UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

USO DE ESTRATEGIAS INFORMALES Y DIFICULTAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGIA EDUCATIVA

P R E S E N T A:

Francisco A. Cruz Ramírez.

Asesora: **Lic. Alma Dzib Aguilar**

MÉXICO D. F. AGOSTO DEL 2006

AGRADECIMIENTOS

Gracias mamá por
apoyarme y brindarme tu
vida.
Ntane´e tuun tsaá yu ú ni

A la Familia Mosqueda
por apoyarme
A Paco y Lorena Muchas
Gracias

A la Profesora Alma por creer y
a enseñarme a tejer este surco.

A Raúl por tu ayuda y sugerencias.
ta tsavu

ÍNDICE

Pág.

CAPÍTULO II
MÉTODO

CAPÍTULO III
ANÁLISIS DE RESULTADOS

CAPÍTULO IV

RESUMEN

El presente trabajo reporta los resultados obtenidos de las estrategias utilizadas por alumnos de 1º año de primaria en la resolución de problemas aritméticos de diferente estructura semántica.

Con los objetivos de conocer cuál de las estructuras semánticas en la resolución de problemas aritméticos resulta más difícil de resolver en 1º año de primaria, cuáles son las estrategias empleadas al resolver diferentes tipos de problemas aritméticos y los tipos de errores que surgen como resultado de las soluciones. Se aplicaron a 20 sujetos de manera individual un total de 8 problemas de diferente estructura semántica (2 de cambio, 2 de combinación, 2 de comparación y 2 de igualación); también se pidió a cada alumno que desarrollará 1 problema de cada estructura semántica por si mismo.

Los resultados muestran que en 1º grado de educación primaria los problemas de comparación, igualación y combinación resultan ser los más difíciles de realizar. La principal causa de ello es la representación del problema y por otra parte los más fáciles fueron los de cambio.

Por otra parte esta investigación comprueba que al iniciar la educación primaria los sujetos utilizan gran cantidad de estrategias informales y estos van evolucionando en los grados posteriores hasta hacer uso de los algoritmos que se enseñan en la escuela.

USO DE ESTRATEGIAS INFORMALES Y DIFICULTAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMETICOS EN ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Introducción

La vida de todo individuo está llena de números y esta es una realidad que no se puede dejar pasar ni dejar de lado, pues estos son absorbidos desde temprana edad por el niño, ya que formará parte de su desarrollo intelectual y también será objeto de conocimiento que se transmitirá como un conocimiento social.

Las matemáticas la encontramos en todas partes de nuestra vida, forman parte de la vida diaria de cada individuo, ésta es una necesidad del hombre para entender y realizar tareas elementales de la vida. Así, todos aceptan que cuando se trata de aprender matemáticas existen principios lógicos e inventos culturales que todo individuo tienen que dominar para comenzar a edificar su conocimiento en esta área, esto implica poner en práctica una gran inventiva de procesos y una gran persistencia para lograrlo; de esta manera la matemática va moldeando el pensamiento matemático del sujeto; los problemas aritméticos apoyan a que esto se desarrolle de manera favorable.

Durante mucho tiempo la enseñanza de las matemáticas ha sido blanco de diversas propuestas y reflexiones teniendo como principal finalidad que los alumnos logren una comprensión y un aprendizaje que les permita no solo memorizar los contenidos y aplicar un algoritmo sino que, exista un proceso de comprensión de los significados matemáticos.

En el Plan y Programa de Educación Primaria (1993) se menciona que el propósito central de la enseñanza de la matemática es que el alumno aprenda a utilizar los números para resolver problemas, no sólo con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino también con aquellos cuyo descubrimiento y solución necesitan de la curiosidad y la imaginación. Por ello, se han realizado diversas propuestas en las cuales la solución de problemas ha sido el medio para que el alumno adquiera las habilidades básicas que plantea la Secretaría de Educación Pública (SEP, 1993) como son “analizar, planear, razonar predecir, verificar y generalizar resultados; elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas; identificar patrones y situaciones similares; desarrollar la imaginación espacial; así como tener un pensamiento deductivo”.

Debido a lo anterior este trabajo se desarrolla de la manera siguiente:

El primer capitulo sustenta teóricamente las aseveraciones acerca de la matemática, se describe como está diseñada desde el enfoque de la Secretaría de Educación Pública a través de los planes y programas de 1993, en ella se dan las características fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje como son el desarrollo del diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista. Se añade también que la matemática son instrumentos funcionales y flexibles que le permitirán al alumno resolver situaciones problemáticas que se le presenten.

Otro tema que fundamenta este trabajo son los conocimientos previos de los alumnos, éstos son usados por los niños cuando se enfrentan a una situación problemática; además, se desarrollada el tema el niño y las matemáticas donde se explica cómo el sujeto hace uso de su conocimiento informal para resolver problemas aritméticos.

También se describen las diferentes estructuras de problemas que existen como los son: cambio, combinación, comparación e igualación, así como diferentes estrategias empleadas para la resolución de problemas y las dificultades que enfrentan en el proceso de solución.

Una característica de los alumnos en la resolución de problemas es que dependen de los conocimientos que ya poseen y de la activación de conocimientos adecuados. Se mencionan estudios de diferentes autores que se han realizado previamente en cuando a la resolución de problemas.

La metodología utilizada en la recopilación de datos se expone en el segundo capitulo, en él se describe el procedimiento empleado durante la aplicación de los diferentes tipos de problemas aritméticos, las características de los participantes, así como el lugar donde se desarrollo el trabajo. Se mencionan los aspectos considerados al elaborar el instrumento y los ajustes realizados después de confiabilizarlos.

Por otra parte, se describen los resultados en relación a la estructura de cada problema aritmético, también se hace una descripción de las estrategias empleadas tanto para la adición como para la sustracción. Finalmente se evidencia algunos de los errores surgidos al realizar estos ejercicios aritméticos.

En relación a la discusión se comparan los resultados obtenidos con las aseveraciones teóricas. En términos generales se observó que los problemas de comparación, igualación y comparación resultan ser más difíciles de realizar. Por ultimo, se observo que los alumnos de primer grado de edición primaria utilizan gran cantidad de estrategias informales y que estos van evolucionando en los grados posteriores.

CAPÍTULO I

Las Matemáticas en la educación primaria.

El Plan y Programa de Educación Primaria (1993) menciona que las matemáticas son una forma del quehacer de la humanidad y ésta pasa por un proceso de construcción la cual se sustenta en abstracciones sucesivas. Pero, también es por la cual que los niños se apropian y construyen el conocimiento matemático a partir de experiencias concretas, este conocimiento paulatinamente se transforma en abstracciones y por ello los alumnos pueden prescindir de los objetos físicos.

Las matemáticas permiten resolver diversos problemas en varios ámbitos, tales como el científico, el técnico, el artístico y de la vida cotidiana, los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas son, a veces complicados y pocos eficientes en comparación con los procedimientos convencionales que permiten resolver la misma situación o situaciones con más facilidad y rapidez.

Para la enseñanza de las matemáticas el propósito es desarrollar el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista; Además, estos serán instrumentos que le permitirán al alumno resolver situaciones problemáticas que se le planteen con mucho más facilidad. Se considera que unas de las funciones de la escuela es brindar situaciones en donde los alumnos utilicen sus conocimientos que ya tienen de ciertos problemas y partir de soluciones iniciales hacia conceptualizaciones propias de las matemáticas (SEP, 1993). A continuación se explica el enfoque de la enseñanza de la matemática en educación primaria.

Propósito del Plan y Programa de Educación Primaria de primer grado en el área de matemáticas.

El propósito central del plan y programa de primer año en la enseñanza de las matemáticas es que el alumno aprenda a utilizarlas para resolver problemas, no sólo con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela sino también, con aquellos cuyo descubrimiento y solución necesitan de la curiosidad y la imaginación (SEP, 1993). Lo anterior se introdujo en México como una reforma de tipo constructivista con la idea central de promover el aprendizaje a través de la resolución de problemas (Ávila, 2004).

Por otro lado, Latapí (1998) señala que uno de los cambios más significativos que experimentaron los Planes y Programas en matemáticas es que se negó la enseñanza de éstas en forma mecánica y reiterativa, cambiándose por un enfoque que se fundamenta en la solución de problemas y en desarrollar el razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

Se busca que las matemáticas a través de diferentes actividades lúdicas se puedan enlazar los contenidos de los programas de estudio con los aprendizajes de los niños que han adquirido fuera de la escuela y con la forma que han arribado a ellas, apoyándose en la apreciación visual, en la manipulación de objetos, en la observación de las formas de su entorno y también en la resolución de problemas (SEP, 1994). Además, estas situaciones tienen que ser para el alumno una herramienta flexible y adaptable para enfrentar situaciones problemáticas que se le presenten y por lo tanto, se menciona diferentes propósitos que desarrollarán en el alumno habilidades hacia las matemáticas la cual se describe de siguiente manera.

Los propósitos del Plan y Programas (1993) se enumeran a continuación:

- Desarrollar la capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- Desarrollar la capacidad de anticipar y verificar resultados.
- Desarrollar la capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.

- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias".

Dentro de los propósitos lo que se destaca en cuanto a la resolución de problemas es que el alumno pueda plantear problemas y desarrollarlos por sí mismo. Lo anterior se plantea ya a partir del libro del alumno de Primer año. La asignatura de Matemáticas de primer grado señala cuatro ejes en la que se desarrolla la materia, esta se enuncia a continuación.

Organización general de la asignatura de primer grado

Los temas de la asignatura se han organizado con base en cuatro ejes principales (SEP, 1993):

- Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- Medición.
- Geometría.
- Tratamiento de la Información.

En lo que corresponde al primer eje los números, sus relaciones y sus operaciones se destaca que los alumnos aprenderán a usar los números hasta con dos dígitos de tal manera que se pueda desarrollar en forma oral y escrita, pero también para comparar y cuantificar colecciones, para ordenar los componentes de una colección e identificar objetos; Además, resolverán problemas que implican sumar o restar con distintos significados como "agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante" haciendo uso de diversos medios como son "el uso de material concreto, recurriendo a dibujos, el conteo, la descomposición de números y cálculo mental", también se plantea que el niño desarrolle sumas y restas de dos dígitos (SEP, 1994).

Este eje se ejecuta ya en primer año cuando los alumnos empiezan a contar. Cabe mencionar que cada uno de los ejes se implementan en los grados subsecuentes, dependiendo de la dificultad de cada eje y del desarrollo cognitivo de los alumnos de educación primaria.

Es por ello que continuación se describe como los niños construyen teorías que les funcionan en la resolución de problemas aun cuando éstas no sean consideradas científicas:

Teorías implícitas

En los últimos años en diferentes áreas de la ciencia y principalmente de la matemática se ha realizado estudios Pozo y Scheuer, (Citados por Pozo, 2001), que muestran que las personas tenemos conocimientos intuitivos relativamente estables y profundamente arraigados en muy diferentes dominios como por ejemplo, la adición, la sustracción, la multiplicación, la división, etc., todas ellas acreditan la existencia de representaciones espontáneas en muchos casos no conscientes, fuertemente arraigadas en el sistema cognitivo y/o la cultura, relativamente generalizadas incluso entre personas pertenecientes a contextos culturales diferentes y, sobre todo, fuertemente resistentes al cambio incluso cuando se someten a un fuerte esfuerzo instruccional; De hecho, sobre el cambio conceptual muestran que, en general, las estrategias instruccionales son poco eficaces para modificar en lo esencial esas concepciones intuitivas profundas.

Los conocimientos intuitivos tienen un alto grado de éxito para la vida cotidiana ya que sirven para realizar muchas cosas, se basa en reglas asociativas simples, intuitivas, de pensamiento causal; y por tanto, es un conocimiento que va a tener un fuerte uso y una relación con la vida cotidiana y además viene perpetuado mantenido por la cultura y por las formas de hablar en nuestra sociedad (Pozo, 2001).

En la adquisición y el uso del conocimiento, se está comenzando a estudiar las teorías implícitas agrupándolas en tres grandes teorías; la teoría directa (o teoría de la copia), la teoría interpretativa y la teoría constructiva (Pozo, 2000).

La teoría *directa* concibe el aprendizaje –ya sea de conocimientos o de acciones- como una copia fiel de la realidad, en su versión más elemental está teoría reduce el aprendizaje a la copia de resultados o conductas, sin la mediación de ningún proceso psicológico. Aprender es imitar a la realidad, copiarla. Poco a poco a esta teoría se van incorporando ciertas variables tanto de las condiciones (práctica, exposición a la ejecución de la acción y no sólo a la acción ya acabada), como del sujeto (edad, inteligencia, motivación, etc.) que van a cobrar un peso mayor como procesos mediadores en la siguiente teoría (Pozo, 2000).

La teoría *interpretativa* concibe ya el aprendizaje como el resultado de la actividad personal del sujeto, que requiere una serie de procesos mediadores como son la atención, la memoria e inteligencia. Esta teoría tiene la similitud con la anterior teoría en sus supuestos epistemológicos al respetar el principio de correspondencia entre el conocimiento y el mundo, pero asume que el aprendizaje es un *proceso* que exige una actividad mental por parte del alumno. Si la teoría anterior guarda una cierta similitud con el conductismo, esta teoría se halla más cercana a los modelos de procesamiento de información. Versiones ingenuas de esta teoría se encuentran entre niños de 5-6 años pero en forma más elaborada puede encontrarse también en sujetos adultos, ya sean padres y sobre todo, profesores.

Hay motivos para pensar que esta teoría es la dominante entre profesores de diversas materias, entre las que se encuentra la matemática. Esta teoría puede dar lugar además a muy diversas concepciones que variarán no sólo en complejidad sino también en contenido (puede haber interpretaciones ambientalistas o innatistas, humanistas o cognitivistas, conductistas o psicoanalíticas, etc.), pero aún todas ellas comparten los supuestos comunes de que, (a) un aprendizaje es más eficaz cuando logra una reproducción más fiel, pero (b) ello requiere una intensa actividad e implicación personal por parte de quien aprende. Es un aprendizaje activo, pero reproductivo (Pozo, 2000).

Sin embargo, esta teoría interpretativa suele confundirse con una teoría propiamente *constructiva* ya que comparte con ella el supuesto del carácter activo del aprendizaje, pero difiere en sus supuestos epistemológicos implícitos, pues la concepción constructivista admite la existencia de saberes múltiples, al romper la correspondencia entre conocimiento adquirido y realidad. La teoría constructivista está fuertemente ligada desde la perspectiva de todo conocimiento. Esta falta de diferenciación entre ambas posiciones ayuda a explicar el éxito aparente (teórico) y el fracaso real (práctico) del constructivismo cuando se traslada al aula.

Algunos alumnos sometidos a una enseñanza constructivista asimilan todo lo recibido a su propia teoría interpretativa, de forma que los conocimientos previos, la motivación y el desarrollo cognitivo explicarían por qué el alumno *no* aprende y, serían requisitos para el propio aprendizaje. Sin actividad del alumno no hay aprendizaje reproductivo. Así, cambian más fácilmente la forma de enseñar (hay que facilitar la actividad del alumno) que la de evaluar, hay otra forma de medir el aprendizaje que no sea comparar lo que el alumno sabe con lo que tiene que saber.

Las acciones utilizadas por los sujetos y la vinculación que hacen de su conocimiento se presentan en las estrategias metacognitivas que realizan en su aprendizaje.

Estrategias metacognitivas

Los alumnos necesitan tener una serie de destrezas metacognitivas que les permitan asegurar el control personal sobre sus conocimientos y los propios procesos durante el aprendizaje (Mauri, 1993).

Es necesario definir a que se refiere el término estrategia, Klauer, Friedrich y Mandl (Citados por Dzib, 2002) señalan que las estrategias de aprendizaje se entienden como las secuencias de acción dirigidas a la obtención de metas de aprendizaje y constituyen complejas acciones cognitivas que son antepuestas a los procedimientos específicos de la tarea. En general, las estrategias de aprendizaje son representadas como planes de acción que se implementa al realizar un problema. Hay posturas sobre la definición de las estrategias de aprendizaje, una de la cuales sostiene que las estrategias son una forma de proceder hacia una meta y que, al principio es utilizado inconcientemente pero paulatinamente es automatizado pero con la capacidad de volverse conciente.

García y Santarelli (2004) mencionan que las estrategias de aprendizaje son planes globales para enfrentarse a una tarea de aprendizaje, el dominio de estas estrategias permite a las personas ejercer un control adecuado sobre el flujo de su pensamiento y el empleo adecuado de las mismas permite llegar a una meta de aprendizaje específica, agregando que la destreza más elemental es la capacidad para hacer discriminaciones.

El desarrollo de conocimientos se da cuando el alumno aprende los contenidos escolares mediante un proceso personal y esto se traduce a la elaboración personal del contenido objeto de aprendizaje, la representación que realiza el alumno parte de sus conocimientos que le sirven para enganchar el nuevo contenido y le permite atribuirle significado en algún grado. La vinculación de contenidos no es automático sino un proceso activo del alumno que le permite reorganizar el propio conocimiento y enriquecerlo (Garcia y Santarelli, 2004).

Por otro lado la *metacognición* es, esencialmente un conocimiento acerca de nuestro propio conocimiento, implica un conocimiento de nuestro propio percibir, comprender o recordar, por tal motivo las estrategia metacognitivas son las estrategia que ejercemos para planificar, realizar un control y regulación del propio proceso de aprendizaje. Para Dzib (2002) es un conocimiento sobre las operaciones cognitivas que se lleva a cabo cuando se emprende cualquier tipo de actividad mental.

Es por esto que la construcción del conocimiento se describe a continuación más ampliamente con la teoría del conocimiento de Piaget.

Piaget y aprendizaje.

La construcción constructivista del conocimiento desarrollado por Piaget considera que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos, ya que los objetos matemáticos no habitan en un mundo eterno y externo a quien conoce, sino que son producidos construidos por el propio alumno en el proceso de asimilación y acomodación que ocurre en sus estructuras cognoscitivas , así la característica más importante del aprendizaje desde el punto de vista cognitivo es que el niño construye su conocimiento dándole sentido sobre la base de su propia experiencia (Moreno y Waldegg, 1995).

Al respecto, García y Santarelli (2004) agregan que esta teoría de aprendizaje tiene como fin realizar una transformación, resultado de la acción lógica del sujeto sobre las cosas, el sujeto arriba a un significado a partir de acciones inteligentemente organizadas con independencia entre la acción, el lenguaje, y aprendizaje. Desde esta perspectiva las estrategias didácticas parten de la dinámica interna de los esquemas de conocimiento y la cual consiste sobre todo, en crear condiciones adecuadas para que se produzcan y se enriquezca los procesos de construcción de los nuevos conocimientos.

La escuela plantea la necesidad de enseñar las matemáticas como un medio para que el niño ejercite su pensamiento y razonamiento y darle los instrumentos para que resuelva problemas que se le han de presentar en la vida, pero sucede que el niño aprende a resolver problemas en abstracto y que nada tienen que ver con lo que viven en su realidad. Según De la Concha, (2003) las matemáticas son la llave de nuestra comprensión del mundo físico, nos dan poder sobre la naturaleza, han arraigado al hombre en la convicción de que puede continuar penetrando en sus secretos, y lo han ayudado a entender y a dominar el mundo físico y también, en alguna medida, los ámbitos económicos y sociales. Las matemáticas han llegado a nuestros días por dos corrientes principales, el número y la forma. La primera abarca la aritmética y el álgebra, la segunda, la geometría.

El alumno construye su saber a través de la resolución de una serie de problemas que se le presentan dentro y fuera de la escuela y de la interacción que realiza con otros alumnos. Las reestrategias que pone en juego le permiten sucesivas aproximaciones al concepto nuevo en niveles crecientes de organización (García y Santarelli, 2004).

En esencia, el sujeto se acerca al objeto del conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten ver al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por sus estructuras cognoscitivas. Esta información produce modificaciones- acomodaciones, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo percibe de manera distinta a como la había visto originalmente y la información le es ahora relevante, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto (Moreno y Waldegg, 1995).

Las relaciones entre las acciones y las representaciones que se sustenta en ciertas concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza son producto de la cultura educativa, de esta forma esas concepciones constituyen verdaderas teorías implícitas sobre el aprendizaje y las prácticas cotidianas de enseñanza. Por consiguiente la forma en como construyen el conocimiento los alumnos está relacionada en la interacción con el objeto de conocimiento y por tal motivo se describe cómo el niño vincula las matemáticas con su entorno.

El niño y las matemáticas.

Las matemáticas forman parte de la vida diaria de cada individuo, ésta es una necesidad para entender y realizar tareas elementales. Así la gente acepta que cuando se trata de aprender matemáticas existen principios lógicos e inventos culturales que los escolares tienen que dominar, y comenzar a edificar su conocimiento en esta área con gran inventiva y persistencia.

Autores como Franke y Carey, (1997) agregan que las matemáticas son producto de la inventiva de la humanidad. Ésta es una necesidad que construye los conocimientos matemáticos de los niños tanto en la escuela como fuera de ella. Por tanto, la forma en cómo reciben las matemáticas que se les dan es la manera en que ellos la emplean.

La educación entendida en su verdadero sentido presupone un aprendizaje vinculado a la vida, en la cual debe de nutrirse del contacto con el entorno social y para la comprensión se debe ir más allá de la actividad del aula. El alumno debe de estar enlazado con la comunidad para incentivar su participación y así proveerle un crecimiento integral como persona (Meriño y Escalona, 1998).

No se sabe a ciencia cierta cuándo inician los niños y las niñas el aprendizaje de las matemáticas, por supuesto que formalmente principia en la escuela. Algunos profesores sostienen que los niños llegan a la escuela con conocimientos de conteo. Castro, Rico y Castro (1995) mencionan que el aprendizaje del número se desarrolla informalmente y para comprender y aprender las matemáticas que se enseñan en la escuela los niños recurren a la enseñanza informal ya que está en función de lo que saben.

Pontecorvo (1996) menciona que el niño se encuentra inmerso en un espacio cultural en donde diariamente interactúa con notaciones numéricas, este contexto se caracteriza por las situaciones tan diversas que se presentan al sujeto a muy temprana edad y antes de ingresar a la escolarización formal los niños reproducen e interpretan los números

En este sentido Barocio (1996) menciona que la realidad cotidiana del escolar está llena de numerosidad y esta es una realidad que no se puede dejar pasar ni dejar de lado, y por tanto es absorbida por el niño pues esta forma parte del desarrollo intelectual y es transmitida como un conocimiento social. Conforme se ingresa a la vida escolar el alumno ya tiene en la mente hechos numéricos.

