UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

"ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS"

TESIS PROFESIONAL

PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGIA EDUCATIVA

PRESENTA:

BRENDA LIZBETH GÓMEZ RAMÍREZ

Generación 2000 - 2004

Asesor: Maestro Pedro Bollás García

México, D. F. **2005**

AGRADECIMIENTOS

A mis Padres:

Juan Miguel y Margarita, por el amor, el apoyo incondicional y los consejos que me han guiado hasta ahora y que han influido en mi formación, sobre todo gracias por la vida que me dieron y por la cual les viviré eternamente agradecida.

LOS AMO.

A mi novio Javier:

Por el amor, apoyo y paciencia que me brindaste en todo momento, gracias por compartir esta etapa conmigo.

A mis hermanos:

Omar y Juan, por su cariño. Gracias por estar conmigo siempre.

***A mi* escuela:**

Por la formación profesional que me dio.

A Pedro Bollás García:

Por su paciencia, orientación, formación y confianza sincera, que me brindo para realizar este trabajo.

A la directora y a la maestra de la primaria, *Mariela y Laura* por el apoyo y cooperación que me brindaron y sobre todo a ***los niños*** por su cordial participación pues ellos fueron parte vital del trabajo.

Al Jurado:

Por su colaboración y disposición para la mejora del trabajo.

Gracias

INDICE

CAPITULO III ANÁLISIS DE RESULTADOS

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención basado en la resolución de problemas para la enseñanza de las fracciones en alumnos de cuarto grado de educación primaria.

El diseño del programa de intervención esta basado en el modelo denominado problema como recurso de aprendizaje o modelo aproximativo, el cual esta centrado en la construcción del saber por parte del alumno.

Se trabajo con un diseño cuasiexperimental pretest - postest.

La investigación se llevo a cabo con un sólo grupo de cuarto grado de primaria, el grupo estaba constituido por 31 sujetos cuyas edades oscilan entre los 10 y 11 años de edad. Se trabajo dentro de una aula regular de una escuela primaria pública.

El análisis cuantitativo y cualitativo muestra que los alumnos tuvieron avances en el manejo y uso de las fracciones después de la aplicación del programa de intervención a través de la resolución de problemas. Surgieron algunos factores no considerados en nuestra investigación en determinados momentos, entre estos que no tenían un buen manejo de los conceptos básicos de las fracciones.

Se concluye así que el programa de intervención debe ser revisado para futuras investigaciones y darle seguimiento para obtener mejores resultados.

INTRODUCCIÓN

La construcción del concepto de fracción es uno de los que ofrece mayor dificultad dentro de la escuela primaria, a tal grado que tienen aún en edad adulta serías dificultades para manejar adecuadamente este concepto. Al respecto Llinares (1997) menciona que “todos somos conscientes de las dificultades que presenta para los niños el aprendizaje de las fracciones, sobre todo en los niveles elementales, estas dificultades abarcan tanto la comprensión conceptual como la destreza de cálculo, esto ha sido constatado por numerosos investigadores de distintos países” (p.30).

De León (1996) menciona que esta dificultad se manifiesta en el alto porcentaje de niños que fracasan en aprender este concepto. Independientemente de su dificultad, el problema de su construcción se agrava debido a la forma de enseñanza de algunos profesores, otro de los aspectos que hacen a su complejidad tiene que ver con los múltiples significados que encierra su utilización.

Por tal motivo Llinares (1997) dice que existe la necesidad de desarrollar un lenguaje de símbolos que sea coherente con el conocimiento intuitivo, a través de la potenciación de un estilo de enseñanza, que incorpore las oportunidades apropiadas para que los niños puedan discutir y opinar con sus propios compañeros y maestros. Pues el niño debe de construir por sí mismo, tanto a nivel conceptual como a nivel de representación gráfica, las nociones matemáticas y la función de la presente investigación es la de proponer las situaciones adecuadas que le permitan avanzar en cada momento del proceso.

Por tal razón es de vital importancia el papel que desempeña el modo de representación gráfica en el proceso de enseñanza, por ello, deben de verse distintos modos de representación de esta noción, (modelo lineal, modelo de conjunto, modelo de área) para que su significado no se restrinja. Además las fracciones deben acercarse al alumno mediante un lenguaje que entienda, pues no logran visualizar lo que es la fracción, ya que su concepción del número es muy reducida, pues su representación no es concreta y hay que hacer que el alumno tome conciencia mediante representaciones, para que de esta forma, tenga una imagen mental y cambie su concepción del número, esto se logrará únicamente haciendo que el alumno sea el que manipule el material, y para esto habrá que contextualizarlas.

Las matemáticas como ciencia tienen ramas de estudio y aplicación, tales como la aritmética, el álgebra, la estadística, el cálculo, la probabilidad, etc. La educación básica en México centra la enseñanza de las matemáticas en la aritmética y el álgebra, principalmente a través de la resolución de problemas, siendo precisamente, la enseñanza de las fracciones a través de la resolución de problemas el punto de interés del presente trabajo.

Por ello la finalidad de este trabajo es la búsqueda de estrategias didácticas y metodológicas que faciliten el aprendizaje de las fracciones. Lo que pretendo es que las fracciones se asocien a situaciones que signifiquen algo para el alumno, que sepa utilizarlas, relacionarlas y aplicarlas.

Esto es importante, porque en la vida diaria, no solo nos encontramos con números enteros al realizar operaciones, sino que, también nos encontramos con operaciones de números fraccionarios y es ahí donde entramos en dificultades.

La vida se ha vuelto más difícil, y la escuela debe de evolucionar para poder preparar a individuos con capacidad para actuar en este mundo complejo y diversificado. (Santaló, 1997)

Por lo anterior el documento se ha dividido en tres capítulos. En el primero de ellos se presenta la fundamentación teórica en la cual se discuten aspectos concernientes al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas específicamente de las fracciones, la importancia de la interacción entre iguales, la utilidad de la resolución de problemas como modelo en el que se baso el programa de intervención. En el segundo capitulo se hace mención a los aspectos metodológicos relacionados con el trabajo, es decir, el número de sujetos y sus características, el escenario en el que se trabajo, los instrumentos utilizados, el tipo de diseño, el procedimiento y particularidades del programa de intervención. El tercer y último capitulo es el concerniente al análisis de resultados y a las conclusiones. En el análisis se hace una interpretación de los datos estadísticos, de las observaciones y registros realizados durante el desarrollo del programa de intervención, finalmente en las conclusiones se realiza una confrontación teórica entre los resultados obtenidos en el programa de intervención a partir de los datos arrojados en el pretest y postest y la información teórica revisada. Es importante señalar que se incluyen limitaciones y sugerencias para futuras investigaciones. De ello se pudo concluir que los alumnos tuvieron un avance en el manejo de las fracciones.

Por lo anterior y para llevar a cabo la investigación se trabajaron los siguientes objetivos, los cuales fueron el hilo conductor del trabajo:

General:

Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención basado en la resolución de problemas para la enseñanza de las fracciones en alumnos de cuarto grado de educación primaria.

Específicos:

- Evaluar a los alumnos antes y después de aplicar el programa de intervención.
- Aplicar el programa de intervención.
- Analizar de manera comparativa la evaluación inicial y final.
- Evaluar cualitativamente el programa de intervención.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La educación a través de la historia ha sufrido cambios permitiendo enriquecer la labor educativa, así como elevar el nivel de los pueblos a través de muchas generaciones.

Debido a que el mundo actual es rápidamente cambiante, por eso la escuela debe de estar en continua adaptación, ya que si la escuela se descuida se originaria un desfase entre la escuela y la realidad ambiental (Santaló, 1997). Por ello dentro de la educación básica se ha estimulado el interés por el aprendizaje significativo, por lo que existe la necesidad de que los niños aprendan a aprender y de esta forma participen críticamente en la vida social (SEP, 1994). De tal manera Sánchez (2003) complementa mencionando que para aprender contenidos matemáticos útiles es importante que el aprendizaje obligue al alumno a relacionar conocimientos nuevos con los que ya ha adquirido para que construya estrategias relativas al conocimiento matemático.

Pues las matemáticas, vienen del griego <matheema> (ciencia), significado que le han dado por su aspecto formal y abstracto y su naturaleza deductiva, pero su construcción, se une a una actividad concreta sobre los objetos por lo que el alumno necesita de la intuición como proceso mental. Al respecto Resnick (1990) menciona que los niños por naturaleza son constructivistas más que analíticos debido a que van construyendo una imagen de la realidad a partir de sus experiencias con los objetos, por ello se deben crear materiales de enseñanza que materialicen estas estructuras, y las acerquen al campo de la experiencia concreta. Esta es la razón por la que es importante basar la enseñanza de las matemáticas en la resolución de problemas, en la creación de sistemas formales para obtener resultados e interpretaciones de los mismos, en donde el objetivo es facilitar el conocimiento de las destrezas, conceptos básicos y la relación entre ambos mediante estrategias para resolver diferentes tipos de problemas.

Pues la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos de acuerdo con Sánchez (2003) deben tratarse con especial atención y cuidado, pues este ha generado un gran número de dificultades de aprendizaje en los alumnos, y muchas de estas dificultades se producen por un inadecuado y poco funcional, uso de los contenidos matemáticos. Por ello algunos psicólogos y educadores manifiestan que la enseñanza de las habilidades aritméticas, incluso de las más sencillas y elementales, debe ayudar a los niños a comprender los procedimientos y los datos (Resnick, 1990) y con mayor razón la enseñanza de las fracciones a través de la resolución de problemas que es precisamente el punto de interés del presente trabajo.

De acuerdo con Castro (2001) el tratamiento que se les da a las fracciones resulta muy pobre en la mayoría de los casos, por eso la capacidad de trasladar la comprensión a otras situaciones no es del todo clara, pues las fracciones usadas cotidianamente se restringen a unas pocas y están asociadas sobre todo, a situaciones de medida: medio litro; a medida de tiempo: media hora; a situaciones de comparación: dos de cada tres; a situaciones de reparto: la sexta parte de.

Por tal motivo Bruner (citado en Castro, 2001) propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas. Por esta razón Resnick (1990) argumenta que el desarrollo de los conceptos matemáticos se consigue mejor, mediante una serie de patrones cíclicos, donde cada uno tenga una secuencia de actividades de aprendizaje que vayan de lo concreto a lo simbólico, ya que el ciclo de aprendizaje es una interacción planificada entre un cuerpo de conocimientos estructurado y un estudiante activo, llevada a cabo con ayuda de materiales diseñados adecuadamente. De tal manera Sánchez (2003) complementa al decir que deben darse las condiciones adecuadas que ayuden a los alumnos a experimentar estos procesos y consecuentemente a comprender y a crear situaciones que permitan a éstos transferirlas a otras de su propia vida.

Resnick (1990) menciona que la meta será una verdadera comprensión de la matemática como un todo orgánico y como base para el pensamiento y la acción. Ya que no se trata de aprender matemáticas para después aplicarlas a la resolución de problemas sino de aprender matemáticas al resolver problemas. Por tal motivo:

¿Un programa basado en la resolución de problemas favorece el aprendizaje de las fracciones?

CAPITULO I

MARCO TEORICO

ENFOQUE DE LAS MATEMÁTICAS

Resnick & Ford (1990) refieren que a finales de los 50 y principios de los 60, la enseñanza de las matemáticas sufrió el impacto de algunos avances que estimularon el interés por el problema del aprendizaje significativo. Esto no solo suponía enseñar más matemáticas, sino también integrar mejor los conocimientos matemáticos.

Esto se dio debido a que la educación a través de la historia ha sufrido cambios, permitiendo enriquecer la labor educativa, así como elevar el nivel cultural de los pueblos a través de muchas generaciones, este enriquecimiento también se reflejo en el área de matemáticas. Por ello, de acuerdo con la SEP (1994), uno de los cambios más importantes ha sido que hoy la educación primaria a la que han aspirado los mexicanos sea una escuela para todos, con igualdad de acceso, que sirva para el mejoramiento de condiciones de vida de las personas y el progreso de la sociedad, siendo una de las demandas más importantes de ésta, ya que anteriormente era difícil mejorar las condiciones de vida de la gente, comentan Beltrán & Genovard (1999) pues la enseñanza de las matemáticas se centraba en torno a la realización de actividades memorísticas y de cálculo, poniendo especial énfasis en los procesos de automatización frente a los de razonamiento y comprensión; pero a comienzos de este siglo se registro un movimiento pragmático, en el que la educación matemática se desvinculaba, en cierto modo, de los fines formativos y se orientaba a los prácticos.

Lo anterior coincide con lo que mencionan Brousseau (2000) & D'Amore (2000) en que se pensaba que la enseñanza debía encargarse de la estructuración y organización de la información; concibiéndosele posteriormente como una forma de dar a conocer y de trasmitir los contenidos y recientemente, se comprende como el proceso de guiar al individuo en la evolución de su conocimiento. Por tal motivo y de acuerdo con Alsina (1998) la escuela se estructura en función de unas disciplinas concretas donde hay toda una serie de objetivos generales, de actitudes, valores y normas que se deben desarrollar (actitud critica, interrogantes, formular ideas). Y para poder lograr cumplir con los objetivos, la SEP (1994) en mayo de 1992 se suscribió al acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica en donde las actividades se orientaron en dos direcciones: la primera fortalecer los contenidos educativos, por lo que se distribuyeron las guías para el maestro de primaria para que prestará especial atención a la enseñanza de cuestiones básicas; y la segunda fue en la organización del proceso para así elaborar propuestas programáticas, libros de texto gratuitos, guías didácticas, materiales auxiliares, para mejorar la enseñanza.

Por tal razón "los planes y programas de estudio cumplen una función insustituible como medio para organizar la enseñanza y para establecer un marco común de trabajo en las escuelas de todo el país" (SEP, 1994, 10), en donde uno de los propósitos centrales de estos, es estimular las habilidades necesarias para el aprendizaje permanente y lograr que la adquisición de conocimientos esté ligada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de reflexión. Con lo que se pretende superar la antigua disyuntiva entre la enseñanza informativa o enseñanza formativa, bajo la tesis de que no puede existir una sólida adquisición de conocimiento sin la reflexión sobre su sentido.

Por esta razón el carácter formativo, más que informativo debe ser la necesidad de que el niño aprenda a aprender de modo que durante toda su vida, en la escuela y fuera de ella, busque y utilice por sí mismo el conocimiento, organice sus observaciones a través de la reflexión, participe responsable y críticamente en la vida social. Ante esta situación la SEP (1995a) argumenta que "la tesis Kantiana postula que cuando el sujeto cognoscente se acerca al objeto de conocimiento (sea este material o ideal), lo hace a partir de ciertos supuestos teóricos, de tal manera que el conocimiento es el resultado de un proceso de razonamiento y evolución entre el sujeto y el objeto, en donde ambos se modifican sucesivamente" (p.32). Por ello el tipo de actividades más frecuentes propuestas son las situaciones – problema y el análisis de procedimientos, respuestas y errores frecuentes de los alumnos. Ya que para aprender los alumnos necesitan hacer matemáticas, es decir requieren enfrentar situaciones que les represente un problema, un reto y generar sus propios recursos para resolverlo, utilizando los conocimientos que poseen.

De tal manera la SEP (1995b) explica que “no se trata de ‘aprender’ matemáticas para después ‘aplicarlas’ a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver problemas” (p.9).

Por tal razón los problemas deben de ser situaciones que desencadenen acciones, los hagan reflexionar, busquen estrategias y discusiones que lleven a la solución buscada y a la construcción de nuevos conocimientos o ha reforzar los previos.

Por este motivo la SEP (1995a) retomó la perspectiva constructivista, en donde, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial: no hay objeto de enseñanza, sino objeto de aprendizaje, es decir, en la cuestión constructivista no es que el alumno este libre, sino que el maestro planifico antes lo que quiere que el alumno descubra (descubrimiento dirigido), el maestro no enseña, sólo crea las condiciones y el alumno es el último responsable de su aprendizaje.

Para poder llevarlo a cabo la SEP (1995b) confirma que “para que una situación sea un problema interesante debe:

- Plantear una meta comprensible para quien la va a resolver.
- Permitir aproximaciones a la solución a partir de los conocimientos previos de la persona.
- Plantear un reto, una dificultad” (p.18).

Por este motivo la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un esquema) a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones. Esto coincide con Castro (2001) en donde añade que el currículo de Matemáticas para primaria destacan tres finalidades que justifican su enseñanza-aprendizaje:

1. “El carácter formativo de las matemáticas: tienen un alto valor formativo porque desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan al pensamiento formal.
2. La utilidad práctica del conocimiento matemático: ya que aparecen en todas las formas de expresión humana, permiten codificar información y obtener una representación del medio social y natural, suficientemente potente como para permitir una actuación posterior sobre dicho medio.
3. La utilización sistémica de las matemáticas para el resto de las disciplinas: pues proporcionan junto con el lenguaje uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los alumnos” (p.26).

Con base en lo anterior en la actualidad, se concibe a la competencia matemática como un proceso de construcción lento y gradual, que va de lo concreto y específico a lo abstracto y general, por lo que las actividades deben ser concretas y manipulativas, ya que constituyen el conocimiento de esta construcción.

Hoy en día dentro de la educación primaria se trabaja a partir de situaciones propias de la cultura infantil, mostrando una matemática mucho más cercana a los niños. La Epistemología genética (citada en SEP, 1995a) dice que el conocimiento matemático es el resultado de la abstracción reflexiva, es decir, de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones y está es el eje de la actividad, donde la interiorización de las acciones es su punto de partida. Por lo anterior Loef, Carey, Niss, Verschaffel y De Corte (citados en Beltrán & Genovard, 1999) asumen que un aprendizaje comprensivo de las matemáticas implica que los alumnos calculen, que realicen abstracciones no descontextualizadas de las propiedades matemáticas, que expliquen sus razonamientos, que validen sus aciertos, discutan y cuestionen su modo de pensar. Es decir, conocer las matemáticas significa usar el lenguaje matemático con fluidez, hacer problemas, criticar, argumentar, encontrar pruebas. Sin embargo, si se introducen nuevos conocimientos sin un bagaje suficiente de hechos concretos o trabajar en conceptos dados sin aplicaciones concretas; pueden provocar en el estudiante un desinterés anticipado. (Sánchez, 2003).

Por tal razón Monereo (2002) argumenta que al no tener las tareas matemáticas un sentido completo para el alumno, lo que el alumno hace es resolver los problemas con las respuestas que recoge del profesor y se refuerza, automatiza a medida que pasa el tiempo y se repite en las actuaciones. Este es uno de los motivos por lo que la SEP (1996) hace hincapié en que “los conocimientos previos y los procedimientos iniciales de los niños en la resolución de problemas deben ser, en el discurso y en los hechos, el punto de partida para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos” (p.14).

DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Sánchez (2003) refiere que las matemáticas, vienen del griego ‘matheema’ (ciencia), significado que le han dado por su aspecto formal y abstracto y su naturaleza deductiva, en cambio su construcción, se une a una actividad concreta sobre los objetos por lo que el alumno necesita de la intuición como proceso mental. Desde este tipo de elaboración, las matemáticas son más constructivistas que deductivas y, si no fuera así, se convertirían en una ciencia memorística lejos de su carácter de representación, explicación y predicción de la realidad.

Esto podría ser por lo que Lara (1990) menciona: “las matemáticas nacieron cuando las necesidades de la vida material exigieron su existencia, cuando la técnica de una sociedad alcanzó un cierto nivel; en un comienzo sólo tuvieron un carácter empírico precientífico, después se elevaron al nivel experimental, al nivel de una verdadera ciencia física, una física del número y de las formas” (p.195). Por tal motivo no se puede emitir un juicio válido sobre el desarrollo de las matemáticas aislando arbitrariamente el desarrollo de su contexto, de su medio ambiente, pues el proceso de este desarrollo es demasiado complejo y esta ligado al devenir general de la humanidad. De la misma forma Resnick & Ford (1990) mencionan que las matemáticas forman un “sistema unificado de conceptos y de operaciones que explican algunos patrones y relaciones que existen en el universo” (p.132).

Duhalde & González (1997) dicen que debido a que las matemáticas son una ciencia en si misma totalmente abstracta; puede desarrollarse a partir de razonamientos lógicos e independientemente de la realidad que le dio origen, es por este motivo que más que ninguna otra ciencia, su enseñanza debe ser contextuada. De ahí la importancia de la didáctica de las matemáticas, es decir, de los métodos de enseñanza que ayudarán al aprendizaje de las matemáticas, según Castro (2001) está, es aún, "una disciplina joven, que ha experimentado un considerable crecimiento en los últimos años y que necesita de esfuerzos para avanzar en su camino y ofertar materiales de trabajo útiles para el profesorado de matemáticas" (p.22).

Santaló (1997) menciona que en cualquier nivel la enseñanza de las matemáticas en cuanto a la didáctica debe incitar la creatividad mostrando que la matemática es un edificio en construcción que necesita de continuos aportes y remodelados. Por tal motivo uno de los objetivos fundamentales de la didáctica de las matemáticas de acuerdo con Gálvez (1997) es averiguar cómo funciona la situación didáctica (métodos de enseñanza), cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para el comportamiento de los alumnos y en consecuencia de su conocimiento, para de esta manera optimizar su aprendizaje.

De acuerdo a Brousseau (citado en Gutiérrez, Díaz, Gómez, Rico & Sierra, 1999) es importante conocer la concepción fundamental de la didáctica de las matemáticas, y esta es una "ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, e indica como objetos particulares de estudio:

- Las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores.
- Las instrucciones y las actividades que tienen por objeto facilitar estas operaciones" (p.131).

Complementándose así con lo que plantea Resnick & Ford (1990) sobre la significatividad de la enseñanza, esta no sólo depende de la relevancia de las habilidades de cálculo en las tareas de la vida real, sino también de la medida en que se encuentra en la integridad del contenido de las matemáticas.

Por tal razón para Gutiérrez, *et al* (1999) menciona que la didáctica de las matemáticas asume las siguientes preguntas básicas:

- ¿Qué enseñar?.
- ¿Por qué?.
- ¿A quién, dónde?.
- ¿Cuándo y cómo?.

En donde Godino (citado en Gutiérrez, Díaz, Gómez, Rico & Sierra, 1999) añade que "la mejora efectiva de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas depende del funcionamiento óptimo, de otros elementos, ajenos a la propia investigación didáctica, condicionantes de la toma de decisiones en el sistema didáctico" (p.143).

Pero no solamente hay que resolver problemas, sino que es muy importante proponer problemas que nos ayuden a conseguir los objetivos. Por ello Brousseau (citado en Duhalde & González, 1997) dice que la situación didáctica debe conducir al alumno a hacer lo que se busca pero, al mismo tiempo, no debe conducirlo. Por que si la respuesta se debe básicamente a las virtudes de la situación, nada debe a las virtudes del alumno. Dicho de otro modo, se debe definir la distancia que hay entre la determinación, por parte de la situación, de lo que el alumno debe hacer y la determinación, por parte del alumno de lo que debe ocurrir.

Sánchez (2003) cree que para lograr y poder aprender contenidos matemáticos provechosos, como las operaciones numéricas, es importante que el aprendizaje obligue al alumno a observar, preguntar, formular hipótesis, relacionar conocimientos nuevos con los que ya ha adquirido y haga conclusiones lógicas de estos datos, exige que construya conceptos, procedimientos y estrategias relativas al conocimiento matemático.

Por tal motivo hoy en día es necesario un conocimiento que permita aplicar las matemáticas a situaciones cotidianas, laborales y científicas lo que no es factible sin su comprensión. Por lo tanto lo que se valora actualmente es la capacidad de aplicarlas con flexibilidad y espíritu crítico. La concepción del hecho de que las matemáticas desarrollen el razonamiento es cierta en la medida que se hagan comprensibles y respeten el desarrollo cognoscitivo (lo que es capaz de hacer) del alumno, es decir depende en gran parte de la metodología utilizada para su transmisión, del conjunto de pasos u operaciones con las que se pretende alcanzar el resultado.

Una de las funciones básicas para lograrlo siguiendo las Orientaciones Pedagógicas es ordenar los conocimientos y crear estructuras formales que los recojan. Por eso es importante basar la enseñanza de las matemáticas en la resolución de problemas, en la creación de sistemas formales para obtener resultados e interpretaciones de los mismos (Sánchez, 2003), esto es importante por que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo, es decir, un esquema que se da a partir de la reflexión que el niño realiza sobre las acciones.

Resnick & Ford (1990) han observado que algunos psicólogos y educadores manifiestan que la enseñanza de las habilidades aritméticas, incluso de las más sencillas y elementales, debe ayudar a los niños a comprender los procedimientos, y esta consciente que: “si la enseñanza pudiera servir para que los estudiantes adquirieran una comprensión fundamental de la estructura de las matemáticas, presentando las razones básicas de las operaciones matemáticas y clarificando los conceptos que asocian una operación con otra, entonces dichos alumnos serían capaces en último extremo de mantener en la memoria sus nuevos conocimientos, de generalizar su comprensión aplicándola a una amplia gama de fenómenos y de transferir su aprendizaje específico a nuevas situaciones y tareas”. (p.130)

Por este motivo De León (1996) menciona que “descontextualizar de las situaciones la definición de un concepto y bloquear la actividad de los sujetos no permite comprender la compleja dinámica que se da en la formación de los conceptos tanto en el plano histórico como en el personal" (p.272).

Debido a lo anterior se retoma a Terezinha & Peter (1998) quienes argumentan que la comprensión de las matemáticas no pueden ser transmitidas indirectamente o como un juego sin dificultades, un contacto real con el contenido de las matemáticas vivas es necesario para lograr su comprensión. Por esta razón las matemáticas deberían enseñarse de otra manera, menos pasiva para los niños y así permitir el acceso a nuevas formas de razonar e incrementar sus facultades matemáticas, por ejemplo rompiendo estructuras para crear en el alumno flexibilidad en el pensamiento, enseñarles que el orden de los factores no altera el producto.

Pero lo anterior es complicado ya que de acuerdo con Vergnaud (citado en De León, 1996) en muchas ocasiones un concepto esta vinculado a una diversidad de situaciones, y a su vez una situación nos remite a varios conceptos, como el concepto de fracción que esta ligado a varias situaciones por ello es difícil su aprendizaje. Por este motivo la disciplina didáctica debe estudiar los procesos, conceptos y situaciones que se vinculan con los contenidos escolares, para intentar diseñar y caracterizar situaciones que favorezcan la creación de nuevos conocimientos. Brousseau (citado en Duhalde & González, 1997) menciona que el conocimiento no es algo fijo, puede cambiar; ya que todo el tiempo estamos recibiendo información y por lo mismo vamos enriqueciendo nuestros conceptos, nuestro conocimiento, por tal razón es muy importante la didáctica dentro de la enseñanza. Con base en lo anterior coincido con Resnick & Ford (1990) quienes propone que la meta será una verdadera comprensión de las matemáticas como un todo orgánico y como base para el pensamiento y la acción.

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Sánchez (2003) dice que la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos debe contemplarse con especial atención y cuidado, considerado que este ha generado un buen número de dificultades de aprendizaje en los alumnos, y es importante reflexionar que muchas de estas dificultades se producen por un inadecuado y poco funcional, uso de los contenidos matemáticos.

Para la mayoría de los niños, el aprendizaje de las matemáticas representa un gran esfuerzo; el fracaso escolar en esta disciplina esta muy extendido.

De León (1998) cree que "uno de los aspectos que determinan el fracaso, es la pobreza conceptual que se maneja en la practica escolar" (p.5).

Ante esta situación Defior (2000) añade que el fracaso tan extendido en el aprendizaje de las matemáticas tiene su origen, en parte en el efecto circular que provocan las primeras dificultades en los niños: los fracasos iniciales les llevan a evitar implicarse activamente en tareas matemáticas y a una actitud negativa; la ansiedad y conductas de evitación resultan en un decremento de las actividades matemáticas, lo cual impide el progreso lo que, a su vez, es origen de un mayor bloqueo y así sucesivamente de manera que es difícil salir sin una cuidadosa ayuda pedagógica, ya que es difícil acabar con las creencias que los niños tienen, con el miedo que tienen a las matemáticas y con la barrera que ellos mismos ponen.

Brown, Van Lehn (citados en Defior, 2000) argumentan que: "los niños que no comprenden plenamente las bases matemáticas de las rutinas del cálculo inventan estrategias simplificadoras que son erróneas. Lo que ocurre es que cuando los niños llegan a una situación en la que no saben como actuar no se bloquean sino que tratan de salir de ella inventando un modo de operar a partir de los conocimientos y procedimientos aunque sea incorrecto. Sin embargo, esto no ocurriría si tuviera un solo conocimiento de las relaciones numéricas y un conocimiento de todas sus habilidades necesarias" (p.201), es importante mencionar que no es la única razón por la que los niños no comprenden las matemáticas.

En muchas ocasiones la dificultad proviene de una inadecuada comprensión del texto del problema, aspecto que influirá en el fracaso más que en las operaciones matemáticas, propiamente dichas. Por esta razón Alsina (1998) plantea que el aprendizaje de la lectura y la expresión oral también son importantes y sería uno de los factores del fracaso pues condicionan fuertemente a los aprendizajes matemáticos, aun cuando se realicen actividades de manipulación de manera sistemática; ya que la comunicación oral y visual es un factor fundamental en el proceso del conocimiento matemático. A veces resulta que una respuesta incorrecta se da por la falta de capacidad para comunicar las propias ideas.

Por ello a menudo los problemas se producen por abuso, por carencias o por una mala interpretación del modelo de enseñanza o de aprendizaje elegidos del currículo.

Monereo, Badia, Baixeras, Boadas, Castelló, Guevara, Bertrán, Monte & Sebastián (2001) mencionan algunas dificultades que pueden desencadenar un fracaso en el proceso educativo matemático: la metodología de trabajo del profesor, el hecho de presentar las matemáticas de forma excesivamente abstracta sin experimentación práctica suficiente y separada de lo cotidiano; esto tiene como resultado que el alumnado viva los contenidos de esta área como inútiles y sin sentido, propiciando un aprendizaje no significativo de los mismos.

Al respecto Resnick & Ford (1990) dicen que "la dificultad relativa de los problemas de aritmética no es más que uno de los factores que hay que tener en cuenta a la hora de organizar los ejercicios de práctica, pues, hay que decidir qué problemas se deben practicar primero y cuáles después, también se debe decidir cuándo se deben presentar los problemas de práctica y cuando se deben dar por terminados, cuándo se debe avanzar a un nuevo nivel de dificultad, y qué tipo de prácticas se debe exigir" (p.39).

De acuerdo con los autores mencionados, son muchas las dificultades que desencadenan el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas y entre estos fracasos se encuentra también el de las fracciones por ese motivo es importante tener presente a la didáctica, principalmente contestar las siguientes preguntas antes mencionadas: ¿qué enseñar?, ¿por qué?, ¿a quién, dónde?, ¿cuándo y cómo?, de esta forma mejorar la enseñanza y por lo tanto el aprendizaje.

ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

Jiménez (1990) señala que la enseñanza de fracciones, no sólo se debe basar en la adquisición de algoritmos, sino en su aplicación de forma razonada. La importancia de las matemáticas tiene un aspecto formativo y otro instrumental, por lo que la aplicación de fracciones matemáticas se debería dar en situaciones reales, que le faciliten al alumno su concepción y no como mero requisito de la materia, por ello la importancia de que exista una metodología de aprendizaje que se adapte a las características de los alumnos en situaciones reales.

Ponce (2000) argumenta que es en principio complicada su enseñanza ya que “los números racionales representan el primer conjunto numérico distinto a los naturales que los niños enfrentan en la escuela; estos conocimientos les permiten reconocer que con este nuevo objeto es posible realizar las mismas actividades que son los naturales: ordenar, operar, etc., lo que resulta indispensable para poder otorgarle entidad a los números, al mismo tiempo deberá dejar de lado estos conocimientos construidos hasta el momento para poder producir uno nuevo” (p.34) y es este último punto el que complica a los niños. De acuerdo con Guajardo (1996) “existe la tendencia de aplicar a las fracciones los conocimientos que tienen para el manejo de los números enteros” (p.5). Por ejemplo al presentarles las fracciones 2/8 y 2/5 ellos piensan que la cantidad mayor es 2/8 porque su atención se centró en el denominador y aplicó los conocimientos adquiridos para números enteros. A este hecho Llinares & Sánchez (1997) también coinciden en que una gran “parte de los errores que los niños cometen al trabajar con fracciones tiene su origen en la similaridad que, tanto en el lenguaje y en la simbología, presentan con los números naturales” (p.158).

