



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

“LOS PROBLEMAS EN SITUACIONES DE REPARTO COMO
ENFOQUE METODOLÓGICO, UNA PROPUESTA PARA LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA: 4° GRADO”

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

P R E S E N T A

CLAUDIA OJEDA RAMOS

ASESOR: PROFR. GASPARD EDGARDO OIKION SOLANO

INDICE

Introducción	3
CAPÍTULO I	
Concepción del conocimiento desde la perspectiva de Piaget	7
La postura epistemológica de Piaget	8
Los períodos de desarrollo planteados por Piaget.....	15
Piaget y la concepción constructivista.....	19
CAPÍTULO II	
Los problemas y el constructivismo.....	38
La actividad del sujeto está en función de su organización cognitiva.....	41
El cambio en la organización cognitiva del sujeto está en función de su actividad.....	44
Algunas implicaciones pedagógicas.....	48
CAPÍTULO III	
La identificación de algunos principios para la enseñanza de las matemáticas por Medio de problemas.....	53
Aspectos fundamentales de los procesos de aprender y de enseñar matemáticas en la escuela primaria	55
Características de un proceso didáctico con base en resolución de problemas.....	64
CAPÍTULO IV	
Estrategias para la enseñanza de las matemáticas con base a resolución de problemas	73
Programa del 4° grado	74
Indicadores del programa de educación primaria	77
Idea intuitiva de fracción común	80
Elementos de una fracción común	80
Propiedades de la unidad de reparto	81
Justificación de enseñar matemáticas por medio de problemas	83
ESTRATEGIAS	88
SESIONES	90
CONCLUSIONES	98
BIBLIOGRAFÍA	101

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas constituyen el lenguaje científico más importante para lograr la comprensión de las leyes de la naturaleza, también han aportado la base fundamental para los avances de la tecnología moderna, y no puede dejar de decirse que son una herramienta para la vida diaria. Dada su naturaleza, su herencia histórica, las matemáticas han estado presentes en el desarrollo de las ideas del hombre y se han vuelto un contenido de enseñanza estando de forma presente en los programas educativos.

De acuerdo con esta presencia constante de los contenidos matemáticos en la escuela resulta que su enseñanza ha preocupado desde la aparición de la institución escuela o tal vez desde antes. Por ello, han surgido diversas aportaciones teóricas y pedagógicas tratando de dar respuesta a los requerimientos de los docentes, o bien tratando de modernizar la concepción de las matemáticas, su metodología de enseñanza, que por diversas razones estos cambios se han ido limitando por las prácticas tradicionales.

¿Cómo enseñar matemáticas?, este cuestionamiento ha sido, ya de tiempo atrás, uno de los problemas más comunes para los profesores de los diferentes niveles, de los cuales la educación primaria no es la excepción, sin que se haya logrado superar la resistencia y en muchos casos el rechazo tanto de los alumnos como de los maestros a esta asignatura.

La orientación de la enseñanza de las matemáticas en el Plan y Programas de Estudio para la educación básica primaria, vigente desde 1993 tiene como objetivo dar mayores oportunidades a los alumnos para apropiarse de los significados de los conceptos y con ello desarrollen una actitud más creativa del desempeño en esta disciplina.¹

A partir de considerar las directrices implícitas en estos objetivos se ha desarrollado en este trabajo una propuesta dirigida en el sentido de aportar estrategias para favorecer la conceptualización del número fraccionario a partir del planteamiento y resolución de problemas de reparto.

En esta propuesta metodológica los problemas requieren ser situaciones que favorezcan llevar a cabo estrategias, también discusiones que propicien la solución buscada y, con ello, la construcción de nuevos conocimientos o bien profundizar en el proceso de aprendizaje que previamente se ha adquirido.

Como se puede ver con esta propuesta no sólo se estimula el aprendizaje de los números fraccionarios, sino se promueve el razonamiento, así como el desarrollo de las habilidades que los estudiantes necesitan para su desempeño escolar.

En congruencia con los antecedentes de este trabajo, los objetivos que se pretenden cubrir son los siguientes:

¹ SEP "Enfoque matemáticas" en Plan y Programas de Estudio 1993 Educación Básica Primaria. p. 51

1.- Establecer las estrategias que los alumnos utilizan para el planteamiento y resolución de problemas matemáticos para construir su conocimiento.

2.- Mostrar la relación que existe entre los conocimientos previos y las estrategias creadas para la construcción de aprendizajes con base en la resolución del problema.

3.- Puntualizar que con el uso de problemas como enfoque metodológico los alumnos tienen la oportunidad de aprender procesos matemáticos.

Se tiene que la metodología fue correspondiente a una investigación documental; para lo cual, inicialmente se ubicaron algunos textos básicos como el conocimiento de fracción y de reparto.

Por otra parte, para fundamentar esta propuesta se partió de la revisión de conceptos básicos de la teoría de Piaget, junto con los períodos de desarrollo que plantea este autor. Estos contenidos son los que conforman el primer capítulo.

En el segundo capítulo se tratan aspectos relacionados con la enseñanza por medio de problemas, desde el enfoque constructivista.

Para el caso del tercer capítulo, se profundiza en la enseñanza por medio de problemas, hasta el punto de establecer algunos principios a seguir bajo esta metodología educativa.

Con respecto al cuarto capítulo, se definirá el concepto de fracción, los tipos de fracciones que se manejan, para llegar a lo que es únicamente el concepto de

reparto, así como también se sugiere un programa para trabajar el concepto de número fraccionario a partir de la noción de reparto. Esta propuesta, surgió a partir de tener la experiencia de laboral como profesora de cuarto año de primaria. Esta práctica enfrentó la situación de buscar rutas para la enseñanza de este concepto de ahí, la tarea de identificar información bibliográfica que permita establecer algunas vías de respuesta, mismas que se estructuraron y ordenaron a manera de propuesta, la cual se presenta en este trabajo, que a continuación, se pone a consideración del lector.

CAPÍTULO I

CONCEPCIÓN DEL CONOCIMIENTO A TRAVÉS DE LA PERSPECTIVA DE PIAGET

En este capítulo se revisan algunos de los conceptos teóricos planteados por Piaget, los cuales serán recuperados en el siguiente apartado al abordar el constructivismo. Inicialmente se analiza la postura epistemológica del autor en consulta con relación a su concepción de conocimiento como proceso. Posteriormente se establecen los períodos de desarrollo planteados por el mismo, para finalmente referirnos a la idea constructivista del aprendizaje que se desprenden de sus planteamientos. Se detallan en esta última, principios que pueden ser aplicados a la educación matemática en el aula escolar.

Para la revisión de los puntos que se han indicado como elementos del capítulo, se han organizado en tres incisos, que son:

- a) La postura epistemológica de Piaget*
- b) Los períodos de desarrollo de Piaget*
- c) Piaget y la concepción constructivista*

Mismas que serán revisadas a continuación:

a) La postura epistemológica de Piaget

Piaget fue ante todo un epistemólogo, planteó un concepto diferente al de otros estudiosos en esta área, ya que “La epistemología piagetiana se presenta explícitamente como un término medio, como la expresión de una filosofía que no concede un papel determinante ni al sujeto ni al objeto, sino a sus interacciones”.²

De acuerdo con esto, el conocimiento para Piaget se da por medio de la relación dialéctica entre sujeto y objeto. Para nuestro autor el conocimiento se da al interactuar con la realidad; por medio de lo cual se construye una estructura o esquemas de razonamiento, los cuales van a permitir al sujeto regresar a la realidad y conocerla.

A partir de esta concepción epistemológica, se puede ubicar que para Piaget, el conocimiento es un proceso y no un estado, lo que va a marcar su postura innovadora.

Ya se sabe el papel que tienen las estructuras o esquemas de razonamiento en la construcción del conocimiento, pero ahora, es conveniente agregar que dichos esquemas “asignan significados a las acciones, y dependen de la forma actual pero se van transformando y acomodando en la medida que hay cambios hasta

² Perraudau, Michael. *Piaget hoy. Respuestas a una controversia.* p. 51

lograr el avance cognitivo”.³ De acuerdo con esto se puede establecer que Piaget se interesa por saber cómo el individuo pasa de un estado de menor conocimiento a otro más avanzado.

Piaget explica el proceso de aprendizaje en términos de adquisición de conocimiento. Para ello, establece una marcada diferencia entre la maduración y el aprendizaje, es decir, entre el desarrollo de las estructuras hereditarias y el proceso de aprendizaje por experiencia directa.

Para Piaget “Todo aquel proceso de adquisición de conocimientos en función de la experiencia y sin la participación de factores innatos o hereditarios sólo puede ser explicado en términos de aprendizaje”⁴. Es decir, que el aprendizaje como una adquisición de conocimiento en función de la experiencia, se caracteriza por ser un proceso mediato que se desarrolla en un tiempo o período determinado.

Con estas particularidades se puede entonces hacer una diferenciación entre el aprendizaje y una simple comprensión o percepción de la realidad.”⁵

Desde esta perspectiva, educar es adaptar al individuo al ambiente de acuerdo con “aquellas realidades colectivas a las que la conciencia común atribuye un cierto valor”.⁶ Así entonces, la educación entendida como un proceso de conducción de la experiencia del individuo, no es en sí un proceso básico de carácter explicativo, sino un propósito que se logra de forma paulatina durante el

³ Kamil Constance y Reta DeVries. *La teoría de Piaget y la educación preescolar*, p. 26

⁴ Piaget, Jean. *Sicología del niño*, p. 31

⁵ *ídem*

⁶ Kamil Constance y Reta DeVries. *op. cit.*, Pp. 12-13

desarrollo del individuo a través de sus propias experiencias. Aunque el medio puede jugar un papel decisivo en el desarrollo del educando, no será relevante su forma de incidir sino se considera la forma de estructura del pensamiento, la estructura y condiciones de desarrollo del niño y los procesos básicos de la vida social.⁷

En la teoría de Piaget estas cuestiones suponen la idea de que el pensamiento es básicamente diferente según diversos períodos de desarrollo del individuo, y que en realidad esos períodos existen de acuerdo con la naturaleza de las experiencias vividas.

En el primer caso se habla de un problema de estructuras cognoscitivas y el segundo aspecto se refiere a los problemas de desarrollo propiciados por el medio ambiente. Para Piaget ambos aspectos estructura y desarrollo son inseparables y para efectuar el análisis de este problema se requieren los conceptos de experiencia, aprendizaje y equilibración⁸.

Para Piaget la adquisición de conocimiento sólo será posible cuando se realizan las acciones con la experiencia. La experiencia se constituye a partir de categorías temporales y acciones sucesivas y repetidas de la persona. La experiencia es de tipo físico cuando se actúa sobre los objetos y se abstraen propiedades de los mismos, es decir, cuando se habla de propiedades tales como peso, tamaño, medida, etc. Por otra parte la experiencia es de tipo lógico-matemático cuando se

⁷ *Perradau, Michael. op. cit. Pp. 32-33*

⁸ *Kamil Constance y Reta De Vries. op. cit. Pp. 26-28*

actúa sobre los objetos sin abstraer propiedades de ellos, sino al realizar acciones sobre ellos, como por ejemplo alinear, ordenar, contar, partir objetos, etc.⁹.

El eje central del pensamiento de Piaget es la explicación del desarrollo desde la perspectiva psicogenética y la estructuración de conceptos desde la niñez hasta la adolescencia, estableciendo que se trata de un proceso que subyace al entendimiento, explicación y racionalización de la experiencia.¹⁰ De esta manera, Piaget estudia las condiciones de producción del conocimiento lógico-matemático, que constituyen para él la formación preparatoria del pensamiento científico.

En cuanto al proceso de adquisición del conocimiento, Piaget establece que éste se da mediante acciones perceptivas las cuales son resultado del contacto directo con la realidad y por sucesión y repetición de acciones. Piaget puntualiza que el desarrollo cognoscitivo se inclina cada vez más hacia el segundo tipo de procesos de experiencias conforme la persona crece y se desarrolla a través de etapas claramente identificadas. Así, Piaget considera que se puede hablar de un proceso cada vez más diferenciado de desarrollo de acuerdo con contenidos específicos asimilados. En el sistema de Piaget el aprendizaje es considerado como "... una reacción circular que procede por asimilación reproductiva, reconocitiva y generalizadora"¹¹. La asimilación reproductiva tiene siempre un carácter cognoscitivo y permite al individuo producir generalizaciones, independientemente de que éstas sean o no válidas. Así entonces, desde la perspectiva de Piaget, la

⁹ *íbidem* Pp.29-31

¹⁰ Richmond P. G. "Algunos conceptos teóricos fundamentales de Jean Piaget". En: P.G. Richmond *Introducción a Piaget*. Pp. 94-97

asimilación es un proceso de incorporación de elementos de la realidad a esquemas de acción brevemente interiorizados por el individuo. La dinámica entre la aprehensión de la realidad en esquemas interiorizados¹² y la construcción de nuevos esquemas, a través de las acciones del sujeto constituye el proceso de acomodación que genera nuevos aprendizajes.

Los procesos que no cambian y que se refieren a la asimilación y a la acomodación exigen, a su vez, un proceso de equilibrio, lo que permite la existencia de una coherencia entre los esquemas. La asimilación de un esquema implica la acomodación de uno nuevo con respecto a los otros previamente establecidos. La diferenciación de esquemas implica una serie de reacciones perturbadoras y que, gracias a un proceso equilibrador y a la organización que los esquemas previos puedan tener, estos variarán con el fin de facilitar la acomodación de los nuevos, que son esquemas de conocimiento y son la vía para enfrentar situaciones problemáticas en cualquier rama del conocimiento a manera de una respuesta compensatoria.¹³

Como se puede observar, la asimilación es el mecanismo que subyace al proceso de aprendizaje, el cual sólo ocurre a través de la experiencia de modo que, únicamente cuando el individuo actúa, es decir, “cuando hace algo” en concreto es

¹¹ Piaget, citado por A.M.Bator, 71-88, en Kamii Constance y Reta De Vries. *La teoría de Piaget y la educación escolar*

¹² Richmond P.G. *op. cit.* Pp. 98-99

¹³ *idem*

posible el aprendizaje. Esta concepción de aprendizaje a partir de las experiencias física y lógica-matemática es lo que Piaget nombra aprendizaje en el sentido estricto “¹⁴.

Las ideas que las personas desarrollan se hayan definidas por su propia madurez física, por sus propias acciones y por sus experiencias con el medio ambiente y con otras personas. El instrumento básico que se emplea para dar un sentido a todas esas experiencias es el proceso de equilibración. Desde la perspectiva de Piaget “la equilibración es el proceso por medio del cual el individuo se encuentra en condición de poner en juego esquemas de conocimiento en cada nivel de desarrollo o bien se encuentra en condiciones de ajustar sus esquemas previos de acción a situaciones nuevas con reacciones que no han sido aprendidas previamente en cualquiera de las etapas de desarrollo”.¹⁵

Piaget definió una secuencia de períodos por los que, en su opinión, todos los seres humanos atravesamos en nuestro desarrollo cognitivo. En Cada uno de esos períodos nuestras operaciones mentales adquieren una estructura diferente que determina la forma como vemos el mundo. Precisamente, como fruto de sus observaciones detalladas sobre el desarrollo del niño, Piaget había observado que:

- “En todos los seres se dan cambios universales a lo largo del desarrollo cognitivo, unos momentos claramente distintos en el desarrollo, y que

¹⁴ Kamil Constante. *op. cit.* p. 27

¹⁵ *Íbidem*, p. 28

- Esos cambios están estrechamente relacionados con la forma en que el ser humano entiende el mundo que le rodea en cada uno de esos momentos”.¹⁶

El aprendizaje desde esta perspectiva no es una manifestación cuyas formas ya están dadas, sino como se ha mencionado, se trata de una unidad indivisible, formada por los procesos de asimilación y existente entre ellas es lo que permite en última instancia, la adaptación del individuo al medio cognoscente que lo rodea. Esta unidad se presenta a su vez como una secuencia de estructuras íntegras y no como meros elementos y procesos superiores aislados.¹⁷

Así entonces, desde la perspectiva epistemológica de Piaget... “la construcción del conocimiento sólo se da por la interacción del individuo entre la experiencia sensorial y el razonamiento, aspectos que son indisociables entre sí”¹⁸ y que se manifiestan en las distintas etapas del desarrollo.

