UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Academia de Psicología Educativa

“La enseñanza de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares”

PROYECTO DE TESIS :

Para obtener el titulo en Psicología Educativa

PRESENTAN

Arenas Vázquez Diana Alejandra

Cortés Mejía Karla Gabriela

ASESOR:

Maestro Pedro Bollás García

México DF Octubre 2005

AGRADECIMIENTOS

A Dios por todo lo que me ha dado y por permitirme llegar hasta aquí.

A mis papás por darme la vida y porque por ellos soy quien soy. A mi hermano porque aunque ha sido difícil hoy estamos más unidos. LOS QUIERO.

Mayito sin ti no lo hubiera logrado MIL GRACIAS POR TODO.

A Karlita por su amistad y paciencia.

A mi familia, amigos, maestros y a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron para que esto fuera una realidad.

Alejandra

Al maestro Pedro Bollás García por su paciencia y dedicación como docente. A los Profs. José Juárez , Cuitlahuac Pérez, Juan Pablo y Leobardo Rendón por su tiempo, aportaciones y enseñanzas.

A mi familia y Shaury por su apoyo, cariño y paciencia.

A Ale por su amistad y por el trabajo en equipo.

Con Cariño Karla.

NDICE

RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue diseñar, aplicar y evaluar un programa fundado en arreglos rectangulares para la enseñanza de la multiplicación en alumnos de segundo grado de primaria.

Para alcanzar el objetivo, se diseñaron dos programas; el primero para el grupo que obtuvo la puntuación más baja en la evaluación inicial (grupo experimental) basados en los arreglos rectangulares, el segundo (sin arreglos rectangulares) se aplicó al grupo control. De esta manera se trabajó con un total de 42 sujetos divididos en dos grupos con un diseño pre evaluación – tratamiento – post evaluación.

Tomando como referencia los datos obtenidos en la evaluación inicial y final, se observa un aumento importante del grupo experimental después de aplicar el programa. Esto fue constatado en el desarrollo del programa en donde los alumnos demostraron mayores habilidades para el uso de la multiplicación.

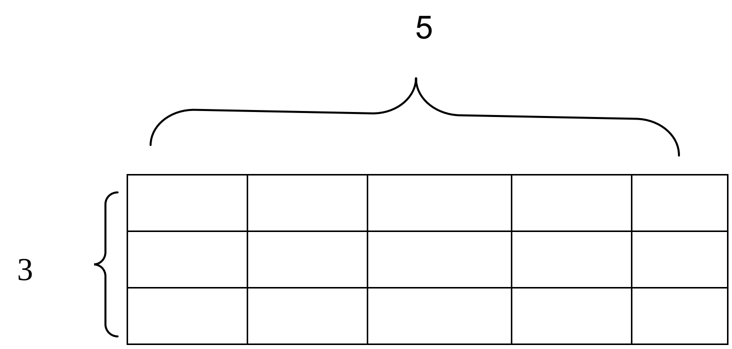
Se concluye que los arreglos rectangulares son efectivos para la enseñanza del algoritmo de la multiplicación.

INTRODUCCIÓN

De manera común los alumnos presentan dificultades para aprender los contenidos matemáticos. Esta dificultad puede estar asociada al método de enseñanza que usan los profesores, a las dificultades comunicativas en el aula, o bien a las alteraciones neurológicas que estos (los alumnos) pueden presentar. En este sentido, la didáctica de las matemáticas se enfrenta a un gran reto al tratar de impartir esta materia de forma efectiva.

Dentro de las operaciones matemáticas básicas, la multiplicación ocupa un lugar relevante por el tipo de procedimientos implicados en su ejecución, usualmente la resolución de la multiplicación está relacionada con la adición. Es a través de este principio que se recuperan los arreglos rectangulares para la enseñanza de dicha operación.

El arreglo rectangular consiste en la organización de un conjunto de elementos en un rectángulo permitiendo un cálculo del total de dichos elementos, asimismo, permite una eficacia en el cálculo de la multiplicación al tomar los elementos de una fila por una columna.



3 X 5 = 15

Así, en el planteamiento del planteamiento del problema se hace una introducción a la multiplicación, mencionando los diferentes puntos de vista que algunos autores tienen con respecto a las dificultades con las que se enfrentan los alumnos y maestros al aprender y enseñar matemáticas respectivamente, así como también se mencionan de manera breve las condiciones cognitivas en las que el alumno debería enfrentarse a la multiplicación. Como consecuencia de esto, se presentan diversas propuestas que se han hecho para facilitar el aprendizaje de la multiplicación. Una de éstas es la hecha por Block (1994) basada en los arreglos rectangulares.

También en el desarrollo del presente apartado se exponen el objetivo general y los objetivos específicos de esta tesis.

El capítulo primero ofrece un panorama descriptivo de las causas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas, como por ejemplo, las limitaciones comunicativas. Además de presentar de manera breve la opinión que tienen las posiciones neurológica y cognitiva, con respecto a las dificultades de las matemáticas. Posteriormente se expone el gran esfuerzo que deben hacer los docentes que se enfrenten a la enseñanza de dicha materia. Al finalizar este capítulo se desarrolla el tema de la multiplicación y de los términos que de esta emanan.

En el capítulo dos, se mencionan diferentes puntos de vista relacionados con el uso de los problemas multiplicativos y con el qué tan efectivos son en la enseñanza de la multiplicación, sobre todo en niños de primer y segundo grado de primaria; así como las diferentes clases de problemas basados en la información que se les da.

Se mencionan también diversos materiales y estrategias, como por ejemplo: los arreglos rectangulares; donde se muestra el desarrollo de diferentes actividades en las cuales se basó el programa de intervención de este trabajo.

Posteriormente, en el tercer capítulo se hace mención al método que se siguió para la realización de este trabajo de tesis, describiendo la selección del grupo control, grupo experimental y los instrumentos (cuestionario y programa de intervención) utilizados para el desarrollo de este. Además del procedimiento.

El análisis de datos desarrollado en el capítulo cuarto, se llevó a cabo de manera cualitativa y cuantitativa. La primera basada en el estadístico de prueba “T de student” y la segunda en el análisis de cada una de las sesiones. Esto con la finalidad de analizarlas por medio de ocho categorías para confirmar la hipótesis planteada en este trabajo y cumplir los objetivos. Con base en esto, se comprobó que los arreglos rectangulares son de gran utilidad para el aprendizaje de la multiplicación.

Cabe mencionar que se anexan los instrumentos, así como las comparaciones de los puntajes obtenidos en la pre y post evaluación.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para hablar de la multiplicación o de cualquier otro tema relacionado con las matemáticas es necesario hablar de las dificultades que representa esta área para los alumnos. Es importante tomar en cuenta los obstáculos que enfrentan los alumnos al enfrentarse con los contenidos matemáticos que tendrán que aprender en el aula. Dichas dificultades pueden estar relacionadas con la forma de enseñar del docente, con dificultades comunicativas, o bien, con alteraciones neurológicas (Alcalde, 1998; Planas, 2001).

Desde el enfoque cognitivo las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas están referidas a problemas de lectura, problemas de memoria a corto plazo y lentitud en los trabajos escritos, así como, problemas en la memoria de trabajo.

Para enfrentar las dificultades que presentan los niños en el aprendizaje de las matemáticas, distintos autores (Geay, en Azcárate, Cañizares, Cardeñoso, Carrillo, Castro, Contreras, 2001) proponen vincular los conocimientos matemáticos que los niños construyen en su vida diaria con aquellos contenidos que promueve la escuela, evitando que dicha inclusión sea el origen de dificultades suplementarias (Hahn, 1999).

Otros autores han señalado la importancia que tiene para la enseñanza, el diseño de situaciones didácticas, a través de las cuales los niños tengan la oportunidad de expresar sus puntos de vista y confrontarlas con sus compañeros para identificar procedimientos eficaces en la resolución de problemas.(Charnay 1998 en Bollás y Ávila, 1994)

Por su parte, otros autores resaltan la importancia no sólo de la interacción, sino la necesidad de utilizar material didáctico, en un contexto de juego para el aprendizaje de contenidos matemáticos en los primeros años de escolaridad (Basseas, 1991 ;Duhalde y González, 1997). Donde el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) es una de las tareas a las que el niño se enfrenta, ya que tiene que aprender el algoritmo en sí y saber usarlo en la resolución de problemas. Tomando en cuenta que cada una de estas operaciones tiene su propio procedimiento (algorítmico), así como su propia conceptualización.

En el caso de la multiplicación, Vergnaud (1991) indica que ésta debe ser dominada desde el punto de vista de su técnica y de su perspectiva conceptual y para ello sus requisitos fundamentales son: memorizar los hechos multiplicativos básicos; saber descomponer un número por el valor posicional y entender la multiplicación por potencias de 10. Otros autores (Nunes y Bryat, 1997) se refieren a la multiplicación como una relación multívoca. Pero también puede ser entendida, en un nivel intuitivo para los niños, como una suma repetida.

Un aspecto que no se puede negar, es que para la enseñanza de la multiplicación, es necesario que el niño construya las “tablas de multiplicar”; esto a su vez lleva a la reflexión y a la memorización, aunque no garantiza que el niño las aprenda de una vez y para siempre; hay que seguir trabajando en ellas.

Asimismo, se debe enfrentar a los niños a problemas multiplicativos para que aprendan a utilizar los recursos con los que cuentan hasta ese momento para resolverlos, y en caso de que estos no logren resolverlos de forma correcta, se les pueda ayudar y explicarles cómo hubieran podido hacerlo; por lo que se mencionan los problemas que deben enfrentar los alumnos en diferentes grados escolares, así como los diferentes tipos de problemas existentes, tal es el caso de los problemas “simples”, los asimétricos, los de comparación multiplicativa y los de producto cartesiano. (Vergnaud, 1991; Azcárate, et al., 2001)

Para lograr un mejor aprendizaje de la multiplicación es conveniente ofrecer a los alumnos estrategias que les sean de interés, las cuales pueden ligarse con juegos que pongan en práctica los conocimientos con los que cuentan para así crear un ambiente más grato. En este sentido se recomienda el uso de bloques multibase, el cálculo doble, el Bingo (donde el niño va tachando la multiplicación que ha salido en las plantillas), el dominó con piezas donde estén representadas multiplicaciones, cuadros de llenado, la suma reiterada, los arreglos rectangulares, entre otros. (Duhalde y González, 1997).

Con respecto a los arreglos rectangulares, Block (1994) menciona que es un recurso adecuado para la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación, siendo estos una colección de elementos colocados en renglones o columnas del mismo tamaño. La cantidad total de elementos de un arreglo rectangular se puede calcular multiplicando el número de elementos que hay a lo largo, por el número de elementos que hay a lo ancho. Asimismo el cálculo del número total de elementos (“cuadritos”) se puede realizar contando cada uno de los elementos; sin embargo, el uso de la multiplicación, como procedimiento más eficaz, permite un cálculo más rápido.

Los arreglos rectangulares constituyen una representación de la multiplicación muy práctica para conocer algunas propiedades de esta operación y para construir procedimientos eficientes de cálculo. De esta manera cabe preguntarse:
¿Las situaciones didácticas a través de arreglos rectangulares favorecen el aprendizaje de la multiplicación?

JUSTIFICACIÓN

Como es sabido la materia de matemáticas ha sido problemática desde el punto de vista de su adquisición así como de los conocimientos que emanan de ésta.

Tomando en cuenta que las temáticas que abordan esta materia son múltiples y abstractas, el presente estudio de investigación se basa en la multiplicación. Para facilitar el aprendizaje de ésta se tomará en cuenta la elaboración de los arreglos rectangulares como estrategia de apoyo para alumnos y maestros.

Los arreglos rectangulares sirven para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación, este recurso didáctico permite al niño construir de manera progresiva la operación matemática. Esta construcción se facilita aún más si se usan actividades lúdicas debido a que se crea un ambiente agradable para los sujetos que cursan el segundo grado de educación básica.

Con la realización del presente estudio se pretende poner a prueba el valor educativo de los arreglos rectangulares para la enseñanza de la multiplicación, con el fin de que permita ser una opción viable para la enseñanza de este concepto. De esta manera, se propone un programa de intervención pedagógico para mejorar el aprendizaje de este concepto en alumnos de 2° grado de primaria a través de dicha estrategia.

Con los resultados que arroje este estudio se pretende comprobar que los arreglos rectangulares son de gran utilidad para el aprendizaje de la multiplicación.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- El objetivo principal de la presente es diseñar, aplicar y evaluar un programa basado en arreglos rectangulares para la enseñanza de la multiplicación a alumnos de segundo grado de educación básica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Evaluar a los alumnos antes y después de aplicar el programa basado en los arreglos rectangulares.

- Realizar un análisis comparativo de las puntuaciones obtenidas en la evaluación inicial y la evaluación final.

- Aplicar la propuesta y realizar un análisis del desarrollo de cada una de la sesiones.

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO 1

LA MULTIPLICACIÓN EN LAS MATEMÁTICAS Y SU ADQUISICIÓN EN EL AULA.

1.1. LAS MATEMÁTICAS. UNA MATERIA DIFÍCIL DE ENTENDER.

Las matemáticas suelen ser una materia que presenta un gran porcentaje de reprobación en todos los niveles educativos, aunado a que ésta presenta un carácter abstracto. Si a los maestros y profesores se les pregunta por la materia que les requiere más esfuerzo, tiempo de preparación y desarrollo de las clases, contestarán que las matemáticas, la cual es también el conjunto de saberes en que los rendimientos de los alumnos guardan menos correspondencia con respecto al esfuerzo y al tiempo que les ha dedicado en clase. Las dificultades para alcanzar los objetivos establecidos en la currícula se extreman en un grupo más reducido de alumnos, para los que las matemáticas se convierten en una verdadera pesadilla (Reviere, 1990; Martínez, 2002).

Martínez (2002) menciona que en las aulas ordinarias un fenómeno, cada vez más frecuente es el número de alumnos que tienen serias dificultades para seguir el ritmo normal de las clases de Matemáticas. Esto en sí es bastante grave, pero lo es más el conjunto de dificultades que tienen los profesores para llevar a cabo una tarea reeducativa con una metodología distinta, y que permita, de manera efectiva, la recuperación de esos alumnos.

1.1.1 CAUSAS QUE DIFICULTAN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS

Existen diversas causas por las cuales los niños fracasan en matemáticas pero las más frecuentes son las limitaciones neurológicas y las comunicativas, según Garcia (1998), la primera explicación histórica de las dificultades de aprendizaje y en concreto de las dificultades de las matemáticas fue la neuropsicológica.

1.1.2 POSICIÓN NEUROLÓGICA

Existen diferentes tipos de lesiones cerebrales que dañan el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo la acalculia; que es ocasionada por una lesión cerebral en una persona adulta, y la discalculia que es cuando no hay evidencias de lesión o disfunción cerebral que ocasione estas dificultades en el niño.

Si el niño con discalculia llega a ser adulto y mantiene la dificultad de aprendizaje de las matemáticas también se habría de hablar de acalculia.

También se presentan lesiones occitoparietales y frontales en el origen de dos tipos de alteraciones de las habilidades matemáticas. En las lesiones occitoparietales se producen las siguientes manifestaciones:

1. Déficit en el concepto de número y en las operaciones matemáticas.
2. Percepción incorrecta de los nombres de cantidad.
3. Déficit en la estructura categórica de los números, lo que se refleja en los errores a leer o escribir números.
4. Déficit en el reconocimiento de las relaciones entre los números, por lo que el sujeto no es capaz más que de referir series numéricas.

En las lesiones frontales las manifestaciones son:

1. Déficit en la habilidad de decodificar la información en el contexto de la solución de problemas.
2. Comprensión adecuada de sistemas conceptuales y lógico gramaticales de las relaciones numéricas.
3. Dificultades serias en la planificación de la solución (Morrison, Siegel, Luria en García, 1998).

Cabe mencionar, que los conocimientos actuales sobre dificultades de las matemáticas (DAM) son muy discutidos y su consistencia es dudosa. Se han propuesto causas neurológicas para explicar las dificultades severas que presentan algunas personas en esta materia, como se mencionó anteriormente, encontrando conveniente guardar reservas en los niños que encuentran difícil adquirir representaciones matemáticas en la escuela; a pesar de que Alcalde (1998) menciona que algunos pacientes con lesiones intensas en el hemisferio izquierdo muestran grandes dificultades para la práctica matemática. Otras explicaciones, por ejemplo, se han centrado en las limitaciones comunicativas del niño al interior del aula que a continuación se mencionan.

1.1.1.3 LIMITACIONES COMUNICATIVAS

Con respecto a las limitaciones comunicativas, existen obstáculos y dificultades, la dificultad comunicativa aparece vinculada a la naturaleza cultural del aula de matemáticas y respecto a la ambigüedad que el alumno experimenta cuando intenta comprender significados usados en el aula diferentes a los inicialmente esperados. El término obstáculo comunicativo se vincula a la naturaleza social del salón de clases y respecto a los impedimentos que el alumno encuentra en su entorno interpersonal al intentar resolver dificultades de comprensión de las prácticas en las cuales está implicado, o bien, al buscar espacios donde se le permita comunicar sus significados personales y donde se le comuniquen otros significados. En cuanto a los obstáculos comunicativos se destacan tres grandes tipos de obstáculos en el aprendizaje matemático debido a la complejidad sociocultural en el aula de matemáticas y su contexto normativo: 1) las dificultades de comprensión de las diferentes interpretaciones de las normas, 2)los obstáculos comunicativos al intentar resolver estas dificultades y 3) las respuestas emocionales negativas de algunos alumnos ante la vivencia de estas dificultades y obstáculos; lo anterior apunta a que el aula de matemáticas no puede continuar siendo pensada como territorio por excelencia de neutralidad y objetividad, sino que debe entenderse como un espacio más de relación humana donde el conflicto cultural y social está inevitablemente presente (Planas,2001).

Para algunos autores el aprendizaje matemático exige una cierta desvinculación de los intereses, significados e intenciones próximas al niño, lo que la convierte en una experiencia mental ardua antes de poder comprender el disfrute de tal actividad.

Los errores que cometen las personas con dificultades de aprendizaje de las matemáticas son de carácter sistemático y consistente con el conocimiento matemático que poseen estas personas y que está representado en el uso de reglas procedimentales o en el uso de algoritmos internos y que tendrían cierta estabilidad al aplicarse a situaciones instruccionales diversas, a tareas y problemas matemáticos; la solución de problemas matemáticos supone el uso de las reglas o la aplicación de modelos de solución que están al margen de las condiciones concretas en que se producen.

Otra de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con el proceso de abstracción, es decir que los procesos matemáticos no están “adheridos a los objetos ni a un contexto especifico; ¿qué ocurre cuando el niño se hace “dependiente del contexto” en la solución de problemas matemáticos? Pues que comete errores sistemáticos que reflejan el no uso “siempre” de las reglas pertinentes ante problemas de tipo, o que se guía de las claves del marco de las tareas sin identificar correctamente el algoritmo pertinente o que no es capaz de recuperar de su memoria el algoritmo más adecuado o incluso que carece de éxitos en situaciones anteriores, lo que le va a llevar a cometer errores ante las tareas matemáticas. El conocimiento del contexto muchas veces facilita la aplicación de los procedimientos adecuados para la solución de los problemas matemáticos, como la aplicación de ciertas analogías que pueden facilitar su correcta solución. Pero, sin embargo, el niño ha de ser capaz de extraer del contexto y de la tarea los elementos esenciales o relevantes que están más allá de los contextos que incluso están desvinculados de sus intenciones y deseos. Si esto no se logra, pueden darse dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (Donalson, Morrison y Siegel 1991 en Garcia, 1998).

Por su parte García (1998) sostiene que las dificultades de aprendizaje y en concreto las dificultades de aprendizaje de las matemáticas son explicadas por cuestiones como las siguientes:

1. Dificultades en las habilidades prerrequeridas.
2. Escasa o ausencia de instrucción.
3. Incorrecta presentación de estímulos.
4. Refuerzo inadecuado o insuficiente.
5. Ineficacia de los procedimientos o métodos educativos.
6. Escasas oportunidades para la práctica.

Este mismo autor sostiene que los profesionales de la educación deben hacer un esfuerzo por acercar los hallazgos de la ciencia y los resultados de la investigación didáctica al quehacer diario de las aulas.

Otro tipo de posiciones sobre las dificultades del aprendizaje de las matemáticas está representado por la posición cognitiva, la cual ubica en el primer plano, para su análisis, los perfiles cognitivos que a continuación se presentan:

1.1.2. POSICIÓN COGNITIVA SOBRE LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

El enfoque cognitivo se basa en un análisis mental y estable; una relación profunda entre los errores y los procesos normales de aprendizaje y adquisición del conocimiento. Tomando en cuenta esto, es necesario no dejar a un lado dos de los perfiles cognitivos que presentan los sujetos con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas; los que presentan dificultades para el aprendizaje de la materia en un contexto más general caracterizado por problemas de lectura y los sujetos cuyas habilidades de lectura son normales, pero presentan problemas donde sus bajos rendimientos en pruebas de aritmética suelen acompañarse de problemas de memoria a corto plazo, dificultades de coordinación ojo – mano y lentitud en los trabajos escritos.

Ciertas dificultades matemáticas podrían estar ligadas con la memoria de trabajo donde al almacenar temporalmente la información pueden tener problemas para registrar materiales numéricos. Para algunos autores la explicación cognitiva de las dificultades de aprendizaje y en especial de las matemáticas, está en auge en los últimos años y en rigor reflejado inicialmente en sus aseveraciones basadas en estudios de laboratorio (psicología cognitiva) pasando al aula y a las situaciones reales de aprendizaje (psicología de la instrucción). Se menciona que son diversas las explicaciones procedentes de los enfoques cognitivos en relación con las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (Morrison,Siegel, en Garcia,1998). Así por ejemplo, y desde un enfoque piagetiano, García (1989) sostiene que las operaciones concretas están íntimamente ligadas con las operaciones lógico matemáticas pero a diferente nivel (de las operaciones formales). De esta manera, los niños pueden aplicar perfectamente la lógica al manipular objetos, sin embargo, pueden presentar deficiencias en proposiciones verbales.

