SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Y CULTURA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 25-B

SUBSEDE CONCORDIA

"EL PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LOS PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS SIMPLES EN PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA"

TESIS

PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN EDUCACIÓN

JOSÉ PAUL CORONA VALDEZ

ANGÉLICA MARÍA LIZARRAGA LOAIZA

YESSICA PATRICIA LÓPEZ AGUIRRE

MAZATLÁN, SINALOA. **OCTUBRE DE 2005**

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA
HIPÓTESIS
OBJETIVOS
METODOLOGÍA

I. LAS OPERACIONES LÓGICO-MATEMÁTICAS

1.1. Para saber contar
1.2. La clasificación
1.3. La seriación
1.4. La correspondencia

II. PROCESOS COGNITIVOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO

2.1. El número en la vida cotidiana
2.2. Los contextos numéricos
2.3. Los componentes lógicos del número
3.4. La construcción del concepto de número,
2.5. El uso de los números
2.6. Operar con números
2.7. Introducción a la representación numérica
2.8. Representación simbólica de los números de dos cifras
2.9. El concepto de número en la resolución de problemas

III. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS QUE FAVORECEN EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS

3.1. La resolución de problemas.
3.2. Problemas verbales aditivos simples
3.3. Procedimientos que emplean los niños
3.4. Estrategias didácticas para el aprendizaje de los problemas aditivos
3.5. Aplicaciones en la vida cotidiana
3.5.1. Registrar la asistencia
.3.5.2. Votar para tomar una decisión
3.5.3. Organizar y cuidar los materiales de uso colectivo
3.5.4. Llevar a cabo concursos y registrar puntuaciones
3.5.5. Llevar a cabo registros de puntualidad, orden, o aseo
3.6. Sugerencias para la solución de problemas verbales
3.7. Introducción de problemas más complejos

CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFÍA

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación aborda el problema del proceso enseñanza aprendizaje de los problemas aditivos.

Es un problema que quizás se haya investigado mucho, pero la relevancia de él consiste en los aprendizajes y en la actitud asumida por los investigadores después de haber concluido. Además, un problema deja de ser interesante cuando ya no se presenta en el salón de clases, pero mientras esté presente, siempre resulta importante para aquellos educadores que la padecen en el aula.

El papel del maestro es central en la enseñanza de las matemáticas, ya que va más allá de transmitir conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticas. Debe buscar o diseñar problemas matemáticos adecuados para propiciar el aprendizaje de los distintos contenidos; elegir actividades para favorecer que los alumnos pongan en juego los conocimientos matemáticos que posee, graduándoles de acuerdo a su nivel; proponer situaciones que contradigan las hipótesis de los niños favoreciendo la reflexión sobre las situaciones problemáticas que se le planteen y, promover y coordinar la discusión sobre las ideas que los sujetos tienen acerca de los problemas planteados mediante cuestionamientos que le permitan conocer el porqué de sus respuestas.

La información del trabajo está estructurada en siete apartados. En la formulación del problema ponemos de manifiesto cómo se presenta el problema, los motivos que nos llevaron a investigarlo y la hipótesis que nos planteamos, así como los objetivos que pretendemos alcanzar durante el desarrollo de la investigación.

El primer capítulo, refiere las operaciones lógico-matemáticas que los niños ponen en juego en el aprendizaje de la noción de número.

El capítulo, dos explica los procesos cognitivos a través de los cuales los niños

construyen el concepto de número.

En el capítulo tres, proponemos algunas estrategias didácticas innovadoras que favorecen el aprendizaje de los problemas verbales aditivos que los docentes pueden aplicar en el aula.

En la metodología, se describen los pasos y la secuencia metodológica que se siguió para elaborar la tesis.

Las conclusiones ofrecen las opiniones personales que sobre la investigación podemos ofrecer a todos aquellas personas interesadas en esta problemática.

Por último damos a conocer en la bibliografía todas las fuentes documentales consultadas para conformar el marco teórico que da soporte a la presente tesis.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Para enseñar las matemáticas no basta con contemplar sus resultados, sino que hay que involucrarse con ellas, hacerse preguntas e intentar responderlas. Así, un aprendizaje significativo no puede reducirse a la memorización de hechos o definiciones, ni tampoco ala aplicación mecánica de procedimientos. Por el contrario, es necesario que los alumnos aprendan a plantearse y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos y les permitan general y comunicar conjeturas.

Courant opina que una de las razones por la que los niños experimentan dificultades para aprender matemáticas es que con frecuencia se intenta enseñarles procedimientos que sirven para resolver problemas que todavía no conocen ni comprenden y por lo tanto, es poco probable que les interesen.

Los problemas no sólo deben aparecer como aplicaciones de procedimientos previamente aprendidos, es conveniente que estén presentes en todas las fases¡. de aprendizaje, como el contexto natural donde los conocimientos adquieren sentido y se comprende su utilidad.

Un problema es algo más que una ocasión para ejercitar los procedimientos aprendidos o que una situación interesante, pero sin relación precisa con los propósitos de la enseñanza. Un problema debe dar a los alumnos la oportunidad de explorar las relaciones entre nociones conocidas y utilizarlas para descubrir o asimilar nuevos conocimientos, los cuales a su vez servirán para resolver nuevos problemas.

"Para que la resolución del problema sea el motor que promueva el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos es necesario invertir el orden en el que tradicionalmente hemos procedido. Enfrentar desde el principio a los alumnos a la resolución de problemas utilizando sus propios recursos, les permitirá construir nuevos conocimientos y más adelante encontrar la solución de problemas cada

vez más complejos"[1]

Los niños del primero grado son capaces de resolver problemas aun cuando no sepan leer y escribir, esta habilidad puede ser aprovechada por el maestro para plantearles en forma oral problemas sencillos donde le niño pueda utilizar sus dedos, palitos, piedras, fichas, dibujos; deberá dársele libertad al pequeño para que intente resolverlos utilizando sus propios recursos y procedimientos que lo lleven ala solución del mismo al permitirle al niño realizar este tipo de actividades el docente puede percatarse y apoyarse en las soluciones erróneas (considerándolas como parte del proceso natural de aprendizaje del niño) y favorecerá en sus alumnos apropiarse de nuevos conocimientos.

Es común pasar por alto que el aprendizaje, a cualquier edad constituye un proceso en el que cada quien avanza necesariamente aun ritmo propio y al que le corresponde determinado tiempo. Lejos de llevar acabo un verdadero aprendizaje, el alumno simplemente acumula y repite la mayor cantidad posible de información.

Se hace necesario señalar que la mente del niño no es una página en blanco en la que hay que depositar nuevos conocimientos, sino que éste deberá intervenir en la propia génesis de su aprendizaje. Este proceso se hace posible cuando los sujetos actúan sobre los objetos de conocimiento como lo señala la teoría psicogenética.

Aunque en la realidad escolar los maestros en muchas ocasiones pretenden implantar por medio de prácticas poco efectivas (verborrea, memorización y repetición de conceptos) la enseñanza de los contenidos programáticos de tal manera que el aprendizaje se convierta en verbalizaciones o acciones del niño fundamentalmente mecánicas y memorísticas: el docente con estos procedimientos no proporciona una verdadera reflexión, análisis y comprensión del tema que se aborda.

---

[1] GLAESER, Georges. Matemáticas para el profesor en formación. p. 183.

Tomando en cuenta la importancia de conocer los conceptos matemáticos y el proceso a través del cual el niño los construye, se hace necesario que el maestro esté consciente de que el niño desde antes de ingresar a la escuela ya cuenta con una serie de experiencias previas, por ejemplo: hace agrupaciones de objetos de manera creciente y decreciente, es decir, compara; además, realiza operaciones de suma y resta por medio de representaciones simbólicas. El maestro deberá enfrentar las dificultades que se le presentan en su labor docente, investigando y poniendo en práctica estrategias metodológicas acordes a la edad e intereses que en ese momento presentan sus alumnos.

Muchas veces los docentes pasan por alto los procesos de aprendizaje por los que atraviesa el educando, sin considerar la importancia que tiene conocer y respetar estas características individuales para implementar aquellas estrategias que favorezcan el desenvolvimiento integral de su formación.

Para esto, es necesario que el docente se apropie de los conocimientos básicos de matemáticas como la clasificación, la seriación y la correspondencia, entre algunas operaciones lógicas; aunque el niño cuando ingresa a la escuela primaria, lo más seguro es que ya cursó la educación preescolar, lugar donde posiblemente construyó los conocimientos necesarios para construir el concepto de número.

No es posible que el alumno resuelva problemas matemáticos sin haber desarrollado un proceso de construcción del conocimiento del número, de tal manera que pueda operar con números sin ninguna dificultad.

A lo largo de un curso, el profesor debe tratar los contenidos matemáticos a partir de situaciones problemáticas, ya que éstos permitirán a los alumnos enlazar nociones y nuevos conocimientos en el contexto de situaciones reales. Los niños al ingresar al primer grado traen consigo conocimientos que han adquirido en el medio social en que se desenvuelven; la familia, los amigos, los medios de comunicación, etc. Actualmente se ha insistido en que la enseñanza de las matemáticas en la escuela se dé mediante situaciones problemáticas que lleven al alumno a construir su propio aprendizaje. Lamentablemente pese a los esfuerzos

realizados para lograrlo no se ha cumplido con ese propósito, por ello, en el presente trabajo de investigación documental, se pretende conocer desde el punto de vista de la teoría, la nueva concepción de lo que es saber matemáticas, porque parece ser que todavía no ha quedado muy clara en la práctica docente, ya que se invalidan procedimientos informales que emplean los educandos para resolver problemas, se emplean mal los algoritmos que ya fueron enseñados, etc.

Todas estas consideraciones nos llevaron a seleccionar el problema: "El proceso enseñanza aprendizaje de los problemas verbales aditivos simples en primer grado de educación primaria".

Lo seleccionamos en primer grado, por considerar que este ciclo escolar es la base para adquirir el gusto y el placer de resolver problemas, ya que si el maestro logra este propósito en este grado, el resto de los docentes de la escuela continuarán con un proceso ya iniciado, que lo irán solamente transformando de acuerdo con el desarrollo del alumno.

Además seleccionamos el problema porque consideramos que en nuestra poca experiencia docente, es importante que conozcamos los procesos de aprendizaje que manifiestan los alumnos de primer grado, ya que no somos maestros de profesión, somos aspirantes a conquistar el título, tan hermoso, por representar tan noble labor.

Pusimos en este trabajo de investigación documental, en su modalidad de tesis, todo nuestro empeño y nuestro mejor esfuerzo porque éste, resultara lo mejor elaborado posible y sobre todo, sentíamos necesidad de ofrecer a los maestros en servicio algunas sugerencias didácticas que apoyen su tarea educativa.

Para llevar a cabo el proceso de investigación, nos formulamos la siguiente:

Hipótesis

"La construcción del concepto de número favorece el aprendizaje de los problemas

verbales aditivos simples en primer grado de la escuela primaria".

En la cual ponemos de manifiesto la relación que existe entre las variables; si el niño construye el concepto de número entonces aprende a resolver ya plantear problemas verbales aditivos simples.

Esta relación probada desde el punto de vista de la teoría a lo largo de este trabajo.

Para ello, pretendemos alcanzar los siguientes:

Objetivos

- Analizar desde la teoría, las operaciones lógico-matemáticas, como la clasificación, la seriación y la correspondencia, como procesos indispensables en la noción del concepto de número.

- Conocer los procesos cognitivos mediante los cuales los niños construyen el concepto de número y su aplicación en la resolución de problemas verbales aditivos.

- Proponer algunas estrategias didácticas innovadoras que favorezcan el aprendizaje de los problemas aditivos en primer grado.

METODOLOGÍA

Toda investigación requiere de un proceso a seguir para probar o disprobar la hipótesis formulada.

Para iniciar este trabajo se eligió un problema originado en nuestra práctica docente, aunque contamos con poca experiencia, como mencionamos en apartados anteriores, surgió la inquietud por mejorar la enseñanza de las matemáticas en primer grado.

Los problemas verbales aditivos simples fue el tema que elegimos y por lo tanto lo convertimos en nuestro objeto de estudio. Enseguida buscamos información en diversas fuentes bibliográficas, para definir el objeto de estudio y su alcance en esta investigación.

Cuando consideramos que teníamos una visión clara de lo que queríamos investigar nos formulamos la hipótesis, que nos guiara sobre lo que queremos demostrar; la cual nos llevó a seleccionar el método de análisis de contenido, por considerarlo el más apropiado para construir el marco teórico de nuestro trabajo. El análisis de contenido es un conjunto de técnicas de investigación que son utilizadas en el análisis de comunicación verbal, y están hechas para que el investigador determine de una manera sistemática el contenido de algún escrito o material oral.

Para tener una mejor visión del proceso que se sigue en el método de análisis de contenido es necesario conocer cada una de sus fases:

1° Preparación teórica. En teoría, la elección de técnicas de investigación debe ser condicionada por el tema, primero hay que cuestionamos si el análisis de contenido es el mejor instrumento para estudiarlo. Si el tema de investigación consiste en probar una hipótesis, el contenido al que debe hacer referencia ésta debe ser planteada con anterioridad. La formulación de dicha hipótesis con la mayor precisión posible, es la base para que las siguientes fases se realicen.

2°. Determinación de la relevancia de un texto. A partir del tema o problema de investigación se pone de manifiesto todo el material del que se han de extraer los textos relevantes.

Una vez determinado el material bibliográfico, objeto del análisis de contenido se da paso a la fase de operacionalización de las variables de la hipótesis. Para lo cual, se realizan fichas bibliográficas, de trabajo y textuales, de tal manera que bien interpretadas dan origen al marco teórico, ordenando la información de lo general a 10 particular I organizada en capítulos que describen la secuencia lógica de la tesis y que prueban desde referentes teóricos la hipótesis formulada.

CAPITULO I

LAS OPERACIONES LÓGICO-MATEMÁTICAS

1.1. Para saber contar Es frecuente escuchar a padres y maestros decir que los niños ya saben contar, cuando son capaces de repetir las palabras de la serie numérica en el orden convencional, sin embargo esto, no demuestra ningún aprendizaje sobre ellos, sólo están pronunciando de memoria los nombres de los números.

"Es frecuente que se considere que un niño sabe contar cuando logra repetir las palabras correspondientes al orden sucesivo de los números, pero ello puede significar para él una mera sucesión de palabras sin ningún significado, como pueda aprender un verso de memoria o un conjunto de sonidos en cierto orden, pero sin relación con los aspectos mencionados que están implicados en el acto de contar".[2]

Del mismo modo, se piensa que si el niño sabe escribir los numerales, es que ya conoce el concepto de número.

Esto es erróneo también, puesto que una cosa es repetir una palabra, o bien copiar una grafía, y otra comprender un concepto.

"Para adquirir la noción de número el niño tendrá que hacer una doble abstracción: de las cualidades de los objetos componentes de los conjuntos y de las relaciones entre estos mismos componentes, lo cual entraña una ardua dificultad para el pequeño"[3]

Para comunicar sus ideas el hombre se ha valido de diferentes medios, entre los más usados se encuentran el oral y el escrito. Para representar por medios orales los números

---

[2] GARCÍA, M. Emilio. Psicología y sociología del niño en edad preescolar. p. 61.

[3] Ibíd. p. 63.

naturales, las diferentes culturas han construido sistemas de numeración verbal. Los sistemas de numeración verbal tienen un conjunto de reglas, con las cuales se forman las palabras que sirven para designar a los números. Por ejemplo, en el sistema de numeración de la lengua española se forma la palabra con un patrón en el que los grupos de diez están diferenciados.

Así existen palabras como diez, veinte, treinta, cuarenta y los números intermedios se forman con reglas aditivas: veintiuno, veintidós, veintitrés, etc. Esta regla tiene excepciones, por ejemplo, se dice once en lugar de dieciuno, doce, en lugar de diecidós...

Mientras que en el sistema de numeración verbal de la lengua mixe, se diferencian los grupos de veinte. Así, treinta se dice: ¡´px majk, donde ¡px significa veinte y majk significa diez. En consecuencia el número treinta se conforma mediante la composición del vocablo del veinte y del diez.

Los niños aprenden estas reglas de los sistemas de numeración verbal, de manera paulatina y cometiendo muchos errores, en el intento de generalizar lo que derivan de lo que escuchan.

Los sistemas de comunicación verbal se trasmiten de generación en generación, pero tiene grandes desventajas en términos de llevar registros adecuados de sucesos o eventos importantes. De la necesidad del hombre de comunicar y registrar, nacen los sistemas de comunicación gráfica, y en el caso de los números, emergen los sistemas de numeración escrita.

El sistema que nosotros utilizamos es el sistema de numeración decimal, que incluye un conjunto complejo de reglas que el niño tarda en entender. El primer paso es copiar las grafías correspondientes, para luego identificar esas grafías o numerales con las nociones de número que van construyendo.

