



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

**ACADEMIA DE PEDAGOGÍA
PROGRAMA DE TITULACIÓN PARA EGRESADOS PLAN 1979
UNIDAD AJUSCO
OPCIÓN: RECUPERACIÓN DE EXPERIENCIA PROFESIONAL**

**COMPILACIÓN Y APLICACIÓN DE DIFERENTES APROXIMACIONES
DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN
EN LOS NIÑOS DE TERCER GRADO DE PRIMARIA**

**TESIS PRESENTADA
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN PEDAGOGÍA**

PRESENTA

ZAIRA VANESSA VALDESPINO PADILLA

DIRECTOR DE TESIS: PROF. DANIEL HERNÁNDEZ

TIJUANA, B.C

OCTUBRE DEL 2006

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	Pág. 3
CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	
1.1.- El problema.....	4
1.2.- Las fracciones como contenido a enseñar.....	7
1.3.- Justificación.....	9
1.4.- Objetivos.....	11
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO.	
2.1.- Sustento psicológico.....	13
2.2.- El proceso de enseñanza desde la psicología psicogenética.....	13
2.2.1.- Periodo sensoriomotor (0 a 2 años).....	14
2.2.2.- Periodo preoperacional (2 a 7 años).....	15
2.2.3.- Periodo de las operaciones concretas (7 a 11 años).....	15
2.2.4.- Periodo de las operaciones formales (de 12 años en adelante).....	16
2.2.5.- Implicaciones educativas de la teoría de Jean Piaget.....	16
2.3.- Las matemáticas.....	18
2.3.1.- El aprendizaje de las matemáticas.....	19
2.3.2.-El aspecto lúdico y el aspecto cooperativo para el aprendizaje de la matemática.....	19
2.3.3.- La adquisición de conceptos y nociones matemáticas.....	21
2.4.- La didáctica de la enseñanza de las matemáticas.....	22
2.4.1.- La didáctica.....	23
2.4.2.- La didáctica de las matemáticas.....	23
2.5.- ¿Qué son los números fraccionarios?.....	33
2.5.1.- Dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.....	34
2.5.2.- Diferentes interpretaciones del número racional.....	35
2.5.2.1.- Relación parte-todo y la medida.....	35
2.5.2.2.- Las fracciones como cociente.....	37
2.5.2.3.- Las fracciones como razón.....	38
2.6.- Construcción del conocimiento a partir del enfoque de resolución de problemas.....	39
2.6.1.- Números fraccionarios dentro de los planes y programas de estudio de tercer grado.....	41
2.6.1.1.- Fracciones en situaciones de reparto en casos sencillos.....	41
2.6.1.2.- Las fracciones en situaciones de medición de longitudes en casos sencillos.....	42
2.6.1.3.- Equivalencia de fracciones.....	42
2.6.1.4.- Representación convencional de fracciones.....	42
2.6.1.5.- Libro del maestro, matemáticas de tercer grado.....	42
2.6.1.6.- Fichero de actividades, matemáticas de tercer grado.....	43
CAPÍTULO 3: COMPILACIÓN DE APROXIMACIONES DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN	
3.1.- Particiones.....	45
3.2.- Los dobleces.....	46
3.3.- Hojas equivalentes.....	47
3.4.- El avión.....	49
3.5.- Compartamos.....	49
3.6.- Orden de las fracciones.....	50
3.7.- ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar el todo?.....	55
3.8.- Regletas de Cuisenaire.....	57
3.9.- ¿Quién tiene más?.....	58
3.10.- El sombreado.....	60
3.11.- Los cuadrados.....	64

3.12.- Tiras equivalentes.....	64
3.13.- Círculos de colores.....	66
3.14.- La plastilina.....	67
3.15.- Problemas de la vida cotidiana.....	68
3.16.- Juegos de cartas.....	69

CAPÍTULO 4: APLICACIÓN Y ANALISIS DE LAS APROXIMACIONES DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FRACCION EN UN GRUPO DE TERCER GRADO DE PRIMARIA.

4.1.- El diagnóstico.....	71
4.2.- Propósito del análisis a los resultados obtenidos al aplicar las aproximaciones didácticas.....	75
4.3.- Cronología de la aplicación de las aproximaciones didácticas.....	76
4.4.- Análisis de las aproximaciones didácticas aplicadas al grupo de tercer grado de primaria.....	77
4.4.1.-SITUACIÓN DIDÁCTICA 1: Los dobleces (repartir una hoja en dos partes).....	77
4.4.2.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 2: El avión.....	78
4.4.3.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 3: Orden de las fracciones.....	79
4.4.4.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 4: ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar un todo?.....	80
4.4.5.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 5: Regletas Cuisenaire.....	84
4.4.6.- SITACIÓN DIDÁCTICA 6: El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminado?.....	86
4.4.7.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 7: El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminada de negro?.....	88
4.4.8.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 9: Hojas equivalentes.....	91
4.4.9.- SITUACIÓN DIDÁCTICA 8: La plastilina.....	92
4.5.- Aplicación de un ejercicio que abstrae de la vida cotidiana las fracciones.....	95

CONCLUSIONES.....	98
BIBLIOGRAFIA.....	105
ANEXOS.....	107

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la matemática dentro de la educación primaria existen contenidos que resultan ser problemáticos, conocidos y controversiales entre los maestros de primaria, entre ellos tenemos la introducción de la noción de fracción en tercer grado de primaria. La noción de fracción es un contenido difícil para su abordaje tanto para el docente como para los alumnos, ya que constantemente la enseñanza se enfoca en darle una visión estrictamente matemática, menospreciándose otros factores que podrían ayudar al proceso. Por tal razón este trabajo pretende, por un lado, hacer una compilación de aproximaciones didácticas para acercar al alumno de tercer grado de primaria a noción de fracción, y por otro lado demostrar la utilidad de la didáctica dentro del contenido de las fracciones comunes y para comprobarlo se aplicaron aproximaciones didácticas a un grupo de sujetos de prueba.

Los sujetos de prueba son un grupo de alumnos de tercer año de primaria, los cuales estudiaron en el "COLEGIO BILINGÜE ANGLO ESPAÑOL", ubicado en la colonia Otay Constituyentes, en la ciudad de Tijuana, Baja California, dentro del ciclo escolar 2003-2004.

El trabajo está estructurado por los siguientes capítulos, el primero hace un análisis de las dificultades presentadas en el proceso de enseñanza de la noción de fracción en los niños de tercer grado de primaria, para después fundamentar la importancia que tiene la enseñanza de este tema relacionándolo con la vida cotidiana, y por último se desarrollarán los objetivos específicos con los que se guió este trabajo.

Con el propósito de exponer la importancia que tiene conocer la etapa de desarrollo mental del alumno y las corrientes de la didáctica de las matemáticas, en el capítulo dos se plantea un encuadre teórico, donde inicialmente se sustenta desde una posición psicológica recurriendo a la perspectiva psicogenética de las etapas de desarrollo mental de los niños. Después se presentarán algunos conceptos de matemáticas y su importancia para el aprendizaje de esta materia, se hace un acercamiento a la didáctica de las matemáticas y por último se plantearán las distintas interpretaciones del concepto de fracción, así como su inclusión dentro del paquete curricular de tercero de primaria.

Antes de aplicar algunas aproximaciones didácticas, es necesario conocer las distintas aproximaciones que existen, es por esta razón que en el capítulo tres se da una descripción de las aproximaciones encontradas al realizar una compilación documental. Cada aproximación contiene el tema curricular que aborda, el objetivo, así como el tiempo aproximado de aplicación, los materiales, los escenarios, el desarrollo, la intervención docente y la intervención del alumno.

En el capítulo cuatro se hace el análisis de las aproximaciones didácticas aplicadas a los alumnos, pero para este análisis se elaboró primeramente un diagnóstico a los sujetos de prueba, el cual consiste en: determinar el grado de abstracción para trabajar con las matemáticas, el gusto que se tiene por la materia, así como la relación que ellos encuentran entre la matemática y su vida cotidiana. A partir del diagnóstico obtenido se seleccionó las aproximaciones didácticas y se programó su aplicación ya que primeramente se hizo un acercamiento a la noción de fraccionar un objeto para posteriormente hacer mención de la representación convencional de cada una de las fracciones, así como el nombre que le corresponde, por último se trabajó con ellos una aproximación que no tuviera que manipular ningún objeto para resolver las situaciones que se plantearon en el ejercicio. Todo esto se llevó a cabo dentro de un ciclo escolar.

Las conclusiones, observaciones y sugerencias sobre la experiencia obtenida con este trabajo se plasmarán al final del documento. Además dentro de las conclusiones se da una explicación a aquellas inquietudes y trabajos que quedaron pendientes.

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1.- El problema.

Sabemos que la matemática es una materia escolar que presenta un alto grado de dificultad para enseñar y aprender. Llinares y Sánchez señalan que el origen de éstas dificultades se debe por un lado a la existencia de actitudes negativas hacia la materia por parte de los maestros, los alumnos y en general de la sociedad, y por el otro, al origen epistemológico de esta ciencia, dando como resultado que los métodos de enseñanza se caractericen por ser en algunos casos lineales o tradicionales¹, es decir, se trata de una enseñanzas que están fuera de toda realidad para el alumno por lo que no es significativa.

En cuanto a la actitud, en nuestra sociedad existen fuertes prejuicios sobre quienes son las personas más aptas para manejar el conocimiento matemático, entre estas ideas destacan las siguientes:

a).-Sólo el género masculino puede ejercer el quehacer matemático, ya que las mujeres no cuentan con las habilidades ni capacidades suficientes para relacionarse con los conocimientos matemáticos, simplemente vemos que en las instituciones escolares a nivel superior, como es el I.P.N., que en su

¹ LLINARES Cscar, Salvador y SANCHEZ García, Ma. Fracciones: la relación parte-todo. 1997 Pág. 13-15

totalidad las carreras que imparten encierran cuestiones matemáticas y su alumnado en su mayoría pertenece al género masculino.²

b).-Desde el punto de vista social se cree que los únicos que tiene aptitudes para aprender matemáticas son las personas de la clase alta, pues son aquellos que cuentan con los recursos necesarios para tener acceso a la información matemática.

c).-La matemática es para mentes brillantes que tengan privilegios sociales y psicológicos.

Todas las ideas antes mencionadas son un error, ya que existen mujeres que poseen la habilidad y capacidad para el quehacer matemático, así mismo los individuos de la clase media o baja tienen aptitudes para aprender la materia y no sólo aquellos que tienen privilegios sociales y psicológicos.

Existe una sociedad predisposta hacia el aprendizaje de la matemática por lo que los alumnos son influenciados por ésta y llegan a la escuela con cierto temor, respeto, angustia, preocupación o hasta ignorancia de cómo aprender y relacionarse con la materia.

Dentro de otra sociedad más pequeña, la del salón de clases, tanto el docente como el alumnado en algunas ocasiones asumen una predisposición negativa hacia la matemática, la cual consiste en realizar una enseñanza centrada en el cumplimiento de un deber, misma que se ajusta a ciertos lineamientos como el tiempo, el espacio y la disposición de materiales de apoyo. Esta predisposición puede estar determinada por la influencia familiar o social que se tiene sobre la materia. Cuando el docente se encuentra frente al salón de clases la explicación que transmite de su conocimiento contiene, varios años de experiencia con la materia, experiencia que resulta en ocasiones agradable o en otras desagradables. Si un maestro trae en su formación académica una experiencia desagradable, suele mostrar ante el grupo una actitud negativa, transmitiendo el rechazo, el recelo y la negación, estas actitudes son percibidas por los alumnos quienes llegan a hacerlas parte de su formación, llevándolas consigo durante toda su instrucción académica, particularmente en la matemática. Por otro lado, cuando la experiencia es agradable el docente muestra una actitud positiva, emotiva, divertida, constructiva, es decir, la enseñanza se vuelve significativa tanto para el maestro como para el alumno.³

Otro aspecto que origina la dificultad de la enseñanza y aprendizaje de esta materia es la existencia de contenidos matemáticos que resultan complejos al educando; los cuales a su vez son problemáticos y

² VILLELLA, José. Piedra libre para la matemática: aportes y reflexiones para una renovación metodológica en la EGB. 1998 Pág. 122-129.

³ LLINARES Ciscar, Salvador y SANCHEZ García, Ma. Fraciones: la relación parte-todo. 1997 Pág. 20-21

controversiales entre los maestros de primaria, ya que resultan complejos para entender y enseñar; uno de estos contenidos es la introducción de la noción de fracción en tercer grado, aplicado en situaciones de reparto y medición de magnitudes en casos sencillos. Es un tema que por sus características presenta un alto grado de dificultad tanto para quién lo enseña como para quién lo aprende. Además, se caracteriza porque se observa como un modelo abstracto y general (tratándose de un obstáculo Epistemológico según Brosseau),⁴ ya que cuenta con diferentes interpretaciones. Estas interpretaciones son presentadas a los alumnos de educación básica por lo que es importante conocerlas para saber hasta que grado de abstracción se trabajarán con ellas. Para que el docente lleve a cabo su práctica es necesario tener un marco teórico sobre este contenido, ya que sin un buen manejo de esta información, el docente puede causar confusión al presentar la información a sus alumnos.

En este trabajo presento de forma general las diferentes interpretaciones del número racional dentro de los planes de estudio en primaria.

- ⇒ Como medición.
- ⇒ Como razón.
- ⇒ De reparto.
- ⇒ De proporción.
- ⇒ De partición.

En tercer grado de primaria comienzan a aparecer en los contenidos programáticos los números fraccionarios y enuncian que se debe de enseñar los siguientes ejes temáticos:⁵

- ⇒ Introducción de la noción de fracción mediante reparto en casos sencillos.
- ⇒ Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.
- ⇒ Representación convencional de las fracciones.
- ⇒ Equivalencias de fracciones.
- ⇒ Resolución de problemas.

Estos puntos son los que se tratarán en la compilación que se hace en el siguiente trabajo.

⁴ BROUSSEAU, Guy. Ponencia presentada en la CIAEEM: los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemática. Bélgica 1976 Pág. 11

⁵ SEP, Plan y programa de estudio 1993. Educación Básica. Selección Matemática de primaria. Págs. 50-70.

1.2.- Las fracciones como contenido a enseñar.

En las fracciones, el origen de la mayor parte de los errores que los alumnos cometen, se debe al parecido que tiene la forma en que se dice la fracción (el lenguaje) y la forma en que se escribe (simbología), con los números naturales. Es decir, por un lado las fracciones se nombran utilizando nombres iguales o muy parecidos a los números ordinarios, por otro lado los símbolos de los números naturales son utilizados también para las fracciones, sólo añadiendo una raya horizontal entre ellos. Ante esta situación el alumno presenta confusión, ya que tiene experiencia al utilizar números naturales y trata de utilizar los conocimientos de esta experiencia para aplicar las mismas reglas con los números fraccionarios. A esta situación Llinares lo denomina el "Efecto de distracción de los números naturales".⁶

La influencia de los números naturales ante el proceso de aprendizaje de las fracciones debe ser considerado por los docentes para realizar el salto de los números naturales a los números fraccionarios, planteando las diferencias entre y unos y otros. Llinares propone que el profesor debe estar pendiente de la evolución de los errores que comete el alumno y provocarle un conflicto por medio de la visualización, intentando que el alumno se dé cuenta de la contradicción que existe entre los números.⁷

Por tal razón es necesario considerar lo que David Block menciona en su tesis que la enseñanza de la noción de fracción suele tener poco significado para los niños, pues muchas veces no se hace relación entre los conocimientos existentes en la estructura cognitiva del alumno con la nueva información, ocasionando a largo plazo rezagos en planteamientos de mayor complejidad.⁸

El método de enseñanza es un factor que origina dificultades en el aprendizaje de los contenidos matemáticos, ya que actualmente aun existe una enseñanza poco significativa de las matemáticas en primaria, pues los docentes insisten en aplicar métodos de enseñanza que no toman en cuenta la matemática que rodea su contexto. Es decir, en la mayoría de los casos el docente no explora más allá del espacio áulico para enseñar los contenidos programáticos, provocando con esto confusión entre sus alumnos, ya que en la vida cotidiana un concepto matemático puede resultar muy sencillo para el educando, pero dentro de clase resulta ser muy complejo de entender, aprender y ejecutar.⁹ Este tipo de enseñanza descontextualizada trae consigo un aprendizaje con poco significado para el alumno. Por esta

⁶ LLINARES Ciscar, Salvador. Fraciones Relación parte-todo. 1997 Pág. 158.

⁷ Ibíd. Pág. 158

⁸ BLOCK Sevilla, David Fco. Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria. CINVESTAV-IPN. 1987 Pág. 14

⁹ ONGAY L. Fausto. Artículo: ¿Por qué Matemáticas? Revista: Educación Matemática. Vol. 5 No.2 Agosto 1993. Pág. 19

razón, es importante que el docente emplee en su proceso de enseñanza una comunicación común y significativa con sus alumnos, es decir, que el docente utilice un lenguaje adecuado para facilitar el proceso de enseñanza y de aprendizaje, en donde el primer sujeto actúe como un emisor codificador de un mensaje (información, conceptos, actitudes, emociones, etc..) con la finalidad de que el segundo sujeto sea un receptor que decodifica y retroalimenta dicho proceso.

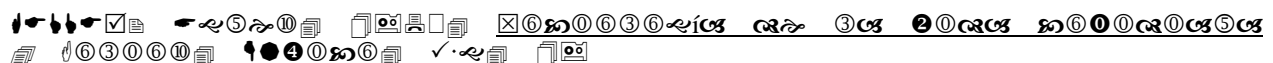
Agnes Heller, define **la vida cotidiana** como el conjunto de actividades que caracterizan la reproducción de los hombres particulares, los cuales, a su vez crean la posibilidad de la reproducción social, por consiguiente en toda sociedad hay una vida cotidiana y todo hombre sea cual sea su lugar ocupado en la división social del trabajo tiene una vida cotidiana¹⁰, es decir desde un punto sociológico la vida cotidiana es el conjunto de actividades que el hombre construye al tener relación con su entorno, la cual es posible si tales actividades ocupan un lugar existencial en la sociedad, por lo tanto ninguna sociedad puede dejar de tener hombres que tengan una vida cotidiana. Es importante subrayar esta definición, pues a partir de ella se propone enseñar la noción de fracción, no sólo dentro de la escuela, sino también se pretende incorporarlas en otros ámbitos de la vida y considerar los múltiples elementos que pueden intervenir para desarrollar su enseñanza y para esto el presente trabajo se enfoca en analizar el método de enseñanza de la noción de fracción recuperando la experiencia de la vida cotidiana de los alumnos.

La enseñanza de las fracciones está fuertemente apoyada por la didáctica, la cual se interesa por la orientación del maestro para que sus modos de enseñanza no generen en sus alumnos experiencias negativas, como son frustraciones, actitudes negativas, sentimientos de angustia y ansiedad ante esta noción.

Dentro de la didáctica existen obstáculos que ya han sido trabajados por investigadores en didáctica de la matemática, quienes han analizado estos obstáculos se han dado cuenta que existen algunos problemas que afectan específicamente a la enseñanza de la noción del número fraccionario, los cuales según ellos, se dan por las siguientes situaciones:¹¹

- ⇒ La elección de una primera interpretación para introducir la noción del número racional, ya que los criterios para seleccionar la primera interpretación varían y muy pocas veces son explícitas, es

10



¹¹ BLOCK Sevilla, David Francisco. Tesis Maestría: Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria. Pág.43 1987.

decir los conocimientos previos y las nociones intuitivas no constituyen siempre el mejor camino para aproximarse a la noción de fracción.

- ⇒ Propuestas didácticas con tendencia a particularizar la matemática, implicando con esto un innecesario empobrecimiento del concepto. Por ejemplo, la introducción a las fracciones a partir de fracciones propias, en donde se ven sólo fracciones menores que la unidad.
- ⇒ El pasar de una interpretación a otra, es decir, pasar de los números naturales a los números fraccionarios.

En resumen, la enseñanza de la noción de fracción presenta dificultades que son ocasionadas por algunas circunstancias:

- ⇒ La complejidad del contenido.
- ⇒ Las actitudes de la sociedad, del maestro y del alumno ante el saber matemático (en este caso del concepto de número fraccionario).
- ⇒ La utilización de métodos de enseñanza tradicionales.
- ⇒ La mínima utilización de una didáctica apropiada para la enseñanza de la noción de fracción genera en el docente poca claridad en su discurso, además es en el discurso donde se refleja la claridad que tenga el docente de las diferentes interpretaciones de fracción.
- ⇒ La descontextualización.

1.3.- Justificación.

En nuestro país la investigación de la didáctica aplicada en el campo de la matemática ha sido trabajada desde hace tres décadas, el interés por este campo de investigación se ha dirigido a analizar y estudiar el tipo de metodología utilizada para enseñar matemáticas, con la intención de que los resultados obtenidos logren tener incidencia en el sistema educativo mexicano. Estos estudios sobre la didáctica de la matemática han sido y son desarrollados en nuestro país por autores como: Olimpia Figueras, David Block, Hugo Balbuena Corro, Irma Fuenlabrada, entre otros. Estos autores se han enfocado en la didáctica para la enseñanza de la matemática en educación básica, de estos estudios he rescatado aquellos que hacen referencia a la enseñanza de la noción de fracción, para el tercer grado de educación primaria. La enseñanza de las fracciones es una tarea difícil para los maestros de primaria; dificultad que se detecta en el alto porcentaje de niños que fracasan en aprender este contenido debido a que existe una pobreza

conceptual que se maneja en la práctica escolar ocasionando posteriormente frustraciones ante situaciones que encierran este contenido ya sea en nuestra sociedad o dentro de la escuela.

La conceptualización de fracción es un conocimiento que se comienza a introducir en el tercer grado de educación primaria de acuerdo al programa de estudios vigente (1993), en donde se plantea lo siguiente:

- a) Introducción de la noción de fracción mediante el reparto en casos sencillos.
- b) Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.
- c) Representación convencional de las fracciones.
- d) Equivalencia de fracciones.

El primer punto plantea que se introducirá la noción de fracción mediante el reparto, sin utilizar la escritura numérica, por lo que se utilizará la representación gráfica para la partición. Es importante destacar aquí que los niños presentan dificultades para aceptar que las particiones de la unidad son iguales. Por otro lado, pero en la misma línea de introducción de la noción de fracción, en el tercer grado se tratan las fracciones mediante la medición de longitudes en donde se deben plantear al alumno situaciones que por medio del fraccionamiento de la unidad, vea cuantas veces cabe una longitud en otra.

También en el tercer grado se enseña uno de los aspectos más importantes para la comprensión de las fracciones: la equivalencia. Este tema presenta dificultades pues los niños no aceptan fácilmente la equivalencia entre dos fracciones. Por ejemplo los alumnos no creen que $\frac{2}{4}$ sea igual a $\frac{4}{8}$ ya que consideran que son cantidades muy distintas pues en una hay dos *pedazos* y en otra cuatro.

En muchas ocasiones la introducción del número fraccionario resulta ser una tarea difícil para los maestros de educación primaria, ya que no cuenta con una metodología para diferenciar los números naturales de los números fraccionarios y esto origina en los alumnos presenten confusión entre ambos números, pues les da lo mismo escribir $\frac{1}{2}$ o $\frac{2}{1}$. Esto es un problema que debemos considerar pues es muy importante que el alumno aprenda y maneje el número fraccionario pues a lo largo de su formación académica estará presente en distintas situaciones es decir, no sólo aparece en el tercer grado de primaria (que es la base), si no que su existencia continuará hasta los estudios universitarios, con la característica de complejizarse gradualmente.

Surge entonces la inquietud de hacer una compilación estrategias didácticas que aproximen al alumno a la noción de fracción para después ponerlas en practica a un grupo determinado que tiene ciertas características (mas adelante abordadas), para esto primero se hizo un análisis documental de las

aproximaciones didácticas encontradas, posteriormente se puso en práctica las aproximaciones que respondan a las características del grupo y por último se realizó la interpretación y análisis de los resultados obtenidos.

Para hacer el análisis documental, la aplicación de aproximaciones didácticas y la interpretación de los resultados; primeramente se hizo un estudio sobre la forma en que se introduce la noción de fracción a los alumnos de tercer grado, en donde se encontró la existencia de problemas que son controversiales entre los docentes de educación primaria que conocen la didáctica de la matemática; entre estos problemas se destaca la existencia de maestros que no utilizan la didáctica de las fracciones como apoyo para la instrucción del tema, por tal motivo este trabajo hace énfasis en el desarrollo de metodologías puestas a prueba a finales de los años ochenta que posteriormente fueron tomadas en cuenta para los programas de 1993, dichas metodologías están influenciadas por la didáctica francesa encabezada por Brosseau.

1.4.- Objetivos.

OBJETIVO 1:

Exponer las diferentes interpretaciones de la noción de fracción que se incluyen en los programas de educación primaria.

Existen varias y diferentes interpretaciones de la noción de fracción, por esta razón sólo se plantearon aquellas que se encuentran vigentes en los programas de educación básica. El conocimiento de estas diferentes interpretaciones con que se presenta la noción de fracción en el proceso de enseñanza tiene la finalidad de comprender que es una noción que posee un alto grado de dificultad tanto para quien lo enseña como para quien lo aprende.

OBJETIVO 2:

Caracterizar la importancia que tiene la noción de fracción en la vida cotidiana y las formas de aplicación más comunes en la vida cotidiana.

En este segundo objetivo se determinará con precisión la importancia que tiene la noción de fracción en la vida cotidiana con la finalidad de que se entienda que no es un saber meramente científico, sino que también es un saber que se maneja dentro de nuestra cotidianidad, por lo que es necesario conocerlo, manejarlo y dominarlo para aplicarlo dentro del aula; por lo tanto también se expondrán algunas de las formas de aplicación más comunes en nuestra sociedad.

OBJETIVO 3:

Orientar la importancia de la noción de fracción en la vida cotidiana hacia los posibles impactos del aprendizaje dentro del contexto del aula.

Después de haber determinado cual es la importancia que tiene la noción de fracción en la vida cotidiana, es necesario llevar esta información hacia el proceso de enseñanza y observar el impacto que se obtiene con la aplicación de situaciones cotidianas que encierran contenidos matemáticos dentro del aula.

OBJETIVO 4:

Presentar una compilación de propuestas como apoyo didáctico con el objeto de concretar el enfoque que se recomienda para trabajar la noción de fracción en el proceso de enseñanza, una vez hecho la compilación se hizo una aplicación de algunas aproximaciones didácticas en un grupo determinado con el propósito de analizar los resultados obtenidos y visualizar la funcionalidad que tienen dichas aproximaciones didácticas.

Se presentarán distintas aproximaciones didácticas para la enseñanza de la noción de fracción, cada propuesta didáctica contiene una explicación, el tema curricular que aborda, el objetivo, tiempo de aplicación, materiales, recursos, escenarios y desarrollo de cada actividad. Una vez expuestas las aproximaciones encontradas, se escogieron algunas de estas de acuerdo a las características del grupo estudiado para aplicarlas y los resultados obtenidos se analizarán.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO.

Este apartado presenta una perspectiva psicológica con el propósito de sensibilizar u orientar al profesor sobre la importancia que tiene conocer la etapa de desarrollo mental por la cual pasa el alumno, específicamente en tercero de primaria. El profesor no debe olvidar que el proceso del pensamiento infantil es muy distinto al de los adultos y la enseñanza debe ser conforme a su desarrollo cognitivo. Una vez reconocido esto se provoca un desarrollo más armónico entre lo académico y lo social de las habilidades intelectuales del alumno.

2.1.- Sustento psicológico.

