UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

“LAS REPRESENTACIONES DE LOS PROFESORES DEL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA, SOBRE LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN Y SU RELACIÓN CON LA ENSEÑANZA BASADA EN EL PLAN Y PROGRAMAS OFICIALES”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA EN DESARROLLO EDUCATVO EN LA LÍNEA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA

MIREYA INIESTA CANO

DIRECTOR DE TESIS DR. EDUARDO MANCERA MARTÍNEZ

AJUSCO, NOVIEMBRE 2005

ESTE TRABAJO ESTÁ DEDICADO ESPECIALMENTE A…

Mi hija Rumbid:

Por que eres mi motor,

Mi luz, mi alegría, mi inspiración,

El amor de mi vida.

Y también a…

Todas las mujeres

Como tú, como ella, como yo,

Como ustedes, como ellas, como nosotras,

Como todas, como alguna, como una, como muchas;

Que somos:

Profesionistas, amas de casa, madres y padres,

Hermanas, amigas, tías, hijas, amantes…

Y que buscamos siempre

Un espacio para pensar, crear y escribir.

INDICE

	INTRODUCCIÓN	3
I.	**ANTECEDENTES**	5
1.	Presentación de la problemática	5
2.	Revisión de Planes y programas de estudio del primer ciclo de educación primaria	10
2.1.	Sistema Decimal de Numeración	15
2.2.	Contenidos curriculares del sistema decimal de numeración	18
3.	Problemática de la enseñanza y el aprendizaje del sistema decimal de numeración	22
II.	**MARCO DE REFERENCIA**	39
1.	Estudios sobre la construcción conceptual del sistema decimal de numeración.	39
1.1.	Referentes conceptuales en la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración.	79
3.	Las representaciones	81
III.	**METODOLOGÍA**	87
1.	Características de los estudios cualitativos.	87
1.1.	Instrumentos: La entrevista a profundidad y la observación como validación	87
1.2.	Selección de sujetos	90
2.	Proceso de recolección de datos.	93
2.1.	Pilotaje	93
2.2.	Estudio Principal	95
IV.	**ANÁLISIS DE DATOS**	98
1.	Presentación de casos	99
2.	Análisis de entrevistas	107
2.1	Caso R. 1º	110
2.2	Caso J. 2º	131
3.	Representaciones y actividad docente.	144
V.	**CONCLUSIONES**	153
VI.	**BIBLIOGRAFÍA**	162

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se reporta una investigación realizada con dos Profesoras, una de primer grado y otra de segundo grado de Educación Primaria de una escuela Pública del Distrito Federal.

El objetivo de esta investigación fue identificar el papel que tienen las representaciones de los Profesores del primer ciclo de educación primaria sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración a partir de sus interpretaciones sobre la enseñanza basada en el plan y programas oficiales. Para ello se entrevistó y se observó en acción a cada una de las Profesoras poniendo en juego sus representaciones al enseñar el sistema decimal de numeración.

Entre los resultados obtenidos se reconocen conclusiones en dos sentidos, la primera parte corresponde a los resultados de esta investigación en torno a las representaciones de las Profesoras sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración; y la segunda, se refiere a conclusiones laterales a la investigación relacionadas con la propuesta para la enseñanza de este contenido referida en el Plan y Programa de estudio Primaria (SEP, 1993).

El reporte de esta investigación se ha dividido en cinco capítulos. En el primero se plantea la problemática de la enseñanza y el aprendizaje del sistema decimal de numeración, además de una revisión del Plan y Programas de Educación Primaria (SEP 1993).

En el capítulo dos se presenta una descripción de algunos estudios sobre la construcción conceptual del sistema decimal de numeración y otras investigaciones sobre el asunto de las representaciones. En el capítulo tres se describe la

metodología empleada y se caracterizan los casos con los que se trabajó. En el capítulo cuatro se presenta el análisis de los datos; en él se incluye el análisis de cada una de las entrevistas, así como algunas reflexiones en torno a la relación entre las representaciones y la actividad docente.

Por último en el capítulo cinco se hace alusión a las conclusiones resultado de esta investigación, las cuales como ya se mencionó, giran en torno a las representaciones de las Profesoras sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración y sobre la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración, referida en el Plan y Programa de estudio Primaria 1993.

I. ANTECEDENTES

1. PRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA.

A partir de 1993 se reformuló el Plan y Programa de estudio de Educación Básica nivel Primaria, en ellos se plantean fundamentos filosóficos, teórico y metodológicos que sustentan la enseñanza de las diferentes asignaturas. Estos fundamentos se encuentran en el enfoque didáctico de manera implícita, pues aunque se perciben tintes de constructivismo, no se específica la corriente teórica que los sustenta. De igual manera existen concepciones implícitas de enseñanza, aprendizaje, evaluación, alumno, maestro y naturalmente del sistema decimal de numeración, contenido a tratar en esta investigación.

Con respecto a la concepción de alumno se deja ver de forma superficial la necesidad de conocer el desarrollo cognoscitivo, los procesos involucrados en la adquisición de contenidos, la construcción de conceptos matemáticos, así como las necesidades, características y nivel de competencia de los niños, lo que implicaría distinguir en que momento se encuentran del proceso para promover el aprendizaje preciso, en el momento justo.

Sin duda alguna otra área problemática que he podido distinguir al realizar el análisis del Plan y Programas de estudio de este nivel educativo en la asignatura de matemáticas, es que reconoce la multiplicidad de métodos y los diferentes estilos de trabajo docente dando libertad para emplearlos ya que la propuesta como tal, es flexible y abierta; supone que el maestro con su experiencia y creatividad realizará los ajustes necesarios pues plantea que permite una amplia adaptación a las formas de trabajo del maestro, a las condiciones en que trabaja, así como a los intereses,

necesidades y dificultades de aprendizaje; sin embargo, esto requiere de ciertas cualidades por parte de los maestros, asunto que trataré más adelante.

La asignatura está organizada de tal manera que para optimizar la propuesta se requiere del conocimiento de los propósitos, de las secuencias de contenidos, de las secuencias didácticas, así como de encontrar el punto de convergencia de los contenidos para vincularlos y poder así buscar, elegir y diseñar actividades que propicien los aprendizajes significativos y duraderos como lo señala el enfoque. Naturalmente para que un maestro organice su clase de matemáticas requiere de conocer e interpretar el enfoque y todas las concepciones implícitas así como la organización de la asignatura.

El desarrollo de la propuesta en la clase requiere de contar con los materiales como lo es: Plan y Programa de estudio, libro para el maestro, libro de texto, libro recortable y fichero de actividades didácticas; pero no sólo es contar con ellos, sino que es necesario revisarlos, conocerlos, vincularlos y utilizarlos de manera flexible, creativa y sistemática, además de preparar la clase y organizar los materiales que se sugieren para trabajar con el contenido del sistema decimal de numeración.

Encontrar los puntos de convergencia, como lo señalé antes, implica además de una planeación, distinguir los conocimiento previos de los alumnos así como sus ritmos de aprendizaje y considerarlos para seleccionar los contenidos a trabajar, introducirlos en el momento adecuado, considerando que la propuesta plantea la necesidad de realizar actividades concretas antes de trabajar con el libro de texto, recurrir a problemas de la vida real (variados), a juegos y al uso de los libros del rincón, y por último graduar y adaptar actividades al nivel y condiciones del grupo.

A pesar de manifestarse como una propuesta abierta y flexible, menciona que si se pretende lograr los propósitos debe ponerse en práctica las orientaciones didácticas.

Después de lo descrito hasta ahora percibo que el tiempo es insuficiente para trabajar a partir del nuevo enfoque, pues se requiere de espacios de trabajo por parte del maestro, tanto de manera previa a las actividades, durante ellas y de manera posterior, pero no es éste el único sentido en que el tiempo es insuficiente, ya que la cantidad de actividades propuestas, sí son desarrolladas como se plantea rebasarían indiscutiblemente, incluso, el tiempo destinado a esta asignatura durante el ciclo escolar.

Por último señalaré que el desarrollo de la propuesta al interior del aula demanda de un maestro con características particulares ya que se requiere de él, no sólo ser un facilitador de la actividad del alumno, sino que debe: favorecer la construcción del conocimiento matemático permitiendo emplear recursos propios, promover el desarrollo de capacidades, habilidades y actitudes, a partir de situaciones problemáticas dando libertad para la búsqueda de soluciones, propiciar aprendizajes significativos y duraderos, coordinar la socialización de procedimientos y el reconocimiento de errores para que sean aprovechados como recurso didáctico.
Además de promover el uso de material concreto como apoyo, utilizándolo con libertad y sentido, adaptar las orientaciones didácticas a las condiciones del grupo sin perder el propósito.

Es necesario también intervenir en el momento adecuado con orientaciones, explicaciones y ejemplos cuando sea necesario, sin obstaculizar el proceso de aprendizaje, considerar al niño favoreciendo su evolución a procedimientos

convencionales, partiendo del conocimiento de su desarrollo intelectual, de los procesos que sigue y de las posibles dificultades de aprendizaje que pudiera presentar.

Por otro lado se requiere que el Profesor despierte el interés de los alumnos, evalúe durante las actividades observando permanentemente la participación, revisando errores para considerar la pertinencia de algunas actividades, valorando el proceso y eficacia de estrategias y de recursos de enseñanza, realizando registros cualitativos, por último debe realizar un trabajo conjunto con padres de familia.

Después de este análisis vislumbro una problemática central que abordaré en esta investigación. Primeramente es importante puntualizar que la propuesta es muy amplia, que si bien pareciera ser abierta presenta una estructura que debe ser seguida a pie juntillas para alcanzar los propósitos planteados, requiere por otro lado de que el maestro interprete sus fundamentos los cuales no están totalmente claros en sus planteamientos, pues existen concepciones implícitas que para poder ser interpretadas es necesario que los maestros cuenten con conocimientos previos que les permitan hacer inferencias o leer entre líneas para comprender y desarrollar lo que se sugiere.

Por lo que surgen de aquí algunas reflexiones:
¿Se comprende el enfoque didáctico?
¿El profesor cuenta con elementos para interpretarlo?
De no ser así...
¿Qué elementos requiere?
¿Cómo se relacionan, los referentes con los que el Profesor cuenta respecto al enfoque didáctico con lo que se sugiere en la propuesta?

¿Es necesario explicitar algunos elementos?, ¿cuáles?
¿Qué conocimientos son necesarios para la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración?

Ante estos cuestionamientos concluyo: que el supuesto implícito en planes y programas de estudio oficial, de que el maestro puede operarlos es discutible.

Por lo tanto para discordar o aprobar este planteamiento, partiré de conocer las representaciones de dos Profesoras del primer ciclo de educación primaria; estas, como un instrumento que me permitirá conocer como "...comprenden la realidad a través de su propio sistema de referencia, y como desarrollan una actividad de asimilación y de apropiación de esta realidad" (Peltier, 1998).

La selección de este contenido se debe a que es un contenido básico, entendiendo por básico no mínimo, sino fundamental en la enseñanza de las matemáticas y de muchos otros contenidos, pues se relaciona de manera natural con otras asignaturas, se desenvuelve a lo largo de los seis grados; se requiere por otro lado para su comprensión, de ejercitar una serie de habilidades de manera continua esto es, se trabaja en todos los bloques, es un contenido que permite poner en juego el significado de los números en diferentes contextos utilizándolo como una herramienta que permite resolver problemas cotidianos y matemáticos; además, de que su manejo permite adquirir otros contenidos de los ejes de medición, geometría y tratamiento de la información; por lo tanto, al ser un contenido medular considero importante saber como se interpreta su enseñanza en relación (si existe) con lo que establece la enseñanza de este contenido en el Plan y Programa de estudio oficiales (SEP,1993).

2. REVISIÓN DE PLANES Y PROGRAMAS DE ESTUDIO DEL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Realicé una revisión de lo que establece el Plan y Programas de Estudio Primaria (SEP, 1993) en la asignatura de matemáticas con respecto a su enfoque, organización y propiamente sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración; éste contenido pareciera ser un asunto ya muy abordado en algunas investigaciones, o con poca trascendencia como para elaborar un proyecto que lo contenga; sin embargo, se convierte en un eje rector de la asignatura de matemática, pues se desenvuelve a lo largo de los tres ciclos de Educación Primaria.

Requiere de ejercitar habilidades de manera continua, se relaciona de forma natural con otras asignaturas poniendo en juego el significado de los números en diferentes contextos, utilizándolos como una herramienta que permite resolver problemas prácticos y matemáticos, su manejo posibilita la adquisición de otros contenidos de los ejes de: los números sus relaciones y sus operaciones, así como de geometría, tratamiento de la información, y medición; por lo tanto se convierte en un contenido básico, fundamental.

A la asignatura de matemáticas se dedica la cuarta parte del tiempo de trabajo escolar a lo largo de los seis grados. Se pone principal atención en formar habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. La enseñanza esta organizada en seis ejes temáticos, “Los números sus relaciones y operaciones” es uno de ellos y será al que me enfocaré, por estar ahí el contenido el Sistema Decimal de Numeración.
Esta asignatura tiene designadas 6 horas de trabajo a la semana; es decir, diariamente se trabaja 1:15 hora aproximadamente.

Bien, respecto a su organización se puede comentar que el libro de texto cuenta con cinco bloques, de los cuales es posible abordar un bloque en dos meses de trabajo, ya que cuenta con 119 lecciones, las cuales no están distribuidas equitativamente en cada bloque, en promedio cada uno tiene 20 de ellas; sin embargo, el segundo bloque cuenta con 35 lecciones; esto nos lleva a determinar que durante un día de trabajo se abordan más de una lección del libro de texto, esto si lo distribuimos con relación al tiempo de trabajo y al número de lecciones.

Es importante mencionar que estas lecciones mantienen una secuencia didáctica y cada una de ellas corresponde principalmente a un eje temático, también se abordan contenidos correspondientes a otros ejes que se entrelazan directamente con el tema principal de cada lección.

De igual manera se debe considerar que dentro de las sugerencias para el manejo de esta asignatura se señala la importancia de realizar una serie de actividades previas al uso del libro de texto, actividades que requieren del uso de material concreto, del trabajo en equipo y como es evidente, en este tipo de organización se invierte más tiempo; considero entonces que el tiempo designado diariamente para trabajar en matemáticas es poco, limitando la posibilidad de abordar todas las lecciones de la manera en que se propone; es decir, trabajar con fichas de manera previa al libro de texto, emplear material concreto, trabajar en equipos, comparar los resultados de las diferentes actividades, entre algunas otras actividades que implican un mayor uso del tiempo.

Cabe señalar dos cosas, por un lado parecería que no se cubren los propósitos por no haber logrado abordar todas las lecciones; sin embargo, si se trabaja como lo

plantea la propuesta es posible lograrlos a pesar de no haber revisado todas las lecciones.

Por otra parte es preciso señalar que este planteamiento de trabajo manifiesto en los materiales editados por la SEP es sólo una propuesta de trabajo, la cual será ajustada por el Profesor de acuerdo a su estilo de enseñanza, a las características y necesidades del grupo, entre otros elementos; pero lo importante es considerar la fundamentación teórica y los enfoques desde los cuales se sugiere el abordaje de esta asignatura.

Por lo tanto se requeriría de un tiempo mayor para poder revisar cada una de las lecciones; pese a ello, cabe señalar que los mismos materiales manejan la existencia de una flexibilidad en el uso de estos y del propio currículo; considero entonces que lo importante no es concluir su abordaje, sino lograr los propósitos planteados, esto implica tener un conocimiento claro y puntual de cuales son estos para poder entrelazarlos de tal manera que se logre un aprendizaje global, pues cuando aprendemos no lo hacemos por partes.

Puedo agregar que la asignatura de Español requiere de un mayor número de horas de trabajo diario, ya que el número de contenidos y actividades que se realizan absorbe mayor tiempo; aunado a ello, sí es en el primer ciclo de Educación Primaria donde se pretende que el niño logre una alfabetización, esto puede ocasionar que se deje de lado las otras asignaturas, principalmente la de Matemáticas.

Es posible que por la carga de trabajo en Español, los Profesores reduzcan el tiempo de trabajo que corresponde a Matemáticas; además de otras razones que aunque parecieran poco fundamentadas, pero que son una realidad, es que

algunos profesores no cuentan con el material de apoyo (Libro para el maestro, ficheros de actividades didácticas, Plan y Programas) completo, que les permita conocer las recomendaciones puntuales sobre el uso de los materiales; así como, la forma en que estos se articulan; sin olvidar que los tiempos para analizar las propuestas se reducen significativamente, ya que el Profesor se enfrenta a un sin fin de actividades, muchas de las cuales se clasifican como administrativas.

Ahora bien de manera específica los materiales no plantean una forma de vincular los contenidos de una asignatura con otra; sin embargo, es posible que el maestro al abordar alguna actividad específica de Español pueda relacionar contenidos de Matemáticas, como cuando anotan nombres largos y cortos se puede recurrir al conteo del número de letras que tiene cada nombre; pero si bien, este es un incipiente ejemplo de cómo se puede realizar esta vinculación.

Considero entonces, que ésta es una limitante de la propuesta que a pesar de manifestar la posibilidad de vincular las diferentes asignaturas no propone como lograrlo es algo que se deja a la decisión o buen juicio del maestro; sin embargo, puedo considerar que los que sí se interrelacionan de una manera más directa son los procedimientos que se sugieren para el desarrollo de las actividades y el logro de los propósitos como: el conteo, la comparación, la comunicación, la representación, la descripción, la expresión oral, la discusión, la observación, el registro, entre otros. Pero para percatarse de ello es necesario realizar un análisis de cuales son estos procedimientos y percibir como son muy semejantes.

En general en los libros para el maestro se comenta que en cada lección habrá oportunidad de relacionar los temas de tal manera que permitan una globalización, pero cabe señalar que en ninguno se especifica como hacerlo, hacen referencia a lo

relevante que es la creatividad y experiencia del maestro, así como la oportunidad que éste debe aprovechar para vincularlos; sin embargo, también se hace hincapié en que cada propuesta de trabajo sólo son alternativas, y que de ninguna manera deben tomarse como instrucciones que deban seguirse al pie de la letra. Considero que esta es una limitante de la propuesta en tanto que ofrece alternativas pero en cuanto a la puesta en marcha, pero se convierte en algo muy libre, que da pauta a un sin fin de alternativas en el desarrollo.

También se señala que la propuesta es tan flexible que el maestro de acuerdo al conocimiento de su grupo se encargará de organizar los tiempos dedicados a determinadas actividades de acuerdo a los intereses y necesidades de sus alumnos.

2.1 SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN

Con lo que respecta al Sistema Decimal de Numeración no existe en los diferentes materiales una forma específica que señale como vincularlo con las otras asignaturas, aunque tanto en español cómo en el abordaje de la asignatura de Conocimiento del Medio, es posible reforzarlo, quizá no en todas las lecciones o los temas.

Se vinculan principalmente en los procedimientos, pues en actividades de otras asignaturas se promueve por ejemplo: el conteo, la comparación, la comunicación, la representación, la descripción, la expresión oral, la discusión, la observación, el registro, entre otros; todos ellos elementos que favorecen el acceso a diferentes contenidos, tanto del Sistema Decimal de Numeración, de los números naturales así como de muchos otros.

Destacaré a continuación la importancia de abordar este contenido. Como señale anteriormente pertenece al eje de los números, sus relaciones y sus operaciones, el cual se trabaja en los seis grados, con el fin de proporciona experiencias que pongan en juego los significados que los números tienen en diferentes contextos, así como las diferentes relaciones que entre ellos pueden establecerse.

La intención es que a partir de los conocimientos previos con los que cada niño y niña cuentan puedan comprender más ampliamente el significado de los números naturales, de los símbolos que los representan y puedan ser utilizados como herramientas para solucionar diferentes situaciones problemáticas.

Es preciso señalar que este contenido esta presente en el currículo en dos sentidos, por un lado se encuentra en los seis grados de educación primaria con un grado de

complejidad diferente; por otro, se hace presente al relacionarse de manera muy estrecha con un sin fin de contenidos no sólo de esta asignatura sino con temas de otras asignaturas.

Hablaré del sistema decimal de numeración como un contenido de vital importancia en el aprendizaje de las matemáticas, este no se limita sólo a la representación de cantidades, pues se encuentra presente en la geometría, en los sistemas de peso y medidas, en los algoritmos de las diferentes operaciones, entre otros; por ello su comprensión no se limita a saber como se escriben los números.
Para poder utilizar el sistema decimal de numeración es necesario conocer sus reglas, su funcionamiento y lo que deriva de este, de acuerdo al contexto en que se utilice.

Para que los alumnos logren la comprensión del sistema decimal de numeración se requiere de un largo proceso de varios años, en los cuales paulatinamente van construyendo conocimientos respecto a este contenido y generalizándolos, es decir aplicándolos a diversas situaciones; cabe señalar que esta construcción de conocimientos depende también del desarrollo cognitivo, así como de los conocimientos previos con que cuentan los alumnos. Naturalmente, a lo largo de la construcción de este contenido se van complejizando las situaciones de aprendizaje.

Acceder a este contenido no es fácil ya que implica todo un sistema convencional con reglas que durante la enseñanza no se explicitan, sino en el transcurso de su enseñanza se diseñan situaciones de aprendizaje que llevan al niño a su comprensión.

El sistema decimal de numeración requiere de diez dígitos, del 1 al 9 y cero, el cual se emplea para representar la ausencia de determinados agrupamientos. Con estos números se establece una combinatoria que es infinita para la formación de cantidades.

Por su parte Cortina (1997) en su tesis de Maestría aborda el asunto del valor posicional y recuperando a Ross (en Cortina, 1997), reconoce que el sistema decimal cuatro propiedades fundamentales:

- Propiedad posicional. Cada cifra representa un agrupamiento distinto, de acuerdo a la posición que ocupa, es decir que cada cifra tiene un valor relativo.

- Propiedad de base 10, los valores de acuerdo a la posición se incrementan de derecha a izquierda en potencias de diez. Se hacen grupos y grupos de grupos, siempre con la misma cantidad de elementos, lo cual permite formar grupos de menor a mayor orden.

- Propiedad multiplicativa, el valor de un dígito se da multiplicando su valor absoluto por el valor asignado por su posición.

- Propiedad aditiva, la cantidad representada por todo el numeral es la suma de los valores representados por cada uno de los dígitos que lo componen de acuerdo al lugar que ocupan.

2.2. CONTENIDOS CURRICULARES DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN

De acuerdo a los contenidos y las recomendaciones didácticas para el abordaje de este contenido en los programas de grado y en los libros para el maestro del primer ciclo de Educación Primaria (SEP, 1995, 1996) se destacan lo siguiente:

PRIMER GRADO:

Los contenidos que se sugiere trabajar en este grado y que son referidos en el plan y programas SEP; 1993 son:

- Los números del 1 al 100.
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamiento en decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - Orden de la serie numérica oral y escrita
  - Antecesor y Sucesor de un Número
  - Valor posicional

Se sugiere no ser abordado de forma aislada, ya que su origen se encuentra en la representación numérica, por lo que para este grado se recomienda promover situaciones que impliquen el uso de números para cuantificar el total de objetos de una colección mediante las siguientes acciones:

- Comparar colecciones.
- Igualar
- Repartir
- Construir, y
- Comunicar la cantidad de objetos.

En las primeras actividades que requieren una representación numérica es importante permitir y promover que los alumnos traten de expresar gráficamente como ellos puedan la cantidad de objetos de una colección.

Al iniciar el trabajo con la representación simbólica convencional de los números del 1 al 9, se sugiere introducir los nueve símbolos simultáneamente o del 1 al 5 y más tarde del 1 al 9; de igual manera se sugiere que el aprendizaje del conteo oral sea hasta el 15 o un poco más, y después introducir su representación simbólica, pues los nombres de los números del 11 al 15 no guardan una relación directa con su composición en decenas y unidades (SEP:1995:27).

Para continuar en el conocimiento de la serie numérica con números mayores, es recomendable que el maestro promueva actividades en donde los alumnos comprendan las ventajas de agrupar los objetos de una colección en decenas; para ello se propone la siguiente secuencia:

✓Aprendizaje de la serie oral de 10 en 10 hasta el 90 y de 1 en 1 hasta 99.
✓Representación simbólica de las decenas y resolución de problemas que impliquen sumar y restar con decenas.
✓Relación entre el nombre de los números y las decenas y unidades que lo conforman (Libro para el maestro 1º, SEP: 1995:29).

Es necesario utilizar material concreto para representar el valor de los agrupamientos, así como el uso de la tabla para representar cantidades que se propone en el libro para el maestro y en el de texto, de igual manera es necesario representar simbólicamente números de dos cifras usando la tabla de unidades y decenas.

SEGUNDO GRADO:

Para este grado en el Plan y Programas de estudio (SEP, 1993) se sugiere el abordaje de estos contenidos relacionados con el sistema decimal de numeración:

- Los números de tres cifras.
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - El orden de la serie numérica
  - Antecesor y sucesor de un número
  - Valor posicional

Naturalmente en este grado se avanza en el conocimiento del sistema decimal de numeración; sin embargo, se propone dar continuidad con las actividades propuestas para el primer grado, aunado a ello es importante que expresen verbalmente los resultados del conteo, con la finalidad de que reconozcan los tres tipos de objetos que cuentan (centenas, decenas y unidades), para que más tarde lo expresen por escrito, claro está, primero de forma no convencional hasta llegar a la convencionalidad.

Para lograr este avance el libro para el maestro de segundo grado (SEP: 1996:28) recomienda la siguiente secuencia:

✓Aprendizaje de la serie oral de 100 en 100 y de 10 en 10 hasta el 1000, para cuantificar, comparar y ordenar colecciones o para comunicar cantidades.

✓Agrupamientos y desagrupamientos de centenas, decenas y unidades con material concreto (esto favorece el conocimiento sobre las reglas de cambio).

✓Representación simbólica de la serie de 10 en 10 y de 100 en 100 hasta el 1000.

✓Representación de problemas de suma, de resta y multiplicativos empleando material concreto, apoyándose en la serie numérica.

✓Relación entre el nombre de los números y los agrupamientos que conforman los números. *Tabla de cantidades.

✓Aproximación a la representación numérica convencional de los números de tres cifras. * Tabla de centenas, decenas y unidades.

✓Por último se recomienda plantear situaciones problemáticas que favorezcan la comprensión del valor posicional.

*En estos casos se sugiere emplear las tablas que se recomiendan en el libro para el maestro de segundo (SEP: 1996:29) y que aparecen en el libro de texto del mismo grado.

3. PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN.

A lo largo del tiempo se han realizado una serie de investigaciones que reportan algunas problemáticas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y específicamente existen algunas de estas que hablan sobre el sistema decimal de numeración; por lo que es necesario recurrir a reconocer cuales han sido algunos hallazgos de diferentes investigadores en el tiempo con relación a este contenido y que ahora sustentan esta investigación.

Por su parte Delia Lerner en el libro La matemática en la escuela, aquí y ahora (1997), reporta datos de un estudio diagnóstico sobre la situación de la enseñanza de la matemática en la escuela cuyo objetivo fue "diseñar y poner a prueba en el aula una propuesta integradora, que intenta superar la parcelación del conocimiento a partir de proyectos que vinculan las diferentes áreas en particular la matemática, la lectura y la escritura" (Lerner: 1997:7).

Lerner reporta algunos de los problemas que viven tanto maestros como niños en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura de matemáticas, pues una de las preocupaciones de estos era la diferencia entre el enfoque que ponían en práctica en la enseñanza de las matemáticas y los procedimientos que utilizaban al enseñarla, ante esta situación Lerner se planteó la pregunta de sí "la forma en que se enseña, ¿ofrece a los niños reales oportunidades de apropiarse del conocimiento matemático?" (Lerner: 1997:7) ante este cuestionamiento suponía que la innovación del programa de educación básica (en en donde se enfatiza la acción intelectual del niño en detrimento de la reproducción de mecanismos") no se reflejaba aún en la práctica.

Parte de la investigación consistió en realizar entrevistas a niños, maestros y padres de familia para conocer la posición frente a diferentes aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Uno de los resultados que esta investigación reporta es que todos los maestros entrevistados comentan que la matemática es una materia que infunde temor; la mayoría de los alumnos comentan que es la materia que menos les gusta, agregan que es muy complicada; por su parte los padres de familia coinciden con las opiniones de niños y maestros.

Respecto a la utilidad de la materia, los Profesores argumentan que es importante porque sirve para que los niños razonen con rapidez y para emplearla en la vida diaria; la consideran una materia instrumental. Al respecto los padres fueron más precisos, señalaron que sirve para todo, en la vida diaria, para manejar dinero, resolver problemas, además de que está presente en todos los empleos.

El estudio demuestra que son los padres quienes tienen más claro que las matemáticas están en el ámbito de lo cotidiano; pero ni ellos, ni los maestros han logrado que los niños reconozcan esa utilidad de la que hablan, pues los pequeños consideran que sólo sirve para la escuela; incluso algunos mencionan que en casa no se emplean las matemáticas u ocasionalmente llegan a reconocer que se emplean en algunos juegos.

A pesar de que los niños han tenido experiencias con las matemáticas fuera de la escuela, resulta difícil que se percaten de ello sobre todo en los grados inferiores, pero conforme avanzan en los grados escolares logran de manera espontánea reconocer cómo las matemáticas trascienden los muros de la escuela.

