



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO**

**UN ESTUDIO SOBRE EL DESARROLLO DE LA PERCEPCIÓN DE
FORMAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO DURANTE LA EDUCACIÓN
PRIMARIA**

T E S I N A

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA**

P R E S E N T A :

EVA MORA RODRÍGUEZ

**DIRECTOR DE TESINA:
FRANCISCO JAVIER MORENO TORRES**

MÉXICO D.F.

SEPTIEMBRE DE 2006

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO 1 EL ENFOQUE DIDÁCTICO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA PROPUESTA EDUCATIVA ACTUAL EN EL NIVEL PRIMARIA	
1.1 Los materiales curriculares de Matemáticas	6
1.2 El enfoque de enseñanza en los materiales curriculares	7
1.3 Los propósitos de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria	10
CAPÍTULO 2 EL DESARROLLO DE LA PERCEPCIÓN DE FORMAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO	
2.1 El desarrollo de las habilidades en la educación primaria	12
2.2 La geometría y el desarrollo de habilidades en la educación Primaria	14
2.3 ¿Qué es la percepción de formas en el plano y en el espacio?	17
2.4 Sugeridas didácticas en los Libros para el maestro de Matemáticas sobre la percepción de formas en el plano y en el espacio	18
CAPÍTULO 3 <i>LA PERCEPCIÓN DE FORMAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO EN LOS LIBROS DE TEXTO GRATUITOS Y LOS FICHEROS DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICAS</i>	
3.1 El papel de los Libros de texto y los Ficheros de actividades didácticas de Matemáticas	22
3.2 Mi ayudante. Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria	24
3.3 La percepción de formas en el plano y en el espacio en lecciones y fichas	27
CAPÍTULO 4 PROPUESTA DE ACTIVIDADES	
4.1 Introducción	34
4.2 Cómo armar cubos con hojas de papel	35
4.2.1 Las seis caras del cubo	36
4.2.2 Ensamble de las caras del cubo	40
4.3 Una forma de explorar la actividad	43
Conclusiones	60
Bibliografía	62

Introducción

Formar parte del proyecto “Mejorar la enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria” en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), me ha permitido tener acceso a los materiales curriculares de matemáticas que se distribuyen a nivel nacional y que son la herramienta básica de los profesores de nivel primaria para llevar a cabo su práctica cotidiana como docentes en servicio. Pero además, he tenido la oportunidad desde este mismo proyecto, de involucrarme en actividades relacionadas con los procesos de enseñar y aprender, campo de acción de la Pedagogía.

El acercamiento constante con información relacionada con la matemática escolar que se enseña en la escuela básica en el nivel primaria y las actividades en las que, como parte del proyecto he llevado a cabo, me llevó a elegir un tema relacionado con las matemáticas en este nivel. El primer acercamiento a la Educación Matemática lo tuve durante los dos últimos semestres de la carrera profesional, lo cual me permitió tener una noción de lo que ambos conceptos encierran.

El desarrollo de habilidades a nivel general y no sólo desde un punto de vista institucional es ya una prioridad en todos los contextos. Según tengo entendido, se trata de dotar de herramientas a todos y cada uno de los individuos con el objetivo de lograr cada vez una mejor calidad de vida. La escuela como institución no escapa a esta prioridad.

La educación básica en nuestro país tiene la responsabilidad de ofrecer a los educandos vías accesibles que les permitan el desarrollo de capacidades, habilidades y destrezas así como la adquisición y comprensión de los conocimientos útiles para lograr un mejor desenvolvimiento en la sociedad.

Dentro de esos conocimientos básicos que la escuela en el nivel primaria proporciona se encuentran los relacionados con el área de matemáticas. Para ello la Secretaría de Educación Pública distribuye un paquete de materiales curriculares que tienen el propósito de apoyar a los docentes en la comprensión de los conocimientos que luego habrán de compartir con los alumnos.

Enseñar y aprender son procesos circulares. En esos procesos los elementos siempre constantes son: *docente, alumnos y conocimiento*. Hay distintas teorías que se enfocan en el estudio de estos tres elementos y sus interrelaciones, entre ellos el conductismo y el constructivismo.

Dentro del enfoque actual de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en México, se señalan los propósitos que ésta pretende alcanzar, entre estos propósitos destaca el desarrollo de diversas habilidades en los educandos y la adquisición de los conocimientos que permitirán a los alumnos enfrentarse de manera adecuada a los problemas que se presenten en su vida diaria.

La página Web “Mi ayudante” muestra un análisis de los materiales curriculares que los profesores de educación primaria utilizan como herramienta básica para desarrollar su labor docente con el propósito de apoyar al docente en la utilización óptima de los mismos, lo cual sin duda beneficiará el proceso de aprendizaje de los educandos.

Participar en la elaboración y difusión de “Mi ayudante” me ha permitido acercarme cada vez más a las formas y procesos de enseñar y aprender las matemáticas en la escuela primaria. El desarrollo de habilidades matemáticas como medio que facilita la adquisición del conocimiento matemático es parte fundamental de estos procesos, de ahí mi interés por el estudio de una de estas habilidades.

La habilidad percepción de formas en el plano y en el espacio tiene relación directa con el “aprender a ver” todo lo que nos rodea sean construcciones hechas por el hombre o la misma naturaleza. La habilidad de “aprender a ver” lo que nos rodea nos permite “leer información” y de esa manera interpretar nuestro mundo circundante. Aprender a interpretar nuestro mundo nos permite conocerlo, comprenderlo y valorarlo.

Desde el análisis de “Mi ayudante” ubiqué y resolví en los materiales impresos las lecciones y fichas que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio, lo que me permitió tener noción de lo que una actividad de esta naturaleza implica, desde su elaboración hasta su resolución por parte de los alumnos. Asimismo me permitió darme cuenta de la facilidad o dificultad que puede implicar para los alumnos trabajar conocimientos matemáticos, la importancia de los conocimientos previos y el papel que juega el profesor en todo este proceso.

Realizar las actividades planteadas en lecciones y fichas con contenidos matemáticos - geométricos en la mayoría de los casos - me generó una serie de interrogantes que incluían desde el planteamiento de los contenidos matemáticos hasta el seguimiento de los mismos en cada uno de los ciclos escolares que conforman la educación primaria.

Al hacer el conteo de las lecciones y fichas que permiten el desarrollo de la *percepción de formas en el plano y en el espacio* pude notar que hay una proporción importante de éstas con relación al total de lecciones y fichas que se trabajan a lo largo de la escuela primaria y lecciones y fichas que incluyen contenidos geométricos básicos. Pero al revisar desde los distintos puntos del programa que conforman el eje de Geometría, los cuales son *ubicación espacial, figuras geométricas y cuerpos geométricos* percibí una descompensación importante con relación al estudio de cuerpos geométricos en todos los grados, acentuándose más en los grados tercero y quinto.

A partir de ello mi interés se orientó hacia la propuesta de actividades que de alguna manera ayuden a compensar la falta de las mismas con relación al estudio de cuerpos geométricos. Con el apoyo de profesores interesados en la materia mi propuesta de actividades se enfoca al *doblado de papel*, con el fin ofrecer una herramienta que permita al profesor generar ideas propias y formas de abordar una actividad concreta que le permita explorar la diversidad de contenidos matemáticos, con la facilidad de adaptarla a los distintos grados y contextos.

De manera que la propuesta de actividades incluida en este trabajo es parte fundamental del mismo y por ello se intenta desde el inicio hasta el final darle el soporte teórico necesario que permita encontrar fundamentos suficientes para cumplir su propósito.

En el primer capítulo se muestran los aspectos que conforman y definen la perspectiva del enfoque didáctico de la enseñanza de las matemáticas desde donde se abordan los contenidos matemáticos escolares en el aula. Para ello, enumeramos los materiales que conforman el paquete curricular que la SEP distribuye a cada uno de los profesores de educación primaria en el país y comentamos brevemente lo que cada uno de estos contiene.

El segundo capítulo muestra de manera general la importancia que el enfoque didáctico actual de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria otorga al desarrollo de las habilidades vista desde los distintos materiales curriculares, aterrizando en la habilidad que nos interesa: *percepción de formas en el plano y en el espacio*.

En el tercer capítulo se resalta el papel de los distintos materiales que conforman el paquete curricular, en especial el de los Libros de texto y Ficheros de actividades didácticas, los cuales incluyen las lecciones y fichas con sugerencias y actividades didácticas que los profesores abordan directamente con los alumnos en el salón de clase, mismas que permitirán al alumno el desarrollo de habilidades y la apropiación de los conocimientos matemáticos que la escuela ofrece en este nivel. Incluye asimismo una breve descripción del paquete de cómputo “Mi ayudante”, referente teórico y práctico fundamental en la realización de este trabajo y un análisis descriptivo general de las lecciones y fichas que de acuerdo con el análisis de “Mi ayudante” permiten el desarrollo de la *percepción de formas en el plano y en el espacio*.

El cuarto y último capítulo incluye la propuesta de actividades presentada en una primera versión como una actividad manual donde los alumnos se limitan a seguir instrucciones por parte del docente, sin ir más allá que la realización adecuada de las mismas, y en una segunda versión que pretende mostrar una forma distinta de abordarla, con el propósito de generar ideas que puedan ser de utilidad para que el profesor diseñe y adapte diversas actividades al trabajar contenidos geométricos de la educación primaria, partiendo incluso de las sugeridas tanto en los libros de texto como en los ficheros de actividades didácticas.

Capítulo

1

EL ENFOQUE DIDÁCTICO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA PROPUESTA EDUCATIVA ACTUAL EN EL NIVEL PRIMARIA

1.1 Los materiales curriculares de *Matemáticas*

La actual propuesta educativa de la enseñanza primaria en nuestro país, surge en 1993 y es presentada a través de los materiales curriculares que la SEP emite año tras año, con el fin de que sean trabajados por el maestro con los alumnos durante el ciclo escolar. Estos materiales son:

- Los *Planes y programas de estudio*. Organizados a través de seis líneas conceptuales o ejes temáticos que intentan desarrollarse en paralelo a lo largo del ciclo escolar. Cada eje temático incluye una serie de puntos que engloban contenidos matemáticos específicos.

Los seis ejes que integran los planes y programas de estudio de matemáticas y que se reflejan en cada una de las actividades que presentan los distintos materiales curriculares son:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones
- Medición
- Geometría
- Tratamiento de la información
- Predicción y azar
- Procesos de cambio

Los cuatro primeros ejes se desarrollan a partir del primer grado, el eje sobre predicción y azar se inicia en tercero y el eje sobre procesos de cambio en cuarto; una vez iniciado cada eje temático se continúa su desarrollo hasta el sexto grado.

- El *Libro para el maestro*. Contiene la explicación y fundamentación del enfoque didáctico o de enseñanza de la propuesta, y sugerencias metodológicas generales y específicas para cada eje conceptual. Actualmente los libros para el maestro de quinto y sexto grados incluyen sugerencias metodológicas para cada una de las lecciones que contienen los libros de texto gratuitos.

- El *Avance programático*. Presenta una secuencia de contenidos matemáticos para ser trabajados por los maestros a lo largo del ciclo escolar. Por cada grado, se hace referencia a fichas y lecciones que apoyan los contenidos de cada eje temático.
- El *Libro de texto gratuito*. Contiene principalmente actividades que se realizan en el ámbito de la representación gráfica de las matemáticas. Son actividades que corresponden casi siempre, en el proceso de aprendizaje, a un momento posterior al de la actividad con materiales concretos o con acciones físicas. Por esta razón se conciben como recursos didácticos complementarios de las actividades que los alumnos realizan previamente con su maestro.
- *Recortable (1° y 2° grados)*. Contiene material que sustituye en muchas ocasiones la falta de material concreto. Con el material recortable se trabajan actividades tanto del libro de texto como del fichero de actividades didácticas. Los grados de tercero a sexto incluyen el material recortable necesario al final de las lecciones en los libros de texto.
- *Fichero. Actividades didácticas*. Es un material auxiliar en la enseñanza de las matemáticas. Contiene secuencias de actividades que complementan el trabajo con el libro de texto. Sus autores proponen realizar las actividades de los ficheros antes o después de resolver las lecciones de los libros de texto. En el avance programático de cada grado se hace referencia a los momentos en que se sugiere aplicarlas.

1.2 El enfoque de enseñanza en los materiales curriculares

Aunque no hay una referencia directa sobre el enfoque de enseñanza en los materiales curriculares de la SEP antes mencionados, existen indicios de que el “constructivismo” es uno de los fundamentos teóricos en la enseñanza de las matemáticas de la actual propuesta educativa en México. Uno de estos indicios es la importancia que tiene la *resolución de problemas como medio* para lograr el aprendizaje.

Desde los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (Secretaría de Educación Pública [SEP], 1993) podemos observar que el enfoque didáctico ubica a los problemas como el núcleo del aprendizaje alrededor del cual se organiza la enseñanza, donde el “enseñar y aprender matemáticas” se interpreta como la posibilidad que permite al alumno *construir sus propios conocimientos matemáticos*. Así la *resolución de problemas* es vista como un medio para “construir” conocimientos nuevos a partir de los que ya se poseen.

En los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) se plantea estudiar en las aulas una matemática que permita a los alumnos construir conocimientos a través de la resolución de situaciones problemáticas que despierten su interés y su deseo de búsqueda de soluciones. Paralelamente, la propuesta pretende ofrecer a los alumnos la oportunidad de desarrollar habilidades para estimar, medir, comunicar (de manera oral y escrita), operar (mentalmente y con los algoritmos usuales) para hacer inferencias y generalizaciones. Asimismo, se pretende que el alumno disfrute al hacer matemáticas desarrollando su creatividad e imaginación.

Desde este enfoque de la enseñanza de las matemáticas, en los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) se propone “que los alumnos adquieran conocimientos básicos y desarrollen ciertas capacidades, habilidades y formas de expresión que les permitirán resolver problemas en diversos ámbitos, tales como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana”. (p. 17). En el mismo material se señala que el contar con las habilidades, los conocimientos y las formas de expresión que la escuela proporciona, permite la comunicación y comprensión de la información matemática presentada a través de los distintos medios.

En los libros para el maestro de matemáticas se pueden ver claramente los *aspectos generales* del enfoque didáctico que conforman la propuesta educativa vigente. Sin considerar el orden de importancia, enumeramos a continuación los siguientes aspectos:

1. *La resolución de problemas como motor del aprendizaje matemático y la construcción y adquisición de conocimientos significativos.* En términos generales, este aspecto tiende a considerar los problemas matemáticos como el medio a través del cual los alumnos logran la construcción de nuevos conocimientos. *Se aprende* al resolver problemas nuevos porque se construyen nuevos conocimientos para poder hacerlo; se aprende también cuando se aplican los conocimientos a situaciones diversas porque se abstrae y se generaliza el saber anteriormente construido.

Los *problemas*, como se define en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado* (SEP, 2004) “son situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución buscada, mediante la construcción de nuevos conocimientos”. (p. 7)

En el *Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado* (SEP, 2004, 13), se hace mención de las condiciones que debe reunir una situación para ser considerada un problema, estas son:

- Que responda a una necesidad o interés del niño.
- Que despierte el interés de búsqueda para resolverlo.
- Que pueda expresarse en varios lenguajes (aritmético, geométrico, gráfico, etc.) y que sea posible la traducción de uno a otro.
- Que su grado de dificultad no sea tan alto como para desanimar a los alumnos.
- Que a veces los problemas tengan más de una respuesta correcta.

En el *Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado* (SEP, 2004,) se menciona que los problemas se utilizan en el salón de clase, por un lado, para que los alumnos construyan sus conocimientos a través de la búsqueda de estrategias convencionales y no convencionales que los lleven a una solución y, por otro lado, para que apliquen y profundicen los conocimientos adquiridos anteriormente. Para lograr tales propósitos se plantea que las situaciones problemáticas representen un reto para los alumnos, de manera que no sepan de antemano como resolver y al mismo tiempo, que dichas situaciones puedan ser abordadas por los alumnos con los conocimientos que ya poseen.

Con relación a los conocimientos significativos, en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2004), se afirma que “los conocimientos escolares tienen sentido para los alumnos cuando aportan algo a los procedimientos que ellos han desarrollado con anterioridad, cuando cubren necesidades que ya tienen identificadas o cuando facilitan una tarea en la que ya han experimentado la dificultad”. (p. 9)

En la misma referencia se menciona que “para que los alumnos aprendan matemáticas y puedan usarlas, es necesario que las estudien a través de la resolución de múltiples y variados problemas”. (p. 7)

2. *Los conocimientos previos de los niños como punto de partida para el aprendizaje.* La enseñanza de las matemáticas basada en la resolución de problemas se apoya en la idea de que los niños tienen, además de los conocimientos aprendidos en la escuela, conocimientos construidos en la calle, en la casa, en los juegos, etc., que les permiten solucionar problemas diversos. Dichos conocimientos deben ser el punto de partida para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos. Vista desde este punto, en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado* (SEP, 2004) la enseñanza de las matemáticas se entiende como la “promoción y enriquecimiento de las concepciones iniciales del alumno mediante la resolución de situaciones concretas que lo llevan a abandonar, modificar o enriquecer dichas concepciones, y a acercarse paulatinamente al lenguaje y los procedimientos propios de las matemáticas”. (p. 9)
3. *El papel del material concreto.* Según se especifica en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado* (SEP, 2004) el uso de material concreto tiene dos funciones específicas:
 - “Puede ser un instrumento que permite buscar, construir y llegar a la solución, sobre todo, de contenidos donde la dificultad de la tarea así lo requiera y
 - en otras ocasiones es el instrumento que permite verificar las hipótesis y soluciones anticipadas por los niños”. (p. 9)

Este papel del material concreto es fundamental, pues uno de los propósitos de su utilización es favorecer la anticipación de soluciones como forma de lograr un aprendizaje significativo y permanente.

4. *El diálogo y la interacción como parte medular del aprendizaje.* En la construcción de los conocimientos, la interacción con compañeros y maestro juega un papel fundamental. La confrontación de estrategias y respuestas ayudará al alumno a percatarse de que puede haber mejores formas para solucionar un problema determinado y permitirá ayudar a los alumnos menos avanzados en el proceso de aprendizaje.

El desarrollo de la expresión oral en el trabajo con las matemáticas es también un aspecto importante. En el *Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado* (SEP, 2004)

se menciona que la pretensión en este sentido es que “los alumnos aprendan a expresar sus ideas, a explicar a sus compañeros sus procedimientos y estrategias para resolver problemas, que aprendan a discutir defendiendo sus formas de solución, así como reconocer sus errores”. (p. 9)

Cuando los niños expresan sus ideas, permiten que el maestro entienda el razonamiento que siguen para resolver un problema y le permite determinar las actividades que refuercen algún contenido o proponer situaciones que favorezcan la adquisición de conocimientos.

El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos; así, tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro. El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende, en buena medida, del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

5. *El papel del profesor en la enseñanza de las matemáticas.* El papel del maestro es fundamental como mediador entre los conocimientos previos de los alumnos, las situaciones de aprendizaje o situaciones problemáticas y el conocimiento matemático. Se sugiere que su participación se enfoque esencialmente a la coordinación de las actividades, como orientador en las dificultades de los alumnos y como fuente de informaciones y apoyo adicional cuando sea necesario.

1.3 Los propósitos de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria

En los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) se enlistan los propósitos que se pretenden alcanzar en la escuela primaria a partir de la enseñanza de las matemáticas, de manera que los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

Así mismo, en cada uno de los libros para el maestro se enlistan propósitos generales que se pretenden alcanzar a partir de los contenidos matemáticos que se estudian en cada uno de los grados de la escuela primaria. Dentro de esos propósitos que se plantea la

educación primaria se encuentran la adquisición de conocimientos matemáticos y el desarrollo de habilidades que permitan a los alumnos resolver problemas en diversos ámbitos.