La psicología genética es aquella línea de la psicología evolutiva, cuyo objetivo es comprender y explicar el desarrollo intelectual del individuo desde el nacimiento hasta la adolescencia. Jean Piaget define la inteligencia como la habilidad que posee el individuo para adaptarse al ambiente, dicha adaptación se construye de manera progresiva mediante la asimilación y la acomodación. La asimilación se da cuando el individuo absorbe nueva información, acomodando aspectos del ambiente en estructuras cognitivas. En la acomodación el individuo modifica sus estructuras para adaptarse a la nueva información con el propósito de cumplir con las exigencias del ambiente. Entre la asimilación y la acomodación existe el equilibrio que actúa como balance mientras el individuo organiza las demandas del ambiente en términos de estructura cognoscitiva anterior.¹²

Se incluye este apartado psicológico fundamentado en la teoría de Piaget por la sustentación teórica que aporta sobre el desarrollo cognoscitivo, que es primordialmente una teoría de estadios, esto es, los niños pasan por una serie de estadios consecutivos en el desarrollo de sus aptitudes para pensar. Para Piaget las formas en que piensan los niños y los tipos de errores que cometen al resolver problemas cambian a medida que avanzan de una etapa a la otra. Por tal razón es importante considerar la maduración psicológica del niño de tercer grado de primaria, con la finalidad de aterrizar el proceso de enseñanza a través de esta teoría.

2.2.- El proceso de enseñanza-aprendizaje desde la psicología psicogenética.

La teoría genética postula que todas las personas construyamos el conocimiento a partir de nuestras propias acciones y con la interacción entre las propiedades del objeto; teóricamente esta afirmación parte de la línea constructivista del conocimiento la cual menciona que la adquisición de conocimientos es un proceso permanente de construcción del sujeto con el objeto.¹³

El constructivismo de Piaget señala que no basta con explicar y aprender por imitación. La enseñanza tendrá como meta el desarrollo óptimo de las funciones cognoscitivas; en donde el docente tiene a su cargo la gestión del proceso de enseñanza, él es quien elige, sugiere, propone, observa, corrige, explica, crea y recrea ininterrumpidamente sus modos de acción, toma decisiones, promueve la participación y motiva; con el objeto de orientar el aprendizaje a la exploración y el descubrimiento.

¹² YELON, Stephen L. y WEINSTEIN, Grace W. Psicología en el aula. 1998 Pág. 59.

¹³ COLL, Cesar. Psicología genética y aprendizajes escolares. 1992 Pág. 34.

Es importante saber como intervenir para favorecer el aprendizaje; ya que sin una buena intervención el alumno sólo se enfocará en memorizar, acumular información, aceptar sin razonar normas, a recibir sin explorar ni descubrir, creando un aprendizaje pasivo.

Ante esta situación la psicología genética explica que la adquisición de un conocimiento implica la actividad por parte del alumno, en donde la acción con el objeto toma importancia, es aquí donde el sujeto asimila los esquemas interpretativos previos y eventualmente se modifican según el grado de novedad de lo aprendido.

El aprendizaje no consiste en una adición de conocimientos, sino en grandes periodos de re-estructuración interna de las informaciones previas del sujeto, está re-estructuración se va logrando poco a poco según la capacidad de comprensión del sujeto y a determinada edad. Por esta razón Piaget divide el desarrollo mental con relación al aprendizaje en cuatro periodos:

- ⇒ La etapa sensomotriz (del nacimiento hasta cerca de los dos años).
- ⇒ La etapa preoperacional (de dos a siete años).
- ⇒ La etapa operacional concretas (de seis a once años).
- ⇒ La etapa operacional formal (de doce años en adelante).

Antes de explicar cada una de las etapas, se debe considerar que las edades medias que menciona Piaget son únicamente indicativas y no universales ya que algunos niños se desarrollan más lento o más rápidamente según el medio sociocultural en el que se desarrollan. De ahí la relevancia que se hace en esta propuesta de considerar la cotidianidad que envuelve al niño como un factor importante e influyente en su aprensión matemático.

2.2.1.-Periodo sensoriomotor (hasta los dos años).

Al nacer el niño utiliza los esquemas sensorio motor innatos, esto quiere decir que es un periodo en donde primordialmente se utilizan los sentidos y algunos reflejos para sobrevivir como es llorar y mamar, por lo tanto los recién nacidos son totalmente dependientes.

La percepción que posee el niño del mundo la adquiere por medio de sus sentidos y por su propia manipulación del ambiente, a partir de esta percepción el niño reconoce a las personas que le rodean y los objetos que están a su alcance, además el niño ensaya sus movimientos hasta que logra controlarlos, ejercita el reflejo de agarrar y manipular objetos para desarrollar la habilidad viso-manual. Mediante la

manipulación el niño comienza a reconocer los objetos, por medio de los colores o los sonidos que se generan al arrojarlos.

Su habilidad aumenta cuando comienza a caminar, ya que comienza a explorar todo lo que le rodea y experimenta nuevas formas de alcanzar objetos. Es una etapa importante ya que es el inicio del desarrollo intelectual del individuo.

2.2.2.- Periodo preoperacional (dos a siete años).

El niño entre los dos y siete años de edad desarrollan formas para representar sucesos y objetos mediante símbolos, incluyendo los símbolos verbales del lenguaje. Esto es, el niño puede pensar en objetos que no estén presentes (acción interna) por medio de su imagen mental o de una palabra, con esta habilidad el niño ahora puede representar mentalmente experiencias anteriores y tratará de representárselas con palabras a las demás personas.

La habilidad verbal que comienza en esta etapa conduce a que el pensamiento infantil ya no se interiorice, si no que el sujeto comience a liberar el pensamiento.

Por lo tanto las representaciones internas que emergen simultáneamente al principio de este periodo son: la imitación, el juego, la imagen mental y el rápido desarrollo del lenguaje.

2.2.3.- Periodo de las operaciones concretas (de siete a once años).

En esta etapa los niños dejan de ser totalmente egocéntricos, se comunican unos con otros, comentan los puntos de vista ajenos con los propios, revisan sus ideas y deciden qué es lo correcto. Por lo tanto es una buena etapa para fomentar la cooperación, la competencia y la interacción social, la cual pone a prueba sus ideas.

El pensamiento del niño es concreto porque todavía necesita la experiencia sensorial aun cuando todavía no aparece la capacidad de abstracción. En este periodo el niño ya ha adquirido el concepto de número, empieza a resolver problemas matemáticos y es aproximadamente a los ocho años cuando se introduce a la noción de fracción. Es aquí donde se ubica el niño de tercer grado de primaria.

En cuanto al razonamiento de los alumnos es más flexible, se resisten a ser controlados por sus percepciones, apenas inician el pensamiento lógico ya que no pueden interiorizar o verbalizar la lógica.

2.2.4.- Periodo de las operaciones formales (de los doce en adelante).

En este periodo los niños mayores de doce años, esencialmente los de secundaria y preparatoria han desarrollado la habilidad para pensar más allá de la realidad concreta es decir, ahora pueden pensar en abstracciones.

Los niños de esta etapa pueden aplicar una misma teoría a muchas situaciones, además ya no necesitan trabajar con lo que puedan ver si no que pueden sopesar ideas y pensar en términos ideales. Son jóvenes que pueden organizar la información, razonar científicamente, construir hipótesis con base en el entendimiento de la casualidad y poner a prueba sus hipótesis. También el niño de este periodo es capaz de distanciarse de la realidad, este distanciamiento permite al sujeto formular leyes abstractas que predicen las propiedades de los objetos que aún no conocen.

Para poder llegar a cada una de las etapas se debe pasar por múltiples conflictos de compensaciones parciales y de intentos fallidos. No se llega de forma inmediata sino que se requiere de un proceso paulatino de maduración.¹⁴

Estoy consciente que dentro de los planes y programas de estudio de primaria se toma en cuenta una postura constructivista la cual toma en cuenta diversos enfoques psicológicos, sin embargo el constructivismo considera principalmente los estudios derivados del Cognoscitivismo, como por ejemplo las aportaciones de Ausubel, Bruner, Piaget y Vigotsky, así como también revisa elementos de las teorías del aprendizaje, ya que a pesar de que estas teorías poseen encuadres distintos, comparten la actividad de construcción del aprendizaje escolar. De los teóricos antes mencionados en el siguiente apartado pretendo enfocarme a la teoría genética de Jean Piaget, particularmente en la concepción de los procesos de cambio, como a las formulaciones estructurales clásicas del desarrollo operativo.

2.2.5.- Implicaciones educativas de la teoría psicogenética de Jean Piaget.

Sabemos que el desarrollo mental de una persona no es perceptible como el desarrollo físico, por lo que el docente debe conocer y comprender el desarrollo cognitivo de sus alumnos con el propósito de encaminar su instrucción hacia una enseñanza significativa.

Una forma de acercarse al conocimiento del desarrollo cognitivo es centrarse en el estudio de las teorías de Jean Piaget, para posteriormente aterrizarlas en la práctica docente.

¹⁴ COLL, Cesar. Psicología genética y aprendizajes escolares. España 1992.

La teoría de Jean Piaget describe los estadios de desarrollo cognitivo del alumno, como ya se menciono anteriormente. Conocer los estudios permite al docente favorecer el crecimiento intelectual, afectivo y social del alumno, es decir los procesos constructivos personales que son la finalidad que debe tener la educación. Para desarrollar los procesos constructivos personales el docente debe tomar en cuenta que las edades marcadas en cada estudio no son universales, es decir varían un poco de acuerdo a las condiciones sociales o ambientales en las que se desenvuelven los alumnos.

El docente que conoce los trabajos de Piaget puede encontrar en sus teorías instrumentos para el diagnóstico y la evaluación del desarrollo intelectual del niño. Por ejemplo en ocasiones tenemos en clase alumnos que físicamente demuestran tener cierta edad que es apropiada para el curso que llevan, pero su desarrollo intelectual nos demuestra una edad inferior a uno, dos o tres años del curso, es aquí cuando el alumno entra en conflicto, pues sus capacidades no responden a las necesidades que le exige el curso por lo tanto no entiende contenidos tan elevados.

Al determinar con un diagnóstico el desarrollo intelectual del niño el docente puede determinar los métodos mediante los cuales deben enseñarse a los niños, por ejemplo si en la evolución destaca que el alumno aprende de forma visual el método a utilizar es trabajar lo visual para que el alumno construya su conocimiento y así obtener los resultados deseados, es decir ajustar el curriculum a las características de los alumnos.

El conocimiento de los estadios ayuda al docente en el planteamiento de programas, es decir en la distribución del contenido de la enseñanza entre los distintos grados en correspondencia con el nivel de desarrollo intelectual alcanzado por el niño.

La función del docente al aplicar su planeación es ayudar al alumno a construir su propio conocimiento guiándolo en sus experiencias y no imponer, ni ayudar sino debe de priorizar el proceso de razonamiento del alumno al utilizar los conocimientos previos y el descubrimiento como instrumentos.

Tomar en cuenta el desarrollo cognitivo del alumno y las implicaciones antes expuestas, permiten al docente:

- ⇒ Determinar el nivel intelectual de los alumnos
- ⇒ Tener presente el nivel cognoscitivo de los alumnos para la enseñanza.
- ⇒ Recordar que el factor lenguaje es diferente entre el docente y el alumno.
- ⇒ Considerar los conocimientos previos para lograr una secuencia en la enseñanza.

2.3.- La matemática.

En este apartado se plantea el origen de la palabra matemática, el concepto de matemática y además se expone las razones del por qué es importante que el alumno estudie esta materia.

La palabra matemática proviene del latín **matemática**, ciencia, a su vez del griego **mathematika** de **mathema**, ciencia, **mathanein**, conocer.¹⁵

José Villella define que las matemáticas son una ciencia formal que se considera como un conocimiento debido a:¹⁶

- ⇒ Se relaciona a entes ideales que existen en el mundo de las ideas y que el matemático intenta descubrir.
- ⇒ Por su naturaleza está íntimamente unido a las construcciones que el hombre realiza, producto de su creación (el matemático lo construye).
- ⇒ Basado en abstracciones de la realidad a partir de la experiencia.
- ⇒ Se transforma en un conjunto de herramientas aplicables a otros campos del saber.
- ⇒ Constituye en sí mismo el ser una disciplina científica con problemas, métodos, temas, conceptos y campos de investigación claramente delineados.

Es importante plantear por qué es necesario que el alumno estudie esta materia y para ello aquí se exponen algunas razones:¹⁷

- ⇒ La razón básica es que las matemáticas son extraordinariamente útiles en muchos campos del saber (y del quehacer humano), no sólo en las ciencias exactas y en la ingeniería, sino también en las ciencias naturales y sociales.
- ⇒ Las matemáticas también se encuentran en muchas situaciones de la vida cotidiana.
- ⇒ Las matemáticas ofrecen las herramientas para la resolución de problemas que provienen de la vida real como del mundo de las matemáticas.
- ⇒ Las matemáticas son parte importante del patrimonio cultural de la humanidad.
- ⇒ Las matemáticas son muy interesantes porque son acertijos y retos a nuestra imaginación e ingenio, son aunque no todos lo crean, muy entretenidas.

¹⁵ ONGAY L. Fausto. Revista: Educación Matemática. ¿Por qué matemáticas?. Vol.5 No.2. Agosto 1993. Edit. Iberoamericana. Pág.21. Guanajuato.

¹⁶ VILLELLA, José. ¡Piedra libre para la matemática!. 1998

¹⁷ ONGAY L. Fausto. Revista: Educación Matemática. ¿Por qué matemáticas?. Vol.5. No.2. Agosto 1993. Edit. Iberoamericano. Pág.21. Guanajuato.

2.3.1.- El aprendizaje de la matemática.

Muchos alumnos creen que aprender matemática es tan solo solucionar problemas, memorizar conceptos, aplicar reglas y que para entenderlas se requiere de una inteligencia excepcional. Pero esta impresión es errónea ya que las matemáticas son más que problemas rutinarios, también son parte de nuestro contexto y las utilizamos en nuestra vida cotidiana para solucionar problemáticas eventuales de matemática, para esto no es necesario tener un coeficiente intelectual alto para solucionarlos sino un pequeño bagaje de conceptos adquiridos en una educación formal (escuela) o informal (en la vida cotidiana).

El trabajo que se requiere para aprender matemática consiste en adquirir de manera clara y articulada los conceptos necesarios para que exprese su modo de pensar matemático. Una vez aprendido, se debe realizar una actividad científica, la cual consiste en que el alumno actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que intercambie puntos de vista, que reconozca lo que está conforme con la cultura y que aplique lo que le es útil.¹⁸ Toda esta actividad tiene la finalidad que el aprendizaje llegue a ser receptivo, significativo y que motive al alumno a buscar en sus conocimientos previos para que tome decisiones y lo conduzca a la investigación de nuevos saberes.

2.3.2.- El aspecto lúdico y el aspecto cooperativo para el aprendizaje de la matemática.

Para la enseñanza de la matemática es recomendable tomar en cuenta el aspecto lúdico y el trabajo colaborativo para la construcción del conocimiento matemático y para esto se debe partir de situaciones didácticas que favorezcan el trabajo.

Las actividades lúdicas han sido una de las modalidades más efectivas de aprendizaje desde la aparición del hombre en el mundo; es a través del juego por el cual es posible aprender diferentes cosas de forma atractiva y recreativa para el ser humano.

Para la pedagogía el juego es un instrumento didáctico muy valioso, ya que ha sido una forma de romper con la monotonía y tradicionalismo del trabajo escolar. De igual forma el aspecto lúdico también es funcional dentro de la enseñanza de la matemática, ya que tiene la finalidad de servir como punto de partida para otro tipo de enseñanza y de aprendizaje. Este tipo de aprendizaje lúdico permite crear a los alumnos una reacción y una actitud positiva hacia la matemática.

¹⁸ BROSSEAU, Guy. "Lecturas en didáctica de la matemática". Escuela francesa. CINVESTAV Pág. 4

Es claro que el docente involucrado en un proceso de enseñanza lúdica debe poseer un amplio conocimiento de los contenidos a enseñar, esto implica que la formación del profesor de matemáticas no puede ser solamente en la parte instruccional, sino que debe poseer una serie de conocimientos adicionales tanto en aspectos técnicos y teóricos que le permitan establecer las estrategias de aprendizaje adecuadas para determinados contenidos.

Cuando el docente prepara una lección de matemáticas sus preocupaciones principales consisten en:

- ⇒ Cómo mantener a los estudiantes interesados en el tema que se va a desarrollar.
- ⇒ Cómo estructurar el discurso didáctico para mantener y atraer la atención de los estudiantes.
- ⇒ Buscar estrategias que motiven al alumno a estudiar matemáticas.
- ⇒ Ubicar el juego en la etapa de desarrollo del alumno, ya que el juego debe ir cambiando dependiendo del desarrollo mental del alumno.
- ⇒ Definir el contexto de los participantes.
- ⇒ Especificar el tiempo.

Las ventajas pedagógicas al utilizar los contextos lúdicos en matemáticas son:

1. La motivación: los alumnos demuestran interés por los contenidos del juego.
2. Compartir y comunicación entre maestro-alumno: se da la participación entre el docente y el alumno, entre los cuales se intercambian los puntos de vista.
3. Se desarrolla la toma de decisiones: Se toma en cuenta la causa-efecto entre las decisiones de los alumnos y las consecuencias que se pueden generar de una buena o mala decisión.
4. Conexión con la vida cotidiana: se simplifica el mundo real para abstraer y resaltar los puntos fundamentales.
5. Mejora la memorización: los juegos facilitan recordar.

El aspecto cooperativo en el aprendizaje es una estrategia pedagógica que privilegia la organización de los alumnos en grupos heterogéneos para la realización de actividades previamente programadas por el docente. También el aprendizaje cooperativo propicia la colaboración entre integrantes de los grupos, favoreciendo el aprendizaje, el intercambio de opiniones y la generalización de información o de conocimientos. La colaboración en el aprendizaje cooperativo se refiere a que todos los miembros del grupo comparten experiencias, conocimientos, puntos de vista y participan en el desarrollo de la clase.

Favorecer el aprendizaje a partir de las relaciones cooperativas consiste en que durante el desarrollo de las actividades planteadas se rescatan las habilidades y conocimientos que cada alumno posee para

poder reconocer las dificultades o errores que se generan durante el proceso de aprendizaje y así superarlos.

El intercambio de opiniones en el aprendizaje cooperativo es un punto esencial ya que por lo general las personas no aprendemos solas, sino que estamos integradas en un contexto social que da sentido a lo que aprendemos ya que constantemente se manifiestan opiniones en distintas situaciones. En el caso áulico al proponer el aprendizaje cooperativo como parte de una estrategia para el aprendizaje se favorecen situaciones en que los alumnos aprendan a discutir, a compartir y contrastar puntos de vista para llegar a construir un conocimiento general en el grupo.

Generación de información o de conocimiento consiste en que cada grupo debe construir un conocimiento al que llegaron después de un proceso, en el cual se relaciona, reflexionan, critican, plantean hipótesis y conclusiones para construir el conocimiento.

El aprendizaje cooperativo amplía el campo de experiencia y aumenta sus habilidades comunicativas, esto surge al saber reconocer los puntos de vista de los demás, al potenciar las habilidades de trabajar en grupo, ya sea para defender las opiniones propias o para cambiar de opinión, si es necesario.¹⁹

Por lo que las técnicas basadas en la cooperación promueven una dinámica que enriquece el proceso de aprendizaje grupal y facilitan la construcción del conocimiento.

2.3.3.- La adquisición de conceptos y nociones matemáticas.

Anthony Orton menciona que el alumno debe aprender conceptos por medio de ejemplos y el contraste con otros ejemplos para llevar a cabo esta actividad hay que realizar un trabajo práctico donde el alumno forme y elabore él mismo los conceptos.

Para hablar de una adquisición de conceptos es necesario entender lo que es un concepto, por lo tanto a continuación se exponen algunos significados de concepto:

- ⇒ Según el diccionario Larousse menciona que es una idea que concibe o forma el entendimiento.
- ⇒ Según Gerard Veergnaud, dice que es un tema de tres conjuntos:²⁰

¹⁹ VAVALOS V. Luis A. El aprendizaje cooperativo: una estrategia para la comunicación. Revista: Aula de Innovación Educativa. No.80

²⁰ VEERGNAUD, Gerard. Teoría de los campos conceptuales. Escuela Francesa CINVESTAV Pág. 95

$C=(S, I, \mu)$

S= Es el conjunto de las situaciones que dan sentido al concepto (la referencia).

I= Es el conjunto de las invariantes sobre las que reposa la operacionalidad de los esquemas (el significado).

μ = Es el conjunto de las formas del lenguaje y de no lenguaje que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento (el significante).

Sobre la adquisición de conceptos matemáticos y siguiendo a Orton, el aprendizaje de la matemática consiste en la construcción de un entendimiento de nuevos conceptos, basándose en aspectos previamente comprendidos y para llegar al aprendizaje de conceptos matemáticos la enseñanza tiene un papel importante para su construcción.

Para que un alumno alcance un concepto matemático debe primeramente adquirir un conocimiento previo, es decir una noción del concepto que se desea enseñar. La diferencia entre noción y concepto es que se dan en distintos momentos, la primera es un término que se utiliza para hacer mención de una idea o conocimiento elemental del objeto de estudio, se dará en un primer momento. Por otro lado, el concepto es un pensamiento o una idea que se expresa en palabras y tiene mayor grado de dificultad por las situaciones complejas que la componen y se presenta a los alumnos en un segundo momento.

Por tal razón antes de conceptualizar algún contenido matemático es necesario que tengan una idea elemental, es decir una noción, para poder partir de ella y darle seguimiento.

2.4.- La didáctica en la enseñanza de la matemática.

Al enseñar la matemática no sólo se debe promover el aprendizaje de conceptos, también debe ser una enseñanza atractiva para el alumno, y para esto el docente habrá de participar como coordinador de las actividades, como orientador de las dificultades y como fuente de información significativa.²¹ Como lo hemos señalado la matemática suele ser considerada una materia difícil, tanto para enseñar como para aprender, por tal razón la didáctica ha dirigido su preocupación por plantear mejores métodos de enseñanza al explicar los fenómenos y componentes que hay dentro y fuera de una clase matemática.

²¹ SEP. Libro del maestro. Matemáticas tercer grado.

2.4.1.- La didáctica.

Para hablar sobre la didáctica en la enseñanza de la matemática primero debemos plasmar el concepto de ella.

Didáctica del griego (didaskhein) significa enseñar, instruir o explicar algo concreto.²² Es decir, la didáctica tiene como objeto de estudio el proceso de enseñanza y de aprendizaje, la cual es utilizada como una herramienta que facilita al profesor orientar con seguridad a sus alumnos hacia un aprendizaje significativo. La definición que Díaz Rodino da sobre la didáctica en la matemática es:

La didáctica de la matemática es quien se ha preocupado por el proceso educativo, esta gira alrededor de los temas de aprendizaje y enseñanza (principalmente en el periodo escolar obligatorio y en los ámbitos del alumno, profesor y currículo).²³

2.4.2.- La didáctica de la matemática.

El estudio de la didáctica de la matemática es multidisciplinaria, pues la construyen diversas disciplinas que giran alrededor de la educación, como matemáticas y formadores de profesores (pedagogos), todos estos tienen intereses comunes: mejorar el proceso educativo.

Para mejorar el proceso educativo en matemáticas en Francia se han desarrollado investigaciones centradas en la didáctica de la matemática, entre estos trabajos encontramos los que han realizado el equipo de Brousseau, Chevallard, Duvard, entre otros, el propósito de estos trabajos es hacer del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática su objeto de estudio para mejorar el proceso de formación del conocimiento matemático. Los enfoques que se exponen a continuación favorecen el trabajo del docente ya que al conocer la parte teórica de su práctica comprenderá lo que acontece dentro de su clase y así pueda dar posibles soluciones a distintas dificultades que se le presenten en la enseñanza de la matemática, ya que los grupos son distintos y responden a diferentes enfoques didácticos, por tal razón se exponen algunos de estos enfoques:

Yves Chevallard considera que el objeto principal del estudio de la didáctica de la matemática es el sistema didáctico, el cual está formado por los subsistemas que son los enseñantes, los alumnos y el

²² PERALTA, Javier. “Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática” Huenga Fierro.1995. Pág. 55.

²³ DIAZ, Godino, J. “Área de conocimiento: Didáctica de la matemática. Madrid, España. 1999. Edit. Síntesis. Pág. 61.

saber enseñado. Es decir, el sistema didáctico en sentido estricto está formado esencialmente por tres subsistemas: profesor, alumno y saber enseñado.

Además de estos tres subsistemas, también existe el mundo que es la sociedad, la cual está constituida por los padres, los matemáticos, etc. Pero entre los dos mundos debe considerarse una zona intermedia, la cual es llamada por Chevallard como la NOOSFERA, que es el lugar en donde se dan los conflictos y transacciones por las que se realiza la articulación entre el sistema y su entorno.

También en la propuesta de Chevallard dentro de su texto menciona una frase que encierra el papel que tiene la didáctica dentro de la enseñanza: *la transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*, enunciado que se explica a continuación:

LA TRASPOSICION DIDACTICA.- Del saber sabio al saber enseñado. Pero para entender su sustento es necesario explicar estos tres términos.

1.-Saber sabio.- Es un término que es utilizado para hacer referencia a la matemática de los matemáticos.

2.-Saber enseñado.-Para que un elemento de la matemática de los matemáticos sea enseñado debe sufrir ciertas transformaciones que lo harán apto para ser enseñado.

3.-Transposición didáctica.- Se refiere a la adaptación del conocimiento matemático (saber sabio), para transformarlo en conocimientos para ser enseñado (saber enseñado), es decir, la transposición didáctica es el resultado que se obtiene del saber sabio al saber enseñado. En la transposición didáctica se da una descontextualización y una deshistorización del saber, por lo cual el saber es exiliado de sus orígenes para legitimarlo como saber enseñado.²⁴ Es importante conocer la diferencia entre los saberes científicos y los que deben ser enseñados, así el docente estará consciente que existen saberes que solo pueden ser enseñados en sus principios y no en su forma profunda, pues a los alumnos de nada les servirían conocer este tipo de información para su cotidianidad.

²⁴ CHEVALLARD, Yves. La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Págs. 16 y 17.

Guy Brousseau define la didáctica de la matemática como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos; indicando como sus objetos de estudio en particular lo siguiente: ²⁵

1.-Las operaciones esenciales en la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como las utilizaciones.

2.-Las instrucciones y las actividades tienen por objeto facilitar estas operaciones.

En general, la didáctica estudia la comunicación y tiende a teorizar su objeto de estudio pero solo puede revelar este reto bajo dos condiciones: ²⁶

⇒ Poner en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales proponen y que parece explicar.

⇒ Indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlo.

Estas condiciones son indispensables para que la didáctica de la matemática pueda conocer de manera científica su objeto de estudio y por lo tanto permitir acciones controladas sobre la enseñanza.

Brousseau habla sobre el saber matemático el cual se presenta bajo diversas formas:

1.-Como axioma, es decir, es la apariencia clásica de la matemática (lo que Chevallier llama saber sabio).

2.-Como un saber que tiene virtudes científicas y que parece estar adaptado a la enseñanza (lo que Chevallier llama saber enseñado).

Este teórico de la didáctica de la matemática plantea el trabajo que deben realizar los matemáticos y el profesor. Los matemáticos antes de comunicar lo que hallen primero tienen que determinar aquellas reflexiones que son susceptibles de convertirse en un nuevo saber interesante para los demás, considerando aquellos conocimientos vecinos, anteriores o nuevos del saber. Además de ser productor del conocimiento, también ejerce sobre él, un trabajo de despersonalización, de descontextualización y de destemporalización de aquellos resultados que en él obtuvo de su investigación. Todo este trabajo que realiza el matemático es para que cualquier lector del nuevo saber tome conciencia de los resultados obtenidos y se convenza de su validez sin seguir el mismo camino para su descubrimiento y así se beneficie.