En esta investigación Lerner resalta la importancia de tomar en cuenta los diversos usos de las matemáticas pues es a partir de ello que podrían plantearse actividades significativas, trabajando a partir de proyectos integradores donde las matemáticas se vincularan con otras áreas, lo que permitiría que los niños se interesaran más en ellas.

Sobre el aprendizaje y la enseñanza de esta asignatura Lerner resalta que toda práctica está determinada por la concepción del proceso de aprendizaje, el cual "no puede concebirse como un proceso totalmente determinado por la enseñanza sistemática, ya que la actividad intelectual del sujeto desempeña un papel esencial en la apropiación del conocimiento; pues es posible aprender interactuando con los objetos y consultando con los demás; a partir de esas interacciones el sujeto se plantea múltiples problemas cognoscitivos e intenta resolverlos" (Lerner, 1997).

Por otro lado los Profesores que participaron en la investigación de Lerner reconocen que algunos conocimientos matemáticos son construidos por los niños a partir de sus diferentes experiencias incluso previas al ámbito escolar; sin embargo, hay quienes piensan que esto no puede ser y que los niños requieren necesariamente la intervención de la enseñanza.

Respecto al cuestionamiento de cómo se enseña matemáticas las respuestas fueron menos heterogéneas entre las cuales encontraron: que se requiere del uso de material concreto, de partir de situaciones de la vida cotidiana, de la utilización de juegos y del trabajo en equipo. Donde todos los docentes coincidieron fue en el método, que consiste en explicar y repetir además de que suponen que cada tema debe enseñarse separado de los otros; pues de no ser así los alumnos se confunden. Por lo que definen la enseñanza como la explicación y al aprendizaje como la repetición o ejercitación de lo enseñado hasta llegar a reproducirlo.

Cuando se les cuestiona a los alumnos de primero, tercero y quinto que participaron en la investigación de Lerner sobre la enseñanza, la gran mayoría están convencidos tanto de la enseñanza tradicional como de que su papel es el de reproducir y que los maestros a su vez reproducen el programa. Esta es la concepción que los niños tienen del proceso enseñanza aprendizaje; incluso consideran que los maestros los deben ayudar a comprender, por lo que reconocen que el aprendizaje depende de la enseñanza.

Como resultado de la investigación Lerner reporta que resulta evidente que los alumnos están inmersos en una cultura escolar que les impide tanto reconocer la participación que tienen en el proceso de aprendizaje, como la posibilidad de aprender solos algunos conocimientos escolares.

Cabe señalar que los niños entrevistados entre más grandes, se muestran más críticos con relación a la enseñanza y su participación en el aprendizaje; sin embargo las respuestas de la mayoría de los niños entrevistados denota luna situación real de la enseñanza; situación que muestra que la repetición de lo explicado por el maestro sigue siendo el recurso de la enseñanza y mientras continúe esta concepción, será difícil que construyan los niños su conocimiento matemático.

Algunos padres por su parte, consideran que sus hijos han aprendido muchas cosas solos y están de acuerdo con la metodología utilizada en las escuelas donde Lerner realiza su investigación, otros la critican y proporcionan algunas sugerencias.

Otra de los cuestionamientos planteados en las entrevistas de la investigación de Lerner, fue el preguntar que contenidos resultan difíciles, las respuestas de

maestros y niños coinciden al reconocer al valor posicional y la resta como los contenidos más difíciles en los primeros grados. Al respecto hay dos respuestas de maestras que consideran por un lado que el valor posicional debe ser enseñado en segundo grado debido a la dificultad que representa y al nivel de razonamiento que exige a los alumnos de primero; por otro lado, una de ellas menciona que no le ve utilidad a la decena, que a los niños les cuesta trabajo ese contenido y que ella lo quitaría.

Ante el cuestionamiento de cuales son los recursos de que echan mano los maestros cuando tienen alumnos que presentan alguna dificultad la mayoría responsabilizan al alumno de ésta y recurren a la repetición y a recursos externos al aula como el “aula integrada” y/o al apoyo de los padres, aunque hay algunos dispuestos a ayudar en el contexto del aula no todos asumen esa responsabilidad.

Se cuestiono sobre el papel de los padres en el aprendizaje escolar. Todos los entrevistados, maestros, niños y padres coinciden en la importancia de su participación incluso señalan que la familia ha asumido en algunos casos el papel de enseñantes.

Lerner agrega que en la escuela hay dos concepciones respecto a la enseñanza y el aprendizaje; la de descubrir, investigar, discutir, interpretar…. contra la de explicar, repetir, memorizar; por lo que es necesario que tanto maestros, padres como alumnos construyan una nueva concepción de este proceso a través del análisis y las reflexión de la realidad educativa.

Esta autora considera que mantener una estrecha comunicación con los padres de familia sobre el trabajo en el aula permitiría coherencia entre el trabajo escolar y el apoyo que dan los padres en el aprendizaje de los niños.

Además la investigación permitió recuperar información sobre el proceso de evaluación del aprendizaje que realizan los maestros en las escuelas donde Lerner realizo la investigación; específicamente sobre aspectos de qué y cómo se evalúa, del valor de los exámenes, de la participación en clase, de la función en el proceso pedagógico, y de cuáles son los criterios para evaluar.

Las respuestas, sobre todo de los niños más pequeños giran en torno a que los maestros para evaluar toman en cuenta tanto el aprendizaje como el comportamiento y se muestran a favor de esta forma de evaluar, para los alumnos de tercero y quinto consideran que la evaluación se basa en el aprendizaje, por su parte tanto maestros como padres de familia apoyan la opinión de los niños mayores.

Respecto a las formas de evaluar todos los entrevistados citaron a los exámenes y a la participación en clase; sin embargo, son los maestros los más críticos con los exámenes y la calificación numérica. Todos los alumnos están de acuerdo con las formas de evaluar en la escuela; pese a ello llama la atención que no se sienten muy confiados en participar en clase, cuando la evaluación debe considerar la participación cotidiana de los niños en la actividad del aula. Por lo tanto si los niños sienten riesgo de participar en clase esto denota la necesidad de modificar el ambiente del aula, menciona Lerner; rescata la utilidad del error como parte del proceso de aprendizaje.

Por último la investigación reporta dos cuestionamientos que se hicieron sólo a maestros, el primero de ellos sobre la función que cumple la evaluación, de lo que se pudo concluir que la función principal de la evaluación es reorientar el proceso de enseñanza aprendizaje pues permite la planificación, convirtiéndose en el punto de partida para el diseño de situaciones de aprendizaje, por lo que es indispensable

que las estrategias didácticas también sean evaluadas y que los niños participen en su proceso de evaluación; por otra parte es importante que las concepciones de evaluación de los profesores sean congruentes con las estrategias didácticas empleadas.

El segundo cuestionamiento hace referencia a la evaluación en el área de matemáticas, se les cuestionó sobre la importancia que se le da al evaluar el resultado y el procedimiento; algunos maestros consideraron más importante el resultado otros hablaron de dar la misma importancia.

Como resultado de los cuestionamientos a partir de las entrevistas algunas maestras reflexionaron sobre cómo en la escuela no se toma en cuenta lo que piensan los alumnos y cómo existe una separación entre lo que se hace en la escuela y fuera de ella.

Lerner agrega que si en la escuela se reconociera que hacer matemáticas es más que resolver cuentas sería más sencillo que a los alumnos les gustara esta materia y pudieran construir su propio conocimiento matemático.

Otra investigación que revela la problemática en la enseñanza de las matemáticas es la realizada por Ávila (1996) respecto a la relación de los maestros con los textos oficiales; quien señala que en una investigación previa (Ávila y Cortina, 1995) se constato que los profesores tiene de acuerdo a su preparación y experiencia de trabajo, puntos de vista e interpretaciones distintas sobre los nuevos textos y programas de matemáticas, y que son elementos que intervienen en el uso que se da a los textos. En esta investigación se plantean los puntos de vista externados por los profesores cuya opinión se respalda en una fuerte tradición educativa, en la cual las formalizaciones, las simbolizaciones y los procedimientos tienen un alto valor.

En esta investigación realizada por Ávila (1996) los datos arrojan que la experiencia y la formación de los profesores nuevamente son determinantes en el cómo miran los textos. En las entrevistas realizadas los profesores consideran que a la actual propuesta le falta mayor "ejercitación" de algunos contenidos.

Sin embargo la idea planteada en los programas y textos sugiere que es necesario posponer la simbolización y privilegiar la construcción de significados, pues de no ser así, sólo se trabajaría de forma mecánica, empleando procedimientos que son enseñados y no entendidos, y en algunas ocasiones ni siquiera bien enseñados.

Se ha observado por otro lado que en la tradición educativa con énfasis en los procedimientos convencionales y en las formalizaciones se solicita trabajar con algunos contenidos de manera anticipada, sin antes haber proporcionado las experiencias suficientes para lograrlo, y que si los alumnos dan respuestas escolares no implica que hayan comprendido las relaciones que se establecen entre los diferentes procedimientos, quizá sólo han aprendido el procedimiento de manera mecánica.

Esta tradición educativa que prioriza lo procedimental, no considera la importancia de la significación de los conocimientos para los alumnos, lo cual se logra a partir de que las nociones matemáticas sean herramientas para resolver problemas; en esta tradición muchos de los profesores consideran que si se pospone la simbolización y formalización como lo propone el nuevo enfoque se correrá el riesgo de disminuir la calidad de los aprendizajes.

En otra investigación realizada por Ávila (1996) sobre "los usos recocidos de los textos de matemáticas", señala que conocer la postura de los profesores respecto a la propuesta es fundamental ya que esta influirá en el tipo de enseñanza que cada

uno ponga en práctica; pero no sólo eso, también la postura que sostengan determinará las concepciones que tienen de aprendizaje, el conocimiento respecto al nivel de desarrollo del niño, del estilo y ritmo de aprendizaje, entre otros aspectos que permean a la enseñanza.

Considero que el conocimiento que se tenga respecto a estos elementos, permitirán mejorar la enseñanza a partir de la actualización de los profesores, incluso desde las escuelas.

Aquí el interés es conocer en qué medida los profesores de Educación Primaria han adoptado los principios curriculares, los cuales parten de que el aprendizaje debe ser constructivo.

Pues como señala el enfoque de la asignatura en el Plan y Programas (SEP: 1993:51) "El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En estas actividades las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitan resolver las situaciones problemáticas que se le planteen". Naturalmente este enfoque implica una transformación en la concepción y organización tradicional de la enseñanza de esta asignatura.

Según Ávila (1996) de acuerdo con esta concepción, el profesor no necesitaría para organizar sus clases nada, más que leer y seguir el texto, complementando la secuencia de actividades propuesta con las sugeridas en las fichas de actividades.
Lo mostrado en la investigación denota que las concepciones de los maestros, su propia lógica e interpretación de la propuesta se manifiesta en su particular manera de interpretarlo y aplicarlo en la actividad escolar.

Ávila (1996) menciona que “ la preparación y la experiencia son factores que se muestran como promotores o inhibidores de la incorporación de los textos y de los principios de la reforma curricular, los profesores con preparación adicional son quienes dicen utilizar más intensamente los nuevos textos y haber asumido los principios de la reforma”; concluye entonces, que la incorporación de los principios de la propuesta a las prácticas escolares no dependen sólo de reconocer sus características y ventajas, sino de una actitud profesional más global.

La misma autora establece una diferencia entre la enseñanza tradicional de las matemáticas y los nuevos enfoques, la cual radica en la manera en que se concibe el aprendizaje, pues en la enseñanza tradicional de las matemáticas el texto y el Profesor son figuras centrales.

El profesor es quien define y trasmite los conceptos, ya que cuenta con un enfoque procedimental, pues ofrece preguntas y ejercicios con respuestas mecánicas e inmediatas, no promueven la discusión, contando con una sólo respuesta a cada planteamiento; y en el caso del nuevo enfoque el protagonista central es el niño, en donde a partir de su ritmo será el rumbo que tomará la clase, se considera que el conocimiento se construye y que es utilizado como una herramienta de resolución de diversas situaciones problemáticas; donde partiendo de la experiencia del niño y con la participación del maestro, los procedimientos iniciales de los niños evolucionan hacía conocimientos más complejos.

Ávila (1996) en su investigación concluye que lo que los maestros hacen en el salón de clases esta regido por sus concepciones, sus perspectivas y sus creencias; de esta manera he considerando esta conclusión fundamental para la investigación a desarrollar, ya que sí las interpretaciones de los maestros sobre lo plasmado en los textos de matemáticas influyen en su hacer dentro el aula, entonces, ¿cual es el

papel de las representaciones de los profesores del primer ciclo de Educación Primaria sobre la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración a partir de sus interpretaciones sobre la enseñanza basada en el Plan y Programas de estudio oficial?

De ahí que se hace necesario identificar qué es una representación, para poder distinguir luego, con qué representaciones cuentan los maestros, y cual es el papel que desempeñan en la enseñanza.

Las investigaciones hasta aquí recuperadas refieren algunas situaciones que implican una problemática en la enseñanza de las matemáticas en general; es entonces que a partir de la revisión y análisis de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de estudio Primaria (SEP, 1993) fue posible reconocer algunas inconsistencias sobre todo en la secuencia didáctica o en el débil abordaje de algunos contenidos; por ello consideré necesario recuperar los planteamientos de algunos autores con la intención de reflexionar sobre las debilidades que identifico en la propuesta de la SEP y que pudieran estar trastocando la enseñanza.

En la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el libro para el maestro de primer grado (SEP; 1995), respecto a la serie oral, se sugiere trabajar situaciones básicas para cuantificar el total de objetos (aspecto cardinal), como comparar, igualar, repartir, construir comunicar del que se desprenden: cuantificar, representa, interpretar y comparar; ahí se señala que con estas acciones los niños se apropian poco a poco de la representación simbólica y su significado.

Por otro lado se sugiere variar la distribución de los objetos aunque no se especifica la razón. Se cree necesario que el profesor sugiera al alumno el uso de la correspondencia uno a uno para resolver actividades de comparación de colecciones y que se promueva el conteo como un recurso necesario. De acuerdo a lo señalado, un niño cuenta adecuadamente cuando logra la correspondencia uno a uno; sin embargo, en una investigación realizada por el equipo de Educación Especial (1987) se menciona que la correspondencia biunívoca permite enunciar un número sin que con ello se tenga la noción de número.

Al respecto Gelman y Gallistel (en Nunes, 1997), mencionan que aprender a contar requiere de tres principios: el de correspondencia biunívoca, el de orden constante y el de cardinalidad. Cuando son respetados estos principios; es decir, cuando los niños saben cómo y cuándo utilizarlos y si los utilizan bien, ya saben contar. Entonces de acuerdo con estos autores se requiere más que la correspondencia uno a uno para que los niños aprendan a contar. De ser así en el libro para el maestro se requiere de recuperar los otros principios

Por otro lado en el libro para el maestro 1º (SEP: 1995:26) se menciona sugerir al niño el empleo de la correspondencia uno a uno, cuando el enfoque es constructivista y se espera que el niño descubra diversas formas para cuantificar.

Ross (en Cortina, 1997) señala que la noción de número es una construcción personal de un proceso de abstracción y el sistema de numeración es información cultural.

Respecto a la serie escrita se sugiere en la propuesta (SEP, 1993) que ya que los niños saben la serie oral hasta el nueve representen como les sea posible estos números, posteriormente se introducen los símbolos numéricos del 1 al 9. Se

trabaja con la serie oral hasta el 15 y luego su representación simbólica. En cuanto al orden de la serie se presenta sólo un par de actividades. Y sí de acuerdo con Gelman y Gallistel el principio de orden constante es indispensable para aprender a contar es necesario que las sugerencias sean enriquecidas en este sentido.

Sobre el uso del cero se sugiere que se trabajen actividades que implican quitar elementos de una colección hasta que se quede vacía. Pero si la comprensión del uso del cero resulta compleja para los niños, me parece que esa sugerencia de cómo aproximarse a su comprensión es insuficiente.

La comprensión del uso del cero resulta complicada para los niños; una de las razones de acuerdo a la investigación realizada por Educación Especial (1987), es que los niños tienen ideas confusas sobre el cero, ya que se usa para “poner algo, donde no hay nada”. Ante tal dificultad me parece que las actividades que se encuentran en la propuesta de la SEP son pocas y en los libros para el maestro se requiere de brindar orientaciones sobre como abordar este asunto.

Cabe señalar que en el libro de texto se pasa del aprendizaje del 15 a agrupar colecciones hasta de 50 objetos, cómo se supone que se sugiere se trabajen los números del 16 al 49. Este tipo de “saltos” en la secuencia didáctica es el resultado de que en la propuesta de enseñanza se presupone que el profesor con su creatividad y experiencia podrá “llenar estos vacíos”; esto da lugar al uso de diferentes métodos y a posibles problemas en la enseñanza ya que cada profesor lo aborda a partir de sus propios esquemas de referencia y de su forma de interpretar la propuesta de enseñanza.

Se precisa de distinguir el tipo de objetos que cuentan (unidad, decena, centena) para ir de la representación no convencional hasta la convencionalidad con apoyo

de la tabla de unidades y decenas para profundizar en la comprensión del sistema de numeración decimal y de su representación simbólica.

Nuevamente se sugiere que empleen sus propios recursos para representar cantidades, pero cual es el objetivo sí más tarde se les presenta la serie numérica o de qué manera se transita de las propias representaciones de los niños a la serie numérica. Eso requiere de una comprensión por parte del Profesor del enfoque y de la fundamentación teórico metodológica de la propuesta.

En la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración (SEP, 1993) respecto a la enseñanza de los números del 11 al 15 se sugiere que se trabaje por bloques, primero del 1 al 5 o del 1 al 9, después el 10 y más adelante del 11 al 15; sin embargo, a partir de este recorrido por diversas investigaciones puedo recuperar algunas consideraciones que podrían enriquecer la propuesta de la SEP sobre la enseñanza de los números; como es el caso de lo planteado por Nunes (1997), quien señala que previo a trabajar con los números del 11 al 15 es necesario trabajar los números del 16 al 19 para relacionar su nombre con la composición aditiva y memorizar el nombre de los números del 11 al 15 y el de todas las decenas; ya que sus nombres no guardan relación con la composición en decenas y unidades.

Lo anterior se apoya con una investigación realizada con niños taiwaneses e ingleses, donde se demostró que los primeros podían contar decenas mejor que los británicos, pues la regularidad en las palabras ayuda a comprender la composición aditiva, debido a las pistas lingüísticas.

Sobre el trabajo del agrupamiento para trabajar con números más grandes, en la propuesta de la SEP 1993, se considera para el primer grado emplear material

concreto para representar el valor de los agrupamientos en base diez; sin embargo, es necesario recuperar la experiencia de Vergnaud (1991) quien señala que los niños entre 6 y 7 años (que cursan primer grado) presentan dificultad para realizar agrupamientos de base 10.

En la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración (SEP, 1993) se recurre al agrupamiento para trabajar con números más grandes; sin embargo, Bednarz y Javier (citado en Cortina, 1997) señalan que para los niños un número es un ordenamiento de dígitos, en donde las decenas o unidades se asocian a una fragmentación, a un orden en la escritura; pocos niños dan una interpretación a la posición de dígitos en términos de agrupación, pues la comprensión del sistema de numeración implica concebir los agrupamientos implicados en el ordenamiento, operar con ellos y utilizarlos para comunicar una colección.

Ante estas consideraciones quizá sea necesario que el trabajo con agrupamientos se posponga.

Al respecto Ross (en Cortina, 1997) menciona que es necesario haber entendido la relación parte todo y la inclusión de clase, pues un número representa una cantidad completa y los dígitos individuales representan una partición en decenas y otra en unidades.

En las investigaciones realizadas por Gómez (1987) se comenta que hacer paquetes y decir cuantas decenas y unidades hay, no implica haber logrado la construcción jerárquica.

Con respecto a la característica aditiva del sistema decimal de numeración se reconoce en la propuesta para la enseñanza (SEP,1993), actividades como la

relación entre el nombre de los números y su agrupación en decenas y unidades; esto es una ventaja que permite reconocer números más grandes; sin embargo, al respecto Nunes (1997) menciona que el sistema ofrece indicadores sobre la composición aditiva, pero que es necesario comprenderla antes de escribir e interpretar números de múltiples dígitos; lo que implica que la propuesta de la SEP requiere de más actividades contribuyan a comprender la composición aditiva.

Por ello sería conveniente que la propuesta para la enseñanza contenida en el Plan y Programas (SEP, 1993) considerara actividades sobre la composición aditiva, pues quizá las actividades de la tabla más que promover que los niños comprendan esta característica, sólo los lleva a reconocer la relación entre el orden de los agrupamientos.

Lerner y Sadovsky (1994) comentan que la noción de agrupar no es el origen de la comprensión de la posicionalidad, pues lo descubren de manera independiente. Por su parte Gómez (1987) indica que representar el valor del agrupamiento es una dificultad para los niños ya que requieren de pasar de la representación con material concreto a escribir el número que este representa.

En cuanto al valor posicional que representa el valor del agrupamiento en la propuesta del Plan y Programas (1993) se sugiere comparar cantidades con dígitos iguales pero en diferente orden. Al respecto se ha demostrado que se requiere más que eso para comprender el valor posicional, incluso es hasta cuarto grado cuando se comprende cabalmente Kamii (en Cortina 1996).

A partir de las reflexiones citadas con relación a la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas (SEP, 1993) y

las investigaciones mencionada sobre este contenido puedo considerar algunas conclusiones laterales a este trabajo.

- Se presenta el valor posicional de forma adelantada.
- No se considera la ordinalidad del número.
- Se descuida el trabajo con el cero, y es de suma importancia ya que su comprensión crea confusiones en los niños.
- Se requieren de actividades para redefinir la unidad.
- Aunque se plantea que el enfoque es constructivista se rompe con él cuando se da al niño la serie o cuando se le pide que agrupe en decenas.
- Se consideran las decenas cuando los niños de primer y segundo grado aún trabajan en un sistema de unidades, y es hasta cuarto grado aproximadamente que se construye el sistema de decenas.
- En la humanidad se crearon las reglas y se construyó el sistema de numeración; en la escuela se aprende el sistema y después se comprenden las reglas.

II. MARCO DE REFERENCIA

1. ESTUDIOS SOBRE LA CONSTRUCCIÓN CONCEPTUAL DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN.

Para iniciar con los estudios referidos a la construcción conceptual del sistema decimal de numeración es importante hacer un recorrido histórico de cómo se construyó el sistema que actualmente utilizamos; ya que este largo y complejo proceso, se asemeja al proceso que los niños siguen para apropiarse del mismo.

J. Peterson y J. Hashisaki en su libro Teoría de la aritmética presentan un breve recorrido por la historia de los sistemas de numeración de quienes recupero algunas ideas pues mencionan que el conocimiento del origen del sistema de numeración permite una mejor comprensión de su uso.

Acerca del origen del número en la historia sólo se pueden hacer algunas conjeturas; al parecer se inicio con la intención de dar respuesta a la pregunta ¿cuántos? y una forma de responder fue primeramente a través, del apareamiento de los objetos que deben ser contados y del conjunto de referencia; el cual, eran los dedos de la mano; después se desarrollo un grupo de palabras para ser empleadas como el conjunto de referencia para poder mantener el conjunto y el registro de cuantos; más adelante se paso del lenguaje oral al lenguaje escrito, después a los símbolos y finalmente al sistema de numeración.

Estos autores definen al sistema de numeración como “al conjunto de símbolos que se usa de acuerdo con algún método para asignar numerales o símbolos numéricos, a los números” (Peterson y Hashisaki: 1980:16). Resulta necesario identificar las características del sistema, una de las cuales corresponde al número de símbolos básicos, 10 símbolos en el caso de nuestro sistema; aunque los

números a ser representados es infinita, pues no existe límite para repetir el símbolo en el número.

Para representar números se emplean símbolos de un solo carácter para el cero, uno, dos… hasta el número anterior a la base, conocidos como dígitos; al número que indica el cambio se llama base del sistema siendo en nuestro caso el número diez ya que tiene también diez dígitos; entonces "cualquier número puede ser expresado en forma única como una suma de términos, cada uno de los cuales es uno de los símbolos básicos multiplicado por una potencia de la base… la cual esta determinada por su lugar en relación a un punto de referencia" (Peterson y Hashisaki: 1980:24) que en nuestro caso es el punto decimal.

La ventaja principal del sistema de numeración decimal es la economía de símbolos y su fácil cálculo. Nuestro sistema de numeración es un sistema decimal de valor relativo se caracteriza por algunos principios.

Según Peterson y Hashisaki los principios son:

Principio repetitivo: Implica el uso repetido del mismo símbolo.
Principio aditivo: El número es la suma de los números que cada símbolo representa.
Principio multiplicativo: Cada símbolo puede ser multiplicado por la potencia de la base.

Para complementar el recorrido histórico recupero una investigación con respecto al sistema decimal es la realizada por un equipo de la Dirección de Educación especial en 1987 dirigido por Margarita Gómez Palacios recuperada en el "Fascículo 1: El sistema decimal de numeración". En ella se pretende orientar sobre el proceso

que los niños siguen para comprender las características del sistema decimal de numeración y sus leyes; además, de presentar una propuesta para maestros de C.P.P. (Centro Psicopedagógico) que atendían a niños que presentaban dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

En dicha investigación hacen un recuento histórico y menciona que la primera noción de número en la humanidad se relaciona con cierta idea de numerosidad como una cualidad de los objetos.

Posteriormente se registraron las cantidades por el principio de correspondencia, el cual, sólo era una enumeración para mencionar un grupo de objetos sin tener la noción de número; entendido éste como "un indicador de cierta categoría de colecciones e incluido en un sistema de unidades numéricas jerárquicas, enlazadas sucesivamente una en las otras" (Gómez.1987:67).

Construida la serie numérica fue posible contar y emplear el principio de base, la cual se aplico primero a la numeración hablada.

En los sistemas posicionales no se representa la potencia de la base pues se concede un valor variable a las cifras de acuerdo al lugar que ocupan en la escritura de los números; un sistema con estas características apareció por primera vez en Babilonia. Junto con este principio el descubrimiento del cero constituyen una etapa decisiva en la evolución del sistema de numeración; sin embargo, su invención fue tardía y nada sencilla.

El proceso que sigue un niño en la construcción del sistema decimal de numeración, se asemeja al seguido por la humanidad, de acuerdo con Sellares y Bassedas (en Gómez, 1987) quienes mencionan que un niño cuenta con conocimientos previos

sobre los números antes de iniciar el aprendizaje formal de los mismos, pues cuenta, ordena objetos y recita la serie oral.

Loa niños de alrededor de los 2-3 años reconocen los números como atributos de los objetos; más tarde estos, sirven para contar y logran diferenciarlos de las letras. Poco a poco descubren las diferencias con el sistema de escritura alfabético y se apropian de sus principios.

La investigación realizada por Gómez (1987) permitió identificar tres tipos de conductas en los niños al momento de estructurar y tomar conciencia de los diferentes aspectos del sistema decimal de numeración; la cual, consistió en solicitar a niños entre seis y diez años de edad que inventaran su propio sistema de numeración.

La primer conducta corresponde a la imposibilidad de reconocer las propiedades del sistema; conducta que decrece con la edad. Alrededor de los seis años no prevén ni la combinatoria, ni la estabilidad de sus grafismos, representan algunas cantidades aisladas. A los siete años muestran dificultad para desprenderse del sistema convencional, sólo modifican el grafismo. A partir de los ocho años aún no consideran la combinatoria pero sí mantienen la estabilidad.

El segundo tipo de conducta se caracteriza por emplear estrategias aditivas para la representación de cantidades; inventan grafismos con distintos valores que yuxtaponen hasta escribir la cantidad deseada. Entre los seis y siete años utilizan la correspondencia haciendo tantos grafismos como unidades contenga la cantidad. A los ocho años se mezclan conductas aditivas y el principio de correspondencia, además de construir un código con grafismos para las unidades y para representar la decena y sus potencias.

El tercer tipo de conducta denominado de “transposición del sistema” de numeración posicional se refiere a la posibilidad de generalizar las leyes del sistema. Entre los ocho y nueve años la mitad de los niños manifiesta esta conducta y alrededor de los diez años un 75% de los niños lo hace; sin embargo, desde los ocho años se tienen intentos de reproducir el sistema. En esos intentos la investigación reporta las dificultades que tiene los niños para apropiarse del sistema de numeración; una de ellas se refiere a la persistencia de aspectos aditivos como la utilización de signos especiales para la decena y sus potencias, junto a la utilización del valor posicional y del cero; además de la dificultad de incluir el cero.

La conducta más evolucionada corresponde a la transposición del sistema posicional con todas sus características lo cual se logra alrededor de los diez años.

Una de las consideraciones de la investigación se refiere al reconocimiento de ciertas similitudes entre el desarrollo histórico del sistema de numeración y el proceso de construcción que los niños siguen; aunque este, es un asunto que debe ser tratado con cautela. Una de las similitudes que consideran es el principio de correspondencia como una forma primitiva de registrar cantidades. Otra coincidencia es el predominio de las reglas de tipo aditivo observándose una tendencia a adicionar los signos.

Por otro lado la combinación del principio multiplicativo y aditivo permitió a la humanidad la construcción del sistema de numeración; y en el caso de los niños, transponer el sistema posicional; pero no fue una tarea fácil ya que en un inicio no se integraban ambos aspectos.