Es difícil para los niños producir un nuevo conocimiento pues para empezar el tratamiento que se les da a las fracciones resulta muy pobre, y conduce a concepciones limitadas que se han arraigado mucho entre los estudiantes, como el uso reiterado del modelo del pastel, o de figuras que se han convertido en esteriotipo de todos susceptibles de ser partidos. Streefland (citado en Mancera,

1992) coincide al señalar que la enseñanza de las fracciones “padece de un análisis deficiente del concepto, tanto en sentido matemático como didáctico, menciona que la subdivisión de cantidades discretas o cantidades en partes equivalentes, es casi siempre la única manera a la que se ocurre trabajar las fracciones y la equivalencia se aborda casi siempre exclusivamente de manera algorítmica” (p.17).

El aprendizaje de conceptos matemáticos debería de introducirse a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para que ellos mismos descubran las soluciones matemáticas.

A lo que Castro (2001) opina que el aprendizaje debe de ir de lo concreto a lo abstracto, por lo que “la enseñanza de la matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones” (p.48).

Defior (2000) cree que sería bueno iniciar la enseñanza de estos conceptos desde la etapa infantil, por medio de experiencias concretas, pues forman parte del sistema de numeración en su nivel avanzado. Lo que es importante es que los niños comprendan las relaciones entre las partes y el todo y la equivalencia entre fracciones.

Investigaciones realizadas por la SEP (1995b) no comparten el planteamiento anterior ya que se ha comprobado que resulta prematuro e infructuoso introducir la noción de fracción a nivel simbólico en los primeros grados de la educación primaria, pues los alumnos no tienen los elementos indispensables, en particular la conservación de área, para poder abordar este conocimiento. A demás es importante tomar en cuenta lo que menciona Quintil (1991) quien dice que para que un aprendizaje sea altamente significativo y se utilice, debe tener un contenido de interés para quien lo aprende, y los currículo no pueden dejar de lado estos contenidos temáticos de las matemáticas aun cuando resulten complicados o difíciles, pues son las bases que cotidianamente utilizamos, lo que si podría haber son alternativas de aprendizaje con estrategias para facilitar estos aprendizajes. Por lo que es importante crear alternativas ya que la enseñanza de los profesores en los niveles educativos básicos, se da de diferentes formas, el método que utilizan quizás sea el que no funcione y por ello a los alumnos se les complique el aprendizaje, pues si no tiene claros los conceptos mismos de las matemáticas y la guía que se brinda es confusa difícilmente llegaran los alumnos a los resultados. Además los profesores en muchas ocasiones pretenden que los alumnos construyan su aprendizaje matemático, pero si no cuenta con los elementos reales que dirijan esta construcción a los alumnos se les complicará y perderán el poco interés hacia las matemáticas.

Complementándose así con lo que plantea Monereo (2000) en donde dice que el que enseña debe asumir que lo que a él le sirve para aprender un contenido no será necesariamente lo mejor para que sus estudiantes aprendan ese contenido. Debemos hacerle ver al alumno que las matemáticas son parte de su conocimiento personal, y dar así una formación crítica, por esta razón se cuestionan algunos roles y valores tradicionalmente asumidos en la escuela, por lo tanto es necesario que se introduzcan contextos de aprendizaje que involucren distintas actividades o simples ejemplos pero que sean significativos. Se menciona que la práctica y éxito de alumnos varía mucho en función de los contextos empleados y del formato de su representación, por ello mucho tiene que ver el tipo de estimulación y de motivación que se les de a los alumnos.

El éxito de los alumnos tiene que ver también con lo que Llinares, Sánchez & García (1994) señalan: "la comprensión de un tópico concreto por parte del alumno se encuentra relacionada con el tipo de actividad planteada y con el tipo de representación y el uso que hace de ella el profesor o el mismo alumno, por lo tanto las representaciones instruccionales, se convierten en elementos utilizados por el profesor para ayudar en la generación de conocimiento por parte del alumno. El papel que juegan las representaciones instruccionales en el aprendizaje de las nociones matemáticas es importante para saber como se genera el conocimiento matemático, en particular el papel que desempeña el concepto de fracción" (p.199).

Por lo anterior es importante definir los sistemas de representación; Castro (2001) los define como conjuntos de símbolos, gráficos y reglas mediante los que se expresan los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos, también nos permiten representar una estructura matemática.

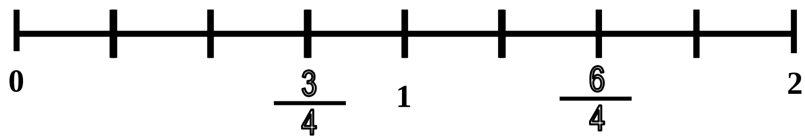
Lo anterior se complementa con lo que menciona Chafeiro (2003) quien dice que es muy importante el modo de representación gráfica en el proceso de enseñanza, ya que cuando la tarea se considera de manera aislada, los alumnos en la reconstrucción de la unidad en la fracción, resulta ser mucho más difícil de comprender. Por tal motivo el éxito va asociado a tener una buena comprensión del significado, normalmente vinculado a la noción de fracción como de hacer partes y coger algunas, esto es así, por que los alumnos tienen que manipular los objetos y darse cuenta porque daba el resultado y así lo entenderán de mejor forma. Al respecto Llinares, *et al* (1994) señala que es muy común empezar con la introducción de los símbolos y su manejo y esto nos lleva a cuestionarnos si el significado dado a las nociones matemáticas por los profesores presenta las condiciones necesarias para ayudar a la generación del conocimiento y de contenido pedagógico útil, por ello es bueno ver las representaciones instruccionales pues son elementos que pueden caracterizar en parte el proceso de aprendizaje de los niños. Por ello Castro (2001) menciona que en el material escrito que se usa para la enseñanza aprendizaje de la fracciones se utiliza gran variedad de representaciones que ayudan en la comprensión del concepto. A continuación se presenta una variedad de representaciones, algunas son situaciones de tipo continuo y otras de tipo discreto.

Representaciones para las fracciones:

- Modelo lineal.

"En este se consideran las fracciones como puntos de una recta numérica, cada fracción tiene una representación en la recta y sólo una.

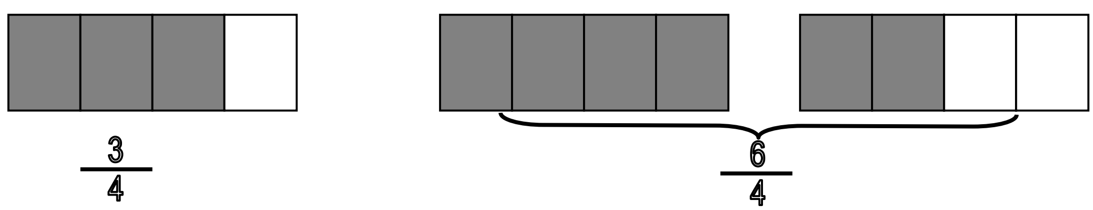
Ejemplo: las fracciones y $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{4}$



- Modelo de área.

En este la fracción se considera una parte del área de una región plana que se denomina unidad. En este se suelen considerar como unidad distintas figuras, normalmente regulares para que su partición resulte sencilla.

Ejemplo. Se divide la figura en tantas partes como indique el denominador y se señalan tantas como indique el numerador. Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{4}$



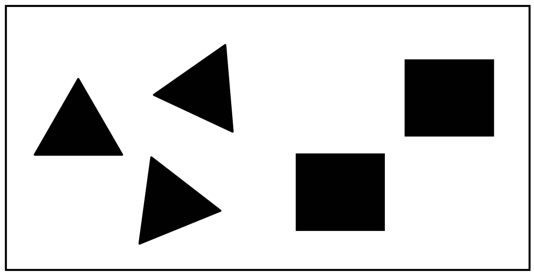
- Modelo de conjunto.

Es de tipo discreto y tiene varias posibilidades:1. Se representa a la fracción como partes de un todo, en este caso la unidad o todo, es el conjunto y las partes están hechas, son cada uno de los elementos del conjunto y se establece la relación entre una parte y el conjunto total. 2. Otra posibilidad es expresar la relación entre partes del conjunto que posen características diferentes.

Ejemplo 1. Tenemos un conjunto de tres triángulos y dos cuadrados, lo que puede representar que los triángulos son $\frac{3}{5}$ del total de bloques.

Ejemplo 2. La relación aquí es de 3 triángulos por cada dos cuadrados y se representa mediante la fracción $\frac{3}{2}$."

(Castro, 2001, 293)



Además de ver las diferentes representaciones Beltrán & Genovard (1999) añaden que es importante analizar las respuestas de los alumnos ya que pueden ayudar al profesor, por un lado a tomar conciencia de cómo resuelven las tareas y por otro lado a determinar los contenidos o estrategias que necesitan ser revisadas; por ello las discusiones en el aula son de especial interés, por que los alumnos explican sus procesos de resolución y de las decisiones tomadas, así como la presentación de tareas matemáticas.

Por lo anterior Llinares & Sánchez (1997) mencionan que "una mejor enseñanza del concepto de fracción haría aumentar inmediatamente su utilización en la vida cotidiana" (p.25).

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

De acuerdo con Monereo (1994) enseñar se refiere a la acción de comunicar algún conocimiento, habilidad o experiencia a alguien con el fin de que lo aprenda, empleando para ello un conjunto de métodos, técnicas y procedimientos apropiados; esto es tomar decisiones sobre que contenidos se enseñan, en qué momento y de qué forma.

Por su parte Defior (2000) señala que la adquisición del conocimiento matemático se considera como un proceso de construcción activo y no mera absorción por parte del sujeto, por ello para que se produzca un verdadero aprendizaje es necesario que el sujeto establezca relaciones entre conceptos, lo que lleva sucesivas elaboraciones y reestructuras del conocimiento hasta lograr las representaciones cognitivas adecuadas.

Por ejemplo los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentran aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana y en cada uno de los contextos se presenta con una diversidad de significados.

Monereo (2002) afirma que las estrategias deben ser procesos o actividades mentales deliberadas, intencionales, propositivas; es decir, conscientes. El estudiante cuando pone en marcha una estrategia debe prepararse o pensar y planificar sus acciones anticipando, los efectos que tendrán en relación al objeto perseguido, esto lo irá haciendo poco a poco conforme el maestro los haga concientes de las estrategias utilizadas.

Según Piaget (citado en Sánchez, 2003) cuando el alumno inicia la construcción de nociones matemáticas, lo realiza con relación a la situación concreta en que se le presenta. Esto avala la necesidad de una presentación formal desde el propio entorno y la posibilidad de argumentar situaciones abstractas. Por tal motivo son importantes las estrategias y Monereo (2000) dice que estas son siempre conscientes e intencionales dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje, se considera como una guía de las acciones que hay que seguir, esta forma de aprender facilita el aprendizaje significativo pues promueve que los alumnos establezcan relaciones significativas entre lo que ya saben y la nueva información decidiendo de forma menos aleatoria cuales son los procedimientos más adecuados para realizar dicha actividad. Por consiguiente la utilización de estrategias requiere de un sistema de regulación por parte del maestro que controle el desarrollo de los acontecimientos, para que los alumnos con el tiempo se apropien de las estrategias. De León (1996) argumenta que lo anterior se da en las fracciones, pues “se debe de trabajar primero las relaciones conceptuales para después enseñar la representación simbólica convencional y los algoritmos” (p.280).

Como lo indica Gutiérrez, *et al* (1999) cuando las matemáticas se aprenden mecánicamente, los estudiantes que aprenden como reglas los pasos de las técnicas operatorias tienen dificultades para decidir qué reglas o técnicas deben aplicar ante casos particulares. En el caso de las fracciones su significado debe ser enriquecido con los diversos contextos que tienen y no limitarse a la idea del fraccionamiento de la unidad. Por esta razón Monereo, *et al* (2001) sostiene que enseñar una estrategia implica ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un primer momento ejerce de manera absoluta el profesor al alumno para que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma. Por tal motivo Clemente, Ayala, Favila & López (2001) indican que hay que tener presente que son los alumnos los que tienen que construir el conocimiento de fracción, no el profesor, en este caso la tarea del profesor es crear las condiciones adecuadas para dicha construcción.

Ese es el motivo por el que Defior (2000) menciona que “gradualmente, las estrategias con el apoyo de los dedos u objetos físicos y las de conteo van siendo sustituidas por el uso de las combinaciones numéricas básicas (que los niños van almacenado en la memoria a medida que enriquecen su conocimiento del sistema numérico), por los algoritmos de cálculo escrito y por las estrategias y reglas del cálculo mental que apoyan en la composición y descomposición de los números” (p.197).

Por su parte Gutiérrez, *et al* (1999) añade que “no se trata de aprender vocabulario específico y sintaxis, de manejar símbolos sobre papel y saber aplicar las fórmulas matemáticas, sino que se trata de estimular la creatividad y motivar el pensamiento reflexivo” (p.66). Debemos propiciar en los alumnos el uso instrumental del área, es decir, el uso flexible, creativo y de aplicación ajustada de los conocimientos matemáticos a la realidad próxima del alumnado, persiguiendo así la utilización de los conocimientos matemáticos en la interpretación de la información recibida del entorno propiciando en el alumno un análisis de este, donde puede poner en juego sus conocimientos utilizando unos y otros de diferentes maneras, dependiendo de cada situación concreta. En este contexto para que el conocimiento matemático se logre, se debe utilizar el conocimiento previo del alumno, como base para empezar la secuencia de la enseñanza de fracciones, es decir ideas relativas a mitades, tercios, los procesos básicos de dividir y repartir.

Un aspecto crucial que plantea De León (1996) es la necesidad de construir las secuencias didácticas que propicien en los alumnos el aprendizaje de los diferentes significados en este caso de las fracciones y los lleven a un uso más real de los significantes. Esto es posible de acuerdo con Monereo (2002) pues todos los alumnos nacen con capacidades similares que pueden desarrollarse en forma de habilidades mediante procesos de mediación social y educativa; por lo tanto se puede tener más o menos habilidades en el momento de resolver un problema y se pueden mejorar las habilidades personales a través del correcto uso de procedimientos cada vez más complejos. Y así llegar a un aprendizaje significativo, que es cuando una idea se relaciona de un modo sensible (con sentido) con las ideas que el aprendiz ya posee.

Por ejemplo para conducir de mejor forma al aprendizaje del concepto de fracción común se pueden realizar actividades que impliquen la idea de partición en partes iguales como figuras de papel en forma de rectángulos o barras de plastilina, que permitan el desarrollo de la imaginación del niño. Ante esta situación Defior (2000) menciona que las estrategias que aplican los niños, varían en función de la estructura de los problemas a resolver, del grado de abstracción de la tarea y de la edad. Vigotsky (1979) afirma, que el conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino que es algo que se construye por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social., por ello señala que el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar solo cuando el niño esta en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante.

Pero además de lo que menciona Vigotsky también se da lo que Ausubel (citado en Barriaga & Hernández, 1998) postula en donde dice que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva donde concibe al alumno como un procesador activo de la información y dice que el aprendizaje es sistemático y organizado pues es un fenómeno complejo que no se reduce a simples asociaciones memorísticas. No hay que creer que los conceptos matemáticos se adquieren completamente en un momento dado. Para llegar al dominio de un concepto matemático se necesita mucho tiempo y se llega por aproximaciones sucesivas que permiten usarlo en determinados casos.

Por esta razón es importante resaltar lo que Defior (2000) dice: el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño, desempeña un papel de primer orden la experiencia y la inducción. A través de operaciones concretas como contar, comparar, clasificar, relacionar, el sujeto va adquiriendo representaciones lógicas y matemáticas, que más tarde valdrán por sí mismas de manera abstracta y serán susceptibles de formalización en un sistema plenamente deductivo.

Resnick & Ford (1990) señalan que el desarrollo de los conceptos matemáticos se consigue mejor, a través de una serie de modelos, cada una de los cuales supone una secuencia de actividades de aprendizaje que van de lo concreto a lo simbólico, pues el ciclo de aprendizaje es una interacción planificada entre un segmento de un cuerpo de conocimientos estructurado y un estudiante activo, llevada a cabo con ayuda de materiales matemáticos diseñados adecuadamente.

Esto coincide con lo que Defior (2000) señala acerca de la formalización y estructuración del conocimiento matemático como sistema deductivo este no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para interpretar, representar y analizar aspectos de la realidad. Así, Espinosa & Vidanes (1991) mencionan que la constante relación con la realidad, a los aspectos de construcción inductiva y empírica, que se encierra en la actividad matemática no debe de olvidar los elementos por lo que las matemáticas precisamente se distancian de la realidad en actividades y operaciones que tienen que ver con la creatividad, la critica, el poder de imaginar, solo por mencionar algunos. De acuerdo con Pérez (1998) esta podría ser la razón que desde los años setenta, surgiera el interés por la *resolución de problemas matemáticos,* pues este proceso exige un conocimiento heurístico o estratégico que nos ayudará a establecer las metas y los medios útiles para alcanzarlas y un conocimiento operativo o algorítmico que nos permita llevar a cabo nuestras estrategias y planes. Para que esto sea posible Ávila (2004) menciona que en la resolución de problemas "el profesor ha de diseñar y plantear situaciones 'que constituyan un reto', ha de transferir a sus alumnos la responsabilidad del propio aprendizaje, ha de promover interacciones y, llegado el momento, ha de formalizar el saber producto de la actividad" (p.37).

La Interacción entre Iguales

En la construcción de conocimientos, la interacción entre compañeros y alumnos con el maestro juega un papel fundamental.

García, Traver & Candela (2001) mencionan que la educación es un proceso que se constituye y promueve en y desde la interacción entre los individuos y el medio. Donde denominan a la interacción como "la influencia recíproca establecida entre individuos o entre grupos sociales. Presupone que la persona o el grupo lleven a cabo acciones y reacciones significativas para ambos. El resultado de la interacción suele constatarse en las variaciones en la conducta, la actitud y el modo de ver las cosas de quienes interactúan"(p.10), en donde Tudge & Rogoff (1997) añaden que la interacción social facilita la posibilidad de que los que participan en ella comprendan otros puntos de vista o participen en destrezas más complejas mediante la participación conjunta en la solución de un problema, por tal motivo Melero & Fernández (1997) opinan que es importante un cambio hacia el trabajo en equipo a través de la interacción entre iguales, si se toma seriamente, implicaría un replanteamiento fundamental, al menos en dos aspectos: valorar las opiniones de los alumnos y permitirles asumir responsabilidad de lo que hacen.

Tudge & Rogoff (1997) mencionan que algunos investigadores de la Unión Soviética ha sugerido que la colaboración en la interacción entre iguales es beneficiosa para aprender conceptos relativos a la historia y para comprender conceptos matemáticos. Por ello García, *et al* (2001) dice que se debe “concebir el aula como un espacio comunicativo en el que sus participantes, profesor y alumno, alumno y alumno, pueden comunicarse, interaccionar y modificarse unos a otros para alcanzar sus objetivos” (p.13), también menciona que no es la simple interacción entre los alumnos la que provoca un efecto positivo en la adquisición de habilidades, sino la naturaleza de la interacción y esta viene determinada por la forma en que el profesorado plantea la estructura y organiza las actividades de aprendizaje. Tudge & Rogoff complementan que los beneficios varían según la naturaleza de la tarea, resultando más útil con iguales que con adultos cuando la tarea implica principalmente debatir alguna cuestión, los iguales pueden brindarse mayor oportunidad entre sí a la hora de discutir temas.

Melero & Fernández (1997) mencionan que el sistema instruccional: interacción entre iguales tiene su propio contexto, es decir, cada acontecimiento en el aula tiene su contexto y cada contexto incluye un tipo de actividad que tiene su espacio físico, su tiempo determinado y su propio conjunto de roles, relaciones, normas, derechos y obligaciones para la participación. García *et al* (2001) complementa diciendo que los contextos de interacción en el aula son la estructura de la participación y la estructura de los contenidos de las actividades que se desarrollan, en donde el clima del aula es el factor básico para crear las condiciones mínimas de interacción positiva, pero también es importante para la interacción de acuerdo con Tudge & Rogoff (1997) que los maestros den oportunidad a los alumnos para el intercambio de ideas, para la observación activa o la implicación conjunta de una tarea.

Es importante decir que los beneficios de la interacción social entre iguales, como resultado especifico de la discusión y la coordinación de perspectivas, no se aprecian a menudo hasta que los niños sean capaces de defender sus propios puntos de vista o los de otra persona simultáneamente. Sin embargo Tudge & Rogoff (1997) afirman que los iguales pueden tener un profundo impacto en el desarrollo cognitivo de los niños, en donde el discurso dentro del aula es el aspecto más importante a través del cual se vertebra todo el proceso educativo que tiene lugar en ella.

Melero y Fernández (1997) opinan que a través de la interacción puede darse aprendizaje por observación ya que puede permitirles internalizar las estrategias de resolución de problemas o la información que no conocen, advertir discrepancias entre su solución y la de otros, encontrar la forma de solucionarlas por sí solos o aprovechar las aportaciones de sus compañeros complementándolas con las suyas. Es decir la confrontación de estrategias ayuda a los niños a percatarse de que puede haber mejores formas de solucionar un problema y permite también avanzar en el proceso de aprendizaje.

Pero también mencionan que cuando las interacciones son desestructuradas, es decir, cuando desde fuera no se hace cumplir un guión, los estudiantes de alta habilidad tienden de forma espontánea a asumir el rol de profesor (resumen y explican el material a sus iguales y contestan a sus preguntas), mientras que los de baja habilidad se acogen al de aprendiz, por esta razón tiene que preverse esto antes, para evitar problemas, pues es evidente que las relaciones entre los alumnos pueden incidir en la consecución de determinadas metas educativas y sobre determinados aspectos de su desarrollo cognitivo y socialización.

Es por estas razones que dentro del programa de intervención se utilizo como estrategia la interacción entre iguales y esta podrá verse reflejada en el modelo aproximativo o problema como recurso de aprendizaje, y de esta manera propiciar la discusión entre los alumnos a través de la interacción entre ellos con ayuda de las actividades y de los materiales para cada una de las actividades.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas ha sido identificada como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con Schoenfeld (citado en Sánchez, 2003) la importancia por la resolución de problemas surge por el fallo de los programas para la enseñanza de la Matemática que se habían generando en décadas anteriores, por lo que en los planes y programas de la mitad del siglo XX, el cálculo era el elemento eje del que se excluía el razonamiento en la elaboración de estrategias.

De esta manera Santos (1997) menciona que la historia de las matemáticas ha mostrado que los avances matemáticos casi siempre se originaron en un esfuerzo por resolver un problema específico, por ello se ha identificado a la resolución de problemas como una de las metas más importantes en el aprendizaje de las matemáticas. Sánchez (2003) explica que “el objetivo de la resolución de problemas no es la búsqueda particularizada de una solución concreta, sino facilitar el conocimiento de las destrezas básicas, los conceptos fundamentales y la relación entre ambos. Y también el desarrollo de habilidades para resolver mediante determinadas estrategias diferentes tipos de problemas” (p.73). De acuerdo a esto Castro (2001) complementa que la resolución de problemas es útil por tres razones: la primera es porque en la vida diaria se resuelven muchos problemas cotidianos, la segunda razón es porque la experiencia que se adquiere en la resolución de problemas se aplica a problemas no matemáticos, y la tercera razón es porque es un sistema de razonamiento que ayuda a pensar mejor.

Santos (1997) coincide con Castro en este último punto pues argumenta que “la resolución de problemas ha estado íntimamente relacionada con lo que se identifica como desarrollo de la inteligencia ó desarrollo de un pensamiento critico” (p.13).

Por ejemplo De León (1998) dice que los niños al interactuar con materiales al repartir transforman los objetos de manera física: los fracturan, pero lo más relevante es que la relación parte-todo se modifica. Es decir de acuerdo Charnay

(1997) el alumno debe ser capaz no sólo de rehacer sino también de resignificar en situaciones nuevas, de transferir, adaptar sus conocimiento para resolver nuevos problemas. Por ello Mendoza (2004) menciona que “los problemas son la vía para llegar al dominio de los contenidos, para conseguir aprendizajes perdurables y para propiciar una relación distinta entre los alumnos, el profesor y las matemáticas” (p.67).

Azinián (1997) opina que es la resistencia de la situación la que obliga a los alumnos a acomodarse, a modificar o percibir los límites de sus conocimientos anteriores y de esta manera elaborar nuevas herramientas. Por este motivo una idea fundamental es el considerar a la resolución de problemas como una forma de pensar; donde el estudiante desarrolle continuamente diversas habilidades y utilice diferentes estrategias en su aprendizaje de las matemáticas. Como en el caso del aprendizaje de las fracciones en donde la fracción esta ligada a varias situaciones: cuando se comparten una o varias unidades a cierto número de personas; cuando se compara una longitud con otra; cuando se unen dos medidas fraccionarias.

Sánchez (2003) plantea que el papel que juega la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es la concepción que se tiene sobre el significado de resolución de problemas con él. Hasta el punto de convertirse en una metodología diferente de enseñar y aprender, lejos de la simple aplicación de conceptos o conocimientos previamente aprendidos que en la mayoría de las ocasiones ha representado este tipo de metodología. Es decir, de acuerdo con Pérez (1998) el objetivo de la resolución de problemas varía en función de la persona que la emita y del contexto en que se aplique.

Debemos crear las condiciones adecuadas que ayuden a los alumnos a experimentar estos procesos y consecuentemente a comprender y a crear situaciones que permitan a éstos transferirlas a otras de su propia vida. Lo anterior es urgente ya que Bruer (1995) menciona que los niños son capaces de describir una estrategia de resolución de problemas o una estrategia memorística en sus propias palabras, pero no pueden utilizarla para solucionar problemas. Esto se da porque la forma de almacenar información depende de cómo hemos aprendido. Por ello la SEP (citado en Aguayo, 2004) afirma que es conveniente que sean los alumnos quienes reconozcan si el procedimiento empleado los llevo a la solución del problema, verifiquen los resultados y localicen el error y de esta forma aprender significativamente. Por tal motivo Santos (1997) dice que es necesario aceptar a las matemáticas como una disciplina donde el estudiante tiene la oportunidad de participar activamente en su construcción, y esta forma de verlas se encuentra bajo el enfoque de la resolución de problemas, el cual debe fomentarse en el salón con actividades que propicien la interacción cotidiana con esta disciplina. Esto coincide con lo que menciona Dienes (citado en Resnick & Ford, 1990) pues él cree que los niños son constructivistas por su naturaleza más que analíticos debido a que van construyendo una imagen de la realidad a partir de sus experiencias con los objetos del mundo, por lo que él también propone que se creen materiales de enseñanza que materialicen estas estructuras, y que las acerquen al campo de la experiencia concreta.

Bruer (1995) añade que debemos cambiar la forma en que los profesores interactúan con los estudiantes en el aula, y los cambios deben basarse en el conocimiento sobre como aprenden estos. Para ello Schoenfeld (citado en Santos, 1997) considera algunos componentes que debe tener un problema matemático: interés por parte del alumno, necesidad de encontrar una solución, diferentes caminos o métodos para solucionar el problema y una solución no inmediata. Pérez (1998) añade que “los estudiantes creen que sólo existe una forma correcta de solucionar cualquier problema matemático y que esta forma es la regla que el profesor ha demostrado” (p.59). Por tal razón Charnay (1997) define el problema como una terna, en la que interactúan situación-alumno-entorno y sólo se considera como un problema si el alumno percibe cierta dificultad en su resolución, es decir la actividad debe proponer un verdadero problema, debe permitir utilizar los conocimientos anteriores y debe ofrecer una resistencia suficiente. Por lo tanto es evidente que la resolución de problemas matemáticos exige que el sujeto tenga un determinado dominio de los conocimientos de esta área.

Para entender mejor la resolución de problemas es importante mencionar los modelos de aprendizaje de Champagnol (citado en Charnay, 1997) los cuáles se basan en los tres modelos de Charnay (1997).

El primero lo denomina, problema como criterio de aprendizaje (modelo normativo):

mecanismos	lecciones (adquisición) ejercicios (ejercitación)
sentidos	problemas (utilización de los conocimientos del alumno, control para el maestro

El segundo es el problema como móvil del aprendizaje (modelo incitativo):

motivación	situación basada en lo vivido
mecanismo	aporte de conocimiento práctica, ejercicios
resignificación	problemas

- Y por último el tercero es el problema como recurso de aprendizaje (modelo aproximativo):

La resolución de problemas como, fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber	acción	situación-problema (el alumno busca un procedimiento de resolución)
	formulación	formulación-confrontación de los procedimientos, puesta a prueba
	validación	nueva situación con diferentes obstáculos: nuevos procedimientos, etcétera.
	institucionalización	nueva herramienta ejercitación síntesis, lenguaje convencional problemas: evaluación para el maestro, resignificación para el alumno

Es importante mencionar que existen otras definiciones de resolución de problemas, como la de Polya (1997) en donde menciona que “primero se tiene que comprender el problema, qué es lo que se pide; segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan; tercero, poner en ejecución el plan; y cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla”(p.28).

Con base en lo anterior Monereo (2000) menciona que únicamente podemos hablar de utilización de estrategias de aprendizaje cuando el estudiante da muestras de ajustarse continuamente a los cambios y variaciones que se van produciendo en el transcurso de la actividad, siempre con la finalidad de alcanzar el objetivo perseguido del modo mas eficaz que sea posible para la resolución del problema. Por ello la resolución de problemas es la última meta de la enseñanza de las matemáticas, y en sentido amplio de toda la enseñanza. Por eso Schoenfeld (citado en Santos, 1997) sugiere algunas actividades que pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades en cursos de resolución de problemas:

- Discusiones de los problemas con todo el grupo; en donde el papel del instructor es ayudar a los estudiantes a tener ventaja de sus propias ideas y motivarlos a reflexionar como hacerlo y este tipo de discusiones ayudará a que desarrollen estrategias de autorregulación al resolver los problemas.
- Resolución de problemas en grupos pequeños de estudiantes; el papel del instructor será monitorear el trabajo de cada equipo y los hará reflexionar sobre preguntas específicas tales como: ¿qué están haciendo?, ¿por qué lo están haciendo?, ¿cómo les puede ayudar lo que hacen a resolver el problema?, ¿qué harán con el resultado cuando lo obtengan?.

Por lo anterior y como dice Azinián (1997) “todo conocimiento es una respuesta a situaciones o problemas” (19).

Por ello Charnay (1997) añade que las matemáticas se han construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas, por lo que se dice que ‘hacer matemáticas es resolver problemas’ (p.51).

Variables de comando

Dentro del problema como recurso de aprendizaje (modelo aproximativo), de acuerdo con Gálvez (1997) una parte importante del análisis de una situación didáctica lo constituye la identificación de las variables de comando, estas “pueden ser manipuladas por el maestro para hacer evolucionar los comportamientos de los alumnos” (p. 44) ya que estas pueden provocar cambio de estrategia en la clase, y plantea que las variables de comando se obtienen mediante trasformaciones de la primera situación didáctica y cada una de ellas hará funcionar el conocimiento que se este trabajando bajo una modalidad diferente. Es decir “la manipulación de las variables de comando permite modificar las situaciones didácticas bloqueando el uso de algunas estrategias y generando condiciones para la apropiación y estabilización de otras, subyacentes al conocimiento que se quiere enseñar” (p.47), esta variables de comando se incluyen en la fase de validación, son el segundo problema, el cual es una modificación del primero. Por tal motivo con el problema como recurso de aprendizaje ó modelo llamado aproximativo (Charnay, 1997), el cuál propone partir de concepciones existentes en los alumnos, para ponerlas aprueba, mejorarlas, modificarlas o construir nuevas con ayuda de las fases de investigación, formulación, validación, variables de comando e institucionalización que se llevarán en el programa de intervención propuesto en esta investigación permitirá llevar a cabo que a través de “el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista se ayude al aprendizaje y a la construcción de conocimiento” (Ávila, 112, 2004) y esto se podrá observar en el modelo aproximativo o también llamado problema como recurso de aprendizaje.