Es frecuente confundir el concepto de número, su nombre y su grafía

correspondiente. Para ilustrar este problema, pondremos un ejemplo, observe estas tarjetas:

¿Qué tienen en común? ¿En qué se diferencian? ¿En cuál de ellas hay un número?

Quizá usted pensó que hay un número en la quinta tarjeta y en la sexta, o en todas. En realidad, en ninguna de ellas lo hay, ya que en todas, lo único que vemos son ocho formas diferentes de representar el número cinco.

El niño puede aprender a dibujar las diferentes representaciones de los números, pero eso no significa que ya comprenda su concepto. Para ello es necesario que descubra todas las características lógicas que subyacen en él, y lo vaya construyendo progresivamente.

Por ello, es importante que en la escuela, se brinden oportunidades de aprendizaje a los alumnos; para que construyan realmente el concepto de número y lo puedan emplear en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Para comprender el concepto de número es necesario considerar las operaciones lógicas o procesos a través de los cuales los niños pequeños van construyendo la noción de número, de tal manera que los pequeños puedan operar con ellos, en diversas situaciones.

Muchas veces los maestros de primer grado no pueden enseñar a los alumnos a resolver problemas, de suma y resta, porque consideran que las lecciones del libro de texto, son suficientes para que el niño se apropie de este conocimiento, sin embargo, tiene que llevar un proceso con ejercicios que enfrenen al educando a situaciones problemáticas nuevas y en las aulas que sienta la necesidad de resolverlas, no importa que no conozca los números, ni las operaciones básicas de sumar y restar.

Las operaciones lógicas que utiliza el niño para hacer sus primeros conteos y sus primeros cálculos, son la clasificación, la seriación y la correspondencia entre otras. Enseguida describimos en qué consiste cada una de ellas, así como la relación entre ellas y

el número.

1.2. La clasificación

La clasificación interviene en la construcción de todos los conceptos que constituyen nuestra estructura intelectual.

Clasificamos en las actividades cotidianas, el acto clasificatorio se realiza en forma interiorizada, pensada, y en forma efectiva o visible, ya que juntamos y separamos los objetos en forma concreta; mientras que en otros casos, el acto clasificatorio se realiza solamente a través de acciones interiorizadas. Como sucede cuando el maestro considera entre sus alumnos a aquéllos que son retraídos ya los que son desenvueltos ya que no juntan unos ni los separa físicamente de los otros, sino que realiza esta clasificación sólo en forma interiorizada.

"La clasificación es un proceso mental mediante el cual se analizan las propiedades de los objetos, se definen colecciones, y se establecen relaciones de semejanza y diferencia entre los elementos de la misma, delimitando así sus clases y sub clases"[4]

En la clasificación se toman en cuenta (además de las semejanzas y diferencias) otros dos tipos de relaciones: la pertenencia y la inclusión.

La pertenencia es la relación que se establece entre cada elemento y la clase de la que forma parte. Está fundada en la semejanza, ya que decimos que un elemento pertenece a una clase cuando se parece a los otros elementos de esa misma clase, en función del criterio de clasificación que estamos tomando en cuenta.

---

[4] SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Actividades matemáticas en el nivel preescolar. P.15.

La inclusión es la relación que se establece entre cada sub clase y la clase de la que forma parte, de tal modo que nos permite determinar que la clase es mayor y tiene más elementos que la sub clase.

Ejemplo: Elizabeth formó tres clases de libros: literarios, científicos y artísticos. Dentro de cada clase, formó dos sub clases: nacionales y extranjeros. Si sabemos que la sub clase de libros científicos, podemos deducir que hay más libros científicos que libros científicos nacionales, aunque no sepamos cuántos libros hay.

En el aprendizaje de la matemática la clasificación también es muy importante para apoyar la construcción del concepto de número, ya que el número en sí es una clase.

Como ya mencionamos, existen infinidad de criterios para clasificar los elementos que pertenecen a un conjunto. Pero no sólo podemos clasificar objetos por sus propiedades cualitativas, sino también podemos clasificar conjuntos por la cantidad de elementos que contienen, es decir, por su propiedad numérica.

Por ejemplo, cuando se hacen elecciones considerando como única propiedad que tengan diez elementos, se está realizando una clasificación.

Como vemos, aquí no se toman en cuenta las semejanzas cualitativas entre los objetos, sino la numerosidad de los conjuntos, que se mide a través de la cantidad de sus elementos. En este caso particular, la numerosidad es diez, es decir, el número diez pertenece a la clase de conjuntos que tienen diez elementos.

Cuando se realizan actividades de repartición, en las que es necesario que se distribuyan los objetos por partes iguales, se está clasificando por medio de una propiedad numérica.

Resumiendo, podemos decir que la clasificación es importante en la vida del hombre, porque le permite organizar conceptual mente todo lo que le rodea, pero también,

en forma particular, porque es un elemento esencial en la construcción del número.

Entre sus características, clasificar no implica necesariamente reunir objetos, sino establecer una relación mental de semejanza y diferencia que induce a hacer agrupaciones de determinados elementos por sus características comunes. Por ejemplo, no podemos reunir físicamente a todos los niños del mundo menores de cinco años, morenos y cuyo peso oscile entre los 19 y los 23 kilos, pero sí podemos definir mentalmente una clase a la cual pertenezcan todos ellos.

Cuando deseamos un conjunto de objetos nos encontramos que lo podemos hacer, de diferentes formas, debido a que éstos generalmente tienen muchas propiedades en común. Sin embargo, tomamos un criterio determinado de acuerdo a lo que consideramos más útil o práctico, o según convenga en un momento específico.

"Por lo tanto debemos elegir una consigna mucho más abierta, que permita que sea el niño quien elija el criterio clasificatorio que va a utilizar, qué conjuntos va a formar en consecuencia de esta consigna, puede ser "poner junto lo que va junto" o "cómo podríamos agrupar estos elementos".[5]

Por ejemplo las medicinas que se expenden en una farmacia pueden ordenarse eligiendo diversos criterios de organización según convenga al encargado de la misma, ya sea por orden alfabético, de acuerdo con el laboratorio que las produce, por el tipo de enfermedades para las cuales sirven y otros medios prácticos.

Entre más se conozcan las características de los objetos, mayores serán las posibilidades de establecer diversos criterios clasificatorios.

"El material debe ser clasificable en base a diversos criterios, por lo menos en tres. Es decir que los elementos deben presentar diferencias de forma, tamaño y color, o bien

[5] LERNER, Delia. "Clasificación: aspecto didáctico", en UPN, antología La matemática en la escuela III: p. 16.

diferencias referentes al material de que están hechos, al grosor, ala transparencia u opacidad"[6]

La construcción de la clasificación pasa por tres estadios:

Primer estadio (hasta los 5 Y2 años aproximadamente). Los niños realizan colecciones figurales, es decir, reúnen los objetos formando una figura en el espacio y teniendo en cuenta solamente la semejanza de un elemento con otro en función de su proximidad espacial y estableciendo relaciones de conveniencia.

Estas colecciones figurales pueden darse también alineando los objetos en una sola dirección, en dos o tres direcciones (horizontal, diagonal, vertical) o formando figuras complejas, como cuadrados, círculos o representaciones de otros objetos.

Segundo estadio (de los 5 Y 2 a los 7 años aproximadamente). Colecciones no figurales. En el transcurso de este periodo, el niño comienza a reunir objetos formando pequeños conjuntos.

El progreso se observa en que toma en cuenta las diferencias entre los objetos y por eso forman varios conjuntos separados, tratando de que los elementos de cada conjunto tengan el máximo de parecido entre sí.

Por ejemplo, cuando se les dan cubiertos y se les piden que pongan junto lo que va junto, él buscará dos cucharas idénticas, o los tenedores idénticos, sin llegar a poner juntas todas las cucharas y todos los tenedores, por el simple hecho de serio.

"Progresivamente y partiendo de pequeños conjuntos (o colecciones) basados en un criterio único, los reúne para formar colecciones más abarcativas, es decir, reúne sub clases para formar clases. Por ejemplo, cuando se le dan revueltas rosas y claveles, y se le pide que ponga juntas las flores que van juntas, él pone todas juntas todas las rosas y en otro

[6] Ibíd. p. 18.

conjunto todos los claveles. Ya en un estadio más avanzado reunirá todas las flores. A veces par1en de colecciones mayores que luego subdividen".[7]

Esta forma de actuar indica que el niño ha logrado la noción de pertenencia. Sin embargo, aún no maneja la relación de inclusión, ya que no puede determinar que la clase tiene más elementos que la sub clase (por ejemplo, que hay más flores que rosas, porque las rosas son una sub clase de las flores).

Tercer estadio. La clasificación en este estadio es semejante ala que manejan los adultos y generalmente no se alcanza en el periodo preescolar.

En este estadio se llegan a construir todas las relaciones comprendidas en la operación clasificatoria, hasta la inclusión de clases.

1.3. La seriación

La seriación es otra operación lógica que realiza el niño en el proceso de adquisición del concepto de número.

"La seriación es una operación lógica que nos permite establecer relaciones comparativas respecto aun sistema de referencia, entre los elementos de su conjunto y ordenarlos según sus diferencias ya sea en forma creciente y decreciente"[8]

Al igual que la clasificación la seriación es una operación que además de intervenir en la formación del concepto de número constituye uno de los aspectos fundamentales del pensamiento lógico.

Seriar es establecer entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar

---

[7] COURANT, R. ¿Qué es la matemática? p. 13.

[8] SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Op. Cit. p. 43.

esas diferencias.

¿Cuáles son los elementos que seriamos? Podemos seriar, por ejemplo:

Colores que son diferentes en cuanto a su tonalidad, ordenándolos del más obscuro al más claro.

Vehículos cuya fecha de producción es diferente, ordenándolos del más antiguo al más moderno.

Monedas de valor diferente, ordenándolas desde la que vale menos hasta la que vale más.

Tanto en estos casos como en todos los que imaginamos la seriación se puede efectuar en dos sentidos: creciente y decreciente.

Destaquemos finalmente que la seriación operatoria tiene dos propiedades fundamentales: transitividad y reversibilidad.

La transitividad. Consiste en poder establecer por deducción, la relación que hay entre dos elementos que no han sido comparados previamente, a partir de las relaciones que se establecieron entre dos elementos. Por ejemplo, si 3 es mayor que 2 y 4 mayor que 3, entonces 4 será mayor que 2 para establecer esta relación no se necesita comparar 2 y 4 en forma efectiva, sino que podemos deducirlo a par1ir de las dos relaciones que establecimos anteriormente.

La reversibilidad. Significa que toda operación compor1a una operación inversa, esto es, si se establecen relaciones de mayor a menor, se pueden establecer relaciones de menor a mayor; a una suma corresponde una operación inversa que es la resta.

Las seriaciones, al igual que las clasificaciones las realizamos siempre en forma interiorizada, pero podemos además en algunos casos, realizarla en forma efectiva sobre los objetos.

"Si por ejemplo, seriamos los países de Europa de acuerdo al tamaño de la superficie que tienen es evidente que la seriación, en este caso la haremos sólo en forma interiorizada, ya que nunca podríamos tomar cada país y colocarlos uno junto al otro en orden decreciente o creciente. Mientras que si seriamos los niños de nuestro grupo, por ejemplo de acuerdo a su altura, además de hacerlo en forma interiorizada lo podemos realizar en forma efectiva y visible"[9]

La seriación se distingue de la clasificación, porque cuando se clasifica, se forman grupos estableciendo relaciones de semejanza, en función de las propiedades comunes. En cambio, cuando seriamos, nos fijamos en las diferencias entre los elementos de un mismo grupo y no sus semejanzas.

Por ejemplo, en el conjunto cuyos elementos compar1en la propiedad de ser azules, se pueden ordenar las diferencias de sus distintas tonalidades dentro de un sistema determinado, eligiendo un criterio, que en este caso podríamos del azul más pálido al más oscuro.

En este ejemplo el orden es ascendente, sin embargo, como en la clasificación, este criterio puede cambiar, del más oscuro al más pálido.

Enseguida, algunos aspectos que caracterizan a la seriación son:

Al igual que en la clasificación, es necesario establecer una relación mental de ordenamiento, que no siempre es posible llevar a cabo en forma concreta. Por ejemplo, podemos ordenar por estaturas a los niños del grupo, comparándolos directamente y

[9] Ibíd. p. 41.

colocándolos en el lugar que corresponde, pero no podemos ordenar en esa misma forma a los países del mundo según el volumen de su producción de petróleo.

Un conjunto de objetos, se puede ordenar en forma creciente o decreciente, cuidando siempre que cada elemento de la serie guarde una relación mayor que o menor que con el contiguo.

Por ejemplo, podemos seriar a las educadoras de un plantel según su antigüedad de la siguiente manera: Katia: 2 años. Perla: 7 paños. Yanira: 8 años. Rosalía: 16 años.

La posición de cada elemento en una serie no se puede cambiar. Esto se debe a que las relaciones comparativas entre ellos se establecen siempre con base en un sistema de referencia, el cual determina el lugar que deben ocupar.

La ordenación de una serie, como hemos señalado, se establece siempre en función de las relaciones mayor que o menor que entre sus elementos. Estas relaciones pueden basarse, en las cualidades de los objetos (ya sean concretos o abstractos), por ejemplo, su tamaño, su temperatura, su consistencia, su luminosidad, su fidelidad, o bien, en su grado de cercanía o lejanía en la dimensión espacial o temporal.

"En todas las seriaciones construidas con base en criterios, ya sea cualitativos, especiales, o temporales, ésta también implica una relación cuantitativa, la cual nos permite ordenar varios conjuntos, en función de un sistema establecido en el que se considere su propiedad numérica"[10]

por ejemplo, podemos expresar cuantitativamente la relación entre las poblaciones de una ruta y su distancia con el punto de partida, señalando la cantidad de kilómetros que es necesario recorrer. Del mismo modo, la intensidad del sonido puede expresar numéricamente en decibeles.

---

[10] GLAESER, Georges. Op. Cit. P. 29

Ningún elemento de una serie debe quedar fuera y cada uno de ellos debe ocupar un lugar preciso dentro de la serie según sus relaciones con los demás elementos. Por ejemplo, cuando nos bañamos realizamos diferentes acciones como enjabonarnos, vestirnos, cerrar la llave del agua, secarnos, desvestirnos, abrir la llave del agua, mojarnos, tallarnos y enjuagarnos.

Sin embargo, para concretar el acto de bañarse, es imprescindible seriar todas las acciones de acuerdo a un orden lógico establecido en función de la relación temporal.

Esta relación temporal se puede vincular con la noción de ordinalidad que subyace en el conjunto de los números naturales.

En la seriación se hallan implicadas también dos propiedades fundamentales: la transitividad y la reciprocidad.

Es impor1ante señalar que no todas las actividades en las que se establece un ordenamiento se pueden considerar como seriaciones, pues como se mencionó, necesita haber una ordenación creciente o decreciente entre sus elementos.

Por esta razón, las actividades que plantean un ordenamiento con base en un patrón que se repite sucesivamente (por ejemplo, azul, rosa, verde, azul, rosa, verde, etc.) no pueden considerarse propiamente como seriaciones.

"Este tipo de ordenaciones se realizan valiéndose principalmente de la apreciación perceptual de los patrones que se repiten sucesivamente. Quizá el adulto, no sólo se fije en ese patrón, sino que llegue a establecer relaciones ordinales entre los elementos de cada uno de ellos, por ejemplo, el azul es el Primero, el rosa es el segundo y el verde es el tercero, el azul es el cuar1o, el rosa es el quinto, el verde el sexto... pero esto probablemente se debe ala comprensión que ha alcanzado acerca del concepto de número, sin embargo, en el niño

pequeño no ocurre así".[11]

La seriación adquiere especial relevancia en la construcción del concepto de número, porque éste no puede existir aislado, sino como parte de un sistema en el cual cada número ocupa un lugar preciso dentro de la serie.

Todas aquellas experiencias que permitan al niño establecer relaciones comparativas y construir series con los elementos de su entorno, pueden ser muy útiles para ayudarle a conformar paulatinamente una estructura de seriación en el sentido estrictamente matemático.

Entre los estadios de la seriación se pueden mencionar los siguientes:

Primer estadio (hasta los 5 años aproximadamente). El niño establece relaciones mayor que y menor que. Como consecuencia no logra ordenar una serie completa de objetos de mayor a menor o de más grueso a más delgado, o de más frío a menos frío, etc., y viceversa, sino que hace parejas o tríos de elementos.

"Es conveniente que en general el material utilizado no tenga base, ya que al tenerla permite al niño se centre en uno solo de los extremos y forme una "escalerita", no hay que olvidar que el niño del primer estadio de la seriación puede realizarla en función de uno solo de los extremos, de tal modo que ese extremo" presente la forma de una escalerita, pero sin comparar realmente los tamaños, no tomando en cuenta una línea base"[12]

Como una transición al siguiente estadio, logrará construir una serie creciente de cuatro o cinco elementos. En estos casos suele darle un nombre a cada uno: por ejemplo, chiquito, un poco chico, un poco mediano, grande, etc. Aún cuando los términos correctos no aparecen, el niño logra establecer relaciones entre un número mayor de elementos.