En el *Libro para el maestro. Cuarto grado. Matemáticas* (SEP, 2004) se afirma que “la formación matemática que permita a cada miembro de la comunidad enfrentar y dar respuesta a los problemas matemáticos que se presentan en la vida moderna dependerá en gran medida de las habilidades y nociones desarrolladas durante la educación primaria, así como de los conocimientos construidos dentro y fuera de la escuela.” (p. 7)

En los materiales curriculares de matemáticas (SEP, 1993, 2002, 2004) no se especifica cuáles son las habilidades matemáticas que el alumno debería desarrollar durante la educación primaria. Es propósito de este trabajo ubicar dentro de los materiales curriculares de matemáticas (SEP, 1993, 2002, 2004) las actividades que permiten el desarrollo de la habilidad percepción de formas en el plano y en el espacio.

En el siguiente capítulo abordaremos la definición de habilidad en general, la geometría y el desarrollo de habilidades y, la definición de la percepción de formas en el plano y en el espacio.

Capítulo

2

EL DESARROLLO DE LA PERCEPCIÓN DE FORMAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO

2.1 El desarrollo de las habilidades en la educación primaria

Con relación al concepto de *habilidad* existe escasa información. En los textos revisados para la realización de este trabajo (incluidos en la bibliografía) no se encontró definición alguna, aún cuando en la mayoría de estos textos se utiliza el concepto de habilidad. En un intento por presentar alguna definición, aunque esta sea de manera general, recurrimos a algunas páginas de internet, que definen el concepto de habilidad como sigue:

- “... Se considera a la *habilidad* como a una *aptitud* innata o desarrollada o varias de estas”.¹
- “... Destreza y precisión necesaria para ejecutar las tareas propias de una ocupación, de acuerdo con el grado de exactitud requerida”.²
- “... Es el potencial que el ser humano tiene para adquirir y manejar nuevos conocimientos y destrezas”.³
- “... *Habilidad*: pautas de conducta que utiliza el sujeto para enfrentar la resolución de problemas.
- *Habilidades intelectuales*: entendidas como las operaciones intelectuales, constantes y predecibles que utiliza el sujeto para enfrentar la resolución de problemas.
- *Habilidad matemática*: capacidad para operar los principios, códigos y algoritmos del lenguaje matemático ante un caso problema: los signos y convenciones de la escritura matemática, la organización de los elementos del caso problema y su representación simbólica.
- *Habilidad para el razonamiento abstracto*: capacidad para identificar los principios a que responde el devenir de un caso problema que no se presenta simbolizado de manera verbal ni matemática”.⁴

¹Wikipedia (2006). *Esbozo de Educación*. Extraído el 15, Marzo, 2006 de <http://es.wikipedia.org/wiki/Habilidad>

² Secretaría del Trabajo y Previsión Social [STPS] 2005. Observatorio Laboral. Extraído el 15, Marzo, 2006 de <http://www.observatoriolaboral.gob.mx/opservicios2.asp?pserv=22>

³ Universidad Veracruzana [UV] 2005. *Documentos Universitarios. Nuevo Modelo Educativo. Glosario*. Extraído el 15, Marzo, 2006 de <http://www.uv.mx/universidad/doctosofi/nme/glos.htm>

⁴ Secretaría de Educación de Guanajuato [SEG] 1996. Subsecretaría de Planeación y Coordinación. Dirección General de Evaluación. [DGE]. Instrumento para el diagnóstico de alumnos de nuevo ingreso a secundaria en 1996. Extraído el 15, Marzo, 2006 de <http://www.seg.guanajuato.gob.mx/cifras/glosario.htm>

Aunque dichas definiciones no son específicas del campo de conocimientos matemáticos en la educación primaria, creemos que sí pueden acercarnos a una concepción general sobre lo que se entiende por *habilidad*.

Como ya lo vimos en el primer capítulo, desde el enfoque didáctico de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria se menciona la importancia del desarrollo de habilidades y la adquisición de conocimientos matemáticos significativos, más aún, ambos aspectos forman parte de los objetivos generales que se plantea en el estudio de las matemáticas en la educación básica.

En los libros para el maestro de cada uno de los grados, se muestran listados de los propósitos que se pretende alcanzar a lo largo del ciclo escolar y entre ellos figura el desarrollo de habilidades para:

- realizar estimaciones y cálculo mental,
- ubicarse en un plano al recorrer trayectos y representarlos gráficamente,
- estimar, medir, comparar y ordenar longitudes y superficies,
- buscar, analizar y seleccionar información,
- desarrollar la intuición geométrica y la imaginación espacial,
- realizar trazos y mediciones utilizando instrumentos como la regla y la escuadra,
- leer, escribir, ordenar, ubicar y comparar números naturales,
- elaborar e interpretar croquis, etc.

Tanto en los planes y programas de estudio de matemáticas como en los libros para el maestro se insiste en la importancia del desarrollo de habilidades, pero si hacemos una revisión en ambos materiales y en los otros que conforman el paquete de materiales curriculares de la SEP, podemos darnos cuenta que no aparecen conceptualizaciones ni algún tipo de clasificación al respecto.

Creemos entender que el desarrollo de habilidades está relacionado con los contenidos matemáticos que se pretenden enseñar en cada uno de los grados y relacionado también con las actividades o situaciones problemáticas que se presentan en cada una de las lecciones de los libros de texto y las fichas de los ficheros de actividades didácticas. De manera que los listados de propósitos generales a alcanzar en cada grado están relacionados con la distribución de los contenidos matemáticos en los planes y programas de estudio.

Con respecto a esta distribución, hemos mencionado al inicio del primer capítulo que los planes y programas de estudio están organizados en seis ejes temáticos que se desarrollan en paralelo a lo largo del ciclo escolar, donde cada eje temático incluye una serie de puntos que engloban contenidos matemáticos específicos.

En los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) se especifica que “esta organización permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada, no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades, fundamentales para una buena formación básica en matemáticas”.

El eje de Geometría, por ejemplo, dividido en tres puntos que se mantienen constantes durante los seis grados de la escuela primaria, incluye contenidos geométricos específicos que el alumno adquiere cuando lleva a cabo las actividades de las lecciones de los libros de texto y las fichas de los ficheros de actividades didácticas entre otras, al mismo tiempo que desarrolla habilidades.

2.2 La geometría y el desarrollo de habilidades en la educación primaria

El estudio de la geometría en la educación primaria se inicia desde el primer grado y hasta el término de la misma. En los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) se especifica que durante el trabajo con Geometría a lo largo de la escuela primaria se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno. “Se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas y a través de la formalización paulatina de las relaciones que el niño percibe y de su representación en el plano, se pretende que estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas”.

Autores como Alsina, Burgués y Fortuny (1987)⁵ y Bressan, Bogisic y Crego (2000)⁶, interesados en el estudio de la geometría exponen en algunas de sus obras la importancia de enseñar geometría en la educación básica.

Bressan, et al (2000) consideran que en nuestro lenguaje verbal cotidiano, utilizamos muchos términos geométricos como punto, recta, paralelas, perpendicular, círculo, izquierda, arriba, etc., de manera que el lenguaje geométrico se hace cada vez más común, ocupando un lugar muy importante en nuestros días. Se puede apreciar sobre todo en las señalizaciones viales, en los logotipos, las banderas, los íconos en los programas de computación, los videojuegos, etc.

Los mismos autores consideran que un vocabulario geométrico básico nos permite comunicarnos y entendernos con mayor precisión acerca de observaciones sobre el mundo en que vivimos; por ejemplo, si debemos comunicarnos con otros acerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto, la terminología geométrica es esencial.

En la misma obra citada, afirman que la geometría tiene aplicaciones en problemas de la vida real, por ejemplo, problemas de medidas cuando se quiere diseñar objetos, formas, piezas de algún material, folletos; cuando se quiere cubrir alguna superficie o calcular el volumen o capacidad de algún cuerpo, cuando se leen mapas y planos, etc.

Desde la perspectiva de estos autores, la geometría se usa en todas las ramas de la matemática, ya que es un rico recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos y de estadística. Comentan que los docentes llegan a usar ejemplos y modelos geométricos para ayudar a que los estudiantes comprendan y razonen sobre conceptos matemáticos no geométricos. Consideran, además, que la geometría sirve de base para comprender conceptos de matemática avanzada y otras ciencias, entre ellas la física, la

⁵ Alsina, Burgués y Fortuny (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Editorial Síntesis. España.

⁶ Bressan, Bogisic y Crego (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Ediciones Novedades Educativas. Buenos Aires, Argentina.

astronomía, la química, la biología, la geología, la tecnología y todas las formas de la plástica.

Los mismos autores observan que la geometría posee un valor estético y cultural. Si se piensa a la geometría como un medio para enseñar estética, se puede observar en la pintura, la danza, la escultura, el paisajismo, el tatuaje, la moda, etc. Bressan, et al (2000) consideran que si no somos capaces de apreciar formas alrededor de nosotros, difícilmente apreciaremos la belleza del mundo natural y artificial que nos rodea. Porque si miramos a nuestro alrededor, el entorno está lleno de formas, cuerpos y figuras, y sus movimientos, sus deformaciones, sus proyecciones, etc., permiten aplicar y abstraer progresivamente conceptos y propiedades geométricos fundamentales en tres y dos dimensiones.

Pensando en el niño y su proceso de aprendizaje, la casa, la escuela y los espacios en los que él se mueve ofrecen multitud de objetos con diferentes formas geométricas; sus juegos están también relacionados con figuras y cuerpos geométricos que se realizan en el plano y en el espacio.

La geometría puede ayudar a los niños a familiarizarse con el espacio, dándoles oportunidades para explorarlo. Los contenidos geométricos contribuyen al desarrollo de habilidades de organización y orientación espacial, de gran importancia para los alumnos desde el comienzo de la escolaridad.

En la misma obra de Bressan, et al (2000) se dice que la geometría ayuda a estimular y ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidad para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Esto puede ayudar al alumno a aprender cómo descubrir relaciones por ellos mismos y volverse mejores solucionadores de problemas.

Bressan, et al (2000) muestran una clasificación sobre habilidades geométricas, que dada su especificidad reproducimos a continuación:

Habilidades visuales:

- Coordinación visomotora.
- Percepción figura-fondo.
- Constancia perceptual o constancia de forma, tamaño y posición.
- Percepción de la posición en el espacio.
- Percepción de relaciones espaciales entre objetos.
- Discriminación visual.
- Memoria visual.

Habilidades de dibujo y construcción:

- La representación de figuras y cuerpos.
- La reproducción a partir de modelos dados.
- La construcción sobre la base de datos dados en forma oral, escrita o gráfica.

Habilidades de comunicación:

- Escuchar, localizar, leer e interpretar información geométrica presentada en diferentes formas.
- Denominar, definir y comunicar información geométrica en forma clara y ordenada, utilizando el lenguaje natural y el simbólico apropiados.

Habilidades de pensamiento:

- Lógicas: abstraer conceptos y relaciones, generar y justificar conjeturas, formular contraejemplos, seguir argumentos lógicos, juzgar la validez de un razonamiento, desarrollar esquemas deductivos elementales.
- De creación y de aplicación o transferencia: crear, inventar, imaginar, intuir situaciones, explorar y descubrir conceptos, regularidades y relaciones.

En la obra de Alsina et al (1987) se plantea igualmente que el interés por estudiar el espacio no es propio solo de la educación integral de cada individuo, sino que también es esencial en diferentes disciplinas y profesiones técnicas y artísticas.

Si pensamos en nuestro entorno, estamos rodeados de objetos, formas y diseños. Las propiedades geométricas que se perciben en las figuras y formas son cada vez más accesibles y presentes en la vida cotidiana. Desde que somos pequeños, experimentamos directamente con las formas de objetos, ya sean juguetes o utensilios cotidianos y familiares. Poco a poco vamos tomando posesión del espacio, orientándonos, percibiendo y analizando formas. De esta manera vamos adquiriendo conocimiento directo de nuestro entorno espacial.

Alsina et al (1987) consideran que este primer acercamiento a la Geometría se realiza por medio de la intuición, porque se realiza sin un razonamiento lógico. En el conocimiento del espacio geométrico, estos autores distinguen dos modos de comprensión y expresión, el primero, que se realiza de forma directa, corresponde a la intuición geométrica, prácticamente de naturaleza visual donde interviene “la visualización” considerada por los autores como “el *saber ver* el espacio”. El segundo, que se realiza de forma reflexiva, lógica, prácticamente de naturaleza verbal. Argumentan que ambos modos del conocimiento geométrico, aunque distintos son complementarios, el primero es creativo y subjetivo, el segundo es analítico y objetivo y que además, pueden considerarse como fases del desarrollo del pensamiento.

En la misma obra de Alsina et al (1987) se considera a la Geometría como *la Matemática del espacio* que tiene por objeto “analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales”. (p. 14). Los autores definen que al hecho de adquirir conocimientos del espacio a través de la *intuición geométrica* es lo que se conoce como *percepción espacial*.

2.3 ¿Qué es la *percepción de formas en el plano y en el espacio*?

La percepción en una forma general y según lo define el Diccionario de la Real Academia Española (2001) es la “sensación interior que resulta de una impresión material hecha en nuestros sentidos”.⁷ Suele llamarse también percepción sensorial. De esta manera podemos hacer referencia por ejemplo, a la percepción visual a través de la vista o a la percepción sonora o auditiva a través del oído, etc.

La percepción de formas está relacionada con los sentidos de la vista y el tacto. Sin descartar los demás sentidos, es principalmente a través de la vista como, desde pequeños, empezamos a crear una concepción del mundo que nos rodea. Y es que en nuestro entorno ambiental estamos rodeados de objetos, formas y diseños diversos. Gracias a la vista, vamos aprendiendo a comprender el sentido de la profundidad, el tamaño, la textura, el color y la forma de los objetos que rodean nuestro espacio.

Según Del Grande (1987)⁸ el 85% de la información espacial que llega a nuestros sentidos entra a través del sistema óptico y de allí que el desarrollo de habilidades visuales es de la mayor importancia para el estudio del espacio.

Sobre la *percepción de formas en el plano y en el espacio*, la página Web “Mi ayudante. Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria”⁹ de la que haremos referencia más adelante, la define como una *habilidad matemática* que: “Consiste en identificar formas, líneas y contornos, así como sus similitudes. Permite identificar un cuerpo con sólo ver su representación en un dibujo; también permite reconstruir un cuerpo al observar sus caras laterales o una vista desde arriba. En los primeros grados esta habilidad se ejercita con la manipulación de objetos y la identificación de las figuras básicas, y hacia el final de la primaria con la percepción de ángulos, polígonos y la reconstrucción de cuerpos geométricos”.

Al buscar definiciones en distintos textos sobre la habilidad de *percepción de formas*, encontramos diversos conceptos relacionados con el tema, entre ellos “visualización espacial”, “percepción espacial” e “imaginación espacial”. Por ejemplo, en el trabajo de tesis de Orozco (2001)¹⁰ se cita a Gutiérrez (1996), quien en relación con la enseñanza de la matemática define “visualización espacial” como la actividad de razonamiento o proceso cognitivo basada en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades.

En el mismo texto se menciona que, según Gutiérrez (1996), otros psicólogos educativos definen la visualización como un contexto en el que se da la interacción entre las imágenes de reserva mental y las imágenes externas, donde las representaciones tienen que actuar recíprocamente para lograr una mejor comprensión y la resolución de problemas. Por su parte, Orozco (2001) considera la “visualización espacial” como el proceso de captación y

⁷ Real Academia Española (2001). 22ª Edición. Extraído el 17, Marzo, 2006 de <http://buscon.rae.es/draeI/>

⁸ Citado en: Bressan, Bogisic y Crego (2000). p. 19

⁹ Universidad Pedagógica Nacional [UPN] 2001. De Bengoechea et al. *Mi ayudante. Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria*. México. <http://miayudante.upn.mx>

¹⁰ Orozco (2001). *Construcción y representación de modelos tridimensionales en el desarrollo de la imaginación espacial*. Tesis de maestría. CINVESTAV-IPN. México.

formación de una imagen mental y argumenta que “contar con visualización espacial es tener la capacidad de producir imágenes (visuales y mentales) que ilustren o representen determinados conceptos, propiedades o situaciones, así como la capacidad de realizar ciertas lecturas visuales a partir de determinadas representaciones”. (p. 9)

El término “percepción espacial” lo encontramos en el texto de Alsina et al (1987), cuando cita a R. Pallascio y otros quienes proponen cinco etapas en el estudio del desarrollo de la percepción espacial: la visualización, la estructuración, la traducción, la determinación y la clasificación. Cada una de estas etapas incluyen acciones que van desde el reconocimiento de los objetos a la realización y aplicación de los mismos. En el mismo apartado Alsina et al (1987) consideran que “la percepción es el resultado de una serie de fases de procesamiento que ocurren entre la recepción de un estímulo visual y el logro de un precepto. (...) La percepción espacial desempeña un papel fundamental en el estudio de la Geometría, reconociendo formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales”. (p. 16). Por su parte, Orozco (2001) define a la “percepción espacial” como “la formación de una imagen, no sólo como un retrato exacto de un objeto del mundo exterior, sino todo un repertorio de características del objeto y del entorno ambiental en que se encuentra”. (p. 10)

El término “imaginación espacial” aparece en el trabajo de Orozco (2001), citado ya anteriormente, quien lo utiliza como sinónimo de “percepción espacial” haciendo referencia a las representaciones que se producen como imágenes. Este término de “imaginación espacial” aparece también en los materiales curriculares de la SEP dentro del listado de los propósitos generales de la enseñanza de las matemáticas en la educación básica en México.

Llámesese “percepción de formas en el plano y en el espacio”, “visualización espacial”, “percepción espacial” o “imaginación espacial”, las conceptualizaciones de manera general, hacen referencia a una habilidad matemática que se desarrolla o intenta desarrollar en el marco institucional de la educación básica en México y que está relacionada con el estudio de las figuras planas y los cuerpos geométricos en el espacio bidimensional y tridimensional respectivamente. Por esta razón, consideraremos y usaremos dichos términos como sinónimos.

2.4 Actividades sugeridas en los *Libros para el maestro de Matemáticas* sobre la *percepción de formas en el plano y en el espacio*

Los libros para el maestro sugieren la necesidad de proponer actividades en la escuela que enlacen los contenidos de los programas de estudio con los aprendizajes que los niños han adquirido fuera de la escuela y con la forma en la que han arribado a ellos, apoyándose en la percepción visual, en la manipulación de objetos, en la observación de las formas de su entorno y en la resolución de problemas.

Veamos, grado por grado, lo que plantean dichos materiales al respecto:

En los propósitos generales del *Libro para el Maestro. Matemáticas. Primer grado*. (SEP, 2003) se plantea que los alumnos:

- Reconozcan algunas características que hacen que las figuras geométricas se parezcan o diferencien entre sí,
- identifiquen cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos en el entorno,
- y resuelvan problemas a partir de la información que contienen diversas ilustraciones.

Además explica que:

Los alumnos realizarán diversas actividades con objetos y cuerpos geométricos, identificarán diferentes formas en su entorno y aprenderán que algunas tienen características que las hacen parecerse y diferenciarse de otras.

Poco a poco reconocerán e identificarán por su nombre algunas figuras, como los cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos. Al mismo tiempo aprenderán a expresar adecuadamente su propia ubicación en relación con su entorno, la de seres u objetos en relación con él y la de los objetos entre sí.

Las actividades que se sugieren, principalmente para el desarrollo de la *percepción espacial* y que también apoyan el desarrollo de la ubicación espacial de los niños, son las siguientes.