1.2. EL ROL DEL DOCENTE ANTE LA ENSEÑANZA MATEMATICA.

Retomando que las matemáticas representan un problema no resuelto, que los profesores que imparten esta materia muchas veces son vistos como una amenaza para los alumnos y que pequeñas equivocaciones en esta materia hacen difícil el entendimiento de nuevos conceptos generando problemas futuros; hace que los alumnos que tengan facilidad en matemáticas sean vistos como privilegiados y considerados como una muestra de sabiduría.

Tomando en cuenta los párrafos precedentes, los maestros tratan de ayudar a los alumnos a que más adelante no tengan miedo a enfrentarse a las matemáticas en cualquier ámbito, aún encontrando como obstáculo el que en repetidas ocasiones en las escuelas esto resulta un poco complicado para los maestros, ya que para brindarles una ayuda eficaz a los alumnos necesitan tiempo y dedicación; cosa con la que muchos de ellos no cuentan, pero si no se les apoya muy difícilmente van a progresar.

De acuerdo con lo anterior Bermejo, Lago, Rodríguez y Pérez (2000) sostienen que es necesario un cambio profundo en la enseñanza de dicha materia.

El maestro debe irse con cautela de lección en lección, para asegurarse que la enseñanza y aprendizaje se han cumplido sin dejar en un ambiente de confusión a los alumnos. Se ha visto que hay personas que presentan más facilidad para solucionar problemas de este tipo y a las que no tienen esta facilidad se les debe apoyar estando muy al pendiente, viendo si entendieron cada clase ya que las matemáticas a si como todas las materias son acumulativas (cada lección sustenta la comprensión de la siguiente); por lo tanto, los maestros tienen mucho trabajo para poder lograr que los alumnos adquieran la comprensión de los conceptos; deben dominar la materia y tener muy claros los objetivos que quieran alcanzar por lo cual necesitan preparar minuciosamente las lecciones; y ¡claro! tener empatía con sus alumnos porque para lo que a un adulto puede ser muy fácil, para un niño que se enfrenta por primera vez a ello no. Afortunadamente el común de los buenos profesores trata de emplear procedimientos que faciliten la abstracción de los conocimientos y de hacer comprender los conceptos en la experiencia significativa en los alumnos. Es importante darles retos a los alumnos, poner a prueba su curiosidad, que se creen preguntas, que salgan de la rutina y de la monotonía; ya que los niños pueden perder el interés en la materia o en el tema visto en clase. La actividad infantil no basta para enseñar que una clase es activa, los chicos pueden moverse, realizar trabajos, hacer cosas; sin embargo si estas cosas no responden a una necesidad, un deseo, a un movimiento interno, solo serán actividades de efectuación por ello hace falta crear situaciones didácticas que trasmitan los conocimientos que desean (Batllori,1989; Claparade en Duhalde y González, 1997)

Como consecuencia de lo antes visto, los maestros deberán: comprender las dificultades de los sujetos para elaborar las matemáticas, relacionar unas ideas con otras; esto tomando en cuenta que los conocimientos que tienen los niños a su alcance tienen constantes cambios, ya que cuando alcanzan a conseguir la asimilación de algunos conceptos matemáticos llegan nuevos, los cuales deben ser también dominados y surge un acomodo de los ya existentes (teniendo presente que si se les dificulta, pueden perder el interés llevándolos al fracaso en la materia) y utilizar estos conocimientos como referencia para enseñar. Duhalde, et al. (1997) mencionan que también hay que crear una enseñanza eficaz y para lograrlo es necesario trabajar conjuntamente con la familia y los maestros, además de diseñar didácticas tomando en cuenta los conocimientos previos de los niños, seleccionando actividades que tengan significado y reforzando los conocimientos.

Los niños deben tener las capacidades para establecer relaciones entre las matemáticas basadas en nociones intuitivas y procedimientos inventados con las matemáticas con reglas que los maestros dan; “Para conseguir avances en los alumnos deben disponer de herramientas que les permitan dar el salto, es decir, establecer puentes entre la matemática informal y formal” (Marcarian, 2002).

1.3. LAS MATEMÁTICAS APLICADAS EN LA VIDA COTIDIANA.

Para comprender mejor las matemáticas se necesita tener un entendimiento del papel que juegan y han jugado éstas en la sociedad. En relación a esto Azcárate, Cañizares, Cardeñoso, Carrillo, Castro, Contreras, et al. (2001) sugieren que:
“Una de las razones que siempre se han aducido a favor de la inclusión de la aritmética en el currículo escolar es su utilidad para resolver problemas de la vida real...los contextos en los que hay que reiterar una cantidad, un número de veces son los más familiares a los niños y los primeros que se tratan en el currículo escolar para introducir la multiplicación “ (p. 205).

Se han hecho investigaciones dentro de la enseñanza tradicional de matemáticas y en varias de ellas se ha estudiado el hecho de presentarles a los alumnos problemas de contexto “real” pero éstos sólo son revestimientos de problemas matemáticos con un lenguaje coloquial de la vida cotidiana; comprobando que esto no facilita la comprensión sino que en ocasiones hasta la empeora. Para completar esta idea, Geay en Castro et. al (1996) sustenta que esta dialéctica de la identidad influye sobre la motivación para aprender. Esta es una de las aportaciones del modelo pedagógico de la alternancia, modelo complejo porque debe integrar dos lógicas contradictorias: la lógica de la transmisión del saber en la escuela, esto es, se puede llegar a pensar que con este tipo de motivación de llevar al campo profesional a los alumnos pueden llegar a superar sus bloqueos; por lo tanto, varias investigaciones han comprobado que existen alumnos que les cuesta mucho trabajo llevar sus conocimientos matemáticos fuera de la escuela y es por ello que se recomienda incluir problemas que contengan contextos de la vida cotidiana con lo cual las matemáticas serían más relevantes para los alumnos, pero llega a ocurrir que los contextos "reales" sólo son situaciones concretas que disfrazan problemas matemáticos con un lenguaje extraído de contextos cotidianos. "Las situaciones pseudo reales propuestas en la escuela no son más que abstracciones hipócritas y son origen de dificultades suplementarias" (Hahn, 1999, p. 107)

Se ha llegado a pensar que si los alumnos están frente a un problema matemático auténticamente real pueden mejorar su comprensión matemática; para analizar esta cuestión se realizó una investigación con alumnos que preparaban una BEP (Brevet d´ Etudes Professional) estos alumnos trabajan en una joyería una semana y estudiaban en la escuela otra. La investigación duro de 1993 a 1995; en esta investigación se pudo observar que los alumnos en la joyería sólo usaban la suma, resta, multiplicación, división y porcentajes en el contexto de cálculos de precios. Los alumnos utilizaban con frecuencia la escritura simbólica de xx% ó +-% cosa que en clase no se autorizaba. También en la investigación se vio que los profesores de matemáticas no siempre estaban al día con las realidades profesionales, por lo cual ellos en la escuela enseñaban de una forma y dentro de lo laboral sí les enseñaban a los alumnos de esta forma se llegaba a la confusión. Se realizó una evaluación interrogando tres grupos, 111 alumnos del campo laboral, 162 que se iniciaban en el campo y 221 que terminaban. Los resultados arrojados fueron que los alumnos dentro del campo laboral no dominaban mejor la noción de porcentajes que los otros alumnos del BEP.
En esta investigación se observó una mejor identificación de las estructuras matemáticas y se logró dar una mejoría a sus prácticas.

Por otro lado, se realizó una investigación entre alumnos de 13 años; se les presentó una prueba objetiva de matemáticas; los países que participaron fueron Corea, España, Estados Unidos, Irlanda y Reino Unido; Los resultados obtenidos no diferían significativamente entre los países de España, Irlanda y Reino Unido pero Estados Unidos era superior y Corea inferior. La investigación indicó que de cada 100 alumnos de trece años 43 no han logrado comprender las matemáticas, 9 están muy lejos de hacerlo y sólo 14 lograron el éxito en ellas.

1.4. LA MULTIPLICACIÓN.

A manera de historia hace aproximadamente 2,200 años, los hindúes manejaban los símbolos actuales del uno al nueve; a partir del nueve utilizaban símbolos distintos para el diez, el cien o el mil hasta que a alguien se le ocurrió una idea genial: sustituir este sistema por uno que tuviera en cuenta que el número 200 equivale a 2 veces 100, el veinte a 2 veces 10 y el 2 a un par de unos. Es decir, todas las cantidades se pueden construir con repeticiones de algo. Con esta idea se resuelve el problema de los números grandes, ya que basta con ir añadiendo cifras a la izquierda para aumentar la cantidad hasta el infinito, (Alcalde 1998).

Se menciona que históricamente la multiplicación de números naturales ha sido considerada como materia difícil de aprender; aunque esté ligada a la adición; por lo tanto, el producto de dos números naturales se puede definir como una suma repetida. Contrario a esto, indican que al utilizar el producto cartesiano de conjuntos desarrollada por George Cantor la multiplicación de números naturales puede definirse sin hacer referencia a la adición (Azcárate, et al.2001).

1.4.1 ESTRUCTURA MULTIPLICACTIVA

El aprendizaje de la multiplicación y la división es el comienzo del estudio de una nueva estructura, denominada como estructura multiplicativa y referida como una de las más ricas de las matemáticas (Castro, Rico y Castro, 1996)

Un año antes los antes mencionados citan a Vergnaud quien utiliza el concepto de estructura multiplicativa con un significado más extenso y centra su interés fundamental en dos campos conceptuales: la estructura aditiva y la estructura multiplicativa; considerada la primera como conjunto de problemas que comportan operaciones aritméticas y nociones de tipo aditivo (como adición, sustracción, diferencia, intervalo y traslación) y la segunda de tipo multiplicativo (como multiplicación, división, fracción, razón y semejanza). Los análisis tanto de Vergnaud como de Schwartz también citado por los autores el mismo año, se apoyan en el concepto físico de análisis dimensional. La única diferencia consiste en que Schwartz considera que en la estructura multiplicativa hay una relación en cuaternaria distinguiendo tres categorías de estructura multiplicativa: problemas de "mapping rule", de comparación multiplicativa y modelos implícitos, también menciona los errores asociados a la estructura multiplicativa.

1.4.2 ¿QUÉ ES MULTIPLICAR?

Para algunos autores el término multiplicar se utiliza para indicar un aumento producido por la unión de varias partes; también asegura que se emplean palabras que son sinónimos de multiplicar como acrecentar, crecer, proliferar y reproducir; por otro lado, mencionan que en determinadas situaciones se plantean problemas que se pueden resolver aplicando la multiplicación, en otras, tiene como función abreviar sumas, también se asegura que el multiplicar es reiterar una cantidad en su nivel más intuitivo; conformada por dos términos que responden a contextos diferentes, uno de ellos es la cantidad que se repite – multiplicando- y es un número cardinal concreto, con objetos que se ven. El otro factor nos dice las veces que se repite la cantidad inicial –

multiplicador- y es una especie de cardinal de segundo orden o cardinal de cardinales, mucho más abstracto que el anterior, y por eso mismo se debe simbolizar de inmediato (Azcárate, et al. 2001; Castro, et al. 1995 y 1996).

Maza (1991) menciona que “la multiplicación debe explicarse como una operación aritmética entre números naturales; se parte de dos números para llegar a otro” (p.17).
Ej. (3,4) ----- 12
La concepción de la multiplicación así entendida tiene un carácter binario; teniendo los dos primeros números un papel equivalente a esta definición.

También la multiplicación puede definirse del siguiente modo:

$$3 \xrightarrow{X\ 4} 12$$

Esta es una interpretación unitaria; considerada como más limitada porque define los resultados de multiplicar cualquier número natural por cuatro y como consecuencia restringe considerablemente los resultados.

Concluyendo los párrafos anteriores, se puede afirmar que entender la multiplicación como binaria es más general y por lo tanto más preferible. En cambio la segunda consideración o unitaria se ajusta más a la concepción de que la multiplicación es una suma reiterada o producto cartesiano.
Por ejemplo:
Como producto cartesiano se tiene que:

I. M = {3,5,}
N = {a, m, p, r}

II. M x N = {(3; a), (3; m), (3; p), (3; r), (5; a), (5; m), (5; p), (5;r)}

III. El conjunto M tiene 2 elementos y el conjunto N tiene 4 elementos; al realizar el producto cartesiano M x N, estará formado por 8 pares ordenados (2 x 4 = 8).

Por otro lado; se distinguen tres tipos de situaciones de la multiplicación: situaciones de correspondencia multívoca, situaciones que implican relaciones entre variables o covariación y situaciones que implican repartir, dividir y partir. En la presente, solo se hará alusión a las dos primeras debido a que la tercera corresponde a la división (Piaget, Grize y Bangh citados por Nunes y Bryant 1997).

La correspondencia multívoca es la base de un nuevo concepto matemático: el concepto de razón, este razonamiento nos lleva a la segunda diferencia: las acciones que se llevan a cabo para mantener sin variación una razón no son de unión/separación sino de duplicación. Donde la duplicación implica sumar a cada conjunto la unidad que le corresponda para mantener la invariante de correspondencia multívoca. Estas situaciones implican el surgimiento de dos nuevos significados del número: la razón expresada por un par de números que permanece invariable en una situación y el factor escalar que se refiere al número de duplicaciones aplicadas a ambos conjuntos para mantener constante la razón. Otra de las diferencias es que una razón permanece constante cuando se realiza la duplicación donde se puede identificar un nuevo significado del número en la cantidad de veces que se realiza una duplicación (Kieren, en: Nunes y Bryant. 1997). En este tipo de situaciones existen algunas continuidades entre la suma y la multiplicación; una de ellas es que algunos significados del número también están relacionados con los conjuntos. Por ejemplo: 1 automóvil tiene 4 ruedas correspondencia multívoca “un automóvil”, “cuatro ruedas” (relación del significado del número con los conjuntos).

En cuanto a las diferencias entre la suma y la multiplicación, se encuentra que implican una relación constante de correspondencia multívoca entre dos conjuntos; esta correspondencia multívoca constante es la invariante en la situación (un tipo de invariante que no se presenta en el razonamiento de la suma); esto es, con el fin de mantener la correspondencia. Por ejemplo: “un automóvil” “cuatro ruedas”, asi cada vez que se agrega un automóvil al conjunto de automóviles se deben sumar cuatro ruedas al conjunto de ruedas (se agrega un número diferente de objetos a cada conjunto contrastando con la situación de suma en la que, con el fin de conservar constante la diferencia entre dos conjuntos, se agrega el mismo número de objetos a cada conjunto.

Por lo anterior, los autores afirman que la multiplicación es una operación aritmética diferente que los niños deben aprender después de enseñarles a sumar y restar como conocimiento base, no obstante citan a Piaget y colaboradores quienes mencionan que el razonamiento infantil no tiene que experimentar ningún cambio importante para que los niños aprendan cómo y cuándo multiplicar aunque indican que comprender la multiplicación representa un cambio cualitativo notable en el razonamiento infantil; por lo tanto hay una existencia de discontinuidad entre la suma y la multiplicación por un lado, pero por el otro también hay grandes continuidades insistiendo en que ambas son igual de importantes y por lo mismo deben conocerse a fondo para comprender totalmente la multiplicación.

En la segunda de las situaciones un tipo diferente de significado del número en el razonamiento de la multiplicación puede encontrarse en situaciones en las que dos o más variables covarían como consecuencia de una convención o de una causalidad; en donde por convención se entiende "una covariación convenida" que pueden modificarse mediante nuevos convenios. Por ejemplo: un kilo de azúcar cuesta $3.00, medio kilo cuesta $1.50. Aquí entra la causalidad que se refiere a la repercusión de una variable en otra. Por ejemplo: si se cuelgan 20g. del extremo de un resorte, éste se estirará 5 cm. Si se cuelga un peso de 10 g. se estirará 7.5 cm.

Por su parte en la correspondencia multívoca la relación de conjuntos se expresa mediante una razón (1:4, 1:2, 2:3,etc) . En una situación que implica distintas variables, suele ser razonable hablar de un factor, una función o una tercera variable que relaciona ambas variables.

La multiplicación debe ser dominada desde el punto de vista de su técnica y de su perspectiva conceptual y para esto sus requisitos fundamentales son: memorizar los hechos multiplicativos básicos (5 x 5 =25); saber descomponer un número por el valor posicional, por ejemplo en 3 x 35 es igual a 3 x 5 y 3 x 30. Y entender la multiplicación por potencias de 10 (Vergnaud, 1991)

1.5 ADQUISICIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN.

Tradicionalmente la multiplicación ha figurado en los programas como contenido de segundo año, y en general esto no ha cambiado mucho en los últimos tiempos lo que ha ido variando, con el tiempo, es la respuesta a la cuestión de por dónde se inicia la enseñanza de la multiplicación. En algunos textos escolares se presenta esta operación a partir del algoritmo, en otros de las tablas, en otros a partir del signo “x” como escritura abreviada de la suma reiterada, en otros por un problema resuelto a modo de modelo, etc.

Actualmente se subraya la importancia de que los conocimientos que los alumnos aprenden en la escuela tenga sentido para ellos (Broitman, 1999). Para otros autores en las escuelas es práctica común enseñar a sumar antes que a multiplicar; debido a que una de las creencias generalizada es que la multiplicación es más difícil que la suma y otra de las creencias es que la suma conduce a la multiplicación por causa de que algunos de los aspectos de la suma constituyen la base de la multiplicación; ambas son calificadas por los autores como ciertas debido a que una manera de resolver multiplicaciones es realizando varias sumas; por lo que conviene tener un cierto dominio de la suma que permita un cálculo más rápido en los productos para no entorpecer la multiplicación con dificultades propias de la suma, es por lo que se suele dejar uno o dos cursos de diferencia entre el estudio de ambas operaciones; así los algoritmos y destrezas de suma habrán madurado lo suficiente como para permitir un comienzo más firme y seguro en el producto. Retomando esto se nombra el razonamiento aditivo como aquel que tiene que ver con situaciones en las que se unen o separan objetos o conjuntos de objetos distinguiendo que todos los significados del número en las situaciones de suma se relacionan con el tamaño del conjunto y con las acciones de unir o separar objetos y conjuntos. Como medida de conjuntos, el número implica colocar objetos en un conjunto cuyo punto de partida es cero; como medida de trasformación, tiene que ver con un conjunto que se une o separa de otro; y como medida de una relación estática (problemas de comparación), el número implica que el conjunto se unió o separó de otro para que ambos tengan el mismo número, sin embargo se está muy equivocado si se considera la multiplicación como otra forma de suma (Nunes, et al., 1997).

A manera de conclusión en base a los párrafos anteriores, “El niño debe aprender y comprender un conjunto totalmente nuevo de significados del número y una nueva serie de invariantes, cuya totalidad se relaciona con la multiplicación… pero no con la suma y la resta” (Nunes, et al. 1997) lo cual coincide con Castro, et al., al mencionar que “la multiplicación es una operación que necesita un dominio previo de los números y de su simbolización” (p 172). También indican que el análisis del razonamiento de la multiplicación que surge en la práctica, muestra que en la enseñanza de las matemáticas se necesita prestar más atención a la comprensión de las situaciones que tienen que encarar los estudiantes.

Retomando uno de los párrafos antes escritos, es importante recordar la importancia de las ideas previas ya que como Duhalde, et al. (1997) afirman; éstas son el conjunto de significados o perspectivas con las que los niños y los adultos disponemos para interpretar la información escolar o los contenidos académicos; es decir, que cada persona construye para explicarse lo que lo rodea. También los autores hacen mención de los conocimientos previos como medio de aprendizaje para los niños a través del cuestionamiento de los mismos, de interactuar con diferentes personas además de identificar y analizar sus errores e incrementar la comprensión a través de la práctica.

El niño comúnmente comienza entendiendo la multiplicación como una operación unitaria para poco a poco llegar a una concepción binaria y de acuerdo con esto se afirma que la multiplicación es una operación binaria desde el punto de vista matemático, pero comienza siendo unitaria en su aprendizaje (Maza, 1991).

En cuanto a la relación del valor de la posición y la multiplicación se encuentra que Kamii citado por Broitman (1999) se propuso estudiar el cómo los sujetos desarrollaban las capacidades para agrupar objetos y representar estos con imágenes y cifras; a su vez estudió la interacción entre los significados construidos de forma individual y los trasmitidos de forma social encontrando como resultados relacionados con el valor de la posición cinco niveles; los sujetos de siete años estaban en los niveles tres y cuatro, por lo que la autora en 1985 sostiene que “El niño no puede crear la estructura jerárquica de la inclusión numérica antes de los 7 u 8 años de edad, cuando su pensamiento se hace reversible” (p. 67).

A continuación se presentan los cinco niveles relacionados con el valor de la posición:

Nivel 1: los símbolos de los números son marcas unidas a los objetos. Por ejemplo el 5 puede representar el canal 5.

Nivel 2: aquí los sujetos tratan de hacer correspondencia entre los símbolos y alguna otra cosa que pueda ser cuantitativa. Ejemplo: El sujeto hace correspondencia entre los colores de los símbolos y dibujar objetos.

Nivel 3: para los sujetos la noción de que los números de una y dos cifras se refieren a cantidades específicas no están completamente diferenciadas.
Ejemplo 1: Los números de dos cifras no pueden ser diseccionados. El número desaparece cuando se descompone.

Ejemplo 2: El 4 del 14 significa la cuarta rueda o todo el 14 significa la decimocuarta rueda.
Ejemplo 3: El 4 de 14 significa 4 ruedas y el 1 del 14 un coche.

Nivel 4: El sujeto no tiene la necesidad de una relación entre las partes numéricas y el todo numérico que es representado, aunque los números enteros de dos cifras significan sistemáticamente la totalidad de objetos representados.
Ejemplo: el 4 de 14 significa cuatro objetos y el 1 de 14 significa un objeto.

Nivel 5: Los mecanismos conducen al valor posicional el cual consiste en tres ideas:
1.- Regla de notación: el 1 de 14 significa 10 porque 1 esta en las decenas.