²⁵ DIAZ, Godino J. "Area de conocimientos: Didáctica de las matemáticas". Madrid, España. 1999. Edit. Síntesis. Pág. 131.

²⁶ CINVESTA-IPN. "Lecturas en didáctica de la matemática". Escuela francesa. Departamento de matemáticas educativas. México, D. F. 1993. Artículo: Guy, Brousseau. Pág. 7

El trabajo del alumno según Brousseau es de carácter intelectual, pues el alumno debe tener una actitud científica, en donde además de aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlas; también es necesario que el alumno actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías y que los intercambie con otros, que reconozca los que están conforme con la cultura, que tome las que son útiles, entre otras actividades.²⁷

El trabajo del profesor consiste en reproducir una recontextualización y una repersonalización de los conocimientos que van a convertirse en el conocimiento del alumno, esto es, simular en su clase un micro sociedad científica para que los conocimientos sean económicos, para plantear problemas, para debatir, para formular y demostrar las pruebas. Por ejemplo, en la estadística se utiliza, la recolección y el registro de información para explicar algunos fenómenos sociales, matemáticos o naturales; es un campo de la matemática en donde se utilizan gráficas, se hacen muestreos para obtener información, se plantean hipótesis, etc., a esto lo podemos llamar el conocimiento matemático, el cual debe ser retomado por el docente para reproducir una recontextualización y una repersonalización, es decir, retomar el conocimiento matemático y aterrizarlo según su visión en el contexto de un grupo de tercer grado de primaria, en donde el alumno actuará como un científico que formule propuestas, las pruebe, construya modelos, conceptos, teorías e intercambie con otros sus hallazgos.

El maestro debe dar a los alumnos los medios necesarios para encontrar lo que es el saber cultural y comunicable, que es lo que se ha querido enseñar, ante esto el alumno debe redescontextualizar, redespersionar su saber y poder identificar el saber utilizar en la comunidad científica y cultural de su época.²⁸

La relación que tiene el saber, el alumno y el profesor, está bajo un contrato didáctico, el cual es un conjunto de reglas que con frecuencia no están anunciadas explícitamente, pero que organizan las obligaciones de cada uno de los componentes de esta relación. Tomando en cuenta lo siguiente:²⁹

- ⇒ El profesor debe reconocer cuando se produce la apropiación del conocimiento.
- ⇒ El alumno puede satisfacer las condiciones del contrato didáctico.
- ⇒ La relación didáctica debe continuar indefinidamente.

²⁷ Brousseau, Guy. Lectura en didáctica de la matemática. Escuela Francesa. Pág. 4

²⁸ Ibíd. Pág. 5

²⁹ CINESTAV-IPN. Lecturas en didáctica de la matemática educativa. Escuela francesa. Departamento de matemáticas educativa. México, D. F. 1993. Artículo: Guy Brousseau.

- ⇒ El profesor asegura que las adquisiciones anteriores y las nuevas condiciones den al alumno la posibilidad de la adquisición.

La didáctica que propone Brousseau es fundamental para que un alumno se interese, se relacione y construya su conocimiento matemático, pues parte de una actitud científica por parte del alumno, el cual la tendrá que llevarla a cabo para descubrir y construir su conocimiento matemático.

Douady considera una clase es una micro sociedad que incluye un maestro y algunos alumnos, entre quienes se producen intercambios de un cierto saber, que es el matemático. Para Douady, el lograr que la totalidad de los alumnos adquieran los conocimientos del saber matemático requiere de una hipótesis que se centre en la enseñanza para integrar en su organización momentos en los que la clase simulará una sociedad de investigadores en actividad. Para construir esta enseñanza diferente de conocimientos matemáticos se hace actuar a la dialéctica, herramienta-objeto en el juego apropiado de marcos, gracias a problemas que respondan a ciertas condiciones.³⁰

Douady dice que un concepto es una herramienta para poder resolver un problema, una sola herramienta puede ser adaptable a varios problemas y varias herramientas pueden adaptarse a un mismo problema. Por objeto se entiende el objeto cultural, que es un saber erudito en un momento dado y es reconocido socialmente, el marco está constituido por objetos de una rama de la matemática.

La propuesta que plantea Douady acerca de la *Dialéctica herramienta-objeto* contiene la siguiente organización: una vez dado el problema, elegido convenientemente por el docente, los alumnos deben resolverlo; comenzando con la dialéctica herramienta-objeto cuyo proceso contiene las siguientes fases que satisfacen funciones diferentes:

- ⇒ Fase antigua.-Los conceptos matemáticos se han puesto en acción como herramientas explícitas para resolver al menos parcialmente un problema.
- ⇒ Fase nueva búsqueda implícita.-Los alumnos se encuentran con dificultades para resolver completamente el problema, esto se produce si la estrategia que conocen ya no funciona, ante estas nuevas interrogantes los alumnos buscan nuevas herramientas por la extensión del campo de intervención del problema.
- ⇒ Fase explicitación e institucionalización local.- En esta fase, se discute colectivamente la validez de los trabajos y las propuestas de los alumnos.

³⁰ DOUADY, Regine. Lecturas en didáctica de la matemática. Escuela francesa. Pág. 69

- ⇒ Fase institucionalización estatuto-objeto.- El docente oficializa ciertos conocimientos que, hasta aquí, no han sido más que herramientas, dándoles un estatuto de objeto matemático ante la clase y así se homogeniza y construye el saber para asegurar su progresión.
- ⇒ Fase familiarización-reinversión.- El maestro pone a sus alumnos a resolver ejercicios variados que necesitan las nociones que recientemente fueron institucionalizadas. Los alumnos por su parte integran el saber social y lo confrontan con su saber particular poniendo en juego lo conocido.
- ⇒ Fase la tarea o el nuevo problema se hace más complejo.- El enseñante propone a los alumnos resolver un problema más complejo. A partir de entonces el objeto estudiado es susceptible a situarse como antiguo para un nuevo ciclo de la dialéctica herramienta-objeto.

La propuesta didáctica que plantea Douady de crear una sociedad científica y que el conocimiento pase por varias fases para lograrse construir, es un enfoque muy atractivo, ya que no se hace un alumno pasivo, sino que la actividad del alumno es participativa y decisiva para que construya su conocimiento.

Hasta este punto se ha desarrollado teóricamente desde distintos autores la didáctica de la matemática, lo que nos lleva a entender que la didáctica es importante para la enseñanza de la matemática. Para facilitar la lectura de los autores tratados se presenta un cuadro comparativo a continuación, el cual contiene el concepto y la fundamentación teórica acerca de la didáctica de las matemáticas.

CUADRO COMPARATIVO DE LAS REFLEXIONES DE CADA AUTOR

COMPARACION	YVES CHEVALARD	GUY BROSSAU	REGINE DOUADY
<p align="center">CONCEPTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.</p>	<p>La didáctica de las matemáticas es una herramienta que permite recapacitar, tomar distancias, interrogar las evidencias, poner en cuestión las ideas simples, desprenderse de la familiaridad engañosa d su objeto de estudio.</p>	<p>La didáctica de las matemáticas se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos y tiende a teorizar su objeto de estudio bajo dos condiciones: 1. Poner en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales parecen explicar. 2. Indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlas.</p>	<p>El trabajo de la didáctica se centra en hacer una división del conocimiento por enseñar y su organización en secuencias de aprendizaje.</p>
<p align="center">OBJETO DE ESTUDIO DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS</p>	<p>El objeto principal de la didáctica de las matemáticas es el sistema de enseñanza, el cual esta compuesto por tres subsistemas: profesor, alumno y saber enseñado.</p>	<p>Los objetos de estudio de la didáctica de las matemáticas son: 1. Las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores. 2. Las instrucciones y las actividades que tienen por objeto facilitar estas operaciones.</p>	
<p align="center">TRANSPOSICION DIDÁCTICA.</p>	<p>La transposición didáctica se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en un conocimiento para ser enseñado. La transposición pasa del saber matemático al saber enseñado.</p>	<p>Para facilitar la enseñanza de las matemáticas se aísla ciertas nociones y propiedades de las actividades de donde ha tomado su origen, su sentido, su motivación y su empleo; es decir la enseñanza los transpone en el contexto escolar. (transposición didáctica)</p>	

LAS FORMAS EN QUE SE PRESENTA EL SABER.	La transposición didáctica se remite al paso del saber sabio al saber enseñado: <i>Saber sabio</i> es la matemática de los matemáticos. <i>Saber enseñado</i> es el saber que se produce a partir de la transposición didáctica del saber sabio, el cual ha sufrido ciertas transformaciones que lo harán apto para ser enseñado.	El saber constituido se presenta bajo dos formas: 1. De forma axiomática, no necesita presentación . 2. es un saber matemático tiene virtudes científicas que parece estar adaptado para la enseñanza.	
EL TRABAJO DEL ALUMNO		El trabajo del alumno es intelectual con una actitud científica.	La clase debe simular una sociedad de investigadores en actividad.
EL TRABAJO DEL DOCENTE.		El trabajo del docente es el de simular en su clase una microsociedad científica, es quien dará los medios para encontrar lo que se ha querido enseñar.	La enseñanza debe integrar en su organización, momentos en los que en la clase se simule una sociedad científica.
DEMANDA AL SISTEMA DE ENSEÑANZA.	Existe un entorno que plantea demandas o exigencias al sistema de enseñanza, este entorno lo componen la sociedad, los padres de familia y los matemáticos.		
NOOSFERA.	Entre el entorno y el sistema de enseñanza se debe considerar una zona intermedia, la NOOSFERA, es lugar donde se dan conflictos y transformaciones para llegar a la articulación entre el entorno y el sistema de enseñanza.		
SISTEMA DIDÁCTICO.	El sistema didáctico es un sistema abierto que compatibiliza con su medio; y esta compatibilidad pasa por una disminución de la conciencia del entorno por parte de los agentes del sistema.		
CONTRATO DIDÁCTICO.		La relación entre el saber, el alumno y profesor esta bajo un contrato didáctico, que son un conjunto de reglas que con frecuencia no están anunciadas explícitamente pero que organizan las obligaciones de cada uno de los componentes de esta relación.	

<p>ORGANIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA.</p>			<p>La organización de la enseñanza se basa en:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La dialéctica herramienta objeto. 2. La dialéctica antigua-nueva. 3. Los juegos de marcos. <p>Los cuales se engranan a partir de problemas que respondan a varias condiciones.</p>
<p>CONDICIONES PARA PLANTEAR UN PROBLEMA.</p>			<p>Las condiciones son:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Enunciados que tengan sentido para el alumno. 2. Tomando en cuenta sus conocimientos los alumnos, pueden iniciar un procedimiento de solución pero no pueden resolver completamente el problema. 3. Los conocimientos buscados por el aprendizaje son herramientas adaptadas al problema. 4. El problema puede formularse al menos en dos marcos diferentes.
<p>FASES DE LA DIALECTICA.</p>			<p>Las fases de la dialéctica objeto son:</p> <ul style="list-style-type: none"> » fase antigua. » fase nueva búsqueda implícita. » fase explicitación e institucionalización local. » fase institucionalización estatuto-objeto. » fase familiarización-reinversión. » fase la tarea o el nuevo problema se hace más complejo.

<p style="text-align: center;">JUEGOS DE MARCOS.</p>			<p>Los juegos de marcos son cambio de marcos provocados a iniciativa del enseñante; es un proceso en donde se distingue tres fases:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Transferencia e interpretación: los alumnos son confrontados a un problema a un problema formulado en un cierto marco, teniendo en cuenta sus conocimientos, sus practicas y hábitos, el examen que hacen del problema los conduce a traducir todo o parte de otro marco y a interpretar en algunas ocasiones, poniendo en acción correspondencias entre marcos diferentes. 2. Correspondencias imperfectas: las correspondencias imperfectas entre marcos se da ya sea por razones matemáticas o bien en razón de conocimientos insuficientes de los alumnos. 3. Mejoría de las correspondencias y progreso del conocimiento: la comunicación entre marcos y en particular la comunicación con un marco auxiliar de representación es un factor de reequilibración.
--	--	--	---

Entre los contenidos que emplean a la didáctica de las matemáticas tenemos el tema de fracciones, que es el punto central de este trabajo, por lo cual es necesario antes de hablar de la relación entre fracción y didáctica plantear la definición y analizar las distintas interpretaciones que existen del número racional.

2.5.- ¿Qué son los números fraccionarios?

La palabra fracción proviene del latín “fáctico”, que significa romper, este es el significado que presenta un diccionario. Pero en matemática una fracción es la expresión de una relación de dos cantidades, es decir, la fracción es el cociente de un par de números enteros, en donde el primero no es múltiplo del segundo y este es distinto de cero; por otro lado también se le llama fracción a un par de números enteros en donde el primero es múltiplo del segundo dando como resultado un entero.

La fracción se representa por un par de números naturales (el denominador y el numerador); los cuales están separados mediante una línea horizontal. El denominador indica el número de partes congruentes en las que se divide la unidad y el numerador indica el número de partes que se van a considerar de la división obtenida de la unidad, esto es para efecto de lo que los alumnos de tercero deben conocer.

La noción de fracción no solamente la encontramos dentro de una clase de matemática; también la podemos encontrar en nuestra vida cotidiana en donde es conceptualizada como una relación de parte-todo, la cual indica la partición de un todo (unidad) en partes iguales.

Dentro de nuestra vida cotidiana, encontramos más comúnmente las siguientes fracciones $1/2$, $1/4$ y $3/4$ para referirse a situaciones como:

- ⇒ “Nos vemos al medio día”.
- ⇒ “Tengo un tercio de una barra de chocolate”.
- ⇒ “Tres cuartos de hora”.

Estas afirmaciones las podemos rescatar para introducir a los alumnos a la noción de fracción ya que las fracciones pueden ser mucho más difíciles de dominar de lo que creemos, por lo tanto hay que partir de algo significativo para el alumno y llegar a concretizar la concepción de fracción.

2.5.1.- Dificultades en la enseñanza y en el aprendizaje de las fracciones.

Una de las dificultades que el alumno tiene al aprender números racionales es entender que la fracción puede ser utilizada en contextos y situaciones distintas es decir, el alumno puede tener claro el significado de una fracción en una situación, sabiendo realizar su representación con diagramas y de forma numérica, así como reconocer el significado de las diferentes operaciones en dicho contexto lo cual no implica que sepa utilizar la misma herramienta en contextos distintos, aunque conlleven implícitamente la misma idea de fracción.

Los resultados de numerosas investigaciones como las de Behr (1983) y Kieren (1976) son relativas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las ideas de fracción e indican que para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con la fracción se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcionen a los niños una experiencia con la mayoría de sus interpretaciones.³¹

Para que el alumno logre alcanzar la noción de fracción con todas sus ideas debe pasar por un proceso de aprendizaje a largo plazo, situación que debe tomar en cuenta el profesor para programar sus secuencias didácticas y así los alumnos aprovechen la experiencia con la mayoría de las interpretaciones de fracción.

Otra de las dificultades que se plantea en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, se determina por encontrarnos tan rápidamente con su carácter algebraico $\{a/b + c/d = (ad + bc)/bd\}$ dentro de la secuencia curricular sin tener previamente un trasfondo concreto desarrollado ampliamente que puede proporcionar los elementos para enfrentar a las fracciones en distintas situaciones. Para esto hay que considerar según Dickson (1984) el equilibrio que debe existir entre:³²

- ⇒ el significado de las fracciones en contextos concretos prácticos (situaciones problemáticas), y
- ⇒ situaciones más abstractas-cálculo sin contexto (carácter algebraico).

Es decir llegar a manejar los símbolos relativos a las fracciones y las operaciones con fracciones, no es una tarea fácil, ya que sin haber creado en el alumno un esquema conceptual partiendo de situaciones concretas, el alumno no podrá realizar situaciones más abstractas que requieren de la parte conceptual para desarrollar operaciones algebraicas.

³¹ LLINARES Ciscar, Salvador y SANCHEZ García, Ma. Victoria. “Fracciones. La relación parte-todo” Editorial Síntesis, España 1997. Pág. 53

³² LLINARES Ciscar, Salvador y SANCHEZ García, Ma. Victoria. “Fracciones. La relación parte-todo” Editorial Síntesis, España 1997. Pág. 54

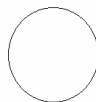
Por lo anterior es importante presentar los procesos de enseñanza de las fracciones desde las distintas interpretaciones con la finalidad de tomarlo como base para el estudio que se realizó en la aplicación de aproximaciones didácticas y conseguir una comprensión conceptual de la idea de fracción. Las interpretaciones que se muestran a continuación han sido identificadas por Salvador Llenares tomando en cuenta los trabajos de T. Kieren (1976), Behr (1983) y Dickson (1984).³³

2.5.2.- Diferentes interpretaciones del número racional

Sabemos que la fracción es un contenido matemático que es aplicable a una variedad de situaciones que emergen de la vida cotidiana, de fenómenos de la vida natural y social, o de la propia matemática, las fracciones pueden ser interpretadas como relación parte-todo, como cociente y como razón

2.5.2.1.- La relación parte-todo y la medida.

Esta relación hace referencia a situaciones en donde se involucra la división en partes iguales de un todo, esta división se representa por los números fraccionarios quienes nos indican la relación que existe entre el número de partes y el número total de partes que se dividió la unidad, ejemplo:



El todo o la unidad es el pastel.



En seis partes se ha dividido el todo.



De las seis partes solo queremos tres.

Simbólicamente lo representamos así: $3/6$.

NOTA: AUNQUE DIVIDAMOS O CORTEMOS EL TODO EN MUCHAS PARTES, SE SEGUIRA CONSERVANDO LA UNIDAD.

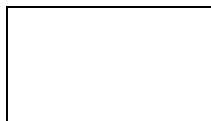
Como ya se mencionó la unidad se divide en cierto número de partes; división que solo se puede representar en contextos continuos o discretos. El contexto continuo es el más utilizado para acercar al alumno a la relación parte-todo, en donde se utilizan diagramas circulares o rectangulares que representan la unidad que debe ser dividida congruentemente. Y el contexto discreto representa al todo por un conjunto

³³ LLINARES Ciscar, Salvador y SANCHEZ García, Ma. Victoria. “Fracciones. La relación parte-todo” Editorial Síntesis, España 1997.

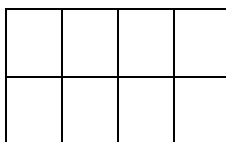
global de objetos de los cuales sólo se necesitarán algunos que serán las partes. Ejemplos de contextos discretos y continuos.

Contexto continuo.

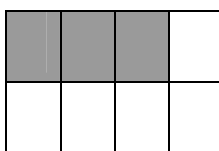
El todo está representado por un rectángulo.



El todo está dividido en ocho partes iguales.



De las ocho partes sólo se desean tres.

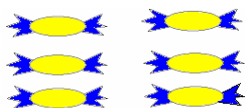


Simbólicamente se representa así: $3/8$

Contexto discreto.

Es cuando decimos que de seis dulces se han comido dos.

Conjunto de seis piezas.



Se comieron dos.



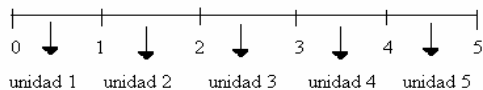
Esta relación se representa simbólicamente: $2/6$.

En la relación parte-todo también encontramos otro contexto, el cual se deslinda de la representación a/b , donde b diferente de cero; me refiero a los decimales que son números que están compuestos por signos lingüísticos, que permiten expresar una vez fijada la unidad hablar de medidas de cantidades menores que ella por ejemplo:

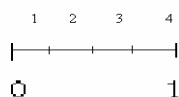
2.625

A la izquierda del punto están las unidades enteras y a la derecha del punto están las unidades fraccionadas. Los decimales es otra forma de expresar numéricamente las fracciones.

Las fracciones sobre una recta numérica es el contexto de medida para representar la relación parte-todo. En esta situación la fracción a/b , para todo b diferente de cero, se sitúa sobre la recta numérica, donde cada segmento es la unidad por ejemplo:



Dividir una unidad en cuatro partes iguales.



cada parte dividida representa una parte de cuatro ($1/4$) y las cuatro partes representan la unidad

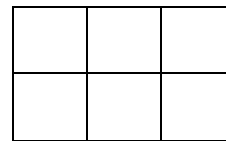
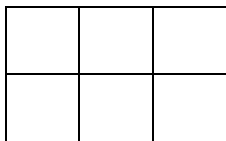
$$4/4=1 \quad \text{o} \quad 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 = 4/4$$

2.5.2.2.- Las fracciones como cociente.

Esta interpretación asocia a la fracción como una división de un número natural entre otro. La división es representada por $(a : b) = a/b$ que expresa la división de a en un número b de partes dadas, es decir; se refiere a una situación de división-reparto por ejemplo:

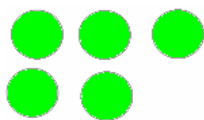
$$(2:6) = 2/6$$

Esta representación simbólica expresa que tenemos dos unidades que deben ser divididas entre seis partes.



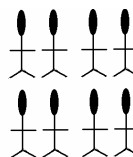
Al enseñar las fracciones como cociente se distinguen dos aspectos importantes, los cuales involucran situaciones de división-reparto, por un lado hay una situación que nos proporciona la cantidad (unidad) y el número de partes (división) en que se dividirá la unidad y por otro lado la situación nos pide lo que vale cada parte (reparto) proporcionando la unidad, por ejemplo:

1.-Tengo cinco gelatinas y las tengo que repartir entre ocho niños.



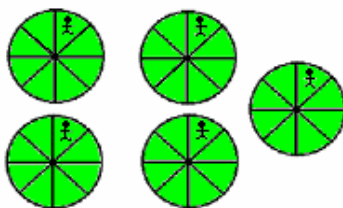
cinco gelatinas

para



ocho niños

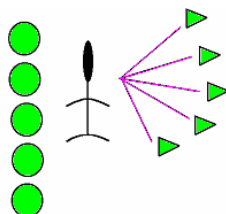
Es decir 5 gelatinas entre ocho niños, representadas por $\frac{5}{8}$



A cada niño le toca $\frac{5}{8}$ de gelatina.

En esta situación se proporciona la cantidad (unidad) y lo que vale cada parte, sin proporcionar el número de partes.

2.- Se tienen cinco gelatinas y a cada niño le corresponde $\frac{5}{8}$ de gelatina, ¿A cuántos niños se les dio gelatina?



Como a cada niño le toco $\frac{5}{8}$ de pastel, la repartición se hizo de 8 partes de cada gelatina por lo tanto son 8 niños.

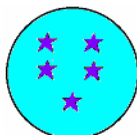
2.5.2.3.- La fracción como razón.

Es una interpretación que hace referencia a la relación de conjunto a conjunto (todo-todo) y a la relación de comparación (parte-parte), estas relaciones se describen como $a:b$.

RELACION CONJUNTO A CONJUNTO (TODO-TODO)

Ejemplo:

CONJUNTO A



CONJUNTO B

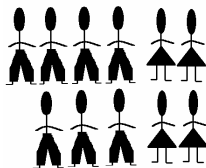


La relación entre los conjuntos de A y de B es de $\frac{5}{9}$ o (5:9).

La relación entre los conjuntos de B y de A es de $\frac{9}{5}$ (9:5).

RELACION PARTE-PARTE.

Ejemplo.



La razón entre niñas y niños es de $4/7$ (4:7).

La razón entre niños y niñas es de $7/4$ (7:4).

Antes de revisar los números fraccionarios dentro de los planes de estudio en tercero es importante destacar cual es la propuesta que se trabaja en ellos para lograr la construcción del aprendizaje.

2.6.- Construcción del conocimiento a partir del enfoque de resolución de problemas.

En 1993 entro en vigor los nuevos programas de estudio en matemática, así como en otras asignaturas, esta reforma educativa se basó en la reorganización de los contenidos educativos, que incluyó la renovación de los libros de texto, así como también los materiales de apoyo para el docente. En este enfoque se plantea un especial énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y del desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

Un problema es algo que no se puede resolver automáticamente mediante mecanismos que normalmente utilizamos, sino que nos exige la utilización de distintos recursos cognitivos,³⁴ por tal razón es importante desarrollar la enseñanza basada en la solución de problemas, no solo en el ámbito científico si no también en el técnico, artístico y en la vida cotidiana, lo cual conlleva a que las personas puedan enfrentar problemáticas en su vida, que en muchas ocasiones resultan mas complicados y necesitan de procedimientos no lineales para su solución. Para lograrlo es necesario enseñar a los alumnos a resolver problemas tomando en cuenta los conocimientos previos para después dotarles de herramientas necesarias con las que ellos puedan encontrar por si mismos respuestas a las preguntas que surgen en el proceso de solución. Esto es lo que se pretende con el plan de estudios vigente, no solo generar problemáticas en matemáticas sino en las demás materias, pues al trabajar con este enfoque se desarrolla en el alumno habilidades tales como planear, platear y resolver problemas, utilizando una gran variedad de

³⁴ SEP, PROGRAMA NACIONAL PARA LA ACTUALIZACION PERMANENTE DE LOS MAESTROS DE EDUCACION BASICA EN SERVICIO. La solución de problemas, habilidades para el aprendizaje en la escuela.

estrategias y recursos para anticipar, verificar, comunicar, interpretar y estimar resultados con el propósito de desarrollar el pensamiento abstracto del alumno.

Para que la capacidad de pensar se desarrolle se necesita de un proceso largo, el cual dependerá de las experiencias que el alumno tenga y de la complejidad de los problemas a resolver.

Antes de que el docente ponga en práctica este enfoque es necesario conocer cuáles son los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas.³⁵

1. Conocimientos previos: conocer los conocimientos previos del alumno nos permite entender la relación que tiene con una situación matemática y conocer con cuáles herramientas tiene a su disposición.
2. Las estrategias de resolución de problemas: para que el alumno desarrolle la habilidad de resolver problemas debe adquirir algunas estrategias para llegar a su objetivo:
PRIMERO: Comprender el problema; ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son irrelevantes o contradictorias?
SEGUNDO: Diseñar un plan ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?
TERCERO: Ponerlo en práctica.
3. Aspectos metacognitivos: son todas las actividades intelectuales que se ponen en curso para la resolución de problemas.
4. Los sistemas de creencias: conocer las creencias, la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática.
5. La comunidad práctica: se toma en cuenta que la educación matemática a seguido la línea constructivista, la cual se orienta a que los alumnos desarrollen hábitos y habilidades de interpretación y construcción de significados.

En resumen se plantea en los programas de estudio promover aprendizajes significativos; aprendizaje que debe ser construido por el alumno como resultado de la búsqueda de la resolución de un problema.

Con la investigación que se realizó se pudo observar que el alumno pone en juego sus conocimientos previos para solucionar un problema, los cuales se van modificando conforme se le plantean situaciones que enriquecen su aprendizaje.

³⁵ KIPPES, Romina. “Sobre la utilización de estrategias en la resolución de problemas”. Departamento de matemática educativa de la FBCB (UNL). Pág. 15

2.6.1.- Números fraccionarios dentro de los planes y programas de estudio de tercer grado de primaria.

La importancia de la actividad del alumno dentro de situaciones perfectamente programadas, permiten la construcción de hipótesis, manipulación con material concreto, la construcción de estrategias de solución, la confrontación de resultados con otros, la validación, entre otras actividades que ayudan al alumno a construir su aprendizaje en las matemáticas. Los contenidos de matemáticas en tercero de primaria se organizan en cinco ejes:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones.
2. Medición.
3. Geometría.
4. Tratamiento de la información.
5. Predicción y azar.

