



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

**LAS REPRESENTACIONES SOCIALES DE 12 PROFESORES DE
EDUCACIÓN PRIMARIA SOBRE LAS FRACCIONES Y SU
ENSEÑANZA**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA
EN DESARROLLO EDUCATIVO:
LINEA EDUCACION MATEMATICA**

P R E S E N T A:

GLORIA IZQUIERDO CASTAÑEDA
LICENCIADA EN PSICOLOGIA EDUCATIVA

DIRECTORA DE TESIS: DRA. ALICIA AVILA STORER

MÉXICO D.F.

MARZO DE 2006

AGRADECIMIENTOS

*A mi esposo Agustín:
Por el apoyo incondicional y su infinita
paciencia al acompañarme en las
noches de desvelo*

*A mi hijo Cesar:
Por las horas que no pudimos compartir*

*Al Angelito que al brincotear en mi
mente con sus sonrisas y su ternura,
me impulsó a continuar y no
desanimarme en el recorrer de este
sendero*

*A mi asesora Alicia:
Por todas sus valiosas aportaciones
durante la elaboración de este trabajo.*

*A mi querida hermana Elba:
Por su cariño y acompañamiento
durante el largo camino que me llevó a
alcanzar esta meta.*

*A mi hermanita Marigel:
Por la gran ayuda que me brindó al
compartir sus conocimientos conmigo.*

*A mi amiga Toñita:
Por ser mi cómplice durante esta
maravillosa aventura llamada maestría*

*A mis amigos:
Natalia, Rocío, Silvestre, Alfredo y
Rubén por todo su cariño.*

*A mis maestros:
Alicia Carvajal, Mariana Sáiz y Jorge
Zendejas por su apoyo constante.*

A TODOS
MUCHAS GRACIAS

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
-------------------	---

CAPITULO I. ANTECEDENTES Y PROCESO DE INVESTIGACIÓN

1. Algunas reflexiones sobre la Educación Matemática.....	5
2. Aportes que permiten renovar la Enseñanza de las Matemáticas.....	6
3. La Política Educativa y el Enfoque de Enseñanza de las Matemáticas.....	9
4. El Proceso de Investigación.....	10
a) Justificación	
b) Estado de la Investigación	
c) Propósitos	
d) Metodología	

CAPITULO II. REFERENTES TEORÍCOS SOBRE EL CONCEPTO DE FRACCIÓN

1. Investigaciones pioneras sobre las fracciones.....	23
2. Las aportaciones conceptuales sobre los diferentes significados de las fracciones.....	27
a) La relación parte-todo y medida	
b) Fracciones como cociente	
c) La fracción como razón	
d) Las fracciones como operadores	
3. Otras aportaciones al estudio de las fracciones.....	33
a) La fenomenología de Freudenthal	
b) Streefland y los N-distractores	
c) Enfoque matemáticos sobre los números fraccionarios. Kieren (1992)	
4. Investigación sobre el aprendizaje de las fracciones realizadas en México.....	38
a) El estudio de Ávila y Mancera	
b) El trabajo de Ávila y Eudave	

CAPITULO III. LAS FRACCIONES EN EL PLAN Y PROGRAMAS VIGENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

1. En tercero se inicia el trabajo con fracciones.....	44
2. Cuarto Grado.....	47
3. Quinto Grado.....	52
4. Sexto Grado.....	57

CAPITULO IV. REPRESENTACIONES SOCIALES

1. La noción de representación social.....	61
2. Antecedentes de la noción de representación social.....	62
a) Las representaciones colectivas de Emilio Durkheim	
b) La noción de representación social según Serge Moscovici	
c) Diferencias entre la representación colectiva de Durkheim y la representación de Moscovici	
d) Representaciones Sociales según Jean Claude Abric	
❖ Funciones de las representaciones sociales	
❖ Organización y estructura de las representaciones sociales	
❖ El núcleo Central	
❖ Los elementos periféricos de la representación	
3. La representación como sistema sociocognitivo.....	71
4. Algunos estudios sobre representaciones sociales en educación matemática.....	72
a) Robert y Robinet. Representaciones de maestros de secundaria sobre las matemáticas y su enseñanza	
b) El estudio de M. L. Peltier sobre las representaciones acerca de las matemáticas de futuros maestros de primaria	
c) El estudio de A. Ávila: Los profesores y sus representaciones sobre la Reforma a las Matemáticas	
5. ¿Creencias, concepciones o representaciones?.....	78

CAPITULO V. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

1. Utilidad de las fracciones tanto en la vida cotidiana como en la escuela.....	81
1.1 Aprender fracciones en la primaria. ¿'Para que'?	
1.2 Uso de las fracciones en la vida diaria	

2. La enseñanza de las fracciones.....	85
2.1 Contenidos de Matemáticas que representan mas dificultad	
2.2 Dificultad para conducir la enseñanza de las fracciones	
2.3 Problemas más frecuentes que detecta en los alumnos al trabajar con fracciones	
2.4 Situaciones idóneas para la enseñanza de las fracciones	
2.5 Materiales empleados en clase para la enseñanza de las fracciones	
2.6 Evaluación de los alumnos en el tema de las fracciones	
3. Perspectivas sobre la propuesta SEP de enseñanza de las fracciones.....	101
3.1 Valoración de la propuesta	
3.2 Diferencias y similitudes entre la propuesta actual para la enseñanza de las fracciones y la anterior	
3.3 Trabajo con las lecciones que se refieren a fracciones en el libro de texto de los alumnos	
3.4 Opiniones sobre la transferencia de la multiplicación y división de fracciones a la Secundaria	
3.5 Uso del Fichero de Actividades de Matemáticas	
3.6 Las lecciones del libro de texto que tratan contenidos de fracciones	
3.7 Opiniones de los maestros sobre la introducción de la enseñanza de las fracciones en 3er. Grado de primaria	
4. Formación y actualización profesional de los maestros en relación con las fracciones.....	122
4.1 Las experiencias de formación	
4.2 Experiencias de Actualización	
5. Conocimiento de las fracciones.....	128
5.1 Concepto de fracción	
5.2 Vinculación de las fracciones con otros contenidos de matemáticas	
5.3 Los diferentes significados de la fracción	
 CONCLUSIONES.....	 137
 ANEXO.....	 141
 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 144

INTRODUCCIÓN

La investigación en matemática educativa ha detectado desde hace varias décadas la gran dificultad que el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones han representado para alumnos y maestros de educación básica. Esta situación se manifiesta en el bajo rendimiento observado en ambos sectores.

Las fracciones es un tema tan conocido y a la vez tan complejo en la escuela primaria, que los menores tienen que recorrer un difícil camino que inicia con las primeras ideas intuitivas de medios y cuartos, hasta llegar a las diferentes significados de las fracciones que en conjunto forman el constructo de número racional.

La reestructuración de los planes y programas de estudio de Educación Primaria en 1993, enfatiza la necesidad de un cambio de actitud del maestro ante el conocimiento matemático y la idea de lo que significa enseñar y aprender. Sin embargo en las aulas prevalecen prácticas didácticas que destacan –incluyendo el trabajo con fracciones-, la utilización de algoritmos en forma mecánica y con muy poca frecuencia, la resolución de problemas y la comprensión de los conceptos.

De acuerdo con el enfoque didáctico vigente, el maestro es uno de los protagonistas en el proceso de enseñanza, tiene la difícil tarea de organizar su trabajo planteando a sus alumnos situaciones interesantes que signifiquen un reto a vencer y así apoyarlos en la construcción de su conocimiento

Durante la década de los noventa, aparecen en México estudios que tienen como centro de análisis los conocimientos, concepciones, creencias y opiniones de los profesores relacionadas con algún contenido o recurso para la enseñanza de la matemática. Se pone de manifiesto que las fracciones y los conceptos asociados a ellas siguen siendo el tema de la aritmética que presenta mayores dificultades en la educación primaria.

El presente estudio coloca al maestro como foco de atención dentro del complejo proceso educativo. Pretende darle la palabra, que sea él quien opine sobre las fracciones y las dificultades que ha afrontado durante su práctica docente alrededor de este contenido. El profesor al estar frente a su grupo ha construido durante su vida profesional, representaciones sociales que le permiten pensar de determinada manera y tomar decisiones sobre el proceso de enseñanza en general, y de las fracciones en particular.

La presente investigación pretende conocer las representaciones sociales de un grupo de 12 profesores de Educación Primaria en torno a las fracciones y su enseñanza.

Los objetivos de la investigación son los siguientes:

1. Identificar cuáles son las representaciones sociales que tienen 12 maestros de primaria sobre las fracciones.
2. Analizar cuáles son las principales dificultades que los maestros identifican en la enseñanza de las fracciones
3. Conocer cómo interpretan los maestros el enfoque y las directrices para la enseñanza de las fracciones expresada en el Plan y Programas de Educación Primaria 1993.

En el primer capítulo se presentan los principales referentes teóricos sobre el concepto de fracción; estos trabajos se han abocado a estudiar la complejidad de este contenido: dificultades que enfrentan los alumnos para comprender la noción, así como los diferentes significados que subyacen a la misma.

En el segundo capítulo revisaremos la forma en que se introducen las fracciones en el Plan y programas de estudio de educación primaria y la incorporación paulatina de los diferentes significados en los grados de 3º a 6º

El tercer capítulo corresponde a la fase documental sobre las representaciones sociales de los maestros basada en el concepto de Representaciones Sociales de Abric (1997) Aquí se exponen también algunos estudios sobre representaciones sociales en Educación Matemática.

El cuarto capítulo contiene el análisis de las respuestas ofrecidas por los docentes entrevistados sobre las fracciones y su enseñanza, las cuales responden a los propósitos del estudio señalados anteriormente: identificar cuáles son las representaciones sociales que tienen 12 maestros de primaria sobre las fracciones, analizar cuáles son las principales dificultades que identifican en la enseñanza de las fracciones y conocer cómo interpretan el enfoque y las directrices para la enseñanza de este tema.

El análisis de las respuestas permitió obtener importantes conclusiones a 12 años de implantada la reforma educativa en la educación primaria mexicana. A partir de esas conclusiones pudimos constatar entre otros aspectos que:

Los maestros consideran a las fracciones como el tema de las matemáticas más difícil de abordar en la escuela primaria o al menos, uno de los más difíciles; también destaca la preocupación por algunos aspectos matemáticos como la dificultad para comprender el sentido del denominador y el numerador, la equivalencia y los algoritmos, así como el logro de la abstracción en los alumnos.

Se observa además en las respuestas de los docentes un desconocimiento de la propuesta incorporada por la SEP para la enseñanza de las fracciones, de hecho, es necesario hacer hincapié en que la presente investigación se derivó de una idea presentada en el proyecto inicial de ingreso la maestría en Desarrollo Educativo. En relación con el trabajo me llamaba mucho la atención investigar qué sucedía en los maestros de primaria con esos cambios al programa anterior, por ejemplo: el aplazamiento de la introducción de las fracciones a tercer grado y el

trabajo más intenso sobre los diferentes significados de las fracciones propuesto en el plan de 1993: ¿Los maestros realmente introducían las fracciones hasta tercer grado, o lo hacían desde primero como en el plan anterior? ¿Los docentes conocían los diferentes significados de la fracción para poder trabajarlos en los grados en que van apareciendo? ¿Por qué había tantas dificultades para la adquisición de este contenido, tanto para los niños como los maestros? Estas preocupaciones me motivaron a proyectar una investigación que me permitiera conocer cuáles eran las representaciones sociales que tienen los profesores sobre las fracciones y sus diferentes significados en la enseñanza, entendiéndose como representaciones sociales los conocimientos, creencias y modos de pensar y de actuar en su práctica docente en torno a este concepto; asimismo me interesó analizar cuáles son las principales dificultades que tienen los maestros para comprender los diferentes significados de la fracción, cuestión que se introdujo con el plan de 1993.

Sin embargo al realizar el pilotaje del instrumento inicialmente elaborado, encontré que los maestros que respondieron mis preguntas, no conocían los diferentes significados de las fracciones y ni siquiera comprendían la pregunta que les planteaba al respecto. En otras palabras, resultaba prácticamente imposible desarrollar la investigación sobre este tema y por eso reorienté la investigación de la manera indicada anteriormente.

CAPITULO I

ANTECEDENTES Y PROCESO DE INVESTIGACIÓN

1. ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

a) **Valoraciones sociales sobre las matemáticas**

Dentro de los referentes sociales y culturales de la educación, se observa una idea arraigada y transmitida por generaciones en torno a las matemáticas: ésta se considera una disciplina compleja, accesible sólo a alumnos muy inteligentes. Incluso muchos padres que observan en sus hijos un buen rendimiento escolar de esta disciplina - reflejado en calificaciones en la boleta - auguran un futuro promisorio para ellos en su vida profesional (como contador, ingeniero, actuari, etc.) en el que las matemáticas jueguen un papel importante.

Estas ideas son muy socorridas en nuestra sociedad por muchos padres y profesionales en educación y han colocado al conocimiento matemático en un lugar de privilegio dentro del currículo.

b) **Situación actual de la educación matemática en México.**

Si se analiza la situación actual que vive la educación matemática en México se identifican datos que expresan un estado alarmante, por ejemplo: alto índice de reprobación de esta materia en las Instituciones Educativas de todos los niveles y bajísimo promedio en el proceso de evaluación matemática que realizó la OCDE en distintos países. En esta evaluación México obtuvo 100 puntos abajo de la media, en el año 2001, colocándose en el penúltimo lugar entre los países evaluados.

Ya desde 1992, los indicadores disponibles sobre la calidad educativa señalaban a México como un país de reprobados. Las calificaciones de los exámenes de

admisión a secundaria, bachillerato y licenciatura en el sector público eran en promedio no aprobatorias y algunas veces inferiores a cinco, específicamente en matemáticas donde las franjas reprobatorias eran de tres y cuatro en promedio. (Guevara Niebla, 1992:15)

Al continuar con el análisis del estado de la educación en 1992, Guevara Niebla destaca también una endeble formación del magisterio, una inadecuada supervisión del desempeño docente en el aula y una pobre evaluación continua y rigurosa de la calidad educativa, entre otras carencias de nuestro sistema educativo.

La importancia de revisar la enseñanza de las Matemáticas dentro de la Educación Primaria en México, la destaca también Fuenlabrada (1995:5) al referirse a los indicadores del aprendizaje escolar en este nivel: el alto índice de reprobación, baja calidad en la educación y dificultad para utilizar las operaciones básicas en la resolución de problemas; de hecho, según dice esta autora, los niños no saben en qué situaciones problemáticas pueden usarlas.

2. APORTES QUE PERMITIERON RENOVAR LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Durante las últimas tres décadas la educación matemática ha tenido avances y se han hecho aportaciones al currículo a partir de diferentes investigaciones nacionales y extranjeras, sobre todo en la educación elemental. En México, se ha trabajado en esa dirección, principalmente en el Laboratorio de Psicomatemática del DIE-CINVESTAV, en la UPN y en el Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV.

Algunos estudios realizados señalan lo siguiente: las matemáticas muestran las exigencias de conocimientos que van más allá de la escuela; por ello, el

aprendizaje de las matemáticas no se circunscribe al aula ni a los objetivos de los planes y programas, visualizados éstos como un conjunto de conocimientos acumulativos que respondan en su mayoría a las pruebas académicas empleadas en la escuela. Al respecto Block afirma que: “la sociedad requiere de un manejo funcional de las matemáticas que la escuela tradicional no puede aportar”. (Block 1986:13). Gracias a las aportaciones de la Psicología Genética hoy sabemos que las nociones que el niño adquiere durante su aprendizaje atraviesan por un complicado proceso de construcción del conocimiento por eso no pueden ser transmitidas por el profesor.

En la Educación Primaria ha existido durante muchas décadas un proceso de enseñanza de las matemáticas donde el maestro es el único poseedor de los conocimientos y su función es transmitirlos a los alumnos. Otra característica que ha prevalecido en la enseñanza de las matemáticas es que se ha privilegiado la transmisión verbal de los conceptos matemáticos y la práctica de algoritmos, sin considerar las posibilidades e intereses de los alumnos. La metodología utilizada desde esta perspectiva, ha sido ineficaz porque no es atractiva ni motivadora para las inquietudes naturales del desarrollo mental de los estudiantes.

Una aportación importante desde la psicología y su articulación con la enseñanza de las matemáticas es la del psicólogo francés Gérard Vergnaud quien afirma que “el significado de la enseñanza de las matemáticas está estrechamente ligado con la motivación y que el alumno, para interesarse, necesita encontrar un sentido a las enseñanzas que se le transmiten” (Vergnaud; 1997:129). Este investigador explica que para que un contenido tenga sentido para el niño, es preciso que lo relacione con actividades que le sean significativas: de exploración y experimentación de orden científico, o actividades de la vida cotidiana; también se necesita que el niño encuentre en el contenido un problema que no sea excesivamente fácil, ni excesivamente difícil.

De acuerdo con este enfoque, el objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas es la situación didáctica, expresada por Brousseau como un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto *medio* (que comprende eventualmente instrumentos u objetos), el conocimiento y un sistema educativo (representado por el profesor). Desde esta perspectiva, el papel del maestro en la enseñanza será a provocar que sus alumnos actúen, reflexionen y evolucionen en su proceso de aprendizaje, por medio de la selección de problemas que les posibiliten la adquisición de conocimientos.

Al hablar de situación didáctica, Brousseau (1993) comenta que el concepto moderno de la enseñanza pide al maestro provocar en el alumno las adaptaciones deseadas frente a un problema que se le propone. Estos problemas que el alumno acepta, deben hacerlo obrar, hablar, reflexionar y evolucionar con su particular movimiento. El niño acepta el problema como suyo, pero no habrá adquirido el conocimiento realmente hasta que sea capaz de ponerlo en práctica en situaciones ajenas al contexto de enseñanza. Brousseau llama a esta situación a-didáctica (en el sentido en que desaparece en ella la intención de enseñar) El maestro prepara situaciones a-didácticas que estén a su alcance. Esta parte es una parte esencial de una situación más vasta. El docente trata de plantear al alumno situaciones a-didácticas que provoquen en él una acción más independiente y más fecunda. El enseñante está entonces implicado en un juego de interacciones del alumno con los problemas que le plantea. Este juego es la situación didáctica (Brousseau; 1993:14)

Diseñar situaciones de aprendizaje para la construcción del conocimiento no es una tarea fácil para el maestro y llevarla a cabo mucho menos. Sin embargo, la Reforma Educativa incorporada en 1993 a la Educación Primaria presenta un enfoque metodológico que cambia las concepciones de aprendizaje, basadas en corrientes constructivistas como la expresada anteriormente. El modelo de enseñanza propuesto para matemáticas, no solamente ha cambiado la estructura

organizativa del programa, sino también la forma en que se relacionan los contenidos y el modo de interactuar del profesor con los alumnos y entre los propios alumnos.

Ahora el maestro no solamente tiene que dominar el contenido matemático sino una metodología de enseñanza que todavía para muchos profesores (a 12 años de la implementación de la reforma) no resulta familiar y con la cual falta mayor contacto.

Una forma de generar la construcción del conocimiento en el alumno es permitir que éste participe y tome la iniciativa para realizar el trabajo y promover el aprendizaje en colaboración con los compañeros, es decir, hoy en día se requiere un alumno activo en su relación con el objeto de conocimiento.

La necesidad de revisar la enseñanza de las Matemáticas dentro de la Educación Primaria en México, propició la búsqueda de alternativas para tratar de abatir la deserción, la reprobación y por consecuencia, elevar la calidad de la educación.

3. LA POLÍTICA EDUCATIVA Y EL ENFOQUE DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Elevar la calidad de la educación ha sido una preocupación central durante los últimos sexenios presidenciales, así en el Plan Nacional de Desarrollo 1983-1988 se señala: “El cumplimiento de estos propósitos [los planteados para el sector educativo] exige la realización de acciones, considerando la necesidad de mejorar la calidad de los servicios educativos”. En el Programa para la Modernización Educativa 1989-1994 encontramos un discurso similar: “El gran reto hoy es la calidad de la educación La característica distintiva de la educación moderna debe ser la calidad.”

Por otra parte, el Plan Nacional de Desarrollo 1995-2000 destaca al respecto que: una de las demandas más repetidas es una educación de buena calidad; se considera que es tiempo de elevar su calidad en beneficio de todos.

Esta preocupación del Estado se encuentra reflejada actualmente en el currículo, con las modificaciones realizadas en los años noventa.

En mayo de 1992 se firma el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica y con la Reforma iniciada en 1993 da un cambio la forma de enseñanza de las matemáticas que se propone en los documentos oficiales, donde se resaltan como ideas fundamentales:

- a) la resolución de problemas como núcleo del aprendizaje y de la enseñanza
- b) la construcción del conocimiento mediante la interacción social y
- c) la consideración de los conocimientos previos de los niños como punto de partida para el aprendizaje. Adicionalmente en la educación Primaria, la formación matemática elemental deberá promover la destreza en la selección y el uso de información, como se expresa en Plan y Programas de estudio de Educación Primaria de 1993.

De este modo, se pone de manifiesto la importancia de los conocimientos matemáticos en la formación inicial de los alumnos.

4. EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN

a) Justificación

Dentro de los contenidos matemáticos del Plan de estudios vigente en la escuela Primaria, se destacan las fracciones y sus operaciones, contenido que presenta especial interés por la dificultad que representa su adquisición para muchos profesores y alumnos.

Es cierto -como afirma Mancera-, que trabajos específicos sobre la enseñanza de las fracciones que se han dado en nuestro país son escasos; esto a pesar de que tanto alumnos como docentes del nivel básico siguen enfrentando las dificultades inherentes a ella. Sin embargo han existido esfuerzos por atender dichas dificultades implementando diferentes estrategias metodológicas y modelos teóricos a través del currículum que se expresan en las diferentes Reformas educativas que han tenido lugar en nuestro país desde los años 60 (Mancera 1992).

En relación con los números fraccionarios se realizaron dos modificaciones importantes en el Plan y programas de 1993:

- Se aplazó la introducción de las fracciones hasta tercer grado, debido a su complejidad (anteriormente se trabajaban desde el 1er. Grado).
- La multiplicación y división de fracciones se transfirieron a la Secundaria, proponiéndose a cambio un trabajo más intenso sobre los diferentes significados de la fracción: reparto, medición, razón y división.

En mi experiencia personal he observado muchas dificultades en la adquisición de los contenidos matemáticos, pero el aprendizaje de las fracciones ha representado para mí una gran preocupación, sobre todo en los últimos grados de Educación Primaria.

Aún con la reestructuración de los planes y programas de estudio, prevalecen en las aulas prácticas de enseñanza de las fracciones que enfatizan la utilización de algoritmos en forma mecánica y con frecuencia, derivan en serias dificultades en la resolución de problemas y la comprensión de los conceptos involucrados. Un referente que constata esta problemática es el estudio realizado por Ávila y Mancera (1986) quienes afirman que los niños presentan serias dificultades al ingresar a la secundaria, entre otras razones porque:

“La fracción es un concepto que, para los niños, implica más dificultades de las que comúnmente suponemos”, aunque, afirman también que “...las dificultades para construir el concepto de fracción, no son privativas de nuestro país ya que en varios otros se han registrado dificultades similares...” (cf. Ávila y Mancera 1986).

A casi veinte años de realizado este estudio, en el último reporte del Estado de la Investigación Educativa en nuestro país (Avila, Block y Carvajal; 2003), se pone de manifiesto que las fracciones y los conceptos asociados a ellas siguen siendo el tema de la aritmética que presenta mayores dificultades al finalizar la educación primaria.

Los resultados del estudio realizado recientemente por Eudave y Ávila (2004) confirman la aseveración anterior. Esta investigación se realizó en una población de alumnos amplia y diversa que incluyó tanto escuelas rurales como urbanas. En la prueba de 6º grado se presentaron “porcentajes de aciertos menores en los reactivos que implican resolver un problema, y mayor dificultad con fracciones” (Ávila y Eudave 2004:342) Los limitados resultados en el aprendizaje de las fracciones se mantienen, según se reporta en el estudio.

Por otra parte – y a pesar de las innovaciones introducidas con las reforma de 1993 - se ha observado que un número importante de profesores conciben la noción de fracción desde un punto de vista muy restringido (parte-todo), dato que puede apreciarse en los resultados de los Exámenes de Acreditación de los Cursos Nacionales de Actualización (PRONAP) del Distrito Federal 2001-2002 aplicado a una población de 31 717 maestros (SEP 2001-2002). En dichos exámenes se observa un dominio deficiente en los diferentes significados de las fracciones y sólo el 16.46% de los docentes participantes obtuvieron altos puntajes en el contenido de las fracciones en situaciones de reparto sencillas.

Estudios diversos han permitido determinar que las fracciones tienen distintos significados y aplicaciones que es necesario tomar en cuenta para poder conducir adecuadamente el aprendizaje de los alumnos, principalmente en los grados de quinto y sexto, donde se abordan diferentes interpretaciones de la fracción. De ahí que el docente requiera una buena comprensión de las fracciones como prerrequisito para su enseñanza. Hoy en día es un imperativo proporcionar a los niños una adecuada experiencia con las diversas interpretaciones de las fracciones, si es que el interés pedagógico es lograr la comprensión del concepto.

b). Estado de la Investigación

Década de los ochenta

En los años 80 encontramos en México investigaciones centradas principalmente en los alumnos. Dichos estudios se han orientado hacia las habilidades, errores y conceptualizaciones de los niños (Block, D., y G. Waldegg 1995). En relación con los números racionales contamos con los estudios de Padilla (1984), Ávila y Mancera, (1987-1989) así como los trabajos de Figueras (1989 y 1990), entre otros.

Estas investigaciones se caracterizan por el uso de dos tipos de instrumentos para la obtención de datos: pruebas con papel y lápiz y entrevistas individuales para conocer el desempeño con los números racionales.

El estudio de Padilla (1984) que se llevó a cabo en el DME del CINVESTAV sobre el estudio de los números racionales, consistió en la aplicación de un cuestionario sobre diferentes aspectos relacionados con el número racional a 145 alumnos entre 5º y 6º grado, primero de secundaria y normal de educadoras. Al analizar las respuestas, Padilla concluyó que había dificultades que permanecían estables independientemente de la edad y la escolaridad.

El estudio de Ávila y Mancera (1987 y 1989) fue exploratorio. Estos investigadores trabajaron con 293 niños de sexto de primaria y primero de secundaria con el objeto de identificar los conocimientos e interpretaciones de los números racionales con que contaban los niños que concluían la primaria en esa época.

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron pruebas de lápiz y papel con preguntas de respuesta abierta. El estudio permitió observar que los niños egresaban de la primaria con escasos conocimientos sobre las fracciones y sus interpretaciones sobre la fracción estaban asociadas a la idea de dividir en partes iguales una superficie plana.

Más de la mitad de los niños dieron respuestas *insuficientes* al realizar interpretaciones de las fracciones: centración en el numerador, o *erróneas* (entender como yuxtapuestos el numerador y el denominador). Sólo pocos niños logran representar correctamente fracciones mayores a la unidad.

O. Figueras (1988), por su parte, centra la indagación en las habilidades para interpretar y utilizar el lenguaje simbólico convencional utilizado en la primaria. Realiza su investigación con 111 alumnos de 11 a 14 años que cursaban el primer grado de secundaria, momento crucial para el alumno, donde pasa de un nivel escolar a otro y los objetivos y las formas de enseñanza también se modifican.

Figueras aplicó pruebas y entrevistas individuales y después de su análisis, reportó que encontró errores al interpretar los números racionales asociados a dos modelos utilizados en la enseñanza: el continuo y el discreto. Para el modelo continuo las principales categorías de fracaso son: la no consideración del todo, el predominio de la cardinalidad de la parte, el predominio del denominador y errores de conteo.

En esta década no se encontraron investigaciones sobre representaciones, creencias o concepciones de los maestros sobre la enseñanza de la matemática o de la enseñanza de las fracciones en particular.

Década de los noventa

Entre los años 1992 y 2002 se realizaron en México trabajos relacionados con la investigación centrada en los alumnos alrededor del aprendizaje de las fracciones, contenido matemático que fue el objeto de estudio más frecuente en la década. (Avila, Block y Carvajal; 2003).

También durante la década de los noventa, aparecen en México estudios que tienen como centro de análisis los conocimientos, concepciones, creencias y opiniones de los profesores relacionadas con algún contenido o recurso para la enseñanza de la matemática. Ahora se trata de conocer no solamente el desenvolvimiento de los niños, sino también el papel de los profesores ante las matemáticas y su enseñanza. “Conocer qué saben, cómo piensan, qué opinan y qué creen los maestros u otros profesionales sobre temas particulares o sobre la enseñanza de las matemáticas en general son los propósitos centrales de estos trabajos” (Avila, Block y Carvajal; 2003; 70)

De los 10 trabajos identificados en este rubro, dos se centran en las concepciones de los profesores sobre las fracciones:

1) *De León y Fuenlabrada (1997)*. Estos investigadores analizan las concepciones de los maestros sobre la noción de fracción como cociente. La investigación se realizó con 25 profesores: 22 de primaria y tres de normal en servicio, durante tres sesiones de cuatro horas cada una de un curso de actualización de 53 horas. En las conclusiones los investigadores refieren que:

- a) Los profesores ponen en juego el significado de cociente de manera no explícita al realizar las actividades propuestas,

- b) Conocen el significado de cociente a nivel discursivo, pero al tratar de solucionar problemas, no les resulta funcional y,
- c) Recurren con mucha frecuencia a procedimientos y esquemas producto de su experiencia.

Estas ideas reducen y deforman la noción de fracción, constituyéndose en un obstáculo para comprender el significado de cociente. Una de estas ideas-obstáculo es el considerar que el resultado de una división se expresa solamente en enteros o en notación decimal. También se detectó que los profesores se resisten a transformar una división de enteros en una fracción.

2) *Aguilera (2001)*. Este estudio se dedica al análisis del papel de los sistemas de representación gráfica en los procedimientos que utilizan profesores normalistas para resolver problemas que impliquen fracciones.

La investigación se realizó con 48 profesores de 3º a 6º de primaria del estado de Aguascalientes. Se solicitó a los docentes que diseñaran tres problemas que involucraran fracciones y resolvieran otros tantos. Finalmente se les realizó una entrevista (clínica) a partir de sus producciones.