Históricamente la comprensión del valor posicional se logró cuando se suprimió la representación de la potencia de la base y se introdujo el cero (Gómez: 1987:78).

No sólo por las implicaciones históricas de la invención del sistema de numeración resulta de gran importancia, sino por que su utilidad trasciende el ámbito de las matemáticas, además de que para operar con él es necesario comprender las leyes que lo rigen y su funcionamiento.

El trabajo reportado en esta investigación fue del resultado de trabajar con aspectos como el agrupamiento, el valor posicional y el cero.

La conceptualización y uso del sistema decimal de numeración requiere entre otros aspectos, de la comprensión de los agrupamientos donde se observa que los niños pueden tener dificultades como comprender las equivalencias, manejar la decodificación o dejarse llevar por la percepción y no por el agrupamiento; pues consideran la cantidad de fichas que tienen y no los valores a pesar de poder hacer la decodificación del material. Presentan una dificultad al pasar de lo concreto (las fichas) a lo abstracto (el valor que representa las fichas) recurren al conteo de elementos concretos pues el valor no es perceptible, convirtiéndose la determinación de los valores en una actividad compleja que requiere de una abstracción. Para ello es necesario que los niños: se familiaricen con los valores, enfatizar el trabajo de codificación y decodificación para pasar de lo concreto a lo abstracto y no sea necesaria la presencia física de los objetos.

La representación gráfica de los agrupamientos requiere del descubrimiento de formas de representación clara y económica para relacionarlas con la representación convencional.

Con respecto al valor posicional se consideran tres aspectos: el agrupamiento, la representación convencional y los valores relativos de los números según la

posición. Los niños no pueden pasar tan rápidamente del plano concreto a la representación gráfica del agrupamiento, pues para ellos representa el valor absoluto y no el agrupamiento implícito. “Pasar de la representación con material a la representación gráfica permite visualizar con más claridad el sentido del valor posicional” (Gómez: 1987:93).

De igual manera se observa que los niños tienen conocimiento sobre el acomodo de las cifras en cierta posición pero esto no es claro ya que no hay una comprensión de los conceptos de unidad y decena.

La conceptualización del cero resulta una franca dificultad para los niños y más aún cuando se encuentra en una operación. Las dificultades con este número se relacionan con la necesidad de “tener que poner algo (un signo) para indicar que no hay nada” Gómez: 1987:98.

En general los niños tienen una idea vaga del uso del cero para el valor posicional, incluso existen confusiones sobre el valor de este dependiendo del lugar que ocupa con respecto a otros números; por lo que trabajar con agrupamientos resulta necesario para la comprensión de la utilidad del cero al representar una cantidad.

Es importante mencionar que esta investigación realizada por un equipo de Educación Especial y dirigida por Gómez (1987), permitió reconocer que aunque los niños identifican que en una cantidad las decenas son el número de agrupaciones de 10 y las unidades son los que quedan sueltos sin agrupar, les resulta complejo comprender “el agrupamiento implícito en la doble relación de treinta unidades igual a tres decenas” (Gómez: 1987:114); sin embargo, conforme avanza la edad y las experiencias con agrupamientos comprende que el valor posicional y la utilidad del cero permite identificar el valor del número contiguo,

además de que el cero en las unidades implica que todas ellas se agruparon en decenas pero que sigue habiendo unidades contenidas en las mismas decenas; es decir, comprenden que las unidades de un orden menor quedan incluidas en unidades de un orden mayor; como en una unidad de millar puede haber centenas, decenas y unidades.

Esta investigación recupera un articulo de Sellares y Bassedas quienes mencionan que la importancia que tiene el sistema decimal de numeración como medio de adaptación social e instrumento para la adquisición de conocimientos lleva a la escuela a trasmitirlo lo antes posible; generando que los niños sean capaces de aplicar de forma mecánica el sistema, sin que logren comprender por qué y cómo se combinan las distintas cifras que representan una cantidad. Estos autores consideran que esta situación no se debe a una mala intervención pedagógica, sino a al grado de abstracción del sistema que rebasa las posibilidades de niños de entre seis y siete años. Por lo que resulta necesario considerar las características y el grado de dificultad de los contenidos, así como el nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos al momento de enseñar algún contenido.

Por su parte Kamii, a partir de una investigación mencionada el en trabajo de Gómez (1987), presentó datos “para mostrar que el valor pocisional es un contenido inapropiado para el primer grado…, ya que los niños de este grado todavía están construyendo el número con la operación más uno y resulta imposible construir simultáneamente un segundo nivel que implique unidades de un orden superior…” (Gómez: 1987:62); por ser una actividad que requiere de la construcción de una estructura mental de 2 niveles. Ya que el valor posicional por ejemplo de 36 implica la división de 36 entre 10 =3 con 6 sobrantes y la multiplicación de 3 x 10 que es el 3 de 36 siendo estas operaciones complejas para los niños del primer grado; por lo que existe una diferencia entre hacer

paquetitos, agrupar 10 objetos, escribir el número de decenas y unidades que se forman y la construcción mental de la estructura jerárquica Gómez (1987).

Una de las conclusiones de esta investigación refiere que “el grado de conocimiento y dominio del sistema decimal de numeración es determinante en la posibilidad de que el alumno comprenda cabalmente no solo los números en tanto conceptos, formas de representación gráfica, instrumentos para comunicar cantidades, etc., sino además, en la posibilidad de comprender los algoritmos de las operaciones” (Gómez: 1987:1).

Por otro lado se observó que “en general las dificultades que suelen presentar son producto de la propia lógica infantil y muchas veces de formas didácticas inapropiadas, y no necesariamente síntomas de una patología del aprendizaje” Gómez 1987:2

Kamii en su libro Reinventando la Aritmética II (1992) reporta una investigación en torno al desarrollo de un enfoque constructivista de la enseñanza de la aritmética, en el cual mostró:

- Que la enseñanza tradicional de las matemáticas se opone a la naturaleza del pensamiento infantil.
- Que los tests de rendimiento son engañosos y perjudiciales para los niños pequeños.
- Existen mejores procedimientos para enseñar aritmética basados en el conocimiento que se tiene de cómo construyen los niños pequeños el conocimiento lógico-matemático

Ella expone que la enseñanza tradicional se basa en supuestos erróneos sobre el modo en que los niños aprenden aritmética, pues la educación tradicional se centra

en potenciar el aprendizaje memorístico más que el pensamiento crítico e independiente y considera que lo que es necesario hacer, es definir los objetivos en función del pensamiento de los niños y comprender el proceso constructivo; esto requiere de revolucionar la ideología de los profesores.

En la investigación reportada por Kamii presenta la teoría de Piaget relacionada con la aritmética elemental, mostrando que los niños construyen internamente los conceptos y las operaciones numéricas. Para explicar esto Piaget estableció tres tipos de conocimiento: físico, lógico-matemático y social o convencional; el primero se refiere al conocimientos de los objetos de la realidad externa; el conocimiento lógico matemático consiste en la relación creada por cada individuo pues su origen está en la mente; este conocimiento progresa coordinando las relaciones simples que se crean entre los objetos. El conocimiento social se refiere a las convenciones establecidas por las personas, su naturaleza es arbitraria. Esto permite reconocer que el pensamiento numérico tiene su origen en la mente del niño; por ejemplo los niños entre cinco y seis años la mayoría han construido la relación lógica – matemática de la correspondencia biunívoca.

Cabe señalar que la construcción del sistema decimal de numeración lleva muchos años, y frecuentemente los profesores pasan por alto el conocimiento lógico-matemático, pues la enseñanza depende de las ideas que se tienen de cómo los niños aprenden por lo que la metodología influirá en el proceso de aprendizaje.

Kamii recupera de la teoría de Piaget, que el conocimiento se adquiere de la interiorización del exterior. Por lo que es necesario diferenciar entre abstracción y representación y de esta última reconocer que puede ser no convencional (con símbolos personales) y convencional. Piaget reconoció dos tipos de abstracción: empírica: donde el niño se centra en cierta propiedad del objeto e ignoran los

demás; y reflexionante o constructiva: que implica la construcción de relaciones entre los objetos y corresponde a la adquisición del conocimiento lógico matemático.

Respecto a la construcción de conceptos numéricos Piaget menciona dos tipos de relaciones que crean los niños: la de orden y la inclusión jerárquica.

Para que los niños se aseguren de que no se salten o repitan ningún objeto establecen la relación de orden mentalmente aunque aún no cuantifiquen la colección numéricamente; pues para ello es necesario colocarlos en una relación de inclusión jerárquica lo que implica incluir mentalmente uno en dos, dos en tres, etc.; es decir, pueden cuantificar la colección numérica si incluyen los objetos en una relación sintetizando el orden y la inclusión jerárquica.

La representación es lo que hacen los niños mediante la abstracción constructiva, han construido la idea de ocho, por ejemplo. Esta representación puede ser con símbolos o signos; los primeros pueden ser inventados por cada niño y tiene un parecido con la idea que representan; los segundos pertenecen al conocimiento social y requieren ser trasmitidos por otra persona.

Los niños pueden emplear unos u otros para expresar el conocimiento matemático.
De esto Kammi concluye que" todos los dibujos de los libros y hojas de trabajo son innecesarios para los niños que están aprendiendo aritmética, puesto que no extraen el conocimiento lógico matemático de los dibujos" (Kamii: 1992:29). Los conceptos numéricos no son observables.

Como resultado de esta investigación Kamii recupera que es necesario reinventar la aritmética por varias razones; la primera es que la enseñanza actual de esta

(1992) no da resultado pues desde “1980 se sabe que sólo la mitad de los alumnos de cuarto curso llegan a dominar el valor de la posición…, y sólo el 23% de los alumnos de 2º con los que se había seguido el método tradicional de la enseñanza, podían explicar el razonamiento envuelto en el reagrupamiento”: (Kamii: 1992:32).

Los niños que reinventan la aritmética son más competentes pues los procedimientos que inventan surgen de su manera intuitiva y natural de pensar. Por último Kamii reconoce que la enseñanza tradicional es ajena al proceso de pensamiento de los niños.

Otra de las investigaciones referentes al sistema decimal de numeración son las realizadas por Vergnaud (1994), quien señala que en algunos estudios se ha observado que los niños tienen dificultades en la adquisición de la noción de número, las cuales se presentan principalmente a nivel de concepto; desafortunadamente estas dificultades se incrementan ya que en el acercamiento al sistema de numeración, se generan algunas otras.

Este sistema de numeración requiere necesariamente de la representación escrita; por ello, en el primer ciclo de Educación Primaria las primeras adquisiciones de las estructuras numéricas como la escritura del número se presenta casi simultánea al número mismo, pudiendo confundirse.

Uno de los principales problemas es precisamente la relación entre el número escrito y la cantidad que representa, esta situación brinda entonces a la enseñanza de la numeración un importante papel, el de hacer comprender como lo señala Vergnaud (1994) “el paralelismo entre los objetos y las cifras de unidades, entre los paquetes de primer orden y la primera cifra a la izquierda de la cifra de las

unidades, entre los paquetes del segundo orden y la cifra siguiente hacia la izquierda, etc.”.

Una manera de promover la comprensión de este paralelismo es trabajar con agrupamientos, pues permite el manejo de los objetos, y de las reglas de numeración posicional; la base 10 plantea problemas a la mayoría de los niños de entre 6 y 7 años para la realización de estos agrupamientos.

Para el aprendizaje de la numeración existen diversos materiales; sin embargo, esto no define su comprensión. Este autor plantea algunos materiales posibles para la enseñanza del sistema de numeración, algunos de los cuales son los que se proponen en los libros de texto para trabajar sobre el sistema decimal de numeración; como por ejemplo: objetos, los paquetes, paquetes de paquetes, dibujos encerrados en líneas de colores diferentes para los diferentes órdenes de agrupamientos, material que permita formar barras, placas, cubos, entre otros, (Vergnaud: 1994:142).

Todos los ejercicios deben ser realizados con base diez. Una vez comprendido, es necesario trabajarlo intensamente con la base de nuestro sistema de numeración.

La lectura de los números escritos y el dictado de números son ejercicios de tránsito de una representación escrita a una representación fonética; sin embargo, este tipo de ejercicios no suprime las dificultades de vocabulario propias de los números del 11 al 15 y de los números con ceros intermedios, (Vergnaud: 1994:144).

Se requiere por tanto de ejercicios sistemáticos en donde al comparar números se cuestione sobre, cual es el más grande, cual vale más, entre otros. Realizar ejercicios de tránsito de una representación a otra no implica hacer a un lado

aquellos ejercicios internos que corresponden a una representación dada de números; sin embargo, se debe tener cuidado caer en el exceso, pues puede generar la pérdida de significación para el niño.

Block en una conferencia impartida en el III Encuentro estatal de educación Preescolar en La Paz Baja California (1994), señala que para el aprendizaje de algunos aspectos de la noción de número es necesario distinguir cuales serán las situaciones didácticas.

Primero es necesario precisar cual es el nivel de los alumnos con quienes se trabajará, para saber que números son convenientes; además de distinguir que tipos de problemas se pueden resolver con los números. Siendo necesario que comprendan los problemas planteados, así como que cuenten con recursos que les permitan aproximarse a ellos.

Realizar un análisis de los contextos o situaciones en las que los números son útiles permite descubrir los diferentes usos de los mismos, lo que implica que cuentan con diferentes significados; como Block (1994) lo señala, los usamos para expresar cantidades y para operar con ellas, para ordenar elementos (personas en una fila, ganadores en una competencia, páginas de un libro) y para identificar elementos (los números de placas de autor, de teléfonos, de canales de televisión.

En este artículo Block (1994) propone analizar algunas situaciones problemáticas en donde se emplean los números, como:

EL NÚMERO PARA EXPRESAR CANTIDADES: Aquí se pueden distinguir situaciones en las que se comparan e igualan cantidades, se comunica la cantidad de elementos de una colección; otras en donde es necesario prever, anticipar el

resultado de transformaciones aplicadas a colecciones, así como agregar o quitar elementos.

EL CONTEO: Contar además de decir la serie, es establecer la relación uno a uno entre los términos de la serie y los elementos de la colección que se cuenta, e identificar el último termino pronunciado como representante de la cantidad.

LA ESCRITURA DE LOS NUMEROS: Cuando los niños llegan a la escuela ya han tenido un sin fin de contactos con los números en diversos contextos, lo cual implica que han elaborado algunos conocimientos sobre ellos.

Esta variedad de situaciones didácticas producidas por los investigadores franceses en didáctica de las matemáticas facilita a los niños acercarse a nuevos conocimientos, a partir de lo que ellos ya conocen. Block (1994) señala “estos conocimientos informales, poco sistemáticos, lentos, incluso a veces erróneos, expresan la creatividad matemática de los niños y son la base que les permite acceder a conocimientos más formales, con significado para ellos”.

Es importante señalar que en la medida en que los niños dominan un recurso de solución, la situación va limitando las posibilidades de construir o de elaborar estrategias a partir de ella; sin embargo, una situación también puede limitarse dependiendo de lo que los profesores esperen que los alumnos realicen, pues es necesario que los alumnos exploten al máximo y de acuerdo a su creatividad, cada situación. Es entonces una situación conveniente para cada grado o nivel dependiendo de lo que se espere que los niños realicen. Algunas pueden ser convenientes en la medida en la que no se espere de los niños procedimientos formales, ni una solución determinada; sino la posibilidad de enfrentarse a un problema poniendo en marcha su razonamiento.

Por lo tanto es necesario que una situación didáctica considere: el conocimiento que se pretende que los niños se apropien, el cual debe ser alcanzable de acuerdo al nivel de ellos; convirtiéndose siempre en un reto Es necesario también que los propios alumnos puedan validar sus resultados; es entonces que las situaciones didácticas necesariamente tiene que ser planeadas y deben ser posibles, de no ser así, se generan situaciones que no se pueden aprovechar al máximo, sin una secuencia, situaciones que no correspondan a las características, necesidades y conocimientos previos de los alumnos, con un enfoque basado en la ejercitación y memorización.

En torno al sistema decimal de numeración Lerner y Sadovsky (1994) realizaron una investigación cuya intención era realizar una propuesta de enseñanza, pero para ello fue necesario partir de cómo se construye este sistema, y en ese recorrido identificaron algunas dificultades presentadas por los alumnos para acceder a este contenido.

Señalan que los procedimientos que ejecutan los niños muchas de las veces no tiene nada que ver con cómo se construye este contenido, estas situaciones no han sido únicamente detectadas en su investigación; existen algunas otras realizadas incluso en otros países en donde se pone de manifiesto estas mismas dificultades y también se han propuesto diversas alternativas didácticas.

Es preciso señalar que cuando los niños ingresan al primer grado ya cuentan con conocimientos acerca del sistema de numeración, pues de manera cotidiana se tiene un acercamiento a los números en diversas situaciones. Para que los niños logren el conocimiento del sistema de numeración es necesario conocer como se aproximan a este y como se construye.

Con respecto a como los niños se aproximan a la escritura del sistema de numeración Lerner y Sadovsky (1994) mostraron que éstos formulan algunas suposiciones respecto a como se escriben los números, suposiciones que se relacionan con:

- Establecer vínculos entre la cantidad de cifras y la magnitud del número, aún sin conocer su denominación oral.
- El valor que una cifra representa de acuerdo al lugar que ocupa.
- El vínculo que existe entre la escritura convencional de la potencia de la base y la escritura de los otros nudos correspondientes a esa base.

Esto demuestra que antes de conocer la representación de la serie numérica los niños ya cuentan con conocimientos previos y/o algunas suposiciones respecto a los números, debido a su interacción con ellos en la vida cotidiana.

Aún cuando no conocen las reglas del sistema de numeración, esto no les impide elaborar algunas hipótesis relacionadas con estos aspectos; sin embargo, estas ideas que los niños formulan no necesariamente se pueden generalizar; por ejemplo, esto no implica que puedan manejar la misma suposición cuando se cambie la cantidad de cifras que tenga un número. Entonces se convierte de vital importancia que el maestro conozca las hipótesis que los niños manejan con respecto al sistema decimal de numeración ya que esto le permitirá contar con elementos para conducirlos a descubrir las reglas de este sistema.

De esta manera cuando ya cuentan con ciertas suposiciones sobre la escritura convencional de los números, éstas son empleadas para escribir números que incluso no conocen o no tienen ni idea de como se escribirían.

Es importante señalar que las suposiciones que los niños realizan son reforzadas por el mucho o poco conocimiento que tiene de la serie oral, incluso hay ocasiones en que hacen representaciones no convencionales ya que parten de esta numeración oral que no es posicional; es decir, las suposiciones que realizan de la numeración oral influyen en la conceptualización de la numeración escrita, pero también ocurre a la inversa.

Por ello se deben considerar las operaciones que están involucradas en la numeración hablada y en la escrita. En el caso de la numeración oral, supone siempre una operación aritmética, ya sea una suma o una multiplicación, generalmente estas operaciones aparecen combinadas en un número; además sólo cuando se juntan decenas y unidades se emplea la conjunción “y”.

Cabe señalar que dichas operaciones aritméticas se encuentran también en la numeración escrita convencional, por ello resulta fundamental para los niños conocer estas operaciones en la numeración oral para entender con mayor facilidad la numeración escrita; pese a ello hay que reconocer que no todos los principios de la numeración oral son aplicables a la numeración escrita.

Como lo señale con anterioridad en esta investigación de Lener y Sadovsky se describen los procesos mediante los cuales los niños se aproximan al sistema de numeración, en la cual se plantean los supuestos, las conceptualizaciones, así como estrategias sobre la representación numérica; lo que permitió conocer la relación entre las conceptualizaciones de los niños y el sistema de numeración, estableciendo con ello una crítica a la enseñanza usual de este contenido.

Lerner y Sadovsky puntualizan sobre las propiedades del sistema decimal de numeración; que en el caso del nuestro corresponde a un sistema posicional, esta

posicionalidad se refiere a la relación cantidad de cifras – valor del número, don el valor de un número depende del lugar que ocupa.

De igual manera el valor de cada cifra se obtiene multiplicándola por una potencia de la base, en este caso por una potencia de base 10. Por otro lado cuando los números tienen la misma cantidad de cifras, menos los que empiezan con la misma, la primera es la que determina cual es el mayor. Un sistema con esta característica requiere de inferir cuál es la potencia de base por la que hay que multiplicar cada cifra. Esta posicionalidad lo convierte en económico debido a que con diez cifras se puede representar un sin fin de cantidades.

A partir del análisis que Lerner y Sadovsky realizan de cómo los niños se aproximan al sistema de escritura, reconocen que el actual enfoque sugiere introducir la numeración escrita a partir de problemas que requieren de su utilización, pretendiendo que los niños trabajen con problemas que aún no saben resolver; lo cual, los enfrenta a dos dificultades: la resolución del problema y el acceso al sistema de numeración, esto demandara entonces que el trabajo didáctico tenga que considerar la naturaleza del sistema decimal de numeración en cuanto a su proceso de construcción.

Posteriormente las autoras realizan una propuesta de situaciones didácticas para el sistema de numeración, en la cual plantean que no haya un tope de números a enseñar, pues que en el trabajo con ellos se puedan manipular un número de cualquier orden.

Estas autoras sugieren una serie de situaciones didácticas en las que se plantea: la comparación de números, el orden, la producción e interpretación, la búsqueda de

regularidades, entre otros que se relacionan con las operaciones aritméticas, pero que no abordaré ya que mi investigación no abarca esos contenidos.

Por su parte Cortina (1997) en su tesis de Maestría aborda el asunto del valor posicional. En este trabajo menciona que gracias al sistema decimal de numeración es posible realizar los cálculos convencionales con los que operamos, es decir, con los que se resuelven los diferentes algoritmos, así como la mayoría de los sistemas de medición; por este motivo es un tema rector en el abordaje de las matemáticas.

Cortina (1997) precisa que en la enseñanza existe una gran variedad de prácticas, las cuales se ven influenciadas por diversos factores; por ello no es posible catalogarlas como una "forma tradicional de enseñanza". Sin embargo, reconoce que en un gran número de prácticas se distinguen ciertos rasgos comunes, que son el resultado de una manera históricamente creada de enseñanza de las matemáticas y que está vinculada a la forma en que se propone en los libros de texto tradicionales la enseñanza del valor posicional; es decir, en donde se sigue una secuencia básica aunque con estilos de enseñanza diversificados.

Cortina (1997) argumenta que a la "enseñanza tradicional" se le han puntualizado deficiencias, que se relacionan directamente con la errónea concepción que se tiene respecto a este contenido; así como, la poca consideración que se tiene del largo proceso que tanto niños y niñas deben seguir para construirlo, lo cual implica poder conceptualizar y operar con él.

Este largo y complejo proceso de construcción requiere ser tomado en cuenta, pues en la "Enseñanza Tradicional" se asume una premura para que los alumnos operen con los sistemas convencionales; así como, se anticipa la adquisición del

concepto, llevándolos a enfrentarse con reglas que aún pueden ser incomprensibles para ellos. Aunque es viable resolver situaciones que la escuela demanda, se presentan desaciertos importantes en los alumnos, impidiendo poder construir aprendizajes más complejos. Sin duda alguna este tema sobre el sistema decimal de numeración cobra especial relevancia en el desarrollo de conocimientos aritméticos.

En esa investigación sale a la luz que muchos de los alumnos no logran comprender el concepto de valor posicional, a pesar de que ya había sido enseñado, se esperaba que ya lo dominaran; de igual forma se observó que eran utilizadas algunas estrategias que corresponden a una enseñanza escolar, que no era significativa, en vez de emplear estrategias propias. Al respecto se concluyó que posiblemente los desaciertos presentados son quizá la consecuencia de haber recibido una “Enseñanza tradicional”, en donde se prepondera la enseñanza de procedimientos formales, no considerando que los alumnos aún no tienen el nivel de desarrollo conceptual óptimo para su comprensión.

Cortina (1997) señala “Parece que este tipo de enseñanza fuerza a desarrollar estrategias sustitutas a la comprensión matemática de los cálculos, pues aún no les son conceptualmente accesibles. Estas estrategias sustitutas, tienden a privilegiar la resolución sintáctica y mecánica de los cálculos, lo que le permite a los sujetos que las usa, obtener resultados correctos y aceptables en la escuela; sin embargo, parece que también los sumerge en un mundo lleno de procedimientos y reglas, pero carente de sentido matemático; lo cual se convierte en un estorbo para su desarrollo conceptual”.

Es así como este tipo de enseñanza se caracteriza por promover actividades y conocimientos que difícilmente favorecen el desarrollo conceptual que permita comprender este contenido.

Lo argumentado en la investigación de Cortina lleva a considerar una necesaria transformación en la enseñanza la cual debe estar dirigida al empleo de métodos que favorezca los procesos de desarrollo conceptual; sin embargo, no resulta tan sencillo esta transformación de la enseñanza, ya que intervienen varios factores, que de acuerdo con Cortina (1997), señala cuatro que pueden dificultar dicha transformación, estos son: “individuales, históricos, institucionales y sociales”.

Factores individuales: El aprendizaje del sistema decimal de numeración debe ser coherente y significativo para los alumnos; por lo tanto, la enseñanza de este contenido también debe ser coherente y significativa para el docente. Esto permitirá distinguir cada momento del proceso de construcción del sistema decimal. Sin embargo, eso no se logra del todo, quizá por que los docentes efectivamente no cuentan con los elementos teóricos y metodológicos que les permitan distinguir los desaciertos de sus alumnos y naturalmente resolverlos.

Factores históricos: Aquí es importante reconocer que la “enseñanza tradicional” tiene una gran carga histórica lo cual hace más difícil la transformación debido a que, para convertirse en tradicional ha tenido que recorre un largo proceso que no puede ser modificado de la noche a la mañana.

Factores Institucionales: Habría que reconocer aquí, que las instituciones educativas en general ya tienen cierta organización en donde todas sus acciones se enmarcan en este tradicionalismo; por lo tanto, trasformar la enseñanza

requerirá de trasformar también su dinámica y su organización en general para que exista una coherencia.

Factores Sociales: Con respecto a este factor Cortina (1997) señala algo fundamental, “No sería de extrañar que un método de enseñanza históricamente arraigado en las escuelas y bajo el cual se han formado la mayoría de los adultos escolarizados de una sociedad, goce de legitimidad entre ellos, sobre todo cuando no cuenten con los elementos para reconocer los problemas que ocasionan ese método de enseñanza”.

Por tanto, esto puede generar un rechazo al promover una transformación en la enseñanza; sin embargo, no lo hace imposible, creo que esto implicaría una invitación a la sociedad para analizar los resultados que en general en todos los niveles educativos se presentan con relación a la enseñanza de las matemáticas, con la intención de reflexionar en cuanto a la urgencia de un cambio.

Hablar del bajo nivel de los alumnos implica que no se alcanzan los propósitos planteados en el currículum, evidentemente esto señala un fracaso del sistema educativo; es decir, existe un problema de eficacia y eficiencia de la educación, pues no se ha logrado alcanzar los propósitos que se ha planteado. El tipo de herramientas que se ofrece a los alumnos en la enseñanza tradicional para acceder al contenido, están apegadas más a la ejercitación que a la construcción; por ello ante situaciones problemáticas es posible que se generen en los alumnos sentimientos de frustración, presentando como consecuencia un posible rechazo a las matemáticas e incluso un fracaso escolar.

Lerner (1997) en su libro “La matemática en la escuela” reporta una investigación realizada por la Dirección de Educación Especial de Venezuela; en ella mostró por

un lado: la forma en que los niños comprenden el sistema decimal de numeración, que han aprendido sobre el valor posicional, cómo utilizan este conocimiento al escribir y leer cantidades y la reflexión sobre el valor del cero en el sistema decimal de numeración, entre otras cosas; y por otra parte se analizan los mecanismos que regularmente se enseñan en la escuela, “las posibilidades que se brindan a los niños de comprender los fundamentos de dichos mecanismos y al rol que estos cumplen como instrumento de des - matematización de la enseñanza de la matemática” (Lerner,1997).

En dicha investigación se entrevistaron a niños de primero, tercero y quinto grado, así como a maestros y padres de familia. Aunque aquí comentaré sólo los resultados de las entrevistas con niños de primero pues permite hacer una correspondencia con el presente trabajo de investigación. En ella se cuestionó a niños de primer grado sobre el valor del cero pues al representar tanto la ausencia de elementos como una posición resulta una situación problemática al escribir cantidades de dos o más cifras.

Las entrevistas revelaron que los niños reconocen que el cero no tiene ningún valor. Al preguntarles que pasa con el cero cuando se encuentra en una cantidad de varias cifras, la mayoría de los niños consideran que el cero vale sólo cuando está después de otro número y cuando está antes no vale, lo que significa que el cero no puede suprimirse sin alterar el valor del número; aunque hay niños que afirman que el cero sigue sin tener valor aún formando parte de una cantidad.

En estas entrevistas se pudo recuperar información sobre el conocimiento que tienen los niños de primero sobre el sistema de numeración con relación a la lectura y escritura de números grandes; se mostró que han construido una regla propia del sistema de numeración “el número que tiene más cifras es mayor”. Es

entonces que al reconocer esta regla, declina la idea de que el cero no vale cuando está delante de otro número. Por lo tanto Lerner (1997) menciona que los niños han construido dos reglas que probablemente nadie les ha enseñado, la primera se refiere al valor del cero en función de la posición que ocupa con respecto a otros números y la segunda, donde establecen una relación entre el valor del número y la cantidad de cifras que lo componen.