En el siguiente apartado se hace un resumen de los períodos de desarrollo cognoscitivo¹⁹ definidos por Piaget y se establece la aparición de aquellas estructuras lógico matemáticas como el conocimiento de números, la seriación, la conservación de la cantidad y la reversibilidad, entre otros conceptos que se

¹⁶ Leland C. Swenson “Jean Piaget una teoría maduracional-cognitiva” en: *Teoría del aprendizaje*. Pp.385-397

¹⁷ Richmond. *op cit.* Pp.98-99

¹⁸ Kamil Constance. *op cit.* p. 13

¹⁹ Piaget utiliza el término “período” para describir un lapso de tiempo de cierta extensión dentro del desarrollo, y el término “estadio” para lapsos memorables dentro de un período. Leland. p.389.

encuentran estrechamente ligados a la construcción del concepto de fracción y a la noción de reparto que nos ocupa en este trabajo recepcional.

En su análisis de la formación de la estructura, Piaget distingue tres influencias principales. Son: "... La maduración del sistema nervioso, la experiencia adquirida en interacción con el medio físico, y la influencia del medio social", aspectos que se encuentran estrechamente relacionados con la génesis del pensamiento lógico.²⁰

b) Los períodos de desarrollo planteados por Piaget

La teoría de Jean Piaget sobre el desarrollo y el aprendizaje de las operaciones intelectuales, de acuerdo a lo establecido anteriormente, da cuenta del funcionamiento de los procesos psicológicos, que se van desarrollando según la evolución del individuo y que se manifiesta en cada uno de los períodos de desarrollo.

Su tesis principal parte de considerar que la interacción del individuo y el medio ambiente a lo largo de su desarrollo, va a incidir en la construcción de estructuras, para las cuales se van a conjuntar aspectos biológicos y cognitivos.²¹

²⁰ Leland. *op. cit.* p.394.

²¹ Richmond. *op.cit.* Pp. 97-98

Es conveniente agregar que el cambio y evolución de estas estructuras de razonamiento van a tener un comportamiento que Piaget abordó a partir de los períodos de desarrollo que propone.²²

Por otra parte, la evolución y desarrollo de las estructuras intelectuales que han sido abordados por medio de los períodos, reflejan una visión de organización de las formas del pensamiento del ser humano que conducen hacia un equilibrio dinámico que se consigue al construirse nuevos esquemas o estructuras de razonamiento que permiten el conocimiento.

La noción de fracción y el proceso de reparto son conceptos que se van estableciendo a través de los diferentes períodos de desarrollo. Así, por ejemplo, es más fácil que el niño exprese y entienda con un dibujo como realiza el reparto de un entero entre tantos niños a que utilice las operaciones convencionales para expresar las mismas fracciones.

De igual forma el niño puede estructurar su conocimiento al observar las propiedades de los objetos y al manipular sobre ellos. Es decir, que el niño puede obtener esta información actuando sobre los objetos y dándose cuenta cómo estos reaccionan a sus acciones.²³

²² *Íbidem p. 98*

²³ *Kamil. op. cit. p. 27*

Para el caso del concepto de fracción, que es el objeto de nuestra propuesta, también está ligado a éste proceso de desarrollo de las estructuras de razonamiento, de manera que el niño de acuerdo con estas estructuras tendrá diferentes acercamientos a dicho concepto, considerando esto, a continuación se presentan los períodos de desarrollo propuestos por Piaget como una vía para comprender como el alumno construye este concepto.

Piaget investigó lo que cambia y no cambia en cada período, además la importancia del concepto radica en el estudio que se hace del desarrollo cognoscitivo y del psiquismo del niño, interesándose en el ser humano como único ser capaz de desarrollar la función simbólica.

El autor considera que, para que exista una nueva etapa y esta pueda ser considerada como un período diferente ²⁴ es necesario que exista un proceso de continuidad funcional, es decir que exista una sola concepción de una misma función a lo largo de todo el proceso. Es importante también que el orden de sucesión en que se adquieren estos conceptos sea constante. Por tanto, un elemento específico de la conducta del niño no aparecerá antes que otro, siendo esto diferente en cada sujeto. Debe haber también un carácter integrativo donde las estructuras adquiridas en una etapa se conviertan en una parte importante e integrante de las estructuras de la edad siguiente²⁵.

²⁴ Piaget Jean y Bärbel Inhelder. *Psicología del niño. Introducción.* p. 7

²⁵ Leland. *op. cit.* p.391

Cada período debe ser caracterizado por estructuras de conjunto, en que se den agrupamientos característicos de clasificación lógica como la seriación. Requiere de niveles de preparación por un lado y de complementación por el otro, aquí habrá la preparación para un nuevo período, por ejemplo, en el equilibrio que se da antes del complemento de las operaciones formales.

Por último, se debe distinguir en todos los períodos que se describen a continuación, y en sus sucesiones, un proceso de formación o de génesis que incluirá formas de equilibrio finales que estarán representadas por las estructuras de conjunto y su diferenciación en las estructuras sucesivas.

Las edades son aproximadas, y pueden darse diferencias considerables entre las edades de cada período y entre diferentes niños. Sin embargo, Piaget considera que la secuencia es absolutamente invariable. Es decir, que ninguna etapa se puede saltar y el niño va pasando por cada uno de ellos en el mismo orden, ya que cada período engloba estructuralmente al anterior, es por ello que no se pueden dar alteraciones en la secuencia.²⁶

Los etapas se clasifican de acuerdo con los tipos más elevados de esquemas disponibles para el niño y algunas de las estructuras cognitivas anteriores pueden persistir aunque el niño debería encontrarse en una etapa superior.²⁷

²⁶ Piaget, *Psicología del niño*. p. 42

²⁷ *Ibidem*. p. 47

Se mencionan a continuación los períodos de desarrollo cognitivo definidos por Piaget, en relación a los cuales el autor señala que los distintos niños avanzarán hasta una etapa determinada a edades muy poco diferentes entre sí.

Los períodos de desarrollo que propone Piaget, son:

- *Sensorio motriz o de la inteligencia práctica. De cero a 18-24 meses*
- *Pre-operatorio 18-24 meses hasta 6-7 años*
- *Operatorio o de operaciones concretas 6-7- años a 11-12 años*
- *Operaciones formales, lógicas, proposicionales. 11-12 años en adelante.*

Enseguida se hace una breve revisión de cada uno de estos períodos:

1) Período sensorio-motriz o de inteligencia práctica: de cero a 18-24 meses.

En este período el desarrollo del niño abarca desde el nacimiento hasta los dos años de edad aproximadamente, y la aparición del lenguaje. Se caracteriza porque el bebé se relaciona con el entorno a través de sus percepciones físicas así como de su acción motora directa.

El bebé entiende el mundo a través de la acción que ejerce sobre él. Sus acciones motoras reflejan los esquemas sensorio-motores, que en este periodo van a orientar su actividad intelectual y que pueden ser entendidas como patrones generalizados de acciones que le permiten entender al niño el mundo como reflejo de succión. Estos reflejos se modifican y se ejecutan en todas las ocasiones de acuerdo con los estímulos de su entorno y los cambios que van a presentar son el

indicador de las diferentes etapas por las que transita el niño en este período sensoriomotriz.²⁸

A lo largo de este periodo se van a presentar diferentes avances en el desarrollo del niño; como los primeros hábitos, como el meterse el dedo a la boca y las reacciones circulares primarias relativas al cuerpo; que “por hallarse centradas la atención del niño en su propio cuerpo y no en objetos externos, estas reacciones se llaman primarias. Porque se repiten sin cesar, se les llama circulares” y se van a dar en la primera etapa de este período sensoriomotriz.

* Para la segunda etapa, cuando el niño tiene aproximadamente de 4 a 8 meses se presentan las reacciones circulares secundarias, como cuando el niño agita la sonaja para oír el ruido “estas son repetitivas, se refuerzan así mismas y son intencionadas. Si el objeto es eliminado súbitamente el niño lo busca y presenta ‘permanencia del objeto’.”²⁹

* Durante la tercera etapa, es cuando el niño tiene entre ocho y doce meses ya “... es capaz de encontrar objetos escondidos y establecer una relación entre fines y medios.”³⁰

Las reacciones circulares terciarias van de los doce a los dieciocho meses. En esta etapa “aparece la auténtica imitación (modelación) como mecanismo de aprendizaje para la acomodación, aunque el niño sigue dependiendo de la experiencia directa como base de la asimilación”³¹. En esta etapa el niño inicia el

²⁸ Leland C. Swenson. *Jean Piaget. Una teoría maduración-cognitiva*. Pp. 385-397

³⁰ *Ibidem* . p. 391

³¹ *Íbidem*. p. 392

proceso de descentralización o de disminución del pensamiento egocéntrico. En el caso del niño más pequeño sus formas de pensamiento se ven fuertemente determinadas por su propio punto de vista que les impone un sesgo.

Hay coordinación óculomotriz y visomanual, es decir, de la coordinación de la visión y de la presión. Comienzan las reacciones circulares relativas a los cuerpos que maneja. Por tanto, reconoce cuerpos manipulados. Se presenta la coordinación de los espacios cualitativos. Inicia la diferenciación entre fines y medios, pero todavía no se da en el caso de una nueva conducta. Presenta la coordinación de esquemas secundarios con utilización de medios conocidos, con el propósito de alcanzar un nuevo objetivo.

* Hacia los dieciocho meses aparece la función simbólica y con dicha función se va iniciar el lenguaje. “Éste se conoce con el nombre de simbolización y abarca aproximadamente del año y medio a los dos años. En el momento de la aparición del pensamiento de cogniciones con un significado”.³²

* En la parte final de este ciclo el niño presenta avances importantes con respecto a la simbolización, que van a ser un antecedente con respecto a las capacidades que desarrollará plenamente en la siguiente fase.

El niño en esta etapa empieza a entender algo fundamental que desarrollará plenamente en el siguiente período: el uso de símbolos mentales. Es muy importante, ya que empieza a desarrollarse en el niño la capacidad de utilizar

palabras u otros símbolos para referirse a objetos que están ausentes y que son por tanto “entidades mentales”³³. Ya se puede hablar en esta etapa de “un pensamiento simbólico” porque el niño empieza a pensar sobre sus imágenes mentales, más que ejercer sus esquemas motores directamente sobre el entorno como lo hacía antes. Se puede decir que el niño ensaya en su mente los movimientos o acciones antes de hacerlos en realidad, aspecto que tiene una influencia importante como base de la cognición, ya que es aquí donde el niño tiene el primer tipo de aprendizaje que es el de la discriminación. Por ejemplo, es capaz de discriminar entre un objeto que produce leche y otro que se lleva a la boca.³⁴

La presencia de la simbolización constituye el límite entre inteligencia práctica y la inteligencia preoperatoria.

En este espacio se va a dar un proceso de desarrollo que va de la imitación simultánea a la imitación diferida y de ahí, hacia a la simbolización, que va a ser la meta fundamental de esta etapa.

Se puede agregar que el niño inicia el proceso de descentralización o disminución de su egocentrismo, que se va a concretar en la etapa siguiente que a continuación se revisará.

³² *Íbidem. Pp.59-84*

³³ *Piaget Jean, Psicología del niño, p.61*

2) Período preoperatorio, 18-24 meses hasta 6-7 años.

Durante este período, el niño ya no está limitado a un tipo de aprendizaje manifiesto por ensayo y error sino que empieza a demostrar un aprendizaje cognitivo cada vez mayor. Se da la conquista del número y el conocimiento de reversibilidad hacia la parte final.³⁵

- Aplica la función simbólica y de interiorización de los esquemas.
- Organizaciones representativas fundadas sobre configuraciones de asimilación propia.
- Fase intermedia de la conservación. Todavía no diferencia entre la no conservación y la conservación.
- Hay unión entre los estados y las transformaciones con formas semirreversibles.
- Pensamiento preconceptual, preintuitivo. Caracterizado por el animismo, que consiste en dar vida a todos los objetos. Se piensa que todo se resuelve por lo que es el ser humano según sus experiencias. No diferencia entre realidad y fantasía. Etapa muy creativa.
- Etapa preescolar. No puede ver dos elementos de la misma situación. Inicia la capacidad de hacer agrupamientos, clasificaciones y seriaciones que van de sencillas a más complejas y que le darán la posibilidad de desarrollar en la escuela los conceptos de número. Esta capacidad de

³⁴ *ibidem. p. 84*

³⁵ *ibidem. Pp. 96- 102*

hacer agrupamientos influye notablemente en su interés por coleccionar cosas.

Tal como puede apreciarse, el pensamiento preoperacional infantil no es reversible. Sin embargo, el niño adquiere poco a poco habilidades que le darán acceso a ese nuevo instrumento del pensamiento. Así empieza a presentar habilidades de clasificación y la capacidad de agrupar hechos en conceptos o esquemas.

“La construcción del concepto de número se efectúa en el niño en estrecha relación con las seriaciones y con la capacidad de agrupar y hacer colecciones; por lo que se puede decir que este concepto se constituye como una síntesis de la seriación y de la inclusión”.³⁶

La aparición del concepto de número es un paso previo importante que junto con la conservación, la reversibilidad darán la pauta al nacimiento de la noción de fracción y al proceso de reparto en fases de desarrollo posteriores.

3) Período operatorio o de operaciones concretas. 6-7 años a 11-12 años.

En el espacio de los siete a los once años aproximadamente el niño adquiere las operaciones mentales o sistemas de acciones mentales internas que subyacen al pensamiento. Los esquemas de representación de la fase anterior dan paso a un sistema coordinado de acciones mentales que Piaget llama operaciones.

³⁶ *ibidem. p. 107*

“Durante este período el pensamiento del niño se descentra y se vuelve totalmente reversible. Esta capacidad está sujeta a una limitación importante: el niño necesita presenciar o ejecutar la operación en orden para invertirla mentalmente”.³⁷

Otro aspecto importante que se presenta en las aptitudes lógicas del niño es la *conservación*. Existen varios tipos y se empieza por ‘la conservación de la cantidad y termina por la del volumen’.

En este lapso, la forma de conocer el mundo del niño se vuelve más parecida a la del adulto. Es decir, ya entiende de forma parecida por el adulto; el número, las clases y seriaciones. Sin embargo, estas operaciones de relacionar cosas y de clasificar objetos, que sólo conciernen a las cosas concretas y reales no a las posibilidades o entidades abstractas, por eso Piaget llama a este período de operaciones concretas.³⁸

Durante este lapso...”el pensamiento del niño se descentra y empieza el proceso de reversibilidad. Esta capacidad esta sujeta a una limitación importante: el niño necesita presenciar o ejecutar la operación en orden para invertirla mentalmente”.³⁹

En esta etapa el niño inicia los actos de reunir, de ordenar las acciones reversibles e interiorizables, las cuales no se dan aisladas, sino coordinadas en sistemas. Todas ellas se resumen en agrupamientos, tales como: las seriaciones, las

³⁷ *ibidem. p. 129*

³⁸ *ibidem. p. 197*

clasificaciones, las correspondencias de término a término, las correspondencias simples o seriales y las operaciones multiplicativas.

El niño descubrirá la conservación de las sustancias, del peso y del volumen. Habrá comprensión por extensión al lograr hacer clasificaciones y seriaciones, lo que le ligará estrechamente a la construcción de los números y a entender las medidas espaciales, el tiempo y la velocidad.

Es capaz de dar solución a pruebas de conservación con características muy importantes de reversibilidad, compensación, identidad e inclusión.

Pueden hacer seriaciones e inicia actos de reunir, de ordenar, acciones reversibles e interiorizables.

Al realizar pruebas de conservación, observamos tres características de identidad simple o aditiva:

* Reversibilidad: el niño tiene presente que hay una situación anterior. Es capaz de ir y venir de una etapa a otra. De volver las cosas a como estaban antes.

* Compensación: el niño tiene la capacidad de ver dos elementos de la misma situación a la vez, de ver las transformaciones de alto-ancho, largo-corto.