Algunas conclusiones que destacan en este trabajo son las siguientes:

- a) Parece haber una fuerte correlación entre la posibilidad de éxito en la resolución y la solución pertinente y uso de cierto tipo de representación.
- b) Parece haber relación entre la estructura del problema y las posibilidades de éxito.
- c) Los profesores reconocen como problemas de fracciones los problemas de reparto.

No existe suficiente evidencia en el estudio para relacionar aspectos de formación profesional ni de experiencia laboral con las respuestas emitidas por los profesores.

Después de esta somera exposición sobre la problemática de la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria, estamos en condiciones de preguntarnos a 12 años de la implantación del nuevo enfoque de enseñanza:

- ¿Cuáles son las representaciones sociales que tienen los maestros sobre las fracciones, su aprendizaje y su enseñanza?
- ¿Cómo repercuten estas representaciones en la enseñanza de las fracciones?
- ¿Encuentran dificultades para conducir el aprendizaje de este contenido?
- ¿Conocen y manejan en el aula los lineamientos pedagógicos oficiales sobre dicho tópico?
- ¿Utilizan los materiales didácticos distribuidos por la Secretaría de Educación para enseñar este tema?
- ¿Cómo evalúan el aprendizaje de las fracciones en sus alumnos?

c) Propósitos

La presente investigación, como puede desprenderse de las preguntas anteriores, tiene como propósito general conocer las representaciones sociales que tiene un grupo de 12 profesores de Educación Primaria en torno a las fracciones, su aprendizaje y su enseñanza.

Los siguientes objetivos específicos marcan los alcances y límites de la investigación:

1. Identificar cuáles son las ideas con base en las que los docentes orientan la enseñanza de las fracciones
2. Analizar cuáles son las principales dificultades que los maestros identifican en el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones

3. Conocer cómo interpretan el enfoque y las directrices para la enseñanza de este tema expresada en el Plan y Programas de Educación Primaria 1993.

d) Metodología

La presente investigación se llevó a cabo en dos partes. Inicialmente se realizó un trabajo documental donde se revisaron las investigaciones realizadas tanto en México como en el extranjero sobre las fracciones y su enseñanza en la escuela Primaria. Las fracciones es un contenido que ha interesado abordar a muchos investigadores de la educación matemática, y muchas de sus aportaciones han sido retomadas en los materiales que el maestro utiliza actualmente para llevar a cabo su labor docente: Plan y programas de estudio, libros para el maestro y fichero de actividades didácticas; no obstante, las dificultades en este tópico persisten tanto en alumnos como en maestros.

Asimismo se realizó una búsqueda de investigaciones relacionadas con las fracciones y su enseñanza pero centradas en el maestro. Esta primera fase documental permitió orientar la investigación hacia las representaciones sociales de los maestros sobre las fracciones y su enseñanza, con base en el concepto de Representaciones Sociales de Abric (1997).

La segunda parte de la investigación correspondió al trabajo de campo dentro de un enfoque cualitativo. Consistió en la recolección y análisis de datos así como la redacción del informe correspondiente. El trabajo se soporta con toda la revisión documental expresada en la primera parte la cual se enriqueció y amplió durante todo el proceso de investigación. Se pretendió *dar la palabra al maestro*, que sea él quien opine sobre este contenido y las dificultades que ha afrontado durante su práctica docente como principal protagonista en esta empresa

Como dije antes, el trabajo se ubica en el marco de la investigación cualitativa como un proceso que, como dice Flick (2002), no puede entenderse como lineal

(teoría, hipótesis, operacionalización, muestreo, recolección de datos, interpretación de datos, validación) sino de manera circular; es decir mediante un acercamiento cada vez más profundo, que obliga al investigador a reflexionar permanentemente en el proceso de investigación y en los pasos particulares a la luz de los otros pasos dados.

INSTRUMENTOS

Siendo la entrevista una de las herramientas más importantes para la identificación de las representaciones sociales (Abric 1997), constituyó un método indispensable en este estudio. Según los lineamientos de la entrevista, se pueden realizar las mismas preguntas y cuestiones exploratorias a todos los entrevistados, pero el orden puede alterarse según las reacciones de éstos (Denzin, cit. por Goetz y LeCompte 1988). Lo anterior considerando que la flexibilidad en el orden de las preguntas permite una actitud natural y receptiva por parte del entrevistador y una situación cómoda para el entrevistado.

Para la presente investigación se diseñó una entrevista con 22 preguntas que permitieron el levantamiento de datos (ver anexo). Las preguntas engloban los propósitos del estudio señalados anteriormente: Identificar cuáles son las representaciones sociales que tienen 12 maestros de primaria sobre las fracciones; analizar cuáles son las dificultades que los docentes identifican en la enseñanza de las fracciones y conocer cómo interpretan el enfoque y las directrices para la enseñanza del tema expresadas en el Plan y Programas de Educación Primaria 1993.

Inicialmente la guía de la entrevista constaba de 30 preguntas, pero en el estudio-piloto se observó que los maestros desconocían los diversos significados de la fracción que interesaba indagar, además que algunas preguntas provocaban respuestas repetitivas y por estas razones se eliminaron ocho cuestionamientos.

Considero que con las preguntas incluidas finalmente, se obtuvo una visión amplia de lo que piensan los profesores sobre las fracciones y su enseñanza.

Las entrevistas fueron realizadas individualmente y en el lugar de trabajo de cada uno de los profesores (aula, patio de la escuela, etcétera).

SUJETOS

Para la selección de los maestros a quienes se entrevistó, se establecieron los siguientes criterios:

- Que el grado que atendieran durante la investigación fuera tercero, cuarto, quinto o sexto de educación primaria, grados que incluyen el estudio de las fracciones.
- Que tuvieran la disposición e interés de cooperar para responder a las preguntas planteadas en la entrevista.

Estas entrevistas se aplicaron a 12 maestros en servicio de 3º a 6º grados de educación primaria oficial del Sector 22 perteneciente a la Dir. No. 2 de Educación Primaria, Delegación Política Gustavo A. Madero del D.F. Todos laboraban en el turno matutino, en escuelas reconocidas por la comunidad como 'buenas escuelas'.

Las características del grupo de profesores entrevistados pueden verse en el cuadro que aparece en la página siguiente.

Cabe señalar que los nombres de los profesores han sido cambiados para conservar el anonimato.

La investigación no pretende ser un estudio amplio ni estadísticamente representativo, como sucede en las investigaciones de corte cuantitativo. Sin embargo, creo que el análisis de los datos emanados de las 12 entrevistas dará una idea del pensamiento de los docentes sobre las fracciones y su enseñanza.

Posteriormente al levantamiento de los datos se procedió a realizar las transcripciones de cada una de las entrevistas y el ordenamiento del tipo de respuestas ofrecidas por los maestros. Los resultados de este análisis se presentan en el capítulo respectivo.

Algunas características de los profesores entrevistados en la investigación

Nombre	Antigüedad en el servicio	Preparación Profesional	Grado que atiende	Experiencias de actualización sobre fracciones
Concepción	20 años	Normal Básica ENM, Licenciatura en Derecho UNAM.	4º grado	Ninguna
Graciela	22 años	Normal Básica, Licenciatura en Historia UNAM	5º grado	Ninguna
Silvia	23 años	Normal Básica	4º grado	Ninguna
Alicia	20 años	Normal Básica ENM, Licenciatura en Educación Primaria UPN	6º grado	Ninguna
Ana María	26 años	Normal básica, Lic. en Educación Primaria UPN, Lic. en Historia ENSM	6º grado	Cursos PRONAP 1ª y 2ª. parte
Patricia	18 años	Normal Básica	3er grado	Cursos PPRONAP 1ª.y 2ª. parte
Delia	24 años	Normal básica y 2 años de Licenciatura en Educ. Prim. UPN	5º grado	Cursos PRONAP 1ª. parte
Pedro	21 años	Normal Básica, Diplomado "Desarrollo Profesional y personal del Magisterio" en la Universidad de las Américas y Licenciatura en letras hispánicas UNAM	6º grado	Cursos PRONAP 1ª y 2ª parte
Gerardo	7 años	Licenciatura en Educación Primaria, Diplomado en Matemáticas UPN	4º grado	Diplomado en Matemáticas y cursos en CONAFE de Matemáticas
Lourdes	22 años	Normal Básica ENM, Licenciatura en Psicología Educativa ENS	5º grado	Ninguno
Lorena	17 años	Normal Básica ENM, Licenciatura en Psicología Educativa ENS	5º grado	Cursos PRONAP 1ª y 2ª parte
Ma. Antonia	22 años	Normal Básica	4º grado	Ninguna

CAPÍTULO II.

REFERENTES TEÓRICOS SOBRE EL CONCEPTO DE FRACCIÓN

Dentro de los contenidos matemáticos del Plan de estudios vigente en la escuela Primaria, se destacan las fracciones y sus operaciones; este contenido presenta especial interés por la dificultad que su adquisición representa para muchos profesores y alumnos.

Investigaciones realizadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones, permiten observar que la problemática no es nueva, ni corresponde exclusivamente a México. A continuación se presentarán algunos estudios que permitieron identificar las principales dificultades que enfrentan los alumnos al trabajar con fracciones.

1. INVESTIGACIONES PIONERAS SOBRE LAS FRACCIONES

Gardner 1941

Según reporta Martha Dávila en su tesis de maestría (2002) uno de los primeros estudios sobre las fracciones fue el realizado por Gardner (cit. por Kieren) en 1941 en Escocia. El estudio consistió en analizar una muestra de 24 000 operaciones de suma, resta, multiplicación y división de fracciones resueltas por los alumnos, cuyo propósito era conocer los errores más frecuentes que cometían al operar con fracciones. Con los resultados obtenidos en esta investigación, se buscaba dar al maestro sugerencias que permitieran a sus alumnos mejorar la operatoria con fracciones. Destaca que el 36% de las operaciones de suma y un poco más del 50% de las divisiones tuvieron errores. Gardner concluyó que dichos errores se debían a la falta de comprensión de los alumnos sobre el proceso que se debe seguir al operar o bien, al emplear algoritmos erróneos.

En este estudio pionero se observa una concepción sobre la enseñanza de las fracciones aún vigente en muchos maestros, según la cual saber matemáticas significa saber resolver los algoritmos convencionales privilegiando a la escuela como espacio idóneo para la mecanización de dichos algoritmos.

Kathleen Hart (1981)

En otra investigación sobre el tema, el equipo de Kathleen Hart (cit. por Dávila; 2000) aplicó en 1977 en Inglaterra dos evaluaciones escritas que fueron resueltas por aproximadamente 1000 alumnos de 16 secundarias públicas, cuyas edades oscilaban entre 12 y 15 años. La primera evaluación se aplicó a niños de 12 y 13 años, y la segunda a alumnos de 14 y 15 años.

Los exámenes constaban de dos partes. La primera contenía problemas de suma, resta, multiplicación y división de fracciones - planteados en contextos continuos o discretos a través de un texto o mediante gráficos; y la segunda parte incluía operaciones descontextualizadas, expresadas de manera convencional y que además eran las operaciones con las que se podía resolver la primera parte del examen.

El equipo de investigadores suponía que los alumnos tendrían más éxito en la resolución de las operaciones que en los problemas. Sin embargo, el resultado fue el contrario: la mayoría de alumnos tuvo más éxito con los problemas que con las operaciones.

El siguiente caso muestra cómo ocurrió lo anterior:

Ante el problema *Una carrera de relevos se corre en etapas de $\frac{1}{8}$ de Km. Cada corredor cubre una etapa. ¿Cuántos corredores se necesitan para cubrir una distancia total de $\frac{3}{4}$ de Km.?*, aunque el 30% de la muestra pudo resolver la división $\frac{3}{4}$ entre $\frac{1}{8}$ sin un contexto que le diera significado, ningún estudiante planteó explícitamente esta operación para resolver el problema anterior. Sin

embargo encontraron la solución mediante la equivalencia de fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \text{ por lo tanto se necesitan 6 corredores}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}. \text{ Por lo tanto se necesitan 3 pares de corredores}$$

Hart y el equipo de investigadores interpretaron el fenómeno como si estuvieran involucradas dos tipos de matemáticas: una, en la que se podía usar el sentido común y otra en la que se tenía que recordar una regla.

El porcentaje de alumnos que resolvió correctamente las operaciones de suma y resta decreció conforme aumentaba la edad. El equipo considera que esto se debe a que conforme pasa el tiempo, se olvidan los algoritmos enseñados en la escuela primaria.

Los alumnos recurrieron al uso de diagramas para resolver problemas o verificar resultados. Parece que la representación simbólica (convencional) de las fracciones, impide que los alumnos trasladen las estrategias utilizadas para resolver los problemas que las implican. Por ejemplo, se planteó el problema:

En una panadería se usan $\frac{3}{8}$ de harina para elaborar el pan y $\frac{2}{8}$ para hacer pasteles

¿Qué fracción de harina se ha usado?

La mayoría de los alumnos resolvió el problema en forma correcta. Sin embargo al resolver la operación $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ fuera de contexto, del 4% al 7% de la muestra sumaron por separado numeradores y denominadores. El 29% de la muestra utilizó este procedimiento para resolver sumas con diferente denominador. Por ejemplo $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{7}$

El 40% de los alumnos de 12 y 13 años de edad no vieron la equivalencia de fracciones, al comparar parejas de fracciones como $5/20$ y $1/4$ o, $4/8$ y $2/4$. Ellos centraban su atención en el tamaño del numerador y del denominador y esto los llevo a considerar que $4/8 > 2/4$ porque el 4 es mayor que 2 y el 8 es mayor que cuatro. Es decir que para los alumnos, la representación simbólica de la fracción no representaba un número, sino dos números aislados, sin ninguna relación.

Se detectó también que los alumnos al operar, transfieren las propiedades de las operaciones con números naturales a las operaciones con fracciones, por ejemplo en la división 3 entre 5, invirtieron el orden para obtener el resultado.

Hart y su equipo consideran que los errores y las concepciones erróneas de los alumnos son responsabilidad de la enseñanza, por la manera en la que se presentan las fracciones en la escuela.

Gardner pretendía conocer los errores más frecuentes que cometían los alumnos al operar y así poder sugerir a los maestros tareas alternativas para resolver correctamente las operaciones; mientras que a Hart y su equipo les interesaba sobre todo conocer los conceptos asociados a las fracciones construidos por los alumnos, indagar el origen de esas concepciones, averiguar si las operaciones que conocían los alumnos las utilizaban al resolver problemas.

En uno y otro caso, se nos muestran preocupaciones que, como veremos, son aún vigentes en la investigación en matemática educativa y representan para los investigadores retos sobre asuntos sin resolver en la enseñanza de este tema.

Por otra parte, según informan diversos investigadores, es necesario reconocer dentro del currículo de matemáticas la complejidad de las fracciones, entre otras cosas, porque éste es un concepto polisémico, es decir, con múltiples significados. En los párrafos siguientes se aborda esta cuestión.

2. LAS APORTACIONES CONCEPTUALES SOBRE DIFERENTES SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES

Un trabajo importante que se cita con frecuencia en las investigaciones sobre enseñanza de fracciones es el de Thomas Kieren (1976). En este trabajo se señala que el manejo que se pueda tener sobre las fracciones y la habilidad para usarlas es el resultado de una comprensión de las diversas interpretaciones o significados que estos números admiten, y desde el punto de vista de la enseñanza, se requiere que los alumnos tengan diversas experiencias con esos significados.

Kieren afirma que un programa que haga énfasis en una interpretación de los racionales excluyendo a otras es inadecuado. Linares (1988) sintetiza con claridad como Kieren (1976), Behr et al (1983) y Dickson, et al. (1984) clasifican las diferentes interpretaciones de la fracción, a saber:

- a) La relación parte-todo y medida.
 - a.1. Representaciones en conjuntos continuos y discretos
 - a.2. Decimales
 - a.3. Recta numérica

- b) Fracciones como cociente
 - b.1. División indicada
 - b.2. Como elemento de un cuerpo cociente

- c) Fracción como razón
 - c.1. Probabilidades
 - c.2. Porcentajes

- d) Fracción como operador.

Algunos autores conciben al concepto de fracción como un mega-concepto (refiriéndose al número racional como sintetizador de todas sus interpretaciones).

En seguida se explican las distintas interpretaciones de Kieren para el concepto de fracción.

a) La relación parte-todo y la medida

Este tipo de situación se presenta cuando un “*todo*” (continuo o discreto) se divide en partes equivalentes, como por ejemplo: una superficie o una cantidad de objetos, y se toma un cierto número de esas partes. La fracción expresa la relación existente entre el número de partes que se toman y el número total de partes; el “*todo*” recibe el nombre de unidad y puede estar formado por varios “*todos*”

El niño necesita el desarrollo de varias habilidades anteriores a la comprensión de este subconstructo. Dichas habilidades son – en la terminología de Piaget - tener interiorizada la inclusión de clase, el reconocimiento de la unidad (qué todo se considera como unidad en cada caso), conservación de la cantidad (el todo se conserva aún cuando lo dividamos en trozos) y el manejo de la idea de área (en el caso de las representaciones continuas).

Lo más frecuente es que las secuencias de enseñanza se base en esta interpretación para introducir las fracciones, generalmente en su representación continua.

a.1. Representaciones continuas (área) y discretas

Las representaciones más frecuentes en un contexto continuo pueden ser diagramas circulares o rectangulares (dos dimensiones).

En el caso de los contextos discretos se fuerza a que el niño amplíe sus esquemas de la relación parte-todo, ya que los subconjuntos que resultan también están formados cada uno por varios objetos.

a.2. Decimales

Los números decimales están vinculados a la relación más general parte-todo; forman una extensión natural de los números naturales. “Una estandarización de la relación parte-todo, junto con las características de nuestro sistema de numeración decimal, dan pie a la introducción de los decimales (fracciones decimales)”. Por ejemplo, al considerar un rectángulo como la unidad (representación continua) y dividiéndolo en diez partes, cada una de las partes es en relación al todo $1/10$ (una décima).

Si cada décima la dividimos en otras diez partes iguales obtenemos una de diez de una de “diez”, $1/10$ de $1/10$ (una centésima) y así sucesivamente.

a.3 Recta numérica

Las fracciones como puntos sobre la recta numérica. En este caso “se asocia la fracción a/b con un punto situado sobre la recta numérica en la que cada unidad se ha dividido en b partes (o un múltiplo de b) congruentes de las que se toman “ a ” partes.

Esta representación permite pensar en números que se pueden colocar entre el 1, 2, 3, 4, etc. Algunas investigaciones expresan que la interpretación de las fracciones con el uso de la recta numérica es especialmente difícil para los niños. Sin embargo, si se presenta en un momento conveniente, esta representación también tiene ventajas:

El uso de la recta numérica hace que las fracciones mayores que la unidad y la notación con números mixtos aparezcan de una forma natural. Posibilita observar que el conjunto de las fracciones forma una extensión de los números naturales (las fracciones rellenan huecos entre los naturales).

La recta numérica también es una buena representación de la interpretación de las fracciones como medida. En ella identificamos la unidad de medida (segmento) y vemos que admite subdivisiones congruentes. El número de “adiciones iterativas” de la parte resultante de la subdivisión que cubren el objeto, indica la medida del objeto.

El uso de la recta numérica en contextos de medida, puede ser una introducción adecuada a la noción de equivalencia: la misma parte de la unidad recibe nombres diferentes en función del número de divisiones.

b) Las fracciones como cociente

En esta interpretación la fracción se asocia con la operación de dividir un número natural por otro ($a:b=a/b$) es decir, como una división indicada. En palabras de Mochón (s/f:14): “El todo no se toma como unidad, como en el caso de la relación parte-todo. La fracción se interpreta como un cociente partitivo $n:d$ donde el numerador representa la cantidad que se va a repartir, el denominador en número de partes en las cuales se va a subdividir esa cantidad y el valor de la fracción representará la cantidad que cada una de las partes recibe”.

La fracción $3/5$ como cociente se puede comprender como el reparto de 3 galletas entre 5 niños. Cada niño recibiría $3/5$ de galleta. La misma fracción en la relación parte todo implica dividir un chocolate en 5 partes y tomar 3 de ellas.

Esta interpretación de la fracción considera dos aspectos:

- Ver a la fracción $3/5$ como una división, estableciéndose la equivalencia entre $3/5$ y $6/10$ en una situación de reparto, y

- Considerar a los números racionales como elementos de una estructura algebraica, es decir como elementos de un conjunto numérico en el que se ha definido una relación de equivalencia.

b.1 La fracción como división indicada

La fracción indicando la división de dos números naturales aparece en un contexto de reparto. Por ejemplo:

“Tenemos 3 barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños, ¿Cuánto le toca a cada niño?” $3/5=3:5$

De acuerdo con Hart (1980)cit. por (Llinares 1988,64) sólo la tercera parte de niños entre 13 y 14 años de edad pudieron darse cuenta que dos números naturales al dividirse uno por otro se podía expresar el resultado exacto mediante una fracción.

b.2 Las fracciones como elementos de una estructura algebraica

Las actividades en situación de reparto-medida son el sustrato sobre el cual se construye la interpretación de las fracciones como un cuerpo conmutativo (estructura algebraica). Las fracciones (números racionales) son elementos de la forma a/b , siendo a y b naturales ($b \neq 0$) que representan la solución de la ecuación:

$$b \cdot x = a$$

Esta interpretación no está vinculada al pensamiento natural del niño, pues las operaciones y propiedades se desarrollan en forma deductiva. Esta interpretación se comienza a esbozar en 6º grado de primaria dada su complejidad de índole deductiva.

c) La fracción como razón

Cuando las fracciones son usadas como un “índice comparativo” entre dos cantidades de una magnitud, se está utilizando la fracción como razón. En este caso no existe una unidad (un todo) en forma natural. La idea de par ordenado de números toma nueva fuerza; es la relación parte-parte o todo-todo, la que se describe como a/b .

Ejemplos de esta interpretación son las escalas en los dibujos de planos, recetas de comidas, aleaciones, etcétera.

- a) La relación entre los puntos de A y de B es de $\frac{3}{5}$ 3:5
La relación entre los puntos de B y de A es de $\frac{5}{3}$ 5:3

- b) La altura del muñeco A es $\frac{3}{5}$ de la de B
La altura del muñeco B es $\frac{5}{3}$ la del muñeco A

- c) La relación (razón) entre bolas negras y blancas es de tres quintos (3:5)

c.1 Probabilidad

La utilización de las fracciones dentro de esta interpretación tiene un carácter de cálculo aritmético. Se establece una “comparación” todo-todo entre el conjunto de casos favorables y el conjunto de casos posibles.

Ejemplo: “Al lanzar un dado ¿cuál es la probabilidad de obtener un cinco?": $\frac{1}{6}$

c.2. Porcentajes

El porcentaje es la relación que se establece entre un número y 100. Los porcentajes tienen por regla general asignado un aspecto de operador, es decir, “al interpretar “el 60% de 35 se concibe actuando la fracción $\frac{60}{100}$ sobre 35 (hacer 100 partes de 35 y tomar 60)”

d) Las fracciones como operadores

En esta interpretación “las fracciones son vistas en el papel de transformadores: algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica”. La fracción es una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa.

Ejemplo: Si en un conjunto discreto tomamos como una situación (estado) inicial un conjunto de 45 niños de una clase, el efecto de la aplicación del operador $\frac{2}{3}$ es 30.

Estado-Inicial (Situación)	Operador	Estado Final
45 niños	(Dividir por 3, multiplicar por 2)	30 niños

Estas interpretaciones se contemplan en el currículo oficial vigente y se traducen en lecciones y fichas de trabajo, en los libros de texto y ficheros de Matemáticas a partir de tercer grado de Educación Primaria. También se incluyen en los materiales para la actualización del maestro, como son los libros del Programa Nacional de Actualización Permanente: (PRONAP) titulados: “La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria” (para maestros que participan en carrera Magisterial).

3. Otras Aportaciones al Estudio de las Fracciones

a) La fenomenología de Freudenthal

Freudenthal (1983) precursor de una corriente de investigación aún actual plantea que las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional. Es grande la riqueza fenomenológica que tienen las fracciones dentro de lo cotidiano, sin embargo –señala- la didáctica tradicional ha pasado por alto que la concreción de las fracciones no termina con sólo romper un todo en partes.

Por otra parte Freudenthal afirma que la didáctica de las fracciones está caracterizada por tendencias unificadoras y regularmente los números naturales se enfocan desde varias perspectivas y rebate la idea de que al llegar el turno al estudio de las fracciones, los alumnos están preparados para quedarse satisfechos con el único enfoque de la realidad que se les presenta. Al respecto señala "...este supuesto erróneo es la razón por lo que las fracciones funcionan mucho peor que los números naturales y por la que mucha gente nunca aprende las fracciones".

Freudenthal también señala que dentro de la aritmética sólo debe explicarse aquella parte de las fracciones que sea accesible mediante métodos intuitivos. Niños pequeños tienen éxito al trabajar con medios y cuartos, el problema se presenta al introducir algoritmos, el caso extremo es la división, que no es nada intuitiva y carece de significado, incluso con fracciones muy sencillas.

b) Streefland y los N-distractores (1991)

Por otra parte, en un estudio titulado "Fraction in realistic mathematics education. A paradigm of developmental research", Streefland (1991) destaca la importancia que tiene partir de la realidad como fuente y dominio de aplicación para la enseñanza de las fracciones. En este trabajo propone y experimenta estrategias didácticas donde se presentan situaciones problemáticas que tienen una fuerte naturaleza generativa. Coincide con Piaget en el sentido de plantear que conforme los alumnos se enfrentan a situaciones de partición, desarrollarán habilidades para realizar subdivisiones y repartos equitativos y exhaustivos.

Mediante ese proceso y con el uso de material concreto y la interacción grupal se lleva a los alumnos a ser constructores y productores de sus propias matemáticas. Las situaciones que más trabaja Streefland son las de partición, reparto equitativo, y la división con residuo.

El autor señala que en la escuela primaria la enseñanza de las fracciones trabaja con algunos ejemplos concretos de subdivisión de cantidades discretas o continuas en partes iguales, e inmediatamente después se enseña la representación numérica convencional. Streefland considera que el abandono prematuro del trabajo concreto y el acceso súbito a la representación convencional, no permite al alumno ver a la fracción como un nuevo objeto matemático y lo incorporan como dos números naturales sin ninguna relación, separados por una línea y sujetos a las mismas reglas y propiedades algorítmicas que rigen a los números naturales.

A los errores que los alumnos cometen al trabajar con fracciones y aplicar las reglas aritméticas y el conocimiento de los números naturales y sus operaciones. (por ejemplo sumar numeradores con numeradores o denominadores con denominadores), Streefland los identifica como errores por N-distractores.

Plantea que desde el inicio de su enseñanza y aprendizaje, los alumnos descubran por sí mismos los errores producidos por los N-distractores, explotando sus conocimientos previos.

c) Enfoques matemáticos sobre los números fraccionarios. Kieren (1992)

En una reflexión realizada por Kieren (1992) sobre la importancia de considerar el contenido matemático *fracciones* dentro del currículo de educación elemental es pertinente detenernos a pensar: Si dicho contenido causa tantos problemas por ser tan complejo ¿Vale la pena abordarlo? O en palabras de Kieren “¿Por qué es importante que este conocimiento sea enseñado?”

Kieren utiliza una sencilla respuesta “El conocimiento de los números racionales es una parte rica de las matemáticas que hace que la persona lleve su idea de número más allá de los números enteros y es un vehículo que sirve para

relacionar ese conocimiento con muchos aspectos de las matemáticas y sus aplicaciones.” (Kieren 1992:327)

Esta respuesta justifica plena y ampliamente la permanencia del contenido dentro del currículo de la educación básica.

En 1992 Kieren presenta los resultados de trabajos recientes sobre fracciones, que ilustran de manera persistente la complejidad de ese constructo –ya identificada desde 1941 por Gardner-. Uno de esos trabajos es el de Kouba y Brown (1988) quienes ofrecieron resultados de los Programas de Evaluación Nacional de la Educación en Estados Unidos. Algunos ejercicios utilizados en los Programas son los siguientes.

Ejercicio

		<i>Porcentaje de respuestas correctas</i>	
		<i>7° Grado</i>	<i>11° Grado</i>
1.	$3 \frac{1}{2} - 3 \frac{1}{3}$	53	71
2.	$7 \frac{1}{6} - 2 \frac{1}{2}$	32	45
3.	$9 \times \frac{2}{3}$	60	76
4.	¿Cómo se puede encontrar $\frac{3}{4}$ de un número (los alumnos eligen entre varias alternativas)?	26	38
5.	$4 \times 2 \frac{1}{4}$	56	70
6.	30 es qué porcentaje de 60	43	70

Estos resultados permitieron observar interesantes resultados, algunos de ellos son los siguientes:

- En comparación con los números naturales, el desempeño con los números fraccionarios fue bajo. Se infiere que los alumnos procedieron de una manera algorítmica. Al analizar las operaciones 1 y 2 es visible la dependencia una regla o un algoritmo recordado.

- El desempeño es mucho más alto en la operación en donde un algoritmo conocido es fácil de aplicar (ejercicio 1). Es fácil calcular la primera operación al utilizarse una regla porque los números *tres* (los enteros) pueden quedar a un lado y dejar sólo $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.
- En el caso del ejercicio 4, menos de la mitad de los alumnos de onceavo grado pudieron seleccionar el procedimiento correcto para encontrar $\frac{3}{4}$ de 69, a pesar de haber cursado dos años de álgebra. Parecería que los alumnos no mostraban un sentido del número fraccionario, aunque podían realizar algoritmos particulares con fracciones.
- Más de la mitad de los alumnos de séptimo grado (ejercicio 5) pudieron cambiar una fracción mixta a una fracción impropia $2 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$, pero menos de la mitad reconocieron que $5 \frac{1}{4}$ era lo mismo que $5 + \frac{1}{4}$

Parecería dice Kieren, que las fracciones forman un dominio simbólico en el que los alumnos aprenden a operar con ciertas reglas de combinación, aunque su desempeño no parece estar ligado con la idea de que las fracciones representan números o que los números fraccionarios permiten operar en un mundo de cantidades.