Dentro del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones se encuentra el tema de los números fraccionarios en donde se revisan los siguientes puntos:³⁶

- ⇒ Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos), mediante actividades de reparto y medición de longitudes.
- ⇒ Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones.
- ⇒ Representación convencional de fracciones.
- ⇒ Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas mediante la manipulación de material.

2.6.1.1.- Fracciones en situaciones de reparto en casos sencillos.

En este contenido los alumnos son introducidos a la noción de fracción partiendo de la relación parte-todo de fracciones sencillas como medios, cuartos y octavos. Esta actividad lleva al alumno a comprobar que existen distintas maneras de hacer un reparto y distintas maneras de expresar con fracciones lo que le corresponde a cada quien.

³⁶ SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Paquete curricular: plan y Programa de estudio 1993 Educación básica. Selección matemática. Pág. 60

2.6.1.2.- Las fracciones en situaciones de medición de longitudes en casos sencillos.

Partiendo de fracciones como medios, cuartos y octavos se introduce al alumno a la medición de longitudes, donde la medición es una actividad importante para trabajar las fracciones, ya que al medir una magnitud puede suceder que la unidad de medida no quepa un número entero de veces en la magnitud, por lo que surge la necesidad de fraccionar la unidad para obtener una medida más exacta.

2.6.1.3.- Equivalencias de fracciones.

Tomando en cuenta los dos puntos anteriores los alumnos tienen que hacer comparaciones entre dos o más fracciones; de tal manera que lleguen a constatar que aunque el entero está dividido en varias partes y otro entero esté dividido en más partes que el primero son iguales a pesar de estar separados.

2.6.1.4.- Representación convencional de fracciones.

Es el punto donde los alumnos aprenden a representar simbólicamente la fracción en su forma convencional:

a/b donde b es diferente de 0.

Para que el maestro enseñe estos contenidos programáticos de fracción, se apoya en algunos materiales didácticos oficiales que se articulan y se combinan para trabajar.

- ⇒ Libro para el maestro de tercer grado.
- ⇒ Avance programático de tercer grado.
- ⇒ Fichero de actividades, matemáticas de tercer grado.
- ⇒ Libro de texto, matemáticas de tercer grado.

2.6.1.5.- Libro del maestro, matemáticas de tercer grado.

Este libro presenta diversas propuestas para la enseñanza de distintos contenidos matemáticos y además menciona cómo utilizar el libro de texto junto con otros materiales. Es un material que no tiene una finalidad directiva ya que el contenido del libro parte de reconocer la creatividad del maestro, la existencia de múltiples métodos y estilos de trabajo docente, por tal motivo las propuestas didácticas son abiertas para ofrecer algunas posibilidades de adaptación a las formas de trabajo del maestro, a las condiciones específicas en las que realiza su labor, a los intereses, necesidades y dificultades de aprendizaje de los

niños.³⁷ Por ejemplo, el libro para el maestro recomienda en la página 32, en un primer momento trabajar figuras simétricas como formas reflejadas en el agua como si ésta fuera un gran espejo, después se propone el uso de papel cuadriculado para completar figuras simétricas y por último se menciona que el maestro puede sugerir juegos. En lugar de que los niños observen en un dibujo las formas reflejadas en agua, el docente puede recurrir a llevar al salón de clase un espejo o simplemente una cubeta de agua donde se pueda ver reflejada las figuras, dependiendo a las condiciones específicas donde realiza su labor o simplemente a las necesidades del grupo.

Dentro del libro del maestro se plantean algunas recomendaciones didácticas para la enseñanza de las fracciones en tercer grado, las cuales son:³⁸

- ⇒ El trabajo con las fracciones se da en diferentes contextos, principalmente en aquellos que son conocidos, como son: los medios, los cuartos y los octavos.
- ⇒ Priorizar diversas actividades que lleven a los alumnos a dividir uno o más enteros en partes iguales en contextos de reparto y medición.
- ⇒ Se deben presentar a los alumnos una amplia variedad de situaciones que involucren diferentes particiones antes de plantear la escritura numérica convencional de fracciones.
- ⇒ Contemplar las situaciones con fracciones de reparto de un solo entero entre cierto número de personas. Después los problemas involucran el reparto de más de un entero, usando fracciones con numerador mayor que uno o números mixtos.
- ⇒ Manejar la fracción en situaciones de medición, ya sea en cantidades continuas como la longitud y la capacidad con cantidades discretas, las cuales pueden ser resueltas por medio del fraccionamiento de la unidad o a través del recurso de ver cuántas veces cabe una longitud en otra.

2.6.1.6.- Fichero de actividades matemáticas de tercer grado.

El fichero de actividades completa los materiales para el maestro los cuales son: el libro de texto, el libro recortable, el libro para el maestro y el avance programático. Las actividades propuestas permiten al

³⁷ SEP. “Libro del maestro” Matemáticas de tercer grado. Comisión Nacional de Texto Gratuito. 1996 Pág. 8

³⁸ Ibíd. pp. 26-30.

alumno construir conocimientos, desarrollar y ejercitar habilidades que son necesarias para abordar los contenidos del programa.³⁹

³⁹ SEP. “Fichero de actividades” Matemáticas de tercer grado. Comisión Nacional de Texto Gratuito. 1996

CAPITULO 3: COMPILACIÓN DE APROXIMACIONES DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN.

En el presente capítulo se presenta una serie de aproximaciones didácticas para la enseñanza de la noción de fracción, exclusivamente para el tercer grado de primaria ya que se toma en cuenta la maduración mental del alumno. Las aproximaciones didácticas que se exponen a continuación tienen la característica de ser concretas, icónicas y simbólicas, sin dejar de lado el constructivismo del conocimiento matemático. Las aproximaciones que son concretas se centran en hacer el uso de materiales concretos en donde el alumno actúa, manipula, investiga, comprueba hipótesis y comparte reflexiones con sus compañeros con la finalidad de que construya su conocimiento. Por otro lado, las aproximaciones didácticas que son icónicas tienen como objeto la representación gráfica para que el alumno identifique la repartición congruente del entero. Por último las aproximaciones que son simbólicas son aquellas que acercan al alumno a la representación convencional de la fracción.

Primeramente se presenta una compilación didáctica para la introducción de la noción de fracción en tercero de primaria, para después hacer aplicación de algunas aproximaciones en un grupo determinado y una vez recabado los resultados de la aplicación se prosiguió a analizar los resultados obtenidos, lo cual se desarrolla en el siguiente capítulo.

3.1.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Particiones.⁴⁰

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción mediante el reparto en casos sencillos.

*OBJETIVO: Que el alumno comience a hacer reparticiones.

*TIEMPO DE APLICACIÓN APROXIMADO: El que considere el maestro, este dependerá de las características del grupo.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Se puede utilizar chicle, una barra grande de chocolate o una cartulina. Para desarrollar un escenario adecuado para trabajar esta actividad es necesario formar equipos de dos niños.

⁴⁰ CALDERON, María Martha. "Ejercicios para el aprendizaje de las fracciones" UPN México, D.F. Julio 1999.
Pág.25

***DESARROLLO:**

- 1.-Se proporciona una barra de chocolate a un representante de cada equipo.
- 2.-Afirma el maestro que una persona es un chocolate.
- 3.-Después el maestro lo parte a la mitad para que tengan los dos alumnos chocolate.
- 4.-Ahora el maestro pregunta lo siguiente ¿Cómo haríamos para repartir el chocolate a cuatro niños?
- 5.-Podríamos preguntar al alumno ¿Cómo se llama cada parte?
- 6.-Esta misma actividad la podemos hacer con:

- ⇒ tercios
- ⇒ quintos
- ⇒ sextos
- ⇒ octavos
- ⇒ dieciseisavos

Es importante destacar que sólo se hará particiones.

***ESTRATEGÍA IMPLÍCITA:** Introducir al alumno a la noción de fracciones como medios, tercios, cuartos, sextos, octavos, etc. Así como también a la representación convencional de las fracciones.

***INTERVENCIÓN DEL DOCENTE:** La participación del docente es organizativa en cuanto a los materiales que se utilizan y el escenario. Además será una participación indicativa, ya que él será quien diga al alumno cada una de las particiones.

***INTERVENCIÓN DEL ALUMNO:** Debe construir a partir de los materiales concretos la noción de fraccionar la unidad en partes congruentes, esta construcción la obtiene cuando él reflexione sobre la actividad que está ejecutando.

3.2.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Los dobleces.⁴¹

***TIPO DE ACTIVIDAD:** Concreta.

***TEMA CURRICULAR QUE ABORDA:** Introducción de la noción de fracción mediante el reparto de la unidad en dos partes.

***OBJETIVO:** Los alumnos deben analizar lo que representa la mitad.

***TIEMPO DE APLICACIÓN:** 30 minutos.

⁴¹ Ibid. Pág.28

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Para cada alumno se necesita una hoja de papel tamaño oficio y otra de forma cuadrada, colores y tijeras. La actividad se realizará grupalmente.

*DESARROLLO: Esta actividad se realiza en formal grupal, en donde el maestro en primer lugar entrega a cada niño una hoja cuadrada y otra rectangular y pregunta:

1. ¿Qué forma tienen las hojas que repartí?,
2. ¿Por qué es cuadrada?,
3. ¿Por qué es rectangular?

Posteriormente se les pide lo siguiente: van a doblar una de sus hojas a la mitad; al doblar la hoja las partes deben encimarse perfectamente, es decir, deben coincidir las orillas del papel. Como tercer paso, cada niño debe mostrar al grupo de que manera dobló las hojas a la mitad. Después el maestro les indica lo siguiente: desdoblen la hoja y marque con el color que más les agrada la línea que dejó el doblez.

Se pregunta a continuación

1. ¿Cuántas partes tenemos?
2. ¿Son iguales?

Posteriormente buscarán todas las maneras posibles de doblar la hoja a la mitad, posteriormente el maestro expone frente al grupo algunas figuras para que los alumnos pasen a señalar los cortes que son a la mitad.

*ESTRATEGIA IMPLÍCITA: El alumno se acerca a la noción de medios en el momento que fraccione en dos partes iguales de la unidad.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Su trabajo consiste en realizar una actividad indicativa frente al grupo.

*INTERVENCIÓN DEL ALUMNO: El alumno debe seguir las indicaciones del maestro para realizar la actividad, pero además debe tomar parte reflexiva cuando se hacen las preguntas y el desarrollo del ejercicio.

3.3.- PROPUESTAS DIDÁCTICA: Hojas equivalentes.⁴²

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción a la equivalencia de fracciones.

*OBJETIVO: Introducir al alumno a la comprensión de fracciones equivalentes desde el entero hasta los décimos.

⁴² Ibid. Pág.32

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 50 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Necesitamos para este ejercicio diez hojas tamaño carta de colores diferentes.

*DESARROLLO: Primero se necesita una hoja completa que será nuestra referencia del entero, posteriormente tomamos las hojas y cada una se divide en dos, tres, cuatro, cinco, seis, ocho, nueve y diez, omitimos la de siete porque no hay equivalencia con esta fracción, como se muestra a continuación.

1	1/2 ----- 1/2	1/3 ----- 1/3 ----- 1/3	1/4 1/4 ----- 1/4 1/4
1/5 ----- 1/5 ----- 1/5 ----- 1/5	1/6 1/6 ----- 1/6 1/6 ----- 1/6 1/6	1/8 1/8 ----- 1/8 1/8 ----- 1/8 1/8 ----- 1/8 1/8	1/9 1/9 1/9 ----- 1/9 1/9 1/9 ----- 1/9 1/9 1/9
1/10 1/10 ----- 1/10 1/10 ----- 1/10 1/10 ----- 1/10 1/10 ----- 1/10 1/10			

A cada repartición se escribe la fracción a la que pertenece para que sean mencionadas correctamente: medios, cuartos, tercios, etc.

Con estas actividades se favorecen situaciones para que sean los mismos alumnos quienes descubran activamente la igualdad entre un medio y dos cuartos, un medio y tres sextos, etc.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: La construcción del concepto de fracción al momento de repartir la unidad (la hoja) en diferentes situaciones.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Consiste en organizar sistemáticamente la actividad y facilitar las instrucciones que consiste en hacer preguntas sobre que fracciones son equivalentes a una determinada fracción.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Reflexionar sobre la repartición que se va dando en cada una de las hojas y la equivalencia planteada.

3.4.- PROPUESTA DIDÁCTICA: El avión.⁴³

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción mediante el reparto en casos sencillos.

*OBJETIVO: Entender las fracciones por medio de un juego.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 30 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Necesitamos de los alumnos y de un lugar amplio para poder repartir en secciones. Si el grupo tiene un número impar de alumnos no importa, los niños que se queden fuera pierden y se salen, vuelven a entrar en el siguiente juego.

*DESARROLLO: Todo el grupo viaja en un avión, si no va el número indicado de alumnos, se caerá. Van dos aviones y sólo pueden llevar cada uno a la mitad de los alumnos, aquí se les puede preguntar:

¿En cuántas partes se debe dividir el grupo?

Está actividad se puede hacer con tercios, cuartos, quintos, sextos y así sucesivamente. Conforme vamos dividiendo al grupo en aviones se puede ir haciendo preguntas sobre qué fracción se está trabajando.

* ESTRATEGIA IMPLICITA: Con está actividad el alumno puede darse cuenta sin explicar que también un grupo de persona se puede fraccionar en subgrupos y no sólo los objetos.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Los maestros deben aprovechar que los alumnos de tercer grado aun les gusta jugar y que por medio del juego se puede descubrir y construir algunos contenidos. Por esta razón el docente debe de organizar un clima de juego donde el aprendizaje aparece cuando el alumno va construyendo el conocimiento.

*INTERVENCIÓN DEL ALUMNO: El alumno al participar en la actividad debe de descubrir y construir aprendizaje, a partir de la reflexión del contenido que encierra el juego.

3.5.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Compartamos.⁴⁴

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción en situaciones de reparto en casos sencillos.

⁴³ Ibid. Pág.35

⁴⁴ MEZA Salas, Ernesto “Estrategias didácticas para que los alumnos de tercer grado de educación primaria conceptualicen y representen convencionalmente las fracciones comunes” Chihuahua, Chih. UPN 1997 Pág.20

*OBJETIVO: Que los alumnos se den cuenta de que para resolver problemas de reparto se necesita partir la unidad y se requiere una expresión corta.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 60 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Frutas, cuchillos, platos. Un escenario de discusión y confrontación de ideas.

*DESARROLLO: Los alumnos hacen una ensalada de frutas y para esto se trabajan en equipos para compartir las frutas, planteando que cada grupo puede hacer su ensalada pero con la condición de que a los platos se les debe poner la misma cantidad de fruta y solicitar al término de la elaboración la receta, con las cantidades de cada fruta por cada plato.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: Plantear que no sólo en el salón se puede presentar fracciones en situaciones de reparto, sino que también pueden presentarse dentro de nuestra vida cotidiana.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Invitar a los alumnos a organizar una ensalada de frutas.

*INTERVENCIÓN DE LOS ALUMNOS: Integrarse en equipos, resolver el problema de reparto de frutas, seccionarlas, distribuirlas en platos y redactar la receta.

3.6.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Orden de las fracciones.⁴⁵

*TIPO DE ACTIVIDAD: Simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducir la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos. También puede ser utilizado para trabajar las equivalencias de fracciones.

*OBJETIVO: Que el alumno comparé la longitud de las diferentes fracciones en las que se puede partir la misma unidad.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 60 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Es necesario las hojas que contienen los siguientes formatos:

⁴⁵ CALDERON, María Martha. "Ejercicios para el aprendizaje de las fracciones" UPN México, D.F. Julio 1999. Pág.40

Figura 1.

Figura 2.

1									
1/2					1/2				
1/3			1/3				1/3		
1/4		1/4			1/4			1/4	
1/5		1/5		1/5		1/5		1/5	
1/6	1/6		1/6		1/6		1/6		1/6
1/7	1/7	1/7		1/7		1/7		1/7	1/7
1/8	1/8	1/8		1/8		1/8		1/8	1/8
1/9	1/9	1/9		1/9		1/9		1/9	1/9
1/10	1/10	1/10		1/10		1/10		1/10	1/10

Figura 3.

1									
1/2					1/2				
1/4			1/4		1/4			1/4	
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8
1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10

Figura 4.

1								
1/3			1/3			1/3		
1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9

El escenario que se da en la actividad debe ser reflexivo, comentado e individual.

***DESARROLLO:** Primero debemos utilizar la figura 1, que no contiene ninguna fracción, con la finalidad de observar que la unidad puede ser dividida en tantas partes que uno quiera sin modificar su estructura, haciendo mención en cada una de las partes en que se puede dividir. Posteriormente se utilizará la figura 2 que contiene las fracciones escritas, con la finalidad de dar el nombre a cada una de las partes. Por último utilizaremos la figura 3 y 4 para hacer la medición de la longitud de cada una de las fracciones. Haciendo las siguientes observaciones:

1.- $1/2 > 1/4$

6.- $1/9 > 1/10$

2.- $1 > 1/10$

7.- $5/6 > 6/9$

3.- $3/8 < 1/2$

8.- $3/4 < 9/10$

4.- $1/3 > 1/6$

9.- $1/2 > 1/3$

5.- $2/4 > 2/8$

10.- $2/5 > 3/10$

Para esta actividad los alumnos pueden recortar las figuras 3 y 4 para comparar con la figura 2. También con este material se puede trabajar las equivalencias de fracciones con las siguientes observaciones:

1.- $1/2 = 2/4$

2.- $2/3 = 4/6$

3.- $1/2 = 5/10$

4.- $1/3 = 3/9$

5.- $1 = 10/10$

***ESTRATEGIA IMPLICITA:** Consiste en que los alumnos manipulen las fracciones para comparar cual de ellas son más grandes, menores o iguales, puede resultar se una introducción a la equivalencia.

***INTERVENCION DEL DOCENTE:** La participación del docente en está actividad se centra en organizar la actividad e ir dando instrucciones a los alumnos.

***INTERVENCION DEL ALUMNO:** El alumno debe seguir las instrucciones para poder comparar las fracciones e ir reflexionando sobre las actividades que se le van presentando para posteriormente comentarlas en grupo.

3.7.- PROPUESTA DIDÁCTICA: ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar el todo?⁴⁶

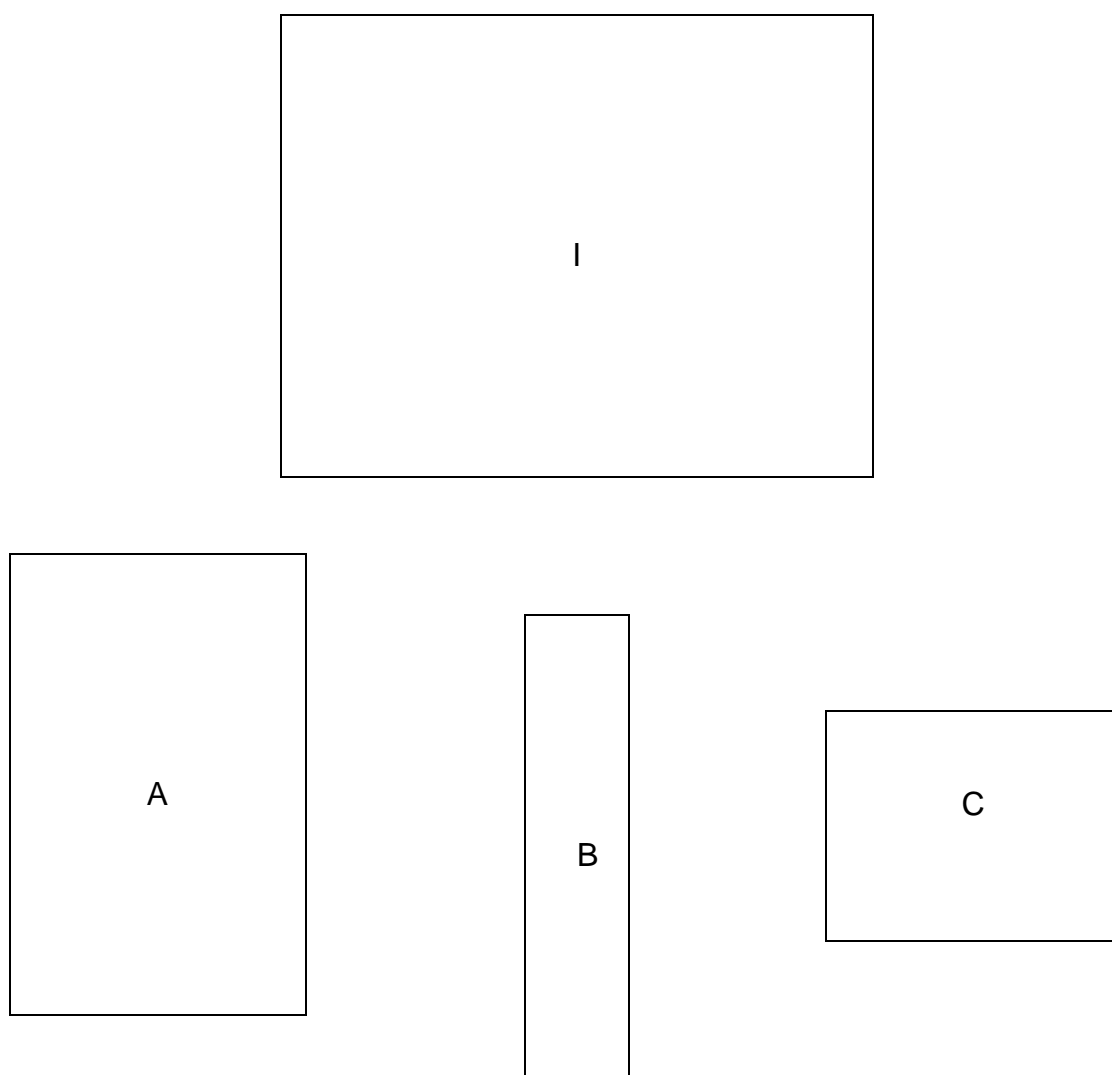
*TIPO DE ACTIVIDAD: Simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.

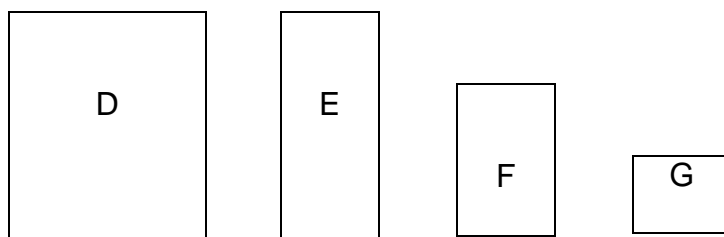
*OBJETIVO: El alumno determina cuántas partes se necesitan para recuperar el todo y qué fracción de este representa cada una de las partes conocidas.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 45 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Necesitamos una hoja para cada alumno que contengan las siguientes figuras:



⁴⁶ LORENZO González, Jaimes. “Análisis de las estrategia de enseñanza de las fracciones en el nivel básico del sistema educativo nacional “. 1985 CINVESTAV Pág. 226.



Necesitamos para realizar esta actividad que el trabajo sea de forma individual, ya que el propio alumno explorará las dimensiones de las figuras para construir su concepto de el todo y de las partes en que se pueden dividir.

*DESARROLLO: Dadas las partes (A, B, C, D, F y G.) de un todo (I), es necesario que el alumno determine cuántas partes se necesitan para recuperar el todo y que fracción de este representa cada una de las partes conocidas. Y para esto el docente debe de hacer las siguientes preguntas:

- ☉ ¿Cuántas veces caben A, B, C, D, E y G en I?
- ☉ ¿Qué parte de I representan cada uno de los rectángulos anteriores?
- ☉ ¿Qué parte de A es B?
- ☉ ¿Qué parte de A es C?
- ☉ ¿Qué puedes decir de B y D?
- ☉ ¿Qué puedes decir de C y E?
- ☉ ¿Qué puedes decir de A y E?
- ☉ ¿Qué puedes decir de B y C?
- ☉ ¿Qué puedes decir de I y G?

*ESTRATEGIA IMPLÍCITA: El alumno construye sin estar consciente que la unidad se puede repartir en una multitud de partes congruentes y que para la construcción de la unidad es necesario la medición para reconocer las veces que caben en "I" las partes conocidas.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: La actividad del docente es sólo de tipo indicativa e interrogativa,

*INTERVENCIÓN DEL ALUMNO: La actividad del alumno se centra en reflexionar, analizar y construir su propio conocimiento a partir del material manipulable.

3.8.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Regletas Cuisenaire.⁴⁷

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.

*OBJETIVO: Que los alumnos establezcan la medida de una longitud a partir de la comparación de otra longitud.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: 60 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Necesitamos una serie de 10 regletas de diferentes colores de longitud variable entre 1 y 10 centímetro y de 1 centímetro cuadrado de base.

NEGRO

ROJO

CAFÉ

MORADO

VERDE

AZUL MARINO

AZUL CLARO

NARANJA

AMARILLO

BLAN

⁴⁷ PERALTA, Javier. “Principios históricos para la enseñanza de la matemática”. 1995 Huenga Fierro Pág. 65

Necesitamos dividir al grupo en cuatro equipos, poniéndole a cada uno un nombre representativo para identificarlos.

*DESARROLLO: Cada alumno escoge el material que utiliza y participa coloreando cada una de las regletas del color que se indica con la finalidad de identificar la longitud de cada una. Posteriormente el alumno juega con las regletas para que asocie el color con la longitud de cada regleta. Por último en el pizarrón se anotan preguntas como las siguientes para que los niños busquen las respuestas a partir del material concreto.

- ⇒ ¿Cuál regleta mide la mitad que la regleta negra?
- ⇒ ¿Cuál regleta cabe 8 veces en la regleta café?
- ⇒ ¿Cuál regleta cabe dos veces a lo largo de la regleta azul claro?
- ⇒ ¿Cuál es la regleta que mide 4 regletas color amarillo?
- ⇒ ¿Qué parte es la regleta blanca de la regleta morada?

Al finalizar la actividad se compara los resultados y las estrategias que los niños utilizaron para responder a las preguntas.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: El alumno a partir de la experimentación aprende las propiedades de las regletas y adquiere el concepto de fracción.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: La actividad del docente se centra en organizar al grupo en equipos e indica los ejercicios que realizan los alumnos. Además concluye la actividad reflexionando la forma en cómo cada equipo solucionó el problema.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Tiene que relacionarse completamente con las regletas y reflexionar sobre sus propiedades con la finalidad de adquirir el concepto de fracción.

3.9.- PROPUESTA DIDÁCTICA: ¿Quién tiene más?⁴⁸

*TIPO DE ACTIVIDAD: Icónica y simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Introducción de la noción de fracción mediante la medición de magnitudes en casos sencillos.

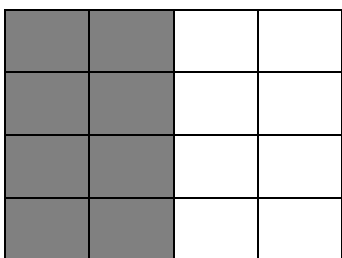
*OBJETIVO: Que los alumnos hagan comparaciones de magnitud sobre las fracciones.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: De 30 a 60 minutos.