Observación y clasificación de cuerpos y objetos geométricos. *Las actividades en las que los alumnos observan y manipulan prismas, cilindros y esferas de diferente tamaño favorecen que el niño identifique en sus caras diversas formas geométricas.*

Mediante la manipulación, observación y comparación de estos cuerpos, los alumnos descubrirán que algunos tienen aristas (bordes) y vértices (picos); que otros cuerpos, como las pelotas, no los tienen, y que otros sólo tienen bordes pero no vértices, como el cilindro. Descubrirán también que algunos cuerpos ruedan porque son completamente redondos, que otros sólo ruedan por una de sus caras y que otros no ruedan.

Reproducción de figuras. *Se sugiere que los alumnos dibujen cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos tomando como molde las caras de diversos objetos (cajas, botes, empaques, etcétera).*

Clasificación de figuras. *Los alumnos de este grado están en posibilidad de clasificar figuras por tamaños, por el número de lados, por el número de vértices (puntas o esquinas), separando las que tienen todos sus lados rectos (derechitos) de las que tienen lados curvos (redonditos), las que se parecen y las que no se parecen, etcétera.*

El conjunto de las actividades que se sugiere permitirá que al término del curso los alumnos reconozcan cuadrados, triángulos, rectángulos y círculos en objetos del entorno y empleen los términos adecuados para nombrar los distintos elementos de una figura, a la vez que reconocen algunas de sus características.

El *Libro para el maestro. Segundo grado. Matemáticas* (SEP, 2004) propone que los alumnos:

- Reconozcan algunas propiedades geométricas que hacen que los triángulos, cuadriláteros y polígonos se parezcan o diferencien entre sí.
- Identifiquen, por su forma y nombre, figuras como cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos, trapecios, rombos, romboides, pentágonos y hexágonos.

Para ello los alumnos realizarán diversas actividades con cuerpos geométricos que les permitirán identificar las partes que los constituyen, distinguiendo sus formas, su extensión, la unión de cada una de las formas (aristas), así como sus vértices (puntas o esquinas). (sic)

En cuanto a las figuras, podrán reconocerlas por su nombre y clasificarlas tomando en cuenta algunas de sus propiedades geométricas. Asimismo, realizarán actividades que permitirán la construcción y transformación de figuras para favorecer, de otra manera, su reconocimiento y el de algunas de sus propiedades geométricas.

En segundo grado se continuará con actividades que propicien la observación de las figuras que conforman a los cuerpos geométricos. Se propone que identifiquen y reproduzcan las caras de diferentes cuerpos, que las recorten y que determinen cuáles figuras pertenecen a cada uno de los cuerpos geométricos. Otro tipo de actividades con el mismo propósito son aquéllas en las que los alumnos construyen de diversas maneras el "forro" de un cuerpo y actividades en las que tienen que identificar cuál de los forros le corresponde a un cuerpo geométrico determinado.

El Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado (SEP, 2004), para este aspecto de la percepción de formas propone únicamente:

- Desarrollar la intuición geométrica y la imaginación espacial a través del análisis del espacio físico, de los objetos y figuras del entorno, y de su ubicación y representación en el plano.

Se menciona en una de sus páginas que un aspecto importante del eje "Geometría" es el que se refiere a las características de las figuras y su trazo. Se sugiere entonces, utilizar diversos recursos como el doblado de papel, el dibujo, los mensajes para reproducir figuras, etc.

Sobre la reproducción de figuras se hace mención que el paralelismo y la perpendicularidad son las características importantes en las que se basa la construcción y el análisis de figuras, de manera que el maestro deberá apoyarse en tales aspectos al solicitarle a los niños la reproducción y el análisis de figuras.

Con respecto al doblado de papel se considera un recurso que permite el desarrollo de la imaginación espacial, entre otras cosas.

El Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado (SEP, 2004) incluye entre sus propósitos generales, que el alumno:

- Desarrolle la habilidad en el manejo de diferentes instrumentos de geometría para trazar líneas paralelas y perpendiculares, figuras, ejes de simetría y desarrollos planos de cuerpos geométricos.

Con relación al estudio de los sólidos geométricos señala que:

Con el estudio que se hace en el libro de texto sobre los sólidos geométricos, se pretende que los niños identifiquen qué figuras forman las caras de un sólido y que establezcan la relación entre el dibujo en el plano y el sólido en tres dimensiones, es decir, se abordan dos aspectos.

- Un sólido puede representarse en el plano, intentando plasmar sus tres dimensiones.
- A partir del plano puede construirse un sólido (con tres dimensiones).

Uno de los propósitos generales que se incluye tanto en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Quinto grado* (SEP, 2004) como en el *Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado* (SEP, 2004) es:

- *Desarrollar habilidades para clasificar, comparar y relacionar figuras geométricas, de acuerdo con la simetría, paralelismo, perpendicularidad y ángulos, así como destrezas para la construcción de figuras y cuerpos geométricos, utilizando la escuadra, la regla, el transportador y el compás.*

En los libros para el maestro de ambos grados se utiliza el término “competencia” para referirse tanto a los conocimientos como las habilidades que los alumnos habrán de adquirir y desarrollar durante su preparación académica en quinto y sexto grados.

Entre los conocimientos a adquirir se encuentran:

- *Conocer las características principales de triángulos, cuadriláteros, polígonos y prismas.*

Entre las habilidades a desarrollar aparece la *habilidad de imaginar* que incluye:

- Identificar desarrollos planos que corresponden a prismas rectos.
- Identificar resultados de transformaciones sencillas mediante rotaciones, traslaciones, doblado y recorte.
- Identificar la ubicación espacial de varios objetos vistos desde diferentes ángulos.
- Reproducir o identificar los trazos que corresponden a instrucciones dadas.

En el siguiente capítulo ubicaremos la *percepción de formas en el plano y en el espacio* en los libros de texto y ficheros de actividades didácticas de cada grado y realizaremos un análisis descriptivo al respecto.

LA PERCEPCIÓN DE FORMAS EN EL PLANO Y EN EL ESPACIO EN LOS LIBROS DE TEXTO GRATUITOS Y LOS FICHEROS DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICAS

3.1 El papel de los Libros de texto y los Ficheros de actividades didácticas de Matemáticas

En términos del desarrollo del currículum, los materiales que conforman el paquete curricular, mencionados en el primer capítulo son seis para cada uno de los grados: los Planes y programas de estudio, los Libros para el maestro, los Avances programáticos, los Libros de texto gratuitos, los Libros o materiales recortables (que de tercero a sexto grados se incluye en cada uno de los libros de texto gratuitos) y los Ficheros de actividades didácticas.

Estos materiales están destinados a los profesores de educación primaria en el país, que día con día asisten a las aulas para desarrollar su actividad docente. El papel general de estos materiales es apoyar la actividad del profesor en su labor cotidiana. De manera específica cada uno de estos materiales tiene un papel fundamental en la tarea que el profesor lleva a cabo día a día.

Los *Planes y programas de estudio* de matemáticas incluyen la organización general de los contenidos matemáticos agrupados en ejes conceptuales o ejes temáticos. La selección de estos contenidos se basa en la propuesta de enseñanza de las matemáticas vigente en nuestro país desde 1993 y en los propósitos que la escuela primaria se plantea alcanzar a lo largo de los seis años de estudio de esta área.

La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades y destrezas, fundamentales para la buena formación básica en matemáticas.

Los *Libros para el maestro* de matemáticas presentan los aspectos principales del enfoque didáctico o enfoque de enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, abordados ya en el primer capítulo de este trabajo. Presentan también, los propósitos generales planteados para cada uno de los grados relacionados con la adquisición de conocimientos matemáticos y el desarrollo de habilidades. Ofrecen, además, recomendaciones didácticas generales y temáticas que incluye una serie de sugerencias metodológicas para cada uno

de los ejes conceptuales especificados en los planes y programas de estudio, recomendaciones de evaluación, propuestas de trabajo y sugerencias bibliográficas.

El *Avance programático* para cada grado tiene el propósito de ser utilizado por el profesor en la planeación de sus actividades y organización de la enseñanza de las matemáticas. Es un cuaderno que presenta una propuesta de secuencia e interrelación de los contenidos matemáticos que se imparten en cada grado escolar. El propósito de este material es auxiliar al profesor para que planifique las actividades de enseñanza, relacione los contenidos que se imparten y obtenga orientación para evaluar los resultados del aprendizaje. Cada cuaderno incluye un apartado para que el profesor registre el desarrollo de su trabajo, dificultades en la enseñanza de ciertos contenidos y en general toda experiencia que le ayude a mejorar su labor. Este material está pensado prácticamente como una opción para organizar la enseñanza de los contenidos matemáticos.

Los *Libros de texto gratuitos* para cada uno de los grados presentan las lecciones que han de trabajarse a lo largo del ciclo escolar por parte de los alumnos. Son actividades que incluyen situaciones didácticas o problemáticas donde se ponen en juego los conocimientos matemáticos que el alumno ha de adquirir a lo largo de su preparación básica en esta área.

Los *Recortables* son un material de apoyo para los alumnos, a través del cual llevan a cabo las actividades planteadas tanto en los libros de texto como en los ficheros de actividades didácticas. Este material sustituye en ocasiones la falta de material concreto.

Los *Ficheros de actividades didácticas* son un complemento de los materiales para el maestro en los que se proponen actividades que permiten al alumno construir conocimientos, desarrollar y ejercitar habilidades que son necesarias para abordar los contenidos del programa. En las fichas se sugiere la frecuencia con que pueden realizarse las actividades didácticas. Se destaca también en cada una de ellas, el eje o ejes conceptuales que se relacionan con los contenidos matemáticos que incluye la ficha.

Estos materiales curriculares son un apoyo al trabajo docente y como se especifica en los *Planes y programas de estudio. Matemáticas* (SEP, 1993) no es su pretensión indicar a los profesores, de manera rígida e inflexible lo que tienen que hacer en cada clase o en el desarrollo de cada tema. Su contenido y presentación parten de reconocer la creatividad del maestro y la existencia de múltiples métodos y estilos de trabajo docente. Por esta razón, las situaciones didácticas son abiertas y ofrecen amplias posibilidades de adaptación a las formas de trabajo del maestro, a las condiciones específicas en las que realiza su labor, y a los intereses, necesidades y dificultades de aprendizaje de los niños.

En los párrafos anteriores podemos notar que el papel específico de cada uno de los materiales curriculares varía de acuerdo a los contenidos que lo integran. Los planes y programas de estudio junto con los libros para el maestro muestran un panorama general del enfoque de enseñanza y los elementos que lo componen así como sugerencias específicas sobre cómo abordar los contenidos matemáticos en cada grado, permitiendo entender al mismo tiempo la perspectiva desde donde se observa la enseñanza de las matemáticas en este nivel.

El *Avance programático* está más enfocado a servir de apoyo al profesor en la planeación y organización de sus clases. Esta planificación de las actividades le permitirá llevar un orden y una dirección relacionados con los propósitos específicos de cada grado, con los contenidos matemáticos a abordar en cada clase y con el desarrollo de habilidades por parte de los alumnos.

Los *Libros de texto gratuitos*, los *Recortables* y los *Ficheros de actividades didácticas*, más que dirigidos a los profesores están orientados al trabajo que tendrán que realizar los alumnos. Las actividades planteadas en cada uno de estos materiales son pensadas y diseñadas con base en el enfoque de enseñanza, que permiten finalmente a los alumnos apropiarse de los conocimientos matemáticos en juego y al desarrollo de habilidades necesarias para avanzar en su proceso de aprendizaje.

Tanto las lecciones de los *Libros de texto gratuitos* como las fichas de los *Ficheros de actividades didácticas* contienen situaciones didácticas o actividades que incluyen una serie de contenidos matemáticos. Cada una de ellas tiene una aplicación distinta.

Las lecciones están pensadas para trabajarse al menos una por cada día de clase a lo largo del ciclo escolar y se aplican casi siempre al final del trabajo con un tema específico entre profesor y alumnos, pues están sugeridas para reforzar la adquisición de los contenidos matemáticos. Las fichas tienen otra finalidad y se consideran materiales de apoyo para el trabajo con las lecciones, pues permiten a los alumnos hacer uso de herramientas matemáticas ya conocidas y de conocimientos previos adquiridos en otros contextos además del salón de clase; asimismo, permiten el desarrollo de habilidades. Se sugiere aplicarlas antes, durante o después del trabajo con las lecciones de los libros de texto y la cantidad y frecuencia de su aplicación depende del criterio del profesor de grupo.

Estas actividades o *situaciones didácticas* son finalmente el *medio* que permitirá a los alumnos poner en práctica herramientas matemáticas, hacer uso de sus conocimientos previos, desarrollar habilidades específicas y adquirir los conocimientos matemáticos que se plantean desde los planes y programas de estudio.

En este capítulo nos proponemos mostrar la cantidad de lecciones y fichas de matemáticas en la educación primaria que tienen como propósito desarrollar, entre otras habilidades, la *percepción de formas en el plano y en el espacio* de acuerdo con la conceptualización y el análisis realizado por la página Web *Mi ayudante*.

3.2 Mi ayudante. *Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria*

Mi ayudante. *Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria* (UPN, 2006) es una página Web que tiene como antecedente el proyecto "*Propósitos y contenidos actuales de la enseñanza de las matemáticas en México en el nivel primaria*" realizado por la Universidad Pedagógica Nacional y la Sociedad Matemática Mexicana con apoyo de Conacyt.

La página Web "*Mi ayudante*" tiene como objetivo "apoyar al maestro de primaria en la preparación de su clase de matemáticas, incorporando casi en su totalidad los materiales

que la SEP emite año tras año, (específicamente, planes y programas de estudio, libros de texto, libros del maestro, recortables y ficheros de actividades didácticas). Agrega el análisis de cada una de las lecciones y fichas que contienen dichos materiales, las lecciones y fichas por bloques y, además, juegos, lugares y documentos de interés, actividades y sugerencias no incluidos en los materiales curriculares que la SEP distribuye en todo el país, que pueden ser de utilidad para el maestro”¹¹.

El análisis que se hace con cada una de las actividades de las lecciones y las fichas incluye una serie de elementos que permiten al profesor de educación primaria tener una noción sobre aspectos relevantes que contienen las actividades que ahí se desarrollan. Estos elementos se hacen presentes en el mismo orden y bajo los mismos criterios de análisis de manera que permiten al profesor detectarlos fácilmente y abordar en seguida el trabajo con las lecciones y fichas.

Los elementos que contiene el análisis de las actividades presentes en lecciones y fichas son los siguientes:

- Material necesario
- Fichas o lecciones sugeridas y el uso propuesto de ellas
- Contenidos matemáticos que se trabajan
- Temas matemáticos principales a los que tienden los contenidos
- Habilidades a desarrollar
- Acciones que el niño realiza
- Sugerencias u observaciones (cuando es necesario)
- Sugerencias del libro para el maestro

Cada uno de los elementos se desprende de la metodología desarrollada específicamente para este proyecto desde su origen, que como ya mencionamos al inicio del apartado el paquete de cómputo llamado “*Mi ayudante*” parte de la investigación “*Propósitos y contenidos actuales de la enseñanza de las matemáticas en México en el nivel primaria*”. Información relacionada con la investigación se encuentra en la consulta *Lugares y documentos de interés* (cualquier grado) a la cual se tiene acceso desde la página principal de “*Mi ayudante*” en el menú de navegación. Información sobre los elementos que contiene el análisis se encuentra en el documento *Presentación y modo de empleo* al cual se tiene acceso desde la página principal de *Mi ayudante* en el apartado de “*Bienvenida a las y los maestros*”.

En el listado anterior sobre los elementos de análisis contenidos en lecciones y fichas de cada grado, aparece en quinto lugar *Habilidades a desarrollar*. Para este elemento “*Mi ayudante*” define 28 habilidades básicas clasificadas en ocho familias:

- *Cálculo*: cálculo mental y mecanizaciones.
- *Coordinación motriz fina*.
- *Percepción*: percepción en el plano y en el espacio de formas, de tamaños relativos, de posiciones relativas y de la perspectiva.

¹¹ UPN (2006). De Bengoechea et al. *Mi ayudante. Presentación y modo de empleo*. Extraído el 12, Abril, 2006 de <http://miayudante.upn.mx>.

- *Previsión*: reconocimiento de patrones tanto numéricos como geométricos, y estimación de resultados numéricos, de disposición espacial o de medidas.
- *Manejo de fórmulas*: seguimiento de instrucciones, lectura de fórmulas y uso de fórmulas.
- *Estrategias para la resolución de problemas*: acomodamiento de la información, decantamiento de la información, ensayo y error, planteamiento de la pregunta adecuada y trabajo en reversa.
- *Operaciones mentales*: analogías, generalizaciones, planteamiento de hipótesis, procesos inversos y clasificación.
- *Formulaciones*: expresión de procesos, modelación, construcción de fórmulas y planteamiento de problemas.

Es importante insistir que “*Mi ayudante*” trabaja directamente sobre los materiales curriculares de matemáticas¹² que la SEP distribuye a todo el país (excepto el Avance Programático), respetando desde la ortografía hasta el enfoque de enseñanza actual. “*Mi ayudante*” contiene siete consultas para cada uno de los grados:

- Sugerencias y actividades iniciales
- Por lecciones del texto gratuito
- Por fichero de actividades
- Por contenidos del programa
- Actividades y juegos
- Lugares y documentos de interés
- Lecciones y fichas por bloques

En las consultas *Por lecciones de texto gratuito* y *Por fichero de actividades* se muestra inicialmente el índice de lecciones o de fichas respectivamente, se incluyen también ligas a otros documentos como la presentación del libro, los créditos del libro y la bibliografía entre otros, de acuerdo al grado que se haya elegido consultar. El índice aparece tal cual se muestra en los libros de texto gratuito y en los ficheros de actividades didácticas. Las lecciones se agrupan por bloques y tanto lecciones como fichas incluyen el número de la lección o la ficha, el nombre de la lección o la ficha y la página en que aparece en el libro de texto o en el fichero de actividades.

El número de la lección o de la ficha aparece del lado izquierdo en un recuadro gris, que a la vez es una liga desde el que se tiene acceso directo a la lección o ficha seleccionada. Una vez que se accede a la lección o la ficha que se consulta, encontramos a la izquierda el contenido de la lección o la ficha tal cual aparece en los materiales de la SEP, y del lado derecho, el análisis realizado por los autores del proyecto “*Mi ayudante*” conteniendo los elementos que ya se han mencionado.

Dada la importancia del desarrollo de habilidades en la escuela primaria abordaremos el estudio de la habilidad *Percepción de formas en el plano y en el espacio*, definida ya en el

¹² La versión última de los materiales (ciclo escolar 2005-2006) es la que aparece actualmente en la página de *Mi ayudante*.

segundo capítulo de este trabajo, a partir del conteo de lecciones y fichas que tienen como propósito desarrollar, entre otras, esta habilidad en la escuela primaria.

Para esta tarea utilizaremos el sitio Web “*Mi ayudante*”, el cual a partir del análisis que realiza para cada una de las lecciones y las fichas, nos permite detectar de una forma rápida en qué lecciones y en qué fichas las actividades sugeridas para trabajar en el salón de clase, inducen a los alumnos a desarrollar la habilidad de *percepción de formas en el plano y en el espacio*.

A continuación y a partir de cuadros y gráficas, mostramos desde el total de lecciones y fichas por grado en general, las lecciones y fichas que incluyen contenidos geométricos y las lecciones y fichas que desarrollan la percepción espacial en la escuela primaria, a continuación de cada cuadro y/o gráfica se anexa un breve análisis sobre la información contenida en ellos.

Sabemos que lo relevante de las actividades sugeridas para el desarrollo de la habilidad planteada en las lecciones y las fichas, más que la cantidad es la calidad de las mismas, pero por ahora realizar un análisis de esa magnitud no está dentro de los propósitos de este trabajo. No obstante, creemos que los datos cuantitativos que se incluyen a continuación pueden darnos un acercamiento sobre el panorama general del desarrollo de esta habilidad a lo largo de la escuela primaria. Creemos también que estos mismos datos pueden indicarnos la importancia que se le otorga al desarrollo de esta habilidad y más aún, que podrían ilustrarnos cuantitativamente la sugerencia de nuevas actividades.