En un estudio clínico realizado por Peck y Jencks en 1981, también presentado por Kieren en 1992, se expone el desempeño de una niña de 6º grado: Al trabajar con la suma de dos fracciones, ella utilizó el procedimiento equivocado. Después, cuando se enfrentó a la solución del producto $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2}$, se detuvo un momento y parece que recordó *la regla de la suma*. Entonces regresó al ejercicio anterior y de manera correcta y con mucha confianza y seguridad realizó el algoritmo de la suma. Ahora, en relación al producto escribió $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{2}$ y dijo “Puesto que los denominadores son iguales, se pueden quedar así”

Los resultados en este estudio son contundentes: Nuevamente se observa que para esta niña el cálculo con fracciones está ligado con una serie de reglas no válidas, es decir, estas reglas existen en un dominio de actividad simbólica. La actividad de la niña en esta valoración no parece estar ligada con otros aspectos de su pensamiento.

4. Investigaciones sobre Aprendizaje de las Fracciones realizadas en México

a) El estudio de Ávila y Mancera.

Una investigación realizada por Ávila y Mancera en 1989 con 293 niños de 6º de primaria y 1º de secundaria reportan las deficiencias presentadas por los alumnos de estos grados al tratar de interpretar algunas fracciones. El propósito de la investigación fue analizar las dificultades de los alumnos relacionadas con el concepto fracción y la forma en que interpretaban las fracciones a partir de su representación convencional.

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron problemas, planteados como preguntas, como por ejemplo: ¿Qué quiere decir $4/6$?; el uso de diagramas para representar fracciones dadas en forma simbólicas y entrevistas para aclarar respuestas `raras`.

Algunas conclusiones fueron:

- a) La interpretación dominante de la fracción entre los alumnos es como parte de una figura plana (*todo* continuo).
- b) Los alumnos no logran establecer la relación parte todo que implica la noción de fracción.

c) En las respuestas de los alumnos se observa un centramiento en el numerador; por ejemplo, ante la pregunta *¿Qué quiere decir 4/6?*, algunas respuestas fueron: "... es la cuarta parte de un rectángulo" o bien "... es la cuarta parte de un sexto" y en el caso de todos discretos, se señalaban 3 canicas al pedírseles marcar $\frac{3}{4}$ de una colección de 12 canicas.

d) Los alumnos tienen dificultad en comprender que el todo subdividido puede estar conformado por más de una unidad.

Ante esta problemática Ávila y Mancera afirman que:

"La fracción es un concepto que, para los niños, implica más dificultades de las que comúnmente suponemos... las dificultades para construir el concepto de fracción, el cual implica el establecimiento de la relación parte- todo, no es privativa de nuestro país, en varios países se han registrado dificultades similares..." (Ávila y Mancera 1989:26)

b) El trabajo de Ávila y Eudave (2004)

Actualmente nos podemos percatar que los alumnos de Primaria siguen teniendo serios problemas con las fracciones, posiblemente porque sus maestros también los tienen. En recientes investigaciones en México, encontramos situaciones que ponen de manifiesto esta dificultad.

Sobre el tema de *Los aprendizajes matemáticos escolares*, Ávila, y Eudave (2004) presentan resultados sobre el dominio mostrado por los alumnos de 2º 4º y 6º grado de primaria en la resolución de una prueba de matemáticas, en escuelas de cuatro tipos: rural, urbana, de prestigio y urbana desfavorecida.

En este estudio se elaboraron tres pruebas para evaluar los resultados de cada uno de los grados mencionados. Los contenidos corresponden a los señalados en el Plan y Programas de Educación Básica Primaria e implican diferentes tipos de aprendizaje: reconocimiento de nociones y conceptos básicos, aplicación de algoritmos convencionales de cálculo y resolución de problemas. Se reconoció que existen concepciones y habilidades que no se pueden medir mediante un examen, como por ejemplo la capacidad para argumentar la validez de las respuestas y, en concordancia con Brousseau, (1986) y Coppé, (1997), se cree que una prueba evalúa la intersección entre los saberes incluidos en ésta y el estado de conocimiento de los alumnos y no necesariamente su ignorancia.

Con base en estas ideas, las conclusiones que obtuvieron Ávila y Eudave, son, entre otras, las siguientes:

- Aunque el aprendizaje aritmético reporta un mayor porcentaje de aciertos, lo cual no es extraño, pues la aritmética ocupa proporcionalmente más espacio en los programas, se observan porcentajes bajos de aciertos en la resolución de problemas y mayor dificultad con fracciones, tanto en 4º como en 6º grado. Es importante resaltar que en esta prueba no se evalúan fracciones en 2º grado, ya que el programa de este nivel no incluye este contenido.
- En este estudio se observan porcentajes de aciertos muy bajos relacionados con fracciones, por ejemplo, en 4º grado, ante los reactivos que implican la resolución de problemas de fracción como reparto, los alumnos obtuvieron sólo el 11.9% de aciertos .El reactivo fue el siguiente:

En el equipo de “los Pumas” se repartieron 4 chocolates entre 5 niños. En el equipo de “Las Chivas” se repartieron 4 chocolates entre 4 niños

a) ¿Cuánto chocolate le tocó a cada niño del equipo Pumas?

b) *¿Cuánto chocolate le tocó a cada niño del equipo Chivas?*

- Mientras en el reactivo que se refiere a orden entre fracciones los alumnos obtuvieron el 49.7 % de aciertos. El reactivo correspondiente fue:

Coloca el signo > o <, según convenga:

$$3/4 \text{ ____ } 4/4$$

$$2/6 \text{ ______ } 1/2$$

- El reactivo donde se observa mayor dominio es el de suma de fracciones con igual denominador, con un 73.5% de aciertos. El reactivo fue:

Realiza la siguiente suma: $3/10 + 9/10$

En 6º grado tenemos los siguientes resultados:

- En orden entre fracciones de distinto denominador los niños obtuvieron el 19% de aciertos ante el siguiente reactivo

Pon en el cuadrado el signo >, < ó =, según convenga: $12/7 \text{ ____ } 9/5$

- En el siguiente problema con suma y resta de fracciones se obtuvo un puntaje de 4.9% de aciertos:

Doña Esperanza está tejiendo un mantel que deberá medir siete metros y medio. El lunes tejió $1 \frac{2}{3}$ metros, el martes tejió $1 \frac{3}{4}$ metros y el miércoles $1 \frac{5}{6}$ metros ¿Cuántos metros faltan para que termine el mantel?

- En suma de números mixtos los niños obtuvieron el 15.4% de aciertos, ante el reactivo :

Resuelve la operación $4 \frac{2}{3} + 2 \frac{5}{12}$

Ávila y Eudave dicen que la habilidad para resolver problemas –objetivo central de la reforma-, no se ha desarrollado de manera notoria y salvo excepciones, la resolución de problemas aritméticos se mantiene por debajo de la habilidad para ejecutar procedimientos convencionales de cálculo.

Sin embargo es necesario enfatizar, que el porcentaje de aciertos en operaciones y problemas relacionados con fracciones, en esta investigación es más bajo que con otras operaciones y problemas aritméticos que no las incluyen.

Por lo hasta aquí expuesto, puede pensarse que la comprensión, y por lo tanto la enseñanza de las fracciones resultan bastante difíciles si se intenta enseñarlos con toda la riqueza que el concepto encierra, rebasando la idea tradicional de la fracción como parte de un todo. Por eso los distintos conocimientos e ideas que los profesores pudieran tener sobre estos números, así como la forma en que puedan pensar la enseñanza y el aprendizaje de los mismos, me plantearon la necesidad de llevar a cabo una investigación que permitiera indagar sobre este tema. Específicamente me interesó conocer las representaciones sociales que los profesores tienen sobre las fracciones, las expectativas que han desarrollado respecto a su aprendizaje y su enseñanza y la capacidad para interpretar las propuestas incluidas en los materiales oficiales y traducirlas en actividades eficaces para el aprendizaje de los alumnos.

CAPITULO III:

LAS FRACCIONES EN EL PLAN Y PROGRAMAS VIGENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

A partir de la Reforma Educativa de 1993 la orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria “pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas” (SEP; 1994:15). En el mismo documento se plantea el uso de las matemáticas como instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas. Para lograr estos propósitos, los contenidos se articulan en 6 ejes que son:

- ❖ Los números, sus relaciones y sus operaciones
- ❖ Medición
- ❖ Geometría
- ❖ Tratamiento de la información
- ❖ Predicción y azar (a partir de 3er. grado)
- ❖ Procesos de cambio (a partir de 4º. grado)

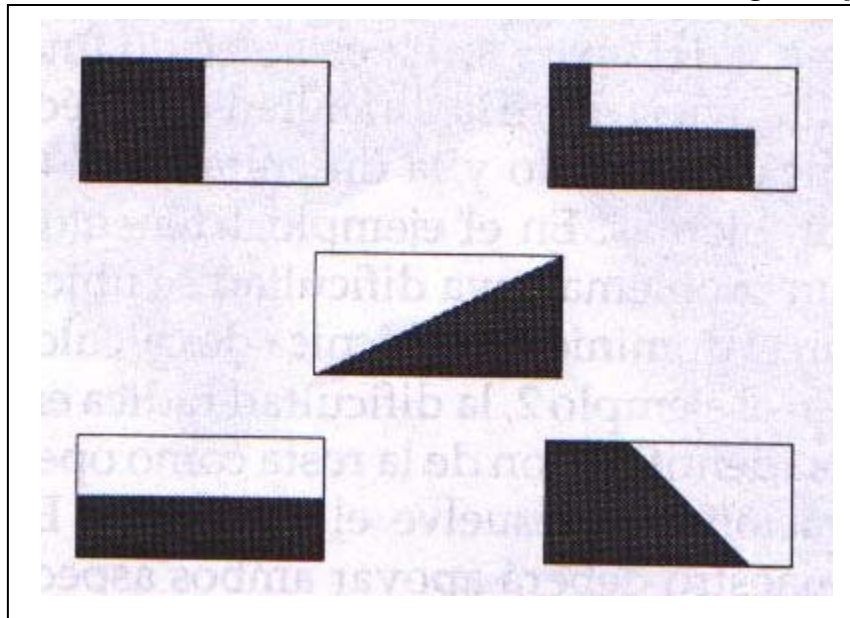
Las fracciones se ubican dentro del eje ‘los números, sus relaciones y sus operaciones’. En este currículo, el trabajo con las fracciones inicia a partir del tercer grado. Las operaciones con este tipo de números que se trabajan en la escolaridad primaria son únicamente la suma y la resta. La multiplicación y división se retoman hasta el nivel de secundaria.

1. EN TERCERO SE INICIA EL TRABAJO CON FRACCIONES

El objetivo principal en este grado es “acercar al alumno a situaciones que lo conduzcan a dividir uno o más enteros en partes iguales” (Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado 1996:26). Dichas situaciones se presentan en contextos de reparto y medición; el tema se aborda inicialmente, al utilizar verbalmente las fracciones que son más fáciles y familiares para los niños: medios, cuartos y octavos.

Antes de iniciar la escritura numérica de las fracciones, los niños necesitan tener una amplia experiencia con particiones. Al respecto, Dávila (1991) refiere en su tesis de maestría, que numerosas situaciones de reparto concreto son provechosas para los alumnos “Sin duda una de las ventajas didácticas relevantes de las situaciones de reparto equitativo y exhaustivo radica en la posibilidad de realizar los repartos físicamente” (1991:70.). Un ejemplo de contexto de reparto en el libro de texto vigente se ubica en la siguiente lección:

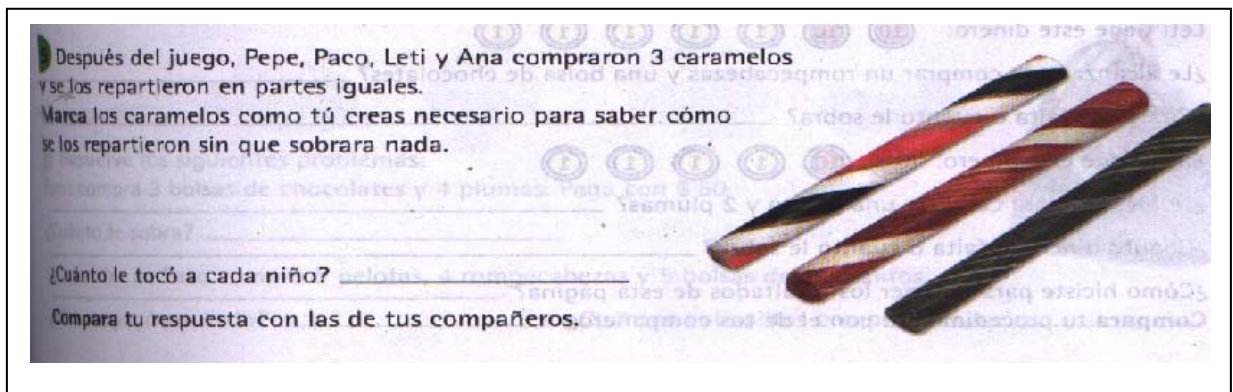
Lección 8 “LAS TRENZAS DE MÓNICA” *Matemáticas 3er grado página 22*



En esta lección, los niños realizan particiones de hojas de papel tamaño carta, en dos partes iguales, partidos de diferente manera. Esta acción posibilita a lo alumnos confrontar sus ideas ante aspectos como: superficies iguales que tienen diferente forma.

Este tipo de problemas favorecen el uso de fracciones con numerador uno (o unitarias): $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc.; más adelante se plantearán problemas en donde se reparte más de un entero. Por ejemplo:

En la lección “**El Gato**” (*Matemáticas 3er grado página 68*) se plantea la necesidad de repartirse tres caramelos entre cuatro niños.



Estas situaciones permiten el uso de fracciones con numeradores mayores a uno y de los números mixtos, cuando el número de enteros repartidos es mayor que el número de elementos entre los cuales se reparten (si se reparten 5 chocolates entre 4 niños, a cada niño le toca un chocolate y un cuarto).

En lo que respecta al contexto de medición, se plantean problemas con cantidades continuas como la longitud o la capacidad y discretas como por ejemplo, una docena de nueces.

La noción de fracción en situaciones de medición se maneja por medio del fraccionamiento de la unidad y mediante el recurso de ver cuántas veces cabe una longitud en otra. Un ejemplo de esta noción lo observamos en la siguiente lección:

“LA ARDILLA, EL CHAPULÍN Y EL SAPO” (Matemáticas 3er grado página 148)

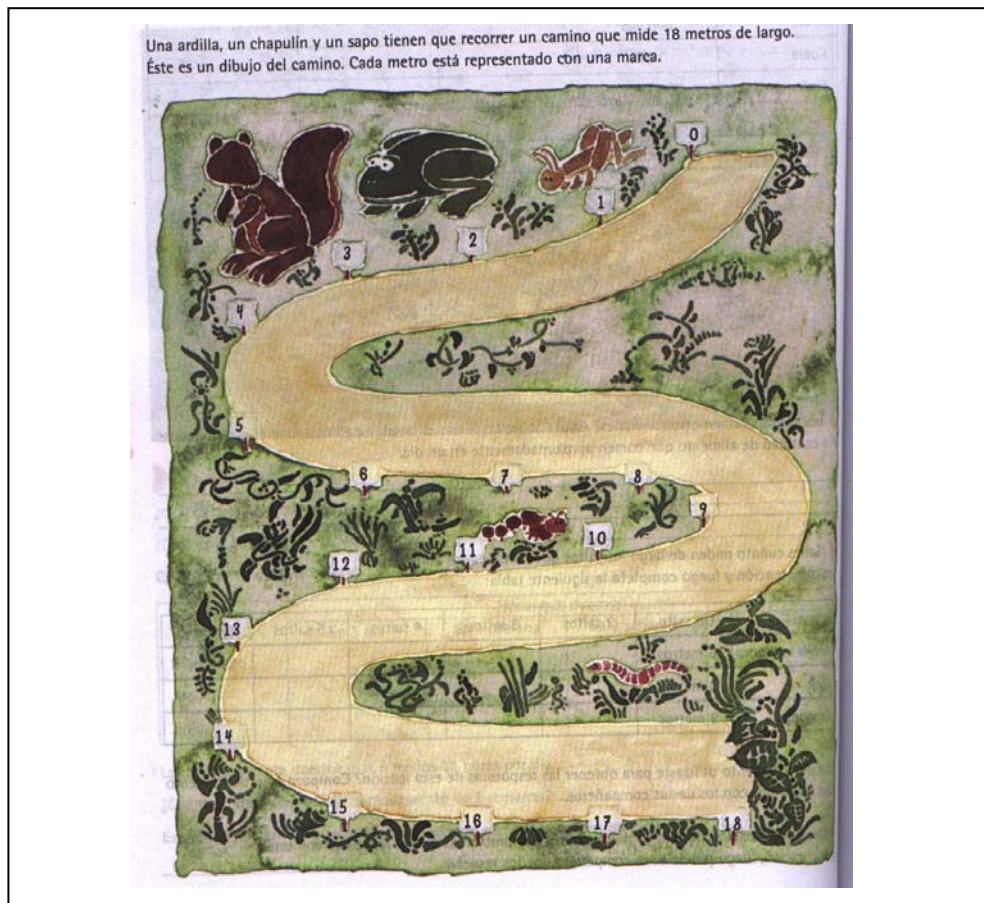
El camino que tienen que recorrer estos animalitos mide 18 metros de largo.

La ardilla da saltos de 1 metro.

El chapulín da saltos de $\frac{1}{2}$ metro.

El sapo da saltos de $\frac{1}{4}$ de metro.

¿Cuántos saltos tienen que dar cada uno de ellos para llegar a la meta?



Es importante destacar, que uno de los aspectos más importantes para la comprensión de la fracción es la noción de equivalencia. Esta noción se sugiere trabajarla apoyándose en la manipulación de materiales concretos, que ayuden a los niños a verificar los resultados, como se expresa en el siguiente ejemplo que se presenta en el Libro para el Maestro:

"Tres chocolates entre 2 niños"

"A cada niño le toca un chocolate y $\frac{1}{2}$ "

"A cada niño le toca $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{2}$ de chocolate"

Dos expresiones aditivas distintas que representan el mismo valor

2. CUARTO GRADO

En cuarto grado aumenta el nivel de complejidad de las actividades y el tipo de fracciones que se incluyen en los materiales oficiales. Se siguen trabajando

fracciones con denominador 2, 4 y 8, pero se agregan los tercios, los quintos y las fracciones decimales.

Se utilizan las fracciones en situaciones problemáticas en diferentes contextos relacionados con la medición de longitudes, peso de objetos, capacidad de algunos recipientes, así como en situaciones de reparto.

Dentro de las fracciones en situaciones de reparto, se trata de que los alumnos den un significado al numerador y al denominador, de tal manera que descubran que se puede identificar el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se realizó el reparto a través de ellos. Un ejemplo de esto lo encontramos en la: Lección 3 Bloque 3 “**MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS**” (*Matemáticas 4º. grado página 94*)

En esta lección se propone a los niños realizar repartos como los que se ven a continuación:

3. MÁS GALLETAS Y MÁS NIÑOS

Raúl, Sonia y Yoatzin volvieron a jugar a los repartos y sucedió algo interesante.

1 Observa el dibujo de Sonia para que hagas el de Yoatzin y el de Raúl.

Dibujo de Sonia	Dibujo de Yoatzin	Dibujo de Raúl

Hay el doble de galletas y el doble de niños que en el dibujo de Sonia. Hay el doble de galletas y el doble de niños que en el dibujo de Yoatzin.

¿En cuál de los repartos crees que le toca más galleta a cada niño?
Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

2 Al realizar sus repartos, Sonia encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{2}$ de galleta.
Yoatzin encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ de galleta.
Raúl encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ de galleta.
Realiza los repartos para ver si encuentras lo mismo que Sonia, Yoatzin y Raúl.

3 Julián dice que en el reparto de Sonia, en el de Raúl y en el de Yoatzin, le toca la misma cantidad de galleta a cada niño. ¿Estás de acuerdo con lo que dice Julián?
¿Por qué?

4 Julián y Ramón quieren dibujar repartos en los que le toque la misma cantidad de galleta a cada niño. Dibuja el reparto de Ramón.

Dibujo de Julián	Dibujo de Ramón

94

Es importante que en estas actividades el alumno descubra la relación que existe entre los datos del reparto y la fracción que representa el resultado del reparto, de tal manera que comprenda que si se reparten 5 pasteles entre tres niños a cada niño le toca un pastel y $\frac{2}{3}$ de pastel, es decir $\frac{5}{3}$ de pastel. En la fracción $\frac{5}{3}$ el numerador indica el número de pasteles que se repartieron y el denominador, el número de niños entre los que se hizo el reparto. (Significado de la fracción como cociente).

Igual que en tercer grado, en el cuarto se enfatiza la importancia de trabajar con materiales concretos para que los alumnos puedan verificar los resultados de sus hipótesis.

Las fracciones en situaciones de medición:

La fracción como resultado de la medición de longitudes se introduce en situaciones en las que se hace necesario fraccionar en partes iguales la unidad de medida para medir con más precisión, porque ésta no cabe un número exacto de veces en la longitud que se tiene que medir.

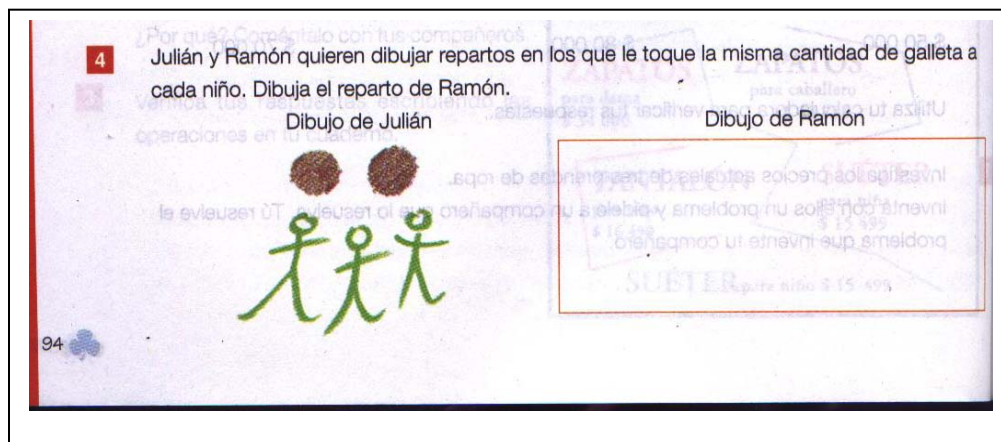
En el caso de medición de peso de objetos, capacidad de recipientes, o superficies de figuras, en el libro de texto de este grado se sugiere también la construcción de unidades de medida tales como el metro, centímetro, decímetro, $\frac{1}{2}$ litro, $\frac{1}{4}$ de litro, etc.

El trabajo con ángulos se vincula al trabajo con fracciones en este grado. Se introduce a partir de giros: los de una vuelta completa 360° se relacionan con el todo, media vuelta 180° , un cuarto de vuelta 90° o un tercio de vuelta 120° .

Equivalencia de fracciones

Como ya se había señalado, la noción de equivalencia es uno de los aspectos más importantes para la comprensión de las fracciones. En los problemas de

reparto, pueden surgir distintas expresiones aditivas que representan el mismo valor, por ejemplo, en la lección 3 del libro del alumno, que se presenta en seguida, se incluye una situación de este tipo: *Julián y Ramón quieren dibujar repartos en los que le toque la misma cantidad de galletas a cada niño.*



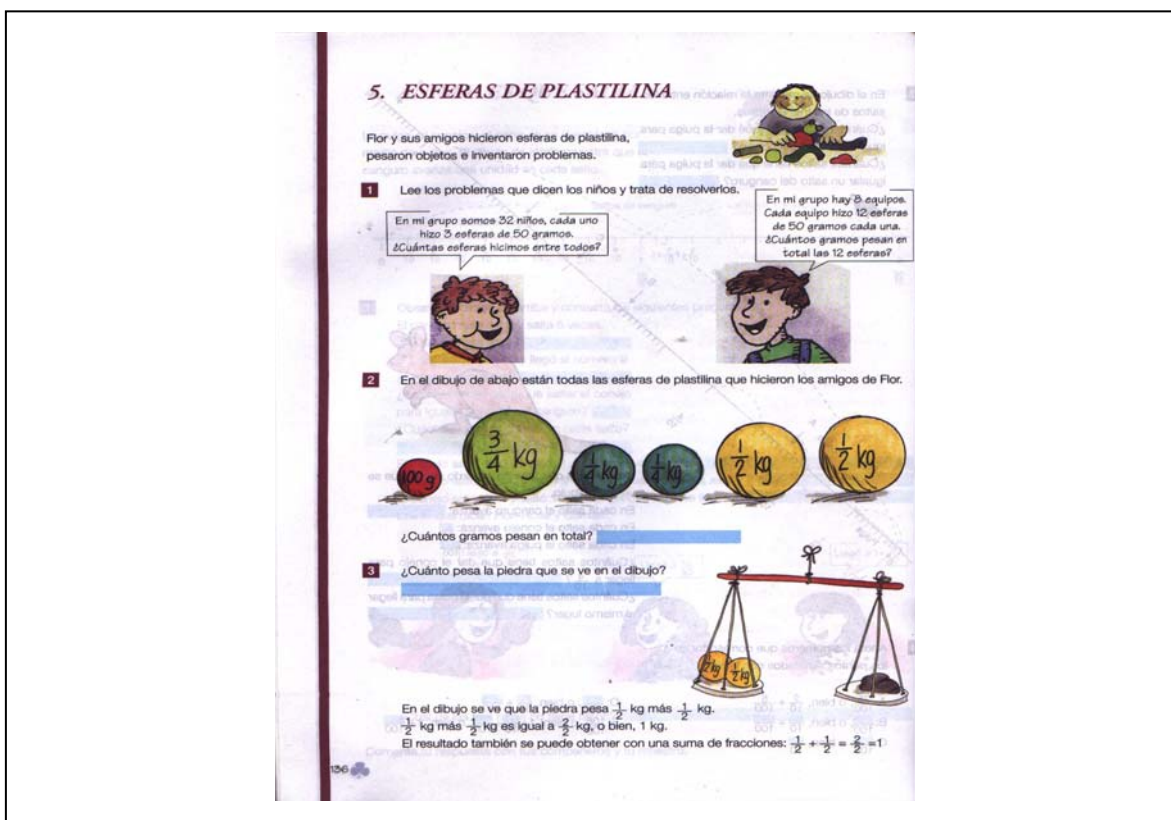
Lección 3 Bloque 3 “**MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS**” (*Matemáticas 4º. grado página 94*).

Al igual que en tercer grado, se recomienda el uso de materiales concretos para verificar los resultados que obtienen los niños en las situaciones donde aparece la noción de equivalencia.

En situaciones de medición de longitudes y capacidades, también pueden utilizarse expresiones equivalentes.

La escritura convencional de la suma y resta de fracciones se trabaja después de haber resuelto diversos problemas sin utilizar el algoritmo convencional.

En la lección “**ESFERAS DE PLASTILINA**” (*Matemáticas 4º grado página 136*) se hace uso por primera vez de la escritura formal de la suma y la resta de fracciones.



Para la mejor comprensión del significado de las fracciones, el libro para el maestro sugiere asociarlas a unidades de medida, por ejemplo $\frac{3}{4}$ de metro, $\frac{1}{2}$ litro y no dejarlas como simples expresiones abstractas:

Fracciones y números decimales

La introducción de las fracciones decimales amplía el campo de los números fraccionarios en 4º grado. El propósito fundamental es que los alumnos comprendan su significado. Para dicho fin se insiste en que los niños interpreten primero las cantidades escritas con punto decimal en términos de:

Número de unidades + décimos + centésimos. Por ejemplo: antes de que los niños logren interpretar 3.75 metros como 3 metros 75 centímetros, necesitan comprender que 3.75 significa 3 metros más 7 décimos de metro más 5 centésimos de metro o 3 metros más 75 centésimos de metro.

También se sugiere que los alumnos representen, con fracciones, las descomposiciones aditivas de números decimales, como por ejemplo:

3.75 es igual a $3 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$

La recta numérica es un recurso didáctico de gran utilidad para trabajar las particiones decimales y se utiliza en las últimas lecciones de este grado.

Los números decimales se trabajan a través de actividades que impliquen el uso de litros, metros, etcétera. También se incluye el contexto de dinero como un espacio de aplicación de estos números.

3. QUINTO GRADO

En quinto grado se retoman las fracciones que se habían trabajado en los grados anteriores (medios, cuartos, octavos, tercios y quintos) y se introducen los séptimos y los novenos.

Se siguen trabajando las fracciones y su operatoria a partir de sus distintos significados: reparto, partición, medición, razón y división, con el apoyo de materiales concretos, dibujos y mediciones reales.

En la medición de longitudes con fracciones en el libro de texto se sugiere, el uso del metro y algunas de sus fracciones. El niño puede utilizar un metro de cartoncillo con algunas fracciones representadas en él.

Se reitera el manejo de los problemas de reparto iniciado desde tercer grado, con el propósito de afirmar la comprensión de la noción de fracción como un número que indica la relación del entero con cada una de sus partes, en el sentido siguiente: Los pedazos en que se parte uno o más enteros son iguales y la unión de los pedazos resultantes vuelve a formar el o los enteros.

Lección 31 “REPARTOS DE GALLETAS” *Matemáticas 5º. grado página 73*

4. Rodrigo repartió algunas galletas entre sus amigos. A cada niño le tocó $\frac{3}{4}$ de galleta. ¿Cuántas galletas pudo haber repartido Rodrigo y cuántos niños pueden ser?

Comenta con tus compañeros y tu maestro las respuestas que puede tener este problema.

Juan dijo que eran 3 galletas y 4 niños. Pablo dijo que eran 6 galletas y 8 niños. ¿Quién de los dos tiene razón?

5. A Juan le tocó $\frac{2}{3}$ de galleta y a María $\frac{4}{6}$ de galleta. ¿A quién le tocó más? ¿Por qué?

- Encuentra tres situaciones diferentes de reparto de galletas entre niños, en los que a cada niño le toque la misma cantidad de galleta.

The page includes a photo of three children, a photo of a boy in a red shirt, a photo of a boy in a dark shirt, and a photo of a girl in a blue shirt. At the bottom left is a large chocolate chip cookie.

Para trabajar la equivalencia entre fracciones, en el libro para el maestro se sugiere (igual que en 4º grado) el uso de problemas relacionados con mediciones de capacidad, longitud y peso, con el objeto de obtener varias fracciones que representen la misma cantidad.