LAS FRACCIONES COMO CONTENIDO MATEMÁTICO

Pérez (1998) menciona que dentro de la enseñanza de las matemáticas en educación primaria se encuentran tres objetivos educativos que son: 1. el establecimiento y potenciación de algunas destrezas cognitivas, la aplicación de los conocimientos matemáticos fuera del aula y su utilización en otros campos del conocimiento, por esa razón es importante analizar la enseñanza de las fracciones y ver de qué forma se pueden aplicar a la vida diaria.

Castro (2001) argumenta que “si para contar se requieren sólo los números naturales 1, 2, 3, 4…, éstos son insuficientes para las necesidades que genera la medición. Así se adopta una unidad de medida de longitud, por ejemplo un pie, la cuarta parte o tres pies y medio, expresiones que no son posibles utilizando los números naturales, lo que hace necesaria la ampliación del campo numérico con el concepto de fracción” (p.285), en donde menciona que el término fracción viene del latin *fractio* que significa romper, en donde el verbo fraccionar significa romper en partes iguales. Por otro lado menciona que “generalmente a un par ordenado de números enteros expresados de la forma *a/b* se le denomina fracción, la expresión que se utiliza mayoritariamente para representar la fracción es: $\frac{a}{b}$ (ó a/b) donde b $\neq$ 0, y se denomina a ***a*** como numerador y a ***b*** como denominador de la fracción” (p.287).

Por ello Mancera (1992) argumenta que es importante que el niño comprenda que una fracción es una expresión de la forma donde el denominador indica las partes en las que esta dividido un todo (una naranja, un pastel, un círculo, etc.) y el numerador indica las partes que se toman de ese todo. Para que este conocimiento se de Dienes (1972) afirma que la edad en la cual los niños inician el estudio de las fracciones se sitúa en el momento de su desarrollo mental en donde el aprendizaje se lleva a cabo fundamentalmente a partir de su experiencia personal y concreta, en un grado muy superior al conseguido a partir de la experiencia de otras personas. Por tal razón Llinares & Sánchez (1997) explican que las destrezas que se puedan conseguir en el manejo de los símbolos relativos a las fracciones y a las operaciones con fracciones, no son fáciles de retener si no hemos sido capaces de crear un esquema conceptual a partir de situaciones concretas. Otro punto que no ayuda a retener este conocimiento es de acuerdo con Dienes (1972) que las experiencias en las que intervienen cantidades fraccionarias son extremadamente limitadas para todo niño. La idea de un medio, un cuarto, un tercio, dos tercios o tres cuartos, puede presentarse con cierta normalidad al niño, pero es evidente que son mayoría las fracciones con escasa o nula posibilidad de presentársele en su vida cotidiana.

Castro (2001) coincide con Dienes y sostiene que las fracciones usadas cotidianamente se restringen a unas pocas y están asociadas sobre todo, a situaciones de medida: medio litro, tres cuartos de metro; a medida de tiempo: media hora; a situaciones de comparación: dos de cada tres; a situaciones de reparto: la sexta parte de. Por ello y de acuerdo con Alsina (1998) la capacidad de trasladar la comprensión a situaciones distintas no es del todo clara; es decir, puede ser que el niño tenga claro el significado de una fracción en una situación, sabiendo realizar su representación con diagramas y de forma numérica, así como reconocer el significado de las diferentes operaciones en dicho contexto y esto no implica que sepa utilizar la misma herramienta en contextos distintos, aunque también conlleven implícitamente la idea de fracción. Debido a esto antes de aprender fracciones Mancera (1992) dice que los niños debieron llevar a cabo, con anterioridad algunos experimentos para adquirir la noción de unidad de medida, y deben darse cuenta, de dicha noción. Dienes (1972) enfatiza que existen diferentes tipos de medición que empleamos para diferentes clases de objetos o diferentes clases de conjuntos de objetos, según sea la importancia de dichos conjuntos. La idea de que al tomar una cantidad como unidad de medida es una convención arbitraria que debe ser familiar a los niños; cuando los niños hayan comprendido y aceptado la arbitrariedad que lleva explicita la elección de una unidad, el paso de una unidad a otra no deberá presentar dificultad alguna. En donde Llinares & Sánchez (2000) sostienen que un buen trabajo con las fracciones puede contribuir a que estás, no se conviertan en algo sin sentido para los niños. Alsina indica (1998) que las fracciones “son un bloque especialmente difícil, las dificultades surgen en seguida y perduran, en la mayor parte de los alumnos, pues su enseñanza tiene muchas deficiencias y se hace demasiado rápido, aunque todas las dificultades no pueden provenir de este hecho” (p.93), por ello es bueno hacer un buen trabajo.

Llinares & Sánchez (1997) afirman que para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción se deben de plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones y esto conlleva un proceso de aprendizaje a largo plazo, por lo que los profesores deben de tomar en cuenta todas estas características, es decir:

- El proceso de aprendizaje a largo plazo y
- Las muchas interpretaciones.

En donde mencionan que “la idea de fracción o mejor aún, la palabra ‘fracción’ indica un par ordenado de números naturales escritos de la forma *a/b*, y es utilizado en contextos y situaciones que muchas veces puede parecer que no tengan nada en común” (p.52).

Una fracción de acuerdo con Mancera (1992), puede ser la descripción de un estado de cosas, por ejemplo; la mitad puede significar la descripción de la mitad de algún objeto; lo cual introduce implícitamente la idea de que la fracción puede ser un comparador.

Por su parte Dienes (1972) argumenta que básicamente existen dos formas de considerar una fracción, del mismo modo que hay dos formas de considerar un número; una fracción puede ser, la descripción de un estado de cosas, o bien una orden, es decir, el resultado de la orden de ejecución de una operación.

Por otra parte, Kieren (citado en Mancera, 1992) abandono la idea de diferentes interpretaciones y planteo 4 subconstructos de los números racionales: medida, cociente, razón y operador.

- Relación parte-todo y medición: se expresa generalmente a través de regiones geométricas, conjuntos discretos de objetos y la recta numérica. El tratamiento depende de la habilidad que se tenga para dividir o partir una cantidad continua en partes iguales.
- Número racional como razón: aquí subyace la noción de magnitudes relativas, en el sentido de que la razón es un índice de comparación más que un número.

- <u>Números racionales como divisiones indicadas y elementos de un campo cociente:</u> aquí se considera la parte formal del manejo de los números racionales, en el sentido de que esta más ligada a sistemas algebraicos abstractos.
- <u>Número racional como operador:</u> se consideran los casos en que el número racional opera como una función o una regla la cual transforma una cantidad en otra o una figura geométrica en otra.

Berh, Lesh, Post & Silver (citados en Mancera, 1992) redefinieron las categorías de Kieren en 7 subconstructos:

- *Medida fraccionaria*: es una reconceptualización de la relación parte-todo, se refiere a cuanto hay de una cantidad relativa a una cantidad dada de esa cantidad.
- *Razón:* expresa la relación entre dos cantidades.
- *Tasa:* es una nueva cantidad que resulta de la relación entre otras dos cantidades.
- *Cociente:* es una división indicada de números enteros, se interpreta como el número entre **n** divide al número entero como **m**.
- *Coordenada lineal:* los números racionales se interpretan como puntos en la recta numérica resaltando que los números racionales son un subconjunto de los números reales.
- *Decimal:* aquí se destacan las propiedades asociadas al sistema de numeración decimal.
- *Operador:* se asocia en este caso al número racional la noción de función, de tal forma, que a partir de un número racional se puede definir una transformación.

Por su parte Castro (2001, 288) ofrece los siguientes significados de las fracciones:

- Partes de un todo.

"Se interpreta la expresión ***a/b*** representante de un todo o unidad que se ha dividido en ***b*** partes iguales de las que se consideran ***a*** de dichas partes.

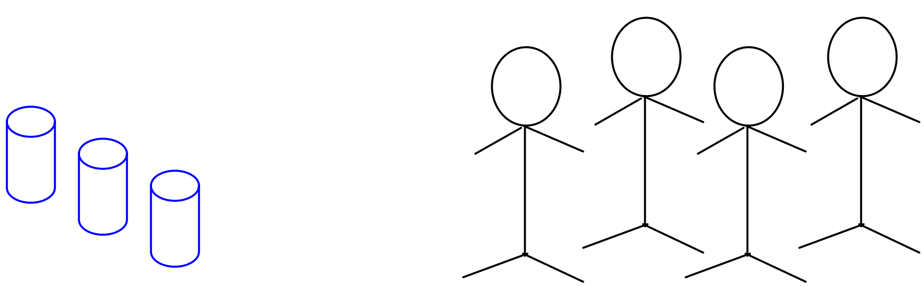
Ejemplo: una tira de papel (unidad o todo) se le dan cuatro cortes y se dividirá en cinco partes iguales, y se toman tres de esas partes (sombreadas).

3/5, en este caso el denominador indica las partes que se han hecho de esa unidad y el numerador las partes sombreadas.

- Cociente de enteros.

La fracción ***a/b*** puede significar el cociente de los enteros ***a*** entre ***b***. este caso se produce cuando se trata de resolver una igualdad del tipo $a = (b)\ x$, donde o es divisible por ***b***.

Ejemplo. Cuatro hermanos quieren repartirse tres latas de refresco de manera equitativa. ¿Cuánto refresco le corresponde a cada uno de los hermanos?



Surge la expresión 3 = (4) x. obtener el valor de x de la igualdad anterior lleva a

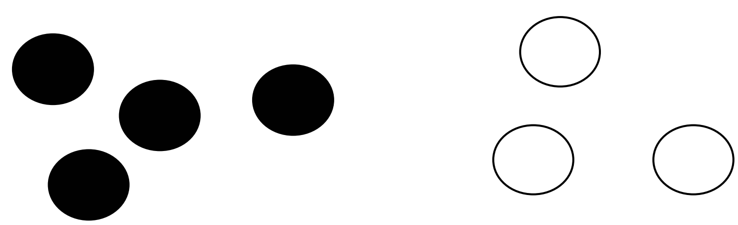
x = ¾, como la división de los números enteros 3 entre 4 no tiene solución dentro del conjunto de los enteros, la fracción ¾ permite expresar dicha división como una fracción entendida como cociente (o reparto) entre el numerador y el denominador de la misma.

En este ejemplo podemos observar que matemáticamente se puede resolver, pero también nos damos cuenta que no tiene solución dentro del conjunto de los números enteros y físicamente tampoco tendría solución.

- Razón.

La fracción tiene significado de razón cuando lo que simboliza con ella es la relación entre dos cantidades o conjunto de unidades.

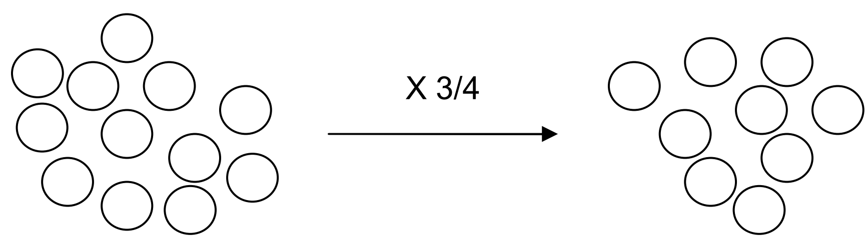
Ejemplo: una colección de siete canicas de las cuales tres son blancas y cuatro son negras; se puede decir que las canicas blancas son ¾ de las canicas negras, también que la proporción es de tres blancas por cuatro negras.



- Operador.

La fracción tiene significado de operador cuando actúa sobre una situación, o estado inicial, para modificarla y conseguir un estado final.

Ejemplo: la situación inicial es de 12 canicas que el operador ¾ la trasforma en una situación final de 9 canicas.



En este ejemplo podemos observar que al multiplicar el factor por la cantidad original podemos saber cuanto es lo que corresponde tomar, es decir, tenemos 12 canicas y a Juan le tocan ¾ partes de estás. ¿Cuántas canicas le tocan?

$$12 \quad x \quad \frac{3}{4}$$

- Porcentaje.

En el caso en que una fracción sea decimal con denominador 100, o sea, fracciones de la forma a/100 (a puede ser cualquier entero) se llama porcentaje. La forma usual de escribirlo es *a %.*

Ejemplo. De una clase de 100 alumnos aprueban 43 se puede expresar el número de aprobados con la expresión 43/100 y se lee cuarenta y tres de cien, o bien indicar que el número de aprobados ha sido del cuarenta y tres por ciento y se expresa 43 %.

Tomando en cuenta el análisis de los distintos significados propuestos se puede obtener la siguiente categoría general que engloba a todos los significados propuestos:

- Partes de un todo.
- Medición.
- Razón.
- Cociente.
- Operador.
- Porcentaje – Decimal.

La clasificación en la cual se baso, para elaborar los instrumentos (pretest-postest) así como para el programa de intervención contempla las siguientes categorías:

Parte-Todo	Partes de un todo (partición). Partes de un todo (reparto en partes iguales). Partes de un todo (relación parte todo). Partes de un todo (situaciones de reparto).
Medición	Medición (recta numérica). Medición (longitudes).

Únicamente se tomaron en cuenta estas categorías , que finalmente son parte-todo y medición trabajadas de diferentes formas, las otras categorías no se trabajan en cuarto grado (fracciones como razón, operador, cociente, porcentaje y decimal).

Para seleccionar estas categorías, se realizó la tabla, de esta manera se tomaron las que coincidieron en todas, después se eligieron las que se trabajan en cuarto grado, y para ello se revisaron los programas de la SEP, el enfoque, los ejes que se trabajan en cuarto grado con respecto a las fracciones, libro para el maestro y finalmente quedo la clasificación anterior.

Algunos de los temas de alguna forma introdujeron parte de las fracciones como decimal, como razón, como cociente pero no se trabajaron a profundidad por las condiciones del grupo.

kieren (citado en Mancera, 1992)	**Berh, Lesh, Post & Silver** (citados en Mancera, 1992)	**Castro** (2001)
Relación parte todo	**-Medida fraccionaria**	**Partes de un todo**
Medición	**Coordenada lineal**	**Partes de un todo (medición)**
Número racional como razón	Razón	Razón
Números racionales como divisiones indicadas y elementos de un campo cociente	Cociente	Cociente de enteros
Número racional como operador.	Operador	Operador
	Tasa	
	Decimal	
		Porcentaje

CAPITULO II

MÉTODO

SUJETOS

La investigación se llevo a cabo en un grupo constituido por 31 alumnos de cuarto grado de una escuela primaria pública. La edad de los sujetos oscilo entre los 10 y 11 años de edad.

ESCENARIO

La escuela primaria “Vicente Guerrero” 31 1355 121 17 x 015 ubicada en Calle Mina # 5 de la Colonia San Mateo Tlaltenango, Delegación Cuajimalpa.

INSTRUMENTOS

Los instrumentos fueron:

La evaluación inicial y final (pretest y postest), constituida por 16 reactivos divididos en los siguientes apartados: (ver anexo No.1)

- ♣ Partición (reactivos 1 y 2)
- ♣ Reparto en partes iguales (reactivos 3 y 4)
- ♣ Medición de longitudes (reactivos 5 y 6)
- ♣ Relación parte-todo (reactivos 7 y 8)
- ♣ Situaciones de reparto (reactivos 9 y 10)
- ♣ Medición en la recta numérica (reactivos 11 y 12)
- ♣ Situaciones de reparto (reactivos 13 y 14)
- ♣ Partes de un todo (reactivos 15 y 16)

El cuestionario fue validado por tres profesores de Educación Primaria, así como tres maestros de la Universidad Pedagógica Nacional, con el propósito de detectar inconsistencias, problemas de secuencia y organización, para así proceder a la modificación del instrumento.

Estas modificaciones fueron: de redacción, en donde se cambio el planteamiento de algunas preguntas para que fueran más claras y concretas; hubo modificaciones en cuanto a la secuencia y organización de las preguntas para ir de lo simple a lo complejo, además de cuidar que el nivel de dificultad de las preguntas fuera acorde al grado escolar y finalmente se modificaron las figuras de algunas preguntas para no producir confusión y para ver que las tareas intelectuales implicadas fueran las que realmente queremos observar.

CRITERIOS PARA CALIFICAR EL CUESTIONARIO

A continuación se presentan los temas trabajados en el pretest y postest, donde para cada tema se diseñaron dos ejercicios, estos temas son los que manejan en el plan y programas de estudio 1993.

1. Representación convencional de las fracciones.
2. Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (tercios, quintos y sextos).
3. Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones.
4. Fracciones con denominador 10, 100 y 1000.
5. Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador.
6. Ubicación de fracciones en la recta numérica.
7. Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales.
8. Algoritmo convencional de la suma y la resta de fracciones con igual denominador.

Los criterios que se utilizaron para puntuar el pretest y el postest fueron los siguientes:

Las preguntas tuvieron diferente valor, esto dependió del número de respuestas solicitadas, que se tenían que contestar en cada pregunta y cada posible respuesta tuvo el valor de un punto.

Así, por ejemplo: La pregunta No. 1 tuvo el valor de 15 puntos ya que tiene 15 respuestas posibles, por lo que cada recuadro llenado correctamente valía un punto.

PREGUNTA	**VALOR**
No. 1	15 puntos
No. 2	5 puntos
No. 3	6 puntos
No. 4	1 punto
No. 5	3 puntos
No. 6	3 puntos
No. 7	4 puntos
No. 8	4 puntos
No. 9	1 punto
No. 10	3 puntos
No. 11	10 puntos
No. 12	4 puntos
No. 13	3 puntos
No. 14	6 puntos
No. 15	2 puntos
No. 16	1 punto
TOTAL	**71**

Este cuestionario fue aplicado como pretest y postest y con la aplicación de dicho cuestionario, en la evaluación inicial (pretest) se logro evaluar y conocer el nivel de conocimientos previos de los alumnos sobre el uso de las fracciones (independientemente si vieron o no, los temas previstos para este ciclo), y de esta forma se modifico el programa de intervención. En cuanto a la evaluación final (postest), se trato de la misma prueba y su finalidad fue comparar los cambios ocurridos en la concepción de los alumnos sobre el uso de las fracciones, antes y después de la aplicación del programa de intervención.

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN

Constó de 12 sesiones con una duración mínima de 60 minutos cada una.

Las actividades propuestas (ver anexo 2), estuvieron encaminadas a que el alumno comprendiera gradualmente el uso de las fracciones y fuera capaz de utilizarlas en la resolución de situaciones problema.

El cuestionario y el programa de intervención se diseñaron a partir de los planes y programas de estudio, el fichero de actividades matemáticas, el libro de actividades y recortable del alumno, el libro del maestro y complementarios, con esto me base para poder armar los instrumentos y así trabajar temas que maneja su plan de estudios.

SESIONES

SESIÓN	CONTENIDOS	FORMA DE TRABAJAR
Primera y segunda sesión.	Representación convencional de las fracciones	PARTICIÓN
Tercera sesión.	Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (tercios, quintos y sextos)	REPARTO EN PARTES IGUALES
Cuarta sesión.	Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones	MEDICIÓN DE LONGITUDES
Quinta sesión.	Fracciones con denominador 10, 100 y 1000	RELACIÓN PARTE-TODO
Sexta sesión.	Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o denominador	SITUACIONES DE REPARTO
Séptima sesión.	Ubicación de fracciones en la recta numérica	MEDICIÓN RECTA NUMÉRICA
Octava y Novena sesión.	Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones	SITUACIONES DE REPARTO
Décima sesión.	Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador	PARTES DE UN TODO

Es importante mencionar que fueron 8 temas trabajados en 10 sesiones para el programa de intervención. El primer tema se trabajo en dos sesiones y en cada sesión trabajaron 2 problemas (el primero en la fase de acción y el segundo en la variable comando). El tema siete también se trabajo en dos sesiones: en una se trabajo la suma de fracciones y en la otra la resta de fracciones y en cada sesión se trabajaron 2 problemas (el primero en la fase de acción y el segundo en la variable comando). Los demás temas cada uno se trabajo en una sesión y también en cada sesión se trabajaron 2 problemas (el primero en la fase de acción y el segundo en la variable comando).

El programa de intervención estaba pensado trabajarse en más sesiones ya que la duración de cada una sería de una hora y no daría tiempo de terminar cada una, pero las autoridades y maestra del grupo me dieron permiso de 1 hora con 30 minutos para cada sesión y de esta manera los niños no perdieron continuidad.

FASES

El proyecto constó de cuatro fases para llevarlo a cabo.

- La primera fase fue la aplicación de la evaluación inicial con la finalidad de evaluar los conocimientos previos que los alumnos tienen sobre el uso de las fracciones en la resolución de situaciones problema y esta nos ayudo para hacer modificaciones en el programa de intervención.
- La segunda fase fue la aplicación del programa de intervención con la que se pretendió que el alumno comprendiera lo que significan las fracciones y las utilizará en la resolución de situaciones problema.
- La tercera fase fue la aplicación de la evaluación final, en donde se evaluó los cambios en la concepción de los alumnos en cuanto a las fracciones.
- Y por último la cuarta fase fue el análisis comparativo de la evaluación inicial con la evaluación final, para ver los cambios.

DISEÑO

Se realizo un diseño cuasiexperimental pretest y postest con un solo grupo.

Primero se busco la escuela y el grupo experimental, a este se le aplicó una evaluación inicial (pretest), después se les dio el programa de intervención o tratamiento y finalmente se le aplicó la evaluación final (postest).

El diseño se diagrama así:

$$G \qquad O1 \longrightarrow X \longrightarrow O2$$

Donde:

G: Grupo experimental.

O1: Pretest.

X: Tratamiento.

O2: Postest.

CAPITULO III

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el análisis de resultados se contemplan tres apartados: análisis cuantitativo, análisis de contenido y análisis cualitativo, los cuáles se presentan a continuación:

ANÁLISIS DE DATOS

a) Análisis cuantitativo.

Para realizar el análisis cuantitativo de los datos se utilizó la prueba estadística “t de Student” pues esta nos permite “comparar los resultados de una preprueba con los resultados de una posprueba en un contexto experimental. Se comparan las medias y las varianzas del grupo en dos momentos distintos”. (Hernández, 1998: 541)

Dicho estadístico se aplicó en la siguiente modalidad:

- ♣ Prueba t para grupos relacionados en el grupo experimental.

Aquí se analizaron los promedios obtenidos en el pretest y en el postest del grupo experimental.

Con los puntajes obtenidos en la evaluación inicial (ver anexo No.3) y en la evaluación final (ver anexo No.4), se obtuvieron los siguientes datos:

GRUPO EXPERIMENTAL	PROMEDIO μ	DESVIACIÓN ESTANDAR σ	TAMAÑO DE LA MUESTRA n
Pretest (O_1)	23.097	13.184	31
Postest (O_2)	34.226	14.343	31

Planteamiento de hipótesis:

El promedio de las calificaciones que obtendrán los alumnos del grupo experimental en el postest (O_2) después de trabajar en el programa de intervención es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas en el pretest del mismo grupo (O_1).

H_{inv} : $\mu_1 < \mu_2$

Hipótesis estadística:

H_0: $\mu_1 - \mu_2 \rightarrow 0$

H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Regla de decisión:

Con α= .05, el valor encontrado en la tabla de distribución “t de Student” con

$n_1 + n_2 - 2 = 60$ grados de libertad es t (60) = 1.6707.

A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de H_o como sigue:

Se rechaza H_o si $t_c \in \langle -\infty, 1.6707]$

No se rechaza H_o si $t_c \in [1.6707, \infty \rangle$

Cálculos:

El valor de t_c calculado es:

$t_c = - 3.180595908$

Interpretación:

Como se rechaza **H_o:** $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$, con α = .05, hay evidencia para considerar con 95% de confianza que las calificaciones obtenidas en el postest del grupo experimental son mayores que las obtenidas en el pretest del mismo grupo.

En este caso se puede decir que (O_1) pretest (23.097) es significativamente menor que (O_2) postest (34.226) del grupo experimental (ver figura 1).

Por lo tanto como el objetivo del presente trabajo fue diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención basado en la resolución de problemas para la enseñanza de las fracciones en alumnos de cuarto grado de educación primaria, se hizo una comparación entre los resultados obtenidos en el pretest y en el postest de donde se obtuvo:

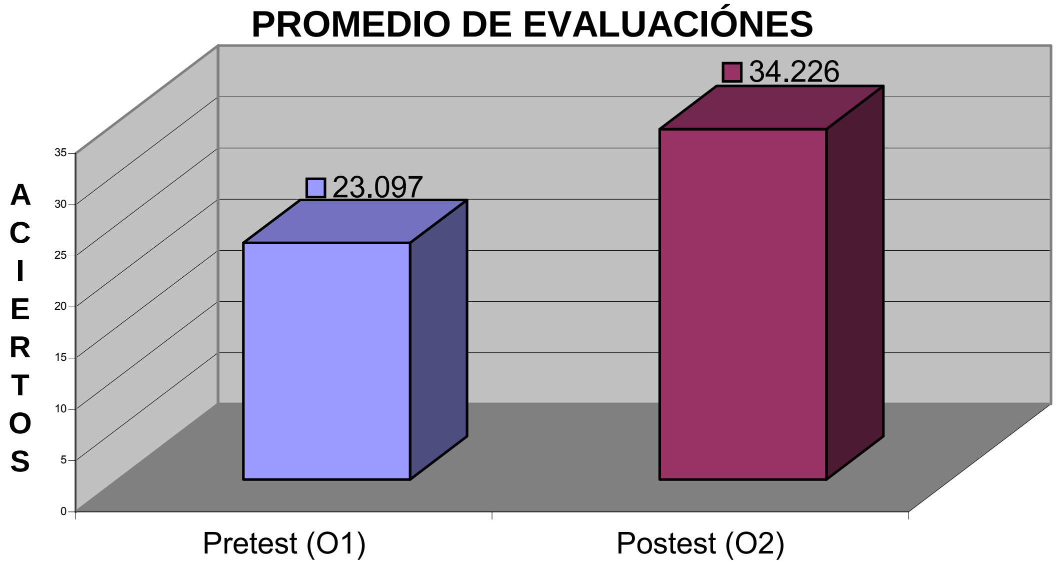


FIGURA 1

Por ello se concluye que el programa de intervención produjo una mejora en la comprensión y el uso que los alumnos tenían sobre los temas abarcados, sin embargo cabe señalar que esta mejora no se debe completamente al programa de intervención, otros factores ajenos a la investigación pudieron influir, debido a que entre el pretest (O_1) y el postest (O_2) pudieron ocurrir acontecimientos capaces de generar cambios, a demás del programa de intervención.

Análisis de contenido.

Se realizo este análisis debido a que dentro de la evaluación inicial y final se presentaron dos reactivos en donde no se produjo ningún cambio, por tal motivo se analizaron estos dos reactivos (4 y 9) para ver por que resultaron tan complicados para los niños.

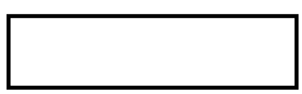
Estos reactivos indagaban los conocimientos previos de los alumnos con respecto al uso de las fracciones en los distintos temas que ven en cuarto grado de educación primaria.

Como ya se señalo, en las puntuaciones obtenidas por cada uno de los niños y en relación con las situaciones presentadas en el programa de intervención, el reactivo # 4 fue uno de los más difíciles para los niños, tanto en el pretest como en el postest, ya que no hubo cambio.

Recordemos que el reactivo # 4 se trabajo la modalidad de reparto en partes iguales, la situación planteada fue la siguiente:

♣ **Tres barras iguales de chocolate se repartieron entre cuatro niños. A cada uno le toco lo mismo y no sobró nada.**

La parte de chocolate que le tocó a cada niño es del tamaño de la que se muestra a continuación.



a. Dibuja en el espacio de abajo una de las barras enteras de chocolate para ver de qué tamaño era antes de haberla repartido.

No obstante que se trabajo en el programa de intervención con situaciones de este tipo, se interpreta que la situación fue muy complicada, los niños rendían adecuadamente en problemas rutinarios pero no podían hacerlo cuando el problema requería un análisis más detallado como en este caso.

La mayoría de los niños dibujaron una barra enorme, por lo que tuvieron que dibujarla en forma diagonal, esta abarco gran parte de la hoja, lo que me hace pensar que los niños entendieron que se tenían que dibujar las 4 barras y no una como lo pedía el problema, lo que indica que posiblemente los niños no han aprendido a leer y razonar lo que les pide el problema y esto se corroboró en ejercicios que realizaron en donde empezaban a resolver el problema sin haber terminado de leerlo y entenderlo.

Otro reactivo que causo dificultad a los niños fue el # 9, el cambio que hubo del pretest y el postest fue mínimo. El reactivo trabajo la modalidad de situaciones de reparto. Recordemos en que consiste:

- ♣ **Cuatro hermanos quieren repartirse 15 manzanas de manera equitativa. ¿Cuántas manzanas le corresponden a cada uno de los hermanos?**

Dentro del programa de intervención se trabajaron situaciones similares, en donde se resolvía el problema primero con dibujos y después con operaciones; sin embargo el cambio en el postest no fue significativo.

Se observa que los niños que contestaron bien el reactivo dibujaron las 15 manzanas e hicieron el reparto, se dieron cuenta que a los cuatro hermanos les tocarían 3 manzanas, pero sobraban tres y los que hicieron fue dividir cada manzana en cuatro pedazos por lo que su resultado fue 3 + ¾ de manzana a cada uno.

Pero la mayoría de los niños realizaron una división

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4\overline{)15} \\ 3 \end{array}$$

Su respuesta fue que le tocaban 3 manzanas a cada uno de los hermanos, no tomaron en cuenta las 3 manzanas que sobraron. Llama la atención que no continuaron la división y al hablar con su maestra, comenta que aún no trabajaban las divisiones con punto decimal ya que apenas empezaban a ver el tema y eran pocos los que sabían hacerlas.

Si hubieran terminado la división el resultado hubiera sido 3.75 que es lo mismo que $3 + \frac{3}{4}$. Aún cuando los niños la hubieran terminado, a muchos de ellos les cuesta trabajo entender que es lo mismo.

b) Análisis cualitativo.

El análisis cualitativo se realizó a través de categorías de análisis que fueron identificadas durante la aplicación del programa de intervención, para tal efecto las sesiones fueron video grabadas y paralelamente se llevó un diario de campo que ayudo a identificarlas (ver anexo 5); es importante mencionar que dos de las categorías (1 y 4) que se identificaron durante el programa de intervención, ya se habían identificado antes de aplicarlo y solo comprobamos que si se presentaron en las sesiones.

Las categorías encontradas se eligieron de acuerdo a las conductas que más se repitieron durante la aplicación del programa de intervención.

A continuación presento dichas categorías:

1. **Dificultades que presentan los niños en el desarrollo del contenido matemático y de las actividades.**

Definición: en cuanto al ***contenido matemático***; consiste en que los alumnos aún después de explicarles y de darles algún ejemplo, siguen haciendo el ejercicio mal por que intentan resolverlo conforme al conocimiento que tienen de los números enteros. En cuanto el ***desarrollo de las actividades*** consiste en que los niños no realizan las actividades como se les indica o no entienden como hacerlo.

Ejemplo: *Contenido matemático*; en la sesión #6 Tarjetas Revueltas, los niños tenían que tomar 2 tarjetas (en estás venían diferentes fracciones) que tuvieran el mismo numerador y entre ellos analizar cual de las dos fracciones es mayor y porqué, para comprobarlo en el reverso tienen la misma fracción pero representada en rectángulos.

Se formaron 7 equipos (3 equipos de 5 personas y 4 equipos de 4 personas)

Se pasó a un equipo a el pizarrón y se les pregunto ¿qué tarjetas eligieron?

R: las de 1/3 y ½

Bueno, ¿cuál de las dos fracciones que están en las tarjetas es mayor?

R: la fracción de 1/3

Haber quiero que lo comprueben, volteen las tarjetas y vean los rectángulos.

R: si la de 1/3, por que hay 3 y en la otra sólo 2.

(Se los plantee de otra forma). Supongamos que este rectángulo (1/2) es un chocolate pero lo partieron en dos y te van a dar un pedazo por que eso es lo que nos indica el numerador. Y ahora este es otro chocolate pero lo partieron en 3 cachos y te van a dar un cacho por que es lo que nos indica el numerador. Si te dicen cuál de los dos cachos eliges, el del primer chocolate (1/2) o el del segundo chocolate (1/3) ¿Cuál eligen?

