cómo usan lo que saben en el momento de pensar en su práctica. Las preguntas que guían a esta investigación se presentarán a continuación.

1.2 Preguntas de investigación

¿Cómo interpretan los profesores de primaria la geometría?

¿Qué importancia dan los profesores a la enseñanza de la geometría y los polígonos?

¿Cuál es la noción de polígono que se comunica a los alumnos?

1.3 Objetivo de la investigación

- Dar un panorama sobre las diferentes concepciones que tienen los profesores sobre la geometría y en particular de los polígonos, su enseñanza y aprendizaje.

1.4 Desarrollo de la investigación

A partir de lo expuesto en la justificación, el objeto de estudio para la presente investigación se centra en las Concepciones de los profesores sobre la geometría y los polígonos, su enseñanza y aprendizaje.

Ya delimitado el objeto de estudio, el siguiente paso fue indagar cómo se debía realizar esta investigación, para ello se revisaron varios autores, como se reseña en el apartado 2.4, además de varios reportes de investigaciones relacionados con nuestro tema de interés para conocer las metodologías usadas por distintos investigadores.

Lo antes expuesto, desde mi punto de vista personal, es una etapa de la investigación muy importante, porque permite identificar con mayor claridad ¿qué tipo de investigación se va a realizar? ¿cómo se puede llevar a cabo? ¿hasta dónde es posible abarcar?. También, se puede afirmar que en este espacio se eligen las herramientas más apropiadas -desde la óptica de cada investigador- para trabajar y lograr el o los objetivos de la investigación.

Para este trabajo se determinó que la investigación sería de corte cualitativo y que la recolección de datos se haría por medio de entrevistas a profesores de primaria.

En cuanto a la elección de los profesores que podrían ser candidatos a ser entrevistados, éstos debían cumplir con determinadas características. La primera, que en los últimos cinco años, 2000-2005, hubieran trabajado con quinto o sexto grado de primaria, porque el tema de los polígonos se introduce en el quinto grado de primaria y se continúa durante el sexto grado de primaria. La segunda, fue su disponibilidad para ser entrevistados.

El siguiente paso fue identificar a los profesores que podrían ser candidatos para apoyar esta investigación, se platicó con ellos para sensibilizarlos y explicarles en qué consistía su participación. A los docentes que sí aceptaron, se les solicitó un tiempo y espacio para poder ser entrevistados. Por comodidad de los maestros y a solicitud de los directores de las escuelas, las entrevistas se realizaron en sus

propios salones de clase mientras los alumnos estaban en clase de educación física.

Para reconocer a los maestros, que amablemente aceptaron ser entrevistados para esta investigación, se utilizó una clave, y así, conservar el anonimato que se les prometió con el fin de no ser identificados y mucho menos evaluados en un futuro. Se aclaró lo anterior con la finalidad de darles la confianza para que ellos expresaran sin temor alguno sus concepciones sobre lo que se les preguntó. Los cinco profesores laboran en escuelas oficiales localizadas en la delegación de Iztapalapa. Las características de los cinco profesores que participaron en las entrevistas utilizadas para reportar los resultados de esta investigación se presentan en el siguiente cuadro.

Profesor	Años de servicio	Estudios realizados	Grados atendidos 2000- 2005	Turnos que labora	Clave
1	17 años	-Benemérita Escuela Nacional de Maestros -Licenciatura en Administración UAM Iztapalapa -Cursos de carrera magisterial	4°, 5° y 6°	Turno matutino	P1M6M
2	20 años	-Escuela Normal 15 de mayo. -Cursos de educación para la salud en una clínica	5° y 6°	Turno matutino y turno vespertino	P2M6M
3	35 años	-Benemérita Escuela Nacional de Maestros -Escuela Normal Superior (Ciencias Sociales) -Preparatoria de tres años -Cursos de carrera magisterial	3°, 4°, 5° y 6°	Turno matutino (secundaria) Y vespertino (primaria)	P3H6V
4	23 años	-Benemérita Escuela Nacional de Maestros -Licenciatura en educación UPN -Cursos de carrera magisterial	5° y 6°	Turno matutino y turno vespertino	P4M5V
5	22 años	-Benemérita Escuela Nacional de Maestros -Licenciatura en Psicología en ENEP Zaragoza -Cursos de carrera magisterial	1°, 2°, 3°, 5° y 6°	Turno matutino y turno vespertino	P5M5V

El significado de las claves de cada profesor se detallan a continuación:

Profesor uno, mujer de sexto grado de escuela matutina (P1M6M)

Profesor dos, mujer de sexto grado de escuela matutina (P2M6M)

Profesor tres, hombre de sexto grado de escuela vespertina (P3H6V)

Profesor cuatro, mujer de quinto grado de escuela vespertina (P4M5V)

Profesor cinco, mujer de quinto grado de escuela vespertina (P5M5V)

Para la realización de la entrevista, se redactó previamente el guión de ésta, donde se consideró lo revisado en los reportes de las investigaciones, las conferencias sobre la construcción del objeto de investigación que se llevaron a cabo en la Universidad Pedagógica Nacional y la bibliografía sobre geometría, entre otros. Para la elaboración del guión definitivo se siguieron varias etapas. En un primer momento, se escribieron preguntas que contestaran lo que se pretendía encontrar por medio de esta investigación.

Se realizó el primer pilotaje de la entrevista, ésta tenía 10 preguntas y se aplicó a tres profesores. Se hizo la transcripción de las entrevistas, después se analizaron las respuestas para ver qué tipo de preguntas se les habían dificultado, cuáles habían motivado a los profesores para contestar de manera amplia, qué preguntas generaban respuestas confusas, y las preguntas que promovían respuestas cortas.

Después del análisis de las respuestas del primer pilotaje, de la revisión de la literatura sobre más reportes de investigación, de las presentaciones de avances de esta investigación en los coloquios realizados al final de cada semestre y de los comentarios recibidos por los docentes de la Línea de Educación Matemática, así como, de la Dra. Claudia Acuña y el Dr. Salvador Llinares, se reformuló el guión de entrevista para su segunda aplicación. La revisión continua de la literatura sobre el tema de las concepciones de los profesores en el campo de las matemáticas, los reportes de investigación sobre el aprendizaje de la geometría, los autores revisados en las clases de teoría y práctica del quehacer docente, la experiencia del primer pilotaje de la entrevista y los comentarios recibidos en los coloquios, permitieron considerar que, para la aplicación de la entrevista definitiva, era necesario afinar un poco más las preguntas y hacer otro pilotaje para tratar de encontrar respuestas más enfocadas al logro del objetivo de la investigación.

Posteriormente se realizó el segundo pilotaje de la entrevista a dos profesores, el segundo guión tenía 13 preguntas. Se transcribieron las entrevistas y se analizaron las respuestas. En este segundo pilotaje se identificó que algunas preguntas que se encontraban al final de la entrevista requerían de mayor tiempo para ser contestadas y por contar con sólo una hora los profesores al final daban respuestas cortas. Por este motivo se cambió el orden de las preguntas, se agregaron otras preguntas y otras sólo se modificaron, al igual que la presentación de las imágenes que sirven de apoyo para dar respuesta a lo que se les preguntó

a los profesores. En el anexo 4 se puede ver la versión final del guión que se utilizó en las entrevistas para esta investigación.

Las entrevistas definitivas se aplicaron a cinco profesores más, diferentes a los entrevistados en los dos pilotajes realizados con anterioridad. Las respuestas de estas cinco entrevistas se transcribieron y se analizaron siguiendo parte de la metodología propuesta por Llinares, (1992). Para analizar los datos obtenidos se utilizaron tres categorías principales: Las concepciones sobre la geometría y los polígonos, la enseñanza de los polígonos y el aprendizaje de los polígonos, cada una de ellas con subcategorías que emergieron del análisis de las entrevistas.

Una vez realizado el análisis de los datos se redactaron los resultados de la investigación, la presentación de éstos se encuentra en el capítulo cuatro. Finalmente se expresan las reflexiones finales.

CAPITULO 2

MARCO TEORICO-METODOLÓGICO

2.1 Una corriente de la investigación

Las interrogantes de la investigación educativa en sus inicios estaban centradas en juzgar la eficacia del docente Gare (1963 citado en Wittrock, 1997a); años más tarde, la preocupación por mejorar la educación, permitió mirar a través de otro cristal la complejidad de la vida escolar. El giro que dio la investigación centrado en los docentes, fue en un periodo de reajuste identificado por Pérez Gómez (1987) como de reconceptualización tanto de la investigación, como de la función que desempeña el docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Al respecto Flanders (1977) señala que en estos modelos de investigación el docente dejaba de ser mirado como un técnico que se concreta a la aplicación de recetas con el fin de obtener resultados, para pasar a ser considerado un facilitador del aprendizaje capaz de tomar decisiones, y por tanto, un sujeto de estudio.

La nueva concepción sobre la función que desempeña el docente permitió visualizarlo como un profesional de la educación reflexivo, mediador y que toma decisiones.

Las interacciones que se dan en el salón de clase entre docentes, alumnos y el contenido para trabajar, ha tomado diferentes formas a través de los años, las cuales han sido influenciadas por el surgimiento de las diferentes teorías de

enseñanza y aprendizaje, así como por las interpretaciones que los docentes hacen de ellas.

El interés por tratar de conocer y entender no solamente lo que influye sino lo que está detrás del actuar de los docentes, generó una nueva corriente de investigación centrada en “el pensamiento de los profesores”.

Una contribución importante a esta nueva corriente de investigación, la hizo Philip Jackson (1968) con su obra “La vida en las aulas”; donde trató de comprender y describir los procesos mentales que condicionan la conducta de los docentes. Después otros investigadores se dieron a la tarea de realizar varios estudios sobre este tema, los cuales han tenido diferentes matices desde el siglo pasado, bajo el supuesto de que “Los procesos del pensamiento de los maestros influyen sustancialmente en su conducta e incluso la determinan” (Clark y Peterson, 1990, p. 443).

Algunos autores coinciden en identificar el pensamiento de los profesores como el factor determinante en su actuación preactiva e interactiva, así como en la definición y desarrollo de la estructura de las actividades que rigen en la vida del aula (Pérez Gómez, 1987).

Una vez considerado el pensamiento del profesor como un elemento importante a investigar, las primeras investigaciones se realizaron con una concepción

cognitivista, para tratar de comprender lo que los profesores pensaban durante la planeación y ejecución de las tareas escolares (Imbernón, 1997), para identificar los elementos cognitivos que influían en los resultados de aprendizaje.

Al no encontrar una relación clara entre el conocimiento que tenía un profesor y los resultados de aprendizaje de sus alumnos, fue necesario tratar de considerar y comprender otras variables que influían en su práctica docente, como las creencias y concepciones que los profesores tenían sobre la naturaleza de un tema en específico, de su enseñanza y los procesos de aprendizaje de los alumnos.

La investigación en educación matemática estuvo en sincronía con lo que ocurría en la investigación educativa en general y no fue ajena a los diferentes giros que ocurrieron respecto a su enfoque. La investigación en educación matemática, también, centró su atención hacia los profesores a partir de la década de los setenta, con la intención de alcanzar una mejora en la enseñanza de las matemáticas.

En el campo de la investigación matemática hay dos escuelas importantes que orientan los enfoques de las investigaciones de muchos países, entre ellos, México; ambas se vieron influenciadas por la psicología social para dirigir su interés sobre el profesor. Cada una de ellas tiene aportes valiosos dentro de este campo, a continuación se señalan algunas contribuciones que han realizado.

La escuela anglosajona

La escuela anglosajona identifica a Jackson (1968) como uno de los primeros en escribir sobre las variables que condicionan la conducta de los docentes. En los años setenta se realizan algunas investigaciones sobre las creencias de los profesores, pero en los ochenta cobra mayor importancia este aspecto de la investigación centrada en las creencias y concepciones de los docentes (Thompson, 1992) bajo el supuesto de que “para entender la enseñanza desde la perspectiva de un maestro tenemos que entender las creencias con las que ellos definen su trabajo” (Nespor, 1987, p. 323 citado por Thompson).

En esta misma línea, Llinares y Sánchez (1990) identifican las creencias y concepciones del profesor como variables que determinan parte de sus decisiones al realizar su práctica educativa, ya que el docente es quien establece las aproximaciones al conocimiento por medio de las diferentes interacciones que propicia entre el alumno, el contenido matemático y él mismo, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje que se lleva cabo en la escuela.

Desde esta perspectiva, varios autores de la escuela anglosajona definen los términos de creencia y concepción.

Thompson (citado en Furinghetti y Pehkonen, 2002) utiliza el término de concepción y lo define como: “las creencias conscientes o subconscientes, los

conceptos, los significados, las reglas, las imágenes mentales y preferencias sobre la disciplina de las matemáticas” (p.47)

Schoenfeld (citado en Furinghetti y Pehkonen, 2002) interpreta la creencia como: “los entendimientos y sentimientos de un individuo que dan forma a las maneras en que el individuo conceptualiza y se involucra dentro del comportamiento matemático” (p.47)

Lloyd y Wilson (citado en Furinghetti y Pehkonen, 2002) “usan la palabra concepción para referirse a las estructuras mentales generales de una persona que abarcan conocimiento, creencias, entendimientos, preferencias y puntos de vista” (p. 47)

Pekkonen (citado en Furinghetti y Pehkonen, 2002) “entiende creencia como un conocimiento subjetivo de una persona (el cual incluye sus sentimientos) de cierto objeto” (p.47)

La escuela anglosajona, reconoce algunos autores que han trabajado sobre la temática de las creencias y concepciones de los profesores, sin embargo, continúan las discusiones para llegar a una definición de lo que pueda ser creencia, o concepción.

La idea generalizada que sí comparten los distintos autores revisados, es en primer término reconocer la importancia y el significado que los maestros le dan a las matemáticas para entender cómo son concebidas y, por lo tanto, cómo determinan la dirección que siguen las prácticas escolares con el propósito de que se lleve a cabo el aprendizaje.

La escuela francesa

En la literatura revisada de la escuela francesa sobre los estudios enfocados a la comprensión del pensamiento de los profesores, se identifica a Robert y Robinet (1989) y Peltier (1999). Estas investigadoras usan el término de “representaciones” tomado de la psicología social, y se apoyan en J. C. Abric seguidor de Moscovici (Peltier, 1999).

Robert y Robinet parten de la siguiente referencia:

La representación es por lo tanto un reflejo no del objeto en sí mismo sino de relaciones complejas, reales e imaginarias, objetivas y simbólicas, que el sujeto mantiene con ese objeto. Esas relaciones hacen de la representación un sistema simbólico organizado y estructurado en el cual el funcionamiento esencial es la aprehensión y el control del mundo por el sujeto, permitiéndole comprenderlo e interpretarlo. Por eso, la representación permite la adaptación del sujeto y será un elemento esencial para guiar sus comportamientos (Abric, 1987 citado por Robert y Robinet, 1989).

Las autoras consideran el término de representación como el producto de una actividad mental por la cual un individuo o un grupo de individuos reconstruyen la

realidad a la que es confrontado y le atribuye una significación específica (Moscovici, citado por Abric en Robert y Robinet, 1989). Con el uso del término “representaciones” engloban los factores que influyen en el docente y llegan a la consideración que en el actuar de todo enseñante están presentes, de manera explícita o tácita, las representaciones que tienen sobre la enseñanza.

Peltier (1999) se apoya en la definición de Abric (1987, citado por Peltier, 1999) quien dice que, “La representación es un sistema coherente y jerarquizado, organizado alrededor del núcleo de imágenes, la representación es una visión del mundo. Pero es una visión funcional y normativa que permite al individuo dar sentido a sus conductas, comprender la realidad a través de su propio sistema de referencia, y desarrollar una actividad de asimilación y de apropiación de la realidad”.

Las autoras antes mencionadas coinciden en señalar la importancia de identificar el significado que los maestros tienen de las matemáticas, por ser uno de los elementos que influyen en su visión de cómo debe ser llevado a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Al tratar de identificar las variables que influyen en las creencias, concepciones o representaciones, ambas escuelas destacan que para comprender lo que gira en torno al actuar de los docentes, es necesario indagar primero qué se entiende por

matemáticas o de qué se tratan las matemáticas (Hersh, 1986 p. 13, citado por Thompson, 1992).

En las dos escuelas –anglosajona y francesa- hay investigaciones centradas en observar cómo se modifican las representaciones, creencias o concepciones a partir de una instrucción determinada, ya sea en la formación inicial o durante la formación permanente del profesor.

Toda la información procedente de la literatura revisada, permitió elegir una de las caracterizaciones sobre concepción. La realizada por Thompson (1992) es la que sirve de apoyo a esta investigación.

De acuerdo con la caracterización de Thompson (1992) fue posible acercarse a la diversidad de estructuras mentales que tienen los docentes sobre la naturaleza de la geometría y en particular de los polígonos, su enseñanza y aprendizaje bajo el término de concepción.

En el contexto de querer identificar las concepciones de los profesores de primaria, para esta investigación, las concepciones por identificar estarán enfocadas a todas las creencias conscientes o subconscientes, los conceptos, los significados, las reglas, las imágenes mentales y preferencias de los docentes sobre el tema de investigación.

Una vez definido el objeto de estudio para esta investigación, la siguiente pregunta que surge es cómo se puede hacer una aproximación a esas concepciones. Para dar respuesta a este nuevo cuestionamiento es necesario revisar con mayor profundidad cómo se han realizado las investigaciones sobre concepciones, creencias o representaciones de los profesores en el ámbito de la educación matemática, lo cual será motivo de análisis en las próximas secciones.

2.2 Estudios realizados sobre concepciones de los docentes.

Siempre con la preocupación última de alcanzar una mejora en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se llevan a cabo en las aulas de los diferentes niveles educativos, se encuentran las investigaciones enfocadas al profesor, por ser éste considerado un elemento importante que condiciona lo que sucede en la práctica educativa. La diversidad de acercamientos que intentan comprender por qué el docente actúa de una manera determinada, ha generado resultados de investigación de diversa índole.

Los informes que realizaron Thompson (1992) y Llinares y Sánchez (1990) fueron el resultado de la recopilación y análisis de las diferentes aproximaciones que algunos autores han realizado, enfocadas al quehacer docente. La gran variedad de preguntas de indagación planteadas en cada proyecto, ha generado distintos resultados los cuales fueron clasificados a partir de los referentes de cada autor.

Ambos reportes pretenden dar un panorama amplio a partir de distintos puntos de vista sustentados por un gran número de investigaciones, en su mayoría enfocadas a los elementos que pueden influir en las conductas que presentan los profesores durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, que se lleva a cabo en los espacios educativos.

Para la clasificación de las investigaciones, Thompson (1992) se centra en el significado de las matemáticas, en los modelos mentales de enseñar y aprender y el cambio de concepciones generados por la reflexión. Muestra datos como: las poblaciones estudiadas, algunas categorías usadas, señala algunas conclusiones y posibles líneas de indagación.

Thompson (1992) reconoce la importancia que tiene que los profesores posean un conocimiento amplio sobre las matemáticas; pero al mismo tiempo, enfatiza que éste no es garantía de que los docentes puedan realizar una práctica exitosa.

Llinares y Sánchez (1990) por su parte, también intentan dar una perspectiva global; recuperan las investigaciones con distintas aproximaciones para describir los elementos que forman el conocimiento profesional del docente, al seguir el objetivo de analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje sobre las matemáticas, a partir del conocimiento del profesor, por ser éste un elemento importante que determina la actuación del docente en la práctica educativa.

El reporte de investigación realizado por Robert y Robinet (1989) también, es el resultado de una serie de indagaciones realizadas por las autoras con docentes de secundaria, donde tratan de comprender las interpretaciones que los maestros hacían de las sugerencias didácticas sobre lo que debe ser realizado en las aulas a partir de sus convicciones. Identifican una diferencia de niveles de entendimiento entre los emisores (productores de las sugerencias) y los receptores (docentes), sobre el significado de entender matemáticas, y destacan que hay malentendidos, como producto de los diferentes niveles de comprensión sobre las secuencias sugeridas.

Robert y Robinet (1989) concluyeron que, en las conductas de todos los docentes de sus investigaciones estaban presentes de manera explícita o tácita las concepciones que ellos tenían sobre la enseñanza de las matemáticas, al referirse a qué y cómo deben ser enseñadas.

Lo característico de estas investigaciones es la recopilación y análisis de las diferentes aproximaciones que diversos autores han realizado, enfocadas a identificar las variables que subyacen en la práctica educativa.

Este tipo de reportes pretende dar un panorama amplio, a partir de distintos puntos de vista sustentados por un gran número de investigaciones, a cuales en su mayoría, están enfocadas a los elementos que pueden influir en las conductas

que presentan los profesores durante el proceso de enseñanza y aprendizaje que se lleva a cabo en los espacios educativos.

Los autores Thompson, (1992); Llinares y Sánchez (1990); Robert y Robinet, (1989) coinciden en la idea de identificar primero, qué se entiende por matemáticas; para luego comprender lo que gira en torno al actuar de los docentes; la concepción que tengan de éstas se verá reflejada en las maneras de comprender e interpretar qué contenidos se deben enseñar y cómo se deben enseñar. Por otro lado, también, es importante considerar el contexto, el tiempo, las teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje, la experiencia, las limitaciones y sus conocimientos, entre otros.

Muchas de las investigaciones realizadas en torno a las concepciones, creencias o representaciones de los docentes se han centrado en el cambio de éstas a partir de cursos desde la formación inicial de los profesores o durante su formación permanente.

El reporte de investigación que Peltier (1999) realiza sobre las representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre la matemática y su enseñanza, está centrado en el análisis de la evolución que sufren las representaciones de maestros en formación durante su estancia en un Instituto Universitario de Formación para Maestros (IUFM) e identifica la incidencia que la formación

recibida tiene en las representaciones sobre las matemáticas, su enseñanza y el aprendizaje de éstas.

Los resultados encontrados fueron interesantes ya que identificó poca evolución de la imagen de las matemáticas; sin embargo, la formación sí motivó a muchos estudiantes a modificar su relación afectiva con las matemáticas al encontrar en ellas cierto gusto y satisfacción por ver desde otro ángulo lo que es la actividad matemática al mismo tiempo, también, hubo cambios sobre cómo deben ser enseñadas las matemáticas.

La influencia de las investigaciones reportadas, tanto de la escuela francesa como de la anglosajona, se puede observar al identificar los propósitos que siguen las investigaciones realizadas en México. Éstas se exponen a continuación.

2.3 Resultados de algunas investigaciones sobre las concepciones de docentes referentes a geometría en México.

Las investigaciones que se reseñan a continuación, a diferencia de las realizadas por Thompson, (1992); Llinares y Sánchez (1990); y Robert y Robinet, (1989), muestran resultados de una sola investigación realizada en un contexto específico.

Entre las investigaciones más recientes en México, sobre las concepciones de los docentes sobre la geometría y temas ligados a ella, como la medición, podemos

citar las realizadas por las autoras: Ávalos, (1997); Moreno, (1998); Sáiz, (2002) y Hernández, 2002.

Los reportes de Ávalos (1997) y Moreno (1998) emergieron de un proyecto de investigación para la evaluación de una propuesta de actualización en matemáticas para profesores en servicio, por medio de un taller para maestros, el cual se desarrolló con la participación de 23 maestros en 50 sesiones de cuatro horas, en donde se experimentaron secuencias didácticas que forman parte del material “La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria” (SEP en Moreno, 1998). Este material fue elaborado por el equipo de psicomatemática del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE), quien se ha interesado por conocer los procesos que se dan en las aulas del nivel básico, enfocados a la enseñanza de las matemáticas, para la elaboración y experimentación de secuencias didácticas con el fin de hacer propuestas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje significativo (Ávalos, 1997). El material antes mencionado se encuentra aún vigente como parte de los cursos nacionales de actualización para maestros de educación básica.

Fueron varios los propósitos que giraron alrededor de la realización del taller, dentro de los que podemos citar: generar una reconceptualización de contenidos matemáticos, así como la revisión y análisis de los diversos materiales que ofrece la SEP para el profesor (Plan y programa 1993, libro del alumno, libro del maestro, avance programático y fichero). El taller fue planeado de manera que los

docentes vivieran de manera práctica las recomendaciones didácticas propuestas en la reforma educativa de 1993, con la finalidad de que ellos, a su vez, la reprodujeran en su práctica docente.