Razones

En este grado los niños pueden realizar comparaciones multiplicativas entre dos cantidades, por ejemplo: si un paquete de nueces pesa 100 gramos y otro 500, el primero pesa una quinta parte que el segundo, es decir que es $\frac{1}{5}$ del segundo. Este tipo de comparaciones son fundamentales para la construcción de razón.

Otro ejemplo de dos cantidades que se comparan multiplicativamente es el siguiente:

“Juanito tiene una canica roja por cada dos verdes. Si tiene en total 30 canicas ¿Cuántas rojas y cuántas verdes tiene?”

¿Qué parte de las canicas verdes representan las canicas rojas? Esta comparación se puede representar por medio de la fracción $\frac{1}{2}$

Cuando la fracción resulta de la comparación entre dos cantidades se llama razón.

Otro ejemplo de la fracción como razón lo ubicamos en la: Lección 64 **“LA TIENDA DE PINTURAS”** (*Matemáticas 5º. grado página 142*):

The image shows a page from a math textbook with the following content:

64 1. Raúl trabaja en una tienda de pinturas. Muchas veces tiene que mezclar dos o más colores para obtener nuevos colores.

• Raúl mezcló en una cubeta, para pintar su cuarto, las siguientes cantidades de pintura.



 3 litros de pintura blanca

 5 litros de pintura verde

¿De qué color crees que es la mezcla?
¿Cuántos litros de mezcla hay en la cubeta?
¿Qué fracción de la mezcla es pintura blanca?
¿Qué fracción de la mezcla es pintura verde?
¿Qué resultado obtienes al sumar la fracción de pintura blanca con la fracción de pintura verde?
¿Por qué crees que se obtiene ese resultado?

Coméntalo con tus compañeros y tu maestro.

Raúl dice que el resultado que se obtiene es 1, René dice que es $\frac{8}{10}$ y Cristina dice que es $\frac{8}{5}$. ¿Quién tiene razón?

Las aplicaciones más frecuentes del uso de la razón son las escalas y los porcentajes, ambas se tratan en el quinto grado.

Porcentajes

En este aspecto se sugiere partir de la búsqueda de razones equivalentes, por ejemplo: decir que 1 de cada 2 mexicanos es menor de 15 años, es lo mismo que decir que la mitad ($1/2$) o 50 de cada 100 mexicanos los son.

Esta relación se expresa como el 50 por ciento y se simboliza convencionalmente de la siguiente manera: 50%.

En el libro del maestro se sugiere utilizar gráficas circulares al trabajar estas expresiones.

Problemas de suma y resta

Para el manejo de la suma y resta de fracciones, en el libro del maestro se sugiere plantear problemas diversos donde se pueda unir o quitar cantidades de longitudes, peso, capacidad, etc., siempre acompañando las actividades con apoyo gráfico o concreto.

Un ejemplo lo encontramos en la: Lección 120 “¿CÓMO CUANTO RESULTA?” (Matemáticas 5º. grado página 142)

53¹

1. Después de leer cada uno de los siguientes problemas, selecciona cuál de las tres es la respuesta correcta.

a) Compré $\frac{1}{2}$ Kg de guayabas y $\frac{3}{4}$ de Kg de uvas. ¿Cuántos kilogramos compré en total?

Menos de un Kg
Más de un Kg
Un Kg

b) Para ir de mi casa al trabajo esperé $\frac{1}{4}$ de hora para tomar un taxi y el recorrido duró $\frac{3}{4}$ de hora. ¿Cuánto tiempo hice de mi casa al trabajo?

Menos de una hora
Más de una hora
Una hora

c) Utilicé $\frac{3}{8}$ de metro de listón para atar un regalo y $\frac{3}{10}$ de metro para hacer el moño. ¿Cuánto listón utilicé en total?

Menos de un metro
Más de un metro
Un metro

d) El carrete de cinta adhesiva contenía $2\frac{1}{3}$ metros y gasté $\frac{3}{8}$ de metro. ¿Qué cantidad de cinta adhesiva quedó en el carrete?

Más de un metro
Menos de un metro
Un metro

e) Al iniciar el viaje la aguja marcaba $\frac{7}{8}$ de tanque de gasolina y al terminar marcaba $\frac{1}{4}$. ¿Qué parte del tanque se consumió?

Más de $\frac{1}{2}$ tanque
Menos de $\frac{1}{2}$ tanque
 $\frac{1}{2}$ tanque

f) La mitad del grupo votó por Amelia y la tercera parte votó por Raúl. ¿Qué parte del grupo no votó?

Más de $\frac{1}{2}$ del grupo
Menos de $\frac{1}{2}$ del grupo
 $\frac{1}{2}$ del grupo

Números decimales

Las fracciones se utilizan para expresar diferentes mediciones, $1\frac{1}{2}$ kg. de tortillas, $\frac{3}{4}$ de metro de listón, etc. Los decimales permitirán a los niños expresar mediciones de cantidades continuas, como la longitud, el peso, el área volumen, etc., sin tener que recurrir a las fracciones u otras formas de representación, cuya operatoria resultaría más compleja.

En este grado se abunda en el conocimiento de los números decimales en contextos de medición y contextos exclusivamente matemáticos. Se utiliza la recta numérica y un “rectángulo-unidad como principales apoyos visuales para realizar el trabajo con estos números.

Asimismo, se trabajan las equivalencias entre décimos, centésimos y milésimos y los algoritmos de las operaciones con decimales, siempre en situaciones problemáticas.

4. SEXTO GRADO

En este grado los alumnos trabajan las fracciones en contextos de reparto y medición (cuyo tratamiento se inició desde tercer grado), así como los significados de razón y cociente, introducidos en quinto grado. El propósito fundamental de este grado es profundizar el estudio de todos los significados, incluyendo las fracciones mixtas y las operaciones de suma y resta, con el apoyo de objetos y dibujos en la resolución de problemas. El uso de estos materiales permite a los alumnos argumentar o verificar sus resultados

Al igual que en 5º grado se trabajan situaciones de reparto como por ejemplo:

“Se requiere repartir 6 chocolates entre 4 niños. ¿Cuánto le toca a cada uno de los niños?”

En esta lección los alumnos pueden observar que el número de pasteles que se repartirán es mayor al número de niños en que se repartirá, de ahí surgen las fracciones mixtas, como una forma de expresar las fracciones impropias.

Un ejemplo de problemas que implican operaciones con números mixtos, lo encontramos en la lección 22 “**TACITAS Y TAZONES**” (Matemáticas 6° grado página 54)

lección 22 Tacitas y tazones
Problemas que implican operaciones con números mixtos

1. En el libro *Cocina Internacional y Latinoamericana* se informa acerca de la capacidad de los recipientes.

1 tacita (café) = 1 dl de líquido	1 tazón (leche) = 2,4 dl de líquido
= 75 g = $2\frac{1}{2}$ onzas de arroz	= 180 g = 6 onzas de arroz
= 50 g = $1\frac{1}{2}$ onzas de harina	= 120 g = 4 onzas de harina

¿Cuántas tacitas equivalen a un tazón?
• Verifica tu respuesta completando las siguientes igualdades.

2,4 dl de leche	=	veces 1 dl de leche
180 g de arroz	=	veces 75 g de arroz
120 g de arroz	=	veces 50 g de arroz
6 onzas de arroz	=	veces $2\frac{1}{2}$ onzas de arroz
4 onzas de harina	=	veces $1\frac{1}{2}$ onzas de harina
1 tazón	=	veces 1 tacita

¿Cuántos gramos de arroz equivalen a una onza de arroz?
¿En qué te fijaste para saber cuántos gramos equivalen a una onza?

Comenta tu procedimiento con tus compañeros y con tu maestro.
¿Con cuántas tacitas de café se completa un litro de café?

2. A continuación se presentan los ingredientes del flan de piña para 4 personas. Anota las cantidades que se piden para más personas.

4 personas	8 personas	12 personas	6 personas
$1\frac{1}{2}$ tazas de jugo de piña			
12 huevos			
$2\frac{2}{3}$ tazas de azúcar			

En sexto grado también se sigue tratando el contenido números decimales en contextos de medición y manejo de dinero. En este grado los alumnos enfatizan los decimales, como la notación de las fracciones decimales. Por ejemplo:
 $12.38 = 12 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100}$

Se presenta un tratamiento más amplio de las fracciones como razones cuya aplicación más frecuente son las escalas y el tanto por ciento, la equivalencia de

fracciones y las operaciones de suma y resta en problemas asociados a unidades de medida, de longitud, capacidad, peso, etc. también se profundizan.

Por lo que podemos apreciar, el tratamiento de las fracciones en la escuela primaria es un contenido amplio y completo, que abarca la mayoría de los significados que pueden asociarse a estos números. El enfoque didáctico actual permite que los alumnos construyan con el apoyo de sus acciones físicas y la actividad intelectual sobre el objeto de conocimiento, una noción más rica, completa y efectiva de las fracciones lo que les posibilita resolver problemas interesantes con el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces. Una síntesis de los contenidos relacionados con este tema se presenta en el siguiente cuadro.

Matemáticas en la Educación Primaria. Eje: Los números, sus relaciones y operaciones. **Números fraccionarios**

PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO	QUINTO	SEXTO
		Introducción a la noción de fracción.(cuartos medios y octavos) mediante el reparto y medición de longitudes.	Se agregan los tercios, quintos y fracciones decimales en contextos de medición, capacidad así como en situaciones de reparto.	Se agregan los séptimos y los novenos. Contextos diversos (reparto, partición, medición, razón y cociente. Lectura y escritura de decimales hasta milésimos.	Profundizar el estudio de las fracciones en sus diferentes significados (reparto, partición, medición, razón y cociente. Números decimales en contextos de medición y manejo de dinero.
		Representación convencional de las fracciones.	Ubicación en la recta numérica.	Ubicación en la recta numérica.	Ubicación en la recta numérica.
		Comparación para observar la equivalencia de fracciones con material concreto.	Recursos para encontrar la equivalencia entre fracciones.	Utilización de recursos para mostrar la equivalencia de fracciones. Introducción de fracciones mixtas.	Equivalencia y orden entre fracciones. Conversión de fracciones mixtas e impropias y viceversa. Simplificación de fracciones
		Planteamiento y resolución de problemas que impliquen sumas de fracciones sencillas mediante la manipulación de materiales.	Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales.	Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales, denominadores diferentes y equivalencia de fracciones.	Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos y cálculo del denominador común.
			Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador.	Algoritmo de la suma y resta de fracciones utilizando equivalencias.	Problemas de suma y resta de fracciones mixtas. En problemas asociados con unidades de medida, de longitud, capacidad y peso.
			Comparación de porcentajes manteniendo siempre constante el numerador o el denominador. Fracciones con denominador 10,100 y 1000	Empleo de la fracción como razón y como división en situaciones sencillas. Solución de problemas con fracciones cuyo denominador es 10, 100 y 1000. Calculo de porcentajes mediante diversos proced.	Fracciones como razones cuya aplicación más frecuente son las escalas y el tanto por ciento

CAPITULO IV.

REPRESENTACIONES SOCIALES

1. LA NOCIÓN DE REPRESENTACIÓN SOCIAL

El interés por la investigación de las concepciones, creencias y representaciones, se ha incrementado, tanto internacionalmente como en nuestro país, a partir de la última década del siglo XX. Si se pretende investigar sobre las representaciones que los profesores de primaria tienen acerca de las fracciones y su enseñanza, se hace necesario dilucidar el sentido del término representación. Para iniciar, se recupera la formulación ofrecida por Jean Claude Abric (1987) sobre este concepto:

“La representación es un sistema coherente y jerarquizado, organizado alrededor de un núcleo de imágenes, la representación es una visión del mundo. Pero es una visión funcional y normativa que permite al individuo dar sentido a sus conductas, comprender la realidad a través de su propio sistema de referencia, y desarrollar una actividad de asimilación y de apropiación de esa realidad” (Abric 1987:64)”.

El autor expresa a continuación las características de una representación. En su opinión:

“Toda representación está constituida por tres elementos fundamentales: un núcleo central, un conjunto de informaciones, de actitudes y de creencias, organizado alrededor de este núcleo central; y un sistema de categorización” (Abric 1987:74)

Antes de revisar con más detenimiento las aportaciones teóricas de Abric, que constituyen la formulación actual de las representaciones sociales, se tratarán brevemente algunas de las raíces del término, expresadas por su creador Durkheim, así como la perspectiva teórica de S. Moscovici quien en 1961 retoma el concepto, aunque con otras connotaciones.

2. ANTECEDENTES DE LA NOCIÓN DE REPRESENTACIÓN SOCIAL

a) Las representaciones colectivas de Emilio Durkheim

El concepto de representación social, como representación colectiva, aparece en la sociología de Durkheim en 1912. Durkheim explica que el objeto de la sociología son los hechos sociales, los cuales define como “maneras de actuar, de pensar y de sentir, exteriores al individuo y están dotados de un poder de coacción, en virtud del cual se imponen sobre él” (Durkheim 1971:24). Estos hechos consisten en representaciones y en actos, que tienen por sustrato a la sociedad, ya sea integralmente, o alguno de los grupos parciales que contiene, como la familia, las corporaciones profesionales o religiosas, etc. Las creencias y prácticas son transmitidas a otros por medio de la educación¹, son elaboradas por las generaciones anteriores y las generaciones jóvenes las reciben y adoptan. Son objetivas porque no se participa en su creación, sino que son impuestas. De ahí su sentido coercitivo, en menor o mayor medida.

En la sociología de Emilio Durkheim, se concibe a las representaciones colectivas como estados de conciencia que se construyen no en forma individual sino dentro de los grupos como un producto de la vida en común. Durkheim destaca que es a través de las representaciones colectivas - que reflejan los pensamientos de un grupo -, como se puede entender a la sociedad. Por ejemplo: “los mitos, las leyendas populares, los conceptos religiosos, las creencias morales, las opiniones colectivas de todo género, etc. [ya que son formas] que expresan una realidad diferente a la realidad individual” (Durkheim 1971:16)

Para comprender cómo la sociedad se representa a sí misma y al mundo que la rodea, es necesario considerar esa sociedad y no a los individuos particulares, porque los hechos específicos residen en la misma sociedad que los produce y no en sus miembros. Como señala Durkheim: “Las representaciones colectivas

¹ Durkheim define a la educación como “la acción ejercida por las generaciones adultas sobre aquellas que no han alcanzado un grado de madurez suficiente para desarrollarse en la vida social” (Durkheim 2001:49)

traducen la manera en que el grupo se piensa en sus relaciones con los objetos que lo afectan” (Durkheim 1971:15)

Para Durkheim la sociedad tiene un papel muy importante en la conformación del sujeto: “Es la sociedad quien nos saca fuera de nosotros mismos, quien nos obliga a considerar otros intereses diferentes a los nuestros, no es nuestra personalidad quien nos enseña a dominar nuestras pasiones, nuestros instintos, a imponernos una ley a subordinar nuestros fines personales a fines más altos. Todo sistema de representaciones que mantiene en nosotros la vida y el sentimiento de la regla y la disciplina, lo mismo externa que interna, es la sociedad quien la instituyó en nuestras conciencias” (Durkheim 1976:77-78).

Como se puede apreciar, las representaciones colectivas en el sentido de Durkheim tienen un poder coercitivo porque se imponen como algo inamovible que perdura en la historia de una sociedad. Pero este es un antecedente ya remoto de la concepción actual de representación que ya no se denomina colectiva sino social. En esta nueva perspectiva, al sujeto se le concede una participación más activa en la construcción de las representaciones que comparte el grupo al que pertenece.

b) La noción de representación social según Serge Moscovici

En 1961, Moscovici retoma el concepto de *representaciones sociales* (colectivas), utilizado anteriormente por Durkheim en la sociología. Pero este autor esboza su teoría bajo otras líneas.

Las aportaciones de Moscovici se desarrollan cuando la Psicología Conductista era el paradigma dominante de los estudios de la conducta humana. Hacia la segunda mitad del siglo XX, dicho paradigma constituía la corriente hegemónica

de la Psicología y según Skinner², “los procesos internos de naturaleza mental no tienen ningún poder causal explicativo” que pudiera demostrarse científicamente bajo los paradigmas de la ciencia positiva.

Los procesos de construcción de conocimiento por parte de los sujetos, como elaboraciones culturales que dan cuenta de las formas de percibir su realidad inmediata - idea que defendía Moscovici - quedaban fuera del interés científico en ese momento. Sin embargo, para poder explicar nuestras interacciones con el mundo, el modelo clásico conductista imperante en ese momento resultaba insuficiente. Dentro de este marco se crea la Psicología Social y se introduce el concepto de representación social.

Con los aportes teóricos de Moscovici, la Psicología Social propone como objeto de estudio las representaciones sociales. Su principal interés se centra en la comprensión de los procesos activos de los sujetos en la construcción de conocimientos de sentido común para explicar e interpretar su realidad cotidiana.

En palabras de Moscovici, “La representación es el producto y el proceso de una actividad mental por la cual un individuo o grupo reconstituye la realidad a la que es confrontado y le atribuye una significación específica” (Moscovici; 1961 cit. por Abric, 1987)

c) Diferencias entre la representación colectiva de Durkheim y la representación social de Moscovici

Algunas diferencias sustanciales entre Durkheim y Moscovici, de acuerdo con la interpretación realizada por Escamilla (2000), son las siguientes:

² Autor del conductismo operante que se desarrolló y protagonizó la escena académica a mediados del siglo XX. Con una larga tradición de estudio, este paradigma es uno de los que más proyecciones de aplicación ha generado en Psicología Educativa. (Hernández 1998)

- A. Según Durkheim, las representaciones colectivas, equiparables a las religiosas y a los mitos, son concebidas como formas de conciencia que la sociedad impone a los individuos. En cambio las representaciones sociales refieren a los procesos activos de los sujetos en la construcción de conocimientos de sentido común para explicar e interpretar su realidad cotidiana; son generadas por los sujetos sociales.

- B. Otra diferencia es que la representación social en Moscovici es concebida en su carácter social, sin que sea impuesta externamente a las conciencias individuales como proponía Durkheim; es decir, mientras éste observa un sujeto pasivo, Moscovici reconoce los procesos activos de los sujetos y se centra en la comprensión de la construcción de conocimientos de sentido común, para explicar la realidad cotidiana.

En resumen, una de las raíces de las representaciones sociales la encontramos en Durkheim quien la refiere como representación colectiva. Las representaciones colectivas para Durkheim son las que “representan las condiciones objetivas y subjetivas en las que se desarrollan esos sujetos. Este tipo de representaciones son procesos que se generan independientes de los sujetos, le son externas, ya que no participan de su reconstrucción, le son impuestas” (Durkheim 1971:28) Las representaciones sociales en el sentido de Moscovici son distintas, éstas son producto de los sujetos; aunque están inmersos en un grupo, los sujetos participan activamente en la construcción y reconstrucción de las representaciones.

A decir de Escamilla (2000), actualmente la teoría de Moscovici sobre la noción de representación social, es una teoría reconocida y una referencia ilimitada no sólo en Psicología Social sino en otros ámbitos del conocimiento. El éxito de la teoría corresponde básicamente al interés por los fenómenos colectivos y más precisamente a las reglas que gobiernan el pensamiento social. El estudio del

pensamiento `simple`, del sentido común (del que habla Moscovici), aparece hoy como esencial en muchas líneas de investigación sobre lo social y educativo.

d) Representaciones Sociales según Jean Claude Abric

La noción de representación social de Abric, corresponde a la teoría elaborada por Moscovici en 1961, la cual retoma y afina. La teoría de Moscovici abandona la distinción clásica conductista entre el sujeto y el objeto; postula que no existe división entre el universo exterior y el universo interior del individuo o del grupo. Sujeto y objeto no son en el fondo distintos (Moscovici 1969:9). En palabras de Moscovici: “El vínculo con el objeto es una parte intrínseca del vínculo social y debe ser por tanto interpretado en este marco” (Moscovici 1986:71 cit. por Abric; 1994); la representación, entonces, es siempre una representación social. Por su parte, Abric afirma:

“...toda realidad es representada, es decir, adjudicada por el individuo o el grupo, reconstruida en su sistema cognitivo, integrada en su sistema de valores dependiente de su historia y del contexto social e ideológico que lo rodea. Y es esta realidad adjudicada y reestructurada que constituye por el individuo o el grupo, la realidad misma”. (Abric 1994:12)

Estos postulados permiten ver a la representación como una visión funcional del mundo, permitiéndole al individuo o al grupo ofrecer un sentido a sus conductas y comprender su realidad. Es también a la vez “el producto y el proceso de una actividad mental por la cual se le confronta y se le atribuye una significación específica” (Abric, 1987:64).

Por tanto, la representación no es sólo un simple reflejo de la realidad, sino una organización significativa; y esta significación depende de circunstancias, el contexto inmediato y finalidad de la situación. También depende de factores que sobrepasan la situación por sí misma como el contexto social e ideológico, lugar

del individuo en la organización social, historia del individuo y del grupo y los roles sociales.

Por lo expresado anteriormente, “La representación funciona como un sistema de interpretación de la realidad que rige las relaciones de los individuos con su ambiente físico y social, además va a determinar sus comportamientos o sus prácticas. La representación es una guía para la acción, ella orienta las acciones y las relaciones sociales”. (Abric, 1994:13)

d¹) Funciones de las representaciones sociales

Las representaciones sociales, según Abric, juegan un papel importante en la dinámica de las relaciones sociales y de las prácticas. Responden a cuatro funciones esenciales:

- *Funciones de saber. Permiten comprender y explicar la realidad.* Saber práctico y de sentido común que, permite adquirir conocimientos e integrarlos a un cuadro asimilable y comprensible para éstos, en coherencia con su funcionamiento cognitivo y los valores a los cuales se adhieren. También facilitan y son condición necesaria de la comunicación social.
- *Funciones identitarias.* Definen la identidad y permiten salvaguardar la especificidad de los grupos. Además de la función cognitiva de comprender y explicar, “las representaciones tienen también como función situar a los individuos y los grupos en un campo social... [permiten] la elaboración de una identidad social y personal gratificante, es decir, compatible con unos sistemas de normas y valores social e históricamente determinados” (Murphy y Carugati, 1985:183, cit. Por Abric 1994)
- *Funciones de orientación. Guían los comportamientos y las prácticas.* El sistema de predecodificación de la realidad que constituye la

representación social es una guía para la acción. Este proceso de orientación de las conductas por las representaciones resulta de tres factores esenciales:

- a) La representación interviene directamente en la definición de la finalidad de la situación.
 - b) La representación produce un sistema de anticipaciones y de expectativas y por tanto es una acción sobre la realidad: selección y filtración de las informaciones, interpretaciones que buscan hacer la realidad, conforme a la representación” (cf. Abric, 1971).
 - c) El último factor se refiere a que las representaciones sociales, en tanto reflejan la naturaleza y los vínculos sociales, es prescriptiva de comportamientos o de prácticas obligadas. Define lo que es lícito, tolerable o inaceptable en un contexto social dado.
- *Funciones justificantes. Permiten justificar la toma de posición y los comportamientos.* Las representaciones tienen también como función ser “aval” de la acción; justificar y explicar los comportamientos adoptados, frente a otros sujetos u otros grupos. En este sentido, la representación puede tener como función perpetuar y justificar la diferenciación social; puede -como los estereotipos- apuntar a la discriminación o el mantenimiento de una distancia social entre los grupos.

d²) Organización y estructura de las representaciones sociales

Para Abric, “la representación está constituida por un conjunto de informaciones, de creencias, de opiniones y de actitudes con respecto a un objeto dado” (1994:19). Este conjunto de elementos está organizado y estructurado. Los elementos constitutivos de la representación están jerarquizados, ponderados, y

mantienen entre ellos unas relaciones que determinan la significación y el lugar que ocupan en el sistema representacional. En relación con esta organización interna, Abric habla de un núcleo central en estos términos: “No solamente los elementos de una representación están jerarquizados sino, también, toda representación está organizada alrededor de un núcleo central, constituido por uno o algunos elementos que dan a la representación su significación” (cf. Abric, 1976)

d³) El núcleo central

Dice Abric que toda representación está organizada alrededor de un núcleo central. Este núcleo es el elemento fundamental de la representación porque determina la significación y a la vez la organización de la misma. El núcleo central – de acuerdo con Abric - tiene dos funciones: una generadora y otra organizativa. Mediante la primera, se crea o se transforma la significación de los otros elementos constitutivos de la representación, es por lo que estos elementos toman sentido o valor; mientras la segunda función nos señala que es el núcleo central quien determina los vínculos que unen los elementos de la representación. Es el elemento unificador y estabilizador de la representación.

Según esta perspectiva, el núcleo es el elemento más estable de la representación y más resistente al cambio. Por tanto, toda modificación del núcleo central lleva consigo una transformación completa de la representación.

d⁴) Los elementos periféricos de la representación

Los elementos periféricos de la representación se organizan alrededor del núcleo central. Su presencia, su ponderación, valor y función están determinados por el núcleo. Constituyen la parte más accesible, pero también la más vital y la más concreta. Comprenden informaciones retenidas, seleccionadas e interpretadas, juicios formulados a propósito del objeto y de su ambiente, informaciones y creencias. Estos elementos están jerarquizados, es decir, que pueden estar más o menos cercanos a los elementos centrales. Los cercanos juegan un papel

importante en la concreción de la significación de la representación y los lejanos explican o justifican esa significación.

En palabras de Abric (1999:25) “Si los elementos centrales constituyen la llave de la bóveda de la representación, no queda más que decir que los elementos periféricos juegan un papel esencial en la representación. Constituyen en efecto, la interfase entre el núcleo central y la situación concreta en la cual se elabora o funciona la representación” (Abric 1994:25)

Como se expresó anteriormente, la representación tiene dos componentes: el núcleo central y el sistema periférico, ambos funcionan como una entidad diferente, pero complementaria.

En el sistema central, es donde la determinación social está vinculada a las condiciones históricas, sociológicas e ideológicas y directamente asociado a los valores y a las normas de los individuos y de los grupos en un sistema social dado. En el sistema periférico, en cambio, la determinación es más individualizada y contextualizada, mucho más asociada a las características individuales y al contexto inmediato y contingente en el cual los individuos se encuentran inmersos. Este sistema periférico permite modulaciones personales frente a un núcleo central común, y es mucho más accesible que el sistema central; puede decirse que es el presente de los sujetos.

Como las representaciones sociales son estados organizados, estables y relativamente equilibrados, cualquier transformación de alguno de los elementos periféricos puede alterar el equilibrio de la representación, pero la transformación real y efectiva de una representación sólo operará cuando sean los elementos del núcleo central los que se pongan en tela de juicio y no puedan mantenerse.

En síntesis, conforme a la teoría de las representaciones sociales, la apropiación que un individuo hace de la realidad también depende de su historia y el contexto social e ideológico que lo rodea (cf. Abric; 1997). La representación se sitúa en el punto donde se intersectan lo individual y lo social (Avila; 2001). Lo social interviene de varias maneras, como pueden ser: a través del contexto concreto en el que se sitúan los individuos y los grupos, a través de la comunicación que se establece entre ellos, a través de los marcos de aprehensión que proporciona un bagaje cultural, a través de los códigos, valores e ideología relacionadas con las posiciones y pertenencias sociales específicas, etc., (cf. Jodelet; 1993).

3. LA REPRESENTACIÓN COMO SISTEMA SOCIOCOGNITIVO

Las representaciones sociales, insiste Abric, no son exclusivamente cognitivas, sino también sociales, lo que les da su especificidad en relación con otros procesos o mecanismos cognitivos. Por ello siempre se tomará en cuenta este doble componente para el análisis y comprensión de las representaciones sociales.

- a) **La componente cognitiva.** La representación supone un sujeto activo y desde ese punto de vista tiene una `textura psicológica´ (Moscovici 1976:40 cit. por Abric; 1994)), sometida a las reglas que gobiernan los procesos cognitivos.

- b) **La componente social.** La puesta en marcha de los procesos cognitivos está directamente determinada por las condiciones sociales en las cuales se elabora o se transmite una representación. Esta dimensión social genera reglas que pueden ser diferentes de la “lógica cognitiva” (Abric; 1994; 14).

Las representaciones sociales corresponden entonces a una doble lógica: la lógica cognitiva y la lógica social. La expresión socio-cognitivas hace referencia a los dos

componentes de la representación: la que viene de lo social, del ambiente, y la que viene del sujeto activo que construye activamente su visión del mundo.

4. ALGUNOS ESTUDIOS SOBRE REPRESENTACIONES SOCIALES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

a) Robert y Robinet (1989), representaciones de maestros de secundaria sobre las matemáticas y su enseñanza

En Francia, A. Robert y J. Robinet realizaron estudios acerca de las representaciones de los maestros de secundaria sobre las matemáticas y su enseñanza, con el propósito de entender las modificaciones que éstos hacían a las secuencias didácticas que se les proporcionaban con fines experimentales. Ante estas modificaciones las autoras señalan que en cualquier situación de clase particular y en todo profesor, implícita o explícitamente, “existen concepciones sobre la enseñanza, en relación con sus conductas (especies de `teoremas en acto del profesor`), sobre lo que es necesario hacer (o decir) o no hacer (o no decir) en clase [...] sobre lo que es necesario favorecer o impedir en los alumnos, en suma sobre la manera ‘correcta’ de enseñar matemáticas [...] y estimamos que esas concepciones en parte eran las responsables [...] de su interpretación de las secuencias que les eran proporcionadas, sean cuales fueran los detalles dados por las autoras. (Robert y Robinet 1989:1)

Estas investigadoras utilizan la noción de “representación social” para interpretar las ideas que subyacen a la acción de los profesores y son identificadas por ellas como sistemas de interpretación de la realidad que rigen las conductas y las comunicaciones sociales. Aclaran que para los fines del didacta, conviene referirse a las representaciones sociales del maestro como “representaciones metacognitivas”, en tanto se estudia exclusivamente al sujeto dentro del contexto escolar.

Para poder identificar algunas de esas representaciones metacognitivas, las autoras utilizaron las respuestas dadas a un cuestionario, las transcripciones de sus observaciones durante la experimentación de las secuencias didácticas y entrevistas, así como el análisis del boletín francés de la Asociación de Profesores de Matemáticas de la Educación Pública (APMEP), documento que expone el punto de vista de diversos maestros acerca de las matemáticas y su enseñanza.