Esto resulta sorprendente, pues cómo sin saber de que número se trata, pueden reconocer cual es mayor por la cantidad de cifras. Según la autora, esta construcción de los niños es una herramienta para comprender la numeración escrita, pues permite hacer comparaciones tanto con los números de la serie oral que ya conocen, cómo con aquellos que desconocen.

Al respecto Lerner agrega que el cero cuando forma parte de un número de dos o más cifras el lugar en el que está, está vacío, pues no hay elementos de esa potencia de la base; lo que indica que ese cero tiene el mismo valor que un cero aislado, ya que representa la ausencia de elementos. Pero como esa ausencia está en una posición determinada, eliminar el cero sería como eliminar la posición moviendo así las otras cifras de posición.

Lerner reconoce que para comprender los problemas a los que los niños se enfrentan resulta válido recurrir a la historia de los sistemas de numeración pues aunque la invención del cero fue tardía, hay investigaciones que demuestran (M. Hughes, 1986) que en el caso de niños pequeños rápidamente descubren el valor del cero como la representación de la ausencia de cantidad; ya que es necesario en un sistema como el nuestro que es posicional, donde el valor de cada cifra está en función del lugar que ocupa.

“Para los primeros inventores de un sistema posicional (babilónicos en el año 2000 a.C. aproximadamente) se planteó el problema de encontrar una forma inequívoca de representar las cantidades cuando la columna correspondiente a una de las potencias de la base estaba vacía. En un principio resolvieron el problema dejando el espacio vacío, pero esto inducía a confusiones. Posteriormente, crearan un símbolo 0 que se empleaba para indicar la ausencia de elementos en un valor posicional determinado. El sistema posicional inventado en India (que los árabes expandieron por el mundo) incluía también un símbolo 0 equivalente al de los babilónicos” (Lerner, 1997).

Flegg (en Lerner, 1997) sostiene que el sistema indo arábigo se adoptó tardíamente debido a la dificultad en la comprensión del uso del cero, lo cual no resulto tan fácil para quienes no participaron en la invención del sistema posicional, y que lo mismo le ocurre a los niños; por ello requieren para comprenderlo y usarlo de reconstruirlo y descubrir sus principios.

Otro de los cuestionamientos que en esta investigación se hizo a niños de primer grado fue: “¿Qué entienden por decenas?”, surgen dos grupos los que ya habían recibido alguna enseñanza en torno al valor posicional y otro grupo que no habían recibido la información. En el caso del primer grupo, lo que sabían es que una decena es de diez elementos o quiere decir diez; sin embargo, no basta saber esto ni que las decenas se escriben en un lugar específico para comprender que cada decena representa un conjunto de diez. Establecer una diferenciación entre unidades y decenas no garantiza que se haya comprendido lo anterior pues muchos niños se cuestionan por qué si las decenas valen diez, a veces se ponen en su columna, dos, o cinco; esto implica que no se ha descubierto la relación entre la escritura del número y la agrupación en base diez, pues que unos puntos tengan un valor (10) y otros tengan otro (1) resulta difícil de comprender.

Cabe señalar que algunos niños manejan la idea, de que hay que empezar por las unidades cuando se interpreta algún número, como si se tratara de alguna cuenta; al respecto Lerner se cuestiona ¿si será que solo en la resolución de operaciones la palabra unidades adquiere un significado para los niños?

Lerner resume que algunos niños repiten lo que han aprendido en la escuela sin comprenderlo y aunque se les haya enseñado el concepto de decena no es necesariamente un conocimiento que los niños manejen, pues aún no logran diferenciar las unidades de las decenas.

Respecto al segundo grupo de niños que no había recibido enseñanza sobre el valor posicional, lo que se encontró es que confundían decena por docena, después de explicarles los conceptos, las respuestas fueron semejantes a los niños del primer grupo que ya habían recibido información sobre las decenas; para interpretar el número sumaban las decenas y las unidades como si fueran equivalentes distribuían las unidades sin tomar en cuenta las agrupaciones de diez, intentan en algunos casos, que el lugar de las decenas este siempre ocupado por diez elementos.

Lerner concluye que los niños son capaces de aplicar un mecanismo que se les ha enseñado aunque no lo comprendan por ello no pueden generalizarlo a otras situaciones; aunque algunos niños se esfuerzan por comprender otros se resignan a no entender.

La enseñanza del sistema de numeración implica una “representación figurativa” como una forma de contribuir a la comprensión de las reglas de la numeración escrita; sin embargo, después del estudio realizado con los niños de primero, Lerner

se cuestiona sí estas representaciones son realmente una ayuda para la comprensión o la dificultan.

Nuestro sistema como un sistema de base 10 no representa explícitamente las sucesivas agrupaciones en esa base; las potencias de la base no aparecen representadas de manera explícita, la posición que cada cifra ocupa en relación con las demás es el único dato que tenemos para saber por qué potencia hay que multiplicar. Si a la humanidad le llevó mucho tiempo inventar un sistema tan económico puede resultar muy complicado para los niños reconstruir sus principios para comprenderlo; por ello no basta con explicar el valor de las decenas o las centenas.

Otra conclusión de Lerner se refiere al diseño de situaciones de aprendizaje significativas, pues resulta complejo, si no se conocen las ideas que los niños elaboran en torno al sistema de numeración. Enseñar unidades, decenas y centenas quizá no corresponde a los cuestionamientos que se hacen los niños en torno al sistema de numeración y por ello el aprendizaje de esas nociones no resulta significativo ni operativo.

Por último, la investigación realizada por Educación Especial de Venezuela y que reporta Lerner, permite reconocer que los niños aunque no comprenden el valor posicional son capaces de leer y escribir cantidades de dos y tres cifras y reconocer números mayores o menores en función de la cantidad de cifras. Esto demuestra que la comprensión de las decenas y las centenas no es un requisito previo para la comprensión de otros aspectos del sistema de numeración.

Es necesario reconocer qué saben los niños sobre el sistema de numeración, para que sea el punto de partida del diseño de situaciones de aprendizaje significativas,

planteándoles problemas que les sean significativos para reconstruir los principios del sistema.

La investigación antes mencionada, mostró como alumnos de tercer grado logran recitar el valor de las decenas y centenas; sin embargo, eso no garantiza que hayan comprendido el valor del cero en sí y de su valor cuando esta en una cantidad; por ello Lerner menciona que el manejo del cero representa problemas específicos que requieren ser abordados en el aula; además de que las dificultades presentadas por los alumnos con el uso del cero revelan también dificultades en la comprensión del sistema decimal de numeración; por lo tanto "plantear los números como entidades estáticas en las cuales cada cifra ocupa un lugar determinado, no parece ser un procedimiento efectivo para facilitar la comprensión del sistema posicional" (Lerner, 1997). Entonces, habrá que crear condiciones para que los niños comprendan que escribir números es el resultado de un proceso en el que se agrupa recursivamente en base 10; pues incluso, en entrevistas a niños de quinto grado se siguen encontrando dificultades en establecer la relación entre decenas y centenas.

Por lo que para comprender la regla del sistema de numeración de la agrupación en base diez se requiere descubrir que para formar una centena es necesario "agrupar por segunda vez de a 10 (Lerner, 1997). La autora reitera la necesidad de promover situaciones de aprendizaje que permitan el descubrimiento de los principios del sistema de numeración a partir de considerar dos aspectos fundamentales: el primero, la naturaleza del sistema posicional y el segundo, las ideas que los niños han construido al respecto. Convirtiendo al aula en un espacio donde se discuta los descubrimientos de los niños y cómo los utilizan; así como, las dudas que surgen entre sus propias ideas y los procedimientos convencionales,

ya que los alumnos manifestaron, que poco expresan en el aula sus dudas pues lo consideran un riesgo.

No se pueden precisar en detalle las estrategias didácticas para llevar a los niños a comprender el sistema de numeración, pues se conoce poco sobre el proceso que siguen para la construcción de este conocimiento; lo que sí se sabe, es que no se enseña a repetir definiciones ni aplicar mecanismos que no comprenden.

Para finalizar, Lerner menciona que a pesar de lo que los niños han aprendido en la escuela no resulta suficiente para comprender la función del cero en el sistema de numeración ni para descubrir las razones que fundamentan los mecanismos utilizados; pues además, muchos niños han renunciado a pensar y se han acostumbrado a aplicar procedimientos, posiblemente porque se les ha presentado el conocimiento matemático como un conjunto de reglas arbitrarias e incomprensibles. Al respecto la autora comenta “centrar el aprendizaje de la matemática en la adquisición de mecanismos conduce no solamente a obstaculizar la utilización de los esquemas conceptuales que los niños han construido, sino también a desvirtuar el conocimiento matemático” (Lerner, 1997).

Esta investigación permitió reconocer algunos errores didácticos y ajustar situaciones de aprendizaje; así como, anticipar las respuestas de los niños para prever las intervenciones del maestro.

Por su parte Terezinha Nunes y Peter Bryant en su investigación presentan la comprensión infantil en forma gradual de algunos conceptos matemáticos, haciendo hincapié en la importancia de que los padres y maestros conozcan esta gradual comprensión; pues ello, permitiría que apoyaran en mejor medida el proceso de los niños.

Ambos investigadores consideran necesario conocer más sobre como se aprende y enseña matemáticas; para ello, se requiere reconocer como aprenden los niños entre otras cosas, todo lo relacionado con los números. Para explicarlo parten de la competencia numérica, la cual "implica poder entender relaciones numéricas y espaciales, y expresarlas utilizando las convenciones de la propia cultura" (Nunes: 1997:15). Dicha competencia requiere de varios elementos entre los cuales está: comprender la naturaleza ordinal de los números referida ésta al orden de magnitud ascendente; sin embargo, no es sólo recordar el orden de las palabras numéricas en secuencia, si no que es necesario comprender que ese orden obedece a la regla A>B, B>C entonces A>C. Regla denominada transitividad que implica la relación entre dos números, además de que todas las cantidades pueden ordenarse de menor a mayor. Debe entenderse la transitividad para comprender la naturaleza del número.

Además de que los niños requieren de comprender el procedimiento que se sigue para contar una serie de objetos pues esto tiene algunas reglas:

- Cada objeto debe contarse una sola vez
- Las palabras numéricas deben conservar un orden, no así el orden en que se cuentan los objetos
- El número final denominado cardinal representa el número de objetos del conjunto como el número que relaciona dicho conjunto de objetos con otros.

Para que los niños comprendan qué significa contar requieren de entender estas reglas sobre la ordinalidad y la cardinalidad.

Nunes, recuperando las investigaciones de Piaget, menciona que para que los niños comprendan las matemáticas se requiere de entender ciertos principios lógico-matemáticos. El primero de ellos se refiere a la conservación: implica saber que el número de una serie de objetos sólo puede cambiarse mediante sumas o restas. Incluso un niño puede contar; es decir, puede decir los números adecuadamente en el orden correcto pero no entiende el significado de los números hasta que comprenda la conservación; pues si no entienden esto no tendrán la noción de número cardinal, ya que no puede saber que una serie de seis objetos tendrá el mismo número que otra serie de seis objetos.

Ante esto reconocen que no basta con enseñar la convencionalidad matemática sino que es necesario asegurarse de que los niños comprendan los principios lógicos en los que se basa el sistema; pues están relacionadas con la composición aditiva del número.

Hacer referencia a los principios lógicos no basta, pues ellos tienen ciertos requerimientos lógicos que Piaget denomino invariantes que además de abarcar los principios lógicos incluyen las relaciones convencionales.

Además de estos principios lógicos es necesario que los niños aprendan sistemas convencionales para tener una competencia numérica. En el caso de nuestro sistema, éste nos ayuda a mantener el orden de designaciones fijadas al reagrupar las unidades de conteo sobre la base diez, el principio de orden fijo esta arraigado en la organización del sistema.

Nunes recupera que si bien aprender matemáticas implica la comprensión de los principios lógicos y los inventos culturales, con frecuencia no es posible distinguir si las dificultades presentadas por los niños son de origen lógico o por la necesidad

de aprender convenciones (Nunes: 1997:27). Pone el ejemplo claro de nuestro sistema decimal de numeración, el cual es un invento cultural cuya estructura decimal es arbitraria; sin embargo, dentro de la arbitrariedad que lo caracteriza, mantiene ciertas ventajas, como el que baste recordar los números del cero al nueve pues son las palabras para las unidades; además de las palabras que designan los números del 11 al 15 y las decenas, pues estos números difícilmente se pueden inferir a partir del sistema. Lo interesante es que recordando alrededor de 35 palabras los niños podrían contar hasta un millón y más; por ello aprender y comprender la estructura del sistema permite obtener una manera de contar y gracias a la estructura decimal, es posible crear los números y resolver problemas, ya que él se convierte en una herramienta de pensamiento que adopta una forma oral y escrita.

Resulta importante reconocer que existen diferencias entre estas formas, pues en la numeración oral se utilizan expresiones diferentes para indicar unidades, decenas centenas, etc.; y en el sistema escrito utiliza una posición de derecha a izquierda siendo el valor del digito diferente aunque el dígito sea el mismo.

Representar de dos maneras los números implica que al tener la misma lógica se facilita su comprensión, repercutiendo esto en la enseñanza ya que tiene sentido iniciar con el sistema de representación más fácil de aprender; sin embargo, es posible que las características de cada forma de representación afecten la manera en que se utiliza el sistema.

Nunes resume que tener aptitudes numéricas implica razonar matemáticamente las situaciones y para ello es necesario conocer sistemas matemáticos de representación que se puedan emplear como herramientas; sistemas que puedan utilizarse en diversas situaciones. Por ello las matemáticas que los niños aprenden

deben permitirles razonar e incrementar las posibilidades de razonar matemáticamente para lo cual es necesario aprender sistemas convencionales de representación.

Cabe señalar que la autora agrega que es importante fomentar en los niños la utilización de sus propios símbolos y recursos antes de representar de manera convencional; pues los niños ya saben bastante con relación a los números cuando llegan a la escuela, incluso ya saben contar.

Saber contar implica: recordar las palabras numéricas, contar cada objeto una sola vez y entender que el número de objetos está representado por el último número pronunciado; además de aprender para que sirve contar, pues ello implica resolver ciertos problemas.

Aprender a contar adecuadamente requiere de respetar los principios, Gelman y Gallistel (1978), (en Nunes: 1997:37) mencionan que existen tres principios para contar objetos visibles:

Principio de correspondencia biunívoca: a cada elemento del primer conjunto le corresponde un elemento y sólo uno del segundo conjunto, y recíprocamente; deben contarse todos los elementos y debe hacerse una sola vez.

Principio de orden constante: cada vez que se cuenta deben pronunciarse las palabras numéricas en el mismo orden.

Principio de cardinalidad: Decidir la cantidad real de objetos en el conjunto que se está contando; es decir, el total de objetos corresponde a la última palabra numérica pronunciada al contar.

Estos autores mencionan, como resultado del desarrollo de su investigación que los niños pequeños aunque fallan, respetan los principios del conteo por lo que no es necesario enseñar estas reglas pues los niños ya las conocen.

Por su parte Karen Fuson (1988) (en Nunes: 1997:37) encontró que a diferencia de los resultados de Gelman, quien en su investigación coloco los objetos para contar en línea recta, los niños cometían más errores si los objetos a contar estaban colocados en desorden esto permitió confirmar que los principios no son aún comprendidos como lo menciono Gelman.

Fuson demostró que los niños de seis años mantenían por lo general el principio de biunivocidad en el caso de conjuntos de hasta 40 objetos, pero cuando se cambiaba la distribución espacial de los objetos era más difícil respetar éste principio. La autora agrego que cuando los niños emplean de manera espontánea la estrategia de hacer a un lado los objetos que ya se han contado se garantiza que se esté respetando el principio pues los niños comprenden la necesidad del mismo.

Los niños pueden contar sin comprender aún la naturaleza del número; por ello, contar va más allá de enunciar los nombres de los números, implica respetar los tres principios, además de saber como y cuando utilizarlo y hacerlo bien. Se reconoce que desde los cinco años pueden contar bastante bien; sin embargo, les falta camino para comprender el número pues incluso pueden conocer bien las palabras numéricas sin lograr formar bien conjuntos y sin comprender que el conteo es una herramienta para formar conjuntos equivalentes.

A este respecto Piaget (1965) (en Nunes 1997) aplicó un experimento conocido como “prueba de conservación”, donde los niños comparan dos conjuntos equivalentes que son transformados espacialmente para conocer si comprenden la

conservación de la equivalencia, a pesar de la transformación; observándose que los mas pequeños logran formar los conjuntos empleando el recurso de la igualación más que el conteo; sin embargo, los niños mayores, cinco y seis años, comprendieron que la equivalencia de los conjuntos se conservaba a pesar de modificar la disposición espacial pero tampoco recurrieron al conteo como herramienta al comparar el número de elementos de un conjunto.

De esta investigación fue posible observar dos cosas más: que “los niños no sabían que para comparar conjuntos había que contar las fichas de cada conjunto por separado y empezar de nuevo a partir de uno al contar el segundo conjunto” (Nunes: 1997:58); además de que al comparar dos conjuntos equivalentes no infieren que tienen la misma cantidad y necesitan contar el segundo conjunto.

Por lo tanto contar es más que decir cuantos hay, es comprender también el número expresado al final de un conteo como medida del tamaño de un conjunto, y aunque dominen los principios del conteo no es suficiente pues se requiere manejar las invariantes del número como la transitividad. Por ello es necesario que los niños participen en situaciones diversificadas donde contar permita resolver problemas.

Desde los planteamientos de Nunes se reconocen una serie de ventajas de la comprensión del sistema de numeración relacionada con la estructura de base ya que eso permite formar los nombres de los números sin la necesidad de aprenderlos todos de memoria; sin embargo, esto no sucede con las palabras irregulares como los números del 11 al 15 y las decenas que requieren de ser memorizadas, una vez entendiendo la lógica del sistema es posible formar números que no se han escuchado antes.

La estructura de base se utiliza para organizar un sistema de notación, pues la estructura para contar rige la organización de la escritura de los números; lo que facilita los cálculos siendo económicos y eficaces, gracias también, a que se acomodan en columnas.

Además de las ventajas mencionadas Nunes reconoce las propiedades de los números como la composición aditiva, la cual se refiere a que un número se descompone en dos números precedentes que al ser sumados da ese número y que contribuye a la idea de orden de los números. Este orden implica la inclusión de clase donde por ejemplo cinco es mayor que cuatro y que cuatro es un subconjunto de cinco además de que cinco se puede descomponer en cuatro más uno.

La estructura de base de nuestro sistema requiere de contar unidades u ordenes de tamaños diferentes que pueden agruparse en diferentes clases (unidades, millares, millones). Cuando tenemos diez unidades se reagrupan en unidades de un orden superior.

La estructura de base se enuncia en las palabras numéricas pues se menciona una palabra de conteo y el nombre de la unidad que se está contando (dos cientos), excepto en las decenas. El sistema permite reconocer la composición aditiva.

Se reconoce la importancia de dominar la estructura del sistema para hacer cuentas y para ello se revelan una serie de investigaciones en el trabajo presentado por Nunes. Un estudio partió de reconocer si los niños requieren que se les enseñen las decenas antes de comprender el sistema; al respecto Luria (1969) concluyo que la comprensión de la estructura de base se logra cuando se enseñan a escribir los números; sin embargo, esto no fue suficiente para demostrar la hipótesis planteada.

Por ello Nunes, estudio a niños pequeños y adultos que no habían asistido a la escuela con quiénes se indagó sobre la comprensión del concepto de unidad y la composición aditiva. Concluyo que no es necesario saber escribir números para entender el concepto de unidades de diferentes tamaños en el contexto de dinero, por ello es importante que en el trabajo con el sistema de base se vincule con el uso del dinero.

Respecto a la composición aditiva y a la estructura de la decena se pretendió que formaran números a partir de la habilidad para combinar decenas y unidades, se comprobó lo mismo que en la tarea anterior, que no es necesario saber escribir números para comprender la composición aditiva; por lo tanto Nunes concluyó:

- Saber contar no es lo mismo que comprender el valor relativo de las unidades para contar y su composición aditiva.

- Saber escribir números y haber asistido a la escuela no es necesario para comprender el valor relativo de las unidades y la composición aditiva; esto puede lograrse a partir del manejo del sistema de numeración oral y de la familiaridad con el sistema monetario.

Por lo tanto para aprender a leer y escribir números es necesario practicar el conteo y la correspondencia biunívoca, pues al contar objetos se percatan de que cualquier número es la suma de su antecedente más uno y esto lo pueden generalizar. De igual manera los acercamientos con la suma podrían ser una forma de comprender la composición aditiva siempre y cuando se avance de “contar todo” a “contar a partir de” como lo denomina (Nunes: 1997:70); es decir, que para sumar, utilice el

número total del primer grupo como punto de partida y no sea necesario contar todo de nuevo.

Otra tarea implementada en la investigación de Nunes con el uso de dinero, mostró que los niños se apoyan en los nombres de los números para comprender la composición aditiva; sin embargo, estas pistas lingüísticas no son suficientes ya que no muestran que contamos unidades de diferente tamaño en un sistema de base diez.

Los resultados de estos estudios repercuten en la educación debido a que se reconoció que es importante que los niños intenten solucionar problemas sencillos de suma incluso a la edad de cinco años para favorecer la comprensión del sistema de numeración.

Los estudios realizados demuestran que la regularidad del sistema de conteo influye en el aprendizaje infantil, pues aumenta las posibilidades para comprender la composición aditiva que sí se logra en números pequeños, se puede aplicar dicho entendimiento a números mayores.

También se planteó si era necesario comprender la composición aditiva para aprender a escribir y leer números. En primer lugar es necesario considerar que escribir números implica el concepto de unidades, de valor posicional y el uso del cero; por lo que para el sistema escrito es necesaria la comprensión de los mismos principios del sistema oral más los conceptos mencionados.

Al respecto Kamii (en Nunes: 1997:87) demostró que a los siete años se dificulta interpretar la idea de valor posicional y que para leer y escribir números de varios dígitos sí es necesario entender la composición aditiva.

Estas investigaciones permitieron concluir que si bien el conteo mediante la correspondencia biunívoca es importante no es suficiente para comprender el sistema de numeración; si lo es, la composición aditiva del número mediante unidades de diferente valor, la cual depende más de la comprensión de la suma que de la correspondencia biunívoca; por lo tanto contar no es suficiente.

Se reconoce una secuencia en la comprensión del número:

- Utilización de estrategias de conteo en la suma
- Comprensión de las propiedades del sistema de numeración
- Lectura y escritura de números.

Es necesario partir del planteamiento de problemas de adición en los que un sumando no sea visible para inducirlos a buscar estrategias eficaces para sumar y así promover la comprensión del sistema de numeración.

1.1. REFERENTES CONCEPTUALES EN LA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN.

Como podemos apreciar en las investigaciones hasta aquí presentadas se rescata la importancia del sistema decimal de numeración como un contenido fundamental, básico en la adquisición de otros contenidos, ya que los números son utilizados según sus diferentes significados.

De igual manera se precisan algunas dificultades que han presentado los alumnos al acceder a este contenido; las cuales son multifactoriales, pero algunas de ellas están relacionadas con la enseñanza, por lo que Cortina menciona la imperiosa necesidad de transformarla, ya que en cierta medida se atribuyen a ella, los múltiples desaciertos presentados por los niños en la comprensión de valor posicional.

Resulta necesario tener un conocimiento, por parte de los Profesores, no sólo del sistema decimal, sino de los conocimientos previos de los alumnos, de sus características y necesidades, de cómo se construye el contenido por parte de los niños, de las secuencias didácticas para plantear situaciones en donde puedan acceder a él sin tantas dificultades; pues de no ser así, la comprensión de este contenido se convierte en una dificultad.

También hay algunas propuestas que no son compatibles con lo planteado en el Plan y Programas oficial como lo manifiesto por Lerner y Sadovsky (1994) quienes consideran que no debe haber rangos numéricos que correspondan a cada grado; sino que es necesario trabajar con números de orden diferente para ir encontrando las regularidades de los mismos, ya que los niños al tener conocimientos sobre los números de forma previa a su ingreso a la escuela conocen números en diferentes

contextos que no corresponden únicamente al rango numérico que se maneja en los primeros grados, pues elaboran hipótesis con relación a ellos; además, de que consideran que con el actual enfoque los niños se enfrentan a una doble dificultad: por un lado, a la resolución de problemas y por otro, al acceso al nuevo contenido.

Lerner sugiere que en los primeros grados se trabajara el sistema decimal de numeración a partir de los números que los niños conocen, con la intención de encontrar las regularidades de los mismos e ir descubriendo las reglas del sistema; por lo que resultaría interesante que esta sugerencia se considerara en el programa de matemáticas, como una propuestas de enseñanza. Al igual que las situaciones didácticas planteadas por Block algunas de las cuales se consideran en los libros de texto.

Por último, lo que considero prioritario es el conocimiento que el Profesor necesita tener con relación a este contenido, desde el conocimiento de los procesos que siguen de los niños, hasta el desarrollo de una situación didáctica, con la intención de promover y facilitar en aprendizaje significativo del sistema decimal de numeración.

Pero a partir de todos estos planteamientos sobre el sistema decimal de numeración, ¿qué piensan los maestros sobre la enseñanza de este contenido y de los planteamientos contenidos en los materiales oficiales?

2. LAS REPRESENTACIONES.

El término representaciones proviene de la Psicología social y algunos autores lo han retomado para emplearlo como un instrumento que permita conocer las interpretaciones de los maestros respecto a algún tema en particular, como es el caso del ámbito de la educación matemática en donde se han realizado diferentes investigaciones.

Esto sucede en el caso de Peltier (1998), quien realiza un estudio sobre las representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre las matemáticas y su enseñanza; definiendo a las representaciones con base en Moscovici y Abric, como "Un sistema coherente y jerarquizado, organizado alrededor de un núcleo de imágenes, la representación es una visión del mundo (... permite dar sentido a sus conductas, comprende la realidad a través de su propio sistema de referencia, y desarrolla una actividad de asimilación y de apropiación de esta realidad)".

Por su parte Robert y Robinet, en Abric (1989), introducen la noción de representación al campo del la didáctica matemática señalan que la representación "es el producto y el proceso de una actividad mental por la cual un individuo o un grupo de individuos reconstruye la realidad a la que es confrontado y le atribuye una significación específica"; señalan puntualmente, que "existe una relación directa entre las concepciones que tienen los Profesores sobre las matemáticas y la manera correcta de aprenderlas, y de hacer que se aprendan"; es decir, que de forma permanente se manifiestan las concepciones que cada uno tenemos, poniéndose en juego cuando nos enfrentamos a una situación determinada; lo cual implica que cada uno interpreta una propuesta de acuerdo a sus propias experiencias e ideas que tiene sobre un concepto, una situación, o algún otro aspecto.

En ocasiones pudiera parecer que las personas nos resistimos a reconocer y aceptar los cambios a las reformas pedagógicas pero más que resistencia, es una evidencia de manifestaciones de las concepciones de cada individuo; algunas de las cuales, son convicciones propias. Estas concepciones tiene cierta influencia del ambiente en donde se encuentra cada individuo, muchas de las cuales son compartidas y apoyadas por el grupo en el que se encuentran. Que sean concepciones compartidas por un grupo no implica que siempre cada uno de ellos maneje estas concepciones, o las maneje de la misma manera, ya que estas pueden variar de persona a persona.

Esa significación corresponde a actitudes y opiniones desarrolladas por el o los sujetos; se convierte en el conjunto de relaciones que él o ellos establecen con el objeto. Entonces la representación es un sistema simbólico, organizado y estructurado, cuyo funcionamiento es la aprehensión y control del mundo para comprenderlo e interpretarlo; por ello las representaciones permiten la adaptación del sujeto al entorno.

Existe un elemento central el cual es necesario identificar cuando se pretende analizar las representaciones de los sujetos con respecto a un asunto en particular; este elemento tiene un rol privilegiado en la representación, este privilegio se debe a que existen otros elementos que dependen directamente de él.

Este elemento central puede ser una actitud muy marcada del sujeto hacia el objeto; la cual, da una significación particular al resto de las informaciones que recibe e integra; de esta manera se constituye la representación y cuando concluye este proceso, se convierte en una visión del mundo la cual es funcional y normativa pues le permite dar sentido a sus conductas, comprender la realidad a partir del

propio sistema de referencia, asimilando y apropiándose de esa realidad (Abric, 1987, en Robert y Robinet).

El sistema de representaciones cuenta con herramientas que le permiten mantener cierta funcionalidad, estas herramientas son:

- Sistema de interpretación: De aquí derivan los significados que se atribuyen tanto a la información, expectativas y anticipaciones desarrolladas por los sujetos.
- Sistema de categorización: Este sistema es crucial para la representación, cuenta entonces con una significación central ya que tiende a establecer una tipología de las personas o de los acontecimientos, permite organizar y estructurar el ambiente en un cuadro cognitivo e ideológico coherente con el sujeto.
- Lenguaje específico: La representación requiere de un lenguaje que le permita manifestar la naturaleza y el tipo de palabras, el vocabulario, así como su extensión. Son un medio para consolidar la representación. Moscovici, 1961 (citado por Robert y Robinet).