El curso-taller se realizó en una Normal del Estado de México, el cual fue titulado: Diplomado en Enseñanza de las matemáticas. Éste se llevó a cabo bajo la coordinación de un conductor, de enero a noviembre de 1995. Durante el trayecto del curso se llevaron a cabo registros de observación, donde se asentó la duración de las sesiones, las actitudes, respuestas, argumentaciones, producciones de los participantes y la conducción del coordinador del curso. También se videograbó, se escribieron notas por un observador auxiliar y se utilizaron cintas magnetofónicas (Ávalos, 1997).

Al término del curso, tanto Ávalos como Moreno realizaron sus respectivos reportes cada uno con un enfoque diferente. Ávalos (1997) se centró en el análisis de las transformaciones que sufrieron las concepciones de los maestros sobre las figuras geométricas y cuerpos geométricos al momento del estudio de sus características y de la resolución de problemas geométricos.

Para reportar su tema de investigación, primero analizó los materiales del taller de actualización para tener un acercamiento a los propósitos que los autores tuvieron en el momento de realizarlos; después se observaron las seis sesiones del curso que correspondían a contenidos geométricos, las observaciones se apoyaron con

audio y video, así como de las notas del observador auxiliar que estaba centrado en un equipo. Se hizo la recopilación de las producciones de los maestros y se analizaron tanto los protocolos de observación como los materiales recopilados, (Ávalos, 1997).

Entre las conclusiones se destacó que los maestros no tenían el mismo nivel de conocimientos sobre algunos contenidos geométricos. También, se identificó que los maestros tenían la costumbre de atribuir una medida a las figuras al hablar de las características y relaciones de éstas. Por otro lado se identificaron muchos aspectos positivos del curso como fueron la importancia de la intervención del conductor, el interés mostrado de los participantes por el deseo de actualizarse y la importancia que tiene el trabajo en grupo al interactuar con los demás en el momento de la confrontación de resultados, dando lugar a la reconstrucción de los contenidos trabajados.

Las líneas de investigación que sugiere Ávalos (1997) están vinculadas a "...las concepciones de los maestros sobre la manera como aprenden los niños en función de la manera como ellos mismos aprenden..." y "...las concepciones de los maestros sobre el sistema didáctico y la relación educativa..." (p. 150)

Por otro lado Moreno (1998) centra su investigación sobre las concepciones de los maestros hacia las matemáticas y en específico a la medición. Aunque, la medición corresponde a un eje temático distinto a la geometría, se considera

oportuno mencionarla por tener un apartado donde señala algunas consideraciones geométricas en las actividades de medición y, también, porque el tema de la medición está muy ligado a la geometría.

Esta investigación fue realizada en varias fases, primero se hizo el análisis de los materiales que comprenden la propuesta de actualización, y en particular la unidad sobre medición, luego se realizó la observación de las seis sesiones que corresponden a medición para la realización de los protocolos de observación. Después, se hizo el análisis de los protocolos y de los materiales recopilados para el reconocimiento de algunas concepciones de los maestros sobre los temas de interés. Se analizaron los registros de observación apoyados, también, por las notas del observador. A esto, siguió la construcción de varias categorías de análisis como son: las interacciones verbales y no verbales, las interpretaciones de instrucciones escritas y verbales, las apreciaciones de las interacciones. Igualmente, se consideran las ilustraciones y textos, los comentarios colectivos sobre soluciones alcanzadas y las formas de argumentación, (Moreno, 1998).

Después de los análisis Moreno (1998) concluye que los maestros asocian las matemáticas únicamente con la ejercitación aritmética y evalúan a sus alumnos de acuerdo sólo con las respuestas que ellos dan a los ejercicios y problemas que les plantean, sin importarles los procesos utilizados para la obtención de los resultados. Las ideas de los maestros sobre medición se centran en los cálculos numéricos para obtener resultados exactos y la geometría es el medio para la

práctica de dichos cálculos, los cuales permiten realizar una variedad de operaciones, apoyadas por las fórmulas en el momento de obtener principalmente perímetros y área, también los maestros manifiestan la difícil cuantificación del volumen.

Por otro lado se reconoció la persistencia de los maestros a lo largo del curso-taller y se valoró la importancia de la intervención de un coordinador con experiencia durante el desarrollo del taller. Esto permitió la reconceptualización de algunos contenidos matemáticos, para dar lugar a nuevas maneras de organizar las futuras prácticas escolares de los maestros participantes, después de haber experimentado situaciones de aprendizaje diferentes a las tradicionales. (Moreno, 1998)

Moreno (1998) marcó una posible línea de investigación en torno a los conocimientos de los maestros sobre la geometría, ya que para éstos las características de las figuras son irrelevantes, enfatizan en los resultados aritméticos sobre cálculo de perímetro y área.

La investigación realizada por Hernández (2002) presenta los resultados encontrados después de realizar encuestas, entrevistas y observaciones a dos profesoras y un profesor de sexto grado de primaria, con la idea de conocer cómo entendieron la propuesta educativa que se plantea en el plan y programas de 1993 sobre la enseñanza del volumen y cómo es llevada a cabo en las aulas.

Hernández (2002) realiza una confrontación entre lo que manifiestan saber los profesores sobre el tema de volumen, sus estrategias de resolución de problemas, organización de secuencias didácticas, conocimiento del enfoque vigente y la realidad de su práctica educativa, es decir, qué hace el docente en el salón de clases al dar sus clases sobre el tema del volumen, qué estrategias utiliza, el orden de éstas, el manejo del libro de texto y su forma de evaluar el tema.

El análisis de los datos permitieron reconocer las debilidades y fortalezas que tienen los maestros observados y que pueden ser una muestra de lo que otros maestros de este nivel educativo pueden presentar. Al mencionar las conclusiones finales éstas se agrupan en los apartados: conocimiento del tema, conocimiento del enfoque vigente y la relación entre el discurso y la práctica de cada profesor.

En las conclusiones esta autora destaca que los profesores no dominan el tema del volumen: tienen dificultad en el manejo de los conceptos de volumen y capacidad, no manejan adecuadamente el lenguaje formal que debiera ser utilizado en el momento de trabajar el tema del volumen ocasionando confusión en el alumno. Además a los profesores se les dificulta utilizar métodos diferentes a los tradicionales para el cálculo del volumen. Por otro lado, los profesores reconocen la importancia de que los alumnos tengan como conocimientos previos el perímetro y el área de las figuras para poder comprender el volumen.

El conocimiento del enfoque vigente por parte de los profesores es escaso, identifican la importancia del planteamiento y resolución de problemas, pero casi no son llevadas a cabo en sus prácticas cotidianas con el fin de generar conocimiento. Cuando los problemas son planteados lo hacen al finalizar la clase, para ejercitar la aplicación de fórmulas en el cálculo de volumen; estas formas de trabajar en el aula son el resultado de la falta de un conocimiento más profundo del enfoque vigente. También se pudo observar que no hay conocimiento de las sugerencias didácticas propuestas en el libro del maestro y el fichero.

Esta investigación muestra la importancia de tener un conocimiento más profundo de la propuesta vigente para el trabajo con las matemáticas por parte de los docentes, por ejemplo, lo que propone el plan y programas de 1993, las sugerencias didácticas de los libros del maestro y los ficheros. Porque, es el docente quien aplica la propuesta en los salones de clases a partir de lo que él sabe o supone debe realizar.

Es evidente que en la medida de que los docentes tengan claro tanto los conocimientos del tema como los enfoques y propuestas de enseñanza los profesores podrán llevar a la práctica experiencias diferentes de aprendizaje a sus salones de clase.

En la tesis doctoral de Sáiz (2002) son dos las líneas que rigen la investigación, por un lado está el conocer los significados que tienen los profesores con respecto

al término volumen y por el otro identificar las ideas que tienen los docentes sobre los contenidos curriculares que ellos consideran importantes y las estrategias que utilizan para enseñar el concepto de volumen.

Para la recopilación de datos en esta investigación se realizaron tres cuestionarios y un taller dirigido a maestros de primaria impartido en dos turnos: matutino y vespertino. Los resultados fueron organizados a partir de tres categorías principales: Competencia formal, Modelos de enseñanza y Aspectos cognitivos.

Como resultado del análisis de los datos se identificaron las ideas que tienen los profesores sobre volumen, en donde está ligado principalmente a medición de cuerpos geométricos escolares, es decir, sólidos que sean fáciles de medir sus tres dimensiones. Para el cálculo del volumen usan la fórmula o el conteo de cubos. Se encontraron algunas concepciones erróneas sobre los términos de volumen y capacidad, también se identificó que el significado que los profesores tienen sobre volumen, está determinado principalmente por su experiencia como alumnos de primaria que de la formación como docentes.

Los profesores reconocen la importancia del trabajo de tipo cualitativo cuando se trabaja el volumen pero dicen sentirse más seguros cuando lo realizan cuantitativamente.

Los aportes de esta investigación son muy valiosos porque ha profundizado en el campo semántico de volumen, ha mostrado las dificultades de enseñanza y aprendizaje que giran en torno al volumen y da la pauta para un gran número de posibilidades o líneas para futuras investigaciones como son: la realización de este tipo de investigaciones en otros niveles de educación, investigar sobre la dificultades de aprendizaje en niños y adolescentes, identificar las concepciones que tienen los docentes y los niños sobre las características geométricas y físicas de los objetos y realizar estudios comparativos entre diferentes estados de las República (Sáiz, 2002).

Las investigaciones citadas en este apartado corroboran la importancia que tiene conocer el pensamiento, las ideas, creencias, o concepciones de los profesores porque son éstas las que influyen de manera importante en la toma de decisiones que hacen los maestros, tanto para la elección de los temas a trabajar, como los modelos de enseñanza que siguen en sus prácticas educativas dentro de sus salones de clases.

Por otro lado, las investigaciones revisadas apoyaron para tener un panorama sobre las metodologías usadas al indagar las concepciones de los maestros, y también, para la elección de los medios más idóneos para obtener los datos en esta investigación.

2.4 Tipo de investigación.

El interés por investigar las concepciones de los maestros, dirigió las acciones pertinentes por encontrar los caminos más adecuados para lograrlo, y así, comprender un fenómeno dentro del campo educativo. La literatura sobre los métodos de investigación en educación marcan la pertinencia del uso del tipo cualitativo, porque la investigación de corte cualitativo “tiene una relevancia específica para el estudio de las relaciones sociales” (Flick, 2002, p.1).

Al hablar de la investigación cualitativa Pérez (1998) señala cómo se investiga, qué se investiga y para qué se investiga, así como las técnicas a utilizar para dar respuesta a las preguntas que dirigen una investigación en particular.

Considerar lo anterior, permite mencionar algunas características que tienen los métodos utilizados dentro de la investigación cualitativa. Se puede partir al puntualizar que en los acercamientos que se realizan bajo este tipo de investigación subyace la subjetividad. Ya que el investigador está influenciado por un determinado tipo de formación y experiencia personal, entre otras. Estos acercamientos se realizan para recabar información a partir de dos tipos de datos: verbales o visuales. (Flick, 2002), con el fin de tratar de entender las interacciones que se dan en un determinado grupo social.

Dentro de los datos verbales están los diferentes tipos de entrevistas individuales, entrevistas grupales y discusiones de grupo, entre otros. En los datos visuales

está la variedad de métodos de observación que hay según el grado de participación del observador, entre ellos se pueden citar, la observación externa o no participante que se caracteriza porque el observador no pertenece al grupo que estudia, la cual puede ser directa o indirecta. La observación interna o participante, es catalogada así, cuando el observador se integra a la vida del grupo que estudia (Pérez, 1998).

Otra de las características que tienen los métodos cualitativos, es el permitir al investigador un acercamiento con los objetos de estudio, ya sea de tipo comunicativo o simplemente compartir un espacio en común; situación que no acontece en la investigación cuantitativa. Este tipo de acercamiento permite la reconstrucción de lo observado, para luego, tratar de reportar el significado de las interacciones que se dan en un grupo determinado de personas, donde se pretende dar cuenta del por qué de esas formas de actuar, se trata de reconstruir la realidad. Aquí el investigador intentará ponerse en el lugar de los individuos observados.

Una característica más de la investigación cualitativa, es que puede ser utilizada para analizar casos específicos dentro de un espacio y tiempo determinado, por medio del estudio de caso, se exploran las características y circunstancias que influyen en un caso en particular, para luego intentar ilustrar lo general (Ernest, 1992). Otro autor dice al respecto “ver al mundo en un grano de arena” (Blake, citado por Ernest,1992). Por lo antes expuesto se puede decir que este tipo de

paradigma es muy flexible. Se puede adaptar a la gran variedad de intereses que tenga un investigador en el momento de intentar reconstruir la realidad social.

Una consideración que se debe tener muy presente es lo que Flick (2002) señala que se debe hacer, en el momento de iniciar una investigación de tipo cualitativo. Al referirse al recorrido que debe hacer un investigador, de la teoría al texto y del texto a la teoría. Ya que es necesario partir de la teoría, para tener un panorama de la realidad social que se pretende estudiar, hacer una inmersión en la literatura que le permita comprender de una manera más amplia, qué hay de lo que se quiere estudiar, cómo lo han hecho y bajo qué marcos teóricos y conceptuales están sustentados y luego determinar los métodos que se puedan utilizar para dar respuesta a lo que se quiere indagar.

Una vez recolectados los datos visuales o verbales, será necesario reportarlos, y esto se hace posible al transformarlos en textos, mismos que servirán de apoyo para la interpretación y análisis, para finalmente presentar los resultados obtenidos en un nivel interpretativo.

Pirie (1998) al hablar sobre la investigación cualitativa, también destaca al igual que Flick (2002) la importancia de partir de la teoría, al referirse que es importante dar una mirada general y profunda a un tema que se vaya a investigar, para identificar datos y características esenciales a considerar en el momento de la

elaboración de un proyecto de investigación, para luego, poder elegir una mejor o más apropiada metodología para la indagación a realizar.

La investigación de tipo cualitativo es considerada por algunos autores, apropiada para ser utilizada dentro del campo de la investigación educativa, al respecto

Erickson dice que:

El investigador procura comprender los modos en los que docentes y estudiantes, en sus acciones conjuntas, constituyen ambientes unos para otros. El investigador de campo centra su atención en esto cuando observa un aula y hace anotaciones que registran la organización social y cultural de los hechos observados, en el supuesto de que la organización del significado-en-acción es a la vez el ambiente de aprendizaje y contenido a aprender (Erickson, 1986, p. 217)

Al introducirse dentro del campo de la investigación en educación matemática, se encontró que ésta es considerada como “una interrogación disciplinada acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (Kilpatrick, 1992, p.16). Por otro lado, si la investigación es con el fin de mejorar la enseñanza de las matemáticas, entonces sí tendrá sentido examinar las actividades normales que se desarrollan dentro del espacio dedicado a la enseñanza de las matemáticas (Bishop, 1992). Este autor también enumera los componentes que deberá tener una investigación dentro de este campo si se quiere que sea calificada como tal. Los tres componentes que él propone son:

- Las preguntas que indiquen la razón por la cual se realizará la investigación, destacando la intención de la indagación.
- La evidencia, al referirse a qué realidad es lo que se va a estudiar y en dónde.
- La teoría, considerar a ésta como el producto o meta esencial de la actividad de investigación.

El interés de esta tesis fue conocer y analizar las concepciones de los docentes en torno a la geometría y en particular los polígonos, su enseñanza y aprendizaje. Para ello fue necesario indagar sobre las estrategias más adecuadas para poder lograrlo y retomar las consideraciones que marcan los autores antes expuestos.

Se pudo encontrar que la mayor parte la investigación acerca de las creencias y concepciones de los maestros es interpretativa, emplea métodos cualitativos de análisis y utilizan diferentes técnicas de recopilación de datos (Thompson, 1992).

Las características antes mencionadas de la investigación cualitativa apoyaron en la determinación de utilizarla para este proyecto de investigación.

CAPITULO 3

GEOMETRÍA, ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

3.1 Antecedentes históricos de la geometría.

Las matemáticas surgieron cuando los hombres, apoyados de su inteligencia, intentaron resolver problemas del medio que los rodeaba para satisfacer sus necesidades, años más tarde algunas personas, también, hicieron matemáticas por placer intelectual. Las distintas maneras de resolver sus necesidades o inquietudes en los diversos lugares y épocas donde los hombres se han desarrollado han dado lugar a significativos avances dentro de las matemáticas.

En cuanto a las ideas de número y forma, éstas se remontan hasta el hombre de la Edad de Piedra (Struik, 2002), quizá de manera muy sencilla, en sus medios de contabilizar objetos, animales u otras pertenencias y en las diversas expresiones creativas que realizaron aquellos hombres.

Con el correr de los años, el crecimiento de las poblaciones y sus formas de organización social y económica (Pastor, 2000), provocaron el desarrollo de una simbología con una idea más clara y precisa para contabilizar las cosas y medir diferentes formas.

El análisis de las lecturas revisadas sugiere la existencia de dos visiones diferentes sobre los inicios de las matemáticas. La más difundida en la literatura gestada en el mundo occidental, reconoce a las culturas desarrolladas en

Mesopotamia, Egipto y Grecia como las que presenciaron el surgimiento de los primeros conceptos matemáticos como respuesta a las necesidades de los individuos de aquel entonces, donde el conteo de objetos, generó el requerimiento de una representación simbólica que más tarde sería el número, y su uso en la medición de tierra a las orillas del Nilo.

La segunda visión que hay sobre los inicios de las matemáticas, no muy divulgada, tal vez por tener sus orígenes en una cultura no occidental, reconoce los orígenes de las matemáticas en la cultura del Indo. Aunque las condiciones en las que se iniciaron las matemáticas en esta cultura tuvieron una orientación religiosa como lo marcan “Los Vedas” -libros sagrados de la India- estos libros contienen himnos donde hay nombres de números hasta un billón (De la Mora y Ludwika, 2003).

También, están Los Sulvasutras, “las obras más antiguas de geometría hindú que se conocen” (De la Mora y Ludwika, 2003, p. 58), donde se pueden encontrar reglas exactas para medir y construir lugares del sacrificio y altares del fuego de forma cuadrada, rectangular o circular (De la Mora y Ludwika, 2003; Struik, 2002). El interés de los hombres de aquellos tiempos no estaba centrado en teorizar los procedimientos para la construcción de sus altares en sus diversas formas, ellos sólo querían tener una serie de pasos sencillos que pudieran seguir para su construcción.

Parece ser que, en los inicios de las matemáticas, los usos prácticos tanto de los números como de las formas geométricas, no persiguieron el fin de teorizar esos conocimientos.

La evolución de las maneras de organización social y comercial de las sociedades, permitió también la evolución de las ideas de los hombres. Cuando algunos se inclinaron hacia el misticismo, otros lo hicieron hacia el racionalismo con perspectiva científica. Es entonces cuando en Grecia inicia la filosofía griega y al mismo tiempo la matemática griega (Pastor, 2000).

Es en Grecia donde cambia el interés y la utilidad por los números y la formas, sólo que, para este trabajo de investigación la atención estará centrada en lo ocurrido sobre la geometría y en especial en lo relacionado con los polígonos.

Según Proclo, historiador de la matemática griega, los egipcios fueron los inventores de la geometría. Tales de Mileto es quien introduce a Grecia el saber matemático desarrollado en Egipto y Mesopotamia. Más tarde Pitágoras revoluciona el estudio de la geometría, la transforma en una enseñanza liberal, utiliza teoremas abstractos y la inteligencia pura, bajo la sombra del secreto y el misticismo que reinaba en la comunidad pitagórica heredando a la humanidad la exigencia de la demostración.

Con los pitagóricos estuvo presente la preocupación por el estudio de las propiedades de las figuras planas, surgió una preferencia por la construcción de los polígonos, como los triángulos, cuadrados y hexágonos (Pastor, 2000). Les siguieron varios geómetras, hasta que Euclides (300 a. C.) escribe “Los Elementos”. Él realiza una recopilación de los conocimientos matemáticos, principalmente pitagóricos, los selecciona de acuerdo a un criterio y los estructura de tal manera que pasó a ser una obra clásica en la ciencia deductiva.

Para algunos, “Los Elementos” es sinónimo de geometría, pero de los trece libros que comprende la obra, no todos hablan sólo de geometría, los cuatro primeros están enfocados a la geometría plana, y sólo en los dos primeros hace referencia a los polígonos regulares.

“...Los Elementos constituyen la guía más segura y completa para la contemplación científica de las figuras geométricas” (Pastor, 2000, p.81). A pesar de que en las proposiciones de Euclides no hay una sola aplicación práctica, en los últimos 2000 años “Los Elementos” ha sido el libro más leído y utilizado en la enseñanza de la geometría, desde la educación elemental hasta la universitaria por varias generaciones, (Struik, 2002). En la actualidad algunos textos de geometría dicen tomar como referencia los postulados de Euclides al abordar temas de geometría.

Las diferentes aplicaciones que los hombres le han dado a la geometría, han tenido varios matices, según el lugar y la época.

3.2 ¿Por qué estudiar geometría?

La geometría cuyo objeto de estudio es el análisis de las formas a partir de sus características es también considerada como un medio que permite el desarrollo del razonamiento lógico de una persona. Autores como Fones (1997); Alsina (1997); Bressan (1997); entre otros reconocen la geometría como tema importante dentro de la enseñanza de las matemáticas, cada uno de ellos argumenta su posición.

Fones (1997) manifiesta que la geometría como ciencia pura, es permanente estímulo del razonamiento. Como ciencia aplicada, forma parte de las diversas actividades del hombre. La geometría está presente en el lenguaje cotidiano, la arquitectura, el diseño, el arte, el medio ambiente, entre otros. Alsina (1997) hace una larga lista de ejemplos actuales sobre las aplicaciones de la geometría; entre ellos están la cartografía, estructuras en ingeniería y arquitectura, en la industria textil, de alimentos, de publicidad, digitalización y manipulación de imágenes, aplicaciones en óptica, fotografía, etc. También, dice que estas aplicaciones cada día son más amplias y versátiles, motivo por el cual es necesario ofrecer una cultura geométrica a los futuros ciudadanos, por medio de una geometría dinámica.

Bressan (1997) expone algunas razones para justificar la importancia de la enseñanza de la geometría en la educación, explica las aplicaciones de la geometría en nuestra vida diaria, muchas de éstas coinciden con las enumeradas por Alsina.

La enseñanza de la geometría en la educación primaria debería desarrollar según Hoffer (1981 citado por Bressan, 1997) una serie de habilidades básicas y las clasifica en cinco áreas: visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación. Para el desarrollo de estas habilidades es importante revisar lo que está prescrito en el curriculum: las metodologías propuestas y la función que desempeña el docente.

Para tratar de identificar la intención que actualmente hay detrás de la enseñanza de la geometría en la educación elemental en México, se consideró necesario revisar el curriculum y en particular el tema de los polígonos, por lo que se buscaron algunas definiciones contemporáneas que hay de geometría y del concepto de polígono, para tener un panorama de las distintas definiciones que hay en los textos de geometría y reconocer el utilizado en el plan y programas de 1993, lo anterior se desarrolla en apartados que se encuentran más adelante.

Otro punto importante fue el explorar el modelo de Van Hiele propuesto para la enseñanza de la geometría, por ser el más difundido y utilizado en las investigaciones vinculadas al estudio de la geometría; por ejemplo, Gutiérrez y Jaime (1987); Musser y Burger (1995); Alsina, Burgués y Fortuny (1997). Por tal

motivo, se consideró importante asignar un apartado para describir en qué consiste el modelo de Van Hiele, para después utilizarlo como referente en el análisis de los resultados y reconocer en qué nivel se encuentran las actividades que dicen utilizar los maestros en sus clases

El último aspecto que se consideró importante fue conocer las propuestas formuladas para la enseñanza de la geometría en los planes y programas anteriores al de 1993 -motivo de análisis en apartados subsecuentes- para conocer los modelos de enseñanza con que aprendieron los maestros entrevistados y la posible influencia que pueden tener al momento de estructurar y expresar sus concepciones.

Con base en lo anterior se desarrollan los siguientes apartados para ampliar la información de cada tema.

3.3 La geometría

Geometría es una palabra de origen griego que significa medición de la tierra. Para los autores del siglo XX como Wentworth, (1915) la geometría es una rama de las matemáticas, es la ciencia que se encarga del estudio de las formas o figuras.

Otro autor define a la geometría como “la ciencia que trata de las propiedades de las figuras geométricas empleadas para la medición de la extensiones” (Pogorélov, 1974, p.17).