3.3 La percepción de formas en el plano y en el espacio en lecciones y fichas

En el primer cuadro mostraremos las cantidades totales de lecciones y fichas que se sugiere trabajar en cada uno de los grados a lo largo del ciclo escolar, las cuales contienen una diversidad de actividades con propósitos específicos:

CUADRO 1: Lecciones y fichas sugeridas para cada uno de los grados de la escuela primaria

Grado	Lecciones	Fichas
Primer grado	128	61
Segundo grado	117	49
Tercer grado	89	61
Cuarto grado	91	41
Quinto grado	87	73
Sexto grado	87	41
Total	599	326

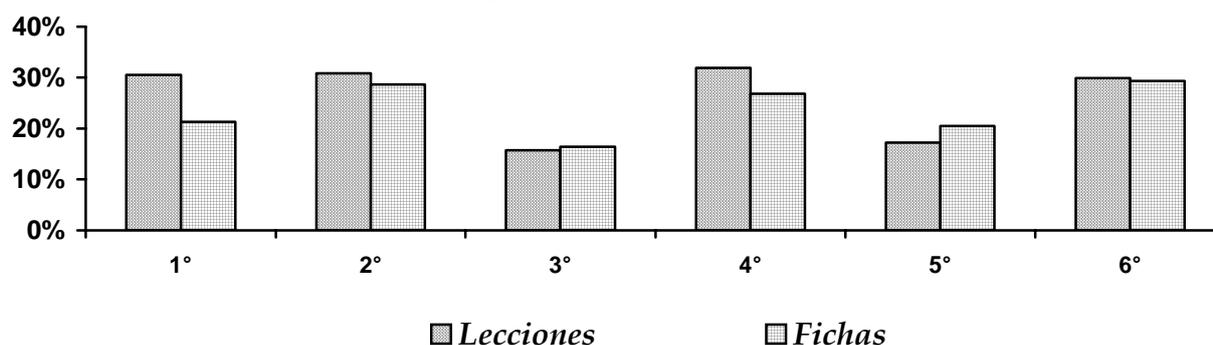
Si tomamos en cuenta por un lado, la naturaleza de los contenidos matemáticos que engloba cada eje temático y, por el otro lado, que la habilidad de *percepción de formas en el plano y en el espacio* está directamente relacionada con contenidos geométricos podemos

anexar el CUADRO 2 que incluye la cantidad de lecciones y fichas con contenidos geométricos para cada uno de los grados, tenemos así:

CUADRO 2: Lecciones y fichas que incluyen contenidos geométricos para cada uno de los grados de la escuela primaria

Grado	Lecciones	% del total de lecciones	Fichas	% del total de fichas
Primer grado	39	30.4%	13	21.3%
Segundo grado	36	30.7%	14	28.6%
Tercer grado	14	15.7%	10	16.4%
Cuarto grado	29	31.8%	11	26.8%
Quinto grado	15	17.2%	15	20.5%
Sexto grado	26	29.8%	12	29.3%
Total	159	26.54%	75	23%

Porcentaje de lecciones y fichas con contenidos geométricos en cada uno de los grados de la escuela primaria



Si observamos la gráfica podemos darnos cuenta que en cuatro de los seis grados (1°, 2°, 4° y 6°) el número de lecciones con contenidos geométricos es de aproximadamente el 30%. El menor número de lecciones con contenidos geométricos lo encontramos en tercero y quinto grados con un 16% aproximadamente. Estamos hablando de una diferencia de aproximadamente el 14%.

En cuanto a las fichas, podemos percibir diferencias sobre el número de fichas con respecto al número de lecciones con contenidos geométricos. Los grados que contienen mayor número de fichas con estos contenidos son el segundo, cuarto y sexto con un porcentaje de 28.6%, 26.8% y 29.3% respectivamente. Menores porcentajes en cuanto al número de fichas con contenidos geométricos lo ocupan primero, tercero y quinto grados, de los cuales primero y quinto grados contienen aproximadamente el 21% de fichas con contenidos geométricos y tercer grado ocupa el porcentaje más bajo alcanzando apenas el 16.4% de fichas con contenidos geométricos. Si comparamos la relación de porcentajes entre los más altos y el más bajo, hay una diferencia de aproximadamente el 14%.

Podemos deducir que en su conjunto, existe un número mayor de lecciones que de fichas con contenidos geométricos y que esta diferencia cambia de acuerdo a los grados, y en

tercer grado el número de fichas como de lecciones es notoriamente más bajo con respecto al resto de los grados. Con estas mismas características se le acerca quinto grado.

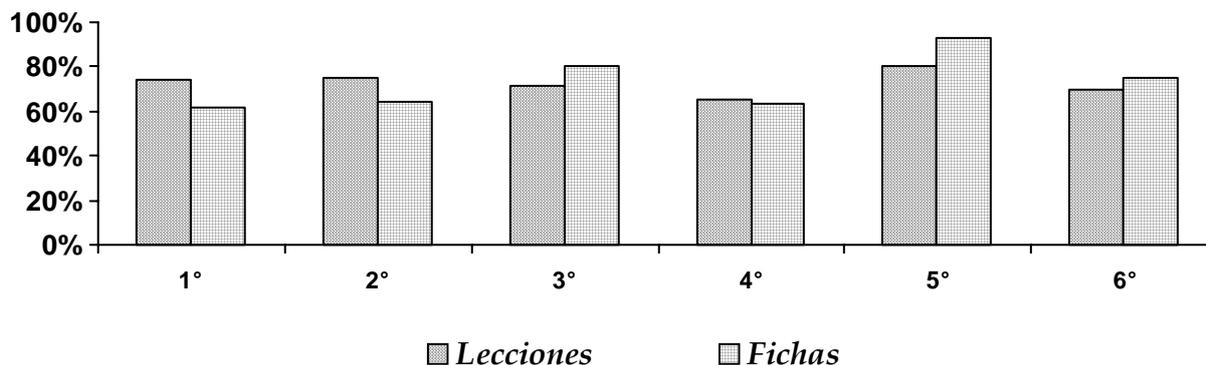
A continuación el cuadro 3 nos muestra las lecciones del libro de texto y fichas del fichero de actividades didácticas que pertenecen al eje de Geometría y que desarrollan, entre otras, la habilidad de *Percepción de formas en el plano y en el espacio* de acuerdo con el análisis de "Mi ayudante". Se anexan los porcentajes con respecto a lecciones y fichas con contenidos geométricos por cada uno de los grados y los porcentajes con respecto al total de lecciones y fichas por cada uno de los grados.

CUADRO 3: Lecciones y fichas con contenidos geométricos que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio

Grado	Lecciones			Fichas		
	#	%	% con respecto al total	#	%	% con respecto al total
Primero	29	74.4%	22.7%	8	61.5%	13.1%
Segundo	27	75.0%	23.1%	9	64.3%	18.4%
Tercero	10	71.4%	11.2%	8	80.0%	13.1%
Cuarto	19	65.5%	20.9%	7	63.6%	17.1%
Quinto	12	80.0%	13.8%	14	93.3%	19.2%
Sexto	18	69.2%	20.7%	9	75.0%	22.0%
Total	115	72.33%	19.20%	55	73.33%	16.87%

La siguiente gráfica nos muestra los porcentajes de lecciones del libro de texto gratuito y fichas del fichero de actividades didácticas con contenidos geométricos que desarrollan la habilidad de *Percepción de formas en el plano y en el espacio*.

Porcentaje de lecciones y fichas con contenidos geométricos que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio



Al analizar esta gráfica encontramos que más del 60% del total de lecciones y fichas con contenidos geométricos en todos los grados, desarrollan la habilidad de *percepción de formas en el plano y en el espacio*, lo cual muestra la importancia que los autores de los textos le dan a esta habilidad.

Existen además otras lecciones de los libros de texto y fichas de los ficheros de actividades didácticas que desarrollan la *percepción de formas en el plano y en el espacio*, aunque los contenidos matemáticos principales que abordan no son geométricos. Mostramos las cantidades en el cuadro 4.

CUADRO 4: Lecciones y fichas con contenidos matemáticos principales no geométricos que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio

Grado	Lecciones/otros ejes	Fichas/otros ejes
Primero	11	3
Segundo	3	0
Tercero	1	3
Cuarto	7	6
Quinto	5	4
Sexto	0	0
Total	27	16

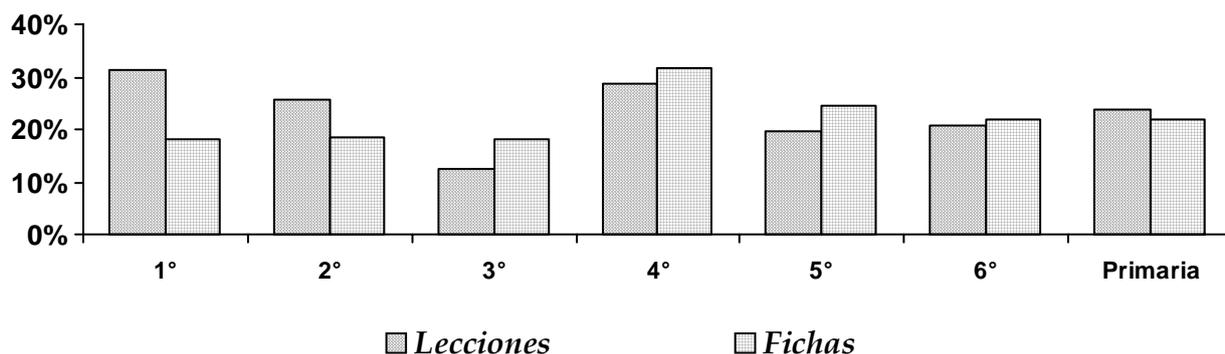
Si unimos los datos del cuadro 3 y el cuadro 4, se obtiene el total de lecciones de los libros de texto y fichas de los ficheros de actividades didácticas grado por grado, que desarrollan la *percepción de formas en el plano y en el espacio* a lo largo de la primaria, de acuerdo con el análisis de “*Mi ayudante*”. Así se obtiene el cuadro 5.

CUADRO 5: Total de lecciones y fichas que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio en cada uno de los grados de la escuela primaria

Grado	<i>Desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio</i>			
	Lecciones	% Total de Lecciones	Fichas	% Total de Fichas
Primero	40	31.3%	11	18.0%
Segundo	30	25.6%	9	18.4%
Tercero	11	12.4%	11	18.0%
Cuarto	26	28.6%	13	31.7%
Quinto	17	19.5%	18	24.7%
Sexto	18	20.7%	9	22.0%
Total	142	23.7%	71	21.8%

En el cuadro 5 se ha incluido el total de lecciones y fichas que desarrollan la *percepción de formas en el plano y en el espacio*, sin importar los contenidos matemáticos que incluyen. Si comparamos estas cantidades con relación al total de lecciones en cada grado obtenemos la siguiente gráfica:

Porcentaje de lecciones y fichas que desarrollan la percepción de formas en el plano y en el espacio



En la gráfica podemos observar que del total de lecciones por cada grado, aproximadamente el 23% desarrolla la habilidad de percepción de formas, y se puede observar un bajo porcentaje en este aspecto en el tercer grado, que apenas llega al 12.4%. El porcentaje de fichas que desarrollan la percepción de formas, con respecto al total de fichas por grado, es notoriamente más bajo con respecto a las lecciones en los grados primero y segundo y más alto en el resto de los grados. Con respecto al total de fichas por grado que desarrollan esta habilidad, se nota un menor porcentaje en los grados primero, segundo y tercero de un 18% aproximadamente.

Como lo hemos mencionado en el párrafo anterior al cuadro dos, creemos que el desarrollo de la *percepción de formas en el plano y en el espacio* está directamente relacionado con los contenidos geométricos que incluyen las actividades escolares en lecciones y en fichas. La gráfica correspondiente al cuadro 3 puede corroborar esta creencia, pues más allá del 70% en lecciones y fichas con contenidos geométricos desarrollan la *percepción de formas en el plano y el espacio*, de acuerdo con el análisis que realiza “*Mi ayudante*”.

El eje de Geometría que se incluye en todos los grados del nivel primaria en la educación básica, está dividido en tres apartados o puntos del programa: ubicación espacial, figuras geométricas y cuerpos geométricos. Cada uno de estos apartados incluye una serie de contenidos geométricos específicos a la vez que permite a los alumnos desarrollar habilidades específicas.

Con relación a los tres puntos o apartados en que se divide el eje de Geometría en los planes y programas de estudio y considerando que aproximadamente el 70% de las lecciones y fichas con contenidos geométricos desarrollan la habilidad de *percepción de formas en el plano y en el espacio*, queremos mostrar grado por grado, cuántas lecciones y cuántas fichas asigna “*Mi ayudante*” a cada uno de los apartados o puntos del programa en que se divide el eje de Geometría.

Es importante mencionar que cada lección o cada ficha incluye contenidos geométricos sobre uno de los apartados, sobre dos de ellos o sobre los tres al mismo tiempo. Por ello el conteo, separado en cuadros por lecciones o por fichas se da de la siguiente manera:

Lecciones de Geometría por puntos del programa en cada uno de los grados

Grado	Lecciones totales	Ubicación espacial	Figuras geométricas	Cuerpos geométricos
Primero	39	35	30	28
Segundo	36	22	30	14
Tercero	14	8	13	1
Cuarto	29	10	17	6
Quinto	15	3	13	1
Sexto	26	6	20	4

Si observamos por ejemplo, en el cuadro de lecciones, tercero y quinto son los grados con menor número de ellas y con relación a los puntos del programa, los mismos grados tienen el menor número de lecciones con contenidos sobre ubicación espacial, figuras geométricas y cuerpos geométricos. De estos 3 puntos del programa que conforman el eje de geometría, vemos, por ejemplo, que cuerpos geométricos es el menos trabajado, con sólo una lección en tercero y quinto grados.

Fichas de Geometría por puntos del programa en cada uno de los grados

Grado	Fichas totales	Ubicación espacial	Figuras geométricas	Cuerpos geométricos
Primero	13	7	8	5
Segundo	14	7	13	7
Tercero	10	5	9	1
Cuarto	11	0	8	4
Quinto	15	2	13	2
Sexto	12	1	9	4

Si observamos ahora el cuadro de las fichas, aún cuando están consideradas como material de apoyo para trabajar las lecciones, podemos ver que la cantidad de ellas por grado no difiere mucho. Si vemos las cantidades desde los puntos del programa que conforman el eje de geometría podemos observar, por ejemplo, en el punto de ubicación espacial, los grados cuarto, quinto y sexto tienen la menor cantidad de fichas con estos contenidos. En la siguiente columna que corresponde a figuras geométricas tampoco hay mucha variación y en la última columna correspondiente a contenidos relacionados con cuerpos geométricos, los grados con el menor número de fichas que tratan este punto son tercero y quinto grados.

Como ya mencionamos, puede destacarse que tercero y quinto grados son los menos favorecidos con relación al contenido Cuerpos geométricos. En tercer grado existe sólo una lección y una ficha que abordan contenidos relacionados con cuerpos geométricos, por su parte, en quinto grado hay una lección y dos fichas con estos mismos contenidos. Es decir, que hemos detectado lo que bien podríamos llamar “un hoyo” en el desarrollo del contenido *cuerpos geométricos* en la escuela primaria.

Creemos que lo anterior nos brinda la oportunidad de plantear una propuesta de actividades relacionadas con este punto del programa: *cuerpos geométricos*, específicamente relacionada con la construcción de un cuerpo geométrico: *el cubo*, que además nos permite trabajar la habilidad de *percepción de formas en el plano y en el espacio*.

Estas actividades van dirigidas a los profesores de grupo y lo que se pretende es generar ideas que permitan al docente diseñar sus propias actividades con sus propios recursos.

La actividad que a continuación se presenta está pensada para trabajarse en cualquiera de los grados, pero va dirigida específicamente a los grados de tercero en adelante. Es importante considerar el desarrollo cognitivo del niño, de manera que pueda presentarse como una actividad que permita el aprendizaje y no como algo impuesto y difícil de lo que no se obtiene ningún provecho. Por ello se sugiere adecuarla si es necesario, a las condiciones y contexto del grupo con el que se trabaja.

CAPÍTULO

-- 4

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

4.1 Introducción

Desde los primeros grados de la escuela primaria se inicia con los niños el conocimiento de figuras geométricas, se trabaja con el tangram en la elaboración de formas y figuras, se copian modelos sobre mosaicos y retículas o se arman rompecabezas, entre otras cosas. De manera que, con el estudio de la geometría, al trabajar sobre material concreto se inicia el desarrollo de diversas habilidades.

La construcción de los conocimientos geométricos se logra, en gran medida, gracias a la interacción entre el sujeto y los objetos (ya sean estos concretos o abstractos). Esta interacción aparece en forma privilegiada en el salón de clases, cuando al alumno se le presenta un problema a resolver. Durante la resolución de un problema se hacen funcionar los conocimientos previos, se ponen a prueba y se modifican.

Un aspecto importante en el estudio de la geometría es saber, por una parte, seleccionar el tipo de problema en función de los conceptos que se quieran enseñar, y por otra parte, secuenciar las actividades de acuerdo con el desarrollo cognitivo de los alumnos. Además, hay que definir eficientemente los elementos que se enuncian en cada problema para así permitir desarrollar la estrategia más deseable con los fines propuestos. Un mismo problema puede permitir desarrollar estrategias diferentes.

Armar cubos con hojas de papel puede verse como una simple actividad manual o como una actividad que permita a los alumnos vislumbrar el interesante mundo de formas y cuerpos que encierra la geometría: todo depende de la dinámica o estrategia que se desarrolle al trabajar con los alumnos, de acuerdo al objetivo o finalidad que se quiera alcanzar.

Con un poco de imaginación podemos darnos cuenta de la cantidad de temas que se pueden abordar al trabajar con hojas de papel, empezando por reconocer las figuras básicas y sus propiedades como número de lados, de ángulos, de vértices, ejes de simetría, perpendicularidad, paralelismo, proporcionalidad, fracciones, hasta construcción de cuerpos geométricos, área y volumen, etc.

Desde esta propuesta, las actividades geométricas son consideradas un medio que permite desarrollar habilidades, en este caso, de *percepción de formas* y, a la vez, facilitar al alumno la construcción de nuevos conocimientos.

Desde el enfoque de enseñanza, quien aprende construye su propio aprendizaje vinculando toda información nueva con sus ideas previas, es decir, todo lo que uno comprende está conectado con algo conocido de antemano. Estos conocimientos acerca del mundo han sido adquiridos, a lo largo de la vida, por interacción social o por propia experiencia.

Se pretende que la actividad propuesta a continuación favorezca la comunicación entre alumnos y conocimientos sobre aspectos geométricos que permita aumentar en los alumnos su *intuición geométrica*, induciéndolos a un posterior aprendizaje más organizado de la geometría.

4.2 Cómo armar cubos con hojas de papel

Al trabajar con hojas de papel es importante tener en cuenta algunas consideraciones:

- Elegir el papel adecuado y cortar correctamente la forma y el tamaño según la figura deseada.
- Todos los dobleces y pliegues deben hacerse con la mayor exactitud posible, por lo que se aconseja trabajar sobre una superficie lisa y sólida.
- Repasar los dobleces y pliegues para marcarlos mejor, con ello, los siguientes pasos resultarán más fáciles.
- Cuanto más cuidado se ponga en los dobleces, mejor quedará la figura realizada.
- Al menos la primera vez, es importante seguir los pasos de trabajo según el orden indicado, con especial cuidado en no omitir ninguno. Por eso debe tenerse siempre en cuenta el paso anterior y el posterior.
- Respetar todas las indicaciones; por ejemplo, en qué dirección deberá doblarse una esquina, cómo plegar la figura, cómo abrirla o cómo deshacer un doblado, etc.
- Respetar las reglas e indicaciones y hacer los dobleces correctamente, hará que se disfruten más los resultados obtenidos.