* Inclusión: En este proceso el niño es capaz de incluir en un solo concepto otros diferentes elementos y sus respectivas modificaciones y variantes implicadas.⁴⁰

³⁹ *Llelande C. Swenson. op. cit. p. 391*

⁴⁰ *Piaget Jean, Psicología del niño. p. 101*

De estos tres procesos, la reversibilidad del pensamiento operatorio es el más importante, ya que nos indica que el niño tiene presente que hay una situación anterior, que se puede ir de regreso y es lo mismo, que se puede ir y venir de una etapa previa o anterior a una nueva.

El equilibrio se define por la reversibilidad que es el carácter más manifiesto del acto de inteligencia que es capaz de ir, venir y asimilar, comprender lo que sucede y acomodarlo a un nuevo proceso de aprendizaje. De esta manera el niño es capaz de construir un conocimiento permanente y significativo.

En el curso de este ciclo se desarrolla la base lógica de la matemática bajo la forma de una serie de esquemas lógicos discretos⁴¹.

El establecimiento de conceptos de conservación, reversibilidad y el de número constituyen antecedentes en la construcción de la noción de reparto, por consiguiente de la noción de fracción. Para esta etapa de las operaciones concretas se establece un cambio cualitativo en las aptitudes lógicas del niño que le da la posibilidad de comprender que modificar la apariencia de algo no cambia sus restantes propiedades (conservación),⁴² de acuerdo con esto se puede trabajar con los niños que están en este período, en las actividades como la de repartir porciones de galletas, a partir de esta experiencia llevarlos a la comprensión de que los pedazos o fracciones resultantes de los repartos seguirán teniendo las mismas propiedades que la galleta entera.

⁴¹ Leland, *op. cit.* p.391

⁴² Piaget Jean. *op. cit.* p. 101

Una actividad como la de las galletas vista con perspectiva tiene como antecedente la construcción de nociones como la de número, ya que:

“La conservación acertada de la cantidad es un requisito que debe cumplirse previamente para que el niño llegue a un verdadero concepto de número, el cual por otra parte con el registro de cumplimiento, es necesario para que aprenda “aritmética” entendiéndole”.⁴³

Además siguiendo en esta línea se tiene que, el concepto de reversibilidad = conservación, es el proceso que permite al niño entender que puede repartir un entero, fraccionarlo y volverlo a unir, sin que pierda sus propiedades.

De acuerdo con esto el niño teniendo como antecedentes la construcción de nociones como reversibilidad y conservación de la cantidad se encuentra en condiciones de entender que, puede partir algún objeto, compartirlo, repartirlo y volver a unirlos logrando así retornar a la situación inicial.

Por ejemplo, los niños al repartir sus galletas podían partirlas, darle a cada quien un pedazo que le tocó y volver a unir las para tener nuevamente el entero repartido.

La capacidad del niño para comprender cada uno de estos actos le permite entender e identificar la razón por la cual las galletas después de la transformación al repartirlas siguen siendo parte del entero repartido (reversibilidad). Se trata, por ejemplo, de saber que algunas operaciones pueden invertirse y que algunos

⁴³ *ibidem. p. 103*

objetos (como pedazos de masa) se les puede devolver la apariencia que tenían antes de la manipulación. Otros conocimientos que los niños pueden aprender a partir de las estructuras que conquista en el periodo de operaciones concretas, consisten por ejemplo, en los efectos de orden, las reglas de repartición de acuerdo con el número de personas entre las que se realiza el reparto, así como los conceptos de equitatividad y exhaustividad.

Se puede mencionar también que una vez que el niño ha establecido el concepto de número, el aprendizaje del algoritmo de la suma y la resta se integra a los esquemas matemáticos, posteriormente sobreviene el aprendizaje con la comprensión, ya que, establece también los procesos de la conservación de la cantidad y de reversibilidad.

Otro cambio cualitativo que se establece en las aptitudes lógicas del niño consiste en la comprensión de que el proceso de reparto conlleva en sí mismo un proceso de divisibilidad. Este concepto permite al niño la construcción del algoritmo de la división y de su inversa la multiplicación.

4) Período de operaciones formales, lógicas, proposicionales. 11-12 años en adelante.

La etapa final del desarrollo lógico corresponde al período de operaciones formales o capacidad para utilizar operaciones abstractas internalizadas, basadas en principios generales o ecuaciones, para predecir los efectos que pueden suceder al realizar operaciones con diferentes objetos. Generalmente esta actitud aparece en los niños que tiene entre once y quince años. En esta fase aparecen las operaciones combinatorias, “las proposiciones, la capacidad de razonar y de

representarse según dos sistemas de referencia a la vez. Aparecen estructuras de equilibrio mecánico y el grupo de las cuatro transformaciones que darán resolución a los problemas lógico-matemáticos. Aparecen la lógica proposicional y la capacidad de razonar sobre hipótesis, sobre enunciados no representados concretamente”.⁴⁴

La diferencia principal es la aparición de las operaciones combinatorias que le darán al niño la capacidad de hacer proposiciones, de razonar y representarse según dos sistemas de referencia a la vez, las estructuras de equilibrio mecánico y la aparición de la lógica proposicional que le da capacidad de razonar sobre hipótesis de cosas u objetos que ya no requieren de una representación concreta.

A través de estas etapas del desarrollo podemos analizar los diferentes momentos de la construcción de los conocimientos que aparecen a lo largo de la estructuración de los procesos mentales del niño. Para esto analizaremos las funciones que Piaget considera son invariables, las cuales aparecen a lo largo de todo el desarrollo cognoscitivo del niño.

La función asimilación-acomodación es innata, inherente a todos los seres humanos, se da en todo el proceso de construcción de la inteligencia. A través de ella puede formarse en el niño estructuras que se pueden seguir paso a paso desde los inicios y asistimos posteriormente a su complementación, a la

⁴⁴ *ibidem*. Pp. 131-150

constitución de determinados niveles de equilibrio y a su integración a niveles posteriores.

El orden invariable de lo que se ha logrado en un periodo determinado; de esta manera el niño construye un conocimiento, **lo asimila** a través de la estructuración de los procesos mentales **lo acomoda** para utilizarlo en la formación de nuevas estructuras de conocimiento. Estas dos funciones innatas y distintivas del ser humano permitirán que el niño adquiera las habilidades que son necesarias para la construcción de un aprendizaje permanente. La adquisición del conocimiento a través de estas funciones posibilita la adquisición de conocimientos asociados con la adquisición de habilidades intelectuales y de reflexión. No se puede decir que exista una sólida adquisición o construcción de un conocimiento sin la reflexión sobre su sentido. De la misma manera tampoco podemos decir que sea posible el desarrollo de habilidades intelectuales si éstas no se ejercen en relación con conocimientos fundamentales y significativos.

c) Piaget y la concepción constructivista.

El constructivismo para Piaget no es independiente de los aspectos epistemológicos y de los estadios de desarrollo señalados anteriormente. Desde su perspectiva el constructivismo se refiere al proceso por el cual un individuo desarrolla su propia inteligencia y su conocimiento adaptativo. Para Piaget la adquisición de conocimiento y experiencia sólo será posible en el nivel de la estructuración de las acciones. La experiencia se constituye a partir de categorías temporales, acciones sucesivas y repetidas de la persona.

Como se indica en el inciso a, la experiencia puede ser de tipo físico y de tipo lógico-matemático.

En el sistema piagetano el aprendizaje “no es más que una reacción circular que procede por asimilación reproductiva, reconocitiva y generalizadora.”⁴⁵ Es decir, que es la inteligencia adaptativa del individuo o sus conocimientos previos los que le permiten adaptarse a una amplia serie de situaciones. En el sistema arriba mencionado la asimilación reproductiva tiene siempre un carácter cognoscitivo el cual permite al individuo producir generalizaciones. Es un proceso de la incorporación de elementos de la realidad a esquemas de acción previamente interiorizados por el individuo.

Desde la perspectiva de Piaget el interés del aprendizaje no se enfoca a la forma en como el niño adquiere el conocimiento en forma específica, sino que le interesa sobre todo el desarrollo del conocimiento en sentido amplio. El niño entiende y aprende cosas nuevas a través de este amplio esquema de conocimiento, su inteligencia. Conocimiento en el sentido amplio e inteligencia, pareciera por consiguiente la misma cosa para Piaget.

La teoría de Piaget nos proporciona elementos de análisis para el estudio del cambio conceptual, estructura y esquemas de conocimiento al igual que la relación que tienen con los procesos de asimilación, acomodación, abstracción, equilibración y toma de conciencia. Piaget se interesa por saber cómo el individuo pasa de un estado de conocimiento a otro más avanzado y considera que el

⁴⁵ *Kamil Constance. op. cit p. 23*

conocimiento no proviene de afuera hacia adentro. La epistemología de Piaget hace énfasis en que el conocimiento se construye por acción entre el sujeto y el objeto. Las acciones sucesivas del sujeto al interactuar con el medio son lo que le permite aumentar sus conocimientos estructurándolo entre lo orgánico y lo cognitivo.

La respuesta generalizada a una situación particular o *esquema* es la unidad básica de análisis de Piaget. Como se indicó para aprender un nuevo conocimiento se debe tener la estructura adecuada la cual se origina desde los primeros años de vida y se va desarrollando con la acción ejercida por el intercambio externo. Así los esquemas son estructuras que "... asignan significados a las acciones, y dependen de la forma actual pero se van transformando y acomodando en la medida que hay cambios hasta lograr el avance cognitivo".⁴⁶

Inicialmente los esquemas están organizados por estructuras sensorio-motrices integradas por percepción y actos reflejos, como se describió en el período sensoriomotriz. Al finalizar este período, aparece la posibilidad de representar, conformándose el pensamiento preoperatorio sobre imágenes y posteriormente sobre signos y operaciones verbales gracias a la aparición del lenguaje. Posteriormente se origina el pensamiento operatorio o conceptual que se va transformando de un período a otro, hasta lograr el pensamiento reflexivo. Todas

⁴⁶ *ibidem.* p. 26

estas formas de conocimiento van evolucionando por "... procesos de *equilibración* entre la *asimilación* (incorporación de elementos o situaciones externas a una estructura interna) y la *acomodación* (modificación de la estructura interna para responder a situaciones particulares), que son elementos complementarios e inseparables"⁴⁷.

Finalmente, la conceptualización consiste en la *toma de conciencia* por parte del individuo en la que debe realizar continuas construcciones de lo consciente a lo inconsciente. Así entonces, la equilibración es el proceso mediante el cual el individuo está en condiciones de poner en juego esquemas de conocimiento en el nivel operatorio o bien de ajustar los esquemas de acción a situaciones nuevas con reacciones no aprendidas previamente en cualquiera de las etapas de desarrollo.

Desde la perspectiva de Piaget, el desarrollo del niño puede ser también explicado en términos de procesos de abstracción. Y se refiere al proceso por el cual el niño estructura su conocimiento y no a su habilidad para utilizar imágenes y palabras.⁴⁸

Piaget distingue dos clases de abstracción, a saber, *abstracción simple*, la que se realiza de las propiedades observables de los objetos o de la realidad externa, y, *abstracción reflexiva*, la que se realiza de lo no observable y a partir de la cual el niño crea e introduce relaciones entre objetos. La abstracción simple se relaciona con el conocimiento físico y la reflexiva con el conocimiento lógico-matemático descritos en el inciso a.

⁴⁷ *ibidem.* p. 27

⁴⁸ *ibidem.* p. 28

Como conclusión señalamos los cuatro factores que Piaget describió para explicar el desarrollo de la inteligencia de los que se han hablado previamente:

- 1) La maduración, entendida como maduración biológica que tiene punto de referencia importante cuando el niño empieza a caminar.
- 2) Las experiencias con objetos, que pueden ser de naturaleza física y lógica-matemática.
- 3) La transmisión social, representada por el intercambio con el docente y entre pares, especialmente a través del lenguaje.
- 4) La equilibración, entendida como el proceso que se establece entre las acciones de asimilación y acomodación.

Desde esta perspectiva, podemos advertir, que Piaget percibe al conocimiento como un proceso que se da a partir de las acciones del sujeto sobre el objeto. Es decir, el sujeto conoce por medio de un proceso de estructuración, este proceso es la construcción de estructuras de razonamiento que dan lugar al aprendizaje y al desarrollo de estrategias que favorecen en el alumno la construcción del conocimiento.

Por consiguiente, desde la teoría de Piaget la promoción del desarrollo intelectual tiene que partir de la actividad, ya que para él "... la acción constituye la condición previa y necesaria para toda enseñanza"⁴⁹; así entonces, la tarea básica de todo docente es dar las facilidades para que el alumno pueda organizar su realidad, desde el punto de vista lógico a través de la experiencia.

⁴⁹ *Ibidem.* p. 29

Desde esta perspectiva constructivista se considera importante la resolución de problemas como base del proceso de construcción de los conocimientos matemáticos.

Se establece que el niño activa sus estructuras cognitivas al enfrentarse a la necesidad de resolver un reto y los pasos que da para alcanzar la resolución del mismo le permiten la construcción de un conocimiento nuevo.

En la interacción entre el sujeto y el objeto de conocimiento se construyen estructuras de razonamiento que permiten al niño regresar a la realidad. De esta manera en la interacción con el objeto del conocimiento el sujeto construye nuevos esquemas, mismos que forman la inteligencia.

Al presentarse situaciones nuevas, como las que se plantea en un problema, el niño entra en desequilibrio y activa sus procesos de asimilación y acomodación que le permiten lograr el equilibrio entre sus estructuras de conocimiento y alcanzar el aprendizaje de un nuevo concepto.⁵⁰

Los niños deben comprender algunos conceptos básicos de las matemáticas, entre ellos se encuentran los conceptos que subyacen a las reglas y los procedimientos de la aritmética sencilla que les permite realizar convenientemente, por ejemplo el reparto de un entero y su expresión matemática a través de la noción del número fraccionario que resulta.

⁵⁰ Resnick B., Lauren y Wendy Luford. *Piaget y el desarrollo de las estructuras cognitivas*. En: *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Pp.187-231

También tiene que aprender a aplicar de forma flexible y correcta los conocimientos conceptuales y de procedimientos relacionados con la resolución de los problemas de matemáticas.⁵¹

Por lo tanto, se debe dedicar tiempo y recursos para enseñar a los niños diferentes actividades relacionadas con las matemáticas que les permita a su vez utilizar y mejoran sus habilidades para la resolución de problemas y la construcción de los conceptos matemáticos.

En el siguiente capítulo se describen las diferentes estrategias que se utilizaron con los alumnos de cuarto grado para la resolución de problemas de reparto y la construcción de la noción del número fraccionario.⁵²

⁵¹ *ibídem* p. 199

⁵² De Zubiría Samper, Julian. *De la escuela nueva al constructivismo*. P. 157

CAPÍTULO II

LOS PROBLEMAS Y EL CONSTRUCTIVISMO

Este capítulo se inicia con la descripción de los diferentes conceptos teóricos que sirven como marco para el desarrollo de la propuesta. Se detallan principios del constructivismo que pueden ser aplicados a la educación matemática, abordando aspectos que permitan comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula escolar.

Se debe estimular la organización de los conocimientos en una forma tal que éstos puedan ser utilizados cuando el individuo los necesite. Pero este conocimiento debe estar lógicamente organizado, de tal manera que el individuo sepa encontrar algo cuando lo necesite. Es decir que puede utilizarlo de manera tal que sabe localizar el dato importante que necesita para resolver un problema y llegar con esto a la ampliación del conocimiento, a la construcción del mismo, lo que permite acceder al constructivismo.

El constructivismo propicia el desarrollo de las funciones que el individuo tiene como potencial. Para lograr el máximo de su desarrollo son muy importantes las condiciones, en que el niño se encuentra para construir su conocimiento⁵³.

⁵³ De Zubiría Samper, Julian. *op. cit.* p. 158.