Thompson (1996) menciona que la geometría es la ciencia del espacio, que trata de la construcción de figuras en condiciones dadas y de sus propiedades; también la considera como una ciencia que estimula el razonamiento.

Por otro lado Fones (1997) dice que uno de los objetivos de la geometría es disciplinar la mente, además de enseñar las propiedades útiles de las figuras geométricas. Bishop (1993, citado por Bressan, 1997) dice que “La geometría es la matemática del espacio”. Este mismo autor considera que en todas las culturas se realizan actividades relacionadas con las diferentes ramas de las matemáticas, tales actividades son: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar. Por tal motivo deberían ser consideradas como parte del curriculum en la enseñanza básica. De éstas localizar y diseñar están relacionadas con la geometría

Con base en lo anterior, la geometría se puede definir como la ciencia en la que se analizan las propiedades de las figuras y el medio para el desarrollo del razonamiento y de la creatividad.

3.4 Los Polígonos.

El tema de los polígonos, como se mencionó anteriormente, es el motivo de estudio de esta investigación, por lo que fue necesario conocer las definiciones que hay de polígono, para luego obtener como conclusión una definición de polígono.

Las definiciones que se encontraron en algunos textos de geometría dicen:

-“Llámesese polígono una porción de un plano limitado por segmentos de recta”.
(Wentworth, 1915).

-“ Polígonos convexos. Un polígono $A_1, A_2 \dots$ Es una figura formada por los puntos A_1, A_2, \dots, A_n y por los segmentos $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_n A_1$ que los unen. Los puntos A_1, A_2, \dots, A_n se llaman vértices del polígono y los segmentos $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_n A_1$ se denominan lados del mismo” (Pogorélov, 1974, p.110).

-“Permitir que P_1, P_2, \dots, P_n sean por lo menos tres puntos en un plano, donde no sean tres puntos consecutivos colineales. Si los segmentos $P_1 P_2, P_2 P_3, \dots, P_n P_1$ se intersectan sólo en los extremos, los segmentos formarán un polígono”.
(Jacobs, 1974, p. 74).

-La palabra polígono es griega y significa muchos ángulos. “...el término polígono visualmente se utiliza para representar una figura cerrada, formada por un número finito de segmentos de recta.” (Filloy, 2001 p. 139).

-“Un polígono es una superficie limitada por lados rectos”. (Sep, 2001, p.12)

A partir de las definiciones de los autores citados, se puede concluir que un polígono es una figura cerrada formada por segmentos de recta, unidos por los extremos.

Después de explorar lo que se entiende por geometría y polígono, lo siguiente es familiarizarse con la propuesta para la enseñanza de la geometría de los esposos Van Hiele.

3.5 Una propuesta de enseñanza de la geometría (Modelo de Van Hiele)

El Modelo de Van Hiele

El contenido de este modelo está constituido de dos partes. En la primera están los cuatro niveles de razonamiento y en la segunda la propuesta de enseñanza (Jaime y Gutiérrez, 1990).

A continuación se presentan los niveles:

Nivel 1: En este nivel sólo se reconocen formas geométricas a partir de la percepción, se realizan descripciones, basadas en su semejanza con otros objetos, pero no hay un reconocimiento de sus características o propiedades.

Nivel 2: Aquí los alumnos ya observan las figuras geométricas, identifican determinadas características como: lados, ángulos, líneas paralelas, entre otros. Pero siempre de manera informal, sólo las enuncian, pero no pueden hacer clasificaciones lógicas, porque la capacidad de razonamiento es limitada.

Nivel 3: En este nivel se inicia la capacidad de razonamiento formal (matemático), los alumnos son capaces de deducir propiedades de las figuras con base en otras, describiendo las implicaciones. Pueden dar definiciones matemáticas, hacer clasificaciones lógicas, pero continúan sin comprender la estructura axiomática de las matemáticas, por lo que no sienten la necesidad de realizar razonamientos lógicos formales.

Nivel 4: Los estudiantes ya entienden y realizan razonamientos lógicos formales, donde las demostraciones ya tienen sentido, por lo que son consideradas como el único medio para verificar la verdad de sus afirmaciones. Ellos buscan no sólo una demostración, sino varias para un mismo teorema. Este nivel es generalmente alcanzado en los niveles de educación superior.

En la segunda parte del modelo de Van Hiele están las cinco fases de aprendizaje que debieran seguir los profesores para que sus alumnos puedan pasar de un nivel inferior al siguiente con mayor facilidad. Éstas son:

Encuesta: es la que corresponde al diagnóstico, para saber los conocimientos previos que tienen los alumnos.

Orientación dirigida: Es la presentación de los materiales al alumno.

Explicitación: El alumno observa el material e intercambia con sus compañeros sus conjeturas, para expresar lo observado.

Orientación libre: Se le enfrenta al alumno a tareas más complejas, para que pueda buscar diferentes caminos para su solución.

Integración: En esta fase se sintetiza todo lo realizado en las anteriores fases.

Como ya se había mencionado anteriormente, para el presente trabajo se utilizó este modelo como referencia teórica en el análisis de los resultados y contrastar la propuesta del modelo de Van Hiele con los modelos de enseñanza que dicen utilizar los maestros, así como los niveles de aprendizaje que adquieren sus alumnos a partir de sus concepciones.

Después de conocer los diferentes niveles de aprendizaje de la geometría a partir del modelo de Van Hiele, se juzgó importante familiarizarse con los resultados de las investigaciones que han utilizado este modelo.

3.6 Resultados de algunas investigaciones acerca del aprendizaje y la enseñanza de la geometría.

Algunos autores consideran a la geometría como la ciencia del espacio y otros como una estructura lógica donde se llega a la generalización y se utilizan demostraciones. Las dos maneras de ver a la geometría han generado diferentes investigaciones, éstas se iniciaron a mediados del siglo XX. Entre los autores que más han influido en las investigaciones en torno al aprendizaje y la enseñanza de la geometría se encuentran Piaget y los esposos Van Hiele.

Piaget consideró a la geometría como ciencia del espacio y reportó algunos resultados de cómo el niño percibe el espacio y cómo lo representa. Por otro lado están los Van Hiele quienes estaban interesados en elaborar determinadas estrategias de enseñanza de la geometría para que los alumnos tuvieran mejores niveles de aprendizaje. Ellos encontraron que existe una serie de niveles de aprendizaje que los alumnos adquieren según el grado de estudios, así como las estrategias que deben seguir los docentes para que los alumnos puedan adquirir un nivel de aprendizaje mayor.

Después de los reportes de estos autores se han realizado varias investigaciones sobre cómo aprenden los niños la geometría, cómo enseñan algunos profesores determinados conceptos geométricos, cómo desarrollan habilidades espaciales los niños, cómo representan objetos tridimensionales, entre otros.

A pesar de la importancia de la geometría, al realizar la búsqueda de reportes sobre su enseñanza y aprendizaje se encontró que la bibliografía es muy escasa. Hershkowitz (1990) hace una recopilación de resultados de investigaciones realizadas a partir de los años ochenta.

La mayoría de las investigaciones que Hershkowitz (1990) reporta se vinculan a la enseñanza de la geometría, donde el principal objetivo es entender y explicar las dificultades que tienen los alumnos y conocer los procesos con respecto al aprendizaje de la geometría. Un gran número de investigaciones están enfocadas principalmente a cómo es percibido e interpretado el espacio por los niños. Por medio de dibujos de objetos en tercera dimensión, Mitchelmore (1980, citado por Hershkowitz 1990) clasificó la habilidad para dibujar objetos tridimensionales de los niños y en 1983 encontró que los niños tienen problemas al representar líneas paralelas y perpendiculares; Ben-Chain, Lappan, & Hovang (1989 citado por Hershkowitz 1990) encontraron que los estudiantes tienen grandes dificultades en comunicar información visual. La mayoría de las investigaciones citadas se realizaron con alumnos de 4° a 9° grado.

Algunos estudios, como el realizado por Gutiérrez y Jaime (1987) lo llevaron a cabo con futuros profesores para estudiar su desenvolvimiento con tareas geométricas y encontraron que éstos se ubicaban dentro del primer o segundo nivel de Van Hiele.

La ausencia de reportes sobre investigaciones en geometría también se presenta en México. Durante la década de los años ochenta (Fuenlabrada, 1986) bajo el título Los cuadriláteros y sus diagonales identifica que el aprendizaje de la geometría en la escuela primaria está centrado principalmente en el aprendizaje de definiciones y de vocabulario.

En los años noventa la investigación publicada sobre el tema de la geometría también es pobre, la localizada se realizó a finales de esta década en Estados Unidos y México. La mayor parte de la investigación fue llevada a cabo con alumnos de primaria y secundaria; los temas trabajados se centraron en ubicación espacial, desarrollo de la habilidad del razonamiento de los alumnos, paralelismo y perpendicularidad y simetría.

Battista (1999) muestra algunos resultados del Tercer Estudio sobre Matemáticas y Ciencia enfocados al desempeño que tuvieron los alumnos de diferentes grados de la primaria en el momento de resolver algunos ejercicios sobre matemáticas. Al señalar los resultados obtenidos en geometría, se observa que la mayoría de los problemas que les presentan a los alumnos se vinculan a ubicación espacial y en menor cantidad a la geometría plana. Battista (1999) considera importante la presentación de los resultados para comparar el desempeño de los estudiantes estadounidenses con otros países, también para que los profesores puedan hacer uso de este tipo de reactivos con sus alumnos y traten de entender el nivel de razonamiento geométrico que éstos tienen.

A diferencia de la década anterior en los años noventa sí se encontraron investigaciones que se hicieron con niños pequeños. Aníbal, (1999) analiza el entendimiento de conceptos geométricos de triángulos y rectángulos con niños de 3 a 6 años. Schifter, (1999) hizo un estudio con niños de segundo grado, reporta que los niños a temprana edad realizan la identificación de triángulos y cuadrados por las experiencias visuales previas que ellos tienen. Dice que al presentarles un grupo de triángulos que estén en diferentes posiciones no los identifican como triángulos a pesar de serlo; pero si se les muestran dibujos que no son triángulos pero que son muy similares al triángulo como en el sombrero de una bruja, éstos si los consideran como triángulos.

En México Arceo (1999 citado en Ávila, Block y Carvajal 2003) realizó un estudio con niños de quinto grado en un medio rural y encontró que los niños presentan dificultades para realizar trazos geométricos al seguir instrucciones. Concluyó esta autora que los niños no hacen uso de términos geométricos, como horizontal o vertical, al describir figuras o dar instrucciones para el trazo de éstas. El estudio de Nuñez (1997 citado en Ávila, Block y Carvajal 2003) fue realizado con niños que cursaban los últimos grados de primaria y halló que las concepciones que tienen esos niños sobre simetría son precarias. También, observó la preferencia que hay por el uso de la percepción visual y el doblado de papel para determinar la simetría de una figura.

Por último, se mencionarán estudios que fueron realizados a principios de este siglo. Monaghan (2000) hizo su investigación con alumnos de secundaria de 11 a 16 años de edad. Este autor intentó explorar las conceptualizaciones que tienen los alumnos sobre los polígonos y las diferencias entre ellos a partir del lenguaje escrito que usan. Monaghan (2000) encontró que los estudiantes confían demasiado en las representaciones estándar de las figuras como un medio para identificarlas. También, menciona que las actividades propuestas en los textos son del nivel 3 de Van Hiele, mientras que los alumnos tienen un nivel inferior.

Otro tipo de resultados son presentados por Peltier (2000) en el artículo titulado “Resolución de Problemas”. En éste muestra una serie de problemas que pueden ser aplicados con los alumnos como una nueva propuesta para trabajar la geometría con un enfoque constructivista. La idea es que el alumno no sólo se concrete a recitar conceptos y fórmulas, sino que aprenda a interpretar las formas que se le presenten a partir de sus características, y sea capaz de hacer conjeturas, probarlas e ir construyendo sus propios razonamientos geométricos.

La revisión de los artículos antes mencionados apoyó la formulación del guión de entrevista utilizado para la recolección de datos de esta investigación, por ejemplo, se tomaron algunas de las respuestas que dieron los niños en la investigación realizada por Monaghan (2000) al contestar las siguientes preguntas: ¿cuál es la diferencia entre un cuadrado y un rectángulo? y ¿cuál es la diferencia entre un rectángulo y un paralelogramo?

Por último se detalla cómo se ha concebido la enseñanza de la geometría en México, desde los programas formulados a partir de la década de los años sesenta, para conocer los propósitos que han estado presentes en las reformas educativas e identificar una posible herencia que han dejado en los profesores entrevistados.

3.7 La geometría en los currícula de educación primaria en México.

La educación es una práctica social que influye en el proceso de formación del individuo a partir de la cultura a la que pertenece en un determinado tiempo y espacio, donde una forma de pensar, actuar y convivir es compartida por un determinado grupo de personas. Esta práctica educativa se guía por el currículum prescrito, el cuál es establecido por las ideas, valores, e intereses de la sociedad a la que pertenece.

El currículum deberá estar estructurado de tal manera que tenga forma, orden, continuidad y congruencia; reflejar lo que se pretende y qué deberá ocurrir en las escuelas, (Serrano, 1990). Sin duda el currículum tiene una función muy importante dentro de la historicidad de las ideas del hombre, por lo que es considerado “como una forma histórica de conocimiento que inscribe reglas y patrones por medio de los cuales razonamos sobre el mundo y nuestro propio ser como un miembro productivo de este mundo” (Popkewitz 2001, p. 98).

Con base en lo anterior se puede entender al currículum formal como la prescripción del capital cultural que deberán adquirir los educandos de una sociedad, así como las conductas, sentimientos, valores y lenguajes que deben desarrollar los individuos para que se puedan integrar positivamente a la sociedad a la que pertenecen; sin olvidar que para el logro de este currículum está presente la práctica curricular que se ve influenciada por la labor de los profesores desde sus propios pensamientos.

Los rumbos que han tomado las diferentes maneras de mirar los fines de la educación están amalgamados por los constantes avances de la ciencia y la tecnología, modos de producción y las nuevas necesidades de las sociedades.

En el caso particular de México, se han realizado reformas a los planes y programas de educación primaria con la intención de lograr diferentes objetivos. Para esta investigación se revisaron los planes y programas de 1964, 1972 y 1993. Se utilizaron estos programas para tener una idea de cómo se han modificado los objetivos vinculados a la geometría, en particular el tema de los polígonos.

Para efectos de esta investigación la mirada se centra en las matemáticas y en particular en la geometría. Se destacan las finalidades y contenidos que marca cada uno de los planes y programas. Para el Plan y Programas de 1993 se realiza una revisión más profunda en los grados de quinto y sexto porque el tema de los

polígonos, como se mencionó anteriormente, se introduce en quinto grado y se continúa en sexto grado.

3.7.1 La geometría de los años 60.

Saiz (2002) identifica la década de los 60 como el momento crucial en la historia de la educación primaria mexicana, por ser en ésta cuando se empiezan a distribuir los primeros libros de texto gratuitos. Los programas de educación primaria de esa época entraron en vigor el 30 de enero de 1961, (SEP, 1964). En ellos está presente el espíritu nacional.

Para lograr los fines educativos de ese momento, el programa marca dos aspectos importantes: las metas, que persiguen “la formación de la personalidad de todo mexicano” (SEP, 1964, p. 20), y las áreas, que ofrecen “el conjunto de experiencias y actividades tendientes a lograr el aprendizaje” (SEP, 1964, p. 20).

Los programas se estructuran en seis áreas, una de ellas es la Adquisición de los Elementos de la Cultura, en esta área se encuentra la Lengua Nacional y Aritmética y Geometría.

Las metas generales de Aritmética y geometría son las siguientes:

- “ 1. Desarrollar el pensamiento cuantitativo y la actitud de relacionar.
2. Precisar el lenguaje.
3. Fomentar el espíritu de análisis e investigación.

4. Afiramar la disciplina mental.” (SEP, 1964 p.39)

Las metas particulares por grado en el nivel primaria están centradas en:

1. Conocimiento
2. Habilidad
3. Hábito
4. Capacidad
5. Actitud

Las metas en matemáticas proponen alcanzar lo siguiente:

1. Apreciar conjuntos
2. Habilidad para resolver problemas fáciles
3. Destreza para medir y pesar
4. Prácticas de trazo y construcción
5. Capacidad para elaborar proyectos
6. Habilidad y actitud para registrar hechos y fenómenos

La geometría de esta época, está en estrecha relación con la medición.

Los temas principales de geometría son (SEP, 1964):

1. Conocimiento de: superficie, línea y punto.

2. Conocimiento y trazo de clases de líneas: vertical, horizontal, inclinada, paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices y curvas.

3. Conocimiento y trazo de figuras geométricas: Cuadrado, triángulo, rectángulo, círculo, circunferencia, polígonos regulares e irregulares, Clases de triángulos, cuadriláteros y paralelogramos.

4. Conocimiento y trazo de cuerpos geométricos: cubo, esfera, cilindro, prisma, cono y pirámide.

5. Conocimiento del Sistema Métrico Decimal y utilización de las diferentes unidades de medida para el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes mediante el uso de formularios.

Al revisar los temas relacionados a la geometría, se encontró que hay un mayor número de apartados relacionados con el desarrollo de habilidades y hábitos, y en menor cantidad los dedicados al conocimiento de dichos temas. El conocimiento está centrado en el reconocimiento de los diferentes elementos geométricos, que serán más tarde el medio para adquirir la habilidad de utilizar correctamente los instrumentos geométricos, los hábitos de la limpieza y el orden.

Con respecto al tratamiento que se le da a la geometría, Ávila (1988) la identifica como una geometría estática, porque es “una geometría que no se construye sino

que se adquiere, como una serie de productos acabados que toman la forma de datos, de descripciones y de clasificaciones. A la vez, es un conjunto de habilidades: para trazar, medir, memorizar y aplicar fórmulas” (Ávila, 1988, p. 27).

A partir de lo antes citado y con apoyo del cuadro comparativo de los programas utilizados para este estudio (ver anexo 1), se puede decir que la geometría de esta época enfatiza el desarrollo de actividades prácticas para el trazo y la construcción y la destreza para la medición y cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, a partir del uso de un listado de fórmulas; por lo que el conocimiento se queda en un plano de reconocimiento de líneas, figuras y cuerpos geométricos, el uso de éstos como un medio para la ejercitación de las operaciones básicas, el uso de distintas unidades de medida del Sistema Métrico Decimal.

3.7.2 La geometría de los años 70.

El planteamiento del plan y programas de 1972, presenta una visión diferente de los planes anteriores. Latapí (citado en Ornelas, 2003) sitúa a esta reforma educativa en el campo de la renovación pedagógica, porque tanto los planes y programas como los libros de texto de la educación primaria fueron reformados. “...La concepción de la educación como un proceso personal de descubrimiento y exploración y como asimilación de métodos y lenguajes más que de información, quedó plasmada en los nuevos textos escolares...” (Latapí, 1975, p. 1331, citado en Ornelas, 2003 p. 155).

Además, en los planes y programas, hay una organización cíclica, para que los temas se vean repetidamente durante todos los grados, aumentando el grado de complejidad. Otra idea es la integración disciplinaria, con la intención de desaparecer los límites entre las asignaturas, de tal manera que, los temas abarquen varias disciplinas. Destacan también la aplicación de los conocimientos adquiridos para la resolución de problemas. Se pretende abandonar el criterio enciclopedista y se pide no abusar de la mecanización y la memorización.

En los planes y programas de 1972 se establecen siete áreas programáticas:

1. Lenguaje
2. Matemáticas
3. Ciencias Naturales
4. Ciencias Sociales
5. Educación Física
6. Actividades Artísticas
7. Actividades Tecnológicas.

Es importante destacar que en esta nueva organización, las matemáticas ya tienen un espacio único, a diferencia del anterior, que sólo eran una fracción de una área específica.

La asignatura de matemáticas no se refiere solamente a la aritmética y geometría, como en los años sesenta. En la nueva visión sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se incluyen además de Aritmética y Geometría, Lógica, Probabilidad, Estadística y Variación Funcional.

Para lograr el aprendizaje de los temas, se plantean varios tipos de objetivos que van de lo general a lo específico, en donde los objetivos generales del área de las matemáticas marcan que:

“La enseñanza de las matemáticas debe fomentar en el educando la capacidad de formalizar con precisión; es decir, la capacidad de razonar, y asimismo la capacidad de aplicar su razonamiento a situaciones reales o hipotéticas de las cuales puedan derivarse a su vez conclusiones prácticas u otras formalizaciones” (SEP, 1972, p. XV). “Propiciar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional, como un instrumento de comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales, científicos y artísticos” (SEP, citado en Ávila, 1988, p. 69).

En la geometría los objetivos generales marcan que:

“El alumno apreciará características geométricas básicas de objetos: líneas rectas y curvas, cerradas y no cerradas; superficies planas y curvas, y cuerpos. Trazará líneas y polígonos utilizando los instrumentos geométricos. Medirá y calculará: longitudes, áreas y volúmenes. Establecerá las características de la simetría axial. Conocerá el plano cartesiano y situará puntos en él” (SEP, 1973, p. 50).

En la nueva dirección que toma el tratamiento de la geometría "...se trabajan conceptos, relaciones y métodos... La simetría axial, está presente por primera vez en primaria." (Ávila, 1988, p. 71).

Los temas de geometría son:

1. Ubicación de objetos y personas en el espacio.
2. Reconocimiento y trazo de diferentes clases de líneas.
3. Mediciones con diferentes unidades de medida del Sistema Métrico Decimal.
4. El concepto de simetría.
5. Reconocimiento, comparación y dibujo de formas geométricas elementales.
6. Cálculo de perímetro, área y volumen.
7. Localización de puntos en el plano cartesiano.

El planteamiento del trabajo en la geometría está en otro tenor. Se le pide al alumno el reconocimiento, la comparación, distinción y clasificación, entre otros, de algunos elementos geométricos. En relación con las figuras geométricas, se trabaja con figuras regulares e irregulares. Persiste la relación entre la geometría y la medición, pero el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes no está sustentado sólo en la aplicación de fórmulas, se proponen métodos diferentes para el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes.

En el periodo comprendido entre los planes y programas de 1972 y los de 1993, especialmente en los primeros grados hay algunas modificaciones importantes a los programas y libros de texto durante los años ochenta.

Ávila (1988) y Sáiz (2002) mencionan que durante los años ochenta se actualizaron programas y se elaboraron libros de texto integrados para primero y segundo grado, desaparecen los libros por asignatura en esos grados, en su lugar, quedó un solo libro para todas las materias. Para los grados siguientes se realizaron algunas modificaciones.

Con el plan y programas de 1993 se finaliza la panorámica de los planes y programas que estuvo orientada, principalmente, a la geometría. A diferencia de los otros programas desarrollados con anterioridad, en el plan y programas 1993 se examinaron los libros del alumno de quinto y sexto grado, por ser los grados donde se abordan los polígonos, tema de interés de esta investigación. Con esta revisión se pretenden conocer los objetivos que se plantea lograr al trabajar los diferentes contenidos de geometría, el número de lecciones dedicadas a los polígonos y la secuencia de éstas en el libro de cada grado.

3.7.3 La geometría de los años 90.

En México surge la última reforma educativa dentro del contexto de la globalización. Esta reforma pretende nuevos perfiles para los mexicanos, mismos que pasarán a formar parte de las diferentes actividades económicas del país.

El plan y programas de estudio de 1993 tiene como propósito central la estimulación para un aprendizaje permanente; organiza la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos básicos para que los niños adquieran y desarrollen diferentes habilidades intelectuales, así como la práctica de valores en su vida personal, en sus relaciones con los demás y como integrantes de la comunidad nacional.

En la distribución del tiempo de trabajo propuesto para cada asignatura, se le destinan un mayor número de horas a Español y Matemáticas; en relación con el resto de las otras asignaturas, es evidente la prioridad que se le dan a éstas. Se propone que ambas asignaturas se trabajen diariamente.

La organización del plan de estudios está organizado por asignaturas, para el primer y segundo grado se designan cinco:

1. Español
2. Matemáticas
3. Conocimiento del Medio
4. Educación Artística
5. Educación Física

De tercero a sexto grado se trabajan ocho asignaturas:

1. Español
2. Matemáticas
3. Ciencias Naturales
4. Historia
5. Geografía
6. Educación Cívica
7. Educación Artística
8. Educación Física

En el plan y programas de estudios hay una serie de propósitos generales, uno de ellos es: “utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas”, (SEP, 1994, p. 50). El planteamiento y resolución de problemas son el sustento de los nuevos programas.