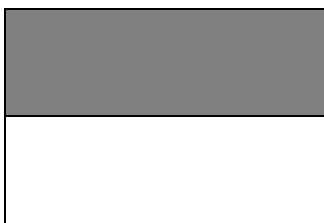
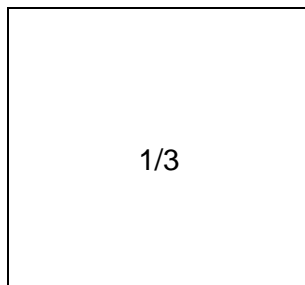
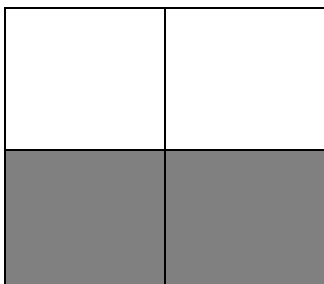
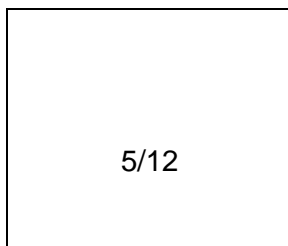
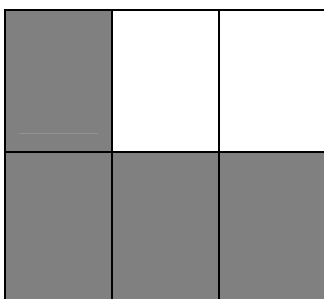
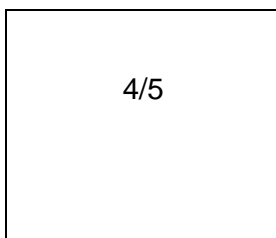
⁴⁸ MEZA Salas, Ernesto “Estrategias didácticas para que los alumnos de tercer grado de educación primaria conceptualicen y representen convencionalmente las fracciones comunes”. Chihuahua, Chih. UPN 1997 Pág.37

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Se necesitan cartas con fracciones y la problemática para decir quién gana en cada juego, que implica confrontación de conceptos. Ejemplos de cartas:

Debe de haber cartas que represente a la fracción de forma grafica.

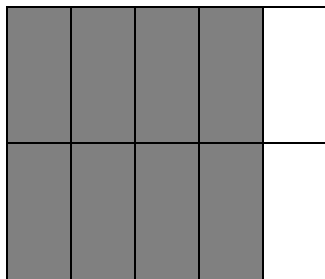


Debe haber otro conjunto de cartas donde se represente el número fraccionario.





$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{1}{4}$$

*DESARROLLO: Se integran en parejas el grupo con la finalidad de que cada uno saque su respectiva carta (gráfica o numérica), posteriormente se confrontan las fracciones que contienen cada una de las cartas y gana quien saca la carta de mayor valor. Para esto es necesario llevar un registro de los juegos ganados para que después de ganar un alumno se confronte con otro ganador y así sucesivamente hasta que pierda o gane, según sea el caso.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: La reflexión y discriminación de mayor o menor número fraccionario se encuentra presente de manera implícita.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Consiste en proponer a los alumnos el juego, solicitar que se integren en parejas y solicitar que se lleve un registro de los juegos ganados, es decir organizativa.

*INTERVENCIÓN DEL ALUMNO: Consiste en opinar sobre el juego y cuestionar sobre las reglas, integrarse en parejas, discriminar cual fracción es mayor o menor, llevar registro de los juegos ganados y sumar la puntuación con cada jugador ganador después de cuatro rondas.

3.10.- PROPUESTA DIDÁCTICA: El sombreado.⁴⁹

*TIPO DE ACTIVIDAD: Simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Representación convencional de fracción.

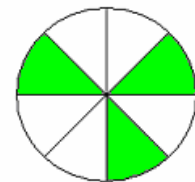
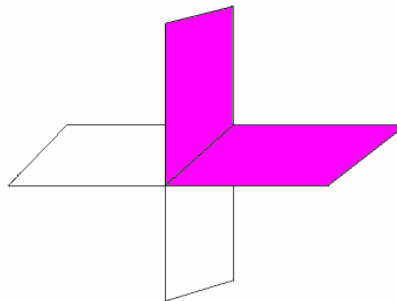
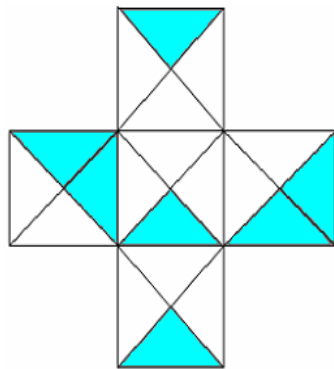
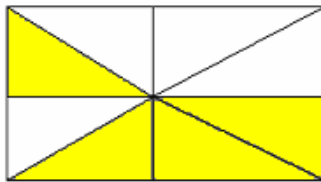
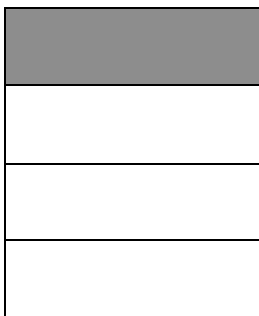
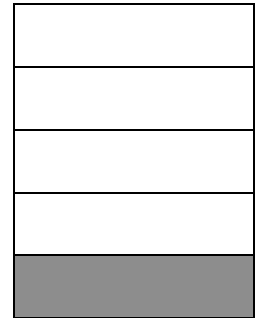
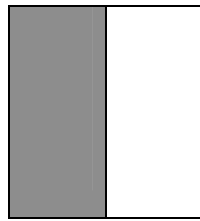
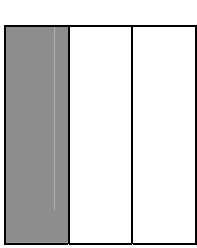
*OBJETIVO: Que el niño represente la noción de las diferentes fracciones.

⁴⁹ LORENZO González, Jaimes. “Análisis de las estrategia de enseñanza de las fracciones en el nivel básico del sistema educativo nacional “. 1985 CINVESTAV Pág. 206.

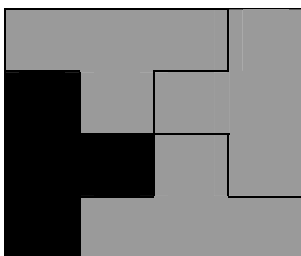
*TIEMPO DE APLICACIÓN: 30 minutos.

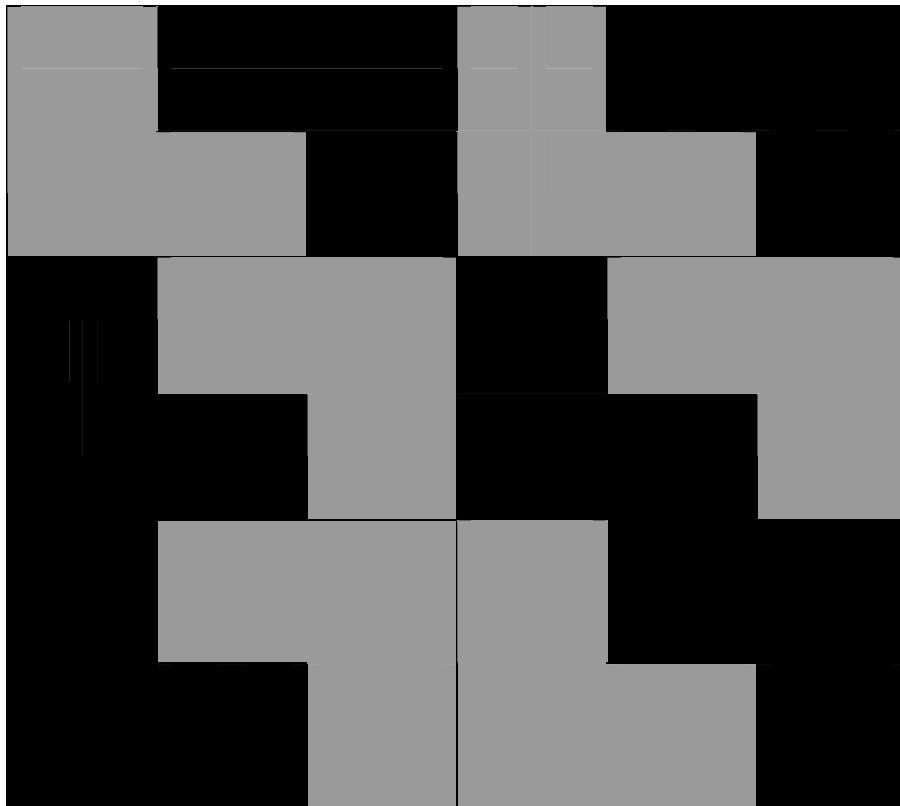
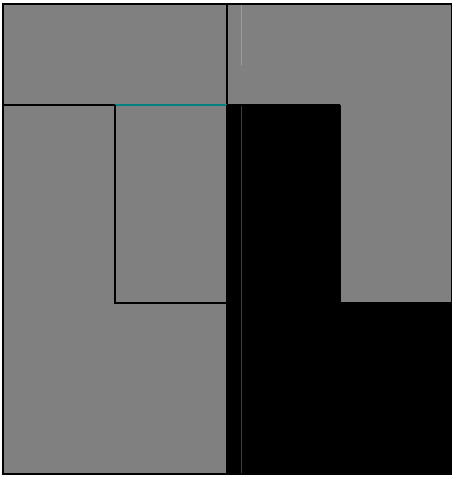
*MATERIALES Y ESCENARIOS: Se necesita de una hoja que contenga ejercicios parecidos a estos:

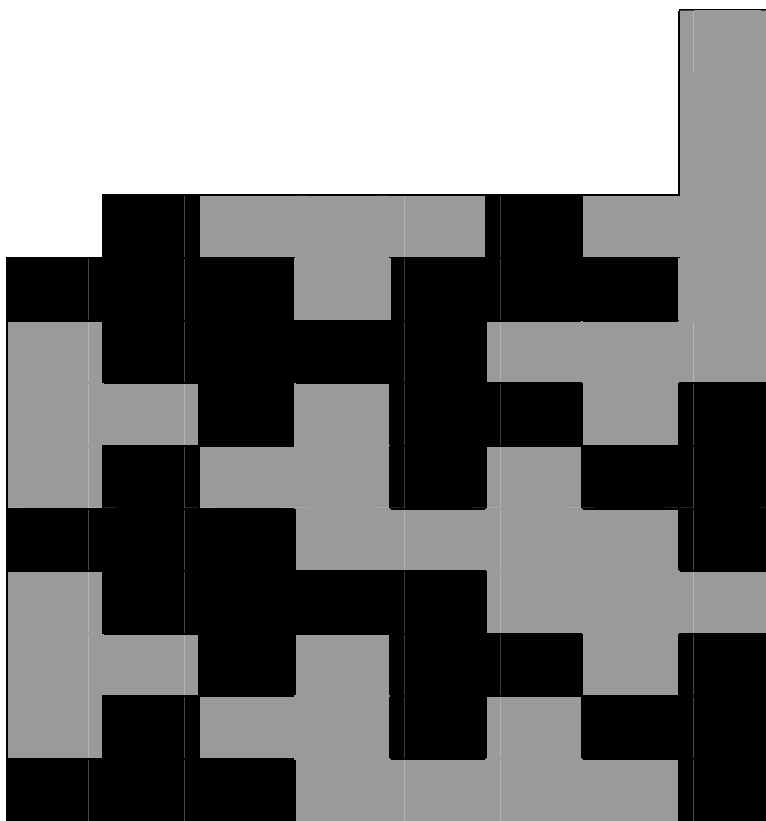
1.- ¿Qué parte del todo está iluminada?



2.- ¿Qué parte del todo está iluminada de negro?







El trabajo que se realizará con este tipo de ejercicio es individual.

*DESARROLLO: Cada alumno escriba en la línea de cada figura la fracción que corresponda. Después de haber puesto estos tipos de ejercicios se pueden ir complejizando para que el alumno maneje todas las fracciones existentes.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: Esta consiste en que el alumno practique el concepto de fracción en su forma de representación convencional.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Consiste en organizar la información para presentársela al alumno, en este caso los gráficos.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Consiste en reflexionar y utilizar sus conocimientos previos para escribir la representación convencional.

3.11.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Los cuadrados⁵⁰.

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Fracciones Equivalentes.

*OBJETIVO: Entender las fracciones que son equivalentes.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: de 30 a 60 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Hojas blancas o de colores.

*DESARROLLO: Se recortan tres cuadrados de 10 cm. de lado y el primero lo dividen a la mitad con un color rojo, el segundo lo dividen en cuatro partes y el tercero en ocho. Se ponen en fila y marcan la mitad cada uno y se les pregunta a los alumnos lo siguiente:

☺ Un medio es igual a _____ y es igual a _____.

Se pueden hacer preguntas como estás para el caso de que se esté trabajando con tercios.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: El alumno comprende por medio de la manipulación concreta que diferentes fracciones pueden ser equivalente.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Su función se centra en plantear preguntas referentes a las equivalencias de las fracciones a partir del material concreto.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: El alumno debe comparar las diferentes hojas para conocer cuales son equivalentes y cuales no.

3.12.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Tiras equivalentes.⁵¹

*TIPO DE FRACCIONES: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Fracciones equivalentes.

*OBJETIVO: Ejercitar las fracciones equivalentes.

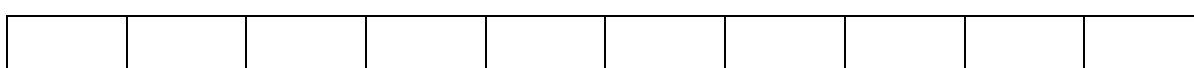
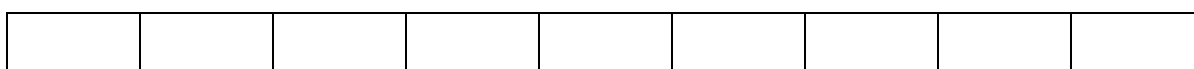
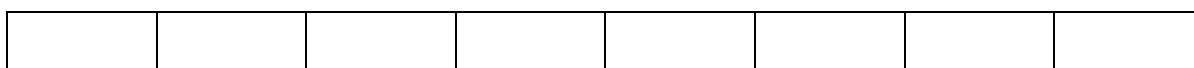
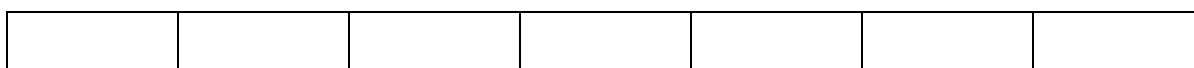
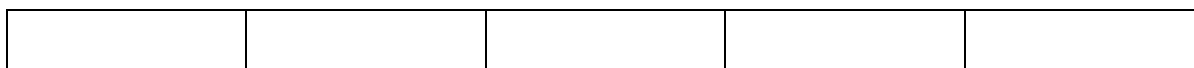
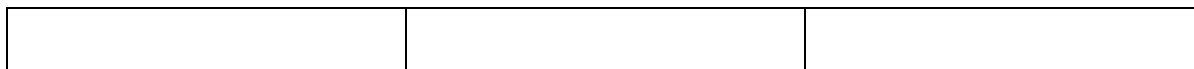
*TIEMPO DE APLICACIÓN: 60 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Cartulina, regla y tijeras. Para hacer esta actividad hay que trabajar en forma individual, siguiendo las instrucciones y cuestionando y respondiendo. En la cartulina se recortan nueve tiras de doce centímetros de largo por tres de ancho. Una tira se divide en dos partes iguales, otra tira en tres partes iguales, otra en cuatro partes iguales, otra en cinco partes iguales, otra en seis partes

⁵⁰ CALDERON, María Martha. "Ejercicios para el aprendizaje de las fracciones" UPN México, D.F. Julio 1999. Pág.52

⁵¹ Ibid. Pág.63

iguales, otra en siete partes iguales, otra en ocho partes iguales, otra en nueve partes iguales y la última en diez partes iguales.



*DESARROLLO: Cada alumno debe de poseer las nueve tiras. El docente da la siguiente indicación; colorear de la tira dividida en diez partes iguales la primera fracción y también de las otras tiras colorear la primera fracción. A continuación se realizan las siguientes preguntas:

- ♣ ¿Qué tira tiene el pedazo más pequeño y con menos color?
- ♣ ¿Qué tira tiene el pedazo más grande y con más color?

Después de contestar las preguntas se acomodan las tiras según la parte que se le ha coloreado empezando por la más pequeña y se responde a lo siguiente:

- ♣ ¿En cuántas partes se dividió la tira que tiene la parte más pequeña coloreada?

♣ ¿Cómo se llama cada parte?

♣ ¿Cómo se escribe?

Así se les pregunta a los niños con cada una de las tiras. Después se les pide que la tira que está dividida en cuatro partes le pinten otro cuarto, a la tira de los sextos que le pinten otro sexto, a la tira de los octavos que le pinten tres octavos, a la tira de los décimos se le pintan cuatro. Ya que tienen sus tiras pintadas se les pide que coloquen las tiras que tienen la misma parte pintada. Se le pregunta, ¿qué tiras tienen la misma parte pintada?, posteriormente se sacan las conclusiones del juego.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: Por medio de este juego el maestro verifica si realmente el alumno ha comprendido lo que son fracciones equivalentes.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Organiza la actividad y cuestiona a los alumnos con la finalidad de verificar si conocen las fracciones equivalentes. Entre las preguntas que puede hacer el docente son:

1. ¿Qué tiras son igual a $1/2$?

2. ¿Qué tiras son igual a $1/5$?

3. ¿Qué tira es igual a $1/4$?

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Su participación se centra en recordar la noción de fracción, la representación convencional de fracción y las fracciones equivalentes.

3.13.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Círculos de colores.⁵²

*TIPO DE AVTIVIDAD: Concreto.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Fracciones equivalentes.

*OBJETIVO: Conocer algunas relaciones de equivalencia.

*TIEMPO DE APLICACION: De 30 a 60 minutos.

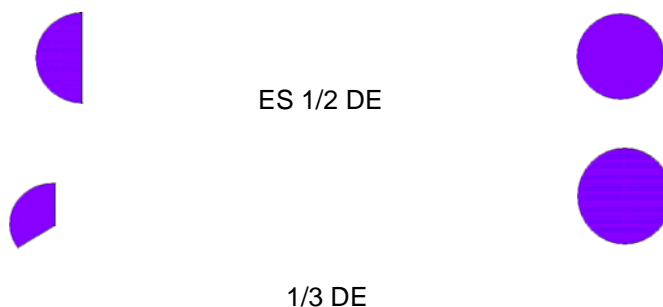
*MATERIALES Y ESCENARIOS: Seis círculos partidos cada uno en medios, tercios, cuartos, sextos, octavos y doceavos. Es un trabajo que se debe de hacer individual para que cada alumno reflexione en cada situación presentada.

Cada círculo es de un color, según el número de partes en que se encuentra dividido, para poder facilitar la distinción de cada parte, no únicamente por su medida se han tomado los denominadores 2, 3, 4, 6, 8 y 12, ya que aún siendo sencillos permiten establecer bastantes relaciones de equivalencia entre la partes.

⁵² Ibid. Pág.70

*DESARROLLO: Primero debemos contar cuántos trozos hay de cada color, después comprobar que los círculos obtenidos son del mismo tamaño aunque se encuentran divididos en distinto número de partes, posteriormente escribir estas observaciones, por ejemplo; el círculo verde se encuentra partido en dos partes, el círculo rojo está dividido en cuatro partes, etc.

A continuación es necesario nombrar y escribir simbólicamente la relación de cada pieza y círculo completo; por ejemplo:



Es importante ordenar las piezas según su tamaño con la finalidad de comparar cada pieza y saber si son equivalentes o no.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: En esta actividad el alumno conoce la representación de fracción en contexto continuo, además es capaz de fraccionar diagramas circulares y posteriormente rectangulares.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Es el encargado de presentar la actividad y de organizar los pasos para llevar a cabo esta actividad.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Reflexiona cada uno de los pasos que le marca el docente para comprender lo que son las fracciones en contextos continuos e identificar por medio de la comparación de los círculos divididos en diferentes números de partes la equivalencia que existen entre ellos.

3.14.- PROPUESTA DIDÁCTICA: La plastilina.⁵³

*TIPO DE ACTIVIDAD: Concreta.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Fracciones equivalencia.

*OBJETIVO: Que el niño compare fracciones.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: De 30 a 45 minutos.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Para esta actividad es necesario utilizar tres barras de plastilina de diferente color y que sean del mismo tamaño.

⁵³ Ibid. Pág.72

*DESARROLLO: Se coloca las tres barras de plastilina del mismo tamaño. Una se divide en medios, otra en cuartos y otra en octavos. Posteriormente a los alumnos se les hacen las siguientes preguntas:

- ⇒ ¿Cuántos medios tiene un entero?
- ⇒ ¿Cuántos cuartos tiene un entero?
- ⇒ ¿Cuántos octavos tiene un entero?

Si comparamos un medio con dos cuartos observamos que son iguales y que también es igual a cuatro octavos. Esta actividad se puede hacer con tercios, sextos y doceavos.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: Por medio de la manipulación el alumno adquiere visualmente el concepto de equivalencia de una determinada fracción con otra, además también conocerá cuales no pueden ser equivalentes.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Su actividad se centra en organizar al grupo para que se desarrolle la actividad, también es quien proporciona las instrucciones.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Es quien parte cada barra de plastilina en medios, cuartos y octavos; también es quien compara y hace una reflexión entre cuales de las fracciones son equivalentes y por qué.

3.15.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Problemas de la vida cotidiana.⁵⁴

*TIPO DE ACTIVIDAD: Simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Representación convencional y equivalencias de fracción.

*OBJETIVO: Que el alumno aplique los conocimientos ya adquiridos a problemas cotidianos.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: Es variable.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Es necesario plantear los siguientes problemas:

- ⇒ Arturo tiene una naranja y la dividió en dos partes del mismo tamaño y dio a Genoveva una parte. Arturo tiene ____ de naranja. Genoveva tiene ____ de naranja.
- ⇒ Sergio tiene una barra de chocolate, la corta en tres partes del mismo tamaño. Tomó una parte y dejó las otras dos en el plato. ¿Cuántas partes de la barra de chocolate tiene Sergio? ____ . Completa la siguiente oración: Sergio tomó ____ de la barra de chocolate. Hay ____ de la barra de chocolate en el plato.

⁵⁴ ALCANTAR Burrola, María Soledad. “Tesis: Estrategias didácticas que favorecen la comprensión y manejo de las fracciones y su transferencia a la vida cotidiana en los alumnos de tercer grado de educación primaria”. UPN Chihuahua, Chih. 2000 Pág. 76-85

- ⇒ Enriqueta tiene una manzana, la cortó en cuatro partes, cada una del mismo tamaño. Tomó una parte y dejó las otras tres en la charola. ¿Cuántas partes de la manzana tiene Enriqueta? ____.
- ¿Cuántas partes hay en total? ____.
- Enriqueta tomó ____ de la manzana. ¿Cuántas partes están en la charola? ____.
- ⇒ Juan tiene seis canicas y pierde una. ¿Qué parte perdió Juan? ____.
- ¿Cuántas partes tenía en total? ____.
- ¿Qué parte de canicas le queda? ____.

*DESARROLLO: El alumno tiene que responder a todos los problemas.

*ESTRATEGIA IMPLÍCITA: El concepto de fracción ya no sólo se centra en material manipulable o gráfico, sino que es ahora significativo y abstracto para el alumno, pues tiene que rescatar situaciones de su vida cotidiana y conocimientos nuevos para resolver las situaciones que se le plantea al alumno.

*INTERVENCIÓN DEL DOCENTE: Proporcionar los problemas y revisarlos.

*INTERVENCIÓN DEL ALUMNO: Se centra en reflexionar sobre las situaciones que se le plantean para encontrar una solución, esta solución la debe hacer desde la abstracción y debe aplicar los conocimientos previos.

3.16.- PROPUESTA DIDÁCTICA: Juego de cartas.⁵⁵

*TIPO DE ACTIVIDAD: Simbólica.

*TEMA CURRICULAR QUE ABORDA: Representación convencional y equivalencia de fracciones.

*OBJETIVO: Repasar equivalencia y representación convencional.

*TIEMPO DE APLICACIÓN: Variable.

*MATERIALES Y ESCENARIOS: Los participantes es de 4 a 6 niños.

Se necesitan doce cartas de preguntas así como las siguientes:

1. ¿Cuántas fracciones son menos que uno?
2. ¿Cuántas fracciones son iguales que uno?
3. ¿Cuántas fracciones son más grandes que uno?
4. ¿Qué fracción es igual a un medio?
5. ¿Qué fracciones son mayores que un medio?
6. ¿Qué fracciones son menores que un medio?

⁵⁵ JIMENEZ Rodríguez, Joaquín. “Revista: educación matemática. Propuesta metodológica sobre la enseñanza de las fracciones en la escuela básica”. Vol.2 No.1 Gpo. Editorial Iberoamérica. Abril 1990.

7. ¿Qué fracciones son equivalentes a dos medios?
8. ¿Qué fracciones son mayores que dos medios?
9. ¿Qué fracciones son menores que dos medios?
10. ¿Qué fracciones son equivalentes a un tercio?
11. ¿Qué fracciones son mayores a un tercio?
12. ¿Qué fracciones son menores a un tercio?

Ahora se necesitan 20 cartas de tres pulgadas por cinco pulgadas, se doblan por la mitad para que de las cuales deben contener las siguientes fracciones:

$1/2$, $2/2$, $3/2$, $4/2$, $5/2$, $1/3$, $2/3$, $3/3$, $4/3$, $5/3$, $1/4$, $2/4$, $3/4$, $4/4$, $5/4$, $1/5$, $2/5$, $3/5$, $4/5$, $5/5$.

*DESARROLLO: Seguir los siguientes pasos.

1. Barajar las cartas de preguntas y en el centro de una mesa apilarlas con la cara hacia abajo.
2. Amontonar las cartas doblada una sobre otra para pasarlas a un grupo de jugadores cada jugador toma una carta azarosamente de la pila, su contenido no puede ser vista por el jugador que la seleccionó, las cartas restantes también serán apiladas.
3. El coordinador o banquero toma una carta de la pila que esta en el escritorio, la cual la coloca al frente de otro jugador que no tenga la respuesta que le corresponda.
4. El jugador lee su carta de pregunta y el grupo tiene que identificar la fracción. Los demás participantes por su parte responderán si o no es la respuesta correcta y así continúan jugando. El alumno que contestó escoge otra carta doblada.
5. El ganador es quien pueda identificar correctamente su primera fracción.

*ESTRATEGIA IMPLICITA: Cuando se presenta este juego a los alumno es porque ellos ya tienen la noción de fracción, de equivalencia y de la representación convencional; es aquí donde el alumno es evaluado por la rapidez de su respuesta y su explicación.

*INTERVENCION DEL DOCENTE: Solo organiza a los alumnos.

*INTERVENCION DEL ALUMNO: Su intervención consiste en hacer uso de sus conocimientos previos y reflexionar de manera abstracta las respuestas a las preguntas.

CAPITULO 4: APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS APROXIMACIONES DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN EN UN GRUPO DE TERCER GRADO DE PRIMARIA.

4.1.- El diagnóstico.

Después de haber expuesto algunas aproximaciones didácticas para introducir a la noción de fracción a niños de tercer año de primaria, se procede a realizar la fase de aplicación en sujetos de prueba para después analizar los datos con el propósito de comprobar la funcionalidad que desempeña la didáctica en la enseñanza de fracciones.

Para proceder, primero se conoció las características que posee el grupo sujeto a prueba, y para ello se realizó un diagnóstico, el cual se utilizó para hacer una selección concreta de las aproximaciones que responden a las necesidades del grupo. Los aspectos que contiene el diagnóstico fueron aplicados únicamente al grupo de tercer grado que consta de 25 alumnos de la escuela primaria "Colegio Bilingüe Anglo Español" del ciclo escolar 2003-2004 en Tijuana, BC. Este diagnóstico tiene como finalidad servir de guía para reflexionar sobre los siguientes puntos:

- » La noción que se tiene sobre la matemática.
- » El gusto por la materia de matemática.
- » La relación de la matemática con la vida cotidiana del alumno.
- » La noción de fracción.
- » La relación de fracción con la vida cotidiana del alumno.