---

[11] Ibíd. p. 51.

[12] LERNER, Delia. Op. Cit. p. 33.

Segundo estadio (de 5 a 6% ó 7 años aproximadamente). En este estadio el niño logra construir series de 10 elementos por ensayo y error.

"Los niños del segundo periodo presentan un error sistemático que consiste en indicar el pantalón anterior al que realmente le corresponde la camisa señalada: a la cuarta camisa corresponderá el tercer pantalón. A la séptima camisa, el sexto pantalón.

La hipótesis de Piaget es que este error sistemático se debe a que el niño no ha sintetizado aún los aspectos ordinal y cardinal del número".[13]

Toma un elemento cualquiera, luego otro cualquiera y lo compara con el anterior y decide el lugar en que lo va a colocar en función de la comparación que hace de cada nuevo elemento con los que ya tenía previamente. No puede anticipar la seriación, sino que lo construye a medida que compara los elementos, ni tiene un método sistemático para elegir cuál va primero que otros.

Tercer estadio (a partir de los 6 ó 7 años aproximadamente). En este estadio de la seriación, el niño puede anticipar los pasos que tiene que dar para construir la serie, y lo hace de una manera sistemática, eligiendo por ejemplo lo más grande para comenzar, o lo más grueso o lo más oscuro, etc., siguiendo por el más grande que queda, etc., o a la inversa, comenzando por el más pequeño, o el más delgado, o el más claro.

El método que utiliza es operatorio. Por medio de él, el niño establece relaciones lógicas al considerar que un elemento cualquiera es a la vez mayor que los precedentes y menor que los siguientes, y que si un determinado elemento es mayor que el último colocado, seria también.

---

[13] Ibíd. p. 37.

1.4. La correspondencia

El análisis de los comienzos de la cuantificación nos ha llevado a plantear el problema de la correspondencia, comparar dos cantidades, efectivamente o bien poner sus elementos en correspondencia término a término. De estos dos procedimientos sólo éste último, a partir de Bantor, se nos presenta como el verdaderamente constitutivo del número entero mismo, ya que proporciona el cálculo más simple y más directo de la equivalencia de los conjuntos.

La correspondencia término a término o correspondencia biunívoca. Es la operación a través de la cual se establece una relación de uno a uno, entre los elementos de dos o más conjuntos a fin de compararlos cuantitativamente.

¿Qué papel juega la correspondencia en el concepto de número? , para determinar, con base en la propiedad numérica, que un conjunto pertenece a una clase hacemos uso de la correspondencia biunívoca, es decir que ponemos en relación cualquier elemento de un conjunto con cualquier elemento del otro conjunto hasta que ya no puede establecerse esa relación uno a uno. Si no nos sobran elementos en ninguno de los conjuntos significa que son equivalentes; mientras que si sobran elementos en alguno de los conjuntos, éstos no son equivalentes. Los conjuntos equivalentes los juntamos constituyendo clases, de modo que obtenemos la clase del ocho, del tres, del siete, etc., para ordenar dichas clases establecemos nuevamente la correspondencia biunívoca entre estas clases y así organizamos la serie numérica tomando en cuenta las relaciones +1, -1.

Psicogénesis de la correspondencia y la conservación de la cantidad.

El proceso de construcción de la operación de correspondencia atraviesa por tres estadios:

Primer estadio: hasta los 5-6 años aproximadamente.

Segundo estadio: desde los 5-6 a los 7-8 años aproximadamente.

Tercer estadio: (operatorio): a partir de los 7-8 años aproximadamente.

En cuanto a la conservación de la cantidad nos referimos a las cantidades discontinuas, es decir formadas por elementos discretos, separables entre sí (lápices, flores, fichas, etc.). Porque son las que atañen el concepto de número, a diferencia de las cantidades continuas que no pueden ser separadas en unidades (líquidos, gases, etc.).

Del primer estadio. Cuando se le presenta al niño de este estadio una hilera de siete fichas amarillas y se le propone a través de una consigna que ponga la misma cantidad de fichas verdes (pon igual de fichas verdes para que los dos tengamos lo mismo) el niño de este estadio colocará tantas fichas verdes como sea necesario para igualar la longitud, de manera que la primera y la última ficha de ambas hileras coincidan independientemente de la cantidad de fichas que necesita para hacerlo.

¿Por qué el niño lo hace así? Lo hace así porque considera las hileras como objetos totales centrándose en el espacio ocupado por los conjuntos y no en la cantidad de elementos, por lo tanto no establece la correspondencia biunívoca.

Si frente a este niño se juntan o separan las fichas de una de las hileras de manera que la longitud de ésta varíe, es decir al efectuar transformaciones espaciales en la ubicación de elementos, él asegurará que ya no hay lo mismo, y al preguntarle qué habría que hacer para que hubiera igual, propone agregar o quitar fichas para que las hileras queden nuevamente de la misma longitud, lo que para él es índice de que tienen la misma cantidad de elementos.

Como el niño está centrado en el resultado de la transformación que se ha efectuado y no en la acción de transformar en este caso juntar sugiere una nueva modificación (agregar o quitar elementos) que no está relacionado con la primera transformación pero que permite establecer la igualdad de la longitud de las dos hileras.

En el segundo estadio, el niño a diferencia del estadio anterior, ya establece correspondencia biunívoca ante la misma consigna. Al realizar su hilera de fichas busca que sea equivalente cuantitativamente, para estar seguro que cada ficha de una hilera esté en relación de cada ficha roja de manera que puede observar fácilmente la correspondencia establecida; esto le permite afirmar que los dos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos.

Después que afirmó lo anterior a partir de los dos conjuntos que puso en correspondencia, si se altera la disposición espacial de las fichas de uno de los conjuntos (juntándolas o separándolas), el niño dirá que ya no hay lo mismo sino que una de las hileras aumentó o disminuyó en cantidad. Afirma que ya no hay lo mismo porque aunque ya establece la correspondencia biunívoca al dejar ésta de ser evidente perceptivamente se apoya nuevamente en la longitud de las hileras"[14]

Cuando se le plantea cómo hay que hacer para que haya otra vez la misma cantidad de fichas en los dos conjuntos, vuelve a establecer la correspondencia se percibe fácilmente.

Esta forma de resolver la situación marca un avance respecto al primer estadio ya que la acción que realiza para que la equivalencia sea visible nuevamente es la acción inversa a la que efectuó en la primera transformación (si fueron separadas las vuelve a juntar, si fueron aproximadas las vuelve a separar) y no una acción ajena a ésta como en el estadio anterior en el que proponía quitar o agregar fichas. El niño de este estadio ante la imposibilidad de realizar en forma interiorizada la acción inversa necesita hacerla en forma efectiva.

Del tercer estadio. Los niños del tercer estadio afirman la conservación pero a veces no la argumentan aunque después puedan llegar a fundamentar porque la cantidad se conserva, dando uno a varios de los siguientes argumentos: hay lo mismo porque no

[14] ORTON, Anthony. Didáctica de las matemáticas. p. 79.

pusiste, ni quitaste nada o sigue habiendo igual.

¿Por qué es fundamental llegar a la correspondencia ya la conservación de la cantidad, respecto al número? Porque el niño podrá considerar que un conjunto de nueve elementos será equivalente a todos los conjuntos mayores o menores que nueve independientemente de la disposición espacial de sus elementos.

La operación de correspondencia representa una fusión de clasificación y seriación, ya que:

- Mientras se está clasificando con base en cualidades, la clasificación es una operación centrada en las semejanzas: los elementos se reúnen precisamente con base en los parecidos que guardan entre sí y se consideran equivalentes en función del criterio elegido, independientemente en sus diferencias.

- Mientras se está seriando con base a criterios cualitativos, la seriación se centra en las diferencias, ya que consiste precisamente en ordenar esas diferencias.

"Es decir que, en el terreno de lo cualitativo, la clasificación y la seriación se mantienen separadas. Pero cuando se trata de establecer equivalencia numérica entre dos conjuntos -es decir, cuando se prescinde de las cualidades- los elementos son considerados al mismo tiempo como equivalentes y como diferentes".[15]

- Equivalentes, porque a cualquier elemento de un conjunto le puede corresponder cualquier elemento en el otro; son considerados como unidades intercambiables

- Diferentes en el sentido que pueden ordenarse.

[15] Ibíd. p. 53.

En este sentido se puede decir que la noción del número resulta de una síntesis de clasificación y seriación.

CAPÍTULO II

PROCESOS COGNITIVOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO

2.1. El número en la vida cotidiana

En los primeros grados de la educación primaria, por lo general, se concede especial importancia al aprendizaje del concepto de número. Con frecuencia, una buena parte del trabajo y del tiempo escolar se dedica a este propósito.

"El número es una herramienta conceptual creada por el hombre para registrar y conocer, de forma precisa, aspectos funcionales de la vida. Para llevar la cuenta del tiempo o de sus pertenencias probablemente, nuestros antepasados tuvieron que idear métodos de registro como tallar una ranura en una vara por cada día que transcurría o por cada piel que adquirían. Conforme las sociedades se desarrollaron y las posesiones fueron haciéndose cada vez más abundantes, la necesidad de emplear métodos de numeración y medición más precisos, basados en el conteo, se fue también incrementando. Contar y registrar fue el principio de la evolución de los sistemas numéricos y aritméticos, y sigue siendo en la actualidad un recurso esencial para el avance de nuestra civilización".[16]

El número y el concepto son aspectos importantes y funcionales en nuestra vida cotidiana, en el ámbito científico, tecnológico e incluso artístico.

Baste mencionar su aplicación en la vida diaria de toda la gente, como conocer la distancia que debemos recorrer entre un sitio y otro, o conocer la cantidad precisa para preparar nuestros alimentos; asimismo en el sector comercial para calcular costos, pesos,

[16] CALLEJO de la Vega, María Luz. La enseñanza de las matemáticas. p. 85.

capacidades; en el sector industrial para el manejo de instrumentos de precisión, para entender márgenes de error o interpretar croquis a escala; en la investigación biomédica para calcular proporciones a veces micrométricas de sustancias y elementos químicos u orgánicos; en el terreno de las artes, donde un músico debe poseer un sentido numérico para crear ritmos y secuencias melódicas, un pintor o un escultor para lograr un equilibrio armónico en sus obras.

En diversos momentos y circunstancias, constantemente nos enfrentamos con situaciones que exigen el desempeño de nuestras habilidades numéricas.

La importancia y funcionalidad del número en nuestra vida diaria justifica plenamente el énfasis que ponen los profesores en la enseñanza de los conceptos numéricos. Sin embargo, a pesar de todo el tiempo y atención que le dedican, muchas veces los docentes no logran los resultados que se esperarían.

Es conocida la incompetencia numérica de muchos escolares en niveles posteriores e incluso de muchos adultos que, en el mejor de los casos, sólo pueden desempeñarse en el manejo de cálculos aritméticos muy simples.

Es conocida la incompetencia numérica de muchos escolares en niveles posteriores e incluso de muchos adultos que, en el mejor de los casos, sólo pueden desempeñarse en el manejo de cálculos aritméticos muy simples.

Uno de los propósitos fundamentales de la educación primaria, respecto de la enseñanza de las matemáticas, es precisamente que el niño llegue a descubrir la utilidad y necesidad de esta materia, tanto por las aplicaciones que él puede hacer de las matemáticas, como por la formación intelectual que le brinda.

Antes de ingresar a la escuela, el niño se ha enfrentado con diversas situaciones numéricas que ha tenido que resolver con sus propios recursos. Por ejemplo, contar sus canicas o sus juguetes para saber si están completos, participar en juegos donde se

"pierden" y "ganan" puntos, coleccionar e intercambiar estampitas, bultos, ganado, etc.

Todas estas situaciones numéricas tienen un significado funcional para los niños, y por lo tanto les resultan comprensibles.

Una opción viable para lograr que los conocimientos numéricos que adquiere el niño en la escuela le resulten significativos como para llegar a aplicarlos en la vida cotidiana, debería partir de las siguientes consideraciones básicas:

- La comprensión de todo contenido de aprendizaje. En este caso el número resulta más accesible si se le vincula con situaciones de la vida cotidiana ya la vez significativas para el niño.

- Los niños se valen de los conocimientos numéricos que han adquirido a partir de sus experiencias cotidianas para interpretar las nociones aritméticas elementales que se les enseñan formalmente en la escuela.

- El número es un concepto abstracto cuya comprensión requiere de la conceptualización de ciertas relaciones lógicas

- Los niños acceden a la comprensión lógica del número a partir de diversas experiencias, vinculadas particularmente con el conteo.

"Al hablar de número nos referimos particularmente al número natural. Los números naturales (o enteros positivos) son aquellos que componen la serie numérica que empleamos comúnmente en nuestra vida diaria: l, 2, 3, 4, 5, 6...Existen otras conceptualizaciones del número, que el niño conocerá posteriormente, como los números enteros negativos, los racionales, los irracionales y los decimales".[17]

[17] Ibíd. p. 87.

Una buena comprensión y conocimiento del número natural puede sentar las bases importantes para satisfacer los requerimientos del aprendizaje e incluso de otras áreas de las matemáticas como el álgebra y la estadística.

2.2. Los contextos numéricos

Si bien el número es un elemento de la vida cotidiana presente en casi todo momento, su utilización en la práctica no es indistinta.

En este apartado hablaremos sobre los diferentes significados que puede adoptar el número en función del contexto particular en el que se emplea.

El contexto de secuencia. En ocasiones, la serie numérica convencional se emplea simplemente como una repetición verbal, en la cual los números pronunciados no guardan ninguna relación con los objetos. Se trata solamente de una cantinela similar a la que se produce al repetir el abecedario.

Los niños pequeños suelen repetir la secuencia numérica para practicarla y memorizarla.

El contexto de conteo. A diferencia del anterior, en este contexto cada número pronunciado guarda una relación de correspondencia biunívoca con un objeto determinado. De esta manera, física o mental, cada elemento contado se va separando progresivamente del conjunto de elementos "no contados".

El contexto cardinal. El número se puede emplear para expresar una cantidad particular de objetos o sucesos, es decir, para denominar la cardinalidad de un conjunto. Existen algunas palabras que designan la cardinalidad de los conjuntos en situaciones especiales, por ejemplo: par, tema, dúo, trío, cuarteto, gemelos, trillizos, etcétera.

El contexto ordinal. En algunas ocasiones, el número se utiliza para marcar la posición de un elemento dentro de un conjunto ordenado. Por ejemplo, en una competencia deportiva, el primer atleta que llega a la meta ocupa el lugar número "uno"; el que llega después, el lugar número "dos", y así sucesivamente.

El contexto de medida. El número se emplea en un contexto de medida cuando describe la cantidad de unidades en que se ha dividido una magnitud continua, tales como, la distancia, la superficie, la capacidad y el peso. Esto es, una magnitud continua puede ser medida únicamente después de que ha sido dividida en unidades. Las unidades de medida pueden ser las convencionales como el litro, el gramo, el centímetro, o bien, arbitrarias. Por ejemplo, para medir un montón de arena podríamos calcular la cantidad de decímetros cúbicos que ocupa su volumen, o bien, emplear un bote de determinado tamaño y calcular cuántas "unidades bote" mide la arena.

El contexto de código. Los números se emplean, algunas veces, para distinguir diferentes clases de elementos como etiquetas o símbolos.

En este contexto cada número representa los elementos que per1enecen a una sola clase. Por ejemplo, en una escuela podrían etiquetarse con el código "1 ", a todos los alumnos que han aprobado el ciclo escolar, y el código "2" a los repetidores. Los números en las camisetas de los jugadores de fútbol o los números telefónicos son otros ejemplos de este concepto.

Contextos combinados. El número puede encontrarse en cada uno de estos contextos por separado, o bien, combinados dos o más de los significados descritos. Por ejemplo, en un billete de lotería se puede distinguir el número de la serie como par1e del código de identificación, pero a la vez, indicando una posición relativa en la ordenación de todas las series de una misma fecha.

El niño se enfrenta cotidianamente con todos estos contextos del número, sin embargo, cada uno de ellos supone un nivel de complejidad diferente que le es accesible o

no según su nivel de desarrollo conceptual. Es explicable, por ejemplo, que los niños empleen el número en el contexto de secuencia más tempranamente que el de cardinalidad o el de medida, ya que estos últimos exigen la comprensión de relaciones lógicas como la abstracción de clases numéricas, o de la equivalencia y no equivalencia entre distintas magnitudes, lo cual no es un requisito indispensable cuando se trata sólo de repetir oralmente los nombres de los números.

En la siguiente parte revisaremos cuáles son los elementos lógicos que conforman la idea de número.

2.3. Los componentes lógicos del número

Todos los números en sí representan "clases numéricas": la clase del uno, la clase del dos, la clase del tres, la clase del cuatro. Cuando nosotros evocamos un número, lo que hacemos es identificar a qué "clase" pertenece de acuerdo con su propiedad numérica.