Para la asignatura de matemáticas se plantean propósitos generales, los cuales marcan la adquisición de conocimientos matemáticos básicos y el desarrollo de habilidades, capacidades, destrezas y el pensamiento abstracto. Estos objetivos pretenden también que “...los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés” (SEP, 1994, p. 50).

Para ayudar al logro del aprendizaje de las matemáticas se proponen la interacción, el diálogo y la confrontación de puntos de vista, porque estas situaciones ayudan a la construcción de los conocimientos matemáticos.

Los contenidos de aprendizaje de las matemáticas están organizados por medio de seis ejes temáticos:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones
2. Medición
3. Geometría
4. Procesos de cambio
5. Tratamiento de la información
6. La predicción y el azar

Con la geometría, tema de interés para esta investigación, se favorece el manejo e interpretación del espacio y de las formas, a través de actividades de ubicación, observación, manipulación, dibujo y análisis de diversas figuras.

Los contenidos que se proponen para la geometría en el plan y programas de 1993, difieren en parte de los programas y planes anteriores -1964 y 1972- porque ahora los contenidos de geometría y medición se separan en dos ejes temáticos distintos. Para observar las diferencias de contenidos propuestos en los programas y planes de 1964, 1972 y 1993 se realizó un cuadro comparativo que se encuentra en el anexo 1.

La preocupación por conocer con mayor detalle los contenidos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en los grados de quinto y sexto, por ser los grados dónde se centra esta investigación (como se había mencionado con anterioridad), motivó la exploración de los libros de texto de estos dos grados para identificar los contenidos de geometría a través de las lecciones, como se muestra a continuación.

3.7.3.1 La geometría en el libro de texto de quinto grado de primaria.

El eje temático de la geometría tiene objetivos generales, éstos se centran, en el uso de situaciones que favorezcan la ubicación del alumno en relación con su entorno y el análisis de varias formas por medio de la observación, manipulación y el trazo de éstas.

Para el logro de estos objetivos el plan de estudios propone diferentes contenidos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría: Ubicación Espacial, Cuerpos Geométricos y Figuras Geométricas, éstos se abordan en las diferentes lecciones del libro de texto del alumno y podrán ser enriquecidas con las sugerencias didácticas del libro del maestro y con el fichero.

El libro de matemáticas del alumno de 5° grado está organizado en cinco bloques de estudio, tiene un total de 87 lecciones. Son doce las lecciones que se dedican a la geometría y al clasificarlas de acuerdo a los contenidos se encontró que nueve

lecciones trabajan las Figuras Geométricas, dos están dedicadas a la Ubicación Espacial y únicamente hay una para los Cuerpos Geométricos. En este grado hay preferencia por el trabajo relacionado con las figuras geométricas.

A continuación se describen los contenidos que se proponen en el Plan y programas 1993 y se hace referencia de su presencia en las lecciones del libro de texto de quinto grado (ver anexo 2).

Ubicación Espacial:

El trabajo de este apartado se centra principalmente en el desarrollo de la ubicación dentro del plano cartesiano, por medio de actividades que permiten la utilización de los cuatro cuadrantes junto con los cuatro puntos cardinales, se localizan lugares específicos. Con el apoyo de los cuatro puntos cardinales se siguen recorridos. Se proponen juegos entre pares en donde se siguen instrucciones de recorridos. También se realizan actividades de localización de puntos en los cuatro cuadrantes para identificar la simetría de una figura.

La ubicación espacial en este grado se centra en el reconocimiento de los cuatro cuadrantes del plano cartesiano y la ubicación dentro de él a partir de los cuatro puntos cardinales.

Cuerpos Geométricos:

En este contenido de la geometría de quinto grado de primaria está la construcción de cuerpos geométricos. Hay una lección en el primer bloque, en ella se realiza la construcción de prismas a partir de cajas de chocolate y de espagueti con el propósito que el alumno después, logre identificar el patrón correcto de un determinado prisma.

Figuras Geométricas

Este contenido, como se mencionó anteriormente, está presente en nueve lecciones. En éstas se pretende desarrollar la habilidad de identificación de características de las figuras geométricas, regulares e irregulares; se retoman los conceptos de simetría, lados paralelos, lados perpendiculares y ángulo; se desarrolla el trazo de figuras geométricas como los polígonos y el círculo; también, hay trabajo de construcción de figuras a escala. Este contenido se trabaja en casi todos los bloques a excepción del bloque dos.

Las lecciones que abordan el tema de los polígonos son cuatro, casi al inicio del libro se introduce el término de polígono, y después en el bloque tres hay una lección que analiza algunas de las características de los polígonos regulares como son sus lados y ángulos y en otra lección se desarrolla el proceso para obtener polígonos semejantes. En el bloque cuatro hay una lección que trabaja polígonos regulares.

Como se puede observar en este grado el trabajo con polígonos es muy escaso, y se centra en los polígonos regulares.

3.7.3.2 La geometría en el libro de texto de sexto grado de primaria.

El libro de matemáticas de sexto grado para el alumno está organizado en cinco bloques, tiene un total de 87 lecciones, de las cuales 22 están enfocadas a la geometría, al clasificarlas de acuerdo a los diferentes contenidos se encontró, que la mayor parte de las lecciones están dedicadas a las figuras geométricas.

A continuación se describen los contenidos que establece el Plan y programas 1993 para el sexto grado y se menciona la distribución de las lecciones dedicadas a cada contenido en el libro del alumno. La ubicación que tienen las lecciones en el libro de texto se puede observar en el anexo 3.

Ubicación Espacial

Este contenido permite el desarrollo de las relaciones espaciales para que los niños se ubiquen dentro del espacio inmediato que los rodea, así como también su ubicación dentro de otros contextos, apoyados por mapas, planos y croquis. Son seis las lecciones que se trabajan en la primera mitad del ciclo escolar, permiten a los niños realizar ejercicios de reproducción a escala, ubicación de puntos dentro del plano cartesiano con los cuatro puntos cardinales; utilizan planos de ciudades y las líneas del metro para describir recorridos. También, se observó que durante

la segunda mitad del ciclo escolar ninguna lección se propone para trabajar la ubicación espacial.

La inclusión de este contenido pretende que se logre un manejo más completo de la ubicación de los niños dentro de un espacio específico, apoyados por un plano o mapa. Así mismo, desarrolla la habilidad para leer planos y mapas, y la relación del espacio que se visualiza en la reproducción de figuras a escala.

Los cuerpos geométricos.

El trabajo con cuerpos geométricos incluye la construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides. En el libro de texto la secuencia es manejada paralelamente con el análisis de las características de figuras, identificación de patrones, seguimiento de instrucciones y con medición.

Se parte de los cuerpos geométricos, se analizan las características de las caras que los forman y se ejercita el nombramiento de estas figuras.

Se siguen instrucciones que promueven el trazo de patrones para luego armar diferentes cuerpos geométricos, principalmente prismas. Este tipo de actividades permiten la visualización de los patrones para luego poder identificar aquellos que se pueden armar.

Para lograr llegar a las fórmulas de cálculo del volumen de cuerpos geométricos, éstos son divididos en cuerpos más sencillos.

Figuras geométricas

Este contenido promueve el análisis de las figuras a partir del reconocimiento de sus características, propone la clasificación de las figuras al utilizar diferentes criterios y al mismo tiempo permite recordar los diferentes conceptos adquiridos a lo largo de la educación primaria. Son trece lecciones que abordan las figuras geométricas, algunas de ellas sirven de apoyo para tratar temas de medición.

Para trabajar este contenido se utilizan dos tipos de recursos para el análisis de las figuras, el primero está dirigido a identificar las figuras a partir de sus características y el segundo al trazo de las figuras al utilizar los instrumentos geométricos como la regla, el compás y las escuadras.

Para la identificación de características de las figuras, se proponen actividades como el baste numérico y la lectura de oraciones, que indican las características de una figura para que pueda ser identificada por los niños. Estas actividades fomentan el recuerdo de conceptos adquiridos con anterioridad, como la simetría, paralelismo, perpendicularidad, clasificación de ángulos y diagonales. También se utiliza el tangram para analizar las características de las tres diferentes figuras que lo componen.

El segundo recurso utilizado está dirigido al trazo de figuras, propicia el uso de instrumentos geométricos, a través de la propuesta de tres tipos de actividades diferentes: utilización del plano cartesiano, seguimiento de instrucciones y trazo de diagonales y ejes de simetría.

El plano cartesiano es utilizado para trazar figuras simétricas respecto a un eje externo a la figura, propicia la ubicación de puntos y espacios específicos en el plano, toma como referencia los cuatro puntos cardinales.

El seguimiento de instrucciones se utiliza para el trazo de diferentes figuras. Éstas se pueden desarrollar a partir de los ejes de simetría, de las diagonales, de la medida de sus lados, de líneas paralelas o perpendiculares. Este tipo de actividades permiten el desarrollo de las habilidades comunicativas y del reconocimiento de las diversas características de las figuras, además de la habilidad en el trazo y uso de instrumentos como la regla, escuadras y compás.

Las lecciones enfocadas al tema de polígonos son diez. En este grado hay un mayor trabajo de análisis de los polígonos: se identifican sus características, se siguen instrucciones para su trazo y son utilizados en la identificación y trazo a escala. La distribución de las lecciones en los diferentes bloques del libro de texto se puede ver en el anexo 3.

La exposición de los capítulos hasta aquí desarrollados sirvió de apoyo para el análisis de los datos obtenidos y la redacción de los resultados que se comunican en el siguiente capítulo.

CAPITULO 4

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

La presentación de los resultados se reporta en dos apartados, con la finalidad de exponer dos niveles de análisis según la metodología propuesta por Llinares (1992), ambos exponen las concepciones de los maestros entrevistados siguiendo tres categorías:

- La geometría y los polígonos
- Enseñanza de los polígonos
- Aprendizaje de los polígonos

En el primer apartado se exponen los resultados del primer nivel de análisis; éste es de tipo descriptivo e inicia con una reseña de los datos obtenidos para dar un panorama general de cada uno de los profesores entrevistados. Se organiza la presentación utilizando las categorías mencionadas. Después, se exponen algunos de los contrastes identificados entre los cinco profesores.

En el segundo apartado se presentan los resultados del segundo nivel de análisis; en éste se exponen algunas inferencias a partir del análisis de los datos siguiendo las tres categorías que se mencionaron en el párrafo anterior, cada una de ellas con subcategorías.

4.1. ¿Qué dicen los maestros?

P1M6M es una maestra que reconoce su gusto por las matemáticas *...a mí me encanta dar matemáticas...*, pero dentro de los temas a los que daría preferencia en

sus clases no se encuentra la geometría. Aunque menciona la geometría como un tema importante. La maestra dice *...En primer lugar fracciones, en segundo lugar decimales y tercer lugar perímetros y áreas...Pero antes que todo, las operaciones básicas...*

Para ella, la geometría es un espacio que permite a los alumnos aprender a reconocer y trazar figuras geométricas, así como calcular perímetros y áreas, *...pienso lo que es nada más ángulos y figuras geométricas...* A pesar de mencionar que pretende que sus alumnos apliquen en la vida diaria los conocimientos adquiridos en geometría, reconoce que éstos conocimientos son parte de los conocimientos generales que debe tener un alumno que haya cursado la educación primaria *... eso ya va a quedar como conocimiento general que después vamos aplicar...* y que, posiblemente, en un futuro, según el oficio o profesión que desempeñen como adultos, podrán utilizar esos conocimientos geométricos.

Las ideas que tiene la maestra sobre el tema de los polígonos son imprecisas porque menciona *...yo la idea que tengo es de que polígono es una figura que tiene muchos lados, ángulos también...* después también dice *...yo tengo por entendido que los polígonos son a partir de cinco lados, bueno en adelante...* Como se ve, son ideas que reflejan poca claridad sobre la definición de polígono.

Al hablar de la enseñanza de los polígonos sus ideas giran en torno al trazo y cálculo de perímetro y área de figuras *...algo muy importante que siempre metemos el*

trazo de perímetros y áreas...la importancia es tener ese concepto... qué es una figura, de qué lados se compone, en qué momento es un cuadrilátero, en qué momento son, polígonos... Para ella el concepto es importante, así como, la clasificación de los polígonos; aunque clasifica los polígonos en regulares e irregulares, prefiere trabajar con polígonos regulares.

Para la maestra, los polígonos irregulares son figuras que se pueden dividir *...podríamos obtener sus áreas por medio de la descomposición...* con la intención de realizar cálculos para obtener el área de ellas; ella no menciona las características que presentan los polígonos irregulares como lo hace con los regulares.

Respecto al aprendizaje ella espera que sus alumnos aprendan a reconocer los polígonos a partir del número y forma de sus lados; a trazarlos y que adquieran conocimientos relacionados con el cálculo de perímetros y áreas de los polígonos.

Ella menciona que las dificultades de aprendizaje que se presentan con mayor frecuencia en sus clases, están relacionadas con el mal uso de los instrumentos geométricos y el trazo de las figuras geométricas.

En el discurso de la maestra se percibe la intención de que sus alumnos lleven a la práctica los conocimientos adquiridos en el salón de clases, procura plantear problemas de la vida diaria con la finalidad de que sus alumnos vivan el conocimiento y utiliza diversas actividades para motivar a sus alumnos.

Se percibe que es una maestra con el interés por adoptar la propuesta del plan de 1993; *entonces qué tenemos que hacer... meterlo a que ellos digan ¡ha!, que lo vivan, que lo sientan, cuando un niño no siente lo que se le está explicando, por el momento se lo va a grabar, pero así de momento se le va a olvidar... ella intenta alejarse de la función como transmisora de conocimientos como en el (modelo tradicional de enseñanza) y pretende desempeñar la función de mediadora entre el conocimiento y los alumnos. En esa lucha por el cambio, Anteriormente... a los niños les pedía yo que memorizaran las fórmulas... ahorita ya con los programas del noventa y cinco, a mí me parecen muy buenos porque hay mucha reflexión... la maestra plantea situaciones donde los alumnos expresen sus ideas y justifiquen sus respuestas; también espera recibir las dudas que tienen los alumnos como indicadores del interés por la comprensión del tema a tratar. El periodo de transición sobre la función del docente no sucede de la noche a la mañana ...me gustaría, mejorar ¿no? en la estrategia o en la aplicación de dar mi clase, pero se lleva mucho tiempo....*

Por otra parte, parece suceder algo similar en la identificación de los límites que hay entre los ejes temáticos propuestos en el plan y programas de 1993. En el área de geometría, tema de interés en esta investigación, hay confusión sobre lo que se debe trabajar en este eje, la maestra vincula la geometría con los temas del eje de medición.

P2M6M es una maestra a la que no le agrada mucho la geometría *...sí lo hago porque lo tengo que hacer...la geometría nunca ha sido mi fuerte....* Esto refleja la percepción que ella tiene sobre la geometría y la relevancia que pueda darle dentro de la clase de matemáticas. Para ella la geometría no es uno de los temas de importancia dentro de las matemáticas *...daría el sistema de numeración decimal, medidas de peso, de longitud, de capacidad, las operaciones básicas y resolución de problemas...*

La idea de geometría como ciencia no se observa en su discurso. Sus ideas están relacionadas sólo a una geometría escolar basada en el reconocimiento de figuras y el trazo de éstas, no encuentra una utilidad práctica a los conocimientos que los alumnos pueden adquirir al trabajar geometría en la escuela primaria *...más que nada para que lo conozca...como práctica para la vida diaria pues... no le hallo el uso...*

Sobre el tema de los polígonos tiene la idea firme en cuanto a no aceptar líneas curvas en un polígono. El concepto de polígono que ella maneja es: una figura cerrada que tiene lados rectos *...una figura formada por líneas rectas...esta formado por lados rectos es una figura cerrada...creo que polígono es línea recta...bueno yo así lo manejo....*

Al abordar la enseñanza, ella centra su trabajo en dar el concepto de lo que va a trabajar: el reconocimiento de las figuras, el trazo y la realización de ejercicios.

Cuando se le pregunta que cómo identifica a los polígonos, ella menciona algunas características de éstos, pero no explica cómo las utiliza para identificarlos.

Al hablar del aprendizaje, ella espera que sus alumnos aprendan a trazar, medir y calcular el perímetro y área de los polígonos...*para calcular áreas, perímetros, que conozcan las figuras qué es un rectángulo, un cuadrado...que aprendan a medir...para que aprendan...a conocer nada más la figura o sea el cuadrado, el triángulo y sacar perímetros, áreas...* Como se observa, las ideas están relacionadas al cálculo y trazo, no se percibe en su discurso el trabajo de análisis de los polígonos.

Las dificultades de aprendizaje que identifica en sus alumnos son el mal uso de los instrumentos para trazar figuras geométricas y ángulos, la confusión que tienen para diferenciar el perímetro del área de una figura *...no saben ni si quiera pues lo que es el perímetro, el área....*

P3H6V es un maestro para quien la geometría no es uno de los temas de mayor importancia dentro de la clase de matemáticas; él tiene preferencia por el trabajo con los números y sus operaciones *...que me leyeran cantidades...aprendieran las operaciones fundamentales con números enteros y números decimales...sus famosos quebraditos...pero con sus respectivos problemas...un tanto por ciento, una regla de tres tanto inversa como directa...y así nos podríamos ir a situaciones más complejas, como sería sus perímetros, sus áreas, sus volúmenes...*

Sus ideas sobre geometría están relacionadas a la medición y al cálculo *...todo son dimensiones y la naturaleza de la geometría es eso, es un mundo de dimensiones....* Para él la geometría son figuras geométricas que sirven para ser medidas *... la importancia de la geometría es eso...un universo de figuras geométricas...es algo que debe de conocer nuestros alumnos, para entender, para analizar, para calcular vaya todo aquello que es medible....* No está presente en su discurso alguna idea de la geometría como ciencia que promueva el razonamiento deductivo. Las ideas expresadas sobre la geometría se relacionan con el entorno escolar donde se visualizan figuras, se miden y se calcula su perímetro o área.

En el tema de los polígonos el maestro habla de regulares e irregulares. Cuando se refiere a los polígonos regulares, los define como figuras de más de tres lados limitados por lados y ángulos iguales que tienen vértices, un centro y pueden ser medidos *...yo conozco un polígono regular es aquella figura geométrica que tiene sus lados y sus ángulos iguales...que tiene cierto límite y que tiene su vértice....* Este maestro considera que los lados de un polígono pueden ser curvos y no cree que el triángulo sea un polígono. Tiene una confusión en la identificación de los polígonos irregulares porque él los visualiza con la finalidad sólo de calcular su área por medio de la triangulación *...el momento de tratar de enseñar sus perímetros y áreas...hacemos una triangulación para el cálculo de las áreas en el caso de polígonos irregulares....*

Él habla de un sentido práctico de la enseñanza de los polígonos cuando se refiere a la actividad de medición y cálculo que realizan los alumnos al trabajar con los polígonos *...todo aquello que se presenta con la finalidad de conocer y más que nada calcular... la cuestión práctica...pues todo aquello que me va a servir para medir...el sentido, pues sería buscar, calcular todo aquello que es medible....* Para él, los polígonos son enseñados para que los alumnos los puedan reconocer como un grupo de figuras con determinadas características.

A decir del profesor, para enseñar polígonos inicia con el concepto acompañado de la visualización de las figuras, continúa con el trazo, la medición, la clasificación y el cálculo *...cuando empezamos...que nuestros alumnos observen que sería el primer paso, observar, hacer figuras, recortar, iluminar, al grado tal que lleguen a familiarizarse, llegar a medir, llegar a clasificar...irles enseñando una serie de cálculos....* Él valora la enseñanza de los polígonos porque sirve para que los alumnos aprendan a medir y calcular el área de las figuras que hay en el mundo que los rodea. Los polígonos que más utiliza son los regulares.

El aprendizaje que espera que los alumnos adquieran son: habilidad para el trazo, medición, cálculo del perímetro y área. Para él es importante que los niños aprendan a identificar los polígonos como un grupo de figuras geométricas con determinadas características. Las clasificaciones que pretende aprendan sus alumnos se basan, generalmente, en el número y tamaño de los lados de los polígonos.

Las dificultades de aprendizaje que el maestro menciona las relaciona con el uso de las fórmulas y aplicación de éstas en la resolución de problemas *...el problema fundamental de ellos es que no llegan a veces a comprender el concepto de las famosas formulitas...* dice que el entendimiento de la fórmulas es a partir del razonamiento *...las matemáticas se aprenden haciéndolas, se aprenden razonándolas, de lo contrario el niño no va a saber matemáticas, entonces tenemos que enseñarle a crear habilidades, enseñarlos a observar, enseñarlos a medir... actividades que le van a fortalecer su conocimiento...* pero en las actividades de enseñanza que dice utilizar no ofrece un espacio para que los alumnos realicen ejercicios de razonamiento.

P4M5V. Para esta maestra la geometría no figura dentro de los temas más importantes para trabajar en la clase de matemáticas, porque ella dice: *...yo me iría con operaciones básicas...resolvería problemas... fracciones es importantísimo, me iría con medidas del sistema métrico decimal...me iría con equivalencias que es fundamentalísimo, me iría también con el análisis de problemas...lectura y escritura de números naturales así como los decimales....* Las declaraciones de la maestra permiten deducir que tiene una inclinación para trabajar con los números y sus operaciones, donde la geometría no tiene lugar.

Cuando se le pregunta directamente sobre la geometría, la califica como interesante, básica y necesaria. Sus ideas están relacionadas con la geometría escolar, porque el término lo refiere a figuras, al trazo de éstas, al análisis de

algunas características y al cálculo de perímetro y área ...*pues en trazos geométricos, en figuras... me iría también a lo que sería ángulos, líneas, de todo, paralelas...* Para ella la geometría es un espacio donde los niños realizan actividades de trazo ...*además es una actividad que les gusta mucho a los niños el trazar ese tipo de figuras....*

Sobre el tema de los polígonos los considera como un espacio limitado por líneas de igual o diferente tamaño ... *Son figuras que limitan espacios, líneas que limitan espacios pueden ser, líneas iguales o desiguales...* no tiene certeza en cuanto a si una línea curva puede corresponder a uno de los lados de un polígono. Observamos poca claridad en la definición e identificación de los polígonos. Los triángulos y los cuadriláteros no los contempla como polígonos. Sin embargo, se le facilita identificar los polígonos regulares, como el pentágono o el hexágono. No menciona el uso de los polígonos irregulares dentro de las clases, a éstos los define como figuras que tienen lados y ángulos de diferente tamaño.

La enseñanza de los polígonos la relaciona con el trazo y cálculo de perímetro y área de las figuras, ... *si tú le dices a un niño haz un problema del área y perímetro de un terreno, ahí estas metiendo geometría...* la enseñanza de los polígonos la reconoce importante porque formará parte del aprendizaje de los alumnos, pero no menciona alguna otra utilidad. Ella dice enseñar la clasificación de polígonos como regulares e irregulares y las características que examina son los lados y ángulos principalmente.

La maestra espera que sus alumnos aprendan a reconocer los polígonos y a usar algunos términos geométricos; sus expectativas de aprendizaje de este tema son pobres. Ella acostumbra a evaluar por medio del trazo, la medición y el cálculo. *...Porque a veces les pido que tracen una figura y que saquen su área ó ángulos lo que yo les pida...ellos ya lo sacan.*

Cuando manifiesta las dificultades de aprendizaje que ha identificado en sus alumnos, se refiere al mal trazo de las figuras generadas por el uso incorrecto de los instrumentos o por la preferencia de dibujar a mano y no utilizar por lo menos la regla *...El trazo, el manejo de regla, escuadra, transportador, no tienen el hábito ó no tienen las nociones...el trazo no lo hacen....* En su discurso no aparece nada relacionado con la habilidad para describir una figura a partir de sus características.

El discurso de esta maestra refleja algunas concepciones del modelo tradicional de enseñanza, donde el alumno recibe información y hace réplica de ella sin que haya espacio para la reflexión, por lo menos al trabajar geometría. Sería interesante conocer cómo trabaja los otros ejes temáticos de las matemáticas.

P5M5V para esta maestra la geometría no es uno de los temas más importantes de la clase de matemáticas *...me enfocaría mucho a las operaciones básicas... resolución de problemas junto con las operaciones básicas...escalas...seriaciones que es lo básico en todos los años... a lo mejor ubicación de planos porque luego los niños en esto*

de los planos andan siempre perdidos... sin embargo, en el discurso de la maestra está la ubicación espacial como una posibilidad para ser trabajado como tema importante.