(El equipo era de cinco integrantes, 3 de ello eligieron el chocolate de 1/3 y dos de ellos el chocolate de ½)

R: (los que eligieron ½) es más grande ½ por que es más grande el pedazo, (los que eligieron 1/3) ah si entonces el de ½, mejor lo cambiamos es más.

- Pero al seguir viendo más fracciones volvían a confundirse.

Ejemplo: *Desarrollo de las actividades*; en la sesión #2 ¿Qué parte?, en una de las actividades realizadas se les dio una hoja y se les explico que podían manipular su hoja, doblarla, marcarla, cortarla, menos medirla, para resolver el siguiente ejercicio:

- **Se uso un cuarto de hoja para hacer una bandera. La tercera parte de ese cuarto, se pintó de rojo. ¿Qué fracción de la hoja se pintó de rojo?**

Al terminar de repartir a todos su material se les dijo que podían comenzar (el trabajo fue individual), sólo 2 niños empezaron a hacerlo, los demás sólo observaban.

- Ya pueden empezar.

R: (uno de ellos dijo) qué tengo que hacer, operaciones, cómo le hago. (varios niños dijeron) qué hacemos con la hoja.

- La hoja que tienen es su bandera, tienen que señalar en su bandera que fracción se pinto de rojo. (un niño levanto la mano cuando estaba explicando)

R: ya tengo el resultado

- Haber quieres pasar a explicarnos tu procedimiento.

R: Primero la doble a la mitad y de nuevo a la mitad y ya estaba doblada en 4 luego estos (los 4) los doble en tres y tome sólo 1 de este (1/4) al contar toda la hoja me dio 1/12.

(los niños vieron el procedimiento de su compañero y lo empezaron a hacer)

Después se les dio otro ejercicio similar, en donde también se les dio una hoja que representaba el terreno:

- **La tercera parte de un terreno se dedicó a la siembra. De esta parte, en la mitad se sembró maíz. ¿Qué parte del terreno se dedicó a la siembra de maíz?**

Nuevamente los niños no sabían como empezar.

Comentario: A la mayoría de los niños les cuesta mucho trabajo entender las fracciones ya que intentan relacionarla siempre con los números enteros y cuando el numerador es el mismo no se puede aplicar esta relación, ellos se confunden por que cuando el denominador es el mismo esta relación con los números enteros les funciona, otro punto es, que los niños no trabajan con frecuencia con material dentro de sus clases normales y en el momento en que se les presento material por muy sencillo que sea no saben que hacer con él.

2. Dificultades para poner atención.

Definición: consiste en que los niños no escuchan las indicaciones que se les dan para trabajar el ejercicio, por diferentes motivos: están jugando, se distraen con algún compañero, están platicando, parece que escuchan pero están pensando en otra cosa, y por tal razón realizan mal el ejercicio.

Ejemplo: en cada sesión antes de repartirles en material se les daba la explicación de lo que tenían que hacer, mostrándoles el material, al dárselos nuevamente se les explicaba, en la sesión #6 Tarjetas Revueltas:

Se formaron 7 equipos (3 equipos de 5 personas y 4 equipos de 4 personas)

- Le voy a dar a cada equipo una bolsa con 48 tarjetas que tienen diferentes fracciones escritas por una lado y en el reverso esta la misma fracción pero representada en rectángulos. Tienen que revolver sus tarjetas como sopa por el lado de la fracción y tomar dos que tengan el mismo denominador y ver cuál de las dos fracciones es mayor y por qué, para comprobar volteen y observen los rectángulos.

R: (un equipo) ya las elegimos.

- Cuáles eligieron

R: las de 9/12 y la de 1/3 y es más grande 9/12.

- Haber primero, cuál era la condición, bien tienen que tomar dos fracciones con igual denominador y a demás las tienen que revolver por el lado de la fracción, no de los rectángulos.

R: ah, si están mal no tiene el mismo denominador.

Ejemplo: en la sesión #5 ¿En donde se coloca?, a los equipos se les dio 3 tiras divididas en dm, cm y mm., juntos fuimos explicando por qué se llamaban de esta manera.

Se formaron 7 equipos (3 equipos de 5 integrantes y 4 equipos de 4 integrantes)

- En las hojas que se les dio, en equipo van a contestar las tres primeras pregunta, la primera dice: ¿qué parte del metro representa cada uno de los segmentos de está tira?

R: Sólo unos equipos empezaron a trabajar.

- Pasó al pizarrón un equipo, y se les pregunto lo que realizaron

R: ¿qué vamos a poner?

- Recuérdenme, qué dije en la explicación donde todos me ayudaron a explicar las tiras.

R: eh... En está (dm) es 10 ¿no?, otro niño: ya no me acuerdo bien.

- qué es lo que recuerdas.... haber tu dices que es 10 verdad

R: si

- ¿por qué?

R: por que está dividida en 10

- bien cada uno tiene 10, ahora cómo se llama este segmento.

R: es uno.

- bien es uno, por que estás tomando sólo un segmento, ¿pero si te dijera que fracción es?.

R: ah pues, ¿un décimo?

Comentario: los niños en muchas ocasiones no saber seguir las indicaciones que se les dan y lo resuelven como ellos creen o como lo inventaron, aún cuando se les pide que me expliquen su procedimiento, se confunden y terminan por no entender lo que hicieron. La falta de atención se presentaba más cuando trabajaban en equipos, esto provocaba que se pusieran a jugar, platicar o pelear y no pusieran atención a las explicaciones.

3. Conocimiento formal versus conocimiento práctico.

Definición: consiste en que los alumnos manejen el conocimiento formal pero cuando se trata de aplicarlo a situaciones prácticas no lo saben aplicar o tienen dificultades para hacerlo.

Ejemplo: En la sesión #4 Descubre lo que falta, se les dio a los niños el siguiente ejercicio.

En la siguiente tabla hay algunos lugares vacíos, porque falta la cantidad de pasteles. Tienes que encontrar las cantidades que faltan, con la condición de que siempre le toquen 5/4 de pastel a cada niño. Con los resultados llena la tabla.

1. Si tenemos 4 niños y 5 pasteles ¿Cuánto pastel le toca a cada niño?
2. Ahora tenemos 8 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?
3. Si ahora tenemos 16 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?

PASTELES	5		
NIÑOS	4	8	16

Se formaron 8 equipos (7 equipos de 4 integrantes y 1 equipo de 3 integrantes)

- Paso el integrante de un equipo a explicar lo que hizo para encontrar los números que faltaban para llenar la tabla.

R: en la tabla dice que son 5 pasteles para 4 niños, pero ahora son 8 niños y este es el doble de 4, entonces arriba también debe ser el doble de pastel, por eso sale 10, y en el otro es 20 pasteles por que se aumento dos veces. Todos sus compañeros estuvieron de acuerdo.

- Muy bien ahora quiero que lo expliquen con dibujos, para verificar si la condición se cumple. Como nadie hacia nada, les explique con dibujos la primera (5 pasteles, 4 niños). Al pasar y observar lo que hacían, la mayoría me decía que ya tenían los resultados, ¿pero ahora hazlo con dibujos?.

(Sólo dos equipos hicieron bien el reparto y cumplía con la condición pero no supieron explicarme y al intentarlo creían que no cumplía con la condición, por lo que les explique por que si cumplía con la condición de que a cada uno le tocara 5/4 de pastel)

-El primer equipo completo la primera parte de la tabla: Si tenemos 8 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?, ellos dibujaron 10 pasteles cada uno dividido en 8 partes y dibujaron a 8 niños por eso hicieron esa división en los pasteles, finalmente concluyeron que a cada uno le tocó 10/8*. **(Dibujo a)***

-El segundo equipo completo la segunda parte de la tabla: Si tenemos 16 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?, los niños dibujaron 20 pasteles y 16 niños. A cada niño le dieron un pastel por lo que sobraron 4 pasteles, cada uno de estos pasteles los dividieron en 4 y a cada niño le dio ¼ de pastel por lo que finalmente a cada una le tocó 1 + ¼ de pastel que es lo mismo que 5/4 de pastel*. **(Dibujo b**)*

Los demás equipos no sabían cuántos niños y pasteles dibujar, ni en cuantas partes dividir cada pastel, lo que realizo la mayoría fue dibujar muchos pasteles y muchos niños, pero no explicaban más, no unían con líneas los pasteles con los niños. Sólo hacían dibujos, caras, o no hacían nada.

Ejemplo: en la sesión #5 ¿En donde se coloca?, al principio entre todos se explico por que se le llamaba décimos, centésimos y milésimos.

Se formaron 7 equipos (3 equipos de 5 personas y 4 equipos de 4 personas)

- miren esta tira, ¿en cuántas partes está dividida?

R: en 10

- bien y ¿cómo se le llama a cada segmento?

R: un décimo

- por qué décimo, y no milésimo.

R: callados. Un solo niño contesto: por que décimo es de 10.

- pero 10 de qué.

R: en la recta hay 10

- bien décimos por qué la recta está dividida en 10.

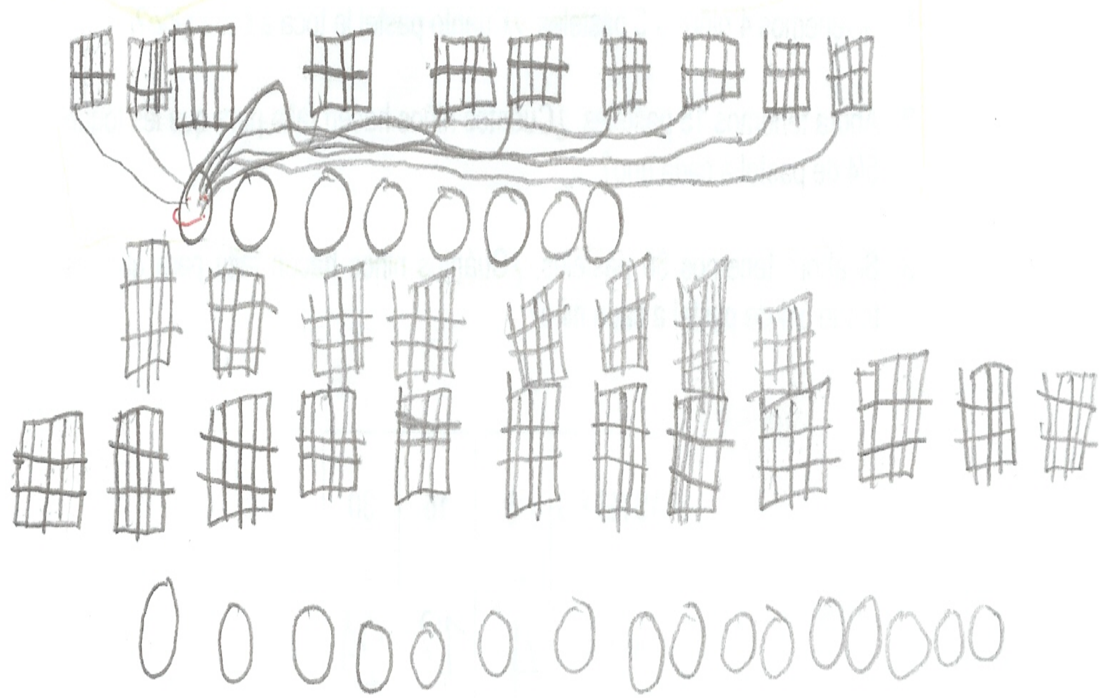
Al terminar de explicar cada uno y las razones.

- ahora tomen la tira que esta dividida en milésimos.

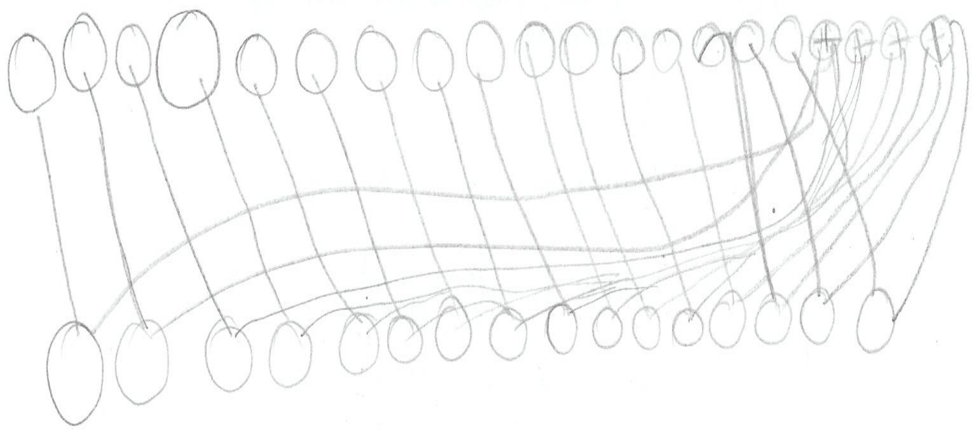
R: varios equipos. ¿cuál de las tres?

Comentario: a la mayoría de los niños les cuesta trabajo explicar sus resultados, no saben de donde sale, solo realizan las operaciones y esto me hace pensar que no es una practica común comprobar en este caso con dibujos, por que les dio ese resultado, lo ven de manera aislada y no saben aplicarlo a cuestiones practicas.

Dibujo a



Dibujo b



4.

4. Dificultades para trabajar en equipos grandes.

Definición: consiste en que hay mala integración grupal, es decir, no les gusta trabajar con ciertos compañeros, no saben discutir en equipo, se distraen por estas razones.

Ejemplo: en la sesión #1 El patio de Doña Martha, los niños hicieron equipos de 4 integrantes cada uno, ellos tenían que dividir el patio para que a cada uno de los hijos de Doña Martha les tocara lo mismo y anotar la fracción, a demás tenía que completar un cuadro.

Se formaron 8 equipos (7 equipos de 4 integrantes y 1 equipo de 3 integrantes)

Lo siguiente sucedió en varios equipos.

- (Primero se pasó a un equipo y de los cuatro sólo 1 estaba trabajando) Todos tienen que resolver el ejercicio

R: ¡no!, Víctor no necesita que lo ayudemos él es el que sabe, (otro) a demás nosotros ni sabemos.

- Vamos a hacerlo juntos (mientras estuve con ellos pusieron atención e intentaban hacerlo, en cuanto los deje trabajando volvió la situación anterior)

- (Pase a otro equipo y en este sólo dos niñas estaban trabajando) Todo el equipo tiene que ayudar, es en equipo.

R: (niñas) nosotras no queríamos trabajar con ellos, más con él, es que lo hacen mal, no nos hacen caso, no les gusta como lo hacemos.

- Al terminar la primera parte para que no empezaran a distraerse: con su equipo discutan su procedimiento se verifico si estaba bien para que a todos les quede claro lo que hicieron.

R: ¡ah! Si, pues ya esta, ya terminamos.

- Tienen que platicar sobre lo que hicieron, sobre sus procedimientos.

R: Pero ya lo hicimos cuando lo respondimos (comenzaban a distraerse).

(En un equipo empezaron a aventarse: me dijeron tu dijiste que discutiéramos).

Ejemplo: en la sesión #7 Medición de Longitudes, hicieron equipos de 4 integrantes y tenían que estimar la distancia entre unos puntos y después pasar a comprobarlo con sus tiras.

- los equipos que terminen levantan la mano para ir pasando por turnos a comprobar.

R: utilice 4/2

- ¿cuál es tu equipo? Ahora el equipo explíquenme por que 4/2.

R: tú explícale tú, pues, préstame las tiras. Es que estás quedan en los puntos.

- si, pero por que dice que son 4/2 y no otra fracción.

R: ¡no lo has explicado!, es que no entendí bien.

- por que no entendieron si todos ayudaron.

R: no es que no puse atención.

Comentario: no hay un hábito de trabajar en equipo dentro del grupo, por lo que a los niños les costo mucho trabajo, la mayoría terminaba por distraerse, empezaban a platicar con sus amigos, a pelearse, a muchos de ellos les molestaba trabajar con ciertos compañeros, la mayoría quería elegir al que sabía, además cuando se les pedía que discutieran sus procedimientos no sabían que hacer.

5. **Copian los procedimientos de sus compañeros.**

Definición: consiste en que los niños no saben que hacer para poder resolver el ejercicio y observan o preguntan a otro compañero que ya lo esta haciendo y le copian el procedimiento, la mayoría de las veces observan lo que hacen otros y solo copian la respuesta.

Ejemplo: en la sesión #3 Los chocolates.

Trabajaron de manera individual.

-Aquí tienen su material esta tira representa un chocolate entero, ahora si reparten este chocolate (tira) entre 3 niños, quiero saber de qué tamaño será el pedazo que le toque a cada uno, para ello aquí tienen una bolsa en donde vienen varios pedazos de los cuáles van a escoger el que les tocó a los niños, recuerden que el reparto es de manera equitativa. (La actividad fue individual).

(Los niños comenzaron a sacar sus repartos, estos venían revueltos, algunos empezaron a separarlos por tamaño, y de esta manera buscaron los que coincidieran con el chocolate entero)

R: ¿qué tengo que hacer? Cortó la tira.

- Aquí tienes una bolsa donde vienen varios cachos de chocolates, tú tienes que elegir cuáles de esos cachos son los que le tocaron a los niños. Recuerda que no sobro nada de chocolate.

R: bueno.

- seguía explicando a otros y volteaba a ver si ya estaba trabajando el niño al que le había explicado y estaba volteando a ver lo que sus compañeros hacían y comenzó a hacer lo mismo. Se regresó con él y se le pregunto ¿Ya terminaste?

R: ya, lo estoy haciendo.

- ¿Cómo lo estás haciendo?

R: midiendo los pedazos, pero todavía no lo encuentro.

(Se siguió observando a los niños y este niño solo observaba a un compañero y después le pregunto cuál había encontrado)

- Se regreso con el niño, ahora ya lo encontraste.

R: si, es este.

- Me puedes explicar por que ese cacho, ¿los otros no quedan, o por qué?.

R: Este e eh, es que este queda, mira son tres.

- ¿Los otros no quedan?.

R: no he visto, yo creo que no, a Javier también le salió lo mismo.

Ejemplo: en la sesión #8 Los Tragones.

- El ejercicio es el siguiente: Susana va a compartir una pizza con 8 amigos. Rápido antes de que ellos lleguen, partió la pizza en 10 pedazos iguales y se comió 1. Distribuyó las 9 porciones restantes sobre la pizzera para que no se notará, y luego comió una porción como todos los demás. En la noche le agarra un dolor de panza de la culpa que siente y piensa: "¡Es que me comí 1/10 más 1/9 de pizza!" ¿Es cierto esto?

- Se paso a un equipo que ya había terminado ¿quieres pasar en un momento a explicar lo que hiciste?

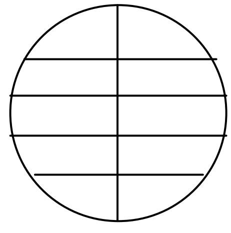
R: mejor él (un niño de otro equipo)

- Bueno también que pase tu compañero y así son dos los que explican sus procedimientos.

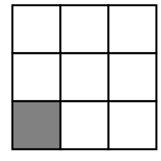
R: no es que.. (su pareja de equipo) ya dile que copiaste.

- bueno va a pasar el compañero que lo hizo.

R: el niño dibujo (**Dibujo c**)



1



2

R: son iguales los cachos eh. De aquí (# 1) primero tomó 1/10, por que lo partió en 10 y luego las que sobraron las acomodo como aquí (#2) y tomó 1/9 por que ya sólo eran 9 cachos. Por eso yo digo que es cierto.

- todos están de acuerdo con su compañero o alguien tiene un procedimiento diferente.

R: si, está bien.

R: Un solo niño alza la mano y me dice, bueno es que yo lo hice así (**Dibujo d**) pero creo que estoy mal, bueno si ellos están bien.

Comentario: cuando los niños no sabían que hacer era cuando copiaban el procedimiento, algunas veces ayudaba ya que entendían lo que tenían que hacer y después lo terminaban solos, pero en otras sólo copiaban y no intentaban hacerlo, por lo mismo en ocasiones no se daban cuenta que lo que copiaron estaba mal. Finalmente se eligió a algunos de los niños que lo hicieron de diferente forma, para que pasaran a explicar al pizarrón su procedimiento, esto ayudo a que los niños que sólo copiaron entendieran y se dieran cuenta que no era difícil y por último se pasó con cada uno de los equipos para que me explicara lo que hizo después de la explicación de sus compañeros.

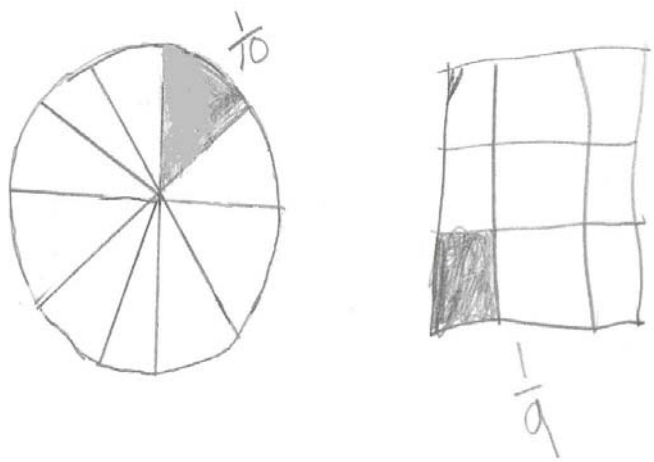
Dibujo c

Fecha: 6- Junio - 05 Edad: 10 (11) Grado Escolar: 4° B

¿LOS TRAGONES?

Susana va a compartir una pizza con 8 amigos. Rápido antes de que ellos lleguen, partió la pizza en 10 pedazos iguales y se comió 1. Distribuyó las 9 porciones restantes sobre la pizzera para que no se notará, y luego comió una porción como todos los demás. En la noche le agarra un dolor de panza de la culpa que siente y piensa: "¡Es que me comí 1/10 más 1/9 de pizza!" ¿Es cierto esto? SI

Tienen que anotar en su hoja de trabajo las operaciones que realizaron para llegar a la solución



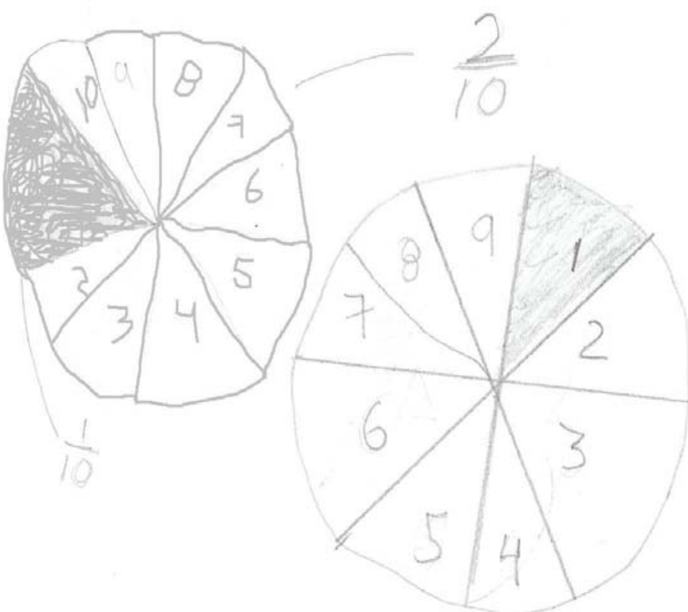
Dibujo d

Fecha: 6-Junio-05 Edad: 9 10 Grado Escolar: 4°B

¿LOS TRAGONES?

Susana va a compartir una pizza con 8 amigos. Rápido antes de que ellos lleguen, partió la pizza en 10 pedazos iguales y se comió 1. Distribuyó las 9 porciones restantes sobre la pizzera para que no se notará, y luego comió una porción como todos los demás. En la noche le agarra un dolor de panza de la culpa que siente y piensa: "¡Es que me comí 1/10 más 1/9 de pizza!" ¿Es cierto esto? no

Tienen que anotar en su hoja de trabajo las operaciones que realizaron para llegar a la solución.



6. Facilidad para realizar el trabajo cuando es guiado.

Definición: consiste en que, cuando los niños no tenían idea de cómo empezar a trabajar el ejercicio, lo íbamos haciendo todo el grupo, incluyendo a la aplicadora y los niños se animaban a opinar y se resolvía fácil y rápido.

Ejemplo: en la sesión #9 ¡Que día!, los niños tenían que resolver ejercicios de resta de fracciones. En el siguiente ejercicio la mayoría del grupo no sabían como empezar.

- **Un policía detuvo en el periférico a 20 automovilistas en un día por estar compitiendo. Si en la mañana detuvo a 1/5 de ellos y en la tarde detuvo a 2/5. ¿qué fracción de automovilistas le faltan por detener?**

Se formaron 15 equipos (14 de dos integrantes y 1 de 3 integrantes)

Entre todos empezamos a resolverlo. Vamos a resolverlo con dibujos.

- ¿qué tenemos que hacer primero?

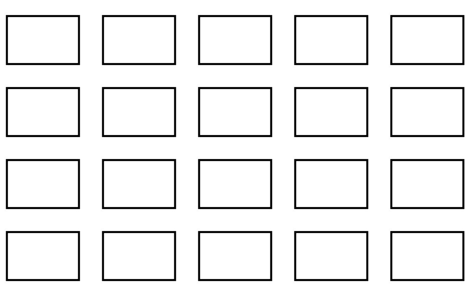
R dibujar los 20 carros.

- ¿y los dibujamos todos amontonados o por filas?

R algunos niños contestaron en filas de 5 carritos

- ¿por qué de 5?

R pues no dices que debemos ver el denominador (Entonces no es así menso)



- Ya están los 20 automovilistas, pero ahora nos dice que en la mañana detuvo a 1/5. ¿qué hacemos ahora? ¿Cuál o cuáles serían 1/5?

Me señalaron la primera fila (Horizontal) por que ahí hay 5 carros, bueno vamos a encerrar esta columna que sería 1/5.

- Recordemos que los 20 automovilistas es nuestra entero entonces que fracción formaría nuestro entero.

R me responden en voz alta, cinco quintos.

- Para que se formen 5/5, ¿cuántas filas debemos tener?

R algunos responden 5 filas

- Se forman cinco filas tomándolas de forma horizontal (Se señala)

R no, solo 4.

- Si se forman 4 entonces cada fila sería ¼ y nosotros queremos quintos ¿Qué hacemos?

R Algunos dicen, ay de la otra forma si hay 5 filas.

- ¿En vertical?

Bien, entonces este sería 1/5 y este sería 1/5..... y en total son 5/5 o ______

R un entero

- Ahora si podemos continuar, si en la mañana detuvo a 1/5 ¿Cuántas filas encierro?

R 1 y son 4 carros

- Y si en la tarde detuvo a 2/5 más ¿Cuántas filas encierro?

R dos filas más.

Ahora dice ¿cuántos automovilistas le faltan por detener?

R 8 autos

- 8 autos pero si nos piden en fracción

R 2/5 **(Dibujo e)**

R: maestra ya lo pude hacer con suma y resta. **(Procedimiento f)**

Ejemplo: en la sesión #10 ¿Cuánto fue?, durante la retroalimentación hicieron el siguiente problema, en el cual paso un niño a resolverlo y todo el grupo se confundió, por lo que se hizo de manera conjunta.

Enrique perdió una apuesta y tiene que hacer galletas, tiene tres botellas de crema de medio litro, es decir, 3/2 litros de crema. Necesita un litro de crema para hacer 80 galletas.

¿Cuántas galletas puede hacer con ½ litro de crema?

¿Cuántas puede hacer con los 3/2 litro de crema?

- Enrique puedes explicarnos lo que hiciste.

R: dibuje todas las galletas y tomó la mitad por que es medio litro y son 40 y con el litro 80.

- y con 3/2 litros ¿cuántas galletas prepararía?

R: eh. (se quedo pensando),120?

- bien Enrique, todos están de acuerdo.

R: varios: no le entendí.

- su compañero lo hizo bien, aunque su procedimiento es muy largo, que les parece si vamos haciendo lo que dice exactamente el ejercicio.

R: si

- ¿cuántas botellas nos dice que tiene Enrique? Y las vamos dibujando

R: 3 botellas

- bien, y cada botella ¿cuánta crema tiene? Lean el ejercicio

R: medio litro

- bien, y cómo lo escribo con número.

R: un uno y un dos abajo.

$$\boxed{\frac{1}{2}} \quad \boxed{\frac{1}{2}} \quad \boxed{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{3}{2}$$

- dice que necesita un litro para hacer 80 galletas, sólo 1 litro. ¿cuántas botellas necesito?

R: 2 botellas

- por qué sólo 2

R: pues por que quiere 1 litro

- entonces ½ + ½ me da 1 litro

R: si

$$\boxed{\frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{2}{2} = 1 \text{ litro} \qquad = 80 \text{ galletas}$$

- con estás 2 botellas hacemos 80 galletas. Pero ahora me dicen que ¿cuántas se pueden hacer con ½? ¿cuántas botellas necesitamos?

R: una, por que son de ½

- bien, una, pero ¿cuántas galletas haríamos?

R: (lo pensaron un poco) la mitad de la otra, 40, por que en la otra fue el doble.

- bien, y ahora quiero saber ¿cuántas se pueden hacer con 3/2 litro de crema? ¿cuántas botellas necesitamos?

R: las tres botellas

- y ¿cuántas galletas salen? Que tenemos que hacer

R: ya nada más sumar.

- que sumo

R: son 120

- bien, con dos botellas de ½ litro se hicieron 80 y con ½ litro 40, entonces ahí ya son las 3 botellas, por lo tanto 80 + 40 = 120 galletas.

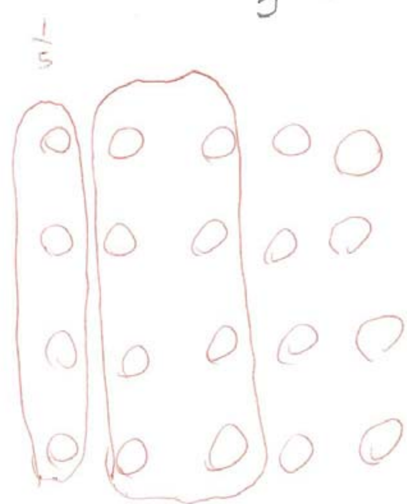
$$\boxed{\frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{2}} = 120$$

Comentario: los niños tienen buena participación cuando entre todo el grupo se resuelven los ejercicio y todos ponen atención y ayudan a resolverlo. Se les facilita resolver los ejercicios de esta forma, a demás de que les ayuda a entender por que da el resultado.

Dibujo e

∗ Un policía detuvo en periférico a 20 automovilistas en un día por estar compitiendo. Si en la mañana detuvo a 1/5 de ellos y en la tarde detuvo a 2/5. ¿qué fracción de automovilistas le faltan?

$\frac{2}{5}$ o ocho automovilistas



Procedimiento f

* Un policía detuvo en periférico a 20 automovilistas en un día por estar compitiendo. Si en la mañana detuvo a 1/5 de ellos y en la tarde detuvo a 2/5. ¿qué fracción de automovilistas le faltan?

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}-\frac{5}{5}=\frac{2}{5}$$

7. Participación en el pizarrón.

Definición: consiste en que dentro del grupo se daba muy buena participación individual por parte de los alumnos cuando se trataba de pasar al pizarrón para explicar un ejercicio, lo relevante es que en todas las ocasiones había ciertos niños que nunca faltaba su participación y en varias ocasiones dentro de la misma sesión.

Ejemplo: en todas las sesiones cuando se trataba de pasar a explicar en el pizarrón los problemas planteados, tanto los del programa como los problemas de la retroalimentación, los niños se emocionaban y la mayoría quería pasar, aún cuando al pasar no supieran ni que hacer. En la sesión #8 Los tragones dentro de la retroalimentación:

Se formaron 15 equipos (14 de 2 integrantes y 1 de 3 integrantes)

Mauricio compro 8 bolsas con media docena de nueces cada una, ¿cuántas docenas tiene?

- Hay alguna persona que se llame Mauricio.

R: si hay dos.

- Muy bien uno de ustedes va a hacer el problema con dibujos y el otro con operaciones.

Dibujos.

- Si quieren pueden ir ayudando a Mauricio. ¿Qué hacemos primero?

R: tienes que dibujar las nueces

- Bien, pero las nueces vienen en bolsas o no?

R: si, son 8 bolsas

- Pero cuánto tiene cada bolsa

R: media docena.