Además de estas herramientas, las representaciones, están constituidas por tres elementos: un nudo central, un conjunto de informaciones, de actitudes y de creencias organizado alrededor de ese nudo central, y un sistema de categorización.

Robert y Robinet señalan que las representaciones son estados organizados, estables y relativamente equilibrados; la transformación de alguno de sus elementos genera necesariamente una transformación de la representación; sin embargo, se manifiesta únicamente como un restablecimiento del equilibrio; es

decir, la transformación sí se da, se manifiesta sólo en elementos periféricos, ya que una transformación al nudo central implica una transformación completa a todo el sistema del sujeto, a su universo de opiniones.

Por otro lado es importante señalar que la forma de responder a una situación específica no se relaciona de forma directa con las representaciones expresadas en el discurso. Los resultados de algún cuestionamiento en torno a un tema específico proporcionan elementos reveladores de las representaciones.

Cada Profesor cuenta con una representación sobre lo que implica la enseñanza, el aprendizaje, lo que se pone en juego en la clase, su rol, el de los alumnos entre otros muchos elementos.

A partir de estos planteamientos Robert y Robinet analizaron las representaciones de docentes de secundaria a través de sus declaraciones sobre las concepciones de las matemáticas, sobre su aprendizaje y sobre el punto de vista social del enseñante sobre la escuela, para ello consideraron varias “entradas” para realizar el análisis, entre las cuales consideraron:

Entrada epistemológica: ¿De qué conocimiento se está hablando?, ¿qué matemáticas se quiere trasmitir a los niños?...

- **Entrada pedagógica:** ¿Cómo se puede lograr que los alumnos aprendan esa matemática?...
- **Entrada psico-afectiva:** Respuestas en las que es evocada la motivación, el gusto, el desagrado por parte de los niños, la relación con el Profesor.
- **Entrada psicológica:** Respuestas que evocan la atención, la reflexión, el rigor las actitudes de los alumnos.

- **Entrada cognitiva:** Caracteriza las respuestas que evocan cómo se supone que los niños aprendan individualmente (nivel individual).
- **Entrada pedagógica:** Respuestas que evocan una teoría general del aprendizaje a través de la resolución de problemas (nivel general).
- **Entrada social:** Respuestas que evocan factores sociales, como el origen social de los alumnos, o incluso el rol social del enseñante en relación con la selección social, o bien el hecho de que todo el mundo puede o no aprender.

A partir de los resultados arrojados de este análisis que realizaron las autoras, encontraron constancia en las concepciones de las matemáticas y de su enseñanza, denotándose concepciones extremadamente estables; sin embargo, señalan que se observan ciertas evoluciones en lo epistemológico como en lo pedagógico de las representaciones analizadas.

Robert y Robinet señalan que toda representación es parcialmente social, ya que el Profesor esta sujeto a determinantes sociales, pues aunque está sólo en el aula, existe influencia social. Hay determinantes sociales que son evidentes; sin embargo, hay otras que están ocultas ya que son muy sutiles, pero todas ellas influyen de manera importante en la construcción de las representaciones de los Profesores, ya que se organiza el nudo central a partir de ese cúmulo de información.

Respecto a la posibilidad de modificar las representaciones de los profesores Robert y Robinet señalan que es importante distinguir entre la enseñanza inicial y la continua debido a que cuando un profesor ya ha enseñado, sus representaciones le permiten regular el sistema de enseñanza y por ello es menos

probable modificarlas; se considera que es más viable modificar las representaciones de los futuros Profesores.

Las autoras concluyen con esta reflexión que es necesario conocer las representaciones de los Profesores a partir de su actuación, pero más importante es reflexionar sobre las consecuencias que estas y las conductas que se generan tienen sobre los aprendizajes.

Estas investigaciones en torno a las representaciones serán de gran utilidad para el desarrollo de mi investigación; sin embargo, considero fundamental apoyarme en los planteamientos realizados por Robert y Robinet, debido a que ellas sostienen que del discurso a la actuación en el aula existen diferencias que hay que destacar, pues la actuación esta permeada de las representaciones que hacemos de la realidad en la que estamos inmersos o a la que nos enfrentamos; ya que a través de las representaciones comprendemos e interpretamos el mundo, permitiendo nuestra constante adaptación.

De igual manera sus aportaciones me dieron indicios de cómo analizar la información obtenida en las entrevistas y fundamentar la necesidad no sólo entrevistar a los maestros de la muestra sino también de conocer sus actuaciones.

III. METODOLOGÍA

1. CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIOS CUALITATIVOS.

1.1. INSTRUMENTOS: LA ENTREVISTA A PROFUNDIDAD Y LA OBSERVACIÓN COMO VALIDACIÓN.

La entrevista, -comunicación primaria- en términos de Berger y Luckman, contribuye a la construcción de la realidad, como un instrumento eficaz que permite acceder al conocimiento; pues el lenguaje es la manifestación del pensamiento, de las actitudes y de la práctica.

Aunado a ello la entrevista a profundidad:

a) Estructura el proceso de pensamiento valiéndose de él como instrumento de pensar.
b) Es un factor decisivo que determina la percepción propia del mundo y de sus sentidos.
c) Es el vehículo principal de transmisión y recepción de ideas, valores e informaciones.

La entrevista a profundidad es cualitativa de carácter holístico, donde el objeto de la investigación está constituido por la vida, experiencias, ideas, valores y estructura simbólica del entrevistado. Pretende hacer un holograma dinámico de la configuración vivencial y cognitiva de un individuo.

Se emplea cuando el objetivo de la investigación es de índole pragmática; es decir, cuando se intenta conocer el modo de actuación de los actores en relación a su sistema de representación social como sujetos inmersos en la praxis social; ilustra los puntos de conexión entre el comportamiento individual y el objeto de

investigación (Galindo: 1998:308). Es útil en el estudio de las representaciones sociales personalizadas; en la investigación de los sistemas de normas y valores, la captación de imágenes y representaciones colectivas, el análisis de las creencias individualizadas y el conocimiento de los códigos de expresión.

Es un tipo de entrevista abierta no estructurada, ni estandarizada, donde no hay rigores establecidos para hacerla o aplicarla; sigue un modelo conversacional, trata de simular un diálogo entre iguales, busca información personalizada a partir de los significados que ellos mismos elaboran. Favorece la participación del entrevistado a partir del contacto con el otro como facilitador.

Es una técnica de producción e interpretación de la información a través del análisis del discurso. Se aplica con el objetivo de intentar comprender la acción social.

Por ello, para este estudio se considero a la entrevista como un instrumento principal pues permite dar cuenta a través de la expresión verbal de lo que los Profesores piensan acerca del sistema decimal de numeración y de su enseñanza. Consistió en una conversación orientada a partir de dos objetivos: obtener información y conseguir comentarios sobre el tema mencionado.

Para realizar las entrevistas se diseñó un guión con preguntas cuyo propósito principal era contar con una guía para delimitar el camino por el que se pretendió conducir a las Profesoras para indagar sobre el tema. El diseño del guión estuvo respaldado, por la revisión bibliográfica que se hizo respecto a los estudios sobre la construcción conceptual del sistema decimal de numeración, por la revisión y análisis de la propuesta de enseñanza contenida en Plan y Programas de estudio de Educación Primaria (SEP, 1993); así como por la observación de las profesoras, previa a la entrevista durante el pilotaje y el estudio principal.

Cabe señalar que lo que una persona dice en la entrevista no necesariamente es lo que cree o dice en otras situaciones; por ello en este caso se empleó la observación como un instrumento que apoyo la selección de sujetos y contribuyó a la validación de las representaciones de las Profesoras, por lo que no ha sido empleado como un pilar de esta investigación. A través de la observación, considerada como un proceso sistemático y deliberado orientado por el objetivo de validar lo recuperado en la entrevista, fue posible corroborar la información obtenida, ya que permitió "ver" la información tal y cono se produce; pues se observaron en acción las ideas y creencias que las entrevistadas manifestaron sobre el sistema decimal de numeración y su enseñanza.

1.2. SELECCIÓN DE SUJETOS.

Para la selección de los sujetos motivo de esta investigación fue necesario pasar por un proceso que implicó cuatro momentos:

a) Definición de criterio de selección
b) Pilotaje
c) Preselección de los sujetos
d) Definición de los casos

a) El objetivo de la investigación que es identificar el papel que tienen las representaciones de los Profesores del primer ciclo de educación primaria sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración a partir de sus interpretaciones sobre la enseñanza basada en el Plan y Programas oficiales, permitió definir el criterio de selección el cual consistió en que los Profesores de este ciclo emplearan la propuesta para la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración contenida en el Plan y Programas de estudio de Educación Primaria 1993.

b) El pilotaje consistió en seleccionar a dos Profesores, uno de 1º y otro de 2º grado de educación primaria bajo el mismo criterio: que emplearan la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración. Para saber si el criterio se cumplía se cuestionó a los Profesores para saber si usaban la propuesta de la SEP (1993); además de que son reconocidos en la escuela por ser “buenos” Profesores y por tener experiencia de trabajo en los primeros grados.

Una vez identificado que el criterio de selección se cumplía se definieron estos dos casos para el desarrollo del pilotaje.

Dicho pilotaje permitió contar con más elementos para la selección de los casos para el estudio principal, pues en el desarrollo del mismo reconocí que cuando un Profesor afirma usar la propuesta para la enseñanza contenida en el Plan y Programas de estudio primaria (1993), no es garantía de que así sea; por lo tanto era necesario contar con otros datos que dieran cuenta de que el criterio se cubría.

Cabe señalar que en torno al desarrollo y proceso de recolección de datos del pilotaje se detallara en el siguiente apartado.

c) Como ya se menciono anteriormente los aspectos que se consideraron para la selección de los sujetos en el pilotaje contribuyeron en la preselección de los sujetos del estudio principal; además de que para corroborar este criterio se indagó sobre el estilo de enseñanza de las Profesoras, el uso de los libros de texto y de los materiales que la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración sugieren. Esta indagación sobre los antecedentes de las Profesoras se hizo a través de una charla con ellas, con los directores de cada una de las primarias y con las maestras de USAER (Unidad de Servicio de Apoyo a la Educación Regular) quienes brindan apoyo a esos grupos. La información se complementó con la observación de tres clases previas a la entrevista, donde se enseñaba el sistema decimal de numeración; pues a través de estas visitas de observación fue posible apreciar que las Profesoras conocían y empleaban la propuesta de enseñanza del Sistema Decimal de Numeración contenida en el Plan y Programas de estudio de Educación Primaria (SEP, 1993).

Resulta interesante resaltar que a partir de los aspectos que se consideraron para la preselección de los casos; los cuales fueron el reconocimiento personal

y de otros (como los directores y las maestras de apoyo de la USAER), de que se conoce y emplea la propuesta para la enseñanza de este contenido, el reconocimiento social por su responsabilidad y compromiso en su labor docente, la experiencia atendiendo los primeros grados y las visitas de observación que corroboraron el uso de la propuesta; fue difícil encontrar Profesores que cumplieran el criterio; aunado a ello hubo quien, teniendo estas características, no deseaba ser observado en su práctica, lo que dificultó más la preselección.

Dicha preselección de los sujetos se soportó también en las redes sociales naturales como lo menciona Galindo desde contactos personales, amigos y conocidos; pues me apoye del conocimiento previo de las Profesoras pues en ciclos escolares anteriores había trabajado con ellas como maestra de apoyo de U.S.A.E.R.

Para el estudio principal se preseleccionaron cuatro profesoras del primer ciclo de Educación Primaria dos de primer grado y dos de segundo grado. Quienes laboran en escuelas oficiales urbanas, “Carmen Serdan”, “Madre Mexicana” y Héroes de la Naval”, ubicadas en la Delegación Álvaro Obregón en colonias populares donde la población infantil en las aulas es numerosa, entre 35 y 40 alumnos por grupo; sin embargo, después de realizar las entrevistas se seleccionaron dos casos debido a que resultaban los más representativos para la presentación de los resultados de la investigación.

d) Después del trabajo de campo y propiamente del análisis e interpretación de los datos obtenidos, fueron dos los casos seleccionados para la presentación de los resultados y de las conclusiones de la investigación.

2. PROCESO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Como ya se mencionó este trabajo de investigación fue dividido en dos partes, el pilotaje y el estudio principal, en ambos se empleó la entrevista a profundidad como instrumento para la recolección de datos y la observación como un recurso de validación. A continuación se describe el proceso de recolección de datos para cada uno de los momentos de esta investigación.

2.1. PILOTAJE.

En el pilotaje, se trabajo con dos Profesores uno de 1º y otro de 2º grado; con cada uno se observaron tres clases donde se enseñaba el sistema decimal de numeración. Estas clases fueron grabadas y la última de ellas fue videograbada. La observación se apoyó de un esquema que se diseño a partir de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración referida en el Plan y Programas 1993; que consta de tres aspectos, los contenidos del sistema decimal de numeración, la secuencia que se sugiere para la enseñanza de los mismos y los materiales con los que se apoya la enseñanza.

Durante estas sesiones de observación se tomaron notas a partir de las cuales fue posible elaborar un guión de entrevista, teniendo como base el esquema antes mencionado.

Las entrevistas se realizaron en las instalaciones de la escuela “Laura Méndez de Cuenca”, durante el horario de Educación Física y/o del recreo ya que eran los únicos tiempos disponibles de los Profesores, la duración aproximada fue, entre 40 minutos y 1 hora.

Cada entrevista fue grabada y se transcribió a doble columna; en una de las columnas se registraron algunas reflexiones resultado del análisis de las mismas, con base en tres categorías. Dichas categorías de análisis se identificaron a partir de la revisión y análisis de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de estudio Primaria (SEP, 1993), y que durante el desarrollo del pilotaje se precisaron.

Estas categorías corresponden a los **CONTENIDOS** comprendidos en el tema de sistema decimal de numeración, la **SECUENCIA** que se sigue para la enseñanza de este contenido, teniendo como base la que es presentada en la propuesta para la enseñanza oficial y los **MATERIALES** empleados que contribuyen a la comprensión del mismo.

El análisis de resultados se realizó a partir de contrastar lo observado en clase, las notas, grabaciones y video grabación recuperadas en dichas sesiones; así como las entrevistas a partir de lo cual se elaboró un ensayo que contribuyó a delimitar el estudio principal.

2.2. ESTUDIO PRINCIPAL.

Para el estudio principal se trabajó con cuatro Profesoras del primer ciclo de Educación Primaria, dos de 1º y dos de 2º; como en el pilotaje se llevó la misma secuencia y se emplearon los mismos instrumentos, sólo que no consideré necesario realizar la videograbación de la última sesión de observación ya que ante la cámara de video las Profesoras no se mostraban "naturales" como en las primeras visitas que realice.

Con cada una de las Profesoras se observaron tres clases donde se enseñaba el sistema decimal de numeración, algunas de estas clases fueron grabadas.

Esta observación previa a la entrevista permitió tener un acercamiento con el nivel de información, referentes y el lenguaje empleado por las Profesoras; lo cual contribuyó a enriquecer el guión de entrevista, con la intención de que las preguntas estuvieran acordes al nivel de información y conocimiento de las entrevistadas. El tiempo de observación fue igual a la duración de una clase de matemáticas alrededor de una hora y media a dos horas.

En cada una de las visitas de observación se tomaron notas con relación a cómo se manifestaban ideas, creencias y concepciones de las Profesoras sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración con relación a las categorías de análisis: los contenidos, la secuencia y los materiales que se emplean para apoyar la enseñanza; las cuales consistieron en registrar: reflexiones, comentarios ideas, frases, dibujos; así como, el escenario donde se desarrollaba la clase, además de la fecha y la hora de inicio y final.

De igual manera las notas contribuyeron a enriquecer el guión de entrevista del pilotaje y que más adelante se empleó como un insumo para el análisis de las representaciones de las Profesoras respecto a la enseñanza del sistema decimal de numeración.

La entrevista se desarrollo en dos encuentros; en un primer acercamiento se explicitó el objetivo del trabajo de investigación y se precisaron situaciones como: el poco tiempo que la entrevista le restaría a sus actividades, garantizar el anonimato y la posibilidad de ajustarme a sus tiempos y actividades.

Se eligió un espacio familiar para las entrevistadas como la escuela donde cada una trabaja, Escuela Primaria “Carmen Serdan” y “Madre Mexicana”, ya que a ninguna se le facilitaba encontrarnos en un espacio diferente o en tiempos fuera de su horario; ya que trabajan doble turno y posteriormente tienen actividades específicas. El desarrollo de la entrevista se llevó acabo en el salón de clases de cada Profesora, en los horarios de educación física y recreo debido a que era el espacio y tiempo de mejores condiciones para el desarrollo de la misma.

Se formularon preguntas generales abiertas para facilitar la descripción. Cada entrevista fue grabada, no se tomaron notas para estar al tanto de las respuestas y poder dar fuerza a la entrevista, captando más información o recuperando en el momento algunos temas de interés para la investigación.

Al inicio hubo un poco de incomodidad por la grabación pero conforme pasaba la conversación se olvidaron de este recurso. La trascripción fue inmediata a la sesión, en algunas ocasiones se echo mano del sondeo para que las entrevistadas detallaran las experiencias y sus significados; es decir, que clarificaran algunos aspectos o que los desarrollaran.

Cada entrevista requirió de dos sesiones de aproximadamente 40 min., las cuales fueron grabadas y posteriormente transcritas a doble columna para su análisis.

Dicho análisis se realizó considerando como eje las categorías establecidas desde el pilotaje a partir de lo cual, fue posible contrastar la observación y el análisis de la entrevista con apoyo de las notas que se tomaron durante la observación.

IV. ANÁLISIS DE DATOS.

El análisis de datos se basó en la interpretación de lo que dice el entrevistado sobre el sistema decimal de numeración y su enseñanza, el modo en que lo dice y como lo hace (como lo enseña) con relación a lo propuesto en el Plan y Programas de estudio Primaria (SEP, 1993) sobre este contenido. A partir de los datos obtenidos fue posible identificar las representaciones de las entrevistadas en este sentido.

Para el análisis se recuperó la vinculación entre las categorías de análisis y los referentes teóricos, tanto de la construcción del sistema decimal de numeración como de su enseñanza basada en el Plan y Programa de estudios (SEP, 1993) y que dan cuenta de las representaciones de las Profesoras a este respecto.

El análisis consistió en la abstracción de algunas generalizaciones más significativas, considerando una parte de la entrevista; transcrita íntegramente para recuperar el significado. Se señalan algunos elementos relacionados con el sistema decimal de numeración y su enseñanza, identificando los conceptos centrales; estos conceptos permitieron, desde las categorías de análisis, la reconstrucción de las representaciones de las Profesoras; a partir, de seleccionar las palabras que intentan expresar experiencias, opiniones o pensamientos. Esto se realizó con el apoyo de un mapa conceptual que permitió reconocer las conexiones entre cómo piensan el sistema decimal de numeración, lo que dicen, cómo lo dicen y lo que hacen; es decir, cómo lo enseñan. El cual fue una guía para redactar el análisis.

Cabe mencionar que durante el análisis fue necesario visitar a las Profesoras en una ocasión para precisar algunos aspectos sobre el contenido de la entrevista.

1. PRESENTACIÓN DE CASOS.

En este apartado se encuentra una descripción de los casos cuyas entrevistas se analizaron para el estudio principal.

CARACTERÍSTICAS DE LOS CASOS

SUJETOS	GRADO QUE ATIENDE	FORMACIÓN	AÑOS DE SERVICIO	AÑOS QUE HA TENIDO EL GRADO	TIEMPO EMPLEANDO LA PROPUESTA (SEP, 1993)
R	1º	LIC. EDUC. PRIMARIA	7 AÑOS	3 AÑOS	3 AÑOS
J	2º	PROF. EDUC. PRIMARIA	24 AÑOS	8 AÑOS	6 AÑOS

CASO R. 1ER GRADO

La Profesora R. tiene la licenciatura en Educación Primaria, tiene 7 años de servicio; a lo largo de los cuales ha atendido en tres ciclos escolares el primer grado de educación primaria. Su contacto con la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de estudio (SEP, 1993), fue desde hace cinco años cuando tuvo por primera vez el primer grado; debido a que asistió a los cursos que organizan la Dirección de Educación primaria sobre la enseñanza de la lengua escrita y las matemáticas. A partir de aquí mostró interés y desde entonces procura seguir la secuencia y emplear los materiales

para enseñar los contenidos relacionados con el sistema decimal de numeración. Trabaja de manera conjunta con la maestra de USAER (Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular) quien la ha apoyado para trabajar con los libros de texto.

Actualmente atiende el primer grado y al inicio del ciclo escolar solicitó a los padres de familia que recortaran el material de matemáticas y lo enmicaran con el nombre de cada niño, esto con la intención de tenerlo en el aula; pues si bien no se tiene un espacio ex profeso para el material como un rincón de matemáticas como se sugiere en los libros para el maestro, pero está en el salón, dentro de un estante para cuando se requiere.

En una de las paredes del salón hay envolturas de diversos productos que representan una tiendita para jugar en clase. De igual manera en la pared se encuentran los números del 1 al 9 con dibujos que representan la cantidad de objetos según el número.

Los alumnos (38) están distribuidos en equipos de alrededor de cinco a seis alumnos, en seis equipos sentados en mesas trapezoidales y sillas individuales acordes a su tamaño.

Mientras se desarrollan las actividades la Profesora recorre los equipos para ver como están trabajando los alumnos y en algunos casos da algunas explicaciones al equipo o para todo el grupo apoyándose del gis y del pizarrón.

La primera visita de observación se realizó el viernes 15 de Febrero del 2002 la segunda el miércoles 20 de febrero, la tercera miércoles 27 de febrero.

Durante estas observaciones se trabajó con la asignatura de matemáticas con el contenido del sistema decimal de numeración específicamente con el tablero del juego del caminito; sin embargo se abordaron varios temas, escritura y lectura de números, valor posicional, agrupamientos y desagrupamientos.

La entrevista de dos sesiones se realizo el 15 y 19 de marzo de 2002.
Durante el análisis de la entrevista fue necesaria una reunión con la Profesora para precisar algunas afirmaciones que requerían ser explicitadas.

En cuanto a los contenidos, secuencia y materiales que la profesora emplea son los siguientes:

CONTENIDOS

- conteos
- agrupamientos y desagrupamientos en centenas decenas y unidades
- valor posicional
- lectura y escritura cantidades
- serie numérica
- antecesor, sucesor.

SECUENCIA

- Series, identificación de números
- Conteo a través del caminito y del ábaco horizontal
- Lectura y escritura de números, del 1 al 10, del 10 al 19, después por bloques de diez; a partir del dictado, de la identificación de estos en diferentes situaciones y de buscar el número perdido en una suma sencilla
- Manejo de unidad y decena con fichas de colores
- Agrupamientos a partir del juego del “cajero”, regla de cambio

- Suma con transformación con apoyo de material concreto para identificar la regla de cambio
- Restas con transformación con apoyo de material concreto para registrar el desagrupamiento
- Valor posicional
- Antecesor y sucesor

MATERIALES

- caminito
- ábaco horizontal
- cuaderno
- tablero
- fichas de colores
- tabla de unidad y decena
- tarjetas con números
- cuadros, tiras y tarjetas de unida, decena y centena
- lotería de números
- libro recortable

CASO J. 2º GRADO.

La Profesora J., es Profesora de Educación primaria, tiene 24 años de servicio y en 8 ciclos escolares ha tenido el segundo grado; cabe señalar que atiende el primer ciclo desde hace 16 años, y desde hace 6 trabaja con la propuesta para la enseñanza contenida en el Plan y Programas Primaria (SEP, 1993).

Su acercamiento con la propuesta para la enseñanza del sistema decimal contenida en el Plan y Programa, fue a partir de la invitación que la maestra de apoyo de la USAER la invito a un curso sobre la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria y a partir de ahí comenzó a emplear los libros de texto tanto para la enseñanza del español como para matemáticas con apoyo de la maestra de USAER, con quien planea de manera conjunta, evalúan a los alumnos y la orienta respecto a la elección de materiales y al uso de los mismos.

Es importante mencionar que la maestra de USAER era maestra de Grupos Integrados modalidad de atención en las escuelas primarias para los alumnos repetidores del primer ciclo de Educación primaria antes de la reorientación de los servicios de Educación Especial (1994); quien en esta modalidad de atención trabajaba con la propuesta de PALEM (Propuesta para la Enseñanza de la Lectura, la escritura y las matemáticas), experiencia que ha contribuido al trabajo de la Profesora J. Aunado a ello toma cada ciclo escolar cursos de actualización relacionados con la enseñanza en general ya que participa en carrera magisterial.

Actualmente atiende el 2º grado y dentro del salón hay un mueble exclusivo para el material que se propone en los libros de texto. Conforme han ido recortando y armando el material se queda en la escuela para su continuo uso; además de que hay otros materiales, que aunque no están considerados en las sugerencias del

libro de texto o en el del maestro, contribuyen al desarrollo de las actividades como fichas, semillas, palos, bolsas y canastitas para agrupamientos, entre otros.

El aula esta ambientada con el cuadro de valor posicional, con dibujos de las fichas de colores y su valor, con la serie numérica de 10 en 10 hasta el cien y de cien en cien hasta el novecientos.

Son 36 alumnos distribuidos en un aula pequeña y con poca ventilación, el mobiliario son bancas binarias de madera, formadas en filas; las cuales no se pueden mover para formar equipos; sin embargo, trabajan en equipo de cuatro (los niños de adelante se voltean para trabajar con los dos de atrás); la Profesora recorre las filas para ver el trabajo de los niños; da explicaciones de manera individual o para todo el grupo a partir de los cuestionamientos que hace a los niños, se apoya del gis y el pizarrón, así como del material con el que están trabajando.

Se realizaron tres visitas de observación previas a la entrevista, las cuales fueron en las siguientes fechas 12, 19, 26 de febrero del 2002.

En las cuales se trabajó con la asignatura de matemáticas con el contenido de sistema decimal de numeración específicamente valor posicional, agrupamientos y desagrupamientos, sumas y restas, antecesor y sucesor, lectura y escritura de cantidades.

La entrevista se desarrolló en dos sesiones la primera fue el 6 de Marzo y la segunda el 8 del mismo mes.

Durante el análisis de la entrevista fue necesaria una reunión con la Profesora para precisar algunas afirmaciones que requerían ser explicitadas.

En cuanto a los contenidos, secuencia y materiales que la Profesora emplea son los siguientes:

CONTENIDOS

- conteos
- agrupamientos y desagrupamientos en centenas decenas y unidades
- valor posicional
- lectura y escritura cantidades
- serie numérica
- antecesor, sucesor.

SECUENCIA

- Conteo con el apoyo de material concreto como palitos y semillas
- Manejo de unidad decena y centena a partir de agrupamientos, con apoyo del tablero y de los cuadros de unidad, decena, centena. Conocimiento sobre las reglas de cambio. Resolución de sumas y restas sin transformación y más adelante con transformación, representan la transformación con material concreto y con dibujos en el cuaderno
- Valor posicional con apoyo de las fichas de colores y la tabla de unidad, decena, centena.
- Serie oral: cuentan del 1 al 10, de 10 en 10 y de 100 en 100. Se apoyan en el cuadro de cantidades, hacen seriaciones aumentando diferente cantidad
- Serie escrita. Escriben series del 1 al 10, de 10 en 10 y de 100 en 100, acomodan cantidades. Dictado de números y escriben el nombre y “notación desarrollada”

- Agrupamientos y desagrupamientos con diferentes materiales. Semillas, animales, mangos, cuadros.
- Antecesor y sucesor asociado a “antes y después”

MATERIALES

- palitos, semillas
- cuaderno
- tablero
- fichas de colores
- cuadros
- tarjetas con números
- cuadro de cantidades
- libro recortable
- cuadro de multiplicación

2. ANÁLISIS DE ENTREVISTAS.

El sistema decimal de numeración es un eje rector de la asignatura de matemáticas, pues se desenvuelve a lo largo de los tres ciclos de Educación Primaria. Requiere de ejercitar habilidades de manera continua, se relaciona de forma natural con otras asignaturas, poniendo en juego el significado de los números en diferentes contextos, utilizándolos como una herramienta que permite resolver problemas prácticos y matemáticos. Su manejo posibilita adquirir otros contenidos tanto del eje al que pertenece, como de los ejes de geometría, tratamiento de la información y medición; por lo tanto se convierte en un contenido básico, no por mínimo, sino por fundamental.

Gómez (1987), en su investigación refiere que "el grado de conocimiento y dominio del sistema decimal de numeración es determinante en la posibilidad de que el alumno comprenda cabalmente, no solo los números en tanto conceptos, formas de representación gráfica, instrumentos para comunicar cantidades, etc., sino además en la posibilidad de comprender los algoritmos de las operaciones"

A partir de la revisión y análisis del Plan y Programas de estudio primaria (SEP, 1993) y durante el desarrollo del pilotaje y del estudio principal fue posible reconocer tres categorías para analizar las entrevistas y reconocer las representaciones de las profesoras.

Estas categorías de análisis corresponden a los **CONTENIDOS** comprendidos en el tema de Sistema Decimal de Numeración, la **SECUENCIA** que se sigue para la enseñanza de este contenido, teniendo como base la que es presentada en la propuesta para la enseñanza oficial (con sus respectivas consideraciones que se

comentan en las conclusiones laterales), y los **MATERIALES** empleados para contribuir a la comprensión del mismo.