Para ella la geometría es un espacio donde se conocen las figuras geométricas y se aprende a calcular perímetros y áreas *...hablo de geometría básicamente enfocándome a figuras, áreas, perímetros....* La califica como divertida, creativa, exacta y rigurosa. Los últimos dos adjetivos son usados por ella para referirse a la exactitud de los resultados que deben reportar los niños en el cálculo de perímetro o área de las figuras en quinto o sexto grado de primaria. En su discurso se observa una geometría que se remite a *...reglas, escuadras, trazos, fórmulas, básicamente....* La maestra finalmente identifica a la geometría como la parte estética de las matemáticas.

En el tema de los polígonos tiene dudas acerca de la definición de polígono; ella reproduce lo que recuerda decir en el libro y lo define como una figura que tiene de tres líneas rectas en adelante. *... tu definición de polígono normalmente dice... todo polígono tiene por lo menos tres líneas rectas...y es lo único que te dice la definición....* Pero también se observa que hay una idea firme en no aceptar líneas curvas en un polígono. Al hablar de lo que son los polígonos se inclina por los regulares, aunque también, reconoce la existencia de los irregulares y los identifica como aquellos que tienen líneas rectas de diferente tamaño *...y los polígonos irregulares*

son aquellos que tienen líneas rectas pero son de diferente tamaño, entonces hasta ahí me quedo, hasta ahí llego y espero estar bien....

La enseñanza de los polígonos la relaciona con la medición, al cálculo, clasificación y actividades artísticas. Cuando clasifica a los polígonos la realiza a partir del número de lados y la forma. *...Su contorno, los lados que tienen...si llegamos a clasificarlos básicamente es lo que veo....* Para dar una clase de polígonos inicia con el concepto, después nombra a la figuras y finalmente realizan un ejercicio de aplicación del tema visto en clase. Menciona que los ejercicios que agradan a los niños son los de tipo manual o artístico. *...para los grandes ya hacemos actividades como los típicos ensambles de polígonos, o las marionetas de polígonos, los móviles de polígonos....* En el discurso de la maestra faltan ideas relacionadas con ejercicios descriptivos de las figuras a partir de las características de éstas. También comenta su preferencia por el uso de los polígonos regulares en sus clases *...normalmente ponemos triángulos, cuadrados, rectángulos, este los, hexágonos, octágonos y demás....*

Al hablar del aprendizaje de los polígonos, ella espera que los alumnos aprendan a medir, y calcular áreas. Considera que los alumnos que egresan de la primaria aplican sus conocimientos adquiridos en la vida diaria cuando tienen que medir y obtener el área de espacios de su entorno como una pared o un piso *...ellos utilizan mucho eso en su vida cotidiana se utiliza mucho la medición...te pasas midiendo...*

cuándo mide la pared...sacando áreas...si es cierto que muchos niños con lo básico que tienen en primaria...pueden sacar un área este más o menos....

Las dificultades de aprendizaje que identifica están relacionadas a la aplicación de los conocimientos de perímetro y área y a la resolución de los problemas *...básicamente algo que he visto que les cuesta mucho trabajo...bajar lo que saben a los problemas...* pero también reconoce que inicia sus clases con el concepto y no con los problemas como generadores de conocimiento.

Para esta maestra la geometría es un espacio donde se aprende a medir y calcular el perímetro o área de las figuras y realizar ejercicios de tipo manual o artístico, por lo que concluye al decir *...la geometría es la parte estética de las matemáticas...es la parte hermosa y estética de las matemáticas....*

4.1.1 Los contrastes

En este apartado se muestran algunas convergencias y divergencias que se percibieron entre los cinco profesores entrevistados.

La palabra geometría genera en los cinco profesores pensamientos relacionados a una geometría, que es representada por palabras como: figuras, trazos, ángulos, medición y cálculo de perímetros y áreas.

La idea de geometría como una ciencia para el desarrollo del razonamiento deductivo de los alumnos está ausente en todos los profesores entrevistados, probablemente esta ausencia sea uno de los motivos por lo que, los cinco profesores, coinciden en no mencionar a la geometría como uno de los temas de importancia dentro de las matemáticas.

Los maestros entrevistados tienen ideas similares sobre la utilidad de la geometría. Para las maestras P1M6M y P4M5V, el aprendizaje que se logra en geometría, es parte de los conocimientos generales que deben adquirir los alumnos de primaria.

A pesar que la P1M6M es la única en expresar que le agradan las matemáticas, tampoco señala a la geometría como tema de estudio principal. Los cinco profesores coinciden en su preferencia por trabajar con los números y sus operaciones y enfatizan el trabajo con operaciones básicas.

Solamente la maestra P5M5V cataloga a la geometría como la parte estética de las matemáticas. Ella se apoya de la geometría para trabajar ejercicios del área artística.

Los cinco profesores coinciden en entender a la geometría como un espacio para el trazo de figuras y el cálculo de perímetros y áreas.

Sobre el tema de los polígonos hay más discrepancias entre las ideas de los maestros entrevistados; se observan diferentes creencias en cuanto a la definición de polígono. Por ejemplo, para P1M6M, un polígono es una figura de cinco lados en adelante y que tiene ángulos; para P3H6V un polígono es una figura con más de tres lados, con ángulos, vértices y que son susceptibles a ser medidos.

Para el maestro P2M6M el polígono es definido como una figura cerrada con lados rectos. La definición de polígono que expresa la maestra P4M5V es un espacio limitado por líneas de igual o diferente tamaño. La maestra P5M5V lo define como una figura que tiene de tres líneas rectas en adelante.

Los maestros P2M6M, P5M5V tienen una idea firme de no aceptar líneas curvas como lados de un polígono. Pero para los maestros P1M6M, P3H6V y P4M5V no hay certeza sobre si es posible que un polígono esté delimitado por líneas curvas.

A partir de las definiciones que dan los profesores P1M6M, P3H6V, P4M5V de polígono, los triángulos y los cuadriláteros no son polígonos, aquí se observa un contraste con la profesora P2M6M porque, para ella, el triángulo sí es un polígono.

Los cinco profesores mencionan conocer los polígonos irregulares, para los profesores P1M6M y P3H6V los polígonos irregulares son aquellos que se pueden triangular o fragmentar para obtener su área. Como se ve, la definición de polígono irregular los remite a expresar una manera de calcular su área mediante

la triangulación, como si ello fuera una característica propia de los polígonos irregulares. Las maestras P4M5V y P5M5V se refieren a los polígonos irregulares como figuras que tienen líneas y ángulos de diferente tamaño, ellas no los visualizan con la finalidad de obtener su área, pero no expresan cómo los trabajan en clase. En el discurso de todos los profesores está ausente la idea de un análisis de los polígonos irregulares a partir de sus características.

Las ideas relacionadas con la enseñanza de los polígonos están vinculadas al reconocimiento, trazo y cálculo de perímetros y áreas. Para P1M6M, P2M6M es muy importante que los alumnos tengan el concepto y la clasificación de los polígonos a partir del número de lados y su forma, hay poca claridad en cómo trabajan la clasificación, sólo mencionan realizarlo en regulares e irregulares, pero se nota la preferencia por el trabajo con los polígonos regulares en las clases sobre este tema.

El discurso de algunos profesores sobre la manera de trabajar algunos temas relacionados con los polígonos es la siguiente:

P1M6M *...empezamos a trazar juntos, yo trazo una línea ellos trazan la misma, yo les marco que hacia la derecha, hacia la izquierda...*

P2M6M *...primero, les diría lo que es una diagonal...les explico primero que nada que la diagonal se va a trazar de vértice a vértice...que no sería lo mismo que ...el eje de*

simetría...ya después, trazamos las diagonales de algunas figuras... ver cuántas diagonales tienen...que digan cuantas diagonales tienen...

P3H6V ...que nuestros alumnos observen que sería el primer paso, observar, hacer figuras, recortar, iluminar, al grado tal que lleguen a familiarizarse, llegar a medir, llegar a clasificar...irles enseñando una serie de cálculos...

P5M5V ...Empezaría con el concepto...a lo mejor lo que yo pondría antes...ver si los niños tienen el concepto de diagonal...ver el concepto previo...qué idea tienen... y ya sobre esto mostrar varias figuras... y decirles a los niños...miren las diagonales son esto, ya daría aquí el concepto de diagonal y en seguida les diría anota el nombre de cada una de las figuras y traza sus diagonales...

Con base en lo anterior se percibe que los profesores siguen secuencias de actividades muy similares en el momento de abordar temas relacionados con los polígonos, por lo general dicen realizar lo siguiente:

- Visualización de figuras
- Presentación de la definición del concepto a trabajar
- Trazo de la figura a trabajar
- Clasificación de polígonos básicamente a partir de lados y ángulos
- Cálculo de perímetros y áreas

Las ideas de los maestros sobre el aprendizaje que esperan de los alumnos al trabajar la geometría son: reconocimiento, clasificación, trazo y cálculo del perímetro y área de los polígonos. Bajo estas expectativas de aprendizaje, las dificultades de aprendizaje que detectan están ligadas al mal uso de los instrumentos geométricos para el trazo de los polígonos y la falta de claridad para diferenciar el perímetro y el área de una figura.

4.2 Inferencias

En el apartado 2.1 se comentó sobre la tendencia de investigación que se dio a partir de los años 70 centrada en el pensamiento de los profesores. Décadas después, las concepciones de los profesores, adquieren mayor fuerza para ser analizadas con la finalidad de entender cómo éstas orientan las clases (Clark y Peterson, 1990; Pérez Gómez, 1987) y en el área de matemáticas concuerdan con esta postura: Robert y Robinet (1989); Llenares y Sánchez (1990); Thompson (1992); Ávila (2004); entre otros.

Para esta investigación el término de concepción fue tomado de Thompson (1992), como se estableció en el apartado 2.1. De acuerdo con la definición que ella hace, las concepciones son las creencias conscientes o subconscientes, los conceptos, los significados, las reglas, las imágenes mentales y preferencias sobre la disciplina de las matemáticas.

La definición de Thompson (1992), orientó la elaboración del guión de entrevista, que se utilizó para la recolección de datos. Éste se redactó con la finalidad de detectar lo que menciona la definición. En el anexo 4 se puede ver el guión de entrevista y en el anexo 5 la transcripción de una de las cinco entrevistas como ejemplo de lo que contestaron los maestros.

La decisión de utilizar sólo entrevistas para la recolección de los datos se tomó con base en dos aspectos: El primero fue que en la definición de Thompson (1992) no se menciona como necesario el realizar un contraste entre lo que dicen los maestros y lo que hacen en su práctica. El segundo fue el haber identificado que la práctica docente tiene diferentes momentos. Pérez (1987), por ejemplo, menciona las etapas preactiva, interactiva y postactiva. Para esta investigación, se consideró oportuno ubicar el análisis sólo en la etapa preactiva, porque nuestro interés es indagar las concepciones que se manifiestan en el discurso de los profesores. Indudablemente, el realizar observaciones de la práctica docente, completaría lo encontrado a través del análisis del discurso. Por cuestiones técnicas y de tiempo se decidió que la investigación se realizaría solamente con la información obtenida en entrevistas.

En esta investigación, para catalogar las concepciones de los profesores entrevistados, se consideraron las tres categorías mencionadas con anterioridad. Cada categoría tiene a su vez subcategorías que resultaron del análisis de las entrevistas. Los resultados se describen en los apartados siguientes.

Para el análisis de las entrevistas se tomó parte del modelo de análisis propuesto por Llinares (1992) para investigar las creencias epistemológicas de los profesores.

4.2.1 Las concepciones sobre geometría

Los profesores entrevistados, relacionan el tema de geometría con figuras, trazos y cálculos aritméticos. Por ejemplo, al hablar de figuras sus ideas se vinculan al reconocimiento y trazo de éstas, con la finalidad de utilizarlas posteriormente como apoyo en la ejercitación del cálculo de perímetros y áreas. Al mismo tiempo, las creencias de los maestros sobre geometría revelan poca claridad sobre lo que se debe trabajar en ese eje temático de acuerdo a lo propuesto en el plan y programa de 1993, a pesar de que llevan más de diez años trabajando con él. En este plan y programas el enfoque de la geometría pretende que el alumno “estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas” SEP (1994, pág. 51).

En las concepciones de los maestros no figuran ideas que se vinculen a la imaginación y ubicación espacial, excepto en una maestra que lo menciona como una posibilidad, ya que los alumnos han mostrado dificultades en ese tema. Tampoco se hace mención del desarrollo de habilidades de clasificación, comparación y relación entre figuras de acuerdo a sus características, como lo plantean algunas lecciones del libro de texto de sexto grado.

La mayoría de los profesores comparten un mismo significado de geometría, para ellos es un espacio dedicado al reconocimiento, trazo y cálculo de perímetro y área de figuras geométricas. Sin embargo, se encontró una profesora cuyas concepciones difieren, hasta cierto punto, de los otros docentes. Para ella la geometría es algo más que trazos y cálculos: la relaciona con el trabajo visual y estético por medio del trabajo manual y artístico. Ella declara realizar este tipo de actividades con sus alumnos, lo cual nos remite a la categoría “Diseñar” de las seis categorías de prácticas matemáticas que fueron propuestas por Bishop (2000). Este investigador reconoció que hay una gran variedad de prácticas matemáticas en las distintas sociedades, cuya función es lograr una alfabetización numérica. El eje central de la categoría de diseñar, está relacionado con el manejo de la forma de todo lo que rodea al ser humano. Es de recordar que la forma ha jugado un papel importante en el diseño de objetos en todos los tiempos de la humanidad.

Para analizar el discurso de los maestros entrevistados se consideran las ideas ya expresadas en nuestro marco teórico. A continuación recordamos algunas de ellas.

La geometría, según autores como Pogorélov (1974), Thompson (1996), Fones (1997) y otros, es la ciencia que estudia las figuras geométricas, sus características, propiedades y relaciones y que favorece el desarrollo del

razonamiento lógico, este último punto, como se ha dicho, está ausente en el discurso de los maestros.

Por otro lado, en el plan y programas de 1993 se recomienda favorecer, por medio del eje temático de geometría, el desarrollo de múltiples habilidades que le permitan al alumno acrecentar el manejo e interpretación del espacio y de las formas de su entorno.

Los significados y propósitos de geometría, antes mencionados, difieren de lo encontrado en las concepciones de los profesores entrevistados; en sus ideas se vislumbra un significado vinculado solamente al contexto escolar y éste, además, no coincide con el propuesto en el plan y programa de 1993. Para ellos la geometría es:

- P1M6M *...pienso lo que es nada más ángulos y figuras geométricas...*
- P2M6M *...pues en el trazo de figuras...en el cálculo de perímetros, áreas...*
- P3H6V *...todo son dimensiones y la naturaleza de la geometría es eso, es un mundo de dimensiones...*
- P4M5V *...pues en trazos geométricos, en figuras...me iría también a lo que sería ángulos, líneas, de todo paralelas...*
- P5M5V *...hablo de geometría básicamente enfocándome a figuras, áreas, perímetros...la geometría es la parte estética de las matemáticas...es la parte hermosa y estética de las matemáticas.*

A partir de lo que los maestros dicen, se puede destacar la ausencia de ideas que sugirieran una visión de la geometría como el medio para el desarrollo de la ubicación e interpretación del espacio por parte de los alumnos –como lo marca el plan y programas 1993-. Para la mayoría de los maestros, la geometría es un mundo de figuras geométricas donde se trazan, se reconocen algunas de sus características como ángulos y lados y se calcula su perímetro y área. Sólo una maestra identifica a la geometría como un espacio para el desarrollo de actividades de tipo artístico, donde los alumnos disfrutaban mucho; para ella la geometría es un medio de recreación. De cualquier forma ninguno considera a la geometría para la adquisición de habilidades de razonamiento lógico.

La ausencia de ideas para percibir a la geometría como un espacio para el desarrollo de diversas habilidades, no permite generar estrategias de trabajo para la ubicación e imaginación espacial y el análisis crítico de las figuras geométricas; solamente se desarrollan actividades de reconocimiento y trazo de figuras, cálculo de perímetros y áreas y construcción de cuerpos geométricos.

Una de las ideas sobre la geometría, que expresaron los docentes entrevistados en esta investigación, coincide con la identificada por Moreno (1998). Esta se refiere a que la geometría es concebida como el medio para la práctica de cálculos aritméticos, apoyados de las fórmulas, para obtener principalmente perímetros y áreas.

4.2.2 El conocimiento sobre polígonos

En el tema de los polígonos hay variedad de concepciones entre los docentes entrevistados; para dar cuenta de ello, se consideró útil formar dos grupos de profesores, ya que se distinguieron, principalmente, dos posiciones diferentes sobre la definición de polígono. En el primero están P2M6M, P4M5V y P5M5V, para ellos el polígono es definido como una figura cerrada y limitada por tres o más líneas rectas. La definición que posee este grupo es más afín con las definiciones de los autores Wentworth (1915), Pogorélov (1974), Jacobs (1974) y Filloy (2001), así como en el libro de la SEP donde se define: “Un polígono es una superficie limitada por lados rectos”. (Sep, 2001, p.12).

En estos profesores se observa una probable influencia del libro de texto, pero aún están alejadas las ideas de pensar en los polígonos como figuras que puedan ser estudiadas a partir de sus características.

En el segundo grupo están los maestros P1M6M y P3H6V quienes definen al polígono como una figura formada por más de tres líneas o a partir de cinco líneas. De modo que para ellos las figuras de tres o cuatro lados no son polígonos. Para estos maestros esas figuras forman parte de otra clasificación.

Las definiciones de estos profesores se apartan de la definición de SEP (ver 3.7.3). Una explicación posible es que, los conocimientos adquiridos durante su formación como estudiantes, son de mayor peso que lo propuesto en la reforma

de 1993. La influencia de los conocimientos adquiridos durante su formación como estudiantes también fue reconocida por Sáiz (2002) sobre el tema del volumen.

La identificación de polígonos que realizaron los maestros se vio limitada por las concepciones que ellos tienen sobre este tema. A los maestros entrevistados les fue fácil catalogar polígonos regulares –pentágono, hexágono y octágono- dentro de un grupo de figuras. La presencia de un triángulo y un cuadrilátero generó dudas, en algunos profesores, para reconocerlos como polígonos. Otro de los factores que provocó desconcierto entre los docentes fue una línea curva en una figura, algunos de los maestros sí tuvieron claridad en cuanto a que un polígono no puede estar limitado por líneas curvas, pero otros, dudaron entre aceptar esas líneas o no como lados de un polígono (Ver pág. 90 de este documento).

También, se encontraron dos ideas diferentes sobre polígonos irregulares; para algunos profesores éstos son entendidos como figuras formadas por líneas y ángulos de distinta medida pero, para otros, un polígono irregular es una figura que se utiliza para calcular su área por medio de la fragmentación. Esta idea proviene del énfasis que se hace en los programas actuales en la justificación de las fórmulas para calcular áreas de diferentes figuras. La secuencia propuesta es justificar la fórmula para obtener el área de un rectángulo, y a partir de esta fórmula - y por fragmentación - se deducen la del triángulo y la del trapecio. Teniendo la fórmula para obtener el área de un triángulo, es posible deducir la

fórmula para obtener el área de cualquier figura regular. Por último cualquier figura irregular limitada por rectas se puede descomponer en triángulos. Todo ese proceso, recomendado por los expertos y presente en los libros de texto, es transformado por los maestros en una sola idea “un polígono irregular es aquel que puede descomponerse para obtener su área”.

Por otro lado, la ausencia de una definición clara y unificada de polígono entre los docentes de primaria, les impide tener una visión amplia sobre el tema y, así, poder argumentar por qué una figura es o no un polígono.

Lo anterior confirma la importancia de que los profesores posean un conocimiento amplio de las matemáticas (Thompson, 1992) y, en este caso, del tema de los polígonos. El asumir distintas definiciones, genera diversas nociones sobre el tema de los polígonos, las cuales crearán confusión en los alumnos.

4.2.3 Las concepciones sobre la enseñanza de la geometría y los polígonos.

Como se mencionó, Robert y Robinet (1989), Llinares y Sánchez (1990), Thompson (1992) y otros autores coinciden en la idea de que el significado que se tenga de las matemáticas influirá en las maneras de identificar e interpretar qué se debe enseñar y cómo se debe enseñar, y esto también se verá reflejado en el actuar del docente.

Desde este punto de vista, las concepciones de los docentes entrevistados sobre la geometría, como se mostró en los contrastes (ver 4.1.2), impiden darle a esta rama de las matemáticas un lugar privilegiado como uno de los temas para la clase de matemáticas.

Al hablar de los temas de mayor importancia para una clase de matemáticas, ellos mencionan el trabajo con los números y sus operaciones. Destacan principalmente las operaciones básicas, los números decimales, las fracciones, resolución de problemas y sistema de numeración. Es evidente que, desde el punto de vista de los docentes entrevistados, la geometría está desplazada de los primeros temas en importancia al trabajar las matemáticas.

Cuando los maestros expresan sus concepciones sobre la enseñanza de la geometría se observa que sus ideas están anudadas al eje temático de medición, uno de ellos, por ejemplo, menciona que el hombre se la pasa midiendo, por tal motivo los niños deben aprender a medir y calcular. Para los docentes entrevistados, se enseña geometría en la escuela primaria con la finalidad de que los niños conozcan las figuras, realicen trazos de ellas, las clasifiquen, aprendan a medir, hagan uso de diferentes unidades de medida y calculen perímetros y áreas.

No hay una idea sobre el sentido de enseñar geometría a los niños para favorecer el desarrollo del razonamiento lógico y la creatividad.

Para los maestros entrevistados, el sentido de enseñar los polígonos está vinculado a la adquisición de la definición de polígono; una vez aprendida ésta los alumnos podrán ser capaces de identificar y clasificar a los polígonos como un grupo de figuras con determinadas características. En el discurso de los profesores está ausente un trabajo de análisis de las figuras como el que propone el modelo de Van Hiele en las etapas de: “explicitación”, donde el alumno tiene que intercambiar con sus compañeros lo que ha observado de las figuras, y la etapa de “orientación libre” cuando el alumno se enfrenta a tareas más complejas, para buscar diferentes soluciones a un problema.

A partir de las concepciones de los maestros sobre la enseñanza de la geometría se vislumbra el modelo de enseñanza que ellos dicen usar para trabajar el tema de polígonos.

La mayoría de los maestros utilizan una secuencia de actividades muy similar, la cual inicia con la definición del concepto del tema a trabajar, le sigue la observación de las figuras de interés, luego el trazo de las figuras, en algunas ocasiones la clasificación como en el caso de los polígonos y finalmente el cálculo del perímetro y el área. Para ellos, el fin último del conocimiento de las figuras esta destinado al cálculo del perímetro y el área.

Al comparar la secuencia de actividades que dicen seguir los maestros en una clase de polígonos con las fases de enseñanza en el modelo de Van Hiele, se

identificó que ellos usan solamente las dos primeras fases del modelo de Van Hiele: la primera es la “encuesta” para saber los conocimientos previos que tienen los alumnos, y la segunda es la “orientación dirigida”, porque le presentan las figuras a los alumnos para que las conozcan y las acepten como tal. Están ausentes las ideas de dar la oportunidad para una confrontación entre los alumnos sobre lo que ellos observan y les permita reflexionar sobre las propiedades de las figuras.

Sí se percibe entre las declaraciones de algunos profesores la intención de conocer algunas estrategias nuevas para modificar sus prácticas educativas, desafortunadamente no hay ideas que indiquen una nueva concepción de las matemáticas.

Están ausentes entre los maestros ideas sobre las diferentes habilidades que se pueden desarrollar en los alumnos al estudiar geometría, por ejemplo habilidades visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación, como lo marca Hoffer (1981, citado por Bressan, 1997).

4.2.4 Análisis de los polígonos

Las concepciones que tienen los maestros entrevistados sobre el tema de polígonos y su enseñanza permitieron identificar la visión que ellos tienen de los polígonos. Para los profesores es importante que se reconozca un polígono como

una figura con un determinado número de lados para luego otorgarle un nombre específico, localizar ángulos y vértices como elementos que posee un polígono.