“La concepción bajo la cual tradicionalmente se han enseñado las matemáticas cambia en las últimas tres décadas”⁵⁴. Ahora se propone un nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas, principalmente a raíz de la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget. Esta nueva concepción se expresa de formas diferentes, siendo una de ellas la que fundamenta que las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas; vista de esta manera la enseñanza de las matemáticas, se tiene que considerar que los alumnos para aprender: ...”necesitan ‘hacer matemáticas’, es decir, pensar, enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto, un problema, un desafío y generar sus propios recursos para resolverlas, utilizando los conocimientos que ya poseen.”⁵⁵

Se puede agregar también, que bajo esta nueva forma de enseñanza los conocimientos matemáticos y los problemas son inseparables. Por lo que, “no se trata de ‘aprender’ matemáticas para después ‘aplicarlas’ a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver problemas”⁵⁶. Esta concepción didáctica de las matemáticas basada en problemas implica poner los conocimientos en situaciones en las que estos cobren sentido para el alumno al permitir resolver los problemas que se le plantean.

Mediante este enfoque pedagógico se espera que el alumno viva con el maestro la experiencia de hacer matemáticas, es decir, de construir conocimientos

⁵⁴ *En Educación básica se han realizado investigaciones en el laboratorio de Psico-matemáticas de DIE-CINVESTAV en el grupo coordinado por David Block e Irma Fuenlabrada.*

matemáticos al resolver cierto tipo de problemas. Esta es una de las principales características del enfoque para la enseñanza de las matemáticas en los materiales curriculares, y de manera consecuente con él, las actividades de aprendizaje más frecuentemente usadas son las llamadas “situaciones problema”⁵⁷, que permiten conocer con mayor profundidad los distintos contenidos de matemáticas de los programas de Educación Primaria. Al abordar estas situaciones, se observará que a la par de aplicar conocimientos matemáticos, se busca encontrar soluciones y construir estrategias para resolverlas a partir de lo que ya se sabe. Los ensayos, los errores, las rectificaciones son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Un asunto que también resulta importante bajo este nuevo enfoque pedagógico es la necesidad de un cambio de actitud por parte del maestro, que le permita aceptar los diferentes procedimientos que los alumnos puedan desarrollar sin que le hayan sido enseñados por el maestro, como una vía de solución a los problemas matemáticos que enfrenten en la clase. Esta perspectiva resulta de considerar que cuando se le plantea a los alumnos una situación problemática con la mentalidad de que apliquen únicamente los métodos de resolución que se han enseñado se limita su proceso de aprendizaje.

⁵⁵ *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Taller para maestros, 1ª parte SEP. Programa nacional de actualización permanente. p. 9.

⁵⁶ *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. op cit. , p.6

⁵⁷ SEP. *Plan y programas de estudio 1993*. Enfoque Pp. 51- 55

En cambio cuando se permite que se aproximen por si mismos a lo que se les quiere enseñar, es cuando desarrollan una actitud más creativa en el desempeño de las actividades matemáticas y construyen un conocimiento significativo y permanente⁵⁸.

Esta manera de ubicar con apertura las estrategias de enseñanza tiene una clara orientación constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar, que pretende el establecimiento de un marco referencial que permite explicar y comprender para tomar decisiones sobre la forma de organizar la intervención educativa, sin tratar de hacer una aplicación del constructivismo a las prácticas educativas de forma literal.

Así entonces, se puede entender al constructivismo desde dos puntos de vista. El primero como “ Una perspectiva epistemológica desde la cual se intenta explicar el desarrollo humano y que nos sirve para comprender los procesos de aprendizaje, así como las prácticas sociales formales e informales facilitadoras de los aprendizajes.”⁵⁹ Es decir, que a través del constructivismo, entendemos cuál es el proceso de desarrollo de los niños con el cual se genera la posibilidad del entendimiento y comprensión de los procesos de aprendizaje. A partir de esto, podemos analizar y entender el papel que juegan las prácticas sociales, promotoras de estos procesos.

⁵⁸Fuenlabrada Irma. Debate. “Innovaciones de la matemática en la escuela primaria”. En revista **Cero en conducta** número 40, 41, agosto 1995.

⁵⁹ Ortega Rosario, Alfonso Luque y Rosario Cubero. “Teoría. Constructivismo y práctica educativa escolar”. Primera parte. En *revista Cero en conducta*. Año diez, número 36, 37.

Por otra parte como un segundo punto, se puede también considerar al constructivismo “ como constructo psicológico, es una formulación relativa a la relación entre la actividad del sujeto y su evolución, al modo como la evolución psicológica está en función de la actividad del propio sujeto, y nos sirve para interpretar la dimensión psicológica implicada en las situaciones escolares de enseñanza y aprendizaje, sólo la dimensión psicológica no las muchas otras dimensiones de lo escolar”⁶⁰, es decir, que analizado desde este aspecto psicológico nos proporciona los elementos para entender e interpretar la construcción, desarrollo y evolución de los procesos de aprendizaje que se llevan a cabo en el ámbito escolar.

Estas dos formas de entender el constructivismo permiten tener algunas pautas que orienten las prácticas cotidianas de la enseñanza en el aula y al mismo tiempo propiciar la reflexión del pedagogo, como docente, para alcanzar las metas de la educación escolar. Las nociones de complejidad, interdependencia y evolución se relacionan de manera estrecha al concepto de constructivismo definido por Piaget, desde su perspectiva epistemológica, que intenta explicar el desarrollo humano y sus procesos de aprendizaje.⁶¹

El interés actual del constructivismo en el contexto escolar, se manifiesta a partir de la paulatina toma de conciencia de que debe asumirse una perspectiva

⁶⁰ *Idem.*

⁶¹ *Íbidem p.78*

constructivista del aprendizaje “(...) en el momento de hacer explícitos los supuestos psicopedagógicos que fundamentan la planificación y el diseño curricular”⁶². Esto se manifiesta en el curriculum del programa de matemáticas que tiene como base del enfoque metodológico la concepción de las corrientes constructivistas del aprendizaje.

Como opción epistemológica, el constructivismo para la psicología, constituye una alternativa diferente, ya que da la pauta para estudiar de una forma válida, distinta e interesante el desarrollo humano. Se convierte en elemento de conocimiento que permite elaborar teorías, modelos y métodos de investigación diversos. Así mismo, se encuentra ligado a las prácticas educativas que se basan en una concepción constructivista de lo que es enseñar y aprender, sin prescribir modelos determinados de enseñanza, ni prácticas educativas determinadas.

Desde este punto de vista se habla de dos supuestos constructivistas del aprendizaje:

- *“La actividad del sujeto está en función de su organización cognitiva.”*⁶³

La complejidad, la flexibilidad, la precisión y todas las restantes cualidades de la conducta humana sólo se explican a través de la organización del psiquismo de cada individuo. Esta organización se ha descrito en diversos términos de estructuras, esquemas y estrategias. Aquí se habla de una forma de arquitectura mental que permite al individuo, por una parte procesar, almacenar información, ajustar y controlar la actividad del propio sujeto. Es decir, que gracias a su

⁶² *idem*

⁶³ *Íbidem* p. 80

organización cognitiva, el sujeto es activo en sus intercambios con el medio físico y social.

- *“El cambio en la organización cognitiva del sujeto está en función de su actividad.”*⁶⁴ Es decir la organización cognitiva de los seres humanos no es innata aunque puedan serlo algunos de sus elementos y su forma más primitiva. Es así, que la actividad cognitiva del sujeto. En su interacción con su medio físico y social, le proporcionan experiencias que se activan en su misma formación cognitiva y promueven su organización en un nivel con cualidades distintas. Entonces se puede establecer que tanto el desarrollo del sujeto como la evolución de su organización cognitiva son fruto de su propia actividad.

De acuerdo a estos dos supuestos descritos previamente los modelos constructivistas del aprendizaje deberían contener la explicación psicológica de las relaciones que se dan en el aprendizaje; es decir, cuál sería la experiencia que resulta a partir de una actividad y la explicación del desarrollo, para entender cuál es el cambio evolutivo que se generó en la organización cognitiva.

Al hablar de una concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje escolar, se pretende el establecimiento de un marco referencial que permita explicar y comprender la forma de la organización educativa, sin hacer una aplicación del constructivismo de forma literal. Se busca el establecimiento de un cierto tipo de prácticas que incluyan conocimientos, habilidades, estrategias,

actitudes y valores que puedan ser manejados de forma adecuada tanto por los profesores como por los alumnos.

Aún cuando no suelen hacerse explícitos los postulados constructivistas de la enseñanza se enuncian a continuación los principios que se consideran comunes a las tesis constructivistas que se relacionan con el aprendizaje y la enseñanza en el marco escolar y que intervienen directamente con lo educativo.

1. *“Todo cambio en la organización cognitiva es una construcción personal del alumno a partir de experiencias de aprendizaje en las cuales pone en juego sus capacidades y las amplía”*⁶⁵. El sujeto es concebido como protagonista activo de su desarrollo. El aspecto central del cambio evolutivo se produce en la capacidad del sujeto para procesar y retener la información.

2. *“Lo que se construye a través de la educación escolar son capacidades relacionadas con el conocimiento y uso de contenidos escolares”*⁶⁶. El sujeto aprende al asimilar, a través de transformar en entidades psicológicas objetivas aquellos conocimientos y prácticas convencionales que se generan en la vida social y se construyen y acumulan a través de su historia.

⁶⁴ *idem*

⁶⁵ *ibidem*, p. 84.

⁶⁶ *ibidem*, p.85

3. *“El proceso de construcción de los contenidos culturales se realiza con la ayuda contingente de otras personas con más experiencia cultural, que facilitan dicha construcción”*⁶⁷ En la educación escolar, la ayuda en la enseñanza y el papel del educador lo desempeña primordialmente el docente, aunque el alumno recibe ayudas importantes de sus compañeros y de otras personas, en general bajo el control del maestro. La ayuda es una forma de mediación social de los aprendizajes.

4. *“El contexto influye en la construcción de conocimientos y capacidades porque da sentido a la experiencia”*⁶⁸ El sentido y valor de las experiencias de aprendizaje mediado entendido como práctica social, mantiene una estrecha relación con el contexto sociocultural. Entendiendo que este sentido no es considerado como cualidad del contexto, sino de su relación con el mismo.

5. *“La construcción del conocimiento escolar es una función de la ayuda prestada contingentemente a las necesidades educativas del alumno.”*⁶⁹ Para cada contenido específico de aprendizaje el alumno desarrolla actividades que van de acuerdo con sus capacidades previas, su nivel de desarrollo y los conocimientos pertinentes a los dominios de un nuevo aprendizaje. Intervienen también la disposición emocional en cierto tipo de actitudes y emociones dirigidas al aprendizaje. El reto consiste en el grado de dificultad existente para que el alumno

⁶⁷ *ibidem*. p. 86

⁶⁸ *idem*

⁶⁹ *ibidem* p.88

desarrolle en un nivel óptimo las actividades que le permitan obtener los propósitos del contenido de aprendizaje.

6. *“Hay muchas maneras de aprender”*⁷⁰. Al repetir un ejercicio por ensayo y error, ante el reforzamiento contingente, al observar e imitar modelos, por percibir la información verbal a través de descubrimientos, etc. Lo idóneo de una u otra forma de aprendizaje va a estar determinada por las características del alumno como son: capacidades y conocimientos previos, disposición intelectual, actitudes y aptitudes, tipos de contenido y su complejidad, tipos de ayuda que se recibe y contexto en el cual se desarrolla el aprendizaje.

7. *“Se aprende lo que se comprende”*⁷¹ Las diferentes formas de aprendizaje de conceptos o formas de conocimiento pueden ser de tipo significativo o memorístico. Esto va a dar la pauta para la construcción o no de nuevos tipos de conocimientos que se basen en la comprensión de información significativa que se relaciona de manera estrecha con los conocimientos previamente construidos.

8. *“El pensamiento autónomo se construye a partir del diálogo y la toma de conciencia”*⁷². Para construir las experiencias de aprendizaje que les permitan seguir aprendiendo sin requerir ayuda externa, los alumnos tienen que comprender y para esto hay que pensar, tomar conciencia, preguntar, explicar, ya que es así como se construyen dichas experiencias.

⁷⁰ *ibidem.* p. 90

⁷¹ *idem*

Algunas implicaciones pedagógicas:

Con base a los postulados antes expuestos y dado el carácter constructivo que posee el desarrollo intelectual en el pensamiento, siguiendo los principios de Piaget, quien otorga gran importancia a las acciones, se describen algunos aspectos que como implicación pedagógica serían características deseables para mejorar las situaciones didácticas y metodológicas en el aula escolar.

- a) Adaptar la enseñanza al nivel de desarrollo del estudiante⁷³ . Para ello se sugiere que el profesor guíe al estudiante a que forme sus propias ideas y descubra relaciones y propiedades matemáticas por sí mismo, en lugar de imponerle el pensamiento de adulto ya elaborado.

Esta idea que parece obvia, no lo es tanto cuando se trata de definir el nivel de desarrollo de los estudiantes. Por eso es importante considerar la diferenciación establecida por Piaget en relación al nivel de estructuración de habilidades u operaciones para cada período y relacionarlo en los contenidos específicos.

Desde este punto de vista, como hemos señalado anteriormente, por ejemplo se sugiere posponer la enseñanza de las fracciones en situaciones de reparto hasta el 3° grado de primaria momento en que los alumnos podrán abordarlo exitosamente, ya que cuentan con los elementos necesarios para acceder a él.

⁷² *ibidem* .p.91

⁷³ *Martínez Patricia. La resolución de problemas. En Proyecto Educativo Primaria Pp. 15-21*

Mientras se encuentran en 1° y 2° grado no son conservadores de área por lo que resulta infructuoso introducir la noción de fracción a nivel simbólico.⁷⁴

b) Considerar que la enseñanza sea activa, ya que el aprendizaje es un proceso activo y constructivo.⁷⁵ Esta consideración parece aparentemente obvia, sin embargo, no sucede en el aula. Es decir, se deberían crear las condiciones para que el estudiante desarrolle y utilice sus habilidades, de manera que pueda a su vez reconstruir sus estructuras; permitir que adquiera el conocimiento de tal manera que lo comprenda.

En este sentido, por ejemplo, las actividades que se realizaran con los niños al plantearles el reto de repartir las galletas que ellos mismos hagan con masa, les dio la oportunidad de construcción de un conocimiento nuevo al compartir con sus compañeros las respuestas de los repartos que cada equipo realizará.⁷⁶

Prever que la enseñanza sea interdisciplinaria⁷⁷. Ésta es una característica deseable de la práctica docente, de la acción pedagógica, como una forma más integral de abordar el proceso educativo.

c) Que la enseñanza se base y desarrolle en aspectos relacionados con las problemáticas fundamentales del esquema piagetano previamente señalados⁷⁸, considerando de manera importante:

⁷⁴ Dávila Martha, *El reparto y las fracciones*. Pp. 33-35

⁷⁵ Martínez Patricia, *op. cit.* Pp. 15-21

⁷⁶ se puede adelantar que esta actividad es una de las que se propondrá para trabajar la noción de reparto con los alumnos.

- La estructura del pensamiento, que se va construyendo a través de un complejo proceso de socialización y con una particular representación del mundo;
- Las regulaciones del desarrollo, especialmente la equilibración. Esto implica optimizar la adquisición de las estructuras operatorias a partir de condiciones ambientales adecuadas. Es decir, estas condiciones ambientales deberán permitir al estudiante el acceso al conocimiento mediante la experiencia física y la experiencia lógico-matemático.
- Los procesos de socialización (comportamiento, lenguaje, símbolos, etc.), sólo a partir de los cuales es posible entender el aprendizaje y el proceso educativo en general.

A partir de estas condiciones, la acción docente constituye un reto, ya que no se trata de entregar conocimiento digerido al estudiante, sino de organizar condiciones o ambientes que permitan la acción del propio estudiante, de manera que pueda tener acceso al conocimiento.

“En el ámbito escolar, el maestro que desea contribuir al desarrollo exitoso de sus alumnos en el proceso del aprendizaje, especialmente en el área lógica-matemática, habrá de recordar y tener en cuenta logre algunas de las siguientes recomendaciones:

- Asegurarse de que el alumno ha adquirido los procesos y las ideas operacionales antes de introducirlo al formalismo.
- No confiar al automatismo ninguna operación que no se haya asimilado.