De las cuatro entrevistas realizadas en el estudio principal, sólo se reportan dos una de 1er grado y otra de 2º, por ser las más representativas.

2.1. CASO R. 1er GRADO.

En primer grado de acuerdo a la propuesta de la SEP (1993), es necesario promover situaciones que impliquen el uso de números para cuantificar el total de objetos de una colección mediante una serie de acciones. Para las primeras actividades que requieren de una representación numérica es importante permitir y promover que los alumnos traten de expresar gráficamente como ellos puedan la cantidad de objetos de una colección.

En este grado los contenidos, secuencia y materiales que se sugieren en el Plan y Programas de Estudio primaria (SEP: 1993:57) y el libro para el maestro de 1º (SEP: 1995:25), para la enseñanza del sistema decimal de numeración son:

CONTENIDOS

- Los números del 1 al 100.
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamiento en decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - Orden de la serie numérica oral y escrita
  - Antecesor y Sucesor de un Número
  - Valor posicional

SECUENCIA

- ✓ Comparar, Igualar, Repartir y construir colecciones
- ✓ Comunicar la cantidad de objetos de una colección.
- ✓ NOCIÓN DE NÚMERO
- ✓ Introducción a la representación numérica
- ✓ Representación simbólica del 1 al 9

- ✓ Serie oral hasta el quince
- ✓ Introducir la representación simbólica
- ✓ Agrupamientos de unidades en decenas
- ✓ Aprendizaje de la serie oral de 10 en 10 hasta el 90 y de 1 en 1 hasta 99.
- ✓ Representación simbólica de las decenas y resolución de problemas que impliquen sumar y restar con decenas.
- ✓ Relación entre el nombre de los números y las decenas y unidades que lo conforman.
- ✓ Representación simbólica de los números de dos cifras

MATERIAL

Es necesario el uso de material concreto para representar el valor de los agrupamientos, así como el uso de la tabla para representar cantidades, y para representar simbólicamente números de dos cifras se sugiere el uso de la tabla de unidades y decenas; además del caminito.

Es preciso señalar que cuando los niños ingresan al primer grado ya cuentan con conocimientos acerca del sistema de numeración, pues de manera cotidiana tiene un acercamiento a los números en diversas situaciones. Para que los niños logren el conocimiento del sistema de numeración es necesario conocer como se construye este conocimiento y como los niños se aproximan a él.

Entonces de acuerdo con Lerner se convierte de vital importancia que el Profesor conozca las hipótesis que los niños manejan con respecto al sistema decimal de numeración, ya que esto le permitirá contar con elementos para conducirlos a descubrir las reglas de este sistema. Por ello es necesario que el Profesor conozca también las reglas del sistema.

Con relación a los contenidos que la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de Estudio Primaria (SEP, 1993) plantea, la Profesora R. de 1º reconoce que el sistema decimal de numeración es un contenido que se enseña en este grado, y a lo largo de la primaria, con el que es posible relacionar las tres asignaturas del grado (español, matemáticas y conocimiento del medio), con la intención de que logren el aprendizaje de los números. De lo que se puede rescatar lo siguiente:

> ***...relacionando todo las tres asignaturas, o sea, cuando vemos alguna lección de español a los niños que todavía no ubican el número, le decimos haber fíjate bien en que número es la lección que tenemos y el niño ya dice a pues es el once o nueve o sus mismos compañeros les ayudan...***

A pesar de que la Profesora habla de vincular las tres asignaturas, posiblemente no lo haga con la intención, que reconoce como necesaria, la propuesta para la enseñaza (SEP 1993).

Respecto a los contenidos que se abordan en 1º relacionados con el sistema decimal de numeración y referidos anteriormente, la Profesora R. los trabaja todos en este grado. Sin embargo, emplea estrategias que no se apegan al enfoque propuesto en los materiales de la SEP y que podrían desvirtuar la enseñanza hacia una enseñanza tradicional.

La propuesta para la enseñanza actual de este contenido, considera sobre todo en el primer grado, partir de los conocimientos previos de los niños, pues no todos los niños que ingresan tienen los mismos conocimientos; sin embargo, de uno u otra manera han tenido algún contacto con los números en diferentes contextos.

Al respecto Nunes agrega que es importante fomentar en los niños la utilización de sus propios símbolos y recursos antes de representar de manera convencional; pues los niños ya saben bastante con relación a los números cuando llegan a la escuela, incluso ya saben contar.

De acuerdo con la propuesta oficial uno de los contenidos que se aborda es la serie oral; al respecto la Profesora R. menciona:

> ***Ahorita se esta, se va introduciendo poco a poco al niño, o sea vamos de series de poquitas series, vamos así para que el niño vaya identificando los números, hay niños que si, o sea, los niños que todavía no aprenden a leer, que todavía no identifican bien las letras, son niños que también les cuesta mucho ubicar los números...***
>
> ***Las trabajamos a través del caminito que viene en el libro recortable, contando ellos con material concreto, con la lotería de números, o sea, con ellos estamos trabajando muchísimo y aparte en su casa también las mamás tienen trabajo también con ellos.***

Emplea variadas actividades que les permiten a los niños decir la serie de forma oral, para ello aprovecha actividades de otras asignaturas; sin embargo, la propuesta para la enseñanza considera actividades como: comparar, igualar, repartir y construir colecciones; además de comunicar la cantidad de objetos de una colección con la intención de que los niños construyan la noción de número, pues de acuerdo a Vergaund, comparar números requiere de cuestionar sobre, cuál es el más grande y cuál vale más, por ejemplo.

Las representaciones de la Profesora respecto a la enseñanza de la serie, gira en torno a enunciarla, más que a reflexionar sobre cuales son las características del sistema decimal de numeración que se ponen en juego. Aunado a ello, en esta situación y en algunas otras, la Profesora se asume, más que como facilitadora de situaciones de aprendizaje, como “dadora” del conocimiento y toma la postura de

decir a los niños como se hace, para que una vez “comprendida la actividad se ejercite. Al respecto puedo recuperar la siguiente afirmación de la Profesora:

> ***...del uno al diez y ya después viene del diez al diecinueve, entonces yo lo manejo como que este es el diez y a partir del diez se van a volver a repetir, los números bases, del uno al nueve, yo lo manejo como que este es el diez y vienen todos sus hijos el once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve y todos esos van a ser los hijos del diez, o sea va a ser toda la familia del diez y así del veinte a ver este es el veinte y vienen atrás todos sus hijos, pero manejando como base del uno al nueve y así como que los niños rápido te lo captan...***

En su discurso se reconoce el asunto de que los números del 1 al 9 son la base, es decir los “nudos”; sin embargo, aunque es una información útil para la enseñanza de la serie oral, la interpretación que hace de ella se traduce a que los niños reconozcan como se repiten los números. Considero por un lado, que la preocupación de la Profesora por que los niños aprendan los números y que operen con ellos en poco tiempo, es mayor; y por otro, rescato la importancia de que los Profesores conozcan no solo la propuesta de enseñanza, sino también las características del sistema decimal de numeración y como se construye este, para comprender la intención de las estrategias y poder así desarrollarlas.

Sería importante que la estrategia de la Profesora se enriqueciera con la idea de Nunes, quien reconoce que la comprensión del sistema de numeración está relacionada con la estructura de base, ya que permite formar los nombres de los números sin la necesidad de aprenderlos todos de memoria; sin embargo, esto no sucede con las palabras irregulares como los números del 11 al 15 y las decenas que requieren de ser memorizadas, pues estos números difícilmente se pueden inferir a partir del sistema. Lo interesante es que una vez entendida la lógica del sistema es posible formar números que no se han escuchado antes, sólo con recordar los números del cero al nueve pues son las palabras para las unidades; además de las palabras que designan los números del 11 al 15 y las decenas

serían alrededor de 35 palabras para que los niños pudieran contar hasta un millón y más.

Por ello aprender y comprender la estructura del sistema permite obtener una manera de contar y gracias a la estructura decimal, es posible crear los números y resolver problemas; ya que el sistema de numeración se convierte en una herramienta de pensamiento que adopta una forma oral y escrita.

Siguiendo con las representaciones de la profesora R. respecto al conteo menciona que una de las formas de enseñarlo es a través del uso del caminito (material incluido en el Libro recortable de 1º).

> ***Las trabajamos a través del caminito que viene en el libro recortable, contando ellos con material concreto, con la lotería de números, o sea, con ellos estamos trabajando muchísimo y aparte en su casa también las mamás tienen trabajo también con ellos.***
>
> ***...el niño ya empieza a contar los números, hay ese es el ocho, también se les reparte el caminito y lo buscan empiezan a contar del unos, dos, tres, cuatro, cinco y luego ubican, ahí los niños lo buscan cuentan, buscan el número y lo escriben en su cuaderno***

Si bien la Profesora emplea esta actividad del caminito considerada en la propuesta para la enseñanza oficial (SEP, 1993) como una forma de apoyar el conteo; no es suficiente pues no basta con recitar la serie, ya que de acuerdo con Nunes contar es más que decir cuantos hay, es comprender también el número expresado al final de un conteo como medida del tamaño de un conjunto; y aunque dominen los principios del conteo no es suficiente, pues se requiere manejar las invariantes del número como la transitividad. Además la autora agrega que saber contar no es lo mismo que comprender el valor relativo de las unidades para contar y su composición aditiva.

Con relación a la lectura y escritura de cantidades la Profesora R. añade:

> ***...hacemos así dictado de números y decimos ocho, entonces el niño si no se acuerda del ocho, viene y lo busca aquí, en los números que tenemos aquí en la pared, entonces de ahí el niño ya empieza a contar los números,***
> ***del uno, dos, tres, cuatro, cinco y luego ubican, ahí los niños lo buscan cuentan, buscan el número y lo escriben en su cuaderno.***

Ante este planteamiento se le cuestiona a la Profesora, cual era la razón por la que los niños cuando no recordaban algún número, recurrían a recitar la serie para identificar el número que se les había dictado y poder escribirlo; ella refiere lo siguiente:

> ***Por que todavía no tienen el concepto de número, o sea, todavía no tienen bien definido, a lo mejor sí te cuentan uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, pero no saben como se escribe o como es el siete, entonces tienen que recurrir a eso, a buscar el número a visualizarlo para que lo puedan escribir, o sea, si te cuentan y todo pero ya cuando los dices el número dieciocho, te lo cuentan y te ponen uno, dos, tres, cuatro, cinco, hasta el dieciocho, pero después no se acuerdan cual es el dieciocho, entonces recurren aquí, al caminito o a sus propios compañeros...***
>
> ***El concepto de número eh..., o sea la escritura, más bien la escritura, por que te digo que si, o sea si tienen eh... que te diré tienen... tienen la mitad de lo que es el número, por que te digo cuentan pero a la hora que te dicen seis no lo ubican les cuesta...***
>
> ***...el concepto de número implica la cantidad y el número, el número en sí; por que te digo que sí, algunos si cuentan y todo, pero no ubican a lo mejor si del uno al diez pero del diez en adelante ya no.***
>
> ***O sea por lo mismo no tienen el concepto todavía de contar uno, dos, tres, o sea te cuentan uno y como dices tú pasan dos y ya llevan ahí cuatro fichas, entonces hay así todavía no tienen el concepto de número...***

Si bien las representaciones de la Profesora al respecto, denotan que cuenta con información, aunque no suficientemente clara, para comprender el proceso de construcción del número; identifico una dificultad en la Profesora que quizá esté relacionada con la vinculación entre lo teórico y lo metodológico; es decir, una dificultad para identificar el proceso de los alumnos y reconocer el momento preciso para replantear las estrategias didácticas. Aunque cabe señalar que esta dificultad

puede estar asociada también a la falta de apropiación del enfoque para la enseñanza de las matemáticas.

Al respecto Nunes consideran necesario que los Profesores conozcan más sobre como se aprenden y enseñan matemáticas; para ello se requiere reconocer como aprenden los niños, entre otras cosas, todo lo relacionado con los números, ya que la competencia numérica "implica poder entender relaciones numéricas y espaciales, y comentarlas utilizando las convenciones de la propia cultura" (Nunes: 1997:15).

Dicha competencia requiere de varios elementos entre los cuales está comprender la naturaleza ordinal de los números, referida ésta, al orden de magnitud ascendente; sin embargo, no es sólo recordar el orden de las palabras numéricas en secuencia; se requiere de comprender que ese orden obedece a la regla A>B, B>C entonces A>C; regla denominada transitividad que implica la relación entre dos números; además de que todas las cantidades pueden ordenarse de menor a mayor. Debe entenderse la transitividad para comprender la naturaleza del número.

Es necesario que los niños comprendan el procedimiento que se sigue para contar una serie de objetos pues esto tiene algunas reglas:

- Cada objeto debe contarse una sola vez
- Las palabras numéricas deben conservar un orden no así el orden en que se cuentan los objetos
- El número final denominado cardinal representa el número de objetos del conjunto como el número que relaciona dicho conjunto de objetos con otros.

Para enriquecer las afirmaciones de Nunes, Kamii por su parte, menciona que para asegurar que los niños no se salten o repitan ningún objeto al contar deben establecer la relación de orden mentalmente aunque aún no cuantifiquen la colección numéricamente; pues para ello es necesario colocarlos en una relación de inclusión jerárquica, lo que implica incluir mentalmente uno en dos, dos en tres, etc.; es decir, pueden cuantificar la colección numérica si incluyen los objetos en una relación sintetizando el orden y la inclusión jerárquica.

Kamii parte de la idea de que los niños no entienden el significado de los números hasta que comprenden la conservación; pues si no entienden esto no tendrán la noción de número cardinal, ya no pueden saber que una serie de seis objetos tendrá el mismo número que otra serie de seis objetos.

Por lo tanto no basta con enseñar la convencionalidad matemática, sino que es necesario asegurarse de que los niños comprendan los principios lógicos en los que se basa el sistema.

Los niños pueden contar sin comprender aún la naturaleza del número; por ello contar va más allá de enunciar los nombres de los números, implica respetar los tres principios además de saber como y cuando utilizarlo y hacerlo bien. Se reconoce que desde los cinco años pueden contar bastante bien; sin embargo, les falta camino para comprender el número, pues incluso pueden conocer bien las palabras numéricas sin lograr formar bien conjuntos y sin comprender que el conteo es una herramienta para formar conjuntos equivalentes.

El conteo mediante la correspondencia biunívoca es importante pero no es suficiente para comprender el sistema de numeración; sí lo es, la composición aditiva del número mediante unidades de diferente valor, la cual depende más de la

comprensión de la suma que de la correspondencia biunívoca; por lo tanto contar no es suficiente.

Ante toda esta exposición de lo que implica la noción de número y su importancia en el aprendizaje del sistema decimal de numeración, se hace trascendental que los Profesores conozcan cuál es la importancia de esta noción y cuál es el proceso que se sigue para su construcción, ya que esto permitirá comprender las acciones de los alumnos al aprender los números y posibilitará el reconocimiento de estrategias que faciliten su comprensión y construcción. Ya que, de no ser así, es posible que se empleen estrategias que aunque son necesarias no resultan ser las pertinentes para contribuir en la construcción de alguna noción como se observa en los planteamientos de la Profesora R.:

> ***...a ella también le cuesta muchísimo es de las niñas que no te cuenta o le cuesta muchísimo trabajo...***
>
> ***...desde cuando le he pedido su ábaco para que cuente aquí, eh, por ejemplo decimos encuentra el número perdido en cualquier suma sencilla entonces les digo a los niños este, los que tienen ábaco pues saquen su ábaco y fíjense tenemos siete y el resultado es diez, ¿cuál sería el número que nos falta para que nuestra suma nos de diez, entonces los niños sacan el ábaco y empiezan a contar...***
>
> ***Dejo tarea para casa también, se les deja diferentes actividades haya en la casa; por ejemplo: se les dice yo les doy este material es una lotería, Ustedes pueden jugar con los niños para que el niño vaya adquiriendo diferentes conceptos tanto de número como de palabras o de letras, lotería de palabras, de sílabas, de números; se les da para que jueguen en casa y así, o sea, diferentes actividades...***

En esta argumentación de la Profesora se destaca el empleo de estrategias que no promueven necesariamente la noción de número y que haciendo referencia a Cortina (1997), una de las causas de las dificultades en la comprensión de contenidos relacionados con el sistema decimal de numeración por parte de los niños, puede ser consecuencia de haber recibido una “Enseñanza tradicional”, en

donde se prepondera la enseñanza de procedimientos formales, no considerando que los alumnos aún no tienen el nivel de desarrollo conceptual óptimo para su comprensión.

Las representaciones de la Profesora se encuentran en el nivel de enunciar la causa por la que los alumnos realizan una determinada acción sobre los objetos cuando se trata de contar; sin embargo, no logra justificar como se construye el número me parece que por falta de información y/o claridad al respecto.

La Profesora R. enseña la serie escrita valiéndose de los recursos con los que ha ambientado el aula como un cartel con los números y su representación con dibujos; actualmente trabajan hasta el número cincuenta.

> ***Para la escritura de números, hacemos dictado de números y decimos ocho, entonces el niño si no se acuerda del ocho, viene y lo busca aquí, en los números que tenemos aquí en la pared, entonces de ahí el niño ya empieza a contar los números, ese es el ocho, también se les reparte el caminito y lo buscan empiezan a contar del unos, dos, tres, cuatro, cinco y luego ubican, ahí los niños lo buscan cuentan, buscan el número lo escriben en su cuaderno y le ponemos su nombre;...***
>
> ***...se les reparte una tarjeta y se les revuelve así, y está el número y esta el nombre, entonces decimos por ejemplo: al azar o con los números de lista, - pasa el número treinta - , - ah, yo soy -, - haber quien tiene el treinta -, ya, - no que yo lo tengo -, ahora, - ¿quién tiene el nombre? -, treinta, con que letra empieza, se los escribo en el pizarrón y lo ubican, a ver -quien tiene el treinta, pasan y lo pegan, y así para que vayan ubicando el nombre y el número.***

Nuevamente se reconoce que las representaciones de la Profesora R. respecto a la escritura de los números están relacionadas con la idea de que los identifiquen a través de estrategias de ejercitación que implican identificar al número y decir su nombre; sin considerar los principios que subyacen al sistema decimal de numeración y que si bien, en la propuesta para la enseñanza contenida en el Plan y Programas (SEP, 1993) no se explicitan. Algunos si son abordados a partir de las

sugerencias didácticas. Pese a ello la Profesora no los considera, aunque conozca la propuesta, desarrolle las sugerencias didácticas y use el material sugerido.

Comprender la composición aditiva para aprender a escribir y leer números requiere en primer lugar de considerar que escribir números implica el concepto de unidades, de valor posicional y el uso del cero; para el sistema escrito es necesaria la comprensión de los mismos principios del sistema oral, más los conceptos mencionados.

Según Nunes saber escribir números y haber asistido a la escuela no es necesario para comprender el valor relativo de las unidades y la composición aditiva; esto puede lograrse a partir del manejo del sistema de numeración oral y de la familiaridad con el sistema monetario.

Nunes reconoce las propiedades de los números como la composición aditiva, la cual se refiere a que un número se descompone en dos números precedentes que al ser sumados, da ese número y que contribuye a la idea de orden de los números. Este orden implica la inclusión de clase, donde por ejemplo cinco es mayor que cuatro y que cuatro es un subconjunto de cinco además de que cinco se puede descomponer en cuatro más uno.

La estructura de base se enuncia en las palabras numéricas, pues se menciona una palabra de conteo y el nombre de la unidad que se está contando (dos cientos), excepto en las decenas. El sistema permite reconocer la composición aditiva.

Uno de los principales problemas es precisamente la relación entre el número escrito y la cantidad que representa, esta situación brinda entonces a la enseñanza de la numeración un importante papel, el de hacer comprender como lo señala

Vergnaud “el paralelismo entre los objetos y las cifras de unidades, entre los paquetes de primer orden y la primera cifra a la izquierda de la cifra de las unidades, entre los paquetes del segundo orden y la cifra siguiente hacia la izquierda

Con relación a los agrupamientos la Profesora R. trabaja al mismo tiempo la representación de los agrupamientos con material concreto, con dibujos en el cuaderno y de manera simbólica; al respecto la secuencia sugerida en la investigación de Gómez (1987) considera necesario que una vez comprendida la representación simbólica no convencional, la gráfica será el resultado de una necesidad de representación económica. Pues la representación gráfica de los agrupamientos requiere del descubrimiento de formas de representación clara y económica para relacionarlas con la representación convencional.

En la secuencia seguida por la Profesora comentó que trabaja unidad y decena a través de los agrupamientos con la actividad del cajero que se sugiere en el fichero de matemáticas 1er grado:

> ***Ah, lo de la decena, trabajamos otra actividad que viene dentro del Fichero de Matemáticas que es “El cajero”...***
>
> ***...cundo el niño ya tiene diez fichas azules este, las cambia por una roja ahí el niño va observando que las fichas valen diez y que las puede cambiar por una roja, entonces hay así el niño le devuelve las diez fichas azules al del banco, y el del banco le devuelve una ficha roja. Esa actividad y aparte otra que también es el cajero, con los botes de leche se les recorta toda y trae cuadritos de un centímetro otras que son las tiras y otra que es toda la tarjeta completa...***

Resulta interesante reconocer la representación de la Profesora respecto a la enseña del valor de las decenas y las unidades, la cual esta perneada por la forma en la que interpreta las sugerencias para la enseñanza y apoyada en sus referentes metodológicos; pues aunque emplea una actividad propuesta en el fichero de matemáticas, la intencionalidad con la que se desarrolló no es del todo compatible

con la propuesta para la enseñanza oficial de este contenido. Ya que por un lado ella les da a los niños los valores de las fichas, cuando en realidad la riqueza de la actividad esta en que los niños descubran cuanto valen las fichas y paulatinamente comprendan las reglas de cambio; pues existe una diferencia entre hacer paquetitos, agrupar 10 objetos, escribir el número de decenas y unidades que se forman y la construcción mental de la estructura jerárquica.

Por otro lado menciona que trabaja las centenas en primer grado, pero en este grado no se aborda este concepto ni se usa material que lo represente; sin embargo, ella refiere que lo trabaja con los alumnos de primer grado. Además, no sólo menciona el trabajo con centenas, sino que cuenta con material para trabajar en el aula, material que está sugerido para segundo grado como los cuadritos, las tiras y las tarjetas que representan unidades, decenas y centenas respectivamente.

Lo anterior se precisa en la siguiente afirmación de la Profesora R.

> ***...y se le va diciendo al niño, o sea se le va ubicando al niño la unidad va a ser el cuadrito, decena van a ser los rectángulos, pero ¿Cuántos rectangulitos necesito para llenar toda la ficha o que diga todo el cuadrado?; los niños las van poniendo, una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez;...***

Resulta necesario analizar cómo la Profesora les dice a los niños los valores y con que material están representados, esto es una enseñanza con características “tradicionales”, donde el Profesor es el encargado de decir cómo y con qué se hace. Esto sucede a pesar de que la Profesora menciona que conoce y emplea la propuesta oficial que implica un enfoque constructivista.

Ante cuestionamientos relacionados con las características del sistema decimal como: la base (diez) y las reglas de cambio, la Profesora argumenta:

Ah por que es la decena, la decena de diez, entonces por eso cuando tienen diez , ellos dicen – ya la puedo cambiar por una roja -, la roja equivale a diez , entonces están haciendo la equivalencia de diez azules que equivale a una roja , no la pueden cambiar por tres, por que tres no es igual a diez. Entonces a los niños, les gusta muchísimo este, y obviamente al niño que no tiene bien claro el concepto de número es al que le damos la comisión del cajero, ya si se equivoca pues sus compañeros le van a decir - me diste menos – o – me diste de más-, entonces hay así como que empiezan a estar contando los niños.

El objetivo, aunque es trabajar los agrupamientos que permiten la comprensión de los conceptos de unidad y decena, es evidente que los niños tienen conocimiento sobre el acomodo de las cifras en cierta posición, pero esto no es claro, ya que no hay una comprensión de los conceptos de unidad y decena. Al respecto Lerner considera que la comprensión de las decenas y las centenas no es un requisito previo para la comprensión de otros aspectos del sistema de numeración.

Con respecto al valor posicional la Profesora menciona:

Ahorita todavía no, pero si se trabaja...

...depende de cómo se maneje desde primero unidades, decenas y centenas, y te digo que con este del cajero, obviamente los niños..., si uno lo trabaja desde primero y bien cuando pasan a segundo obviamente si tu les dices el treinta y cinco que valor posicional tiene, entonces ya los niños te lo ubican por eso es tan preciso que se tiene que trabajar desde primero, por que como tu dices en segundo los niños te ponen treinta y seis, pero te ponen trescientos seis, porqué, por que obviamente no tuvieron un trabajo de unidad, decena, centena desde primero, por eso no los ubican, entonces trabajando con esa actividad del cajero vamos a tener resultados hasta segundo para que los niños ubiquen lo que es valor posicional.

Lerner considera que plantear los números como entidades estáticas en las cuales cada cifra ocupa un lugar determinado, no parece ser un procedimiento efectivo para facilitar la comprensión del sistema posicional. Y esto es lo que hace la Profesora R., enseñar los números como estáticos, que ocupan un lugar sin establecer las relaciones que se presentan entre ellos.

Al respecto Kamii (en Nunes: 1997:87) mostró que a los siete años se dificulta interpretar la idea de valor posicional y que para leer y escribir números de varios dígitos, sí es necesario entender la composición aditiva.

Por su parte Lerner (1997) menciona que los niños han construido dos reglas que probablemente nadie les ha enseñado, la primera se refiere al valor del cero en función de la posición que ocupa con respecto a otros números y la segunda donde establecen una relación entre el valor del número y la cantidad de cifras que lo componen. Esto resulta sorprendente, cómo sin saber de que número se trata pueden reconocer cual es mayor por la cantidad de cifras.

Pese a que la Profesora R. reconoce que el sistema decimal de numeración se trabaja a lo largo de la primaria, espera que contenidos como el valor posicional sea logrado por los alumnos de 2º; al respecto señala:

> ***...entonces trabajando con esa actividad del cajero vamos a tener resultados hasta segundo para que los niños ubiquen lo que es valor posicional...***

Sin embargo, sus representaciones con relación al aprendizaje de este contenido se contraponen ya que en otro momento de la entrevista refiere que el valor posicional es un contenido de difícil comprensión para los alumnos y que incluso en grados superiores se observa ésta dificultad.

Las representaciones de la Profesora R. en torno a la importancia de enseñar este contenido a lo largo de la primaria, habrá que rescatarlas, ya que considera necesario que el sistema decimal de numeración se trabaje desde los primeros grados y que en esa medida la comprensión de los niños sobre este asunto evolucionara paulatinamente.

Dentro de la secuencia reconoce las sumas como un contenido que contribuye a la comprensión del agrupamiento como una característica del sistema decimal de numeración; menciona a la suma con transformación y el desagrupamiento apoyados con el uso de material concreto para hacer los cambios; sin embargo, el primero es un contenido que no se considera para el primer grado en los programas oficiales. Lo anterior se observa en la siguiente afirmación:

> ***...entonces eso también nos ayuda para cuando al niño se le introduzca lo que es la suma con transformación, de que ya el diez no lo puede poner completo en las unidades, sino que se va a las decenas; ellos van registrando, o sea, así con el dado van registrando y se van dando cuenta de que obviamente ya no pueden tener ese diez ahí, entonces cuando tienen ese diez ahí, ¿qué tienen que hacer?, ah pues cambian su ficha o su tira por diez cuadritos para que obviamente tengan lugar al cambiarlo y ponerlo donde va, entonces sin querer ellos van..., o sea no se les dice a los niños que es una suma, sino que obviamente los niños ya están haciendo una suma o al revés están restando, por que la resta también les cuesta muchísimo, ahorita no hemos visto, pero les cuesta muchísimo, el de que este a cuatro no le puedes quitar nueve, entonces ya con todo ese procedimiento que estamos trabajando, obviamente los niños ya van a saber de que aquí esta este cuatro entonces obviamente no le pueden quitar, entonces ¿qué hacen?, ah pues le presta, ¿quién le presta?, ah pues el número de acá, ¿y que le presta?, una decena, y una decena obviamente es una tirita y así los niños van a adquirir todo ese procedimiento que les cuesta muchísimo, hasta a los niños de cuarto, quinto y sexto; todavía no tienen bien claro lo que es el prestar o lo de la decena que ya no le alcance, o sea esa el la actividad, por eso trabajamos el cajero con los niños para que vayan ubicando las unidades, decenas y centenas.***

La Profesora confirma uno de los resultados identificados por Lerner en sus investigaciones: que los niños de quinto grado siguen encontrando dificultades en establecer la relación entre decenas y centenas.

Aquí es importante mencionar que diversos autores consideran que es posible partir de situaciones problemáticas que impliquen el uso de sumas para la comprensión del valor posicional y de los agrupamientos; pero no de sumas aisladas que incluso podrían dificultar la comprensión de los alumnos ya que están descontextualizadas.

Primero es necesario precisar cual es el nivel de los alumnos con quienes se trabajará, para saber que números son convenientes; además de distinguir que tipo de problemas se pueden resolver con los números, siendo necesario que comprendan los problemas planteados; así como, que cuenten con recursos que les permitan aproximarse a ellos.