No hay ideas que giren en torno a un trabajo colectivo o en parejas, para que se dé la confrontación de ideas entre los alumnos, donde ellos puedan argumentar bajo qué condiciones una figura geométrica sí puede ser polígono o no o cuándo un polígono es regular o irregular.

Como se mencionó en párrafos anteriores el trabajo que conciben los maestros para el tema de los polígonos es limitado; omiten un análisis profundo de los polígonos, éste que dicen realizar los maestros con sus alumnos se queda en un plano de reconocimiento de las figuras y ejercitación de su trazo. Este tipo de actividades alcanzan la segunda fase que tiene la propuesta de enseñanza del modelo de Van Hiele.

El análisis reducido de los polígonos, acompañado de los titubeos para definir e identificar a una figura geométrica como polígono por parte de los profesores entrevistados, probablemente se reflejará en la noción de polígono que tendrán sus alumnos. A continuación se da cuenta de lo que esperan los maestros que aprendan sus alumnos sobre el tema de los polígonos.

4.2.5 Las concepciones sobre el aprendizaje de los polígonos.

Las ideas que los maestros entrevistados declararon sobre el aprendizaje de los polígonos hacen eco a lo que ellos conciben por geometría, para ellos los alumnos deben conocer los polígonos como parte del aprendizaje que se adquiere en la escuela primaria, sobre esto algunos maestros dicen:

P1M6M ...la importancia es tener ese concepto... qué es una figura, de qué lados se compone...

P2M6M Para que aprendan...a conocer nada más la figura o sea el cuadrado, el triángulo y sacar perímetros, áreas...

P3H6V Desde luego...Pues son figuras geométricas que caen dentro de una clasificación...

A partir de lo que expresaron los maestros, no se puede esperar que el aprendizaje de polígonos por parte los alumnos tenga un matiz diferente al esperado por los docentes; por tal motivo, tampoco se puede suponer, por ejemplo, que los alumnos alcancen otros niveles de análisis de los polígonos como los propuestos en el modelo de Van Hiele.

Según la posición de la mayoría de los maestros entrevistados, sus alumnos adquieren el concepto de polígono y de ellos identifican sus lados, sus vértices, sus ángulos y su nombre. Como ya se había mencionado, para los docentes el

tema de los polígonos está vinculado al reconocimiento, ejercitación del trazo y el cálculo de perímetro y área.

A partir de lo que exponen los profesores se puede deducir que, ellos esperan que sus alumnos posean el conocimiento necesario de polígonos para poder reconocer en un futuro a este tipo de figuras, así como también, que este aprendizaje pase a formar parte del aprendizaje que debe poseer una persona que concluyó la educación primaria.

Si nuevamente se toma como referencia el modelo de Van Hiele, se concluye que los alumnos de sexto grado de primaria alcanzan el nivel dos de este modelo, porque reconocen las figuras y enuncian algunas características como son: lados, ángulos, líneas paralelas, entre otros, pero no pueden realizar clasificaciones lógicas.

Para saber si los alumnos de quinto y sexto grado poseen determinados conocimientos de geometría y polígonos los maestros entrevistados enuncian una serie de aspectos que consideran para la evaluación. La mayoría de ellos dice utilizar exámenes escritos. En éstos los alumnos tienen que trazar, comparar figuras, contestar preguntas relacionadas a las características de las figuras y calcular perímetros y áreas. Una maestra dice utilizar en los exámenes ejercicios de imaginación espacial, pero dentro de su discurso están ausentes actividades de este tipo. Algunos dicen que la evaluación es continua porque contemplan varias

cosas, por ejemplo: los trazos que realizan en clase, la participación en clase, la elaboración de ejercicios.

Si los alumnos no tienen desarrolladas habilidades, como por ejemplo, el uso de un lenguaje matemático para describir figuras, la interpretación del espacio para una mejor ubicación dentro de su entorno y la resolución de problemas, no se puede esperar que resuelvan sin problemas cuestionamientos como los que dicen utilizar los maestros entrevistados.

Una vez registradas las concepciones que tienen los profesores sobre el aprendizaje de los polígonos, también se les cuestionó sobre los problemas que han identificado en el aprendizaje de la geometría y los polígonos.

4.2.6 Dificultades de aprendizaje

La visión de los profesores sobre el aprendizaje de geometría, de polígonos y lo que deben aprender sus alumnos de este tema, no son compatibles en su totalidad. Esto se evidencia al reconocer las dificultades de aprendizaje que tienen los alumnos.

Algunos profesores expresan como dificultad de aprendizaje el uso inadecuado de los instrumentos geométricos -regla, transportador y escuadras-, por ejemplo. Ellos dicen que los niños no saben medir y tampoco realizar bien los trazos de los polígonos. Otra de las dificultades que distinguen los maestros es la incapacidad

que tienen los alumnos para reconocer el perímetro o el área de un polígono. Declara la maestra P2M6M *...reconocen la figura, pero no la conocen a fondo lo que son sus características...* al hablar de los alumnos de sexto grado. Por otro lado, también, es identificado como problema de aprendizaje la falta de comprensión de las fórmulas para calcular el perímetro o área de una figura.

La maestra P5M5V dice *...básicamente algo que he visto que les cuesta mucho trabajo...bajar lo que saben a los problemas...la elaboración de problemas con resultados...* Es interesante lo que dice esta maestra porque ella es la única en declarar *...quizás se deba que uno empieza al revés, normalmente empiezas por el concepto y luego te bajas a los problemas, digo ya lo hemos visto hasta la coronilla que tiene que ser al revés; pero en la vida cotidiana...empezar del problema, no siempre resulta tan sencillo es muy cargado de tiempo...* Es evidente el reconocimiento del uso inadecuado de los problemas para la construcción del conocimiento, porque no se procede conforme a lo establecido en el plan y programas de 93, desafortunadamente se trabaja al revés, como ella lo menciona, argumentando cuestión de tiempo.

Después de conocer las dificultades de aprendizaje que los maestros describen, surgen muchas preguntas como las siguientes: ¿Por qué los maestros no inician con problemas al abordar un tema de geometría? ¿Por qué solicitan a los alumnos la resolución de problemas, si no los trabajan en clase? ¿Por qué trazan mal las figuras los niños, si el trazo es parte de lo que practican en clase? ¿Cómo van los

alumnos a reconocer las características de las figuras, si no acostumbran hacer esto en clase? ¿Por qué no saben medir con regla los niños? Estas y otras preguntas más pueden surgir a partir de lo expuesto. Pero en este trabajo no es posible dar respuesta a todas ellas, porque sería motivo de otra investigación.

REFLEXIONES FINALES

Las matemáticas son parte de la herencia cultural que reciben las personas de una sociedad. Si bien es cierto que el proceso de apropiación de ese bagaje de conocimientos no es tarea fácil, es de reconocer la importancia del rol que desempeñan los profesores en las relaciones que se dan entre el saber, el alumno y el docente. Actualmente se acepta que en las acciones de los profesores subyacen las creencias, ideas, concepciones y representaciones de lo que ellos conciben de las matemáticas. En la búsqueda de las concepciones de los profesores de primaria sobre la geometría, los polígonos, su enseñanza y aprendizaje se realizó esta investigación.

Más allá de comunicar las concepciones de los maestros de primaria, después de la interpretación de los datos obtenidos a través de las entrevistas, se identificó que las concepciones que tienen los profesores entrevistados sobre la geometría son compatibles con sus maneras de concebir la enseñanza y aprendizaje de los polígonos. Aún cuando, algunos de los maestros muestran interés por realizar actividades con un matiz diferente al modelo tradicional, no se concibe la idea de utilizar los problemas para la construcción de conocimientos al trabajar temas de

geometría, los problemas utilizados se plantean después de ver un tema, como aplicación.

La enseñanza de la geometría y en particular de los polígonos se limita al reconocimiento y trazo de las figuras; después se traslada el trabajo a la ejercitación de cálculos planteados en el eje de medición. Pareciera que la enseñanza de la geometría en la escuela primaria está anclada a los propósitos de programas anteriores a la reforma de 1993, porque en el discurso de los maestros se encuentran algunas ideas que nos remiten a lo que proponían los programas de 1964 y 1972, donde el aprendizaje de la geometría en la escuela primaria estaba centrado en un aprendizaje de vocabulario, trazo de figuras y el cálculo de perímetro y áreas utilizando distintas unidades de medición del sistema métrico decimal.

Este estudio deja ver la necesidad de una renovación profunda en la formación de los profesores y en la actualización de los profesores en servicio. Se coincidió con otros estudios sobre la influencia que tiene su experiencia como alumnos de educación básica en su práctica docente, aparentemente ésta pesa más que la propuesta de enseñanza del plan y programas del 1993, por lo menos en lo que se refiere al eje temático de geometría.

No se pretende mostrar una catástrofe, sólo se intentó conocer qué está pasando con la enseñanza de la geometría a partir de las concepciones de los maestros.

Por otro lado, hay estudios que reportan avances importantes en la adopción de la reforma de 1993, como el reportado por Ávila (2004).

Aún cuando las concepciones de los maestros entrevistados entre geometría y enseñanza son compatibles, se encontró que no es este el caso cuando se pide a los maestros mencionar las dificultades de aprendizaje que tienen los niños al trabajar geometría; se observó que hay contradicción entre lo que ellos esperan que aprendan los niños y lo que distinguen como dificultad de aprendizaje. Como se había mencionado, los maestros enseñan y esperan que sus alumnos aprendan a reconocer y trazar figuras y a calcular el perímetro y área de las figuras. No señalan el análisis ni la construcción de estas fórmulas. Entonces, ¿por qué distinguen como dificultad de aprendizaje que los alumnos no entienden las fórmulas?, si en las declaraciones de los maestros no hay un trabajo de análisis sobre éstas. También, señalan que los alumnos no saben resolver problemas, cuando algunos de ellos dicen utilizar los problemas en los exámenes y no en el desarrollo de sus clases.

Si bien en casi todos los maestros entrevistados hay convergencias en la interpretación que hacen de la geometría y de los modelos utilizados para la enseñanza de los polígonos, se encontró que hay una distancia entre lo proyectado en el plan y programas de 1993 y lo que dicen concebir para el trabajo de geometría y los polígonos.

Es evidente que una visión diferente de las matemáticas es necesaria, pero es más urgente un cambio de concepción sobre rol del docente y un conocimiento más profundo de las propuestas pedagógicas que plantea el plan y programas de 1993. Espero que este trabajo de investigación apoye a la reflexión de quienes lo lean, confío sean varios maestros, y germine la necesidad de revisar los materiales que ofrece la Secretaría de Educación Pública; para que en un futuro no muy lejano, las matemáticas sean un medio de comunicación común entre las personas y el vehículo para el desarrollo del razonamiento deductivo de muchos.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C. C. (1997) *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Síntesis, Madrid.
- Alsina, Burgués y Fortuny (1997) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Síntesis, Madrid.
- Ávalos, A. (1997) *Estudio de las transformaciones que sufren las concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos en un curso de actualización*. Tesis de maestría (DIE), México.
- Ávila, A., Block, D., Carvajal, A. (2003) Investigaciones sobre educación preescolar y primaria, en *Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje*. Tomo 7, Capítulo 1, México.
- Ávila, S. A. (1988) *La Enseñanza oficial de las matemáticas elementales en México; su Psicopedagogía y Transformación (1944-1986)*. Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Ávila, S. A. (2004). Los Profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas, en Avila, A. (Directora) *La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. SEP, México.
- Battista, M. T. (1999) Geometry Results from the Third International Mathematics and Science Study. *Teaching Children Mathematics*, vol. 5 No. 6, p. 367-373.
- Bishop, A. (1992) International Perspectives on Research in Mathematics Education en *Douglas A. Grows (Ed.) Handbook of research on mathematics teaching and learning*. USA. Mac. Millan Pub. Co. Traducción realizada por Sáiz, Mariana.
- Bishop, A. (2000) Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos. (35-55) *En Matemáticas y Educación*. Retos y Cambios desde una Perspectiva Internacional. Graó, Barcelona, España.
- Bressan, A. M. (2000) *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Novedades Educativas, Buenos Aires.
- Clark, Ch. y Peterson (1990). Procesos de pensamiento de los docentes (444-543. en Wittrock, (1990) *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos*. Paidós Educador, España, 1997.
- Ernest, P. (1992) Epistemological Basis of Qualitative Research in Mathematics Education: a postmodern perspective en *Douglas A. Grows (Ed.) Handbook of*

research on mathematics teaching and learning. USA. Mac. Millan Pub. Co.
Traducción realizada por Sáiz, Mariana.

Flanders, N. (1977). Investigación sobre la eficacia docente basada en el análisis de la interacción verbal de la clase. (483-544) En N. Flanders, *Análisis de la interacción didáctica*, Salamanca: Anaya

Flick, U. (2002) *An Introduction to "Qualitative Research"* London: Sage Publications.
Traducción realizada por Sáiz, Mariana.

Fones, N. A. (1997) *Geometría el tesoro escondido*. Geema, Argentina.

Fuenlabrada, I (1986) Los cuadriláteros y sus diagonales. *Series Title Laboratorio de Psicomatématica; No. 7 (271-275)* CINVESTAV, México.

Fuenlabrada, I., Ortega, L., Valencia, R (1997) La geometría en los libros de texto de matemáticas del primer ciclo. *Estudios en Didáctica*. Grupo editorial Iberoamericano, México.

Furinghetti F., Pehkonen E. (2002) Rethinking characterizations of beliefs, (39-72) in *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Gutiérrez, A. (1995) *Geometría y algunos aspectos generales de la Educación Matemática*. Grupo editorial Iberoamérica, México.

Hannibal, M. A. (1999) Young Children's Developing Understanding of Geometric Shapes. *Teaching Children Mathematics*, vol. 5 No. 6, p. 353-357

Hernández, Z. (2002) *A seis años de la nueva propuesta educativa: el caso del volumen*. Tesis de maestría, (UPN), México.

Hershkowitz, R (1990) Psychological Aspects of Learning Geometry. *En Math and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Cambridge University Press, Great Britain.

Imbernón, F. (1997) *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*. Grao, de servicios pedagógicos, Barcelona.

Jacobs, H. (1987) *Geometry*. Freeman & Co. EUA.

Jackson, P. W. (1991) *La vida en las aulas*. Paidea – Morata, Madrid.

Jaime, P. A., Gutiérrez R. Á. (1990) Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele. *En Teoría y Práctica en*

- educación matemática* por Llinares Ciscar, Salvador y Sánchez García Ma. Victoria. Barcelona.
- Kilpatrick, J. (1992) Historia de la investigación en educación matemática. *En Educación matemática e investigación*. Síntesis, España.
- Leder, G., Pehkonen E., Torner G. (2002) Setting the scene, (1-10) in *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- Llinares, C. S. (1992) Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores (57-95) *En La investigación sobre la formación del profesorado, Métodos de investigación y análisis de datos*. Capítulo 3 Coordinador Marcelo, G. C. Cincel, España.
- Llinares, S., Sánchez, V. (1990) El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas, (63-111) *En Teoría y Práctica*. Limusa, España.
- Monaghan, F. (2000) What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics, an International Journal*. Volume 42, No. 2.
- Mora, J. M., Ludwika, J. M. (2003) *Apuntes para una historia de las matemáticas y la astronomía en la India antigua*. UNAM, México.
- Moreno, M. L. (1998) *Concepciones de los maestros de primaria en torno a la medición. Experiencias en un taller de actualización*. Tesis de Maestría (DIE), México.
- Musser y Burger (1995) Reconocimiento y análisis de figuras geométricas bidimensionales, La teoría de Van Hiele. *En Antología Programa Nacional de Actualización Permanente*, México.
- Ornelas, C. (2003) *El sistema educativo mexicano*. CIDE, NF, FCE. México.
- Parra, C. y Sáiz I. (2002) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós Educador, Argentina.
- Pastor, J. R., Barbini, J. (2000) *Historia de la matemática*, Volumen 1. Gedisa, España.
- Peltier, M. L. (1999) Representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre las matemáticas y su enseñanza, (5-24) *En Educación matemática* Vol. 11 No. 3 Diciembre, México.

- Pérez, G. (1998) *La investigación cualitativa: retos e interrogantes*. Muralla, Madrid.
- Pérez, G. A. (1987) El pensamiento del profesor, vínculo entre la teoría y la práctica. *Revista de Educación*, 284, 199-122.
- Pirie, S. (1998) Working toward a design for qualitative research en Anne Teppo (Ed.) *Qualitative Research Methods in Mathematics Education*. Virginia EUA: NCYM. Traducción realizada por Sáiz, Mariana.
- Pogorelov, A. V. (1998) *Geometría elemental*. Instituto Politécnico Nacional, México.
- Popkewitz, T. S. (2001) La producción de la razón y el poder: Historia del currículum y tradiciones intelectuales. *En Rostros Históricos de la Educación*, Aguirre Lora María Esther. CESU y FCE, México.
- Robert, A., Robinet, J. (1989) Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza. *Cuadernos del DIDIREM Núm. 1*, Universidad de Paris. Síntesis y Traducción por Ávila, A.
- Sáiz, M. (2002) *El pensamiento del maestro de primaria acerca del concepto volumen y de su enseñanza. Tesis de doctorado* (CINVESTAV, DME) México.
- Schifter, D. (1999) Learning geometry, Some insights drawn from teacher writing. *Teaching Children Mathematics*, vol. 5 No. 6, p. 360-366.
- SEP. (2004) Matemáticas. *Libro para el alumno primer grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (1998a) Matemáticas. *Libro para el alumno segundo grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (1998b) Matemáticas. *Libro para el alumno tercer grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (1998c) Matemáticas. *Libro para el alumno cuarto grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (2002) Matemáticas. *Libro para el alumno quinto grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (2003) Matemáticas. *Libro para el alumno sexto grado*. Comisión Nacional de los libros de texto gratuitos, México.
- SEP. (1964) *Programas de Educación Primaria Aprobados por el Consejo Nacional Técnico de la Educación*, México.

- SEP. (1972) *Plan de estudios y programas. Educación Primaria*. Consejo Nacional Técnico de la Educación, México.
- SEP. (1973) *Plan de estudios y programas. Educación Primaria*. Consejo Nacional Técnico de la Educación, México.
- SEP. (1994) *Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. Primaria*. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal, México.
- Serrano, C. J. A. (1989) Elementos de Análisis curricular. (128-140) En *Revista de la ENEP Aragón*, mayo 1989, UNAM.
- Schoenfeld (1992) En Furinghetti F., Pehkonen E. (2002) Rethinking characterizations of beliefs, (39-72) in *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- Struik, D. J. (2002) *Historia Concisa de las Matemáticas*. Instituto Politécnico Nacional, México.
- Thompson, A. G. (1992) Creencias y concepciones de los maestros, síntesis de la investigación, (127-146) En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, capítulo 7, 1992. Traducción por Sáiz, M.
- Thompson, J. E. (1996) *Geometría*. Limusa, México.
- Wentworth, J., Smith, D. E. (1915) *Geometría plana y del espacio*. Ginn, Boston, USA.
- Wittrock, M. C. (1997a) *La investigación de la enseñanza, I*. Paidós Educador, España.
- Wittrock, M. C. (1997b) *La investigación de la enseñanza, III*. Paidós Educador, España.

ANEXOS

ANEXO 1

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS			
GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
1°	<p>Apreciar conjuntos: el cubo, la esfera y el cilindro; las superficies planas y las superficies curvas: las líneas rectas y curvas: el cuadrado, el círculo y el triángulo.</p> <p>Destreza para medir y pesar: práctica de medición con el metro; medición de objetos del aula, para desprender de estas actividades el conocimiento del decímetro y el centímetro; aplicar las ideas adquiridas de pesas y medidas para compras. Prácticas de trazo y construcción: conocimiento de la esfera, el cilindro y el cubo; modelar cuerpos de estas formas; conocimiento y aplicación de la línea recta, vertical, horizontal e inclinada; uso de la regla para hacer rayas, medir y hacer sencillos croquis; conocimiento y aplicaciones sencillas de la línea curva; utilización y conocimiento del cuadrado, del círculo y del triángulo en la construcción de juguetes.</p>	<p>Introducción a la geometría. Ubicará objetos y personas en posiciones distintas (arriba, abajo, a la derecha, a la izquierda, adelante y atrás), tomándose él, como punto de referencia. Clasificará objetos dados atendiendo a su forma. Distinguirá volúmenes iguales y diferentes. Percibirá la relación entre volumen y forma. Comparará objetos atendiendo a su tamaño. Distinguirá las características geométricas, elementales de los objetos (caras planas y curvas, líneas rectas y curvas), mediante la observación y el dibujo de ello. Trazará y reconocerá diferentes clases de líneas (recta, curva, cerrada y no cerrada). Efectuará mediciones sencillas con unidades de medida convencionales. Conocerá algunos conceptos elementales de medida. Efectuará con el metro mediciones sencillas. Distinguirá las superficies planas de las no planas. Efectuará mediciones con el metro y el centímetro. Clasificará las superficies en planas y curvas. Reconocerá y dibujará superficies (planas - no planas, cerradas - no cerradas).</p>	<p>Ubicación espacial: Ubicación del alumno en relación con su entorno. Ubicación del alumno en relación con otros seres u objetos. Ubicación de objetos o seres entre sí. Uso de las expresiones arriba, abajo, adelante, atrás, derecha izquierda. Introducción a la representación de desplazamientos sobre el plano. Cuerpos Geométricos: Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos. Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, los que ruedan y los que no ruedan). Construcción de algunos cuerpos mediante diversos procedimientos (plastilina, popotes u otros). Figuras geométricas: Reproducción pictórica de formas diversas. Reconocimiento de círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en diversos objetos. Identificación de líneas rectas y curvas en objetos del entorno. Trazo de figuras diversas utilizando la regla. Elaboración de grecas.</p>

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
2°	<p>Destreza para medir y pesar: prácticas de medir distancias; mediciones de objetos para expresarlos en decímetros, centímetros y milímetros; (kilogramo y litro) ; idea objetiva del metro cuadrado. Práctica de trazo y construcción: conocimiento de las rectas perpendiculares y oblicuas; conocimiento objetivo del cubo, la esfera, el prisma, el cilindro, el cono y la pirámide; conocimiento del triángulo, el cuadrado , el círculo y la circunferencia; recorte de figuras; noción de ángulo como resultado del giro de una vuelta, de media y de un cuarto de vuelta (ángulos recto, agudo y obtuso).</p>	<p>Intuición geométrica. Ubicación de objetos y personas en el espacio (arriba, abajo, a la derecha, a la izquierda, adelante y atrás con referencia a sí mismo y a otros centros de referencia. Dibujo de objetos y modelos simples después de observarlos y deducir características geométricas básicas. Distinguir, clasificar y trazar de manera tosca: líneas rectas, curvas cerradas y no cerradas, superficies planas y curvas, segmentos de recta, poligonales cerradas y no cerradas, triángulos, cuadrados, rectángulos, circunferencias y rectas paralelas. Conocer conceptos elementales de medida. Conocimiento y uso del litro para medir líquidos. Realizar mediciones con el metro, el decímetro y el centímetro. Comprender y aplicar el concepto de simetría. Dibujar una figura simétrica respecto a un eje.</p>	<p>Ubicación espacial: Ubicación del alumno en relación con su entorno. Ubicación del alumno en relación con otros seres u objetos. Ubicación de objetos o seres entre sí. Los puntos cardinales. Representación de desplazamientos sobre el plano. trayectos, caminos y laberintos. Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia.</p> <p>Cuerpos Geométricos: Representación de cuerpos y objetos del entorno mediante diversos procedimientos. Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas). Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos.</p> <p>Figuras geométricas: Trazo de figuras diversas utilizando la regla. Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas. Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados). Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas.</p>