El diagnóstico realizado identificó la forma en que el grupo percibe las matemáticas, para lo cual inicialmente se hizo la pregunta ¿qué es la matemática?, varios de los alumnos presentaron confusión al leer la pregunta ya que nunca antes se les había cuestionado sobre el concepto de una determinada materia, esta confusión la expresaron de forma oral, pues preguntaban cómo debían contestar, a lo que se les respondió que debían responder su experiencia con la materia dentro de la escuela.

Después de un rato de analizar la respuesta 19 de los 25 alumnos, contestaron que son operaciones básicas: sumas, restas, multiplicaciones o divisiones; respuesta a la que no fue anexada otros contenidos que ya han visto como es la geometría, la solución de problemas, el tratamiento de la información, los números fraccionarios, etc.

Tal vez la respuesta obtenida se debe a que los alumnos han estado más en contacto, desde los primeros años de primaria, con estas operaciones y que todo lo que gira en torno de la matemática se relaciona con estas cuatro operaciones.

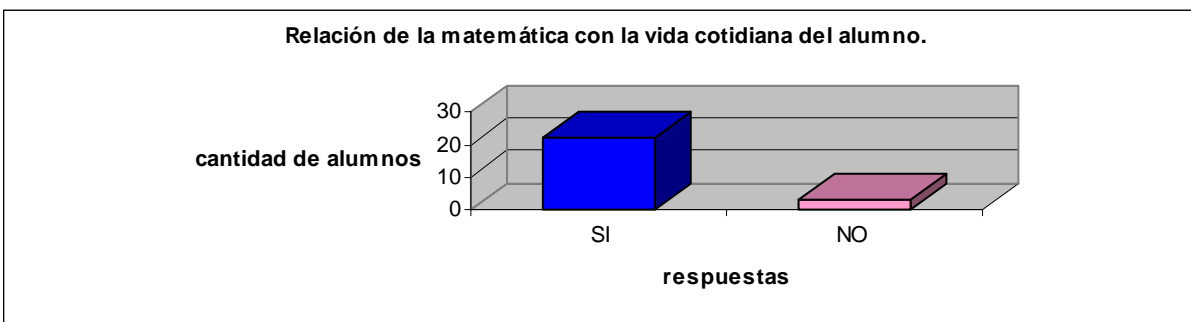
Posteriormente se aplicó otra pregunta que se refería a su gusto por la matemática, 14 de 25 contestaron que si, sustentando la mayoría que son divertidas, que se aprende a sumar, restar y multiplicar y que son importantes, mientras que los 11 alumnos restantes piensan de forma contraria, sustentando sus repuestas en: es una materia difícil, no son aptos para el desarrollo de esta pues suelen ser aburridas; las respuestas indican que el experiencia con la matemática no ha sido muy positiva para los alumnos, ya que la enseñanza que han recibido sólo se ha dedicado a transmitir los contenidos que marca un programa y a no dar un verdadero significado de estos en la vida cotidiana del alumno.

Después se les preguntó sobre si creían que es importante saber matemática, a lo que la mayoría respondió que si. 16 de los 25, sustentaron su respuesta en que son necesarias para la vida cotidiana y los restantes contestaron que eran necesarias para aprender, tal respuesta demuestra que sólo entienden a la matemática como parte de la escuela.

Los alumnos que inicialmente contestaron que no les gustaban la matemática respondieron a esta última cuestión que es importante la materia, ante esta respuesta concluyo que la afirmación planteada por los alumnos está influenciada por una parte de la sociedad y el megaconcepto que se tienen de ella, ya que se le considera como algo superior a las demás áreas del conocimiento humano, influencia que recae en los niños y quizá sea el motivo por el cual se dio tal respuesta.

También se les cuestionó sobre la relación que tiene la matemática con su vida cotidiana, 22 de 25 alumnos contestó que si había relación con su vida, esta respuesta está determinada según el concepto que la mayoría dio sobre la matemática, (las cuatro operaciones básicas), fundamentando la respuesta de 15 niños en la ayuda que les da cuando van a la tienda, porque necesitan utilizar operaciones para que no les falte dinero, otros contestaron que la requerían para realizar la repartición de algún objeto entre sus amigos (fracciones), otro contestó que le sirve para contabilizar sus juguetes y otros fueron más generales contestando que les sirve en todas partes.

Aunque la utilidad de la matemática es limitada, los alumnos si identifican pocas aplicaciones en su vida cotidiana.



Después del cuestionamiento general de la matemática se centró las preguntas al tema de la fracción, la primera pregunta fue ¿Qué son las fracciones?, a la cual le dieron las siguientes definiciones:

⇒ Nueve alumnos contestaron que es la repartición de un objeto.

Es una respuesta que sólo le falta mencionar que la repartición de las partes de un todo debe sumar el entero, aunque se hayan repartido en cualquier número de partes.

⇒ Siete alumnos contestaron que es la mitad de un entero.

Respuesta que no define lo que es fracción, pero se responde como una aplicación de la noción, a estos alumnos todavía no les queda claro que el entero no sólo lo podemos dividir en dos partes, sino que lo podemos repartir en una cantidad ilimitada de partes.

⇒ Cinco alumnos contestaron que eran un entero, un medio, un tercio, etcétera.

Estos alumnos consideraron en escribir la representación convencional de la fracción, dejando de lado el punto central que era definir el concepto únicamente de fracción, esto es antes de comprender la relación parte-todo se les introdujo la representación convencional en su anterior curso.

Las siguientes respuestas tienen la idea pero no la concretan en un contenido matemático:

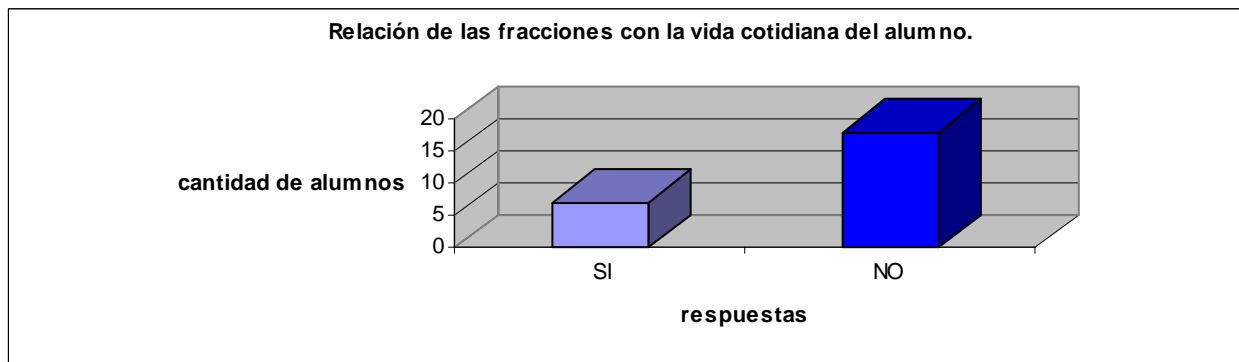
⇒ Dos no contestaron.

⇒ Uno es un tipo de suma.

Ambas respuestas aunque no plasman el concepto de fracción, pero si estamos seguros que tienen como conocimiento previo situaciones de la vida cotidiana que tienen que ver con la repartición de un entero y esto lo utilizan aunque no están conscientes de ello en situaciones como una fiesta de cumpleaños en donde se tiene un pastel el cual debe ser repartido entre los invitados. Es una acción que ellos conocen y realizan comúnmente, olvidando en la escuela las acciones que realizan en su cotidianeidad.

⇒ Uno contestó que son como partes de una figura simétrica.

En esta respuesta se dio una confusión ya que el alumno maneja la simetría, concepto que en ese momento se estaba manejando en el libro de matemáticas por lo que el alumno no entendió realmente cuál era la diferencia entre las fracciones y la simetría. Este punto posteriormente se aclaró con el alumno con el propósito de que más adelante no tuviera confusión con los próximos ejercicios de fracciones. Posteriormente se le preguntó a los alumnos si han utilizado las fracciones en su vida cotidiana 18 de 25 alumnos contestaron que no. Creo que la respuesta está condicionada por la poca información que los alumnos tienen sobre la aplicación de las fracciones, es decir, en esta etapa, no ha quedado claro que las fracciones las podemos encontrar en nuestra vida cotidiana.



Con la información recabada con este diagnóstico se puede observar que no se ha trabajado en los alumnos la relación que existe entre el conocimiento matemático y su vida cotidiana, pues los alumnos identifican pocas aplicaciones de la matemática dentro de su vida cotidiana, específicamente de la fracción pues no la consideran como parte de su vida cotidiana.

Aunque ya tienen más relación con algunos contenidos como la geometría, la suma o la resta, los utilizan en casos muy concretos como es la compra y venta de productos en una tienda o simplemente se quedan encerrados en el salón de clases, dejando a un lado toda la matemática que se encuentra en la cotidianidad.

Para poder hacer la inclusión y exclusión de las aproximaciones didácticas se realizó primeramente una clasificación a las actividades dependiendo de la característica que presenta cada una, ya sea concreta, icónica o simbólica. Debido al diagnóstico realizado, el grupo responde positivamente a todo aquello que tenga que ver con lo concreto ya que a los alumnos se les dificulta lo abstracto y lo general, por lo tanto se tomó en cuenta cinco actividades concretas, tres icónicas y dos simbólicas, con el propósito de manejar las tres formas, además que algunas aproximaciones resultan ser complejas o simplemente se lleva tiempo para trabajarlas, por tales razones se seleccionaron determinadas aproximaciones didácticas.

La aplicación de las aproximaciones fue en el siguiente orden:

- ⇒ Introducción de la noción de fracción, mediante reparto de casos sencillos: para desarrollar este punto se puso en práctica las siguientes aproximaciones, *particiones, el avión y orden de las fracciones*.
- ⇒ Introducción de la noción de la fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos: para este punto se puso en práctica, *¿cuántas partes se necesitan para recuperar el todo?, regletas cuisenaire y el sombreado*.
- ⇒ Representación convencional de las fracciones: para este punto se aplicó, *hojas equivalentes y se retomó orden de las fracciones*.
- ⇒ Equivalencia de fracciones: se aplicó la aproximación didáctica de *la plastilina* y se retomó *hojas equivalentes*.

Se planteó también una situación donde se hizo el uso de las fracciones en la vida cotidiana con la finalidad de concretizar los puntos anteriores. Esta situación no fue la primera ni la única, pues el libro del alumno encierra ejercicios donde se hace una relación de la vida cotidiana con el tema de fracciones, entre estos ejercicios está la lección 3: *Banderas de colores*, lección 8: *Las trenzas de Mónica*, lección 22: *Un paseo en el zoológico*, etc.

4.2.- Propósito del análisis a los resultados obtenidos al aplicar las aproximaciones didácticas.

En este apartado se expondrán los resultados obtenidos en la aplicación de las aproximaciones didácticas que se aplicaron a un grupo de tercer año de primaria en el “Colegio Bilingüe Anglo Español.” Durante esta intervención pedagógica se llevó un registro sobre los hechos y resultados que se obtenían al aplicar el ejercicio, el cual sirvió como una fuente para hacer el análisis de las estrategias didácticas que previamente se seleccionó de acuerdo a las características del grupo, las cuales fueron detectadas por el diagnóstico que previamente ya se explicó.

El análisis de cada actividad tiene el propósito de observar los alcances obtenidos al emplear aproximaciones didácticas para enseñar la noción de fracción en tercer grado, además se pretende reflexionar si el alumno puede aprender una noción a partir de situaciones cotidianas que encierren cuestiones matemáticas que son llevadas a la práctica escolar.

4.3.- Cronología de la aplicación de las aproximaciones didácticas.

En este apartado se ha incluido una secuencia que describe el desarrollo por sesiones de las aproximaciones didácticas empleadas para realizar este estudio; secuencia que contiene de forma general: nombre de la actividad, fecha, contenido curricular y el objetivo que alcanza cada actividad.

SECUENCIA DE ACTIVIDADES.			
Actividad	Fecha	Contenido	Objetivos
Particiones.	septiembre del 2003	Introducción de la noción de fracción mediante el reparto de la unidad en dos partes.	Los alumnos deben analizar lo que representa la mitad en un todo.
El avión.	septiembre del 2003	Introducción de la noción de fracción mediante el reparto en casos sencillos.	Entender las fracciones por medio de una situación de la vida cotidiana.
Orden de las Fracciones.	octubre del 2003	Introducir la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.	Que el alumno compare la longitud de las diferentes fracciones en las que se puede partir la misma unidad.
¿Cuántas partes se necesitan para recuperar el todo?	febrero del 2004	Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.	El alumno determinará cuántas partes se necesitan para recuperar el todo y que fracción de este representa cada una de las partes conocidas.
Regletas Cuisenaire.	febrero del 2004	Introducción de la noción de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.	Que los alumnos establezcan la fracción de una longitud a partir de la comparación de otra longitud.
El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminada?	3 de marzo del 2004	Representación convencional de fracción.	Que el niño represente la noción de las diferentes fracciones.
El sombreado. ¿Qué parte del todo esta iluminada de negro?	19 de marzo del 2004	Representación convencional de fracción.	Que el niño represente la noción de las diferentes fracciones.
Hojas equivalentes.	29 de marzo del 2004	Fracciones equivalentes.	Que el niño compare las fracciones y encuentre las equivalencias de cada una.
La plastilina.	6 de abril del 2004	Fracciones equivalentes.	Que el niño compare las fracciones y encuentre las equivalencias de cada una.
Problema de la vida cotidiana.	Mayo 2004	Reparto.	Que el alumno realice de forma abstracta el ejercicio.

4.4.- Análisis de las aproximaciones didácticas aplicadas al grupo de tercer grado de primaria.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de las aproximaciones didácticas, dichos resultados no solo son expuestos, sino también se analizan los errores que los alumnos cometieron a resolver alguna aproximación didáctica.

Algunas de las aproximaciones didácticas trabajadas por los alumnos y el diagnóstico se encuentran en la parte de ANEXO de esta tesis.

4.4.1.- SITUACION DIDÁCTICA 1: Particiones (repartir una hoja en dos partes).

Desarrollo: En esta sesión, cada alumno simuló que una hoja tamaño carta es un pastel rectangular, el cual se repartió en dos partes, la condición es que a cada parte le debe tocar la misma cantidad de pastel y no debe de sobrar nada. Se les dio 15 minutos para que concretaran la repartición.

Análisis: posteriormente los pedazos obtenidos fueron mostrados, y los resultados fueron los siguientes:



Fig. 1

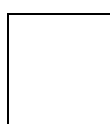


Fig. 2

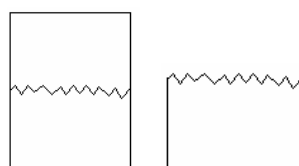
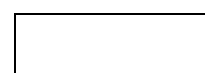


Fig. 3

La repartición presentó algunas dificultades para ciertos alumnos, ya que su división no cumplió la condición: cada parte debe ser equivalente con la otra, este corte de hoja se realizó por la falta de un instrumento adecuado para llevarlo a cabo por lo que primero se comparó las dos partes de esta división y se propuso que los niños debían observar que no eran iguales con la finalidad de repetir el ejercicio. Por otro lado los alumnos que repartieron en partes equivalentes no presentaron ninguna dificultad, pues al comparar las partes se cumplió las dos condiciones para realizar un buen reparto: igualdad de las partes (que se comprobó superponiéndolas) y que la unión de las partes construyen el entero. La forma de reparto que coincidió entre la mayoría de los alumnos fue la 1 ya que la instrucción dada al inicio de la actividad movilizó una acción simple y familiar para los niños. La primera parte del ejercicio no tuvo ninguna dificultad, parecía que los alumnos estaban más relacionados con esta forma de fraccionar.

Posteriormente se observó que los alumnos no apreciaron la existencia de otras formas de cómo repartir el pastel en dos partes iguales, ante esta situación se les cuestionó si había otras formas de repartir el pastel, cuestionamiento al cual no respondieron por lo que se les mostró las posibles formas de la repartición:

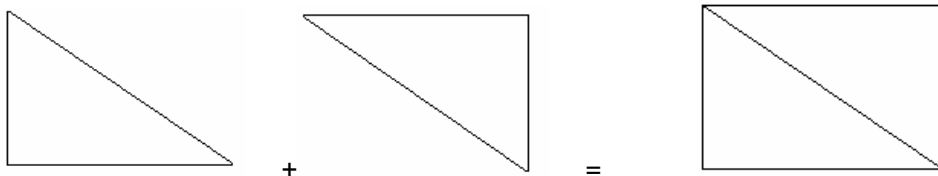


Fig. 4

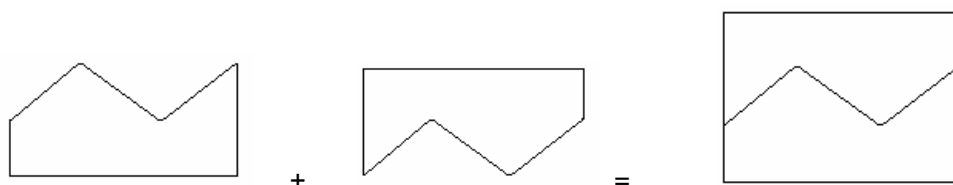


Fig. 5

Antes de que pudieran verificar la congruencia de las partes, muchos niños dudaban que las partes fueran iguales tal afirmación la proporcionaban porque su visualización era que una parte era más ancha que la otra, por lo que se les indicó que cada quien averiguara si los pedazos son iguales de cada caso, para ello se les entregó a cada alumno dos hojas tamaño carta. Posteriormente pasa al pizarrón un voluntario para demostrar la equidad de cada una de las partes, quien verificó utilizando la yuxtaposición de las partes comprobando sin ninguna dificultad, dejando a un lado la percepción que tenían al inicio, saltando dicho conocimiento a la fase familiarización-reinversión como lo marca Regine Douady en su dialéctica herramienta-objeto.

4.4.2.- SITUACION DIDÁCTICA 2: El avión.

Desarrollo: Al grupo se le plantea una situación que consiste en que los alumnos viajaran en un avión, si no va el número indicado de alumnos se caerá, si sobran niños quedan fuera y salen del juego. Posteriormente se planteó que van dos aviones y sólo pueden llevar cada uno la mitad del grupo. Los alumnos no presentaron problema en repartir al grupo en dos partes ya que en un avión entraron 12 alumnos y en el otro los 12 restantes, con esta repartición queda 1 alumno sin lugar por lo tanto salio del juego.

Análisis: La repartición se da en un contexto discreto conformado por conjuntos globales (en este caso son los alumnos) que aunque anteriormente no se había trabajado este contexto con el grupo, pudieron repartirse en las cantidades señaladas sin ningún problema pues están más relacionados con la repartición

entre dos partes iguales que con los repartos en tercios, cuartos, quintos y séptimos, aunque sean fracciones que ya se habían visto en clase siguen presentando dificultad en los alumnos para aterrizar el contenido a esta situación que es muy común en nuestra vida cotidiana. La utilización de este tipo de contextos ayuda a que el niño amplíe su esquema de relación parte-todo para que le encuentre significado y aplicación.

4.4.3.- SITUACION DIDÁCTICA 3: Orden de las fracciones.

Desarrollo: para este ejercicio se les proporcionó a los alumnos las figuras 1 y 2 de las páginas 52 y 53 del presente trabajo. La figura 1 maneja la división de una hoja en diez partes iguales y cada parte está dividida en un entero, dos medios, tres tercios, cuatro cuartos, etc.

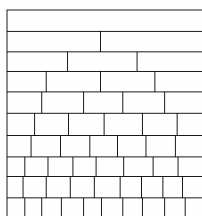


figura uno

Esta figura se trabajó de la siguiente forma, primero se les pidió que observaran la figura que tenían en la fotocopia, para posteriormente preguntar las características que contenía la figura.

Análisis pregunta 1: Las respuestas obtenidas se centraron en rescatar las características que presenta el dibujo, es decir que es un rectángulo dividido en 10 partes y cada parte tiene otras divisiones. Poniendo en acción los conceptos matemáticos previos como herramientas para resolver la situación, esto es a lo que Regine Douady llama fase antiguana.

Después se les preguntó si estas divisiones las podríamos llamar fracciones

Análisis pregunta 2: Nuevamente los alumnos hicieron uso de sus conocimientos previos para dar respuesta, tales conocimientos fueron rescatados de la cotidianeidad del alumno o de los conocimientos del curso anterior ya que la respuesta fue inmediata y correcta.

Como la respuesta obtenida fue la esperada se continuó el ejercicio con la figura dos, la cual se parece a la primera sólo que ahora tiene cada división su representación numérica.

1									
1/2					1/2				
1/3			1/3			1/3			
1/4		1/4		1/4		1/4			
1/5		1/5		1/5		1/5			
1/6		1/6		1/6		1/6			
1/7		1/7		1/7		1/7			
1/8		1/8		1/8		1/8			
1/9		1/9		1/9		1/9			
1/10		1/10		1/10		1/10			

figura 2

Con esta figura se les presenta a los alumnos la representación convencional de las fracciones desde el entero hasta los décimos. Para lograr esto se les preguntó si conocían el nombre de la tira dividida en dos partes, a lo que respondieron que no, entonces se procedió a darles el nombre que le corresponde a cada división y cual la representación numérica de cada tira. Posteriormente se recortó la figura uno y se dividió por fracciones, después se les pidió que hicieran una comparación entre los recortes con la lámina uno para que buscaran cuáles eran las similitudes con la figura dos, a lo que contestaron que era lo mismo pero sin número fraccionarios, después se les pidió que nombraran cada fracción en la figura uno recortada, las respuestas obtenidas fueron el 68% de los alumnos retuvieron la información y el 32% restantes sus respuestas fueron erróneas por lo que los resultados quedaron así, 8 alumnos no contestaron correctamente y 17 lo hicieron de forma correcta. Este ejercicio tuvo la finalidad de acercar a los alumnos a la representación convencional de fracción.

4.4.4.- SITUACION DIDÁCTICA 4: ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar un todo?

Desarrollo: En esta ocasión al grupo se le proporcionó una hoja donde están impresas las figuras en las páginas 56 y 57 que vienen en el presente trabajo. Posteriormente se les indicó que recortaran todas las figuras para poder manipular el material, después se pidió que observaran cuantas partes se necesitan de las figuras A, B, C, D, E para construir la figura I. Al término de la manipulación se concreto el trabajo en seis preguntas que continuación se analizan las respuestas que dieron los alumnos:

La pregunta uno: ¿Qué fracción representa la figura A con respecto a la figura I?

Esta pregunta tuvo cinco niños que contestaron de forma incorrecta de los 25 alumnos, es decir 80% contestaron, la figura A representa 1/2 de la figura I, mientras que el 20% restante contestó lo siguiente:

- ⇒ Dos alumnos contestaron 2/1, esta respuesta fue considerada incorrecta por la mala colocación de los números, lo que los alumnos quisieron responder era 1/2, pero su colocación no fue la adecuada.

- ⇒ Dos alumnos contestaron 2, es una respuesta que maneja números naturales en lugar de números fraccionarios ya que la lógica que se utilizó fue que la figura A cabe dos veces en la figura I.
- ⇒ Un alumno contestó $2/2$, esta respuesta fue incorrecta porque no se entendió la pregunta, ya que la interpretación fue ¿Cuántas A necesitan para I?

$$A + A = I \quad \text{o} \quad 1/2 + 1/2 = 2/2$$

La segunda pregunta fue: ¿Qué fracción representa la figura B con respecto a la figura I? En esta ocasión 16 de los 25 alumnos contestaron de forma incorrecta, es decir 64% contestaron que la figura B representaba $1/6$ de la figura I y 64% de los alumnos contestaron:

- ⇒ Cuatro alumnos contestaron que B representaba $6/1$ de I, se considera incorrecta por la colocación errónea de los números, la idea del alumno era representar un sexto.
- ⇒ Un alumno contestó que B representaba $4/4$ de la figura I, esta respuesta se debe a que no se entendió la pregunta.
- ⇒ Un alumno contestó $1/8$, esta respuesta equivocada se debe a que no se midió bien la parte que representaba la figura B en I.
- ⇒ Seis alumnos contestaron que $1/5$ representa B en I, también estas respuestas se deben a que no se midió bien la figura B.
- ⇒ Tres alumnos contestaron que $1/4$ representaba B en I, nuevamente no se midió bien la figura.
- ⇒ Un alumno contestó que $2/1$, es un alumno que todavía tiene confusión en representar convencionalmente las fracciones, por lo tanto el ejercicio no fue significativo para él.

La tercera pregunta fue: ¿Qué fracción representa la figura C con respecto a la figura I?

9 niños de los 25 alumnos contestaron de forma incorrecta, es decir 64% de los alumnos contestaron que la figura C representa $1/4$ de la figura, mientras que los 36% restantes contestaron:

- ⇒ Tres alumnos contestaron que C representa $4/1$ de I, la respuesta es incorrecta porque hay una incorrecta colocación en la fracción, la idea del alumno era escribir un cuarto.
- ⇒ Dos alumnos escribieron 4 pedazos de C construían I, es decir

$$C + C + C + C = 4 \text{ pedazos} \quad \text{y} \quad C + C + C + C = I$$

- ⇒ Cuatro alumnos contestaron $6/6$, $1/9$, $1/6$; respuestas que se consideran incorrectas por la mala medición de la longitud de cada figura.

Pregunta cuatro: ¿Qué fracción representa la figura D con respecto a la figura I? 8 niños de los 25 alumnos contestaron incorrectamente, es decir el 68% del grupo contestó que D representa $1/6$ de la figura I, mientras que el 32% restante contestó lo siguiente:

⇒ Dos alumnos contestaron que D representa $6/1$ de I, nuevamente surge la mala colocación de los números fraccionario, lo que el alumno quería escribir era un sexto y se puede observar que los alumnos todavía no entienden como escribir la representación convencional de una fracción.

⇒ Dos alumnos contestaron que la figura D cabe 6 veces en I, es decir

$$D + D + D + D + D + D = 6 \quad \text{y} \quad D + D + D + D + D + D = I$$

⇒ Un alumno respondió que representaba $6/6$, es decir para construir I se necesitan 6D pero como representa la D sextos escribió que era $6/6$.

⇒ Dos alumnos contestaron que D representaba $1/4$ y $1/8$ respectivamente de I, el problema de esta respuesta es, los alumnos no midieron bien la figura D en I.

⇒ Un alumno contestó $4/1$, en las respuestas que ha dado el alumno persiste esta situación de colocar erróneamente la representación convencional y lo que es una fracción como medición.

Pregunta 5: ¿Qué fracción representa la figura E con respecto a la figura I?

15 alumnos de los 25 que componen al grupo presentó mayor dificultad al responder esta pregunta, el 40% del grupo contestaron que la figura E representa $1/12$ de la figura I, mientras que el 60% contestó lo siguiente:

⇒ Nueve alumnos respondieron 11 de E, $1/16$, $1/10$, $1/15$, $12/1$, $1/6$, respuestas que se condicionan porque la figura E es muy pequeña y fue difícil percibir que fracción representaba de I. Además es la primera vez que se maneja con el grupo el doceavo.

⇒ Dos alumnos contestaron que se necesitaban 12 veces E para construir I, su error consistió en que no representaron de forma fraccionaria la figura E.

⇒ Tres alumnos respondieron $3/1$ y $5/1$ este resultado se debe a que los alumnos no entendieron el ejercicio.