En los planteamientos de la Profesora R. con respecto a la enseñanza de la resta con transformación hay dos consideraciones, por un lado aborda este contenido en 1er grado, cuando en la propuesta de la SEP se contempla hasta 2º; por otro, se observa una mezcla entre el uso de materiales sugeridos en la propuesta para la enseñanza y la enseñanza tradicional, para resolver el algoritmo recurre al procedimiento de "pedir prestado".

A pesar de que la Profesora R. considera actividades y materiales incluidos en la propuesta para la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración su metodología no es compatible con los supuestos implícitos en la misma, pues al referirse a las restas con transformación que requieren del desagrupamiento menciona:

> ***...ahorita no hemos visto, pero les cuesta muchísimo, el de que este a cuatro no le puedes quitar nueve, entonces ya con todo ese procedimiento que estamos trabajando, obviamente los niños ya van a saber de que aquí esta este cuatro entonces obviamente no le pueden quitar, entonces ¿qué hacen?, ah pues le presta, ¿quién le presta?, ah pues el número de acá, ¿y que le presta?, una decena, y una decena obviamente es una tirita y así los niños van a adquirir todo ese procedimiento que les cuesta muchísimo, hasta a los niños de cuarto, quinto y sexto; todavía no tienen bien claro lo que es el prestar o lo de la decena que ya no le alcance, o sea esa el la actividad, por eso trabajamos el cajero con los niños para que vayan ubicando las unidades, decenas y centenas.***

Sobre el antecesor y sucesor la Profa R. agrega:

> ***Ahorita estamos trabajando lo que es antecesor y sucesor.***

También con números de lista, les digo – pase el número cinco - y lo pongo en medio, - haber que número tiene antes el cinco, - ah el cuatro -, te paras aquí; que número esta después, - ah el seis -; así vemos el antecesor y el sucesor.

Respecto a la enseñanza del antecesor y sucesor en la propuesta para la enseñanza no se precisan estrategias de como enseñar este contenido; sin embargo, considero importante hacer referencia a una precisión de Nunes, quien menciona que para aprender a leer y escribir números es necesario practicar el conteo y la correspondencia biunívoca; pues al contar objetos se percatan de que cualquier número es la suma de su antecedente más uno y esto lo pueden generalizar; de igual manera los acercamientos con la suma podrían ser una forma de comprender la composición aditiva siempre y cuando se avance de "contar todo" a "contar a partir de" (Nunes:1997:70); es decir, que para sumar utilice el número total del primer grupo como punto de partida y no sea necesario contar todo de nuevo.

Ante esta puntualización de Nunes, es claro que las estrategias de la Profesora R. para enseñar este contenido no están encaminadas a promover en los alumnos la reflexión de la relación más uno.

Ante el cuestionamiento de cuales han sido las dificultades a las que se ha enfrentado en la enseñanza de este contenido la Profesora R. enuncia problemáticas relacionadas con las dificultades de los alumnos respecto a la comprensión de este contenido; enuncia dificultades como las siguientes:

...los niños que todavía no ubican el número...

...todavía no tienen el concepto de número, o sea, todavía no tienen bien definido, a lo mejor sí te cuentan uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, pero no saben como se escribe o como es el siete, entonces tienen que recurrir a eso, a buscar el número a visualizarlo para que lo puedan escribir, o sea, si te cuentan y todo pero ya cuando los dices el número dieciocho, te lo cuentan y te ponen uno, dos, tres, cuatro, cinco, hasta el

> ***dieciocho, pero después no se acuerdan cual es el dieciocho, entonces recurren aquí, al caminito o a sus propios compañeros, por que sus propios compañeros si tú te diste cuenta dicen ah es un uno y un ocho, entonces hay así los niños un uno y un ocho...***
>
> ***...ponen los números al revés, entonces a esos niños les dices haber fíjate bien y lo borran lo corrigen ellos y van corrigiendo sus propios errores.***

Resulta interesante ver, cómo las representaciones de la Profesora R. con relación a las dificultades de enseñanza, las centra en dificultades de los alumnos; y cómo estas situaciones que están relacionadas más bien con el proceso que siguen los niños en la construcción del contenido, las concibe como dificultades de los alumnos. Es importante mencionar que lo que describe la Profesora R. no son dificultades propiamente, si no momentos necesarios por los que los alumnos, sobre todo de primero, transitan como parte del proceso.

Cabe señalar que las dificultades identificadas en los alumnos las concibe ajenas a la enseñanza; al respecto señala:

> ***...a lo mejor nada más cursó un año de Kinder o de plano no tuvo Kinder, entonces obviamente no tiene todo, todo el desarrollo de los demás niños...***

Es posible identificar que las representaciones de la Profesora R. en torno a las causas que originan las dificultades de los alumnos están centradas en la familia o en los mismos niños; no se reflexiona en torno a que estas causas pueden estar asociadas a: las estrategias de enseñanza, al proceso de construcción del sistema decimal de numeración, sus reglas y a la poca precisión de los conocimientos previos de los alumnos como una posible causa de las dificultades en el aprendizaje de este contenido.

Ante esta situación considera que los alumnos requieren de estrategias específicas que les permitan comprender el contenido; sin embargo, éstas, están centradas en el alumno y para el alumno; pero además son estrategias que no necesariamente

contribuyen a la comprensión del sistema decimal; ya que por un lado, se centra en la ejercitación, más que el la construcción; y por otro, son estrategias que se desarrollan fuera del aula, lejos de sus compañeros con quienes puede compartir la construcción del conocimiento. Sobre las estrategias para apoyar a los alumnos la Profesora R. menciona lo siguiente:

> ***...que vaya enfrente de la esquina esta la tienda o que vaya con mamá al mercado y le diga -¿qué número es éste?, o sea en el mismo precio de cualquier producto dime que número es o que la mamá le diga -¿qué número es este? A pues cinco a este es el cinco -fíjate bien ahorita vamos a pasar a otro puesto y si lo encuentras, pero ya también es trabajo de la mamá y así también trabajamos aquí o sea, depende muchísimo de la familia***
>
> ***...desde cuando le he pedido su ábaco para que cuente aquí,...***
>
> ***¿Cuándo escriben los números al revés?, este, por ejemplo: Pasan acá con el libro, y les digo, -este número no está bien, pasa a poner al pizarrón, y a sus compañeros, les preguntamos***
> ***-¿el número que su compañero escribió está bien?-***
> ***Y ya empiezan, -no lo puso al revés o lo puso mal-***
> ***-¿entonces como debería de ir?-***
> ***Y ya algún niño lo pone correctamente, entonces el niño se da cuenta que lo puso mal, y ya va, lo corrige y lo escribe correctamente, entonces, es una, lo escriben en el pizarrón para que vea su error y sus compañeros le dicen como, o vienen y este, lo encuentran aquí; por que el clásico es el tres, el seis, el siete. Son los números que ponen al revés; entonces sus mismos compañeros les ayudan a corregir su error o vienen y lo buscan aquí y lo corrigen.***

Naturalmente la argumentación sobre la forma de apoyarlos, está centrada en combatir las causas de esas dificultades que se centran en la familia y en los alumnos; y que para estos últimos la solución está en repasar o repetir las actividades y en que los compañeros le den las respuestas o le corrijan sus errores; considero que estas estrategias están orientadas por una enseñanza “tradicional”.

Por último mencionare que si bien, la Profesora R. considera todos los contenidos que la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de estudio primaria (SEP, 1993) sugiere; la secuencia que sigue para su enseñanza, así como las estrategias que pone en juego, se alejan

del enfoque previsto para la enseñanza. Pues aunque la propuesta oficial da libertad a los profesores para el empleo de métodos, es necesario que se explicite que éstos, requieren estar apegados al enfoque.

Con respecto a los materiales que se sugieren en la propuesta oficial para apoyar la enseñanza de este contenido, la Profesora R. menciona el uso de algunos de ellos; echando mano de su creatividad emplea algunos otros; sin embargo, emplea por ejemplo, el ábaco horizontal, que al respecto dejo una interrogante sobre la utilidad del mismo para la enseñanza del sistema decimal de numeración desde el enfoque actual.

Hasta aquí se han revisado las representaciones de la profesora R. de primer grado sobre como piensa el sistema decimal de numeración, que enseña y como lo enseña, así como que materiales emplea. Cabe destacar que sus representaciones denotan como interpreta la propuesta de enseñanza oficial.

En el siguiente apartado se presentará el análisis de la entrevista de la Profesora de segundo grado.

2.2. CASO J. 2º GRADO.

En el segundo grado al igual que en el resto de los grados el sistema decimal de numeración se encuentra en el eje de los números sus relaciones y sus operaciones, el conocimiento del sistema implica una serie de contenidos, una secuencia y el uso de materiales específicos que se señalan en el Plan y Programas de estudio Primaria (SEP: 1993:58) y el Libro para el Maestro de 2º (SEP: 1993:27); los cuales se mencionan a continuación:

CONTENIDOS

- Los números de tres cifras.
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - El orden de la serie numérica
  - Antecesor y sucesor de un número
  - Valor posicional

SECUENCIA

Para lograr este avance el libro para el maestro recomienda la siguiente secuencia.

✓Aprendizaje de la serie oral de 100 en 100 y de 10 en 10 hasta el 1000, para cuantificar, comparar y ordenar colecciones o para comunicar cantidades.

✓Agrupamientos y desagrupamientos de centenas, decenas y unidades con material concreto (esto favorece el conocimiento sobre las reglas de cambio).

✓Representación simbólica de la serie de 10 en 10 y de 100 en 000 hasta el 1000.

✓Representación de problemas de suma, de resta y de multiplicativos empleando material concreto, apoyándose en la serie numérica.

✓Relación entre el nombre de los números y los agrupamientos que conforman los números.
✓Aproximación a la representación numérica convencional de los números de tres cifras. Empleando en ambos las tablas que se recomiendan en el libro para el maestro y que aparecen en el libro de texto.
✓Por último se recomienda plantear situaciones problemáticas que favorezcan la comprensión del valor posicional.

MATERIALES

- tablero
- fichas de colores
- cuadros
- mangos
- tarjetas con números
- cuadro de cantidades

Con relación a estos contenidos que permiten la comprensión de las reglas del sistema decimal, la maestra J. considera todos ellos en el trabajo dentro del aula, lo cual puede observarse en el esquema de la entrevista; los identifica con facilidad excepto la lectura de números, aunque sí lo trabaja pero no lo precisa, esto da cuenta de que es posible que algunos contenidos no les dé la intencionalidad con que se pretende en las sugerencias para su enseñanza.

En este grado se avanza en el conocimiento del sistema decimal de numeración. En el libro para el maestro se sugiere dar continuidad con las actividades propuestas para el primer grado, actividades que implican comparar, igualar, repartir, construir, ordenar y comunicar (esta última, implica cuatro acciones en una, cuantificar,

representar, interpretar y comparar) cantidades con la intención de crear la necesidad de agrupar en centenas, decenas y unidades; para que sean contados estos tres tipos de colecciones. De acuerdo al libro para el maestro, estas situaciones exigen el uso de los números de forma oral, lo que implica necesariamente contar.

Respecto a la forma de abordar el conteo la maestra J., considera lo siguiente:

> ***"También con las semillas, con agrupamientos, haber agrupa una centenas de animales, ah pues vamos a ponerlo nada más con uno, por que si juntamos cien no vamos a terminar es mucho, entonces esa semillita nos va a decir que es el número cien, esta semillita me va a decir que es el número diez y esta semillita la unidad..."***
>
> ***"...con palitos, con las mismas semillas, en su cuaderno, haber ¿cuántas semillas tengo aquí?, ¿cuántas puedo convertir aquí?..."***
>
> ***"...tenemos en el libro recortable números que vienen desde uno al diez, del diez al cien y del cien al mil de diez, diez, diez, se van ocupando para hacer también los cambios..."***
>
> ***"...Sí hacemos actividad oral puede ser con equis material y vamos con seriaciones, ya sea de dos en dos, de cinco en cinco, ellos van aumentando oralmente..."***

Las representaciones de la maestra J. denotan una comprensión de la realidad a través de su propio sistema de referencia (Peltier, 1998) que ha construido a partir del cúmulo de informaciones que tiene, en este caso, del conteo. Estas representaciones muestran que para el conteo considera necesario construir, cuantificar, representar y comunicar cantidades, dejando de lado algunas otras situaciones que lo promueven y que se sugieren en el Libro para el Maestro.

Considera la cuantificación a partir del agrupamiento, en donde se cuentan grupos de diferentes ordenes, que representan tanto de forma no convencional, y mas tarde convencionalmente; sin embargo, me parece que la intención de la maestra J. Poco se apega a la de crear la necesidad de agrupar en centenas, decenas y

unidades, pues es la maestra quien señala como hay que agrupar y como se representa.

Acompañando a estas actividades añade el conteo de 10 en 10, de 100 en 100, y algunos otros (de 2 en 2, de 5 en 5), estos últimos, que contribuyen a la noción de multiplicación, la maestra los reconoce como conteos. Los primeros corresponden a la secuencia presentada en el Libro para el Maestro.

En cuanto a los agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades se sugiere trabajar con material concreto en la siguiente secuencia: se inicia agrupamientos de dibujos en base diez para hacer comparaciones, en otras actividades ya están los agrupamientos solo hay que comparar, sigue con el uso de los mangos, y más tarde se emplean los cuadros de centena, decena y unidad, posteriormente con las fichas de colores, y en un momento se utilizan los tres materiales como una forma de representar agrupamientos de diversas forma. Estas actividades promueven la comprensión de la regla de cambio del sistema decimal de numeración. Al respecto es posible distinguir las siguientes representaciones de la maestra J.,

> ***"...agrupa o haz un conjunto de mangos, ¿de cuántos?, pues de diez mangos, una decena de gusanitos, ahora cuéntale cuántos tienes, a pues son veinte, cuántas decenas tenemos, pues tres, o cuatro; haber ahora haz diez grupos de diez, cuántos tienes en total a pues tenemos una centena, ahí se van dando cuanta que tenemos una centena por qué, porque son cien elementos, cien unidades".***
>
> ***"...con agrupamientos, -agrupa una, por ejemplo: una centena de animales, vamos a ponerlo nada más con uno, entonces esta semillita nos va a decir que es el número cien, esta semillita me va a decir que es el número diez, y esta semillita la unidad..."***

Y sobre el desagrupamiento dice:

> ***"También desagrupan, -ahora quítale, y quitamos, estamos desagrupando esa cantidad o ese número de elementos..."***

"Ellos también mentalmente dan de sí, por que si dicen por ejemplo: tengo cien le quito cinco a pues me quedan noventa y cinco, o van contando, la mayoría de ellos van contando menos veinticinco, le quito esos cuántos me quedaron, tantos, ellos van conociendo le digo, oralmente, y van identificando para saber a que número van a llegar".

Si bien la maestra considera que es necesario realizar grupos de ordenes diferentes que requieren ser representados con diferentes materiales (representaciones no convencionales) y con representaciones convencionales. A partir de estas actividades realiza los conteos, pues son necesarios para formar los grupos, distingue también que hay grupos de grupos que se resignifican, es decir que una centena no sólo es una, sino que contiene cien unidades y/o diez decenas; en algunas de las actividades que pudieron observarse la maestra hace estas precisiones con los niños (aunque no se, si en realidad los niños lo comprenden de esa manera).

Por otro lado considera la secuencia que se establece para el aprendizaje que implica trabajar de manera concreta para hacer representaciones, pues esos grupos que forman, son representados en el Tablero de centenas, decenas y unidades anotando cuantos grupos de cada orden se formaron, primero con el material concreto al ir realizando las transformaciones y más tarde lo representa con números, lo que puntualiza de la siguiente manera:

"...el tablero nos dice como son las unidades, decenas y centenas, como es el cambio de unidad a decena y de decena a centena, los cuadros en la centena quiere decir que un cuadro grande tiene cien unidades, en la decena tiene diez unidades, y el cuadrito más pequeño son unidades que son las que se ocupan para transformar de decena y de decena a centena".

"...las diez unidades como voy a cambiar mi unidad, ¿por cuántos? Por una tirita que vale una decena, quito mis unidades del tablero y dejo mis decenas, nada más voy a trasformar...,...tengo ciento doce objetos, hacemos un cambio para no tener tantas fichas de unidades transformamos en decena, pero como puedo cambiar las decenas a centenas, pues nada más ocupo un cuadro que quiere decir cien, una tira que quiere decir diez y los cuadros que son el dos, ciento doce unidades".

Lo anterior implica que reconoce este contenido con una secuencia que no es la prevista en el Libro para el maestro del grado; y con respecto al uso de los diferentes materiales considera los mangos, los cuadros, las fichas; materiales que menciona en el siguiente discurso:

> ***"...no diario hacemos una actividad con ese mismo material, sino que cambiamos, por ejemplo un día con fichas, otro día con el material de los cudritos, los mangos; en el libro recortable vienen todos esos materiales, van a hacer su transformación.***

Aunque el libro para el maestro no los especifica es necesario que los alumnos dominen el agrupamiento para iniciar el trabajo de desagrupar pues es una actividad más compleja ya que implica reversibilidad. Respecto a ello la maestra lo trabaja de forma paralela ya que se apoya en este tipo de actividades para la resolución de sumas y restas, contribuyendo a la comprensión de las reglas del sistema decimal de numeración.

En cuanto a la lectura y escritura de cantidades se sugiere en el Libro para el maestro representar simbólicamente la serie de 10 en 10 y de 100 en 100 hasta el 1000. Además de establecer relación entre el nombre de los números con los agrupamientos que lo conforman apoyándose de la tabla de cantidades. Se sugiere aproximarse a la representación numérica convencional de los números de tres cifras a partir de actividades de cuantificación y comunicación de colecciones en la tabla de centenas, decenas y unidades, para registrar el número de grupos de cada valor que contiene una colección.

Ante este contenido las representaciones de la maestra J., no precisan únicamente “leer y escribir” cantidades, sino promueve a partir de otras actividades la lectura y la escritura como lo muestra el esquema de la entrevista.

Para la maestra leer y escribir cantidades parte de que los alumnos resuelvan sumas y restas con transformación la cual define como “el cambio de una unidad a decena” , a partir de los resultados leen cantidades, realizan conteos de 10 en 10 empleando los números del libro recortable; otra actividad necesaria es el uso del tablero en donde al representar los grupos de cada orden leen la cantidad que se forma, es necesario precisar que estas dos últimas actividades no fueron explicadas por la maestra en la entrevista sino fueron identificadas en las observaciones realizadas, para no repetir las actividades son las mismas que emplea para fomentar la escritura; lo cual da cuenta que sigue las sugerencias establecidas en el Libro para el maestro 2º y con la intención que se pretende. Cabe señalar que no fue posible, por falta de tiempo, ver como usa la tabla de cantidades con la que se trabaja el principio aditivo.

El Libro para el maestro (SEP, 1993) señala que con esta serie de actividades se pretende que los alumnos aprendan a usar los números de tres cifras en diversas situaciones. Que en este grado los alumnos comprenden que para escribir números de tres cifras sólo se requiere de diez símbolos y presupone que al comprender esto, los niños están en posibilidades de comprender que según el lugar que ocupan tienen un valor diferente; sin embargo en investigaciones realizadas por Ross (1990), (en Cortina, 1997) señala que el concepto de valor posicional se desarrolla después de varios años y se logra su comprensión entre los 8 y 10 años de edad.

Por su parte Cortina (1997) menciona que si bien, de acuerdo al currículo en 1er grado espera que comprendan los valores representados por números de dos dígitos, en los resultados de su investigación, se observó que de la muestra de 2º nadie había adquirido el concepto de valor posicional, de 3º sólo la tercera parte de la muestra y de 4º la mitad de los niños habían adquirido tal concepto, esto complementa lo señalado anteriormente por Ross; por lo tanto si investigaciones como estas han demostrado que en 2º grado los alumnos no están en posibilidades de adquirir este concepto ¿por qué se incluye en el programa de 2º y se presupone que los niños de estas edades lo pueden adquirir?

Por otra parte se sugiere que se presenten situaciones problemáticas que favorezcan la comprensión del valor pocisional en donde se construyan y comparen números con las mismas cifras pero en lugares diferentes, empleando diferentes materiales para representar esas cantidades, así como descomponer cantidades en centenas, decenas y unidades.

Respecto a este contenido de valor posicional la maestra entrevistada agrega:

> ***"... Como ya saben el valor de la unidad, el de la decena y de la centena, entonces transformen, cambien ellos ya saben el valor decena, eso es lo que les ayuda precisamente a hacer el cambio , por que, porque ya conocen, tiene la noción de que es unidad que es decena y que es centena".***
>
> ***"...con las fichas y a la vez también con los cuadros, no diario hacemos una actividad con ese mismo material, sino que cambiamos, por ejemplo un día con fichas, otro día con el material de los cuadritos, en el libro recortable vienen todos esos materiales que es el que..."***
>
> ***"...por colores, los colores significan para ellos un número equis..., ...o sea les decimos este es el azul son unidades , en primero y segundo se maneja mucho eso el azul , el rojo y el amarillo , unidad, decena y centena , entonces ellos ya saben que ese va a ser unidades con azul, decenas con rojo y centenas con amarillo, entonces cuantos cuadritos amarillos, si yo les colocó, yo le hago al contrario, les colocó por ejemplo aquí de este lado los números y de esta lado el cuadro del lado derecho, ahora ustedes acomoden estos números en el cuadro que le corresponde que número va, digamos que ciento quince, qué número va en la unidad, a pues el cinco, qué número va en las decenas a pues el otro uno que ese quiere decir diez ,***

y el otro uno que es el número uno va en el amarillo, por que es una centena más una decena más cinco, o al contrario, cinco unidades una decena y una centena , son ciento quince".

La representaciones de la maestra j., sobre el valor posicional corresponde a un número que según el lugar que ocupa es su valor.

Ella considera que tener la noción de estos conceptos es saber cuánto valen, situación que ayuda a los niños, ya que ya cuentan con esta información del ciclo escolar pasado (la maestra trabajó en primer grado con los mismos alumnos). Como lo precisan las sugerencias ella emplea los diferentes materiales del Libro recortable para representar diferentes grupos y se apoya en el cuadro de cantidades para la representación convencional; de igual manera ella considera que los grupos tienen una doble significación ya que la centena puede tener diez decenas y cien unidades. También considera que a cada posición le corresponde un valor ella y así se los hace saber a sus alumnos incluso agrega que les dice que las unidades van a la derecha y así van aumentando hacia la izquierda.

Por último sobre el antecesor y el sucesor ella considera la relación más uno menos uno, no aborda la situación de la cardinalidad y ordinalidad de los números.

"...ya conocen los números en su mayoría, entonces para ellos ya es más fácil, haber yo tengo aquí en esta línea algunos números, por ejemplo; el veintinueve haber que número creen que vaya antes del veintinueve, a pues el veintiocho, como que es una adivinanza para ellos, ahora que número irá después del veintinueve, a pues el treinta por qué, porque ese es el que sigue del veintinueve; por qué, porque ese le toca ir antes del veintinueve, ellos ya identifican más rápido así, cuando son números menores de cien, ya cuando son más elevados si les cuesta un poquito más de trabajo..."

"Sí porque, por ejemplo: comentamos así oralmente, si yo tengo veintinueve pesos, pero le aumentamos uno cuanto van a tener ustedes sí les da su mamá también a pues treinta, bueno pero si le regalan un peso a su hermano que va a pasar, a pues me quedan veintinueve, a pero le dan el otro al otro hermano, a pues nos van a quedar veintiocho, como que hacen el cambio, relacionan ellos".

La enseñanza de este contenido presenta una secuencia didáctica a partir de la cual se proponen una serie de sugerencias que permiten el logro de los propósitos planteados para esta asignatura.

Esta secuencia está contenida no solo en el libro de texto, sino sugerida como ya mencioné, en el libro para el maestro, no es del todo considerada por la maestra J., ya que en el esquema de análisis de la entrevista ella parte de la siguiente secuencia:

- Inicia trabajando en el cuaderno con palitos o semillas para realizar conteos.

En la secuencia que considera la maestra J. para la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración es posible apreciar que sus Representaciones sobre la enseñanza de este contenido reflejan la necesidad de recurrir al uso de material concreto y de representaciones con el material haciendo dibujos en el cuaderno, que son sugeridas en la enseñanza para este contenido a partir de las ilustraciones en el libro de texto.

Cabe aquí señalar que si bien la secuencia que la Profesora J. sigue para la enseñanza de este contenido implica el uso de colecciones agrupadas ilustradas en el cuaderno es algo que Lerner y Saodvsky critica.

- Trabaja con el tablero (cartón dividido en tres partes donde se representan centenas decenas y unidades, se especifica con el nombre de los diferentes ordenes el lugar de cada uno) para abordar la unidad, decena y centena apoyándose de las fichas de colores, aprovecha el tablero para resolver sumas y restas con y sin transformación definiendo esta como el cambio de unidad a decena, para que a partir de los resultados los alumnos puedan leer cantidades.

Al parecer sus representaciones están encaminadas a considerar el tablero como un recurso que facilite la comprensión de los algoritmos convencionales de suma y resta, cuando en realidad se propone su uso para lograr un acercamiento a las reglas del Sistema Decimal de Numeración. Las Representaciones de la Profesora J. en torno al uso del tablero y las fichas de colores denotan que el material es algo que se tiene que emplear como parte de la propuesta, pues en las visitas realizadas al aula fue posible observar que los alumnos emplean el material de acuerdo a las indicaciones de la Profesora y los cambios de orden al ir agrupando son señalados por ella; por lo que reconstruye las sugerencias y le atribuye una significación específica que esta en función de la información con la que cuenta; es decir, de su propio sistema de referencia.

Bednarz y Janvier (1982,1988) (En Cortina, 1997) mostraron que para la mayoría de los niños de 3º investigados, un número es “una alineación de dígitos”, en donde palabras como centenas, decenas y unidades, no se consideran, o son fragmentadas; señalan que son pocos los niños de este grado que logran una verdadera interpretación de la posición de los números en términos de agrupación.

- Empleo de los cuadros del libro recortable que los usa junto con las fichas de colores, para identificar los diferentes agrupamientos y como están compuestos, en estos materiales se apoya para hacer los cambios o transformaciones que ella denomina “cambio”. Se apoya en los cuadros para trabajar el valor absoluto y relativo, así como la resignificación de la unidad, para ello usa como referente los colores para identificar el lugar de cada agrupamiento.

En esta parte de la secuencia es posible reconocer que las Representaciones de la maestra J. consideran al agrupamiento como un recurso que permite identificar el

valor posicional; sin embargo, al respecto Lener Sadovsky (1992) en una investigación realizada con niños entre los 5 y 8 años encontraron que en el proceso para construir el sistema convencional de escritura de cantidades la noción de agrupamiento no es el origen de la comprensión de la “posicionalidad”, pues se percataron de que los niños descubren este principio independientemente de agrupar y desagrupar.

Por su parte Ross (en Cortina, 1997) considera que el concepto de valor posicional se desarrolla durante varios años, se adquiere hasta los 8 o 10 años y que es necesario comprenderlo para entender la suma y resta de doble columna.

Siguiendo con la secuencia para la enseñanza del sistema decimal de numeración la Profesora J. continúa de la siguiente manera:

- Usa otro de los materiales del libro recortable que son los números los cuales emplea para acomodar cantidades, trabajar la serie, como ella lo refiere; es decir, para realizar conteos y emplearlo como un apoyo para la representación de los agrupamientos de diferente orden, y de los desagrupamientos.

- Para la escritura de números utiliza el cuadro de cantidades para hacer series orales y escritas ya que se van escribiendo cantidades; en él se apoyan los niños para escribir cantidades cuando la maestra dicta. Para realizar esta actividad la maestra J., considera que los alumnos necesitan tener la noción de número que ella define de la siguiente manera: La noción de número es que es el número, que quiere decir, para que sirve, el manejo de dinero, identificarlo, conocerlo; implica la utilidad del mismo, de igual manera lo considera necesario para la resolución de algoritmos y de problemas.

- Aborda al cero como un número que sirve para representar que no hay nada, y en el antecesor y sucesor establece la relación más uno, menos uno sin hacer referencia a la cardinalidad y ordinalidad del número.

- Casi para finalizar la secuencia que sigue para la enseñanza del sistema decimal de numeración hace referencia al cuadro de multiplicar, el cual lo usa con semillas para diferenciar los signos de suma y multiplicación. En este se apoya para trabajar la noción de multiplicación, de la siguiente manera, el número de montones de determinada cantidad, asociado a la iteración, aprovecha para el conteo oral y las series, concluye en este punto con la representación convencional del algoritmo tanto de forma horizontal como vertical.

- Dicha secuencia concluye con el uso del cuaderno en donde se dibujan las fichas de colores para representar cantidades y viceversa. Se hacen sumas y restas a partir del tablero de unidad decena y centena y se representan tanto con fichas como con números, se trabaja antecesor y sucesor y resolución de problemas en donde se ponen en juego las reglas del sistema de numeración.

Hasta aquí hemos revisado algunas representaciones de la Profesora J. con relación a como interpreta el sistema decimal de numeración, que contenidos enseña, como los enseña; es decir, que estrategias emplea y que secuencia sigue; así como los materiales en los que se apoya para la enseñanza de este contenido.