Obviamente, la clasificación de los conjuntos por su numerosidad, no es una acción física, sino mental. No necesariamente tenemos que percibir visualmente los elementos de un conjunto para poder definir a qué clase numérica pertenece. Por ejemplo, cuando alguien nos dice que un poblado tiene 24,520 habitantes podemos saber que el 24,520 pertenece a una clase numérica determinada, distinta a la del 3,225, a la del 84 ó a otras, aún cuando nunca hayamos visto reunidos a los 24,520 habitantes.

Los niños comienzan a desarrollar la noción de clase numérica a partir de la observación de conjuntos físicos. Sin embargo, eso no quiere decir que el número pueda verse en los objetos. Los niños e valen de la apreciación visual para identificar las equivalencias cuantitativas entre distintos conjuntos e ir, paulatinamente, elaborando la idea de clase numérica.

Aunque la apreciación perceptual de conjuntos es un punto de partida necesario para la comprensión del número, no es suficiente.

La comprensión de la idea de clase numérica requiere también de la posibilidad lógica de establecer y mantener mentalmente la equivalencia entre dos conjuntos, aun cuando sus elementos no se puedan apreciar visualmente en correspondencia uno a uno.

Cuando vemos un partido de básquetbol, por ejemplo, sabemos que si cada equipo tiene cinco jugadores, ambos conjuntos son equivalentes, y que esa equivalencia se mantendrá mientras no se incorporen o excluyan jugadores en ninguno de los dos equipos. Sabemos que esa equivalencia se conserva, incluso cuando los jugadores estén en continuo movimiento y no podamos apreciar visualmente la correspondencia biunívoca entre los elementos de cada equipo.

Esta relación lógica que a nosotros nos parece tan evidente, conlleva dificultades conceptuales para los niños pequeños.

Los niños de cinco, seis y hasta siete años o más, basan sus juicios cuantitativos sobre sus apreciaciones perceptuales. Para ellos un mismo conjunto de objetos o dos conjuntos equivalentes pueden ser cuantitativamente diferentes según la disposición espacial de sus elementos:

Otra relación lógica importante para la comprensión del concepto de número, es la noción de orden. Cuando contamos sabemos que debemos colocar los objetos en orden, ya sea física o mentalmente, a fin de evitar contar dos veces uno mismo, o dejar de contar alguno.

Cuando los niños llevan a cabo sus primeras experiencias de conteo, por lo general no sienten ninguna necesidad lógica de poner los objetos en orden. Es común verlos "contar" de manera similar ala siguiente:

Empero, la relación de orden entre los objetos no es suficiente para poder cuantificarlos. Es necesario también establecer, entre ellos, una relación de inclusión de clases. En otras palabras, cuando contamos incluimos mentalmente el uno en el dos, el uno y el dos en el tres, el uno, el dos y el tres en el cuatro, y así progresivamente.

"En este sentido, la posición de los números dentro de la serie numérica no es arbitraria. Depende de las relaciones comparativas mayor que y menor que, entre las diferentes clases numéricas. Un número ocupa determinada posición en la serie de acuerdo con su magnitud. El "cinco", por ejemplo, se ubica después del cuatro y antes del seis porque es mayor que el primero y menor que el segundo".[18]

Entre los números de la serie existe una variedad de relaciones de interdependencia que a los adultos nos parecen bastante obvias pero que los niños deben descubrir para comprender la idea lógica del número. Por ejemplo, el cinco es menor que el seis y recíprocamente el seis es mayor que el cinco, o que todos los números que anteceden al cinco poseen una magnitud menor respecto a éste, y los números que le suceden una mayor, ya que la posición de un número en la serie define su magnitud.

La comprensión de las relaciones de clase y ordenación que se han descrito, hacen posible la conceptualización de ta serie numérica, ya que ésta es precisamente una ordenación progresiva de las clases numéricas en función de su magnitud:

Las clases numéricas constituyen a su vez, de otras clases de mayor magnitud que se incluyen sucesivamente: la clase del uno" está incluida en la "clase del dos", "la clase del dos" en la del tres, y así sucesivamente.

"En este sentido, podríamos considerar que el número está conformado por la fusión de las relaciones lógicas implicadas en la clasificación y en la seriación -entendidas éstas como operaciones mentales y no simplemente como acciones concretas- ya que la clasificación permite al niño entender las relaciones de clase numérica y de inclusión jerárquica implicadas en los números, en tanto que la seriación le posibilita para reconocer las relaciones de ordenación numérica en función de la comparación entre sus distintas

[18] SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas. Taller para maestros. Antología Programa Nacional de Actualización Permanente. p. 39.

magnitudes".[19]

La clasificación, por lo tanto, define la cardinalidad del número, mientras que ra seriación, su ordinalidad.

3.4. La construcción del concepto de número

Cuando los niños ingresan al primer grado de educación primaria ya poseen un importante acervo de conocimientos numéricos que han ido adquiriendo a partir de diversas experiencias concretas, relacionadas, principalmente, con el conteo.

Parece que incluso los bebés poseen un cierto sentido numérico básico, ya que se ha observado que son capaces de discriminar conjuntos de dos o tres elementos. Pero esta idea todavía se encuentra en proceso de exploración.

Alrededor de los dos años, y aún antes, los niños comienzan a hacer uso de las palabras o "etiquetas" que designan a los números. Es frecuente escucharlos recitar los números en una especie de juego verbal: "uno, dos, tres..."

"Contar" oralmente en esta etapa es más bien un proceso memorístico, pero es posible identificar algunas relaciones numéricas rudimentarias que el niño establece a partir de esta producción verbal. Por ejemplo, algunos niños de dos o tres años emplean la palabra "uno", para designar un solo objeto y la palabra "dos" para designar a varios objetos, e incluso, llegan a emplear los términos "tres" o "cuatro" para referirse a muchos objetos.

"Los niños distinguen desde muy temprana edad cuáles son las palabras que sirven para contar y cuáles no. Por lo general, ante una pregunta del tipo" ¿cuántos hay?", responden con un número y no con una palabra cualquiera. Aunque aún están lejos de comprender que los números se emplean, como hemos visto anteriormente, para designar el

---

[19] Ibíd. p. 42.

valor cardinal de un conjunto y para diferenciar entre sí otros conjuntos con distintos valores cardinales".[20]

A través de la repetición memorística de los números los niños comienzan a descubrir algunas de las reglas convencionales que rigen nuestro sistema de numeración verbal. En nuestro idioma, a partir del número dieciséis, los nombres de los números se componen con las palabras que designan a las decenas ya las unidades, por ejemplo: dieci-séis, dieci-siete, veinti-uno, veinti-dós, cuarenta- y cuatro, ochenta-y seis, ciento- veinti-dós.

Los nombres de las decenas también guardan relación con los de las unidades. Conociendo los nueve primeros números de la serie, los niños pueden llegar a construir los nombres de las decenas añadiendo la terminación "enta": cuar-enta, ses-enta, set-enta, nov-enta.

Probablemente los niños sólo tengan que memorizar hasta el número quince, y de ahí en adelante el aprendizaje se genere a partir del descubrimiento y aplicación de las reglas que tiene la serie numérica.

Los "errores" que comete el niño al designar y nombrar los números son un claro ejemplo de esto. Los niños suelen inventar términos como "diecidos" o "veintidiez".

El aprendizaje de la secuencia numérica, aún cuando en un principio es sólo memorístico, ayuda a los niños en sus primeros intentos de cuantificación. A partir del conteo, los niños pueden llegar a comprender gradualmente las ideas lógicas implicadas en el número.

---

[20] TISON, Annete. Et. Al. Grandes y pequeños. p. 21.

A través de repetidas experiencias de conteo, los niños llegan a reflexionar y descubrir regularidades importantes de los números en la acción de contar. Los descubrimientos que el niño realiza pueden sintetizarse en los siguientes principios:

Principio del orden estable. Los niños se dan cuenta de que contar requiere repetir los números siempre en el mismo orden, aunque ese orden no sea el convencional:

Principio de correspondencia. Para enumerar un conjunto es necesario etiquetar sus elementos una sola vez. De esta manera, los niños se aseguran de no contar dos veces el mismo elemento, ni dejar de contar ninguno:

Principio de unicidad. Las etiquetas numéricas deben ser irrepetibles y únicas para cada elemento contado. Esto supone ya una idea rudimentaria de que cada número posee un valor cardinal distinto.

Principio de abstracción. El niño descubre que las diferencias físicas de los objetos no son una limitante para poderlos contar, porque puede abstraer dentro de una clase más abarcativa cualquier objeto susceptible de ser contado.

Principio del valor cardinal. A través de repetidas experiencias de conteo, los niños llegan a descubrir que el último número pronunciado designa el valor cardinal del conjunto.

Principio de irrelevancia del orden. Al contar de varias maneras los elementos de un conjunto, los niños pueden llegar a darse cuenta de que la distribución de. sus elementos y el orden en que se cuenten no afecta el valor cardinal del conjunto.

Además de estos descubrimientos, de sus experiencias con el conteo de objetos, los niños pueden llegar a identificar relaciones numéricas más elaboradas como las siguientes:

- Comprensión de la equivalencia y no-equivalencia entre los elementos de dos conjuntos, independientemente de sus diferencias aparentes; por

ejemplo, si están agrupados o están alineados o tienen configuraciones distintas (conservación del número).

- Comparaciones entre las distintas magnitudes representadas por los números.

- Ideas básicas sobre la adición y la sustracción: añadir produce un incremento y quitar un decremento; la adición y la sustracción son operaciones inversas.

"La comprensión de todas estas relaciones representa un sustento conceptual importante que permitirá al niño interpretar en mayor o menor medida la aritmética formal que se enseña usualmente en el primer grado. Sin embargo, al ingresar a la escuela, los niños pueden o no haber descubierto todas estas relaciones según sus experiencias previas".[21]

Reconocer, respetar y aprovechar el conocimiento informal sobre el número que adquieren los niños extraescolarmente podría ayudar al maestro a cimentar la enseñanza de la aritmética en un contexto significativo y acorde con las posibilidades conceptuales de sus alumnos.

2.5. El uso de los números

No todos los niños que ingresan a primer grado tienen los mismos conocimientos; algunos saben recitar la serie de los primeros números y han visto su representación simbólica, pero no los identifican como símbolos que les sirven para representar la cantidad de objetos de una colección o los usan indiscriminadamente para representar cualquier cantidad. En cambio otros niños sí pueden realizar estas actividades.

[21] Ibíd. p. 25.

Con el objeto de que algunos alumnos alcancen el nivel de conocimientos que tienen los otros compañeros y de que juntos conozcan los números, de manera que tengan sentido para ello es conveniente que realicen tareas en que los números sean necesarios. Las situaciones básicas que exigen el uso de los números para cuantificar el total de objetos de las colecciones (aspecto cardinal) son:

- Comparar colecciones para saber cuál tiene más.
- Igualar colecciones para que ambas tengan la misma cantidad de objetos.
- Repartir colecciones.
- Construir una colección con la misma cantidad de objetos de otra colección
- Comunicar a alguien la cantidad de objetos que tiene una colección para que forme otra con la misma cantidad de objetos.

Esta última tarea, la de comunicar, es de gran riqueza didáctica, porque implica en realidad cuatro acciones:

- Cuantificar la colección que se tiene.
- Representar dicha cantidad oralmente o por escrito para enviar el mensaje.
- Interpretar el mensaje para crear la colección que le corresponde.
- Comparar la colección original con la colección creada para verificar que tienen los mismos elementos.

Al realizar estas acciones, los niños se apropian poco a poco de la representación simbólica de los números y su significado. En un principio, las comparaciones de

colecciones que se propongan, la diferencia entre las cantidades de objetos debe ser grande para que los niños puedan hacer la comparación visualmente. Por ejemplo, colecciones de cuatro y diez objetos.

Posteriormente, conviene proponer también la comparación de colecciones dibujadas para que los niños desarrollen recursos como tachar, rayar, encerrar o marcar. En estos casos, conviene variar la distribución de los objetos; en una colección ponerlos muy próximos uno del otro y en la otra más alejarlos.

Además de las actividades de comparación pueden proponerse otras en las que los alumnos formen colecciones con más, menos o igual cantidad de objetos que otra, pueden igualar la cantidad de dos colecciones, ya sea agregando, quitando o compensando (quitando objetos a una y poniéndolos ala otra).

Si algunos alumnos realizan la comprensión de colecciones mediante el conteo oral, se recomienda que el maestro lo permita sin presionar a los demás para que hagan lo mismo. Al observar cómo cuentan algunos compañeros, promueve el uso del conteo en los niños que no lo manejan. Mientras tanto el maestro puede sugerir a los alumnos que intentan resolver las actividades de comparación mediante la correspondencia uno a uno, ya la vez, ayudarles a mejorar sus procedimientos de conteo.

Para que el conteo oral sea un recurso necesario, se sugiere que los alumnos comparen colecciones en las que ya no resulte fácil establecer correspondencia uno a uno, ya sea porque los objetos de las colecciones no se pueden juntar (están dibujados) o bien porque la cantidad de objetos de cada colección es grande. Es importante que los alumnos empiecen a trabajar con la representación escrita de los primeros números por lo que el docente deberá asegurarse de que éstos ya son capaces de contar adecuadamente (cuando cuenten hacer corresponder un objeto por cada número que dicen).

2.6. Operar con números

Una vez que el niño ha construido el número (por medio de la abstracción reflexiva), será capaz de operar con números y para que pueda construir el número debe establecer con toda clase de materiales (objetos, acontecimientos y acciones), todo tipo de relaciones.

"Un número es la clase formada por todos los conjuntos que tiene la misma propiedad numérica y que ocupa un rango en una serie considerada a partir también de la propiedad numérica, de ahí que la clasificación y la seriación se fusionen en el concepto de número"[22]

Para que el niño llegue a la construcción del número es necesario que sepa clasificar, seriar, representar gráficamente cantidades, hacer la inclusión de clases, llegar a la conservación de los conjuntos numéricos, establecer un orden y posteriormente podrá utilizar estos conocimientos para operar en situaciones problemáticas de suma y resta las cuales pueda presentársele en su vida cotidiana y/o escolarizada dentro de un marco en el cual pueda utilizar su desarrollo cognitivo.

Cuando el niño descubre la inclusión de clases, se da cuenta de la inclusión numérica (el dos incluye al uno, el tres al dos) y llega a comprender que en una colección de 15 manzanas donde hay 7 manzanas verdes y 8 manzanas rojas, siempre va a ser mayor el conjunto de (todas) las manzanas verdes ya que éstas lo mismo que el e las manzanas rojas son sólo algunas; es decir una parte.

Cuando el niño cuenta para saber el número de objetos que hay en un conjunto, lo que hace es establecer mentalmente entre esos objetos una relación de inclusión de clase, es decir, que va nombrando conjuntos sucesivos cuyo número de elementos designa con un

[22] PIAGET, Jean. La formación del símbolo en el niño. p. 109.

cardinal (uno, dos, tres, cuatro, etc.) representando una relación que incluye. La inclusión en clases implica también una adición de clases, ya que el conjunto (manzanas) es igual a la suma de sus subconjuntos: manzanas + manzanas rojas.

Cuando el niño descubre esta relación y es capaz de tomar en cuenta el conjunto y sus subconjuntos simultáneamente, será capaz de hacer mentalmente el proceso inverso y paulatinamente llegará a comprender todas las relaciones que de ello se desprendan. Al sumar un subconjunto con otro subconjunto es necesario que per1enezca a una misma categoría; cumpliendo así con la propiedad de clausura de la adición; por ejemplo:

Subconjunto	+	subconjunto	=	conjunto
(Manzanas verdes)		(Manzanas rojas)		(Manzanas)

Por lo tanto:

Conjunto	-	subconjunto	=	subconjunto
(Manzanas)		(Manzanas verdes)		(Manzanas rojas)

Aquí puede verse que los subconjuntos de manzanas rojas y manzanas verdes se incluyen dentro de una categoría más amplia que es el de las manzanas.

En el periodo preoperatorio el niño todavía es incapaz de comprender ideas lógicas como:

- Conservar la suma constante sin tomar en cuenta cómo están distribuidas sus par1es.

- Darse cuenta que 7+1 parece más grande y al mismo tiempo más pequeño que 4+4 (compensación).

- Tomar en cuenta las partes (subconjuntos) en relación a cada una y ambas en relación a la suma.

"Labinowicz señala que: el conjunto de número para Piaget incluye la fusión de ideas afines tales como orden serial y la inclusión de clases en un marco de trabajo integrado. Su concepto de número implica además las nociones de adición y multiplicación como consecuencia de la inclusión de clases y la correspondencia uno a uno. Los niños, más o menos a la edad de 7 años, ganan una agilidad en el pensamiento que les permite inver1ir mentalmente las operaciones físicas".[23]

Con los invariantes operatorios (conceptos que permiten conocer las características de los objetos y relacionar éstas con los procedimientos que podemos llevar a cabo para producir un determinado efecto sobre ellos) se puede representar mentalmente la realidad y elegir acciones previendo efectos sin necesidad de realizar materialmente tales acciones, por lo cual se podrá efectuar un cálculo relacional y desarrollar reglas de acción.