Para la elaboración de los cubos de papel utilizaremos el siguiente material:

Seis cuadrados de papel, preferentemente de seis colores distintos.

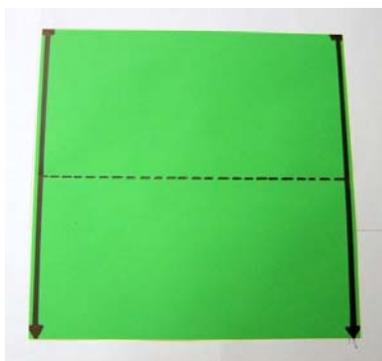
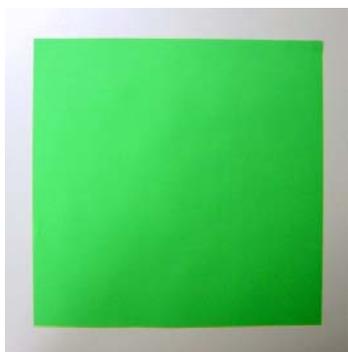


Se sugiere al trabajar con niños de primero y segundo grados, utilizar cuadrados de aproximadamente doce centímetros de lado para facilitar la manipulación de las caras y el armado del cubo. De tercero a sexto grados pueden usar cuadrados más pequeños. El tamaño del cubo dependerá directamente del tamaño del cuadrado.

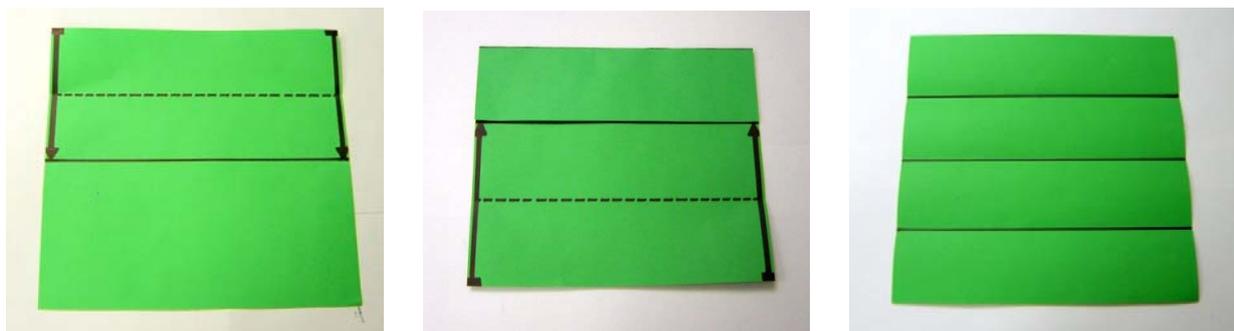
4.2.1 Las seis caras del cubo

El cubo tiene seis caras, con cada cuadrado se hará una de las caras del cubo. Se piden preferentemente seis colores distintos de cuadrados de papel para facilitar el ensamble de las caras al momento de armar el cubo. Para su elaboración deben seguirse las siguientes instrucciones para cada uno:

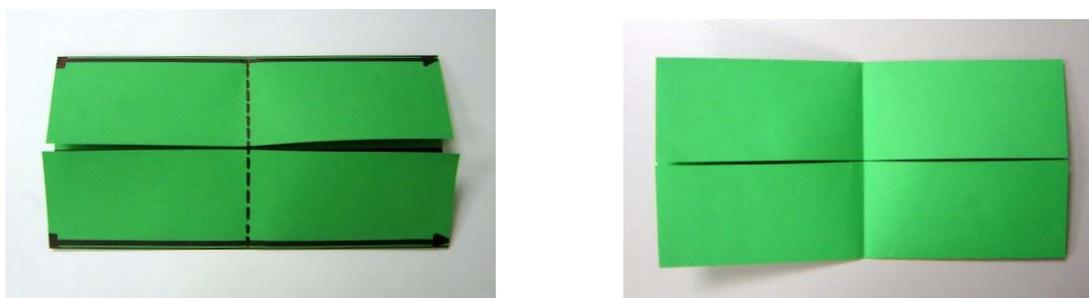
1. *Se dobla un cuadrado por la mitad de uno de sus lados en línea recta, marcando correctamente el doblez.*



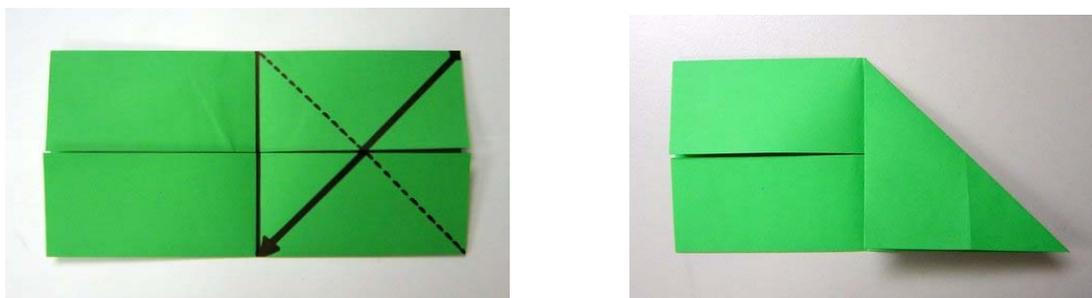
2. *Se desdobra y se doblan dos lados paralelos del cuadrado sobre la línea que divide al cuadrado en dos partes. Se tienen así tres dobleces que dividen al cuadrado en cuatro partes iguales.*



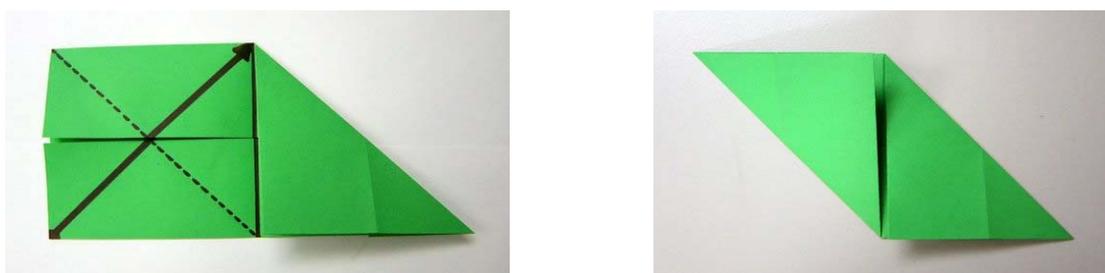
3. Sin desdoblar se puede observar un rectángulo. Se dobla por la mitad del lado más largo, para dividirlo en dos cuadrados iguales.



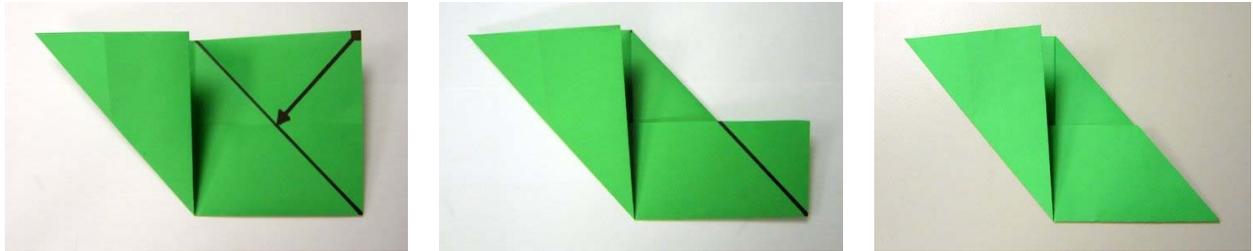
4. En el cuadrado de la derecha se toma la esquina superior derecha y se dobla de tal manera que el lado superior del cuadrado coincida con la línea que parte en dos el rectángulo.



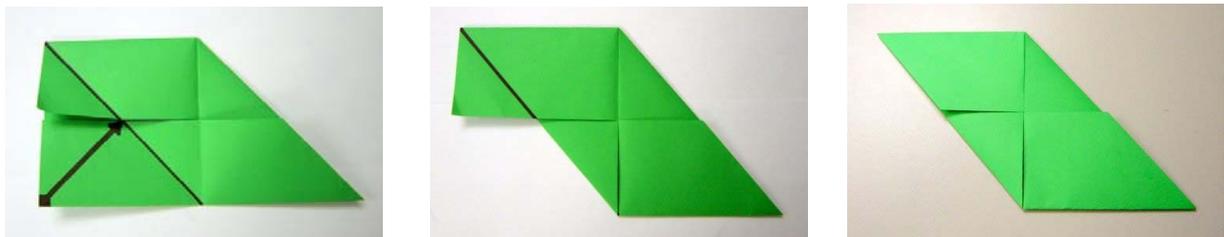
5. En el cuadrado de la izquierda se toma la esquina inferior izquierda y se dobla de tal manera que el lado inferior del cuadrado coincida con la línea que parte en dos el rectángulo. Se observa un romboide formado por dos triángulos rectángulos.



6. Se desdobra el triángulo del lado derecho. Se observa el cuadrado formado por dos rectángulos, se toma la esquina superior derecha del cuadrado y se inserta debajo del rectángulo inferior, entrelazándose. Luego se toma la esquina superior derecha del rectángulo inferior y se dobla hacia adentro.



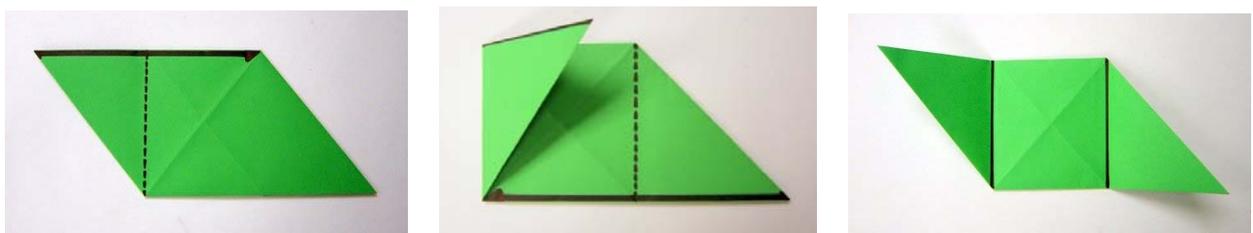
7. Se desdobra el triángulo del lado izquierdo. Se observa el cuadrado formado por dos rectángulos, se toma la esquina inferior izquierda del cuadrado y se inserta debajo del rectángulo superior, entrelazándose. Luego se toma la esquina inferior izquierda del rectángulo superior y se dobla hacia dentro. Como resultado final de los dobleces anteriores se obtiene un romboide.



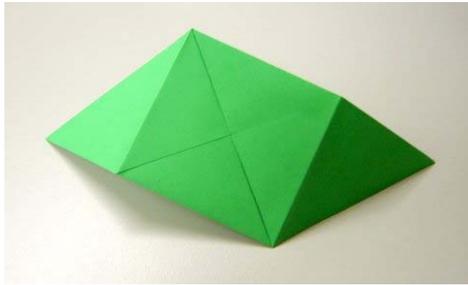
8. Se gira el romboide obtenido en el paso anterior 45° a la izquierda y en esa posición se voltea completamente hacia atrás, de manera que se tenga al frente la parte lisa del romboide.



9. Se doblan por la mitad los lados largos del romboide obteniendo con ambos dobleces un cuadrado cubierto por dos triángulos rectángulos.

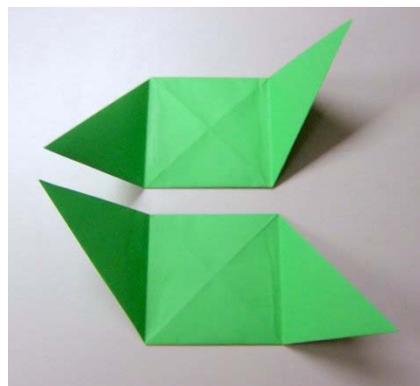


El cuadrado será la base de una de las caras del cubo y los triángulos rectángulos serán las pestañas de ensamble. Finalmente las pestañas también formarán parte de alguna de las caras. En el lado con dobleces quedan ranuras para insertar las pestañas.



Nota: Es necesario realizar los dobleces de los seis cuadrados que conformarán las caras, exactamente en el mismo orden. Se sugiere tener mucho cuidado, sobre todo, a partir de la instrucción 4 que nos pide realizar un doblez al cuadrado derecho.

Si este doblez que se sugiere hacer en la instrucción 4, se realizara en el cuadrado izquierdo y no en el derecho y desde ahí continuar con las instrucciones siguientes, al terminar los dobleces del cuadrado la cara quedaría en una posición “inversa” a las demás, en las que sí se han seguido las instrucciones correctamente, veamos la ilustración siguiente:



La primer cara (parte superior de la ilustración) se ha realizado sin seguir las instrucciones adecuadamente. La segunda cara (parte inferior de la ilustración) se ha realizado siguiendo las instrucciones correctamente. Las llamadas “pestañas” de todas y cada una de las caras deben quedar en la misma posición como se puede percibir en la siguiente ilustración:

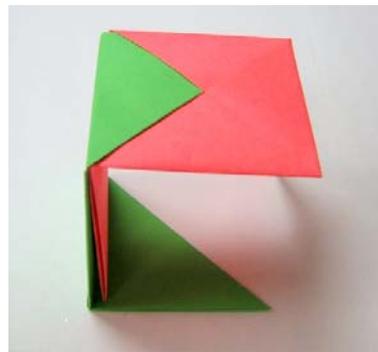


4.2.2 Ensamble de las caras del cubo

1. Para ensamblar una cara con otra, se toma una pestaña de una de ellas y se inserta en una de las ranuras de la otra cara. Aunque la cara tiene cuatro ranuras donde se pueden insertar las pestañas, siempre se tienen sólo dos opciones para insertar correctamente las pestañas, ya que se debe evitar que las pestañas queden "dentro" del cubo.



Correcto

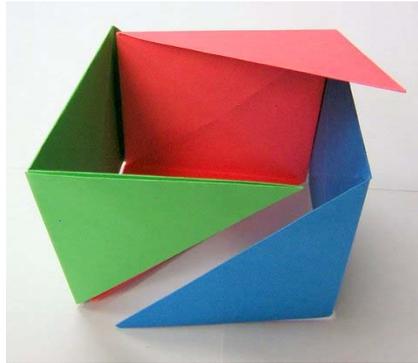


Incorrecto

2. Para ensamblar una tercera cara, se inserta la pestaña de la cara en la ranura opuesta a donde se ha insertado la segunda cara.



3. Para una mejor manipulación del cubo que se está armando, de forma que permita seguir insertando caras damos un giro de 90° hacia el frente.



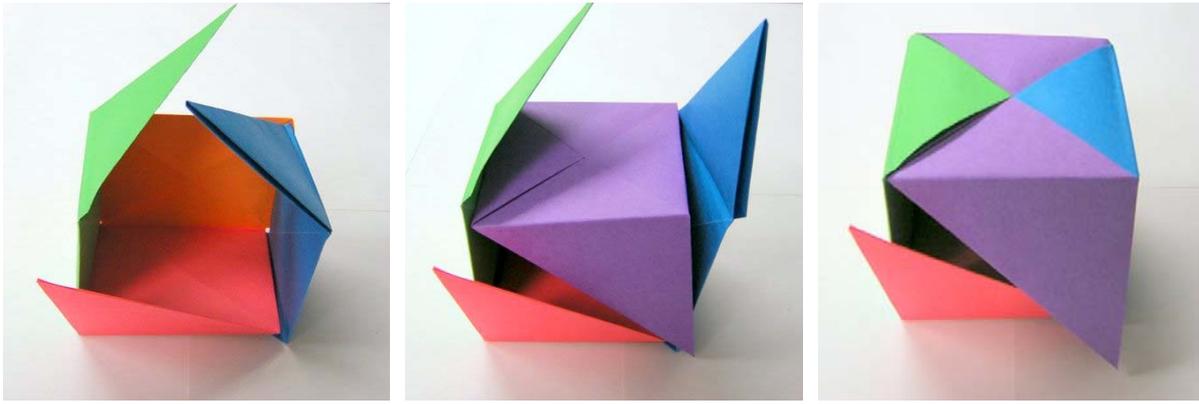
4. Se inserta una cuarta cara en la parte superior del cubo en formación, considerando la observación de no dejar "encerrada" ninguna pestaña dentro del cubo. Ambas deberán ir "por fuera" para poder ser insertadas en alguna de las caras del cubo.



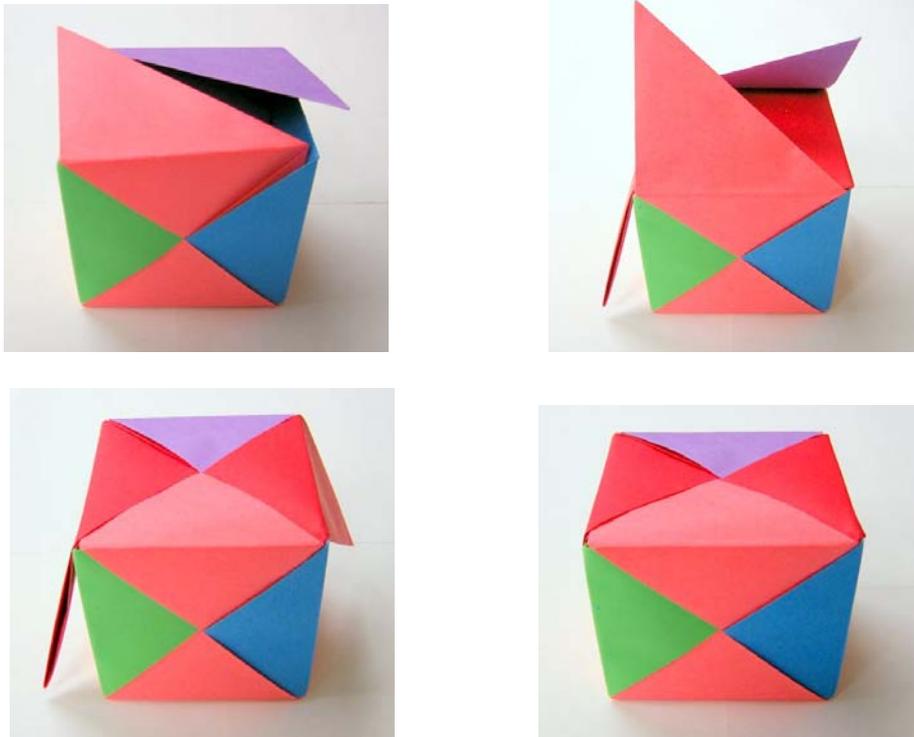
5. Se insertan las pestañas sueltas en las ranuras de las caras correspondientes.



6. Damos nuevamente un giro de 90° hacia el frente, de modo que nos sea más fácil agregar una quinta cara e insertar las pestañas a las caras correspondientes.



7. Se gira nuevamente el cubo 90° hacia el frente y agregamos la última cara, insertando las pestañas en donde corresponde.



Una forma de saber si se ha realizado correctamente el ensamble es que al tener el cubo armado no aparezca ninguna ranura en alguno de los lados.



Correcto



Incorrecto

Hasta aquí la actividad de armado del cubo a partir de instrucciones ha terminado. Intentamos a continuación mostrar una forma distinta de llevar a cabo la actividad. Se les sugiere a profesores o quien quiera trabajarla en grupo realizarla antes de llegar a trabajarla en el salón de clase para aclarar dudas y desarrollarla mejor frente a grupo.