3. REPRESENTACIONES Y ACTIVIDAD DOCENTE.

Si de acuerdo con Robert y Robinet las representaciones son el producto de la reconstrucción de la realidad, se puede reconocer cómo las Profesoras; a partir, del conocimiento de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración, han reconstruido ésta a la luz de sus esquemas de referencia, teniendo como "resultado" su interpretación sobre este asunto de cómo se enseña. Ésta reconstrucción de la realidad no considera los supuestos implícitos en el Plan y programas 1993, en torno a la enseñanza de este tema; esto como consecuencia de que la propuesta contenida en los materiales de la SEP presupone por un lado, que con la información, referentes y conocimientos previos de las profesoras pueden operarla, y esto no es así, ya que no es suficiente el conocimiento que las profesoras tienen sobre:

- El nivel de pensamiento de los alumnos y de cómo éste evoluciona
- El proceso de construcción del conocimiento en este caso del sistema decimal de numeración.
- La secuencia didáctica y los principios que la subyacen.

Ahora bien, otra razón de que la reconstrucción no considera los supuestos implícitos en el Pan y Programas, es justamente que algunos están implícitos y otros ni siquiera están presentes, por lo que se dificulta su interpretación; sería necesario que éstas se enuncien de manera clara y precisa.

Recuperando la importancia de los conocimientos previos y los referentes como elementos trascendentales para el aprendizaje, también deberían de serlo para la enseñanza; por lo que la propuesta debería considerarlos y no basarse en el supuesto de que los docentes con su experiencia y creatividad pueden operarlos.

Pues aunque desarrollan estrategias diversificadas echando mano de su imaginación y experiencia no siempre se hace con base en los enfoques construstivistas de los que al parecer esta respaldada la propuesta de la SEP, 1993

Me parece necesario retomar el significado de las representaciones para contextualizar las representaciones de las Profesoras y su actividad docente con relación a la enseñanza del sistema decimal de numeración y su relación con la enseñanza basada en el Plan y programa de estudio (1993).

Para Peltier (1998) la representación es una visión del mundo coherente, jerarquizado y organizado que permite comprender la realidad a través del propio sistema de referencia. Desde esta perspectiva las profesoras tienen su propia percepción de lo que es el sistema decimal de numeración y de cómo se enseña lo cual tiene como referencia los conocimientos previos que han adquirido a través del acercamiento al Programa a partir de diferentes experiencias, desarrollando una actividad de asimilación y de apropiación de esta realidad; la cual ha dado sentido a su actividad docente.

Robert y Robinet (1989), reconocen a las Representaciones como la reconstrucción de la realidad, atribuyéndole una significación específica; de forma permanente se manifiestan, poniéndose en juego cuando nos enfrentamos a una situación determinada; lo cual implica que cada uno interpreta una propuesta de acuerdo a sus propias experiencias e ideas que tiene sobre un concepto, una situación, o algún otro aspecto.

Es entonces que cada una de las profesoras ha reconstruido la realidad de cómo se enseña el sistema decimal de numeración y lo ha interpretado de acuerdo con las

ideas que tienen sobre su significado; manifestándose cuando desarrollan su actividad docente.

También como resultado de ese proceso de asimilación y acomodación de la realidad como lo menciona Peltier, se constituye la representación y cuando concluye este proceso, se convierte en una visión del mundo la cual es funcional y normativa pues le permite dar sentido a sus conductas y comprender la realidad a partir del propio sistema de referencia.

Parte de este proceso implica cierta resistencia a reconocer y aceptar los cambios a las reformas pedagógicas pero más que resistencia, es una evidencia de manifestaciones de las concepciones de cada individuo algunas de las cuales son convicciones propias. Estas concepciones tienen cierta influencia del ambiente en donde se encuentra cada individuo, muchas de las cuales son compartidas y apoyadas por el grupo.

Las representaciones de las Profesoras al traducirse como el conjunto de relaciones que han establecido con el objeto, cada una tiene una comprensión e interpretación de cómo se enseña este contenido.

Es importante señalar que las respuestas personales a una situación específica no se relacionan de forma directa con las representaciones expresadas en el discurso. Por ello los resultados de algún cuestionamiento en torno a un tema específico se relativiza; sin embargo, el discurso proporciona elementos reveladores de las representaciones y además se emplea en esta investigación la observación como un recurso que valida las representaciones.

El sistema de representaciones cuenta con herramientas que le permiten mantener cierta funcionalidad, estas herramientas son:

- Sistema de interpretación
- Sistema de categorización
- Lenguaje específico

Robert y Robinet señalan que las representaciones son estados organizados, estables y relativamente equilibrados, ante la transformación de alguno de sus elementos genera necesariamente una transformación de la representación sin embargo se manifiesta únicamente como un restablecimiento del equilibrio, es decir la transformación si se da, se manifiesta sólo en elementos periféricos, ya que una transformación al nudo central implica una transformación completa a todo el sistema del sujeto, a su universo de opiniones.

Quizá esta sea una de las razones por las cuales la interpretación de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración no se traduce como está enmarcada pues esto requiere más que comprenderla para operarla; requiere de que se transforme todo el sistema de representaciones que implicaría una transformación de otras representación sobre que y cómo enseñar y aprender además de las propias concepciones de sujeto y algunas otras de fondo.
También es importante distinguir que hace falta transformar el nudo en las representaciones de los profesores en torno a la enseñanza del sistema decimal de numeración y de la enseñanza en general para transformarla; pues de no ser así la actividad docente sigue caracterizándose de "tradicionalista"

Cortina (1997) argumenta que a la "enseñanza tradicional" se le han puntualizado deficiencias, que se relacionan directamente con la errónea concepción que se tiene

respecto a este contenido, así como la poca consideración que se tiene del largo proceso que tanto niños y niñas deben seguir para construir este contenido, lo cual implica poder conceptualizar y operar con él. Este largo y complejo proceso de construcción requiere ser tomado en cuenta, pues en la "Enseñanza Tradicional" se asume una premura por que los alumnos operen con los sistemas convencionales así como se anticipa la adquisición del concepto, llevándolos a enfrentarse con reglas que aún pueden ser incomprensibles para ellos.

Al respecto se rescata como conclusión que posiblemente los desaciertos presentados son quizá la consecuencia de haber recibido una "Enseñanza tradicional", en donde se prepondera la enseñanza de procedimientos formales, no considerando que los alumnos aún no tienen el nivel de desarrollo conceptual óptimo para su comprensión. Cortina (1997) señala "Parece que este tipo de enseñanza fuerza a desarrollar estrategias sustitutas a la comprensión matemática de los cálculos, pues aún no les son conceptualmente accesibles. Estas estrategias sustitutas, tienden a privilegiar la resolución sintáctica y mecánica de los cálculos, lo que le permite a los sujetos que las usan obtener resultados correctos y aceptables en la escuela; sin embargo, parece que también los sumerge en un mundo lleno de procedimientos y reglas, pero carente de sentido matemático, lo cual se convierte en un estorbo para su desarrollo conceptual".

Lo argumentado en la investigación de Cortina lleva a considerar una necesaria transformación en la enseñanza la cual debe estar dirigida al empleo de métodos que favorecieran los procesos de desarrollo conceptual, sin embargo no resulta tan sencillo esta transformación de la enseñanza, ya que intervienen varios factores, que de acuerdo con Cortina (1997), señala cuatro que pueden dificultar dicha transformación, estos son: "individuales, históricos, institucionales y sociales".

Factores individuales: Si bien el aprendizaje del Sistema Decimal de Numeración debe ser coherente y significativo para los alumnos, por lo tanto la enseñanza de este contenido también debe ser coherente y significativa para el docente, la cual permita distinguir cada momento del proceso de construcción de ese contenido; sin embargo eso no se logra del todo quizá por que los docentes efectivamente no cuentan con los elementos teóricos y metodológicos que les permitan distinguir los desaciertos de sus alumnos y naturalmente resolverlos.

Es importante señalar que de acuerdo con Block, en la medida en que los niños dominan un recurso de solución, la situación va limitando las posibilidades de construir o de elaborar estrategias a partir de ella; sin embargo, una situación también puede limitarse dependiendo de lo que los profesores esperen que los alumnos realicen.

De acuerdo con Block (1994) es necesario que una situación didáctica considere: el conocimiento que se pretende que los niños se apropien, debe ser alcanzable de acuerdo al nivel de ellos, convirtiéndose siempre en un reto, es necesario también que los propios alumnos puedan validar sus resultados; es entonces que las situaciones didácticas necesariamente tiene que ser planeadas y deben ser posibles, de no ser así se generan situaciones que no se pueden aprovechar al máximo, sin una secuencia, situaciones que no correspondan a las características, necesidades y conocimientos previos de los alumnos, con un enfoque basado en la ejercitación y memorización.

Esto permite reconocer que la interpretación de la profesora sobre el enfoque de la enseñanza no es compatible con el de Plan y programas.

Lerner, (1997) reitera la necesidad de promover situaciones de aprendizaje que permitan el descubrimiento de los principios del sistema de numeración a partir de considerar dos aspectos fundamentales el primero la naturaleza del sistema posicional, y el segundo las ideas que los niños han construido al respecto; convirtiendo al aula en un espacio donde se discuta los descubrimientos de los niños y como los utilizan, así como las dudas que surgen entre sus propias ideas y los procedimientos convencionales, ya que los alumnos manifestaron que poco expresan en el aula sus dudas pues lo consideran un riesgo.

Sellares y Bassedas mencionan que la gran utilidad de conceptualizar y manejar las cantidades lleva a la escuela a trasmitirlo lo antes posible; por lo que los niños de forma mecánica aplican el sistema sin comprender por que y como se combinan las distintas cifras que representan una cantidad; lo cual consideran no se debe a una mala intervención pedagógica sino a al grado de abstracción de la combinatoria propia del sistema que rebasa las posibilidades de niños de entre seis y siete años. Por lo que resulta necesario considerar las características y el grado de dificultad de los contenidos como el nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos de acuerdo al grado.

Por otro lado se observó que “en general las dificultades que suelen presentar los alumnos muchas veces son resultado de formas didácticas inapropiadas,” Gómez 1987.

Kamii considera que lo que es necesario hacer es definir los objetivos de enseñanza en función del pensamiento de los niños y comprender que el proceso constructivo requiere de revolucionar la ideología de los profesores.

La enseñanza actual del sistema decimal de numeración esta no da resultado pues desde “1980 se sabe que sólo la mitad de los alumnos de cuarto curso llegan a dominar el valor de la posición…, y sólo el 23% de los alumnos de 2º, con los que se había seguido el método tradicional de la enseñanza, podía explicar el razonamiento envuelto en el reagrupamiento” (Kamii: 1992:32).

Vale la pena recuperar aquí nuevamente los resultados de la investigación de Cortina (1997), con relación a la conceptualización y operación del valor posicional; al respecto concluye que existe un progreso en la comprensión del concepto a lo largo de los años, ya que en segundo no hubo nadie que comprendiera cabalmente el concepto, en cambio la tercera parte de los niños de tercero y la mitad de los de cuarto grado lo hacían; sin embargo, resultados similares se han recuperado de investigaciones realizadas en otros países; lo que implica un problema, que se denota cuando se contrastan los resultados obtenidos con el nivel de comprensión matemática que la propuesta para la enseñanza de las matemáticas espera de los alumnos.

Siguiendo a Cortina afirma que el valor posicional en numerales de dos dígitos es un tema de primer grado de primaria que hacía el segundo grado pudiera ser comprendido, pero su investigación mostró que en ese grado no pareció haber nadie que comprendiera cabalmente el concepto.

Cortina agrega que estos resultados pueden estar reflejando una problemática arraigada en la instrucción de las matemáticas en nuestras escuelas primarias. Lo que abre una interrogante sobre los caminos que se marcan a los niños en la enseñanza escolar, sobre las demandas y los insumos que se les facilitan para que puedan cumplirlas.

Otra conclusión de Cortina, radica en la posibilidad de que una de las causas del bajo nivel de desarrollo que mostraron muchos de los sujetos pueda estar en la temprana enseñanza del algoritmo convencional.

Por otra parte la investigación de Cortina (1997) muestra evidencia de que una de las causas del bajo nivel de comprensión del valor posicional en los sujetos entrevistados, puede estar en el hecho de que desarrollan estrategias con las que logran resultados matemáticamente correctos que son aceptables para sus maestros, pero no fomentan el desarrollo conceptual del sentido numérico y matemático del valor posicional. Cortina: 1997:111.

V. CONCLUSIONES.

A partir del desarrollo de este trabajo es posible derivar conclusiones en dos sentidos la primera parte corresponde a los resultados de esta investigación en torno a las representaciones de dos Profesoras sobre la enseñanza del sistema decimal de numeración; y la segunda se refiere a conclusiones laterales a la investigación con relación a la propuesta para la enseñanza de este contenido referida en el Plan y Programa de estudio Primaria SEP, 1993.

Respecto a las representaciones de las profesoras es posible comentar lo siguiente.

Robert y Robinet mencionan que es necesario conocer las representaciones de los profesores a partir de su actuación, pero más importante es reflexionar sobre las consecuencias que éstas y las conductas que se generan tienen sobre los aprendizajes.

Las representaciones de la Profesora J. respecto a la enseñanza del sistema decimal de numeración basada en el Plan y Programas de estudio Primaria SEP, 1993, están fundamentadas en sus conocimientos respecto a cómo se construye este contenido y cómo se enseña; ya que a pesar de conocer su fundamentación y sugerencias, sale a la luz su propio esquema de referencia.

El conocimiento del Plan y Programas, no supera los esquemas personales de las Profesoras entrevistadas.

Que un Profesor conozca las reglas del sistema decimal de numeración no implica que las enseñe y/o que las considere para la enseñanza.

A partir de la entrevista a los docentes sobre como aprenden los niños la mayoría refirieron la forma como enseñan “como si pensaran que el proceso de aprendizaje reproduce fielmente el método de enseñanza” (Lerner, 1997).

Gómez (1987) comenta que “el grado de conocimiento y dominio del sistema decimal de numeración es determinante en la posibilidad de que el alumno comprenda cabalmente, no solo los números en tanto conceptos, formas de representación gráfica, instrumentos para comunicar cantidades, etc., sino además en la posibilidad de comprender los algoritmos de las operaciones”. Por ello resulta importante que los Profesores conozcan además de la propuesta para la enseñanza, las reglas del sistema y la forma en que los niños construyen este contenido.

Lerner menciona que para que los niños logren el conocimiento del sistema de numeración es necesario conocer cómo se aproximan a este y cómo se construye; siendo de vital importancia que el maestro conozca las hipótesis que los niños manejan con respecto a este contenido, ya que esto le permitirá contar con elementos para conducirlos a descubrir las reglas de este sistema; sin embargo, las representaciones de las Profesoras entrevistadas se concentran en gran medida en enseñar los contenidos, seguir la secuencia y en usar los materiales propuestos más que, en reconocer cómo se construye y cuáles son las hipótesis de los niños; lo que les permitiría contar con elementos para favorecer la comprensión del mismo.

Las representaciones de las Profesoras están más encaminadas a enseñar contenidos de forma convencional; como es el caso de la Profesora J. de 2º, quien considera que el aprendizaje del valor posicional puede lograrse en este grado; sin embargo, las investigaciones realizadas demuestran que es entre los 8 y 10 años que es posible construirlo; es decir entre el 3er y 5º grado.

La Profesora R. de 1º, considera que establecer una diferenciación entre unidades y decenas permite reconocer el valor posicional; sin embargo esto no garantiza que se haya comprendido, pues muchos niños se cuestionan por qué sí las decenas valen diez a veces se ponen en su columna, dos, o cinco; esto implica que no se ha descubierto la relación entre la escritura del número y la agrupación en base diez, pues que unos puntos tengan un valor (10) y otros tengan otro (1) resulta difícil de comprender.

A la humanidad le llevo mucho tiempo inventar un sistema tan económico; por lo que puede resultar muy complicado para los niños reconstruir sus principios para comprenderlo; por ello, no basta con explicar el valor de las decenas o las centenas. La comprensión de las decenas y las centenas no es un requisito previo para la comprensión de otros aspectos del sistema de numeración, como pudiera parecer en la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración.

No es necesario saber escribir números para entender el concepto de unidades de diferentes tamaños en el contexto de dinero; por ello, es importante que el trabajo con el sistema se vincule con el uso del dinero; ante el importante apoyo que resulta el uso del dinero en el aprendizaje de este contenido, no es una consideración en las estrategias para la enseñanza del sistema decimal de numeración, ni empleado por las Profesoras.

De acuerdo con Kamii la enseñanza tradicional de las matemáticas se opone a la naturaleza del pensamiento infantil, pues existen mejores procedimientos para enseñar aritmética basados en el conocimiento que se tiene de cómo construyen los niños pequeños el sistema decimal de numeración, situación que desconocen las Profesoras.

Las representaciones de las Profesoras entrevistadas en torno a las dificultades que presentan los niños para la comprensión del sistema decimal de numeración están asociadas a problemas inherentes a los alumnos y/o a la falta de apoyo familiar, más que estar relacionadas con la enseñanza. Sin embargo, al respecto Gómez (1987), como resultado de su investigación mostró que las dificultades que suelen presentar los niños son muchas veces de formas didácticas inapropiadas y no necesariamente síntomas de una “patología del aprendizaje”.

Como resultado de la implementación de actividades que no se desarrollan con la intención con la que fueron diseñadas, algunos niños repiten lo que han aprendido en la escuela sin comprenderlo y aunque se les haya enseñado el concepto de decena no es necesariamente un conocimiento que los niños manejen, pues aún no logran diferenciar las unidades de las decenas.

Emplear en la enseñanza del sistema decimal de numeración los materiales sugeridos en la propuesta para la enseñanza (SEP, 1993) de este contenido no implica necesariamente que se use con la intención prevista, ya que puede ser empleado como un simple activismo y no como una acción constructiva, de auto apropiación y descubrimiento del conocimiento como corresponde a la propuesta de enseñanza.

Habrá que reconocer incluso el tipo de enseñanza que recibieron las Profesoras entrevistadas, si corresponde a una enseñanza “tradicional”.
¿Hay una comprensión real del contenido?
¿Los procedimientos que emplean los alumnos son resultado de sus propias construcciones o repiten procedimientos escolares aprendidos o mecanizados?

Muchas ocasiones no se considera el nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos cuando se presenta algún contenido, se privilegia la instrucción de procedimientos formales, esto obliga a los alumnos a responder con estos procedimientos, sin emplear sus propios recursos; esta situación obstaculiza que ellos desarrollen sus propios recursos o estrategias, siendo más complicado el acceso a un contenido

A continuación mencionaré algunas conclusiones laterales a la investigación, como resultado de la revisión de la propuesta para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenida en el Plan y Programas de estudio Primaria 1993.

Después de la reforma las cosas cambiaron aunque no necesariamente para bien. Las sugerencias para la enseñanza del sistema decimal de numeración contenidas en el Plan y Programas de estudio son poco precisas y me parece que no consideran del todo el sistema de referencia de las Profesoras y los Profesores.

La propuesta didáctica oficial puede utilizarse como una actividad rutinaria y no necesariamente como una acción constructiva de conocimiento, pues el fundamento teórico no se refleja en algunas sugerencias didácticas; como es el caso del cero y del rango numérico por grado (hasta 99 en primer grado y hasta 999 en segundo grado). Aunque se realizan las actividades sugeridas no necesariamente se desarrollan con la intención con la que fueron diseñadas; por ello, es de vital importancia que los docentes comprendan el fundamento teórico de la propuesta para la enseñanza y éste se refleje en el desarrollo de las actividades.

En la fundamentación teórica del Plan y Programas se argumenta que los Profesores usen su creatividad para el desarrollo de la propuesta para la enseñanza de las matemáticas; pero la creatividad del docente no es suficiente ya que se requiere del conocimiento de cuál es el proceso de construcción de la noción de

número y del sistema decimal de numeración. Cabe señalar que no se mencionan las características del sistema, se presupone que el maestro debe saberlas y en el caso de las Profesoras entrevistada no es así.

Kamii (1992) menciona que los dibujos de los libros son innecesarios para los niños que están aprendiendo aritmética, puesto que no se extrae el conocimiento lógico matemático de los dibujos, ya que los conceptos numéricos no son observables; ante esta consideración los dibujos de los libros de texto no bastan para promover el desarrollo lógico matemático; se requiere de comprender la fundamentación teórica de la propuesta para la enseñanza y desarrollarla con la intención prevista.

Aprender a contar adecuadamente requiere de respetar los principios (Gelman y Gallistel, 1978) de: correspondencia biunívoca, orden constante y de cardinalidad aspectos que no están explicitados en la propuesta para la enseñanza y que por lo tanto si un Profesor no los reconoce, difícilmente promoverá su desarrollo.

Por ello, consideró necesario que en la propuesta para la enseñanza de la SEP, 1993 se retomen a profundidad como conocimientos previos y necesarios, pues se ha mostrado que niños de 6-7 años aunque cuentan no establecen la relación entre el conteo y estos principios. Resulta importante mencionar que si en promedio la edad de los alumnos en 1º oscila entre 6 y 7 años no podría esperarse que esto fuera aprendido en este grado.

Para contribuir en la enseñanza de temas como la ordinalidad, el cero y la redefinición de la unidad es necesario que la propuesta para la enseñanza (SEP 1993) considere tanto una explicitación teórico metodológica de estos contenidos como más actividades que promuevan su comprensión.

Lerner y Sadovsky consideran que no debería haber un tope de números a enseñar, pues en el trabajo con ellos se puede manipular un número de cualquier orden; por lo que sería interesante que la propuesta de enseñanza del sistema decimal de numeración (SEP, 1993) no limitara a un rango de números por grado.

Pues con respecto al cero Lerner sostiene que en el sistema indo arábigo se adoptó tardíamente debido a la dificultad en la comprensión de su uso; lo cual, no resulto tan fácil para quienes no participaron en la invención del sistema posicional, y que lo mismo le ocurre a los niños. Por ello, para comprenderlo y usarlo es necesario reconstruirlo y descubrir sus principios.

La conceptualización del cero resulta una franca dificultad para los niños y más aún cuando se encuentra en una operación. Las dificultades con este número se relacionan con la necesidad de "tener que poner algo (un signo) para indicar que no hay nada" Gómez (1987). En general los niños tienen una idea vaga del uso del cero para el valor posicional, incluso existen confusiones sobre el valor de este dependiendo del lugar que ocupa con respecto a otros números; por lo que trabajar con agrupamientos resulta necesario para comprender su utilidad al representar una cantidad.

El manejo del cero representa problemas específicos que requieren ser abordados en el aula, pero lo que se aprende en la escuela no resulta suficiente para comprender la función del cero; ante esta dificultad, sería conveniente que en el Plan y Programas (SEP, 1993) se mencionaran estrategias sobre su enseñanza; ya que las sugerencias didácticas en este sentido se ven limitadas.
¿Por qué? sí se trabaja con los nueve dígitos no hay actividades específicas para el cero.

Respecto a los materiales considerados en la propuesta oficial, específicamente las fichas de colores, como material que apoya la comprensión de las reglas de cambio y el valor posicional; resultan ser un material complejo, pues el valor no es perceptible, lo que implica para los niños comprender la doble relación que existe en estas fichas, pues requieren de identificar que una ficha representa una decena o una centena pero que vale diez o cien, convirtiéndose la determinación de los valores en una actividad compleja que requiere de una abstracción. Para ello es necesario que los niños: se familiaricen con los valores, enfatizar el trabajo de codificación y decodificación para pasar de lo concreto a lo abstracto y no sea necesaria la presencia física de los objetos; sin embargo, en el libro de 1º se emplean las fichas de colores que implican una abstracción mayor y que aún no es recomendada; en cambio en segundo, se retoma el uso de material concreto donde son visibles los valores para los niños, como es el caso de los cuadros.

La representación gráfica de los agrupamientos requiere del descubrimiento de formas de representación clara y económica para relacionarlas con la representación convencional; al respecto en los libros de texto no se trabaja la representación espontánea por parte de los alumnos para encontrar primero sus propias formas de representación, sino que les dan los materiales para que representen con fichas y con los cuadros de unidad y decena.

De acuerdo con Kamii (en Gómez, 1987) “el valor pocisional es un objeto inapropiado para el primer grado…, ya que los niños de este grado todavía están construyendo el número y resulta imposible construir simultáneamente un segundo nivel que implique unidades de un orden superior…”.

Los niños reconocen que en un número, las decenas representan el número de agrupaciones de 10 y las unidades son los que quedan sueltos, sin agrupar; pero lo

que les resulta complejo comprender es “el agrupamiento implícito en la doble relación de treinta unidades – tres decenas” (Gómez, 1987); sin embargo, no se trabaja en la propuesta (SEP, 1993) actividades relacionadas con los agrupamiento implícitos mencionados por Gómez y que son necesario para comprender el valor posicional.

La propuesta (SEP, 1993) parte de trabajar con situaciones problemáticas sin embargo algunos investigadores mencionan que trabajar con problemas que aún no saben resolver, los enfrenta a dos obstáculos: la resolución del problema y el acceso al sistema de numeración, esto demandara entonces que el trabajo didáctico tenga que considerar tanto la naturaleza del sistema decimal de numeración como el proceso de construcción de conocimiento.

VI. BIBLIOGRAFIA

- ✓ Ávila, Alicia. “La comprensión y el conocimiento” (1996). En Básica Revista de la escuela y del maestro, año III, mayo - junio, núm. 11.
- ✓ Ávila, Alicia. “Los usos reconocidos de los textos de matemáticas” (1996). En Revista Mexicana de Investigación Educativa, Vol. I, núm. 2.
- ✓ Ávila y Cortina. “Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas”. En Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. México. Vol. XXVI, No. 1. (1996)
- ✓ Block, David. “Comparar, igualar, comunicar en preescolar. Análisis de situaciones didácticas”. Conferencia presentada en el III encuentro estatal de educación preescolar, La Paz Baja California, (1994). En Básica Revista de la escuela y del maestro. año III, mayo – junio, 1996, núm. 11
- ✓ Brousseau, Guy. “Los diferentes roles del maestro” (1988). En Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones. Parra Cecilia e Sainz Irma, Compiladoras. Ed. Paidos. México.
- ✓ Carvajal, Alicia. “El libro de texto de matemáticas de primer grado en la práctica”. En Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. México. Vol. XXVI, No. 1.1996.
- ✓ Cero en conducta. “Opiniones de maestros sobre los textos gratuitos: español y matemáticas” (1995). En Cero en conducta, Sección Debate, Año 10, Nos. 40-41, México.
- ✓ Cortina, José Luis “Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones. Un estudio con niños y niñas Mexicanos de 2º, 3º y 4º grados” (1997). En Tesis de Maestría en Educación, Universidad de las Américas.
- ✓ Galindo, Luis Jesús “Técnicas de investigación en sociedad, cultura y comunicación” (1998). Ed. Addison Wesley Longman. México

- ✓ Gálvez, Grecia. “La didáctica de las matemáticas” (1985). En Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones. Parra Cecilia e Sainz Irma, Compiladoras. Ed. Paidos. México.
- ✓ Gómez, Margarita. “El sistema decimal de numeración” (1987). S.E.P. - D.E.E. México
- ✓ Kammi, Constance. “Reinventando la aritmética II” (1992). Aprendizaje Visor. España.
- ✓ Lerner Delia. y Sadovsky P. “El sistema de numeración un problema didáctico” (1994). En Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones. Parra Cecilia e Sainz Irma, Compiladoras. Ed. Paidos. México.
- ✓ Lerner, Delia. “La matemática en la escuela. Aquí y ahora” (1997). Aique Grupo Editor S.A., Buenos Aires, Argentina.
- ✓ Nunes Terezinha. y Bryant Peter. “Las matemáticas y su aplicación. La perspectiva del niño” (1997). Ed. Siglo XXI. Madrid, España.
- ✓ Peltier, Marie-Lise. “Representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre las matemáticas y su enseñanza”. En Revista Educación Matemática. Vol. 11, No. 3, (1999).
- ✓ Peterson, John y Hashisaki Joseph. “Teoría de la aritmética” (1980). Ed. Limusa. México
- ✓ Rodríguez, Gregorio. “Metodología de la investigación cualitativa”. (1999). Ed. Aljibe. España.
- ✓ Robert Aline y Robinet Jacqueline. “Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza”. Cuadernos del DDIREM: Núm. 1 IREM: Universidad de París VII: 1989. *Documento de uso interno en el Seminario de Introducción al Campo de la Educación Matemática en Desarrollo Educativo de la UPN.*
- ✓ S.E.P. Planes y Programas de Estudio de Educación Básica Primaria (1993).
- ✓ Libro para el maestro Matemáticas Primer grado, (1995).

- ✓ Libro para el maestro Matemáticas Segundo grado, (1996).
- ✓ Fichero de actividades didácticas Matemáticas Primer grado. (1994).
- ✓ Fichero de actividades didácticas Matemáticas Segundo grado, (1995).
- ✓ Thompson, Alba G. “Creencias y concepciones de los maestros: Una síntesis de la investigación”. En Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Douglas a Grows (Ed) Mac Millan Pub. Co. Ny 1992. (Traducción Dr. Alicia Ávila)
- ✓ Vergnaud, Gérard. “La numeración y las cuatro operaciones” (1994) . En El niño las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Ed. Trillas. México.