El cálculo relacional se da en el ámbito de la representación (interna mental) puesto que lo llevamos a cabo al pensar en y no al actuar sobre los materiales de manera física. Éste no siempre da los resultados que uno espera esto se debe a que no existe una clara comprensión de los elementos y las relaciones entre ellos, a manera de ejemplo podríamos señalar aquel en el que los niños fallan en la resolución de problemas, porque éstos no logran deducir alguna regla o nuevas relaciones a par1ir de ciertas relaciones dadas y de esta manera no podrá efectuar el cálculo; en cambio, cuando el niño mediante sus acciones sobre los objetos llega a comprender el número en tanto como concepto y sabe que 6 se refiere a un conjunto de objetos menor que 7 y mayor que 5 y que permanecerá en tanto no se agreguen o quiten elementos a pesar de que hagan transformaciones sobre los elementos que lo forman.

Aquí el niño ha establecido una relación y está seguro que existe una analogía entre lo que él puede representarse mentalmente y la acción efectiva, que podría llevar acabo en este sentido. Con esto queremos decir que para que el niño llegue a la formación de conceptos tendrá que operar con objetos, mismos que tienen lugar en el plano de la

[23] Ibíd. p. 130.

representación mental.

Al pasar al plano de la representación que constituyen los diversos sistemas de símbolos y signos, por ejemplo la representación escrita de los números, es necesario que el niño detecte las relaciones que existen entre la representación gráfica y la realidad, de lo contrario no podrá comprender los diversos significantes, ni los sistemas de operaciones simbólicos como por ejemplo: 6, 3+3, 5+1, 4+2, 6+0. Únicamente cuando descubren dichas relaciones es que una representación externa (un significante) como 6=7-1, etc., pueden constituirse como tal, de otra forma no será mas que un dibujo o grafía cuyo significado resultará muy subjetivo.

En la teoría de Piaget se utiliza el término de abstracción empírica para todo lo que el niño hace cuando se centra en una determinada propiedad del objeto, ignorando las otras. (Ejemplo, cuando se abstrae el color de un objeto, el niño ignora el peso y el material del que está hecho el objeto); en cambio la abstracción reflexiva implica la construcción de relaciones entre los objetos (la abstracción del número necesita de una abstracción reflexiva), esta abstracción existe solamente en la mente del sujeto que pueda crear determinadas relaciones, pero a la vez insiste que en la realidad psicológica de un niño pequeño, una abstracción no puede darse sin la otra.

"Recíprocamente el niño no puede construir el conocimiento físico si no posee un marco lógico-matemático que le permita poner en relación nuevas observaciones con el conocimiento que ya tiene. (Para darse cuenta de que un pez es rojo por ejemplo, el niño necesita un esquema de clasificación para distinguir el rojo de todos los demás colores. También necesita este mismo esquema para distinguir pez de todos los demás tipos de objetos que ya conoce".[24]

---

[24] Ibíd. p. 218.

Estas abstracciones no pueden producirse independientemente durante los periodos sensorio-motor y preoperatorio, pero en los siguientes periodos puede ser posible que la abstracción reflexiva sí tenga lugar independiente.

En el campo de las matemáticas, tratándose de niños en el período preoperatorio y con el conocimiento por parte del docente de que éstos no han llegado a la convencionalidad del número y signos, es importante que se considere que el alumno va a utilizar procedimientos y recursos que lo llevarán a resolver algún problema ya sea dibujando objetos, escribiendo números aislados o signos no aritméticos para tratar de representar cantidades o acciones aditivas o sustractivas.

Tanto en la suma como en la resta es fundamental que de entrada se propongan al niño situaciones problemáticas que le lleven a descubrir el sentido de las operaciones, es decir, qué significa sumar y restar, así como en qué cosas es pertinente utilizar uno y otro algoritmo para resolver un problema determinado.

"... No tenemos por qué exigir a los niños que hagan operaciones escritas para lo que pueden resolver mentalmente. Tampoco tenemos por qué prohibirles que usen los dedos o algún otro material para contar mientras ellos lo requieran; después de todo, para un niño (y para muchos adultos también) es más fácil contar con dedos (u otros objetos) visibles para obtener una suma que sumar números abstractos".[25]

Ha sido objetivo de la escuela enseñar los algoritmos aritméticos, abordándose en su gran mayoría desde el aspecto mecánico, esto es describir paso a paso la forma de resolverlo sin hacer referencia a ningún texto.

Cuando algunos maestros dicen "voy a enseñar la resta" lo que quieren enseñar es el algoritmo escrito de la resta en forma mecánica trabajando la representación como si fuera

---

[25] SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. p. 182.

el representado, esto es, la escritura de una ecuación es una forma de representar una operación, pero sucede que a veces se enseña como si fuera la operación misma.

La gran cantidad de nociones que el alumno deberá ir adquiriendo y asimilando deben darse de forma progresiva, ya que sólo así lograrán una auténtica construcción de estos conocimientos, los cuales deben ser solidarios al desarrollo del pensamiento lógico-matemático infantil, con lo que se permitirá al alumno ser el agente principal de su construcción

"... Actualmente sabemos que tanto en el campo matemático como en otras áreas del conocimiento, la edad cronológica no es condición suficiente para que un niño pueda resolver determinado tipo de problema. Para ello es fundamental su nivel de desarrollo cognoscitivo. Sabemos también que el efectuar mecánicamente un algoritmo de ninguna manera garantiza la necesaria comprensión del mismo, ni mucho menos la posibilidad de utilizarlo en la resolución de problemas si el niño no ha descubierto el sentido de las operaciones, es decir, qué significa sumar o restar, y cuándo ellas sirven para resolver un problema"[26]

Para resolver un problema el sujeto puede encontrar procedimientos diferentes utilizando su capacidad de sucesión' para lograr el objetivo que persigue y donde pueden existir acciones exitosas y/o equivocadas permitiéndole al niño que descubra las relaciones que existen entre sus propias acciones y los efectos que éstos producen sobre los objetos, pero además da por resultado las formas estables de pensamiento que constituyen los diversos invariantes operatorios que el, infante va construyendo en el curso de su desarrollo cognoscitivo. Como sería el caso del descubrimiento de que una cantidad de objetos no varía a menos que se le agregue o se le quite independientemente de las transformaciones que hagamos en la disposición espacial de esos objetos; esto es la invariancia numérica.

A continuación se expone textualmente que según Gómez Palacio realizó Vergnaud al respecto: estos invariantes son operatorios en tanto permiten al niño operar mentalmente

[26] Ibíd. p. 184.

y prever cuál será el resultado de sus acciones sin necesidad de efectuarlas materialmente, es decir que, mediante la función simbólica del pensamiento, el niño puede ahora representarse mentalmente esas acciones y prever los resultados puesto que previamente sus acciones materiales le han hecho ver cuál será el resultado de las mismas al aplicarlas sobre determinado objeto de la realidad, así pues, los invariantes operatorios hacen posible que el niño coordine las relaciones que existen entre las diversas características del objeto-problema, así como entre éstas y sus propias acciones. Esto mismo le permite también efectuar un cálculo relacional, en función del cual podrá derivar reglas de acción y previsiones eficaces para la resolución del problema.

En el siguiente ejemplo dice Gómez Palacio que Vergnaud resume claramente estos procesos y complementa lo que ya se ha mencionado respecto al concepto (o significado) y la representación (o significante).

a) En el funcionamiento del pensamiento existen diversos planos ordenados jerárquicamente y homomorfismos.

b) El plano que sustenta la construcción del siguiente plano no es puramente material, sino que es ya cognitivo.

c) Es preciso distinguir entre significado y significante o si se prefiere entre concepto y preconcepto, y su representación simbólica

Sean dos conjuntos disjuntos representados por cruces y redondas. Se trata de saber cuántos elementos hay en total. Se supone que el niño que sabe contar dispone de dos métodos para encontrar el cardinal de la unión. El primero no implica la adición, ya que consiste en reunir A y S, y proceder a una enumeración.

El segundo método consiste en enunciar A, después S y sumar los dos números así contenidos.

No es fácil observar el momento del desarrollo del niño en que aparece este segundo método, al mismo tiempo que aparece por otra par1e el reconocimiento de la equivalencia de los dos sistemas. Sin embargo, es evidente que sin este homomorfismo no hay una verdadera adquisición de la noción del número.

Sabemos también tras las famosas experiencias de Piaget que el invariante operatorio fundamental que constituye la conservación de cantidades discretas es bastante tardío y que, sin él, no tiene sentido hablar de número ni de adición.

En efecto, sólo hacia los seis o siete años los niños consideran que una colección de objetos es invariante desde el punto de vista de su cantidad sea cual sea su configuración (espaciada o compacta), y que el tamaño del conjunto es independiente del tamaño de los objetos que lo componen. Considerar que siete cruces compactas no forman un conjunto más pequeño que siete cruces espaciadas o siete elefantes, constituyen una adquisición cognitiva muy importante.

2.7. Introducción a la representación numérica

En las primeras actividades que requieren una representación numérica es conveniente, permitir e incluso favorecer que los alumnos traten de expresar gráficamente, como ellos puedan la cantidad de objetos que tiene una colección. Por ejemplo, para representar por escrito que necesitan cinco piedritas, los niños pueden dibujar las cinco piedritas o cinco rayitas. Estos dibujos constituyen una representación gráfica no convencional del cinco.

Cuando se empiece a trabajar con la representación simbólica de los números del 1 al 9, se recomienda introducir los nueve símbolos simultáneamente o en dos momentos, del 1 al 5 primero y enseguida, del 1 al 9, mediante actividades que desde el principio impliquen el uso de estos símbolos. Debido a que los niños les es más fácil distinguir una cantidad de otra cuando se les representan varias a la vez, no se recomienda introducir la representación simbólica de los números uno a uno.

"Es conveniente que los alumnos tengan a la vista una serie con los números del 1 al 9 para que puedan identificar cada símbolo contando sobre ella. Durante un tiempo, los niños tienden a inver1ir los símbolos numéricos, por ejemplo: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9".[27]

Tener a la vista la serie del 1 al 9 también es un recurso útil para quienes lo invier1en, porque al consultarla podrán escribirlos en la posición correcta, hasta que lo puedan hacer por sí solos.

Una vez que los alumnos ya puedan identificar y utilizar adecuadamente la representación simbólica de los números del 1 al 9 debe continuarse con el aprendizaje de la serie oral hasta el quince o un poco más y después introducir su representación simbólica, ya que los nombre de los números del 11 al 15 no guardan una relación con su composición en decenas y unidades. No se dice diez y uno, sino once.

Para trabajar el orden de la serie numérica escrita se pueden realizar actividades en las que los alumnos necesiten seguir la serie, por ejemplo, unir puntos numerados para formar un dibujo, formar series cortas en orden ascendente y descendente y contar hasta el número que se sepan.

Las actividades que faciliten la introducción del cero y que II favorecen que su representación simbólica tenga significado son aquéllas en las que los alumnos van quitando objetos a una colección hasta agotarlos.

Los números más grandes. Para avanzar en el conocimiento de la serie numérica, los alumnos deberán enfrentarse a tareas que impliquen comparar o comunicar cantidades relevantes grandes, esto les permitirá comprender necesidad y ventajas de agrupar objetos de una colección por decenas. Con estas actividades los alumnos cuentan por primera vez dos tipos de "objetos-: las decenas y los objetos sueltos que quedan sin agrupar, todo ello deberán expresarlo verbalmente y aprenderán a distinguir los dos tipos de objetos que

[27] ORTON, Anthony. Op. Cit. p. 153.

cuentan.

También se recomienda la secuencia de la serie oral hasta el 99 y posteriormente su representación simbólica.

1.- Aprendizaje de la serie oral de diez hasta 90 y uno en uno hasta 99, para cuantificar, comparar y ordenar colecciones o para comunicar cantidades. Estas actividades favorecen que los alumnos repitan oralmente la serie.

2.- Representación simbólica de las decenas y resolución de problemas planteados verbalmente que impliquen sumas o restas de decenas. Es recomendable que cuando los alumnos realicen estas actividades, tengan a la mano una serie de números hasta el 99 en la que destaque con un color cada grupo de 10, ó bien una serie con las decenas hasta 90.

El nombre de los números, las decenas y las unidades. Para ello se realizan agrupamientos de decenas, de unidades con material. Al decir la cantidad de elementos que hay en las decenas agrupadas y la cantidad de elementos que hay en las decenas agrupadas y la cantidad de unidades sueltas surge, naturalmente, el nombre de los números que les falta conocer, por ejemplo, “veinte y ocho”, “treinta y cinco”.

Más adelante, los alumnos deben utilizar material concreto (fichas de colores) para representar el valor de los agrupamientos (1 ficha roja = 1 decena; 1 ficha azul = 1 unidad). En este momento, el trabajo con monedas de cartón de diez y un peso y el uso de una tabla (como la que se muestra a continuación) para representar cantidades puede ser también muy provechosa para los alumnos.

10	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

2.8 Representación simbólica de los números de dos cifras.

En las diversas actividades de cuantificación y comunicación de colecciones puede utilizarse la siguiente tabla:

D	U
2	8

Una vez que los niños empiezan a representar número sin tabla, deben continuar realizando numerosas actividades de cuantificación, comunicación, comparación y orden de colecciones para profundizar y afirmar la comprensión del sistema de numeración decimal y de su representación simbólica.

Para ayudar a los niños a comprender el valor posicional de las cifras, es conveniente que formen y comparen colecciones de objetos que corresponden a números con cifras iguales pero en distinto orden (por ejemplo, 25 y 52 objetos), que representen esas cantidades con fichas o monedas que equivalgan a decenas y unidades.

Esta progresión de las representaciones (verbal, con fichas o monedas y con la tabla de decenas y unidades) debe darse a lo largo de las diferentes actividades que se han señalado. Los alumnos deberán conocer y utilizar al mismo tiempo números para cuantificar el total de objetos de las colecciones (aspecto cardinal) y ordenar los objetos de distintas colecciones, para señalar el lugar que ocupa determinado objeto (aspecto ordinal).

También es conveniente que el maestro recalque la importancia de los números en contexto o experiencias reales, por ejemplo que los utilice para identificar los números de la casa en donde viven, su número de lista, el número telefónico de alguna persona, para identificar a los jugadores de un equipo de fútbol, etc.

2.9. El concepto de número en la resolución de problemas

Para desarrollar las nociones de suma y resta se sugiere que paralelamente el aprendizaje de la serie numérica oral y escrita, los alumnos se enfrenten a la resolución de diversos problemas (planteados en forma oral y con ilustraciones), en los que sea necesario agregar, quitar, unir e igualar colecciones y en los que se utilice material concreto, primero para resolverlos y más adelante sólo para verificar los resultados.

Se recomienda que el maestro proponga desde un principio problemas de reparto de colecciones en los que no haya sobrante (entre 2, 3, 4, o 5 niños) o problemas en los que se deba distribuir en partes iguales cierta cantidad de objeto. Por ejemplo, 15 objetos entre 3 niños o bien 2 objetos en 4 cajitas.

Además, es conveniente que se propongan actividades que impliquen descomponer una p misma cantidad de maneras distintas y cantidades mayores que 10 en dos cantidades, con la condición de que una de ellas tenga 10 objetos:

Para introducir los signos de suma y resta, se recomienda asociar/os a las acciones de agregar y quitar, y emplearlos para comunicar la acción que se va a efectuar o que se realizó sobre una colección.

"Es conveniente que mientras los alumnos resuelven los problemas, el maestro observe atentamente la manera en que lo hacen y cuando terminen pida aun alumno de cada equipo que explique y muestre al resto del grupo cómo llegaron a la solución".[28] Al principio el maestro debe ayudarlos a explicar los procedimientos que siguieron, hasta que aprendan a hacerlo ya defenderlos por sí mismos.

De este modo, irán reconociendo que un problema puede resolverse de diferentes formas, que algunas son más complicadas que otras, pero que pe importante es llegar a la

[28] CALLEJO de la Vega, María Luz. Op. Cit. p. 57.

solución y sobre todo, estarán en posibilidad de probar algunos de los procedimientos de sus compañeros en la medida en que los comprendan.

Estimación de resultados. Este es otro aspecto importante que se debe desarrollar l con este fin, antes de resolver los problemas, el maestro puede hacer preguntas para que los alumnos den una primera aproximación al resultado. Por ejemplo, si en el problema se quitan seis objetos a una colección de 15, puede preguntarles: ¿Quedarán más de 15 objetos? ¿Creen que queden más de seis objetos? ¿Creen que el resultado es mayor de diez? Estas preguntas ayudan a los niños a comprender las relaciones entre los datos del problema.

Con el tiempo la estimación de resultados permite al alumno valorar si el que él obtuvo mediante procedimientos informales o convencionales es razonable, posible o imposible.

Cálculo mental. Se recomienda propiciar en los alumnos el desarrollo de la habilidad del cálculo mental mediante la resolución de problemas sencillos. Esta actividad favorece la puesta en juego de estrategias como sumar primero las decenas y después las unidades.