2.- Relaciones numéricas parte – todo: el 1 de 14 quiere decir 10 porque 10 y 4 suman 14

3.- Multiplicación: El 1 de 14 significa 10 porque 1 x 10 = 10

Como resultado de este estudio se señala que la enseñanza temprana del valor de la posición puede ser perjudicial para la comprensión, es mejor enseñarla cuando los sujetos han construido la serie de los números y pueda dividir totalidades de diversas formas.

Se hace alusión a Vergnaud (1991) cuando menciona que:

El estudio de las relaciones multiplicativas muestra pues que existen varios tipos de multiplicaciones, o más bien varios tipos de problemas, en los cuales, la solución necesita de una multiplicación, la distinción de estas diferentes clases y de sus análisis se deben abordar cuidadosamente, con el fin de ayudar al niño a reconocer la estructura de los problemas, y a encontrar el procedimiento que conducirá a su solución.

1.6. LA TABLA DE MULTIPLICAR

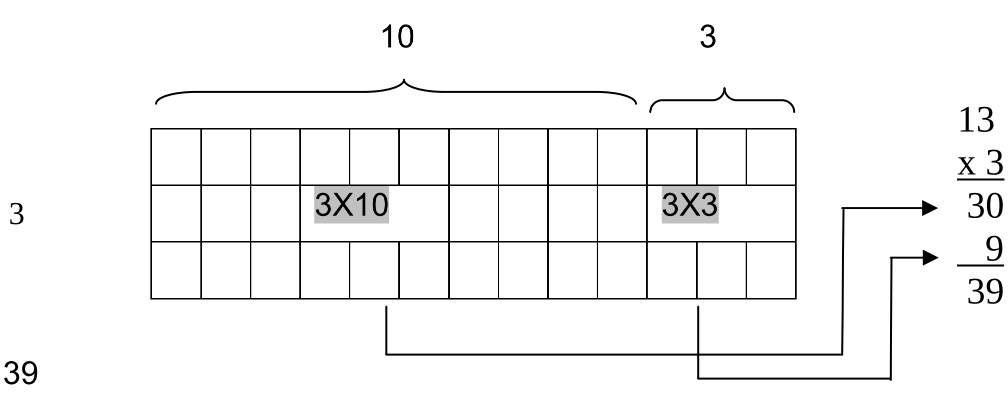
El aprendizaje de la multiplicación debe llevar a la construcción de la tabla de multiplicar y para ello se va trabajando sistemáticamente con todos los productos que tienen el mismo multiplicador. Es necesario dedicar un curso completo para la construcción de la tabla de multiplicar, así como su empleo en la resolución de todo tipo de problemas (Castro, et al.,1996)

Estos mismos autores mencionan que “Carece de todo sentido el exigir una memorización mecánica total de la tabla, el énfasis hay que ponerlo… en la comprensión” (p.148) hoy en día se insiste en la necesidad de que el sujeto comprenda lo que está haciendo; cuando la comprensión se refiere a memorizar se recomiendan actividades de construcción.

Broitman (1999), citando a Kamii y Parra, menciona que es importante realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos, precedidas o acompañadas por un fuerte trabajo de reflexión y análisis de las relaciones numéricas, por lo que es importante distinguir entre las actividades dirigidas a la memorización basadas en un trabajo de reflexión y análisis de las relaciones de conjuntos numéricos y las “tablas” en las que cada producto debe ser memorizado aisladamente o en una sucesión oral .

En cuanto al signo de multiplicar; Azcárate, et al. (2001) mencionan que Oughtred fue el primero en emplear el signo “x” en vez de la palabra “veces”. Por otro lado, recuerdan a Stifels como el primero que omitió el signo de la multiplicación cuando los factores son literales, y en cuanto al que utilizó el punto para indicar multiplicación hacen alusión a Leibniz y señalan a Descartes como el que utilizó la yuxtaposición de los factores.

Al inicio de la enseñanza de la tabla de multiplicar no se debería usar el símbolo “x” sino el termino “veces” que progresivamente se irá sustituyendo por el símbolo “x”; otros proponen por el contrario la presentación del signo como producto de una convención social de uso difundido y accesible hoy al mundo de los niños (Castro,et al,1996; Broitman,1999), esta última propone la estrategia “del llenado” para la multiplicación la cual lleva a los sujetos a tomar conciencia y difusión de las propiedades de la multiplicación ya que a partir del reconocimiento e intercambio de propiedades se intenta favorecer el pasaje del uso a la enunciación de ciertas reglas, de tal manera que éstas puedan ser recordadas y reutilizadas en nuevas situaciones. A continuación se muestra un ejemplo de cómo se pueden enseñar las tablas de multiplicar con los arreglos rectangulares.



13X 3 = 39

CAPÍTULO 2

2.1 PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS, ESTRATEGIAS Y ARREGLOS RECTANGULARES

La matemática es una actividad de modelización y sus problemas aritméticos contribuyen a proporcionar a los estudiantes un conjunto de herramientas analíticas con las que comprenden mejor el mundo en que viven Schwartz (en Castro, et al. 1995).

En cuanto al tipo de problemas que se les pueden plantear a los niños Broitman 1999 señala que desde primer año es posible agregar problemas de suma y resta, incluso algunos del campo multiplicativo, aún cuando los sujetos no hayan aprendido “la cuenta de multiplicar”; esto con la finalidad de que empiecen a tener contacto con problemas “diferentes” desde su punto de vista y de que movilicen nuevos recursos para resolverlos. Por otro lado la autora antes citada hace alusión de Panizza, ya que éste indica que es evidente que en el primer ciclo los sujetos no reconozcan las propiedades de la proporcionalidad, pero sí que empiecen a utilizarlas intuitivamente para resolver problemas; y adiciona que un tipo de problemas multiplicativos que los niños pueden empezar a resolver son aquellos en los que hay que combinar elementos diferentes.

Un problema aritmético con argumento de acuerdo con la terminología empleda por Kamii (1985) se caracteriza porque la información viene dada mediante palabras. Atendiendo al número de relaciones entre los datos que aparecen explícita o implícitamente en la información, el problema es simple o compuesto. La información suministrada en un problema simple contiene sólo una relación entre dos datos numéricos con los que hay que operar para obtener el resultado. Cuando intervienen más de dos relaciones el problema se llama compuesto. Para resolver un problema aritmético simple se necesita una sola operación aritmética (adición, sustracción, multiplicación o división) mientras que para resolver un problema compuesto es necesario emplear al menos dos operaciones distintas o una misma operación varias veces. A los problemas simples que se resuelven empleando una multiplicación o una división se les denomina problemas de estructura multiplicativa. Los problemas simples de estructura multiplicativa pueden contextualizarse en situaciones de proporcionalidad simple, comparación y producto cartesiano, lo que da lugar a tipos de problemas que tienen distinto nivel de dificultad para los niños y pueden expresarse con “cada” o “por” lo que da lugar a distintas formulaciones (Azcárate, 2001).

El análisis de los problemas que conllevan las operaciones de multiplicación, muestra que dentro los problemas “simples” de este tipo se sitúan casi siempre en el marco de la categoría isomorfismo de medida y la categoría producto de medida. Donde la primera engloban los problemas en los que subyace una proporcionalidad simple y directa entre las dos magnitudes implicadas; además dentro de ésta identifica dos subclases de problemas, la de los clásicos problemas tipo referidos a repartos iguales donde el autor para representar de forma cómoda dicha estructura utiliza las tablas de correspondencia; y la de multiplicación que responde al siguiente esquema,

M1------ M2
1------ a
…
b----- x

Y la segunda la categoría producto de medida; donde se distinguen dos subtipos de producto, el de la multiplicación donde se debe encontrar la medida producto y el de la división (Vergnaud en Castro, et al. 1995.)

Tomando en cuenta que es importante proponer la resolución de problemas de multiplicación que a pesar de constituir situaciones novedosas para los sujetos, pueden ser resueltos con los recursos con los que cuentan hasta ese momento. Ya en segundo año, el trabajo en clase permitirá que los sujetos puedan hacer evolucionar sus procedimientos de conteo a procedimientos de cálculo por medio de la suma. También podrán avanzar en la diferenciación de aquellos problemas de suma que no pueden ser resueltos por una multiplicación.

Existen dos categorías de relaciones multiplicativas: la ternaria y la cuaternaria. La primera se utiliza para la introducción de la multiplicación en la escuela primaria y forma la trama de la gran mayoría de los problemas de tipo multiplicativo, la segunda como lo indica su nombre es una relación entre cuatro cantidades; donde dos de las cantidades son medidas de un cierto tipo, y el resto son medidas de otro tipo Vergnaud (1991).

Por lo antes mencionado, el autor señala que no está bien representada la multiplicación en la escritura habitual de la multiplicación a x b = c debido a que ésta no permite más que tres términos.

A continuación se presenta un ejemplo donde se hace alusión a la relación cuaternaria.

Tengo 3 paquetes de yogur, hay 4 yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?
Enseguida se muestra un esquema que como menciona el autor no presenta ningún tipo de conflicto para los niños, donde x es la cantidad buscada, 3 es una dimensión escalar o sin dimensión que hace pasar de una línea a otra en la misma categoría de medidas y 4 es representa una función y expresa el pasaje de una categoría de medidas a la otra.

Paquetes yogures

$1 \longrightarrow 4$

$3 \longrightarrow X$

Este autor también indica que esta relación puede formularse de dos maneras

- x yogures son a 4 yogures lo que 3 paquetes son a 1 paquete.

a) $\frac{\text{x yogures}}{\text{4 yogures}} = \frac{\text{3 paquetes}}{\text{1 paquete}}$ b) Al despejar x:

$\text{x yogures} = \frac{\text{3 paquetes x 4 yogures}}{\text{1 paquete}}$

c) Al simplificar : $\text{x yogures} = \frac{\text{3 }\cancel{\text{paquetes}}\text{ x 4 yogures}}{\text{1 }\cancel{\text{paquete}}} = \frac{\text{3 x 4 yogures}}{1}$

d) x = 12 yogures (suprimiendo el denominador 1).

- x yogures son a 3 paquetes lo que 4 paquetes son a 1 paquete.

a) $\frac{x \text{ yogures}}{3 \text{ paquetes}} = \frac{4 \text{ yogures}}{1 \text{ paquete}}$ b) Al despejar x: $x \text{ yogures} = \frac{3 \text{ paquetes} \times 4 \text{ yogures}}{1 \text{ paquete}}$

c) Al simplificar: $x \text{ yogures} = \frac{3 \cancel{\text{ paquetes}} \times 4 \text{ yogures}}{1 \cancel{\text{ paquete}}} = 3 \times 4 \text{ yogures} = 12 \text{ yogures}$

Este análisis, es conocido como análisis dimensional y es casi imposible practicarlo con los sujetos de enseñanza elemental, debido a que la noción de proporción está en el límite de la capacidad de los mejores alumnos al final de la escuela primaria. Por lo contrario, el anterior análisis permite explicar las relaciones que intervienen en una multiplicación y mostrar que la multiplicación hace intervenir un cálculo relacional referido a cuatro cantidades y varios tipos de operaciones.

Existen también un análisis vertical, el cual se centra en la noción de operador-escala; esto es, se hace pasar de una línea a otra en una misma categoría de medidas, el factor escalar es aquel que tiene que ver con el número de duplicaciones que relaciona a dos tamaños de conjuntos del mismo tipo (Vergnaud 1991, Nunes y Bryant 1997).

Por ejemplo: madejas gramos

$$\begin{array}{ccc} 1 & \longrightarrow & v \\ 3 & \longrightarrow & 200 \\ 8 & \longrightarrow & x \end{array}$$

Donde de la misma manera que se pasa de 3 madejas a 1 madeja (dividiendo entre 3), se pasa del peso de 3 madejas (200) al peso de una madeja (v). Enseguida se pasa de una medida a 8 madejas (multiplicando por 8).

Los operadores multiplicativos, pueden componerse entre ellos, y es sabido por el adulto, no por los niños, como la composición de transformaciones aditivas, una ley de grupo conmutativo. En el ejemplo anterior la conmutatividad permite invertir el orden de aplicación de los operadores elementales y efectuar las multiplicaciones antes que la división.

Por otro lado Vergnaud (1991), menciona que la noción de razón, la de razón-operador y la de proporción son difíciles, por lo que los sujetos de 9 y 10 años no las comprenden, sin embargo, el docente debe introducir de manera prudente, deteniéndose en cada etapa y apoyándose al máximo en las nociones más evidentes para el niño, situaciones y explicaciones que impliquen estas nociones.

Otro análisis al que hace alusión el autor es el horizontal (función) centrado en la noción *f* operador-función que hace pasar de una categoría a la otra. Éste se sitúa a un nivel conceptual muy elaborado y es la razón de las dificultades encontradas para hacer comprender al niño la noción de función pues ésta implica la noción de relación numérica y la de cociente de dimensiones.

Matemáticamente cuando se habla de una relación funcional también debe conocerse el tipo de función para comprender las relaciones proporcionales entre variables, utilizando el hecho de que los sujetos se percaten de la existencia de un tercer valor. Con el fin de entender las relaciones funcionales, los niños necesitan considerar cómo se relacionan en realidad las variables, por lo tanto, la aplicación de las matemáticas es una manera de hacer modelos de las relaciones entre variables la elección de un modelo proporcional en el que las relaciones no sean proporcionales es tan equivocado como sumar cuando la situación exige una multiplicación (Nunes, et al. 1997)

A continuación se muestra con un esquema lo antes dicho.

Madejas		Gramos	
1	$\xrightarrow{f}$	v	En este ejemplo se encuentran dos variables que son las madejas y los gramos, donde el operador es 200 gramos
3	$\xrightarrow{f}$	200	y las funciones son 1,3 y 8 madejas. Se sabe que 3
8	$\xrightarrow{f}$	x	madejas corresponden a 200 gramos y hay que encontrar

cuantos gramos corresponden a 1 y a 8 madejas, considerándose función a la operación necesaria para obtener los operadores faltantes

No se puede dejar a un lado la parte donde Nunes, et al. 1997 denuncian que para estudiar el surgimiento del concepto de relación funcional se necesita considerar aquellos contextos donde los niños solucionan matemáticamente situaciones de la vida diaria. En cambio Saxe, citado por estos autores, establece que la comprensión de las funciones no puede considerarse simplemente como una cuestión matemática.

Por otro lado el producto de medida mencionado por Vergnaud (1991), es una relación ternaria; esto es, entre tres cantidades, de las cuales, una es el producto de las otras dos, tanto en el plan numérico como en el plano dimensional. El esquema más natural para representar esta forma de la relación es el del cuadro cartesiano que explica la estructura del producto de medidas.

En seguida se muestra un ejemplo de ésta noción.

3 muchachos y 4 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?

		F (muchachas)			
		f	g	h	i
	a	(a,f)	(a,g)	(a,h)	(a,i)
G	b	(b,f)	(b,g)	(b,h)	(b,i)
(muchachos)	c	(c,f)	(c,g)	(c,h)	(c,i)

Donde G = { a, b, c} corresponde al conjunto de los muchachos, y F= {f,g,h,i} al conjunto de las muchachas.

El conjunto C de las parejas posibles es el producto cartesiano del conjunto de los muchachos por el conjunto de las muchachas; por lo tanto, C = G x F, esto es igual a x parejas = 3 muchachos x 4 muchachas.

Para los números para las dimensiones

X = 3 x 4 parejas = muchachos x muchachas

Cabe mencionar que tanto la relación horizontal (función) como la relación de medida se encuentran relacionadas entre sí ya que el análisis dimensional permite establecer tal relación al utilizar un operador – función para la solución de los problemas de la primera forma (isomorfismo de medidas) permite encontrar la segunda forma (producto de medidas).

En cuanto a los tipos de dimensión Vergnaud (1991) nombra las dimensiones simples que pueden ser medidas directamente; las dimensiones – producto y las dimensiones – cociente son medidas con frecuencia de manera indirecta, por mediación de las dimensiones simples que las componen por ejemplo: recubrimiento de una superficie por una cuadrícula, este sería el antecedente de lo que actualmente se conoce como arreglos rectangulares (Block, et. al. 1994).

2.2 ENMARCAMIENTO CURRICULAR. ENFOQUE SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

El enfoque con el que cuentan los nuevos libros de texto gratuitos SEP indica que: el niño es constructor de sus conocimientos, que aprende a partir de una situación problemática y que el papel que juega el maestro en el diseño de situaciones de aprendizaje es fundamental. (Aldaz, 1994.)

Con lo relacionado al conocimiento matemático, Fuenlabrada (1994) indica que el origen de éste, se sustenta en la mayoría de casos, en procesos de abstracción que se dan a partir de soluciones particulares a problemas específicos, que en la historia, la humanidad ha enfrentado. Para la autora, lo primero que hay que entender como objetivo central de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, es el que los niños vayan reconociendo a través del proceso de aprendizaje que la matemática es un objeto de conocimiento sujeto a cuestionamiento, análisis y experimentación, en donde las cosas no están dadas de una vez y para siempre.

Por lo tratado en los párrafos anteriores, se puede confirmar que la estructura didáctica del libro gratuito de matemáticas de segundo año de primaria de la SEP, corresponde a una concepción constructivista del proceso de aprendizaje, ya que los temas se desarrollan a través de lecciones que invitan a la actividad manual e intelectual, por medio de actividades diseñadas para promover la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, donde se promueve la comparación y la reflexión; haciendo presentes de manera constante los diversos intentos para resolver situaciones problemáticas a lo largo del texto, en las que los niños deberán poner en juego los conocimientos que tienen, buscando la solución a través de experiencias concretas de su vida cotidiana y/o conocimientos previos que permiten valorar los contenidos matemáticos, tomando en cuenta, además, que el aprendizaje con significado y permanencia surge cuando el niño tiene la necesidad de construir una solución y de responderse una pregunta que le resulte interesante. Para esto, se debe tener presente que la construcción de los símbolos matemáticos se realiza de manera gradual, desde las formas no convencionales hasta llegar a la convencionalidad, que en la construcción de conocimientos juega un papel fundamental la interacción con los compañeros y que los niños construyen conocimientos matemáticos no exclusivamente en la escuela. Los juegos y las compras son entre otras, fuentes de conocimiento matemático. Donde se toma en cuenta a los problemas, como situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución mediante la construcción de nuevos conocimientos y procedimientos (Aldaz, Bollás y Avila, 1994).

Bollás (1994), distingue dos tipos de problemas: los problemas para descubrir; donde el niño construye una solución a través de una situación que le resulta motivante y los problemas para aplicar un conocimiento con el que ya se cuenta.

En cuanto a las estrategias, Fuenlabrada (1994) señala que con las iniciales de solución, los niños ponen en juego su intento por resolver un problema y dan cuenta de conocimientos y experiencias con que disponen en el momento de enfrentar al problema planteado. Estas estrategias difieren de las empleadas por quienes ya han adquirido el concepto matemático involucrado en la problemática; poco a poco, con la ayuda del maestro irán recurriendo a estrategias convencionales de solución hasta llegar a reconocerlas como más funcionales y eficaces que las propuestas inicialmente por ellos.

Actualmente se subraya la importancia de que los conocimientos que los alumnos aprenden el la escuela tengan sentido para ellos; para Charnay en Broitman (1999) la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles nivel externo (campo de utilización de ese conocimiento, cuáles son los problemas que dicho conocimiento permite resolver) y el nivel interno (cómo y por qué funciona esa herramienta matemática ¿Cuáles son sus propiedades y sus reglas?). Resulta que ya no hay que enseñar estrategias sobre el saber matemático. ¿Por qué? Ahora se sabe que los niños no aprenden recibiendo informaciones, sino interactuando con el objeto de conocimiento. El sujeto tiene que interactuar sobre el objeto y una vez que interactúa pasa en este proceso de aprendizaje a la representación de las acciones que están llevando a cabo para resolver las problemáticas planteadas. (Fuenlabrada, 1994)

Con lo antes mencionado y retomando a Bollás y Ávila (1994), se llega a la conclusión de que la actividad mediante la cual se aprende matemática, es fundamentalmente intelectual; consiste en la construcción de hipótesis y estrategias de solución, así como en la verificación de resultados. En cuanto al material manipulable, se hace notar que cumple un doble papel. En ocasiones es el instrumento de apoyo que permite construir y llegar a una solución; por ejemplo, representar cantidades y hacer agrupaciones con billetes y monedas en una actividad que precede a la comprensión y formalización del algoritmo de la suma. En otras, es el instrumento que permite verificar las hipótesis y soluciones anticipadas de los niños.

Considerando a la matemática como un cuerpo conceptual e instrumento (lenguaje y contenido); como método (creatividad e imaginación) y como una producción humana (no es un conocimiento acabado, sino es una producción del hombre y como tal ha seguido un proceso); se debe humanizar su enseñanza, interesando de sobremanera el desarrollo paulatino de habilidades intelectuales a lo largo de la educación primaria; como consecuencia de esto, se apuesta por la matemática, como un actividad de modelización y se piensa que los problemas aritméticos contribuyen a proporcionar a los estudiantes un conjunto de herramientas analíticas con las que comprenden mejor el mundo en que viven. En esta concepción de la matemática como una actividad de modelización, juega un papel fundamental la interpretación física del entorno modelizado y como consecuencia las habilidades físicas de ese entorno a las que el autor llama magnitudes. (Aldaz, 1994 y Schwartz en: Castro, et al. 1996).

En cuanto las habilidades intelectuales, López y Pérez (1994) mencionan las siguientes: la habilidad de resolver problemas, clasificar, reversibilidad de pensamiento, generalización, flexibilidad de pensamiento, estimación, razonamiento lógico e imaginación espacial; dándole mayor énfasis en las ultimas cuatro habilidades.

- Flexibilidad de pensamiento: se piensa en tres cosas, problemas que tengan más de una solución, formas diferentes de abordar un problema, en otras palabras estrategias diferentes para llegar a la solución y por ultimo el reconocimiento de los entes matemáticos.
- Estimación: es importante que los niños especulen, analicen, que se atrevan a dar información y no solo la estimación por la estimación misma, sin no la comprobación del resultado de acuerdo con la estimación que se haya hecho, ya sea desde el punto de vista geométrico, aritmético o probabilística. La estimación es un instrumento intelectual para controlar los resultados de cálculos y mediciones, por lo que se recomienda promover dicha habilidad durante el año escolar. Se sugiere plantear con frecuencia preguntas del siguiente tipo: ¿Cómo cuánto crees que medirá…? ¿como a cuánto crees que va a salir el resultado?.