A partir del análisis de estos recursos, las investigadores reconocen tres dimensiones en las representaciones metacognitivas de los profesores: dimensión epistemológica o representaciones acerca de las matemáticas; dimensión social, relacionada con el papel social tanto de las matemáticas como del profesor y dimensión cognitivo-pedagógica que agrupa las ideas sobre el aprendizaje en general, sea escolar o individual.

Los hallazgos de estas autoras han llevado a consideraciones en torno al éxito o el fracaso de algunas propuestas educativas. Ellas dicen:

“Tal vez los fracasos de políticas educativas ocurren porque hay una ‘discordancia’ entre la propuesta y aquello que los maestros creen acerca de las matemáticas, para qué sirven, cómo hacerlas aprender y qué significa aprender matemáticas [...] En esta perspectiva, lo que se puede llamar resistencia a ciertos cambios, podría entonces ser atribuida al hecho de que las concepciones de un individuo son frecuentemente bastante estables, por simples razones de equilibrio personal, y también porque una parte de las concepciones corresponde algunas veces a convicciones [...] admitidas sin que se tenga conciencia de fenómeno o sin que se pueda argumentar sobre ellas [...] (Robert y Robinet 1989b:3)

Al intentar encontrar posibles explicaciones acerca de lo que sucede en el aula, por mediación de las concepciones que tienen los profesores al transmitir secuencias de clase, las autoras destacan lo siguiente:

“Las representaciones nos parecen socialmente situadas, reveladoras de un cierto contexto y una cierta época, podría decirse que de un cierto ‘ambiente’. Posiblemente están reforzadas por el simple hecho de ser compartidas por muchos docentes, y por la precariedad de las situaciones de aquellos que van contra la corriente” (Robert y Robinet 1989b:4)

De acuerdo con las autoras, las representaciones sociales de los docentes dependen también de experiencias personales; de sus conocimientos individuales, así como del medio social y cultural en que se desenvuelve el individuo.

b) El estudio de M. L. Peltier sobre las representaciones acerca de las matemáticas de futuros maestros de primaria

En la misma corriente que Robert y Robinet, Marie-Lise Peltier realizó un estudio de las representaciones metacognitivas acerca de las matemáticas y su enseñanza en un Instituto Universitario de Formación de Profesores de Francia (IUFM). El estudio se llevó a cabo con estudiantes para maestros de Primaria y en él se analizó la evolución que tales representaciones sufren durante el proceso de la formación recibida en el Instituto.

Peltier basa su estudio en la definición de representaciones ofrecida por J.C. Abric. El estudio se realiza en 1993 con 100 estudiantes reuniendo las “huellas” directas de las representaciones mediante un cuestionario que se realizó tanto al inicio de la formación como al final de la misma con el fin de compararlas.

Los estudiantes al inicio de su formación. Después de la aplicación del cuestionario inicial, Peltier concluye que la mayoría de los estudiantes, no parecen haber reflexionado en los diferentes conocimientos que se hacen necesarios para enseñar en la escuela primaria. Ella afirma:

“...hacen referencia a un concepto muy tradicional de enseñanza: el maestro muestra, explica, partiendo de lo simple para llegar a lo complejo, y los

alumnos deben aprender luego a aplicar, adiestrándose al imitar los modelos dados por el maestro. El buen maestro [...] es aquel que explica clara, lenta y sencillamente sin desanimar a sus alumnos. Los alumnos tienen éxito esencialmente en razón de sus actitudes innatas, lo que descarga al maestro de la responsabilidad de los fracasos eventuales” (Peltier 1999:11)

Los estudiantes consideran que los conocimientos matemáticos únicamente les son útiles para enseñar las matemáticas en la escuela primaria, y evalúan la calidad de un maestro únicamente por sus capacidades pedagógicas, capacidades que según ellos parecen no poder ser objeto de algún aprendizaje.

Los estudiantes al salir del IUFM. Según señala Peltier, la población de alumnos que egresan no es la misma que la población inicial estudiada debido en primer lugar a los fracasos en los exámenes y en segundo término, a la presencia de practicantes que no llevaron la formación del primer año. La autora reunió las respuestas de 145 practicantes en 1994 y 208 profesores practicantes en 1995, así como las transcripciones de observaciones en clase. Estos datos permitieron a Peltier extraer conclusiones acerca de la evolución de las representaciones de los estudiantes del IUFM. Entre las conclusiones más importantes de este estudio encontramos las siguientes:

- Las concepciones de los estudiantes sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, evolucionan muy claramente entre el inicio y el final de la formación.
- Los estudiantes abandonan en sus discursos el concepto tradicional de enseñanza que tenían al llegar donde el maestro muestra y los niños imitan; apoyan el modelo pedagógico centrado en la construcción de conocimientos por el niño.
- Por otra parte, las sesiones efectivas de clase muestran que “los profesores practicantes dudan mucho para aplicar una pedagogía que tome en cuenta

las aportaciones de la didáctica [...] en los procesos de transmisión de los saberes matemáticos y de su construcción por los alumnos, y por tanto para proponer situaciones consistentes, portadoras de sentido y susceptibles de suscitar aprendizajes efectivos en sus alumnos, se escudan sobre obstáculos del terreno, los hábitos de la clase [el grupo]. Con frecuencia reproducen una forma de enseñanza relativamente poco alejada de la que vivieron cuando ellos eran niños” (Peltier; 1999; 21)

- La autora señala que los conceptos iniciales de los profesores en formación juegan el papel de obstáculos “metacognitivos”, entonces una de las finalidades de la didáctica es crear situaciones didácticas³ que permitan al estudiante enfrentarse a esos obstáculos para superarlos.

c) El estudio de A. Ávila: Los Profesores y sus representaciones sobre la Reforma a las Matemáticas

A siete años de introducida la Reforma a las matemáticas con un enfoque constructivista en educación primaria mexicana, A. Avila y un grupo de colaboradores (2004) realiza un estudio acerca de las ideas vinculadas con las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza, construidas por 16 de profesores entrevistados acerca de la incorporación de ideas innovadoras en la escuela. Lo hace utilizando la noción de representación social. Los profesores participantes en esta investigación atendían grupos escolares ubicados en diferentes regiones y niveles socioeconómicos.

Las entrevistas realizadas para recoger la información, se llevaron a cabo una vez concluido el trabajo de observación de clases y de aplicación de exámenes que también se incluyeron en la investigación. A decir de esta investigadora, las expresiones verbales de los interrogados permitieron conocer qué tanto y en qué

³ La autora toma como modelo la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1983)

dirección el nuevo enfoque de enseñanza había logrado alterar las representaciones de los docentes sobre las matemáticas y su enseñanza.

La investigadora obtiene, entre otras, las siguientes conclusiones:

- La puesta en práctica de los materiales educativos difundidos en 1993, generó en los profesores nuevas formas de interpretar al alumno, al maestro y a la matemática escolar
- El aprender construyendo así como la noción de sujeto intelectualmente activo derivaron en nuevas nociones, convicciones y creencias para interpretar la realidad y guiar la acción de enseñanza.
- Un elemento común en las representaciones de todos los profesores es que el alumno trae consigo saberes que son producto de su experiencia.
- En torno al aprendizaje aparecieron nuevas creencias. Antes de la reforma los maestros consideraban que se aprende captando (noción sensual-empirista del aprendizaje) o razonando. Hoy los maestros también piensan que los niños aprenden al participar y al hacer.
- La noción de actividad como fundamento de aprendizaje se ve precisada por los profesores de cuarto y aún más por los de sexto grado. Nociones como estrategias de solución, elaboración de hipótesis o reto, enfatizan la actividad que ha de realizarse para aprender matemáticas.
- La noción de que el profesor no debe imponer, es un rasgo que también sobresale en el pensamiento docente.
- En relación con los saberes matemáticos, las representaciones parecen no haber sufrido modificaciones importantes: las cuatro operaciones, las tablas

de multiplicar o todo aquello que sea útil en la vida, permanece en el pensamiento de los docentes.

- Las representaciones expuestas anteriormente son las expresadas con mayor fuerza en el estudio, pero también hay profesores cuyas ideas básicas en torno a las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza no sufrieron alteración alguna y mantiene intacto el modelo 'aprendo-aplico' que se buscaba alterar con la Reforma (cf. Avila; 2004).

Los profesores y sus representaciones sobre las fracciones

En el caso de los profesores de Educación Primaria se puede inferir la constitución de representaciones sobre las fracciones y su enseñanza "derivadas de su pertenencia a un gremio que les ha heredado modelos de pensamiento y tradiciones" (Avila; 2004) y también de elementos del contexto específico en el que se han formado y en el que trabajan. En tal sentido, sus conocimientos e ideas tienen un componente social.

Por lo anterior, se ha retomado como objetivo central de esta investigación, indagar acerca de las representaciones que tiene un grupo de profesores, como sujetos activos, sobre las fracciones, su aprendizaje y su enseñanza.

5. ¿CREENCIAS, CONCEPCIONES O REPRESENTACIONES?

Concepciones

Las concepciones de los profesores es un tema frecuentemente abordado; algunos reportes de investigación en esta línea datan de los años ochenta. La principal intención de estos trabajos es entender la perspectiva de enseñanza que asumen los maestros al orientar su práctica educativa. Algunos estudios como los

de Thompson (1984) refieren la experiencia con maestros de los niveles medio y medio superior.

Muchos estudios de educación matemática están enfocados a las creencias de los maestros alrededor de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje bajo la premisa que “para entender las perspectivas de enseñanza de los profesores, tenemos que entender las creencias con las cuales ellos definen su trabajo” (Nespor, 1987:323 cit. por Thompson 1983:129)

El planteamiento de Thompson sobre las concepciones de los maestros acerca de la naturaleza de las matemáticas es entendido como una “estructura mental general que abarca creencias, opiniones, conceptos, reglas, imágenes mentales, representaciones y preferencias conscientes o inconscientes concernientes a la disciplina de las matemáticas” (Thompson; 1992). Es importante destacar que la definición de este autor es una de las más usadas como referencia, en la investigación de concepciones y creencias (Furinguetti y Pehkonen 2002).

Dentro de la literatura en educación matemática se han utilizado las concepciones y las creencias. Thompson entiende las creencias como una subclase de las concepciones. Otros investigadores también enlazan las creencias con las concepciones diciendo: “usamos la palabra concepciones para referirnos a una estructura mental de una persona que incluye conocimiento, creencias, entendimientos, preferencias y visiones” (Lloyd y Wilson; 1998, cit por Furinghetti y Pehkonen 2002)

Al respecto Thompson (1992) afirma que una de las maneras de distinguir creencias de conocimientos es la siguiente: “El conocimiento está relacionado con la verdad y la certeza, las creencias son más asociadas con debates y disputas. El sistema de creencias a menudo incluye sentimientos afectivos y fuertes memorias de experiencias personales” (Thompson 1992 cit. por Pehkonen 2002:6)

Las concepciones pueden ser también entendidas como las ideas, representaciones y creencias que orientan la labor docente cotidiana. Se trata de una red de información, imágenes, relaciones, anticipaciones e inferencias alrededor de una idea (Moreno y Waldeg 1992) que han ido construyendo a través del tránsito por las escuelas, que también han moldeado durante su formación y actualización como docentes. De este modo, las concepciones de los maestros son el producto de sus experiencias acumuladas durante su vida profesional, las cuales orientan la organización de su trabajo y su actuar frente al grupo.

En este trabajo, a pesar de que la noción de concepción o creencia es la que se utiliza más a menudo en educación matemática, se utilizará la noción de representación social por varias razones, destacando la siguiente:

Se encontró en la noción de representación un análisis sistemático de la forma en que el ambiente incide en las formas de pensamiento de los sujetos, así como un examen cuidadoso de las relaciones entre convicción, creencia, conocimiento, imagen, y las formas en que unas u otros pueden modificarse. Es decir, que encontramos una argumentación más sólida sobre este concepto que el que encontramos en la literatura revisada sobre la noción de creencia o concepción. Probablemente no todos acepten esta opinión, pero es la que aquí se considera y por eso es que se ha adoptado este término, y en el siguiente capítulo se habla de las representaciones sociales de 12 profesores sobre las fracciones y su enseñanza.

CAPÍTULO V.

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En las páginas siguientes se presenta el análisis de las respuestas que dieron los profesores entrevistados a las 22 preguntas planteadas. Como se señaló anteriormente, cuando se llevó a cabo el trabajo de campo los profesores atendían los grupos de tercer grado (una maestra), cuarto grado (4 profesores), quinto grado (4 maestros) y sexto grado (3 docentes).

Cabe señalar que todas las preguntas guardan entre sí una estrecha relación. Sin embargo, para su análisis se agruparon en cuatro rubros de acuerdo con el aspecto predominante. Las respuestas se presentan de acuerdo con estos aspectos.

1. UTILIDAD DE LAS FRACCIONES TANTO EN LA VIDA COTIDIANA COMO EN LA ESCUELA.

1.1 Aprender fracciones en la Primaria ¿Para qué?

Ante la pregunta *¿Para qué cree que les sirva a los alumnos aprender fracciones en la escuela primaria?*, predomina en los docentes una idea que consiste en pensar que aprender fracciones en la escuela primaria les sirve para resolver problemas en la vida (8 de los 12 maestros coincidieron en esta opinión). Esta idea, coincide en parte con lo que se expresa en el Plan y Programas de estudio (SEP; 1993): “Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, tales como el científico, el artístico y la vida cotidiana”. Aunque en menor grado, se expresan otras opiniones sobre el beneficio de aprender fracciones: por ejemplo, que son parte de la educación básica y que fomentan la reflexión y el razonamiento.

1.1.1 Para resolver problemas en la vida.

Los maestros expresan su idea sobre la utilidad cotidiana de las fracciones de diversas maneras, por ejemplo, la maestra Graciela señala: “en la vida son necesarias las fracciones, por eso es importante que las manejen”; mientras, la maestra Ana María dice: “Aprender fracciones les sirve para que las apliquen en la vida diaria” y el profesor Porfirio opina que “Más que servirles en la escuela Primaria, les va a servir en la vida. Todo lo vamos a usar, medios, cuartos, octavos”. Parecida es la respuesta del maestro Gerardo cuando dice, “Al niño le sirve aprenderlo, la base elemental es la primaria, darle esos conceptos para que en su vida futura sepa manejarlos”. Una respuesta relativamente diferente porque implica la reflexión de los alumnos, es la que ofrece la maestra Lorena al decir: “Sería una forma más de razonar las situaciones cotidianas a las que se enfrentan los alumnos y hacer la similitud entre las medidas que ellos manejan, en relación con las fracciones. Por ejemplo de un metro, cuál es la mitad y así.”

Conviene mencionar que las situaciones específicas que mencionan estos maestros son bastante sencillas, por ejemplo la partición de un pastel, los medios, tercios, cuartos, y octavos.

1.1.2 Como parte de la educación básica

Cuatro de los doce maestros restringen la importancia del aprendizaje de las fracciones a cubrir un contenido curricular de matemáticas como parte de la educación elemental que deben recibir las personas. Así lo expresa por ejemplo la maestra Concepción en su discurso: “Creo que las fracciones es parte de toda educación que ellos deben tener, aunque nunca las vayan a utilizar”.

Respuesta similar da la Profra. Silvia cuando dice: “Como contenido que tienen que aprender en la escuela sirve, pero no tiene mucha aplicación en la vida diaria”. Peculiar es la respuesta de la maestra Lourdes cuando dice “Para pasar los exámenes, tal vez”.

1.1.3 Fomenta la reflexión y el razonamiento matemático.

Este tipo de opinión corresponde a la minoría de los maestros entrevistados (tres). Es el caso de la maestra Lorena quien afirma: “Sería una forma más de razonar las situaciones cotidianas a las que se enfrentan los alumnos”.

Más amplia es la respuesta de la maestra Patricia, ella dice: “Son parte de lo que es la lógica matemática, son importantes porque permiten a los niños tener más razonamiento y la posibilidad de acceder a matemáticas más complicadas como cálculo, álgebra y demás”.

1.2 Uso de las fracciones en la vida diaria

Al preguntarles a los docentes *¿Consideran que las fracciones son utilizadas por niños y adultos en la vida diaria?, ¿Por qué? o ¿En dónde?* observamos que la mayoría (las tres cuartas partes) de los maestros piensan que las fracciones sí son utilizadas por niños y adultos, mientras que la sexta parte considera que son poco usadas y sólo una maestra cree que no se utilizan.

1.2.1 Sí se utilizan

Entre el grupo de maestros que opinan que las fracciones sí se utilizan en la vida diaria tenemos, por ejemplo los comentarios de la maestra Lorena, quien dice: “Sí lo usan en todo, por ejemplo en lo económico con las monedas, en las medidas de capacidad o de longitud, están implícitas en todo”. La profesora Delia, coincide con la maestra Graciela al señalar: “Claro que sí las utilizan, cuando los niños retoman el concepto de fracción, lo manejan muy bien en la vida práctica, lo aplican en el pastel o en la naranja, luego en unidades de capacidad, porcentajes o escalas”.

Las fracciones se utilizan principalmente en la vida laboral, afirma la maestra Patricia: “Las fracciones las usamos en la vida cotidiana cuando vas a comprar cosas, sobre todo la gente que tiene que tomar medidas en su trabajo, como en la construcción. Albañiles y carpinteros lo manejan bien de una forma muy práctica”

Finalmente el maestro Porfirio agrega: “[Las fracciones] Sí se utilizan, a veces las comprenden y las trabajan sin darse cuenta, lo han interiorizado porque lo están manejando en su vida”

1.2.2 Se utilizan poco

Entre las maestras que consideran que las fracciones se utilizan poco en la vida diaria encontramos a Graciela quien comenta “las fracciones se utilizan muy poco, pero sí se utilizan en el mandado, al comprar tortillas, medio kilo de carne...”. De acuerdo con esta idea la maestra Ma. Concepción piensa que “Las fracciones como que no las ocupamos mucho en la vida diaria, no es fácil entenderlas y que las utilicemos, mucho menos”

1.2.3 No se utilizan

Una maestra está totalmente convencida que las fracciones no se utilizan en la vida diaria y que la escuela es el único espacio donde se tiene oportunidad de revisar estos contenidos. A esto se refiere la respuesta de la maestra Ana María: “Yo no creo que las fracciones sean utilizadas en la vida diaria, definitivamente no. Pareciera que es un elemento más de currículo que hay que cubrir”. Esta postura es contraria a las del resto de los compañeros, así como a la propuesta oficial.

Como se mencionó al inicio de esta sección, la mayoría de los maestros considera que las fracciones son utilizadas por niños y adultos en la vida diaria. Dicha postura es coherente con la idea predominante de que aprender fracciones en la escuela primaria sirve a los alumnos para afrontar los problemas que se presentan en la vida.

2. LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

2.1 Contenidos de Matemáticas que representan más dificultad para su enseñanza

Para la mayoría de los maestros entrevistados, la enseñanza de las fracciones es uno de los contenidos más difíciles de abordar en Matemáticas. Cuando preguntamos: *¿Cuál de los contenidos de matemáticas representan para usted más dificultad para su enseñanza?*, 10 de los 12 maestros entrevistados señalaron que las fracciones se ubican en este rango. Las razones que expresan sobre dicha dificultad son principalmente de dos tipos: las relacionadas con los alumnos y las relacionadas con la acción del profesor

2.1.1 Las relacionadas con los alumnos se ilustran con las siguientes respuestas:

- La dificultad que tienen los alumnos para razonar, “Es difícil hacerlos razonar, inferir que tienen que razonar una problemática para dar una respuesta” (maestra Graciela)
- Los niños no están acostumbrados a seguir una metodología constructivista “Se me dificulta que los alumnos se apropien del conocimiento, que no lo esperen de mí, que ellos mismos lo obtengan” (Delia)
- El mecanicismo es la forma como los alumnos están acostumbrados a trabajar “Las fracciones las manejan de una forma muy mecánica y tradicionalista, como sus maestros de años anteriores les enseñaron” (Ana María)
- Los alumnos no llegan al 5º grado con los conocimientos previos necesarios para continuar el trabajo con las fracciones “Yo no le veo problema a los contenidos, más bien a los alumnos que no traen los conocimientos previos” (Ma. Antonia) “los niños no traen las bases

suficientes y les cuesta trabajo hacer la abstracción de lo gráfico a la fracción escrita” (Graciela).

2.1.2 Las relacionadas con **la acción del profesor** las observamos en las siguientes afirmaciones:

- Los maestros enseñamos de manera abstracta, “Fracciones las trabajamos de manera abstracta, los maestros nos vamos como las aprendimos, con algoritmos” (Pedro)
- La falta de elementos de los maestros para impartir la enseñanza de las fracciones “Siento que me faltan elementos para dar las fracciones” (Lourdes)

Hay maestros que expresan razones más amplias y que involucran no sólo al contenido de fracciones, sino a todas las Matemáticas, como lo expone la maestra Alicia cuando nos responde:

- “Todos los contenidos de Matemáticas se me dificultan, empezando porque yo no soy buena en las Matemáticas y después porque hay cosas que yo no comprendo y si no comprendo se me hace difícil que los niños lo entiendan y también porque me da flojera, eso se me hace tan difícil que muchas veces hasta lo salto”.

Cabe agregar que otros contenidos considerados difíciles para su enseñanza en la primaria - aunque señalados con menor frecuencia que las fracciones - son los números decimales y la medición (Silvia, Ana María, Delia, Pedro). Algunos docentes señalan la falta de elementos (del docente) para impartir estos temas, mientras que otro consideran que es la falta de conocimientos previos de los alumnos lo que motiva la dificultad.

Lo comentado anteriormente refiere a las ideas de los profesores relacionadas con los contenidos matemáticos que representan más dificultad para su enseñanza. Destacan las fracciones como temática principal dentro de este rubro.

2.2 Dificultades para conducir la enseñanza de las fracciones

Cuando les preguntamos con más detalle a los maestros sobre las dificultades de enseñanza específicas de este contenido, la mayoría (10 de los 12) destacan la gran dificultad que implica la enseñanza de las fracciones. Señalan diversas dificultades y proponen alternativas para afrontarlas. Algunas de sus respuestas se expresan a continuación:

“Se me dificulta al principio que el niño las abstraiga, pero aumentando poco a poco la dificultad, llegas al contenido” (Silvia)

Ciertos profesores señalan otro tipo de problemas, por ejemplo, la dificultad de comprender la relación parte-todo: “La dificultad estriba en que no les hacemos comprender a los alumnos que la fracción es parte de un entero desde la unidad, hasta un número de alumnos u objetos determinados, por ejemplo, y ellos tienen que comprender cómo se puede tomar ese entero como base” (Pedro)

Hay quien comenta no encontrar dificultad para la enseñanza de las fracciones al tener preferencia por dicha asignatura “No encuentro dificultad alguna porque a mí me gustan las Matemáticas, se me facilita impartirlas, compartir con ellos el conocimiento” (Graciela)

Siguiendo con esta opinión que niega la dificultad, encontramos la respuesta peculiar de la maestra Ma. Antonia, quien afirma que no existe dificultad alguna para enseñar las fracciones y que depende más bien de un don que como maestro se posea: “Yo no lo considero difícil, es la forma como lo abordemos, el don que se traiga para transmitir, para hacer fácil el conocimiento, es importante la entrega que como maestra tenga yo con ellos”⁴

⁴ Parece que esta idea de ‘el don que se traiga para transmitir’ que expresa la maestra, remite al dogmatismo escolástico, referido por Brousseau (1993) al hablar de la situación didáctica, cuando señala la diferencia entre el proceso de aprendizaje psico-genético de Jean Piaget como lo opuesto al dogmatismo escolástico. Este último atribuye al *arte de enseñar* el aprendizaje <natural> de los alumnos, sin intención didáctica alguna.

Es llamativa también la opinión de la Profra Alicia quien expresa tener todas las dificultades existentes: “Tengo todas las dificultades para conducir la enseñanza de las fracciones y muchas veces me avoco a como a mí me enseñaron en la primaria, ni siquiera aplico la instrucción de los libros, ni lo que aprendí en los cursos”.

Como puede observarse, lo que la profesora dice hacer para afrontar la dificultad que tiene en el manejo de fracciones, es recurrir a los aprendizajes que ella misma tuvo cuando cursó la educación primaria. Esta respuesta es parecida a la de la maestra Lourdes quien comenta: “No acaban de entender la suma ni la resta de fracciones, por más que les doy los procedimientos.” Esta opinión manifiesta el camino seguido por la docente para enfrentar la dificultad: repetir y repetir procedimientos para mecanizar las operaciones con fracciones.

La maestra Ana María, por su parte, no se compromete con la utilización de la propuesta vigente para el manejo de las fracciones, simplemente prefiere continuar el trabajo iniciado por maestros en años anteriores, como lo vemos reflejado en esta frase: “Hay que conocer en qué forma trabajaron los niños en años anteriores y si fue mecanizado, tienes que continuar con esa forma de trabajo. Yo lo intenté, de hacerlos reflexionar y sólo creas confusión. Mi experiencia dice que hay que aceptar como viene”.

Son diferentes las respuestas de los profesores que al ubicar en la abstracción la dificultad de las fracciones, encuentran la solución del problema en utilizar materiales gráficos. Por ejemplo, la maestra Concepción dice: “A veces sí es difícil porque para ellos es árido, necesitas primero hacerlo gráfico”, o también se sugieren materiales concretos, como lo señala Delia: “Cuando nada más ves la operación, se les hace tedioso y aburrido a los chicos, al manipular materiales lo esquematizan, lo comprenden bien, se divierten mucho y entienden más”. La respuesta del maestro Gerardo es similar: “Trato de hacer material didáctico para que las fracciones sean más concretas”.

La maestra Patricia se preocupa por el enfoque: “Hay cierta dificultad pero cada día es un reto, he estado aprendiendo con mis alumnos, porque algo que he llevado con respecto al enfoque es no darles la respuesta de un problema, sino pistas”.

Puede observarse en los párrafos anteriores que existe una amplia gama de formas de concebir las dificultades para enseñar las fracciones en la escuela primaria. Estas dificultades van desde lograr la abstracción, comprender la relación parte-todo, entender las operaciones con fracciones - aunque se explique a los alumnos en reiteradas veces el procedimiento-, también porque es un contenido árido o porque es tedioso y aburrido; hasta opiniones extremas de maestros que dicen o tener todas las dificultades existentes o no tener ninguna. Es también llamativo que sólo la maestra Patricia manifiesta un interés por aproximarse al enfoque constructivista que se promueve en los programas vigentes.

Es posible derivar, de las afirmaciones anteriores, que las dificultades de enseñanza de las fracciones, tal como se perciben, involucran a maestros, alumnos, contenidos y metodología de enseñanza. Pero son pocos los que señalan desde el punto de vista matemático en qué consisten específicamente las dificultades.

2.3 Problemas más frecuentes que detecta en los alumnos al trabajar las fracciones

Al responder el presente cuestionamiento, los maestros entrevistados dan una lista de problemas que dicen observar en sus alumnos. Se inicia la presentación de éstos a partir del que tiene mayor frecuencia.

- La mayor dificultad que se presenta en los alumnos al trabajar con fracciones, de acuerdo con 6 de los 12 maestros entrevistados, se refiere a los problemas con la interpretación del denominador. Así lo expresan por

ejemplo la profesora Concepción y el profesor Gerardo; la primera dice: “Los niños piensan que la fracción, al tener más grande el denominador que el numerador, es mayor”, mientras el segundo responde: “Se confunden, los niños creen que el denominador [solo] va a determinar el tamaño de la fracción”

- 5 de los 12 maestros ubican la problemática en prácticas prevalecientes en el aprendizaje de las fracciones: basadas en el mecanicismo y no en el constructivismo. Esto, según dicen, bloquea el razonamiento y la reflexión. Así lo expresa la maestra Graciela: “El principal problema es que los alumnos mecanizan, no razonan” o la profesora Lourdes: “No entienden las fracciones porque no traen bien razonado ese contenido, nada más las mecanizan”. La maestra Alicia opina de forma similar: “A los niños les cuesta mucho trabajo razonar, porque desde el principio todo es mecánico”
- Otra dificultad importante referida por los docentes es el manejo y la comprensión de las fracciones equivalentes, como lo podemos apreciar en las respuestas de Graciela (“Se les dificulta comprender la equivalencia de fracciones”) o de Delia (“Se les complican también las fracciones equivalentes”).
- Algunos docentes consideran que existen dificultades para lograr la abstracción, por ejemplo cuando los niños no cuentan con el apoyo gráfico: “Yo empiezo relacionando la figura gráfica con el número de la fracción. Creo que la mayoría de los niños ya lograron esa abstracción, pero cuando se les quita el gráfico pues ahí es donde les cuesta trabajo” (Mtra. Lorena). Otros maestros insisten en la importancia de trabajar el contenido de manera concreta para el logro de la abstracción: “El manejo de la fracción tiene que ser más concreto para que entiendan y tener una construcción en su mente para después entenderlo por escrito” (Mtra. Patricia), o “Algunos niños no comprenden las fracciones en forma numérica, sólo en situaciones más reales, más concretas” (Mtra. Silvia).
- Varios maestros consideran que una de las dificultades estriba en que el niño llega a 5º grado con conocimientos insuficientes para continuar el

aprendizaje de las fracciones, como lo podemos apreciar en las siguientes respuestas: “[El problema es] Que no manejan multiplicación, división ni tablas de multiplicar, entonces les cuestan las fracciones” (Ana María); “[La dificultad aparece] cuando no comprenden qué es un medio o un cuarto y los maestros pensamos que eso fue un tema visto en 3º o en 4º grado. No nos preocupamos por atender esos conocimientos previos y sí por terminar un programa” (Pedro)

- Algunos maestros consideran que existen problemas con los algoritmos de las operaciones con fracciones, nos dicen, por ejemplo: “Los alumnos no entienden bien la suma y la resta con diferente denominador, fracciones mixtas y la simplificación de fracciones” (Lourdes) “Tienen problemas en la suma y la resta con diferente denominador” (Lorena)
- Sólo una maestra destacó la gran dificultad que enfrentan los alumnos al tratar de resolver problemas que impliquen el uso de fracciones “Al hacer problemas, no saben ni cómo comenzar” (Graciela)
- No faltó quien señalara la ausencia de dificultades en los niños en el trabajo con fracciones, la maestra Ma. Antonia opina: “No hay problemas, porque lo que hago en clase es que vivan el conocimiento, no lo hago tan conceptual y no es tan difícil”.