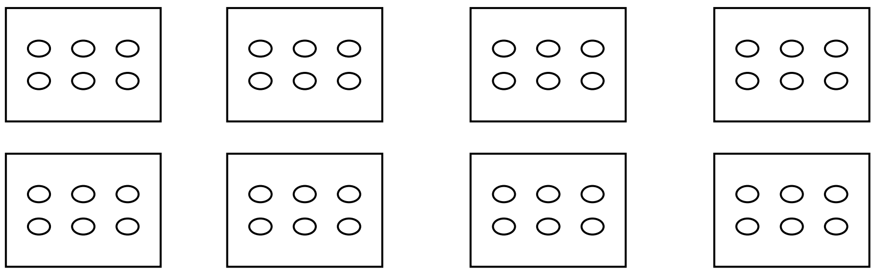
- ¿Cuánto sería una docena?

R: pues 12

- y entonces si nos dice que tiene media docena ¿cuánto es?

R: 6 nueces

Mauricio hizo lo siguiente:



R: ya están las 8 bolsas con 6 nueces

- Bien, pero la pregunta es ¿cuántas **docenas** en total tienes?

R: empezó a contar, son 4.

- todos están de acuerdo

R: si son 4, por que con 2 bolsas se forma una.

Operaciones.

- Vamos a ir ayudándole a Mauricio. ¿Qué vamos a hacer primero si lo tenemos que hacer con operaciones? Nos dice el problema que tienes 8 bolsas con media docena.

R: ¿hago las bolsas?

- No, ahora lo vamos a hacer con operaciones, con números, sin dibujos. ¿cómo se escribe media docena con números?

R: (niños) un medio

- Bien, pero como lo escribe

R: pues un uno y un dos

- ¿cómo? Así 2/1

R: no el 1 arriba y el 2 abajo

- bueno, pero de acuerdo al problema cuántos medios tenemos.

R: 8

Mauricio empezó a hacer lo siguiente:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

- ¿qué le tenemos que hacer a esta fracciones? Restarlas, sumarlas o qué.

R: Mauricio, las voy a sumar.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2}$$

- bueno, sale que tenemos 8/2, dio lo mismo que con los dibujos.

R: se quedaron pensando. (un niño) se tiene que hacer la división para que de 4.

Mauricio

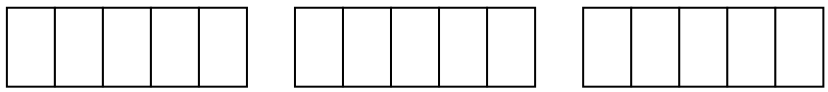
$$2 \overset{\displaystyle 4}{\overline{)\,8}} \\ \quad 0$$

R: ya dio lo mismo.

Ejemplo: en la sesión # 8 Los tragones.

Juan se ha comido 1 1/3 de los pasteles de chocolate y pedro 2 1/3. ¿Cuántos pasteles se han comido entre los dos?

R: bueno.



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

- puedes explicarnos lo que hiciste.

R: se comieron 2/3 y ahí están los 3 pasteles, nos dice que son 3

- en donde dice que son 3

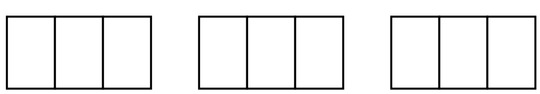
R: aquí (denominador)

- están de acuerdo todos

R: no, yo paso. No ya le entendí yo sigo.

- bien, tenemos que recordar que el denominador no dice las partes en las que vamos a dividir las figuras.

R: ah si, entonces son 2/6, ¿pero no? No se suma el de abajo verdad. Ya no me acuerdo.



- bien, que te parece si lo hacemos todos juntos.

Comentario: a los niños les gustaba pasar al pizarrón a resolver el ejercicio, en cuanto pedía voluntarios para que pasaran a explicar lo que hicieron en su cuaderno todos querían aún cuando todavía no lo hubieran resuelto. Se considero que era bueno que pasaran, ya que al estar resolviéndolo surgían muchas dudas que creía ya estaban resueltas y de esta forma los niños al lograr resolverlo con un poco de ayuda se sentían contentos y al menos no lo van a olvidar tan fácil por que se esforzaron.

CONCLUSIONES

El presente trabajo alcanzo su objetivo inicial el cual fue: diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención basado en la resolución de problemas para la enseñanza de las fracciones en alumnos de cuarto grado de educación primaria, aunque es importante señalar que no se alcanzo al 100%.

Al hacer un análisis de los datos encontrados, desde el punto de vista estadístico hubo mejoría en cuanto a la evaluación inicial (pretest) y la evaluación final (postest) ya que los alumnos alcanzaron un mayor promedio en esta última.

Es importante mencionar que se pudo percibir cierta dificultad para entender tanto en la evaluación inicial como en la evaluación final dos preguntas específicamente, ya que una de ellas no demostró cambio y la otra sólo un cambio mínimo, al analizar la situación me percate que a los niños le cuesta mucho trabajo resolver los problemas cuando requieren de un análisis más detallado y también que algunas de las dificultades se debieron a que no todos contaban con el conocimiento previo para entender los problemas.

En cuanto al análisis cualitativo este se realizo a través de 7 categorías encontradas durante el desarrollo del programa de intervención dos de ellas ya se habían contemplado antes de aplicar el programa de intervención, estás categorías se detectaron con ayuda del diario de campo y de los videos de cada sesión, a continuación se explica cada una de ellas: las ***dificultades que presentan los niños en el desarrollo del contenido matemático y de las actividades*** es muy importante, ya que cuando lo niños no entienden un problema o cuando no saben que hacer con el material que se les da, comienzan a distraerse y esto provoca ***dificultades para poner atención*** en donde los niños no siguen las indicaciones y al no saber que hacer pierden interés en la actividad y comienzan a distraerse y a distraer a sus compañeros y esto se vuelve un ciclo: al no poner atención por distraerse volvían a tener dificultades en el desarrollo del contenido y de las actividades y esto en ocasiones provocaba que ***copiaran los procedimientos de sus compañeros*** pues al no saber que hacer, se dirigían a la salida más rápida para así terminar el ejercicio y esto podía verse reflejado en el ***conocimiento formal versus conocimiento práctico*** aunque es importante mencionar que *no siempre es por que hayan copiado*, pues los niños en ocasiones llegaban a la solución, pero cuando tenían que aplicarlo o explicarlo con dibujos o con sus compañeros, no sabían hacerlo o lo hacían de manera incorrecta lo que me hace pensar que no es una practica común la comprobación y ven de manera aislada los problemas y esto a su vez vuelve a interferir en las *dificultades en el desarrollo del contenido matemático y de las actividades,* otra razón por la que se daba esto, es por las ***dificultades para trabajar en equipos grandes*** pues dentro del grupo no se daba una buena integración grupal, ya que no es un hábito trabajar en equipo, no les gustaba trabajar con algunos compañeros y no tenían el hábito de discutir sus procedimientos, no sabían que hacer, lo cual dificulto el trabajo pues era muy importante esta discusión para poder anclar mejor sus conocimientos y todo esto a su vez creaba distracción y nuevamente *dificultades para poner atención*.

Algunas veces resultaba difícil ver donde empezaba una dificultad y donde la otra, eso se debe a que una podía ocasionar otra y esta a su vez otra y a veces varias al mismo tiempo.

Lo anterior de alguna forma afectaba de manera negativa el rendimiento del grupo, pero esto se pudo mejorar aprovechando la ***participación en el pizarrón***, ya que a los niños le emocionaba pasar al pizarrón a explicar aún cuando al pasar no tuvieran idea de que hacer, esto se aprovecho también con la ***facilidad para realizar el trabajo cuando es guiado,*** pues como a los niños les gustaba participar en el pizarrón, cuando pasaban entre todos se resolvía el problema y de esta forma, podía hacer preguntas a los niños, que les ayudaran a traer el conocimiento previo y ayudarnos de este para resolver los problemas, de esta forma lograba que todos pusieran atención y beneficiaba al grupo pues de esta manera los niños que aún tenían dudas podían aclararlas a través de la discusión.

Debido a que me base en el modelo aproximativo o problema como recurso de aprendizaje para trabajar resolución de problemas en fracciones, los alumnos tenían que ir construyendo su saber, para ello era importante la confrontación de sus procedimientos a través de la discusión con sus compañeros, ya sea en equipo o grupal por esta razón fue importante dentro del programa de intervención la interacción entre iguales, si bien, como menciona la SEP (citado en Becerra & Ávila, 2004) el dialogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos, sin embargo esta parte se dificulto, ya que pocas veces discutieron sus procedimientos, no sabían que hacer y era común que sus procedimientos fueran muy diferentes y terminaban por creer en el suyo sin analizar el de sus compañeros.

Para poder obtener mejores resultados, fue fundamental promover un ambiente que motivará a los alumnos a participar de manera activa en el desarrollo de las actividades. Por ello se tuvo que considerar la forma para poder propiciar la discusión en el grupo (ya que esta fue una de las que causo mayor trabajo) por ello la interacción entre iguales fue un tema importante en este trabajo, de tal manera que a través de la interacción entre ellos lograran conectar los conocimientos previos con los conocimientos nuevos y no provocar así un desinterés anticipado. Pues como menciona Defior (2000) el conocimiento no es mera absorción por parte del alumno, necesita establecer relaciones.

En las primeras sesiones del programa de intervención se pudo observar que cuando se les daba a los alumnos los problemas y estos eran poco familiares no eran capaces de resolverlos correctamente, Brown & Van Lehn (citados en Defior, 2000) argumentan que los niños que no comprenden plenamente las bases matemáticas inventan estrategias simplificadoras que son erróneas, cuando llegan a una situación en la que no saben como actuar, no se bloquean sino que tratan de salir de ella inventando un modo de operar a partir de los conocimientos y procedimientos aunque sea incorrecto.

Así también hubo ocasiones en que se trabajaron problemas similares, entre todos resolvíamos uno, pero cuando se les dejaba resolver el siguiente no sabían cómo resolverlo y esto coincide con Alsina (1998) pues dice que la capacidad de trasladar la comprensión a situaciones distintas no es del todo clara; puede que el niño tenga claro el significado de una fracción en una situación, y esto no implica que sepa utilizar la misma herramienta en contextos distintos.

Quizá esto sea debido a que, como menciona Ausubel (citado en Barriaga & Hernández, 1998) el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee por ello concibe al alumno como un procesador activo de la información, sin embargo esto será más complicado de acuerdo con Llinares (1997) si no han sido capaces de crear un esquema conceptual a partir de situaciones concretas y si no cuentan con los conocimientos previos necesarios o si estos se encuentran distorsionados.

Del mismo modo se observo que los alumnos al no saber resolver el problema intentaban buscar otros caminos, pero hubo casos en donde los niños de plano rechazaban la actividad pues no lograban resolver el problema y finalmente dejaban de intentarlo.

Por ello fue importante considerar que los alumnos tienen diferentes ritmos de aprendizaje, por lo tanto fue fundamental crear las condiciones para que todos se beneficiaran de alguna forma y una de estas formas fue el trabajo guiado, ya que la mayoría de las veces se paralizaban y no realizaban el trabajo, pero en cuanto les daba ejemplos, comenzaban a trabajar, hacer preguntar y algunas contribuciones.

Aunque cabe la posibilidad que esta ayuda no beneficiara a todos, pues de acuerdo al constructivismo (Becerra & Ávila, 2004) son las situaciones de desequilibrio las que posibilitan el aprendizaje, sin embargo en el grupo había una diferencia muy notoria en cuanto al rendimiento de los alumnos, y como algunos terminaban pronto comenzaban a distraerse y los que aún no terminaban también se distraían, por este motivo empezaba a resolver con ellos el problema, y quizá no daba tiempo suficiente para que algunos alumnos lograran entender el problema por si mismos.

En general la teoría dice que es beneficioso el trabajo en equipo, pero en la practica es difícil, por lo que esto me hace pensar que para que este tipo de trabajo de buenos resultados tiene que trabajarse diariamente y así los alumnos lo vayan viendo como practica cotidiana y empiece a facilitarse, y esto se dará en el grado en que vayan aprendiendo a expresar sus ideas y a explicar sus procedimientos.

Logre ver que tuve mejores resultados con las actividades que fueron individuales, ya que todos tenían que resolver los problemas y de esta forma no esperaban a que alguien más se los resolviera.

El programa de intervención aún cuando cumplió con su objetivo general y se vio mejoría en cuanto al trabajo de las fracciones a través de la resolución de problemas, tuvo:

LIMITACIONES

- Trabajar las fracciones a través de resolución de problemas no fue tan fácil pues aún está inmersa la forma tradicional y a los niños les cuesta trabajo la reflexión.
- El número de sesiones destinadas al programa de intervención fueron muy pocas para ver un cambio significativo, y fue en las últimas sesiones en donde pude ver que algunos niños comenzaban a reflexionar y podía verse reflejado en sus preguntas.
- El tiempo de cada sesión, ya que los temas podía ampliarse mucho, había niños que necesitaban mayor tiempo para entender los problemas, para discutir, para resolverlos, debido a las diferencias en cuanto al rendimiento del grupo.
- El conocimiento previo, aún cuando los problemas se basaron en los planes y programas de estudio de primaria, de los temas que abarca el grado, hubo problemas que aún no se les había enseñado a resolver.
- Dentro de los criterios de puntuación del pretest - postest no se tomó en cuenta la dificultad de los reactivos al asignarles un porcentaje para la evaluación. Es importante tomar esto en cuenta, pues en algunos reactivos

tenían que dar sólo una respuesta, pero el nivel de dificultad era mayor que en otros reactivos donde se solicitaban más respuestas.

Por ello lograr una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción conlleva un proceso de aprendizaje a largo plazo.

SUGERENCIAS

- Antes de empezar la investigación es importante si es posible ir a la escuela en donde se realizará el trabajo y ver como trabaja el grupo y de esta forma modificar el proyecto si es necesario, pues en esta investigación las actividades propuestas para el programa de intervención, la mayoría fueron actividades de trabajo en equipo y de acuerdo con Becerra & Ávila (2004) es una estrategia para mejorar los aprendizajes, promover el comportamiento psicosocial y buscar la equidad, pero en la practica no fue fácil y pocas veces se cumplió, pues no era una practica común en el grupo tanto el trabajo en equipo como las discusiones y no se pudo cambiar en tan poco tiempo pues los niños llevan dos años trabajando con su maestra básicamente de forma individual por ello tuve mejores resultados cuando el trabajo fue individual.
- Cuando se realicen los criterios de evaluación del pretest – postest se debe tomar en cuenta el nivel de dificultad de cada reactivo y de esta forma asignarles porcentaje.
- Es importante tomar en cuenta la manera en que se organiza la clase ya que juega un papel muy importante en los resultados que el grupo en general demuestra por ello hay que decidir que problemas se deben practicar primero y cuáles después, su dificultad, cuándo avanzar a un nuevo nivel, hacer equipos, trabajar de manera individual, etc. Ello corresponde con lo señalado por Gutiérrez (1999) quien menciona la

importancia de la didáctica de la matemática en donde se deben asumir las siguientes preguntas: ¿qué enseñar, por qué, a quién, dónde, cuándo y cómo?.

- El material utilizado para cada sesión es de gran importancia, pues este ayuda a motivar a los niños, a demás cuando a los niños se les exige el manejo de símbolos que carecen de significado para ellos, es frecuente que sus resultados sean incorrectos y ante esta situación Chafeiro (2003) concuerda en que resulta más difícil de comprender cuando se ve de manera aislada, por ello esta de acuerdo en que entenderán mejor si manipulan material y así darse cuenta de donde salió el resultado. Ya que cuando los niños aprenden como reglas los pasos, tienen dificultades para decidir qué técnicas deben aplicarse o que estrategias utilizar.
- Es importante tomar en cuenta las creencias que los niños tienen sobre las matemáticas, sobre sus posibilidades, sobre sus capacidades, sobre su potencial, etc..., pues juegan un papel muy importante e influyen en todo el proceso, en este caso la mayor parte de las veces influyo de manera negativa, lo que me hace pensar que contra las creencias un programa de intervención no basta, algunas de las creencias son las siguientes:

    - Los alumnos pocas veces discutieron sus procedimientos pues no sabían como hacerlo y les costaba trabajo tomar en cuenta lo que hacían sus compañeros.
    - Muchos de los niños tenían la idea de que solo había una respuesta correcta y no analizaban los procedimientos de los demás pues solo tomaban en cuenta el suyo.
    - No creen que pueden resolver los problemas y esperan que sea el maestro él que les de la respuesta correcta.
    - Algunos niños creen que las matemáticas solo se dan en unas cuantas personas y que no todos pueden resolver los problemas,

esto se demostró en algunas actividades en donde dejaban trabajar a un compañero por que según ellos, él es el que sabía hacerlo bien.

- o Cuando los problemas eran poco familiares no eran capaces de resolverlos, por que no se sentían capaces.
- o Creían que las matemáticas eran muy difíciles y les tenían miedo.
- o También creían que las matemáticas no les servían por que no les ven utilidad, sienten que no se usan en la vida real.

- Otro punto que se debe tomar en cuenta es la forma como se organizan los equipos y en donde es importante ver la habilidad y conocimiento de los niños para de esta forma acomodarlos en equipo, pero colocando un experto y un novato para que puedan ayudarse, pues algunos niños tenían mayor conocimiento y habilidad en los temas y curiosamente se acomodaban con sus amigos y los expertos estaban juntos por lo mismo resolvían los problemas sin ninguna dificultad y los niños que no lo dominaban tenían pocas oportunidades para lograr el aprendizaje previsto pues no les daba tiempo de acabar cuando los otros ya lo están explicando.
- Otro punto que no debemos olvidar es explicarles a los niños que es lo importante y ayudarlos a entenderlo, ya que en el desarrollo del programa de intervención los niños ponían mayor atención en el material, en quien lo repartiría y no en los problemas y su contenido que era lo esencial.
- Como ya se había mencionado es importante saber como vienen trabajando los niños en su ciclo escolar, de manera cotidiana, ya que dentro de los ejercicios que se les dieron en el programa de intervención se intento que correspondieran a contextos cotidianos, sin embargo lo que se observo, es que están muy acostumbrados a resolver ejercicios de sus experiencias escolares y cuando se les presentaban algunos problemas cotidianos se les dificultaba resolverlos.

- Otro punto que hay que tomar en cuenta es que el conocimiento del grupo no se refiere únicamente al puro conocimiento en matemáticas y dentro del programa de intervención básicamente se toma en cuenta el conocimiento de matemáticas y esto se refleja en lo siguiente:
    - A los niños les costaba trabajo entender lo que el problema realmente pedía, pues cuando se les dio información extra en algunos problemas, los niños tomaban todos los datos, sin analizar que información era necesaria y cual no, esto pudiera ser por que los niños no razonan el problema, no lo comprenden, y esto tiene que ver con cuestiones de lectura que no se toman en cuenta.
    - Otro punto es que los niños no analizaban el problema y utilizaban una sola operación para todos los números del problema, esto tiene que ver con la forma en que han aprendido.
    - Así también se observo que algunos de los conocimientos de los niños eran aprendizajes memorísticos, por lo que al darles un ejercicio de suma de fracciones lo hacía correcto, pero se complicaba cuando se les daba un problema en donde ellos tenían que analizar lo que harían.

Por ello, aun cuando la SEP ha intentado que se aprendan las matemáticas al resolver problemas, los niños siguen acostumbrados a la enseñanza tradicional en donde como menciona Monereo (2002) al no tener las tareas matemáticas un sentido completo para el alumno, lo que éste hace es encontrar la formula correcta y espera a ser corregido, por este motivo llegar y querer fomentar en el alumno que aprenda a aprender, que busque distintas soluciones a través de la participación activa, de la confrontación, en cierto sentido creo confusión, distracción ya que no es una práctica cotidiana y por ello no se alcanzaron mejores resultados.

REFERENCIAS

Alsina, C. (1998). Enseñar matemáticas. Barcelona: Graó.

Aguayo, L. M. (2004). "Los errores en matemáticas y sus tratamientos didácticos" en Ávila, A. (coord.) La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas. México: SEP. (pp. 215-268)

Ávila, A. (2004). "Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas". en Ávila, A. (coord.) La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas. México: SEP. (pp. 25-65)

Azinián, H. (1997). Resolución de problemas matemáticos. Argentina: Ediciones Novedades Educativas.

Barriaga, F. Hernández, G. (1998). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: una Interpretación Constructivista. México D. F.: Mc Graw-Hill.

Becerra, E. Ávila, A. (2004). "El trabajo en equipos durante las clases de matemáticas" en Ávila, A. (coord.) La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas. México: SEP. (pp.103-164)

Beltrán, J. Genovard, C. (1999). Psicología de la instrucción II. España: Síntesis.

Brosseau, G. (2000). Educación y Didáctica de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 12 (1), 5-38.

Bruer, J. (1995). Escuelas para Pensar. España: Cooperación Española Paidós.

Castro, E. (2001). Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria. España: Síntesis.

Clemente, G. Ayala, G. Favila, J. & López, E. (2001). Las fracciones. Una propuesta constructivista para su enseñanza-aprendizaje. *Correo del maestro,* 56.

Chafeiro, L. (2003). Contextos para el Aprendizaje de las Matemáticas. UNO *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 32.

Charnay, R. (1997). "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". en Parra, C. Saiz, I. (eds). Didáctica de matemáticas. México: Paidós Educador. (pp. 51-63).

D' Amore, B. (2000). La Didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses. *Educación Matemática*, 12 (1), 39-50.

Defior, S. (2000). Las Dificultades de Aprendizaje: un enfoque cognitivo. Granada: Aljibe.

De León, H. Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista mexicana de investigación educativa,* 2 (1), 268-282.

De León, H. (1998). Procedimientos de niños en la solución de problemas de reparto*. Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 2 (1), 5-28.

Dienes, Z. P. (1972). Fracciones. Barcelona: Teide.

Duhalde, M. Gonzáles, M. (1997). Encuentros Cercanos con la Matemática. Argentina: Aique.

Espinosa, A. Vidanes, J. (1991). El Currículo de la Educación Primaria. Madrid: Escuela Española.

Gálvez, G. (1997). "La didáctica de las matemáticas" en Parra, C. Saiz, I. (eds). Didáctica de matemáticas. México: Paidós Educador. (pp. 39-50).

García, R. Traver, J. Candela, I. (2001). Aprendizaje cooperativo. Madrid: CCS.

Guajardo, B. (1996). Propuesta Didáctica para el Aprendizaje de las Fracciones en el cuarto grado de Educación Primaria. (Tesis Licenciatura Universidad Pedagógica Nacional-Matamoros).

Gutiérrez, A. Díaz, J. Gómez, B. Rico, L. Sierra, M. (1999). Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática. España: Síntesis.

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, P. (1998). Metodología de la Investigación. México: Mc Graw-Hill.

Jiménez, R. (1990). Propuesta Metodológica sobre la Enseñanza de las Fracciones en la Educación Básica. *Revista educación matemática*, 2 (1).

Lara, M. A. (1990). Antología de Matemáticas. México: U.N.A.M.

Llinares, S. Sánchez, V. García, M. (1994). Conocimiento de Contenido Pedagógico del profesor, tareas y modos de representación para las Fracciones. *Revista de Educación*, 304.

Llinares, S. Sánchez, M. (1997). Fracciones, Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. España: Síntesis.

Llinares, S. Sánchez, V. (2000). Fracciones 4, Matemáticas Cultura y Aprendizaje: las fracciones, diferentes interpretaciones. España: Síntesis.

Mancera, E. (1992). Significados y Significantes relativos a las Fracciones. *Revista de Educación Matemática,* 4 (2).

Melero, A. Fernández, P. (1997). "El aprendizaje entre iguales: el estado de la cuestión en Estados Unidos". en: Fernández, B. Melero, M. (comps.). La interacción social en contextos educativos. México: Siglo Veintiuno Editores. (pp. 35-98)

Mendoza, M. (2004). "La reforma curricular y los problemas en la clase de matemáticas". en Ávila, A. (coord.) La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas. México: SEP. (pp. 67-102)

Monereo, C. (1994). “La Necesidad de Formar al Profesorado en Estrategias de Aprendizaje”. en: Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje. España: Graó. (45-73).

Monereo, C. (2000). Estrategias de Enseñanza Aprendizaje. España: Graó.

Monereo, C. Badia, A. Baixeras, M. V. Boadas, E. Castelló, M. Guevara, I. Bertrán, M. Monte, M. & Sebastián, E. M. (2001). Ser Estratégico y Autónomo Aprendiendo. Barcelona: Graó.

Monereo, C. (2002). Estrategias de Aprendizaje. Madrid: Machado libros.

Pérez, M. (1998). “La solución de problemas en matemáticas”. en: Pozo, J. (coord.) La solución de problemas. México: Santillana. (pp. 54-79)

Polya, G. (1997). Cómo Plantear y Resolver Problemas. México: Trillas.

Ponce, H. (2000). Enseñar y aprender matemática. Argentina: Novedades Educativas.

Quintil, C. (1991). La Matemática vista desde un Aula de Primaria. *Revista pedagogía*. UPN. 21 7.

Resnick, L. Ford, W. (1990). La Enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos Psicológicos. Barcelona: Ministerio de Educación y Ciencias Paidós.

Sánchez, J. (2003). La Enseñanza de las Matemáticas. Fundamentos teóricos y bases psicológicas. Madrid: CCS.

Santaló, L. (1997). “Matemática para no matemáticos”. en Parra, C. Saiz, I. (eds). Didáctica de matemáticas. México: Paidós Educador. (pp. 21-38).

Santos, L (1997). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Terezinha & Peter, B. (1998). Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño. México: Siglo veintiuno.

Tudge, J. Rogoff, B. (1997). "Influencias entre iguales en el desarrollo cognitivo: perspectivas Piagetiana y Vigotskiana". en: Fernández, B. Melero, M. (comps.). La interacción social en contextos educativos. México: Siglo Veintiuno Editores. (pp. 99-133)

SEP. (1994). Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. quinto grado. México.

SEP. (1995). Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. cuarto grado. México.

SEP. (1994). Plan y Programas de Estudio de Primaria. México.

SEP. (1995a). La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas. México.

SEP. (1995b). La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros 1 parte. México.

SEP. (1996). Libro para el maestro. Matemáticas cuarto grado. México.

SEP. (1997). Avance programático. cuarto grado. México.

Vigotsky, L. (1979). El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. España: Grijalbo.

ANEXO UNO

PRE-TEST

POS-TEST

INSTRUCCIONES

El siguiente cuestionario consta de 16 preguntas, estas tienen que ver con la materia de matemáticas.

Para resolverlo puedes escribir en el examen las operaciones y dibujos que sean necesarios, además puedes utilizar tu juego de geometría.

Lee cuidadosamente cada pregunta para que sepas que tienes que realizar y contesta todas.

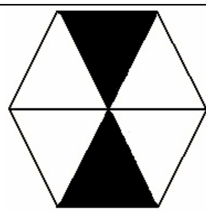
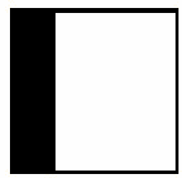
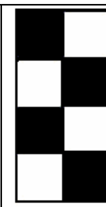
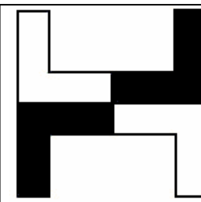
Cualquier duda puedes levantar la mano y preguntar.

El siguiente examen no tendrá calificación, por lo tanto no afectara en tu promedio y tendrá una duración de 1 hora con 30 minutos.

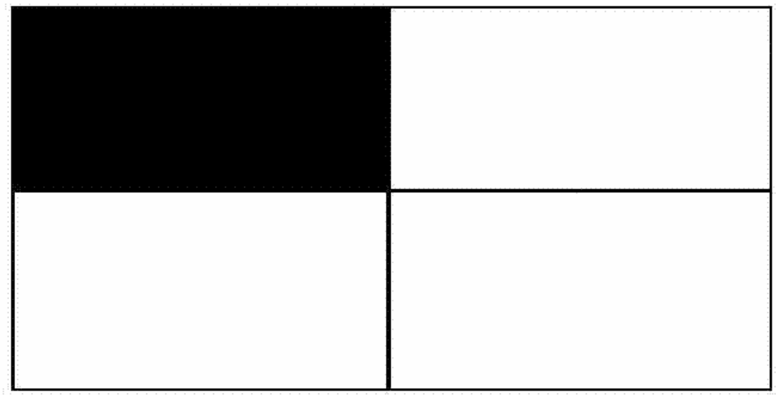
GRACIAS POR TU COOPERACIÓN

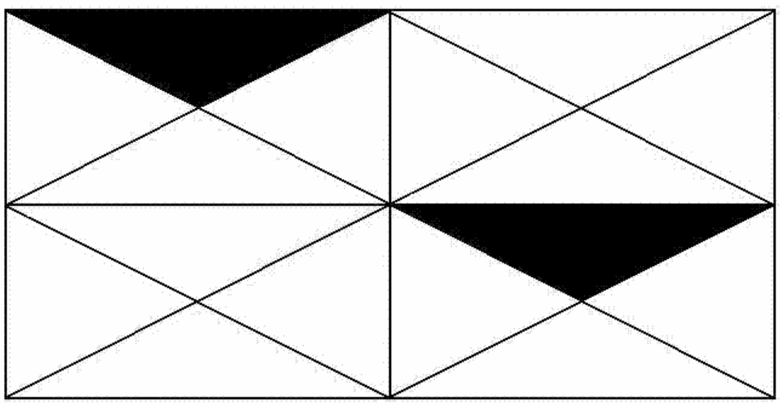
Edad: ______________________
Grado escolar: _______________

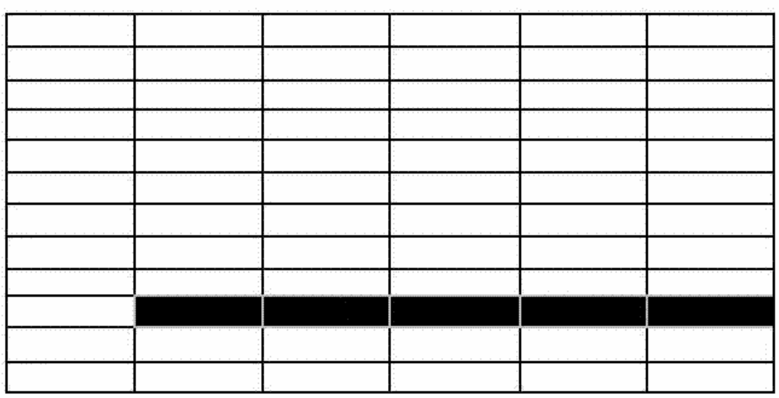
1. **Completa la siguiente tabla.**

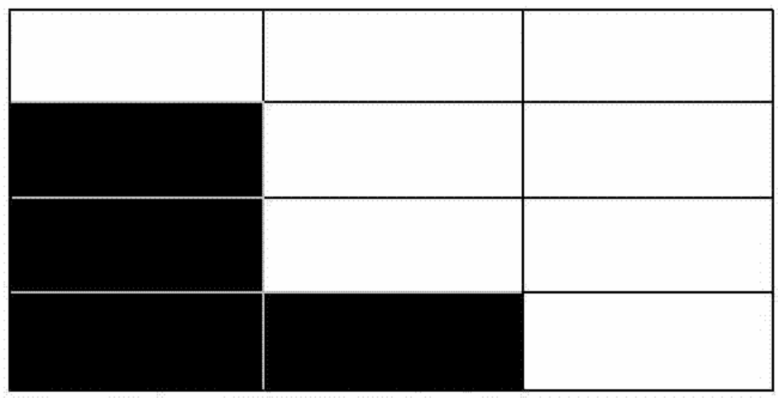
					
¿Qué fracción representa la parte sombreada?					
¿Cuál es el numerador?					
¿Cuál es el denominador?					