- Razonamiento lógico: se caracteriza como la posibilidad o el potencial que tiene el alumno para que a partir de cierta información pueda llegar a resultados a través de procesos de inferencia, que obviamente son complicados.

- Imaginación Espacial: Se caracteriza en tres momentos: 1. el reconocimiento de todas las propiedades numéricas, en los objetos físicos y la posibilidad de llevarlos a una representación bidimensional o una representación en el plano. 2. Tener planos y escalas de algún modelo y quererlo armar, pero es reconocer que ahí hay propiedades geométricas. 3. Trasformación en el plano mismo. Es cuando se tienen figuras pequeñas y se tiene la posibilidad de verlas como figuras más grandes o a figuras grandes verlas como figuras pequeñas.

Los mismos, mencionan que algunos educadores señalan, que los niños deberán desarrollar habilidades para afrontar el tercer milenio; como la habilidad de construcción e interpretación de cuadros y gráficos, habilidades de computación y habilidades de desarrollo de la percepción geométrica.

En cuanto a las estrategias de cálculo empleadas por los niños cuando resuelven problemas de multiplicar Azcárate, Añizares, et al. (2001) indican que éstas varían en función de su edad, su desarrollo escolar y su habilidad. Entre las estrategias iniciales que utilizan, se encuentran las siguientes; modelar directamente una situación mediante materiales concretos, contar en grupos (a menudo utilizando los dedos para representar los grupos y a veces empleando los dedos como un lote de los ya contados), recitar patrones numéricos “3, 6 ,9, 12, 15……..”, aplicar directamente hechos numéricos conocidos y aplicar hechos derivados.“Los niños, independientemente de tener o no maduración, en algunos aspectos pueden empezar a hacer (perfectamente bien) trabajos muy concretos en donde el número es necesario. Para ello se pueden emplear recursos tan sencillos como la correspondencia uno a uno” (Fuenlabrada 1994).

Asimismo; la interacción y la confrontación de puntos de vista diferentes ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos. Tal proceso es reforzado por la interacción con los compañeros y con el maestro. Cabe recordar que el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, que despierten el interés del niño, que le sean atractivas y que le permitan, paulatinamente, hacer abstracciones sucesivas para prescindir de los objetos físicos, esto aunado a la interacción con los otros. Aquí, es imprescindible mencionar que la función de la escuela es propiciar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas, que, a partir de estas soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas (Bollás y Avila 1994).

A manera de resumen, la investigación en didáctica de las Matemáticas, desarrollada en los últimos 30 años, ha demostrado que los niños aprenden:

- Interactuando con el objeto de conocimiento al intentar resolver diversas problemáticas que implican al concepto matemático que se está diseñando.
- Intercambiando sistemáticamente con sus compañeros y su maestro los hallazgos, dificultades, estrategias de solución, resultados y observaciones que van encontrando.
- Elaborando cada vez mejores argumentaciones que defiendan los puntos de vista expuestos sobre los resultados o estrategias de solución hallados, a fin de tomar acuerdos sobre algunos y desechar otros.

En los libros del maestro no sólo se plantean los momentos del proceso del aprendizaje que resultan adecuados para que los niños trabajen las lecciones, sino que además, se sugieren otras problemáticas que el maestro puede plantear a sus alumnos para aprovechar mejor cada lección. (Fuenlabrada, 1994).

A través de la descripción de actividades se expresa el enfoque metodológico que se propone en los planes y programas recientes que difiere mucho del enfoque metodológico tradicional con el que se han venido enseñando las matemáticas y que como se sabe no ha propiciado un aprendizaje del todo adecuado sobre esta área de conocimiento. Por ejemplo; en la tendencia de dar todos los pasos que guía la acción del niño, es lo que se ha llamado ahora el algoritmo pero con material; antes, eran algoritmos nada más a nivel simbólico. Hacer algoritmos con material ayudó a los niños a comprender mejor, pero finalmente se eliminaba el problema, no había problema para los niños, había un planteamiento de un problema y en seguida, el decirles cómo resolverlo. Actualmente se trata de que al niño se le plantee un problema, para que él aporte estrategias de solución y en caso de que no se obtenga el resultado deseado, brindarle otras estrategias para que elija la que mejor le resulte a la hora de resolver el problema. "En el primer trabajo les decía que la propuesta era plantear al maestro una situación de aprendizaje a través de una situación didáctica a través de, una situación problemática" (Block; 1994).

En lo referente con el papel de los problemas en la enseñanza tradicional de las Matemáticas, Fuenlabrada (1994) menciona que: la enseñanza de los signos matemáticos y de las reglas para combinarlos ha ocupado un lugar privilegiado sobre el desarrollo de la capacidad para resolver problemas; paradójicamente, la escuela tradicional concibe la resolución de problemas como el objetivo fundamental del aprendizaje matemático.

El enfoque metodológico que propone el nuevo plan y programas para la educación básica ubica, como antes se menciona, a los problemas como núcleo del aprendizaje, alrededor de los cuales se organiza la enseñanza. Este enfoque, mencionado por la autora antes citada, proviene de resultados de investigación sobre matemática educativa, proponiendo una reubicación de los problemas en la organización de la enseñanza; éstos deben ser planteados a los alumnos desde un principio, antes de que aprendan los procedimientos convencionales de solución. Uno de los propósitos mas importantes que se contemplan actualmente en el área de Matemáticas es el que se refiere a la capacidad para utilizar los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas. Este planteamiento no agregaría nada novedoso a los lineamientos metodológicos establecidos en reformas anteriores, si no se tomara en cuenta que la mejor manera de aprender matemáticas es precisamente resolviendo problemas.

Para la realización de problemas sobre todo de primer y segundo grado, se recurrió al recurso gráfico, diseñando problemas a partir de dibujos densos, dibujos muy bonitos, atractivos para los niños, pero sobre todo, con mucha información para poder generar problemas. Con lo anterior, los autores intentaron mostrar la manera de cómo encararon el problema al crear situaciones problemáticas a nivel gráfico tratando de presentar al niño la mayor diversidad posible de situaciones, diversidad tanto en tipo de problema como en recurso gráfico. Los libros de texto se “reubican” nuevamente como un recurso didáctico que complementa al proceso de aprendizaje de los niños, por lo que los textos que aparecen son muy cortos. Otro de los recursos del que la autora hace mención, es el de los juegos; donde el propósito de presentar los contenidos matemáticos en tales contextos, es despertar el interés de los niños y mostrarles la funcionalidad del conocimiento matemático, al mismo tiempo que adquieren otras informaciones.

Se presenta además la idea de que los niños enfrenten los problemas sin ayuda previa del maestro, recomendando aquí que trabajen en equipos, ya que este recurso es de extraordinaria utilidad, pues permite a los niños la confrontación de sus ideas, formular oralmente los procedimientos que usan y descubrir errores, permitiendo, lo anterior, la socialización del conocimiento, procurando que sea la propia situación, en vez del maestro, la que indique a los alumnos si su resultado es correcto o incorrecto. En los casos en los que esto no sea posible, se sugiere comentar las respuestas con otros compañeros y probablemente en estos casos sea necesaria la participación del maestro. Por otro lado, trabajar en equipo implica que cada niño realmente se sienta responsable del trabajo de todos, que compartan el trabajo, que platiquen, que en la clase de matemáticas –al resolver los problemas- platiquen. Se trata de que compartan las ideas, de que juntos actúen sobre los problemas; es decir, que los resuelvan. (Block, 1994)

Haciendo referencia al párrafo anterior, es necesario y se debería de tomar como práctica diaria; el acostumbrar a los alumnos a que todo el trabajo gira en torno de lo que ellos mismos encuentran al actuar sobre la situación que tratan de resolver, hacer a un lado la creencia de que necesitan que el maestro les de los procedimientos para que simplemente los reproduzcan y les ponga el sello de aprobación, perder el temor de que encuentren algún procedimiento que en el momento el maestro no pueda entender y darles la posibilidad de reflexionar sobre varias cuestiones que anteriormente se pasaban por alto, pero que son fundamentales para que le encuentren significado a lo que van aprendiendo, llevándolos más allá con respecto a la información o a la relación de los datos que están analizando. En cuanto al material manipulable, se toma en cuenta que sirve de apoyo para verificar estimaciones; esto es, una vez que hayan realizado una serie de estimaciones que el material sirva para que después las comprueben. Lo cual parte de la idea de considerar que las matemáticas pueden ser agradables y, en ese sentido, todas las lecciones, inclusive el título de las lecciones, llevan esa intención. Por este motivo, se presentan lecciones que están más cerca del niño y que podría despertar su interés. “La actitud diferente hacia el aprendizaje de la matemática radica en el uso de procedimientos intuitivos, del sentido común, del ensayo y el error, en fin, de recursos muy similares a los que utilizan los niños” (Bollás y Balbuena, 1994).

Habitualmente, los “problemas de multiplicación” remiten a un mismo tipo de problemas: los de proporcionalidad. (Broitman, 1999). Por ejemplo:

Tengo 5 bolsas de caramelos hay 5 caramelos en cada bolsa ¿Cuántos caramelos hay en total?

Evidentemente, para la autora no es objetivo del primer ciclo que los alumnos reconozcan las propiedades de proporcionalidad pero sí que empiecen a utilizarlas intuitivamente para resolver problemas como estos.

Sobre los problemas verbales que incluyen multiplicación y división la misma indica que son difíciles de resolver por los niños, algunas de estas dificultades se deben a la comprensión limitada que tienen de estas operaciones aritméticas y su poca experiencia con los distintos tipos de operaciones que exigen utilizar estas operaciones.

Para evaluar el avance de cada alumno se plantea que se deberán comparar los resultados obtenidos en la última evaluación con los obtenidos en la evaluación anterior. Tal comparación permitirá observar el avance tanto en los conocimientos, como en las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución de problemas. (Bollás y Ávila, 1994)

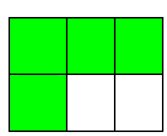
Para los autores, los errores que cometen los niños en matemáticas, generalmente son muestra del grado de comprensión que han alcanzado sobre un concepto. Pocas veces los errores son por descuido o por distracción, su discusión es una práctica que permitirá al grupo avanzar en el aprendizaje. El papel fundamental de la evaluación es lograr una mejor comunicación entre el maestro y los alumnos, aunado a que ésta es uno de los aspectos de mayor complejidad, pues consiste en la apreciación permanente de su aprendizaje. En el caso de las Matemáticas, el maestro debe tener presente que los conceptos se construyen paulatinamente por lo que su adquisición deberá ser valorada a lo largo de todo el año escolar, a partir de las diferentes actividades de aprendizaje que se realicen.

Retomando los temas, análisis, contenidos y sin olvidar que el concepto principal a tratar en este trabajo de tesis es el de la multiplicación, se cita a Kamii (1985) quien manifiesta que el aprendizaje de la multiplicación debe llevar a la construcción de la tabla de multiplicar, para ello se va trabajando sistemáticamente con todos los productos que tienen el mismo multiplicador. Una de las estrategias para la enseñanza de este tema es la "memorización" de las tablas, lo cual ha sido un "lugar" de enfrentamiento o de oposiciones tajantes: "hay que aprender las tablas porque es importante para que los niños puedan resolver las cuentas" y "no hay que enseñar las tablas de memoria porque es un aprendizaje mecánico sin sentido". Es importante realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos, precedidas o acompañadas por un fuerte trabajo de reflexión y análisis de las relaciones numéricas. De este modo, el trabajo de memorización de productos se puede dar a partir de una situación de análisis de ese conjunto de datos organizados, para que se vaya generando la posibilidad de obtener conclusiones y memorizar ciertos productos a partir de un trabajo reflexivo; así, una vez que los niños conocen el algoritmo de la multiplicación no "desaparece de la escena". No sin dejar de lado el continuar proponiendo ejercicios de estimación y verificación de cálculos; y procurar que las situaciones de aprendizaje se relacionen con el entorno de los alumnos partiendo de las experiencias que ya poseen, ya que no se debe olvidar que el sujeto aprende al interactuar con su medio. Para continuar tratando el tema de la multiplicación se presenta en el siguiente capítulo, de manera más extensa lo referente a la enseñanza de la multiplicación, no sin dejar de lado el contenido del presente capítulo.

2.3 ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION

Se pueden recurrir a diversos métodos para la enseñanza de la multiplicación, por ejemplo; los arreglos rectangulares que son una colección de elementos colocados en renglones o columnas del mismo tamaño. La cantidad de elementos que están dentro de un arreglo rectangular se pueden calcular fácilmente multiplicando el número de elementos que hay a lo ancho por el número de elementos que hay a lo largo, el cálculo del número total de elementos ("cuadritos") se puede realizar contando cada uno de los elementos, sin embargo, el uso de la multiplicación, como procedimiento más eficaz, permite un cálculo más rápido; es decir, los arreglos rectangulares constituyen una representación de la multiplicación muy práctica para conocer algunas propiedades de esta operación y para construir procedimientos eficientes de cálculo (Block, et al. 1994).

Por ejemplo 2 x 3



Para aplicar este método, de acuerdo con Block, et al. (1994) se pueden recurrir a diversas actividades.

Actividad 1

Se organiza al grupo en equipos y se les entrega hojas con arreglos rectangulares por ejemplo 7 x 4 puntos y 9 x 8 puntos. Se les dice a los niños que se les va a dar hojas con puntitos cada equipo debe averiguar lo mas rápido que se pueda cuantos puntitos hay en la hoja. Gana el que lo haga mas rápido; cuando un equipo diga YA!!! los demás deben detenerse y si esta mal la respuesta los demás podrán seguir. Cuando terminan un arreglo se les da otro y para cuando terminan el ultimo arreglo tal vez varios ya hayan recurrir a la multiplicación, si esto no sucede se les ayuda a ver como lo habrían podido hacer.

Actividad 2

Se pide que en el cuaderno de cuadricula hagan un rectángulo de 8 cuadros de base y 7 cuadritos de altura, después se pide que averigüen lo mas rápido posible la cantidad de cuadritos que hay en el rectángulo.

En seguida se dicen los resultados obtenidos y en el pizarrón se escriben los diferentes y explican por que obtuvieron ese resultado. Entre todos comentan los errores; después se pega en el pisaron el rectángulo y encima de este se pega un pliego de papel dejando visibles solo la primera columna vertical y horizontal se pide que encuentren la cantidad de cuadritos que hay en el rectángulo. Después se destapa el rectángulo y se cuenta la cantidad de cuadritos para comprobar sus resultados.

Por su parte Vergnaud (1991), sustenta que “se debe dejar al alumno que resuelva espontáneamente problemas a través de los procedimientos que conozca hasta ese momento” (p. 115). Es muy común que los alumnos al hacer esto regresen a utilizar la suma reiterada muchas veces haciendo que exista un aprendizaje poco significativo ya que no han logrado comprender los procedimientos algorítmicos de la multiplicación.

En cuanto a los problemas de comparación multiplicativa Azcárate, et al. (2001) mencionan que al redactarlos se pueden emplear los términos comparativos “veces más qué” “veces menos que” y “tantas veces como”.

Al referirse a los problemas de producto cartesiano según los autores; se conocen los valores de las cantidades que se componen y se desconoce el valor de la cantidad compuesta.

Con respecto a las dificultades de elegir la operación adecuada, los antes mencionados indican que la tasa de éxitos es mayor en los problemas de proporcionalidad simple, seguida de los problemas de comparación, siendo los problemas de producto cartesiano los que presentan una mayor dificultad para los sujetos.

La resolución y el análisis de los diferentes problemas permitirán a los sujetos, por una parte, conocer nuevos tipos de problemas y paralelamente, empezar a reflexionar sobre las relaciones entre los números y las operaciones involucradas en los mismos, por lo cual es interesante promover la invención de situaciones diferentes para una misma cuenta, frente a esto, los sujetos provocan promover la invención de situaciones diferentes para una misma cuenta y al enfrentar esto, los sujetos producen problemas pertenecientes a la categoría que ellos dominan mas.

Las estrategias didácticas tendrán que contemplar, en todo momento, las estrategias de aprendizaje propias de cada aprendiz, a modo de favorecer el desarrollo de actitudes de investigación (Duhalde, et al. 1997). Es muy importante tener en cuenta la construcción de los conocimientos, esto se logra a través de la resolución de problemas y la reflexión de los mismos.

Muchas veces los profesionales se sienten presionados por cumplir sus programas de estudios y dejan a un lado el juego dentro del aula, lo cual les ayudaría para salir de la rutina dentro del salón de clases creando un ambiente más grato y a al mismo tiempo aprender.

Se presentan dos tendencias con respecto al uso del juego en matemáticas. La primera propone el juego como estrategia que permita integrar otras formas de conocimiento; y la segunda hace que los sujetos al jugar pongan en práctica diferentes procedimientos con ayuda para alternar la evolución de tales procedimientos. Ambas tendencias son complementarias ya que lo creativo no es ajeno a lo cognitivo. (Millita y Neyret en Duhalde, et al. 1997)

Se dice que tanto el juego como la instrucción escolar crean en el niño una zona de desarrollo próximo y permiten elaborar habilidades y conocimientos. También hacen ver que con el juego el sujeto adquiere un dominio abstracto del pensamiento, el cual tiene reglas, ya que hasta cuando por ejemplo las niñas juegan a la mamá y a la hija existen conductas observadas (Vigotsky en Duhalde, et al., 1997); esto se puede complementar con lo que Nunes, et al. (1997), comentan al basarse en investigaciones donde se muestra que, cuando las situaciones forman parte de las costumbres diarias en las que los números tienen importancia y el hacer cálculos es usual; el desempeño parece ser mucho mejor.

Los sujetos comprenden las relaciones multívocas y utilizan esa comprensión para hacer inferencias antes de poder resolver problemas cuantitativos sobre las mismas situaciones. A continuación se muestran varios ejemplos, ya que se dan muchas situaciones en las que los sujetos rápidamente suponen que dos cantidades cambian a la par: a mayor edad mayor estatura, cuanto más dinero más dulces, cuanto más corres más te cansas, etc.

Se le puede dar a los sujetos un artículo que sirva para el desarrollo del aula. Por ejemplo “Los animales en peligro de extinción”. El artículo debe tener datos que se puedan calcular, esto es: existen 27 parejas de águilas imperiales. Y que nosotros podamos preguntar: ¿Cuántas águilas imperiales hay en total? Esto serviría para que los niños hagan el siguiente cálculo:

27 parejas

El doble de 20 es 40

El doble de 7 es 14

40 y 14 son 54 águilas.

Este tipo de cálculos se pueden hacer de forma mental.

Se puede también hacer el algoritmo escrito. Por ejemplo:

Presentando precios de diversos artículos. Un refresco que cuesta 27 pesos y después se hace una lista de lo que se necesita del supermercado y pidiendo tres latas de refresco.

Los sujetos podrían abordar el problema a través de la suma reiterada 27 + 27 +27= 81. También pueden conseguir el resultado distribuyendo el multiplicando 20 + 20 + 20 = 60 y 7+ 7+ 7 = 21 y sumando 60 + 21 = 81.

También puede entrar al terreno de la multiplicación como:

$$\begin{array}{rl} & 3 \times 20 = 60 \\ + & \underline{3 \times \ \ 7 = 21} \\ & 3 \times 27 = 81 \end{array}$$

Lo ideal sería hacer que el sujeto hiciera lo siguiente

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{\times 3} \\ 81 \end{array}$$

Existen también medios didácticos, como por ejemplo el usar bloques multibase. Citando el ejemplo anterior se utilizarían siete cubos pequeños y dos barras.

La multiplicación por tres consistiría en repetir este material tres veces de forma que se obtengan seis barras por un lado y veintiún cubos pequeños por otro. La agrupación de varios grupos pequeños para formar barras se hace evidente y da la clave de las cantidades a “llevar”.

Para la construcción de las tablas de multiplicar hay que partir del fundamento más significativo, o sea de la idea de la multiplicación como una suma reiterada; pero al hacerlo es posible toparse con listas grandísimas hechas por los alumnos, lo cual se vuelve otra rutina tediosa. Algunos profesores optan por seguir el mismo método pero acortándolo aplicando la regla de que, si le sumamos al resultado anterior un “x” número obtendremos el resultado; este método sigue las mismas pautas de la suma reiterada.

Sería más recomendable usar el cálculo mental; sin embargo hay que reflexionar en la aplicación de éste como único para emplear; por ejemplo “consideremos la multiplicación 3 x 9; para recordar cuánto vale, el niño debe construir primero la del 3 x 8, saber el resultado y añadirle 3, pero para recordar 3 x 8 requiere hacer lo mismo con 3 x 7, y así sucesivamente” (Maza, p. 70). Esto lleva un largo tiempo al principio y puede generar errores.

Otra estrategia para resolver por ejemplo 3 x 9 sería recordar el valor de 3 x 10 y restarle 3. La regla de la tabla del 10 es sencilla y podría conocerse con anterioridad; así se podría aplicar el método inverso de la suma reiterada. A esta estrategia el autor la llama “restar multiplicando” y puede tener más dificultad que la suma reiterada, pero se puede ayudar a los alumnos a usarla a partir de la tabla del 10 que les resulta más sencilla e incluso se puede tomar la tabla del 5 para la misma estrategia.

También se localiza la estrategia del cálculo doble. Por ejemplo:

3 x 4 que es el doble de 3 x 2

$3 \times 4 = (3 \times 2) + (3 \times 2) = 2\ (3 \times 2) = 12$

Claro que no son operaciones que los sujetos deban escribir pero sí las pueden realizar mentalmente. Esta es una estrategia más elaborada que requiere mayor conocimiento, pero es de utilidad cuando los resultados son mayores.

La última estrategia aquí propuesta es el cálculo de la mitad; ésta es más complicada pero no por eso deja de estar al alcance de los sujetos. Aquí hay que hallar la mitad de un número por ejemplo 3 x 5 = ½ (3 x 10) = ½ 30 =15.