Destacan en estas respuestas la preocupación por algunos aspectos del contenido matemático: las dificultades para comprender el sentido del denominador y el numerador, la equivalencia o los procedimientos y algoritmos. Vuelve a presentarse la preocupación por el logro de la abstracción en los alumnos; por ello, se insiste en el uso de material concreto. Llama la atención que únicamente una maestra mencionó la dificultad para resolver problemas con fracciones, a pesar de que el enfoque vigente de enseñanza de las matemáticas promueve la construcción de los conocimientos mediante la solución de problemas; y también que haya una maestra que no ve dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones.

2.4. Situaciones idóneas para la enseñanza de las fracciones

Ante la pregunta *¿Qué situaciones idóneas propondría para la enseñanza de las fracciones en?* se cuenta con tres tipos de propuestas:

2.4.1 Uso de materiales concretos

La opinión predominante en los profesores se refiere al uso de materiales concretos. Los profesores la consideran como la propuesta más adecuada para la enseñanza de este contenido y ocho de los doce la apoyan. Así lo podemos apreciar en las siguientes opiniones:

“[En las fracciones] hago que ellos mismos dividan con materiales concretos, que los peguen, que los coloreen y no nada más sea escrito” (Alicia)

La maestra Patricia también comenta “Es mucho mejor partir de lo concreto y de lo que están observando constantemente, hasta que los niños logren la abstracción” Semejante es la respuesta de Delia al afirmar “[Para trabajar fracciones], los niños siempre deben tener material, puede ser el recortable de los libros, el fichero o el del entorno, como el salón de clases. Al estar en contacto con ese material los alumnos van descubriendo qué son las fracciones y es extraordinario. Los chicos sean desde la edad que sean siempre deben de estar manipulando”.

También la profesora Lorena expresa esta idea: “[En el caso de las fracciones] mi experiencia dice que a los niños les hace mucha falta trabajar con material concreto en todos los grados. Al manejar el material concreto con fracciones equivalentes, pues rompen ese esquema de que $1/4$ nada más se puede sumar con $1/4$, entonces cuando ellos trabajan con situaciones más concretas, pues les cuesta menos trabajo alcanzar los demás objetivos relacionados con fracciones en 5º grado”

2.4.2. Por medio de juego

Dos maestras destacaron la importancia del juego además de utilizar los materiales de tipo concreto, como propuesta ideal para el trabajo con las fracciones. “Recomiendo el juego y material que ellos puedan manipular” (Concepción). “Propongo los dibujos, lo gráfico, material manual o que tuviéramos tableros divididos en cuartos, tercios, etc., que ellos lo puedan hacer. Trabajar en forma concreta, gráfica, con juegos” (Profra. Graciela).

2.4.3. Otras opiniones

El maestro Pedro coloca el interés de los alumnos como la propuesta idónea para la enseñanza de las fracciones. “[Propongo] Hoy me interesa manejar situaciones de la vida, que les competa, porque igual si no les compete de qué me sirve, no es difícil buscar ejercicios con situaciones que les interese, hay que buscar esas maneras”.

La única propuesta que – además de señalar la importancia del material - incluye el trabajo en equipo es la siguiente: “Propongo trabajar siempre en equipo y con materiales, siempre lo elemental, ponerte en los pies del niño, si a mí me pones las fracciones sin ningún material, no lo voy a entender” (Gerardo).

Diferente a las otras opiniones es la de la maestra Ana María quien propone el trabajo con *todos discretos* – aunque no lo exprese en estos términos - como situación idónea para abordar las fracciones: “Yo pondría que los grados superiores quinto y sexto nos dedicáramos sobre todo a problemas pero en conjuntos: ‘de este número de personas o este número de bancos dime una quinta parte, dime una cuarta parte’, ¿sí? y esos conjuntos que no fueran tan abstractos: ‘de estas docenas de manzanas o de naranjas dime cuál es la cuarta parte, dime cuál es la séptima parte’, yo propongo problemas con conjuntos, para que hagan más reflexiva la situación de las fracciones”.

2.5 Materiales empleados en clase para la enseñanza de las fracciones

Como pudimos observar anteriormente, las situaciones de aprendizaje idóneas para la enseñanza de las fracciones propuestas por los maestros, se limitan en forma mayoritaria, al uso de material concreto. En este caso, cuando se preguntó a los docentes *¿qué materiales emplea en clase como recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones?*, nos encontramos con el mismo tipo de respuestas: uso de material concreto. Las respuestas a ambas preguntas son demasiado parecidas, como si se refirieran al mismo cuestionamiento o al mismo hecho. Es decir, pareciera que la situación didáctica se reduce al material didáctico, y el uso de material didáctico a la manipulación.

Sin embargo en este rubro encontramos tres tipos de respuestas sutilmente diferentes.

2.5.1 Uso de materiales sencillos de fácil acceso

Tres maestras manifiestan utilizar material sencillo y de fácil acceso tanto para los docentes como para los estudiantes, así es como lo refieren:

“Empleo papel, hojas, plastilina, el pizarrón y cuaderno. Que utilicen también el rectángulo y el cuadrado, también el libro de texto” (Concepción).

Otra maestra dice utilizar “Las hojas o hasta los mismos materiales del salón, como una ventana o los cuadritos del piso o una regla, en realidad no hay nada específico para la enseñanza” (Alicia).

Muy parecida es la respuesta de la maestra Ana María: “[Utilizo] material elaborado con hojas de colores, diferentes figuras geométricas, que sea llamativo, práctico y concreto. Ilustraciones, material recortable del libro de texto”.

Podemos resumir las anteriores aseveraciones señalando que los materiales que dicen utilizar estos maestros, resultan accesibles tanto para el docente como al alumno y no implican un esfuerzo adicional para su elaboración. Las características de los materiales son las siguientes: sencillos, de fácil elaboración, llamativos y concretos.

2.5.2 Uso de materiales sencillos y materiales elaborados

La mayoría de los profesores (cinco) dicen utilizar otro tipo de materiales adicionales, además de los sencillos y de fácil acceso.

Así lo expresa la maestra Delia: “[Uso] mucho material objetivo, utilizo tablitas, plastilina, estambres listones, rompecabezas, material de unicel, de alambre, madera, fierro. En computación tenemos el acceso a un programa de matemáticas que nos proporcionó el director y todo el consejo de la escuela.”

La maestra Graciela también manifiesta utilizar “Naranjas, papel lustre, hojas, colores, sellos de fracciones, regletas. Manejar todo lo que tengas a la mano, a lo mejor ni siquiera el cuaderno”

El maestro Pedro por su parte afirma: “Se pueden usar materiales que los niños puedan manipular, también regletas cuisenaire, canicas, corcholatas, dominó, todo puede servir, de nada sirve un mural con dibujos de la fracción si el niño no puede manipular”. Y el maestro Gerardo dice “Las regletas me han ayudado mucho, material como recipientes o cosas que los mismos niños puedan llevar, naranjas, manzanas o pastel”.

En este conjunto de ideas destaca la manipulación de los materiales por parte del alumno como un elemento fundamental, para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. Estos maestros se han preocupado por acceder a otros materiales que apoyen su trabajo docente, los cuales pueden ser elaborados por ellos mismos o ser de tipo comercial. Cuando los maestros elaboran material dedican tiempo extra

de la jornada para preparar este recurso, lo cual denota la preocupación por realizar actividades que despierten el interés de sus alumnos.

2.5.3 Uso de materiales sencillos, elaborados y libro de texto adicional

Un tercer grupo de maestras (cuatro), afirma utilizar un libro de texto adicional o por lo menos fotocopias de textos comerciales, con ejercicios de fracciones, además de materiales sencillos de fácil acceso y elaborados. Ellas nos dicen, por ejemplo:

“Utilizo hojas de papel, tablas de fracciones, reglas, sopa, papiroflexia, estambre, material recortable del libro de texto, fichas de actividades y guía Santillana” (Silvia); o bien “Donde utilizan material concreto y tangible. No uso texto adicional, pero ocasionalmente fotocopio de algún texto comercial que creo me será útil para apoyar mi trabajo de matemáticas” (Patricia).

La profesora Lorena también opina al respecto: “[Utilizo] las tiras para dividir las, la famosa tabla con fracciones superpuestas para ver las equivalencias. Me auxilio también con algún texto adicional, como libro de consulta para mí, o algunos ejercicios para los alumnos para reafirmar cualquier tema, de las guías que venden” (Lorena).

Como podemos observar en estas opiniones, la diferencia con las anteriores es el uso de un texto adicional como recurso didáctico de apoyo a la enseñanza de las fracciones. Esta práctica responde probablemente a que el libro de texto de la SEP les parece difícil para los niños, como lo manifiesta la maestra Lorena cuando se le preguntó su opinión respecto a este libro: “Pienso que las lecciones sí son acordes a lo que son las fracciones y son las apropiadas, aunque los niños no están acostumbrados a utilizarlo, entonces se les dificulta el trabajo”. Otras profesoras opinan ante la misma pregunta, que las lecciones son inadecuadas,

que “son metódicas y aburridas y por eso no son para el alumno, sino para el maestro” (Alicia); o bien se dice que son “amplias y confusas” (Lourdes).

Con base en lo anterior se puede decir que algunos maestros no han logrado entender el material que propone la SEP, las lecciones del libro de texto les parecen inadecuadas o muestran resistencia para aceptar las nuevas formas didácticas que se sugieren y por eso necesitan otro libro adicional, que cumpla con sus expectativas para la enseñanza de las fracciones. En general, las alternativas que los maestros seleccionan, se apegan a ideas más tradicionales sobre la enseñanza de las fracciones: énfasis en los algoritmos de las operaciones y la relación parte-todo.

Las afirmaciones anteriores se pueden sintetizar diciendo que todos los maestros sugieren el uso de recursos didácticos sencillos, de fácil acceso o elaboración, llamativos y concretos. Adicionalmente algunos maestros destacan la manipulación de los materiales por parte del alumno como un elemento fundamental en el aprendizaje, mientras otros profesores agregan también el uso de texto comercial de matemáticas. Ningún maestro menciona material elaborado a partir de las sugerencias del fichero de actividades.

2.6 Evaluación de aprendizaje en el tema de las fracciones

En las respuestas de los maestros encontramos diferentes formas de evaluación, tanto en la clase diaria como en exámenes. Por lo tanto hemos agrupado dichas respuestas en cuatro partes, de acuerdo con la forma de evaluación que manifiestan utilizar: ejercicios en el examen y el cuaderno, colorear en figuras geométricas la fracción solicitada numéricamente, participación en clase y otras opiniones.

2.6.1 Ejercicios en el examen y el cuaderno.

La práctica de evaluación que aparece con mayor frecuencia (cinco) es la aplicación de ejercicios con fracciones, tanto en el cuaderno de trabajo diario en

clase, como en tareas y exámenes. Así lo expresa por ejemplo Concepción: “Les pongo ejercicios de fracciones equivalentes, sumas, restas de tarea y los evalúo con esos ejercicios. En el examen vienen ejercicios de los temas que vieron”

La maestra Alicia también opina: “En el examen, [les digo] resuelve estas diez fracciones, no razonado, mecánicamente y si está bien, una paloma”

2.6.2 Colorear dentro de una figura geométrica la fracción solicitada numéricamente.

Cuatro de los maestros consideran que colorear la fracción expresada en forma simbólica en una figura geométrica dividida en partes, es una buena propuesta para evaluar el aprendizaje de las fracciones en sus alumnos.

“[Evalúo] como tradicionalmente se hace, si yo les indico a los niños `dibujen $3/7$ ” y lo colorean de un entero, entonces está bien” (Alicia)

2.6.3 Participación en clase

Para otros cuatro maestros la participación es un elemento importante a considerar en la evaluación, así lo afirma, por ejemplo Gerardo “[Podemos evaluar] con la participación, con lo que el niño realmente está trabajando dentro del salón de clase” También en esta idea Lorena dice “[para la evaluación], la participación diaria es lo más importante”

2.6.4 Otras opiniones relacionadas con la evaluación

Cuatro maestros dicen evaluar a su grupo por medio del trabajo en equipo, entre otras formas. Así lo refiere el maestro Pedro “[Para evaluar] también cuenta el trabajo diario y en equipo”, mientras el profesor Gerardo dice: “ver cómo se desenvuelve con sus demás compañeros cuando compara sus respuestas en equipo” o bien la maestra Delia “Las conclusiones que llevan como equipo”

A dos maestras les parece adecuado evaluar a sus alumnos con el resultado de la operación. Así lo apreciamos en el discurso de Silvia “[Los evalúo] con el resultado y si no lo tienen platicamos para ver si tienen el concepto, hay unos que si te dan el resultado y que te lo dicen muy bien”.

Sólo dos maestras expresan que la evaluación incluye la resolución de problemas: “Lo fundamental es que el niño sepa resolver problemas con las fracciones, que tenga un sentido, un contexto, que no resuelva la operación por resolver; que él elabore los problemas” (Ana María). Mientras la maestra Lourdes dice: “[Yo evaluó] con la participación en clase, partir figuras, hasta con problemas”

Como podemos observar, el discurso de los maestros se vuelve a centrar en las fracciones en situaciones de partición y la valoración cuantitativa de algoritmos en el cuaderno o en el examen. Es importante también destacar que además de las operaciones y dibujar fracciones, no se hace referencia a contenidos o aspectos específicos de las fracciones relativas a otros significados, que valdría la pena revisar con los alumnos.

Cabe resaltar que la mayoría de las prácticas de evaluación relacionadas con fracciones que expresan los profesores, corresponden a la evaluación cuantitativa utilizada desde los años setenta, herencia del auge de la tecnología, donde la tendencia privilegió la medición educativa, a través de pruebas objetivas en los procesos de evaluación. Como lo señala Casanova, (1998). Actualmente seguimos observando “prácticas arraigadas que reducen la evaluación a la medición y a la acreditación, o que consideran que cualquier conjunto de preguntas constituye un instrumento para medir el aprendizaje y el proceso educativo”. (Casanova, 1998:11) Esta práctica despreció el uso de otros métodos, como la observación del desempeño y el trabajo en el aula, por considerarlos subjetivos. Ahora se sabe que los efectos de esta propuesta fueron negativos y que en lugar de enriquecer, empobreció los procesos de evaluación

En el plan 1972 –que fue con el que fueron formados la mayoría de los maestros entrevistados-, la evaluación consistía en evaluar el trabajo para percatarse si los niños habían logrado con él los *objetivos* deseados, teniendo como punto de referencia los objetivos generales a largo plazo y a corto plazo los objetivos de

unidad. Se sugería uso de instrumentos como pruebas objetivas de respuesta libre o cerrada y la observación de sus alumnos (c.f. SEP p. 295)

En relación con la ejercitación de algoritmos con fracciones en el trabajo diario o en los exámenes expresadas por los profesores, podemos mencionar a Aebli, quien al hacer una crítica a la *enseñanza tradicional* señala que “ésta introduce la enseñanza de los símbolos matemáticos y las fórmulas verbales fijas con que, en lo sucesivo se limita a hacer trabajar a los alumnos” (Aebli, H. 1973:17). Es de esta forma los alumnos mecanizan los algoritmos de las operaciones con quebrados que finalmente serán calificadas y que les permitirán aprobar. Parece que esta práctica aún prevalece en los maestros.

Algunos docentes, aunque minoría (4), expresan en su discurso utilizar algunos rasgos de la evaluación continua, recomendada en el enfoque actual y que consiste en “un proceso continuo en el que se recaba información por distintos medios y se utiliza para realizar las acciones pertinentes que ayuden a mejorar” (Libro para el maestro 5º grado 2002:14). Este proceso le permite al maestro describir los rasgos más importantes del proceso de estudio y aprendizaje que siguen los alumnos, en términos de logros, metas y acciones para conseguirlo.

Dicha forma de evaluación adquiere un carácter más cualitativo y debe ser compartida por los alumnos, los padres de familia y los demás maestros, como lo expresa Casanova: “la evaluación cuantitativa, sumativa y numérica `sirve´ para obtener y comparar una serie de datos finales, mientras que la evaluación cualitativa, etnográfica y descriptiva posee virtualidades evidentes para valorar procesos y mejorarlos, que es de lo que se trata cuando se trabaja en el salón de clases” (Casanova, 1988:18)

De acuerdo con el enfoque vigente, el cual coincide con la postura de Casanova, el maestro observa sistemáticamente el trabajo y la participación de los alumnos, lo que permite conocer el grado de dominio que han alcanzado en ciertos aspectos y las dificultades que enfrentan en otros. Los errores y los aciertos sirven

para entender cómo piensan los niños y el maestro debe propiciar la reflexión sobre los errores para aprovecharlos como fuente de aprendizaje. Los exámenes escritos individuales, son una fuente más para recabar información al cabo de ciertos periodos de estudio, pero no la única.

Encontramos en las respuestas de algunos maestros expresiones como: "Podemos evaluar con la participación" (Gerardo), "La participación diaria es lo importante" (Lorena) "[Para evaluar] también cuenta el trabajo diario y en equipo" (Pedro) "[Podemos evaluar] si un problema teórico [los alumnos] lo llevan a la práctica" (Delia), "[Yo evalúo] con la participación en clase, partir figuras, hasta con problemas"

Estas últimas afirmaciones, al ser escasas, nos dan cuenta de que pocos maestros se inclinan por la evaluación continua, aunque en la mayoría de estos casos se combina con la evaluación cuantitativa, sugerida en el plan anterior.

3. PERSPECTIVAS SOBRE LA PROPUESTA SEP DE ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

3.1. Valoración de la propuesta

Al preguntar a los maestros su opinión sobre la propuesta oficial vigente para la enseñanza de las fracciones encontramos tres tipos de respuesta: los que manifiestan desconocimiento de la misma; los que la consideran adecuada (que son la mitad) aunque ello no significa que todos la apliquen, y los que francamente creen que es inadecuada.

3.1. 1 La propuesta es adecuada

Entre los maestros que consideran adecuada la propuesta y la utilizan dentro de su práctica cotidiana encontramos a la maestra Silvia quien responde: "Me gusta

cómo se trabaja con la propuesta porque va llevando al niño de la mano, aunque a veces me parece un poco difícil también”.

Patricia señala al respecto que es útil porque ayuda a acceder al conocimiento “Me parece muy útil porque todo conocimiento no está abstracto de sus habilidades, de su destrezas, de sus actitudes, el enfoque lo que permite, no nada más es el conocimiento que se tiene sino cómo se maneja, cómo accederlo”.

Para la maestra Delia [la propuesta actual] “Es muy buena, he tenido varias veces 5º grado en forma consecutiva y sigo descubriendo cosas, los libros son interesantes y permiten que el niño se apropie del conocimiento”.

Por su parte Gerardo refiere que “La propuesta es buena, vienen más explicables las fracciones tanto para el niño como para el maestro” y la profesora Lorena considera que “La propuesta plantea ejercicios donde los niños tienen que razonar”.

La maestra Ana María también considera adecuada la propuesta pero no la usa por diversas razones, las cuales nos explica: “La propuesta está bien hecha a través del planteamiento de los programas y libros, aunque los maestros que tenemos mucho tiempo trabajando, hay cosas que no queremos modificar y aceptar que los niños puedan aprender de una forma y razonada y no tan mecánica”

3.1.2 La propuesta es inadecuada

Tres maestros creen inadecuada la propuesta vigente para la enseñanza de las fracciones. Una de ellas es la maestra Alicia quien afirma “Los libros de 5º y 6º no son para niños, sino para el maestro, no para los reales intereses de los niños”. Parecida es la razón que da la maestra Lourdes para justificar su opinión ante la propuesta: “Está muy confusa, el libro de 5º les cuesta mucho trabajo entenderlo y además se pierde mucho tiempo, aunque vienen cosas interesantes”.

Por su parte la maestra Ma Antonia sostiene que “No es la más adecuada, los libros vienen en forma muy sencilla, somera”.

3.1.3 Desconocimiento de la propuesta.

Al grupo de maestros cuyas respuestas muestran franco desconocimiento de la propuesta pertenecen los siguientes:

La maestra Concepción quien señala: “Al introducirlas, te ponen ejemplos en el libro y están fáciles de contestar, pero las actividades que tienes que trabajar después ya no tienen nada que ver con el libro”.

Graciela quien opina: “Creo que le faltaría un poco más, viene muy somero, uno como maestro puede abarcar un poco más de lo que trae el libro”.

Ma. Antonia que refiere: “Viene de una forma muy somera, no como otros contenidos donde hay hasta fichas y una gama de materiales para enseñar”.

3.2 Diferencias y similitudes entre la propuesta actual para la enseñanza de las fracciones y la anterior (Plan 72)

En general podemos decir que los maestros coinciden en que la propuesta actual sobre la enseñanza de las fracciones, ha mejorado sustancialmente en relación con el Plan 72. Esta idea la apoyan 10 de los 12 maestros entrevistados, mientras dos docentes no encuentran similitudes ni diferencias entre los planes comparados.

Los argumentos que exponen los primeros 10 maestros se refieren exclusivamente a las diferencias entre uno y otro plan. Ninguno de estos profesores expresa similitudes entre ambos. Sus opiniones las dividimos en los siguientes cuatro grupos:

3.2.1 Ahora los alumnos participan más que antes

En este primer grupo incluimos las respuestas de tres maestras. Para ellas un cambio significativo entre uno y otro plan fue la mayor participación de los niños en el proceso de aprendizaje de las fracciones, como lo expresa, por ejemplo, la maestra Concepción “Yo creo que [la propuesta actual] sí ha mejorado. Siento que hoy se involucra más a los niños, se les pide que traigan material, que lo recorten, etc.”.

La maestra Patricia también señala: “No tenían tanto juego, tanta cosa concreta, ni trabajo en equipo había más bien trabajo individual”.

3.2.2 En el plan 72 las fracciones no se entendían

Dos maestros consideran a las fracciones como un contenido incomprensible en el plan anterior: “Creo yo que se le está dando más énfasis a muchas situaciones en relación a las fracciones que antes. Yo creo que antes era así nada más de ‘embarradita’, incluso a mi me tocó aprender con ‘quebrados’, quebradera, ¡pero de cabeza! porque menos le entendíamos, ahora sí se ha profundizado mucho” (Graciela.).

La siguiente respuesta es similar: “Cuando yo iba en la primaria y entré a la secundaria, eso es lo que se utilizaba, me enseñaban fracciones enormes y gigantes y ahí no le encontraba sentido, me ponían fracciones que no entendía, pero eran los famosos quebrados” (Gerardo).

3.2.3 Se favorecía la mecanización y memorización de algoritmos trabajando con situaciones abstractas, fuera de la realidad y el interés de los niños, más contenidos.

Una de las diferencias más reiterada por los docentes entre los dos planes de estudio, es la que se relaciona con la memorización de algoritmos y mecanización de las operaciones con fracciones, sin importar la comprensión de los procesos.

Así lo apreciamos en los siguientes cuatro párrafos:

- “Ahora (la propuesta actual] ha tenido un cambio favorable, ya no vamos a la mecanización y al procedimiento de la operación, como antes” (Gerardo)
- “[El plan 72] seguía mucho las mecanizaciones y no había forma de analizar los procesos”
- “Antes era más memorístico, empezando por el concepto de fracción y ahora se trata de que entiendan qué es una fracción y después llegar al concepto; las actividades que se manejan son más reales y antes sólo era repetir, repetir y no entendíamos nada” (Lourdes)

Por otra parte, cuatro maestros comentan que antes se trabajaba con situaciones abstractas y fuera del interés de los alumnos, como lo expresa por ejemplo la profesora Patricia: “Algunas [diferencias] que yo podría notar es que los problemas o las situaciones que te planteaban estaban muy ‘jaladas’, cosas que la verdad a los niños ni les importaban, ni les interesaban, cosas que salían de su realidad y a veces hasta de nuestra realidad. Resultaban tediosos”.

También el maestro Pedro opina en este sentido: “La diferencia básica que creo que todos hemos tenido es enfrentarnos situaciones abstractas y debemos trabajar con situaciones reales”.

Otra opinión acorde con estas ideas es la siguiente: “A lo mejor en el 72 aprendía el niño muchas cosas que no aplicaba y ahora la propuesta quiere que aprenda menos cositas pero que las aplique, que sepa que tienen una funcionalidad en la vida práctica, en la vida diaria” (Ana María).

3.2.4. Una opinión diferente

Aunque la siguiente opinión la exprese sólo una maestra, nos parece importante, ya que es la única que puso atención al papel del maestro entre dichos planes, como lo podemos ver en las siguientes frases:

“El plan 72 era muy cerrado pero alguna gente se acostumbró, muy cerrado en lo siguiente: el libro decía el niño hace esto, el niño toma el lápiz, el niño hasta se pone de pie, o sea como receta, entonces algunos maestros se acostumbraron a eso y perdieron la iniciativa y la creatividad, ahora con la reforma hay que crear, hay que tener iniciativa hay que inventar y entonces ahí algunos nos perdimos, nos cuesta trabajo, la verdad por eso algunos no quieren llevar a cabo las propuestas nuevas, porque dicen que debe ser receta de cocina” (Ana María).

3.2.5 No existen diferencias entre la propuesta actual y el plan anterior

Como se comentó al inicio de este apartado, hay dos maestras que dicen no encontrar diferencias entre los dos planes curriculares, haciendob referencia a contenidos:

- “Me atrevería a decir que no hay gran diferencia, yo le puedo preguntar a un tío que tiene 60 años y a un niño de 10 ó 12 años y dirían que están en lo mismo” (Alicia).
- “Diferencias no hay, los conceptos son los mismos y no los podemos cambiar, las formas en que se van a dar sí cambian, antes eran piedritas y ahora no lo son” (Ma. Antonia).

En este caso se observa en las palabras de las maestras, desconocimiento de la propuesta actual, probablemente también de la anterior.

3.3 Trabajo con las lecciones que se refieren a fracciones en el libro de texto de los alumnos

Al arribar a esta pregunta los profesores dan respuestas de diferente índole. Hay quienes dicen que trabajan en forma conjunta con sus alumnos las actividades que marca la lección; otros, las resuelven previamente durante la planeación docente; mientras otros las utilizan como introducción o reafirmación del tema dado, pero la mayoría (cinco) señala que el trabajo en el libro de texto es realizado

por los alumnos bajo la conducción del profesor. Así contamos con los siguientes dos grupos dentro este rubro: 1. Yo las hago con mis alumnos. 2. Los alumnos trabajan solos.

3.3.1. Yo las hago junto con mis alumnos

Tres maestras conforman este grupo, por ejemplo la maestra Concepción dice: “[Las lecciones] yo las hago con ellos, vamos leyendo, yo les voy preguntado yo con mi libro aquí en el escritorio y ellos en su lugar. A veces los paso al pizarrón y otras yo contesto. Si tengo prisa los empiezo a hacer con la calculadora y les doy los resultados”.

Respuesta similar es la siguiente “[las lecciones las trabajamos] siguiéndolas como van. Entre todos realizamos la lección porque ellos solitos no pueden” (Alicia)

3.3.2 Los alumnos trabajan solos

Nueve de los maestros entrevistados dieron una respuesta de este tipo. El maestro Pedro por ejemplo, enuncia: “Trabajar la lección todos juntos, por equipos, no necesariamente seguir un procedimiento para resolver problemas, sino que ellos vean y expliquen por qué obtuvieron ese resultado. Podemos trabajar solo una parte de la lección y afianzarla para que ellos vayan cubriendo lagunas”.

Otra respuesta parecida es la siguiente “El mismo libro te va dando la pauta y guía de cómo trabajar y yo como orientador del grupo, los voy guiando, siempre hay un niño que sobresale y te ayuda a ti a auxiliar a sus demás compañeritos, (es lo que llamamos el tutorío). No les doy la respuesta, que los niños en equipo traten de buscar sus posibles respuestas; luego las exponen ante el grupo. Muchas veces se aproximan o manejan caminos diferentes, pero es válido” (Gerardo).

La Profesora Delia dice “[En una lección] los niños participan desde la lectura, el desglosamiento, formarse en equipos, tener la necesidad de que otro compañero

exponga su punto de vista, hasta que ellos mismos llegan a una conclusión y la exponen ante el grupo”.

3.3.3. Yo las resuelvo antes de la clase, pero los alumnos trabajan solos en el salón

La maestra Graciela señala “La lección la trabajo yo sola con antelación y voy ideando de qué manera me auxilio: dibujos, naranjas, cordones, etc. En el salón [los alumnos] en equipo la pueden desarrollar como mejor les parezca, no tienen que seguir mi línea y si obtienen una respuesta diferente a la mía, es válido siempre y cuando nos expliquen el proceso”.

En un sentido parecido la maestra Ana María comenta: “[lo que yo hago es] revisarla antes, ver si se necesita material, tener otros ejercicios parecidos para apoyar. [A los alumnos] hacerlos trabajar en equipo y defender su respuesta ante los demás, así se ven los errores, llegan a lo correcto”.

Otra opinión de este tipo es ésta: “[el ejercicio] lo leo tiempo atrás, procuro tanto del fichero como del libro y mi avance, ver lo que tengo que avanzar en el conocimiento, me imagino cómo podemos abordarlo, hay cosas que me pueden ayudar (materiales), a veces hago algunas modificaciones, trabajo mucho en equipo” (Patricia).

3.3.4. Yo tomo las lecciones como introducción o reafirmación de temas

Sólo una de las maestras da esta opinión: “Muchas veces tomo las lecciones del libro como introducción al tema y otras para reafirmar. Organizo a los niños por equipo y les doy tiempo para contestar la lección, después ya en grupo analizamos las respuestas que tienen con las de otros equipos y llegamos a una conclusión” (Lorena).

De las respuestas anteriores podemos derivar que los profesores que dicen que los niños resuelven solos el texto, manifiestan tener un manejo más aproximado a la metodología constructivista propuesta en el enfoque oficial. Destaca sobre todo –en las palabras de los maestros– el trabajo en equipo y la confrontación de ideas. Según esta metodología, se trata de llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de solucionar problemas, a intercambiar puntos de vista y a formular argumentos que validen los resultados. Estas ideas, expresadas por los profesores coinciden con las que se anotan en los documentos distribuidos por la SEP:

“A partir de esta propuesta tanto los alumnos como el maestro se enfrentan a nuevos retos que reclaman actitudes diferentes sobre lo que significa enseñar y aprender. No se trata de que el maestro explique la clase, sino que plantee situaciones interesantes en problemas que signifiquen un reto para los alumnos, donde aprovechen lo que ya saben y que a partir de soluciones iniciales mediante el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista con sus compañeros y con el maestro aprendan y construyan conocimientos y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficientes” (Plan y Programas de estudio 1993 y Libro del maestro quinto grado SEP 2002).