De acuerdo con lo anterior la producción de signos numéricos y obtención de respuestas correctas por parte de los maestros carecen de significado para el niño cuando ingresa en el aula y esto hace más difícil el acceso a este conocimiento. También se señala que el número no es de naturaleza empírica, el niño es quien va construyendo una estructura mental a través de la propia acción reflexiva que hace en contextos que le resulta significativo, lo que cuenta es la capacidad de establecer relaciones para el entendimiento posterior del concepto de número. La actividad de la vida diaria del sujeto con lo que ve y vive, la relación de unos con otros, en su curiosidad e interés tienen un efecto significativo en la actitud hacia las matemáticas, la cual moldea de manera significativa el ambiente educativo y a las situaciones que le demanden cuantificar.

Frecuentemente los niños ya han vivido las matemáticas fuera de la escuela, ellos suelen resolver múltiples problemas de suma y resta de manera extra-escolar utilizan el conteo y de objetos como un medio para llegar al resultado, sin embargo todavía no alcanzan a entender de modo significativo los símbolos propios de las matemáticas (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1998).

Normalmente las matemáticas vista por los alumnos requiere de varias reglas preestablecidas y este principio contribuye a que ellos perciban a las matemáticas como un conocimiento de cuerpo estático (Franke y Carey, 1997). Además en la vida cotidiana la matemática cuando se utiliza suele ser un instrumento para lograr otras metas y esta más orientada a un valor funcional para el sujeto.

Por otro lado, es importante empezar a definir el concepto de la adición; se entiende por sumar la acción por la cual se parte cantidades simultáneamente y se *reúnen* formando una cantidad mayor que las dos anteriores, es decir 1 + 1 = 2. Otro más específico es cuando se tienen cuatro fichas en un lado de la mesa y tres fichas en el otro lado, el gesto que suele acompañar a la acción de sumar es el de aproximar ambos grupos de fichas entre sí, contando el conjunto de fichas se obtiene una suma de siete fichas. Otra interpretación de la suma presente en la escuela se expresa bajo la forma del verbo *añadir*. La acción propia de este verbo consiste en partir de una cantidad y añadir otros conjuntos y así transformar la cantidad inicial en otra. Estas dos interpretaciones de la acción de sumar son análogas en cuanto al resultado obtenido, pero no en lo que se refiere al procedimiento por el que se ha conseguido dicho resultado (Maza, 1989).

La suma y la resta son operaciones, es decir, acciones por las cuales se transforman numéricamente unas cantidades en otras. Por tanto, aprender a sumar y restar, significa para Maza (1989) conseguir dos objetivos:

a) Integrar dentro de una misma estructura conceptual acciones de la vida cotidiana expresables de forma diversa: reunir, agregar, añadir, etc., o bien quitar, retirar, desagregar, etc.

b) Aplicar las propiedades características de estas estructuras conceptuales a situaciones problemáticas tanto a través de sumas y restas elementales como por el uso de algoritmo.

Hay varias estrategias informales que los niños utilizan cuando resuelven problemas aritméticos, algunas de estas estrategias son (Luceño, 1999):

Estrategias Informales

Suma.

- *Elaboración de un modelo con dedos u objetos*. Dentro de éste se desarrollan tres procedimientos. En el primero los niños realizan una "cuenta global completa", hacen dos colecciones con los números que les dieron y realizan los siguientes pasos:

Si se les dice suma 5+2=

1) Cuentan objetos para representar el primer sumando.

UNO	DOS	TRES	CUATRO	CINCO
o	o	o	o	o

2) Cuentan objetos para representar el segundo sumando.

UNO DOS
o o

3) Cuentan todos los objetos para determinar la suma.

UNO	DOS	TRES	CUATRO	CINCO	SEIS	SIETE
o	o	o	o	o	o	o

El procedimiento que utilizan los niños es el de utilizar los dedos, éste consta de tres fases:

1) Formar un grupo de dedos para representar el primer sumando.

“CINCO”

(Se extienden cinco dedos)

2) Formar un grupo de dedos para representar el segundo sumando.

“DOS”

(Se extienden dos dedos)

3) Contar todos los dedos para hallar la suma.

“UNO, DOS, TRES, CUATRO, CINCO, SEIS, SIETE”

El tercer procedimiento consta de tres pasos: los dos primeros son iguales al anterior, y el tercer paso es cuando el niño reconoce inmediatamente la suma por captación directa aunque no entienda realmente que significa esa cantidad (Luceño, 1999).

- *Elaboración / utilización de procedimientos mentales*.

El más básico en este grupo consiste en contarlo todo comenzando por el primer sumando. Ejemplo: 2 + 4 =1, 2, 3 (es uno más), 4 (son dos más), 5 (son tres más), 6 (son cuatro más); la respuesta es 6.

Son pues dos objetivos diferentes y complementarios; por un lado las operaciones son entendidas como objetos de conocimiento y por otro lado, son consideradas como instrumentos de transformación de la realidad a través de la resolución de situaciones problemáticas (Luceño, 1999).

Ahora bien, el proceso para contar se desarrolla de acuerdo a los siguientes pasos:

Desarrollo jerárquico de las técnicas para contar.

El proceso de contar es enormemente complejo para el niño, ya que se sitúa en el ámbito del conocimiento abstracto referido a la ordenación y numerosidad, se requiere de la actividad visual y motora producción de palabras-número y gesto motor de señalar (Wilkinson, citado por Coello, 1991).

Contar consiste en asignar cada uno de los nombres de los términos de la secuencia a un objeto de un conjunto. Se establece, en un principio una igualación término–objeto mediante la acción de señalar. La acción de señalar dará lugar al proceso de contar, así lo mencionan Castro, Rico y Castro (1995). A los tres años el niño manipula normalmente los objetos mientras los cuenta, alrededor de los 5 años no necesita tocar los objetos sino que lo señala, en un principio con el dedo y, posteriormente, con la mirada, de esta forma, la acción de contar implica tres tipos de correspondencia:

- Un apareamiento temporal del término con la acción de señalar.
- Un apareamiento entre la acción de señalar y un objeto concreto.
- Un apareamiento entre el término y el objeto (Castro, Rico y Castro, 1995).

Conteo oral

Es una técnica que se emplea para desarrollar la serie numérica en los niños, ésta se describe como la repetición verbal sin sentido, el aprendizaje creado por ellos, es la memorización de los números (Baroody, 1988).

Por otro lado cuando los niños y las niñas empiezan a contar objetos no sólo tienen que vérselas con la actividad misma de contar sino que además, deben recordar las palabras numéricas, contar cada objeto de un conjunto una sola vez. Para saber qué están haciendo cuando cuentan los niños deben comprender la conservación ya que de otra forma estarían memorizando los números.

Los principios para contar un sólo conjunto de objetos son, según Gelman y Gallistel (citados por Nunes y Bryant, 1997):

- Principio de correspondencia biunívoca. Al contar deben sumarse todos los objetos sólo una vez, cada elemento del primer conjunto le corresponde un elemento y sólo uno del segundo conjunto y recíprocamente.

- Principio de orden constante. Cada vez que se hace una suma, se debe de pronunciar palabras numéricas en el mismo orden (1, 2, 3, 4, 5,6).

- Principio de cardinalidad. Es la manera en que se hace el conteo real de objetos con la palabra numérica pronunciada, por ejemplo, *cinco* (1, 2, 3, 4,5), entonces debe haber un total de cinco objetos en el conjunto que se está contando.

Para Baroody (1988) en el desarrollo del conteo se presentan cuatro técnicas que hacen referencia de cómo un sujeto los va asimilando, éstas son:

1. La técnica más básica es la de generar sistemáticamente los nombres de los números en el orden adecuado.
2. Se etiqueta con palabras la serie numérica, esto para enumerar uno por uno los objetos de un conjunto.

3. Representación de los elementos que contiene cada conjunto por medio de la cardinalidad de los números.
4. Comprender que la posición que ocupa el número en la secuencia numeral define su magnitud.

En la teoría piagetiana se ha postulado que sólo se alcanza el nivel de competencia en el área del número cuando se ha llegado a nivel operacional. En cambio, los modelos basados en la integración de habilidades numéricas (específicamente en contar) suponen que el desarrollo numérico es un proceso de integración jerárquica, y se asume en el siguiente supuesto básico: los niveles de desarrollo numérico designan habilidades de complejidad creciente tal que una habilidad específica se construye directamente sobre habilidades específicas de otro nivel (Coello, 1991). Además, clasifica dos tipos de modelo de conteo por un lado están los modelos de competencia y del otro los de ejecución:

Modelos de competencia

Este modelo comparte con el modelo piagetiano, el supuesto de que la adquisición de conocimiento es fruto de la actividad del sujeto cognoscente, retoma del modelo atencional de Von Glasersfeld (citado por Coello, 1991) y, su punto de partida para contar consiste en la producción de ítems unitarios que son construcciones mentales, estos son creados por un acto de representación interna del sujeto.

Este modelo plantea que existen diferentes tipos de contar, entre los más empleados se encuentran:

1) *Unidades perceptuales.* Cuando un niño está en este nivel necesita el componente perceptual para poder contar. La secuencia de este conteo se considera como un suceso global que incluye señales perceptuales (generalmente visuales o auditivas), un acto motor (coger, señalar, etc.), la producción de palabras - número y el patrón de atención que estructura las señales perceptuales sensoriales en una cosa.

2) *Unidades figurales.* En este nivel el niño es capaz de hacer representaciones visuales que remplacen a los ítems perceptuales. Desarrolla unidades figurales cuando tiene que contar conjuntos en los que alguno de los elementos está oculto, en tal caso solo se necesitan representaciones parciales de los objetos.

3) *Unidades motoras.* El contar ítems - unidad de tipo motor supone que se han sustituido los ítems perceptuales por actos motores, esta actividad motora sirve para la creación de ítems unitarios. En este nivel los niños necesitan acompañar el acto motor de la producción de la palabra-número con otro acto motor sincrónico (por ejemplo, señalar).

4) *Unidades verbales.* Representa una etapa de tránsito entre el nivel de unidades motoras y el de unidades abstractas. Entre todos los elementos observables del conteo (perceptuales, motores, etc.) el sujeto utiliza la palabra-número, este nivel es un acto motor especial, más complejo que los demás.

5) *Unidades abstractas.* Se ha alcanzado este nivel cuando el niño es capaz de pasar de la palabra-número a la estructura conceptual que constituye la numerosidad particular que representa, lo que caracteriza esta etapa es la entrada en el reino del número, las palabras-número representan ya colecciones de ítems unitarios y designan conceptos cuantitativos en la mente del que cuenta (Coello, 1991).

Modelos de ejecución

Dentro de la cual se describen los siguientes modelos que implican tanto la conducta externa como los procesos internos desarrollados por el niño durante la ejecución (Coello, 1991).

Modelo de enumeración: este modelo sigue un proceso de conteo con base en los siguientes componentes: 1) una secuencia de numerales, 2) una cadena de respuestas indicador (señalar o mover los objetos) y, 3) agrupamiento perceptual de los objetos en dos subgrupos, los objetos contados y los no contados todavía.

*Modelo de correspondencias: e*l conteo desde esta perspectiva se establece entre palabras-número y objetos. Se establecen tres tipos de correspondencias:1) correspondencia en el tiempo (entre palabra-número y la acción de señalar); 2) correspondencia en el espacio, entre la acción de señalar y el objeto, y 3) correspondencia palabra-objeto, producida en el espacio tiempo derivada de las dos anteriores.

*Modelo de simulación: e*ste proceso de contar se enmarca dentro de la formulación de un modelo general de procesamiento y se ocupa de un doble aspecto, el procesual y el de representación. Así, el proceso de contar para este modelo implica operar cuantificando, el operador realiza un conjunto de procesos que tienen como entrada el estimulo de cuantificar y produce finalmente una representación interna para emplearse en comparaciones cuantitativas.

La resolución de problemas permite desarrollar en el niño habilidades y recursos propios que le ayudarán a resolver problemas de la vida diaria por lo que, a continuación se revisará su complejidad.

Resolución de problemas

Para Abreu (2000) la definición de resolución de problemas es uno de las formas fundamentales del pensamiento en la cual el sujeto se enfrenta a una dificultad, superación de obstáculos, responder a una pregunta o la consecución de un objetivo.

La educación escolar básica desarrolla procesos de enseñanza-aprendizaje, es esencialmente formativa más que informativa, en consecuencia despertará en los alumnos el interés para buscar y aplicar diferentes alternativas en la resolución de problemas. Así, forma en ellos habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos en donde los niños interactúan con problemas concretos.

Fuenlabrada y Ávalos (1996) sostienen que los niños aprenden cuando interactúan con situaciones problemáticas, éstos le dan más sentido a su desarrollo intelectual en cuanto al uso de las matemáticas. Aprender a contar es una manera de resolver problemas, de este modo los estudiantes maduran en sus conocimientos cuando resuelven problemas concretos, esto como todo aprendizaje se da de forma progresiva.

Lave, Reed y Lave (citados por Shliemann, 1999) encontraron que las estrategias utilizadas para resolver problemas aritméticos van relacionadas con el tipo de experiencia que haya tenido el individuo tanto en la práctica cotidiana como en la vida escolar, de esta forma los niños escolarizados presentan un mejor progreso que los no escolarizados en la evaluación del desarrollo cognoscitivo.

La resolución de problemas es un trabajo muy especial más precisamente, es un trabajo intelectual. Consiste en alguna exigencia, requerimiento o pregunta para lo cual se necesita encontrar la respuesta apoyándose en las condiciones señaladas en el problema (Friedman, 1995). Lo primero que se debe de hacer al analizar un problema es desglosar la formulación del problema en condiciones y requerimientos.

Polya y Schoenfeld (citados por Meriño y Escalona 1998) sostienen que existe un alto grado de homogeneidad en el método que utilizan los sujetos cuando resuelven problemas independientemente de la naturaleza de éstos. Opuesto a esta visión, Greeno (citado por Meriño Escalona, 1998) piensa que no existe un grupo homogéneo de habilidades que puedan ser utilizadas para resolver cualquier problema.

Al resolver problemas, los niños generan recursos propios para la solución en muchos casos recurren al conocimiento previo como estrategia, posteriormente van evolucionando para ser mas sistemáticos y desarrollar estrategias convencionales (Fuenlabrada y Ávalos, l996).

Mosquera (1998) sostiene que la manipulación de los objetos reales desarrolla un aprendizaje más real en los estudiantes pero además, añade que el uso de métodos gráficos en la resolución de problemas es mucho mejor porque así se crean modelos de representación mental en ellos.

Cuando los estudiantes desarrollan un problema lo hacen utilizando un conjunto de representaciones interactuantes de las cuales tienden a implicar diagramas idiosincrásicos y sistemas de notación que los propios estudiantes introducen (Lesh, 1997). Además, son capaces de inventar estructuras más potentes, utilizan sus experiencias para pensar acerca de otras situaciones similares de resolución de problemas.

En la misma línea, García, Teberosky y Martì (2000) mencionan que los niños tienen la capacidad de utilizar notaciones en situaciones de resolución de problemas; es decir, utilizan la notación escrita de numerales para representar informaciones cuantitativas. Es un medio que producen y usan al abordar una situación y, añade que los alumnos hacen marcas idiosincrásicas para identificar la solución del problema de tal manera que en el proceso reproducen objetos y combinación del dibujo y numerales.

La resolución de problemas aditivos se justifica por el importante papel que desempeña en el logro de un aprendizaje numérico lleno de significado (Bruno y Martinón, 1997). La resolución de problemas se considera una actividad privilegiada a través de la cual los alumnos pueden realizar aprendizajes constructivos especialmente cuando son verdaderos problemas y no meros ejercicios de cálculo (Del Río, Sánchez y García, 2000).

Por otra parte Perales (2000) sostiene que la resolución de problemas posee un carácter intencional en el contexto escolar ya que son facilitadores del aprendizaje de los alumnos que lo resuelven. Agrega que es una actividad idónea para el cambio conceptual al precisar el contraste entre conocimientos previos y los ya elaborados.

En la actualidad existe cada vez más evidencia que muchos de los niños al solucionar problemas, presentan mayor dificultad en la construcción de una representación útil que en la ejecución de las operaciones necesarias para resolver el problema (García y Jiménez, 2000).

Para los autores Parra y Saiz (1994) la actividad que se desarrolla dentro del aula debe de estar orientada a la resolución de problemas porque es la base para resolver otro tipo de problemas, ejemplo de ellos son los problemas domésticos, los de la vida cotidiana y las de otras ciencias que están en estrecha vinculación. Además, el alumno debe de ser capaz de repetir, resignificar y transferir sus conocimientos en situaciones nuevas para resolver nuevos problemas.

Por otra parte Alda y Hernández (1998) afirman que los problemas pueden ser computables en sentido estricto; es decir, se pueden resolver mediante la aplicación directa de un algoritmo o proceso de resolución preestablecido y otros que requieren la construcción original por parte de quien lo resuelve de la solución del proceso de toma de decisiones.

En el siguiente apartado se describen los diferentes tipos de problemas que existen y sus características.

Tipos de problemas

Aguilar y Navarro (2000) clasifican de la siguiente forma los problemas: de cambio, de combinación, de comparación y de igualación:

- Problemas de cambio: describen situaciones en las que un conjunto se incrementa o se disminuye (por ejemplo, Ana tiene 2 canicas y José le regala 6 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene Ana ahora?).

- Problemas de combinación: son situaciones derivadas de dos cantidades que se pueden considerar aisladas o como parte de un todo (por ejemplo, Ana tiene 6 canicas y José tiene 2. ¿Cuántas canicas tienen entre los dos?).

- Problemas de comparación: no existe una transformación de los conjuntos solo una relación comparativa. Pretende determinar la diferencia existente entre los conjuntos o averiguar uno de ellos conociendo el otro y la diferencia entre ellos (por ejemplo, Ana tiene 2 canicas y José tiene 3 más que Ana. ¿Cuántas canicas tiene José?).

- Problemas de igualación: se incrementa o se disminuye una cantidad para hacerla igual a otra (por ejemplo, Ana tiene 5 canicas y José tiene 3. ¿Cuántas canicas necesita José para tener las mismas que Ana?).

De acuerdo con esta clasificación los problemas de comparación y combinación son los mas difíciles para los alumnos de primer año, (Flores 2003).

De acuerdo con Broitman (1999) existen dos tipos de magnitudes en los que se clasifican los problemas:

Problemas de magnitudes discretas: se refiere a aquellas en las que es posible contar con figuritas, animales, etc.

Problemas de magnitudes continuas: se refiere a aquellos problemas en las que es necesario medir el tiempo, la capacidad, tiempo, volumen, etc.

Broitman señala que para los niños son más fáciles los problemas que están diseñados con magnitudes discretas ya que les permite una representación más inmediata de la situación. El uso de herramientas como el dibujo ayuda de una mejor manera a que el niño represente los problemas, esto se da principalmente en los primeros años porque muchas veces recurren a representaciones gráficas para resolver un problema.

Además es importante señalar que para la solución de un problema el orden que se presente la información es de vital importancia, de forma ordenada, de orden inverso a como se produjeron los hechos repercute positiva y/o negativamente al abordar dichos problemas. Lo mismo sucede al considerar qué realidad se haga presente y lo más viable como lo señala Broitman (1999) es que los problemas deben referirse a la vida cotidiana o al mundo circundante de los alumnos y con temas de su interés.

Existen diferentes estrategias de solución para los problemas las cuales se detallan de la manera siguiente.

Estrategias de resolución de problemas.

Civalero, García y Segovia (1999) sostienen que una estrategia es un procedimiento que los alumnos utilizan para abordar una actividad en la cual se descubre por sí mismo el porqué de las cosas; es, la participación una condición de la resolución de problemas. Además, añaden un problema es toda situación con un objetivo a lograr, que requiere de la persona que intenta resolverla una serie de acciones, obligándola a integrar contenidos, invirtiendo tiempo, esfuerzo, energía, ingenio, intuición, creatividad y afectividad, sin que ello garantice el éxito de la tarea.

La resolución propiamente dicha de los problemas consiste en una concatenación de los pasos (operaciones), cada uno de los cuales constituye una aplicación de un cierto principio general de la matemática a las condiciones del problema (Friedman, 1995).

En la actualidad las investigaciones sobre el área de matemáticas se ha centrado en como los alumnos resuelven problemas matemáticos, principalmente en cómo se adquiere y se hace la transferencia de habilidades (Aguilar y Navarro, 2000).

La mayoría de los estudiantes no han desarrollado las habilidades para abordar nuevas tareas y problemas matemáticos.

La resolución de problemas en principio busca hallar las relaciones de las variables que participan, posteriormente afianza y enlaza los conocimientos y experiencias previas (Cattaneo y Lagreca, 1997). Los problemas desarrollan competencias matemáticas superiores, incita a que el sujeto active los mecanismos de razonamiento, las relaciones y la formación del pensamiento lógico-formal.

Santos (1997) sostiene que la propuesta de aprendizaje a través de resolución de problemas favorece el desarrollo de la inteligencia y más aún el desarrollo de un pensamiento crítico.

Civalero, García y Segovia (1999) consideran que el método de resolución de problemas es una manera de organizar la situación de aprendizaje, mencionan los siguientes pasos en la resolución de problemas:

1) Proponer una situación problemática que propicie la construcción de un nuevo conocimiento.
2) Resolverla, para lo cual los alumnos deben:
    a) Familiarizarse con la situación y sus dificultades.
    b) Elaborar estrategias para su resolución.
    c) Seleccionar las estrategias más adecuadas.
    d) Atacar y resolver el problema.
    e) Examinar el camino elegido reflexionando sobre su corrección y sobre una alternativa más simple.
    f) Pensar en las posibles transferencias de resultados, de métodos, etc.

También agregan que se pueden usar varias estrategias heurísticas para ayudar a los alumnos a descubrir otras formas de solución, estas son:

Resolver un problema más simple. Consiste en empezar por resolver un problema semejante lo más sencillo posible y luego proceder a complicarlo hasta llegar al problema propuesto inicialmente.

Elegir una notación o representación adecuada. Consiste en utilizar símbolos apropiados, gráficos, diagramas etc. Permite la búsqueda de posibles caminos hacia la solución.

Experimentar con casos particulares. Las propiedades o situaciones generales de un conjunto de números, figuras, objetos en general, se pueden intuir cuando observamos la presencia de ellas en casos particulares.

Suponer el problema resuelto. Esta estrategia se aplica en situaciones donde el camino es más sencillo si se le recorre desde el final hacia el comienzo; es decir, en aquellos casos el objetivo o resultado final del problema consiste en determinar la secuencia correcta de los procesos que se llevarán desde el estado inicial hasta el objetivo.

Buscar un problema semejante. Ante cualquier situación nueva se deben buscar semejanzas en el archivo de situaciones, problemas o juegos ya resueltos. La utilización de esta estrategia será más fácil cuando mayor experiencia se tenga en la resolución de problemas.