⁷⁷ *Martínez Patricia. op. cit. p.22*

⁷⁸ *ídem*

- Asegurarse que el estudiante adquiera primero experiencia con las entidades y relaciones matemáticas para después iniciarlo en el razonamiento deductivo.
- Extender la construcción deductiva de las matemáticas de manera progresiva.
- Enseñar al estudiante a plantear problemas.

Es importante no perder de vista que el niño es un sujeto activo que constantemente se pregunta, explora, ensaya, construye hipótesis; es decir, piensa para comprender todo lo que le rodea, para construir su propio aprendizaje.”⁷⁹ Sin embargo, se debe también considerar que necesita tiempo para cambiar de actividad, para buscar una respuesta, para aprender de sus errores; ya que un “error” puede estar significando una hipótesis particular del niño o alguna otra situación que le permita llegar a descubrir la respuesta correcta por sí mismo.⁸⁰

En resumen, podemos puntualizar que el proceso de aprendizaje desde la perspectiva de Piaget implica un proceso por el cual el niño construye sus conocimientos, mediante la observación del mundo circundante, su acción sobre los objetos, la información que recibe del exterior y la reflexión ante los hechos que observa.

⁷⁹ Martínez Patricia. “La resolución de problemas” MATEMÁTICAS. En *proyecto Educativo Primaria*. p. 14

⁸⁰ En revista *educación matemática*. Artículo: *Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria*. Vol. 8 #3 dic. 1996

En este proceso intervienen la maduración, la experiencia, la transmisión social y sobre todo, la actividad intelectual del propio niño. La experiencia que adquiere al manipular diversos objetos, será fundamental para el conocimiento de su mundo físico. Este mismo tipo de actividad es igualmente importante en el desarrollo del conocimiento matemático, que se logra cuando el niño reflexiona y establece relaciones entre los objetos y hechos que observa.⁸¹

El siguiente capítulo, se refiere a aquellos conceptos de la teoría psicogenética de Piaget que permitan entender los procesos de desarrollo del niño que influyen en el aprendizaje escolar, especialmente al hablar de alumnos de entre nueve y diez años que cursan el cuarto grado de educación primaria.

⁸¹ *ídem.*

CAPÍTULO III

LA IDENTIFICACIÓN DE ALGUNOS PRINCIPIOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS POR MEDIO DE PROBLEMAS.

En este capítulo se detalla aquellos conceptos que desde la teoría psicogenética permiten entender los procesos de desarrollo del niño que influyen en el aprendizaje de las matemáticas.

“La resolución de problemas como un medio para promover el aprendizaje”⁸² es el enfoque metodológico presente en el plan y programas de estudio de educación básica primaria. El que este enfoque sea el sustento de dicho plan, obedece a la idea de que es importante “permitir resolver problemas en diversos ámbitos, tales como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana, ya que en la construcción de los conocimientos matemáticos los niños también parten de experiencias concretas”⁸³.

Se considera entonces que una de las funciones principales del docente en su labor escolar es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que poseen previamente para resolver cierto tipo de problemas y que, a partir de estas soluciones iniciales, comparen con sus compañeros sus resultados y sus

⁸² Charnay Ronald, “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”. En: Cecilia Parra e Ismael Sáenz, compiladores. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. p. 49.

⁸³ SEP. *Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica Primaria* p. 51

formas de solución⁸⁴. Estas estrategias les dan la oportunidad de evolucionar hacia procedimientos diferentes que les ayudarán a establecer las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

La validez del acercamiento a la resolución de problemas de manera diferente permite que los alumnos conozcan el estado inicial, el valor de la transformación y el estado final con los datos que se establecen en el problema. Esto permite a los niños además de resolver el problema, verificar por sí mismos el resultado de su anticipación. El grado de complejidad va cambiando conforme adquieren esta habilidad de resolución. Pasan de averiguar el estado final, a conocer el valor de la transformación y finalmente a conocer cuál era el estado inicial⁸⁵.

Estos aspectos se pueden apreciar en la lección 18 “Galletas Redondas” del libro de matemáticas de cuarto grado de primaria de la SEP, en dónde se pide a los niños que se realice el reparto de galletas entre diferente número de personas. Al iniciar el problema los niños tienen que definir que sucede en tres casos diferentes a saber, cuando había igual número de niños que de galletas, cuando había más galletas que niños y cuando había más niños que galletas.

⁸⁴ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en escuela primaria. Taller para maestros, primera parte p. 15.*

⁸⁵ SEP. *Guía para el maestro, tercer grado, educación primaria p. 17*

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LOS PROCESOS DE APRENDER Y DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA

Existen tres aspectos que se pueden considerar como básicos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a partir del planteamiento y resolución de problemas, estos son:

- a) Búsqueda creativa vs la aplicación de reglas
- b) El papel de los problemas en la construcción del conocimiento
- c) Diferentes tipos de problemas

A continuación explicaremos en que consisten cada uno de los aspectos:

a) *La búsqueda creativa vs la aplicación de reglas*

La búsqueda de la solución a un problema nuevo empieza muchas veces por tanteos, ensayos, errores y correcciones. El trabajo de búsqueda si se realiza con libertad, puede ser tan grato como el que se hace frente a una adivinanza o a una actividad interesante que presente un reto ⁸⁶. Para que una situación sea un problema interesante debe:

- Plantear una meta comprensible para quien lo va a resolver.
- Permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona.
- Plantear un reto, una dificultad.⁸⁷

⁸⁶ Charnay, Roland, en su artículo "aprender (por medio de) la resolución de probemas", p. 55 considera también la necesidad de que la situación problema sea interesante, para que realmente plantee un reto al alumno.

⁸⁷ SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte. p. 18

Si antes de plantearle el problema a una persona, se le enseña “la fórmula” y lo resuelve de manera sistemática, se le quita la oportunidad de hacer matemáticas, es decir de construir por sí mismo herramientas para resolver problemas y éste es, sin embargo uno de los principales propósitos de las matemáticas en la escuela primaria⁸⁸.

Este principio se ve claramente aplicado en la lección “Galletas Redondas”⁸⁹, la cual ya se ha mencionado antes. Se plantea en la misma una meta comprensible para los niños ya que con dibujos se indica el número de galletas y el número de personas entre las que se tiene que realizar el reparto. También permite que los niños se aproximen a la solución, ya que en una primera instancia para resolver los repartos relacionaron los objetos “uno a uno” con las personas. Así tenían inicialmente la relación que existía entre el número de galletas y las que le tocaban a cada niño.

Esta misma lección plantea un reto para los alumnos ya que, cuando el número de galletas no alcanza tienen que fraccionar el entero para realizar un reparto equitativo y exhaustivo⁹⁰. Así los niños elaboran respuestas más complejas ya que en una etapa posterior realizan su reparto ya no sólo con dibujos si no, a partir de una división de número de objetos entre el número de personas, de esta forma establecen conceptos matemáticos importantes como que el dividir es un proceso

⁸⁸ Block, David, *Estudio didáctico sobre la enseñanza sobre el aprendizaje y noción de fracción en la escuela primaria*, p. 20

⁸⁹ SEP, *Libro de matemáticas de cuarto grado de primaria, lección 18*.

⁹⁰ SEP *Guía para el maestro. Las fracciones en situaciones de reparto y medición Pp.13-19*.

de repartir⁹¹, y que el reparto equitativo y exhaustivo implica que se realice en partes iguales sin que sobre nada.

b) El papel de los problemas en la construcción del conocimiento

Tradicionalmente se ha visto la resolución de problemas como la actividad en la cual se aplican los conocimientos previamente enseñados. Separando de esta manera el momento de adquirir conocimientos de aquel dedicado a resolver problemas. Sin embargo, es al resolver problemas cuando los alumnos construyen sus conocimientos matemáticos de manera que estos tengan significación para ellos⁹². Bajo esta concepción del aprendizaje los problemas juegan un nuevo papel: Constituyen la principal fuente de los conocimientos.

Al crear procedimientos diferentes a los tradicionales, al mismo tiempo que los alumnos aprenden a resolver problemas con sus recursos, conocen por ejemplo las propiedades de la división y del reparto y se aproximan por sí mismos a los conocimientos más formales.⁹³

En el enfoque sobre el aprendizaje de las matemáticas se plantea un cambio importante en la relación entre conocimientos y problemas: "...no se trata de adquirir conocimientos para aplicarlos a los problemas, sino de adquirir conocimientos al resolver problemas."⁹⁴

⁹¹ Block, David, *op cit*, p. 22

⁹² Cf. SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op cit. p. 20*

⁹³ Charnay, Roland. *op. cit. p.58*

⁹⁴ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op. cit. p. 22.*

El éxito en el aprendizaje de las matemáticas depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos en interacción con los otros.⁹⁵ La resolución de problemas es entonces, a lo largo de la primaria, el sustento de los programas. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etc.), el niño construye el significado de las operaciones.

Nuevamente recurrimos a la lección “Galletas Redondas”⁹⁶ para ejemplificar este principio, se puede ver la forma en que los niños realizan diferentes procedimientos para hacer sus repartos. El diseño de los problemas permite la interacción entre los niños, aplicar sus conocimientos previos, construir el significado de diferentes operaciones y conceptualizar los procesos de dividir y repartir.

Se debe entonces cuestionar la concepción tradicionalista de qué son las matemáticas: Un conjunto de contenidos definidos formalmente o una capacidad, una manera de actuar, de proceder frente a diversos problemas. La construcción del aprendizaje con significado para el alumno se logra primordialmente mediante la actividad finalizada, es decir, por medio de la actividad que tiene un objetivo para quien la realiza. “Un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando

⁹⁵ Block, David y Martha Dávila. *La matemática expulsada de la escuela. departamento de investigaciones educativas CINVESTAP, IPN. Pp. 7-25*

⁹⁶ SEP. *Libro de matemáticas cuarto grado de primaria. lección 18*

el niño, para responder a una pregunta de su interés o para resolver un problema motivante tiene necesidad de construir una solución.”⁹⁷

Es decir, que definir un problema sólo como un enunciado escrito que se debe completar con algún dato y aparecer al final del desarrollo de un tema, es una concepción limitada. Los problemas deben ser situaciones que permitan desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución buscada mediante la construcción de nuevos conocimientos⁹⁸. Este es el caso que se presentó en las actividades planteadas a los alumnos en la lección “Galletas Redondas”⁹⁹ que hemos venido analizando.

c) Diferentes tipos de problemas

Existen ciertos elementos que es necesario considerar en el diseño de las situaciones problema. Se debe tomar en cuenta que diversos problemas pueden funcionalizar un concepto de manera sensiblemente diferente, propiciando en consecuencia, interpretaciones también diferentes.¹⁰⁰ Se pueden plantear problemas que motiven nuevos aprendizajes o habilidades. Una vez que se han construido estos conocimientos, se podrán plantear problemas con los que se puedan conocer y evaluar cómo se deben aplicar las nociones o procedimientos aprendidos, así el alumno comprobará los conocimientos que va adquiriendo.

El pasar de un problema a otro puede generar un enriquecimiento del concepto. Se abordan otros aspectos del mismo, se le reconoce como un instrumento que

⁹⁷ Woolfolk, Anita E. y Nicoliche Lorraine Mccune. *Una teoría global sobre el pensamiento. La obra de Piaget.* p. 62

⁹⁸ SEP *Guía para el maestro de educación primaria, op cit p. 39*

⁹⁹ *idem.*

permite resolver situaciones distintas a aquella en que fue generado, es decir, se descontextualiza¹⁰¹. De esta manera, el maestro tendrá la opción de presentar problemas abiertos, los cuales deberán de resolver los alumnos a partir de los conocimientos aprendidos en los problemas originales o indagar todo lo que sea posible con los datos ofrecidos a fin de encontrar la solución. Con este tipo de problemas, se da a los alumnos la oportunidad de hacer inferencias de los conocimientos adquiridos en la escuela al hacer matemáticas para resolver situaciones de la vida diaria, por ejemplo, sí se plantea la necesidad de repartir un pastel, galletas o dulces para los alumnos del salón o de la escuela¹⁰².

Se puede considerar que existen dos tipos de problemas para el aprendizaje de las matemáticas.¹⁰³ Por una parte, se pueden señalar los problemas para descubrir que promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades. Estos generalmente se utilizan al inicio del aprendizaje porque a través de ellos se debe construir una solución. Con ellos los niños deben poner inicialmente en juego sus estrategias, sin restricciones o caminos precisos. En una etapa siguiente se comparten las estrategias utilizadas, se confrontan las soluciones y se comenta cuales fueron las mejores. Finalmente, se explica cuál es el proceso convencional de resolución, el cual será utilizado en la parte última del aprendizaje. Este tipo de problemas fueron los que

¹⁰⁰ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op. cit p.26*

¹⁰¹ Block, David. *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción, op. cit. p. 25.*

¹⁰² *Íbidem. p. 30*

¹⁰³ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op. cit. p. 32*

se utilizaron en la lección “Galletas Redondas”¹⁰⁴ para la enseñanza del proceso de reparto como construcción de un conocimiento nuevo.¹⁰⁵

Por otra parte, están los problemas para aplicar, transferir o generalizar estrategias o conocimientos, que promuevan la ampliación y afirmación de los aprendizajes.¹⁰⁶ Generalmente no son creativos, en el sentido de que no promueven nuevas soluciones. Sin embargo, son importantes ya que tienen como característica el incrementar y afirmar los aprendizajes, así como la sistematización de los procedimientos de resolución construidos. A través de ellos los niños consolidan sus conocimientos que pueden aplicar a situaciones problema muy variadas. El trabajo continuo con estos dos tipos de problemas permitirá un aprendizaje sólido y permanente.

Se pueden resumir en dos los propósitos que tienen los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria: “...el primero para que los alumnos construyan sus conocimientos por medio de actividades convencionales y no convencionales que les lleven a encontrar la solución. El segundo para que puedan aplicar y profundizar en los conocimientos adquiridos.”¹⁰⁷ Es decir, el maestro requiere tener claridad acerca del propósito que se persigue y asegurarse de que el problema que plantee responda a una necesidad o interés del niño, motive la búsqueda para resolverlo, sin que el grado de dificultad desanime a los

¹⁰⁴ SEP, *Libro Matemáticas, op. cit.*

¹⁰⁵ Antiga T., Susana, *op. cit. p. 34.*

¹⁰⁶ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op. cit. p. 35.*

alumnos y que, el maestro procure que la situación problema tenga por lo menos más de una respuesta adecuada.

Para que una situación sea un problema interesante debe inicialmente plantear una meta comprensible para quien lo va a resolver, es decir, debe ser una situación cuya problemática favorezca la construcción del conocimiento y lleve a los alumnos a centrar su interés en la búsqueda de una solución. También debe permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de una persona. Una misma situación, con poca variación, puede seguir siendo interesante en tanto no se haya encontrado una forma sistemática de resolverla¹⁰⁸.

Cuando los alumnos logran comprender los procedimientos que otros siguieron para resolver algún problema, son capaces de utilizarlos ellos mismos en otras situaciones semejantes; así se propicia que los niños avancen en su aprendizaje y adquieran confianza en el manejo de sus conocimientos.

Es de gran utilidad que la situación problema plantee un reto, una dificultad. Esto favorece y promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos. Para ello se hace necesario invertir el orden en el que tradicionalmente se ha procedido y se enfrente a los alumnos desde el inicio a la solución de los problemas utilizando sus propios medios. Cuando se da a los

¹⁰⁷ Charnay, Roland. "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". *op. cit.* Pp. 50-63

¹⁰⁸ SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. op. cit.* p. 35

alumnos la libertad de resolver un problema, siempre encuentran al menos una forma de aproximarse a la solución.¹⁰⁹

La puesta en marcha de una metodología basada en la resolución de problemas implica un mayor tiempo para la enseñanza, pero esto sólo es aparente pues, a la larga, da lugar a aprendizajes duraderos y permite evitar muchas repeticiones de un grado a otro. La tarea del maestro se convierte de alguna manera en un proceso más complejo ya que debe seleccionar, adaptar o diseñar secuencias efectivas de problemas y debe manejar en clase la diversidad de procedimientos que se presenten de acuerdo a las necesidades del momento. Esta tarea además de ser apasionante constituye un reto para el docente.