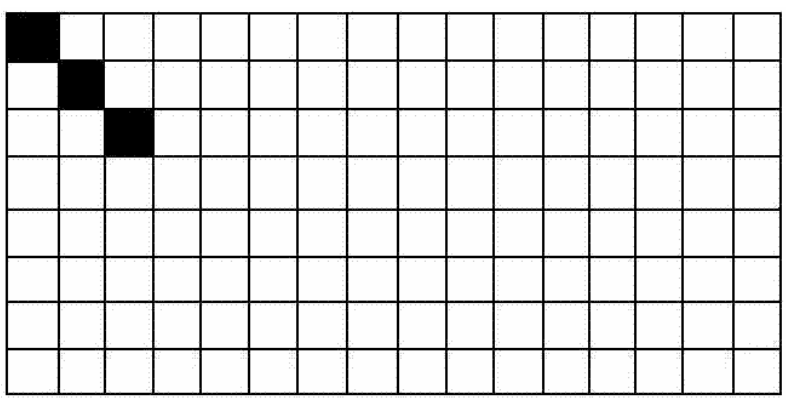
2. ¿Qué fracción de cada uno de los siguientes rectángulos está sombreada?



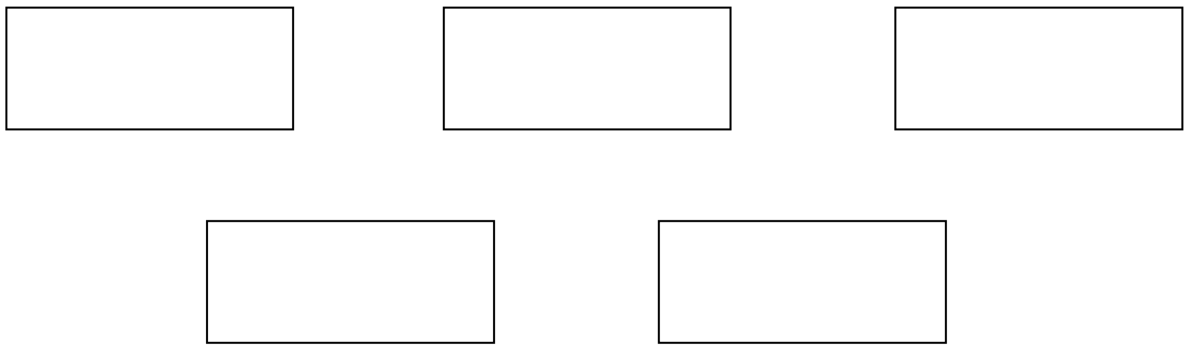








3. **Tres niños se reparten cinco pasteles. Quieren que a cada quien le toque lo mismo y que no sobre nada de pastel.**



a. Marca en los pasteles, la parte que le tocará a cada niño.

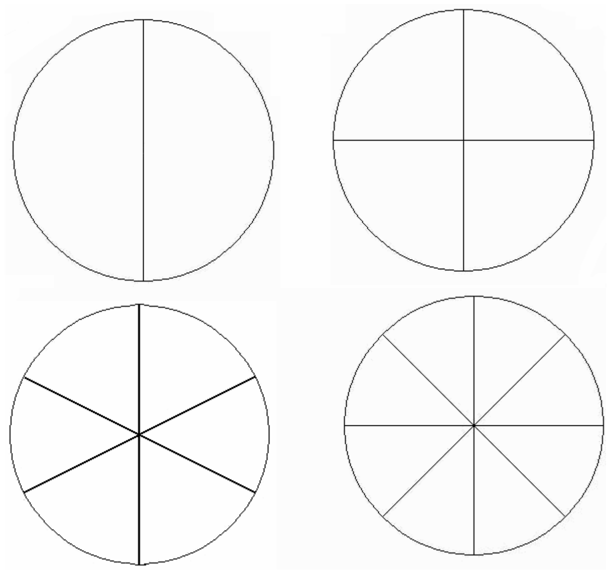
b. ¿Cuánto pastel le toco a cada niño?____________________

4. Tres barras iguales de chocolate se repartieron entre cuatro niños. A cada uno le toco lo mismo y no sobró nada.

La parte de chocolate que le tocó a cada niño es del tamaño de la que se muestra a continuación.

b. Dibuja en el espacio de abajo una de las barras enteras de chocolate para ver de qué tamaño era antes de haberla repartido.

5. La mamá de Juan llevó a la mesa, para sus cuatro hijos, estos pasteles del mismo tamaño, divididos de la siguiente manera.



El primero comió ½ de pastel.
El segundo comió 2/4 de pastel.
El tercero comió 3/6 de pastel.
Y el cuarto comió 4/8 de pastel.

La mamá dio a cada uno un pastel completo. Ahora tú vuelve a dibujar en otra hoja los pasteles y recorta con tus tijeras lo que comió cada uno y compáralos.

a. ¿Cuál de todos comió más pastel?

____

b. ¿Cuál de los cuatro comió menos pastel?

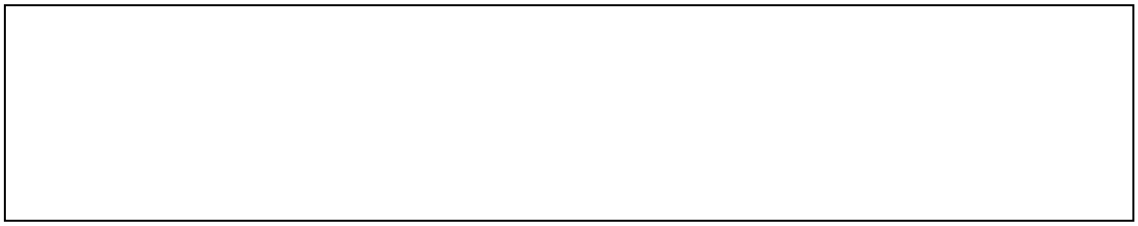
____

c. ¿Cuánto pastel sobró después de la comilona?

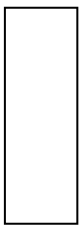
____

6. **Javier compró tres barras de amaranto del mismo tamaño para regalarlas, una a cada hermano y una para él. Ahora Javier quiere saber cuánto han comido de sus barras.**

Cada barra entera es del siguiente tamaño

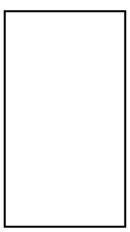


El primer hermano de Javier cortó la barra en 15 pedazos iguales. Cada pedazo era del siguiente tamaño.



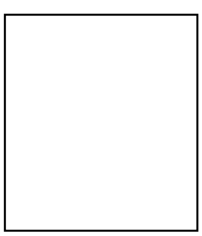
de las cuales comió 10/15.

El segundo hermano cortó en 6 pedazos iguales su barra. Cada pedazo era del siguiente tamaño.



se comió sólo 4/6.

Y por último Javier cortó su barra en 9 pedazos iguales. Cada pedazo era del siguiente tamaño.



y de los cuales sólo comió 6/9.

a. ¿Cuál de los tres hermanos ha comido más amaranto?

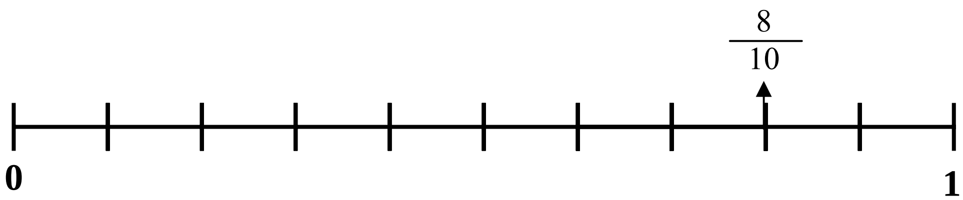
b. ¿Crees que los tres hermanos se hayan comido la misma cantidad?

c. ¿Crees que los tres hermanos se terminaron las cuatro barras de amaranto?

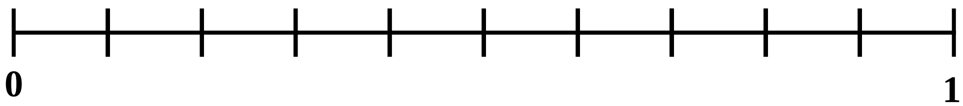
7. Coloca en las rectas la fracción que se te indica. Observa el ejemplo.

Ejemplo.

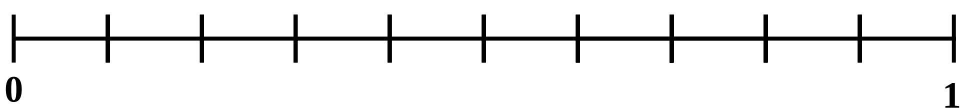
$\frac{8}{10}$



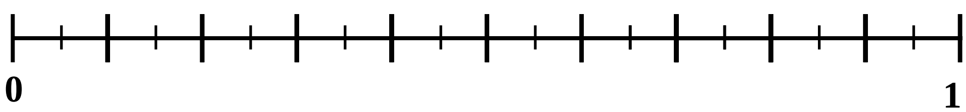
$\frac{3}{10}$



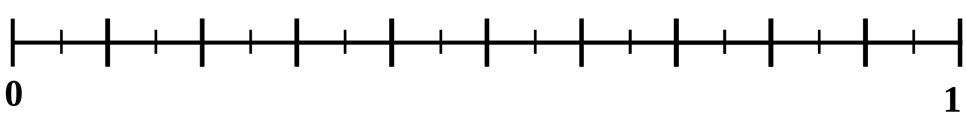
$\frac{6}{10}$



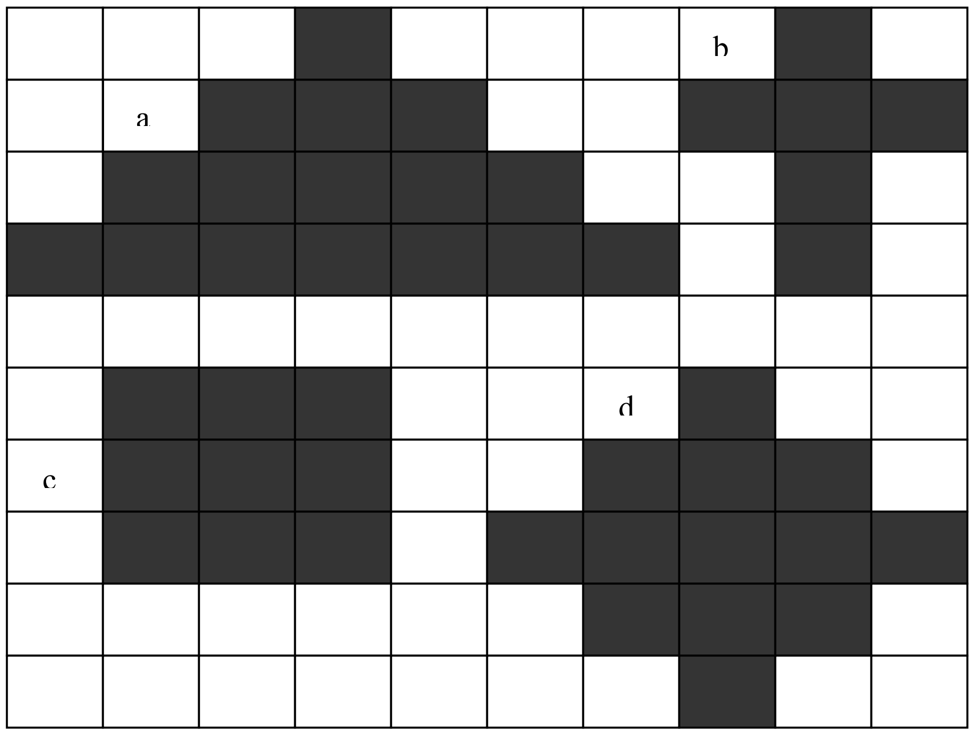
$\frac{70}{100}$



$\frac{90}{100}$



8. Indica qué fracción del rectángulo (entero) representa cada figura.



a. ____________

b. ____________

c. ____________

d. ____________

9. Cuatro hermanos quieren repartirse 15 manzanas de manera equitativa. ¿Cuántas manzanas le corresponden a cada uno de los hermanos?

10. **Ana organizó una fiesta para la cual preparó 14 tortas e invitó a veinte de sus amigos. Al otro día su hermano Omar también organizó una fiesta, pero él preparó 18 tortas y llegaron veinticuatro amigos.**

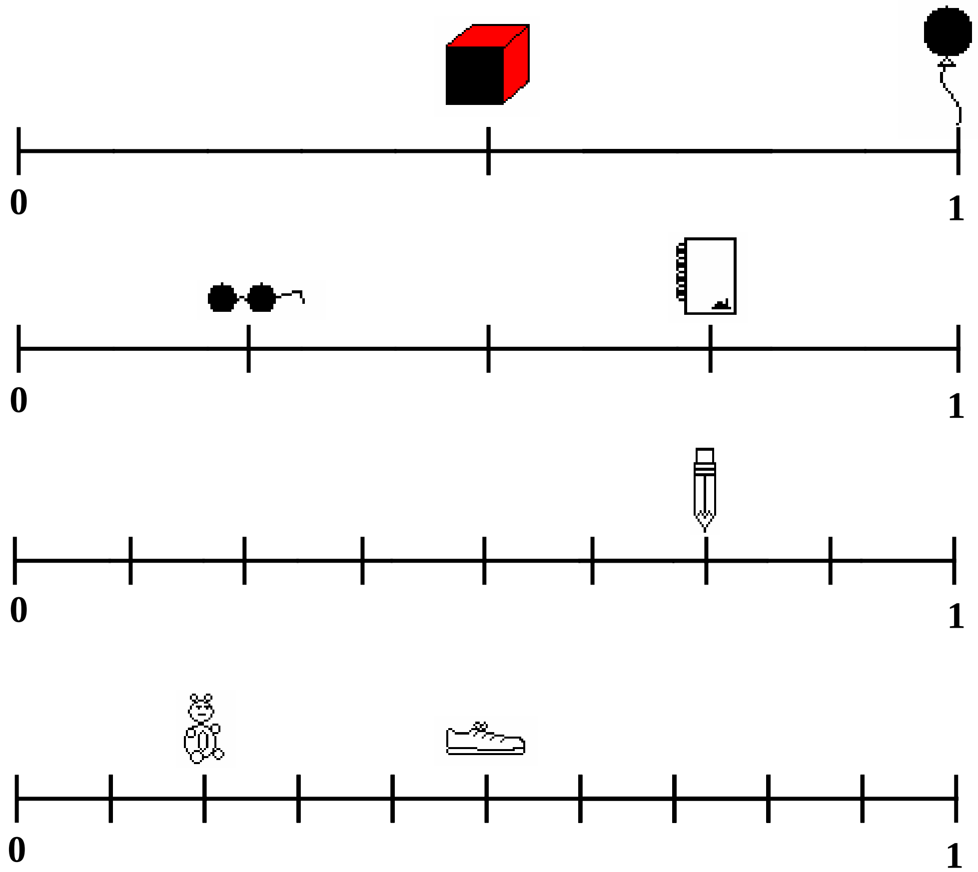
En la fiesta de Ana ¿qué cantidad de torta le tocó a cada niño?

En la fiesta de Omar ¿Qué cantidad de torta le tocó a cada niño?

¿En cuál de las dos fiestas comieron más torta?

---

11. Observa el siguiente dibujo y contesta las preguntas.



Ejemplo. El oso ocupa el punto que corresponde a 2/10.

1. Los lentes están en el punto que corresponde a:______________________
2. En el punto marcado con ¾ está el: _________________________________
3. ½ es la fracción donde está el :_____________________________________
4. El globo ocupa el punto que corresponde a :__________________________
5. Si la recta estuviera dividida en cuartos, en qué punto estaría el lápiz: __________________
6. Si el zapato estuviera en la recta dividida en octavos quedaría en el punto: _______________
7. En estas rectas ¿Qué longitud es mayor 1/10 ó 1/2?____________________
8. ¿Qué longitud de las cuatro rectas es menor?_________________________
9. En estas rectas ¿Qué longitud es mayor ¼ ó 3/8?______________________

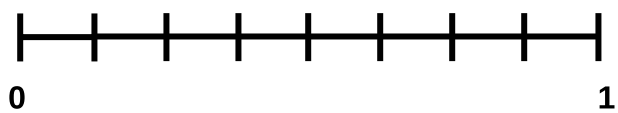
12. Representa las siguientes fracciones en la recta numérica.

a. 1/4

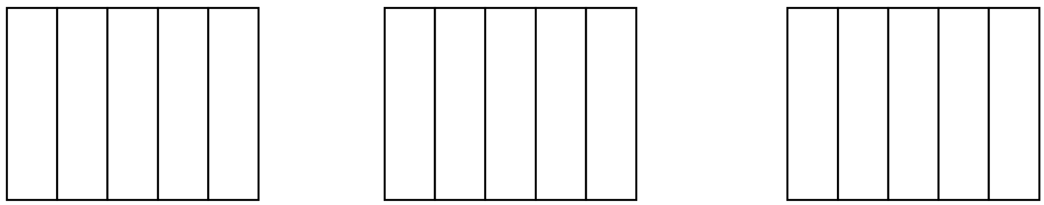
b. 6/8

c. 3/6

d. 6/4



13. Jaime y Carlos compraron tres galletas. Dividieron cada una de las galletas en cinco trozos iguales, como se muestra en el dibujo.



Jaime se comió un entero y tomo dos barras de galleta más y Carlos se comió 4/5.

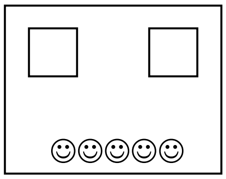
¿Dibuja en el espacio de abajo lo que comieron los dos juntos?

¿Quién comió más?

Escribe la fracción. ________________________

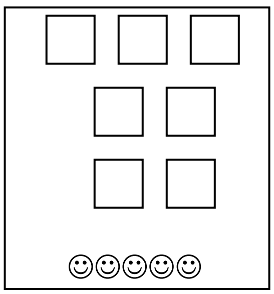
14 .Observa el siguiente ejemplo y después contesta las preguntas.

a) Cinco niños se reparten dos pasteles en partes iguales.



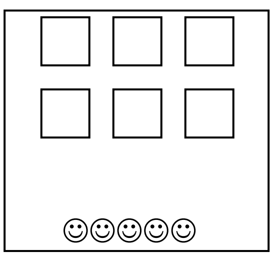
A cada niño le tocó 2/5 del pastel.

b) Cinco niños se reparten siete pasteles en partes iguales.



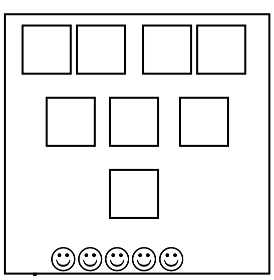
¿A cada niño le tocaría? ________

c) Cinco niños se reparten seis pasteles en partes iguales.



¿A cada niño le tocaría? ________

d) Cinco niños se reparten 8 pasteles en partes iguales.



¿A cada niño le tocaría? _________

¿A qué niños les tocó más pastel; a los de la figura A ó a los de C?

____

¿A quienes crees que les tocará menos pastel a los niños del reparto D ó a los niños del reparto B?

____

Ahora dime ¿a quién le tocaría más cantidad de pastel a 25/5 o a 15/5?

____

15. En el salón de Isela hay 24 alumnos de los cuales 1/3 son mujeres. ¿ Cuántas mujeres y cuántos hombres hay?

Puedes dibujar o hacer operaciones.

a. Mujeres: ______________________

b. Hombres: _____________________

16. Mago tenía un litro de jugo. Tomó del jugo $\frac{1}{4}$. ¿Cuánto jugo le queda?

Puedes dibujar o hacer operaciones.

ANEXO DOS
PROGRAMA
DE
INTERVENCIÓN

1. EL PATIO DE DOÑA MARTHA

OBJETIVO

Que el alumno identifique a través de la partición cómo se llaman las fracciones de un entero, las escriba y lea convencionalmente, utilizando fracciones sencillas.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- Hojas blancas.
- Lápiz.
- Material para retroalimentación.

DESARROLLO

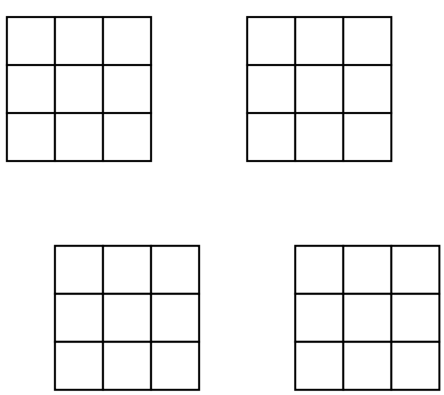
- Para llevar a cabo la actividad la coordinadora organizará al grupo en equipos de cuatro niños.
- Escribirá en el pizarrón los problemas, a demás de dárselos en hojas.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.

ACCIÓN (Situación – Problema)

1. Doña Martha quiere que sus dos hijos le ayuden a barrer el patio de su casa para ello les pide que se pongan de acuerdo en cómo pueden dividirlo en dos partes iguales.

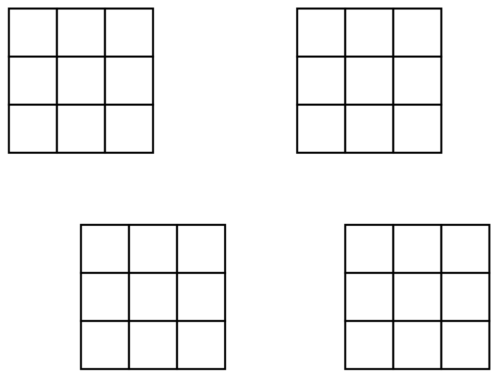
- Ayuda a los hijos de doña Martha, busca distintas maneras de dividir el patio en dos partes iguales.

-Los siguientes cuadrados representan el patio.



¿Cuántos cuadritos le corresponde barrer a cada uno? ______________________
¿Qué fracción del patio le corresponde barrer a cada uno? ____________________

2. Si Doña Martha tuviera tres hijos y les pidiera que barran su patio ¿De cuántas maneras lo podrían dividir en tres partes iguales?



¿Cuántos cuadritos le correspondería barrer a cada uno? ____________________
¿Qué fracción del patio de corresponde barrer a cada uno? ___________________

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

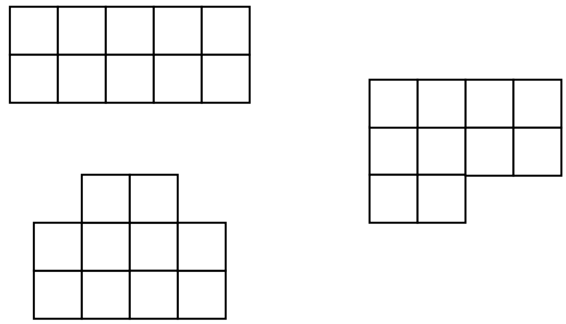
- Después de haber terminado el problema cada equipo por separado discutirá sus puntos de vista acerca del problema, si se les dificulto y por qué, si fue fácil, etc.
- Al terminar de discutir en equipo se formará un solo círculo con todos los equipos y de esta manera la coordinadora invitará a todos los alumnos a que expresen como resolvieron el problema a través de mensajes orales o escritos del contenido matemático analizado.
- Después de este intercambio de puntos de vista entre ellos se llegara a una confrontación para analizar cuál fue el mejor procedimiento para llegar a la solución.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar la confrontación, la coordinadora les indicará a los alumnos que nuevamente se reúnan con su equipo.
- Ya reunidos se les dará el siguiente ejercicio.

Si el patio de Doña Martha fuera como el que se muestra enseguida, ¿Cómo lo podrían dividir sus hijos para barrerlo en tres partes iguales. Encuentra 3 maneras distintas.

ANEXO DOS



¿Cuántos cuadritos le correspondería barrer a cada uno? ___________________
¿Qué fracción del patio de corresponde barrer a cada uno? __________________

- Al finalizar el ejercicio la coordinadora dará las instrucciones para que completen el siguiente cuadro.

Número de cuadros del patio	**Número de partes en que se divide**	**¿Cuántos cuadros hay en cada parte?**	**¿Qué fracción del patio es cada parte?**
32	4	Ocho cuadros	1/4
12	2		
24		Seis cuadros	
18			1/4
20		Dos cuadros y medio	

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos haya terminado el ejercicio, un representante de cada equipo pasara a escribir los resultados en el pizarrón y explicara que fue lo que realizo para llegar a la solución, es decir, si realizaron dibujos, operaciones, etc.

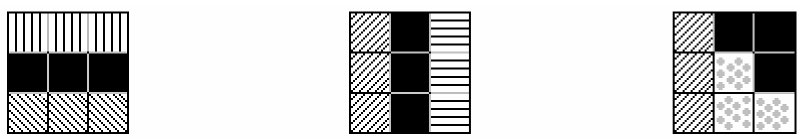
- Cuando todos los equipos hayan pasado al pizarrón, entre todos se analizara cuál fue la solución correcta y el procedimiento para llegar a ella.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación con el saber institucionalizado, es decir, con las fracciones como contenido matemático.

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema los procedimientos son los siguientes:

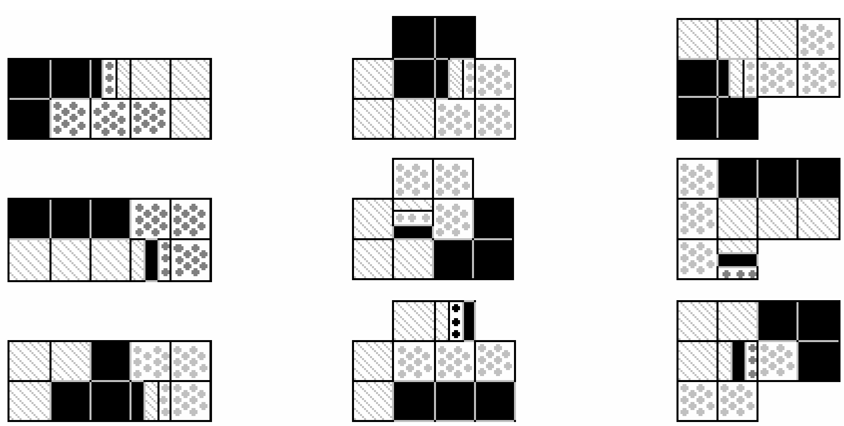
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2/2 = 1$$

$$1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3 = 1$$



Cuando se aplica la variable comando son los siguientes.

$$1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3 = 1$$



RETROALIMENTACIÓN

- La coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

Ahora veamos esta fracción y díganme cuales son sus elementos y que nos indica cada uno:

- 5/6

Muy bien niños vamos a ver esta figura la cuál ya se dividió de la siguiente forma.

La R es de Raúl
La A es de Alonso
La V es de Víctor

R	R	R
R	R	A
A	A	A
V	V	V

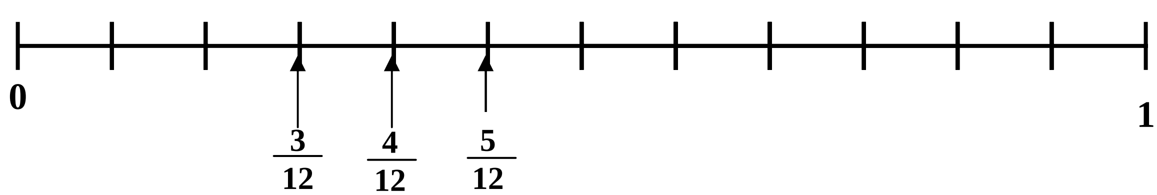
Notemos que el reparto no fue en partes iguales.

Ahora ¿Qué fracción representa la R?
Y que ¿Qué fracción representa la A?
Por último ¿Qué fracción representa la V?

Veamos el rectángulo esta dividido en 12 partes del mismo tamaño por lo que la **R** representaría del total del rectángulo 5/12.
De esta forma la **A** representaría del total del rectángulo 4/12.
Y la **V** representaría del total del rectángulo 3/12.

Ahora veamos como quedaría en una recta.

La vamos a dividir en 12 partes por que es lo que nos dice el denominador y después vamos a encontrar los puntos 3/12, 4/12 y 5/12.



5/12 es de Raúl por lo tanto le tocó mayor cantidad que a Víctor pues a él le tocó 3/12.

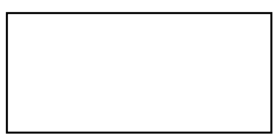
En este ejemplo nos damos cuenta que el denominador es el mismo, o sea 12, y el numerador es el que cambia y vemos que entre más grande sea el numerador mayor cantidad es la que les tocará y entre menor sea la cantidad menor cantidad les tocará.

Ahora díganme si el reparto hubiera sido en partes iguales ¿Cuánto les tocaría a cada uno?

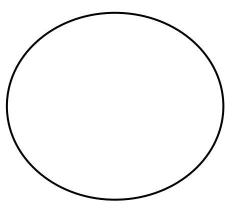
Bien! 4/12

$$\text{Porque} \quad \frac{4}{12} + \frac{4}{12} + \frac{4}{12} = \frac{12}{12} = 1 \text{ entero}$$

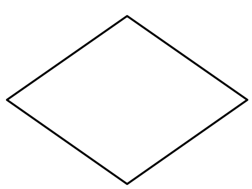
Ahora vamos a dividir y dibujar estas figuras de acuerdo a lo que nos indique la fracción.



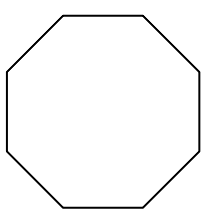
5/8



2/4



1/2



4/8

2. ¿QUE PARTE?

OBJETIVO

Que el alumno identifique a través de la partición cómo se llaman las fracciones de un entero, las escriba y lea convencionalmente, utilizando fracciones sencillas.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- Hoja blanca y hoja amarilla.
- Lápiz.
- Material para retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora dará a conocer a los alumnos la forma en que se llevará a cabo la actividad y les entregará a cada uno su material.
- Esta vez les dirá que trabajaran de manera individual.
- La coordinadora apoyará a los alumnos cuando tengan dudas.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- Al terminar de darles las instrucciones les entregará el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Se uso un cuarto de pliego de cartoncillo para hacer una bandera. La tercera parte de ese cuarto, se pintó de rojo. ¿Qué fracción del pliego de cartoncillo se pintó de rojo?

- Puedes hacer operaciones, dibujos o utilizar la hoja.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Cuando todos hayan terminado el ejercicio la coordinadora formará con todo el grupo un círculo, y los invitara a hacer un intercambio de puntos de vista para que discutan los procedimientos que utilizaron para llegar a la solución.
- A través de esta confrontación de sus justificaciones se llegara a la solución correcta.
- Cuando se termine la confrontación la coordinador les dará un nuevo ejercicio.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- La coordinadora les dirá a los alumnos que nuevamente cada quien se vaya a su lugar para trabajar de manera individual el siguiente ejercicio.

La tercera parte de un terreno se dedicó a la siembra. De esta parte, en la mitad se sembró maíz. ¿Qué parte del terreno se dedicó a la siembra de maíz?

- Puedes hacer operaciones, dibujos o utilizar la hoja.

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando el grupo haya terminado la coordinadora pasara a algunos alumnos para que expliquen su procedimiento. La coordinadora seleccionara procedimientos diferentes que hayan llegado a la misma solución.
- Entre todos se analizara cuál de los procedimientos se entiende mejor.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación apoyada en el conocimiento formal (las fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema:
- Quizá los alumnos doblen la hoja en cuatro partes iguales para obtener cuartos y después tomar ¼ y esté doblarlo en tres partes iguales para sacar tercios.
- Es posible que corten la hoja en cuatro partes iguales y después tomen una de las cuatro partes y la corten en tres partes iguales.
- Los niños en el resultado pueden confundirse y pensar que el resultado es 1/3 de ¼ ya que olvidarán que el entero es la hoja completa y entonces el resultado correcto sería 1/12 del entero.

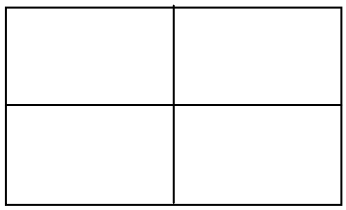
En la variable comando:
- Puede suceder que los alumnos doblen la hoja en tres partes iguales y después tomen una de estas partes y la doblen en dos partes iguales.
- Es posible que los alumnos midan su hoja y marquen las tres partes iguales y las dibujen y después vuelvan a medir una de estas partes y la dividan en dos partes iguales.
- Puede ser que los niños se confundan y digan que el resultado es ½ del tercio que tomaron ya que pensaran que este último es el entero, pero la respuesta correcta es 1/6 del entero.