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
3°	<p>Habilidad para resolver problemas: prácticas de evaluación de perímetros y áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos.</p> <p>Habilidad para pesar y medir: símbolos de las medidas más usuales del Sistema Métrico Decimal, cm.,centímetro; m., metro; km., kilómetro; l, litro: g., gramo, y kg., kilogramo; prácticas de medición con unidades de longitud, de capacidad y de peso; ideas del kilómetro y el medio kilómetro. Práctica para el trazo y construcción: uso de la regla, compás y escuadra; construcción y medida de los ángulos; adición y sustracción de segmentos de recta; líneas rectas combinadas: perpendiculares, oblicuas, paralela y su trazo correspondiente; conocimiento de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares; conocimiento de los distintos prismas y pirámides; utilización de figuras en la construcción de juguetes.</p>	<p>Reconocimiento, comparación y dibujo de formas geométricas elementales. Trazo de ejes de simetría en figuras dadas. Pintar simétricamente figuras dadas. Reconocimiento de figuras simétricas y no simétricas. Reconocimiento de la circunferencia. Conocimiento del concepto de área. Intuición de la necesidad de unidades de medida. Clasificación de triángulos por sus ejes de simetría. Situar puntos en el plano cartesiano usando coordenadas. Uso de unidades de medida (cm, dm, mm) en el cálculo de longitudes. Establecer equivalencias entre cm, dm, mm, m, km. Clasificación de cuadriláteros por sus ejes de simetría. Uso de cm^2, m^2, km^2 para calcular áreas. Cálculo del área de polígonos de tres y cuatro lados. Resolución de problemas. Clasificación de polígonos regulares por el número de lados. Realizar configuraciones simétricas respecto a un eje. Reconocimiento de rectas perpendiculares y rectas paralelas. Trazo de figuras geométricas conocidas con instrumentos de geometría. Reconocimiento de algunas propiedades de los cuadrados.</p>	<p>Ubicación espacial: Representación en el plano de la ubicación de seres y objetos del entorno inmediato. Representación de desplazamientos sobre el plano: trayectos tomando en cuenta puntos de referencia. Diseño, lectura e interpretación de croquis. Observación y representación de objetos desde diversas perspectivas.</p> <p>Cuerpos Geométricos: Características de los cuerpos (número de caras, forma de las caras). Introducción a la construcción de cubos utilizando diversos procedimientos. Representación gráfica de cuerpos y objetos.</p> <p>Figuras geométricas: Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características (igualdad de lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría). Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas. Simetría. Ejes de simetría de una figura (identificación y trazo). Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos. Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de papel. Uso de la regla en el trazo de líneas y figuras.</p>

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS			
GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
4°	<p>Habilidad para resolver problemas: medidas angulares: grados, minutos y segundos. Conversiones. Habilidad para pesar y medir: práctica de medir y pesar; idea de todos los múltiplos y submúltiplos del metro lineal; establecer la relación entre metro y metro cuadrado; idea de la hectárea; uso práctico y símbolos de las unidades del Sistema Métrico Decimal: metros, decímetros, centímetros y milímetros; metro y decímetro cuadrados; metro y decímetros cúbicos; litro, decilitro, centilitro, mililitro. (kilogramo)</p> <p>Prácticas para trazo y construcción: uso de regla, escuadra, compás y transportador; conocimiento de ángulos rectos, obtusos, agudos, complementarios y suplementarios; conocimiento de polígonos regulares e irregulares; perímetros y áreas de las figuras estudiadas en los cursos anteriores; nociones sobre circunferencia, círculo y líneas del círculo; áreas laterales de prismas; utilización de figuras en decorado y construcción de juguetes.</p>	<p>Trabajo principalmente con figuras planas. Ejes de simetría de diversas figuras. La circunferencia. Simetría de rotación de varias figuras geométricas. Relación entre ejes de simetría y lados del triángulo. Definición de cuadriláteros con base en su número de ejes de simetría. Comparación de áreas y volúmenes. Relación entre el litro y el decímetro cúbico. Medición de áreas por conteo de cuadrillos. Cálculo de volúmenes con apoyo de cuadrillos. El centímetro cúbico, volumen de prismas. Rectas paralelas, trazo con la escuadra. Coordenadas en el primer cuadrante del plano cartesiano. Lados, vértices y ejes de simetría de polígonos. Idea de escala. Trazo de figuras a escala, sobre cuadrícula. Área de triángulos y rectángulos. Ángulos. Amplitud de giros. El grado, medida de ángulo. El gramo, kilogramo, litro y mililitro. Métodos indirectos de cálculo de áreas y volúmenes de figuras irregulares. *</p>	<p>Ubicación espacial: Representación de puntos y desplazamientos en el plano. Diseño, lectura e interpretación de croquis y planos. Lectura e interpretación de mapas. Cuerpos geométricos: Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de caras, número de vértices y número de aristas. Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos. Figuras geométricas: Comparación de ángulos, en forma directa y con intermediario. Uso del transportador en la medición de ángulos. Clasificación de figuras geométricas a partir del número de lados, número de lados iguales, ángulos iguales y número de ejes de simetría. Reconocimiento de diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos (triángulo isósceles, escaleno, equiláteros, triángulo rectángulo). trazo de las alturas de los triángulos. Composición y descomposición de figuras geométricas. Trazo de líneas paralelas y perpendiculares utilizando diversos procedimientos. Trazo del círculo utilizando una cuerda.</p>

* Información obtenida en Ávila (1988).

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
5°	<p>Habilidad para aplicar, en la resolución de problemas cotidianos: sistema Métrico Decimal. Unidades de medida de uso práctico. Símbolos correspondientes a las unidades enunciadas: m; metro; dm, decímetro; cm, centímetro; mm, milímetro; m², metro cuadrado; dm², decímetro cuadrado; m³, metro cúbico; dm³, decímetro cúbico, l, litro; dl, decilitro; cl, centilitro; ml, mililitro. Medidas agrarias usuales en México.</p> <p>Conversiones al Sistema Métrico Decimal y viceversa; medidas angulares, grados, minutos y segundos. medidas inglesas de uso industrial y comercial: pulgada, pie, yarda, milla marítima, milla terrestre, libra y galón. Interpretación y manejo de tablas de equivalencia. Perímetros y áreas de las figuras planas. Problemas de aplicación de unidades del Sistema Métrico; áreas y volúmenes de los cuerpos: cubo, prisma recto, y pirámide regular. Práctica para trazo y construcción: uso de los instrumentos de geometría; problemas gráficos sencillos: dividir rectas en segmentos iguales, trazo de ángulos iguales, trazo de paralelas, perpendiculares, bisectrices y mediatrices. Mediciones de ángulos; trazo de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares; construcción de tetraedros, hexaedros, prismas, pirámides, cilindros y conos. Capacidad para elaborar proyectos: interpretación y construcción de gráficas, escalas y croquis muy sencillos.</p>	<p>Localización de puntos en el plano cartesiano. Cálculo del perímetro de polígonos utilizando medidas de longitud conocidas. Cálculo de áreas de polígonos por medio de comparaciones. Cálculo del área de polígonos usando el cm² y el dm². Cálculo del área del romboide, del triángulo y trapecio aplicando las fórmulas respectivas. Localización de puntos alineados en el plano. Comprensión del concepto de volumen mediante comparaciones. Construcción de prismas rectangulares en cm³. Cálculo del volumen de prismas de diferentes formas de la base. Localización de puntos simétricos en el plano coordinado. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Trazo de cuadriláteros con sus diagonales.</p>	<p>Ubicación espacial: Introducción de los ejes de coordenadas cartesianas para ubicar seres u objetos en mapas o croquis. Cuerpos geométricos: Construcción y armado de patrones de cubos y prismas. Figuras geométricas: Trazo de figuras utilizando la regla y la escuadra. Uso de la regla, escuadra y compás para trazar figuras a partir de ejes de simetría, líneas paralelas y perpendiculares. Uso del compás para trazar círculos. Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (igualdad de ángulos, igualdad de lados, paralelismo y simetría). Construcción de figuras a escala (casos sencillos).</p>

CUADRO COMPARATIVO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS			
GRADO	PROGRAMA 1964	PLAN Y PROGRAMA 1972	PLAN Y PROGRAMA 1993
6°	<p>Los temas geométricos cuya revisión, afirmación y aplicación se harán, son los siguientes: cuerpo geométrico: poliedros y cuerpos redondos. Superficie, línea, punto; clases de líneas y superficies; concepto de ángulo, clases de ángulos, triángulos, cuadriláteros, paralelogramos, polígonos regulares e irregulares, circunferencia, círculo, líneas en el círculo; poliedros regulares e irregulares, cilindro, esfera y cono. Construcciones geométricas mediante el uso correcto de los instrumentos respectivos: trazo de paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices, ángulos, triángulos, cuadriláteros, circunferencias, polígonos regulares inscritos (triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono y octágono); circunferencia circunscrita a un triángulo, a un cuadrado y a un rectángulo, circunferencia inscrita en un triángulo y en un cuadrado; desarrollo y construcción de poliedros regulares, prismas, pirámides y cilindros rectos. Perímetros y áreas de figuras planas. Uso de formularios. Áreas y volúmenes de los cuerpos siguientes: cubo, prismas, pirámides, cilindros rectos, cono y esfera. Uso de formularios.</p>	<p>Área de figuras irregulares, por triangulación. Cálculo de medidas de figuras originales, con base en la escala o razón de proporcionalidad. Uso de la simetría. Volumen de un prisma. Medida de ángulos. Trazo de polígonos regulares a partir del trazo de sus ángulos centrales. Suma de los ángulos internos de un triángulo. Suma de los ángulos centrales de un cuadrado. Perímetro del círculo. Áreas de polígonos regulares, con base en el área del triángulo. Área del círculo con base en la idea de que es un polígono de infinito número de lados. Volumen del prisma cuadrangular y del cilindro. Métodos indirectos para calcular el volumen de cuerpos irregulares. Volumen de una pirámide. Problemas de escalas y trazo de planos. *</p>	<p>Ubicación espacial: Construcción a escala de croquis del entorno. Uso de los ejes de coordenadas cartesianas. Lectura de mapas. Cuerpos geométricos: Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides. Figuras geométricas: Construcción de figuras a escala. Reconocimiento de las semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala. Construcción de figuras a partir de sus diagonales. Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (tamaño de sus lados, número de lados, medida de sus ángulos, número de vértices, pares de lados paralelos, diagonales iguales, diagonales diferentes, puntos de intersección de las diagonales, número de ejes de simetría, etcétera). Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría. Trazo y reproducción de figuras utilizando regla y compás.</p>

* Información obtenida en Ávila, (1988).

ANEXO 2

PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993. LA GEOMETRÍA EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA					
BLOQUE	LECCIÓN	TÍTULO	CONTENIDO	POLI	PÁG.
BLOQUE I	2	¿Quién tiene razón?	FIG. GEOM.		12
	7	¿A dónde llega David?	U. ESPACIAL		22
	12	El forro de las cajas	C. GEOM.		32
BLOQUE II	22	Puntos y figuras	U. ESPACIAL		54
BLOQUE III	38	Trazo de triángulos y cuadriláteros	FIG. GEOM.		88
	43	Los polígonos regulares	FIG. GEOM.		98
	50	Área de figuras semejantes	FIG. GEOM.		112
	52	El tamaño real	FIG. GEOM.		116
BLOQUE IV	62	El círculo y sus encantos	FIG. GEOM.		138
	67	El secreto de los polígonos regulares	FIG. GEOM.		148
BLOQUE V	71	¿Qué tan grandes y qué tan chicos?	U. ESPACIAL		158
	84	Las reproducciones a escalas	FIG. GEOM.		184

UBICACIÓN ESPACIAL = U. ESPACIAL





CUERPOS GEOMÉTRICOS = C. GEOMÉTRICOS

FIGURAS GEOMÉTRICAS = FIG. GEOM.

POLÍGONOS = POLI

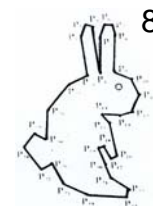
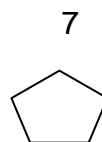
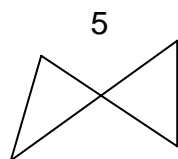
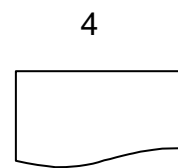
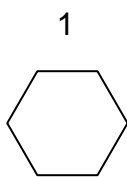
LECCIONES DONDE SE TRABAJAN LOS POLÍGONOS = 

ANEXO 3

PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993, LA GEOMETRÍA EN SEXTO GRADO DE PRIMARIA					
BLOQUE	LECCIÓN	TÍTULO	CONTENIDO	POLI	PÁG.
BLOQUE I	2	Las líneas curvas cerradas	FIG. GEOM.		12
	4	Dibujos grandes y dibujos chicos	FIG. GEOM.		16
	5	El dibujo de los terrenos	FIG. GEOM.		16
	7	¿En qué lugar está el submarino?	U. ESPACIAL		22
	15	Las figuras en el plano	U. ESPACIAL		38
BLOQUE II	21	Y la Rotonda, ¿dónde está?	U. ESPACIAL		52
	26	Construcción de cuerpos geométricos	C. GEOM.		62
	32	¿Cuál es la casa de Ismael?	U. ESPACIAL		74
BLOQUE III	38	Un paseo por la ciudad de México	U. ESPACIAL		88
	40	La escuela de Berta y Ruti	U. ESPACIAL		92
	44	Las diagonales de las figuras	FIG. GEOM.		100
	46	El rompecabezas	FIG. GEOM.		104
	49	Las pirámides	C. GEOM.		110
BLOQUE IV	55	¿Cuántas veces más grande es el área?	FIG. GEOM.		124
	56	Los cuadriláteros y sus diagonales	FIG. GEOM.		126
	57	Basta geométrico	FIG. GEOM.		128
	67	¿De qué polígono se trata?	FIG. GEOM.		148
BLOQUE V	72	Los trapecios	FIG. GEOM.		160
	73	Yo digo cuánto mide	FIG. GEOM.		162
	77	La unión de varios triángulos	FIG. GEOM.		170
	79	Un rompecabezas muy interesante	FIG. GEOM.		174
	85	La altura y la base de los prismas	C. GEOM.		186

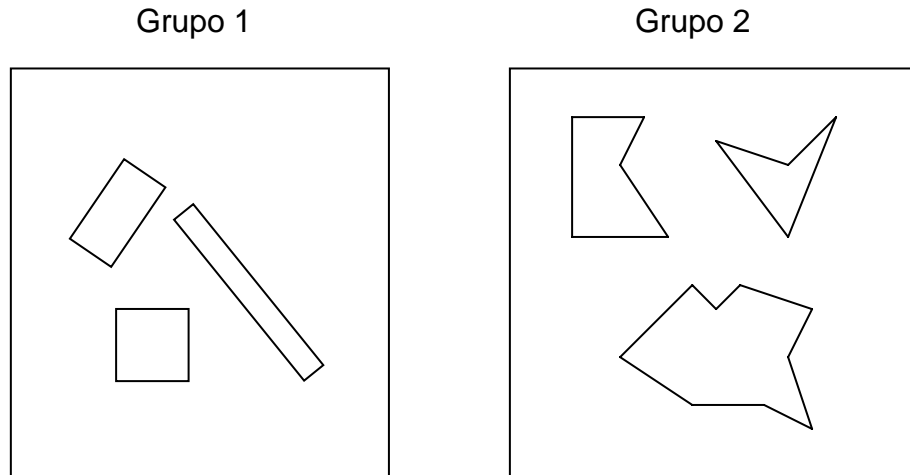
GUIÓN DE ENTREVISTA

1. Si contara sólo con una hora a la semana para la clase de matemáticas, qué temas escogería para abordar en sus clases, puede enumerarlos en el orden de importancia.
2. ¿En qué piensa cuando escucha la palabra geometría?
3. Puede mencionar cinco calificativos que le ayuden a describir la geometría.
4. ¿Cuál es el sentido que tiene enseñar la geometría en la escuela primaria?
5. ¿Qué cree que aprenden los alumnos al trabajar la geometría con usted?
6. Para dar una clase de polígonos, un maestro necesita seleccionar de entre las siguientes figuras las que sí son polígonos, ¿cuáles cree que seleccionó?



7. ¿Qué valor tiene enseñar a los niños las figuras geométricas?
8. ¿Qué características de las figuras geométricas acostumbra analizar en sus clases?
9. ¿Para qué sirve enseñar esas características?
10. ¿Cómo logra que sus alumnos comprendan las características, por ejemplo, de un polígono?
11. ¿Piensa usted que clasificar los polígonos es importante? ¿Por qué?
12. ¿Cómo acostumbra clasificar con sus alumnos los polígonos?

13. Una profesora presentó las siguientes agrupaciones de polígonos a sus alumnos, podría mencionar los posibles criterios que usó la maestra para agruparlos.



14. ¿Por qué cree usted que es importante enseñar a los niños las diagonales de un polígono?
15. ¿Cómo logra que sus alumnos aprendan las diagonales de un polígono?
16. Un alumno dio las siguientes respuestas a dos preguntas ¿Cómo las calificarías tú y qué comentarios le escribirías al niño?
- Pregunta 1.** ¿Cuál es la diferencia entre un cuadrado y un rectángulo?
Respuesta del niño: La diferencia es que un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos y un rectángulo sus lados opuestos son iguales.
- Pregunta 2.** ¿Cuál es la diferencia entre un rectángulo y un paralelogramo?
Respuesta del niño: Un paralelogramo se inclina un poco, pero un rectángulo está derecho.
17. ¿Qué lección de geometría recuerda que fue interesante para usted al trabajar con sus alumnos y por qué?
18. ¿Qué tipo de evaluación utiliza con sus alumnos sobre el tema de los polígonos?

19. ¿Cuáles son las dificultades de aprendizaje que ha observado en sus alumnos al trabajar con geometría?
20. Organice una lección de una hora con las siguientes preguntas y explique por qué utilizaría en ese orden que propone.

Lista de preguntas que se le mostraron a la maestra:

- ¿De qué color es el trapecio isósceles?
- ¿En cuáles de estas figuras sus diagonales se cortan en su punto medio?
- ¿En cuáles cuadriláteros las diagonales no forman ángulos rectos?
- ¿Cómo se llaman los polígonos que solamente tienen dos diagonales?
- Las diagonales de un polígono son los segmentos que unen dos vértices no contiguos de la figura.
- ¿Por qué sucede esto?
- De los trapecios, ¿hay alguno cuyas diagonales sean del mismo tamaño?
- ¿Cuáles de las figuras dibujadas no tienen diagonales?
- ¿De qué color son los cuadriláteros cuyos ángulos son todos diferentes?
- De las figuras dibujadas, ¿cómo se llaman las que tienen más de dos diagonales?
- ¿Y el trapecio recto?
- ¿Cómo se llama?
- En algunos polígonos sus diagonales se cortan formando cuatro ángulos rectos. ¿cuáles son estos polígonos?
- ¿Y el trapecio escaleno?
- En las figuras dibujadas en esta lección encuentra aquellas en las que sus diagonales son del mismo tamaño. ¿Cómo se llaman estos polígonos? (SEP, 2003, p. 100)

ENTREVISTA P5M5V

Fecha: Diciembre de 2005.

Delegación: Iztapalapa

Hora: 11:00 hrs.

Lugar de reunión: El su salón de clases, mientras sus alumnos estaban en educación física.

Entrevistado: Profesora de 5° grado turno vespertino

Años de servicio: 22 años

Estudió normal en: Benemérita Escuela Nacional de Maestros

Otros estudios: Licenciatura en Psicología en ENEP Zaragoza
Cursos de carrera magisterial

Grupos atendidos en los últimos cinco años: 2°, 1°, 3°, 5° y 6° grado primaria

Turnos que trabaja: Dos turnos como profesora de primaria, 2° grado en turno matutino y 3° en el turno vespertino.

Entrevistado – P Entrevistadora – E Número de pregunta (antes de E)

1E- Si tú tuvieras una sola hora para dar clase de matemáticas a la semana, una hora a la semana qué temas son los que tú darías me los puedes enumerar en orden de importancia

P – Dependiendo del grado, de mí grado 2° año

E – De preferencia... si en cualquier grado, pensemos primero en cuarto, quinto y sexto.

P – Una hora a la semana, está cañón

E – Una hora a la semana

P – Pues bueno me enfocaría mucho a las operaciones básicas, a la resolución de problemas junto con las operaciones básicas, y a lo mejor ubicación de planos porque luego los niños en esto de los planos andan siempre perdidos, que mas...escalas y básicamente.

E – Básicamente esos serían.

P – Seriaciones, seriaciones que es lo básico en todos los años ¿no?

2E – Y cuando tú escuchas la palabra geometría ¿en qué piensas?

P – Ay, eso me hace pensar que no lo puse ahí.

E – No, tú no te preocupes.

P – Qué pienso en geometría, qué pienso cuando me dices la palabra geometría, reglas, escuadras, trazos, fórmulas, básicamente.

3E – Si yo te pidiera que me dijeras cinco adjetivos para calificar o describir a la geometría, cuáles adjetivos utilizarías.

P – Aja, exactitud, medición, que es divertida, divertida definitivamente aunque no te lo haya puesto en el primer punto definitivamente también lo metería, otro adjetivo rigurosa y la última...

E - ¿Por qué rigurosa?

P – Rigurosa por los, cuando tú por ejemplo vas a dar un área si, ya a nivel de quinto y sexto pues si tiene que ser exacto ¿no? lo contrario a primero y segundo año, que bueno primero vas tanteando el resultado ¿no? vas infiriendo los resultados pero ya en quinto y sexto pues si ya, ya das los resultados totalmente certeros ¿no?, a ver otra sería ya te dije divertida,... creativa en el sentido cuando trabajamos por ejemplo doblado de papel, cuando haces figuras que pueden salir con tú imaginación, con la creatividad de los niños en base a las escuadras, los trabajos de origami que hacemos en ese sentido.

4E – ¿Cuál sería el sentido que tiene enseñar la geometría en la escuela primaria? ¿Qué es lo que tú crees? qué sentido crees que tiene que se enseñe geometría en la primaria.

P – Mira hasta ahora lo he entendido porque apenas he tenido quinto y sexto que es donde más veo pues la importancia, bueno en todos los años, pero como que quinto y sexto año ya es la punta de lanza pues, de ver el pensamiento abstracto de los niños, ahora que para mí por qué es importante. Porque los niños cuando van a salir ¿si? Sobre todo de secundaria que es el nivel básico que se admite ahorita. A lo mejor muchos de ellos van a salir a trabajar y muchos de ellos en nuestras comunidades pues van a tener que trabajar de albañiles, de obreros, ¿si? Y a fuerzas van a requerir de la geometría, hablo de geometría básicamente enfocándome a figuras, áreas, perímetros, ¿si? donde aunque tú no sepas nada de, ni seas maestro, ni médico, ni abogado, ni nada de esto, tú a fuerzas necesitas medir, el hombre siempre necesita medir y en ese sentido es que pues hay muchos niños que se quedan en la primaria y este o la secundaria y ellos utilizan mucho eso en su vida este cotidiana se utiliza mucho ¿no? la medición.

E – Entonces me estás diciendo que el sentido sería enseñarles las figuras/

P – No las figuras, o sea por ejemplo cuando tú vas a medir un, necesitas un área si, no necesariamente con fórmulas, o sea la fórmula se queda al último, sino de qué manera ellos por simple lógica, ellos pueden sacar más o menos tanteando un área ¿no? ahora si tienen metro pues mejor porque lo van a poder sacar pero vaya en la vida cotidiana de hecho pues, que no te pasas midiendo, cuándo mide la pared ó cuánto mide...sacando áreas ¿no? pero si es cierto que muchos niños con lo básico que tienen en primaria ¿si? al cuadrar por ejemplo pues pueden sacar un área más o menos ¿no?.

5E – Aja, y bueno considerando tus alumnos tú qué crees que ellos aprenden de la geometría cuando trabajan contigo.

P – De mis niños de segundo año.

E – De segundo y de quinto.

P – Mira es que es diferente por ejemplo los chiquitos de segundo año yo trabajo geometría básicamente con doblados y básicamente con aproximaciones, puras aproximaciones normalmente yo no le doy fórmulas por ejemplo no, no se me ocurre digo igual y puedo manejarlo en tercer año que tengo en la tarde ahorita tercer año, pero ya nada más porque el padre de familia insiste que le des fórmulas ¿no? pero de hecho yo trabajo mucho con aproximaciones contando cuadritos.

E – Y para qué haces tú eso.