La didáctica de las matemáticas¹¹⁰ desde la perspectiva constructivista, asume una postura epistemológica en relación con el aprendizaje matemático que enfatiza su carácter de herramienta funcional que sólo se construye al resolver determinado tipo de problemas; a continuación se profundizará en la didáctica de las matemáticas por medio de resolución de problemas.

¹⁰⁹ Woolfolk, Anita E. y Nicoliche Lorraine Mccune. *op. cit.* p. 68

¹¹⁰ Charnay, Roland "Aprender (Por medio de) la resolución de problemas. *op. cit.* Pp. 50-51

CARACTERÍSTICAS DE UN PROCESO DIDÁCTICO CON BASE EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Algunas características clave de un proceso didáctico que asumen la resolución de problemas como su principal componente son:

- Que los problemas no estén aislados
- Que los problemas impliquen el conocimiento que se desea enseñar
- Que permitan a los alumnos realizar por sí mismos una verificación del resultado de sus soluciones
- Que se presenten al final de los procesos anteriores, como ejercicios de afirmación de lo aprendido en problemas de transferencia de conocimientos
- Que por medio de la resolución de problemas se promueva la construcción del conocimiento¹¹¹

A continuación se explicará cada una de estas características.

Que los problemas no estén aislados.

Esta característica tiene que ver con que se presenten al alumno problemas que conformen secuencias en las que éstos se vayan haciendo más complejos para favorecer la evolución de los procedimientos, en otras palabras, la evolución del proceso de construcción de un conocimiento matemático.

¹¹¹ Martínez Patricia. "La resolución de problemas". *op. cit.* Pp. 15-19

Es decir, que los problemas que se presenten, sean de una forma lógica y que el grado de complejidad vaya aumentando paulatinamente. En la lección “Galletas Redondas¹¹²” que hemos venido utilizando como ejemplo, la primer secuencia plantea un reparto entre igual número de objetos y personas. En las siguientes secuencias aumenta el grado de complejidad al tener que realizar repartos entre diferentes números de objetos y personas.

Que los problemas impliquen el conocimiento que se desea enseñar.

Los problemas que se presentaran a los alumnos deberán tener una fuerte relación con los conocimientos que se desean enseñar, pero en la parte inicial el estudiante no dispondrá explícitamente de dichos conocimientos, ya que de lo contrario se estará hablando de problemas de aplicación. En otras palabras, es importante establecer desde un inicio el tema que se desea que el alumno aprenda; y después de desarrollar este tema es de acuerdo que el alumno se enfrente a diferentes situaciones problema, antes de abordar un concepto matemático.

Que permitan a los alumnos realizar por sí mismos una verificación del resultado de sus soluciones.

Esto quiere decir que el alumno tenga la oportunidad de confrontar los resultados que ha obtenido con la realidad. Esta confrontación puede propiciarse al hacer que el alumno intercambie con sus compañeros sus soluciones y las ponga a **prueba en situaciones de la realidad cotidiana.**

¹¹² SEP Libro de matemáticas de 4° de primaria. Lección 18

En relación a esta característica en la lección de “galletas redondas” se les brinda la oportunidad a los alumnos de que verificaran por sí mismos el resultado de sus soluciones, ya que al realizar repartos previamente ellos anticipaban la cantidad de galletas que les correspondían.

Que se presenten al final de los procesos anteriores, como ejercicios de afirmación de lo aprendido problemas de transferencia de conocimientos

Los ejercicios de afirmación para el concepto de reparto, se presentaron al final en una lección diferente “Más Galletas y Más Niños”, en donde los alumnos tenían la oportunidad de afirmar el conocimiento aprendido al aplicarlo para la solución de otro tipo de problemas de reparto que les permita la transferencia del conocimiento previamente adquirido.

Por otra parte David Block establece que la situación problema relativa a un conocimiento específico que será objeto de la interacción del alumno y que ha de propiciar la construcción de dicho conocimiento, debe satisfacer las siguientes condiciones didácticas:¹¹³

El primer problema de la secuencia debe ser significativo para el alumno. Éste puede comprender de lo que se trata, y, por lo tanto, puede esbozar por lo menos un procedimiento de resolución, movilizándolo sus conocimientos previos. Dispone entonces de una estrategia de base para abordar el problema.

¹¹³ Block, David. *op. cit.* Pp. 20-25.

Para esta situación, en la lección que nos ha servido de ejemplo, el primer problema se presenta a los alumnos por medio de dibujos, lo que les permite comprender de que se trata e intentar un procedimiento de resolución uniendo las figuras con las galletas “uno a uno” y tiene así una estrategia inicial para abordar el problema.

A través del manejo de variables determinadas de la situación problema se plantean obstáculos cuya intención es invalidar las estrategias de base o volverlas demasiado costosas en tiempo o en número de acciones elementales. El problema propuesto por la situación es tal que el procedimiento o estrategia de resolución más económica compromete al conocimiento en cuestión. Es precisamente esta pérdida momentánea del control sobre la situación por parte del alumno, lo que le da sentido al conocimiento que está por construirse.¹¹⁴

Las variables utilizadas para la resolución de problemas de reparto, de la lección que nos ha servido de ejemplo proponen esta pérdida momentánea del control sobre la situación por parte del alumno, ya que, el tener menor cantidad de galletas que personas para repartir le representa un obstáculo que le propicia la elaboración de nuevas estrategias de resolución y da sentido al conocimiento que se está construyendo.¹¹⁵

¹¹⁴ Woolfolk, Anita E. y Nicoliche Lorraine Mccune. *op. cit.* p. 72.

¹¹⁵ Ortega Rosario. *op. cit.* p. 85.

Para que las estrategias desplegadas por el alumno sean susceptibles de evolucionar es necesario que exista un “diálogo” entre el alumno y la situación, es decir, el niño empieza a pensar cómo va a resolver el problema, se plantea preguntas (siendo esto parte del constructivismo), encontrando así la forma de cómo resolverlo, esto debe devolver al alumno la información acerca de cada una de sus acciones, situación que le permitirá evaluarlas y eventualmente reorganizarlas. La exclusión de un tercero (el maestro, por ejemplo) es importante en la medida en que el alumno se responsabilice totalmente de la organización de la actividad.¹¹⁶

En el ejemplo que hemos venido señalando, en mi postura como maestra de grupo, consiste en que fui favoreciendo que los alumnos evolucionaran en sus propias estrategias, permitiendo que fueran ellos quienes realizaran los repartos y resolvieran los retos que se presentaban. Para esta parte del proceso, ya los niños habían establecido que deberían realizar sus repartos de forma equitativa y exhaustiva, es decir, en partes iguales y sin que sobre nada.

Desde la perspectiva constructivista¹¹⁷, la resolución de problemas constituye un elemento sumamente valioso para la construcción de los conocimientos. El niño aprende al resolver problemas nuevos en virtud de que se deben construir diversos conocimientos para poder darles una solución. También, además de generar conocimientos nuevos, se aprende, cuando se tiene la capacidad de

¹¹⁶ Kamil Constance y Reta DeVries. *op. cit.* Pp. 12-13.

¹¹⁷ Charnay, Roland “ *op. cit.* Pp. 50-51

aplicar los conocimientos previamente aprendidos a situaciones diversas. Así, se puede establecer que se ha construido en el niño la capacidad de abstracción se puede ya entonces, generalizar el saber construido con anterioridad. Es entonces cuando el niño es capaz de mostrar la solidez, validez de los conocimientos adquiridos para resolver y plantear problemas.

Desde esta perspectiva algunos supuestos e implicaciones de esta postura didáctica¹¹⁸ son:

- * La práctica cotidiana con los alumnos del planteamiento y resolución de problemas les permite conocer a las matemáticas como una herramienta que les sirve para enfrentar situaciones diversas. Al mismo tiempo, favorece el desarrollo del pensamiento lógico-matemático que pueden aplicar en otros ámbitos de su desarrollo escolar.

- * Los alumnos pueden desarrollar por sí mismos aspectos importantes de un conocimiento matemático si se enfrentara los problemas adecuados; es de esta manera como logran construir los significados de las nociones que se les enseñan.

En la práctica cotidiana la enseñanza con base en el planteamiento y resolución de problemas resulta más atractiva y dinámica para los alumnos, ya que son ellos mismos quienes construyen los significados de las nociones y no es el docente quien tiene que enseñar y pedir que “se aprendan” los conceptos de las mismas.

* Los conocimientos que los alumnos desarrollan al resolver los primeros problemas pueden ser precarios, incluso erróneos y no se expresan con las notaciones matemáticas convencionales. Sin embargo, estos conocimientos son fundamentales en el proceso de aprendizaje.

Los procesos de ensayo y error favorecen que el alumno se vaya acercando a un conocimiento significativo, ya que los procedimientos que realizan les permiten acercarse paulatinamente a los procesos matemáticos convencionales y saber cuál es la operación que necesita para resolver determinado tipo de problema, sin que el maestro se lo diga explícitamente.

* Es conveniente que las sesiones de enseñanza aprendizaje se organicen en procesos largos en los cuales los alumnos tengan la oportunidad de mejorar los procedimientos que van adquiriendo.

En la práctica cotidiana es importante este aspecto, ya que se introduce al niño inicialmente en un cierto tipo de problemas que le den un acercamiento a la noción que se quiere enseñar. Se da tiempo para que el alumno elabore estos conocimientos y a través de diferentes sesiones se va llevando el proceso de construcción de un concepto en específico. Este proceso largo permite que el niño construya el conocimiento de una forma significativa.

¹¹⁸ *Martínez Patricia. op. cit. p. 22*

* Es importante que el maestro además de intervenir para favorecer los procedimientos del grupo, sugiere problemas adecuados, destaque los procedimientos que sean más eficientes y sugiera la forma de abreviarlos.

En la práctica cotidiana, como docente, se establecen inicialmente problemas adecuados al tema de enseñanza. Después se permite que los niños establezcan su resolución utilizando sus propios elementos. Se analizan los procedimientos utilizados y se destaca en el grupo los que han resultado más adecuados para resolverlo.

* Finalmente, es importante que el maestro consolide los conocimientos enseñando los procedimientos más formales, la notación convencional y la metodología adecuada.

Para consolidar el conocimiento a enseñar, como docente, utilizo los libros de matemáticas de SEP, en donde los alumnos pueden aplicar procedimientos de resolución más formales y establecer la notación convencional de las operaciones básicas.

Hoy es fundamental acompañar a los alumnos en el desarrollo de habilidades y competencias que les permitan tomar decisiones por sí mismos, desarrollar su creatividad, su curiosidad participará activamente en su aprendizaje. Estos retos se vinculan al trabajo del docente como tareas y objetivos profundos, además de ayudar a los alumnos a comprender los contenidos teóricos.

Desde la perspectiva constructivista, la resolución de problemas se considera como el motor que promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad del razonamiento de los alumnos. La resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben avanzar de forma paralela y guardar una estrecha relación.¹¹⁹

Los niños deben enfrentar desde el inicio retos que les permitan utilizar sus propios recursos, para construir nuevos conocimientos y posteriormente encontrar la solución de problemas cada vez más complejos. Es interesante también reflexionar que esta forma de plantear los contenidos, propone la integración de otros diferentes con aquellos de las matemáticas y así permite abordar diferentes temas de la disciplina y resaltar con ellos sus diferencias.¹²⁰

Aunque es necesario que el alumno en cada grado adquiera los conocimientos correspondientes, es de mayor relevancia que desarrolle de forma paulatina a lo largo de la educación básica, un cierto tipo de habilidades intelectuales que le posibiliten el manejo del contenido de las matemáticas en formas distintas y que sea capaz de llevar al cabo procesos que le impliquen la reorganización de sus estrategias para que se encuentre en posibilidad de resolver los problemas y de aplicar los conocimientos que ha adquirido.¹²¹

¹¹⁹ Charnay, Roland , *op. cit.* p. 54

¹²⁰ Block, David y Martha Dávila *La matemática expulsada de la escuela. op. cit.*

¹²¹ SEP Plan y programas de estudio 1993 Educación Básica Primaria. *Enfoque Matemáticas.*

El planteamiento y resolución de problemas ocupa un lugar importante en la clasificación de las habilidades intelectuales. El problema adquiere, por tanto, un sentido más amplio relacionado con actividades que enriquezcan y amplíen los conocimientos del niño, le permitan utilizar los que ya ha adquirido promoviendo la construcción de otros nuevos y diferentes.

En el siguiente capítulo se presenta una propuesta de programa para la enseñanza del concepto de número fraccionario a los niños de cuarto año de primaria, en el que se manejan diferentes estrategias de enseñanza, que han sido planteadas a partir de los elementos revisados en este capítulo referentes a la enseñanza de la matemática por medio de problemas.

CAPÍTULO IV

ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CON BASE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En este capítulo se presenta inicialmente una breve introducción del concepto de fracción, su forma convencional y algunas de las formas en que se aplica para la resolución de problemas; posteriormente se hará una propuesta de taller para la enseñanza del concepto de fracción a partir de recuperar la noción de reparto. Es importante anotar que el interés por realizar este programa surge a raíz del trabajo como profesora en el 4° de primaria, lugar desde el cual llama la atención la enseñanza de las fracciones a partir del concepto de reparto.

Para la presentación de éste taller se establece cuáles son los propósitos y contenidos del Plan y Programas de Estudio de la Educación Básica Primaria, para la asignatura de matemáticas del cuarto grado y posteriormente se describe los aspectos que norman el criterio para seleccionar la enseñanza de la noción de fracción para dar fundamento teórico a la propuesta metodológica del Taller para la enseñanza del concepto de fracción, después se presenta una planeación didáctica en la que se incluyen estrategias de enseñanza.

Propósitos del programa de matemáticas de 4° grado:

A) Que el alumno desarrolle la capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.

B) Que el alumno desarrolle el pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.¹²²

Este enfoque considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones que ya tiene para resolver ciertos problemas que a partir de sus soluciones iniciales realicen una comparación de los resultados que obtienen y de las formas en la que van resolviendo para que vaya paulatinamente evolucionando hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Desde este punto de vista, el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida de que se diseñen actividades que promuevan la construcción de los conceptos partiendo de experiencias concretas en la interacción con los otros.

La organización de los contenidos para las matemáticas en el plan y programas de estudio de primaria se presenta con base en seis ejes

= Los números, sus relaciones y sus operaciones

= Medición

= Geometría

= Procesos de cambio

= Tratamiento de la información

= La predicción y el azar

¹²²Plan y programas de estudio, enfoque. p. 50

La noción de reparto fundamento del concepto de fracción, que es el punto de interés central de este trabajo se encuentra en el eje los números, sus relaciones y sus operaciones, ya que dentro de éste, se encuentra el estudio de los números fraccionarios.

Para el 4° grado específicamente el programa señala con relación a los números de fracción los siguientes aspectos

- * Concepto de fracción

- * Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones, por ejemplo, tercios, quintos y sextos

- * Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones

- * Fracciones con denominador 10, 100, 1000

- * Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador

- * Ubicación de fracciones en la recta numérica

- * Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales

* Algoritmo convencional de la suma y la resta de fracciones con igual denominador¹²³

Actualmente, los indicadores del programa para la educación primaria nos marcan como objetivo general, que el alumno sea capaz de emplear diversas estrategias para encontrar equivalencias y resolver problemas con números fraccionados; para llegar a este objetivo general deberá tener que cumplir las siguientes metas:

- a) Sabe que un entero puede dividirse en partes iguales y conoce el nombre de algunas de ellas, y,
- b) Comprende lo que significa las fracciones y las utiliza en la resolución de problemas sencillos.

Específicamente para el 4° los indicadores se observan cuando:

- Sabe como se llaman las fracciones de un entero y las escribe y lee convencionalmente.¹²⁴
- Utiliza las fracciones más comunes para medir líquidos, superficies y medidas en kilogramos

¹²³Plan y Programas de Estudio p. 60

¹²⁴Mapa de competencias para educación primaria p. 46

- Resuelve problemas sencillos de suma y resta de fracciones con denominadores iguales, utilizando material concreto.
- Representa con dibujos sus fracciones de suma y resta de fracciones
- Compara fracciones, con la ayuda de material, para determinar cuál es mayor, menor o equivalente.