Existen diversas formas de desarrollar esta actividad. Por ejemplo, podemos generar una dinámica a base de preguntas, de manera que se permita al niño descubrir por sí mismo tanto las formas geométricas que generan los dobleces al hacer las caras, como las relaciones que pueden existir entre ellas. En esta ocasión sugeriremos preguntas asociadas a las instrucciones de construcción de las caras del cubo.

4.3 Una forma de explorar la actividad

Vamos a llamar explorar la actividad a ir más allá de seguir instrucciones, de realizar dobleces y de obtener un cubo a partir de hojas de colores. Con lo cual quiero decir observar, analizar, probar, ensayar, construir y descubrir lo que se encuentra implícito a lo largo de la actividad. Para ello, debemos olvidar en parte lo que hasta ahora sabemos sobre el armado de cubos con cuadrados de colores; en todo caso, tomémoslo como un conocimiento previo.

El profesor puede iniciar la actividad con una pregunta a los alumnos, por ejemplo: ¿cuántas caras tiene un cubo? Si un alumno da la respuesta correcta, el profesor puede solicitarle dar un argumento a su respuesta, ya sea verbal, escrito o con imágenes; esto es,

que el alumno encuentre una forma de mostrar al resto del grupo que su respuesta es correcta. Si nadie conoce la respuesta, el profesor puede generar una serie de actividades sencillas que permitan al alumno obtener la respuesta por sí mismo, por ejemplo, mostrarles una caja de cartón en forma de cubo, un cubo hecho de madera o de cualquier otro material o dibujar un cubo en el pizarrón.

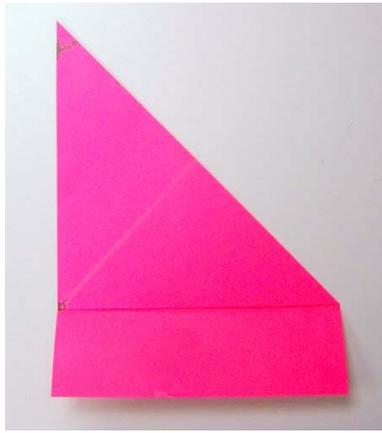
Si para armar un cubo se necesitan seis cuadrados de papel del mismo tamaño, puede previamente averiguarse ¿sabe el alumno lo que es un cuadrado? Quizás al menos, alguien del grupo tenga la respuesta, no obstante, se sugiere al profesor llevar a cabo algún tipo de actividad simple que permita al alumno tener al menos una noción de lo que es un cuadrado, por ejemplo, mencionándoles características esenciales del cuadrado “figura de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos”.

Al continuar con la obtención de los cuadrados de papel, el docente puede sugerir a los alumnos obtener sus propios cuadrados a partir de cualquier forma o tamaño de papel en vez de llevarlos ya hechos, por ejemplo puede preguntar, a partir de tiras de periódico, ¿cómo podemos obtener un cuadrado de papel sin utilizar más herramienta que nuestras propias manos?

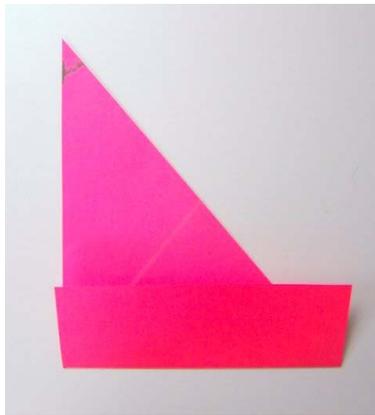
Mostramos a continuación un ejemplo sobre cómo obtener un cuadrado a partir de una hoja de papel tamaño carta.



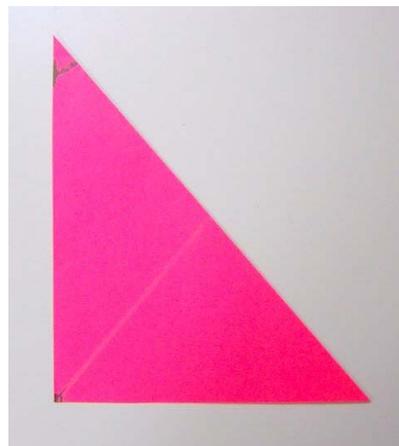
1. Teniendo la hoja en la posición como se muestra en la imagen anterior, hacemos coincidir el lado superior con el lado adyacente izquierdo.



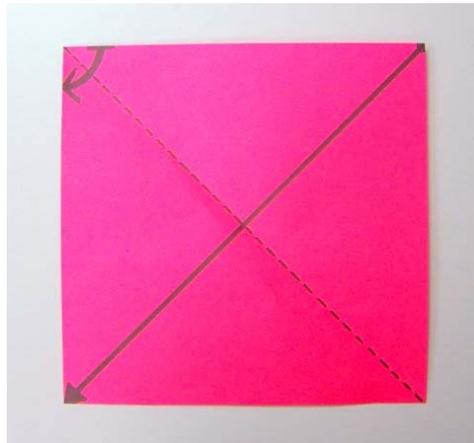
2. Con el doblez que se ha realizado se tiene un triángulo rectángulo que cubre parte de un trapecio. Se dobla la parte inferior del trapecio de manera que el doblez coincida con la base del triángulo.



3. Se deshace el segundo doblez y se corta sobre él, obteniendo así un triángulo rectángulo cubierto por otro triángulo rectángulo del mismo tamaño.



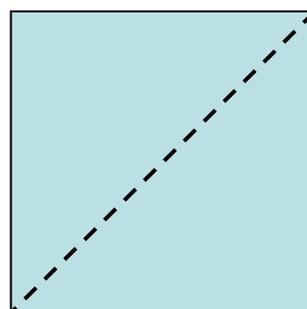
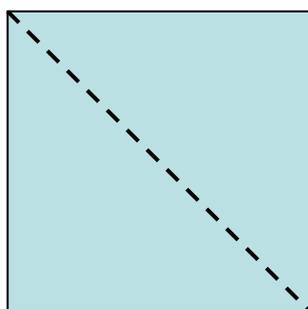
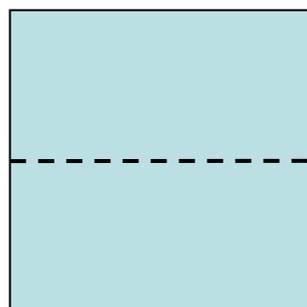
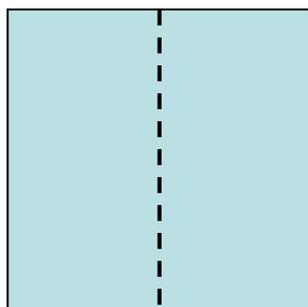
4. Una vez que se ha cortado la parte correspondiente se desdobra y podemos observar el cuadrado dividido en dos partes iguales (considerar la línea punteada, que es la que indica el dobléz). ¿Qué forma tienen estas partes?



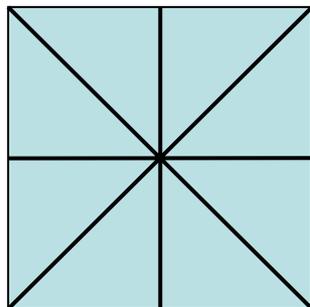
La exploración de la actividad a partir de preguntas, estará relacionada con las instrucciones que se han seguido para realizar cada una de las caras del cubo. A partir de cada instrucción se puede considerar trabajar ciertos contenidos matemáticos como veremos a continuación. Se sugiere al profesor que cada uno de los alumnos del grupo tenga al menos ocho cuadrados de papel para iniciar con la exploración de la actividad.

Instrucción 1. *Se dobla un cuadrado por la mitad de uno de sus lados en línea recta, marcando correctamente el dobléz.*

Antes de dar la instrucción, el profesor puede sugerir al alumno lo siguiente: *dobra el cuadrado por la mitad en línea recta.* ¿Cuántas opciones tiene el alumno de realizar correctamente la instrucción? Veamos las ilustraciones siguientes:

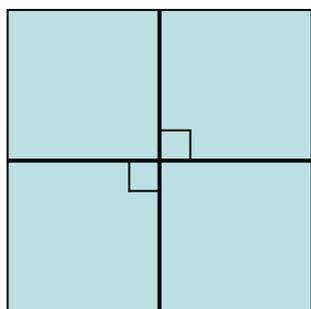


Una vez que se han hecho los dobleces siguiendo la instrucción de *doblar el cuadrado por la mitad en línea recta*, el profesor puede sugerir al alumno desdoblar el cuadrado y marcar los dobleces utilizando una regla y pluma, colores o marcador.

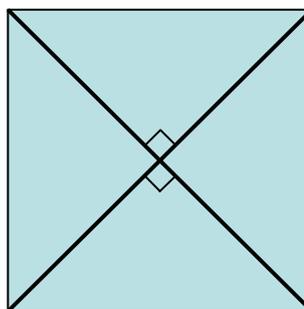


El profesor puede en este momento abordar el tema sobre *ejes de simetría*. ¿Es lo mismo doblar por cualquiera de los lados del cuadrado que doblar desde las esquinas? ¿Por qué? ¿Las líneas marcadas son ejes de simetría? ¿Por qué? ¿Qué es un eje de simetría? ¿Cuántos ejes de simetría pueden trazarse en un cuadrado? ¿Podemos encontrarlos haciendo dobleces al cuadrado?, etc.

Siguiendo con la exploración de los dobleces y líneas, se sugiere al profesor abordar temas relacionados con líneas rectas: *diagonales, paralelas y perpendiculares*. Por ejemplo, ¿Cuántas líneas rectas cortan los lados del cuadrado por la mitad? ¿Qué nombre reciben estas líneas? ¿Cuántas líneas van de vértice a vértice del cuadrado? ¿Cómo se llaman estas líneas? ¿Qué son las líneas perpendiculares? ¿Qué son las diagonales? Se sugiere al profesor tener cuidado al hacer conceptualizaciones sobre diagonales o perpendiculares.

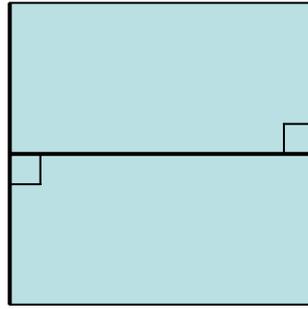
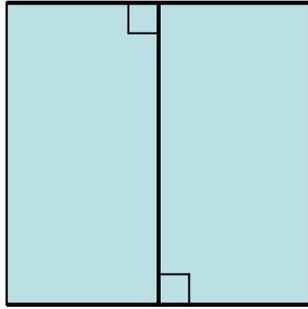


Perpendiculares

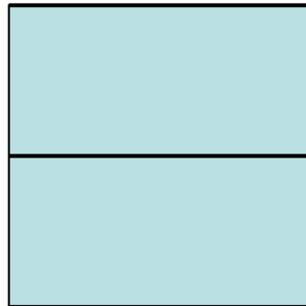
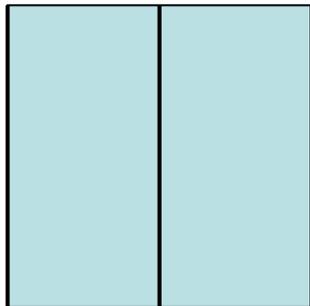


Diagonales y perpendiculares

Por ejemplo, con relación a las líneas marcadas en el cuadrado, las diagonales son perpendiculares entre sí, no porque se crucen, sino porque al tocarse forman un ángulo de 90° . Con respecto a las líneas que cortan los lados del cuadrado por la mitad, son perpendiculares entre sí por la misma razón que las diagonales, pero además, cada una de estas líneas es perpendicular a los lados del cuadrado que corta por la mitad, ya que igualmente al tocarse el lado del cuadrado y la línea se forman ángulos de 90° .

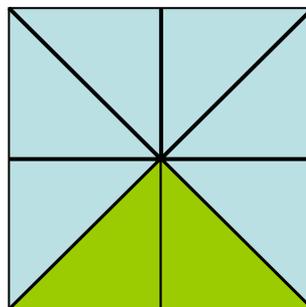
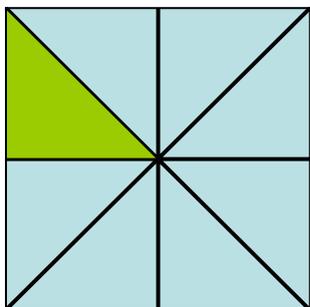


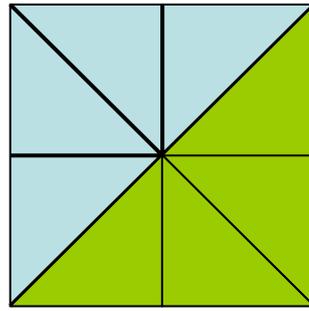
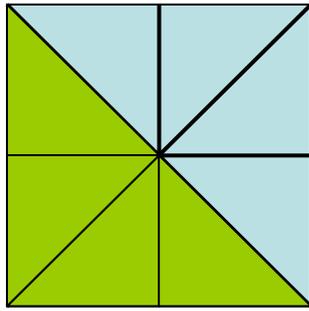
Con las líneas marcadas en el cuadrado, no podemos encontrar un ejemplo de líneas paralelas, pero sí podemos hablar de lados paralelos, o líneas paralelas a los lados del cuadrado. Por ejemplo, el cuadrado es una figura con cuatro lados iguales y cuatro ángulos iguales. Los lados del cuadrado son paralelos dos a dos. Por otra parte, dos de los cuatro ejes de simetría son paralelos a dos lados del cuadrado respectivamente. Veamos las ilustraciones siguientes:



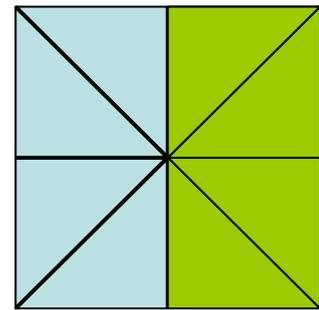
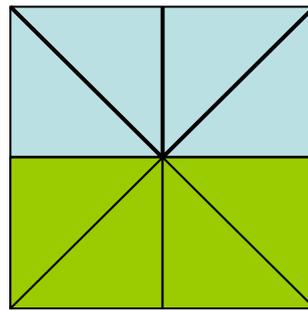
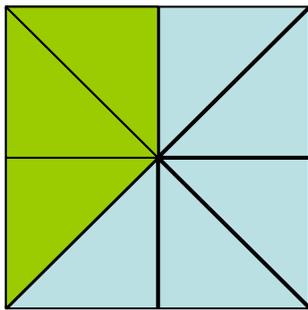
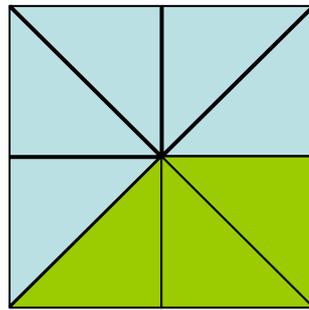
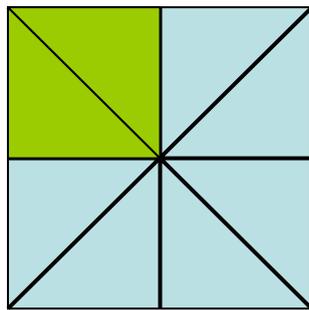
Lados del cuadrado y eje de simetría paralelos (en ambos cuadrados las líneas remarcadas)

Desde el mismo cuadrado con los dobleces marcados que a la vez son los ejes de simetría del cuadrado, se sugiere al profesor abordar temas relacionados con la visualización o percepción de *figuras geométricas*. Por ejemplo, ¿puedes encontrar figuras de tres lados? ¿Qué nombre reciben estas figuras? ¿Cuántas de ellas puedes encontrar en el cuadrado a partir de los dobleces marcados? Se sugiere entre otras cosas colorear las figuras que se pide visualizar. Si se tiene papel de colores se sugiere recortar la figura a observar y sobreponerla al cuadrado que tiene las líneas marcadas.





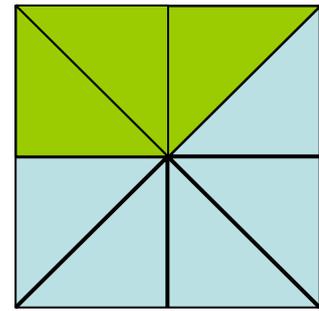
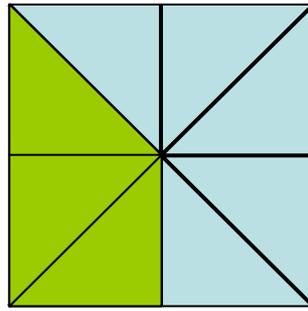
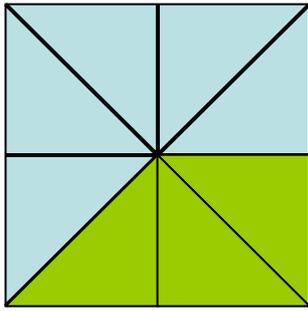
Siguiendo con la percepción de figuras geométricas, se sugiere a los alumnos encontrar figuras de cuatro lados utilizando las mismas estrategias, esto es, sobreponiendo las figuras con papel de colores o coloreando las figuras encontradas que cumplan con la regla: *figuras con cuatro lados*.



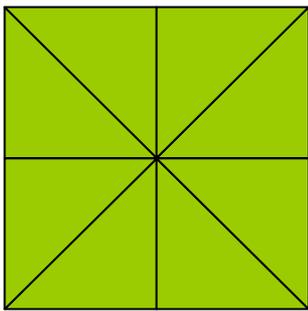
Al terminar con la actividad sobre visualización de figuras geométricas, el profesor puede sugerir a los alumnos elaborar un cuadro como el siguiente:

Figuras encontradas	Nombre de las figuras	Número de figuras encontradas
Con tres lados	Triángulo	16
Con cuatro lados	Cuadrado	4
Con cuatro lados	Rectángulo	4
Con cuatro lados	Trapezio rectángulo	8

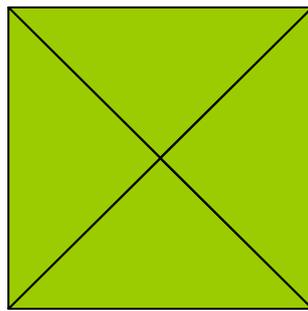
Nota: Para ubicar las figuras, por ejemplo, uno de los trapezios solo hay que recorrerlo ya sea hacia la derecha o hacia la izquierda a lo largo del cuadrado marcado con las líneas, por ejemplo:



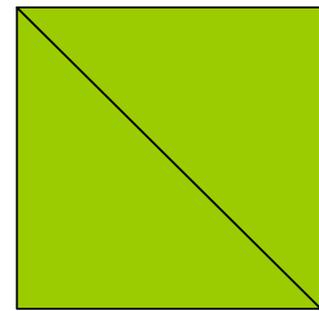
Respecto a figuras geométricas, se pueden abordar actividades con relación al tema sobre medición de áreas, sin utilizar las unidades convencionales de medida ni las fórmulas correspondientes, pero si, haciendo uso de la comparación de figuras. Por ejemplo, el profesor puede sugerir a los alumnos recortar desde hojas de colores o papel periódico, suficientes figuras de tres y cuatro lados como las que ha percibido anteriormente en el cuadrado y sus dobleces. Con estas figuras se puede hacer la comparación entre las mismas sobreponiendo unas a otras. Por ejemplo, ¿con cuántos triángulos cubres el cuadrado completo marcado con las líneas? Aquí se debe tener cuidado con el tamaño de los triángulos que se use. Vea las ilustraciones siguientes:



Triángulo 1 = ocho

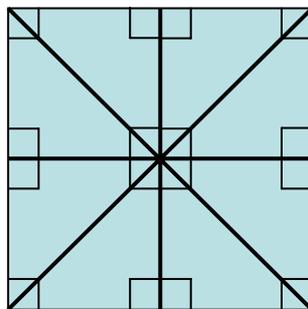


Triángulo 2 = cuatro



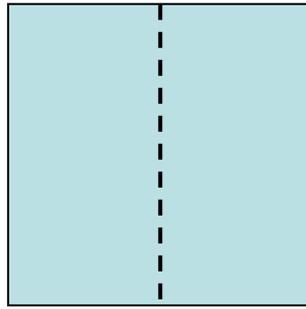
Triángulo 3 = dos

Otro tema que puede tocarse desde esta actividad podría ser la noción de *ángulo recto* ¿Qué es un ángulo? ¿Cuánto mide un ángulo recto? ¿Cuántos ángulos rectos podemos encontrar en el cuadrado segmentado por líneas?