En cambio, Friedman (1995) propone las siguientes etapas en la resolución de problemas:

1) Análisis del problema.
2) Escritura esquemática del problema.
3) Búsqueda del método de resolución del problema.
4) Aplicación del método de resolución.
5) Prueba de la resolución del problema.
6) Análisis del problema.

7) Formulación de una respuesta al problema.
8) Análisis de la resolución del problema.

Schoenfeld (citado por Santos, 1996a; Santos, 1996b) menciona variadas categorías en la que se explica el proceso de resolución de problemas que ayudan a organizar y analizar el trabajo de los estudiantes, estos son:

Los recursos matemáticos. El estudiante al enfrentarse con un problema, recurre o identifica espontáneamente una serie de elementos matemáticos básicos que le pueden ser de utilidad para abordar la resolución del problema. Es decir, los hechos básicos, las definiciones, los algoritmos, reglas y procedimientos que el estudiante utiliza en la resolución de problemas (Santos, 1996a).

Las estrategias heurísticas. El componente esencial en este proceso es la utilización de varias estrategias que se van acomodando según el proceso de solución. Algunos ejemplos que se pueden usar como estrategia son el uso de casos, la búsqueda de analogías, el uso de elementos auxiliares, el uso de diagramas, la presentación de una lista o tabla tanto en la fase de entendimiento del problema como en el diseño del plan de solución.

Autorregulación o monitoreo y control del proceso de solución. Al abordar un problema matemático, se puede encontrar varias dificultades en el camino hacia la solución. Precisamente en este sentido se puede monitorear o evaluar el proceso usado por los estudiantes en las distintas fases de solución del problema. Es importante tomar en cuenta el diseño del plan, la toma de decisiones y la verificación o sentido de los resultados obtenidos.

Por otro lado, desde la perspectiva cognitiva se menciona que el sujeto es quien controla su propia actividad, esto le permite realizar representaciones mentales en situaciones de resolución del problemas o de aprendizaje. Lacasa, Martín y Herranz, (1995) resaltan que la autorregulación permite utilizar y manipular las habilidades y a organizar las actividades en el proceso de aprendizaje. Por ejemplo pueden crear, revisar, inspeccionar, cuestionar, elaborar las premisas y argumentos hacia el proceso de soluciones.

Las ideas o creencias acerca de las matemáticas. Las ideas que los estudiantes muestran, al resolver o trabajar problemas matemáticos, refleja lo que ellos creen acerca de las matemáticas estas ideas influyen en la participación, en la motivación y en los hábitos que los estudiantes desarrollan en escuela.

Según Bermejo, et. Al. (2000), los procedimientos más comunes que utilizan los niños se agrupan en cuatro categorías:

1.- Modelado directo. Son los más sencillos, incluye los procedimientos de "contar todo", "quitar de" y "quitar a".

2.- Conteo. Se incluye "Contar a partir de los sumandos", "contar hasta", y "contar hacia atrás".

3.- Memorísticas. Son las estrategias en las que los niños recuperan inmediatamente la respuesta de la memoria.

4.- Reglas. Se basan en descomposiciones de los números que facilitan el cálculo de la operación.

Conocimientos implicados en la resolución de problemas

De acuerdo con Mayer (citado por Luceño, 1999) existen cuatro tipos de conocimientos implicados en la resolución de problemas:

1. *El conocimiento lingüístico*. Involucra la comprensión de los enunciados verbales. La ausencia de esta habilidad obstaculiza la resolución correcta de los problemas, algunos ejemplos como el vocabulario (ordinario y matemático), la cantidad de información, la secuencia establecida, la estructura del problema, tiempo de los verbos y conexión que se establece entre ellos, lugar que ocupa la incógnita, son aspectos de gran importancia en la resolución de problemas que se debe de tomar en cuenta.

2. *El conocimiento esquemático.* Constituye la representación mental de la estructura semántica que subyace al problema.

En cambio para Greeno (citado por Luceño, 1999), la estructura semántica de los problemas aritméticos es el proceso de construir una representación sobre el problema.

3*. El Conocimiento estratégico*. Se refiere a la elaboración y seguimiento de los planes de solución. Esta se manifiesta a través de la capacidad para elaborar un plan, seguirlo y corregirlo cuando sea necesario.

4. *El conocimiento operativo.* Hace alusión al procedimiento exacto necesario para resolver el problema. El desconocimiento del algoritmo de solución apropiado impide, en última instancia, la resolución del problema.

Para Perales (2000) la resolución de problemas cumple un papel muy importante en la formación del niño ya que forma parte del proceso de razonamiento hipotético-deductivo y un medio por la cual se adquieren las habilidades cognitivas y la puesta en marcha de las estrategias. El implemento de las estrategias de resolución de problemas refuerza a los sujetos la comprensión hacia las matemáticas.

En un estudio realizado por Santos (1997) acerca de las diferencias entre expertos y novatos deduce el perfil general del experto con las siguientes características:

- Posee un conocimiento amplio de patrones del campo específico, es decir, conocimiento de situaciones muy especificas del campo.
- Un reconocimiento rápido de situaciones.
- Un razonamiento que va del reconocimiento directo a la solución a través del trabajo con patrones.

En el apartado siguiente se describen los procedimientos empleados en la resolución de problemas.

Procedimientos de resolución para los problemas de suma y resta.

Los niños son capaces de resolver gran cantidad de problemas de suma y resta sin saber la *cuenta* de sumar o de restar, pero en ocasiones utilizan otros procedimientos heurísticos porque en ocasiones es más sencillo para ellos (Broitman, 1999).

Para Broitman (1999) algunos procedimientos para las sumas son:

a) Reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno.
b) Representar las colecciones con la ayuda de los dedos, gráficamente o con símbolos (palitos) y luego contar el total. Hay una imitación o simulación de la situación descripta.
c) Tanto para el procedimiento "a" como para el "b" es posible contar a partir del primer cardinal (en este caso se realiza un sobreconteo).
d) Sumar, implica realizar una recuperación directa de resultados ya conocidos (por ejemplo, disponer directamente que 5+5=10) o bien apoyarse en un resultado conocido para posteriormente averiguar el desconocido (por ejemplo, para 6+5 pensar en 5+5=10 y 10+1=11).

Y para las restas se emplean los siguientes pasos:

a) Separar físicamente. A partir del conjunto mayor contar y separar los elementos de la colección menor.
b) Descontar de 1 en 1 a partir del número mayor.
c) Agregar. Partir el número menor e ir contando de 1 en 1 hasta llegar al número mayor. Este procedimiento implica contar simultáneamente a partir del menor número y a la vez controlar cuántos se va agregando.
d) Sumar. Puede ser recuperar en memoria una suma o bien tantear con números e ir probando si al sumar se obtiene el mayor. Puede ser una suma única (por

ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 50 encontrar el 15 directamente) o bien ir haciendo sumas sucesivas y controlar simultáneamente cuándo se va sumando y cuándo todavía falta (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 97 pensar 45 agregue 10; 55 agregue 20; 65 agregue 30; etc.).

e) Restar. Recuperación directa en memoria de restas con resultados conocidos (por ejemplo, recordar que 10-2 es 8), o bien apoyarse en una resta conocida para averiguar una desconocida (por ejemplo, para hacer 25-11 pensar en 25-10 =15 y 15-1 = 14).

Abreu (2000) menciona que la psicología se ha interesado en la forma cómo el contexto determina a que el individuo utilice las herramientas culturales como un medio en la actividad de resolución de problemas. Estas herramientas pueden ser sistemas simbólicos para representar ideas matemáticas (sistemas de conteo o de medida) y a la vez pueden ser instrumentos materiales como calendarios, calculadoras, ordenadores, etc. Lo anterior sostiene que la dificultad es algo que se puede explicar a partir de las limitaciones de las herramientas utilizadas y no como algo localizado en la mente, por tanto no es únicamente una habilidad cognitiva.

Por otro lado se menciona que estas herramientas forman parte del primer paso hacia el desarrollo del pensamiento de las personas, y facilita a que las propiedades del sistema de numeración se alcancen.

La importancia de resolución de problemas en primaria incluye soluciones matemáticas y además soluciones que tienen que ver con el mundo real.

Soluciones matemáticas y soluciones del mundo real.

Cuando los alumnos resuelven un problema, están aplicando su conocimiento a alguna situación del mundo real más que realizando simplemente un conjunto de ejercicios abstractos que pueden resolverse con algoritmos (Wyndhamn y Saljo, citados por Abreu, 2000). Por lo tanto, la resolución de problemas se aplica en matemáticas a una situación concreta y para una variedad de situaciones de la vida real. Cabe señalar que cuando se presentan los problemas de tipo numérico, los escolares traspasan esta operación a situaciones cotidianas y a contextos familiares, ejemplo de ello se mencionan los problemas relacionados a dinero y medida en donde se utilizan herramientas alternativas coexistentes basadas en la propia comprensión del niño.

Las dificultades que enfrentan los alumnos se enuncian de la siguiente manera:

Dificultades en la resolución de problemas.

Una de las dificultades que los alumnos encuentran para resolver problemas tiene su raíz en la posición de la cantidad desconocida y la colocación del resultado a uno u otro lado del signo igual. Puig y Cerdan (1992) describe seis proposiciones para la adición y otras tantas para la sustracción.

Tipos de proposiciones abiertas	
a + b =? a + ?= c ? + b = c a - b = ? a -? = c ? - b = c	? = a + b c = a + ? c = ? + b ? = a - b c = a - ? c = ? - b

Al respecto Carpenter y Moser (citados por Puig y Cerdan, 1992) mencionan los siguientes niveles de dificultad para los niños de 1º a 3º de EGB (trabajo realizado en España):

1) Las proposiciones *canónicas* de adición y substracción (a +b =?, a - b= ?) son menos difíciles que las *no canónicas* (a + ? = c, a - ? = c).
2) Las proposiciones canónicas de substracción son generalmente más difíciles que las proposiciones canónicas de adicción.
3) No hay diferencias claras de dificultad entre las tres proposiciones siguientes: a + ? = c, ? + b = c, a - ? = c.
4) La proposición donde el minuendo es desconocido (? – b = c) es significativamente más difícil que las otras cinco proposiciones de substracción.
5) Las proposiciones con la operación en el lado derecho del signo igual (por ejemplo, c = a +?) son más difíciles que las paralelas con la operación a la izquierda.

Además, existen diversas dificultades que los sujetos enfrentan en la resolución de problemas aritméticos entre las cuales se encuentran las siguientes:

Dificultades sintácticas.

Se menciona que cuando las variables tienen que ver con el formato de presentación del problema, la longitud, la estructura gramatical, la posición de la pregunta en el enunciado, al principio o al final, la presencia o no de datos en la pregunta y el tamaño de los números. Están relacionados de forma significativa con el éxito en el resultado (Puig y Cerdan, 1992).

A continuación se enumeran algunos resultados al respecto:

1. Cuando los problemas verbales se presentan por medio de grabados, dibujos o materiales concretos, resultan más sencillos para los primeros niveles.

2. La longitud del enunciado, el número de oraciones y la posición de la pregunta son variables que influyen en la dificultad del problema para el sujeto.
3. El tamaño de los números y la presencia de símbolos en vez de números concretos son fuente de dificultad, ya que los números grandes no forman parte del campo de experiencia numérica de los niños y por lo tanto no pertenecen al concepto de número que tienen formado.
4. La relación entre el orden de aparición de los datos en el enunciado y el orden en que deben de ser colocados es también una de las fuentes de dificultad. Por ejemplo. Juan perdió 27 canicas. Tenía 50. ¿Cuántas canicas le quedan?

La operación que hay que realizar es una resta pero, comúnmente los niños descontextualizan el problema realizando una suma para llegar a la solución.

Procedimientos erróneos.

De acuerdo con Bermejo, et al, (2000) estos procedimientos se agrupan en tres categorías:

Conceptuales. Son los que se deben a la incapacidad que tiene el niño para construirse internamente el problema ("repetir una de las cantidades", "inventar la respuesta", "transformar el problema", "no saberlo hacer", "palabra clave", "no entender la secuencia del algoritmo", "no conocer el signo de suma o restar").

Procedimentales. Se refiere a la incapacidad del niño para elegir el procedimiento adecuado para resolver el problema planteado ("no saber hacerlo con cantidades grandes", "sumar unidades con decenas").

Ejecución. Son el resultado de aplicar el procedimiento adecuado ("errores de conteo" y "de cálculo mental").

Bermejo y et al (1998) menciona que existen dos procedimientos incorrectos que los niños cometen cuando enfrentan un problema matemático:

a) Repetición de una de las cantidades propuestas en el problema.

b) Selección de una operación inadecuada.

Representación

El término de representación se usa para referir los modos de expresar y simbolizar determinadas estructuras numéricas mediante unos signos, unas reglas y unos enunciados (Castro, Rico y Romero, 1997).

Cuando los alumnos utilizan representaciones para intentar comprender situaciones de resolución de problemas, estas representaciones funcionan como simplificaciones de sistemas externos, o al menos como externalización de sistemas internos. El objetivo es que se comuniquen consigo mismo y que externalicen sus propios modos de pensamiento de forma que puedan ser examinados y mejorados. Las primeras representaciones y modos de pensamiento de los estudiantes suelen centrarse en un subconjunto de la información y suelen tender a preocuparse de encontrar formas de simplificar o de añadir (suma, media) toda la información disponible (Lesh, 1997). Los alumnos se preocupan más por encontrar modos de reducir la información.

Una representación es siempre símbolo o idea de algo, en ella se consideran dos entidades relacionadas, pero funcionalmente separadas. Uno de estos entes se denomina el objeto representante (o representación), el otro es el objeto representado. Éstas deben de describir cinco entidades:

1) Los objetos representados.
2) Los objetos representantes.
3) Qué aspectos del mundo representado se presentan.
4) Qué aspectos del mundo representante realizan la representación.

5) La correspondencia entre ambos mundos o conjuntos (Castro, Rico y Romero 1997)

Bermejo, Lagos y Rodríguez (1998) señalan que la presencia de objetos concretos o dibujos facilita mejor el proceso en cuanto a la representación del problema, dando lugar a una mejora del éxito infantil especialmente en los primeros niveles de escolaridad. Igualmente la dificultad se incrementa cuando se utilizan números mucho más grandes.

El alumno va desarrollando conceptos cuando se enfrenta a situaciones problemática, estos se desarrollan de la siguiente manera:

Autodesarrollo de conceptos.

La construcción de significado de número es a través de los múltiples encuentros que los niños tienen dentro y fuera de la escuela. Estas concepciones se desarrollan mediante el lenguaje, del material físico que ellos utilizan, de los problemas que resuelven y de las estructura de las actividades de clase (Fuson, Wearne, Hiebert, et. al 1997).

Los estudiantes desarrollan múltiples métodos para la adición y la sustracción usando la numerosidad de base diez, ellos poco a poco van ampliando este significado escribiendo los números, utilizando puntos, círculos, pequeñas líneas horizontales con columnas de diez unidades. Por ejemplo un niño utiliza el dibujo de donas para resolver un problema real.

Cerca de los 5 años los niños empiezan a reconocer la estructura de las decenas, lo pueden repetir, pero no pueden identificar la secuencia, solo pueden identificar la secuencia de la primera decena. Necesitan más tiempo para construir todas estas concepciones; es decir, son capaces de repetir el número 12 pero todavía no lo pueden escribir.

Fuson, Wearne, Hiebert, y et al (1997) mencionan que los niños se mueven más fácilmente hacia la resta de un solo digito. Esto se deduce de las cantidades presentadas por los maestros en el salón de clases.

Autores como Franke y Carey, (1997) sostienen que todos los alumnos usan materiales concretos para resolver problemas. Los propios alumnos eligen los materiales que querían emplear en los diferentes problemas que los maestros les presentaban. Al mismo tiempo aceptaban que existían una variedad de soluciones, incluso daban mayor valor a sus estrategias.

Vigotsky (citado por Valdemoros 1996), considera que los conceptos son el resultado de la intervención conjunta de las funciones intelectuales básicas (juicio, percepción, atención) y el uso de palabras o de otros signos; estas últimas dirigen las operaciones mentales del ser humano, controlándolas y encauzándolas hacia la solución del problema abordado. Añade que lejos de ser un proceso pasivo, la formación de conceptos es de manera creativa. El desarrollo de estos conceptos tiene diferentes fases:

1) Primera fase. Se reconocen organizaciones sincréticas en la que hay una superabundancia de relaciones subjetivas, es aquí donde el sujeto se sitúa en la experiencia del ensayo y error (agrupa objetos al azar).

2) Segunda fase. Hay un desarrollo más complejo del pensamiento, ya que el niño vincula ciertos objetos reales.

3) Tercera fase. Se gestan los conceptos por medio de crecientes y mejores abstracciones.

Vigostky (Citado por Valdemoros, 1996) reconoce dos tipos de conceptos que son los espontáneos y los científicos. Unos y otros se desarrollan en condiciones internas y externas completamente diferentes. Los primeros se constituyen al enfrentarse el sujeto con la vida diaria, en tanto que los segundos son promovidos en el intercambio ligado a la instrucción escolar. Los conceptos científicos no son incorporados como los objetos que el medio social ofrece para algún uso común, sino que requieren ser comunicados a través de la instrucción escolar.

Según Ursini (1996) los conceptos espontáneos y científicos llevan tipos de razonamiento diferentes, el desarrollo de los primeros carecen de sistematicidad y van desde los fenómenos hacia la generalización, el desarrollo de los conceptos científicos parten de la definición verbal que, aplicada sistemáticamente desemboca gradualmente en fenómenos concretos. La debilidad de los conceptos espontáneos radica en la incapacidad del niño para usarlos a voluntad y crear abstracciones, la debilidad de los segundos está en su verbalismo, esto es, en su abstracción excesiva y desapego de la realidad. Se considera que los conceptos espontáneos y científicos, aunque diferenciados, están íntimamente relacionados entre sí, ya que el primero prepara el terreno para el desarrollo de los últimos creando una serie de estructuras necesarias para la evolución de los aspectos más primitivos y elementales de un concepto.

De acuerdo con Vigotski (Citado en Valdemoros, 1996) en primera instancia se establece un espacio de interacción entre el niño y el adulto, pero también intervienen personas del entorno social del niño en dicha interacción.

En este sentido, Bermejo y Rodríguez (1994) mencionan que hay dos tipos de conocimientos, el conceptual y el procedimental. El primero se refiere al conocimiento de los principios y las reglas, el cual implica poner un orden y organización sobre las experiencias formado relaciones de los sucesos causales en el tiempo y espacio. El segundo es sobre el conocimiento de las habilidades o estrategias a desarrollar, ésta es un medio que sirve para alcanzar y/o llegar a un fin.

Si bien los niños son capaces de descubrir la propiedad conmutativa de la adición por medios informales inventan estrategias independientemente de su conocimiento sobre la conmutatividad, es decir, sin la necesidad de haber desarrollado un conocimiento mas sofisticado. En cambio el procedimiento de contar desde el sumando mayor no puede desvincularse de un cierto conocimiento conceptual de la propiedad conmutativa de la suma (Bermejo y Rodríguez, 1994).

Cabe mencionar que existen estudios que fundamentan que la resolución de problemas ayuda a los alumnos a desarrollar su pensamiento matemático, estos se describen a continuación.

Estudios previos sobre la enseñanza de las matemáticas

En trabajos realizados por Pozo y Pérez (1995) se menciona que los procedimientos utilizados por alumnos para solucionar problemas dependen tanto del tipo de conocimientos que poseen como de las características del contenido al que se aplica. Y para la eficiencia en la solución de un problema no depende de estrategias o habilidades generales y transferibles, validas para cualquier problema, sino más bien de los conocimientos específicos, útiles para solucionar ese problema.

Estos mismos autores mencionan que una mayor eficiencia en la solución de problemas depende de los conocimientos específicos que los sujetos posean, de la disponibilidad y activación de conocimientos conceptuales adecuados pero también a una reestructuración de la información que pueda dar lugar a nuevas y más eficaces estructuras conceptuales.

Otro autor, Peltier (2003), menciona que en los problemas los números designan diferentes estados que traducen una transformación o una comparación y pueden ser positivas o negativas. Por ejemplo, en el enunciado:

"Pedro tiene 57 estampas, le da 15 a Jesús. ¿Cuántas estampas tiene Pedro ahora?"

El número "57" designa un estado (el haber inicial que Pedro tenia), cuando Pedro da 15 estampas a Jesús, el problema sufre una transformación que aquí es negativa y puede representarse con el número "15". La pregunta está orientada a obtener el estado final, es decir el número de estampas de Pedro después de la transformación.

Otro ejemplo:

"Pedro tiene 27 canicas, Víctor tiene 15 canicas más que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Víctor?"

El número "27" designa un estado, es el referente para la comparación, en este caso la comparación es positiva" + 15", se busca el estado referido es decir, las canicas que tiene Víctor.

Por otro lado Broitman (1999) señala que los problemas con número pequeños facilita a los niños desplegar estrategia de solución y controlar sus acciones, por ejemplo:

"Andrés tenía 7 figuritas antes de jugar. Después de jugar obtuvo 11 figuritas. ¿Cuántas ganó?".

En este caso, los niños los niños resuelven el problema contando a partir de 7. Posiblemente puedan decir 8, 9, 10 y 11. El resultado es 4. Este procedimiento está vinculado con el conteo, Pero otros niños se preguntan cuánto hay que agregarle a 7 para llegar a 11 y podrán apelar al resultado memorizado de 7 + 4 = 11, encontrando el 4 como solución al problema o bien pensar 7 + 3 =10 y 10 + 1 = 11; 3 + 1 = 4.

En este sentido, el aumento de tamaño de los números provoca en los niños la necesidad de reconocer y utilizar una operación.

"Andrés está leyendo un libro que tiene 25 páginas. Si va por la página 20, ¿Cuántas le faltan leer?"

Frente a este problema los niños de primero y de segundo año utilizan el conteo (21, 22, 23, 24 y 25) pero también hace usos del cálculo memorizado (20 + 5 = 25).

Los conocimientos previos disponibles les permiten a los alumnos reconocer con facilidad los rasgos o atributos esenciales del problema y aplicar, de modo normalmente rutinario o automatizado procedimientos de solución adecuados (Pozo y Pérez, 1995).

La proximidad de los números involucrados permite a los alumnos un mayor grado de control en sus acciones (Broitman 1999), por ejemplo:

"Estoy leyendo un libro que tiene 132 páginas y voy por la página 129. ¿Cuántas me faltan leer?"

En este caso, la corta distancia entre ambos números favorece sus procedimientos de conteo (130, 131 y 132). Cuando se trata de realizar operaciones en la cual los números son redondos, los sujetos operan de la siguiente manera:

"Estoy leyendo un libro que tiene 150 páginas y voy por la página 100. ¿Cuántas me faltan para leer?"