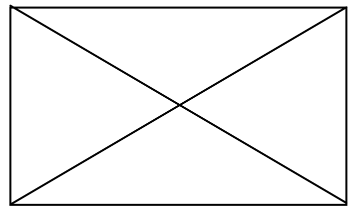
RETROALIMENTACIÓN

- La coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

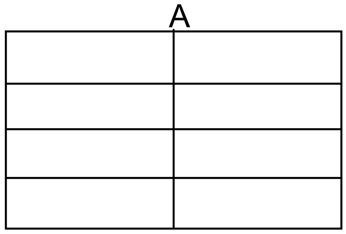
Nuevamente recordemos las partes de la fracción: 8/10

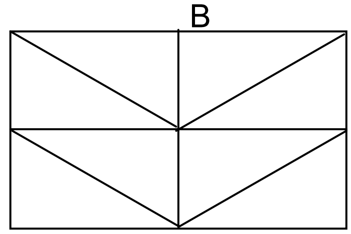
Ahora veamos estas figuras.





A B





C D

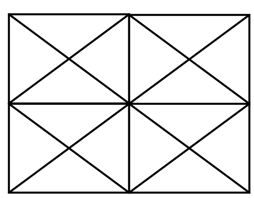
Primero ¿en cuántas partes esta dividida la figura?

Ahora todos juntos ¿Qué fracción es la parte sombreada en cada figura?

Y ahora ¿Qué fracción es la parte blanca en cada figura?

Ahora vamos a sumar la parte sombreada con la parte blanca de cada figura.

- Material para retroalimentación.



Si tuviéramos un pastel dividido de esta manera y el pastel es el entero.

¿Qué fracción es la parte sombreada?

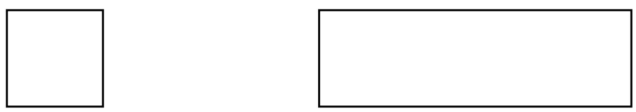
Ahora veamos la misma figura, pero ahora supongamos que son 4 pasteles por lo tanto cada uno es una unidad distinta, ahora ¿qué fracción sería la parte sombreada?

Como ven es muy importante saber cual es su entero o su unidad de medida. En el primer caso tenemos que es 1/16 pero en el segundo caso es ¼ por que la unidad es el cuadro pequeño y no todo el rectángulo como en el primer caso.

Aquí tenemos estas 6 figuras, las dos primeras ya están divididas.

Si la unidad entera esta dividida en dos partes iguales ¿Cada parte se llama?

Estas dos figuras las vamos a dividir en 4 partes iguales.



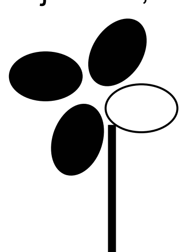
Si la unidad entera esta dividida en 4 partes iguales ¿Cada parte se llama?

Estas dos figuras las vamos a dividir en 6 partes iguales.

Si la unidad entera esta dividida en 6 partes iguales ¿Cada parte se llama?

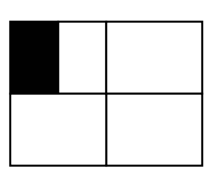
¡Recuerden es muy importante que las figuras estén divididas en partes iguales!

Bien ahora resolvamos este otro ejercicio, la figura es una flor:



En _______ el Denominador indica que la unidad entera se dividió en _______ partes iguales y el Numerador expresa que se han tomado ______ de esas partes.

Ahora observemos esta figura:



¿Qué fracción es la parte sombreada?

Bien, recuerden que como todo el cuadro es nuestra unidad para saber cual es la fracción tenemos que dividir todo el cuadro en partes iguales y tomamos como referencia la división que ya esta hecha.

Por último vamos a contestar los que falta:

Si dividimos una figura en:

6 partes iguales cada una es ______ y se escribe _______________

8 partes iguales cada una es ______ y se escribe _______________

5 partes iguales cada una es ______ y se escribe _______________

7 partes iguales cada una es ______ y se escribe _______________

10 partes iguales cada una es _____ y se escribe ______________

3. LOS CHOCOLATES

OBJETIVO

Que el alumno sea capaz de fraccionar longitudes a través de situaciones de reparto en partes iguales.

RECURSOS

Es importante señalar que se les indicara a los alumnos que las tiras de cartoncillo son los chocolates.

En la situación-problema:
- Hoja de actividades.
- 3 Tiras de cartoncillo de 10 cm de largo y 2 cm de ancho por alumno.

En la variable comando:
- 1 Tira de cartoncillo de 18 cm de largo por alumno.
- Cuatro repartos con cuatro pedazos iguales en cada reparto para cada alumno.
    - Las medidas de los repartos será: 3 cm, 4.5 cm, 5 cm y 6 cm.
- Material para la retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora dará a conocer a los alumnos la forma en que se llevará a cabo la actividad, y en esta ocasión se trabajará de manera individual.
- La coordinadora les dirá a los niños que en el ejercicio podrán doblar, cortar, y marcar las tiras de cartoncillo, pero no podrán usar regla para medir las tiras.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- En seguida le da el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Tienes que repartir tres chocolates entre cuatro niños, y que a cada quien le toque lo mismo y que no sobre nada de chocolate.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Al terminar el ejercicio la coordinadora invitará a los alumnos a formar un círculo para que puedan expresar de manera individual sus puntos de vista con el grupo acerca del procedimiento que utilizaron para resolver el problema.

- A través de esta confrontación, de manera grupal se analizará las justificaciones de sus soluciones y así llegar a la solución correcta.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar esta confrontación la coordinadora les dará un nuevo ejercicio con su material y les indicará que trabajarán de manera individual nuevamente.

Aquí tengo este chocolate completo, es de este tamaño (se le muestra la tira de 18 cm), si yo reparto este chocolate entre tres niños ¿De que tamaño será el pedazo que le toque a cada niño?

¿De éste? (se le muestra el de 3 cm)
¿De éste? (se le muestra el de 4.5 cm)
¿De éste? (se le muestra el de 5 cm)
ó ¿De éste? (se le muestra el de 6 cm)

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los alumnos haya terminado el ejercicio se seleccionara a varios alumnos que pasaran a explicar en el pizarrón que fue lo que realizaron para llegar a la solución. Se elegirá a los alumnos que tengan diferentes procedimientos y que hayan llegado a la misma solución.
- Después de que los alumnos terminen de dar su explicación al grupo, entre todos se analizara cuál fue el mejor procedimiento ó el más económico para llegar a la solución, es decir, se explicara por qué es mejor uno que otro.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación relacionada con el contenido matemático formal (las fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

Con la situación problema:
- Quizá los alumnos doblen los tres rectángulos por el lado más largo, primero a la mitad y esa mitad dividirla nuevamente a la mitad, para que quede dividida en cuatro.
- Los alumnos podrían hacer lo mismo que el anterior pero ahora doblando a lo ancho.
- También podrían tomar dos rectángulos y doblarlos a la mitad y el tercer rectángulo dividirlo en cuatro partes iguales.
- Los alumnos podrían tomar dos rectángulos y partirlos en diagonal (la más larga) y el tercero partirlo en cuatro partes iguales.

Con la variable comando:

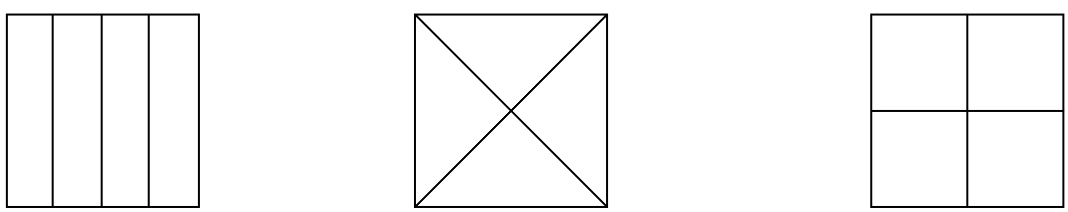
- Los alumnos separarían los diferentes pedazos por tamaño, después sobreponen los pedazos en el chocolate hasta encontrar el pedazo adecuado.
- Los alumnos podrían hacer combinaciones tomando diferentes pedazos y sobreponerlos en el chocolate hasta llegar al tamaño adecuado.
- Podrían tomar el pedazo más chico y ver que ese pedazo cabría dos veces en el chocolate pues es múltiplo de tres.

RETROALIMENTACIÓN

- Después de haber terminado de explicar cada procedimiento del ejercicio anterior y de aclarar dudas la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará, esta explicación será con un ejercicio diferente con la intención de que vean distintas formas acerca de un mismo tema y les quede más claro.

Muy bien niños veamos este ejemplo.

Cuatro amigos cortaron 3 hojas de diferentes maneras y cada una en partes iguales. Cada uno tomó sólo una parte de la hoja.
¿Cómo se expresa esta situación?   Bien! Así se expresaría la situación.



A   **B**   **C**

Por lo tanto Ana tomó ¼ de A, ¼ de B y ¼ de C
Beto tomó ¼ de A, ¼ de B y ¼ de C
Mago tomó ¼ de A, ¼ de B y ¼ de C
José tomó ¼ de A, ¼ de B y ¼ de C

En este ejemplo la Fracción es ¼:

En donde el numerador que es el número 1, indica cuántas partes congruentes se toman o se consideran.

Y el denominador que es el número 4, indica la cantidad de partes congruentes en que se divide la unidad, en este caso la unidad es el cuadro.

Finalmente cada uno de los amigos tomó ¾ de hoja.

Ahora veamos la siguiente tira de papel que esta dividida en 9 partes iguales.

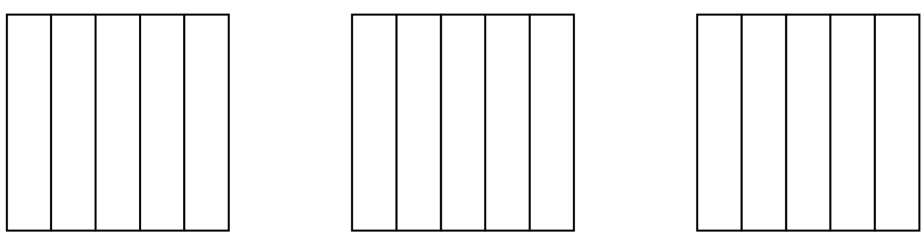
¿Qué fracción de la tira es de color negro?
¿Qué fracción de la tira es de color gris?
¿Qué fracción de la tira es de color blanco?
¿Qué fracción de la tira es de color verde?

Ahora realicemos la suma, ustedes me van diciendo que voy a sumar.

3/9 + 2/9 + 3/9 + 1/9 = 9/9

Analicemos juntos este ejemplo:

Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños. ¿Cuánto le tocara a cada niño?

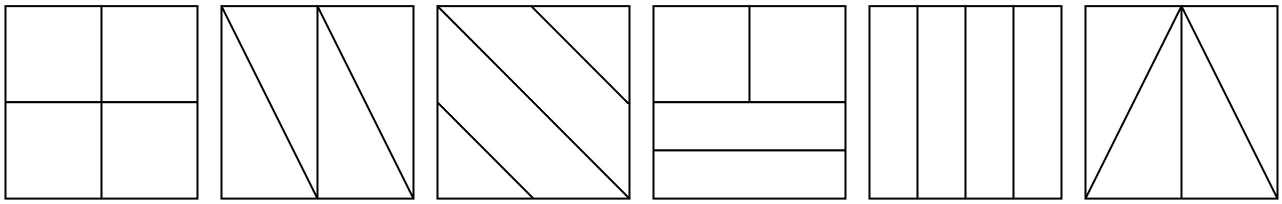


En este caso el chocolate ya tiene las divisiones, al terminar vamos a hacer la suma.

3/5 + 3/5 + 3/5 + 3/5 + 3/5 = 15/5 = 3

Bien no sobró nada y al hacer la suma obtuvimos nuestros tres enteros (pasteles).

Veamos estas figuras en cuantas partes están divididas 4, ahora analizaremos si esta cada una en cuartos, ¿cuál es la condición que necesitamos? Bien que estén divididas en partes iguales.



Vamos a comprobarlo sobreponiendo sus figuras en cada una y ver si todas son del mismo tamaño.

4. DESCUBRE LO QUE FALTA

OBJETIVO

Que los alumnos establezcan equivalencia de fracciones en la resolución de problemas.

RECURSOS

- Hoja de actividades con tabla.
- Lápiz y goma.
- La coordinadora les dirá que pueden utilizar su cuaderno para hacer dibujos.
- Material para la retroalimentación y calculadoras.

DESARROLLO

- La coordinadora organizará al grupo en equipos de 4 integrantes.
- A demás anotará en el pizarrón la tabla que esta abajo.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos y de esta manera si es necesario seleccionar algunos equipos para que pasen a explicar sus procedimientos.
- Enseguida les dará el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

En la siguiente tabla hay algunos lugares vacíos, porque falta la cantidad de pasteles. Tienes que encontrar las cantidades que faltan, con la condición de que siempre le toquen 5/4 de pastel a cada niño. Con los resultados llena la tabla.

8. Si tenemos 4 niños y 5 pasteles ¿Cuánto pastel le toca a cada niño?

9. Ahora tenemos 8 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?

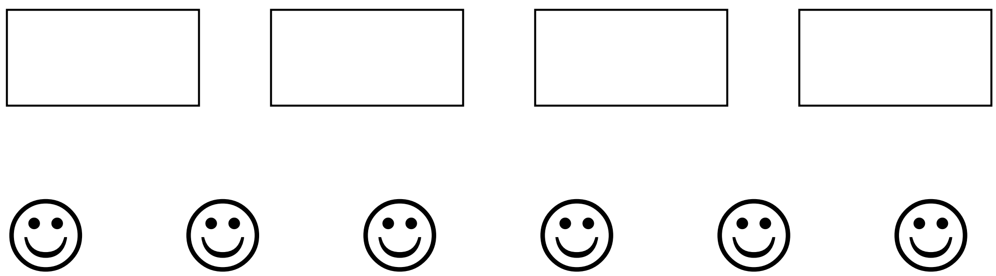
10. Si ahora tenemos 16 niños, ¿Cuántos pasteles se necesitan para que les toque 5/4 a cada uno?

PASTELES	5		
NIÑOS	4	8	16

- Cuando terminen el ejercicio anterior la coordinadora les dirá que resuelvan este problema, ya sin la consigna pasada.

Hay 4 pasteles y tienes que repartirlos entre 6 niños ¿Cuánto le corresponde a cada niño?

Tienes que elegir de las fracciones de abajo cuál es, la que da el reparto correcto



a) 1+1/6 b) $\frac{4}{6}$ c) $\frac{6}{4}$ d) $\frac{1}{2}$

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Cuando los niños terminen de contestar la primera pregunta la coordinadora hará notar que la primera columna está completa: 5 pasteles y 4 niños. Si es necesario, los alumnos comprobarán nuevamente que con esas cantidades a cada niño le tocan 5/4 de pastel.
- Cuando la mayoría de los equipos termine los ejercicios, les pedirá que discutan con su equipo sobre sus dudas y sobre su resultado.
- Al terminar de discutir por equipo la coordinadora los invitará a organizar una discusión con todo el grupo para que todos conozcan los procedimientos utilizados de cada equipo y logren darse cuenta por qué con determinados procedimientos no pueden resolver el problema.
- Si los alumnos no se animan, la coordinadora pasara a equipos que tengan procedimiento diferentes, tanto procedimientos con solución correcta y con solución incorrecta.
- Entre todos se va a analizar cada procedimiento para ver si fue correcto o no y por qué.
- A través de la confrontación de opiniones se llegará a la solución correcta.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al finalizar la actividad anterior se reunirá cada uno con su equipo y se les dará el siguiente ejercicio.

En la siguiente tabla hay algunos lugares vacíos, porque falta la cantidad de niños. Tienes que encontrar las cantidades que faltan, con la condición de que siempre le toquen 5/4 de pastel a cada niño. Con los resultados llena la tabla.

1. Si tenemos 4 niños y 5 pasteles ¿Cuánto pastel le toca a cada niño?

2. Ahora tenemos 15 pasteles, ¿Cuántos niños hacen falta para que les toque 5/4 de pastel a cada uno?

3. Si ahora tenemos 30 pasteles, ¿Cuántos niños hacen falta para que les toque 5/4 de pastel a cada niño?

PASTELES	5	15	30
NIÑOS			1

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos hayan terminado la coordinadora seleccionara a un representante de cada equipo que pasará a explicar en el pizarrón que fue lo que realizaron para llegar a la solución. Se va a elegir a 3 ó 4 equipos con procedimientos distintos.
- Al terminar de explicar sus procedimientos entre todo el grupo se analizara cuál fue el mejor procedimiento y por qué.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación para poder relacionarlo con el conocimiento formal (fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

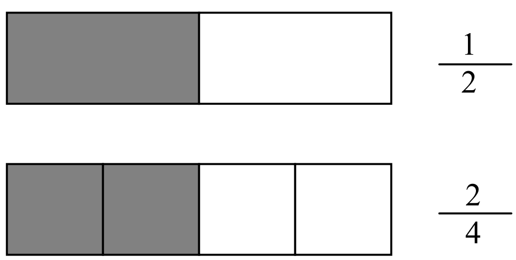
- Quizá los alumnos dibujen los pasteles que hay, los partan en cuatro y hagan grupos de cinco cuartos para saber a cuantos niños corresponden.
- En los casos en los que conocen la cantidad de niños tal vez dibujen los niños y a cada uno le asignen cinco cuartos para saber cuántos pasteles se completan. Este procedimiento resulta muy largo cuando la cantidad de pasteles o de niños es grande.
-

- Es posible que busquen la relación doble, triple, etc, entre dos cantidades de pasteles o de niños. Por ejemplo, 8 niños es el doble de 4 niños, entonces debe de haber el doble de pasteles, es decir, 10.
- También puede suceder que sumen tantas veces 5/4 como niños haya, o que descompongan en cuartos la cantidad de pasteles para dividirla entre cinco, lo que da como resultado la cantidad de niños.
- También podrían multiplicar 5/4 por (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,...) y sacar las fracciones equivalentes.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad se les dará una retroalimentación con un ejercicio diferente para que quede más claro.
- La coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

Bien veamos estos dibujos que representan 2 pasteles.



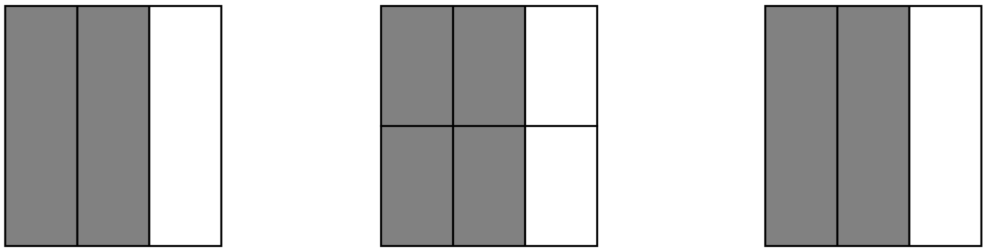
Pasen 2 alumnos. Bien ahora al primero le voy a dar ½ y al segunda 2/4 de pastel. ¿a cuál de los dos le tocó más?

½ es lo mismo que 2/4 es decir, son fracciones equivalentes. para pasar de ½ a 2/4 sólo basta con multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número, en este caso es por el número 2.

$$\frac{1}{2} \text{ x } \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$$

A continuación tenemos otro ejemplo que haremos juntos.

Supongamos que un amigo te pide que le des 2/3 de chocolate, otro de tus cuates te pide 4/6 y una amiga te pide 6/9. los chocolates de los cuales haces el reparto son del mismo tamaño. Veamos el ejemplo



2/3 4/6 6/9

Podemos ver que la parte del rectángulo sombreado en los tres casos es la misma.

Las fracciones son diferentes, pues están formadas con distintos números, no obstante la cantidad que representan es la misma. ¿Están de acuerdo? A estas fracciones se les llama fracciones equivalentes.

A ver quiero que las calculadoras que les di la vayan pasando y hagan la división de 2/3, 4/6 y 6/9 que resultado les dio en cada una.

Resultado 0.666666666 en todas. Entonces podemos decir que el resultado de todas las fracciones que son equivalentes es el mismo.

Dos fracciones son equivalente si y solamente si: el numerador de la 1ª fracción multiplicado por el denominador de la 2ª fracción es igual al denominador de la 1ª fracción multiplicado por el numerador de la 2ª fracción.

Un ejemplo:

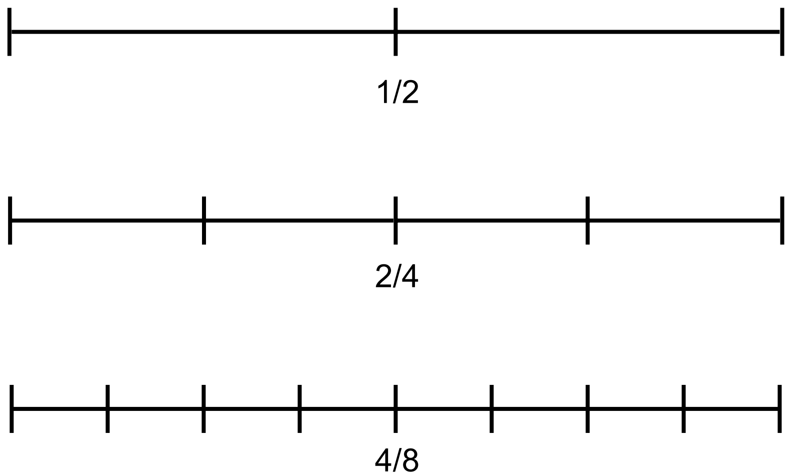
$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{12}{12}$$

Con este método podemos comprobar si dos fracciones son equivalentes o no.

Vamos a comprobar con los ejercicio que realizamos.

También las fracciones que coinciden en el mismo punto de la recta numérica son equivalentes.

Ubiquemos 1/2 , 2/4 y 4/8.



Ahora cómo podemos obtener fracciones equivalentes, es muy fácil, pues únicamente basta con multiplicar numerador y denominador por un mismo número.
Ejemplo de la fracción 3/4:

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

Ahora con su calculador vamos a comprobar si son equivalentes.

5. ¿EN DONDE SE COLOCA?

OBJETIVO

Que el alumno mediante la manipulación de objetos concretos particionados en múltiplos de 10, 100 y 1000 se de cuenta que fracción es más grande que otra a través de la relación parte-todo.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- 3 tiras de cartoncillo de un metro de largo por 5 cm., de ancho. Dos divididas en 10 partes iguales y una dividida en cien partes iguales. En un extremo tendrán la letra A y del otro extremo la letra B.
- Regla.
- Lápiz
- Gises

- Material para la retroalimentación.
- Hoja de papel bond con 100 cuadros, en donde vendrá marcado 1 décimo, un centésimo y un milésimo.

DESARROLLO

- La coordinadora dará a conocer a los alumnos la forma en que se llevará a cabo la actividad, por lo que organizará a los alumnos en equipos de 4 integrantes y les entregará a cada equipo 3 tiras de cartoncillo.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.

Se les preguntara:

1. ¿Qué parte del metro representa cada uno de los segmentos?

- Después de les pedirá que tomen una de las tiras y dividan con su regla un decímetro en 10 partes iguales.

Nuevamente se les preguntará:

2. ¿Qué parte del metro representa cada uno de los segmentos?

- Ahora se les pedirá que tomen la tercera tira (esta ya estará dividida en centímetros) y que dividan un centímetro en 10 partes iguales utilizando su regla.

Nuevamente se les preguntará:

3. ¿Qué parte del metro representa cada uno de los segmentos?

ACCIÓN (Situación – Problema)

De las siguientes medidas:

Línea A	1 dm
Línea B	90 mm
Línea C	5 dm
Línea D	50 cm
Línea E	25 cm
Línea F	28 cm
Línea G	100 mm

Sin trazar las líneas tienen que subrayar la que corresponda a la línea más larga y encerrar en un círculo las que midan lo mismo.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Cuando los equipos terminen la actividad, la coordinadora les pedirá que pasen por equipo a trazar en el piso las 7 líneas, usando las tiras divididas en decímetros, centímetros y milímetros para que comparen las longitudes y verifiquen si su estimación fue correcta.
- Al terminar esta actividad la coordinadora invitará a los alumnos a formar un solo círculo con todo el grupo para confrontar sus puntos de vista.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar la actividad la coordinadora les pedirá a los alumnos que se reúnan con su equipo y después les dará el siguiente problema.

Aquí hay 7 dulces diferentes que tienen que colocar en las tiras, en los siguientes puntos:

- Chicle 3/10
- Dulce de limón 5/100
- Tomy 30/100
- Dulce de piña 53/100
- Paleta 300/1000
- Cicloso 9/10
- Caramelo 80/100

1. ¿Qué dulce está más lejos del extremo A, el cicle en 3/10 ó el tomy en 30/100?
2. Del extremo A al dulce de piña hay 5/10 + 3/100 ¿están de acuerdo?

3. ¿La paleta está más lejos que el tomy?
4. ¿Qué dulce esta más cerca el caramelo ó el cicloso?

INSTITUCIONALIZACIÓN

- La coordinadora observara a cada equipo para saber como están trabajando.
- Cuando la mayoría de los equipos termine, la coordinadora va a elegir a los equipos que tengan diferentes resultados para que pase un representante y explique como resolvieron el problema.
- Entre todo el grupo se analizara cuál de las soluciones es la correcta.
- Finalmente la coordinadora analizara las respuestas de los alumnos y lo relacionará con el contenido matemático formal (fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación problema:

- Tomarán las tiras y contarán hasta llegar a la medida y marcaran con un punto para ir colocando todos los puntos y saber la respuestas.
- Intentaran imaginarse hasta donde llega cada punto y darán la respuesta.
- Realizarán operaciones para saber cuantos centímetros hay en un decímetro, cuantos milímetros en un centímetro y poder contestar la respuesta.

En la variable comando:

- Tomaran las 3 tiras y primero verán en que medida se tiene que colocar el dulce, después elegirán la tira que corresponde y colocaran el dulce, así sucesivamente. Al tener los dulces colocados empezaran a contestar las preguntas e Irán viendo cual esta más lejos o más cerca, etc.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

- La coordinadora hará que se den cuenta que cada tira esta dividida en diferentes unidades: decímetros, centímetros y milímetros y se analizarán las diferencias que hay en estas unidades de medida.
- A ver niños acomoden sus tiras en su banca.

Ustedes ¿han oído hablar de los decimos, centésimos y milésimos?

¿Porqué creen que se le llama décimo?

¿Porqué creen que se le llama centésimo? Y ¿Porqué creen que se le llama milésimo?

Ahora vamos a ver si entendimos.

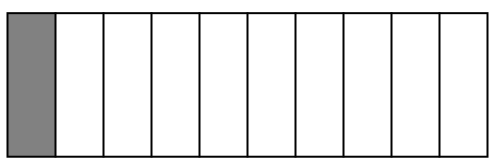
Ahora tomen la que esta dividida en decímetros, se llama decímetro por qué cada segmento (se les muestra el segmento) es la décima parte de un metro y se anota de

esta manera 1/10 de metro ó 0.1 de metro, el resultado de 0.1 da porque al dividir 1/10 este es el resultado.

Ahora tomen esta otra tira (se les muestra la que esta dividida en centímetros) cuando dividieron el decímetro en 10 partes iguales cada parte es la centésima parte del metro y se le llama centímetro y se anota de esta manera 1/100 de metro ó 0.01 de metro este resultado sale al realizar la división de 1/100, verifíquenlo.

Ahora tomen la última tira, cuando dividieron un centímetro en 10 partes iguales (se les muestra la tira y se les dice cual es el segmento que se esta mencionando) cada uno de estos segmentos es la milésima parte del metro y se llama milímetro, se anota de esta forma 1/1000 de metro o 0.001 de metro, este resultado salió de la división de 1/1000.

Veamos este rectángulo.



Nuestra unidad es el rectángulo. ¿En cuántas partes esta dividido? Bien en 10 partes. Cada una de estas partes es en relación al todo (unidad) 1/10, es decir, una de las diez (una décima).

Si tomamos 2 ¿cómo se llamaría?

Ahora observemos este papel bond, con color azul esta marcado cierto número de cuadros, con color rojo otro número de cuadros y con color verde otro número de cuadros.

¿Quién pasa a señalarme que color indica los milésimos?
¿Quién pasa a señalarme que color indica los décimos?
Y ¿Quién pasa a señalarme que color indica los centésimos?

Muy bien ahora ayúdenme a contestar estas preguntas:

1. ¿Qué es más grande, un décimo o un centésimo?
2. ¿Cuántas veces cabe un centésimo en un décimo?
3. ¿Qué parte de un centésimo es un milésimo?
4. En 2 décimos ¿Cuántos centésimos hay?

Como podemos ver las fracciones que tienen como denominador 10, 100 y 1000 reciben el nombre de Decimales y podemos expresarlas de dos maneras:

1/10 = 0.1
1/100 = 0.01
1/1000 = 0.001

Vean esta fracción 2/20, ¿es una fracción decimal?. Si por que todas las fracciones que sean equivalentes ya sea a 1/10, 1/100 ó 1/1000, son fracciones también decimales.

¿Recuerdan como sacar fracciones decimales? Bien hay que multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número.

$$\frac{1}{10} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{20}$$

Por último realicemos este ejercicio, en esta recta hay 4 animales diferentes que saltaron a diferentes puntos, nosotros vamos a ver en que punto quedo cada uno.

La rana salto:
El piojo salto:
El chapulín salto:
El conejo salto:

6. TARJETAS REVUELTAS

OBJETIVO

Que el alumno compare fracciones con igual denominador y se de cuenta de que al tener dos fracciones con igual denominador es mayor la fracción que tiene mayor numerador.

RECURSOS

- Un juego de 48 tarjetas por equipo.
- Material para la retroalimentación.

- Cada tarjeta mide 5 centímetros de ancho por 6 centímetros de largo. Por el anverso tienen una fracción escrita con números y en el reverso tienen la misma fracción pero representada en rectángulos.

- El rectángulo es del mismo en todas las tarjetas y se dibuja en la parte superior para facilitar la comparación, poniendo una tarjeta sobre otra. Este rectángulo tiene coloreado el número de rectángulos que representa la fracción para de esta forma hacer la comparación.

DESARROLLO

1. La coordinadora organiza al grupo en equipos de cuatro alumnos.
2. Entrega a cada equipo un juego de tarjetas. (cada juego esta acomodado de la misma manera)
3. Uno de los jugadores toma dos tarjetas y las pone sobre la mesa sin voltearlas.
   - Otro jugador dice cuál fracción es mayor.
   - Después voltean las tarjetas y verifica si la respuesta fue correcta, poniendo una tarjeta sobre otra para poder comparar los rectángulos.
4. Los equipos tomaran sus tarjetas por turnos para que todos puedan ir a la par con el grupo.

- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- Enseguida se les entregara en siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Hay 48 tarjetas con diferentes fracciones escritas, tienen que tomar 2 tarjetas con igual denominador y decir cuál de estas 2 es mayor y por qué.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Cuando el equipo falle al contestar, antes de voltear la tarjeta y verificar en el dibujo se le dará la oportunidad al equipo que quiere explicar la respuesta correcta.
- Se hará un intercambio de puntos de vista primero por equipo y después con todo el grupo para discutir las posibles formas de llegar a la solución.
- Se llegará a través de esta confrontación a la solución correcta.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar el ejercicio anterior se reúnen nuevamente con su equipo para realizar el siguiente ejercicio.

Con las mismas tarjetas ahora tienen que tomar 2 tarjetas con igual numerador y decir cuál de estas dos es mayor y por qué.

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos termine, anotan en el pizarrón las fracciones que encontraron equivalentes y explicaran como saben que son equivalentes.
- Entre todos se analizara cuál de las soluciones se entiende mejor.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación.

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema:

- Si los denominadores son iguales, compararían el numerador y el que tenga numerador más grande es el mayor.
- Probablemente los niños harían en una hoja el dibujo y darse cuenta que número es mayor.
- Tal vez los niños mentalmente hagan los dibujos y de esta manera seleccionan el que es mayor.

En la variable comando:

- Si los numeradores son iguales, compararían al denominador el que tenga mayor denominador es la fracción más pequeña.
- Es probable que los niños realicen el dibujo y se den cuenta que entre más pequeño sea el denominador es mayor la fracción por que si se hace un reparto les tocaría mayor cantidad.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Muy bien vamos a comparar las siguientes fracciones con igual denominador y diferente numerador.