Está claro que no todos los sujetos tienen las mismas capacidades y que tal vez varios de ellos pueden intuir éstas estrategias antes de mostrárselas; pero otros niños no pueden ir más allá de la suma reiterada. Sin embargo se deben ofrecer a los alumnos todas las estrategias posibles.

Algunas actividades de aprendizaje de construcción podrían ser:
Cuadriculación.

□□□ □□□ □□□
□ □ □
□ □
□

3 x2 3 x 3 3 x 4

Esta forma puede relacionarse con la suma reiterada, pero parece más apropiado hacerlo a través de problemas de razón. Por ejemplo:
Si compras dulces que valen $2 cada uno ¿Cuánto deberías pagar si compras 1, 2,3… hasta 10 dulces?

3 x 1
3 x 2
3 x 3

Broitman (1999) propone otras estrategias que consisten en cuadros de llenado doble entrada donde el trabajo de memorización de productos puede partir de una situación de análisis del conjunto de datos organizados, para ir generando la posibilidad de obtener conclusiones y memorizar ciertos productos a partir de un trabajo reflexivo.

A continuación se muestra un ejemplo de dicha estrategia.

Bicicletas	Ruedas	Triciclos	Ruedas	
1	2	1	3	
2	4	2	6	
3	6	3		
4	8	4		............etc.

Con esto, la autora cita a Parra el cual menciona que se trata de que los sujetos vayan aprendiendo las propiedades “jugando” sin dejar a un lado el acompañamiento de actividades de reflexión acerca de lo que se sabe y de lo que no se sabe; esto es, se debe fomentar la toma de conciencia de cuáles son los productos que cada alumno ha memorizado y cuáles aún no para poder establecer los que ya todos conocen y aquellos que hay que saber próximamente.

Otra de las estrategias es encontrar los resultados de productos “difíciles” a partir de otros “fáciles” apoyándose en las propiedades de la multiplicación y en productos ya conocidos.

Ejemplo:

7 x 8 = 7x2x2x2

En este caso lo que está en juego aparte de la evocación de resultados conocidos es la propiedad asociativa de la multiplicación, que en este ciclo que cursan los sujetos a evaluar con el presente trabajo podrán utilizar aunque no sea nombrada de este modo.

Por otro lado, se indica que uno de los recursos memorizados de los que los sujetos deben disponer se encuentra la multiplicación por la unidad seguida de ceros. Para ello se pueden abordar, a partir de algunos problemas, cálculos de diferentes números x 10. Inicialmente, los sujetos realizarán sumas sucesivas mentalmente, posteriormente, las dificultades serán mínimas o nulas en encontrar regularidades que les permitan realizar la multiplicación de cualquier número hasta 9 x 10 y empezar a utilizar la regla “hay que agregar un 0”; esta estrategia es una nueva oportunidad para empezar a poner en juego la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

También se menciona que a los sujetos de tercer año los problemas sobre cuadriláteros les permiten usar la propiedad asociativa y la propiedad distributiva. Para después poder proponer diferentes escrituras multiplicativas y aditivas para las relaciones con rectángulos dados. Por ejemplo sería interesante proponerles que indaguen qué sucede cuando se multiplica 13 x 10 ó 15 x 10. Algunos niños harán 15 x 10 del siguiente modo 10 x 10 = 100 y 100 + 5 es igual 105, otros niños realizaran la descomposición en forma correcta multiplicando tanto el 10 como el 5 y por 10 y obteniendo 150. Esta estrategia es una nueva oportunidad para empezar a poner en juego la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

En lo referente a la cuenta de multiplicar, se menciona que a finales del primer año, los objetivos de esta inclusión son más bien de orden metodológico, ligados al tratamiento de la información; esto es, producir estrategias, compararlas, analizar diferentes formas de resolver un nuevo problema. Para que en segundo año estén en condiciones de reconocer, frente a un problema, la cuenta de suma que permite resolverlo y después empezar a exigir a los niños que escriban luego de la suma reiterada cuál es el producto que sintetiza la operación con la finalidad de que los alumnos puedan resolver problemas con números más grandes utilizando intuitivamente la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, tomando en cuenta el que los sujetos han aprendido a utilizar diferentes procedimientos de cálculo mental apoyándose en descomposiciones, pudiéndoles proponer la invención de una cuenta vertical. Dicha actividad con el objetivo de que los sujetos produzcan diferentes representaciones de las acciones realizadas.

Ya en tercer año de primaria, se espera que puedan inventar estrategias de cálculo mental escrito para cuentas como por ejemplo:

	126	
	X3	
	300	(de 3 x 100)
+	60	(de 3 x 20)
	18	(de 3 x 6)
	378	

Es importante realizar actividades donde la multiplicación esté presente, serían de gran utilidad los juegos; por ejemplo, se puede utilizar el Bingo donde el niño va tachando la multiplicación que ha salido en las plantillas. Otra actividad podría ser el dominó con piezas donde estén representadas multiplicaciones y de esta forma se tratarán de unir productos con sus resultados.

Otros autores mencionan que conviene utilizar la suma reiterada como algoritmo adecuado para alcanzar el resultado; esto es, se va construyendo una tabla con todos los resultados obtenidos con un mismo multiplicador al variar el multiplicando (Castro, et al .1996)

CAPÍTULO 3

MÉTODO

3.1. SUJETOS

Para la realización de este trabajo se seleccionaran dos grupos de segundo año de educación primaria. Cada uno de ellos constituido por 30 alumnos por grupo aproximadamente. Siendo uno el grupo control y el otro el grupo experimental para así poder comparar los resultados obtenidos al final de este trabajo.

La selección del grupo experimental y control se llevará a cabo al analizar los datos arrojados por la evaluación inicial y se tomará como grupo experimental aquel grupo que haya obtenido la puntuación mas baja y por lo tanto el grupo control será el grupo que obtenga la puntuación más alta.

3.2. ESCENARIO

El escenario elegido para llevar a cabo este proyecto fue una escuela primaria oficial en la Delegación Xochimilco.

Se le solicitó al director del plantel el otorgamiento de dos salones de clases para llevar a cabo la aplicación de los instrumentos.

3.3. INSTRUMENTOS

<u>Cuestionarios.</u> Este cuestionario será utilizado en la evaluación inicial y final, fue validado a través de los comentarios de seis profesores; tres de educación primaria y tres de educación superior en el área de psicología educativa; los cuales nos señalaron errores de diseños y de redacción en las instrucciones; este cuestionario consta de 25 ejercicios distribuidos de la siguiente manera; suma (preguntas 1, 2, 3, 4 ,5) resta (6, 7, 8, 9, 10) suma y resta (11, 12, 13, 14) y multiplicación (15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 24 y 25), (Ver anexo 1)

Programa de intervención. Para el grupo experimental el plan de intervención consta de 11 sesiones, cada una con una duración aproximada de 45 minutos, cabe mencionar que las primeras dos sesiones estarán destinadas al repaso de las sumas y las restas y las nueve restantes se trabajará la multiplicación de forma gradual con los arreglos rectangulares en un contexto de juego, cada sesión tiene la siguiente estructuración: objetivo, materiales, desarrollo de la actividad y evaluación.

Para el grupo control se trabajarán también 11 sesiones sin arreglos rectangulares los mismos temas del grupo experimental (Ver anexo 3). Este programa será aplicado por el maestro de clase.

3.4 PROCEDIMIENTO

Este consta de 4 momentos:

1) Se llevará a cabo una evaluación inicial a los dos grupos. El grupo experimental y el grupo control, serán seleccionados de la siguiente manera. Se le aplicara a los dos salones una evaluación inicial, y se seleccionará como grupo experimental a aquel salón cuyo resultado de la evaluación haya arrogado los puntajes mas bajos y el grupo control será el del puntaje mas alto.

2) Se aplicará el programa de intervención de la siguiente manera: con el grupo experimental las titulares de este trabajo aplicarán 11 sesiones con el método de arreglos rectangulares mientras el docente se encontrará en el aula como observador pasivo y con el grupo control la o él docente trabajará 11 sesiones sin arreglos rectangulares utilizando el repaso de las tablas de multiplicar como estrategia, con la finalidad de comprobar que la estrategia de los arreglos rectangulares para la enseñanza de la multiplicación es más efectiva en la adquisición de habilidades para resolver los problemas de tipo multiplicativo, que la repetición. Cabe mencionar que las sesiones 1 y 2 estarán basadas en la

suma y resta para nivelar a los niños que presenten problemas con dichas operaciones.

3) Se llevará a cabo la aplicación de la evaluación final a ambos grupos para poder comparar los resultados y verificar si realmente el método de los arreglos rectangulares es eficaz.

4) La evaluación del trabajo se llevará a cabo con la comparación de los resultados arrojados por la evaluación inicial y final.

3.5 DISEÑO

De acuerdo con los señalado con el procedimiento el diseño adoptado es el siguiente:

		Tratamiento	
Grupos	Evaluación Inicial	Programa	Evaluación Final
Experimental	Anexo 1	Anexo 2	Anexo 1
Control	Anexo 1	Anexo 3	Anexo 1

CAPITULO 4

ANÁLISIS DE DATOS

4.1 Análisis cuantitativo

Para realizar el análisis cuantitativo de los datos se utilizó el estadístico de prueba “t de Student” que nos permite comparar los promedios obtenidos en las distintas mediciones realizadas. Dicho estadístico se aplicó en las siguientes modalidades:

- Prueba t para grupos independientes en el postest. Se comparan los promedios obtenidos en la evaluación final de los dos grupos después de aplicar la propuesta.
- Prueba t para grupos relacionados en el grupo experimental**.** Aquí se analizan los promedios obtenidos en el pretest y en el postest del grupo experimental.

El estadístico de prueba “t de Student” se formula de la siguiente manera:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

donde

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Prueba t para grupos independientes en el postest

Con los puntajes obtenidos en la evaluación final (véase anexos 6) se obtienen los siguientes datos:

Grupos	**Promedio. Evaluación final**	Desviación estándar (s)	N
Experimental (G_1)	16.476	4.771	21
Control (G_2)	13.524	4.976	21

Planteamiento de la hipótesis

El promedio de las calificaciones del grupo experimental (grupo 1), después de trabajar con el programa de intervención, es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas en el grupo control (grupo 2) que no trabajó con el programa.

Hinv : $\mu_1 > \mu_2$

Hipótesis estadísticas

H_0: $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$

H_1: $\mu 1 - \mu_2 > 0$

Estadístico de prueba "t de student"

Regla de decisión.

Con $\propto$ = .05, el valor encontrado en la tabla de distribución "t de student" con $n_1 + n_2 - 2 = 40$ grados de libertad es $t_{(40)} = 2.021$. A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de Ho como sigue:

Se rechaza Ho si $t_c \in [2.021, \infty\rangle$

No Se rechaza Ho si $t_c \in \angle - \infty, 2.021]$

Cálculos

El valor de t calculado es:

$\mathbf{t_c} = 1.963$

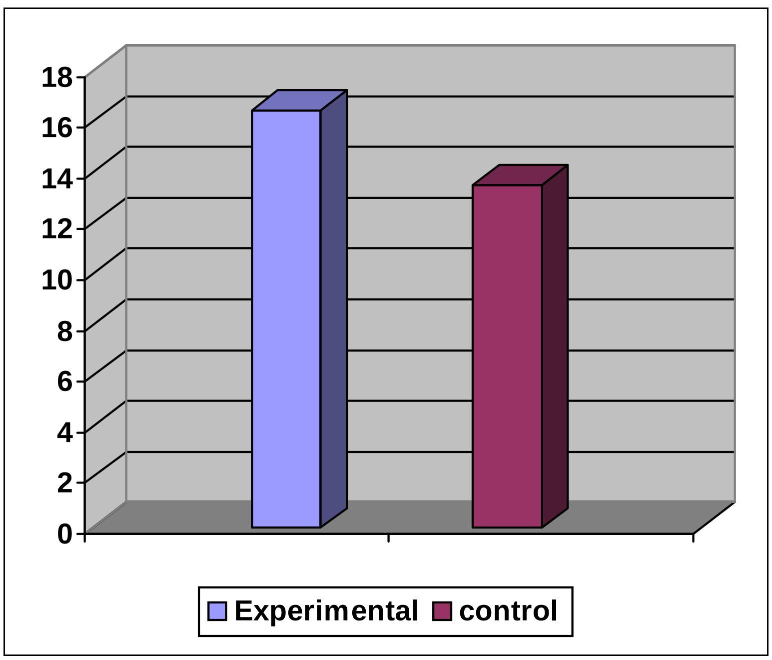
Decisión Estadística

Como $\mathbf{t_c} = 1.963 \in [2.021, \infty\rangle$ se rechaza Ho

Interpretación:

Como se rechaza Ho: $\mu 1 - \mu 2 \geq 0$ con $\propto = .05$ hay evidencia para considerar con 95% de confianza que el promedio de las calificaciones del grupo experimental (grupo 1), después de trabajar con el programa de intervención, es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas en el grupo control (grupo 2) que no trabajo con el programa. (ver gráfica 2). En este caso la diferencia de promedios (16.476 – 13.524) es de 2.952. Si a este resultado le restamos la diferencia (0.334) obtenida en evaluación inicial a favor del grupo experimental, tenemos que aún se obtiene una ventaja de 2.62 en este grupo con respecto al grupo control.

Gráfica 2. Puntajes obtenidos en el postest (ambos grupos)



Prueba t para grupos relacionados (experimental)

Con los puntajes obtenidos en la evaluación inicial (anexo 6) y en la evaluación final (anexo 6) del grupo experimental, se obtienen los siguientes datos:

Grupo Experimental	**Promedio**	Desviación estándar	N
pretest (G_1)	11.714	4.064	21
postest (G_2)	16.476	4.771	21

Planteamiento de las hipótesis:
El promedio de las calificaciones que obtendrán los alumnos del grupo experimental en el postest (G_2) después de trabajar con "el programa de intervención" es mayor que el promedio de las calificaciones obtenidas en el pretest del mismo grupo (G_1).

$$H_{inv}: \ \mu_1 \langle \ \mu_2$$

Hipótesis estadísticas:

$$Ho: \ \mu_1 - \mu_2 \ \geq 0$$
$$H_1: \ \mu_1 - \mu_2 \ \langle \ 0$$

Estadístico de prueba: "t de Student"

Regla de decisión.

Con $\propto$ = .05, el valor encontrado en la tabla de distribución "t de student" con $n_1 + n_2 - 2 = 40$ grados de libertad es $t_{(40)} = 2.021$. A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de Ho como sigue:

Se rechaza Ho si $t_c \in \angle -\infty, 2.021]$

No se rechaza Ho si $t_c \in [2.021, \infty\rangle$

Cálculos:

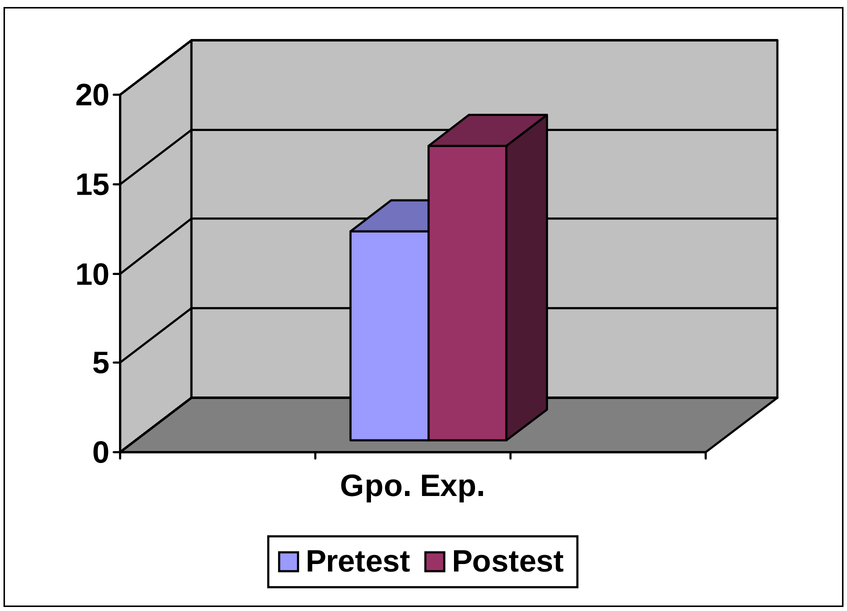
El valor de t_c calculado es:

$$t_c = -5.341$$

Interpretación:

Como se rechaza Ho: $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$ con $\propto = .05$ hay evidencia para considerar con 95% de confianza que las calificaciones obtenidas en el postest del grupo experimental son mayores que las obtenidas en el pretest del mismo grupo. En este caso se puede decir que $X_{1\ pretest}$ (11.714) es significativamente mayor que $X_{2\ postest}$ (16.476) del grupo experimental (ver gráfica 3).

Gráfica 3. Puntajes obtenidos en el pretest y en el postest del grupo experimental



4.2 ANÁLISIS CUALITATIVO

Para realizar el análisis cualitativo de los datos se utilizaron ocho categorías basadas en el análisis de cada una de las sesiones. A continuación presentamos dichas categorías:

Dificultad para realizar operaciones matemáticas:

Esta categoría hace referencia a las dificultades que presentan los alumnos para ejecutar o entender una operación matemática. A continuación presentamos un ejemplo.

En la operación 35 + 14 un alumnos quiso ayudar al que paso al pisaron y le dijo "bórrale que son 44",

Había niños que no pasaron al pizarrón pero intentaban realizar la operación con ayuda del ábaco y decían "No sale. Esto en lo referente a operación básica de la suma.

En lo referente a la multiplicación podemos dar el siguiente ejemplo.

Al querer contar rápido para ganarle a los demás equipos, uno de los alumnos que se encontraba en el pizarrón respondió "8x8 =86", lo mismo pasó con una alumna que se encontraba en la misma situación pero con el algoritmo "5 x7= 30"

Comentario

Encontramos que existen algunos alumnos con dificultades para resolver operaciones matemáticas desde niveles básicos como la suma y resta.

Tutorías entre compañeros:

Aquí se puede apreciar la ayuda y asesoría prestada entre iguales para la obtención de un resultado matemático.

Ejemplo.

Al mostrarles el primer arreglo rectangular, muchos alumnos pasaron al pizarrón con la finalidad de ayudarle a su compañero de equipo a encontrar el resultado correcto.

Cuando se les mostró el segundo arreglo rectangular los alumnos que estaban en su lugar comentaban cuál sería el resultado que deberían encontrar: Alumno a: “es siete por ocho”

Alumno b: “¿siete por ocho? ¿no es siete por nueve?

Comentario.

En todo momento la tutoría entre compañeros se hizo presente a acepción de aquellas donde las aplicadoras les pidieron que se abstuvieran de ella.

Competitividad como factor estimulante para la obtención del conocimiento:

Esta categoría hace referencia al deseo de ganar una posición entre sus iguales a través del conocimiento.

Ejemplo

Al observar al equipo uno, cuando uno de sus integrantes estaba en el pizarrón, todos los restantes del equipo se mantenían concentrados en sus cuadernos haciendo los arreglos rectangulares que le habían tocado a su compañero con la finalidad de apoyarlo y ganarle al otro equipo.

Los niños que estaban sentados pedían a la aplicadora pasar cuando se tenía que escoger al alumno que pasaría al pizarrón

Aplicadora: “el siguiente que va a pasar es”

Alumno: “yo,yo,yo”

Comentario

Ya que el trabajo a realizar era en equipo, los alumnos deseaban ganar, lo que provocaba que estos se esforzaran más por hacer correctamente las operaciones.

Recurrir a los conocimientos previos para la resolución de ejercicios y problemas:

Categoría que nos ayuda verificar si los alumnos utilizan la suma y el conteo para lograr resolver los ejercicios y los problemas que se les presenten de manera correcta.

Ejemplo.

Algunos alumnos recurrían al ábaco o al conteo para resolver la operación que se les pedía, ya que la maestra les había enseñado estas estrategias para la solución de sumas restas.

Otro ejemplo seria Los niños al pasar a resolver el arreglo rectangular el cual solo tenia visible la primer línea vertical y la primera horizontal, ellos ya sabían que podían encontrar el resultado multiplicando gracias a que ya lo habían visto con anterioridad.

Comentario

Los alumnos que utilizaron sus conocimientos previos resolvieron con mayor rapidez y eficacia lo que se les pedía.

Reforzamiento del conocimiento de la multiplicación en base a los arreglos rectangulares:

En la presente categoría se confirma el uso de los de los arreglos rectangulares como estrategia para la solución de operaciones y problemas multiplicativos.

Ejemplo

Cuando la aplicadora preguntó: ¿Cuánto dinero necesito para comprar tres pastillas de tres pesos? Una de los dos alumnos que estaban al frente resolvió la multiplicación “3x3=9” haciendo un arreglo rectangular. Lo mismo sucedió con un alumno que resolvió el problema “¿ Cuánto dinero necesito para comprar siete creminos de ocho pesos?” por medio del arreglo rectangular de “7x8=56”.

Comentario

Los alumnos recurrieron a los arreglos rectangulares para saber los resultados de las multiplicaciones planteadas en diferentes problemas.

En la mayoría de las actividades se trato de obtener un algoritmo multiplicativo a través de un arreglo rectangular.

Capacidad de comprensión:

Aquí se aprecia la aptitud que prestan los alumnos para llevar a cabo el seguimiento de instrucciones y explicaciones.

Ejemplo.

En varias ocasiones cuando los alumnos pasaban al frente a resolver un arreglo rectangular y se basan en el conteo, se les preguntaba de que otra forma puedes encontrar el resultado y ellos decían por ejemplo “2 x 3” y era correcto, esto nos hacia ver que si habían comprendido lo que la aplicadoras les habían dicho.

Comentario.

Aunque los alumnos comprendieron como resolver los arreglos rectangulares a través de la multiplicación al principio recurrían al conteo. Cabe mencionar que no hubo necesidad de reestructurar la instrucciones lo cual indica que los alumnos comprendían lo que se les pedía.

Efectividad de las estrategias didácticas para la obtención del conocimiento:

A que se puede verificar que las estrategias didácticas llevadas a cabo realmente son las adecuadas para lograr los objetivos buscados.