CAPITULO III

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS QUE FAVORECEN EL APRENDIZAJE DE PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS

3.1. La resolución de problemas

La resolución de problemas aritméticos es un tema que en los últimos años ha cobrado gran interés en el ámbito de la educación matemática, ya que se le considera un medio valioso para introducir a los niños en la comprensión de las operaciones aritméticas básicas

Resolver un problema no Supone solamente poder aplicar la operación aritmética adecuada, sino entender el problema. Por lo tanto, el maestro al enseñar los problemas no debería centrarse solamente en el logro de una respuesta acertada a partir de la elección de la operación correcta, sino en la comprensión misma del problema.

Así los problemas podrían ser algo útil para entender el significado de las operaciones de sumas y resta y hacer más fácil la comprensión para los niños.

"Un problema es una historia breve en la que narra alguna acción que debe realizar el protagonista a partir de determinados datos.

Para resolver el problema el niño debe ponerse en el papel de protagonista, entender qué tipo de relación existe entre la acción planteada y los datos, y efectuar la operación pertinente, ya sea una suma o una resta".[29]

No nos referimos, en este caso, a una suma o una resta escrita como las que se enseñan formalmente en la escuela, sino ala acción mental que se necesita para realizar una adición o una sustracción.

---

[29] CASTRO, E. y C. Ricco. Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escotar. p. 19.

Los niños, antes de ingresar a la escuela, se enfrentan con situaciones concretas o "problemas" que les exigen este tipo de acciones mentales. La mayoría de ellos son capaces de resolverlos utilizando recursos y procedimientos "espontáneos", aún cuando no saben todavía escribir una suma o una resta.

Por ejemplo: Leticia y su hermano Daniel, desde muy pequeños, hacían los encargos de su mamá en la tienda y sabían cuánto dinero tenían que pagar y cuánto debían recibir de cambio.

Sin embargo cuando se inicia el aprendizaje aritmético formal en la escuela, estos conocimientos suelen desaprovecharse. Generalmente se inicia introduciendo a los niños en el aprendizaje de los números y en la forma convencional de representarlos para más tarde pasar al manejo de los algoritmos de la suma y la resta.

Hasta que los niños parecen dominar estos contenidos se considera que ya están aptos para resolver los problemas.

"A partir de este proceso los niños van teniendo ciertas ideas acerca de lo que significa resolver un problema: un problema es algo que debe tener una respuesta y para encontrarla hay que hacer una operación utilizando los números del enunciado. Frente a esto, los niños se preocupan solamente por la operación que hay que hacer y dejan aun lado la reflexión del problema. Susi, la niña de la historia, es un claro ejemplo de esto".[30]

Esto no quiere decir que no deba enseñarse a los niños las formas de representar convencionalmente los números y los algoritmos de la suma y la resta, porque sin duda éste es un aprendizaje necesario. Lo que aquí se plantea, es precisamente, la conveniencia de acceder a este aprendizaje en un contexto de mayor significación para los niños; en la resolución de problemas verbales aditivos simples puede constituir un recurso útil.

---

[30] Ibíd. p. 21.

¿Cómo-puede el maestro orientar la enseñanza de los problemas aditivos y, por lo tanto, de la suma y de la resta de manera más significativa para los niños?

Una respuesta a este cuestionamiento tendría que partir de las siguientes consideraciones:

- Los problemas aritméticos son más comprensibles cuando se vinculan con situaciones concretas y vivenciales.

- Los problemas verbales aditivos simples ofrecen un contexto significativo para la comprensión y no sólo de la aplicación de una estrategia mecánica.

- No todos los problemas aditivos son iguales, por lo tanto el grado de complejidad que presentan para su resolución también varía.

- Los niños pueden resolver problemas verbales aditivos simples valiéndose de procedimientos de conteo informales, aun si no saben escribir y resolver formalmente las operaciones de suma y resta.

- Los procedimientos de conteo que emplean espontáneamente los niños para resolver los problemas, pueden ser un sustento útil para la enseñanza de estrategias en resoluciones más formales.

3.2. Problemas verbales aditivos simples

En este capítulo nos centraremos en la revisión y resolución de algunos problemas verbales aditivos simples, es decir en aquellos problemas que se plantean a través de enunciados verbales, y cuya resolución requiere el empleo de una sola operación, ya sea de adición o de sustracción.

Veamos los siguientes ejemplos:

Problema 1.

Lucita tenía 6 dulces. Alvarita le dio 3 dulces más. ¿Cuántos dulces tiene ahora lucita?

Problema 2.

Lucita tiene 6 dulces y Alvarita tiene 3. ¿Cuántos dulces tienen las dos juntas?

Ambos problemas podrían representarse de la siguiente manera: a + b =? Y ambos podrían resolverse por medio de una operación directa de suma.

Sin embargo, si nos fijamos con mayor atención, podremos ver que cada uno de ellos plantea una relación diferente.

En el problema 1 hay un conjunto inicial (los dulces de Lucita) que se incrementa al añadir tres dulces que le regaló Alvarita. Es decir en este problema hay una relación de cambio o transformación de un conjunto.

En el problema 2 hay dos conjuntos (el de los dulces de Lucita y el de los dulces de Alvarita), los cuales no se alteran al resolver el problema, sino simplemente se combinan. Por lo tanto la relación es de combinación.

"La operación de adición puede asumir estos significados: el de añadir y el de juntar o combinar. En los problemas planteados en los libros de texto, pueden identificarse ambos significados".[31]

Sin embargo, la suma puede emplearse también para resolver problemas de otro tipo:

---

[31] LOVELL, K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. p. 53.

Problema 3:

Lucita tiene 6 dulces.

Alvarita tiene tres dulces más que Lucita. ¿Cuántos dulces tiene Alvarita?

Evidentemente la ecuación que representaría este problema sería igual ala de los dos anteriores: a + b = ? No obstante, la relación implicada es de distinta naturaleza.

En este caso, la resolución del problema supondría una relación de comparación entre el conjunto de dulces de Alvarita y el de los dulces de Lucita.

Un cuarto tipo de relación también es posible.

Problema 4:

Lucita tiene 6 dulces, pero necesita 3 dulces más para tener los mismos de Alvarita. ¿Cuántos dulces tiene Alvarita?

En este caso, se trata de una relación de igualación. Hay que añadir tres dulces para igualar el conjunto de dulces de Lucita con el de Alvarita.

Cambio, combinación, comparación e igualación, son básicamente las acciones o relaciones semánticas que caracterizan los cuatro tipos de problemas verbales aditivos simples.

En los problemas para cuya resolución se requiere de una sustracción, también se pueden identificar estas cuatro variables semánticas.

Cabe mencionar que se han esquematizado los problemas con el fin de clarificar sus relaciones.

Sin embargo, no necesariamente tiene que expresarse concretamente. Más bien se trata de relaciones conceptuales implícitas en la estructura de los problemas.

Los problemas de cambio e igualación describen una relación dinámica, ya que para resolverlos hay que hacer transformaciones de incremento o decremento en los conjuntos.

Los problemas de comparación y combinación por el contrario, sólo plantean una relación estática entre sus entidades.

Además de las relaciones que hemos descrito (incremento, decremento, combinación y comparaciones) existe otra variable impor1ante: la posición de la incógnita.

En cada problema hay tres posibles rubros de información:

[ ] + [ ] = [ ], o bien, [ ] -[ ] = [ ]

La incógnita puede localizarse en alguno de ellos. En el problema 1 la incógnita se localizaba en el resultado: a + b =?

En otros problemas de cambio la incógnita se puede localizar en otro rubro. Por ejemplo:

Lucita tenía algunos dulces, pero le dio 5 a Alvarita. Ahora Lucita tiene 3 dulces. ¿Cuántos dulces tenía Lucita al principio?

La ecuación del problema quedaría planteada de la siguiente forma: ? + b = c.

Combinando las tres posibilidades de posición de la incógnita y el tipo de operación planteada en el problema (suma o resta), encontramos un total de seis combinaciones para cada una de las categorías de problemas de cambio, comparación e igualación:

$? + b = c$ $? - b = c$ $a + ? = c$ $a - ? = c$ $a + b = ?$ $a - b = ?$

Para los problemas de combinación sólo existen dos posibilidades: que la incógnita se localice en el conjunto total:

Las variables semánticas de los problemas verbales influyen de manera determinante en la complejidad que presentan a los niños para su resolución.

"Los problemas cuya incógnita se localiza en el resultado son más sencillos que aquéllos en los cuales se localiza en alguno de los otros rubros. Incluso se ha visto, particularmente en los problemas de cambio, que para los niños son más sencillos los problemas cuya incógnita se localiza en el segundo sumando ($a + ? = c$), o en el minuendo ($a - ? = c$) que en los que se ubica en el primer sumando ($? + b = c$) o en el sustraendo ($? - b = c$)".[32]

Parece ser también que los problemas que suponen relaciones dinámicas (cambio e igualación) resultan más fáciles de resolver para los niños que los que tienen relaciones estáticas (combinación e igualación). , Otros factores que condicionan la complejidad de los problemas son los siguientes:

- El contexto del problema. Un problema resulta más fácil de comprender para los niños si se redacta con elementos cotidianos y concretos, por ejemplo, niños que juegan, señores o señoras que compran, o los goles que se anotan en un juego de fútbol; en lugar de horas que trabaja un obrero, distancias que se recorren entre dos poblados desconocidos, minutos, kilos, metros, etcétera.

[32] Ibíd. p. 55.

Un problema más comprensible si se vincula con experiencias cercanas o propias. Por ejemplo, un niño puede encontrar dificultades para comprender un problema como: "Pepe tiene 8 años y Laura tiene 5 años. ¿Cuántos años más tiene Pepe que Laura?, y sin embargo, saber perfectamente cuántos años le lleva él a su hermano menor.

- "El tamaño de los números empleados. Es más fácil resolver problemas con números de un solo dígito que con cantidades mayores de diez. Esto se observa, particularmente, cuando los niños emplean sus dedos para contar, ya que con cantidades menores de diez cada dedo puede representar un elemento de cada conjunto del problema, mientras que con números mayores el niño se ve forzado a buscar otros recursos".[33]

- El orden en que se presentan los datos del problema. Por ejemplo, si el problema plantea:

Andrés tenía 7 canicas. Le dio 4 a Tomás. ¿Cuántas canicas tiene ahora Andrés?

El niño podrá trasladar directamente las cantidades ala operación de sustracción: 7 - 4 = ?

En cambio si se plantea:

Andrés le dio 4 canicas a Tomás, pero antes de dárselas tenía 7.
¿Cuántas canicas tiene ahora Andrés?

El niño deberá invertir los números para plantear la operación de sustracción.

- La forma como se plantea el problema también influye, especialmente en los problemas cuyas relaciones semánticas son más complejas, como los de

[33] BAROODY, J. A. El pensamiento matemático de los niños. p. 71.

comparación. El texto puede reflejar con mayor o menor claridad estas relaciones.

Por ejemplo, la relación "seis es dos más que cuatro", sería más difícil de comprender en un problema formulado así:

Hay 6 niños y 4 lápices. ¿Cuántos niños más que lápices hay?

Que así:

Hay 6 niños y 4 lápices. Si se reparten los lápices, ¿cuántos niños se quedarán sin lápiz?

"El apoyo de elementos concretos {objetos o los dedos), contribuye a facilitar la comprensión y resolución de los problemas. La presencia de apoyos visibles o palpables facilita el proceso de representación mental de las relaciones semánticas involucradas en los diferentes problemas, y por lo tanto, su comprensión".[34]

Ya hemos dicho que antes de acceder al aprendizaje formal en la escuela, y muchas veces aún después, los niños se valen de ciertos recursos espontáneos para resolver los problemas aditivos. Los primeros procedimientos espontáneos se basan en el conteo de objetos físicos o con los dedos. Más adelante revisaremos cuáles son y cómo evolucionan estos procedimientos.

3.3. Procedimientos que emplean los niños

Para resolver un problema es necesario poder representar mentalmente las acciones y relaciones involucradas en él.

---

[34] Ibíd. p. 72.

“En sus primeros intentos por resolver los problemas aditivos, los niños pequeños aún no son capaces de llevar a cabo esta representación mental y requieren un apoyo externo para contextualizar la estructura del problema. Por ello se inclinan, sistemáticamente, al uso de elementos concretos (objetos, los dedos o dibujos) que les permiten representar las cantidades y modelar físicamente las acciones descritas en el problema". [35]

Para resolver un problema de combinación 11 se requiere el empleo de una adición (el patrón textual de los diferentes tipos de problemas puede identificarse en la tabla anterior):

Lucita tiene 3 dulces. Alvarita tiene 2 dulces. ¿Cuántos dulces tienen las dos juntas?

Un niño pequeño probablemente procedería a construir el conjunto de "los dulces de Lucita y por separado el de "los dulces de Alvarita".

Después juntaría físicamente ambos conjuntos, y por último, contaría todos loS elementos del conjunto inicial:

Para resolver un problema que implique el empleo de una operación de sustracción como el de cambio 2:

Lucita tenía 5 dulces y le dio 2 a Alvarita. ¿Cuántos dulces tiene ahora Lucita?

Tal vez construiría primero el conjunto de dulces de Lucita. Después quitaría los que le dio a Alvarita.

Y contaría los que quedan:

---

[35] MOSER, J. Procedimientos de solución de los niños. Problemas matemáticos. p. 83.

No todos los problemas que requieren de una suma o de una resta se pueden modelar únicamente de estas dos maneras. Veamos, por ejemplo, el problema de igualación 1.

Lucita tiene 2 dulces. Alvarita tiene 5 dulces. ¿Cuántos dulces necesita Lucita para tener los mismos que Alvarita?

Algunos niños, posiblemente harían lo siguiente:

Construiría el conjunto de dulces de lucita y el de los de Alvarita.

Establecería parejas (físicas o visuales), es decir, haría un apareamiento entre los elementos de ambos conjuntos.

Añadiría elementos hasta que los dos conjuntos tuvieran la misma cantidad.

Y obtendría la respuesta contando los elementos que añadió.

La respuesta de este problema como del anterior de cambio 2, podría encontrarse mediante una operación directa de sustracción planteada así: 5-2=3

No obstante que cada problema involucra una relación diferente y la operación de sustracción asume dos significados distintos: el de quitar (en cambio 1) y el de establecer una diferencia entre dos cantidades (en igualación 1).

Cuando los niños han comprendido las relaciones implicadas en los problemas, sus acciones al modelarlos, por lo general reflejan la estructura semántica subyacente en ellos.

Las acciones de representación física de los problemas pueden ser de varios tipos. Para los problemas que se resuelven mediante una adición, entre otros procedimientos los niños podrían:

- Construir un conjunto e incrementarlo añadiendo elementos.
- Construir dos conjuntos por separado, juntarlos y contar todos los elementos.
- Construir dos conjuntos y contar el total de elementos de ambos sin juntarlos.

Para los que se resuelven mediante una sustracción las acciones podrían ser:

- Construir un conjunto con el número más grande señalado en el problema, quitar tantos elementos como diga el número más pequeño y obtener la respuesta contando los que quedaron.
- Construir un conjunto e ir quitando de él elementos de uno en uno hasta llegar al número pequeño. En este caso, obtendría la respuesta contando el número de objetos que se quitaron.
- Hacer parejas con los elementos de dos conjuntos (es decir, aparear) y observar cuántos quedan sin pareja.

Este tipo de procedimientos o estrategias concretas de conteo constituyen un primer nivel de conceptualización en la resolución de los problemas verbales aditivos simples, denominado "modelaje directo".

En un segundo nivel los niños se valen de estrategias verbales de conteo; es decir, del conteo de las palabras que designan a los números. .

En este nivel a veces los niños se apoyan en el uso de objetos o de los dedos, pero en este caso no para representar las entidades del problema sino para guardar el rastro de las palabras contadas.

"En el "modelaje directo" cada objeto o dedo representaba un elemento del conjunto, y el niño tenía la necesidad de contarlos todos. Por ejemplo, para sumar 3 + 4, habría modelado el primer conjunto poniendo tres dedos de la mano izquierda y el segundo

poniendo cuatro de la derecha, y por último contaría todos."[36]

En las estrategias de conteo verbal, en cambio, el niño ya es capaz de llevar un doble conteo.

Ahora para sumar 3 + 4, haría lo siguiente:

En este caso, el niño lleva un doble conteo con su mano derecha, ya que el elemento "4", es a la vez el "1" del segundo conjunto, el "5" es el "2" del segundo conjunto, y así sucesivamente:

Paulatinamente los niños van descubriendo estrategias de conteo más eficientes y rápidas y crean tácticas que les ahorran esfuerzo:

Se dan cuenta de que en problemas que se resuelven con una adición no es necesario contar desde el uno, y comienzan desde el segundo sumando. En 3 + 5, por ejemplo, dirían: "cuatro, cinco, seis, siete, ocho".