3.4 Opiniones sobre la transferencia de la multiplicación y división de fracciones a la Secundaria

En este punto nos encontramos con dos grupos de opiniones entre los maestros: La mayoría (ocho) piensan que las operaciones de multiplicación y división deben trabajarse desde la educación primaria y cuatro de ellos consideran correcta su transferencia a la escuela secundaria. Cada grupo expone sus razones.

3.4.1 La multiplicación y la división deben trabajarse en la escuela Primaria

Los maestros que respondieron de esta manera (8) expresan que la transferencia de las operaciones de multiplicación y división de fracciones a la Educación Secundaria, fue inadecuada. En general manifiestan un franco desacuerdo con este cambio. No comprenden los motivos de él y sostienen que dicha transferencia no tenía razón de ser, al tratarse de dos “sencillas” operaciones, incluso “más sencillas” que la suma y resta de fracciones. Por esa razón estos maestros siguen manejando en la actualidad las dos operaciones “sin problema”, aunque no las contenga el programa.

Por ejemplo la maestra Concepción señala “Ah... entonces ¿ya no se deben dar en la primaria? Pues yo los doy de todas maneras, si estamos hablando más para que ellos lo entiendan, dárselos desde chiquitos, pues en la secundaria les va a dar más trabajo entenderlo”.

La respuesta de la maestra Graciela es parecida: “¿O sea que nosotros ya no lo vamos a dar? (Pregunta sorprendida) Yo lo acabo de ver con mis alumnos. ¿Qué crees? que no estoy de acuerdo, se me hace que estamos dándole largas, vamos, un muchacho de secundaria menos se interesa”.

Otra maestra dice ignorar el motivo de dicha transferencia y supone fue por el grado de abstracción o posiblemente la madurez de los niños. De cualquier manera está plenamente convencida que la multiplicación y la división de fracciones se deben trabajar en la Primaria: “No se por qué las pasaron, ¿será por el nivel de abstracción? Estuvo mejor por la madurez de los niños, pero yo creo que se debe retomar desde la primaria”. (Silvia)

Hay otra opinión parecida: “Yo siento que estaba bien que se revisara en la primaria, como que hace falta, siento que es necesario, como que le están

restando importancia, aquí se podía manejar tranquilamente, por lo menos lo inicial. Yo lo veo en 5º y 6º, la división en forma cruzada y la multiplicación, directo”. (Lourdes)

La maestra Ana María se adhiere a este grupo de opiniones al decir: “En base a que los programas los elaboran personas con criterios y fundamentos, respeto que se haya pasado a la secundaria, pero en la práctica cotidiana del trabajo escolar, no afectaba en lo más mínimo enseñar la multiplicación y la división, era mucho más rápido y fácil aprenderlas que la suma y la resta”.

Una opinión que es importante resaltar es la que expone la maestra Ma. Antonia: “[Yo creo] que se ha empobrecido mucho el programa. Cuando el niño ya maneja la fracción y lo puede ubicar gráficamente, entonces ya entra el proceso. En la multiplicación se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador y en la división, productos cruzados. Yo no entiendo por qué lo quitan de acá y en la Secundaria se vea como un nuevo conocimiento que nos va a crear un problema y quitar tiempo”.

3.4.2 La transferencia de la multiplicación y la división a la Secundaria es correcta

Cuatro maestros opinan de esta manera: dos de ellos avalan y justifican la transferencia de dichas operaciones:

“Yo pienso que es correcto. Creo que los niños deben tener más armas, más elementos, más abstracción para llegar a esto, o sea ya más grandes, porque muchas veces, aunque ya hemos manejado las fracciones con más conocimiento y experiencia nos cuesta trabajo” (Pedro).

“Opino que en primaria les tenemos que dar las bases primordiales, que el niño sepa sumar y restar una fracción porque es difícil, para el niño manejar esos conceptos de fracciones. Yo digo que sí está bien. Creo que deben llevar

consolidado este concepto de fracciones, para prepararlos a secundaria a ver la multiplicación y la división” (Gerardo).

Otra profesora opina que la transferencia es adecuada, aunque le gustaría que los maestros de Secundaria también se comprometieran a conocer y aplicar la metodología actual sobre la enseñanza de la multiplicación y división de fracciones y hubiera un seguimiento entre ambos niveles. Lo dice así: “La transferencia me parece bien. Me gustaría pensar que en la Secundaria también parten de una enseñanza concreta, como nosotros, porque eso va a provocar que también sea algo vivido, que se use; no algo que nada más te aprendas el proceso y que no te sirva para nada” (Patricia).

Aunque estos cuatro maestros apoyan la transferencia de la multiplicación y la división a la secundaria, algunos manifiestan ignorancia sobre el motivo de este cambio. Se encuentra muy arraigada la idea de que la práctica del algoritmo de todas las operaciones con fracciones en la escuela primaria es fundamental. Como podemos apreciar, la mayoría de los maestros entrevistados se centran en ellos.

Dicen no percibir dificultad en la enseñanza de la multiplicación y división de fracciones en la escuela primaria, consideran incluso que dichas operaciones son más sencillas que la suma y la resta, porque su resolución desde el punto de vista procedimental, requiere menos destrezas y no implica la equivalencia.

Kieren en 1976, señaló que los números racionales como fracciones se conciben como meros objetos de cálculo y por ende los objetivos de enseñanza tienden al desarrollo de habilidades operativas. Las fracciones se reducen a un conjunto de algoritmos a enseñar.

Volviendo al caso de la multiplicación y la división de fracciones, parece que los profesores entrevistados no perciben que en buena medida la dificultad radica en la conceptualización y la resolución de problemas que impliquen estas

operaciones y no en sus algoritmos. Aún no han comprendido cabalmente que las operaciones -en el enfoque actual- son instrumentos que permiten resolver problemas y que a partir de situaciones que resuelvan con ellas, los niños construyen los significados de las mismas. Como se señala en la propuesta vigente: “El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar de manera flexible para resolver problemas” (Libro para el maestro. Matemáticas. Quinto grado SEP 2002:7)

Como vimos al inicio de este apartado, la mayoría de los maestros parecen ignorar este cambio o bien no estar de acuerdo con él. Esto a pesar de que uno de los principales cambios al programa anterior, en relación a los contenidos fue que: “...Se aplazó la introducción de las *fracciones* hasta tercer grado y la *multiplicación y división* con fracciones pasó a la secundaria. Lo anterior se basa en la dificultad que tienen los niños para comprender la fracciones y sus operaciones en los grados en los que se proponían anteriormente” (Plan y programas de estudio de Educación Primaria SEP 1993:54)

3.5 Uso del Fichero de Actividades de Matemáticas

¿Qué estrategias del fichero de actividades le han dado buen resultado con sus alumnos en el aprendizaje de las fracciones?

Todas las opiniones excepto dos, en relación al fichero de actividades distribuido por la SEP son positivas. Encontramos en los maestros diferentes calificativos dirigidos a este documento auxiliar en la enseñanza de las fracciones, como por ejemplo: muy bueno, importante o magnífico, no obstante estas opiniones, el uso del mismo es muy variado, debido a que contamos con maestros que utilizan las actividades que sugiere el fichero, con frecuencia en sus clases de matemáticas, otros que lo utilizan poco y algunos otros que nunca lo han incluido en su trabajo pedagógico. Por esa razón formamos, con las respuestas de los docentes tres grupos diferentes: A. Los maestros que han incluido las actividades del fichero en

su trabajo docente con fracciones, B. Los maestros que han utilizado poco el fichero de actividades y C. Maestros que no han utilizado el fichero.

3.5.1 Los maestros que han incluido las actividades del fichero en su trabajo docente con las fracciones

Ante la pregunta: *¿Qué estrategias del fichero de actividades de matemáticas le han dado buen resultado en la enseñanza de las fracciones?*, tres maestras manifiestan en su discurso conocimiento y manejo del fichero de actividades en las fracciones. Incluso recuerdan algunas fichas del mismo, las cuales describen y comentan con detalle.

En este grupo tenemos a la maestra Patricia quien refiere “ Sobre todo las actividades que me gustan son las que utilizan material más concreto y tangible, [por ejemplo] viene una actividad con respecto a giros, es un juego que te marcan así como un asterisco y los niños van avanzando, los niños avientan un dado y ellos van contando: *primero avancé $1/8$ de vuelta, por ejemplo 1 avanza $1/8$ o $4/8$, que media vuelta o que $4/8$ es la mitad de una vuelta, también lo puedes decir en cuartos o este tipo de cosas de juegos.*”

Esta actividad corresponde a la ficha No.19 del Fichero de Actividades de 4º grado.

La maestra Lorena, al referirse a las actividades del fichero hace una aportación similar: “Una que fue significativa para los niños fue cuando vimos el tangrama, ahí podía ver qué parte era cada una de las piezas del tangrama de la unidad, también viene otra actividad en una medida de longitud, que los niños vayan ubicando las fracciones, entonces viene ahí para la suma de fracciones, primero ubicarlas y luego hacer sus sumas y que ellos analicen por qué pudieron sumar cuartos con octavos o medios”.

Como se ve, estos profesores tienen conocimiento y opinión acerca de las actividades propuestas en las fichas, sin embargo, el número de los que cuenta

con este conocimiento es muy reducido, la gran mayoría afirma usar poco o no utilizar dicho material.

3.5.1 Los maestros que han utilizado poco las actividades el fichero

En este grupo se ubican cinco de los profesores entrevistados. En general dan opiniones favorables respecto al uso del fichero, pero refieren utilizarlo poco, por las razones que se expresan a continuación.

“Lo he usado poco [el fichero]. Me acuerdo de una actividad donde se hace como un acordeón de papel, entonces lo sueltas y en la primera están los medios y en la que sigue están los tercios y en la que sigue están los cuartos y así. Esa ficha me gusta mucho manejarla porque me parece una ficha valiosa, lo que a mi me gusta de las fichas es que todo lo que ellos puedan hacer de material para su aprendizaje es muy rescatable de los ficheros”. (Graciela).

La falta de tiempo para realizar estas actividades es un motivo que argumentan los profesores, para usar poco el fichero. Dice Ana María: “[El fichero] es un buen material, lo he leído, lo conozco, pero son poquitas las actividades que he realizado, porque mis tiempos están muy presionados. Una de las actividades del fichero es que el niño tuviera una tarjeta con una fracción y otro niño otras tarjetas.

El juego se trataba de que le completara al entero cuánto le faltaba o cuánto le sobraba: *Tengo aquí $\frac{5}{4}$* y el otro niño tenía que contestar que *$\frac{1}{4}$ le sobraba del entero* o *Tengo aquí $\frac{6}{7}$ ¿Cuánto le falta para el entero?*, entonces es un juego bonito” [Ficha No. 31 del fichero de actividades didácticas. Cuarto grado].

La maestra Concepción expresa una idea similar: “[El fichero] sí lo he llegado a utilizar. Son actividades largas, pero sí dan resultado. Recuerdo una donde teníamos que hacer tiritas y marcar $\frac{1}{4}$ y que ellos lo fueran comparando” [Ficha No. 9 del Fichero de Actividades didácticas. Quinto grado].

Otra opinión se refiere al uso del fichero como actividades lúdicas introductorias al trabajo con el libro de texto. “[El fichero] lo he utilizado aunque muy poco. El fichero te lleva de la mano, lo puedes utilizar de dos formas, yo normalmente lo utilizaba primero antes de abrir el libro como una introducción, el fichero de actividades es como más juego, entonces partes de juego para después entrar al libro, en el fichero todas las actividades son en equipo” (Gerardo).

La última opinión que citamos expresa la importancia de utilizar el fichero, como un instrumento que fomenta la reflexión: “Los ficheros son un equipo muy importante, son muy interesantes y sobre todo nos van a ayudar en una parte del proceso: que enseñan a pensar a los niños” (Pedro).

Como podemos ver, la razón que expresan los profesores para utilizar con poca frecuencia el fichero dentro de sus actividades pedagógicas, es básicamente la falta de tiempo para la realización de las actividades propuestas. También hay maestros que dicen trabajar las fichas como introducción al libro de texto o como actividades que fomentan la reflexión en los alumnos. Todos tienen una opinión favorable hacia el fichero.

3.5.2 Maestros que no han utilizado el fichero

Cuatro maestras reconocen no haber utilizado nunca el fichero, aunque dos de ellas emiten una opinión positiva hacia este material. Por ejemplo la maestra Silvia sostiene: “No he trabajado el fichero ¡y tan buenas actividades que tiene! Es un material magnífico”.

La opinión de Lourdes es parecida: “Yo siento que [el fichero] está muy bueno, pero me gustaría que viniera integrado en el libro de texto, porque me tardo mucho en buscar la ficha a la que me remiten y luego ya no la veo, por eso no lo uso”.

Las otras dos maestras manifiestan un franco rechazo al uso del fichero, como lo podemos constatar en sus respuestas:

- “El fichero no lo uso. Generalmente se apoya uno en los libros que nos venden, porque como el libro viene muy extenso y aburrido, el dibujito a una línea para trazar es más atractivo” (Alicia).
- “He trabajado algunas fichas pero son demasiado largas para concluir en algo, se lleva uno hasta una semana [en realizarla]. No recuerdo alguna actividad que a mi me haya impactado. Es que no puede haber nada nuevo” (María Antonia).

Las razones que las docentes expresan para no usar el fichero de actividades se pueden resumir en dos: a) falta de tiempo para incluir las actividades que se proponen, aunque tienen una opinión positiva hacia ese material y b) el desinterés hacia el uso del fichero de actividades.

Muchos maestros que dicen no utilizar el fichero de actividades didácticas de matemáticas, entre los que se cuentan algunos de los que entrevistamos, arguyen la falta de tiempo para realizar las actividades incluidas en el mismo. Este comentario probablemente denote ignorancia de los principios del enfoque didáctico actual, donde se propone que los niños construyan conocimientos mediante numerosas y variadas actividades de su interés. En este sentido el fichero es un valioso auxiliar, que a la larga, será más una inversión de tiempo que una pérdida, al favorecer el desarrollo de habilidades, actitudes y conocimientos. Así se expresa en el siguiente párrafo que refiere a la pérdida de tiempo: “...más vale dedicar el tiempo necesario para que los niños adquieran conocimientos con significado y desarrollen habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo, que enseñar conocimientos que pronto serán olvidados por los alumnos” (*Libro del maestro. Matemáticas quinto grado SEP 2002*)

3.6 Las lecciones del libro de texto que tratan contenidos de fracciones

Cuando se les preguntó a los maestros su *opinión sobre las lecciones del libro de texto que tratan el contenido fracciones en el grado que atendían*, la mayoría (8)

contestó que dichas lecciones forman parte de un material de enseñanza adecuado y bueno. Así los podemos constatar en algunas opiniones anotadas en los siguientes párrafos:

3.6.1 Las lecciones son buenas

“Pienso que es un material buenísimo, si lo realizamos a conciencia como pide el libro y manejando estructura por estructura, aunque implica una buena cantidad de tiempo, teniendo tantas cosas...estamos carrereados” (Ana María), o bien: “[Las lecciones del libro] me parecen muy buenas, se trabaja mucho a través del juego, nada más que sí te lleva mucho tiempo y con hacerlas no basta, hay que dar tiempo para analizarlas y para que socialicen el conocimiento” (Patricia).

Por su parte la maestra Delia dice “[El libro de texto] es muy bueno, pues se da una participación activa de los alumnos dentro de las lecciones”. Mientras el maestro Pedro opina: “Creo que [el libro de texto] ha mejorado mucho, está más comprensible, sobre todo porque el trabajo del libro se hace en clase y favorece el aprendizaje de los niños”.

Finalmente, la maestra Lorena afirma: “El libro plantea ejercicios donde los niños tienen que razonar. Pienso que las lecciones sí son acordes a lo que son las fracciones y son las apropiadas, aunque los niños no están acostumbrados a utilizarlo, entonces se les dificulta el trabajo”.

De los comentarios anteriores podemos derivar que, en opinión de los maestros, las lecciones del libro de texto son buenas si se trabajan como lo señala el programa, o bien porque permite la participación activa del alumno o porque fomenta el razonamiento de los niños. Sin embargo, algunos consideran que para realizar las actividades del libro, se requiere de mucho tiempo y que la mayoría de las veces no se cuenta con él, debido a la gran carga de trabajo que se tiene en una escuela primaria. Esta idea, probablemente disminuya la posibilidad de que los libros sean realmente utilizados en la clase de estos profesores.

3.6.2 Las lecciones son inadecuadas

Mientras la mayoría de los maestros opinan que las lecciones del libro son buenas, un grupo de cuatro docentes, piensa que las lecciones son inadecuadas por diversos motivos. Por ejemplo la maestra Alicia dice: “[Creo] que los libros son más para el maestro que para los alumnos, porque los libros son muy metódicos y los problemas aburridos”.

Otro comentario atribuye a la facilidad y simpleza de las lecciones del libro de texto el ser inadecuadas para la enseñanza: “Algunas [lecciones sobre fracciones] son muy fáciles y a veces muy simples para los niños. No vienen muy a fondo, no involucran a los niños, por lo mismo que es muy árido [ese contenido]” (Concepción).

Similar al anterior es este comentario: “A las fracciones les dan un espacio muy pequeño, son muy pocas las lecciones [en quinto grado] y no hay actividad ¡los niños necesitan manipular! (Ma. Antonia).

La maestra Lourdes da otro argumento diferente: “Creo que [las lecciones] son amplias y confusas”

Como se puede apreciar, los motivos que dan los profesores para opinar que las lecciones son inadecuadas, se pueden resumir en que éstas son: metódicas y aburridas y por eso no son para el alumno, sino para el maestro; también porque son escasas, sin actividad para los alumnos o bien amplias y confusas.

3.7 Opiniones sobre la introducción de la enseñanza de las fracciones en 3er. grado de primaria

Al abordar la presente temática me percaté de que algunos maestros desconocían que la enseñanza de las fracciones desde 1993, se inicia en tercer grado, y no en primero como ocurría antes de la reforma. Por otra parte, nos encontramos con

que el 75% de profesores (incluidos los que desconocían la modificación) manifiestan un total desacuerdo por la introducción de la enseñanza de las fracciones hasta 3er. grado de primaria. El resto de los docentes aceptan como adecuada esta innovación.

Ambos puntos de vista están sustentados en razones, las cuales exponemos en los siguientes párrafos.

3.7.1 Desacuerdo con la introducción de la enseñanza de las fracciones hasta en 3er. grado.

Un grupo de maestras están convencidas que los niños de 1º. y 2º grados tienen una especial cualidad para aprender todas las cosas que se le enseñen, como lo podemos apreciar en la respuesta de la maestra Concepción: “Yo creo que no está bien porque los niños pequeños, aunque sea poquito lo que se les explique lo aprenden muy rápido... lo absorben todo y la mayor información que se les pueda dar es mejor”. Expresando la misma idea, la profesora Silvia afirma: “¡Para nada! Pienso que lo tienes que trabajar desde primero, los niños pequeños parecen esponjas y todo lo aprenden” ““No estoy de acuerdo, entre más pronto iniciemos al niño, lograremos más provecho, que si lo ponemos después” dice en el mismo tenor otra maestra (Ana María).

Otros maestros defienden la postura de que sería correcto iniciar el aprendizaje de las fracciones desde primer grado y que durante todo el primer ciclo podrían manejarlas de manera informal. Así lo refiere la maestra Patricia cuando dice “Yo pienso que en primero y segundo grado los maestros deben permitir que sus alumnos tengan contacto con las fracciones, de manera informal, en medidas arbitrarias de peso, longitud y tiempo para tener la noción y que en tercero sea el aprendizaje formal”.

La maestra Lourdes también apoya esta idea: “Pienso que debería iniciarse desde primero, como antes para que tengan una idea de lo que es un medio o lo que es un cuarto”.

También la maestra Ma. Antonia, de acuerdo con las colegas anteriores señala: “Creo que sería muy bueno empezar las fracciones desde primer año, en la vida cotidiana van teniendo el conocimiento en forma empírica”.

Similar es la respuesta de la profesora Alicia: “Yo pienso que está mal, que de hecho se introduce desde preescolar pero no propiamente porque si de por sí el problema está agudo y luego hasta tercer año lo quieren introducir, bueno, es un hecho que vivimos con las fracciones pero no lo razonamos ni sabemos por qué”.

3.7.2 Acuerdo con la introducción de la enseñanza de las fracciones en 3er grado

Esta opinión la comparte -como se señaló anteriormente-la minoría de los maestros entrevistados. Nada más tres de los doce profesores consideran adecuada la introducción de las fracciones hasta tercer grado de primaria, debido al grado de dificultad que implica el manejo de este contenido. Así lo expresa el profesor Gerardo al decir: “Yo pienso que está bien iniciar en 3º por el grado de dificultad. El niño de primero aprenderá mecánicamente con la memorización, pero pedir que lo entienda, no”.

La respuesta del profesor Pedro alude principalmente a la comprensión del contenido: “Yo pienso que está bien, me gusta por todo el proceso que se va manejando, los problemas de fracciones están hechos para que los niños entiendan”.

Y finalmente la maestra Lorena defiende esta postura debido al respeto a las etapas de maduración por las que atraviesan los alumnos: “Creo que debe ser

la adecuada, porque lo que entró con el plan 93 se hizo respetando las etapas de maduración del niño”

Como se ve en las respuestas anteriores, la mayoría de los maestros piensa que es erróneo haber pospuesto la introducción de las fracciones hasta tercer grado. Los argumentos que dan refieren a que los niños pequeños tienen una capacidad amplia de recepción de los conocimientos, o a que se puede enseñar de manera informal.

Se observa aquí una aparente contradicción entre el creer que las fracciones son un contenido complejo en matemáticas (el más difícil de enseñar y aprender) y pensar en que los niños pequeños pueden iniciar exitosamente su aprendizaje.

4. FORMACIÓN Y ACTUALIZACIÓN PROFESIONAL DE LOS MAESTROS EN RELACIÓN CON LAS FRACCIONES

4.1. Las experiencias de formación

Cuando se les planteó a los maestros la pregunta ¿Qué recuerda de su formación profesional en torno a las fracciones? casi todos hicieron esfuerzos por recordar lo que habían aprendido en la Normal, sobre todo para la enseñanza de este contenido. Sin embargo la mayoría (ocho docentes) mencionó no acordarse de haber visto este tema dentro de su formación como docentes. Por otra parte dos maestros contestaron: en la Normal no vimos nada referente a la enseñanza de las fracciones.

Sólo tres de los doce maestros entrevistados recuerdan haber revisado durante su formación (Plan 75) algunos aspectos relacionados con la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria.

Por lo expresado anteriormente, hemos organizado las respuestas de los docentes en tres bloques: A. No me acuerdo, B. En la Normal ¡Nada! y C. Sí recuerdo

4.1.1 No me acuerdo

A este primer grupo corresponden las respuestas de ocho maestros, quienes dicen no recordar si su formación profesional incluyó la enseñanza de las fracciones, la profesora Concepción, por ejemplo, dice: “La verdad no me acuerdo de gran cosa, yo creo que sí me lo enseñaron cuando estudié la Normal pero...no me acuerdo”.

Por su parte la maestra Alicia comenta “No me acuerdo, ni siquiera de la Licenciatura que terminé hace dos años y eso que vimos la *Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*, no me acuerdo que hayamos visto fracciones...como si no existieran”.

Otra respuesta diferente, pero alusiva al olvido, es la siguiente: “A mí me las pusieron en el pizarrón y ¡Apréndetelas!, así de plano las memoricé desde que era estudiante. En la Normal no lo vi, más bien en la práctica lo aprendí.”(Delia).

Por su parte Patricia dice “[De mi formación en la Normal no me acuerdo] Creo que era un poco joven de mi cerebro e iba más a acatar materias. He aprendido más ahora de grande”.

Otra opinión que se suma a las anteriores es: “En la Normal no recuerdo haber llevado matemáticas, en especial las fracciones, sí me las enseñaron, pero desde la primaria” (Lourdes).

La opinión del maestro Pedro es la siguiente: “En la Normal no había una didáctica de las Matemáticas, lo que veíamos ahí era muy tradicional”.

Apoyando esta opinión, la maestra Ma. Antonia señala “¡Nada! La Normal no nos da el sustento, nos formamos solos en la práctica, en el aula”.

4.1.2. Sí recuerdo

Son sólo dos los docentes que recuerdan algunos aspectos relacionados con la enseñanza de las fracciones, estudiados durante su formación profesional. Una de ellas es la maestra Ana María quien afirma: “[En la Normal] me explicaron que era importante pasar por las tres etapas de la enseñanza de las matemáticas: concreta, simbólica y abstracta, en ese orden, sin saltar alguna de ellas, para el logro del conocimiento”.

Otra maestra que da una opinión similar recuerda que en la Normal aprendió que era muy importante el uso de materiales para la enseñanza de las fracciones y en general de las matemáticas en la educación elemental. “[De mi formación] recuerdo lo que ahora utilizo mucho que son los cuadrados de papel lustre, o el uso de manzanas, naranjas o frijoles, o sea más práctico” (Graciela).

Podemos apreciar que en la mayoría de las respuestas expresadas por los docentes, existe un escaso o a veces nulo recuerdo de su formación profesional sobre la enseñanza de las fracciones de educación primaria.

Puntualicemos que durante los años en que la mayoría de los maestros entrevistados fueron formados en la Normal (los años setentas y ochentas), el currículo incluía tanto las situaciones problemáticas, como el tomar en cuenta la utilización del material didáctico para la manipulación y apoyo a la enseñanza de las fracciones; esto último como una vía para lograr la abstracción de los conceptos. Esta idea se ve reflejada en la siguiente cita: “Lo ideal sería poner a disposición del niño una gran cantidad de material pedagógico que lo fuera enfrentando a problemas concretos y que a la vuelta de cierto tiempo él, por sí mismo, realizara la abstracción deseada y fuera capaz de aplicar todo ello a la solución de otros problemas” (SEP 1972:56).

Se pensaba que se mejoraría el aprendizaje de los alumnos, si se introducía el material y una concepción dinámica del aprendizaje, que no entrañara pérdida de tiempo ni rigor. Desde esta perspectiva, la psicología imperante apoyaba la utilización de procesos intuitivos para la enseñanza; en tal sentido el material cobraba un gran valor.

“En el aspecto psicológico la actividad matemática en sí misma, demuestra que la percepción y la acción son sus partes integrantes”. (Gattegno, 1967). Acorde con esta idea, una maestra recuerda el tránsito por las etapas concreta, simbólica y abstracta para llegar al logro del conocimiento en matemáticas. En esa época se pretendía que el niño relacionara las proposiciones abstractas de las matemáticas, con la realidad concreta que él conocía tan bien: “Es necesario enfrentar al niño a una gran cantidad de experiencias y problemas concretos, antes de intentar cualquier proceso de abstracción...Después de haber realizado experiencias adecuadas, la abstracción se realiza de una forma natural” (SEP 1972:56).

4.2 Experiencias de Actualización

La siguiente pregunta formulada a los maestros tiene que ver con la actualización que cada uno de ellos ha llevado a cabo a lo largo de su vida profesional en torno a las fracciones. *¿Qué experiencias de actualización ha tenido, relacionadas con fracciones?* Encontramos 5 docentes que por diversos motivos han carecido de dicha actualización.

Sólo 7 maestros señalan haber tenido experiencias de actualización vinculadas al contenido fracciones, principalmente con el Programa Nacional de Actualización permanente PRONAP -para la acreditación del examen de Carrera Magisterial-. Sin embargo, tres de ellos se presentaron al examen sin estudiar, mientras que otros tres profesores tuvieron asesorías, principalmente en los Centros de Maestros o llevaron otro tipo de cursos, como es el Estatal de Carrera Magisterial sobre fracciones, Diplomado de Ciencias en CINVESTAV y CONAFE.

Para fines de exposición de las opiniones, hemos dividido en dos grupos a los maestros: Los que han tenido alguna experiencia de actualización relacionada con las fracciones y los docentes que han carecido de ella.

4.2.1 Maestros que han tenido alguna experiencia de actualización relacionada con las fracciones

Entre estos maestros se cuenta la maestra Silvia, quien nos comenta “Tomé un curso de Carrera Magisterial –el estatal- [sobre fracciones], donde aprendí que debo manejar más material con mis alumnos para lograr el aprendizaje de las fracciones”.

Por su parte el maestro Gerardo dice haber tenido una experiencia de actualización autodidacta: “[La enseñanza de las fracciones] la he estudiado en los libros del CONAFE y lo que maneja es la forma más práctica y más sencilla para entender las fracciones y trabajarlas con los niños”.

Lorena refiere a “Un módulo relacionado con fracciones en el Diplomado de Ciencias en el CINVESTAV”.

Uno de los maestros que han acreditado el curso *La enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria 2ª. Parte* del PRONAP (donde se estudia el artículo *Las Fracciones*,) es Pedro quien afirma “[Las fracciones] sí se tocan en esos libros de los cursos nacionales y están manejados de tal manera que podamos comprender las fracciones”.

La maestra Ana María también manifiesta haber revisado los materiales de PRONAP cuando señala “Sí, [vienen fracciones] en la segunda parte. Recuerdo que en esos libros al plantear las fracciones, siempre buscaban cosas gráficas, problemas con cosas concretas”.

Finalmente la maestra Patricia comenta: “Sí, [se manejan las fracciones] en el segundo curso, incluso trae un cuadernillo de material recortable que está

buenísimo, pero también hay cosas del primer curso que te pueden ayudar a abordar las fracciones”.

4.2.2 Maestros que no han tenido experiencias de actualización relacionadas con fracciones

Los maestros que no participan en Carrera Magisterial y reportan no haber tenido ninguna experiencia de actualización son seis.

Así lo expresa por ejemplo, la maestra Concepción “No he participado ahí [en Carrera Magisterial] y cursos de fracciones nunca me han dado, pero siento que sí es algo que no conocemos y no manejamos mucho”.