El manejo cotidiano de este número favorece el uso de procedimientos de conteo. De cierta manera estos recursos son relaciones memorizadas por los niños y les permiten una mayor facilidad para la estimación previa de los resultados y un control posterior.

Un estudio realizado por Lerner (1995) sobre problemas menciona que los niños utilizan diferentes soluciones muy elaboradas:

"Un autobús lleva 24 pasajeros, en una parada se bajan 17. ¿Cuántos pasajeros quedan?

Frente este problema Dony cuenta hasta 17 utilizando los dedos de su mano izquierda y luego cuenta desde 18 hasta 24 con los dedos de su mano derecha e informa que quedan en el autobús 7 pasajeros. Cuando se le pregunta porque cuenta unos pasajeros con una mano y otros con la otra, el responde: "Porque aquí (mano derecha) están los dedos del 24 que no están en el 17".

Otro alumno utiliza un procedimiento muy original, el cual consiste en:

Entrevistador — *Leiden (alumno)*

Lee el problema y luego se queda pensando durante un tiempo.

¿Qué es lo que hay que hacer?

¿Que harías tu allí? — *…8 me quedan…*

¿Cómo sabes que son 8?

¿Cómo es eso? — *Porque conté con las letras.*

Conté así (señalando cada letra del enunciado y diciendo los números correspondientes):

U n a u t o b ú s ll e v a 2 4 p a s a j e r o s

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24.

… y me quedan 1-2-3-4-5-6-7 (contando desde la "b" de "autobús" hasta la "u" de "un").

(Risas)

Oye, ¡Que bien! ¡Esta buenísimo esto! ¿Cómo se te ocurrió contar las letras?

¡Fácil!. Porque yo pensé en sumar las letras.

¿Tú podrías hacerlo con números?

Si, por lo menos tengo…

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15.

1 1 1 1 1 1 1 1 1 (escribe)

16 1718 19 20 21 22 23 24

(Murmura los números, luego va borrando los 17 pasajeros que se bajan)…

y me quedan 1, 2, 3, 4 ,5 6, 7.

¿Qué hiciste ahí: sumaste o restaste? — *Quite.*

¿Es lo mismo que restar? — *Si.*

¿Habría alguna manera de hacer eso que hiciste como una resta? — *No, porque son muchos.*

En tanto que Leisten resuelve la situación quitando del total los pasajeros que bajaron, Dony lo hace apelando a una estrategia que conduce al mismo resultado y que es muy popular entre los niños de primero y tercer grado: busca el complemento del subconjunto formado por *los pasajeros que bajaron. Esto significa que el interpreta el problema como “¿cuántos le faltan a 17 para ser 24?”, interpretación que permite resolver la situación sumando”*

Por otro lado Flores (2003) sostiene que la representación gráfica del problema ayuda ampliamente al niño para la resolución del problema, ésta ayuda al entendimiento de los problemas algorítmicos y son empleadas como herramientas del pensamiento durante la acción, además ha comprobado que el niño necesita apoyarse de situaciones concretas para después poder manejar situaciones abstractas y estrategias formales. Flores desarrolló la Prueba Solución de Problemas Matemáticos en la que se describen los componentes para la Solución de Problemas y en ella se prevé la evaluación del alumno. Esta se describe en la siguiente tabla:

Tabla 1: Prueba de Solución de Problemas Matemáticos (Flores 2003)

COMPONENTES DE LA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS		
PASOS DE LA ESTRATEGIA	ACCIONES	AUTOINSTRUCCIONES
Planificación	1. Leer y expresar lo que se comprendió del problema	Leo el problema
		Lo platico
	2. Identificar la interrogante	Digo la pregunta
	3. Identificar los datos numéricos que se emplearán en la solución	Busco los datos
Ejecución y monitoreo de La solución	4. Modelar gráficamente el problema y solucionarlo	Hago un dibujo del problema
		Con mi dibujo busco la solución
	5. Vincular la representación gráfica con un algoritmo	Con mi dibujo busco la operación
	6. Escribir y realizar el algoritmo	Escribo
		Resuelvo
Evaluación de la solución	7. Comprobar el algoritmo y La correspondencia entre resultado y pregunta	Compruebo mi operación
		Compruebo mi resultado
	8. Redactar el resultado relacionándolo con la interrogante	Escribo completa la respuesta

Todo lo mencionado anteriormente, sirve como sustento para desarrollar el siguiente apartado, que es el método, por el cuál se trabajarán los objetivos y el planteamiento del problema de la presente tesis.

Capitulo II
Método

Tipo de investigación

Este estudio fue de tipo descriptivo acerca de los procedimientos utilizados en la resolución de problemas aritméticos de alumnos de primer grado de primaria en donde se analizaron las estrategias de solución de problemas.

Objetivo

a) Identificar cual de las estructuras semánticas en la resolución de problemas aritméticos resulta más difícil de resolver en 1º año de primaria.

b) Describir las estrategias empleadas mayormente al resolver diferentes tipos de problemas aritméticos.

c) Analizar los tipos de errores que surge como resultado de las resoluciones.

Participantes

Participaron un grupo de 20 alumnos de primer grado, turno vespertino, cuyas edades oscilan entre 6.5 y 7 años de edad. Acuden a una escuela pública en la Ciudad de México ubicada en una zona urbana de nivel económico bajo.

Escenario: un aula de la escuela donde asisten los niños a tomar sus clases regularmente de la delegación Coyoacán de la Ciudad de México, dicho salón está destinado para realizar las reuniones de los profesores el último viernes de cada mes.

Materiales.

Los materiales que se emplearon para esta tesis son: Prueba Solución de Problemas Matemáticos (la cual se describirá más adelante), un cuaderno para las observaciones descriptivas, formato para evaluar estrategias de solución de problemas matemáticos, lápiz, goma, colores, sacapuntas, hojas blancas.

Instrumentos

A partir de la revisión del programa oficial, del libro del maestro, del fichero de actividades didácticas de matemáticas y el libro de texto de matemáticas de primer grado se construyeron 16 problemas aritméticos que se dieron a valorar a 12 maestros de educación primaria que atendían el 1º año; estos profesores tienen la característica que enseñan a alumnos de primer grado y evaluaron la viabilidad de los problemas para alumnos de primer año. Tales problemas fueron elaborados con base en las 4 relaciones semánticas que señalan Aguilar y Navarro (2000): cambio, combinación, comparación, e igualación.

Se seleccionaron 2 problemas de cada estructura semántica (cambio, combinación, comparación, e igualación) y además se solicitó al alumno que desarrollara un problema propio de acuerdo a cada estructura semántica.

Se hizo una valoración de jueces (maestros) con el objeto de valorar la pertinencia de los problemas hacia los alumnos. Se pidió a los maestros que evaluaran problemas aritméticos de 4 estructuras semánticas (cambio, combinación, comparación, e igualación). Y que consideraran la pertinencia de los problemas que se le presentarían a los alumnos de primer grado.

1. Instrumento para evaluar estrategias de solución de problemas matemáticos Prueba de Solución de Problemas Matemáticos (Flores, 2003), para evaluar la ejecución de los alumnos en cada uno de los pasos de la estrategia en problemas de cambio, combinación, comparación e igualación (ver anexo 1).

A. Se llevaron a cabo observaciones categoríales, para comprender y analizar en forma integrada cómo el alumno establece relación con conocimientos ya existentes y la construcción de otros nuevos (Anexo 2).

B. Se realizó una entrevista semiestructurada para el alumno con el objeto de ver el proceso de solución de problemas (Anexo 3).

Procedimiento

Durante la aplicación de los diferentes tipos de problemas aritméticos se realizó sesiones de observación y entrevistas con los niños.

Aún cuando se trabajó con el grupo de niños, se desarrollaron sesiones individuales de 40 a 50 minutos de duración cada una con el objetivo de observar el proceso de solución de problemas empleado por cada uno de los alumnos. Ellos realizaron problemas correspondientes a diversas situaciones con base a las 4 relaciones semánticas.

Cabe mencionar que las sesiones individuales estaba dirigida por el entrevistador, durante la cual se contempló que cada alumno resolviera problemas aritméticos dentro del salón previamente destinado para este trabajo. Al iniciar la sesión se presentó a los alumnos el problema por escrito para que lo leyeran. En caso de que tuviera alguna dificultad en la lectura, el entrevistador se lo leyó.

Se le presentó a cada alumno 2 problemas de cambio, combinación, comparación e igualación sucesivamente para que lo desarrollaran. Así cada alumno resolvió 8 problemas aritméticos ya diseñados y de igual forma desarrollaron 4 problemas por si mismos; 1 de cambio, 1 de combinación, 1 de comparación y 1 de igualación.

Una vez iniciado la resolución del problema se comenzó a registrar el desarrollo de las estrategias que ponen en práctica los niños en la Prueba de solución de Problemas Matemáticos (Flores, 2003). Seguido a esto se fue registrando las estrategias de cada alumno en un cuaderno destinado para observaciones.

Se analizó que tipo de estructura semántica es más difícil para los alumnos. Observando y entrevistando a los niños al momento de resolver los problemas aritméticos.

Posteriormente se realizó una entrevista semiestructurada con preguntas relacionadas con el proceso de solución que el alumno va realizando (Ver anexo 3).

Los resultados se analizaron conforme a los 4 tipos de problemas aritméticos; posteriormente se utilizaron las categorías desarrolladas por Flores (2003) en la Prueba de Solución de Problemas Matemáticos en la que se describen los componentes para la Solución de Problemas y en ella se contempla los componentes de las estrategias de solución de problemas por parte del alumno.

Para realizar el análisis de resultados se adaptaron 8 acciones de la solución de problemas matemáticos (Flores (2003) que despliegan los alumnos en el proceso resolución de problemas. Básicamente existen tres pasos de la estrategia que son: la planificación, ejecución, monitoreo de la solución y la evaluación de la solución. De ello se desprenden las 8 pasos que ponen en práctica los alumnos. A continuación se describen más detallada la forma de realización y la aplicación de cada uno de los pasos.

Paso 1. Leer el problema

Este paso tiene como objetivo que los alumnos identifiquen la información matemática esencial acerca del problema.

Paso 2. Identificar la interrogante.

A través de este paso se espera que el niño logre identificar la interrogante, lo cual era indispensable para saber lo que tendría que hacer para responder a la pregunta. Al identificar la interrogante el niño planeaba en adelante los siguientes elementos de la estrategia para buscar un resultado.

Paso 3. Identificar los datos numéricos que se emplearán en la solución.

La finalidad de este paso es que el niño lograra localizar los datos numéricos con los que trabajaría el algoritmo. Si el niño no lograba encontrar los datos se le dificultaría realizar un algoritmo que lo llevará a un resultado correcto.

Paso 4. Modelar gráficamente el problema

El objetivo de este paso era que el niño, representará gráficamente el problema para que fueran evidentes los datos del problema y las relaciones entre ellos y de esta manera se apoyará en sus dibujos (bolitas, palitos, etc.) para buscar posteriormente el algoritmo apropiado (paso 5).

Paso 5. Vincular la representación gráfica con un algoritmo.

El propósito de este paso era que el niño con base en el dibujo decidiera qué operación utilizar para resolver el problema. Por ejemplo, al comprender qué tenía que agregar o quitar elementos a su dibujo, le ayudaba a decidir si usaría la adición o la sustracción.

Paso 6. Escribir y realizar el algoritmo.

El objetivo de este paso es que una vez que los niños habían identificado el algoritmo apropiado. Deberían escribir los números y el signo de la operación empleada, anotar las cantidades en la posición que les correspondía, de acuerdo con el sistema decimal, aplicar correctamente el procedimiento del algoritmo y, por último escribir en forma clara y completa el resultado obtenido.

Paso 7. Comprobar el algoritmo

Mediante este paso los niños se aseguraban de que el resultado obtenido de su operación era el correcto.

Paso 8. Redactar el resultado.

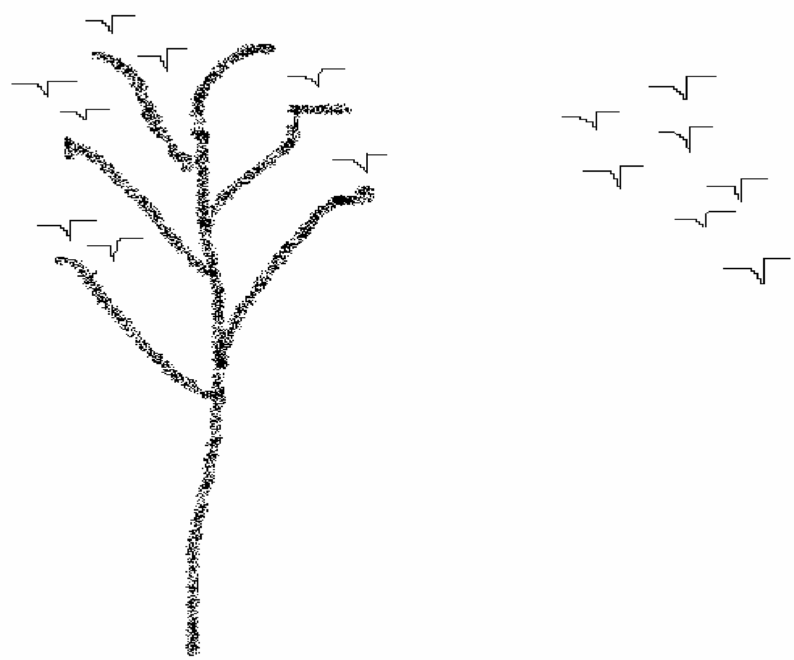
Finalmente, el niño escribía la respuesta correspondiente.

Es importante señalar, que los alumnos no tenían que modelar gráficamente el problema, ya que éstas ya estaban desarrolladas con dibujos.

Ejemplo de una sesión típica.

En el problema siguiente.

1.- En un árbol había 15 pajaritos y volaron 7 ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?



La alumna Karina comienza a contar los pajaritos

Realiza un conteo de pájaros a partir del número 1 hasta llegar a 8

¿Qué es lo que hiciste? --------------- resta

Ella entiende que hay que hacer una resta, para ello cuenta los pajaritos que están en el árbol.

¿Cuánto te dio como resultado? ----- ocho, 8

¿Cuánto quitaste? --------- siete

¿Entonces que es, suma o una resta? ------- resta.

- *Dice que la operación a realizar es resta, pero no opera restando al número 15 sino realizando una suma de pajaritos.*

Karina identifica la representación gráfica y con ello resuelve el problema llegando y redactando correctamente el resultado.

RESULTADOS

Descripción de resultados

Para realizar el análisis de resultado se utilizaron las categorías desarrollados por Flores (2003) en la que se describen los pasos que ponen en practica los alumnos en la solución del problema.

A partir de los 4 tipos de problemas que desarrolla Aguilar y Navarro (2000): cambio, combinación, comparación e igualación, se diseñaron 2 problemas de cada relación semántica.

***PROBLEMAS DE CAMBIO*.**

Para el problema de cambio en la que se describen situaciones en las que un conjunto se incrementa o se disminuye los alumnos desarrollaron los siguientes 2 problemas.

1.- En un árbol había 15 pajaritos y volaron 7 ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?

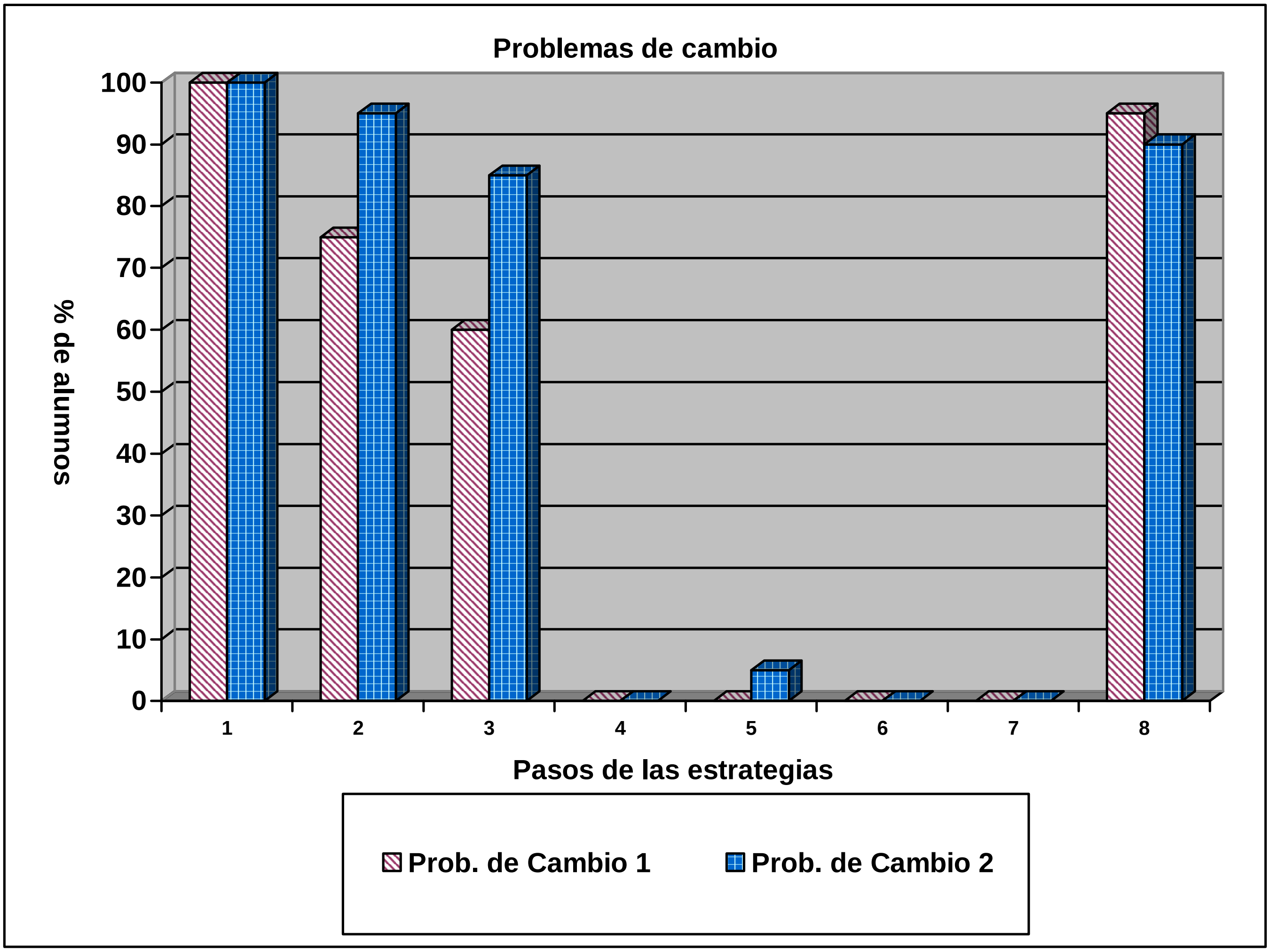
(c = a -?)

2.- Juan tiene 3 monedas de un peso, su mamá le da 8 pesos más. ¿Cuántos pesos en total tiene Juan ahora?

(a + b =?)

A continuación se describe en la gráfica 1 los resultados encontrados en estos tipos de problemas.

Gráfica 1 Comparación entre problemas de cambio tipo 1 y tipo 2.



Esta gráfica compara los resultados obtenidos a partir de los problemas de cambio tipo 1 y 2. En el problema de cambio tipo 1 el alumno debe encontrar la respuesta a la incógnita del problema (c = a -?) ya sea en el principio el medio o el final del problema, mientras que el problema de cambio tipo 2 de proposición (a + b =?). Se puede observar el porcentaje de alumnos y los pasos que llevaron a cabo correctamente para resolver cada uno de los tipos de problema.

El primer paso es leer el problema, esta forma el 100 % de los alumnos, todos los alumnos leyeron los 2 problemas de cambio, en cuanto a el segundo componente que implica identificar la interrogante, el 75 % identificaron este paso para el problema de cambio tipo 1 y para el problema de cambio tipo 2 el 95 % llevó a cabo correctamente este paso. En el tercer paso donde el alumno tiene que identificar los datos numéricos, el 60% de los sujetos lo llevó a cabo correctamente y para el tipo 2 un 85 %.

Se puede observar que los alumnos no llevan a cabo los pasos a partir del componente 4 el cual consiste modelar gráficamente el problema. Esto es porque en los problemas ya están diseñados con dibujos que simboliza cada problema. Para el paso 5 solo un alumno vinculó la representación gráfica con un algoritmo la cual equivale al 5% del total. Esto se dió nada más con el problema de cambio tipo 2. Por otra parte para los componentes 6 (escribir y realizar el algoritmo) y 7 (comprobar el algoritmo) ningún alumno lo presentó. El componente 8 (redactar el resultado), en el problema de cambio tipo 1, el 95% de los alumnos redactaron el resultado y en el problema tipo 2 el 90 %.

Como puede observarse los alumnos llegan a redactar el resultado aun cuando no presentan el paso 4, ya que como mencionan Broitman (1999) Y Civalero, García y Segovia (1999) la representación grafica permite al alumno representar el problema y llegar más fácilmente a la solución.

Por otra parte el paso 5 se menciona el vínculo con un algoritmo, solo un alumno redacta el algoritmo, sin embargo esto no implica que no puedan llegar al resultado. La mayoría de los alumnos no llevan a cabo todos los pasos de la estrategia, pero se puede ver que no es un impedimento para alcanzar el resultado.

Cabe mencionar que los problemas de cambio resultaron más fáciles de resolver por parte del alumno de primer grado, tanto el problema de cambio tipo 1 como para el tipo 2 llagaron a el resultado arriba del 90 % de los alumnos.