"Asimismo, llegan a descubrir la propiedad conmutativa de la suma y si es necesario, acomodan los números de manera que el sumando mayor quede en primer término. Por ejemplo, para sumar 2 + 9, en lugar de contar "tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once", el procedimiento más eficiente sería invertir la operación y comenzar a contar a partir de nueve: ...diez, once"[37]

Para los problemas cuya resolución requiere de una resta, la repetición verbal de la secuencia numérica puede ir en sentido ascendente o descendente.

Por ejemplo, para la resta 7 -4, el niño podría llevar la cuenta regresiva: "seis, cinco, cuatro, tres". En cuyo caso el último número pronunciado, tres, sería la respuesta. O bien,

---

[36] Ibíd. p. 79.

[37] Ibid. p. 81

podría contar hacia delante: aquí la respuesta sería el número de palabras pronunciadas.

La elección de la estrategia en este nivel, también depende, como en el modelaje directo, de la estructura del problema. Así, por ejemplo, para un problema de sumando ausente, como cambio 3:

Lucita tenía tres dulces, luego Alvarita le dio algunos más. Ahora Lucita tiene ocho dulces. ¿Cuántos dulces le dio Alvarita?

3+?=8

Es probable que el niño eligiera una estrategia de conteo ascendente como ésta:

Mientras que para el de cambio 2:

Lucita tenía-8 dulces y le dio 5 a Alvarita. ¿Cuántos dulces tiene ahora Alvarita?

Podría emplear el conteo regresivo:

En un tercer nivel de conceptualización, los niños emplear estrategias mentales para resolver los problemas.

"Estas estrategias se basan en la evocación de hechos conocidos, es decir, combinaciones numéricas aprendidas a través de diversas experiencias. Por ejemplo, si alguien nos pregunta cuántos son diez más diez, es seguro que responderemos inmediatamente veinte, y no tengamos la necesidad de ponemos a contar con los dedos ni con las palabras".[38]

Los hechos conocidos que primero aprenden los niños son las combinaciones de números cuya suma o diferencia es diez (como 7 + 3, ó 16- 6) y las combinaciones de dos

[38] Ibíd. p. 85.

números iguales (como 7 + 7).

A partir de estos "hechos conocidos" típicos, los niños pueden aplicar también "hechos derivados" para la resolución de los problemas. Esto es, descomponer los números y hacer combinaciones y compensaciones entre ellos.

Por ejemplo, para sumar 6 + 8, algún niño diría: "seis y cuatro son diez, y cuatro más son catorce", o para restar 15 -7: "quince menos cinco son diez, menos dos, son ocho".

Los hechos conocidos no constituyen meras evocaciones memorísticas, sino más bien, asociaciones numéricas que se adaptan al tipo de representación mental que exige la resolución del problema.

En los hechos numéricos, tanto conocidos como derivados, se puede advertir también la búsqueda de estrategias más eficientes como invertir la operación para comenzar con el sumando más grande. Así, si la resolución del problema plantea, por ejemplo, la operación 4 + 9, en lugar de decir "cuatro más nueve son trece", el niño señalaría "nueve más cuatro son trece".

Estas estrategias de resolución se desarrollan progresivamente y adquieren un mayor grado de interiorización mental. El empleo de estrategias cada vez más elaboradas nos da una idea del avance conceptual del niño, que le acerca hacia una mayor posibilidad de comprensión de los conceptos de adición y sustracción.

El conocer y propiciar estos procedimientos informales de resolución de problemas puede constituir un sustento muy útil para la enseñanza de los conceptos formales de la aritmética.

3.4. Estrategias didácticas para el aprendizaje de los problemas aditivos

Hemos puesto énfasis en la necesidad de proporcionar a los niños un aprendizaje de los conceptos de adición y sustracción menos mecánico y más comprensivo.

"Hemos dicho también que un aprendizaje significativo de estos conceptos supone, por una parte, contextualizar la situación a partir de experiencias concretas y vivenciales, y por otra, basarse en las posibilidades conceptuales de los niños y en los conocimientos informales que adquieren a partir de sus experiencias extraescolares.

En este apañado se pretende ofrecer al maestro algunas recomendaciones e ideas de actividades que pueden ayudarle a orientar su trabajo en este sentido.

Para ello habrá que partir de una consideración importante: el aprendizaje es un proceso constructivo que requiere de la participación activa del individuo. En otras palabras, actuar en este caso, no significa solamente ejecutar acciones físicas, sino más bien acciones mentales a partir del análisis de diversas situaciones y de la confrontación de las ideas propias con los hechos de la realidad.

"En estos términos, es muy impor1ante un ambiente escolar en donde los niños puedan tener variadas oportunidades de enfrentarse con situaciones que los hagan pensar, experimentar, cometer errores, llegar a darse cuenta de ellos, ya partir de esto modificar y enriquecer sus ideas. En síntesis, un ambiente en donde puedan participar con iniciativa y no se les limite sólo a ejecutar las indicaciones del maestro".[39]

Si realmente se quiere promover un aprendizaje significativo es indispensable crear un ambiente escolar de esta naturaleza.

Muchas de las actividades que se expondrán aquí requieren de una organización en

---

[39] BERMEJO, V. El niño y la aritmética. p. 42.

la cual los niños puedan par1icipar más a nivel individual o de pequeños grupos y donde pueda existir una interacción más directa entre el maestro y sus alumnos y entre los mismos niños.

Dentro del marco de una organización grupal tradicional, donde todos los alumnos realizan la misma actividad y al mismo tiempo, este requisito quizá pueda parecer difícil de cubrir.

El maestro podría pensar: ¿cómo puedo prestar atención individual a cada niño si tengo 50 alumnos y, además, la materia de matemáticas no es la única que tengo que atender?

Valdría la pena, sin embargo, pensar en una alternativa de organización grupal fundada siempre en un marco de orden y respeto en donde los niños pudieran desenvolverse con mayor autonomía y el profesor tuviera el tiempo y la disposición para tener un acercamiento más personal con sus alumnos.

Las siguientes recomendaciones pueden ser útiles en este sentido:

A) Respecto de la organización del grupo:

- Asignar a los alumnos responsabilidades rotativas para realizar actividades rutinarias.

Hay muchas cosas que los niños son capaces de hacer sin depender constantemente del maestro, y que pueden, por una parte, propiciar experiencias de aprendizaje útiles, y por otra, liberar al maestro de actividades rutinarias que absorben su atención excesivamente y limitan su oportunidad de establecer un contacto más directo y particular con sus alumnos.

"Por ejemplo, repartir los objetos de uso cotidiano, (libros, mapas, cuestionarios); pasar la lista de asistencia, llevar los registros de orden, puntualidad, aseo, etc. vigilar el

cuidado de algunos materiales de uso colectivo (los balones para educación física, los pinceles para pintura, los juegos como dominó, lotería, cartas, etc.); pensar en qué regalo sería más apropiado para el día de las madres; y muchas situaciones más".[40]

- Promover el trabajo en equipos.

Según el número de alumnos, el grupo puede dividirse en equipos de aproximadamente seis integrantes. Así, el maestro podría turnarse para trabajar con un equipo a la vez, mientras los otros realizan actividades paralelas.

El trabajo en equipos resulta útil porque propicia interacciones, entre los mismos alumnos. Aun cuando el maestro no pueda estar presente en todos los equipos, los niños pueden tener aprendizajes valiosos a través de estas interacciones.

B) Respecto de la organización del ambiente físico.

- Acomodo del mobiliario.

Lo más recomendable sería contar con sillas y mesas movibles, de manera que pudieran acomodarse tanto para la realización de actividades individuales como grupales, y en equipos.

Considerando que en muchas escuelas esto no es posible, podría pensar en otras alternativas. Por ejemplo, agrupar bancas formando cuadros, o bien trabajar sentados en el suelo sobre tapetes que pueden ser elaborados por los mismos niños o por los padres con retazos de tela, medias de nylon trenzadas y cosidas, o cualquier otro material apropiado y fácil de conseguir en la región.

Muchos juegos y actividades pueden realizarse incluso fuera del salón.

---

[40] Ibíd. p. 37.

- Disposición de los materiales para las actividades de matemáticas.

"Los materiales y juegos para las actividades de matemáticas deben estar al alcance y disposición de los alumnos cuando requieran ser utilizados; por ejemplo, en repisas, cajas, botes, etc., acomodados y etiquetados para su fácil identificación. De esta manera se ahorrará tiempo y se evitará la dispersión de la atención de los alumnos, así como el desorden propiciado por tener que permanecer inactivos en espera de los materiales".[41]

Es conveniente establecer reglas para el cuidado y conservación de los materiales, con el fin de evitar que se deterioren o pierdan. Por ejemplo, que el material se acomode en su lugar una vez que se desocupe.

También resultaría útil hacer responsable a cada niño del cuidado de un material determinado. Más adelante se proporciona una sugerencia al respecto.

También es impor1ante contar con material variado y suficiente para el trabajo simultáneo de1odos los equipos. Las actividades y juegos que se proponen en este texto requieren de materiales sencillos y económicos que pueden ser elaborados con el apoyo de los padres e incluso por los mismos niños. Sería recomendable utilizar para su elaboración, materiales resistentes, y procurar protegerlos, utilizando los recursos que se tengan al alcance, que pueden ser desde micas adhesivas hasta forros de plástico.

C) Respecto de la distribución del tiempo.

- Destinar un tiempo y un horario determinado cada día para la realización de las actividades de matemáticas.

"Es recomendable que los alumnos conozcan la distribución del tiempo de trabajo y que sepan a qué hora se realizarán las distintas actividades (en este caso las de matemáticas), en relación con las demás. Por ejemplo: antes de educación física, después

[41] Ibíd. p. 39.

del recreo, al llegar en la mañana, etc. De esta manera ellos sabrán, por ejemplo, que tienen que organizarse por equipos, .o incluso iniciar la actividad aun cuando el maestro no esté presente momentáneamente".[42]

A continuación presentaremos algunas actividades que pueden desarrollarse en la escuela para favorecer el aprendizaje de la suma y la resta.

Como hemos señalado anteriormente, el aprendizaje de las operaciones aditivas (suma y resta) resulta más significativo si se da a partir de la solución de problemas que planteen la necesidad concreta de emplearlas. Los problemas pueden derivarse de las situaciones que se nos presentan a diario, o bien, se puede contextualizar a través de juegos o enunciados verbales.

Para su presentación, las actividades se han organizado a partir de estos tres aspectos:

Primeramente, se señalarán algunas situaciones cotidianas que pueden aprovecharse para promover la reflexión de los niños sobre la necesidad de emplear sumas y restas. Después se sugerirán varios juegos que involucran relaciones aditivas. Por último, se planteará una secuencia de acciones para la resolución de los problemas verbales aditivos simples.

3.5. Aplicaciones en la vida cotidiana

A diario se nos presentan muchas situaciones en las que es. necesario establecer relaciones aditivas. Estas situaciones pueden aprovecharse para promover experiencias de adición y sustracción en los niños. Las situaciones que se presentan á continuación son meros ejemplos. El maestro puede encontrar muchas más en el desarrollo de su trabajo con los niños:

---

[42] KAMII, C. y R. Vries. Niños y números. p. 9.

3.5.1. Registrar la asistencia

Cuando el maestro pasa lista puede preguntas a los niños:

¿Cuántos niños vinieron hoy?
¿Vinieron todos?
¿Quién faltó?
¿Cuántos faltaron?
¿Vinieron más niños o más niñas?
¿Cuántos más?
Ayer vinieron tantos niños.
¿Vinieron más niños ayer u hoy?
¿Cuántos más?, o ¿cuántos menos?

Es importante, sobre todo al principio propiciar que los niños se cuenten, y dejar que busquen sus propias estrategias para responder a estos cuestionamientos. Si hay varias respuestas diferentes, es conveniente promover que las confronten y justifiquen ellos mismos.

Si los niños tienen dificultades, el maestro puede apoyarlos sugiriéndoles el empleo de algunos recursos. Por ejemplo, dibujar en el pizarrón una raya por cada niño, o tener a la vista un cartel con los nombres o figuras que los representan.

Para saber si hay más niñas o niños pueden, por ejemplo, ponerse por parejas, y ver si sobran unos u otras, y cuántos. En este caso el maestro podría preguntar: ¿cuántas niñas más necesitaría haber para que hubiera igual número de niñas que de niños?

Lunes 7 de octubre:
Vinieron 19 niños
Vinieron 22 niñas
Por todos, vinieron 41 alumnos

Ganaron las niñas por 3

Al principio del año escolar conviene realizar esta actividad colectivamente, pero después podría asignarse por turnos a los niños la responsabilidad de llevar esté registro de asistencia diaria.

3.5.2. Votar para tomar una decisión

Cuando es necesario decidir o elegir algo; por ejemplo: qué regalo elaborar para el día de las madres, cuál es el dibujo que se pondrá en la exposición, qué juego jugar, a qué lugar ir de paseo, etc., el maestro puede proponer una votación.

La votación puede hacerse de varias formas: levantando la mano, anotando los votos en el pizarrón, registrando individualmente el voto en un papel, etcétera.

De cualquier manera, en esta actividad hay oportunidad de contar y establecer relaciones aditivas. El maestro puede conducir la actividad de manera similar a la descrita en el registro de asistencia.

3.5.3. Organizar y cuidar los materiales de uso colectivo

Para llevar un control y evitar que se pierdan algunos materiales de uso colectivo (como las pelotas, reatas, aros, resortes u otros objetos que se emplean en las actividades de educación física; los libros de la biblioteca circulante, los pinceles, tijeras u otros útiles para las actividades, tijeras u otros útiles para las actividades de educación artística; los juegos de matemáticas, algunos útiles escolares que el maestro tendrá de reserva para cuando sus alumnos los necesiten, etc.), se puede elaborar un registro como el siguiente:

Distintos alumnos podrían asumir la responsabilidad del cuidado de cada uno de estos materiales. En este caso, el niño responsable del cuidado de los lápices rojos llevaría el recuento de los lápices prestados, registrando el nombre (o alguna señal gráfica) de los

compañeros que se los solicitaron. Sabiendo el total de lápices y contando los que quedan, podría determinar cuántos le faltan.

"En ese tipo de actividades los niños necesitarían cierto apoyo del maestro, porque es muy probable, sobre todo al principio, que encuentren dificultades al contar y establecer comparaciones entre las cantidades, pero es precisamente a partir de estas experiencias, que el niño irá desarrollando nociones aditivas importantes para comprender las operaciones de suma y resta".[43]

El apoyo del maestro no debe centrarse en resolver el problema él mismo, sino en hacerle preguntas al niño que le ayuden a darse cuenta de sus errores ya corregirlos por sí mismo.

3.5.4. Llevar a cabo concursos y registrar puntuaciones

No sólo en el área de matemáticas, sino también en las demás, el maestro puede idear formas de hacer más agradable el aprendizaje para los niños. Por ejemplo, organizando concursos en los que tengan que decir el mayor número posible de palabras relacionadas con determinado aspecto. Por ejemplo: nombres de animales "que se forman dentro de un huevo", o de los "que se forman dentro de su mamá", oficios que desempeñan diferentes personas, palabras que empiezan con determinada letra, etcétera.

Para esto, cada equipo podría dividirse a su vez en dos subgrupos de tres o cuatro alumnos y llevar un registro como el siguiente:

Equipo “rojo”	**Equipo “azul”**
Luis ////	Manuel /
Perla //	Ramón ////
María /////	Alicia //

Al final os datos podrían organizarse así:

[43] Ibíd. p. 13.

Luis dijo……4……palabras. Perla dijo……...2……palabras. María dijo……..5……palabras. Total……11……palabras.
Manuel dijo……..1……palabras. Ramón dijo……...4……palabras. Alicia dijo……..2……palabras. Total……7……palabras.
Ganó el equipo “rojo” por……..4……..palabras.

En este tipo de actividades es muy importante que sean los propios niños quienes lleven el registro de las puntuaciones, ya que si el maestro es quien lo hace, la oportunidad para los alumnos de establecer relaciones aditivas será más limitada. Una opción útil sería designar un responsable de registrar las puntuaciones en cada equipo, mientras los demás están diciendo las palabras. Al final, seguramente todos los niños del equipo querrán participar para verificar los resultados y saber quién ganó.

3.5.5. Llevar a cabo registros de puntualidad, orden, o aseo

Esta responsabilidad también se podría asignar a los alumnos. De esta manera se propiciaría en ellos, por una par1e, un desarrollo más autónomo, ya que el maestro dejaría de ser el único fiscalizador de sus conductas, y por otra par1e, los niños tendrían oportunidad de realizar conteos y establecer relaciones aditivas.

Cada semana, un integrante distinto de cada equipo podría encargarse de llevar un registro como el siguiente:

Semana del 23 al 27 de octubre						
Equipo 3						
Lunes						
	Llegó temprano		**Vino aseado**		**Ordenó sus útiles**	
	sí	**no**	**si**	**no**	**si**	**no**
Tania	**X**		**X**		**X**	
Raúl	**X**		**X**			**X**
Diana		**X**	**X**		**X**	
Melisa		**X**	**X**		**X**	
Héctor	**X**		**X**		**X**	
Alberto	**X**		**X**			**X**

Al final de la semana podrían contarse todos los "puntos buenos", restarse los malos y obtener puntuaciones totales. Si los niños aún no se desenvuelven con cantidades grandes, el recuento de los puntos puede realizarse diariamente.