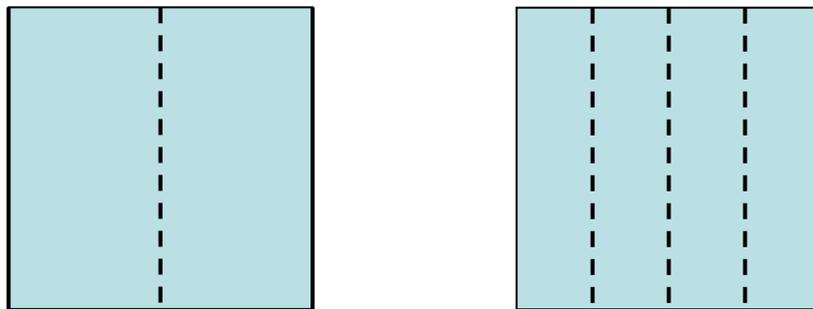


Para llevar a cabo actividades relacionadas con la siguiente instrucción, se le pide al profesor sugerir a los alumnos utilizar un cuadrado de papel que no haya sido doblado

con anterioridad. Antes de explorar la segunda instrucción, pida el profesor a los alumnos *doblar un cuadrado por la mitad de uno de sus lados* que es la instrucción número 1.

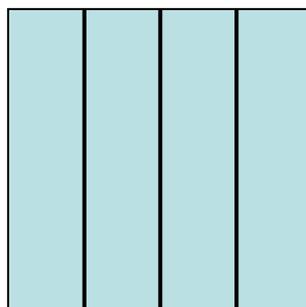


Instrucción 2. Se desdobla y se doblan dos lados paralelos del cuadrado sobre la línea que divide al cuadrado en dos partes iguales. Se tienen así tres dobleces que dividen al cuadrado en cuatro partes iguales.

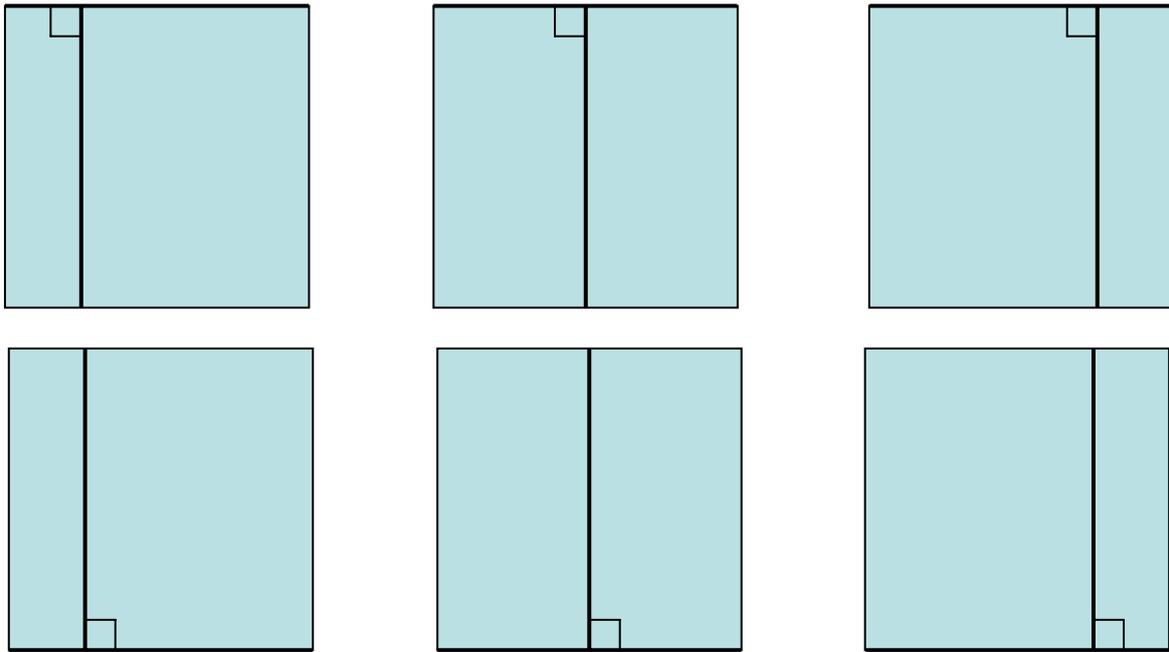


Para esta instrucción, los alumnos ya tendrán noción sobre cuáles son los lados paralelos que contiene el cuadrado. Recordemos que, los paralelogramos son figuras de cuatro lados, con lados paralelos dos a dos, el cuadrado es un ejemplo claro de paralelogramo.

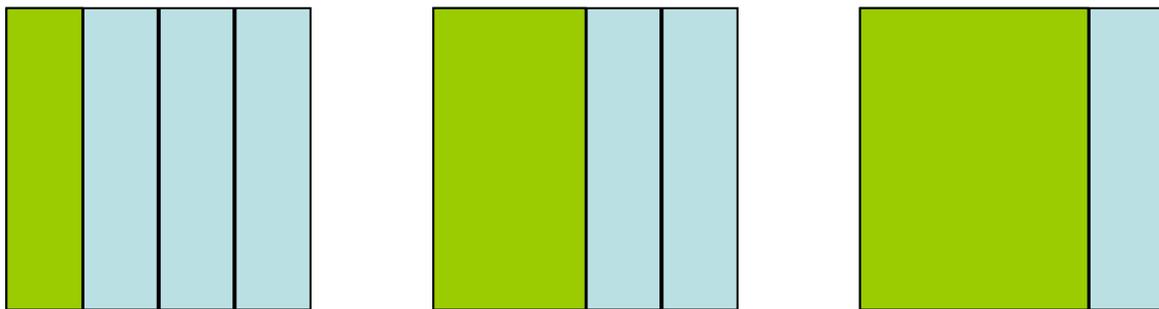
El docente puede sugerir a los alumnos desdoblar el cuadrado y observar las líneas que han quedado marcadas por los dobleces, enseguida puede pedirse a los alumnos marcar estas líneas utilizando una regla y plumón o colores.



Se sugiere retomar el tema relacionado con líneas paralelas y líneas perpendiculares. Por ejemplo, las líneas que los alumnos han marcado a partir de los dobleces, son líneas paralelas ¿cuál es la conceptualización de líneas paralelas? Podemos igualmente encontrar líneas perpendiculares pero con relación a alguno de los lados del cuadrado. Veamos las ilustraciones siguientes:



Con relación a la percepción de figuras geométricas tenemos poco en este caso, ya que solo podemos encontrar rectángulos de tres tamaños distintos.



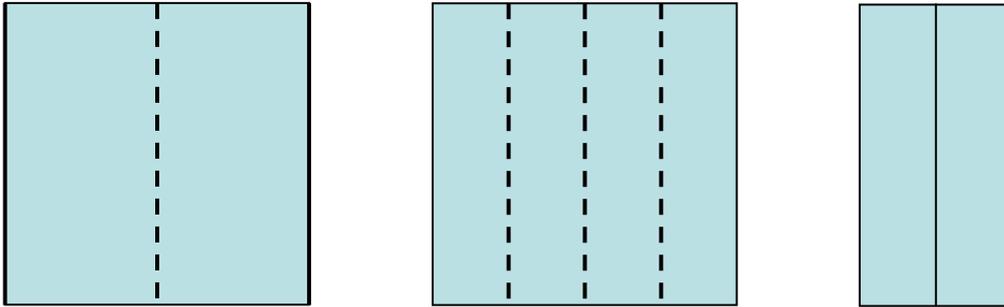
No obstante se sugiere al profesor reforzar este tema cada vez que haya oportunidad de hacerlo desde esta actividad, lo mismo se sugiere con relación al tema sobre comparación de áreas entre figuras.

Para continuar con la exploración de la actividad, vayamos a las instrucciones siguientes:

3. Sin desdoblar se puede observar un rectángulo. Se dobla por la mitad del lado más largo, para dividirlo en dos cuadrados iguales.
4. En el cuadrado de la derecha se toma la esquina superior derecha y se dobla de tal manera que el lado superior del cuadrado coincida con la línea que parte en dos el rectángulo.
5. En el cuadrado de la izquierda se toma la esquina inferior izquierda y se dobla de tal manera que el lado inferior del cuadrado coincida con la línea que parte en dos el rectángulo. Se observa un romboide formado por dos triángulos rectángulos.

Se han considerado las tres instrucciones a la vez porque pueden realizarse en un mismo paso, las hemos separado en la actividad por instrucciones para facilitar su realización. En este caso, exploraremos desde las tres instrucciones.

Se sugiere al profesor volver a la instrucción 2 y desde ahí explorar la actividad con relación a las instrucciones 3, 4 y 5. Se trata de tomar dos lados paralelos del cuadrado y hacerlos coincidir sobre la línea que divide al cuadrado en dos partes.



Estos dobleces dan como resultado un rectángulo. La sugerencia para el alumno antes de comentarle las instrucciones siguientes sería que sobre una hoja de papel dibuje el contorno de la figura que resulta al realizar la instrucción 2. Para un mejor manejo del rectángulo resultante de los dobleces con el cuadrado y del seguimiento de la actividad sugerimos se considere el rectángulo en la siguiente posición:



Sobre ese dibujo, la sugerencia es que los alumnos tracen dos líneas paralelas de forma que obtengan tres figuras: dos triángulos rectángulos y un romboide, los triángulos quedan en los extremos del rectángulo. Las preguntas siguientes pueden ayudar a aclarar dudas ¿Qué es un triángulo rectángulo? ¿Qué es un romboide? Se sugiere al profesor trabajar sobre estos temas si los alumnos aún no lo tienen claro.

Una pista para trabajar sobre el dibujo del rectángulo es trazar una línea punteada que divida al rectángulo en dos cuadrados iguales. Recordemos que lo que se quiere es, trazar dos líneas paralelas sobre el rectángulo que nos permita obtener dos triángulos rectángulos y un romboide.

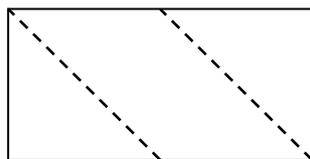


Posiblemente con la referencia anterior, los alumnos puedan trazar ya las líneas paralelas sugeridas. Si aún así no es posible, se les puede sugerir encontrar una de las diagonales en ambos cuadrados y al trazarlas cuidar que ambas líneas sean paralelas.



Incorrecto (las diagonales no son paralelas)

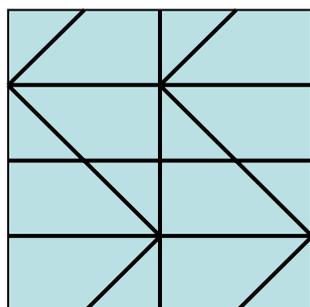
Correcto (las diagonales son paralelas)



La siguiente sugerencia es, que una vez obtenidas las tres figuras a partir del rectángulo dibujado, se lleve a cabo lo mismo pero desde el cuadrado de papel, donde las líneas paralelas trazadas en el rectángulo se convierten en dobleces, ¿cómo lo harían? ¿Realmente se obtiene un romboide y dos triángulos rectángulos? Al doblar ¿en qué posición quedan ambos triángulos? ¿Puede formarse con ellos otro romboide?

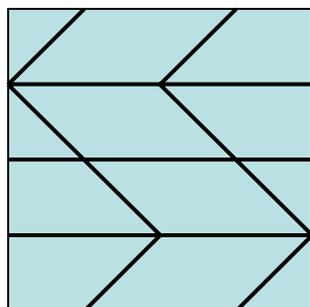
Se pide a los alumnos deshacer todos los dobleces del cuadrado hasta ahora realizados, es decir, se desdobla completamente el cuadrado y se sugiere a los alumnos marcar cada una de las líneas de los dobleces con plumón, colores o algo que permita identificarlas.

Si los alumnos, antes de trazar los dobleces sobre las diagonales paralelas trazaron también la línea vertical que divide en dos cuadrados iguales el rectángulo, entonces al desdoblar el cuadrado quedarán las siguientes líneas:



Cuadrado 1

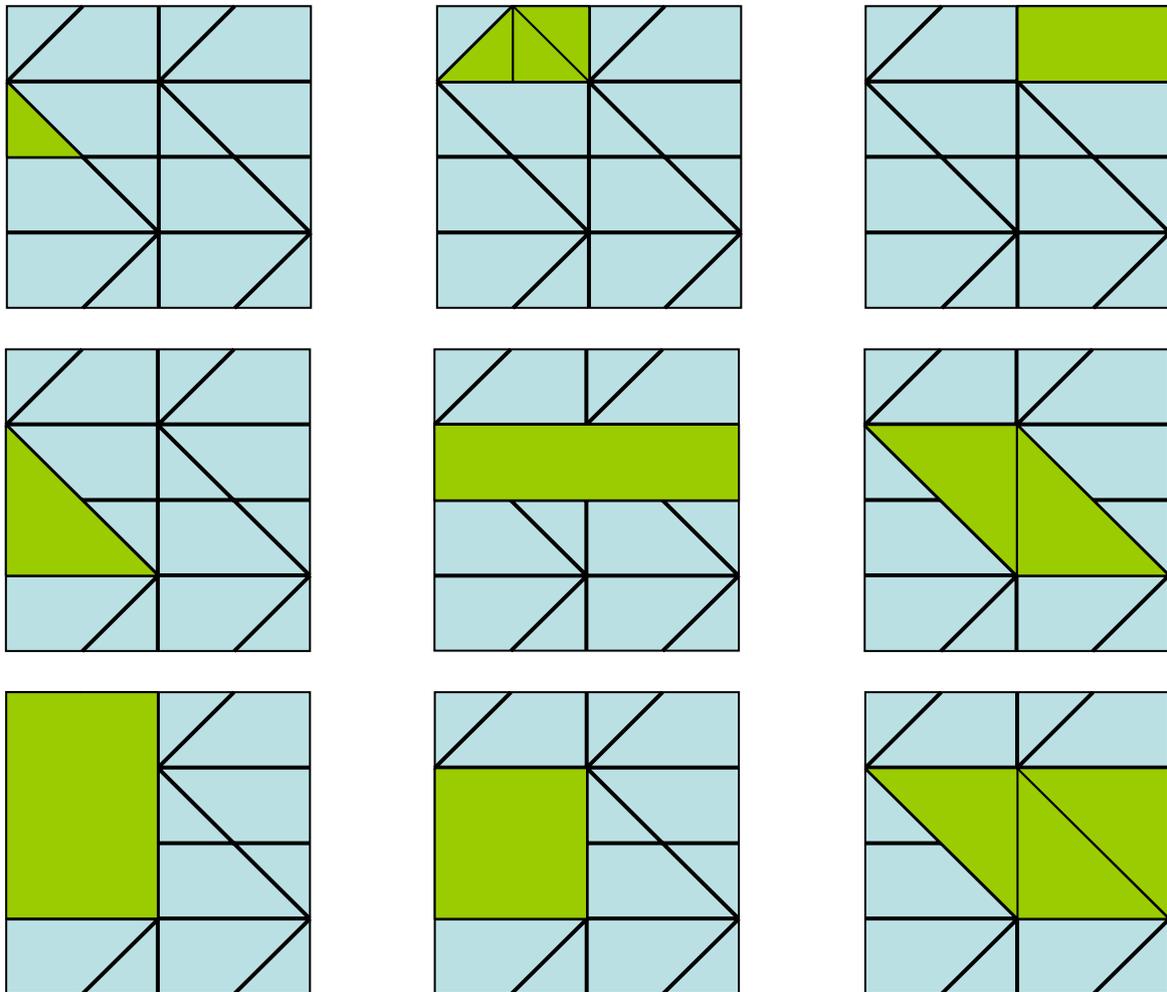
Si a partir del rectángulo, sólo trazaron las diagonales paralelas sin incluir la línea vertical que divide en dos cuadrados iguales el rectángulo, entonces al desdoblar el cuadrado quedarán las siguientes líneas:



Cuadrado 2

Se puede continuar con temas relacionados con líneas paralelas, perpendiculares, diagonales, se puede incluir igualmente el trabajo con figuras geométricas, desde visualización o percepción, comparación de áreas, número de lados, vértices y ángulos.