***PROBLEMAS DE COMBINACIÓN*.**

En la siguiente gráfica se presentan los datos que se obtuvieron en los problemas de combinación a partir de las acciones que efectúan los alumnos cuando abordan un problema. Se realizó la gráfica de manera conjunta para observar a los 2 problemas de combinación y estas son:

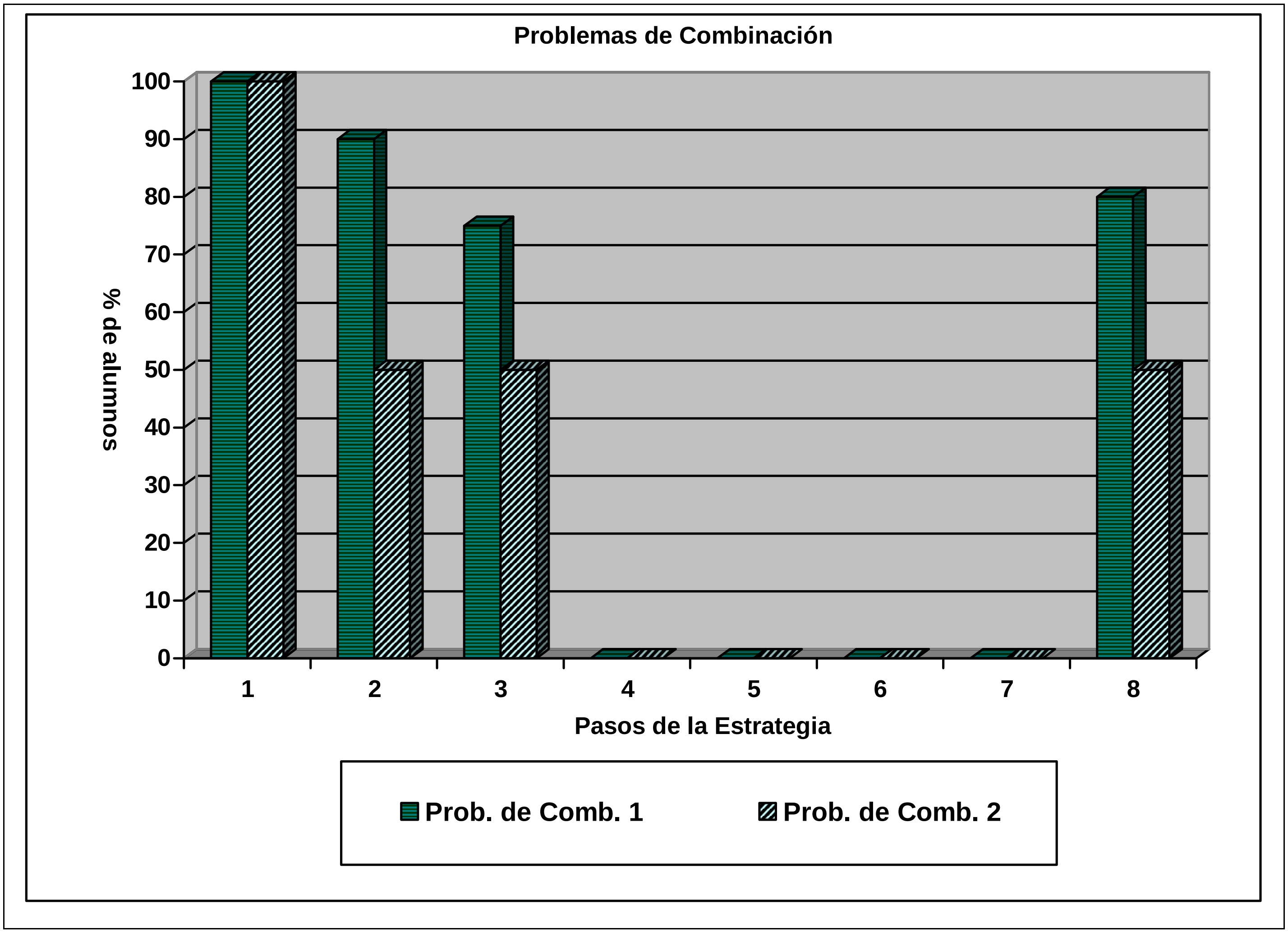
1.- En un florero Azul hay 9 flores, en otro florero de color Rojo hay 12 flores ¿Cuántas flores hay en ambos floreros?
(a + b =?)

2.- La maestra Isabel y el maestro Juan tienen 18 gises. La maestra Isabel tiene 7 gises.
¿Cuántos gises tiene el maestro Juan?
(c = a -?)

Para este tipo de problemas el alumno no presentó los pasos: modelar gráficamente el problema, vincular la representación gráfica con un algoritmo, escribir y realizar el algoritmo y comprobar el algoritmo. Esto se explica para el modelamiento del problema ya que todos los problemas están representados por medio de dibujos.

Se puede observar que todos los alumnos leen el problema tanto para el problema de combinación tipo 1 como para el problema de combinación tipo 2, esto representa el 100 % en ambos casos. En cuando a la identificación de la interrogante, para el problema de combinación tipo 1 es de 90 % y para el tipo 2 es de 50 %.

Gráfica 2 Comparación entre problemas de combinación tipo 1 y 2.



En esta gráfica se pueden ver el porcentaje de alumnos y el número de pasos que siguieron para resolver cada uno de los tipos de problemas. Las diferencias que se pueden observar entre problemas de combinación tipo 1 y tipo 2, son:

En identificar los datos numéricos que se emplearán en la solución, el 75% de los alumnos lo identifican para el problema de combinación tipo 1 y el 50 % para el tipo 2. Por último los alumnos que llegaron a redactar el resultado para este problema alcanzan el 80 % para el primer problema de combinación tipo 1 y el 50 % para el tipo 2.

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

A continuación se ejemplifica gráficamente los datos de los problemas de Comparación tipo 1 y tipo 2, las cuales son:

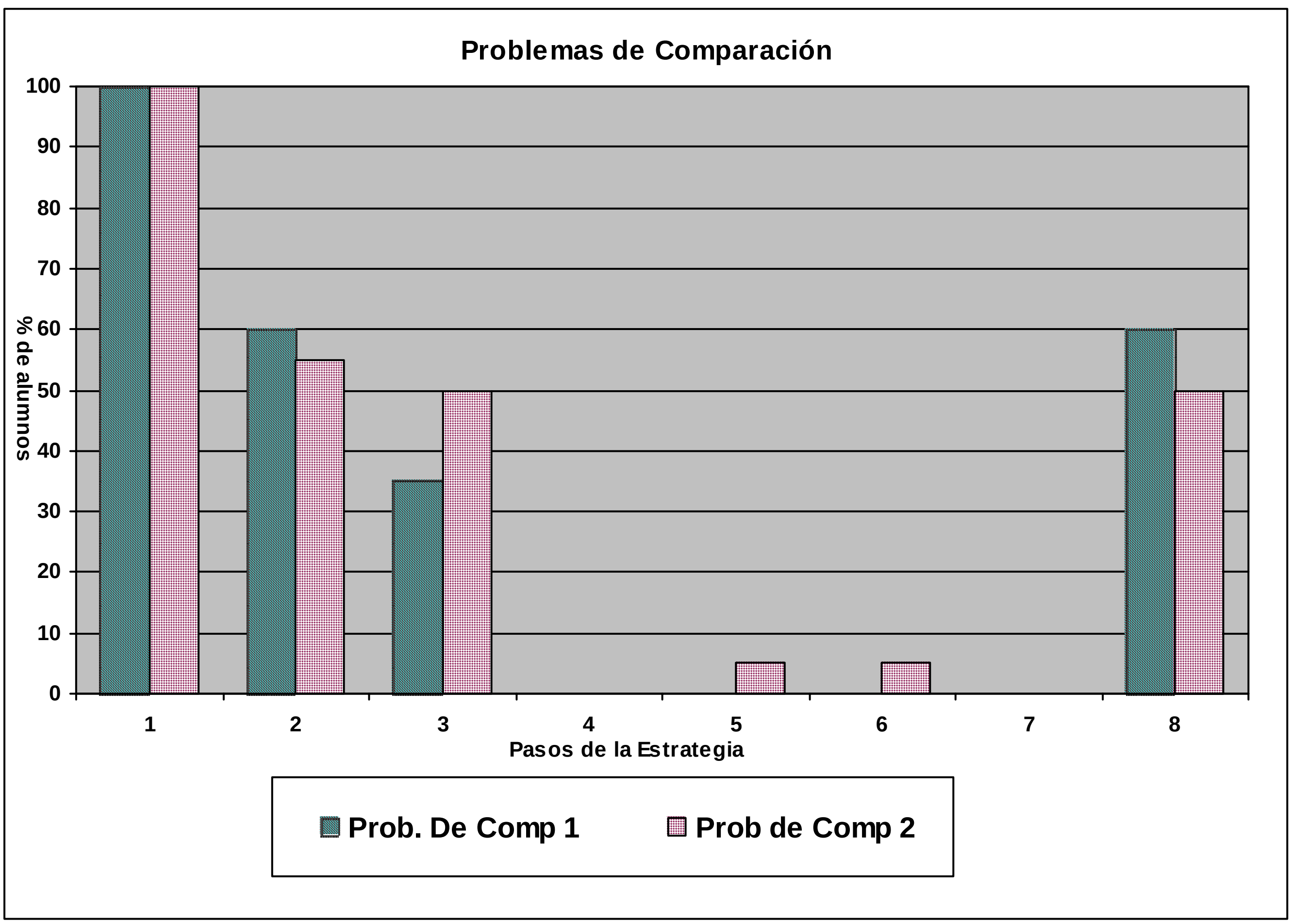
1.- Si Laura tiene 9 monedas de 1 peso y Catalina 2 monedas de 1 peso ¿Cuántas monedas tiene Laura más que Catalina?

(a- b = ?)

2.- Andrés tiene 22 canicas y José le regala 12 canicas más ¿Cuántas canicas tiene Andrés ahora?

(a + b =?)

Gráfica 3 Diferencia entre Problemas de Comparación Tipo 1 y tipo 2.



En esta gráfica se pueden ver el porcentaje de alumnos y los pasos que siguieron para resolver cada uno de los tipos de problemas.

Las diferencias que se pueden observar entre problemas de Comparación tipo 1 y tipo 2 son:

En los problemas de comparación tipo1 el 60 % llego a redactar el resultado y el 50 % para el tipo 2. Se presenta para el paso 5 (vincular la representación gráfica con un algoritmo) el 5 % y para el paso 6 (escribir y realizar el algoritmo) el 5 % también; estos se presentan para el problema de comparación tipo 2.

Para el primer paso, el 100% de los alumnos realizan este paso tanto para el problema de tipo 1 y tipo 2, en cuanto al paso 2, el 60 % para el tipo 1 y 55 % para el tipo 2. Por otro parte para el paso 3 fue de 35 % para problemas de comparación tipo 1 y para el problema tipo 2 el 50 %.

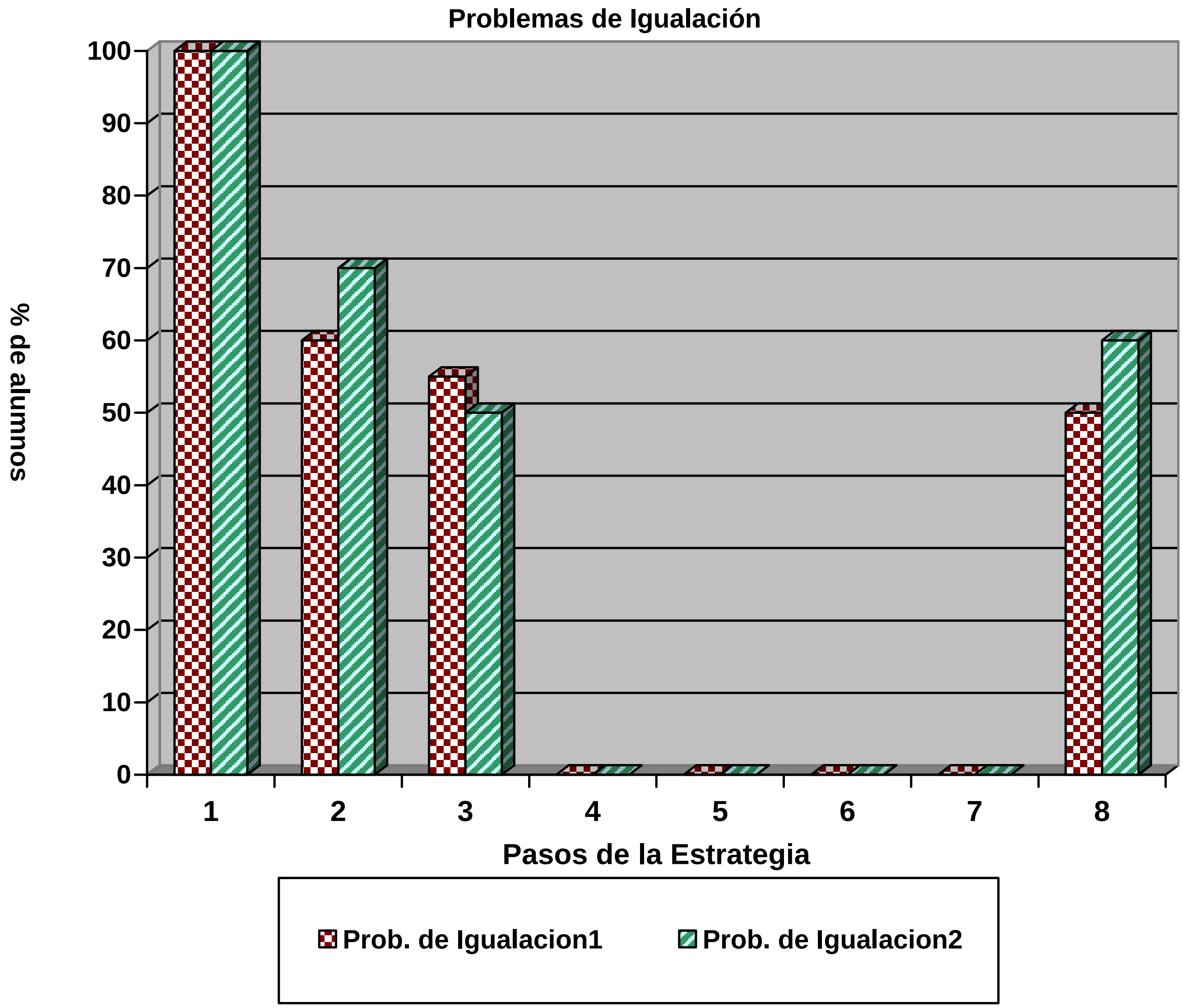
PROBLEMAS DE IGUALACION.

En la siguiente gráfica se compara el último tipo de problemas que es de Igualación; para este se tomaron los siguientes problemas:

1.- Jaime hizo 16 aviones y Marcos hizo 9 aviones ¿Cuántos aviones le faltó hacer a Marcos para tener los mismos que Jaime?
(a – b = ?)

2.- Elisa y Marta tienen entre las dos 18 pesos. Elisa puso 7 pesos.
¿Cuántos pesos puso Marta?
(c = a +?)

Gráfica 4 Comparación entre problemas de igualación tipo 1 y tipo 2.



Esta gráfica presenta el porcentaje de alumnos y el número de pasos que siguieron para resolver cada uno de los tipos de problemas. Las diferencias que se pueden observar entre problemas de Igualación tipo 1 y tipo 2 son: todos los alumnos presentan el primer paso tanto para el problema tipo 1 como para el problema tipo 2, esto equivale para cada uno el 100%. Caso contrario para el paso 8 en la cual el 50 % de los alumnos redacta el resultado para el problema tipo 1 y un 60% para el problema tipo 2. Por otra parte el 60 % identifica la interrogante para el problema tipo 1 y el 70 %

para el tipo 2, y para la identificación de los datos numéricos el 55 % en el tipo 1 y el 50% para el tipo 2. Los pasos 4, 5, 6 y 7 no se presentaron.

Es importante recalcar que no se cumplen todos los pasos de la estrategia que menciona Flores (2003), Principalmente el paso 5 en la cual el alumno tiene que vincular la representación gráfica con un algoritmo, el paso 6 donde menciona escribir y realizar el algoritmo y el paso 7 comprobar el algoritmo. Para los alumnos no es tan importante realizar un algoritmo para llegar al resultado. Se observó que con la representación gráfica los alumnos implementan estrategias más fáciles para afrontar y resolver los problemas aritméticos.

En el siguiente apartado se describen algunos resultados acerca de cómo los alumnos de primer grado resuelven problemas de diferente estructura semántica. Conocer cómo es el proceso de resolución que ponen en marcha los sujetos es la parte fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático, ya que cuando se enfrentan a un problema matemático recurren a diferentes estrategias.

Algunos alumnos asocian la resta con palabras como “se fueron”, “volaron”, “le quite”. Ellos suelen aprender interactuando con el objeto de conocimiento, una forma de adquirir este conocimiento es a través de intercambios con otros compañeros, de los hallazgos, estrategias de solución, resultados y observaciones. El alumno suele desarrollar una actividad de ensayo y error, al darse cuenta que sus opiniones son potencialmente relevantes mantiene una actitud empírica. Otra estrategia que utilizan es el uso de los dedos en la cual utilizan dedos de la mano derecha para contar el primer sumando y la mano izquierda para el segundo sumando.

A continuación se describen los resultados obtenidos en la utilización de las estrategias heurísticas en la tabla 1.

Tabla1. Observación descriptiva de Solución de Problemas Aritméticos. Adaptación de Broitman (1999) y Luceño, (1999).

	CAMBIO			COMB.			COMP.			IGUALACIÓN		
ADICIÓN	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**
a) Reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno.	90%	65%		75%	5%		5%	5 %		5%	65%	
b) Representar las colecciones con la ayuda de los dedos, gráficamente o con símbolos (palitos) y luego contar el total.		10%		5%	15%		5%					
c) Recuperación directa de resultados ya conocidos (por ejemplo, disponer directamente que 5+5=10) o bien apoyarse en un resultado conocido para posteriormente averiguar el desconocido (por ejemplo, para 6+5 pensar en 5+5=10 y 10+1=11).		20%		15%	5%					10%	5%	
d) Elaboración de un modelo con dedos u objetos. Realizan una "cuenta global completa", hacen dos colecciones con los números que les dieron. Formar un grupo de dedos para representar el primer sumando, formar un grupo de dedos para representar el segundo sumando, Contar todos los dedos para hallar la suma.							5%					
e) contar a partir del segundo sumando.											10%	
f) Representar las colecciones gráficamente o con símbolo para realizar las sumas.			45 %			60%			50%			60%
SUSTRACCIÓN												
a) Separar físicamente. A partir del conjunto mayor contar y separar los elementos de la colección menor.							20%	5%		15%		
b) Descontar de 1 en 1 a partir del número mayor.	5 %				20%		15%	30%		30%		
c) Agregar. Partir el número menor e ir contando de 1 en 1 hasta llegar al número mayor. Este procedimiento implica contar simultáneamente a partir del menor número y a la vez controlar cuántos se va agregando.	5 %				15%		5%	25%		15%		
d) Sumar. Puede ser recuperar en memoria una suma o bien tantear con números e ir probando si al sumar se obtiene el mayor. Puede ser una suma única (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35y 50 encontrar el 15 directamente) o bien ir haciendo sumas sucesivas y controlar simultáneamente cuándo se va sumando y cuándo todavía falta (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 97 pensar 45 agregué 10; 55 agregué 20; 65 agregué 30; etc.).								5%				
e) Restar. Recuperación directa en memoria de restas con resultados conocidos (por ejemplo, recordar que 10-2 es 8), o bien apoyarse en una resta conocida para averiguar una desconocida (por ejemplo, para hacer 25-11 pensar en 25-10 =15 y 15-1 = 14).					5%		10%					
f) Representar las colecciones gráficamente o con símbolo para realizar las restas.			40%			20%			40%			30%
g) Error. (No llegan al resultado correcto, no realizar el procedimiento correcto)		5%	15%	5%	35%	20%	35%	30%	10%	25%	20%	10%
P1, P2, P3: problema tipo 1, problema tipo 2, problema tipo3.												
a, b, c: estrategia a, estrategia b, estrategia c, etc.												

En esta tabla se muestran los porcentajes obtenidos de resultados obtenidos en diferentes tipos de problemas que realizaron los alumnos y de las estrategias que utilizaron para cada tipo de problemas aritméticos. Se agregaron categorías de Luceño que presentaron los sujetos en la resolución, estas son: a) Elaboración de un modelo con dedos u objetos; formar un grupo de dedos para representar el primer sumando, formar un grupo de dedos para representar el segundo sumando, contar todos los dedos para hallar la suma; por otra parte, se implementaron otras categorías, estas son; b) Contar a partir del segundo sumando, c) Representar las colecciones gráficamente o con símbolo tanto para realizar las sumas, representar las colecciones gráficamente o con símbolo como para realizar las restas. Además se agregó la categoría d), Error. (No llegan al resultado correcto, puede o no realizar el procedimiento correcto).

Para describir las estrategias de los alumnos se calificaron conforme a el tipo de procedimiento empleado para llegar a la solución. Se obtuvieron los porcentajes de las categorías que ellos utilizaron en cada tipo de problema.

Para el alumno la estrategia que se presenta más a menudo en primer grado de primaria es la de reunir físicamente las colecciones pero, también se puede observar que los alumnos representan las colecciones gráficamente para realizar problemas aritméticos, esto se presentó claramente en los problemas que se le pidió a los alumnos a desarrollar por si solos.

Ahora bien, a continuación se describe cada uno de las categorías empleadas por los alumnos al resolver los distintos problemas.

ADICIÓN

Se puede observar que los alumnos utilizaron las siguientes estrategias:

a) reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno. Para esta categoría se obtienen los siguientes datos; para los problemas de cambio tipo 1 el 90% y para el tipo 2 el 65% de los sujetos utilizan esta estrategia.

Por otra parte para los problemas de combinación tipo 1 se presenta con un 75 % y para el tipo 2 el 5 %. De igual manera para los problemas de comparación los alumnos utilizan el 5 % para el tipo 1 y de manera similar el 5 % para el tipo 2. Finalmente para los problemas de igualación se obtiene el 5 % para el tipo 1 y para el tipo 2 es de 65 %.

b*) representar las colecciones con la ayuda de los dedos, gráficamente o con símbolos (palitos) y luego contar el total.* Los resultados son los siguientes: en esta categoría se encontró en el problema de cambio tipo 2 el 10% y para los problemas de combinación se obtiene el 5% para el tipo 1, para el tipo 2 el 15%. También se obtiene para el problema de comparación tipo 1 el 5%.

*c) recuperación directa de resultados ya conocidos (por ejemplo, disponer directamente que 5+5=10) o bien apoyarse en un resultado conocido para posteriormente averiguar el desconocido (*por ejemplo, para 6+5 pensar en 5+5=10 y 10+1=11*).* Se muestra para el problema de cambio tipo 2 el 20%. En problemas de combinación el 15% para el tipo 1 y para el tipo 2 el 5 %, y finalmente ésta categoría se presenta en el último tipo de problemas que es la de igualación y en el problema de igualación tipo 1 10% y para el problema de igualación tipo 2 el 5 %.

d) Elaboración de un modelo con dedos u objetos. Realizan una "cuenta global completa", hacen dos colecciones con los números que les dieron. Forman un grupo de dedos para representar el primer sumando, forman un grupo de dedos para representar el segundo sumando, contar todos los dedos para hallar la suma. Esta estrategia se presenta solo en el problema de comparación de tipo 1 con el 5 %.

e) Contar a partir del segundo sumando. Ésta se presenta para el problema de igualación tipo 2 con el 10%**.**

f) Representar las colecciones gráficamente o con símbolo para realizar las sumas. Se añade esta categoría para problemas que desarrollaron los alumnos por si mismos. Para problemas de cambio se obtuvo el 45% de alumnos que utilizaron ésta estrategia para resolver problemas propios. Para los problemas de combinación 60% de los sujetos emplea esta estrategia para obtener el resultado. Para los problemas de comparación se encontró que el 50% usa esta categoría para llegar al resultado, finalmente para problemas de igualación el 60%.