Para el 4° grado se amplía el trabajo con las fracciones enfatizando su uso en situaciones que representen un problema en diferentes contextos que se relacionan con la medición de las longitudes, la capacidad de algunos recipientes en las situaciones de reparto. Se incluyen actividades con diferente nivel de complejidad, ya que, además de trabajar con las fracciones cuyo denominador es 2, 4, 6, 8, se incluyen 3,5 y fracciones decimales.

Es conveniente anotar, que para que el alumno cumpla con estos indicadores es indispensable que previamente haya construido la noción de reparto a la cual está dirigido el programa de estrategias que presentamos.

El planteamiento metodológico que tiene el programa de matemáticas para el cuarto grado establece que: “más que memorizar los términos de una fracción y saber distinguirlos, es necesario que los alumnos le den un significado al numerador y al denominador”.¹²⁵ Es decir, que pueda identificar de un reparto el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se

¹²⁵SEP, libro para el maestro p. 33

hizo el reparto. Aspectos que se trabajan en la lección como “noción de fracción”, del libro de matemáticas SEP, la cual se obtiene como resultado de un reparto de galletas.

Contextualizar estos significados para reflexionarlos, permite a los alumnos comprender el concepto de fracciones equivalentes a través de la comparación entre ellas mismas. Es importante considerar que el alumno deberá además establecer paralelamente las nociones de reparto equitativo y exhaustivo, es decir, deberá realizar sus repartos en partes iguales sin que sobre nada.

No está por demás decir que, bajo esta orientación metodológica que presenta el programa de matemáticas para el cuarto grado, se ha construido la propuesta de enseñanza de la noción de reparto que se presenta.

Para comenzar a hablar de lo que es la unidad de reparto, se dará una breve definición de lo que es fracción y la forma convencional en la que se opera.

El diccionario ya separa en su significado dos acepciones bien diferenciadas. (Del latín *fractio*, romper), por un lado se nos presenta como <la división de un todo en sus partes> o <las partes de un todo>. Por otro lado, dentro de los significados propios de la aritmética, aparecen acepciones tales como <número quebrado>, <expresión que indica una división que no puede efectuarse>, etc.¹²⁶

¹²⁶ *Martínez Patricia, La resolución de problemas. p.60*

Idea intuitiva de fracción común

Una fracción puede interpretarse como la participación de una o varias unidades, siempre y cuando todas las partes sean iguales. Ejemplos:

Si el siguiente rectángulo se considera una unidad y se divide en 5 partes equivalentes, cada una de ellas recibe el nombre de quinto o sea $1/5$

$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$	$1/5$
-------	-------	-------	-------	-------

Si a los siguientes 20 puntos se les utiliza como montón-unidad y se reparten en 4 montones equivalentes cada uno de ellos será $1/4$ del montón-unidad y tendrá 5 puntos.

$$\frac{1}{4} (20) = 5$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$

Elementos de una fracción común

Numerador: número de partes que se toman

Denominador: número de partes en que se ha dividido la unidad.

Ejemplo: $3/5$ significa que un entero o un montón-unidad, se divide en cinco partes iguales y que se tomaron tres de esas 5 partes.

PROPIEDADES DE LA UNIDAD DE REPARTO

En el plan y programas de estudio al tratar los números de fracciones en el 4° grado de primaria, se encuentra que en la representación e interpretación se especifica que la reforma curricular tiene como propósito que los niños: adquieran una forma cultural más sólida para aprender permanentemente con independencia los nuevos materiales educativos de una manera más sistemática, creativa y flexible.¹²⁷

De entre las propiedades generales del grado se considera que lo siguiente se encuentra relacionado con nuestra propuesta: Resuelva problemas que impliquen el uso de fracciones en situaciones de reparto, medición y comparación, equivalencia u orden.¹²⁸ Para ello se hace necesario que cada docente presente a sus alumnos situaciones que promuevan la necesidad de repartir enteros. Es importante también presentar los repartos en contexto de dificultad cada vez más complejos al realizarlos entre diferente número de objetos y de personas. A partir de considerar esto último, se ha construido nuestra propuesta.

Por otra parte en las recomendaciones didácticas por eje, enfatiza el uso de las fracciones en situaciones problema en diferentes contextos relacionados tanto en la medición de longitudes como en situaciones de reparto, se plantea una diferencia importante entre 3° y 4° grado fundamentada en el nivel de complejidad

¹²⁷*Idem p. 5*

¹²⁸*Caballero Ramos Romeo Froylán, Aritmética y geometría intuitivas. p.58*

de las actividades y el tipo de fracciones con las que se trabaja, este aspecto también se ha considerado en la construcción de nuestra propuesta.

El reparto es una actividad a la que todos accedemos desde temprana edad, es significativo para los alumnos y constituye un medio a través del cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para cuantificar las partes que le tocan a cada quien permitiendo la sistematización de los conocimientos de exhaustividad y equitatividad.

Este proceso constituye una de las actividades fundamentales para que el alumno sea capaz de fraccionar una o varias unidades. Sin embargo, el proceso que los alumnos siguen hasta llegar a realizar este tipo de repartos es largo y complejo. Por ello debe ser encausado por medio del trabajo de situaciones de problemas significativos para el niño que se encuentran en su realidad, de ahí que en nuestra propuesta se busca recuperar y encausar en el alumno este proceso de construcción de la noción de reparto.

El tipo de estrategias fundamentales que se sugieren para la interpretación de número fraccionario son las situaciones de reparto. Se pueden crear muchas situaciones problemáticas, que por una parte involucren activamente la noción de fracción en situaciones de reparto y le den sentido. Por otra parte, que sean accesibles para los niños y puedan entenderlo sin mucha dificultad. La situación de reparto, que involucra la necesidad de fraccionar enteros, se produce por el reto que se plantea al alumno al tener que repartirlo todo en partes iguales y sin

que sobre nada. Con estos indicadores como base elaboraremos las propuestas de diferentes contenidos que sugieran la resolución de problemas en situaciones de reparto, que se presentan en nuestra propuesta.

JUSTIFICACIÓN DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS POR MEDIO DE PROBLEMAS

Tradicionalmente se ha utilizado los números fraccionarios en varias situaciones de la vida cotidiana. Las fracciones brindan diferentes estrategias que permiten solucionar problemas diversos como los alumnos, en la vida diaria utilizan medidas fraccionarias como medio vaso de leche, un cuarto de papel cascarón, media hoja de block, tres cuartos de cartulina, etc. Sin embargo, a pesar de que los alumnos las utilizan en la vida cotidiana, la variedad de medidas, a las que tienen acceso es muy reducida. Esto propicia que no adquieran un referente suficientemente significativo que le sirva de antecedente para el dominio de esta noción.¹²⁹

Desde el punto de vista matemático, didáctico y psicológico se han analizado algunas de las diferencias que representa tanto la enseñanza como el aprendizaje de las fracciones. De entre estas, se puede mencionar la pobreza de significados, la tendencia a atribuirles propiedades y reglas sólo aplicables a otro tipo de números y la interpretación prematura de la noción de fracción en el contexto escolar.

¹²⁹SEP Guía para el maestro 3* grado de educación primaria Pp. 13-29

Por ejemplo: Los alumnos de primero y segundo grado que, desde la teoría de Piaget, no son conservadores de área, tienen dificultad para establecer la equivalencia de fracciones cuando se les pide que comparen dos mitades generadas de unidades iguales, pero que fueron cortadas de manera distinta.

Para lograr la concepción de los números fraccionarios los niños recorren un largo proceso en el cual desarrollan operaciones mentales complejas. Es por esto que en el plan y programa de estudios la interpretación formal de la noción de fracción se inicia en el 3° grado de primaria, etapa a partir de la cual los niños ya son capaces de trabajar sobre su proceso de simbolización y tienen los elementos para fundamentarlas.

Para el 4° grado la enseñanza de la fracción tiene como punto de partida la resolución de problemas de reparto que implican el fraccionamiento de enteros. Estos problemas implican que se realice la representación simbólica de las fracciones, ya que en grado previo se iniciaron los procesos de simbolización y la fundamentación de los números fraccionarios como concepto.

Los problemas que se presentan en el 4° grado involucran situaciones que pueden surgir de necesidades cotidianas que obliguen al niño a utilizar sus propios recursos, como es el caso de repartición de galletas; y de esta manera se le brinden experiencias de conceptos significativos que le permitan involucrarse con la fracciones y estén relacionadas con sus vivencias e interpretaciones para lograr un mayor éxito en el aprendizaje.

Como se indicó la concepción de los números de fracciones se analiza a partir de problemas de repartición como situaciones de aprendizaje. Desde el punto de vista didáctico se establecen una serie de indicadores para que orienten el estudio de materiales curriculares de forma más precisa.

Estos indicadores se establecen a partir de los objetivos generales de aprendizaje que se proponen a los maestros para la realización de diversas estrategias para la enseñanza de los números fraccionarios en las guías para el maestro de 3° y 5° grado, así como, las diferentes estrategias propuestas para el aprendizaje de la noción de fracción en el Taller para maestros de la enseñanza de matemáticas¹³⁰

A partir de la experiencia con los alumnos del cuarto grado se puede establecer que para lograr la conceptualización de los números fraccionarios los niños recorren un largo proceso en el cual desarrollan operaciones mentales complejas. Es por eso que la introducción formal de la noción de fracción se inicia hasta el tercer grado de primaria y se consolida en el cuarto grado. En este momento, de acuerdo a las etapas de desarrollo del niño descritas en el Capítulo I, los niños ya son capaces de trabajar sobre su simbolización y tienen los elementos para fundamentarla. También pueden empezar a establecer la equivalencia de fracciones, cuando se

¹³⁰ *Dávila, Martha en su estudio situaciones de reparto: una introducción a las fracciones, realiza un análisis sobre el aspecto de conservación del área como una de las condiciones necesarias para los que los alumnos comprendan la noción de fracción.*

les pide que comparen, por ejemplo, dos mitades generadas de unidades iguales pero que fueron cortadas de manera distinta.¹³¹

Desde esta óptica de consolidación de la noción de fracción que se presenta en el programa de cuarto grado se ha seleccionado para este taller la enseñanza de la noción de los números fraccionarios en el contexto de reparto, ya que es una actividad a la que todos accedemos desde temprana edad, es significativa para los niños y constituye un medio a través del cual empiezan a emplear ciertos términos fraccionarios para cuantificar las partes que le toca a cada uno.

En las estrategias que se describen, como propuesta metodológica de este taller, nos podemos dar cuenta que se trata de una actividad con la que los niños fácilmente pueden comprobar que existen distintas maneras de hacer un reparto, además de expresar en fracciones cuánto le toca a cada quien permitiéndole ir sistematizando los conceptos de equitatividad y exhaustividad.

Como ya se ha mencionado, el reparto equitativo y exhaustivo, (en partes iguales sin que sobre nada) constituye una de las actividades fundamentales para que el niño sea capaz de fraccionar una o varias unidades; sin embargo, el proceso que los niños siguen hasta llegar a realizar repartos de este tipo, es largo, debe ser encauzado por medio del trabajo de situaciones problema significativas para el

¹³¹ *Dávila, Martha en su estudio Situaciones de Reparto: una introducción a las fracciones, como indicamos realiza un análisis sobre el aspecto de la conservación del área como una de las condiciones necesarias para que los alumnos comprendan la equivalencia de las fracciones, noción fundamental para avanzar en los aspectos conceptuales de la fracción.*

niño, que se encuentren en su realidad sean lúdicas e interesantes para ellos, con base en esto se ha construido la propuesta de enseñanza de la noción de reparto.

Las razones y las orientaciones que se han presentado, son las líneas sobre las cuales se ha construido esta propuesta de enseñanza de la noción de fracción. Sólo nos resta ahora expresar que las estrategias fundamentales que se proponen a continuación, en el Taller para la enseñanza de la noción de fracción en situaciones de reparto, están enfocadas a la creación de muchas situaciones problemáticas que, por una parte, involucra activamente la noción de fracción en situaciones en las cuales los niños tienen que realizar repartos para que así, le den sentido buscando que sean situaciones accesibles para ellos y que puedan entenderlas sin mucha dificultad.

Estos objetivos y precisiones en relación al Plan de estudios de Primaria y el Programa de cuarto año, son las orientaciones de que las que se ha partido para la conformación de la propuesta de programa que se presenta a continuación.

ESTRATEGIAS

Las estrategias para este taller se han organizado en tres etapas que son:

- 1.- Sensibilización y manipulación de material
- 2.- Algunas conclusiones sobre fracciones
- 3.- Representación convencional de los números fraccionarios

En la primera etapa se buscará que el niño se familiarice con situaciones de reparto, como son la repartición de galletas o cartulinas. En primera instancia sin necesidad de dividir, después tendrá que enfrentarse a las situaciones de repartir menor número de galletas o cartulinas, entre el mismo número de personas para lo cual se acercará a los conceptos de: medio, cuarto y octavo.

Es conveniente que en esta etapa el maestro guíe a los niños para que realicen un reparto equitativo y exhaustivo.

En la segunda etapa, se propiciará que el alumno reflexione y establezca algunas conclusiones.

Para esta etapa es conveniente que se realicen tentativas con relación al reparto, para lo cual se le presentarán distintas situaciones problema como repartir diferentes alimentos como pizzas, chocolates, pasteles y galletas.

Después de haber vivenciado estas diversas situaciones de reparto se pedirá a los estudiantes que hagan representaciones gráficas de cómo lograron repartir los alimentos.

En la tercera etapa, se presentará a los niños la forma convencional de representación de los números fraccionarios.

Se explicarán los conceptos de numerador y denominador, después se les pedirá que realicen diferentes situaciones que impliquen fracciones.

Por último se les pedirá que establezcan conclusiones con relación a cómo representar por medio de números fraccionarios en situaciones de reparto.

Finalmente se resolverá el libro de SEP, matemáticas, las lecciones que corresponden a “las fracciones en situaciones de reparto”

HOJA DE DATOS SOBRE LAS SESIONES DE LAS ESTRATEGIAS

Este taller va dirigido a profesores de grupo, principalmente de 4° grado, se aplicó a alumnos de este grado.

Consta de tres etapas divididas en dos sesiones cada una seis sesiones.

El tiempo de cada sesión es de aproximadamente una hora y se recomienda aplicarla diariamente, ya que, como lo marca el programa de matemáticas de SEP, se debe impartir esta clase diario.

El objetivo es que como lo menciona Piaget, los niños de la etapa entre nueve y diez años (período operatorio o de operaciones concretas) adquieren las operaciones mentales, su pensamiento ya es reversible, pero el niño necesita presenciar o ejecutar la operación en orden para invertirla mentalmente; por lo que al manipular la masa, fraccionarla y volverla a unir en entero, para el niño es más significativo y también el fabricar ellos mismos sus propias golosinas.

Al ir del juego a lo convencional, el niño muestra mayor interés para aprender y el mismo construye su propio conocimiento.