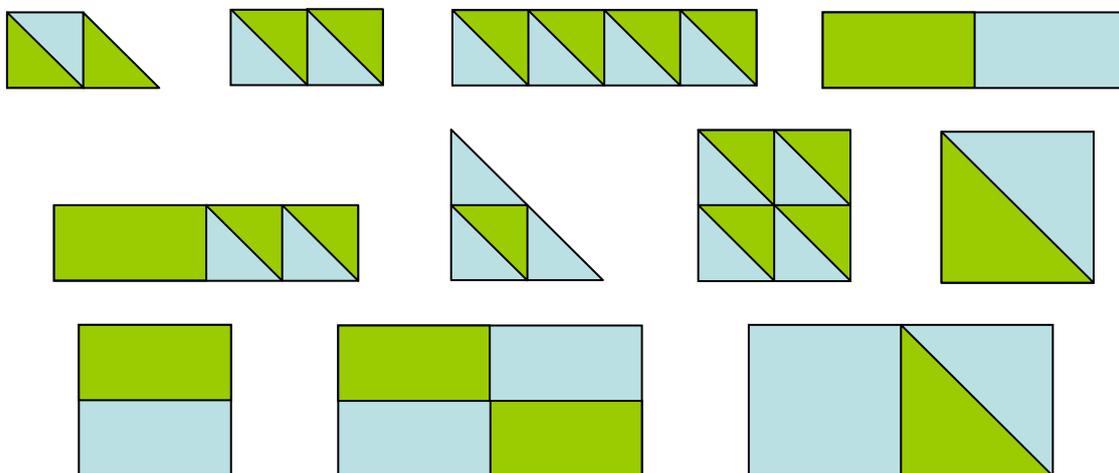
Mostramos a continuación algunos ejemplos de las figuras que se encuentran incluidas en el cuadrado 1:



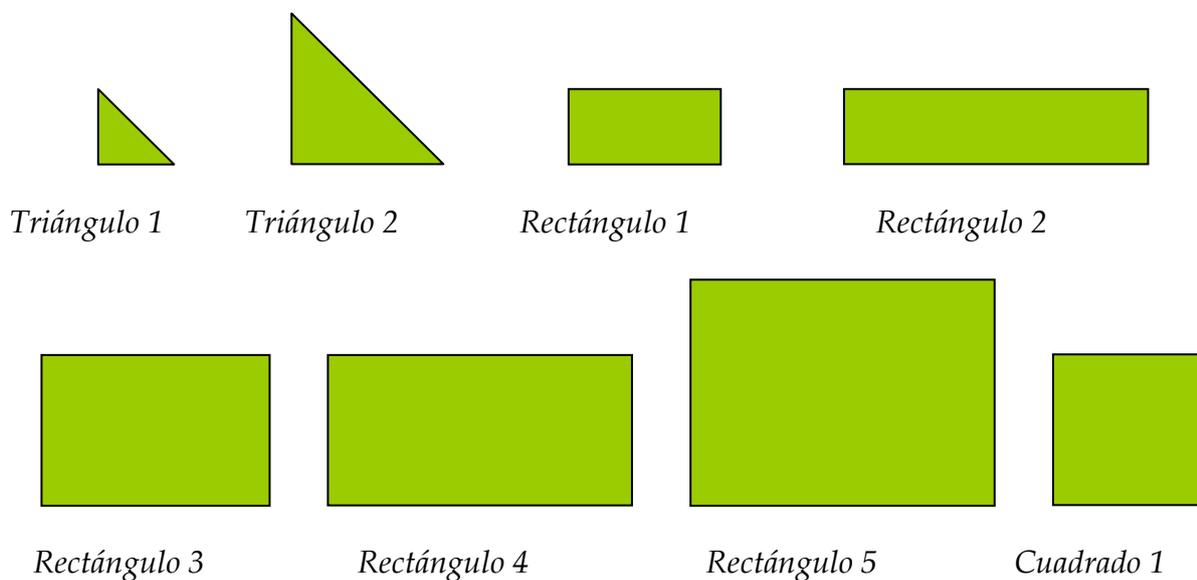
Con relación a la percepción de figuras geométricas a partir de los trazos de líneas en el cuadrado, sugerimos nuevamente la realización de un cuadro como el siguiente, por parte de los alumnos:

Figuras encontradas	Nombre de las figuras	Número de figuras encontradas
Con tres lados	Triángulo	12
Con cuatro lados	Cuadrado	6
Con cuatro lados	Rectángulo	23
Con cuatro lados	Trapezio	22
Con cuatro lados	Romboide	5
Con cuatro lados	Cuadrilátero irregular	4
Con cinco lados	Pentágono irregular	8

Abordar el tema de la comparación de figuras geométricas con relación a su área es muy interesante, puesto que se tienen muchas más figuras que al principio. Nuevamente la sugerencia para el profesor es pedirle al alumno generar con papel de colores, todas las figuras encontradas en el cuadrado a partir de los dobleces y luego iniciar la comparación de las mismas de una en una. Mostramos algunos ejemplos:



Incluso pueden enumerarse las distintas figuras de acuerdo a su tamaño y realizarse un cuadro donde se lleve a cabo de manera ordenada la comparación entre las figuras, por ejemplo:



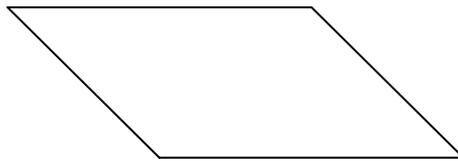
Triángulo 1	Cuadrado 1	8
Triángulo 1	Romboide 2	Unidades de medida necesarias para cubrir la figura a medir
Unidad de medida	Figura a medir	
Triángulo 1	Trapezio	3
Triángulo 1	Romboide 1	4
Triángulo 1	Triángulo 2	4
Triángulo 1	Rectángulo 1	4
Triángulo 1	Rectángulo 2	8

Las instrucciones 6 y 7 para la elaboración de cada una de las caras para el armado del cubo no implican realizar ningún nuevo doblez, es sólo un procedimiento de “entrelazar” como puede percibirse al inicio de la actividad, al llegar a dichas instrucciones.

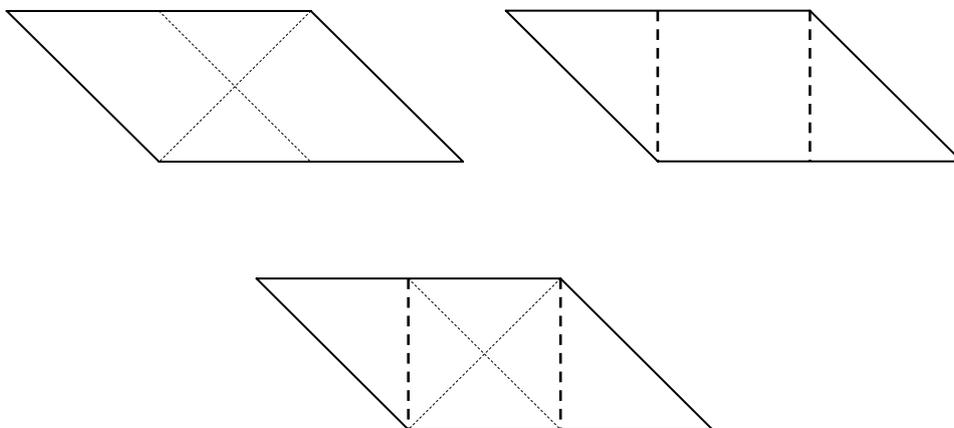
La instrucción 8 implica un desplazamiento del romboide que se ha conseguido con los dobleces, de una posición a otra. Para esta instrucción se sugiere al profesor retomar el tema sobre medición de ángulos.

Instrucción 9. *Se doblan por la mitad los lados largos del romboide obteniendo con ambos dobleces un cuadrado cubierto por dos triángulos rectángulos.*

Para la exploración de la actividad con relación a esta instrucción la sugerencia para el profesor es muy similar a lo realizado para las instrucciones 3, 4 y 5. Una vez que el niño consigue armar el romboide a partir del rectángulo y luego de la exploración y tomando en cuenta las instrucciones 6 y 7 llega a obtener el romboide como base, con los dos triángulos rectángulos superpuestos que al final entrelaza. La instrucción 8 le permite girar y voltear el romboide obtenido de manera que la parte lisa del romboide quede frente a él.



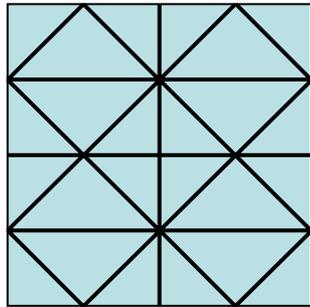
De esta manera, el profesor puede sugerir al alumno copiar el contorno del romboide (en la posición antes indicada) en una hoja de papel. El paso siguiente es, nuevamente, trazar dos líneas paralelas en el dibujo del romboide logrando obtener tres figuras: dos triángulos rectángulos iguales en los extremos y un cuadrado en medio de ambos triángulos. Una pista para los alumnos es considerar las líneas perpendiculares que aparecen marcadas por dobleces anteriores en la parte lisa del romboide como las diagonales del cuadrado que se quiere formar en el centro del romboide.



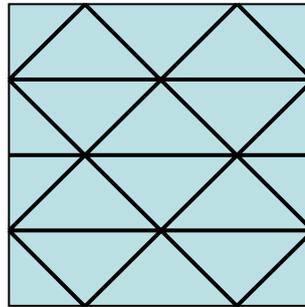
Una vez que los alumnos han logrado trazar ambas líneas sobre el dibujo del romboide, se les pide que tomen el romboide que han logrado armar con dobleces y realicen los

dobleces que les permita obtener un cuadrado como base y dos triángulos rectángulos iguales superpuestos sobre el cuadrado.

La siguiente sugerencia sigue la misma dinámica que en las instrucciones anteriores. Deshacer los dobleces, esto es, desdoblar el cuadrado completamente y marcar las líneas que se han formado con los dos últimos dobleces realizados (antes ver ilustraciones de las páginas 52-53: *cuadrado 1* y *cuadrado 2*).



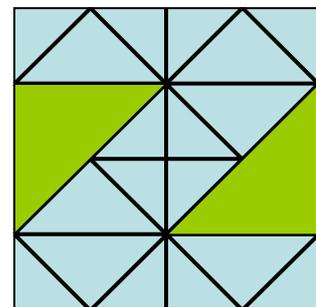
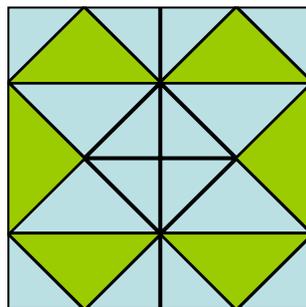
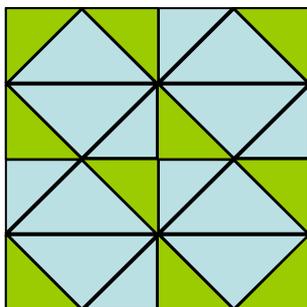
Cuadrado 1

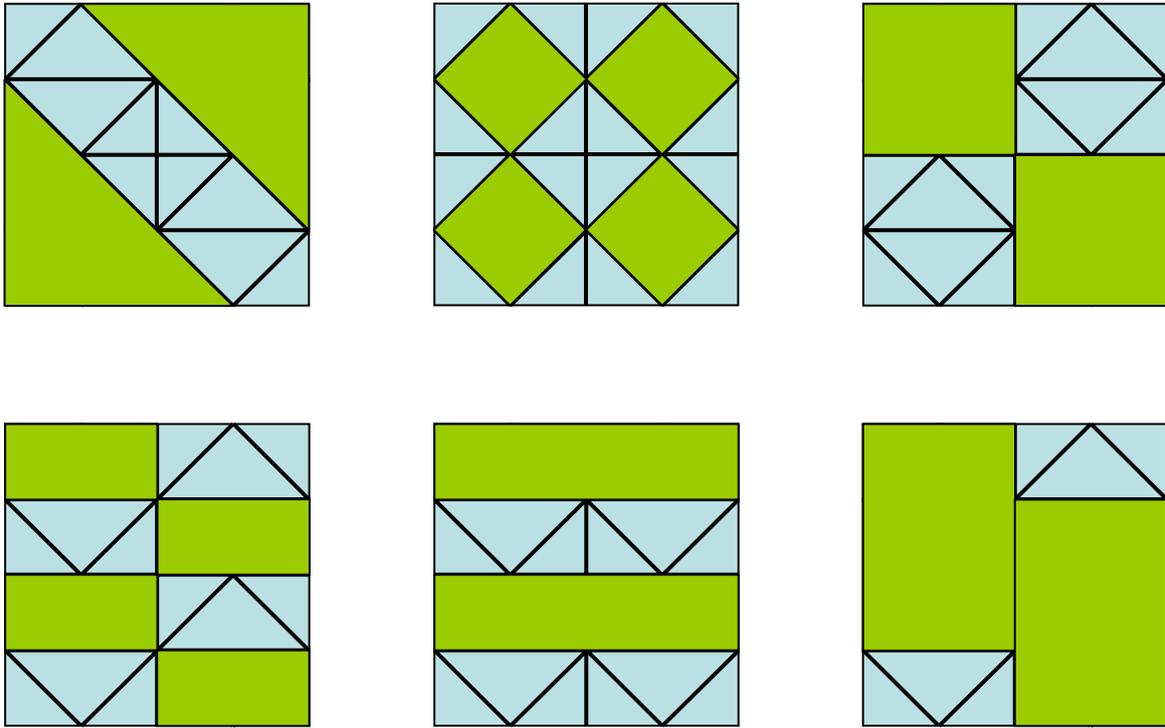


Cuadrado 2

Ahora se pueden percibir mucho más figuras geométricas que bien vale la pena considerar, desde la percepción y visualización de las formas hasta la comparación entre ellas. Ejemplo de ello lo hemos visto ya en párrafos anteriores, donde se culmina con la realización de cuadros que encierran información valiosa para los alumnos y que finalmente ellos mismos van construyendo con la ayuda de sus profesores.

Algunos ejemplos de figuras geométricas básicas (triángulos, rectángulos, cuadrados, etc.) son los siguientes:





Al final de la exploración propuesta el profesor sugiere al alumno rehacer los dobleces del cuadrado hasta obtener una de las caras del cubo. Cada alumno con los cuadrados de papel restantes hace cinco caras más para finalmente tener las 6 caras que conforman el cubo.

El ensamblado de las caras que conforman el cubo es una actividad que el alumno por sí solo puede intentar en un primer momento. De cualquier manera, en una parte de este capítulo se explica paso a paso el proceso de ensamblado.

Este es sólo un ejemplo de cómo podría explorarse la actividad sobre el armado del cubo con cuadrados de colores, pero además, es sólo una forma de exploración con sus respectivas limitantes. Toca al profesor, a partir de la gama de conocimientos que posee enriquecer la actividad con nuevas ideas, formas de abordarlas, inclusión de contenidos matemáticos, estrategias didácticas, etc.

Con relación a los cubos de papel, no se trata de que los alumnos se esfuercen en hacerlos y luego se olviden de ellos. Se pueden utilizar en la elaboración de cuerpos geométricos y trabajar contenidos matemáticos con relación al tema de los cuerpos geométricos, por ejemplo volumen, número de lados, vértices, aristas entre otros. Toca al profesor de grupo continuar con la exploración de este y otros materiales.

Como conclusión a esta actividad podemos afirmar que la práctica continua con doblado de papel puede permitir que docentes, estudiantes, madres y padres de familia visualicen o perciban las formas geométricas, las relacionen con lo que conocen a su alrededor, realicen secuencias de pasos y manipulen las formas geométricas (dimensiones, proporciones, simetrías, rotación, etc.), mientras desarrollan su creatividad y destrezas motoras finas, a la vez que descubren y se apropian de las figuras y formas geométricas.

Conclusiones

La enseñanza de la Geometría en el nivel primaria de la educación básica en México se incluye desde los primeros grados y la dinámica de las actividades incluidas en cada ciclo es variable. De hecho puede observarse un cambio drástico a partir de tercer grado. Durante los grados de primero y segundo un punto fuerte es el reconocimiento de las figuras geométricas básicas a través de actividades con el tangram, la realización de retículas y mosaicos y el armado de rompecabezas, pero en tercer grado se rompe completamente con esa dinámica y ninguna de las actividades trabajadas en grados anteriores aparece como estrategia didáctica para abordar temas con contenidos geométricos.

El desarrollo de habilidades se plantea en los planes y programas de la SEP como una prioridad en el nivel básico. Aún así, en ninguno de los materiales se hace mención sobre qué habilidades habrá que desarrollar con el trabajo en el aula a partir de los materiales curriculares, ni la forma de abordar tal propósito, lo cual me parece un grave conflicto para los docentes a la hora de abordar los contenidos matemáticos.

Con la información recabada a partir del análisis de *“Mi ayudante”*, se puede concluir que desde los materiales curriculares en su conjunto, se le da mucha importancia, en el caso de matemáticas, al desarrollo de habilidades geométricas, y esto se puede observar en la cantidad de lecciones y fichas con respecto al total de ellas que tienen como finalidad desarrollar, entre otras habilidades, la percepción de formas en el plano y en el espacio.

El número de lecciones trabajadas a lo largo de la educación primaria es más elevado que el número de fichas y podría suponerse que quizá se relacione con el hecho de que las fichas son consideradas un elemento de apoyo al abordar el trabajo con lecciones y que existe la posibilidad de que una sola ficha apoye en el desarrollo de las actividades en varias lecciones. De acuerdo con *“Mi ayudante”*, el modo de uso de cada ficha puede variar, utilizándola como antecedente inmediato, preparación a mediano plazo, ejercicio, sustituto de actividades, complemento conveniente o remedio si los niños no dominan los contenidos.

Considero que las actividades tanto en los libros de texto como en los ficheros de actividades didácticas no son suficientes para abordar los contenidos matemáticos básicos que se requieren para el desarrollo de habilidades en los alumnos, además de que la perspectiva desde donde se desarrollan quizá no sea acorde en algunas ocasiones al contexto cotidiano del niño. Un análisis en este sentido podría ser uno de los temas de una investigación profunda y exhaustiva de los materiales curriculares con los que cuenta en general el profesor de primaria. No es propósito de este trabajo realizar tal análisis.

La actividad que se plantea y se explora en este trabajo y que conforma el capítulo 4, brinda al profesor la oportunidad de guiar a los alumnos en la construcción del conocimiento respecto a diversos contenidos matemáticos como son: paralelismo, perpendicularidad, diagonales, ejes de simetría, conceptualización y medición de ángulos, percepción y clasificación de figuras geométricas, medición entre figuras con unidades de medida no convencionales y área de las figuras sin utilización de fórmulas.

En este caso el pretexto ha sido desarrollar la habilidad de percepción de formas en el plano y en el espacio, pero es importante destacar que la actividad permite desarrollar diversas habilidades implícitas en cada una de las acciones que el alumno realiza entre ellas: doblar, recortar, trazar, visualizar, comparar, estimar y comprobar.

Con relación a la actividad y a la forma en que se propone abordarla, se puede comentar que no es fácil trabajar de esta manera, pueden surgir imprevistos como que los niños se desvíen hacia otras cosas donde no necesariamente se aborden conocimientos geométricos o incluso matemáticos, que los niños no comprendan o les parezca complicado llevar a cabo las recomendaciones del docente, etc. En este caso, la sugerencia al docente es que esté abierto en todo momento a cualquier tipo de situación y abordarla a partir de las condiciones del contexto, los materiales, las herramientas y todo recurso presente en el

salón de clase, de forma que permita o apoye a la construcción del aprendizaje por parte del alumno.

Mi sugerencia es que, tomando como referencia los elementos que enumera el enfoque de la enseñanza actual, se generen actividades que trabajen contenidos matemáticos que tengan como prioridad el desarrollo de habilidades básicas en los educandos, pero que además haya un seguimiento en las mismas, de manera que no se frene el aprendizaje de los alumnos y que tal seguimiento en las actividades permita a los docentes tener una clara perspectiva desde dónde orientar su trabajo diario con los alumnos.

Bibliografía

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1998). *Materiales para construir la geometría*. Madrid España: Editorial Síntesis.
- Ávila, A. (1994/2004). *Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

- Ávila, A. y Balbuena, H. (1993/2004). *Matemáticas. Tercer grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Ávila, A., Balbuena, H. y Bollás, P. (1994/2004). *Matemáticas. Cuarto grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Ávila, A., Balbuena, H., Fuenlabrada, I. y Waldegg, G. (2000/2004). *Matemáticas. Quinto grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Ávila, A., y Balbuena, H. (1994/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. TERCER GRADO* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Balbuena, H., Block, D., Fuenlabrada, I. y Waldegg, G. (2001/2004). *Matemáticas. Sexto grado* (3ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Balbuena, H., Dávila, M., Escareño, F. y Schulmaister, M. (2003/2004). *Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Balbuena, H., Dávila, M., García, S., Olivera, M. y Pasos, I. (2002/2004). *Libro para el maestro. Matemáticas. Quinto grado* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Block, D., Carvajal, A., Fuenlabrada, I. y Martínez, N. (1993/2004). *Matemáticas. Primer grado* (6ª edición). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Bressan, A. M., Bogisic, B. y Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir, pensar...* Buenos Aires, Argentina: Ediciones Novedades Educativas.
- Dávila, M. (1994/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. PRIMER GRADO* (6ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Dávila, M. (1994/2004). *Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Dávila, M. (1995/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. SEGUNDO GRADO* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Dávila, M., Block, D. (1994/2003). *Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado* (4ª edición). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

- De Bengoechea N., et al. (2006). *Mi ayudante. Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria*. México, UPN. <http://miayudante.upn.mx/>
- De León, H., Fuenlabrada, I., González, N., Guzmán, M., Martiradoni, Z. y Ortega, J. (1994/2004). *Matemáticas. Segundo grado*. (3ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- García, V. M. (1994/2004). *Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado* (2ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Olivera, M. (1995/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. CUARTO GRADO* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Orozco, L. G. (2001). *Construcción y representación de modelos tridimensionales en el desarrollo de la imaginación espacial*. Tesis de maestría. Matemática Educativa. México. CINVESTAV-IPN.
- Rivera, M. (2003). *Diferencia de género en la visualización espacial*. Tesis de maestría. Matemática educativa. México. CINVESTAV-IPN.
- Schulmaister, M. (1995/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. SEXTO GRADO* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Schulmaister, M., Balbuena, H. (1994/2002). *Fichero. Actividades didácticas. MATEMÁTICAS. QUINTO GRADO* (1ª reimpresión). México, SEP: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.