Ejemplo

Al saber que se trabajaba en equipos para la mayoría de las actividades, todos los alumnos intentaron resolver todas las multiplicaciones u operaciones matemáticas que se les presentaron, incluso un alumno que difícilmente participaba en clase pedía pasar con frecuencia al pizarrón, además que desde su lugar ayudaba a sus compañeros de equipo

Comentario

Había participación de todo el grupo para resolver todo lo que se les pedía, como también estas estrategias sirvieron para reforzar el conocimiento matemático de la suma, resta y multiplicación de manera eficaz.

Capacidad de los alumnos de reconocer los errores cometidos y corregirlos:

Aquí se puede observar la disposición de los alumnos para rectificar sus equivocaciones y aprender de estas.

Ejemplo.

Los alumnos que estaban sentados al ver que sus compañero de equipo que estaba al frente se había equivocado corrían al pizarrón y borraban el resultado. El alumno que había errado comprendía su error y lo corregía.

Comentario.

Con base en las categorías anteriores podemos apreciar que el grupo en general tuvo un avance satisfactorio conforme se iban aplicando las sesiones, por otro lado se obtuvieron resultados favorables en la obtención de conocimientos requeridos para el algoritmo de la multiplicación.

CONCLUSIONES.

Las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas son una problemática que le corresponde resolver tanto a las autoridades encargadas de la educación como a los docentes, pedagogos y psicopedagogos cuyo ramo se enfoque a la asignatura en específico. Por ende, se debe tomar en cuenta el trabajo conjunto de los antes mencionados, para que las diferentes soluciones a dicha problemática sean conocidas y compartidas por todo el medio educativo hasta llegar a los alumnos que presenten tal problemática.

Las matemáticas son aplicadas a la vida cotidiana, y más aun en esta época donde todos estamos rodeados de necesidades básicas y elementales para una mejor calidad de vida. Con base en esto, se plantea que para que los sujetos tengan un buen desempeño a la hora de utilizar estos recursos matemáticos, es necesario que en la adquisición de conceptos tan abstractos como se han caracterizado las matemáticas, queden claros los conocimientos desde el inicio de este proceso de aprendizaje para que cuando se tenga que aprender un nuevo tema, se cuente con las herramientas necesarias y así seguir avanzando sin problema en el temario propuesto por la institución encargada del desarrollo de proyectos educativos.

Ante tal carencia de herramientas, aunado al desprestigio generalizado de las matemáticas en el grupo experimental, estos sujetos de estudio, integrantes del segundo año de primaria, a quienes se les complica la adquisición de conocimientos matemáticos y les provoca repugnancia la palabra multiplicación son víctimas además, del poco tiempo con el que cuenta su docente quien se enfrenta a un número grande de alumnos. Lo que muchas veces le dificulta encontrar tiempos concretos para la materia y estrategias alternativas a las presentadas en los libros del maestro proporcionados por la SEP.

De este modo, discutir de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas no sólo significa hablar de sus características o de las responsabilidades que cada una de las partes debe tomar ante este tema y de su utilidad en la vida cotidiana; sino que es fundamental proponer estrategias didácticas que ayuden al aprendizaje óptimo de las diferentes temáticas que abarcan esta materia. Ante esto y tomando en cuenta el planteamiento del problema (¿Las situaciones didácticas a través de los arreglos rectangulares favorecen el aprendizaje de la multiplicación?) se tiene lo siguiente:

En primera instancia, en cuanto a las dificultades que presentaron los alumnos al resolver operaciones multiplicativas, se pudo notar a través del análisis de cada una de las sesiones, que se presentaron las relacionadas al conteo y a la confusión de la suma con la multiplicación; esto con relación a lo planteado en el marco teórico, en donde se indica que éstos errores son de carácter sistemático, puesto que reflejan el no uso frecuente de las reglas pertinentes ante la multiplicación sin identificar correctamente el algoritmo pertinente; en el caso de los alumnos evaluados esto de debe a que es el primer año viendo el tema de la multiplicación. Conforme fueron avanzando las sesiones, este problema quedó atrás, logrando que los alumnos diferenciaran la suma de la multiplicación, no sin dejar de basarse en la suma y el conteo, como un conocimiento previo que serviría como auxiliar al resolver las multiplicaciones.

En cuanto a la característica de favorecer la adquisición del conocimiento a través de las actividades que en esta tesis se utilizaron, fue notoria la tutoría entre compañeros, permitiendo ver que todos los alumnos permanecieran atentos a realizar correctamente las operaciones que las aplicadoras les habían pedido, aun cuando solo a uno o varios alumnos se les había dado la orden de hacerlo.

También se pudo confirmar lo dicho por Azcárate, et al. (2001) con respecto a que para comprender mejor las matemáticas se necesita tener un entendimiento del papel que juegan y han jugado éstas en la sociedad. Los autores mencionan que "Una de las razones que siempre se han aducido a favor de la inclusión de la aritmética en el currículo escolar es su utilidad para resolver problemas de la vida real". Un ejemplo de esto se pudo constatar cuando en las sesiones donde se hacia alusión a problemas que se les podían presentar en la vida cotidiana, los niños se encontraban más motivados para aprender llegando a superar sus bloqueos.

Con respecto a los arreglos rectangulares se puede concluir que es una estrategia eficaz para la obtención del conocimiento multiplicativo, en comparación con la estrategia de repetición, que muchas veces es usada por los maestros en la educación básica. Con los arreglos rectangulares, además de que los niños tienen la oportunidad de obtener este conocimiento de forma gradual, también les permite conocer algunas propiedades de esta operación. Con base en lo anterior y de acuerdo con Block, et al. 1994 se confirma que es una estrategia muy útil para construir procedimientos eficientes de cálculo.

Cabe mencionar que tanto el objetivo general que fue diseñar, aplicar y evaluar un programa basado en arreglos rectangulares para la enseñanza de la multiplicación en alumnos de segundo grado de educación básica; así como los objetivos específicos (evaluar a los alumnos antes y después de aplicar el programa basado en los arreglos rectangulares. Realizar un análisis comparativo de las puntuaciones obtenidas en la evaluación inicial y evaluación final. Aplicar la propuesta y realizar un análisis del desarrollo de cada una de las sesiones) se cumplieron conforme a lo previsto.

La satisfacción de este equipo de trabajo queda manifiesta con la comparación de los resultados obtenidos entre la alta calificación que los alumnos del grupo experimental adquirieron una vez terminada la aplicación del programa de intervención, basado en los arreglos rectangulares contra la primera evaluación realizada a este grupo.

Con programas sensibles y didácticos como el basado en el tema principal de esta tesis, no sólo se lograría una mejor comprensión del tema de la multiplicación, sino además, se terminaría con la estigmatización con la que las matemáticas cuentan.

BIBLIOGRAFÍA

Alcalde, J (1998) "Las cuentas de la historia" en: Muy Interesante Número 5 España

Aldaz, I (1994) "Las Temáticas en la escuela primaria" 23-25 pp. En: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Aldaz, I (1994) "Comentario al libro de texto de primer grado de matemáticas" 69-75 pp. en: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Azcárate, J; Añizares,J; Cardeñoso, J; Carrillo,J; Castro, E; Castro, E. (2001) Didáctica de la matemática en la educación primaria. Ed. Síntesis España.

Balbuena, H. "Los nuevos libros de texto de matemáticas" 115pp. En: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Bassedas, E. (1991) Utilizar el cálculo en la escuela, la programación de una situación significativa. *Comunicación, Lenguaje y Educación.* 11 (12), 3-4

Batllori, A (1989) Materias con alto indice de reprobación: Matemáticas. UNAM México.

Bermejo, V; Lago, M; Rodríguez, P y Perez, M (2000) "Fracaso escolar en matemáticas: cómo intervenir para mejorar los rendimientos infantiles". En: Revista de psicología general y aplicada Vol. 53 España

Block. (1994) "Arreglos rectangulares" en: Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir". México, SEP. Col. Libros del Rincón. 1994.

Bollás, P y Ávila, A. (1994). "Ideas centrales del enfoque de matemáticas para tercero y cuarto grado de educación primaria". 95-114 pp. En: Seminario Encuentro con los autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Bollás, P (1994). "Mesa de trabajo la enseñanza de las matemáticas en el segundo ciclo de la escuela primaria". 129-130pp. En: Seminario Encuentro con los autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Bollás, P y Balbuena, H. (1994). "Preguntas y respuestas dirigidas a la mesa de trabajo: La enseñanza de las matemáticas en el segundo ciclo de la escuela primaria". 162-166 pp. En: Seminario Encuentro con los autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Broitman, C. (1999) Las operaciones en el primer ciclo. " Aportes para el trabajo en el aula" en: Novedades educativas. Argentina

Castro, E; Rico,L y Castro, E. (1995) Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Ed. Iberoamericana. México.

Castro, E; Rico, L y Castro, E. (1996) Números y operaciones fundamentos para una aritmética escolar (tercera reimpresión) ed. Síntesis; España.

Charnay, R. (1998). "Aprender matemáticas por medio de la resolución de problemas". en: Parra, C. y Sainz, I. Didáctica de las matemáticas. Paidós, México.

Deulofeu, J (1999) "Recreaciones, Juegos y actividad matemática" en: Uno revista de didáctica de las matemáticas numero 21 Ed Graó México

Diccionario de las ciencias de la educación(1983) Volumen1. Ed. Santillana España

Duhalde, M. Y Gonzalez, M (1997) Encuentros cercanos con la matemática. Ed. AIQUE, Argentina.

Fuenlabrada, I (1994) “Los principios teóricos y metodológicos que sustentan a los nuevos libros” 29-39pp. En: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Fuenlabrada, I (1994) “Mesa de trabajo. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria” 40-68pp. En: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

Fuenlabrada, I (1994) “Sesión de preguntas y respuestas” 77-92pp. En: Seminario Encuentro con los Autores Tomo III. Ed. IEEPO, México.

García, E (1989) Piaget. La formación de la inteligencia. Ed. Trillas, México

García, N (1998) Manual de difucultades de aprendizaje. Ed. Narcia, España

Hanh, C (1999) “Relacionar las matemáticas con el mundo extraescolar” en: Uno: revista de didáctica de las matemáticas. Número 19 Enero México.

Kamii, C (1985) El niño reinventa la aritmética implicaciones de la teoria de Piaget. Ed. Aprendizaje visor, España

Lorenzo, J (1999) “Evaluación en el taller de matemáticas. Una propuesta viable” en: Uno revista de didáctica de las matemáticas numero 21 Ed. Graó México

Marcarían, R (2002) “Para que enseñar matemática en la escuela primaria” en: Correo del maestro; número 73 junio México

Martínez, J (2002) Enseñar Matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Ed. PRAXIS, España.

Maza, C (1991) Enseñanza de la multiplicación y la división. Ed. Síntesis España

Nunes, T y Bryant, P (1997) Las matemáticas y su aplicación, la perspectiva del niño. Ed. Siglo Veintiuno, México

Planas, N (2001) "Obstáculos en el aprendizaje matemático: la diversidad e interpretaciones de la norma" en Educación matemática. Numero 3 vol13

Ríos, E (1997) La enseñanza de las Matemáticas en los primeros grados de la escuela primaria fundamentada en la psicología genética de Jean Piaget. Ed. SEP México.

Riviere, A (1990) Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En: a. Marchesi et al commps. España .

Varios Autores "Didáctica de la matemática" en: Correo del maestro numero 73 junio 2002 México

Vergnaud, G (1991) El niño las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de la matemáticas en la escuela primaria. Ed. Trillas, México

Vidal, J y Majón, D (1999) "Cuaderno de recuperación y refuerzo de las técnicas básicas; Método EOS"Programa de refuerzo de la multiplicación España.

ANEXOS

ANEXO 1

LA JUGUETERIA

Intsrucciones: Contesta lo que se te pide utilizando los precios

1. ¿Cuánto dinero necesitas para comprarte un oso de peluche y un balón? ___________________

2. María quiere un pato y una vaca de peluche ¿ Cuánto dinero necesita? ____________________

3. Carlos quiere un coche y un conejo ¿ Cuánto dinero va a gastar? _______________________

4. ¿Cuánto dinero necesitarías si quieres comprar un balón y una vaca de peluche? _______________________________

5. José compró un pato y un oso de peluche ¿Cuánto dinero gastó? _______________________

LA PIÑATA

Instrucciones: Descubre cuál es la cantidad que se te pide.

6. Gaby tenía 28 paletas y se comió 4 ¿cuántas le quedan? ____________________

7. Manuel ganó 29 dulces en la piñata y le dio 8 dulces a su amigo Jorge ¿Cuántos dulces le quedan? __________________

8. Omar tomó 19 dulces y su mamá le guardó 10 ¿cuántosdulces le quedaron? __________________

9. Claudia ganó 17 dulces y su hermana le pidió 5 ¿cuántos dulces le quedaron? _________________

10. Liliana tomó 8 chocolates y perdió 3 ¿Cuántos le quedan? ____________________

LOS JUGUETES

Instrucciones: Descubre cuántos juguetes

11. María tiene 2 juguetes de plástico y 3 de madera, pero perdió 1 ¿Cuántos le quedan? ________________

12. Luis tenía 5 juguetes de plástico y 4 de madera perdió 2 en el parque ¿Cuántos juguetes tienen ahora?
____

13. Carmen tenía 15 muñecas y le regalaron 2 en su cumpleaños, pero perdió 3 ¿Cuántas le quedaron?
____

14. Fernando tenía 20 coches y su papá le compró 7, pero le regalo 3 a su hermano ¿Cuántos le quedan?
____

¿Cuántos hay en total?

Instrucciones: Contesta ¿cuántos hay en total? Con ayuda de la multiplicación.

15. Si tenemos 7 bolsas de dulces y cada bolsa tiene 8 dulces ¿Cuántos dulces hay en total?

    ____

16. Si tenemos 8 coches con 4 llantas cada uno ¿Cuántas llantas hay en total?

    ____

17. Si tenemos 4 paquetes de colores con 7 colores cada paquete ¿Cuántos colores hay en total?

    ____

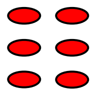
18 Si tenemos 5 paquetes de chocolates con 9 chocolates cada paquete ¿Cuántos chocolates hay en total? __________

19. Si tenemos 8 triciclos con 3 llantas cada uno ¿cuántas llantas hay en total?

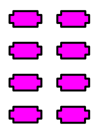
    ____

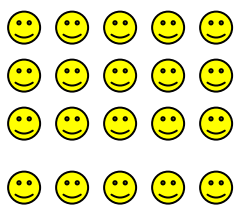
LOS PUNTOS

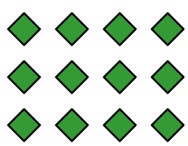
Instrucciones: ¿Cuántos objetos hay?

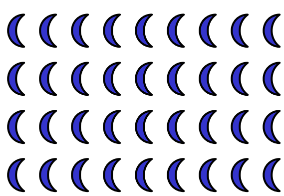
Ejemplo:  ______________________________

En los siguientes ejercicios hay muchas figuras ¿cuántas hay?, ¿habría alguna forma mas rápida de saber la respuesta, anota la operación y la respuesta.

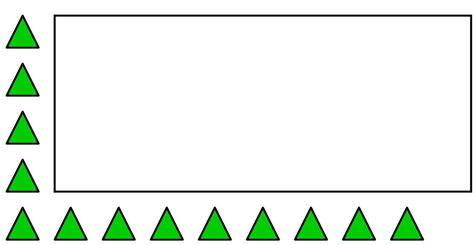
20. 

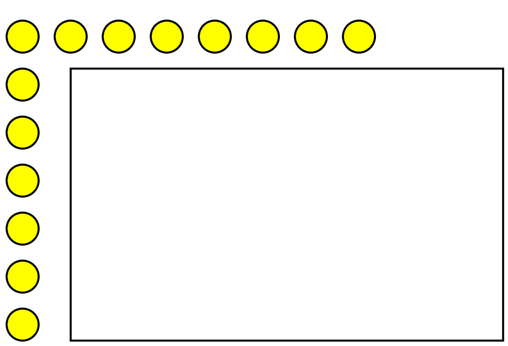
21. 

22. 

23. 

Los siguientes ejercicios los taparon con una hoja blanca, ¿Puedes saber cuántos objetos habían en total? Anota la operación y la respuesta.

24. 

25. 

ANEXO 2

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN DEL GRUPO EXPERIMENTAL

Sesión 1

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego.

Material:

6 sobres, 60 papelitos con 30 sumas y restas, gises, un cronómetro y un pizarrón.

Desarrollo de actividad:

Se dividirá el grupo en 6 equipos de 5 niños.

Se les explicará que se les entregará al azar un sobre que no deberán abrir hasta que se les indique, y que ese sobre tendrá un gis y un papelito con una suma para cada integrante del equipo (11 + 22, 35 + 14, 18 + 21, 15 + 20, 44 + 21) en cuanto se les pida que lo abran, ellos tendrán que ir rápido al pizarrón y anotar su suma y contestarla en el menor tiempo posible, en cuanto acaben todos de contestar se anotará a un lado del pizarrón el tiempo en que lo contestaron y el número de respuestas correctas. Después se borrará lo que ellos escribieron y pasará otro equipo a contestar otras sumas similares y a seguir el mismo procedimiento.

Posteriormente se les entregará otro sobre a cada equipo para seguir el mismo procedimiento pero en vez de sumas se utilizarán restas como por ejemplo 59 - 14, 35 – 12, 79 – 24, 88 – 44, 99 – 65, etc.

Criterio de evaluación:

Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.

Criterio de evaluación del Juego:

Ganará el equipo que tenga más respuestas correctas en el menor tiempo.

Sesión 2

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego.

b) Que los niños corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión

Materiales:

Pizarrón, gises, urna, 35 papeles con 16 sumas y 17 restas.

Desarrollo de actividad:

El grupo deberá tomarse de las manos hasta formar un círculo grande, una vez formado el círculo deberán sentarse. En seguida se pedirá a un sujeto que se ponga de pie. Se le indicará que deberá ir recorriendo el círculo tocándole la cabeza a los demás y diciendo “pato” a cada uno, hasta que él o ella decida nombrar a algún sujeto “gallina”; el sujeto nombrado de esa manera deberá levantarse y correr al mismo tiempo que el sujeto que lo escogió pero en dirección contraria hasta llegar al lugar desocupado. El último que llegue a ese lugar deberá sacar de una urna un papel, que tendrá apuntado ya sea una suma o una resta, para después apuntarla en el pizarrón con la respuesta correcta; mientras tanto, los sujetos que permanecen sentados deberán resolverla para poder indicar si está bien contestada la operación.

En total se deberán resolver 35 operaciones, 16 sumas (11 + 35, 14 + 22, 18 + 20, 21 + 15, 20 + 44, 16 + 42, 26 + 11, 62 + 21, 81 + 10, 53 + 33, 16 + 72, 28 + 21, 32 + 25, 75 +21, 33 + 11, 54 + 12) y 17 restas (35 – 11, 24 – 12, 28 – 12, 25 - 11, 44 – 20, 46 – 12, 26 – 11, 62 – 21, 81 – 10, 53 – 33, 79 – 68, 28 – 17, 35 – 12, 75 – 21, 33 – 22, 54 – 12, 37 – 13).

Criterio de evaluación:
Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.
Que corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión.

Criterio de evaluación del juego:
En total se deberán resolver de manera correcta 35 operaciones y se pretende que cada sujeto conteste por lo menos una operación correctamente.

Sesión 3

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) que los niños comprendan de donde sale los resultados de la tabla del dos y del tres por medio de los arreglos rectangulares.

b) Que los niños calculen el número de elementos en los arreglos rectangulares a través de la multiplicación (un dígito por un dígito).

c) Que el niño compruebe que la multiplicación es la manera más rápida de encontrar el número de objetos en un arreglo rectangular en comparación con la suma o el conteo.

b) Que los niños descubran que hay procedimientos más eficaces que la suma para resolver arreglos rectangulares

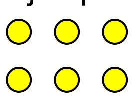
Materiales:

18 rotafolios con los siguientes arreglos curriculares con la tabla del 2 y del 3 (2 x 2, 3 x 4, 3 x 7, 2 x 4, 2 x 7, 2 x 4, 3 x 5, 2 x 8, 3 x 5, 2 x 3, 3 x 9,hasta completar las tablas) cada uno se repite dos veces. Gises de colores. Un borrador y un pizarrón.

Desarrollo de actividad:

Se dividirá al grupo en dos equipos, en el pizarrón se pondrán 2 rotafiolios con el mismo arreglo rectangular. Pasarán al frente los representantes de cada equipo que con anterioridad fueron seleccionados al azar por el resto de su equipo; a estos se les pedirá que calculen lo más rápido posible la cantidad de puntitos que hay en la hoja y que lo anoten el resultado en el pizarrón.

Ejemplo de uno de los arreglos:



Pueden encontrar el resultado ya sea contando, sumando
O por medio de la multiplicación.

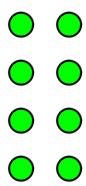
Se repetirá el mismo procedimiento con otros integrantes de cada equipo.

Al terminar se les explicará cómo la multiplicación los ayuda para saber la cantidad de puntos que hay de forma más rápida (3 x 2 = 6 ó 2 x 3= 6).

Posteriormente se pegan otros dos rotafolios con el mismo arreglo rectangular y pasará al frente otro integrante de cada equipo; se les pide que digan cuantos puntitos hay en la hoja y que lo anoten en el pizarrón; después se les pide que lo hagan ayudándose con la multiplicación.

Después se pasarán otros sujetos de cada equipo a resolver otros seis arreglos rectangulares más, siguiendo el mismo procedimiento.

Ejemplo



4 x 2 = 8

2 x 4 = 8

Criterio de evaluación:

Que comprendan el uso de la multiplicación de un digito por un dígito para resolver un arreglo rectangular.

La multiplicación deberá ser considerada como una herramienta básica para el cálculo de objetos que hay en un arreglo rectangular.

Que verifiquen que la multiplicación es la operación más rápida para encontrar un resultado en comparación con la suma

Criterio de evaluación del juego:

Encontrar el número de puntos que tienen los arreglos rectangulares. Ganará el equipo, que haya tenido más respuestas correctas.