El responsable en turno deberá calificarse a sí mismo. Esto puede resultar útil para el desarrollo de su autonomía.

En este tipo de actividades individuales los niños requieren de cierto apoyo por parte del maestro, en el mismo sentido en que se planteó en la actividad 3.

Finalmente, cabe poner énfasis en la conveniencia de aprovechar todas aquellas oportunidades ocasionales en las que puedan llevarse a cabo actividades de conteo y relación aditiva: por ejemplo, en educación física, al llevar a cabo una competencia de carreras o un partido de básquetbol, voleibol o cualquier otro deporte; en la organización de la cooperativa escolar, al revisar cuántas páginas faltan para terminar el libro, etcétera.

"No está de más recordar que todas estas actividades deben resultar atractivas para los niños y responder siempre a una .necesidad clara y concreta para ellos. No es de

ninguna manera conveniente exagerar el énfasis del conteo y en las relaciones aditivas y poner a los niños a contar por contar o a realizar actividades que les resulten demasiado cansadas".[44]

Es muy probable que al tratar de resolver las situaciones problemáticas que plantea cada una de las actividades descritas, los niños se valgan de los recursos conceptuales que les son accesibles en ese momento. Por ello, si el maestro observa que los niños requieren un apoyo concreto, como contar con los objetos o los dedos, deberá permitir y propiciar que los empleen.

3.6. Sugerencias para la solución de problemas verbales

En capítulos anteriores de este trabajo referimos cómo los problemas verbales contextualizar la gama de relaciones implicadas en las operaciones de adición y sustracción: incrementos, decrementos, uniones, diferencias, comparaciones, etc.

Apoyarse en la resolución de este tipo de problemas desde el inicio de la educación matemática formal puede facilitar el aprendizaje comprensivo de las operaciones aditivas.

La aplicación de los problemas no debe ser, sin embargo, indiscriminada, sino que debe llevar un proceso que vaya acercando paulatinamente a los niños a descubrir sus relaciones semánticas, desde las más simples hasta las más elaboradas.

En esta parte se sugieren algunas acciones para orientar este proceso. La planeación didáctica de estas acciones requiere de un acercamiento más directo ente el maestro y sus alumnos. Por esta razón, sería más provechoso trabajar la resolución de los problemas con un equipo pequeño de niños (seis o siete), y no con todo el grupo.

---

[44] CARPENTER, T. y J. Moser. El desarrollo de habilidades para resolver problemas de adición y sustracción. p. 92.

Cuando los niños estén ya acostumbrados a trabajar en pequeños grupos, el maestro puede dedicar su atención a un solo equipo, en tanto los otros niños realizan actividades o juegos como los descritos en el capítulo anterior.

Es recomendable trabajar con cada equipo con la mayor frecuencia posible, según la organización y tamaño del grupo, procurando establecer intervalos regulares.

Como la actividad que se introducirá en esta ocasión resultará novedosa para los niños, es probable que los alumnos que no participen en ella esta primera vez se sientan curiosos y quieran observar lo que sucede, e interfieran el trabajo del equipo.

Es conveniente por ello que el profesor explique al grupo que esta actividad se realizará cada día con un equipo diferente, y que pida a los niños que permanezcan en sus lugares realizando sus propias actividades. Si es posible, pueden realizar grupalmente la resolución de un problema, para que los niños sepan de qué se trata.

Hay que procurar elabora los problemas utilizando elementos conocidos para los niños. Por ejemplo, los nombres de ellos mismos y objetos de su pertenencia

Primeramente, los problemas pueden plantearse en general a todos los niños. Ellos tratarán de resolverlos con sus propios recursos. "Este primer acercamiento a la resolución de los problemas le servirá al maestro para darse cuenta del tipo de estrategias de resolución que son capaces de emplear sus alumnos.

Quizá traten de resolverlos mentalmente o tal vez utilizando sus dedos. $i el maestro lo considera necesario, una vez que advierta que los niños no son capaces de resolver los problemas sin el empleo de apoyos concretos, puede proporcionarles algunos objetos y sugerirles que cuenten sus dedos".[45]

---

[45] Ibíd. p. 99.

Los objetos pueden ser los mismos de los que habla el problema (canicas, dulces, lápices de colores, etc.), u otros más genéricos, como fichas, palitos, corcholatas. Es impor1ante hacer esta observación, porque hay veces que los niños no han llegado todavía a un nivel de abstracción que les permita comprender que cualquier objeto puede ser contado, independientemente de sus características físicas. Los niños podrían no poder resolver los problemas debido a esta limitante conceptual.

Podría ser que los niños no lograran resolver el problema ni aún con la ayuda de los apoyos concretos. En este caso, el maestro podría modelar o representar él mismo las acciones, valiéndose de muñecos para interpretar a los protagonistas del problema.

Es necesario que los niños vayan adquiriendo, poco a poco, confianza en su capacidad para resolver los problemas. El maestro no debe preocuparse tanto, al principio, porque sus alumnos lleguen a respuestas correctas, sino más bien porque vayan descubriendo los procedimientos más apropiados para identificar las relaciones implicadas en los problemas, y puedan así modelarlos.

Los niños pueden ser capaces de comprender el problema, aun cuando no lleguen al resultado exacto, debido a dificultades en el conteo, como saltarse un número, o usar su propio patrón de conteo que todavía no es exactamente el convencional (por ejemplo: "cuatro, cinco, seis, siete, diez".

Del mismo modo, pueden llegar a respuestas correctas sin haber comprendido el problema (recordemos el caso de Susi).

Los niños inventan problemas

Cuando los alumnos ya se han adentrado en el manejo de esta actividad, el maestro puede proponerles que inventen algunos problemas y se los planteen a sus compañeros para que los resuelvan.

A partir de los problemas más sencillos que han aprendido a resolver (combinación 1 y cambio 1 y 2), los niños pueden identificar que las acciones que realizan son diferentes; especialmente, que en algunos se emplea la suma, mientras que en otros la resta. En este momento el maestro puede introducir el manejo de estos términos.

Se pueden incluir condiciones para la invención de los problemas. Por ejemplo, "que sean problemas de sumar" (o de restar) en el que empleen los números 4 y 5.

Una sugerencia para esto es colocar dentro de una caja o bote varios papelitos que indiquen si el problema será "de sumar" o "de restar", y en otra, papelitos con los números. De cada .una de ellas se podrán ir extrayendo, al azar, los papelitos que indiquen las condiciones correspondientes.

Empleo de números grandes

Al principio es conveniente utilizar combinaciones de números cuya suma o diferencia sea menor de diez. En la medida que los niños adquieran destreza en el manejo de los números, la magnitud de las cantidades utilizadas se puede ir incrementando.

Restricciones al empleo de apoyos concretos

El empleo de los objetos puede resultar cómodo y atractivo para los niños, lo cual puede llegar a limitar el desarrollo de estrategias más elaboradas. Por ello, algunas veces resulta conveniente restringir su empleo.

El maestro puede decir, por ejemplo: bueno, ahora ya no se vale usar las cosas para contar.

El uso de los dedos no necesariamente debe restringirse tan pronto, puesto que es un recurso que impone naturalmente más limitantes que los objetos.

"En primer lugar, los dedos no pueden separarse ni cambiarse de lugar. En segundo, sólo son diez, lo que hace que, para resolver problemas cuyos números excedan este tamaño, el niño tenga que idear otras estrategias. Probablemente ahora se dé cuenta de que para sumar no necesita contar desde el uno, sino desde el segundo sumando, o que puede invertir la operación, poniendo en primer término el sumando más grande, para ahorrarse conteos"[46]

El uso de objetos, no obstante, debe seguirse permitiendo, e incluso promoverse, ya que puede ayudar notablemente ala comprensión de problemas cuya estructura semántica es más compleja.

3.7. Introducción de problemas más complejos

Los problemas que involucran acción, como igualación y cambio, son adecuados para introducirse en segundo término, puesto que expresan más claramente acciones a partir de las cuales se pueden modelar los problemas (agregar y quitar elementos).

Sin embargo, también hay que tener en cuenta la posición de la incógnita. Según se mencionó, los problemas cuya incógnita se localiza en el primer sumando o en el minuendo son un poco más complejos que los que la contienen en el segundo sumando o en el sustraendo, especialmente en los problemas de cambio. Por esta razón, conviene introducir cambio 3 y 4 antes que cambio 5 y 6.

Los problemas de comparación y el de combinación 2 se pueden ir intercalando poco a poco. El desenvolvimiento de sus alumnos indicará al profesor la medida del avance. Otra variable que puede contribuir a facilitar la comprensión de relaciones semánticas más complejas es el planteamiento textual del problema.

---

[46] ARMENTA M. y M. Rangel. Los niños de edad preescolar inventan y resuelven problemas matemáticos de suma y resta. Tesis para obtener la licenciatura en educación preescolar. p. 78.

Especialmente en los problemas de comparación, una reformulación verbal como la que se expuso anteriormente (al hablar de los factores que condicionan la complejidad de los problemas), puede contribuir a la comprensión del problema, y por po tanto, facilitar su resolución.

Aun cuando los niños ya sean capaces de resolver otros problemas con números más grandes y sin apoyos concretos, es conveniente regresar al empleo de estos recursos para facilitar la resolución de los problemas cuando éstos les plantean dificultades mayores debido a su estructura semántica.

Combinación de problemas

A los problemas que se resuelven mediante una sola operación de adición o sustracción, es decir, a los problemas verbales aditivos simples, se les denomina también "problemas de una etapa".

Los problemas aditivos pueden ser también de más de una etapa, cuando requieren el empleo de dos o más operaciones. Por ejemplo: Carlos tenía tres lápices; su tío le regaló cinco más, pero al día siguiente se le perdieron dos; ¿cuántos lápices tiene ahora Carlos?

Cuando los niños han llegado a cierto grado de dominio en la resolución de problemas verbales aditivos simples, el maestro puede introducir "problemas de más de una etapa" combinando las distintas variantes de los primeros.

Introducción de la representación gráfica de los números y las operaciones de suma y resta.

Aunque este rubro se ha incluido en la parte final de este trabajo, las acciones para favorecer la comprensión de la representación simbólica de los números y de las operaciones de adición y sustracción, pueden introducirse a partir de las primeras acciones concretas de los niños para modelar los problemas.

El uso de dibujos y representaciones gráficas para modelar los problemas puede ser otra alternativa para favorecer la comprensión de su estructura. A partir de ello, el maestro puede llevar a los niños a darse cuenta de que existen formas de representación convencional que comunican más precisamente los significados ya una mayor cantidad de personas.

El trabajo en este aspecto es similar al que se lleva a cabo para que los niños accedan a la comprensión de la lengua escrita. El maestro puede destinar unos momentos durante cada sesión de trabajo para que los niños puedan "poner" en el papel las acciones que representan un problema. .

Cuando lo considere oportuno, puede enseñar a los niños la manera convencional de representación y estimular su uso. La actividad del registro de asistencia descrita en la sección anterior de este trabajo, es un ejemplo de la forma como puede introducirse a los niños en la necesidad de representar cantidades y acceder paulatinamente al empleo de los signos convencionales.

CONCLUSIONES

Después de interpretar la información recabada para desarrollar la presente investigación, se llegó a las siguientes conclusiones.

- Las actividades de aprendizaje que propone el maestro deben adaptarse al grado de madurez ya los diferentes ritmos de aprendizaje de los alumnos.

- Se deben retomar los conocimientos previos adquiridos por los alumnos para profundizar en ellos, producir nuevos conocimientos y alcanzar gradualmente su expresión simbólica.

- No deben perderse de vista los contenidos y los propósitos básicos, ya que éstos preparan a los alumnos tanto para enfrentar necesidades surgidas fuera del ámbito escolar, como para avanzar en sus estudios.

- La resolución de problemas en el salón de clases requiere tiempo, por ello, el maestro debe prever la duración suficiente para que la actividad pueda desarrollarse completamente, desde la fase inicial de exploración y discusión de las primeras conjeturas hasta la fase terminal.

- Es de suma importancia que el docente tenga conocimiento de las conductas propias del periodo preoperacional que caracterizan a los niños que cursan el primer grado de educación primaria, pues de esta forma se podrán implementar estrategias más adecuadas para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

No se debe relegar la enseñanza de las matemáticas en primer grado, ya que ésta es fundamental para que el niño desarrolle la reflexión, la comprensión ya su vez sea capaz de resolver situaciones problemáticas que se le presenten.

La preparación y actualización continua el maestro en lo que se refiere a los contenidos matemáticos (operaciones de estructura aditiva) favorecerá el proceso de aprendizaje de los alumnos.

La metodología que emplee el profesor deberá ser acorde a la forma en que se da en el niño el proceso de aprendizaje permitiéndole con esto que el educando logre los conocimientos que se pretenden alcanzar durante el primer grado.

Los contenidos curriculares, la forma de abordarlos y la actitud del maestro deberá partir de los intereses del alumno respetando su grado de desarrollo cognitivo para que logre el éxito.

En la resolución de problemas de suma y resta de primer grado de educación primaria, es necesario que estos conocimientos partan de situaciones problemáticas inherentes al mundo que lo rodea, para que lleven al alumno a descubrir el sentido de dichas operaciones, es decir, lo que significa sumar y restar, cuándo es pertinente utilizar uno u otro algoritmo. El maestro deberá permitir que sus alumnos tengan libertad para que participen, discutan y busquen libremente caminos que le permitan resolver las situaciones que se les plantean; confrontando los resultados para que tengan diferentes opciones de resolver un mismo problema y hagan elección de la forma más rápida y económica de resolverlo.

Los libros de texto de matemáticas con los que cuentan los alumnos de primer grado están diseñados y responden alas características de desarrollo cognitivo de un niño en la edad del periodo preoperatorio (6-7 años); si el maestro aprovecha este recurso utilizando material concreto como apoyo en sus actividades podrá lograr resultados satisfactorios al término del ciclo escolar y sus alumnos harán uso del algoritmo de la suma y la resta en forma reflexiva

Los auxiliares que se proporcionan al docente para atender la asignatura de matemáticas corresponden en forma congruente a los libros de texto, correspondería a éste

explorarlos y analizarlos ampliamente para lograr un mejor aprovechamiento en el proceso enseñanza-aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

ARMENTA, M. y M. Rangel. Los niños de edad preescolar inventan y resuelven problemas matemáticos de suma y resta. Tesis para obtener la licenciatura en educación preescolar en la Escuela Normal de Ecatepec, Estado de México, 1990. 174 pp.

BAROODY, J. A. El pensamiento matemático de los niños. Madrid, 1988. Ed. Visor. 159 pp.

BERMEJO, V. El niño y la aritmética. Barcelona, España, 1990. Ed. Paidós Educador. 176 pp.

CALLEJO de la Vega, María Luz. La enseñanza de las matemáticas. Madrid, 1989. Ed. Narcea, 118 pp.

CARPENTER, .T. y J. Moser. El desarrollo de las habilidades para resolver problemas de adición y sustracción. Madrid, 1981. Ed. Morata, 163 pp.

CASTRO, E. y C. Ricco. Número y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar. Madrid, 1987. Ed. Síntesis. 134 pp.

COURANT, R. ¿Qué es la matemática? Madrid, España, 1989. Ed. Aguilar, 173 pp.

GARCÍA. M. Emilio. Psicología y sociología del niño en edad preescolar. Barcelona, España, 1990. Ed. Siglo XXI, 284 pp.

GLAESER, Georges. Matemáticas para el profesor en formación. Buenos Aires, 1997. Ed. Eudeba, 216 pp.

KAMII, C. y R. De Vries. Niños y números. Madrid, 1988. Ed. Visor. 125 pp.

LOVELL, K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. Madrid, 1977. Ed. Morata. 187 pp.

MOSER, J. Procedimientos de solución de los niños. Problemas matemáticos. Madrid, 1978. Ed. Morata. 112 pp.

ORTON, Anthony. Didáctica de las matemáticas. Madrid, 1990. Ed. Morata, 222 pp.

PIAGET, Jean. La formación del símbolo en el niño. México, 1988. Ed. Ariel, 227 pp.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Actividades matemáticas en el nivel preescolar. ry1éxico, 1991. Ed. SEP. 102 pp.

----------Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo II. Problemas y operaciones de suma y resta. México, 1988. Ed. SEP, 265 pp.

----------La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas. Taller para maestros. Antología Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995. Ed. SEP, 191 pp.

----------Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado. México, 2003. Ed. SEP, 74 pp.

TISON, Annete. Et. Al. Grandes y pequeños. Madrid, 1990. Ed. Laja Barcelona. 198 pp.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL. La matemática en la escuela III. México, 1990. Ed. SEP-UPN. 369 pp.