⇒ Un alumno respondió que para completar I debía tener $12/12$ de E, es decir 12 D para construir I y D representa a los doceavos.

Pregunta 6: ¿Qué representa I? Sólo dos alumnos de los 25 contestaron incorrecto, es decir 92% contestó que representaba al entero y el 8% contestó lo siguiente:

⇒ Un alumno no contestó

⇒ Un alumno respondió que $1/10$ era lo que representaba I, tal vez no entendió la pregunta o ya era demasiado monótono trabajar con figuras que estuvieran en blanco y negro.

Análisis: En las cinco primeras preguntas los errores coinciden porque el propósito que se persigue con la actividad es la comparación de partes con respecto al entero para conocer qué fracción representa cada figura con respecto al entero. Uno de los errores que se repitió en las cinco preguntas fue la errónea colocación de los números fraccionarios, por ejemplo $2/1$, esto es a lo que Salvador Linares llama “Efecto de distracción de los números naturales”, con esto nos damos cuenta que los alumnos no han comprendido cuál es la diferencia entre los números naturales y fraccionarios, para superar esta situación se debe seguir trabajando con los alumnos partiendo de sus errores e ir marcando la diferencia entre los dos tipos de números. Otro error que se presentó fue el número de veces que cabe cada figura ya sea A, B, C, etc. en el entero ó sea I, este tipo de respuestas que los alumnos no contestaron correctamente se debe a que la pregunta no fue entendida, ya que se buscaba las fracciones que representaban A, B, C, etc. Con respecto a I y no las veces que cabe cada figura en I.

Otro tipo de respuesta que se generó con la actividad fue la suma de las figuras, ya que los alumnos entendieron la pregunta de la siguiente forma ¿Cuántas partes se necesitan para I? y no la fracción que representa cada figura con respecto a la I. Otras respuestas resultaban ser incorrectas porque los alumnos no median bien el número de veces que cabían las figuras en el entero, para después encontrar la fracción que representaba la figura en cuestión. Los alumnos que no contestaron o que su respuesta fue incorrecta para la pregunta seis se debió a que no entendieron el propósito de la cuestión, ya que continuamente se manejó que I era el entero.

Conclusión del ejercicio:

ALUMNOS		ERRORES	TOTAL DE ERRORES
	7	0	---
	4	1	4
	5	2	10
	4	4	16
	5	5	25
total	25	12	55 errores de 150 reactivos

7 alumnos tienen 100% de aprovechamiento en el ejercicio.

4 alumnos tienen 83.3% de aprovechamiento en el ejercicio.

5 alumnos tienen 66.6% de aprovechamiento en el ejercicio.

4 alumnos tienen 33.3% de aprovechamiento en el ejercicio.

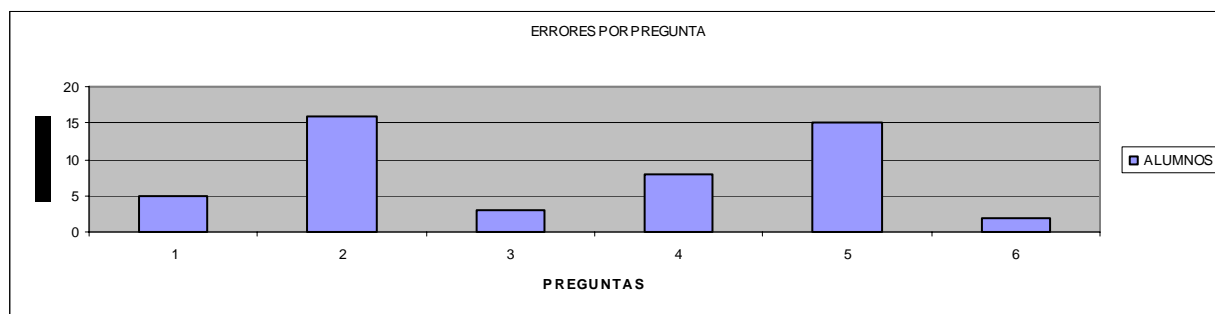
5 alumnos tienen 16.6% de aprovechamiento en el ejercicio.

- En general los alumnos del grupo de tercer grado de primaria tuvieron un aprovechamiento con el ejercicio del 63.3%.
- Entre las preguntas que tuvieron mayor dificultad para los alumnos fueron:

1º. Pregunta 2 con 16 niños.

2º. Pregunta 5 con 15 niños.

3º. Pregunta 3 con 9 niños.



4.4.5.- SITUACION DIDÁCTICA 5: Regletas Cuisenaire.

Desarrollo: De forma individual el grupo resolvió el ejercicio de la página 58 del presente trabajo, que son unas varas de papel que deben ser de colores para distinguirse unas de otras, para hacer esta diferencia se les pidió a los alumnos que las colorearan de determinados colores. Posteriormente cada alumno recortó las 10 varas ya coloreadas para que las manipularán y buscarán si se puede trabajar con ellas las fracciones, a lo que el grupo contestó que si porque hay mitades, enteros y décimos. Después de estas respuestas cada alumno debería contestar siete preguntas escritas manipulando el material.

A cada pregunta se hará el análisis de lo que respondieron los alumnos.

Pregunta 1: ¿Cuál regleta mide la mitad que la regleta negra?

23 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 92% del grupo contestó que la respuesta era azul marino, mientras que el 8% no contestó la pregunta.

Pregunta 2: ¿Cuál regleta cabe 8 veces en la regleta café?

23 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 92% del grupo contestó que la blanca, mientras que el 8% restante no contestó.

Pregunta 3: ¿Cuál regleta cabe dos veces a lo largo de la regleta azul claro?

23 alumnos contestaron que la de color amarilla, es decir el 92% del grupo contestaron correctamente mientras que el 8% restante no contestó.

Pregunta 4: ¿Cuál es la regleta que mide 4 regletas color amarillo?

23 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir que el 92% contestó que la de color café mientras que el 8% restante contestó lo siguiente:

- ⇒ Un alumno no respondió su ejercicio.
- ⇒ Un alumno contestó exacta, se confundió al colocar el nombre del color que midió y lo que escribió es que fue exacta.

Pregunta 5: ¿Qué parte es la regleta blanca de la regleta morada?

Al hacer la comparación de ambas regletas 24 alumnos contestaron correctamente, es decir que el 96% contestó $1/7$ mientras que el 4% no respondió.

Pregunta 6: ¿Qué fracción representa la regleta blanca?

24 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 96% contestó que la regleta blanca representaba $1/10$ mientras el 4% restante no respondió.

Pregunta 7: ¿Qué fracción representa la regleta naranja?

La regleta naranja era inexacta para todas las regletas, es por esta razón esta pregunta obtuvo mayor número de errores. 17 alumnos contestaron correctamente, es decir 68% de los alumnos respondieron que la regleta naranja no representaba nada mientras que el 32% contestó lo siguiente:

- ⇒ Seis alumnos contestaron que representaba $3/10$, se obtuvo esta respuesta porque la regleta es inexacta con todas aquellas regletas mayores que ella.
- ⇒ Un alumno respondió que representaba $1/5$, la razón de esta respuesta es porque no se hizo una adecuada medición de longitudes de todas las regletas.
- ⇒ Un alumno no contestó ninguna de las preguntas.

Análisis: Es un ejercicio que no presenta gran dificultad para los alumnos porque anteriormente se tuvo un ejercicio previo que tiene relación con este; ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar el todo? Es decir los alumnos pusieron en acción sus conocimientos previos para resolver la situación que se planteaba. El alumno que no contestó sigue presentando dificultad con el tema por lo que se tiene que trabajar con las inquietudes y errores de forma individual.

Conclusión del ejercicio:

ALUMNOS		ERRORES	TOTAL DE ERRORES
17		0	0
5		1	5
1		2	2
1		4	4
1		7	7
total	25	14	18 errores de 175 reactivos

17 alumnos tienen 100% de aprovechamiento con el ejercicio.

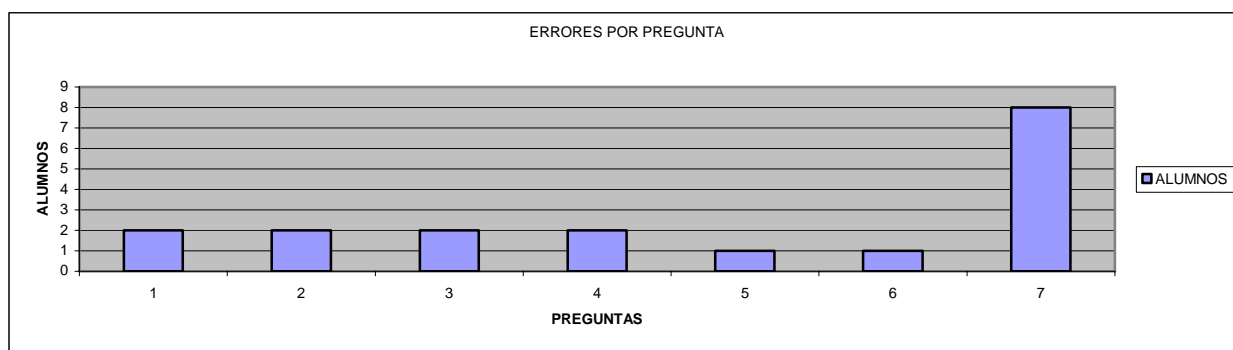
5 alumnos tienen un 86.6% de aprovechamiento con el ejercicio.

1 alumno tiene un 71.5% de aprovechamiento con el ejercicio.

1 alumno tiene un 42.85% de aprovechamiento con el ejercicio.

1 alumno no tiene ningún aprovechamiento con la situación didáctica propuesta.

- En general el grupo de tercer grado de primaria tuvo un aprovechamiento de 89.71% de aprovechamiento con la situación didáctica propuesta para trabajar medición de longitudes con fracciones.
- Entre las preguntas que presentaron mayor dificultad destacó la número 7.



4.4.6.- SITUACION DIDÁCTICA 6: El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminado?

Desarrollo: Para realizar esta actividad con el grupo primeramente se les proporcionó el ejercicio de la página 62 del presente trabajo. Posteriormente se le pidió al grupo que observarían las figuras y que describieran las características comunes, a lo que contestaron que se trataban de figuras geométricas divididas en partes iguales por lo tanto estábamos trabajando con fracciones. Después de hacer este análisis grupal se les pidió que respondieran la pregunta ¿Qué parte del todo está iluminada? Para cada figura.

Para cada figura a continuación se hará un análisis a aquellas que tuvieron error.

Figura1: Esta figura es un rectángulo en forma vertical, el cual representa al entero dividido en dos partes, donde una de estas está iluminada de negro. 25 alumnos contestaron que la parte coloreada representaba $\frac{1}{2}$ del rectángulo, es decir el 100% del grupo respondió correctamente, por lo tanto el grupo no tiene problemas al identificar los medios en una figura.

Figura 2: Esta figura es un rectángulo colocado en forma vertical, el cual está dividido en tres partes iguales, de las cuales una está coloreada de negro. De los 25 alumnos que contestaron este ejercicio 24 contestaron que la parte coloreada representa $\frac{1}{3}$ de la figura, es decir el 96% del grupo contestó correctamente mientras que el 4% contestó $\frac{2}{3}$ representan la parte coloreada de la figura, el problema al

responder erróneamente la pregunta ¿Qué parte del todo está iluminado? se centro en que el alumno se confundió, al responder la parte no iluminada de la figura, mientras que la pregunta hace referencia a la parte iluminada.

Figura 3: Esta figura es un rectángulo dividido en cuatro partes iguales donde una de estas partes está coloreada de negro. De los 25 alumnos que contestaron este ejercicio el 100% lo hizo correctamente.

Figura 4: Es un rectángulo dividido en cinco partes iguales donde una de estas partes es coloreada de negro. Los 25 alumnos que contestaron este ejercicio lo hicieron correctamente.

Figura 5: Esta figura es un rectángulo dividido en ocho partes iguales donde cuatro de estas partes están coloreadas de negro. De los 25 alumnos que contestaron este ejercicio el 100% lo hizo correctamente.

Figura 6: Esta figura es un círculo dividido en ocho partes iguales donde sólo tres de estas partes son coloreadas de negro. 22 alumnos contestaron correctamente el ejercicio, es decir el 88% contestó $3/8$ mientras que el 22% restante respondió lo siguiente:

- ⇒ Dos alumnos contestaron que la parte coloreada del todo era $3/7$, efectivamente son tres partes que están coloreadas del todo, pero el todo no son séptimos sino octavos por lo que el error se centró en no contar bien en cuantas partes estaba dividido el todo.
- ⇒ Un alumno contestó que la parte del todo iluminada era $3/5$, efectivamente son tres partes del todo coloreada, pero el todo no son quintos por lo que su error se centró en no contar bien en cuantas partes se dividió el todo.

Figura 7: Es una figura que tiene como característica de ser una cruz tridimensional, la cual está formada por cuatro extremos donde dos de sus extremos están coloreados de negro. Aunque tenía cierta dificultad en la colocación de esta figura 25 alumnos contestaron correctamente.

Figura 8: Es una cruz plana dividida en 20 partes, donde 7 fueron coloreadas de negro. 24 alumnos contestaron que la parte iluminada del todo era $7/20$, es decir el 96% contestó correctamente mientras que el 4% contestó lo siguiente:

- ⇒ Un alumno contestó que la parte iluminada de la figura $1/20$, efectivamente el todo está dividido en 20 partes iguales pero es un error que sólo una de estas partes esta coloreada de negro, su error se centro en no contabilizar correctamente las partes en que se dividió la figura.

Análisis: Es un ejercicio que no presentó gran dificultad por la razón de que con anterioridad ya se había trabajado el tema, la diferencia entre ambos ejercicios es que el sombreado. ¿Qué parte del todo está

iluminado? tiene mayor dificultad y a pesar de esto fue un ejercicio que tuvo gran significado para los alumnos.

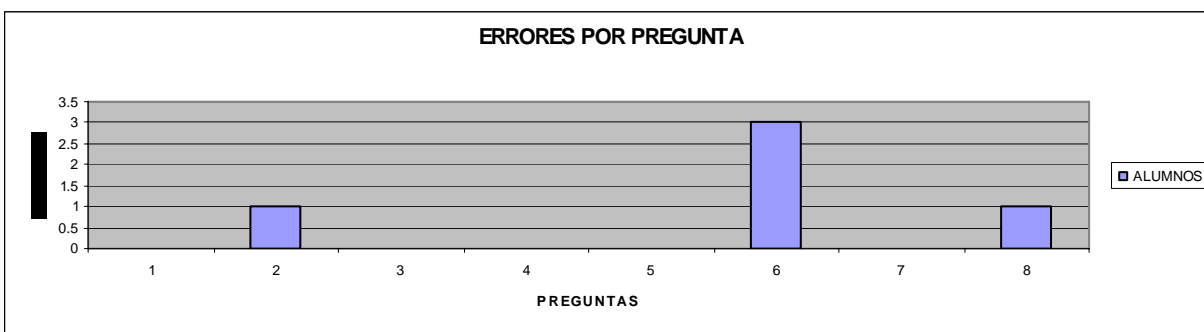
Conclusión del ejercicio:

	ERRORES	ALUMNOS	TOTAL DE ERRORES
	0	20	---
	1	5	5
total	1	25	5 de 200 preguntas

20 alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 100% con la situación didáctica empleada.

5 alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 87.5% con la situación didáctica empleada.

- o En general el grupo de tercer grado de primaria tuvo un aprovechamiento de 97.5% de aprovechamiento con la situación didáctica propuesta para trabajar fracciones en contexto continuo.
- o Entre las figuras que presentaron mayor dificultad destaco el número 6 con tres alumnos.

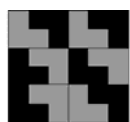


4.4.7.- SITUACION DIDÁCTICA 7: El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminada de negro?

Desarrollo: En esta ocasión al grupo se les proporcionó cuatro figuras de distintos colores y formas las cuales se pueden localizar en las páginas 62, 63 y 64 que vienen en el presente trabajo dentro del capítulo 3. Posteriormente se pidió al grupo que identificarán las características que diferencian cada figura, después recortaron cada figura en las partes que estaban divididas con la finalidad de manipular el material e identificar cuantas partes se necesitan para construir la figura. Al término de la manipulación y de la observación se concretó el trabajo en responder ¿Qué parte del todo está iluminado de negro? Las respuestas que proporcionaron a continuación se analizaron.

Análisis:

Figura1 Esta figura es un rectángulo en forma vertical, el cual representa al entero dividido en doce partes, donde seis de estas están iluminadas de negro como se muestra a continuación:



23 alumnos contestaron que la parte iluminada de negro representaba $6/12$ de la figura, es decir 92% del grupo contestó correctamente mientras que el 8% contestó lo siguiente:

- ⇒ Un alumno no contestó porque se centró en contestar las otras figuras olvidando contestar la número 1.
- ⇒ Un alumno contestó $7/6$ representaba la parte coloreada de negro de la figura 1, su error se centró en haber encontrado una parte más de las coloreadas de negro y contabilizar 7 en lugar de 6, además al nombrar el numerador sólo contó las de color amarillo.

Figura 2 Esta figura es un rectángulo, el cual representa al entero dividido en cuatro partes iguales, donde una de estas está iluminada de negro.



22 alumnos contestaron que la parte coloreada representaba $1/4$ del rectángulo, es decir el 88% del grupo respondió correctamente, mientras que el 12% restante lo hizo de la siguiente forma:

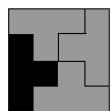
- ⇒ Un alumno contestó que $1/2$ representaba la parte coloreada de negro de la figura dos, al analizar el trabajo realizado por el alumno se observó que al contar el número de partes que conformaba la figura el alumno se equivocó por lo tanto su respuesta fue errónea.
- ⇒ Dos alumnos contestaron que $1/3$ representaba la parte coloreada de negro de la figura dos, las respuestas centraron su error al contar primero el número de partes coloreadas de negro y el resultado lo colocaron como numerador, hasta aquí está bien la respuesta su error se encuentra en el denominador ya que contabilizaron sólo las partes coloreadas de color diferente de negro, es decir son tres partes por lo tanto el resultado que proporcionaron fue de un tercio.

Figura 3 Esta figura es un rectángulo en forma horizontal, el cual representa al entero dividido en dos partes iguales, donde una de estas partes está iluminada de negro como se muestra a continuación:



25 alumnos del grupo contestaron que la parte coloreada de esta figura representaba $1/2$. Es decir el 100% del grupo contestó correctamente sin ningún tipo de problema para identificar la fracción a trabajar.

Figura 4 Esta figura es un cuadrado, el cual representa al entero dividido en cuatro partes iguales, donde una de estas partes está iluminada de negro como se muestra a continuación:



25 alumnos del grupo contestaron que la parte coloreada de esta figura representaba $1/2$. Es decir el 100% del grupo contestó correctamente sin ningún tipo de problema para identificar la fracción a trabajar.

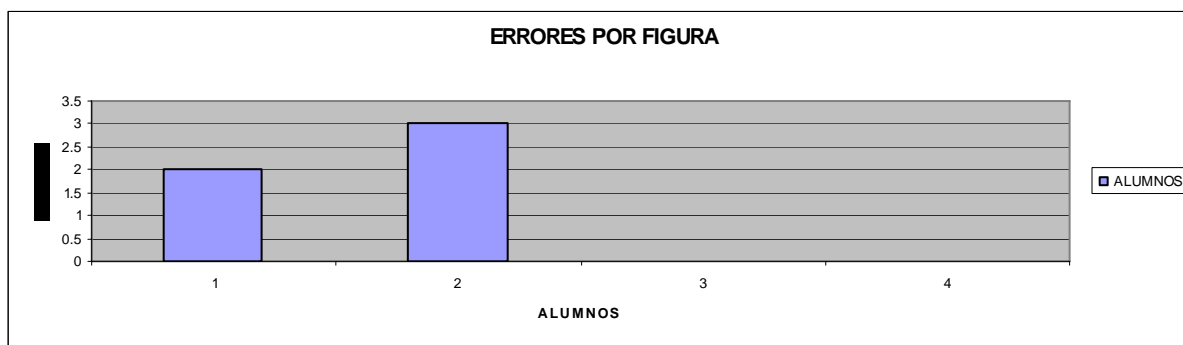
Conclusión del ejercicio:

	ERRORES	ALUMNOS	TOTAL DE ERRORES
	0	20	---
	1	5	5
total	1	25	5 de 100 preguntas

20 alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 100% con la situación didáctica empleada.

5 alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 75% cada uno con la situación didáctica empleada.

- En general el grupo de tercer grado de primaria tuvo un aprovechamiento de 95% de aprovechamiento con la situación didáctica propuesta.
- Entre las figuras que presentaron mayor dificultad destacó el número 2 con tres alumnos.



4.4.8.- SITUACION DIDÁCTICA 8: Hojas equivalentes.

Este es un ejercicio preparatorio para el contenido de fracciones equivalentes, por tal razón sólo se explica la forma en como se planteó esta situación didáctica ante el grupo de estudio.

Desarrollo: Se le debe de proporcionar a cada alumno 11 hojas de colores tamaño carta y a cada una se le hace lo siguiente:

- 1) Una hoja se deja entera y se le nombra como el entero.
- 2) Una hoja se divide en dos partes iguales y a cada una se le nombra como $1/2$.
- 3) Una hoja se divide en tres partes iguales y a cada una se le nombra como $1/3$.
- 4) Una hoja se divide en cuatro partes iguales y a cada una se le nombra como $1/4$.
- 5) Una hoja se divide en cinco partes iguales y a cada una se le nombra como $1/5$.
- 6) Una hoja se divide en seis partes iguales y a cada una se le nombra como $1/6$.
- 7) Una hoja se divide en siete partes iguales y a cada una se le nombra como $1/7$.
- 8) Una hoja se divide en ocho partes iguales y a cada una se le nombra como $1/8$.
- 9) Una hoja se divide en nueve partes iguales y a cada una se le nombra como $1/9$.
- 10) Una hoja se divide en diez partes iguales y a cada una se le nombra como $1/10$.

Después de haber dividido y nombrado cada parte se debe recortar todas las fracciones resultantes.

Una vez recortadas el ejercicio se ejecuta de forma grupal dando las siguientes instrucciones:

- 1.- Separar las fracciones de $1/2$, $1/4$ y $1/8$ para indicar al grupo que solo entre estas fracciones se pueden hacer equivalencias.
- 2.- Separar las fracciones de $1/5$ y $1/10$ para indicar al grupo que solo entre estas fracciones se pueden hacer equivalencias.
- 3.- Separar las fracciones de $1/3$, $1/6$ y $1/9$ indicar al grupo que solo entre estas fracciones se pueden hacer equivalencias.
- 4.- Colocar el entero al frente.
- 5.- Se pregunta qué otras fracciones distintas a las que se vieron pueden ser equivalentes con los octavos, los novenos y los décimos. El grupo contestó a esto que para el octavo era dieciseisavos, treintaidosavos, sesenta y doseavos, etc. Para el noveno sigue dieciochoavos, treinta y seisavos, etc. Para los décimos siguen los quinceavos, veinteavos, veinticincoavos, etc.
- 6.- Al grupo se le plantean distintas preguntas sobre las equivalencias entre las fracciones para reforzar la explicación. Por ejemplo ¿Cuántos medios necesito para tener un cuarto?, ¿Cuántos décimos necesito

para tener un quinto?, etc. Posteriormente se le explica al grupo que en lugar de hacer la pregunta se plantea la equivalencia de la siguiente forma: La equivalencia de $\frac{1}{6}$ es, para que el ejercicio sea significativo para el alumno se debe utilizar el material construido y repetir varias veces este ejercicio.

4.4.9.- SITUACION DIDÁCTICA 9: La plastilina.

Desarrollo: En esta ocasión el grupo se dividió en cinco equipos de 5 integrantes, para realizar este ejercicio se necesitaba como material 5 barras de plastilina de distintos colores para diferenciar al grupo y un cuchillo de plástico. El propósito de este ejercicio es comparar las fracciones construidas y encontrar las equivalencias, para alcanzar este propósito se realizaron distintas actividades con la plastilina.

Actividad 1. En esta actividad se indicó a los equipos que sacarían la barra de plastilina, la repartieran en cuatro partes iguales y las observarían para comparar que las partes estuvieran repartidas de forma equivalente. Cuatro de los equipos efectuaron equivalentemente la repartición, mientras el equipo restante no tuvo equivalencia en la repartición por lo que repitió el ejercicio para poder pasar a la siguiente actividad. Posteriormente a cada integrante se le dio una función que debía ejercer, un alumno sería el que observaría e identificarían las reparticiones de los cuatro integrantes restantes, estos últimos se dedicarían a repartir en la plastilina lo que se indicará.

Actividad 2. Cada cuarto que se corto de la plastilina ahora tomaría el carácter de ser un entero, para esto los alumnos tomarían un cuarto y construirían un pastel de forma circular. La característica de los cuatro círculos es que debían ser del mismo tamaño por lo que se debían estar midiendo hasta llegar a la equivalencia. Una vez construidos un alumno partió su círculo en dos partes, otro alumno en cuatro, otro en ocho y uno no realizó ningún corte a su círculo. Los resultados del ejercicio fueron:



Posteriormente en equipo los alumnos trabajaron con los círculos en conjunto para comparar:

- 1) ¿Cuántos medios se necesitan para el entero?
- 2) ¿Cuántos cuartos para construir el entero?
- 3) ¿Cuántos octavos para el entero?
- 4) ¿Cuántos cuartos se necesitan para formar un medio?
- 5) ¿Cuántos cuartos se necesitan para formar dos medios?
- 6) ¿Cuántos octavos se necesitan para formar un cuarto?

- 7) ¿Cuántos octavos se necesitan para formar dos cuartos?
- 8) ¿Cuántos octavos se necesitan para formar tres cuartos?
- 9) ¿Cuántos octavos se necesitan para formar un medio?
- 10) ¿Cuántos octavos se necesitan para formar dos medios?

El ejercicio se realizó sólo con la manipulación del material de trabajo, no se utilizó ningún tipo de ejercicio escrito para responder a las preguntas anteriores.

Actividad 3. Ahora los alumnos construirían nuevamente cuatro pasteles de forma circular de igual forma los cuatro círculos debían ser del mismo tamaño por lo que se debían estar midiendo hasta llegar a la equivalencia. Una vez construidos, un alumno partió su círculo en tres partes, otro alumnos en seis, otro en nueve y uno no realizó ningún corte a su círculo. Los resultados del ejercicio fueron:



Posteriormente en equipo los alumnos trabajaron con los círculos en conjunto para comparar:

- 1) ¿Cuántos tercios se necesitan para construir el entero?
- 2) ¿Cuántos sextos se necesitan para construir el entero?
- 3) ¿Cuántos novenos se necesitan para construir el entero?
- 4) ¿Cuántos sextos se necesitan para formar un tercio?
- 5) ¿Cuántos sextos se necesitan para formar dos tercios?
- 6) ¿Cuántos sextos se necesitan para formar tres tercios?
- 7) ¿Cuántos novenos se necesitan para formar un tercio?
- 8) ¿Cuántos novenos se necesitan para formar dos tercios?
- 9) ¿Cuántos novenos se necesitan para formar un sexto?
- 10) ¿Cuántos novenos se necesitan para formar dos sextos?
- 11) ¿Cuántos novenos se necesitan para formar tres sextos?

Actividad 4. Se aplicaron 8 preguntas a cada alumno, las cuales debían responder de forma individual.

Análisis: En cada pregunta se hizo el análisis de lo que respondieron los alumnos.

Pregunta 1: ¿Cuántos medios tienen un entero? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que dos medios conforman un entero.