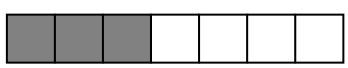
Recuerden $\frac{2}{3} \longrightarrow$ DENOMINADOR

Cuando decimos que tiene el mismo DENOMINADOR quiere decir que el número de abajo va a ser el mismo en las fracciones que comparemos.

Dadas dos fracciones con igual denominador es mayor la que tiene mayor numerador. Vamos a comprobarlo:

En este caso vamos a dividir el rectángulo en 7 partes por que es lo que nos dice el denominador, pero en uno vamos a dibujar 5 y en el otro 3, por que es lo que nos dice el numerador que tomemos.

$\frac{5}{7}$ 

$\frac{3}{7}$ 

¿Cuál de las dos fracción es mayor? Si les dieran a elegir en cuál les iría mejor.

¿Por qué?

Ahora supongamos que van a hacer una fiesta y que les gusta mucho el pastel.

- En la primera fiesta van a llevar 5 pasteles y son 7 invitados, es decir 5/7.
- En la segunda fiesta van a llevar 3 pasteles y también son 7 invitados, es decir 5/7.

Dibujen los pasteles y los niños y díganme ¿en cuál de las dos fiestas les va a ir mejor?

Entonces cuál de las dos fracciones es mayor.

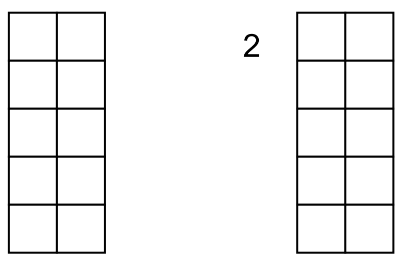
Ahora veamos en la recta numérica.

Ubicamos $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$

¿Cuál de las dos fracciones es mayor?

Ahora vemos estos dibujos ambos representas un terreno.

1 2



5/10 7/10

¿Cuántas partes tenemos que dibujar en la primera?
¿Cuántas partes vamos a dibujar en la segunda?

¿Cuál de los dos terrenos es mayor? ¿Porqué?

Se dan cuenta al igual que en los números naturales, las fracciones que tienen igual denominador crecen hacia la derecha.

FRACCIONES CON IGUAL NUMERADOR

Ahora vamos a comparar las siguientes fracciones con igual numerador y diferente denominador

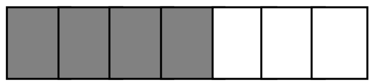
Recuerden $\frac{2}{3}$ $\longrightarrow$ NUMERADOR

Cuando decimos que tiene el mismo NUMERADOR quiere decir que el número de arriba va a ser el mismo en las fracciones que comparemos.

En este caso nos dicen que dadas dos fracciones con igual numerador es mayor la que tiene menor denominador. Vamos a comprobarlo.

El siguiente ejemplo es similar al anterior pero en este los numeradores son iguales y el denominador es diferente, por lo que ahora las divisiones de la figura son diferentes. observemos

$\frac{4}{5}$ 

$\frac{4}{7}$ 

Si fueran dos chocolates y les dieran a elegir, cuál elegirían ¿Cuál de las dos fracción es mayor?

¿Por qué?

Ahora pensemos que ustedes son Chef y van a hacer una fiesta para dar a probar varios pasteles que hicieron.

- En la primera fiesta van a llevar 4 pasteles y son 5 invitados, es decir 4/5.
- En la segunda fiesta van a llevar 4 pasteles y son 7 invitados, es decir 4/7.

Dibujen los pasteles y los invitados y díganme ¿en cuál de las dos fiestas les va a ir mejor?, en cuál les va a tocar mayor cantidad.

Finalmente vamos a ubicar en la recta numérica ½ y 1/5:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$$

7. MEDICIÓN DE LONGITUDES

OBJETIVO

Que el alumno utilice fracciones para expresar medidas de longitud.

RECURSOS

Para la situación-problema

- Hoja de actividades en donde anotaran sus estimaciones.
- Para cada equipo, 6 tiras de 1 m de largo por 5 cm de ancho. Cada tira dividida de la siguiente forma:
    - Una dividida en cuartos.
    - Otra en medios.
    - Otra en tercios.
    - Otra en décimos.
    - Otra en centésimos.
    - La última sin divisiones.

Para la variable comando

- Para cada equipo, 6 tiras que midan 5 cm de ancho y:
    - 1.75 m
    - 1.50 m
    - 1.25 m
    - 1 1/3 m
    - 1.2 m
    - 0.75 m
- Material para la retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora organizará al grupo en equipos de 4 integrantes.
- Después les entregará las primeras tiras a cada equipo.
- La coordinadora pondrá varias marcas en el piso, de manera que la mayor distancia entre cada 2 puntos sea de 2 metros que será la unidad de medida. A cada punto marcado se le pondrá una letra mayúscula: A, B, C, D, estas serán rojas.
- Marcará también varios puntos con cifras exactas y les pondrá una letra de color azul.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- Después de explicarles cómo van a trabajar les dará el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Desde su lugar tienen que estimar que distancia hay entre los puntos A y B, C y D, D y A. Pueden hacer la estimación en cuartos, medios, tercios de metro, en decímetros o en centímetros, apoyándose con sus tiras, pero sin pasar a medir.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- Cuando la mayoría de los equipos haya terminado la coordinadora pasara por turnos a los equipos para que verifiquen su estimación, utilizando las tiras correspondientes.
- La coordinadora los invitara a hacer un intercambio de puntos de vista con su equipo y después con todo el grupo y de esta manera discutan la manera en que llegaron a la solución.
- Tal vez algunos equipos coincidan en su estimación, aunque hayan utilizado diferentes unidades de medida, por lo que se analizarán sus justificaciones.
- Finalmente se llegará a través de esta confrontación a la solución correcta.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar el ejercicio anterior la coordinadora les pedirá que se reúnan con su equipo y les dará el siguiente problema.
- La coordinadora les dará varios papeles y en ello vendrá una medida escrita por ejemplo: 1 metro + ¼ de metro y los alumnos tendrán que encontrar las tiras que den esta medida. La tira que sería es la que mide 1.25 ó la tira de metro sin divisiones más la tira dividida en cuartos y señalar que de esta última solo necesitarían ¼.

Aquí tienen 6 papeles con diferentes medidas, ahora ustedes tienen que encontrar la tira ó tiras que correspondan a estas medidas.

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando los equipos terminen pasaran a mostrar las tiras que encontraron y comprobaran que con esas tiras da la medida que se pide, si con las tiras seleccionadas, estas no corresponden a la medida escritas en el mensaje entre todo el grupo se revisara en donde estuvo el error y se llegará a la solución correcta a través de la medición, es decir se buscaran las tiras que se necesitan para obtener la medida del mensaje.
- La coordinadora invitara a todo el grupo, para que de forma ordenada intervengan en la discusión.

- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación relacionada con el contenido formal (las fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos podrían ser:

- Tomaran las tiras para ver si todas tienen el mismo tamaño o si son de diferente tamaño y tomaran una o dos y estimaran la medida al observar si caben.
- Tomaran una tira y la estirarán en el aire para intentar ver cuantas veces cabe en los puntos marcados.
- No intentaran ver si son del mismo tamaño y tomaran la que tenga más divisiones pensando que es más larga y los puntos tienen una distancia grande.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

Recordemos: 8/12.
¿Cuál es el numerador?
¿Cuál es el denominador?
¿Qué nos indica cada uno?

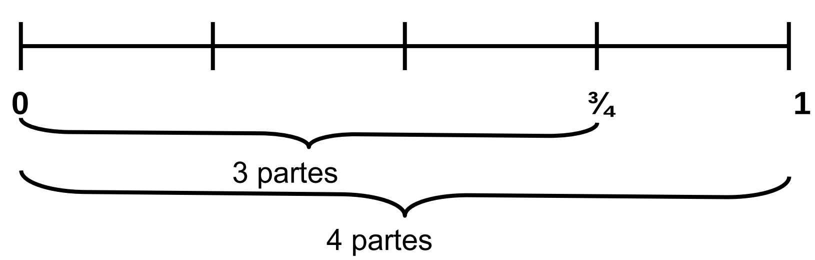
Considerando que el Denominador de una fracción nos indica la cantidad de partes en que se divide una unidad, habrá entonces fracciones mayores que 1 y menores que 1.

Al haber fracciones mayores y menores que 1, quiere decir que hay fracciones positivas (+) y negativas (-) en la recta numérica.

Analicemos este ejemplo.
Ustedes que opinan, ¿Esta fracción es mayor que uno?

Consideremos $\frac{3}{4} \longrightarrow$ significa que se ha dividido la unidad en 4 partes y se consideran 3.

Unidad dividida en 4 partes iguales.

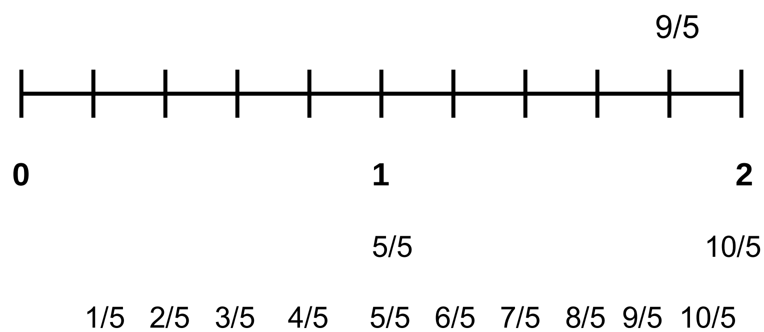


Está fracción es menor que uno porque el entero se formaba hasta 4/4 que sería uno y nosotros sólo tomamos ¾.

Representemos ahora:
Esta fracción nos indica que tenemos que dividir la recta numérica en 5 partes iguales y tomar nueve. ¿Creen que esta fracción es mayor que uno?

Comprobemos.

$$\frac{9}{5}$$



Podemos ver que fue mayor que uno.

Cuando la fracción es mayor que 1 $\longrightarrow$ debemos tomar otra unidad.

Ahora van a pasar varios compañeros para hacer estos ejercicios:

$$\frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{12}$$

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{8}{4}$$

8. LOS TRAGONES

OBJETIVO

Que el alumno sea capaz de resolver y explicar problemas prácticos con fracciones sencillas de suma con igual denominador.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- 2 Hojas blancas tamaño carta.
- Lápiz.
- Material para la retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora acomodara a los alumnos por parejas.
- Enseguida les dará los problemas que tienen que resolver.
- La coordinadora les dará 2 hojas blancas por si quieren utilizarlas, simulando que una es la pizza y otra es el chocolate.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Susana va a compartir una pizza con 8 amigos. Rápido antes de que ellos lleguen, partió la pizza en 10 pedazos iguales y se comió 1. Distribuyó las 9 porciones restantes sobre la pizzera para que no se notará, y luego comió una porción como todos los demás. En la noche le agarra un dolor de panza de la culpa que siente y piensa: “¡Es que me comí 1/10 más 1/9 de pizza!” ¿Es cierto esto?

Tienen que anotar en su hoja de trabajo las operaciones que realizaron para llegar a la solución.

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- En cuanto la mayoría de los equipos termine la coordinadora les pedirá que con su pareja vuelvan a leer el problema y verifiquen su procedimiento y su respuesta.
- Al terminar esta discusión en pareja la coordinadora invitara a los alumnos a formar con todo el grupo un círculo para que se haga un intercambio de puntos de vista y discutan los procedimientos que utilizaron para llegar a la solución correcta .
- Se llegará a través de esta confrontación a la solución correcta.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- Al terminar la actividad la coordinadora nuevamente les pide a los alumnos que se reúnan con su pareja para trabajar el siguiente problema.

Juan se ha comido 1 1/3 de los pasteles de chocolate y pedro 2 1/3. ¿Cuántos pasteles se han comido entre los dos?

Tienen que anotar en su hoja de trabajo las operaciones que realizaron para llegar a la solución.

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos termine, la coordinadora seleccionara a 4 equipos con diferentes procedimientos: 2 procedimientos con resultado correcto y 2 con resultado incorrecto, los alumnos pasaran a explicar lo que hicieron.
- La coordinadora invitara a todos los alumnos a analizar cuál de todos los procedimientos utilizados llego a la solución correcta y cual se entiende mejor.
- Finalmente la coordinadora propondrá el procedimiento más económico, a demás dará una retroalimentación relacionada con el contenido formal (las fracciones).

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema:

- Puede ser que los alumnos crean que es correcto lo que dijo Susana, ya que primero partió la pizza en 10 pedazos y tomó 1. después comió otro más pero de los 9 pedazos que sobraban, entonces comió 1/0 más 1/9.

  Este sería su procedimiento 1/10 + 1/9 + 8/9 =1 1/10

1/10 que comió al principio, 1/9 comió después y 8/9 que comieron sus amigos, simplemente 1/9+8/9 ya dio el entero (la pizza completa). Por lo tanto este procedimiento sería incorrecto.

- Otro procedimiento sería que los niños partieran su hoja en 10 pedazos tomen 1/10. después con sus amigos comen otro pedazo más que sería 1/10 más por que el entero se partió en 10, por lo tanto comió 2/10 de pizza.

En la variable comando:

- Primero los niños tienen que darse cuenta que en el problema hay números enteros por lo que tienen que dibujar en el primer caso dos pasteles uno completo y otro dividido en tercios y solo tomar 1/3. en el segundo caso tienen

que dibujar 3 pasteles, 2 completos y uno dividido en tercios y tomar sólo 1/3. al realizar la suma el resultado sería:

$$\begin{array}{ll} 1 + & \frac{1}{3} \\ 2 + & \frac{1}{3} \\ \hline 3 + & 2/3 \end{array}$$

RETROALIMENTACIÓN

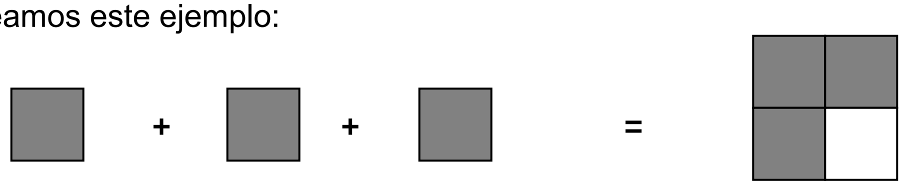
- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

Muy bien hoy vamos a ver suma de fracciones con igual denominador, esto lo hemos visto en las sesiones anteriores, pero hoy vamos aclarar todas las dudas que aún tengan.

La suma de fracciones de igual denominador es otra fracción de igual denominador y cuyo numerador es la suma de los numeradores dados.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

Veamos este ejemplo:



¼ ¼ ¼ ¾

Esto se escribe así: ¼ + ¼ + ¼ = ¾

Como pueden ver cuando se tiene el mismo denominador solo se suman los numeradores (los números de arriba) y el denominador solo se recorre.

Ahora ustedes me van a ayudar a completar los números que faltan de la suma:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \underline{\quad\quad}$$

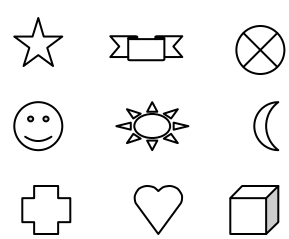
$$\frac{5}{7} + \underline{\quad\quad} = \frac{16}{7}$$

$$\frac{7}{20} + \frac{13}{20} = \underline{\quad\quad}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \underline{\quad\quad}$$

Ahora vamos a realizar los siguientes ejercicios, utilicen la parte de atrás de las hojas para hacer sus anotaciones.

1. La señora Carmen puso en la mesa 9 figuritas. Los dos hermanos tomaron algunas. Antonio tomó 3 y Sandra 4. ¿Cómo expresamos esta situación?



2. Juan corrió ¼ de pista, descanso y después corrió 2/4 más. ¿Cuánto corrió en total?

3. Cristina compró ¾ de caramelos, ¼ de chocolates y 2/4 de bombones. ¿Cuánto pesa en total lo que adquirió?

4. Carlos compró 8 bolsas con media docena de nueces cada una. ¿Cuántas docenas tiene?

9. ¡QUÉ DÍA!

OBJETIVO

Que el alumno sea capaz de resolver y explicar problemas prácticos con fracciones sencillas de resta con igual denominador.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- Lápiz.
- Material para la retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora formará equipos de 2 integrantes.
- Enseguida les dará los problemas que tienen que resolver.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- Al terminar de dar las instrucciones la coordinadora les dará el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

Fernando compró ¾ de kilogramo de azúcar en bolsas de ¼ de kilogramo cada una. En casa de su abuelita, dejó ¼ de kilogramo. ¿Qué cantidad de azúcar le quedo?

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- En cuanto la mayoría de los equipos termine la coordinadora les pedirá a los equipos que intercambien sus puntos de vista acerca del ejercicio.
- Al finalizar este intercambio de puntos de vista la coordinadora formará con todo el grupo un círculo y los invitara a que discutan los procedimientos que utilizaron para llegar a la solución.
- Se llegará a través de esta confrontación a la solución correcta.
- Cuando finalicen la confrontación la coordinadora les dará un nuevo ejercicio.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- La coordinadora nuevamente les pide a los alumnos que se reúnan con su equipo para trabajar el siguiente problema.

Un policía detuvo en periférico a 20 automovilistas en un día por estar compitiendo. Si en la mañana detuvo a 1/5 de ellos y en la tarde detuvo a 2/5. ¿qué fracción de automovilistas le faltan?

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos termine, la coordinadora seleccionara 4 equipos con diferentes procedimientos 2 correctos y 2 incorrectos para que pasen a explicarlos.
- La coordinadora invitara a todo el grupo para analizar cuál de todos los procedimientos utilizados es el correcto y por qué.
- Finalmente la coordinadora propondrá el procedimiento más económico, y dará una retroalimentación relacionada con el contenido formal.

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema:

- Puede ser que los alumnos dibujen la salchicha y después realicen divisiones sobre ella.
- Quizá los alumnos recorten una tira que simulará ser la salchicha y después corten los pedazos y realicen el reparto.

En la variable comando:

- Quizá los alumnos recorten una tira de 12 cm de largo y comparen los resultados anteriores para obtener el resultado.
- Podrían realizar multiplicaciones para llegar al resultado. Ejemplo 1/3 x 12 = 12/3 = 4 cm.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

Vamos a recordar para que nos quede bien claro y no lo olvidemos:

$\frac{5}{10}$ Numerador
Denominador

¿Cuál es el numerador?
¿Cuál es el denominador?
¿Qué nos indica cada uno?

Vamos a empezar:

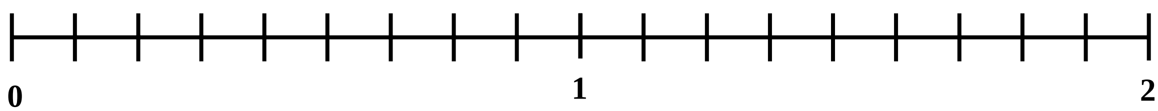
Para restar fracciones con el mismo denominador se restan los numeradores y se mantiene el denominador. Es lo mismo que en la suma de igual denominador.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

Es fácil verdad ya que sólo se necesita restar los numeradores y los denominadores se recorren.

Veamos este ejemplo:

El canguro dio un salto y llego a 5/9 ¿cuánto le falta al canguro para llegar a 11/9?



Esto lo podemos saber con una resta de quebrados: 11/9 – 5/9 = 6/9

Ayúdenme a realizar los siguientes ejercicio:

$$\frac{7}{18} - \frac{5}{18} = \underline{\quad}$$

$$\frac{21}{6} - \frac{12}{6} = \underline{\quad}$$

$$\frac{6}{10} - \underline{\quad} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{12}{5} - \frac{2}{5} = \underline{\quad}$$

Ahora vamos a resolver los siguientes problemas:

1. La mamá de Sandra cocinó un panque que partió en 10 pedazos iguales. Se comieron 4/1. ¿Cuánto panque sobró?

2. Rosa se comió 3/8 de naranja. ¿Cuánta naranja le sobra?

3. Si Enrique y Brenda tienen un melón, y Enrique se come 3/5 de melón a Brenda ¿Cuánto le queda?

4. Mauricio tiene que cortar el pasto de un parque. En la mañana cortó 2/6 del pasto y en la tarde cortó 1/6 del pasto. ¿Qué fracción del pasto tiene que cortar al día siguiente para terminar?

10. ¿CUÁNTO FUE?

OBJETIVO

Que el alumno maneje la escritura simbólica de la suma y resta de fracciones con igual denominador mediante problemas sencillos.

RECURSOS

- Hoja de actividades.
- Lápiz.
- Material para la retroalimentación.

DESARROLLO

- La coordinadora formará equipos de 2 integrantes.
- Enseguida les dará los problemas que tienen que resolver.
- La coordinadora en todo momento observará como trabajan los alumnos.
- Al terminar de dar las instrucciones la coordinadora les dará el siguiente ejercicio.

ACCIÓN (Situación – Problema)

La mamá de Javier tiene en su casa 5 chocolates guardados, Javier tomó 1 para comerlo con sus 3 amigos, el primero comió 1/8, el segundo comió 3/8 y el tercero comió 2/8. ¿Cuánto chocolate comió Javier?

FORMULACIÓN VALIDACIÓN (Confrontación)

- En cuanto la mayoría de los equipos termine la coordinadora les pedirá a los equipos que intercambien sus puntos de vista acerca del ejercicio.
- Al finalizar este intercambio de puntos de vista la coordinadora formará con todo el grupo un círculo y los invitara a que discutan los procedimientos que utilizaron para llegar a la solución.
- Se llegará a través de esta confrontación a la solución correcta.
- Cuando finalicen la confrontación la coordinadora les dará un nuevo ejercicio.

Variable de Comando (Nuevos Obstáculos)

- La coordinadora nuevamente les pide a los alumnos que se reúnan con su equipo para trabajar el siguiente problema.

Tania compró 2 litros de leche. De regreso a su casa se tropezó y se derramó ¼ de la leche. ¿Qué fracción de la leche le quedó?

¿Con qué cantidad de leche regreso? __________ litros.

INSTITUCIONALIZACIÓN

- Cuando la mayoría de los equipos termine, la coordinadora pregunta a los alumnos si hay algún voluntario para que pase a explicar sus procedimientos.
- Al terminar de pasar los voluntarios la coordinadora invitara a todo el grupo para analizar cuál de todos los procedimientos utilizados es el correcto.
- Finalmente la coordinadora dará una retroalimentación relacionada con el contenido formal.

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver la situación problema y la variable comando podrían ser:

En la situación-problema:

- Primero los niños tienen que ver que el denominador les indica que dividan la hoja en 8 partes, después puede ser que los niños vayan dibujando los pedazos que les indica el numerador y finalmente vean que lo que comió Javier fueron 2/8 de chocolate.
- Puede ser que los niños no necesiten hacer dibujo y realicen directamente las operaciones: 1/8 + 3/8 + 2/8 = 6/8 por lo que los niños se dan cuenta que faltan 2/8 para formar el entero 6/8 + 2/8 = 8/8, entonces Javier comió 2/8 de chocolate.
- Puede ser que los niños lo vean como resta y digan a 8/8 – 1/8 =7/8, ahora a 7/8 – 3/8 = 4/8 y luego 4/8 – 2/8 = 2/8, por lo tanto Javier comió 2/8 de chocolate.

En la variable comando:

- Primero los niños verían que cantidad sería un litro y quizá dibujarían 4 vasos y después dibujarían otros 4 vasos que sería el otro litro. Entonces a un litro le quitarían 1/4 . 4/4 – ¼ = ¾ de litro, por lo tanto le quedo 1 litro más ¾ litro de leche.
- Puede ser que los niños únicamente tomen en cuenta un litro y realicen la resta 4/4 – ¼ = ¾ de litro.

RETROALIMENTACIÓN

- Al terminar la actividad anterior la coordinadora les pedirá que presten atención a la explicación que les dará.

En estos ejercicio ocupamos sumas y restas con igual denominador.

¿Qué es lo que tenemos que hacer para sumar fracciones con igual denominador?
¿Qué es lo que tenemos que hacer para restar fracciones con igual denominador?

Hemos visto que para las sumas y restas con igual denominador lo que tenemos que hacer es trabajar con el numerador, ya sea restar o sumar y el denominador se queda igual.

Resolvamos estos ejercicio.

$$\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \underline{\quad}$$

$$\frac{8}{9} + \frac{5}{9} = \underline{\quad}$$

$$\frac{10}{26} + \frac{4}{26} - \frac{5}{26} = \underline{\quad}$$

$$\frac{15}{30} \quad \frac{10}{30} \quad \frac{5}{30} = \underline{\quad}$$

Realicemos juntos estos ejercicio, ustedes me van a ayudar y verán que fácil es hacerlos.

1. Carlos realizo un viaje a Cuernavaca, al iniciar el viaje la aguja marcaba 7/8 de tanque de gasolina y al terminar el viaje marcaba 2/8. ¿Qué parte del tanque se consumió?

2. Enrique perdió una apuesta y tiene que hacer galletas, tiene tres botellas de crema de medio litro, es decir, 3/2 litros de crema. Necesita un litro de crema para hacer 80 galletas.
   ¿Cuántas galletas puede hacer con ½ litro de crema?
   ¿Cuántas puede hacer con los 3/2 litro de crema?

3. Jorge tiene 20 dulces de los cuáles ya se comió la cuarta parte. ¿Cuántos dulces comió? Y ¿Cuántos dulces le quedan?

4. Sonia estaba enferma. Para aliviarla el médico le recetó media patilla de XL3 cada 8 horas.¿Cuántas pastillas ha tomado después de 24 horas?

5. La Sra. Téllez les dio a sus tres hijos un terreno, y lo repartió de la siguiente forma: a Hugo le dio 9/20, a José 5/20, ¿Cuánto terreno le tocó a Mary?

6. Luis decidió pintar su cuarto. Primero pintó 2/6 del cuarto, después 1/6 del cuarto. ¿Cuánto le falta por pintar?

ANEXO TRES

PUNTUACIONES EVALUACIÓN INICIAL

TABLA DE PUNTUACIONES EVALUACIÓN INICIAL

Preguntas / Alumnos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Total Calificación por alumno
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	0	0	**5**
2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	2	1	0	0	0	0	**6**
3	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	2	1	1	2	0	1	**10**
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	1	0	5	0	0	**10**
5	2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	0	3	0	0	**11**
6	0	0	0	0	1	1	2	0	0	1	2	0	1	3	0	0	**11**
7	0	0	0	0	1	0	2	4	0	1	1	0	1	3	0	0	**13**
8	0	0	5	0	0	0	0	4	0	1	1	1	0	1	0	0	**13**
9	0	5	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	**13**
10	0	0	0	0	0	1	4	4	0	1	1	0	0	3	0	0	**14**
11	0	5	0	0	0	0	2	0	0	0	5	1	1	2	0	0	**16**
12	5	0	5	0	0	0	4	0	0	0	1	0	1	1	0	0	**17**
13	0	2	0	0	0	1	4	4	0	0	2	3	0	2	0	0	**18**
14	0	3	0	0	0	1	4	4	0	0	3	0	1	3	0	0	**19**
15	5	5	0	0	0	1	4	0	0	0	1	0	1	3	0	0	**20**
16	6	1	0	0	0	0	3	0	0	0	4	2	2	2	0	0	**20**
17	4	1	6	0	1	0	4	0	0	1	0	0	0	3	0	1	**21**
18	0	5	6	0	1	1	1	0	0	0	4	1	1	1	0	0	**21**
19	5	5	6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3	0	0	**22**
20	15	5	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	2	0	0	**26**
21	4	3	0	0	0	0	2	4	0	1	3	3	1	6	0	0	**27**
22	12	5	0	1	0	0	2	0	0	1	0	3	1	2	0	0	**27**
23	12	5	0	0	0	0	3	4	0	1	1	0	0	2	0	0	**28**
24	0	4	6	0	3	1	4	0	0	1	2	0	0	6	0	1	**28**
25	9	2	0	0	0	1	2	4	0	1	3	1	2	6	0	0	**31**
26	12	5	6	0	0	1	2	4	1	0	4	1	0	0	0	0	**36**
27	12	4	0	0	3	0	4	4	0	1	4	1	2	2	0	1	**38**
28	12	5	6	0	3	0	4	4	1	1	0	0	0	3	0	0	**39**
29	5	5	6	0	3	0	4	4	1	0	8	1	2	3	2	1	**45**
30	15	4	6	0	3	1	4	4	1	0	6	1	1	2	2	1	**51**
31	12	4	6	0	3	1	4	4	1	0	9	4	3	6	2	1	**60**
Total Por reactivo	**147**	**84**	**64**	**1**	**22**	**13**	**77**	**60**	**5**	**15**	**79**	**30**	**25**	**81**	**6**	**7**	**716**

ANEXO CUATRO PUNTUACIONES EVALUACIÓN FINAL

TABLA DE PUNTUACIONES EVALUACIÓN FINAL

PREGUNTAS / ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Total Calificación Por alumno
1	0	0	0	1	0	0	2	0	0	2	2	0	1	1	0	0	**9**
2	2	5	0	0	0	1	0	2	0	1	0	0	0	3	0	0	**14**
3	8	1	0	0	0	0	4	0	0	1	1	0	0	2	0	0	**17**
4	1	3	5	0	0	0	4	0	0	0	0	2	1	2	0	0	**18**
5	4	4	0	0	0	0	4	3	0	1	0	0	0	4	0	0	**20**
6	9	1	5	0	0	0	4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	**21**
7	5	5	0	0	0	0	0	4	0	1	3	0	0	3	0	0	**21**
8	4	5	5	0	0	0	2	0	0	1	0	1	2	2	0	1	**23**
9	8	2	6	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	3	1	0	**23**
10	5	4	0	0	0	0	4	0	0	1	4	2	1	2	0	1	**24**
11	12	3	0	0	0	1	1	0	0	1	3	0	0	4	0	0	**25**
12	8	5	0	0	0	1	3	1	0	0	3	3	0	3	0	0	**27**
13	12	4	6	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	1	0	0	**28**
14	10	5	0	0	3	0	0	4	0	0	5	1	0	3	0	0	**31**
15	5	3	6	0	3	0	4	4	0	0	4	2	0	1	0	1	**33**
16	13	2	6	0	0	0	2	4	0	0	4	2	1	0	0	0	**34**
17	5	4	6	0	0	1	2	4	0	1	7	2	0	2	0	1	**35**
18	10	5	0	0	2	3	4	0	0	1	5	1	1	2	0	1	**35**
19	14	5	6	0	0	0	3	4	0	1	3	0	0	1	0	0	**37**
20	15	5	6	0	3	1	2	0	1	0	0	0	2	1	0	1	**37**
21	13	3	5	0	0	1	2	3	0	0	6	2	0	2	0	1	**38**
22	9	0	6	0	1	0	4	4	0	0	5	1	2	6	2	0	**40**
23	10	2	6	0	3	1	3	4	1	1	4	2	1	3	0	1	**42**
24	15	5	6	0	3	1	4	4	1	1	3	0	0	2	0	1	**46**
25	10	5	6	0	3	2	4	1	0	0	8	1	1	5	0	1	**47**
26	15	5	6	0	3	1	4	4	0	0	7	1	2	1	0	1	**50**
27	15	3	6	0	3	0	4	3	0	0	8	1	2	4	2	1	**52**
28	15	5	6	0	3	1	4	4	0	0	9	1	2	2	2	1	**55**
29	15	5	6	0	3	3	4	0	1	1	9	1	2	2	2	1	**55**
30	15	5	6	0	3	0	4	4	1	2	9	0	2	2	2	1	**56**
31	15	5	6	0	3	3	4	4	1	2	9	4	3	6	2	1	**68**
Total Por reactivo	**297**	**114**	**122**	**1**	**39**	**22**	**86**	**65**	**6**	**20**	**125**	**32**	**27**	**75**	**13**	**17**	**1061**

ANEXO CINCO
FORMATO DE DIARIO DE CAMPO

FORMATO DE DIARIO DE CAMPO

Tema de Tesis: Fecha:
Nombre de la actividad:
Duración:
Objetivo general:
Número de sesión:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	ESTRATEGIA Y DESARROLLO Acción, formulación, validación, variable de comando	ACTIVIDAD CONTENIDO	RECURSOS (APOYO DIDÁCTICO)	TIEMPOS	OBSERVACIONES	RETROALIMENTACIONES A LOS NIÑOS Institucionalización