Sesión 4

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños recurran a los arreglos rectangulares para resolver problemas través de la multiplicación del cuatro de del cinco.

b) Que los niños comprueben que la multiplicación es la forma más fácil y rápida de encontrar el total de objetos en un arreglo rectangular.

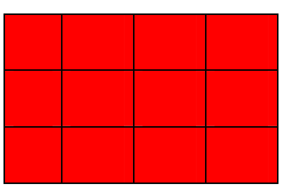
Materiales:

Quince arreglos rectangulares (5x 3, 4 x 3, 4 x 5, 5 x 6, 4 x 2, 5 x 4, 5 x 2, 4 x 5, 4 x 6, 5 x 5, 4 x 6, 5 x 9, 4 x 9, 4 x 8 y 5 x 7). También se necesitarán cartoncillos en blanco del tamaño de cada uno de los rectángulos.

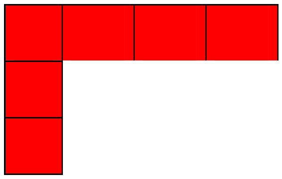
Desarrollo de actividad:

Se dividirá al grupo en dos equipos. Se deberá pegar en el pizarrón Un arreglo rectangular y se pedirá que pase un integrante de cada equipo al azar y que calculen la cantidad de cuadritos que contiene. El equipo que termine primero deberá escribir en el pizarrón la respuesta que obtuvo y explicará cómo la obtuvo. Cabe mencionar que se dejará a los sujetos que calculen la cantidad de cuadritos como ellos quieran.

Ejemplo



Posteriormente se deberá cubrir el rectángulo dejando ver la primera columna vertical y la primera fila horizontal para explicar por medio de la multiplicación el cómo se obtiene de manera más rápida el resultado. 4 x 3= 12 ó 3 x 4 = 12



Enseguida pondrán otro rectángulo y pasara otro integrante calcule los cuadrados por los que están formados. El equipo que termine primero deberá apuntar el resultado debajo de cada rectángulo así sucesivamente hasta completar 14 arreglos rectangulares.

Criterio de evaluación:

Tomar en cuenta la operación utilizada por los alumnos para obtener el total de cuadritos que forman el rectángulo.

Que recurran a la multiplicación para obtener los totales en cada arreglo rectangular.

Criterio de evaluación del juego:

Encontrar el total de cuadrados que forma cada uno de los cuatro rectángulos de manera más rápida, ya que el primero de los rectángulos servirá de muestra. Ganará el equipo que termine de manera más rápida y tenga el mayor número de resultados correctos.

Sesión 5

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños refuercen el uso de la multiplicación del la tabla de 6 y la del siete con los arreglos rectangulares de forma lúdica.

Material:

Dos tiras de papel divididas en 16 cuadros, en donde cada cuadro tendrá un arreglo rectangular sin resultado y al final de las tiras una meta.

Dos cochecitos de juguetes.

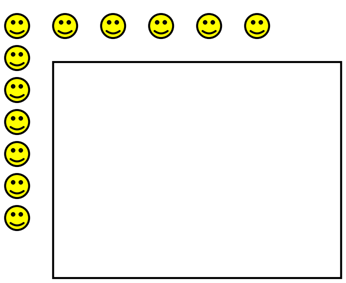
Gises, pizarrón y borrador.

Desarrollo de actividad:

Se dividirá el grupo en dos equipos.

Al frente del salón en el suelo se pondrán dos tiras con 16 arreglos rectangulares los cuales solo tienen visible las líneas horizontales y las verticales.

Ejemplo.



Al principio de cada tira se pondrá un cochecito de juguete, se elegirá un sujeto de cada equipo al azar para que conteste el primer arreglo rectangular de la tira individualmente, es decir tendrán que descubrir cuántos objetos hay y la multiplicación que le corresponde, deberán anotar esto el pizarrón, si éstos contestan correctamente avanzara un cuadro, después pasará otro integrante de cada equipo y se seguirá el mismo procedimiento.

Se tratará que todos los integrantes de ambos grupos participen en esta actividad.

Criterio de evaluación:
Que refuercen los conocimientos de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares

Criterio de evaluación del juego:
Los sujetos deberán contestar correctamente el arreglo rectangular que se les pida. De acuerdo a lo anterior ganará el primer equipo en llegar a la meta.

Sesión 6

Tiempo 45 min.

Objetivos:

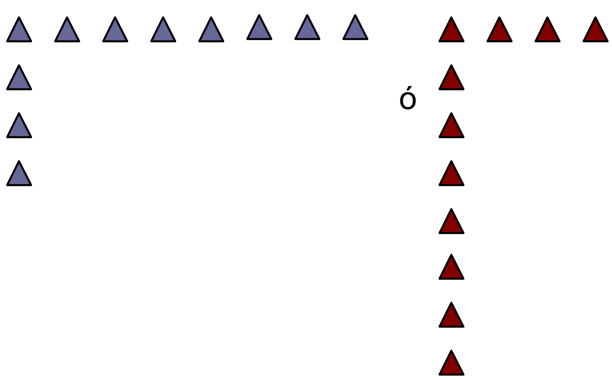
a) Que los niños comprueben con la tabla del ocho y la del nueve que si se invierte el orden de los dígitos en cualquier multiplicación se obtendrá el mismo resultado (propiedad conmutativa).

b) Que los niños amplíen el conocimiento de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares

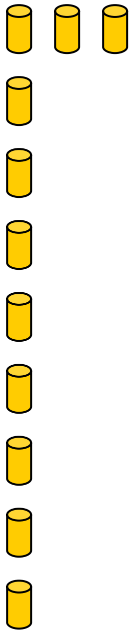
Materiales:

Pizarrón, gises y un borrador.

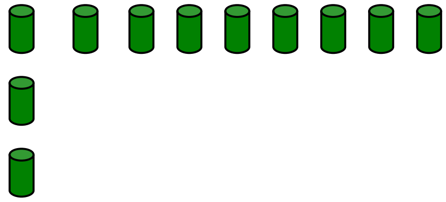
Desarrollo de actividad: Se les pedirá a los sujetos que pongan mucha atención a lo que se les va a explicar, porque sino; no van a poder jugar correctamente. Después, se les explicará que si se multiplica por ejemplo 8 x 4 ó 4 x 8 se obtendrá el mismo resultado el cual es 32 y se puede representar de la siguiente manera:



Se les dará otro ejemplo   9 x 2 y 2 x 9, que al igual que en ejemplo anterior se obtendrán el mismo resultado o sea 18 y que lo pueden representar de las siguientes 2 formas:



ó



Después se dividirá el grupo en dos equipos y al azar pasarán al frente a un representante de cada equipo; y se les dará un gis, posteriormente se les explicara que se les dará una multiplicación y ellos tendrán que ponerla invertida en el pizarrón por ejemplo si se les da 9 x 4 ellos tendrán que poner 4 x 9 y el resultado, después tendrán que representarlo con cuadritos de cualquiera de las dos formas como se pueden representar. Al primer integrante que termine se le dará un punto a su equipo.

Posteriormente pasarán otros integrantes de cada equipo los cuales seguirán el mismo procedimiento hasta terminar con 15 algoritmos (9 x 3, 8 x 2, 8 x 3, 9 x 7, 8 x 8, 9 x 5, 8 x 2, 8 x 5, 9 x 2, 8 x 7, 9 x 6, 9 x 4, 8 x 4, 9 x 5, 8 x9).

Criterio de evaluación:

El alumno deberá comprender la propiedad conmutativa de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares.

Que los arreglos rectangulares amplíen el conocimiento de la multiplicación.

Criterio de evaluación del juego:

Ganará el equipo que más puntos correctos tengan.

Sesión 7

Tiempo 50 min.

Objetivos:

a) Evidenciar que los alumnos hayan comprendido la multiplicación aún sin los arreglos rectangulares.

b) Que los niños comprueben que la multiplicación es la forma más rápida para encontrar un resultado.

Materiales:

10 chocolates, 10 paletas, 10 dulces, 10 bolsitas de lunetas, 10 bolsitas de gomitas, Pizarrón, gises y borrador.

Desarrollo de actividad:

Se dividirá al grupo en dos equipos. Se les explicará que se jugará a la tiendita y que como podrán ver en el pizarrón hay diferentes cosas la cuales pueden comprar (chocolates de $ 4; paletas de $ 7; dulces de $ 5; lunetas de $8 y gomitas de $ 3) y se les dirá que pueden ganar cualquier cosa que hay en la tiendita siempre y cuando contesten una pregunta correctamente.

Después se seleccionará al azar a cualquier representante de cualquier equipo y se le preguntará cuanto dinero necesita para comprar 3 chocolates; el sujeto hará lo que sea para encontrar el resultado y si contesta correctamente se podrá tomar lo que desee de "La tiendita" después pasará del otro equipo un integrante y se le preguntará que cuánto dinero necesita para comprar 5 paletas, este sujeto también podrá hacer lo que sea para encontrar el resultado, al igual que el otro integrante. Si contesta correctamente puede tomar una golosina de "La tiendita".

Después el aplicador les explicara cómo a través de la multiplicación pueden encontrar la repuesta de manera más rápida y fácil.

Posteriormente pasará al frente un integrante de un equipo y se les preguntará cuánto dinero se necesitarían para comprar 2 paquetes de gomotas. Los sujetos deberán basarse ahora en la multiplicación y si contestan correctamente tomará una golosina de "La tiendita".

Se seguirá el mismo método con el otro equipo y así alternadamente hasta que pasen todos los integrantes de ambos equipos.

Criterio de evaluación:

El aplicador deberá estar al pendiente de que los alumnos utilicen la multiplicación para saber el total de precios que se necesita saber en los diferentes ejercicios que se le sean planteados, una vez que el aplicador haya explicado el uso de la multiplicación como opción rápida para obtener el resultado de los diferentes planteamientos o problemas. Se espera que los alumnos hayan comprendido y en caso de que ocupen la suma sean corregidos entre ellos mismos.

Criterio de evaluación de juego:

Contestar correctamente lo que se les pide, basándose en la multiplicación.

Sesión 8

Tiempo 50 min.

Objetivos:

a) Que los niños encuentren resultados de multiplicaciones de dos dígitos por un dígito, a partir de los resultados de multiplicar números de un dígito.

b) Que los niños trabajen con arreglos rectangulares para encontrar los resultados.

Materiales:

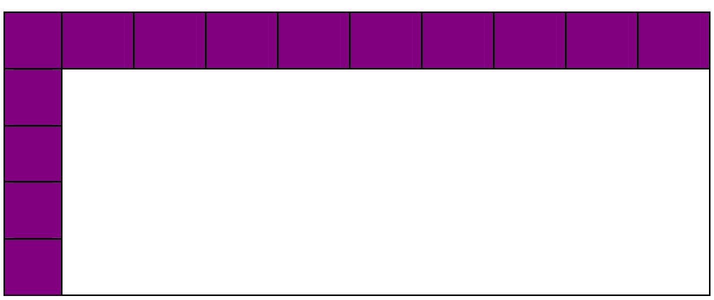
a) Hojas rectangulares cuadriculadas para cada sujeto, tabla de multiplicaciones y cinco arreglos rectangulares.

b) Cinco fichas para cada equipo y hojas cuadriculadas para cada equipo.

Para el aplicador, cuatro rectángulos con las dimensiones de los rectángulos que deberán resolver los equipos en cartoncillo cuadriculado.

Desarrollo de actividad:

a) En equipos, se asignará un número a cada equipo; se mostrará a los equipos un rectángulo que tenga diez cuadritos en la base y cinco cuadritos en lo alto.



En el pizarrón se apuntarán seis totales de cuadritos que forman cada rectángulo (11 x 3 =33, 12 x 5 = 60, 10 x 2 = 20, 12 x 7 = 84, 11 x 9 = 99 y 10 x 6 = 60) que enseguida el aplicador mostrará a los equipos. Posteriormente se indicará a los sujetos que en el pizarrón se encuentran los totales de cuadritos que forman los rectángulos a continuación se les deberá preguntar ¿Cómo se podrá encontrar el total de cuadritos que forman el rectángulo?

a) Se les pedirá que encuentren el total de cuadritos que forman los siguientes rectángulos que se les mostrarán (uno de dieciséis cuadritos de base y tres de altura, otro de ocho de base y trece de altura, otro de diecisiete cuadritos de base y dos de altura y uno más de cuatro cuadritos de altura y quince de base) dejando como tiempo límite de siete minutos entre cada rectángulo, se les preguntará a cada equipo cuál es el resultado correcto para que el equipo que haya encontrado el resultado pase al pizarrón para encerrar en un círculo el resultado correcto anotando a un lado el número de equipo al que pertenece.

El equipo que encuentre el mayor número de resultados resultará ganador. Cabe mencionar que deberá sobrar un resultado.

b) Se entregarán cinco fichas por equipo, a continuación se les explicará que deberán calcular el resultado de la multiplicación 13 x 5 haciendo un rectángulo de trece cuadritos a lo alto por cuatro cuadritos en la base.

No podrán ver el cuadro de multiplicaciones, en caso de que necesitaran saber el resultado de una operación el aplicador se los dará pero les costará una ficha. No se valdrá pedir resultados de operaciones que no estén en la tabla de multiplicaciones.

Como un tip se les dirá que dividan su rectángulo como la vez anterior.

Al terminar se revisará y se compararán los resultados obtenidos y cómo se obtuvieron.

Enseguida se realizarán dos rectángulos más, uno de nueve cuadritos de base por diecisiete de altura y otro de tres cuadritos de base por diecinueve cuadritos de altura teniendo como regla la misma que en la resolución del rectángulo anterior al igual que la revisión de resultados.

Criterio de evaluación:

Los alumnos deberán comprender la multiplicación de dos dígitos por un digito tratando de recordar las tablas de multiplicar y sus conocimientos previos relacionados con los arreglos rectangulares.

Criterio de evaluación del juego:

a) Se deberán obtener cuatro resultados correctos por medio de la multiplicación, ganando el equipo que termine primero y de manera correcta.

b) Ganará el equipo que obtenga la respuesta correcta en los dos rectángulos y tenga el mayor número de fichas en sus manos.

El primer rectángulo servirá de ejemplo.

Sesión 9

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños repasen la resolución de arreglos rectangulares a través de multiplicaciones de dos dígitos por un digito.

Materiales:

Se requerirán quince cartoncillos, siete de ellos con diferentes modelos de rectángulos, cinco cartoncillos con diferentes premios y tres cartoncillos en blanco. Hojas cuadriculadas para cada sujeto y crayolas. Tabla de multiplicaciones. Pelota y Grabadora.

Desarrollo de actividad:

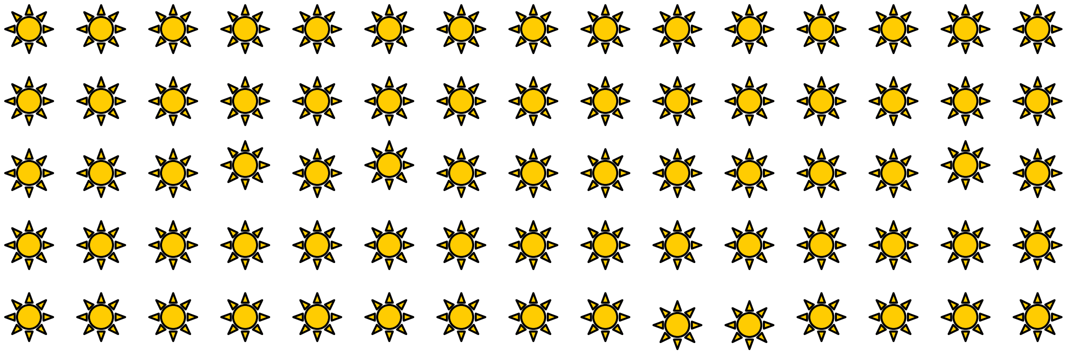
Sentados en círculo se les pedirá que pasen la pelota cuando escuchen que empiece la música dejando de pasarla cuando pare. El sujeto que tenga la pelota cuando pare la música deberá tomar del centro del círculo un cartón que les indicará qué hacer. Por ejemplo, entre los cartones que estarán en el centro del círculo se encontrarán un rectángulo formado por puntos, se les pedirá que calculen contra reloj cuántos puntos forman el rectángulo de cuatro de altura por treinta de base. Mientras tanto los demás sujetos deberán intentar calcular el resultado para poder saber si su compañero obtuvo el resultado correcto, si este es el correcto se le deberá poner un premio al sujeto.

En total se encontrarán siete rectángulos, siete premios y tres cartones en blanco que indicarán el premio automático a los sujetos.

El segundo rectángulo estará formado de cuatro pelotas de altura y sesenta de base, el tercero de cuatro caras felices de altura y cuarenta de base, el cuarto de cinco soles de altura y 15 de base, el quinto de siete fresas de altura y quince de base, el sexto de veinte dulces de altura por cinco de base y el séptimo de trece gomas de base por siete de altura.

La tabla de multiplicaciones podrá estar pegada a un lado del pizarrón.

Ejemplo



Criterio de evaluación:

Los alumnos deberán calcular el total de objetos aplicando los conocimientos previos correspondientes a los arreglos y utilizar lo menos posible la tabla de multiplicaciones para calcular el numero de objetos que hay a través de multiplicaciones de dos dígitos por un dígito.

Criterio de evaluación del juego:

Se deberán obtener en total siete resultados correctos.

Sesión 10

Tiempo 45 min.

Objetivos

a) Que los niños resuelvan problemas de dos dígitos por un dígito, a partir del resultado de números de un dígito.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará un cuaderno cuadriculado u hojas cuadriculadas. Para el grupo la tabla de multiplicaciones.

Desarrollo de actividad:

En parejas, se deberán resolver cinco problemas.

1. Un rectángulo tiene como base trece centímetros y de altura cinco centímetros. ¿Cuántos centímetros mide en total?
2. Lupe hace dulces y los vende en bolsitas. En cada bolsita pone doce dulces. Hoy vendió ocho bolsitas. ¿Cuántos dulces vendió en total?
3. Marco tiene seis cajas con veinticinco manzanas en cada caja ¿cuántas manzanas tiene en total?
4. La tía Laura hizo cinco pasteles para la fiesta de su hijo, cada pastel lo partió en doce rebanadas. ¿A cuántas rebanadas logrará obtener para los invitados?
5. En el recreo te vas a comprar trece chicles, un chicle te cuesta dos pesos ¿Cuánto dinero necesitas?

Se deberá indicar que pueden resolverlos como ellos quieran y si es necesario, consultar la tabla de multiplicaciones.

Al finalizar se deberán resolver los problemas de manera grupal y por medio de la multiplicación de números pequeños para posteriormente el aplicador deberá recoger los cuadernos o las hojas cuadriculadas para cerciorase que los problemas se hayan resuelto de manera correcta.

Criterio de evaluación:

Deberán ocupar la multiplicación para resolver los problemas a través de los arreglos rectangulares. Tomar en cuenta que han comprendido la multiplicación de dos dígitos por un dígito a partir del resultado de un número de un dígito.

Criterio de evaluación del juego:

Se deberán contestar de manera correcta los cinco problemas, ganando el equipo que logre obtener el mayor número de respuestas correctas.

Sesión 11

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños reafirmen los conocimientos adquiridos mediante los arreglos rectangulares.

Materiales:

Se utilizará el cuadro de multiplicaciones y las hojas cuadriculadas. Gises y pizarrón.

Desarrollo de actividad:

Se organizará a los sujetos en equipos. Se deberá escribir en el pizarrón la operación 40 x 3=

Enseguida explicar a los equipos cómo realizar esta operación. Al terminar de explicar se escribirá la operación 20 x 5= se pedirá a uno de los sujetos que pasen al pizarrón a resolver dicha operación.

A continuación se dividirá el pizarrón en el número de equipos. Apuntando en cada una de ellas la operación a resolver. Se pedirá que en equipo resuelvan la operación y al terminar tres minutos uno de los miembros de cada equipo deberá pasar al pizarrón para escribir el resultado. El equipo que conteste correctamente la operación, deberá explicar a sus compañeros cómo la resolvieron.

El equipo ganador será el que resuelva el mayor número de operaciones de manera correcta. Lo mismo sucederá con cinco operaciones a resolver.

1. 20 x 8, 2. 6 x 30, 3. 30 x 5, 4. 40 x 2, 5. 50 x 3

Criterio de evaluación:

Los alumnos deberán obtener los resultados de las multiplicaciones por medio de los arreglos rectangulares los cuales ya deberán de ser comprendidos en su totalidad por ellos.

Criterio de evaluación del juego:

Ganará el equipó con el mayor número de operaciones correctas.

ANEXO 3

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN GRUPO CONTROL

Sesión 1

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños repasen la suma y la resta

Materiales:

6 sobres, 60 papelitos con 30 sumas y restas, gises, un cronometro y un pizarrón.

Desarrollo de actividad:

Se dividirá a el grupo en 6 equipos de 5 niños.

Se les explicara que se les entregara al azar un sobre que no deberán abrir hasta que se les indique, y que ese sobre tendrá un gis y un papelito con una suma (11 + 22, 35 + 14, 18 + 21, 15 + 20, 44 + 21) para cada integrante del equipo, y que en cuanto se les pida que lo habrán, ellos tendrán que ir rápido al pizarrón y anotar su suma y contestarla en el menor tiempo posible, y en cuanto acaben todos de contestar se anotará a un lado del pizarrón el tiempo en que lo contestaron y el numero de respuestas correctas. Después se borrara lo que ellos escribieron y pasara otro equipo a seguir el mismo procedimiento.

Posteriormente se les entregara otro sobre a cada equipo para seguir el mismo procedimiento pero en vez de sumas se utilizaran restas como por ejemplo 59 - 14, 35 – 12, 79 – 24, 88 – 44, 99 – 65, etc

Criterio de evaluación:

Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.

Que corrijan los errores los errores que llegaron a cometer en la sesión.

Sesión 2

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Repasar la suma y la resta.

Materiales:

Pizarrón, gises, urna, 35 papeles con 16 sumas y 17 restas.