Pregunta 2: ¿Cuántos sextos tienen un entero? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que seis sextos conforman un entero.

Pregunta 3: ¿Cuántos octavos tienen un entero? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que ocho octavos conforman un entero.

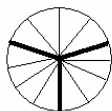
Pregunta 4: ¿Cuántos cuartos se necesitan para formar un medio? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que dos cuartos forman un medio.

Pregunta 5: ¿Cuántos octavos se necesitan para formar un cuarto? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que dos octavos forman un cuarto.

Pregunta 6: ¿Cuántos sextos se necesitan para formar un tercio? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 100% del grupo contestó que dos sextos forman un tercio.

Pregunta 7: ¿Cuántos novenos se necesitan para formar un tercio? 23 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 92% del grupo contestó que tres novenos forman un tercio, mientras que el 8% restante contestó:

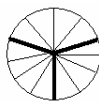
- ⇒ Un alumno contestó $4/9$ forman un tercio, su respuesta fue errónea porque no dividió proporcionalmente el entero.



- ⇒ Un alumno no contestó porque no supo dividir en nueve partes el entero.

Pregunta 8: ¿Cuántos novenos se necesitan para formar dos sextos? 25 alumnos del grupo contestaron correctamente, es decir el 92% del grupo contestó que tres novenos forman dos sextos, mientras que el 8% restante contestó:

- ⇒ Un alumno contestó $4/9$ forman dos sextos, su respuesta fue errónea porque no dividió proporcionalmente el entero.



- ⇒ Un alumno no contestó porque no supo dividir en nueve partes el entero.

Análisis: Los alumnos hicieron uso de sus conocimientos previos para realizar esta actividad ya que anteriormente se dio un ejercicio preparatorio; “hojas equivalentes”, donde se explicó la relación de equivalencia, por tal razón el aprovechamiento de la actividad fue alto, además se desarrollo la fase de nuevo problema se hace mas complejo.

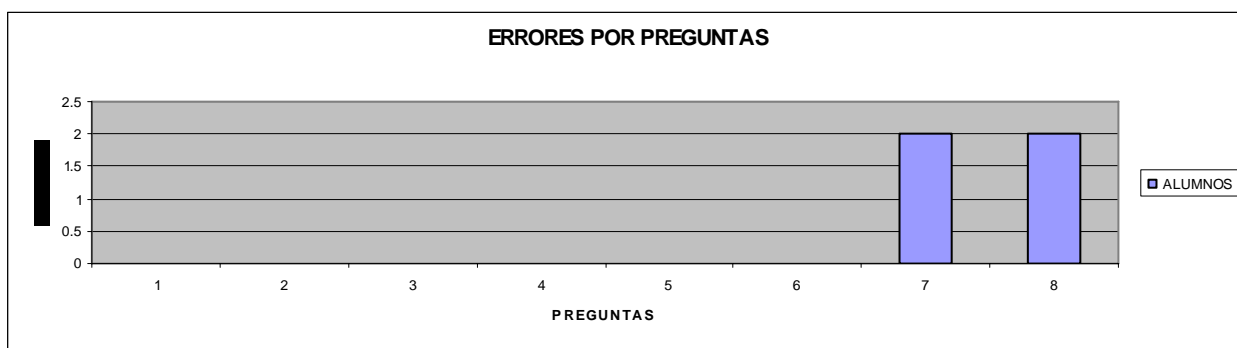
Conclusión del ejercicio:

	ERRORES	ALUMNOS	TOTAL DE ERRORES
	0	23	---
	2	2	4
total	2	25	4 de 200 preguntas

Veintitrés alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 100% con las situaciones didácticas empleadas para introducir a la equivalencia y la evolución con material concreto.

Dos alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 75% cada uno con la situación didáctica empleada.

- En general el grupo de tercer grado de primaria tuvo un aprovechamiento de 98% de aprovechamiento con las situaciones didácticas propuestas.
- Entre las preguntas que presentaron mayor dificultad destacaron la 7 y 8 con dos alumnos:



4.5.- Aplicación de un ejercicio que abstrae de la vida cotidiana las fracciones.

Este ejercicio tiene como finalidad que el alumno represente convencionalmente la fracción y la utilización de las equivalencias a partir de dos problemas que tienen como característica ser extraídas de la vida cotidiana de un alumno que tiene la edad entre ocho y nueve años. Los problemas planteados no fueron los únicos aplicados en el grupo ya que anteriormente se revisaron ejercicios del libro del alumno de la SEP. Por tal razón, la siguiente situación se concretizó en una situación abstracta donde se hizo uso para su solución de lo aprendido con las aproximaciones didácticas previamente planteadas.

El primer problema plantea lo siguiente: Arturo tiene una naranja y la dividió en dos partes del mismo tamaño y dio a Genoveva una parte. Arturo tiene ____ de naranja. Genoveva tiene ____ de naranja. Veinticinco alumnos contestaron que Arturo tiene $\frac{1}{2}$ de naranja y Genoveva tiene $\frac{1}{2}$ de naranja. Por lo tanto, el grupo compuesto por 25 alumnos no tiene dificultades para responder a situaciones concretas de la su propia vida cotidiana que encierren como fracción principal los medios.

Por otro lado el segundo problema plantea lo siguiente: Sergio tiene una barra de chocolate, la corta en tres partes del mismo tamaño. Tomó una parte y dejó las otras dos en el plato. ¿Cuántas partes de la

barra de chocolate tiene Sergio? ____ . Completa la siguiente oración: Sergio tomó ____ de la barra de chocolate. Hay ____ de la barra de chocolate en el plato. 18 alumnos contestaron que Sergio tiene $\frac{3}{3}$ de la barra de chocolate en total, Sergio tomó $\frac{1}{3}$ de la barra de chocolate y que hay $\frac{2}{3}$ de chocolate en el plato mientras los 7 restantes contestaron lo siguiente:

Para facilitar el análisis del problema, este se dividió en 3 partes.

PARTE 1

- ⇒ Un alumno contestó que Sergio tiene $\frac{2}{2}$ de la barra de chocolate, esta respuesta fue errónea porque el alumno se enfocó a dividir en dos partes como el primer problema, tal vez aquí hubo una confusión.
- ⇒ Cuatro alumnos respondieron que Sergio tiene $\frac{1}{3}$ de la barra de chocolate, los alumnos entendieron al leer la pregunta cuanto tomó Sergio de la barra de chocolate y no el total de partes en que se dividió.

PARTE 2

- ⇒ Un alumno contestó que Sergio tomó $\frac{2}{3}$ de la barra de chocolate, aquí entendió mal la afirmación del problema.
- ⇒ Dos alumnos respondieron que Sergio tomó $\frac{1}{2}$ de la barra de chocolate, nuevamente se dio la confusión con el primer problema, ya que repartieron en dos partes el chocolate y todas las respuestas que dieron se enfocaron a responder en medios.

PARTE 3

- ⇒ Un alumno contestó que hay $\frac{1}{3}$ de chocolate en el plato, el alumno entendió equivocadamente la afirmación del problema.
- ⇒ Dos alumnos respondieron que en el plato hay $\frac{2}{2}$ de chocolate esta respuesta es errónea por la repartición entre dos partes del chocolate y todas las respuestas que dieron se enfocaron a responder en medios.

En esta actividad el grupo pasó por las frases que Regine Douady en su dialéctica herramienta-objeto. Los alumnos tenían conocimientos previos que pusieron en acción para resolver parcialmente la situación, después tuvieron nuevas interrogantes por lo que buscaron nuevas herramientas para que se discutieran en colectivo con el propósito de institucionalizar la nueva herramienta para la solución total del problema.

Conclusión del ejercicio:

	ERRORES	ALUMNOS	TOTAL DE ERRORES
	0	18	---
	1	4	4
	2	2	4
	3	1	3
total	6	25	11 de 125 preguntas

Dieciocho alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 100% con los problemas empleados para abstraer las fracciones de la vida cotidiana.

Cuatro alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 80% cada uno con los problemas empleados para abstraer las fracciones de la vida cotidiana.

Dos alumnos obtuvieron un aprovechamiento del 60% cada uno con los problemas empleados para abstraer las fracciones de la vida cotidiana.

Un alumno obtuvo un aprovechamiento del 40% con los problemas empleados para abstraer las fracciones de la vida cotidiana.

En general el grupo de tercer grado de primaria tuvo un aprovechamiento de 91.2% de aprovechamiento con los problemas planteados en el ejercicio.

- Entre los problemas que presentaron mayor dificultad destacó el problema dos con 11 alumnos.

CONCLUSIÓN

“Maruny (1989), menciona que enseñar no es sólo proporcionar información, sino ayudar a aprender, y para ello el docente debe tener un buen conocimiento de sus alumnos; por ejemplo cuáles son sus ideas previas, qué son capaces de aprender en un momento determinado, su estilo de aprendizaje ya sea por medio del uso de materiales concretos en donde el alumno actuará, manipulará, investigará, comprobará hipótesis y compartirá reflexiones con sus compañeros con la finalidad de que construya su conocimiento, por otro lado un aprendizaje donde se requiere de la representación gráfica para que el alumno construya su conocimiento o un aprendizaje donde se aplique lo abstracto, los motivos intrínsecos y extrínsecos que los animan o desalientan, sus hábitos de trabajo, las actitudes y valores que manifiestan frente al estudio concreto de cada tema”. Todo esto con la finalidad de presentar a los alumnos información nueva por aprender y esta se relacione con la información previa que existe en la estructura cognitiva del alumno. Por lo que la función del maestro no puede reducirse a la simple transmisión de información, mucho menos a ser un facilitador del aprendizaje, su enseñanza debe concretarse en arreglar un ambiente educativo enriquecido en donde actuará como organizador y mediador entre el alumno con el conocimiento.⁵⁶

A través del aprendizaje significativo el alumno llega a entender situaciones que pueden resultar ser lineales o abstractas para su edad, es decir existen conocimientos matemáticos que son enseñados de forma sistemática en donde el alumno no hace uso de su conocimiento previo para asimilar la información pues no encuentra relación entre su conocimiento previo y el conocimiento nuevo, por lo que el proceso de aprendizaje se centra en lo memorístico o se hace un conocimiento a corto plazo y sin significado.

Aprender es una actividad permanente en nuestra vida pero existen ciertos momentos sobre todo en la educación formal donde el docente debe construir estrategias pedagógicas para presentar, responder inquietudes, intereses, necesidades y dificultades que los alumnos presenten ante un cierto conocimiento a aprender, en este sentido es necesario guiar a los alumnos para que se involucren activamente con su proceso educativo, esto es, el alumno debe tener una actitud científica, en donde además de aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlas; también es necesario que el alumno actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías y que los intercambie con otros alumnos para que reconozca los modelos que se están exigiendo, que tome los que son útiles, construya

⁵⁶ ORTON, Anthony. Didáctica de la matemática: cuestiones, teoría y práctica en el aula. Edit. Morata. Madrid España 1998.

su conocimiento a partir del descubrimiento, entre otras actividades. Como docentes debemos aportar y facilitar los elementos que propicien la construcción del conocimiento, estos elementos son:

- ⇒ **los escenarios:** los docentes deben establecer en el salón de clase un lugar donde se lleve a cabo la práctica de un determinado tema, es decir decorar con material alusivo al tema presentado con la finalidad de que el alumno encuentre significado entre lo presentado visualmente y la información,
- ⇒ **el ambiente:** es el papel que juega el docente al desarrollar una actitud positiva hacia los alumnos con la finalidad de tener una atmósfera de enseñanza y aprendizaje cordial y amena ante un determinado contenido a enseñar, y,
- ⇒ **las situaciones didácticas:** el docente debe organizar situaciones significativas y a partir de ellas el alumno construye determinados conocimientos, esta organización de situaciones pueden partir desde material concreto hasta plantear situaciones de la vida cotidiana del alumno.

La tarea fundamental de la didáctica es precisamente la organización del medio con la cual el niño ha de interactuar para construir determinados conocimientos en distintas disciplinas de aprendizaje en educación básica.

En matemáticas también podemos llevar a cabo una enseñanza cuyo objetivo sea alcanzar un aprendizaje significativo por medio de situaciones didácticas, esto es, por medio de un conjunto de relaciones implícita o explícitamente establecidas entre el alumno, el docente, el medio y el saber enseñado, los alumnos se apropian de un saber no importando la complejidad que presenta esta materia pues se considera que posee un grado profundo de abstracción. Ha sido de interés en este trabajo el tema de fracciones debido a que se pueden asociar a situaciones significativas para el alumno y puedan utilizarlo dentro de su cotidianeidad.

La enseñanza descontextualizada es aquella que se aparta de la vida cotidiana del alumno y da como resultado que los niños conceptualicen sin conexión con su vida cotidiana y llegan a ser contenidos de utilización inmediata para resolver un examen limitándose al contexto áulico. De igual forma pasa en tercer grado de primaria donde el alumno hace un primer acercamiento al tema de fracciones dentro de la escuela, dejando a un lado la experiencia que ha tenido con este tema en su vida cotidiana, esta introducción en ocasiones resulta ser una tarea difícil para los maestros de educación primaria, ya que es un contenido cuya característica radica en que posee cierto grado de abstracción pues resulta difícil para el alumno hacer el salto de los números naturales a los números fraccionario (tratándose de un obstáculo

epistemológico)⁵⁷, argumento que se fundamenta por el alto porcentaje de niños que fracasan en este contenido pues al dictarles un cuarto lo escriben $\frac{4}{1}$, en donde toman en cuenta sus conocimientos previos de los números naturales y no entienden que las fracciones son menores que el entero.

Para aplicar una determinada actividad didáctica es importante tomar en cuenta la etapa de desarrollo del alumno, con el propósito de comprender el desarrollo, el pensamiento y las reacciones de los alumnos a determinadas situaciones ya que los niños según los estudios de Piaget, no pueden avanzar hacia otra fase de desarrollo mientras se encuentran en una determinada etapa, los niños de entre 8 y 9 años no pueden ejercer su pensamiento en forma sistemática lo realizan por medio de inferencias en situaciones particulares mediante un proceso largo con la experiencia particular y el esfuerzo que haga el docente será inútil al enseñar más allá de la etapa de desarrollo alcanzado por el alumno. Es importante entender cómo los alumnos superan o atraviesan cada una de sus etapas de formación cognitiva, es decir conforme el alumno crece se desarrolla distintas formas de comprender, reaccionar y percibir, esta información el profesor la debe de conocer con la finalidad de proponer estrategias didácticas que pueda utilizar en su práctica.

En el presente trabajo se plantearon una serie de estrategias para introducir al alumno a la noción de fracción y al ponerlas en práctica me he convencido de que es un tema que no deja de ser difícil de aprender y de enseñar, pero no imposible de alcanzar el entendimiento y manejo del tema por parte del alumno, pero sobre todo enriquecedor tanto para los alumnos como para mi experiencia docente.

Debemos considerar la importancia que tienen los números fraccionarios para el alumno ya que a lo largo de su formación académica estarán presentes en distintas situaciones, puesto que no sólo aparece en el tercer grado de primaria, si no que su existencia continuará hasta los estudios universitarios, pero con la característica de complejizarse gradualmente. Entre las distintas formas en que se aborda el número racional dentro de los planes de estudio en primaria es el siguiente:

- ⇒ Como medición.
- ⇒ Como razón.
- ⇒ De reparto.
- ⇒ De proporción.
- ⇒ De partición.

⁵⁷ BROUSSEAU, Guy. Ponencia presentada en la CIAEEM: los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemática. Bélgica 1976 Pág. 11

Para que el alumno llegue a construir la noción de fracción y entienda su utilidad en la vida cotidiana existen aproximaciones didácticas que facilitan o favorecen su aprendizaje. Estas aproximaciones suelen ser beneficiadas cuando se acompañan de una serie de actividades con material didáctico cuyo propósito es facilitar al alumno la construcción de su conocimiento. En este trabajo se incluyeron algunas de ellas, las cuales tienen la característica de ser concretas, icónicas y simbólicas sin dejar de lado la construcción del conocimiento. Entre las aproximaciones que se aplicaron están:

- Particiones.
- El avión.
- Orden de las fracciones.
- ¿Cuántas partes se necesitan para recuperar un todo?
- Regletas Cuisenaire.
- El sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminada?
- El sombreado. ¿Qué parte del todo esta iluminada de negro?
- Hojas equivalentes.
- La plastilina.

Para el niño de esta etapa de desarrollo cognitivo es significativo y motivante tener contacto con material concreto y manipulable, pues a partir de esta serie de actividades el alumno entiende, razona, reflexiona y construye lo que es la repartición aplicada a la cotidianeidad.

Las fracciones es un tema que por sus características presenta un alto grado de dificultad tanto para quién lo enseña como para quién lo aprende ya que cuenta con varias y diferentes interpretaciones.

Estas interpretaciones se presentaron gradualmente a los alumnos de educación básica por lo que es importante conocerlas y saber hasta que grado de abstracción se debe trabajar con ellas. Una de las recomendaciones que se incluyen en este proyecto es la necesidad de utilizar un marco teórico sobre este contenido para que el docente lleve a cabo su práctica, ya que sin un buen manejo de esta información, el docente puede causar confusión al presentar la información a sus alumnos. Entre los autores que se recomiendan para tratar este punto está LLINARES Ciscar, Salvador y SÁNCHEZ García, María Victoria en su libro "Fracciones: la relación parte-todo" 1997.

Uno de los obstáculos encontrados en la aplicación de las aproximaciones didácticas dentro de práctica docente fue el tiempo, es un factor que está en contra del proceso de enseñanza y aprendizaje,

pues no sólo tenemos una sola materia que enseñar sino que en la mayoría de los casos como profesores debemos cubrir un programa que incluye español, matemáticas, ciencias naturales e historia, geografía y civismo, las cuales están distribuidas en 18 horas y media a la semana de las cuales prácticamente sólo tenemos en el colegio que se recupera la experiencia 16 horas con 5 minutos a la semana. Ante esta situación no dejo de lado que debemos proporcionar el tiempo suficiente a este tema de fracciones ya que tercer grado es la base del tema y si no queda en el alumno claro, posteriormente podrá resultarles un contenido aburrido, complejo y sin significado hasta llegar a ser difícil.

La experiencia partió del siguiente supuesto: las situaciones didácticas favorecen y facilitan la construcción significativa de la introducción del concepto de fracción en tercer año de primaria.

Los resultados encontrados al aplicar aproximaciones didácticas para introducir al alumno de tercer grado de primaria fueron los siguientes:

- En las tres primeras situaciones didácticas que se aplicaron (particiones, el avión y orden de las fracciones), los niños realizaron los repartos sin dificultad. Las condiciones que se manejaron para un buen reparto fueron la igualdad de las partes en donde la relación de igualdad entre los enteros y fracciones fueron correctas.
- En la cuarta situación didáctica que se aplicó (¿Cuántas partes se necesitan para recuperar un todo?), sólo se obtuvo un 63.3% de aprovechamiento, el cual lo considero bajo y concluyó que el problema se centro en el momento de aplicación, pues se necesitaba una situación introductoria para después aplicar la analizada.
- Las situaciones (Regletas Cuisenaire, el sombreado. ¿Qué parte del todo está iluminada?, el sombreado. ¿Qué parte del todo esta iluminada de negro? y la plastilina) obtuvieron un aprovechamiento de 89.71%, 97.5%, 95% y 98% respectivamente, son situaciones que se escogieron a partir del diagnóstico realizado al grupo, gracias a esta exploración se obtuvo un alto porcentaje de aprovechamiento pues los alumnos las consideraron situaciones significativas porque partieron de situaciones cotidianas y situaciones que se trabajaron con material manipulable, por lo que se identificaron y pudieron construir su conocimiento pues lograron tener una actitud científica, en donde además de aprender las definiciones y las representaciones convencionales de fracción pudieron reconocer la ocasión de utilizarlas pues se les planteó dos problemas al final de la serie de situaciones didácticas, cuya característica consistía en rescatar problemas de la vida cotidiana y el resultado fue un aprovechamiento de 91.2%.

- La situación (hojas equivalentes) es de tipo preparatoria para la situación de la plastilina, la cual se centra en la equivalencia de fracciones, y ante los resultados obtenidos de aprovechamiento en la situación de la plastilina puedo concluir que la situación preparatoria fue de gran apoyo para enseñar la equivalencia entre las fracciones de medios, cuartos, tercios, cuartos, quintos, sextos, octavos, novenos y décimos.

Los pocos alumnos que no entran en estos porcentajes de aprovechamiento se deben a que traen consigo cierto recelo a la materia, pues presentan dificultad en contenidos de los grados anteriores a tercero de primaria, por ejemplo las operaciones básicas, valor posicional y resolución de problemas de sumas y restas y esto condiciona su actitud ante la materia.

Después de todo el trabajo realizado al aplicar las aproximaciones han quedado tareas por realizar como:

- 1) Darle seguimiento al grupo de tercero para el cuarto grado, pues son grados complementarios y es necesario dejar en el alumno un aprendizaje significativo de fracción, en el primero se da una introducción y en el segundo se complementa, este seguimiento creo que es importante para que las fracciones sean un contenido firme en los alumnos y con el tiempo se pueda lograr un aprendizaje de fracciones en situaciones de mayor complejidad.
- 2) Un aspecto a considerar y que no fue aplicado constantemente en este trabajo fue la aplicación de situaciones preparatorias para cada eje temático que marca el programa de tercero de primaria, los cuales son:
 - ⇒ Introducción del concepto de fracción mediante reparto en casos sencillos.
 - ⇒ Introducción del concepto de fracción mediante la medición de longitudes en casos sencillos.
 - ⇒ Representación convencional de las fracciones.
 - ⇒ Equivalencias de fracciones.

Aunque si fue aplicado este aspecto de preparación sólo en la equivalencia y en la introducción del concepto de fracción mediante el reparto de casos sencillos y concluyo que es de gran ayuda para posteriormente entrar a cada eje.

- 3) En este trabajo una de las tareas que quedo pendiente por realizar fue la utilización de la tecnología para la enseñanza del concepto de fracción, como es la computadora.

Creo que este tipo de aplicaciones resulta ser enriquecedor tanto para el alumno como para el maestro ya que no sólo el alumno obtiene beneficio al aprender con situaciones que le puedan resultar conocidas y que pueda construir a partir de ellas su aprendizaje, sino también como docentes es enriquecedor para nuestra práctica la aplicación de estrategias didácticas pues a partir de la experiencia que se realizó se obtuvo buenos resultados al alcanzar un aprovechamiento en cada situación mayor de 80%, por lo que mi siguiente meta a corto plazo es aplicar y moldear cada situación para cada distinto grupo de acuerdo con sus actitudes.

Por último, creo que este trabajo no es concluyente porque existen distintos tipos de grupos, distintas metodologías de enseñanza y distintas estrategias didácticas que nos ayudan a que los conocimientos sean firmes en los alumnos y a transmitirlos de distinta manera.

BIBLIOGRAFIA

ALCANTAR Burrola, María Soledad. "Tesis de licenciatura: estrategias didácticas que favorecen la comprensión y manejo de las fracciones y su transferencia a la vida cotidiana en los alumnos de tercer grado de educación primaria". UPN ciudad Chihuahua, Chih. Octubre 2000. Pp. 72-85

BLOCK Sevilla, David Francisco. "Tesis de maestría: estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria". CINVESTAV-IPN Méx. Diciembre 1987.

CALDERON Calderón, María Martha. "Ejercicios para el aprendizaje de las fracciones". UPN México D. F. Julio 1999

CENSTEMO Pérez, Julia. "Números decimales. ¿Por qué? Y ¿Para qué?". Editorial síntesis. España.

CHEVALLARD, Yues. "La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado". Editorial AIQUE. Argentina 1991 Pp. 7-44.

CINVESTAV-IPN. "Lecturas en didáctica de la matemática. Escuela Francesa". Departamento de matemática educativa. Área de educación media superior. México, D. F. 1993 Pp. 1-117'

COLL, Cesar. "Psicología genética y aprendizajes escolares". Editorial Siglo XXI. España 1992.

DÍAZ Godino, J. "Área de conocimiento: Didáctica de la matemática. Serie matemáticas: cultura y aprendizaje". Editorial síntesis. Madrid España 1999.

FERREIRO, Emilia. "Psicogénesis y educación". Departamento de investigaciones educativas. Centro de investigaciones y estudios avanzados del IPN. México D. F. Septiembre 1985 Pp. 1-14

FLORES Peñafiel, Alfinio. "Revista: educación matemática. La reflexión en la práctica de la enseñanza de las matemáticas: cuatro maestros extraordinarios". Vol. 6 No. 1. Grupo editorial Iberoamérica. Abril 1994. Pp. 32-40.

GIMENEZ Rodríguez, Joaquín. "Revista: educación matemática. Propuesta metodológica sobre la enseñanza de las fracciones en la escuela básica". Vol. 2 No. 1. Grupo editorial Iberoamérica. Abril 1990.

GÓMEZ Cárdenas, Olga Beatriz y otros. "Tesis licenciatura: el juego, como recurso en la enseñanza de las fracciones en tercer año de primaria". UPN México D. F. 1999

GONZÁLEZ Jaimes, Lorenzo. "Análisis de las estrategias de enseñanza de las fracciones en el nivel básico del sistema educativo nacional". Capítulo III CINVESTAV-IPN Departamento de matemática educativa. México D. F. 1985. Pp. 202-231.

GUZMÁN Mirada, María del Rocío. "La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en un grupo de tercer grado de primaria: un acercamiento cognoscitivo y desde la práctica educativa". CINVESTAV-IPN. Departamento de matemática educativa. México D. F. 2002. Pp. 33-54.

LLINARES Ciscar, Salvador y SÁNCHEZ García, María Victoria. "Fracciones: la relación parte-todo". Editorial Síntesis. España 1997.

MARTÍN, Elena. "Los juegos de simulación den EGB y BUP". Universidad Autónoma de Madrid 1985.

MEZA Salas, Ernesto. "Tesis de licenciatura: Estrategias didácticas para que los alumnos de tercer grado de educación primaria conceptualicen y representen convencionalmente las fracciones comunes". UPN Chihuahua, Chih. Julio 1997.

ONGAY L., Fausto. "Revista: Educación matemática. ¿Por qué matemáticas?". Vol. 5 No. 2. Grupo editorial Iberoamérica. Agosto 1993. Pp. 19-28.

ORTON, Anthony. "Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula". Editorial Morata. Madrid España 1998.

PALACIOS, Jesús. "La cuestión escolar: críticas y alternativas". Fontamara Colección. México D. F. 1999 Pp. 68-88.

PERALTA Coronado, Javier. "Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática". Hueva Fierro, Editores. México, D. F.1995. Pp. 1-80.

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. "Paquete curricular de matemáticas en tercer grado de primaria: libro del maestro, libro del alumno, fichero de actividades para el maestro, plan y programa de estudios". Editorial SEP. México DF. 1996.

STEPHEN L Yelon y GRACE .W. Weintein. "La psicología en el aula". _Editorial trillas. México DF. 1998. Pp. 59-70.

TALONIA Peláez, Jesús. "Antología del curso: Aprendamos fracciones en la primaria". Departamento de capacitación y actualización docente. Estado de México, 1999

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL. "Antología: Teorías del aprendizaje". Editorial UPN-SEP. México D. F. 1993. Pp. 199-216.

VILLELLA, José. "! Piedra libre para la matemática !: aportes y reflexiones para una renovación metodológica en la EGB". Editorial AIQUE. Argentina 1998.

<http://www.sgci.mec.es/redele/revista/moreno.shtml>

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/MundoMatematicas/Vol5n1Jun2004/node3.html>

<http://www.psico.uniovi.es/REIPS/v1n1/art7.html>