SUSTRACCIÓN

Para las restas los resultados obtenidos son las siguientes:

a) Separar físicamente. A partir del conjunto mayor contar y separar los elementos de la colección menor. Para esta categoría se encontró en problemas de comparación el 20 % para problemas de tipo 1 y el 5 % para el problema tipo 2 y el 15 % para problemas de igualación tipo 1.

b) Descontar de 1 en 1 a partir del número mayor.

Se halló para esta categoría los siguientes datos: el 5% se presenta en problemas de cambio tipo 1. El 20% para problemas de combinación tipo 2, para los problemas de comparación se obtiene para el tipo 1 el 15% y para el tipo 2 el 30%; finalmente se obtiene para problemas de igualación tipo 1 el 30%.

c) Agregar. Partir el número menor e ir contando de 1 en 1 hasta llegar al número mayor. Este procedimiento implica contar simultáneamente a partir del menor número y a la vez controlar cuántos se va agregando.

Se logra en esta estrategia el 5% para problemas de cambio tipo 1. El 15% para problemas de combinación tipo 2. En problemas de comparación se alcanza el 5 % para el problema tipo 1 y el 25 % para el problema tipo 2, finalmente 15% para problemas de igualación tipo 1.

d) Sumar. Puede ser recuperar en memoria una suma o bien tantear con números e ir probando si al sumar se obtiene el mayor. Puede ser una suma única (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 50 encontrar el 15 directamente) o bien ir haciendo sumas sucesivas y controlar simultáneamente cuándo se va sumando y cuándo todavía falta (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 97 pensar 45 agregué 10; 55 agregué 20; 65 agregué 30; etc.)

En esta categoría se presenta solo en problemas de comparación tipo 2 con el 5 %.

e) Restar. Recuperación directa en memoria de restas con resultados conocidos (por ejemplo, recordar que 10-2 es 8), o bien apoyarse en una resta conocida para averiguar una desconocida (por ejemplo, para hacer 25-11 pensar en 25-10 =15 y 15-1 = 14).

Se presenta en problemas de combinación tipo 2 el 5% y en problemas de comparación tipo 1 con el 10%.

f) Representar las colecciones gráficamente o con símbolo para realizar las restas.

Esta categoría se agregó para problemas que inventaron los alumnos y de la cual utilizaron para desarrollar problemas de resta.

El 40 % de los alumnos utilizaron esta estrategia para problemas de cambio, el 20 %para los problemas de combinación, el 40 % para problemas de comparación y finalmente el 30% para problemas de igualación.

g) Error (no llegan al resultado correcto, no realizar el procedimiento correcto).

En esta categoría se agrega como error de los alumnos que no llegan al resultado y/o no realizan el procedimiento.

Para problemas de cambio tipo 2 se presenta el 5 % y para el tipo 3 el 15 %, para los problemas de combinación el 5% para el problema tipo 1 y en problemas de combinación tipo 2 el 35% y 20 % para el problema tipo 3. en problemas de comparación el 35 % para el tipo 1, el 30 % para el tipo 2 y 10% para el tipo 3.en problemas de igualación se obtiene el 25% para el tipo 1, el 20 % para el tipo 2 y finalmente el 10 % para el tipo 3.

A continuación se describe en la tabla 2 resultados de los alumnos que llegaron al resultado correcto, también se añaden otras dos categorías de los sujetos con el resultado incorrecto y operación incompleta. Estas categorías se sacaron para ver la cantidad de alumnos que pueden ejecutar los pasos adecuados para llegar al resultado.

Tabla2. Categorías de respuesta correcta.

CATEGORÍAS	**Cambio**		**Comb.**		**Comparación**		**Igualación**	
	P1	**P2**	**P1**	**P2**	**P1**	**P2**	**P1**	**P2**
Llego al resultado	95%	95%	80%	55%	55%	65%	60%	70%
Operación incompleta	5%		15%	25%	25%	20%	15%	15%
Respuesta incorrecta.		5%	5%	20%	20%	15%	25%	15%
Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Esta tabla muestra el número de sujetos que consiguen llegar y redactar el resultado correcto y además se agregan los alumnos que realizan una operación incompleta y los que dan una respuesta incorrecta.

Errores más comunes

Estos se agrupan en tres categorías que a continuación se enuncian:

Conceptuales. Son los que se deben a la incapacidad que tiene el niño para construirse internamente el problema (“repetir una de las cantidades”, “inventar la respuesta”, “transformar el problema”, ”no saberlo hacer”, “palabra clave”, “no entender la secuencia del algoritmo”, “no conocer el signo de suma o restar”).

Procedimentales. Se refiere a la incapacidad del niño para elegir el procedimiento adecuado para resolver el problema planteado (“no saber hacerlo con cantidades grandes”, “sumar unidades con decenas”).

Ejecución. Son el resultado de aplicar el procedimiento adecuado (“errores de conteo” y “de cálculo mental”).

Bermejo y et al (1998) señalan que existen dos procedimientos incorrectos que los niños cometen cuando enfrentan un problema matemático:

a) Repetición de una de las cantidades propuestas en el problema.

b) Selección de una operación inadecuada.

Tabla 3. Errores más comunes que se presentan en la resolución de problemas.

CATEGORÍAS	**Cambio**		**Comb.**		**Comparación**		**Igualación**	
	P1	**P2**	**P1**	**P2**	**P1**	**P2**	**P1**	**P2**
Conceptuales.		5%			5%			10%
Procedimentales.				10%		10%	5%	
Ejecución.		5%	10%			5%	5%	10%
Repite cantidad				10%				15%
Operación inadecuada				10%	5%	5%	5%	
No saber escribir el número			10%	10%	10%	15%	10%	10%

Esta tabla muestra los porcentajes obtenidos de resultados en diferentes tipos de errores que cometen los alumnos en la resolución de problemas aritméticos.

Conceptuales: para esta categoría se presenta el 5 % en problemas de cambio tipo 2, pero de igual forma se obtiene el 5 % en problemas de comparación tipo 1 y el 10% en problemas de igualación tipo 2.

Procedimentales: en esta categoría se obtiene el 10% para problemas de combinación tipo 2, también el 10% en problemas de comparación tipo 2 y el 5% en problemas de igualación tipo 1.

Ejecución: el 5% de los alumnos presentó este error en problemas de cambio tipo 2, en problemas de combinación tipo 1 se obtiene el 10%, el 5% para problemas de comparación tipo 2 y para problemas de igualación tipo 1 el 5% y para el problema tipo 2 el 10%.

Repite cantidad: el 10% en problemas de combinación tipo 2 y el 15 % en problemas de igualación tipo 2.

Operación inadecuada: el 10% en problemas de combinación tipo 2, en problemas de comparación tipo 1, 5% y para el tipo 2 el 5% y para problemas de igualación tipo 1 el 5%.

No saber escribir el número: el 10% en problemas de combinación tipo 1, también el 10% para el tipo 2; en problemas de comparación el 10% para el tipo 1 y 15% para el tipo 2; para problemas de igualación tipo 1 el 10% y de igual forma el 10% para el tipo 2.

Las proposiciones *canónicas* de adición y substracción (a +b =?, a - b= ?) son menos difíciles que las *no canónicas* (a + ? = c, a -? = c). Puig y Cerdan, (1992).Las proposiciones canónicas de substracción son generalmente más difíciles que las proposiciones canónicas de adicción.

Discusión y conclusiones

Este trabajo plantea Identificar cuál de las estructuras semánticas de problemas aritméticos resulta más difícil de resolver en 1º año de primaria, la mayoría de los alumnos en este trabajo utilizan estrategias heurísticas para resolver problemas aritméticos. Se pudo observar que los conocimientos previos permiten al alumno construir relaciones con el conocimiento matemático.

Con base en los datos obtenidos en este grado la categoría de comparación resultó ser la más difícil y posteriormente le sigue la de igualación. La dificultad en la categoría de igualación se ubica al intentar representar todos los datos del problema. Por su parte, las dificultades en los problemas de comparación se deben a que los sujetos no poseen todavía un esquema para comprender las proposiciones relacionales "más qué" y menos qué" Flores (2003),

Por otra parte la estrategia mayormente utilizada por alumnos de Primer grado de Primaria es reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno. Esta estrategia se emplea comúnmente en los primeros años de la edad escolar y conforme se avanza en los grados siguientes adquieren conceptualizaciones propias de las matemáticas (SEP, 1993), Bermejo, (2000). Así la característica más importante del aprendizaje es que el niño vaya construyendo su conocimiento, dándole sentido sobre la base de su propia experiencia (Moreno y Waldegg, 1995).

Pero además es importante permitir que los alumnos generan sus propios recursos de solución, ellos en muchos casos recurren al conocimiento previo como estrategia, posteriormente van evolucionando para ser más sistemáticos y desarrollar estrategias convencionales (Fuenlabrada y Ávalos, l996).

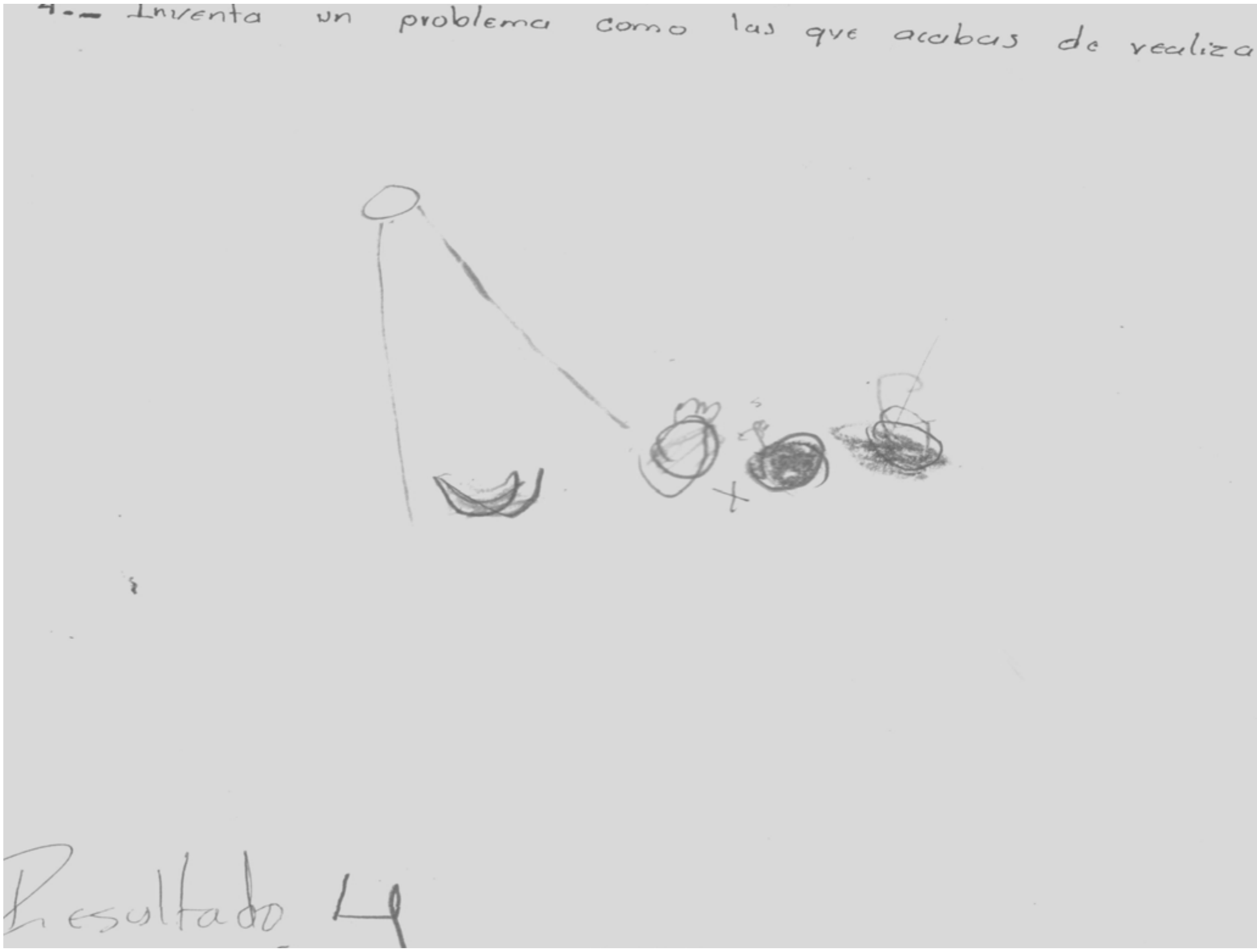
El 35% de los alumnos cometieron errores en la ejecución del problema cuando no realizaban un conteo adecuado y/o cálculo mental y no saber escribir el número correctamente. Bermejo (2000), es uno mas de los autores que mencionan que los niños presentan errores en primer grado.

La característica principal en la construcción de conocimiento matemático es la creación de relaciones, la cual es el sello de la resolución de problemas en matemáticas. Lave, Reed y Lave (citados por Schliemann, 1999) encontraron que las estrategias utilizadas para resolver problemas aritméticos van relacionadas con el tipo de experiencia que haya tenido el individuo, tanto en la práctica cotidiana, como en la vida escolar.

Cuando el alumno resolvió problemas generaron sus propios recursos de solución, en los primeros grados y principalmente en primer año los alumnos recurren al conocimiento previo como estrategia, posteriormente van evolucionando para ser más sistemáticos y desarrollar estrategias convencionales (Fuenlabrada y Ávalos, l996). Esto se presentó en este trabajo ya que el 90% de los alumnos emplean la estrategia reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno en problemas de cambio tipo 1.

Tomando como referencia lo que mencionan Castro, Rico y Castro (1995) que el aprendizaje de los números se desarrolla informalmente y que a muy temprana edad el niño interactúa diariamente con notaciones numéricas. Posteriormente reproduce e interpreta los números (Pontecorvo, 1996). Esto se presenta cuando Gabriela Dibuja 1 plátano y después 4 plátanos y completa “me sobraron cinco” ella misma anota en el resultado: <u>5,</u> ella desarrolla una suma la cual es más común para ella y su entorno.

La suma, que es un concepto presente en la escuela se expresa bajo la forma del verbo “añadir” la cual consiste partir de una cantidad y añadir otros conjuntos y así transformar la cantidad inicial en otro (Maza, 1989). Para contar los niños necesitan de objetos o unidades perceptúales (Coello, 1991), en las que se incluyen señales perceptúales, el acto motor, y la producción de palabra-número. En este caso, el alumno Luis Carlos dibujó 1 plátano 1 naranja y 2 manzanas posteriormente suma las cantidades y anota en el resultado el número 4 como resultado de esta operación.



Todos los problemas de esta investigación están diseñados de acuerdo a los ejercicios que se plantean en el libro del alumno de matemáticas primer grado. Se hace uso de dibujos gráficos para así los alumnos creen modelos de representación mental ya que autores como Fuenlabrada y Avalos (1996) sostienen que los niños aprenden cuando interactúan con situaciones problemáticas y estas interacciones van madurando sus conocimientos de forma progresiva.

En los diferentes problemas (cambio, combinación, comparación e igualación) el conocimiento lingüístico posibilita una mejor comprensión, Mayer (citado por Luceño, 1997) menciona la importancia de la comprensión del enuncado, por ejemplo cuando Gabriela lee el primer enunciado de problemas de cambio y automáticamente pone en el resultado 8.

1.- En un árbol había 15 pajaritos y volaron 7 ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?

Veamos como es el proceso de solución que ejecuta Gabriela

Entrevistador	*Gabriela*
¿Qué hiciste?	*Reste.*
¿Cuánto restaste?	*Reste quince menos siete igual a siete (15 -7= 8)*
¿Cuántos pajaritos quedan?	*Ocho.*

En cambio cuando se carece de esta habilidad dificulta la resolución correcta de los problemas, no se puede establecer conexión de lo que se lee con lo que hay que realizar.

Cuando se realiza una suma los sujetos empiezan a agregar conjuntos. En cambio cuando se trata de hacer una resta los sujetos utilizan la suma para efectuar dicha operación. Tal vez porque sumar es una operación primitiva, un ejemplo que puede ilustrar lo anterior es lo que realiza Rubicela.

Entrevistador	
¿Qué es lo que hiciste?	*..... ? .....*
¿Qué es lo que hiciste, una suma o una resta?	*Una suma*
¿Por qué?	*Porque conté pajaritos (señala los pajaritos que quedaron el árbol).*
¿Cuántos quedaron?	*Ocho y siete son los que volaron.*

Otra forma de contar es usando el conteo oral en la que se hace una repetición verbal de los números. Karina utiliza esta forma de conteo al abordar el problema. Ella cuenta gráficamente los números y “calladamente “.

Otra forma de contar es utilizar los dedos de la mano y contar verbalmente número-palabra.

De acuerdo a los resultados, las categorías de comparación, igualación y combinación resultaron ser las más difíciles para los alumnos de 1° grado. Esto debido posiblemente a que las cantidades pueden considerarse aislada y los alumnos en esta edad no poseen aún los esquemas mentales para poder resolverlos.

Con base en lo que se encontró en esta investigación, se puede señalar que la solución aritmética de un problema descansa en la elección de lo datos adecuados y la operación adecuada.

Por otra parte al enfrentarse a los problemas, principalmente el de igualación los alumnos lo visualizaron como problemas de cambio. Para el alumno existe dos conjuntos y uno de ellos se debe de trabajar para igualar al otro. Veamos un ejemplo.

Entrevistador *Fernando*

1. - Anota en el resultado el número 7.

¿Qué hiciste? -------------------conté aquí (aviones de Jaime) y son 16
Y aquí 9 aviones (de Marcos) y le faltan 7 aviones para que
Sean 16.

¿Es una suma o una resta?—es una suma.

A continuación se dan algunas sugerencias que podrían ayudar a enriquecer este trabajo.

Diversos son los cambios que pasa el sujeto en el transcurso de su paso por la escuela. Uno de estos cambios es el logro de diversas habilidades al resolver problemas aritméticos; pero también es en esta etapa donde se desarrolla las capacidades de autorregulación, el desarrollo del lenguaje y formas más económicas al resolver diferentes problemas aritméticos.

Los resultados obtenidos nos permiten decir que en primer año de primaria los problemas de comparación, igualación y combinación resultan ser los más difíciles de realizar. La principal causa de ello es la representación del problema y los errores de ejecución y por otra parte los más fáciles fueron los de cambio.

Los alumnos pueden resolver problemas recurriendo a estrategias o acciones de quitar y poner, ésta es manejada por ellos muy bien; en algunos casos estos alumnos no resolvieron correctamente el problema debido a la incomprensión de algún concepto matemático.

Así en primer grado los conceptos relacionales “más qué” y “menos qué” imprimieron gran dificultad a los problemas. Esto quiere decir que los sujetos no tienen aun un esquema mental para tales relaciones y esto les lleva a repetir una cantidad, realizar una operación inadecuada o inventar alguna respuesta.

Esta investigación comprueba que al iniciar la educación primaria los sujetos utilizan gran cantidad de estrategias informales y estos van evolucionando en los grados posteriores hasta hacer uso de los algoritmos que se enseñan en la escuela.

En la enseñanza aprendizaje de las matemáticas es una tarea primordial acercarse a los procesos cognitivos que el sujeto realiza al adquirir los conceptos esto con el fin de ver los procesos de resolución que el sujeto emplea en problemas de algoritmo y a los posibles errores que puedan surgir.

Es importante mencionar que el papel del psicólogo educativo dentro de esta investigación es la de facilitar el desarrollo cognitivo de los alumnos de Primer grado de educación primaria, además de tomar en cuenta todas las estrategias heurísticas que los alumno muestran en la resolución de problemas aunado a las estrategias propias de las matemáticas.

Sugerencias

Con base a los resultados obtenidos a continuación se dan algunas sugerencias dirigida a profesores de educación básica como a investigadores de esta área.

Los resultados señalan que los problemas más difíciles de resolver en primer grado de la educación primaria son las estructuras de comparación, igualación y combinación. Por tal motivo es necesario poner más énfasis en promover estos desde el inicio de la educación formal y realizar relaciones comparativas donde se utilicen los términos "más qué" y "menos qué" para ir creando en los alumnos en los alumnos ya estos esquemas mentales.

Permitir el uso de cualquier tipo de estrategia de solución en donde los alumnos expliquen el procedimiento o estrategia que los llevaron al resultado.

Por otra parte los errores que cometen los alumnos podrían permitir centrar la atención en las dificultades específicas que los alumnos presentan y así poder trabajar en nuevas formas de cómo resolver problemas aritméticos.

Limitaciones de la investigación.

Al final de esta investigación es conveniente señalar algunos posibles elementos que hubieran enriquecido este estudio.

El trabajo grupal podría comenzar a desarrollar en los alumnos de primer grado las habilidades para resolver exitosamente problemas aritméticos. El trabajo en equipo apoyaría el desarrollo de procedimientos y/o conocimientos matemáticos que en un momento determinado puede evolucionar al resolver los problemas matemáticos.

La confrontación y discusión que surge en el trabajo grupal al tratar de resolver un problema aritmético podría ayudar a los alumnos a clarificar sus dudas y expandir su propio conocimiento.

También hubiera sido necesario contar con una muestra más grande para así poder obtener datos de mayor fiabilidad acerca de los alumnos y en situaciones de interacción con otros compañeros.

REFERENCIAS

Abreu, G. (2000): El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos, en Gorgorio, N., Deulofeu, J., y Bishop, A. (Coords): *matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. GRAO. Barcelona.

Aguilar, V. M., y Navarro, G. J. (2000) Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de psicología general y aplicada.* 53 (11), 63-83.

Alda F. L y Hernández M. D (1998) Resolución de problemas. *Cuadernos de Pedagogía (31), 28-32.*

Alicia, A. (2004). Entre la costumbre y las presiones de la innovación. La enseñanza de los números en primer grado. *Educación Matemática*. 16 (2).

Barocio, R. (1996) La enseñanza de las matemáticas en el nivel preescolar: la visión psicogenetica. *Educación Matemática.* 8, (3), 50-62.

Baroody, A. J (1988). *El pensamiento matemático de los niños.* España. Visor.

Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1994). Competencia conceptual y de procedimiento: Comprensión de la propiedad conmutativa de la adición y estrategias de solución. *Estudios de psicología.* 51, 3-21.