P – Para que no, vaya no me gusta saltarme el proceso de inferencia y pasar a la convencionalidad primero trabajo de manera arbitraria con medidas arbitrarias y después ya de lo convencional empezamos con el, con el centímetro que va junto y pegado ¿no? tienes que enseñar sistema de longitud y bueno ya después ya la convención ¿cuántos centímetros tiene? ¿qué es perímetro? Con estambre, no sé algunas cositas ¿no? que pueda ayudarle a los niños a distinguir la orilla pues de los objetos ¿no? y que a ellos les ayude a saber qué es perímetro ¿no? porque bueno, para uno es fácil decir si es la orilla de todo y e incluso para ellos es lo de afuerita ¿no? pero llegar de lo arbitrario a lo convencional pues si te lleva unos seis, siete meses mas ó menos ¿no? el segundo año, primero a segundo año, entonces ya, en tercero lo que sí hago como tienen ya el uso del sistema longitudinal por lo menos los centímetros, ya lo hacemos en base a los centímetros y también los saco afuera ¿no? al patio hacerlo grandote para que pueda ser más evidente ¿no? qué es perímetro y qué es área si lo ves desde nada más áreas y, y perímetros porque vaya por ejemplo cuando vemos triángulos de dónde salen los triángulos es un tema que a mí me gusta mucho cuando doblo la hoja oficio si y que les enseñas a los niños dónde es, de qué manera se pueden sacar los tres triángulos, el isósceles, escaleno y el otro, el equilátero salen de esa hoja cuando ellos se dan cuenta es realmente precioso ¿no? en tercer año. Quinto y sexto año ya es como más elaborado, de alguna manera los niños pues ya tienen más elementos ¿no? pero por ejemplo para ver áreas todavía tienes que salir al patio cada uno con su metro cuadrado para ver que, sobre todo para ver áreas y luego incorporar los volúmenes que son muy, para mi gusto yo me tardo quinto y sexto dos años para que los niños pudieran incorporar el concepto de longitud, de área y de volumen, nada más el puro concepto. Olvídate de fórmulas porque ya al último de sexto año di fórmulas, problemas obviamente y aún así a muchos niños les costaba trabajo incorporar el concepto de volumen diferenciarlo con área ¿no?

5aE – Y ¿Cómo te diste cuenta que ellos ya adquirieron ese concepto ó incorporaron ese concepto?

P – Cuando les ponía problemas de dibujos por ejemplo ya ves que el, hay problemas donde se ven los cubos ¿no? y ellos podían inferir que lo que tenían hasta abajo era la, hay se me olvida, se me olvidó el nombre las...

E- La base

P –Sí, la base pero tiene su nombre en el material de base diez, si ya ves que están las que tienen cien, si, luego las de diez, y las, las otras, tienen su nombre específico las de cien, bueno ya ves que hay problemas donde viene el dibujo y te dicen cuántos metros o cuántos centímetros cúbicos ves aquí en esta figura y viene así como escaladito ¿no? y los niños perfectamente podían inferir a partir de la base de los cubos cuántas iban a salir, no porque no lo vieran no es, quiere decir que no estaban ahí y ellos lo contaban ¿sí? Entonces en ese sentido por un lado cuando inferían por ejemplo llenábamos un litro de agua en un decímetro cúbico y que podían inferir el resultado antes de verlo concretamente, bueno ya ó bien entender, me pude dar cuenta que sí entendían el concepto de lo que era volumen y de lo que era área, son diferentes, por lo menos uno de ellos me decía es que el volumen es lo gordo, el área es lo plano y la longitud es lo flaco ¿si? Entonces bueno a su nivel podían entender ¿no? digo porque a uno, a mí me cuesta trabajo hasta que no tuve quinto y sexto me ví en la necesidad de ser franca o sea que no estamos tan, tan bien que digamos.

6E – Mira para dar una clase de polígonos un maestro necesita seleccionar de entre las siguientes figuras, las que sí son polígonos ¿cuáles crees que seleccionó este maestro?

P- Esta

E- A ver me puedes ir diciendo los números

P – El uno

E - ¿Por qué el uno?

P – El uno porque los, la clasificación en los polígonos dice que después de tres lados ya son polígonos, de tres a, a equis números de lados, por un lado y que no tengan curvas.

E- Ok

P – Si no, voy a revisar, eso es lo que dice el libro. Yo te diría entonces la otra. La uno la dos, la seis, la siete y el tres.

E – La cuatro

P – No, no, no porque tiene curvas.

E – Y la cinco

P – La cinco no te sabría decir bien fijate, te diría que no, que no es

E – Por qué, por qué pensarías que no.

P – Que no, por las líneas que están cruzadas, si

E – Aja

P – No te he de ser, te he de ser franca, no te sé decir exactamente por qué, lo voy a llegar a investigar.

E – Me parece muy bien

P - La seis sí, es una, un polígono regular a la mejor es un polígono pero es irregular, sí y este también tengo duda, ¿por qué? También no sé. O sea porque no debería de costarme trabajo decirte si pudiera ser un polígono ¿no? pero,

E - ¿Por qué tienes duda? ¿Qué es lo que te genera que tengas duda?

P – Sí, fíjate que chistoso y que interesante, porque pudiera decirte que es un polígono irregular, es lo único, porque tiene todas las características de un polígono, tiene más de tres lados

E – ¿Pero, sí es un polígono?

P – Sí, definitivamente lo pondría como un polígono, el ocho me confunde por las rayitas chiquitas, las grandes y las medianas, si y tu definición de polígono normalmente dice, después de, todo polígono tiene por lo menos tres líneas rectas, ¿sí? y es lo único que te dice la definición, normalmente ponemos triángulos, cuadrados, rectángulos, los, hexágonos, octágonos y demás, ¿no? normalmente hasta los, hasta los decágonos ponen ¿no? que es lo más, pero hasta ahí. Y los polígonos irregulares son aquellos que tienen líneas rectas pero son de diferente tamaño, entonces hasta ahí me quedo, hasta ahí llego y espero estar bien, si no me doy un tiro. Y te digo, sí pienso que sea un polígono porque cumple con la, con los requisitos, pero a mí no se me hubiera ocurrido poner un polígono así, si es que es polígono, porque ya luego me dices. (se ríe)

7E – Y qué valor crees que tiene enseñarle a los niños las figuras geométricas.

P – Mira, aparte de las matemáticas, o sea yo te voy a decir mi punto de vista, porque yo no soy, no soy tan hacha en matemáticas, no soy mala, pero tampoco soy buena, o sea, soy el común de la gente, el común de los maestros, ahí le va rascando a lo que, cuando tengo duda le investigo y ya puedo ¿no? y realmente hasta ahora que tengo quinto y sexto es que me han gustado, me entiendes, pero por sobre todo la geometría, se me hace que es no solamente exactitud y matemáticas, sino estética por eso me gusta mucho, me gusta mucho la geometría yo creo más que los problemas y todo eso, la geometría es la parte estética de las matemáticas, ahí lo pondría, por ejemplo los tapetes árabes, los no sé, la Alambra y

España, todo son base a la geometría, y ahí yo te lo resumiría. Es la parte hermosa y estética de las matemáticas.

8E – Y bueno cuando tú ves esas figuras qué características sueles tú analizar de las figuras con tus alumnos.

P – Su contorno, los lados que tienen, si llegamos a clasificarlos, pues básicamente es lo que veo para la clasificación de las figuras ¿no?.

9E - Y para qué crees que sirva checar esas características.

P – Para que no les pase lo que a mí, (se ríe) que no sepa yo exactamente si el conejo es polígono o no, mira fíjate eso me hace pensar que nosotros vemos las figuras si es así sin forma y nada más porque tiene forma, bueno si tiene forma pero es un cuadrado ¡ya! un polígono ¡ya! O sea identificamos, pero estas figuras por ejemplo, dónde las pongo, y, y a fuerzas tienen que tener un orden ¿no? tienen que estar clasificadas en algún lugar, o por ejemplo en qué se diferencia un polígono de los que tienen volumen se me fue ahorita el nombre los de los prismas por ejemplo, los poliedros, en ese sentido si me gustan, qué puedes hacer con polígonos, qué puedes hacer con poliedros por ejemplo y bueno básicamente porque no, nada más he tenido un sexto y dos quintos, (se ríe...)

E - Entonces tú crees que para eso para poder diferenciar las figuras o para qué, más que nada.../

P – Para poder analizarlas ¿no? clasificarlas, analizarlas y que tú las incorpores en tu, (un alumno interrumpe a la maestra para pedirle un hoja para anotar la tarea) para que tú puedas, bueno los niños puedan llevarlas finalmente a la práctica ¿no? los niños por ejemplo, les encanta hacer este márgenes con cuadritos, con polígonos por ejemplo, o sea no sé, en ese sentido.

10E – Y cómo logras tú que tus alumnos entiendan esas características de las figuras geométricas.

P – Comparación, las hacemos (la interrumpe un alumno), mira por ejemplo en segundo año las sacamos obviamente de material que tenemos, si no hay material, las recortamos, las pegamos, las enmarcamos, las clasificamos, depende de las características, se hacen loterías por ejemplo para ver las características de cada figura, para los pequeñitos. Los grandes pues bueno ya hacemos actividades como los típicos ensambles de polígonos, o las marionetas de polígonos, o cómo se llaman estos, los móviles de polígonos por ejemplo...

E – Pero ahí quedaría a nivel reconocimiento de figuras, o sea a lo que yo voy es cómo le haces tú para que el niño entienda esas características, los lados por ejemplo, que una figura tiene ocho lados o siete lados, o sea cómo le haces tú para que él entienda ese concepto.

P – Pues básicamente haciendo este tipo de actividades, descripciones, enmarcaciones, obviamente tienes que enseñar qué es una línea ¿no? digo en primer año qué es una línea,

tipo de líneas por ejemplo también, antes de acceder a este tipo de cosas, clasificaciones por ejemplo en los juegos didácticos que hay aquí, se ve claramente (la interrumpe la secretaria para darle una información para la próxima junta de consejo técnico) antes de que tú veas figuras geométricas, pues tienes que ver el libro, como que va junto con pegado ¿no? se trabaja con juegos y ahora cómo sabes que un niño sabe diferenciar, pues básicamente por la clasificación por ejemplo estos chiquitos de segundo apenas llevamos las cuatro figuras ¿no? bueno el triángulo, el cuadrado, el círculo y el rectángulo, básicamente, si se saben las características, jugamos lotería saben perfectamente que el cuadrado es más gordito y que tiene los cuatro lados exactitos en ese.../

E – Esas serían las características

P – Exactamente, y que el rectángulo por ejemplo es más alargadito y dos lados grandes y dos lados chiquitos, el círculo pues es el gordito ¿no? ahora de ahí a que te reconozcan, área de perímetro, no todavía no, todavía no... /

E – Y en quinto ó sexto año

P – Quinto y sexto año pues sí, ahí ya porque bueno de alguna manera ellos ya tienen un bagaje ¿no? mucho más amplio, pero cuando tú llegas a quinto incluso por ejemplo no saben reconocer qué es un polígono, qué es un pentágono por ejemplo, qué es un hexágono, pero ya pueden reconocer después a finales de quinto año se espera que el niño ya dadas las características de cada figura, puedan reconocerlo, qué es un pentágono, un hexágono, un octágono...

12E - ¿Qué características tú analizas de un pentágono, un hexágono?

P – Básicamente los lados, la forma siempre les digo cuando es muy fácil reconocer el pentágono, pero ya después de diez lados ya es más este difícil ¿no? entonces si tienen que aprender a contar ¿no?

11E – ¿Piensas tú que clasificar los polígonos es importante?

P – (lo piensa) pues digamos, sí es importante pero no es lo más importante, que bueno que el niño sepa reconocer qué es un octágono por ejemplo porque bueno a lo mejor en su, la vida cotidiana pues le exija ¿no? algún problema de la vida real le exija saber que es un octágono de un pentágono ¿no? no se, se me ocurre ahorita por ejemplo si tu a un niño le dices traeme una barra de toberone ¿no? por decirte algo, los chocolates ya lo sabían estaban cerrados en un prisma ¿sí? Bueno que sepa distinguir a ver en dónde, la cajita de tal figura, en ese sentido básicamente pero yo creo que más, más que eso te digo como no soy así tan, no le puedo ver esa parte tan práctica a las matemáticas, pues no lo usamos yo no lo uso así tan elaborado pues, para fórmulas y todo eso, yo no le vería mucho caso, o sea sí en sexto año las fórmulas porque, pues bueno es algo convencional aquí y en todas partes pero ya has de cuenta que es lo último y no porque lo hayan repetido he ni porque el libro diga no, sino porque yo me he dado cuenta que les das las fórmulas y de todos modos, valió para nada, se les olvida y luego te andan mezclando y demás, en cambio cuando vas como con

pasos pequeñitos a lo mejor no sacas niños excelentes en matemáticas pero se requiere de una didáctica, si el maestro no puede entender esa parte de las matemáticas no lo puede dar, no lo va a poder dar, el único, creo que he visto dos o tres casos de maestros que son buenos impartiendo matemáticas, por ahí es un matemático justamente, y un físico y el maestro, sin echarte más rollo, siento que si no te apropias de los conocimientos, siento que a nosotros nos falta mucho, no podemos darlo, no podemos, nos cuesta trabajo idear estrategias para dar volumen por ejemplo a mí me ha costado mucho trabajo pero lo poquito es porque me he tenido que sentar a estudiar yo primero (se ríe) no hay de otra.

13E – Mira una profesora presentó las siguientes agrupaciones de polígonos a sus alumnos podrías tú decirme cuáles son los posibles criterios que uso la maestra para agrupar a estas figuras. (se le muestra el grupo uno)

P – Ajá, que tienen básicamente más de tres lados, son rectos, si...

E – Esos serían los dos criterios

P – Sí, los dos criterios

E – Y en este, en este otro grupo cuál serían los criterios (se le muestra el grupo dos)

P – Que son igual, más de dos líneas, y que son igual rectos también, aunque son de diferente tamaño son polígonos irregulares, polígonos regulares aunque me estoy dando cuenta que también aquí hay lados diferentes ¿también serían polígonos regulares? Pues básicamente aunque los dos sean polígonos regulares sería, no éste es irregular, tienen diferentes lados, muchos lados, diferentes tamaños, pero básicamente porque tienen más de dos son lados rectos.

14E – Tú crees que es importante que a los niños se les enseñe las diagonales de los polígonos.

P – Las diagonales (lo piensa mucho) no le veo, bueno o sea, si como, digo si me lo preguntan te soy honesta no, ni yo la sé sacar, bueno si se sacar las diagonales pero en la, a lo mejor sí, sí las diagonales cuando vas a trabajar papiroflexia ¿no? doblados necesitas las diagonales de la, como concepto entonces si es importante pero así que tu lo remarques y que les pongas ceros si no saben una diagonal, no lo creo.

15E – Cómo, qué haces tú para que los niños entiendan el concepto de diagonal de un polígono

P – Nada, porque creo que nada más doblar figuras, o sea punto, o sea que yo esté sobre eso no, es más hasta ahorita que me lo planteas.

16E – Mira a un alumno se le hicieron dos preguntas y sus respuestas fueron las siguientes: La pregunta uno dice ¿cuál es la diferencia entre un cuadrado y un rectángulo? He la

respuesta que él dio dice: La diferencia es que un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos y un rectángulo sus lados opuestos son iguales.

A mí me gustaría ver tú cómo calificarías esa respuesta como correcta, como incorrecta y si es correcta por qué es correcta o si es incorrecta por qué es incorrecta, o qué anotación le harías tú al niño.

P – Ajá, está bien, nada más que en este caso faltaría ¿no? agregar que tiene cuatro ángulos rectos, porque tiene cuatro lados iguales y rectángulo sus lados opuestos son iguales porque tiene dos lados más largos y que los otros dos lados largos y dos más pequeños y en ese sentido es que los...

E – Pero la calificarías como buena o como.../

P – Si la calificaría como buena

E – Y qué pasaría con esta otra pregunta que dice ¿cuál es la diferencia entre un rectángulo y un paralelogramo?

P – ¿De qué año?

E – Quinto año

P – A lo mejor abría que agregar el paralelogramo se inclina un poco, yo se la pondría buena.

E - ¿Por qué se la pondrías buena?

P – Mira porque incluso la respuesta del otro niño se me hace así como que ¡ay! Cuatro ángulos rectos para empezar nunca he visto que un niño te ponga cuatro ángulos rectos, te ponen cuatro lados y ya, o sea como que esto es algo como que más sutil de la descripción, excelente (se terminó la cinta)

E – Los alumnos que tú has tenido no te contestarían esto, ni de quinto ni de sexto.

P – No, cuatro ángulos rectos mira o sea sí, pero ya has de cuenta que en base a otra cosa o sea en base a tiene cuatro lados y dentro de los lados tiene ángulos rectos ¿no? pero así solita la definición como lo está haciendo este niño que tiene cuatro ángulos rectos o se lo aprendió de memoria o así como que, a lo mejor no lo he sabido dar bien ¿no? y también eso, eso pasa y el rectángulo sus lados opuestos para empezar la palabra opuesto aquí en esta palabra ¿sí? hablo mucho de la tarde porque allá es donde he tenido quinto y sexto, cuando el niño dice sus lados opuestos estás hablando de una, un concepto, ya la palabra misma opuestos así como que difícilmente un niño te dice, no de esta zona ¿sí? No te emplea este lenguaje o sea los que yo he tenido no, ninguno te lo puedo asegurar, ahora esta respuesta me gusta más porque se adapta más a los niños (se ríe) está un poquito inclinado está chueco te dirían ¿sí? Este parece un papalote, a lo mejor te hagan esa, esa no se una relación ¿sí? Pero por ejemplo el rectángulo está derecho con dos lados iguales, si yo, a las

dos se las pondría buenas, pero esta te digo se me hace más fuera de contexto (se refiere a la segunda respuesta) para nuestros niños.

17E – Si claro, y de las lecciones que tú has trabajado de geometría cuál tú recuerdas que fue de tu agrado y también de los alumnos para trabajar.

P – Por ejemplo en segundo año hace poco trabajé el tangram para poner x número de figuras ¿no? por ejemplo hacer esta figura con las figuritas que trae el tangram, pero que tienes que hacer el conejo por ejemplo de esta forma hijole a veces los niños podían más que yo, pero bueno se me hizo muy bonito porque ellos les gusta los retos, más que a nosotros como que, chin, si no me sale voy a quedar mal, pero como que yo ya aprendí ha, si no me sale les digo que investigo después ¿no?, pero esa actividad me gustó mucho y también de geografía, de geometría me gusta mucho el trabajar a nivel libre bueno aparte de papiroflexia me gusta trabajar algunos tapetillos que le llaman ¿no? los tapetitos de multicolores a los niños les gusta mucho, y eso es en segundo año, en tercero a sexto año me gusta trabajar la papiroflexia hasta donde sé, porque luego me meto en camisa de once varas y quiero hacer poliedros y no puedo, pero hasta donde he podido a los niños les gusta y luego ellos investigan ¿si? O les doy la hoja y a ver sobre esto y ellos lo sacan más rápido que yo, y también me encantó sacar el triángulo con la hoja, la hoja oficio de dónde salen los tres triángulos es realmente muy bonito porque además de ahí me fui a actividades artísticas con lo, con los triángulos hicimos pinos por ejemplo, pino de navidad de verdad a mí me gustó mucho y a los niños también, les gustó mucho.

18E – ¿Cómo acostumbra a evaluar la geometría?

P- Mira por ejemplo con este tipo de actividades o por ejemplo cuando salimos a medir áreas o perímetros, cuando les pido básicamente todo va a ser con actividades concretas, manuales, cuando les pido por ejemplo los centímetros cuadrados, que de ahí me hagan todos su metro cuadrado, al salir al patio, evaluó de una manera individual por la, por lo que me traen de manera individual y a nivel grupal pues con la actitud que tenga en el patio ¿no?, la disposición que tenga el niño básicamente.

19E - ¿Cuáles son las dificultades de aprendizaje que has observado en los niños al trabajar la geometría?

P – Mira básicamente algo que he visto que les cuesta mucho trabajo en cuanto a la, obviamente bajar lo que saben a los problemas ¿no?, la elaboración de problemas con resultados al utilizar todo esto, todos estos conceptos de área, perímetro y hacerlo en los problemas quizás se deba que uno empieza al revés, normalmente empiezas por el concepto y luego te bajas a los problemas, digo ya lo hemos visto hasta la coronilla que tiene que ser al revés pero en la vida cotidiana, hacer un problema, empezar del problema no siempre resulta tan sencillo es muy cargado de tiempo y todo estaría excelente pero bueno hay un, hay un este programa y presiones por los papás, pero vaya sin disculpas ni nada yo creo que, lo que yo vería más difícil es cómo los niños incorporan todo esto al problema, de nada sirven las fórmulas, de nada sirve que hayas salido al patio y tienen el concepto curiosamente te digo, si tienen, saben que el volumen es, como un niño decía lo gordito de

la figura, lo tiene, pero ya en un problema que te lo dan, que le redondean demasiado, ya es difícil, ahí es donde yo vería el asunto de todo.

20E – Y ya para terminar aquí tengo una serie de actividades que me gustaría que tú escogieras algunas, pueden ser una, pueden ser todas, no sé para que me organizaras una, me dijeras cuáles utilizarías para organizar una clase de una hora. Puedes utilizar todas, puedes utilizar algunas, o las que tú quieras. (La maestra lee las diferentes actividades que se le dieron)

P – ¿Para dar una clase?

E – Para dar una clase de aproximadamente una hora.

P – Empezaría con este con el concepto

E – O sea qué, qué clase darías o sea cuál sería tú.../

P – La diagonales

E – La diagonales, OK

P – La diagonales de los polígonos

E – Empezarías con eso el concepto dices

P – Ajá, las diagonales sí, bueno no necesariamente empezaría con el concepto, déjame ver (lee nuevamente algunas de las actividades) es qué como ya estas son preguntas, o sea no.

E – Puedes utilizar algunas de ellas o a lo mejor puedes incrementar otras o sea, no es necesariamente apegarte a esto, estas te pueden ayudar nada más para planear una parte.

P – Claro, porque a lo mejor lo que yo pondría antes de, ver si los niños tienen el concepto de diagonal antes de, ¿sí? ver el concepto previo, qué tienen y qué idea tienen ¿no? de esto en su cuaderno de matemáticas qué idea tienes sobre (una mamá interrumpe para pedir permiso para copiar la tarea) igual yo empezaría te digo en su cuaderno de matemáticas qué entiendes por diagonal, qué quieres saber de las diagonales, dónde has visto diagonales, y a lo mejor es un concepto totalmente diferente ¿no? y ya sobre esto mostrar varias figuras, varias figuras y decirles a los niños cuáles cree de estas figuras, qué es lo que creen que es la diagonal ¿no? a ver muéstrame, independientemente de eso ya que se acabara esa parte la clase entonces sí, miren las diagonales son esto, ya daría yo aquí este el concepto de diagonal ¿sí? Y en seguida les diría anota el nombre de cada una de las figuras y traza sus diagonales, ahora les preguntaría después ¿por qué si son diagonales? ¿por qué estas no son diagonales? Y posteriormente ¿cuáles de las figuras dibujadas no tienen diagonales? ¿sí? Luego déjame ver mm... por ejemplo esta: de las figuras que se dibujaron les preguntaría tú sabes cómo se llaman las que tienen más de dos diagonales y ya en base a la respuesta que me dieran entonces ya, metemos otro concepto ¿no?

E - ¿Qué concepto meterías?

P – Pues no se, depende de lo que los niños también nos contesten ¿no? (un alumno interrumpe) Sobre lo que los niños me digan entonces bueno ya sería ¿no? lo que añada, mira por ejemplo en esta: en las figuras dibujadas encuentra aquellas en las que sus diagonales son del mismo tamaño ¿cómo se llaman estos polígonos? Como va relacionado se supone verdad que ya vimos polígonos, vaya seguiría con estas, con estas preguntas, en algunos polígonos sus diagonales se cortan formando cuatro ángulos rectos ¿cuáles son estos polígonos? En base a las figuras que tienen y a lo que te están diciendo por ejemplo el cuadrado ¿no? son ángulos rectos, ya sería más específica la respuesta ¿no? y a lo mejor sobre los, sobre el puro cuadrado por ejemplo ¿no?, trabajaría en una clase hasta ahí me quedaría creo que es demasiado ya, bueno es que mira dos diagonales, están rebien éstas, pero este a lo mejor vería esta ¿no? ¿Cómo se llaman los polígonos que solamente tienen dos diagonales? Y de hecho aquí habíamos visto cuadriláteros ¿no? no, no lo vimos.

E – Hasta ahí te quedarías para una clase.

P – Sí, hasta ahí me quedaría, sí una clase y lo daría en dos ¿no? porque mira por ejemplo esta también ¿cuáles cuadriláteros las diagonales no forman ángulos rectos? O sea todo como que tiene que ver ¿no? pero si es mucho para, para una clase, con eso me quedaría.

E – Bueno pues eso es todo, muchísimas gracias.

P – Ay, que balconeada, hay me dices mis... FIN