Esta propuesta se compone de tres etapas que son:

ETAPAS	TEMA	OBJETIVO
Etapas I, sensibilización y manipulación de material	Noción y afirmación de fracciones de medios, cuartos y octavos	Que el alumno sea atraído por la manipulación de material, al relacionarlo con su vida cotidiana le sea más fácil repartir en partes iguales las galletas.
Etapas II, Algunas conclusiones sobre fracciones	Representación y afirmación gráfica de fracciones	Al utilizar material didáctico para resolver problemas, a los alumnos se les facilitará al repartir sus galletas favoritas
Etapas III Representación convencional de los números fraccionarios y afirmación en el libro	Representación y afirmación convencional de fracción	Que el alumno aprenda la forma convencional de representar las fracciones, así como también el reparto de un entero en forma exhaustiva y equitativa

ETAPA I sesión 1

ASIGNATURA/ PROPÓSITO	TEMA	ESTRATEGIAS	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACIÓN
MATEMÁTICAS/ Establecer la noción de fracción con el principio de la necesidad de partir un entero.	Noción de fracción. Divide un entero en medios, cuartos y octavos.	Se propondrá a los niños realizar una actividad de elaboración de golosinas con masa de sal y para ello se realizarán las siguientes actividades: 1.- Se organizarán en equipos de 4 personas, esto facilitará el reparto de fracciones en medios, cuartos y octavos. 2.- Ya organizados, en equipo traerán los materiales necesarios para la elaboración de la masa. 3.- Se elaborarán las golosinas. Cada equipo elaborará 7 galletas redondas. 4.- Primero se repartirán 4 galletas entre los 4 niños y anotarán lo que sucede. 5.- Después repartirán 2 galletas entre los cuatro niños. 6.- Finalmente, repartirán 1 galleta entre los 4 niños.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ ½ Kg. de harina ✓ ½ Kg. de sal ✓ Agua ✓ 2c. de aceite ✓ Colores vegetales ✓ Espátula de plástico para partir galletas ✓ Recipiente para hacer la masa 	<p>Los alumnos fueron atraídos por la actividad manual, ya que la elaboración y la manipulación de la masa fue muy entretenida y divertida para ellos.</p> <p>Inclusive desde el momento en que formaron los equipos y se asignaban el material, fue una forma diferente de trabajar para ellos.</p> <p>Además al formar las galletas, lo relacionaron con aspectos de su vida cotidiana y fueron capaces de repartir equitativamente.</p>

Sesión 2

ASIGNATURA/ PROPÓSITO	TEMA	ESTRATEGIAS	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACIÓN
<p>MATEMÁTICAS</p> <p>Noción de fracción, Establecer la noción de fracción por la necesidad de repartir un entero</p>	<p>Noción de fracción. Dividir un entero en partes iguales.</p>	<p>Los alumnos utilizarán hojas tamaño carta y las dividirán en partes iguales para repartirlas en cierto número de niños.</p> <p>1.- Se harán equipos de diferente número de niños: Uno de 4 niños, otro con 6 niños y otro con 8 niños.</p> <p>2,. A cada equipo se les repartirá 4 hojas y las tendrán que repartir entre sus integrantes en partes iguales</p> <p>3.- Después se les dará sólo 2 hojas para repartir</p> <p>4.- Al final sólo se les dará 1 hoja para repartir</p> <p>5.- Cada equipo explicará cómo le hizo para dividir las hojas en partes iguales</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Hojas de colores tamaño carta ◆ Tijeras ◆ Regla ◆ Lápices 	<p>Los alumnos atraídos por las actividades participan con más entusiasmo por tratarse de una actividad lúdica, en la cual no necesariamente tiene que utilizar el cuaderno y ellos mismos establecen sus propias formas de resolver los repartos.</p>

ETAPA II sesión 3

ASIGNATURA/ PROPÓSITO	TEMA	ACTIVIDADES	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION
<p>MATEMÁTICAS/ Establecer el concepto de reparto equitativo y exhaustivo</p>	<p>Fracciones en situación de reparto</p>	<p>Trabajaremos nuevamente la masa de sal y se harán reparticiones en diferentes situaciones, considerando el número de personas entre las que hay que realizar el reparto.</p> <p>Se harán diferentes alimentos para repartir: pizzas, chocolates, pasteles, galletas, etc.</p> <p>Se explorará diferentes formas de representación gráfica para cada una de las situaciones problema de reparto vividas por los alumnos.</p>	<p>Masa de sal que ya se sabe elaborar</p> <p>Papel</p> <p>Lápices de colores</p> <p>Etiquetas</p>	<p>Después de las sesiones pasadas el repartir los alimentos entre los integrantes del equipo no tuvo gran dificultad.</p> <p>El proceso se facilita por el conocimiento previo y se realiza más fácilmente el reparto.</p>

Sesión 4

PROPÓSITO/ ASIGNATURA	TEMA	ESTRATEGIAS	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION
MATEMÁTICAS Diferentes tipos de fracciones	Fracciones en situación de reparto, aumenta en tercios y quintos	Misma masa Trabajarán individualmente y se les repartirá una porción de masa. Se plantearán problemas de reparto en el pintarrón para hacerlos en el cuaderno, con la masa resolverán dichos problemas y anotarán en el cuaderno el resultado	<ul style="list-style-type: none">• Masa• pintarrón• plumones• cuadernos• lápices	Al hacer la repartición y percatarse que en los problemas planteados existían más personas que elementos tuvieron que pensar como solucionarlos para que queden repartidos correctamente.

ETAPA III sesión 5

PROPÓSITO/ ASIGNATURA	TEMA	ESTRATEGIAS	EVALUACION
<p>MATEMÁTICAS</p> <p>Comprender la manera convencional de fracción</p>	<p>Definición de fracción y sus componentes</p>	<p>Definición de fracción</p> <p>Definición de sus componentes:</p> <p>1 numerador 2 denominador</p> <p>Se harán preguntas en general para el grupo y pueden contestarlas en coro y poco a poco lograr respuestas individuales, utilizando únicamente el pintarrón:</p> <p>Ejemplo: ¿En cuántas partes se tendrá que dividir la galleta a partir de esta fracción $\frac{1}{4}$?</p> <p>Se puede hacer la pregunta en viceversa</p> <p>¿En dónde colocó el número en que dividí mi entero? ¿Sí regaló una parte cuántas partes tomé y en dónde se coloca el número?</p> <p>Como último ejercicio seguiremos con las preguntas, pero ya tendrán que contestar arriba o abajo, sino que, tendrán que utilizar 'numerador' o 'denominador'</p>	<p>Al principio los alumnos contestaban titubeantes, pero conforme avanzaron las intervenciones y las explicaciones que uno o varios alumnos daban del por qué de su respuesta, fueron tomando confianza y las respuestas se fueron logrando de forma individual.</p>

Sesión 6

PROPÓSITO/ ASIGNATURA	TEMA	ESTRATEGIAS	EVALUACIÓN
<p>MATEMÁTICAS</p> <p>Comprender la manera convencional de fracción</p>	<p>Problemas de reparto</p>	<p>A partir de lo practicado en la sesión anterior, se plantearán problemas que tengan que ver con su vida cotidiana.</p> <p>Se sugiere que en el cuaderno lo realicen con esquemas y lo representen en su forma convencional.</p> <p>Ejemplo: Hugo, Max, Gabriel y Sebastián tenían ganas de un chocolate “<i>Kit Kat</i>”, pero como no traían mucho dinero sólo lograron juntar para comprarse uno, y venía dividido ya en 8 partes, ¿Cuántas les tocó a cada uno?</p> <p>Haz un dibujo del chocolate y colorea la fracción que le toca a cada uno en colores diferentes. (Escribe con número la fracción).</p> <p>Se dará un cierto tiempo para que lo resuelvan en su cuaderno, después formarán equipos para intercambiar sus respuestas y pasarán al pintarrón a resolverlos en manera de competencia.</p> <p>Para terminar con ésta sesión resolveremos el libro de SEP matemáticas, aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo de estas sesiones</p>	<p>Primeramente el plantear problemas con los nombres de algunos compañeros y con las marcas de golosinas que son conocidos causa curiosidad y risas entre ellos.</p> <p>El seguir manejando los esquemas y combinarlos con la forma convencional, les permite la facilidad y comprensión del tema que estamos tratando.</p> <p>Algunos les cuesta un poco de trabajo la comprensión del tema, pero a través de ejercicios de práctica consiguen mejorar poco a poco.</p>

CONCLUSIONES

A continuación indicaremos algunas conclusiones que se desprenden de este trabajo recepcional:

1.- Las situaciones nuevas que presentan al niño un problema, hacen que entre en desequilibrio, de esta manera active sus procesos de asimilación y acomodación que favorezcan encontrar un equilibrio entre sus estructuras de conocimiento logrando así, el aprendizaje de un concepto nuevo.

2.- Si un aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño para responder a una pregunta de su interés o para resolver un problema que le motiva, tiene necesidad de construir una solución, como en el caso de repartir golosinas. Entonces, sí se alcanzó la construcción de un aprendizaje significativo, porque se generó en el niño la necesidad de investigar, la sensación de descubrir, de lograr un objetivo, finalmente la meta de alcanzar la resolución de un problema.

3.- Durante el período sensoriomotriz pasan por diferentes etapas, que van a ser la base de la forma en que aprenderán el número fraccionario, estas son: Circulares primarias, secundarias y terciarias.

4.- Desde el punto de vista afectivo-social esta edad (8-10 años) se caracteriza por la disminución del egocentrismo. Se constata un mayor grado de colaboración y cooperación con los compañeros y adultos que le rodean.

5.- En esta edad es notable el progreso de su capacidad de abstracción, que le permite representar aspectos más amplios y variados de la realidad y es fundamental la experiencia directa para facilitar los aprendizajes.

6.- La presentación de problemas relacionados con experiencias de vida en el niño, es un elemento que favorece el aprendizaje en general y en particular dirigido a la resolución de reparto. Esto se da no sólo en términos de favorecer el proceso cognitivo, sino también, en el terreno motivacional.

7.- Los niños construirán el concepto de número fraccionario, si para ello se presenta un problema que les motive a construir una solución como en el caso de repartir golosinas.

8.- Los niños tienen ya noción previa de lo que es el reparto y esto les permite identificar los términos fraccionarios que le tocan a cada uno.

9.- Los alumnos adquirirán el concepto de reparto equitativo y exhaustivo al iniciar la presentación del tema a partir de el manejo de material didáctico manipulable.

10.- El presentar situaciones de reparto como un problema ayuda a los alumnos a que trasladen las experiencias adquiridas en otros conceptos y a enfrentar nuevas situaciones.

11.- Es importante que los maestros promuevan en sus alumnos el gusto para aprender matemáticas, ya que esto les facilitará a tener apertura a esta área de conocimientos, particularmente a situaciones de reparto y número fraccionario.

12.- Los alumnos mostraran interés y gusto por resolver problemas y manipular materiales, al tiempo que utilizaran diferentes estrategias y sus propios recursos, y adquirir confianza en su capacidad de hacer matemáticas.

13.- El tema se presenta en el libro de una forma interesante, ya que, los hace pensar como realizar el reparto cuando el número de objetos es diferente del número de personas entre las que se va a repartir.

14.- Este proceso de reparto ayuda a los alumnos para construir la representación convencional de los números fraccionarios. Así mismo facilita comprender los términos que lo componen en donde el denominador representa el número de personas entre quien se realizó el reparto y el numerador el número de partes o fracciones que se tomaran de ese entero

BIBLIOGRAFÍA

ANTIGA Trujillo Susana Paula. *Cómo construyen competencias académicas básicas los alumnos de 4º grado de primaria, para la resolución de problemas de reparto.* Tesis Maestría, facultad de filosofía. UNAM, 2001.

BABLUENA, Hugo. *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria.* Tesis. México, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, 1988.

BALBUENA, Hugo. Et al. "Un maestro ante la Didáctica Constructivista." En *Cero en conducta.* México, Marzo-Abril 1986.

BALBUENA, Hugo. *Descubriendo las Fracciones.* Cuaderno DIE No. 5. México. Laboratorio de Psicomatématica, DIE-CINVESTAV, 1984.

BALBUENA, Hugo, David Block, Irma Fuenlabrada y Ma. Del Carmen Álvarez *Alternativas Curriculares para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México, Proyecto DIE-CINVESTAV, 1987.

BLOCK, David. Et al. *DEBATE.* "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto." En: **Cero en Conducta.** México, Mayo-Agosto 1995. Año 10, n. 40-41.

BLOCK, David. *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.* Tesis, México, DIE CINVESTAV, 1987.

BLOCK, David y Alcibíades Papacostas. "Didáctica Constructivista y Matemáticas, una introducción." En: **Cero en Conducta.** México, Marzo-Abril 1986.

BLOCK, David y Martha Dávila. "La Matemática expulsada de la escuela". En: *Educación Matemática.* México, Grupo Editorial Iberoamérica, V. 5, no. 3, diciembre 1993.

CABALLERO Romos Romeo Froylán. *Aritmética y Geometría intuitivas.* Serie museo didáctico de la matemática.

CABALLERO Romos Romeo Froylán. *Fabrica de genios matemáticos 4.* Serie museo didáctico de la matemática.

CAMPOS, M. A. Y Gaspar, S. Los conceptos de Educación y Aprendizaje en la Teoría Piagetiana y algunas implicaciones. *Perfiles Educativos.* No. 43-44, 1989.

CARRAHER, Terezinha, N., et al. "Los Contextos Culturales del Aprendizaje de las Matemáticas." En: *En la Vida Diez, en la Escuela Cero*. México, Siglo XXI, 1991.

CHARNAY, Roland , "Aprender (por medio de) la resolución de problemas." En: Cecilia Parra e Irma Saiz Comps. *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires, Paidós, 1994.

DAVILA Vega, Martha. *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones*. Tesis. México, UPN, 1991.

DAVILA Vega, Martha, *El reparto y las fracciones*. Educación matemática vol. 4 México 1992

DE ZUBIRIA SAMPER, JULIAN. *De la escuela nueva al constructivismo, un análisis crítico*. Editorial. Magisterio. Bogota Colombia.

DÍAZ Barriga Frida y Arceo Gerardo Hernández Rojas. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. 2° ed. .Ed. Mc Graw-Hill. México 2001.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA, REVISTA. *Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria*. Vol. 8 #3 dic. 1996.

FUENLABRADA, IRMA Debate. Innovaciones de la matemática en la escuela primaria. En: Revista **Cero en Conducta**, Número 40-41, año 10, mayo-agosto 1995.

KAMII CONSTANCE Y RETA DEVRIES. *La teoría de Piaget y la educación preescolar*. Tr. Asonzubiar, Madrid, Aprendizaje VISOR, 1985,

LELAND C. SWENSON. *Teoría del aprendizaje*. Buenos Aires, Paidós, 1984.

MARTINEZ PATRICIA. *La resolución de problemas*. Matemáticas. En Proyecto Educativo Primaria, editorial SM, 2004

.ORTEGA ROSARIO, ALFONSO LUQUE Y ROSARIO CUBERO "TEORÍA. Constructivismo y práctica educativa escolar. Primera Parte. En Revista **Cero en Conducta**. Año 10, Número 40-41, Mayo-Agosto 1995.

PERRAUDEAU, MICHAEL *Piaget hoy, respuestas a una controversia*. Impresora y encuadernadora Progreso. México D.F.

PIAGET, JEAN. *El nacimiento de la inteligencia en el niño*. Tr. Pablo Bordonaba. México, Grijalbo, 1994.

PIAGET, JEAN Y BÄRBEL INHELDER. *Psicología del niño*, Buenos Aires, Stilograf, 1973.

RICHMOND P.G. *Introducción a Piaget*. Madrid, Editorial fundamentos, 6° edición, 1978, pp.210

RESNICK B., LAUREN Y WENDY LUFORD. *Piaget y el desarrollo de las estructuras cognitivas*” En Resnick, B. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona, paidós, 1990, 230 pp.

SEP. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. (Primera parte, Segunda Parte, Lecturas y material recortable de apoyo). México, SEP, 1995.

SEP. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Primera parte. México, SEP, 1995.

SEP. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Segunda Parte. México, SEP, 1995.

SEP. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Lecturas. México, SEP, 1995.

SEP. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para maestros. Programa Nacional de Actualización Permanente. Material recortable de apoyo. México, SEP, 1995.

SEP “Las fracciones. Capítulo I.” En: *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. Taller para Maestros, Segunda Parte. México, SEP, Programa Nacional de Actualización Permanente, 1995.

SEP. *Libro para el Maestro. Matemáticas. Cuarto grado*. México. Comisión de los Libros de Texto gratuitos, 1996.

SEP. *Matemáticas. Cuarto Grado Educación Primaria* México. Comisión de los Libros de Texto gratuitos, 1996.

SEP “Matemáticas Guía Didáctica Segundo ciclo.” En: *Guía para el Maestro*, Tercer y Cuarto Grado, Educación Primaria, SEP, 1992.

SEP. *Plan y programas de estudio 1993*. Educación Básica. PRIMARIA. México, 1993.

SEP. PROGRAMAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA. CONTENIDOS BÁSICOS.
Ciclo Escolar Programa Emergente de Reformulación de Contenidos

WOOLFOLK, ANITA E. Y NICHOLICHE LORRAINE MCCUNE. *Una teoría global sobre el pensamiento. La obra de Piaget.* Madrid, Narcea, 1983.