Bermejo, V., Lago, M. O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y la sustracción: Secuenciación de los problemas Verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 51 (3-4), 533-552.

Bermejo, V., Lago, M. O., Rodríguez, P. y Pérez, M. (2000). Fracaso Escolar en matemáticas: Como intervenir para mejorar los rendimientos infantiles. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 53 (1), 43-62.

Broitman, C. (1999). *Las Operaciones en el Primer Ciclo. Aportes para el Trabajo en el Aula*. Ediciones Novedades Educativas. Argentina.

Bruno, A. y Martinón, A. (1997). Clasificación funcional y semántica de problemas aditivos. *Educación Matemática.* 9 (1) 33 – 46.

Carraher, T., Carraher, D., Schliemann, A. (1999). En la vida diez, en la escuela cero.

Castro, E., Rico, L. y Castro, E (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización.* Grupo Editorial Iberoamericana. Colombia.

Castro, E., Rico, L. Y Romero, I. (1997). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *Enseñanza de las Ciencias,* 15, (3), 361 – 371.

Cattaneo, L., Lagreca, N. (1997). *Matemáticas hoy en la E. G. B. ¿Qué enseñar? ¿Cómo? Y ¿Para qué?* Homosapiens. Argentina.

Civalero, L., García, A. M. y Segovia, C. (1999). Aprender matemáticas a través de la resolución de problemas. ¿Una utopía? *Novedades Educativas,* (108), 6 – 10.

Coello, M. T (1991). El proceso de contar: una perspectiva cognitiva*. Estudios de Psicología.* (46) 91-105.

De la Concha, G. (2003).Como motivar el aprendizaje de las Matemáticas. *Rompan filas*, revista bimestral en línea disponible en: http://www.unan.mx/rompan/69/index.html

Del Río, I., Sánchez, E. y García, R. (2000). Análisis de la interacción maestro–alumno durante la resolución de problemas aritméticos. *Cultura y Educación*. (17/18) 41– 61.

Dzib, A. (2002). Estrategias de Aprendizaje: qué son y como se usan. Conferencia presentada en el Instituut Nechbet Baarn, Netherlands.

Flores, M. R. (2003). Solución de problemas de adición y sustracción en alumnos con problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Mexicana de Psicología*.

Franke, M. l., y Carey, D. A. (1997). Young Children`s Perceptions of Mathematics Problem-Solving Environments. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (1), 8-25.

Friedman, L. M. (1995). *Metodología para resolver problemas de matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamericana. México.

Fuenlabrada, I. y Ávalos, A. (1996). Como se resuelven los problemas matemáticos. *Educación 2001.* (19) 30 – 35.

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., Fennema, E. (1997). Children`s Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Educacion.* 28 (2), 130-162.

García, A. I., y Jiménez, J. E. (2000). Resolución de problemas verbales aritméticos en niños con dificultades de aprendizaje. *Cognitiva,* 2 (12), 153–170.

García, G y Santarelli, N. (2004). Los procesos metacognitivos en la resolución de problemas y su implementación en la práctica docente. *Educación Matemática.* 16 (2).

García, M. Teberosky, A. y Martì, E. (2000). Anotar para resolver una tarea de localización y memoria. *Infancia y Aprendizaje*. 90, 51-70.

Lacasa, P., Martín, B. y Herranz, P. (1995) Autorregulación y Relaciones entre Iguales en la Tarea de Construcción: un Análisis de las Situaciones de Interacción. *Infancia y Aprendizaje*. 72, 71-91.

Latapí, S. (1998). *Un siglo de educación en México. Tomo II*. México: Fondo de Cultura Económica.

Lerner de Zunino, D. (1995). *La matemática en la escuela: aquí y ahora*. Aique Grupo Editor. Argentina.

Lesh, R. (1997). Matematización: La necesidad real de la fluidez en las representaciones. *Enseñanza de las Ciencias,* 15 (3), 377 – 391.

Luceño, J. L. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Aljibe. España.

Martì, E. (1995). Metacognición, desarrollo, y aprendizaje. *Infancia y aprendizaje.* 72, 115-126.

Mauri, T. (1993) ¿Qué hace que el alumno y la Alumna Aprendan los Contenidos Escolares?: La Naturaleza activas y Constructiva del Conocimiento. En Coll, C. y otros (1993) *El constructivismo en el aula*. Colección Biblioteca de Aula. Barcelona.

Maza, C. (1989). Suma y Resta: *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la suma y de la resta.* España. Visor.

Meriño, V., H. y Escalona, M., J. (1998).Vinculación entre la autopercepción de la estrategia resolución de problemas y la actitud hacia las matemáticas sobre el aprendizaje de conceptos matemáticos. *Enseñanza de las matemáticas*, 7 (1), 12 – 20.

Moreno, L. y Waldegg, G. (1995). Constructivismo y educación Matemática. En Block, D. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria*. S. E. P. Programa Nacional de Actualización Permanente. México.

Mosquera, J. (1998).Uso de métodos gráficos y numéricos para resolver ecuaciones. *Enseñanza de las matemática,* 7 (2), 21 – 28.

Nunes, T. y Bryant, P. (1997). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño.* Siglo XXI. México.

Parra, C. y Saiz, I. (1994) Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. En: Charnay, R. *Aprender por medio de la resolución de problemas*. Paidós Educador. Argentina.

Peltier, M. L. (2003). Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de solución. *Educación Matemática*. 15 (3), 29-55.

Perales. J. F (2000). *Resolución de problemas.* España. Síntesis.

Pontecorvo, C. (1996) La notación y el razonamiento con números y nombres en el periodo preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y Aprendizaje.* 74, 3-24.

Pozo, J. I. (2000). Las concepciones sobre el aprendizaje como teorías implícitas. Facultad de Psicología. Universidad Autónoma de Madrid.

Pozo, J. I. (2001). ¿Puede la educación científica sustituir al saber cotidiano de los alumnos? Conferencia presentada en la Universidad de Navarra, España, el 7 de marzo de 2001.

Pozo, J .I y Pérez, M. P. (1995). La solución de Problemas en la enseñanza: Aportaciones de los Trabajos sobre Expertos y Novatos. Documento en línea disponible en: http://www2.uah.es/educiencias/cordarg/II-3.pdf.

Puig, L. y Cerdan, F. (1992) *Problemas Aritméticos Escolares*. Madrid. Síntesis.

Rodríguez, M (1995). El papel de la Psicología del aprendizaje en la Formación Inicial del Profesorado. . En Rodríguez Moneo, M. (1995). *El papel de la Psicología del Aprendizaje en la formación inicial del profesorado*. Universidad Autónoma de Madrid. España.

Santos, L. M (1996, a). Análisis de algunos métodos que emplean los estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución. *Educación Matemática*. 8 (2), 57-69.

Santos, L. M. (1996, b).La Investigación en Educación Matemática. Consideraciones Metodológicas. *Revista Latinoamericana de Psicología*. 28 (3), 533-549.

Santos, L. M (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México. Iberoamerica.

SEP (1994). *Libro para el Maestro. Matemáticas Primer Grado. México*: SEP.

SEP (1993). *Planes y Programas de Estudio de Educación Primaria*. México: SEP.

Schliemann, A. (1999*) Escolarización formal Versus experiencia práctica en la resolución de problemas*. México. Siglo XXI.

Ursini, S. (1996).Una perspectiva social para la educación matemática: la influencia de la teoría de L. S. Vigostky. *Educación Matemática*. 8 (3), 42 – 49.

Valdemoros, M. E. (1996).Vigostky y su incidencia actual en la educación. *Educación Matemática.* 8 (3), 63 – 71.

ANEXOS

ANEXO 1

Tabla 1: Prueba de Solución de Problemas Matemáticos.

COMPONENTES DE LA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS		
PASOS DE LA ESTRATEGIA	ACCIONES	AUTOINSTRUCCIONES
Planificación	1. Leer y expresar lo que se comprendió del problema	Leo el problema
		Lo platico
	2. Identificar la interrogante	Digo la pregunta
	3. Identificar los datos numéricos que se emplearán en la solución	Busco los datos
Ejecución y monitoreo de La solución	4. Modelar gráficamente el problema y solucionarlo	Hago un dibujo del problema
		Con mi dibujo busco la solución
	5. Vincular la representación gráfica con un algoritmo	Con mi dibujo busco la operación
	6. Escribir y realizar el algoritmo	Escribo
		Resuelvo
Evaluación de la solución	7. Comprobar el algoritmo y La correspondencia entre resultado y pregunta	Compruebo mi operación
		Compruebo mi resultado
	8. Redactar el resultado relacionándolo con la interrogante	Escribo completa la respuesta

Tomado de Flores (2003).

ADICIÓN	CAMBIO			COMB.			COMP.			IGUALACION		
	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**	P1	P2	**P3**
a) Reunir físicamente las colecciones y contar los elementos a partir de uno.												
b) Representar las colecciones con la ayuda de los dedos, gráficamente o con símbolos (palitos) y luego contar el total. Hay una imitación o simulación de la situación descripta.												
c) Tanto para el procedimiento "a" como para el "b"es posible contar a partir del primer cardinal (en este caso se realiza un sobreconteo).												
d) Sumar, implica realizar una recuperación directa de resultados ya conocidos (por ejemplo, disponer directamente que 5+5=10) o bien apoyarse en un resultado conocido para posteriormente averiguar el desconocido (por ejemplo, para 6+5 pensar en 5+5=10 y 10+1=11).												
SUSTRACCIÓN												
a) Separar físicamente. A partir del conjunto mayor contar y separar los elementos de la colección menor.												
b) Descontar de 1 en 1 a partir del número mayor.												
c) Agregar. Partir el número menor e ir contando de 1 en 1 hasta llegar al número mayor. Este procedimiento implica contar simultáneamente a partir del menor número y a la vez controlar cuántos se va agregando.												
d) Sumar. Puede ser recuperar en memoria una suma o bien tantear con números e ir probando si al sumar se obtiene el mayor. Puede ser una suma única (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35y 50 encontrar el 15 directamente) o bien ir haciendo sumas sucesivas y controlar simultáneamente cuándo se va sumando y cuándo todavía falta (por ejemplo, para encontrar la diferencia entre 35 y 97 pensar 45 agregué 10; 55 agregué 20; 65 agregué 30; etc.).												
e) Restar. Recuperación directa en memoria de restas con resultados conocidos (por ejemplo, recordar que 10-2 es 8), o bien apoyarse en una resta conocida para averiguar una desconocida (por ejemplo, para hacer 25-11 pensar en 25-10 =15 y 15-1 = 14).												

ANEXO 3. Observación descriptiva de Solución de Problemas Aritméticos, Tomado de Broitman (1999)

ANEXO 3 Preguntas de la entrevista

¿Qué tienes que hacer en este problema?

¿Qué es lo que vas a hacer?

¿Qué es lo que hiciste Juan?

¿Qué hiciste, unir o quitar?

¿Cuánto sumaste o restaste?

¿Cuál es el resultado?

¿Cuánto te dio como resultado?

¿Cuántas canicas tiene en total en este problema?

¿Qué es lo que hay que realizar?

¿Por qué te dio diez en el resultado?

¿Cuántas manzanas son en total?

¿Cuántas monedas hay?

¿Cuales cantidades sumaste?

¿Cómo llegaste al resultado?

¿Es suma o resta lo que realizaste?

¿Cómo lo harías?

Y ¿Cuándo te da como resultado?

¿Y si le quitas que te da?

¿Es una resta?

¿Cuánto te da?

¿Qué cantidades sumaste?

¿Cómo hiciste la operación?

¿Qué harías en este problema?

¿Cómo lo compruebas?

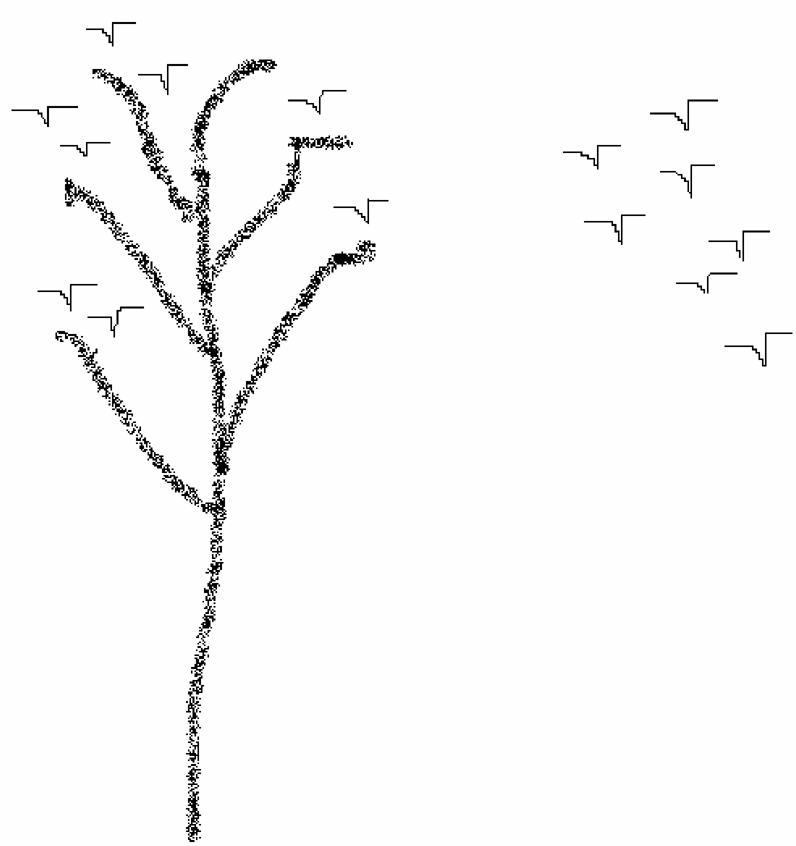
¿Por qué es una resta?

ANEXO 4

VALORACION DE JUECES

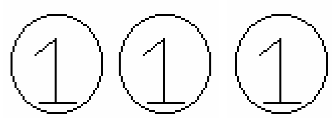
PROBLEMAS DE CAMBIO: Implican una acción que al llevarse a cabo modifica una cantidad inicial ya sea para aumentar o disminuir.

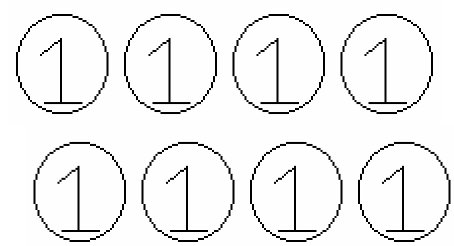
1.- En un árbol había 15 pajaritos y volaron 7 ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?



RESULTADO ----------------------------

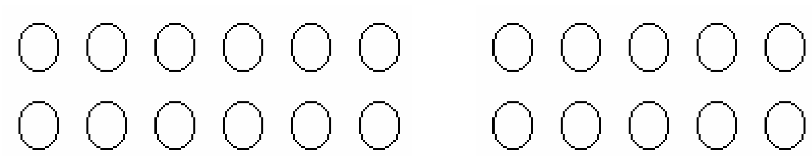
2.- Juan tiene 3 monedas de un peso, su mamá le da 8 pesos más. ¿Cuántos pesos en total tiene Juan ahora?





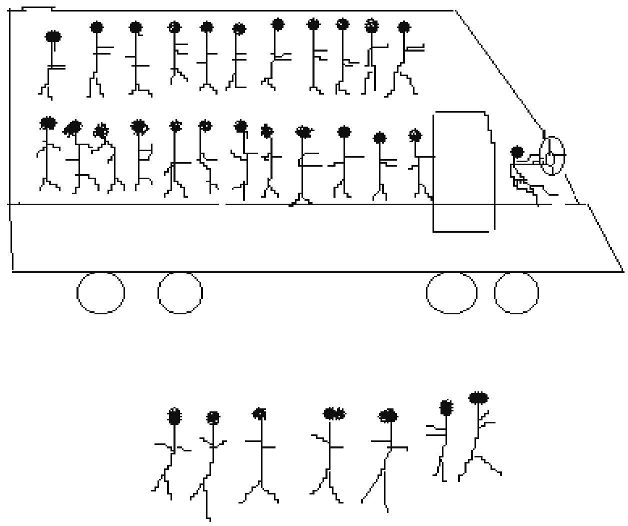
RESULTADO-------------------

3.- Martín tiene 22 canicas y PIERDE 12 ¿Cuántas canicas le queda actualmente?
Tacha las canicas que le quedan a Martín.



RESULTADO: ------------------------

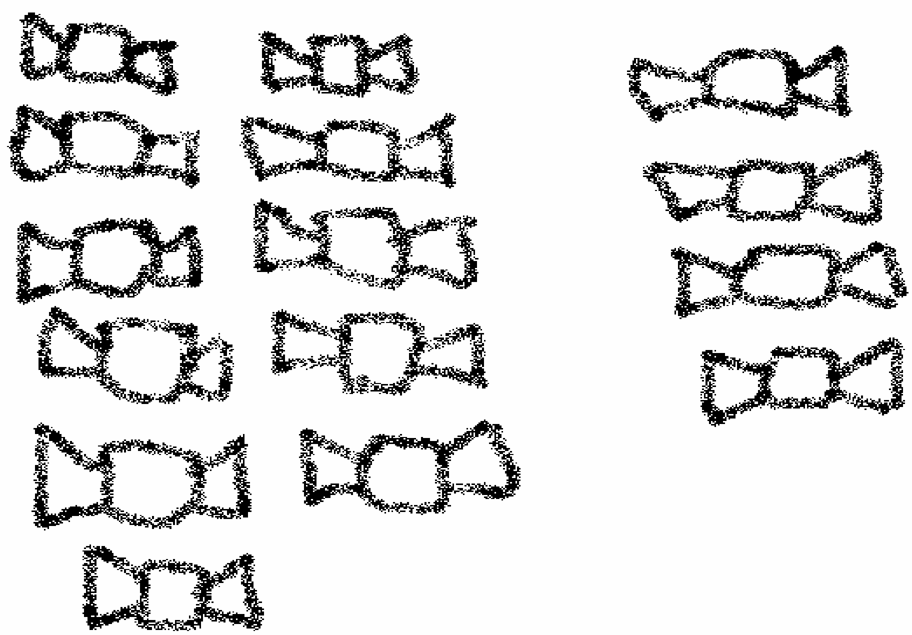
4- En un Microbús suben 30 pasajeros, en una parada bajan 7 pasajeros ¿Cuántos pasajeros quedan en el interior del
microbús?



POBLEMAS DE COMBINACIÓN: Son situaciones en las que se presentan dos cantidades en forma aislada o como parte de un todo sin que se realice ningún tipo de cambio o transformación.

1.- Elena tiene 11 dulces y David tiene 4 ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?

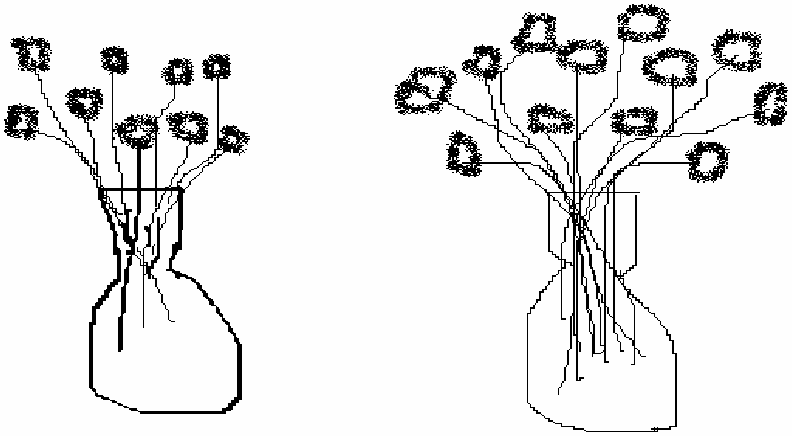
ELENA DAVID



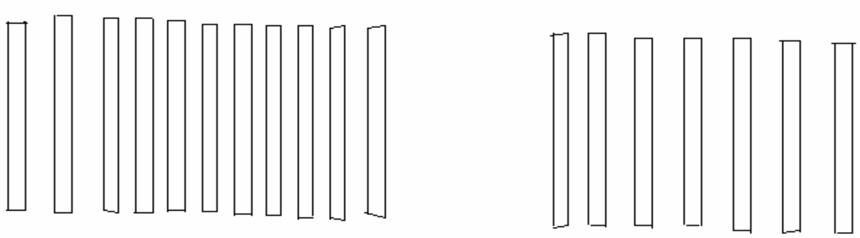
Resultado -------------------------------------

2.- En un florero Azul hay 9 flores, en otro florero de color Rojo hay 12 flores ¿Cuántos flores hay en ambos floreros?

FLORE RO AZUL FLORERO ROJO

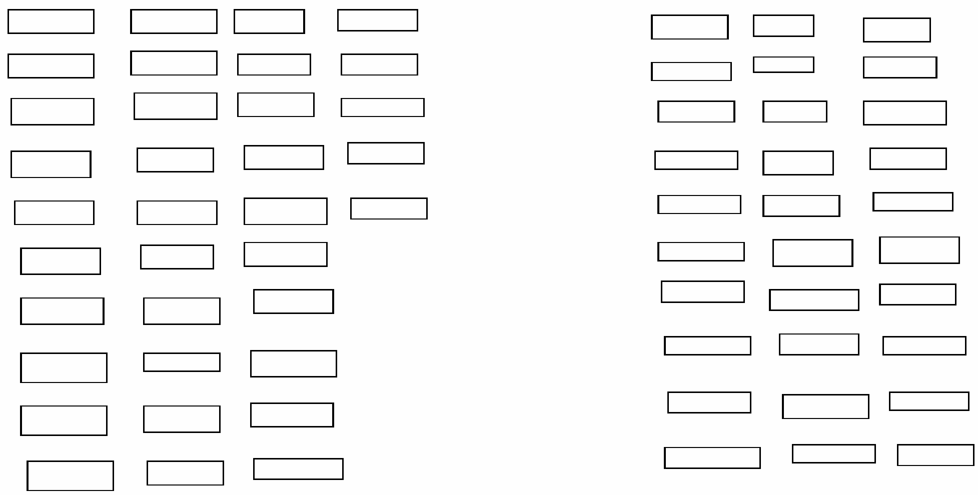


3.- La maestra Isabel tiene 11 gices, el maestro Juan tiene 7 gices ¿Cuántos gices tienen los dos maestros?



4.- Mario compró 35 chocolates y Rocío 30 chocolates ¿Cuántos chocolates compraron en total?