Lo mismo opina la profesora Lourdes cuando dice “No tengo ninguna experiencia de actualización relacionada con las fracciones y tampoco he presentado el examen de Carrera Magisterial de matemáticas, más bien le he huido”.

Algunos atribuyen la actualización profesional a su experiencia docente, como la maestra Graciela cuando dice “[El curso PRONAP] no lo he tomado y experiencias de actualización no recuerdo, más bien con la experiencia es con la que me he formado”.

Parecida es la respuesta expresada en seguida: “No he tomado cursos, siento que la actualización la he tenido en la práctica, al trabajar con los libros de texto y mis alumnos”. (Delia).

De lo expuesto en los párrafos anteriores podemos derivar las siguientes consideraciones:

La mayoría de los docentes (10) no recuerdan haber tenido una formación profesional específica para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en general, y mucho menos para la enseñanza de las fracciones en

particular. Otros maestros atribuyen a su experiencia la actualización profesional, dándole gran peso a aquélla.

Cabe mencionar además, que quienes recuerdan algunos contenidos de los cursos recibidos no rebasan los comentarios generales sobre el tema y no existen las referencias a asuntos como los diferentes significados de las fracciones o las formas y situaciones convenientes para enseñarlos, asuntos incluidos en el curso de PRONAP.

5. CONOCIMIENTO DE LAS FRACCIONES

5.1 Concepto de fracción

Maestro: ¿Qué es fracción para usted? Esta fue una de las últimas preguntas planteada a los profesores, con el fin de explorar la noción de fracción que han construido a lo largo de su experiencia profesional. Se observa que todos los docentes conciben a la fracción desde un punto de vista muy restringido, es decir, la relación parte-todo, como se puede apreciar, por ejemplo en las siguientes respuestas:

“[Fracción] es una parte de un entero” (Concepción, Alicia, Lorena, Ma. Antonia).

“[Fracción] es la parte de un todo, un entero que debe ser dividido en partes iguales” (Patricia).

“Fracción es partir algo en partes iguales, vamos a partir algo, que nos toque lo mismo a cada quien” (Gerardo).

Dos maestros especificaron la relación parte todo tanto en cantidades continuas como en las discretas: “[Fracción] es la representación de una parte, de un todo o en un conjunto; sobre todo de un conjunto, porque el entero es muy fácil de

entender, pero los conjuntos cuesta trabajo, siempre lo queremos manejar con enteros” (Ana María).

Similar es la respuesta del maestro Pedro cuando afirma: “es la parte de un entero, tomándolo como unidad o como un conjunto, eso es una fracción, sobre todo que la debemos dividir en partes iguales”.

De acuerdo con lo anterior podemos resumir que todos los profesores participantes en este estudio conciben a la fracción sólo como la relación parte todo y algunos consideran los dos tipos de “todos” que es posible considerar: parte de una magnitud continua (modelo de pastel) o un conjunto discreto (colecciones de objetos).

Vale la pena comentar que resultados recientes en México coinciden con lo anterior, pues se ha observado que un número importante de profesores conciben la noción de fracción desde un punto de vista muy restringido (parte-todo). Este dato que puede apreciarse en los resultados de los *Exámenes de Acreditación de los Cursos Nacionales de Actualización* (PRONAP) Distrito Federal 2001-2002 aplicado a una población sustentante de 31 717 maestros, citado en la introducción. Sólo el 55% de los sustentantes dominaron satisfactoriamente el contenido fracciones del curso. Se observa un dominio deficiente en los diferentes significados de las fracciones., pero se reportó el mayor dominio del contenido de este tema en situaciones de reparto sencillas.

Kieren define a las situaciones de partición como situaciones de reparto de cantidades continuas o discretas: “La partición está definida aquí como una equidivisión de una cantidad en un número dado de partes. Una distribución completa (de fenómenos continuos o de colecciones de objetos) es la base para el lenguaje fraccionario de parte-todo” (Kieren, 1983:5).

Kieren, Freudenthal y Vergnaud consideran a las situaciones de partición, reparto o distribución de cantidades, indispensables para introducir la noción de fracción y para extender esta noción hacia la construcción de otros aspectos del número racional. Una de las ventajas didácticas de las situaciones de reparto exhaustivo y equitativo es la posibilidad de realizar los repartos físicamente. Estos autores señalan que este tipo de situaciones relacionadas con las fracciones son las más simples, por ello, incluso recomiendan que la enseñanza del tema se inicie con el abordaje de estos conceptos.

Pareciera que el significado restringido de fracción manejado en los objetivos generales de educación primaria en 1972 aún sigue vigente en los maestros entrevistados. La intención de ese plan en relación con las fracciones, era principalmente: "llevar al niño al concepto de quebrado concibiéndolo como un fragmento de un objeto, o como una agregación de fragmentos de uno o varios objetos iguales" (Libro para el maestro 5º grado 1972:80). Ahí podemos distinguir la idea de partición en cantidades continuas y discretas, descrita por Kieren Freudenthal y Vergnaud.

5.2 Vinculación de las fracciones con otros contenidos de matemáticas

Al presentar a los maestros la interrogante *¿Existe alguna vinculación de las fracciones con algún otro contenido de matemáticas?*, la mayoría (10 de ellos), manifestaron que sí existe vinculación entre dos o más de los contenidos matemáticos.

Los contenidos que aparecen con mayor frecuencia entre los maestros corresponden al eje de *Medición* como son las medidas de longitud, peso y volumen. Algunas de estas opiniones son:

"Yo creo que todo va relacionado, está en todos los contenidos, si ves el peso, la capacidad el volumen o área por ejemplo" (Graciela).

“Sí [existe vinculación], como en 5º grado vienen números decimales, fracciones, medidas de longitud, superficie, capacidad y volumen donde también se manejan medidas más pequeñas que el entero o más grandes y es ahí donde también se está trabajando la fracción” (Lorena).

Tres de los diez maestros encuentran vinculación de las fracciones con el eje tratamiento de la información. Por ejemplo la maestra Alicia dice “Sí deben estar vinculados [los contenidos], porque por ejemplo en tratamiento de la información, también tienes que medirle o quitarle, si son 10 barras o un círculo la gráfica”.

Parecida es la opinión de Ana María cuando afirma “[Se vincula con] las gráficas, los decimales y la geometría”.

Por otra parte una maestra encuentra vinculación de las fracciones con el sistema métrico decimal y porcentajes “Sí lo del sistema métrico decimal, medio metro; medidas de peso, un cuarto de kilo, medio litro y también cuando ven lo del porcentaje” (Concepción). Otra profesora encuentra además vinculación de las fracciones con la variación proporcional: “Con los decimales, que también son fracciones, en las medidas de capacidad, el tratamiento de la información y en las proporciones” (Silvia).

Un número importante de los profesores (cinco) vinculan el contenido fracciones con la geometría, como lo señala por ejemplo la maestra Dulce: “Con ángulos, geometría, también en las medidas se utiliza mucho”.

La maestra Lourdes dice: “Con geometría, en las figuras, los polígonos, con tratamiento de la información y los números, sus relaciones y sus operaciones”.

“Sí, todo se relaciona con los números, sus relaciones y sus operaciones, estimaciones, comparaciones en geometría, cuando se habla de polígonos etc.” (Pedro).

Finalmente, hay una profesora que no encuentra vinculación de las fracciones con otros contenidos matemáticos: “Tanto como vinculación no hay” (Ma. Antonia); mientras la maestra Dulce Ma., encuentra vinculación con otras asignaturas, más no con otros contenidos de matemáticas “Sí [existe vinculación] pero con las otras asignaturas: Español, Geografía, Historia, Civismo”.

En resumen podemos decir que la mayoría de los maestros consideran que la vinculación de las fracciones con otros contenidos de matemáticas se presenta principalmente en la medición de longitudes, áreas, peso y volumen, seguida por la geometría (cinco maestros) y el tratamiento de la información (tres). Sólo una maestra encuentra dicha vinculación con el sistema métrico decimal y porcentajes y otra docente con variación proporcional.

Se observa cómo la gran mayoría de los profesores no identifica las relaciones entre las fracciones y situaciones de probabilidad, porcentajes o variación proporcional, además de que sigue entendiendo de manera aislada los contenidos, a pesar de que en los nuevos materiales de la SEP se trata de trabajar de manera articulada con todos ellos: “Todos los ejes temáticos se estudian reiteradamente a lo largo del curso y se pueden vincular unos contenidos con otros, tanto en lecciones diferentes, como al interior de cada lección” (Libro del maestro, matemáticas quinto grado SEP 2002).

5.3 Los diferentes significados de la fracción

Como se planteó en la introducción, la presente investigación se derivó de una idea presentada en el proyecto inicial de ingreso la maestría en Desarrollo Educativo. Se pretendía investigar qué sucedía en los maestros de primaria con esos cambios al programa anterior, en relación con el trabajo más intenso sobre los diferentes significados propuestos en el plan 93 ¿Los docentes conocían los diferentes significados de la fracción para poder trabajarlos? ¿Por qué había

tantas dificultades para la adquisición de este contenido, tanto para los niños como los maestros?

El pilotaje realizado permitió conocer, como se explica la introducción, que resultaba prácticamente imposible desarrollar la investigación sobre este tema.

Sin embargo, una de las preguntas de la entrevista mantiene la idea de las fracciones y sus diferentes significados, por ser parte sustancial de la currícula de educación primaria ya modificada hace 11 años. La pregunta es: *En los materiales de la SEP, se habla de que las fracciones tienen diferentes significados ¿Cuáles conoce? ¿Podría darme algunos ejemplos de esos significados?* Recordemos algunos párrafos alusivos, contenidos en el plan y programas 1993 de la SEP:

“Se aplazó la introducción de las fracciones hasta tercer grado y la multiplicación y división con fracciones pasó a la secundaria. Lo anterior se basa en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados en los que se proponían anteriormente. A cambio de ello, se propone un trabajo más intenso sobre los diferentes significados de la fracción en situaciones de reparto y medición y en el significado de las fracciones como razón y división”. (Plan y programas de estudio SEP 1993:54).

Desde los años sesentas – como expuse en un capítulo previo - se han identificado diferentes formas específicas que asume la noción de fracción en situaciones concretas. Investigaciones de Kieren, Freudenthal y Vergnaud, señaladas anteriormente, han contribuido al análisis de esta noción. Ellos y otros investigadores contemporáneos estaban conscientes de la complejidad del concepto de número racional, debido tanto a su naturaleza algebraica, como a sus diferentes interpretaciones o significados.

Kieren, por ejemplo considera necesario proporcionar a los niños para el trabajo con fracciones una adecuada experiencia con el mayor número de

interpretaciones, para poder acceder al concepto de número racional. Su tesis fundamental es que: “los números racionales, desde el punto de vista de la instrucción, deben ser considerados bajo todas sus interpretaciones”... “Una presentación integradora de los racionales deberá permitir la identificación de las complejas estructuras cognitivas que el niño necesita desarrollar para conformar correctamente sus ideas acerca de números racionales” (Kieren, 1976:64-65).

En 1983 Kieren refiere a cinco subconstructos del número, los que permiten a los niños construir la noción de fracción. Ellos son: parte-todo, medida, cociente, razón y operador. Kieren considera a la relación parte todo⁵ como central en la comprensión inicial del número racional, y es la que se enfatiza más en la enseñanza escolar.

Kieren destaca también que el desarrollo de la relación parte-todo, además de favorecer la generación de un lenguaje fraccionario, puede vincularse con los subconstructos de medida, cociente, razón y operador. De esta manera la fracción $\frac{3}{5}$ puede relacionarse con las siguientes ideas: tres chocolates entre 5 niños, un chocolate dividido en cinco partes de las cuales se toman tres, 3 de cada cinco ó 3 es a 5 dependiendo de la situación en la que esté involucrada la fracción.

En general, podemos observar que las respuestas de los profesores entrevistados, denotan desconocimiento sobre los diferentes significados de la fracción; la mayoría de ellos (7) refiere al subconstructo parte-todo en situaciones de reparto, como lo podemos apreciar, por ejemplo en las siguientes citas:

“Ninguno....bueno, es la parte de un entero”. (Alicia).

“Pues yo, nada más la de los libros, la parte de un entero.... ¡No te entiendo!” [Muy molesta] (Lourdes).

⁵ La relación parte todo consiste en equidividir un todo en partes y considerar algunas de ellas.

Además de la relación parte-todo aparece en las siguientes frases la noción de fracción como medida, aunque posiblemente las profesoras no se percaten de que se trata de dos subconstructos diferentes.

”Es parte de un entero, se maneja en distintas medidas, capacidad, longitud, tiempo, cantidades” (Patricia)

“Dividir un entero, decimales.....ya no me acuerdo” (Graciela)

“Mm? No sé, pero yo creo que una fracción la podemos transferir a medidas del sistema métrico decimal....también viene el peso, la capacidad.....”(Concepción)

En otro caso, aparece en el discurso de algunos maestros una confusión entre diferentes significados y uso de las fracciones en diversos ámbitos del conocimiento, por ejemplo:

“Decimales, porcentajes, proporción, todo ¿no? Yo creo que tiene muchos significados, aplica en la historia, ciencias naturales, español, geografía y en el periódico” (Silvia).

Para una maestra los significados de la fracción son conversiones: Cuando se hacen las conversiones $\frac{1}{2}$ es igual a 50 centímetros, pero partimos la parte de un todo.....a menos..... a menos de que ya haya salido otra conceptualización” (Ma. Antonia).

El profesor refiere diferentes formas de expresar una fracción en lugar de los diferentes significados: “Las fracciones mixtas, las propias y las impropias” (Gerardo).

Dos maestros agregan el subconstructo razón además de la relación parte-todo:

“La fracción común, también una razón, una proporción, algo de escalas” (Pedro).

“Puede ser como razón, proporción, escalas, con decimales” (Lorena).

Como se ve, es escaso y poco sistemático el conocimiento sobre los distintos significados que adquieren las fracciones, dependiendo de la situación específica a la que se les asocie. Cabe destacar que, señalé antes, esta es una de las principales innovaciones en la enseñanza de las fracciones introducida en 1993.

CONCLUSIONES.

1. La mayoría de los profesores entrevistados coinciden en la idea de que aprender fracciones en la primaria sirve a los alumnos para resolver problemas en la vida diaria y que las fracciones sencillas son utilizadas por niños y por adultos. Sin embargo, algunos maestros restringen la importancia del aprendizaje de las fracciones a cubrir un contenido curricular en el curso de matemáticas.
2. La gran mayoría de los profesores entrevistados consideran que las fracciones es el tema de las matemáticas más difícil de abordar en la escuela primaria, o al menos uno de los más difíciles.
3. Las dificultades de enseñanza de las fracciones, tal como las perciben los docentes entrevistados, involucran a maestros, alumnos contenidos y metodología de enseñanza.
4. Entre las principales dificultades para la enseñanza de las fracciones en la educación primaria que refieren los maestros destacan la preocupación por algunos aspectos matemáticos como: la dificultad para comprender el sentido del denominador y el numerador, la equivalencia y los algoritmos, así como la preocupación por el logro de la abstracción en sus alumnos.
5. Todos los maestros sugieren el uso de recursos didácticos sencillos para la enseñanza de las fracciones, de fácil acceso o elaboración, llamativos y concretos, mientras otros profesores agregan también el uso de textos comerciales de matemáticas. Ningún maestro menciona el uso de material elaborado a partir de las sugerencias del fichero de actividades

6. Los maestros coinciden en que la propuesta actual sobre la enseñanza de las fracciones, ha mejorado sustancialmente en relación con el Plan 72. Critican las características de dicho plan, pero paradójicamente, en la práctica siguen utilizando esos lineamientos pedagógicos y, al indagarse un poco más, la mayor parte de los maestros muestran franco desconocimiento de la propuesta vigente, aunque algunos opinen que es adecuada.
7. Prevalece en los maestros la centración en los algoritmos. Refieren que la transferencia de las operaciones de multiplicación y división de fracciones a la Educación Secundaria, fue inútil. Manifiestan desacuerdo con este cambio. y sostienen que dicha transferencia no tenía razón de ser, al tratarse de dos “sencillas” operaciones, incluso “más sencillas” que la suma y resta de fracciones.
8. Muchos maestros dicen no utilizar el fichero de actividades didácticas de matemáticas por la falta de tiempo para realizar las actividades, aunque tienen una opinión positiva hacia ese recurso. Otros manifiestan desinterés hacia su uso.
9. La mayoría de los profesores creen que las lecciones de los libros de texto gratuitos son un material de enseñanza bueno y adecuado para el aprendizaje de los alumnos porque permite su participación activa y fomenta su razonamiento. Sin embargo, algunos consideran que para realizar las actividades, se requiere de mucho tiempo y que no se cuenta con él.
10. Gran parte de los profesores considera incorrecto que se haya pospuesto la introducción de la enseñanza de las fracciones hasta el tercer grado. Argumentan que niños pequeños tienen una capacidad amplia de recepción de conocimientos, lo que representa contradicción entre el creer que las fracciones son un contenido complejo en matemáticas (el más difícil de

enseñar y aprender) y pensar en que los niños pequeños pueden iniciar exitosamente su aprendizaje.

11. La práctica de evaluación más frecuente es la aplicación de ejercicios algorítmicos con fracciones, tanto en el cuaderno de trabajo diario, como en tareas y exámenes, así como colorear en una figura geométrica una fracción solicitada en forma simbólica, es decir, que se hace una evaluación que no se orienta a los principales aprendizajes propuestos en el Plan y Programa vigente.
12. Hay algunos profesores que no perciben dificultades o carencias en su acción docente y, sin embargo, al preguntarles sobre las que tienen sus alumnos, encuentran una cantidad importante. Entre esas dificultades están las dificultades para abstraer, las dificultades con la equivalencia y con la interpretación del denominador y el numerador. También señalan que, generalmente, los niños no traen los conocimientos previos necesarios para trabajar los temas correspondientes al grado que cursan.
13. Otra idea nueva importante incorporada con la reforma la constituyen los distintos significados de la fracción; esto también parece haberse incorporado muy escasamente en el pensamiento de los docentes, pues todos conciben a la fracción desde un punto de vista muy restringido, es decir, la relación parte-todo.
14. La mayoría de los profesores no identifica las relaciones entre las fracciones y situaciones de probabilidad, porcentajes o variación proporcional, además de que sigue entendiendo de manera aislada este contenido; las relaciones que

algunos le atribuyen es con otras materias y no con otros contenidos matemáticos.

15. En general, se observa en sus respuestas un desconocimiento de la propuesta SEP para la enseñanza de las fracciones.
16. El constructivismo tampoco parece haberse entendido o incorporado, se sigue creyendo que lo importante es la manipulación y que si ésta no se realiza no hay actividad por parte de los alumnos. Estos datos coinciden con los reportados en un estudio realizado en el estado de Aguascalientes.
17. Tampoco la idea de resolución de problemas utilizando las matemáticas como un instrumento parece haberse incorporado en el pensamiento de los docentes como estrategia para vencer retos y avanzar en la construcción del conocimiento.
18. La mayoría de los docentes no recuerdan haber tenido una formación profesional específica para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en general, y mucho menos para la enseñanza de las fracciones en particular.

En síntesis, puede decirse que, además de que hay contradicciones en el pensamiento de los profesores expresadas al decir que enseñar las fracciones es muy difícil, a la vez que al ser “sencillas” sería factible aprenderlas desde el primer grado, es escasa la penetración que la propuesta oficial de la enseñanza de este tema ha tenido en las representaciones sociales de los profesores. Esto permite suponer que la práctica de enseñanza de las fracciones también se habrá modificado muy poco.

ANEXO

ENTREVISTA

Gloria: Buenas tardes, de antemano agradezco su disposición para la realizar ésta entrevista, quiero comentarle que puede extenderse en las respuestas, considere esta entrevista como un espacio para expresarse sin limitaciones ¿de acuerdo?

1. De los contenidos de Matemáticas en la escuela primaria ¿Cuáles representan en usted más dificultad para su enseñanza? ¿Por qué?
2. ¿Considera que las fracciones son utilizadas por niños y adultos en la vida diaria? ¿Por qué? o ¿En dónde?
3. En particular con las fracciones ¿encuentra alguna dificultad para conducir la enseñanza de este contenido? Sí ¿Cuáles?
4. ¿Qué opinión tiene de la forma que propone el Programa oficial sobre la enseñanza de las fracciones?
5. ¿Para qué cree que les sirva a los alumnos aprender fracciones en la Escuela Primaria?
6. ¿Qué recuerda de su formación Profesional en relación con la enseñanza de las fracciones?
7. ¿Qué experiencias de actualización ha tenido relacionadas con las fracciones? ¿Qué aprendizajes recuerda?
8. En los contenidos del Programa de Actualización Permanente (PRONAP). ¿Ha encontrado temas sobre fracciones? ¿Cuáles?

9. ¿Qué opina acerca de que las fracciones se introduzcan en tercer grado?
10. ¿Cuáles son los problemas más frecuentes que detecta en sus alumnos al trabajar con fracciones?
11. ¿Qué situaciones idóneas propondría para la enseñanza de las fracciones en el grado que atiende? ¿Cómo cree que aprenden mejor sus alumnos?
12. ¿Qué opinión tiene sobre las lecciones que tratan el contenido de fracciones en el libro de texto gratuito de los alumnos?
13. ¿Cómo ha trabajado las lecciones que se refieren a fracciones en el libro de texto de los alumnos?
14. ¿Encuentra alguna vinculación de las fracciones con algún otro contenido de matemáticas? ¿Cuál?
15. ¿Qué diferencias o similitudes percibe entre la propuesta actual sobre la enseñanza de las matemáticas y la anterior (Plan 1972)?
16. ¿Qué materiales emplea en clase como recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones? (textos SEP, textos auxiliares, etc.)
17. ¿Qué estrategias del fichero de actividades le han dado buen resultado con sus alumnos en el aprendizaje de las fracciones?
18. ¿Qué opina sobre la transferencia de la multiplicación y división de fracciones a la Educación Secundaria?
19. ¿Qué es fracción para usted?

20. Ahora, en los materiales de SEP se habla de que las fracciones tienen diferentes significados, ¿Cuáles conoce? ¿podría darme algunos ejemplos?

21. ¿Cómo evalúa usted en clase que sus alumnos aprendieron las fracciones en sus diferentes significados?

22. ¿Algo más que desee agregar?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abric Jean-Claude. (1997) *Les représentations sociales: aspects théoriques*, en Jean-Claude Abric (dir) (1997) *Pratiques sociales et représentations* Presses Universitaires de France pp 11-36(Traducción de Gloria Izquierdo Castañeda. Documento interno para la Maestría es Desarrollo Educativo en la Línea de Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional)

Abric Jean-Claude. (1997) Methodology of compilation of social representations, en Jean-Claude Abric (dir) (1997) *Pratiques sociales et représentations* Presses Universitaires de France pp 59-82 (Traducción de Gloria Izquierdo Castañeda. Documento interno para la Maestría es Desarrollo Educativo en la Línea de Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional)

Abric, J. C. (1987). *Cooperation, compétition et représentations sociales*. Ed. Delval. France

Aebli, H. *Una Psicología basada en la didáctica de Jean Piaget*. Biblioteca de Cultura Pedagógica

Ávila, A. (2001) "Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas" en *Perfiles Educativos*, vol., XXIII, num., 23, pp. 59-86)

Avila, A., E Mancera (1989) "La fracción, una expresión difícil de interpretar" En *Pedagogía, Revista de la Universidad Pedagógica Nacional*. Vol. 6 No. 17 pp. 21-26 México

Ávila, A y E. Mancera (1989) "La fracción: una expresión difícil de interpretar": en *Pedagogía, Revista de la Universidad Pedagógica Nacional*. Vol. 6 No. 17 p.p. 21-26 México

Block, D. y A. Papacostas (1986) "Didáctica Constructivista y Matemáticas". Una Introducción En: *Revista Cero en Conducta*. Año1 No. 4 Marzo-abril pp.13-23 México

Brousseau, G. (1993) "Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas" En: *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas. Escuela Francesa*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. Departamento de Matemática Educativa. Área de Educación Media Superior. pp. 1-65 México

Casanova, M. A. (1998) *La Evaluación educativa Escuela básica* Biblioteca del Normalista. SEP Cooperación española. México.

D. López Angel y Mota. (2001) El campo de la Educación Matemática, 1993-2001 En *La investigación Educativa en México*. (COMIE) SEP CESU

Dávila, M. (2002) Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado del conocimiento. Tesis de maestría en ciencias con la especialidad en Investigaciones Educativas, presentada en el DIE-CINVESTAV-IPN, México.

Durkheim, Emilio (1971) *Las reglas del método sociológico* Ediciones Tiempo Crítico. México

Durkheim, Emilio (1976) *Educación y Sociología* México Ed. Coyoacán. Ed. Delval.

Eudave, D. y Ávila A.(2004) "Los aprendizajes matemáticos escolares. Ponderación mediante la aplicación de un examen" En *La Reforma Realizada. La resolución de problemas como vía de aprendizaje en nuestras escuelas*. Temas prioritarios. Dirección General de Investigación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal pp.321-35

Flick, Uwe (2002). *An introduction to Qualitative Research*. London. SAGE Publications.

Freudenthal, H. (1983) *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Traducción Luis Puig. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Departamento de Matemática Educativa.

Freudenthal, H. (1983) *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Traducción Luis Puig. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Departamento de Matemática Educativa

Fuenlabrada, Irma (1995) "Innovaciones de la matemática en la escuela primaria". En: *Revista Cero en Conducta* Año 10 Número 40-41 pp.5-13 México

Furinghetti F. y Pehkonen "Replanteando las características de las creencias". Capítulo 3 En: *Creencias: Una variable oculta en educación matemática*. Gilah C. Leder, Erkki Pehkonen y Günter Törner Kluwer Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London 2002 (Traducción realizada por maestrantes de 3er. Semestre, generación 2002. Documento interno para la Maestría es Desarrollo Educativo en la Línea de Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional.

Gálvez, G. (1994). "La Didáctica de las Matemáticas", En: *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones* Cecilia Parra e Irma Sáiz (comps.). Paidós Educador., pp. 53-63 Argentina

Gattegno, C. W. et al. (1967). *El material para la enseñanza de las matemáticas* (Comisión Internacional para el estudio y mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas) Aguilar 2ª ed. España

Goetz, J. P. Y M.D. LeCompte (1988) *Etnografía y diseño cualitativo en investigación cualitativa*. Tr. de Antonio Ballesteros. Morata. Madrid, España

Guevara N. (1992) *La catástrofe silenciosa*. Fondo de Cultura Económica. México

Hernández, R. (1988). *Paradigmas de Psicología de la Educación*. Paidós México

Jodelet, D. La representación Social Fenómenos, concepto y teoría. en *Psicología Social II Pensamiento y vida social*. S. Moscovici . Psicología Social y problemas sociales. Paidós 1993 Kapeluz Bs.As. Argentina 1973

Kieren, T. (1992) "Racional and fraccional numbers as Matemáticas and Personal Knowledge: Implications for Currículo and Instruction" En *Análisis of Aritmetic for Mathematics Teaching*. Leinhardt, G., Putman, R. Y Hattrap R (edits) New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers pp. 323-367 (Traducción de Gloria Izquierdo Catañeda. Documento interno para la Maestría es Desarrollo Educativo en la Línea de Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional)

Llinares, C. et al. (1988) *Fracciones. La relación parte-todo*: Colección: *Matemáticas: Cultura Y Aprendizaje* No.4 Ed. Síntesis. S.A. Madrid, España.

Mancera, E., (1992), Significados y significantes relativos a las fracciones" En *Revista Educación Matemática*,.Vol.4, No. 2 Grupo Editorial Iberoamérica, México. pp. 30-53

Mochón, S. "*Fracciones: Algo más que romper un todo*". Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, México. (Documento sin fecha no publicado)

Peltier, M: L: (1999) *Representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre las matemáticas y su enseñanza* en *Educación Matemática* Vol.II No.3 Diciembre 1999 p. 5-24 México Grupo Editorial Iberoamérica

Programa Internacional de Evaluación del Estudiante (PISA) 2000, OCDE, Conocimiento y aptitudes para la vida. 2002. Santillana. México

Robert, A, J. Robinet (1989a) *Répresentations des enseignants de mathématiques et leur enseignement*. Paris. Université Paris VII-IREM ahier de DIDIREM. Didactique des mathématiques

Robert A y Robinet (1989b) *Énoncés d'exercices de manuels de seconde et representations des auteurs de manuels*. Paris VII- IREM (Cahier de DIDIREM 4. Didactique des mathématiques

SEP (1983-1988) Plan Nacional de Desarrollo

SEP (1989-1994) Programa para la Modernización Educativa

SEP (1993) Plan y Programas de estudio de Educación Básica. Primaria

SEP (1995-2000) Plan Nacional de Desarrollo

SEP (2004) Matemáticas *Tercer Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP (2004) Matemáticas *Cuarto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP (2003) Matemáticas *Quinto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP (2000) Matemáticas *Sexto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (1996) Libro para el maestro, Matemáticas *Tercer Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (2003) Libro para el maestro, Matemáticas *Cuarto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP (1972) Auxiliar didáctico para el maestro 5º grado 1972. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (1976) Libro para el maestro, Matemáticas *Quinto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (1994) Libro para el maestro, Matemáticas *Quinto Grado* Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (2002) Libro para el maestro, Matemáticas *Quinto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP. (2003) Libro para el maestro, Matemáticas *Sexto Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuito

SEP (2001-2002) Resultados de los Exámenes de Acreditación de los Cursos Nacionales de Actualización (PRONAP) Distrito Federal. Documento fotocopiado

Streefland, L., (1993) "Fractions: A realistic approach". En Rational Numbers. An Integration of Research. Edited by Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A Romberg, University of Wisconsin-Madison. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Hillsdale, New Jersey.

Vergnaud, Gérard.(1997) *Actividad conocimiento operatorio*, en César Coll (comp) (1986) *Psicología Genética y aprendizajes escolares*. Siglo XXI Eds. México.

Waldegg, G. y Block D. Coordinadores (1995) "Procesos de enseñanza y aprendizaje II" Vol.2 En: *La investigación Educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa* México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa A:C: (COMIE) Fundación SNTE para la cultura del maestro mexicano SEP pp. 39-44

Wittrock, M. C. (compilador) (1989) *La investigación de la enseñanza. III Profesores y alumnos*. Paidós educadores México