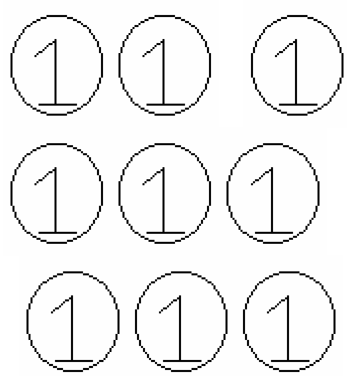
MARIO ROCÍO

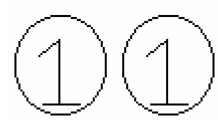


PROBLEMAS DE COMPARACIÓN: No existe una transformación de los conjuntos, solo una relación comparativa. Pretende determinar la diferencia existente entre los conjuntos; o averiguar uno de ellos conociendo el otro y la diferencia entre ellos.

1.- Si Laura tiene 9 monedas de 1 peso y Catalina 2 monedas de 1 peso ¿Cuántas monedas tiene Laura más que Catalina?

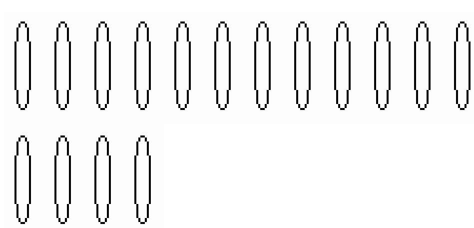
LAURA CATALINA

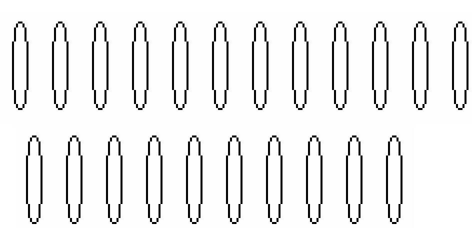




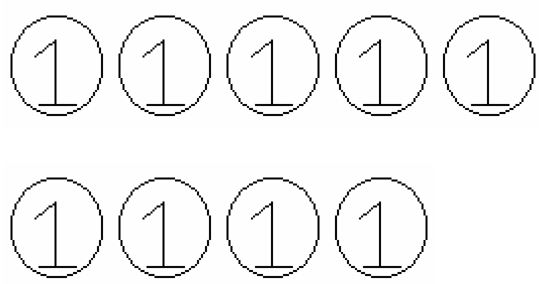
2.- La Señora Claudia y señora Dolores venden tacos en la hora de recreo en una escuela primaria, hoy vendió 16 tacos la señora Claudia y la señora Dolores vendió 22 tacos ¿Cuantos tacos vendió más la señora Dolores?

SEÑORA CLAUDIA SEÑORA DOLORES



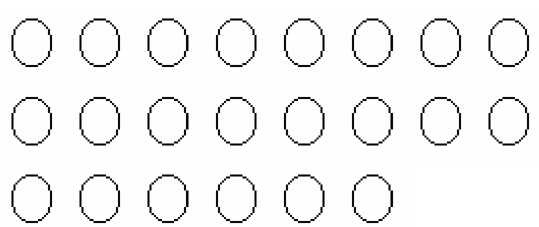


3.- Inés tiene 9 pesos para comprar 1 kilo de aguacate pero el kilo cuesta 12 pesos ¿Cuantos pesos le falta para poder comprar el kilo de aguacates?

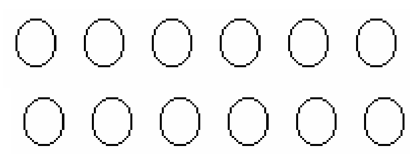


4.- Andrés tiene 22 canicas y José le regala 12 canicas más ¿Cuántas canicas tiene Andrés ahora?

ANDRÉS



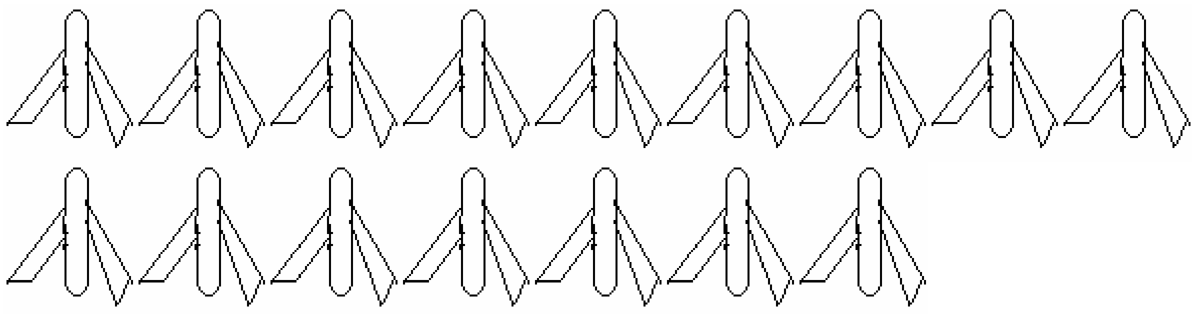
JOSÉ



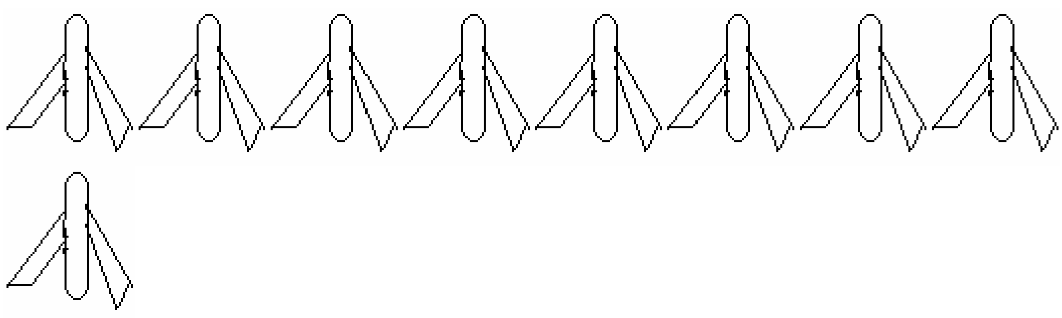
PROBLEMAS DE IGUALACIÓN: Constituyen una mezcla de los problemas de cambio y comparación debido a que existe un aumento o disminución en una de las partes, basada en la comparación de dos conjuntos separados.

1.- Jaime hizo 16 aviones y Marcos hizo nueve aviones ¿Cuántos aviones le faltó hacer a Marcos para tener los mismos que Jaime?

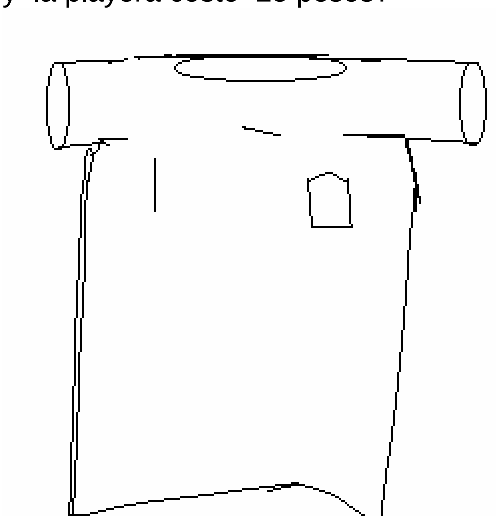
JAIME



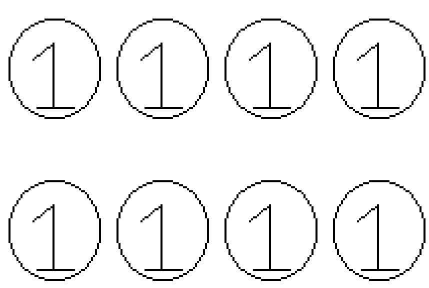
MARCOS

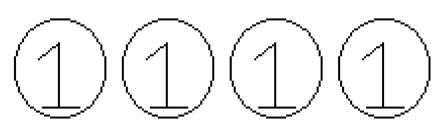


2.- ¿Cuanto puso Víctor en la compra de una playera Sí su hermano Toño puso 15 pesos y la playera costó 25 pesos?

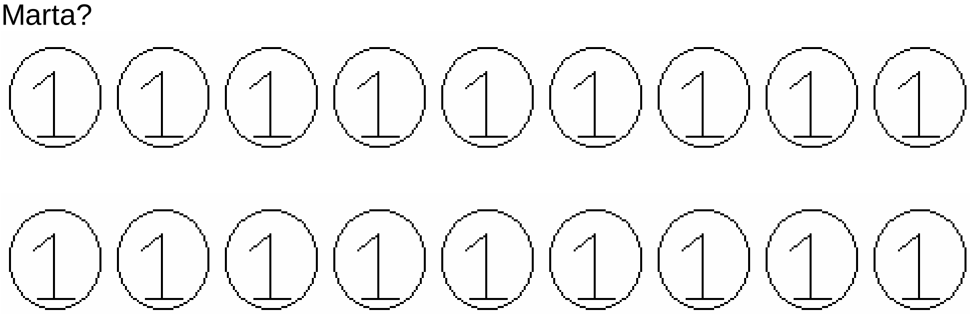


3.- Luisa tiene 8 pesos. Su tía le regaló 4 pesos más ¿Cuánto tiene ahora?





4.- Elisa y Marta tienen entre las dos 18 pesos. Elisa puso 7 pesos ¿Cuántos pesos puso Marta?



COMENTARIO Y SUGERENCIAS

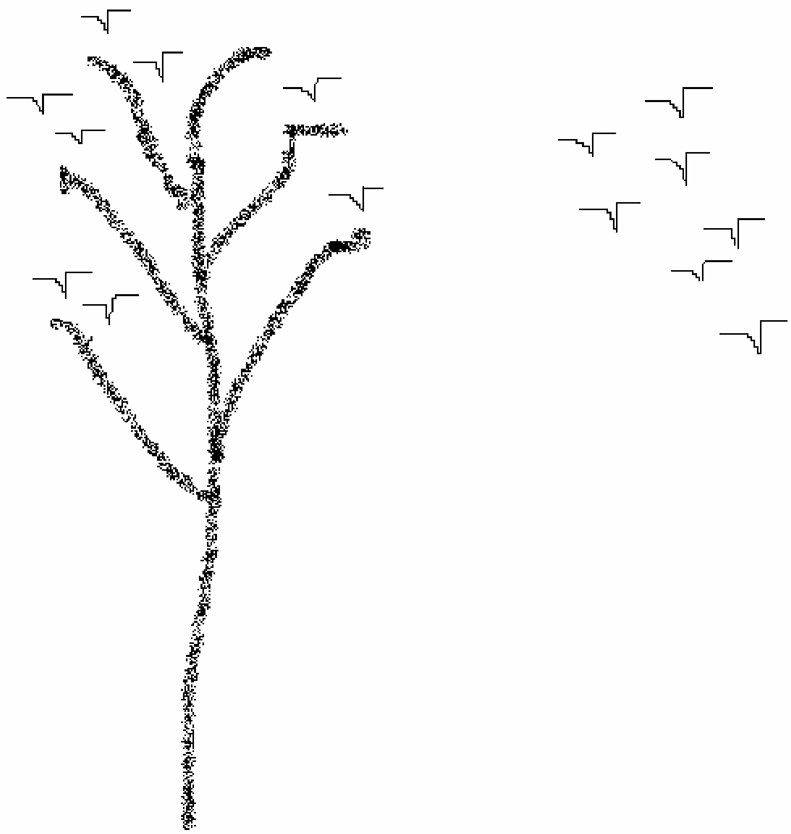
ANEXO 5

PROBLEMAS APLICADOS

Nombre del alumno: ---

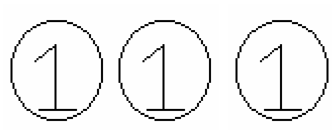
PROBLEMAS DE CAMBIO

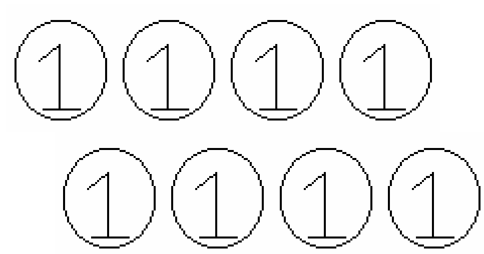
1.- En un árbol había 15 pajaritos y volaron 7 ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?



RESULTADO ---------------------------

2.- Juan tiene 3 monedas de un peso, su mamá le da 8 pesos más. ¿Cuántos pesos en total tiene Juan ahora?





RESULTADO-------------------

3.- Inventa un problema como las que acabas de realizar.

LA MUJER DE LOS BESOS DE ARENA

No me has quitado el sueño huésped.

La fosa de su voz cabecea hacia el patio. Entre orejas de ollas y jarros un poco de nostalgia se aferra.

Del color de mucho sol lleva los cabellos. Ninaá camina descalza bajo el murmullo de sus dedos de hormiga a despertar a José Palacios.

- Despierta José que necesito unas hojas de leña.

Un aire rasposo soplaba sobre el roble cuando José asomó los ojos.

Y Pensó - Dios está harto de este ruido, Él que lo entiende todo añora un transplante de cordura.

- ¿Te queda sueño mono? -

Inquirió Ninaá. Aquí se beben tiempos pesados, así que antes que despunte el sol tienes que ir a ver las espigas sí ya maduraron.

Al atardecer volvió con un montón de casca.

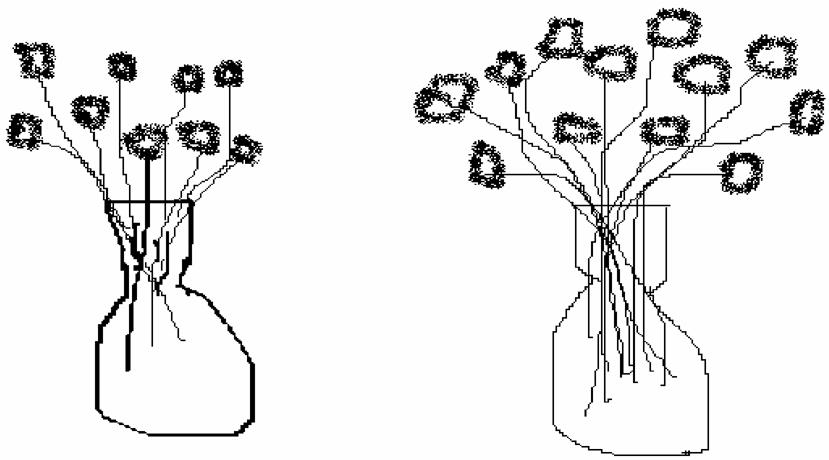
Con un leve gesto atizó la ración de ascuas del fogón y entonces comenzó a purificar a soplos la pequeña flama que se esconde.

En lo más profundo se asoma un mar de peces que resplandece en la leña sus lenguas.

POBLEMAS DE COMBINACIÓN

1.- En un florero Azul hay 9 flores, en otro florero de color Rojo hay 12 flores ¿Cuántos flores hay en ambos floreros?

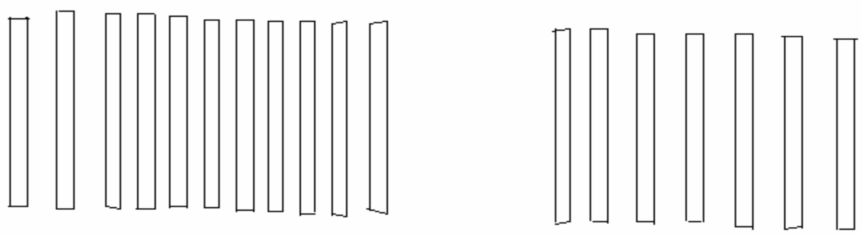
FLORE RO AZUL FLORERO ROJO



RESULTADO---------------------------

2.- La maestra Isabel y el maestro Juan tienen 18 gises. La maestra Isabel tiene 7 guises.

¿Cuántos gises tiene el maestro Juan?



RESULTADO-------------------------------

3.-Realiza un problema como las que acabas de hacer.

- Es dulce los besos interrumpidos de Ninaá -

Aunque me corte la muerte he de robar ese beso espumoso que me reniega.

Me ha dado hambre fijarme en tus alas Ninaá. La luz de espuma sucia juega el último minuto.

- Acostémonos sobre las cenizas de mármol.

“Un delicado sonido llegó desde el otoño. Los besos imprevisibles llenaron aquí galería de labios”.

Se deslizó la ilusoria curva cerrada del alba; *el amanecer liberó el hombro brillante.*

¡No Corras todavía desolada!

Tres dudas bajó la línea de su cabeza. Cae como desvelo de gotas rojas.

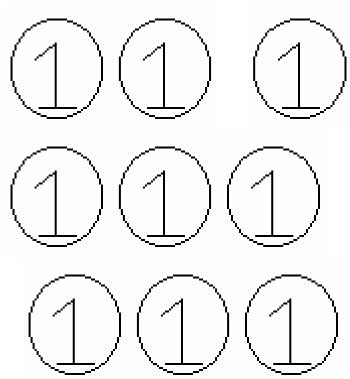
El corazón de José se le fugo del pecho y no es posible repetirse debajo de ese cuerpo lleno de hierbas.

La lluvia se suaviza. . .

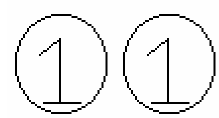
PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

1.- Si Laura tiene 9 monedas de 1 peso y Catalina 2 monedas de 1 peso ¿Cuántas monedas tiene Laura más que Catalina?

LAURA



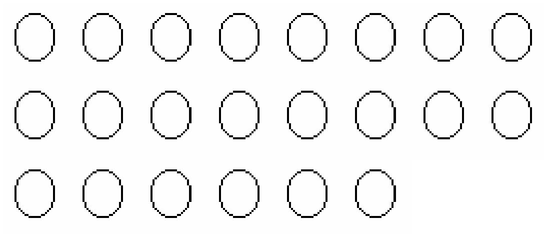
CATALINA



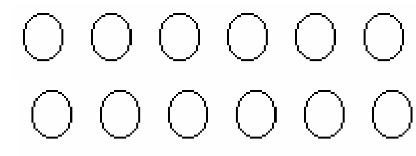
RESULTADO----------------------------

2.- Andrés tiene 22 canicas y José le regala 12 canicas más ¿Cuántas canicas tiene Andrés ahora?

ANDRÉS



JOSÉ



RESULTADO-------------------------

3.- Diseña un problema similar a las que hiciste.

LA CODIFICACIÓN ES LA RAÍZ DEL CIRCULO.

Dos fuegos se encienden al borde del oleaje

Gestos binomios sobre el crudo rastrojo de los números

despliegan fracciones en la mirada matemática

El hombre molusco arranca las fauces del labio finito.

Tú de trenzas de largo silencio

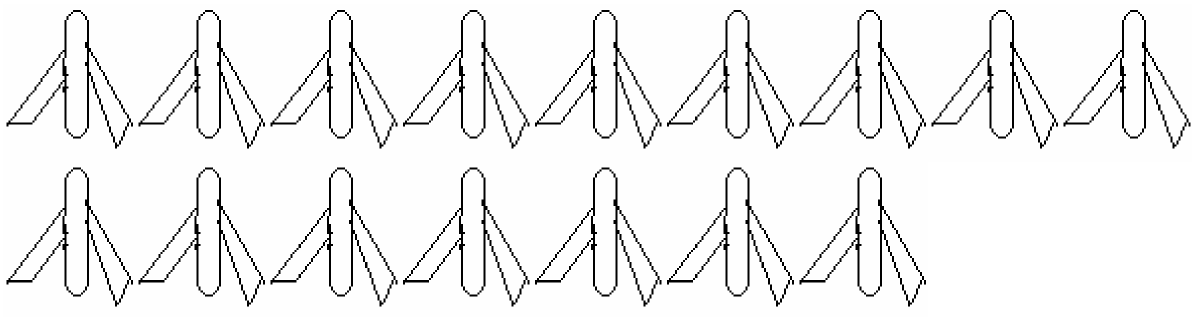
te vacías en la lengua.

Y la mirada cíclica sobre el ocaso se pudre.

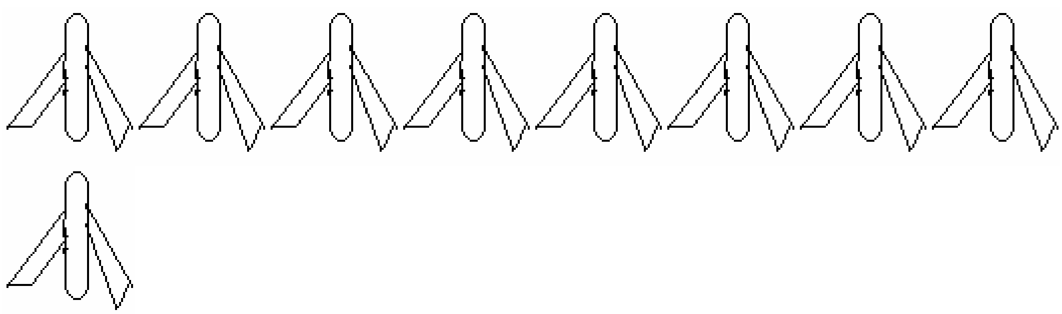
PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

1.- Jaime hizo 16 aviones y Marcos hizo 9 aviones ¿Cuántos aviones le faltó hacer a Marcos para tener los mismos que Jaime?

JAIME



MARCOS



Tus ojos son dos peces

Nadándome los ojos

Guárdame el mar por favor

Mientras te toco el vértice del tiempo.

A veces quedo sobre tu piel muriendo un poco.

Muéreme antes de que muera

por completo

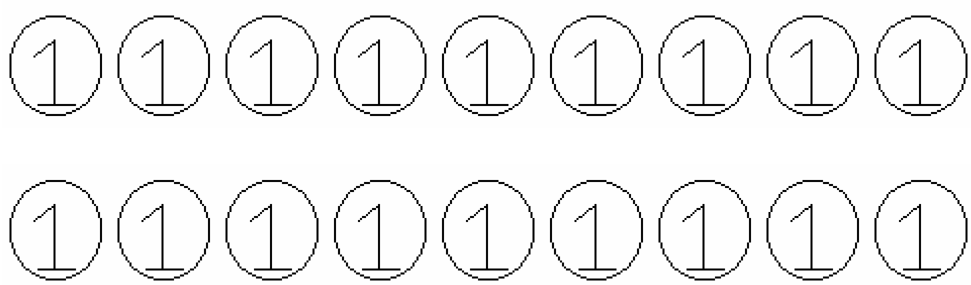
Porque hay vientos humeando como hogueras.

RESULTADO------------------------

2.- Elisa y Marta tienen entre las dos 18 pesos. Elisa puso 7 pesos.

¿Cuántos pesos puso Marta?

Pesos que tienen entre las dos (ELISA Y MARTA)



RESULTADO--------------------------

3.-Diseña un problema similar a la que acabas de realizar.