Desarrollo de actividad:

El grupo deberá tomarse de las manos hasta formar un círculo grande, una vez formado el círculo deberán sentarse. Enseguida se pedirá a un sujeto que se ponga de pie. Se le indicará que deberá ir recorriendo el círculo tocándole la cabeza a los demás y diciendo "pato" a cada uno, hasta que él o ella decida nombrar a algún sujeto "gallina"; el sujeto nombrado de esa manera, deberá levantarse y correr al mismo tiempo que el sujeto que lo escogió pero en dirección contraria hasta llegar al lugar desocupado. El último que llegue a ese lugar deberá sacar de una urna un papel, que tendrá apuntado ya sea una suma o una resta, para después apuntarla en el pizarrón con la respuesta correcta mientras tanto, los sujetos que permanecen sentados deberán resolverla para poder indicar si está bien contestada la operación.

En total se deberán resolver 35 operaciones.

Criterio de evaluación:

Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.

Que corrijan los errores los errores que llegaron a cometer en la sesión.

Sesión 3

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del dos y del tres.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del dos y hoja con los algoritmos de la tabla del tres.

Desarrollo de actividad:

Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del dos y del tres de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.

Posteriormente se les entregará una hoja donde se les preguntará por ejemplo 2 x 3 =, 2 x 9=, 2 x 5=, 2 x 8 =, etc.; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos.

Al terminar, cada sujeto le entregará la hoja; al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del tres cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador.

Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del dos. Se le pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisaran la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja.

Después que la hoja de la tabla del dos sea corregida se les entregará la de la tabla del tres para corregirla con la pluma.

Criterio de evaluación:

Verificar que los resultados de las multiplicaciones del dos y tres sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.

Sesión 4

Tiempo 45 min.

Objetivos:
a) Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del cuatro y del cinco.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del cuatro y la hoja con los algoritmos de la tabla del cinco.

Desarrollo de actividades:

Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del cuatro de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.

Posteriormente se les entregará una hoja donde se les preguntará por ejemplo 4 x 3 =, 4 x 9=, 4 x 5=, 4 x 8 =, etc.; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones en total se les preguntarán 15 algoritmos.

Al terminar cada sujeto entregará la hoja al aplicador y éste les entregará otra hoja igual pero con la tabla del cinco cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador, se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del cuatro. Se les pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregará una pluma y en conjunto revisarán la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja.

Después que la hoja de la tabla del cuatro sea corregida se les entregará la de la tabla del cinco para corregirla con la pluma.

Criterio de evaluación:

Verificar que los resultados de las multiplicaciones del cuatro y cinco sean correctas. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.

Sesión 5

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del seis y siete.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del seis y hoja con los algoritmos de la tabla del siete.

Desarrollo de actividad:

Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del seis de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.

Posteriormente se les entregará la hoja donde se les preguntará por ejemplo 6 x 3 =, 6 x 9=, 6 x 5=, 6 x 8 =, etc.; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos.

Al terminar cada sujeto entregará la hoja al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del siete cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador. Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del seis; se le pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregara una pluma para que en conjunto revisen la hoja y revisándola con la pluma marcando los errores de la hoja. Después que la hoja de que la tabla del seis sea corregida se les entregará la de la tabla del siete para corregirla con la pluma también.

Criterio de evaluación:

Verificar que los resultados de las multiplicaciones del seis y siete sean correctas. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.

Sesión 6

Tiempo 45 min.

Objetivos:
a) Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del ocho y nueve.

b)Que los niños comprueben que si se invierten el orden de los dígitos en cualquier multiplicación se obtendrá el mismo resultado.

Materiales:
Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del ocho y una hoja con los algoritmos de la tabla del nueve.

Desarrollo de actividad:
Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del ocho de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.
Posteriormente se les entregará la hoja la cual tendrá la hoja donde se les preguntará por ejemplo 8 x 3 = y 3 x8 =, 8 x 9= y 9 x8, 8 x 5= y 5 x8 , 8 x 2 y 2 x 8 =, etc.; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones en total se les preguntarán 15 algoritmos.
Al terminar cada sujeto entregará la hoja al aplicador y éste les entregará otra hoja igual pero con la tabla del nueve cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador, se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del ocho. Se les pedirá que guarden sus lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisarán la hoja y corregirán con la pluma los errores de la hoja.
Después que la hoja de la tabla del ocho sea corregida se les entregará la de la tabla del nueve para corregirla con la pluma.

Criterio de evaluación:

Verificar que los resultados de las multiplicaciones del ocho y nueve sean correctas. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.

Sesión 7

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños amplíen el conocimiento de la multiplicación a través del repaso.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma y la hoja con los algoritmos.

Desarrollo de actividad:

Se les explicará a los sujetos que se les entregará dos hojas donde se les preguntarán las tablas de multiplicar desde la del dos hasta la del nueve de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.

Posteriormente se les entregará la hoja donde se les preguntará por ejemplo 8 x 3 =, 4 x 9=, 6 x 5=, 9 x 8 =, 6 x 6= etc.; en total se les preguntarán 90 algoritmos, teniendo como tiempo límite 45 min. para resolverlos.

Al terminar se les pedirá a l que guarden sus lápices y se les entregará una pluma para que en conjunto revisen la hoja y corrijan con la pluma los errores de la hoja.

Criterio de evaluación:

Verificar que los resultados de las multiplicaciones sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 90.

Sesión 8

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños resuelvan algoritmos multiplicativos de dos dígitos por un dígito.

Materiales:

Hojas con 6 multiplicaciones (11 x 3, 12 x 5, 10 x 2, 11 x 9, 12 x 7 y 10 x 6) Lápiz, goma y pluma para cada sujeto.

Desarrollo actividad:

Se les contara a los sujetos que Juan un niño como ellos, tenia una prueba en su escuela pero que se enfermo y no podrá realizarla, pero que por medio de una carta les pide que le ayuden a realizar su prueba, por lo que de marea individual se les entregara una hoja con 6 multiplicaciones solo podrán utilizar un lápiz y una goma.

La prueba de Juan terminará cuando la mayoría de los sujetos terminen.

Al final todos los sujetos deberán guardar los lápices y se les entregara una pluma, y entre todos contestarán correctamente la prueba y ellos con la pluma que se les entregó corregirán los errores que hayan cometido en la prueba de Juan.

Criterio de evaluación:

Los alumnos deberán contestar correctamente las multiplicaciones de dos dígitos por un dígito. Y si cometen errores deberán corregirlos al finalizar la prueba.

Sesión 9

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a) Que los niños resuelvan multiplicaciones de dos dígitos por un digito,.

b) Que los niños repasen las tablas demultiplicar.

Materiales:

Cuadro de multiplicaciones y tiras de papel del largo del cuadro de multiplicaciones.

Desarrollo de actividad:

Se repetirá en voz alta el cuadro de multiplicaciones de manera grupal.

Al terminar, el aplicador indicará qué multiplicación se deberá repetir en voz alta para que todo el grupo lo haga.

Enseguida se taparán los resultados de todo el cuadro de multiplicaciones.

En orden, uno por uno de los sujetos, deberán decir en voz alta la multiplicación que le toca y el resultado. Si el resultado que dan no es el correcto deberán quedar expulsados para tomar el rol de juez indicando cuando uno de sus compañeros se equivoque.

Al finalizar quedará un ganador y será el que no haya tenido ningún error.

Posteriormente se les entregara una hoja con las siguientes multiplicaciones 60 x 4, 30 x 4, 40 x 4, 15 x 7 y 15 x 5 y finalmente entre todos verificaran los resultados

Criterio de evaluación:

Que los niños hayan memorizado las tablas de multiplicar.

Que los niños contesten correctamente multiplicaciones de dos dígitos por un dígito.

Sesión 10

Tiempo 45 min.

Objetivos

a) Que los niños resuelvan problemas de dos dígitos por un dígito, a partir del resultado de números de un dígito.

Materiales:

Para cada sujeto se necesitará un cuaderno cuadriculado u hojas cuadriculadas. Para el grupo la tabla de multiplicaciones.

Desarrollo de actividad:

En parejas, se deberán resolver cinco problemas.

6. Un rectángulo tiene como base trece centímetros y de altura cinco centímetros. ¿Cuántos centímetros mide en total?
7. Lupe hace dulces y los vende en bolsitas. En cada bolsita pone doce dulces. Hoy vendió ocho bolsitas. ¿Cuántos dulces vendió en total?
8. Marco tiene seis cajas con veinticinco manzanas en cada caja ¿cuántas manzanas tiene en total?
9. La tía Laura hizo cinco pasteles para la fiesta de su hijo, cada pastel lo partió en doce rebanadas. ¿A cuántas rebanadas logrará obtener para los invitados?
10. En el recreo te vas a comprar trece chicles, un chicle te cuesta dos pesos ¿Cuánto dinero necesitas?

Se deberá indicar que pueden resolverlos como ellos quieran y si es necesario, consultar la tabla de multiplicaciones.

Al finalizar se deberán resolver los problemas de manera grupal y por medio de la multiplicación de números pequeños para posteriormente el aplicador deberá recoger los cuadernos o las hojas cuadriculadas para cerciorase que los problemas se hayan resuelto de manera correcta.

Criterio de evaluación:

Deberán ocupar la multiplicación para resolver los problemas Tomar en cuenta si la han comprendido la multiplicación de dos dígitos por un dígito a partir del resultado de un número de un dígito.

Sesión 11

Tiempo 45 min.

Objetivos:

a)Que los niños realicen operaciones de dos dígitos por un dígito.

Materiales:

Se utilizará el cuadro de multiplicaciones y las hojas cuadriculadas. Gises y pizarrón.

Desarrollo de actividad:

Se organizará a los sujetos en equipos. Se deberá escribir en el pizarrón la operación 40 x 3=

Enseguida explicar a los equipos cómo realizar esta operación. Al terminar de explicar se escribirá la operación 20 x 5= se pedirá a uno de los sujetos que pasen al pizarrón a resolver dicha operación.

A continuación se dividirá el pizarrón en el número de equipos. Apuntando en cada una de ellas la operación a resolver. Se pedirá que en equipo resuelvan la operación y al terminar tres minutos uno de los miembros de cada equipo deberá pasar al pizarrón para escribir el resultado. El equipo que conteste correctamente la operación, deberá explicar a sus compañeros cómo la resolvieron.

El equipo ganador será el que resuelva el mayor número de operaciones de manera correcta. Lo mismo sucederá con cinco operaciones a resolver.

1. 20 x 8, 2. 6 x 30, 3. 30 x 5, 4. 40 x 2, 5. 50 x 3

Criterio de evaluación:

Que los niños logren comprender las ecuaciones de dos dígitos por uno.

ANEXO 4

Grupo Experimental

Sesión	Objetivos	Material	Desarrollo de la actividad	Criterio de evaluación
1	Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego.	6 sobres, 60 papelitos con 30 sumas y restas, gises, un cronometro y un pizarrón.	Se dividirá el grupo en seis equipos y a cada uno de ellos se les entregara un sobre con una suma para cada integrante, cada uno de ellos deberán pasar al pizarrón cuando se les indique y anotar su suma y calcular el resultado, a un lado del pizarrón se anotará el número de respuestas correctas que obtuvieron y el tiempo en que contestaron. Posteriormente pasarán los integrantes faltantes de cada equipo a seguir el mismo procedimiento. Cuando todos hayan pasado se les entregará otro sobre a cada equipo pero en vez de sumas serán restas con las cuales deberán realizar la misma actividad.	Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.
2	Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego. Que los niños corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión	Pizarrón, gises, urna, 35 papeles con 16 sumas y 17 restas.	Se llevará a cabo el juego de “Pato – Gallina” el cual consiste que todos se sienten en el suelo formando un circulo y un niño al azar pasará detrás de ellos tocándoles la cabeza y diciéndoles pato, pato, a uno de ellos le dirá gallina este deberá levantarse y ambos deberán correr alrededor de sus compañeros hasta llegar al lugar donde estaban; el ultimo en llegar deberá sacar un papel de una urna y sacaran ya sea una suma o una resta la cual deberán contestar correctamente en el pizarrón y después seguirán con el juego.	Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos. Que corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión.
3	Que los niños comprendan de donde sale los resultados de la tabla del dos y del tres por medio de los arreglos rectangulares. Que los niños calculen el número de	18 rotafolios con los siguientes arreglos curriculares con la tabla del 2 y del 3 (2 x 2, 3 x 4, 3 x 7, 2 x 4, 2 x 7, 2 x 4, 3 x 5, 2 x 8,	Se dividirá al grupo en dos equipos y un representante de cada equipo pasara al frente y calcularan lo mas rápido posible la cantidad de puntitos que hay en un arreglo rectangular basándose en el método que ellos prefieran , posteriormente anotarán el resultado en el pizarrón. Se repetirá el mismo procedimiento con otros tres integrantes de cada equipo. Al terminar se les explicara como la multiplicación ayuda a encontrar el resultado de forma mas rápida. Posteriormente se pasa al frente a otro integrante de cada equipo para que conteste otro arreglo rectangular y si no se ayuda con la multiplicación se pide que se ayuden de dicha operación. Se sigue el mismo procedimiento con los alumnos restantes de cada equipo.	Que comprendan el uso de la multiplicación de un digito por un dígito para resolver un arreglo rectangular. La multiplicación deberá ser considerada como una herramienta básica para el cálculo de objetos que hay en un arreglo rectangular. Que verifiquen que la

	elementos en los arreglos rectangulares a través de la multiplicación (un dígito por un dígito). Que el niño compruebe que la multiplicación es la manera más rápida de encontrar el número de objetos en un arreglo rectangular en comparación con la suma o el conteo. Que los niños descubran que hay procedimientos más eficaces que la suma para resolver arreglos rectangulares	3 x 5, 2 x 3, 3 x 9,hasta completar las tablas) cada uno se repite dos veces. Gises de colores. Un borrador y un pizarrón.		multiplicación es la operación más rápida para encontrar un resultado en comparación con la suma
4	Que los niños recurran a los arreglos rectangulares para resolver problemas través de la multiplicación del cuatro de del cinco. Que los niños comprueben que la multiplicación	Quince arreglos rectangulares (5x 3, 4 x 3, 4 x 5, 5 x 6, 4 x 2, 5 x 4, 5 x 2, 4 x 5, 4 x 6, 5 x 5, 4 x 6, 5 x 9, 4 x 9, 4 x 8 y 5 x 7). También se necesitarán	Se dividirá a el grupo en dos equipos y un representante de cada equipo pasara al frente y deberá calcular la cantidad de cuadritos que hay en un arreglo rectangular. Posteriormente se tapara con una hoja en blanco el arreglo rectangular y solo se dejara ver el primer renglón vertical y el primer reglón horizontal, para explicar como pueden calcular la cantidad de cuadritos por medio de la multiplicación. Después se pondrá en el pizarrón otro arreglo rectangular y pasará al frente otro representante de cada equipo y anotará el resultado correcto, así pasaran todos los representantes hasta completar 14 arreglos rectangulares.	Tomar en cuenta la operación utilizada por los alumnos para obtener el total de cuadritos que forman el rectángulo. Que recurran a la multiplicación para obtener los totales en cada arreglo rectangular.

	es la forma más fácil y rápida de encontrar el total de objetos en un arreglo rectangular.	cartoncillos en blanco del tamaño de cada uno de los rectángulos.		
5	Que los niños refuercen el uso de la multiplicación del la tabla de 6 y la del siete con los arreglos rectangulares de forma lúdica.	Dos tiras de papel divididas en 16 cuadros, en donde cada cuadro tendrá un arreglo rectangular sin resultado y al final de las tiras una meta. Dos cochecitos de juguetes. Gises, pizarrón y borrador	Al frente del salón se pondrán dos tiras con 16 arreglos rectangulares y uno por cada integrante de cada equipo los cuales solo tienen visibles la primer línea vertical y la primera horizontal. Al principio de cada línea se pondrá un cochecito. El cohechito avanzara una casilla por cada arreglo rectangular que haya sido contestado correctamente.	Que refuercen los conocimientos de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares
6	Que los niños comprueben con la tabla del ocho y la del nueve que si se invierte el orden de los dígitos en cualquier multiplicación se obtendrá el mismo resultado (propiedad conmutativa). b) Que los niños amplíen el	Pizarrón, gises y un borrador.	Se le explicara que es la propiedad conmutativa y como se puede representar a través de los arreglos rectangulares. Se dividirá el grupo en dos equipos y cada integrante de cada equipo pasará uno por uno al pizarrón y resolverán un arreglo rectangular reprensado de las dos formas posibles	El alumno deberá comprender la propiedad conmutativa de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares. Que los arreglos rectangulares amplíen el conocimiento de la multiplicación.

	conocimiento de la multiplicación a través de los arreglos rectangulares			
7	Evidenciar que los alumnos hayan comprendido la multiplicación aún sin los arreglos rectangulares. Que los niños comprueben que la multiplicación es la forma más rápida para encontrar un resultado.	10 chocolates, 10 paletas, 10 dulces, 10 bolsitas de lunetas, 10 bolsitas de gomitas, Pizarrón, gises y borrador.	Dividir el grupo en dos equipos, se jugará a la tiendita. Después de seleccionar a un representante de cada equipo se le planteará un problema relacionado con la tiendita, en caso de que lo resuelva correctamente tendrá derecho a un dulce. Posteriormente los aplicadores deberán explicar cómo por medio de la multiplicación se obtienen los resultados correctos de los problemas antes vistos.	El aplicador deberá estar al pendiente de que los alumnos utilicen la multiplicación para saber el total de precios que se necesita saber en los diferentes ejercicios que se le sean planteados, una vez que el aplicador haya explicado el uso de la multiplicación como opción rápida para obtener el resultado de los diferentes planteamientos o problemas. Se espera que los alumnos hayan comprendido y en caso de que ocupen la suma sean corregidos entre ellos mismos.
8	Que los niños encuentren resultados de multiplicaciones de dos dígitos por un dígito, a partir de los resultados de multiplicar números de dígito. Trabajar con arreglos rectangulares para encontrar los	Hojas rectangulares cuadriculadas para cada sujeto, tabla de multiplicaciones y cinco arreglos rectangulares. Cinco fichas para cada	En equipos, primero se explicará la resolución de una multiplicación de dos dígitos por un dígito. En el pizarrón el aplicador deberá escribir diferentes resultados. Se mostrarán cinco diferentes rectángulos cuadriculados para que calculen la cantidad de cuadritos, dándoles como tiempo límite 7 min. El equipo que termine primero deberá encerrar en un círculo la respuesta correcta. Por equipo se entregarán cinco fichas, deberán hacer en su cuaderno diferentes rectángulos cuadriculados para que calculen el total, podrán consultar la tabla de multiplicaciones a cambio de dar una ficha al aplicador, el equipo que tenga el mayor número de fichas y mayor número de resultados correctos será el ganador.	Los alumnos deberán comprender la multiplicación de dos dígitos por un digito tratando de recordar las tablas de multiplicar y sus conocimientos previos relacionados con los arreglos rectangulares.

	resultados.	equipo y hojas cuadriculadas para cada equipo. Para el aplicador, cuatro rectángulos con las dimensiones de los rectángulos que deberán resolver los equipos en cartoncillo cuadriculado.		
9	Que los niños repasen la resolución de arreglos rectangulares a través de multiplicaciones de dos dígitos por un digito.	Se requerirán quince cartoncillos, siete de ellos con diferentes modelos de rectángulos, cinco cartoncillos con diferentes premios y tres cartoncillos en blanco. Hojas cuadriculadas para cada sujeto y crayolas. Tabla de	Sentados en sus lugares se les pedirá que pasen una pelota cuando escuchen la música, dejando de hacerlo al parar la música, el sujeto que se quede con la pelota deberá tomar del centro un cartoncillo que puede contener un premio, un arreglo rectángular o nada. En caso de que el alumno obtenga el resultado correcto será premiado.	Los alumnos deberán calcular el total de objetos aplicando los conocimientos previos correspondientes a los arreglos y utilizar lo menos posible la tabla de multiplicaciones para calcular el numero de objetos que hay a través de multiplicaciones de dos dígitos por un dígito.

		multiplicaciones. Pelota y Grabadora.		
10	Que los niños resuelvan problemas de dos dígitos por un dígito, a partir del resultado de números de un dígito.	para cada sujeto se necesitará un cuaderno cuadriculado u hojas cuadriculadas. Para el grupo la tabla de multiplicaciones.	En parejas, se deberán resolver cinco problemas dictados por los aplicadores/as, se indicará que podrán resolverlos como ellos quieran y si es necesario pueden consultar la tabla de multiplicaciones. Al terminar todas las parejas de resolverlos, se deberán resolver de manera grupal. Posteriormente los aplicadores deberán recoger los cuadernos o las hojas cuadriculadas para cerciorarse de que los problemas se hayan resuelto de manera correcta.	Deberán ocupar la multiplicación para resolver los problemas a través de los arreglos rectangulares. Tomar en cuenta que han comprendido la multiplicación de dos dígitos por un dígito a partir del resultado de un número de un dígito.
11	Que los niños reafirmen los conocimientos adquiridos mediante los arreglos rectangulares..	Se utilizará el cuadro de multiplicaciones y las hojas cuadriculadas. Gises y pizarrón.	Los alumnos trabajarán de manera individual. Se apuntarán en el pizarrón 20 multiplicaciones (de un dígito por un dígito). Los alumnos deberán copiar las multiplicaciones para resolverlas en sus hojas. Se les darán 30 min. para resolverlas. Al finalizar se recogerán las hojas con la finalidad de revisar la forma de resolución de las multiplicaciones y si éstas fueron resueltas de manera correcta. Al terminar de recogerlas, se intercambiarán comentarios de cómo se sintieron los alumnos y se resolverán en grupo las operaciones.	Los alumnos deberán obtener los resultados de las multiplicaciones por medio de los arreglos rectangulares los cuales ya deberán de ser comprendidos en su totalidad por ellos.

ANEXO 5

Grupo Control

Sesión	Objetivos	Material	Desarrollo de la actividad	Criterio de evaluación
1	Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego.	6 sobres, 60 papelitos con 30 sumas y restas, gises, un cronometro y un pizarrón.	Se dividirá el grupo en seis equipos y a cada uno de ellos se les entregara un sobre con una suma para cada integrante, cada uno de ellos deberán pasar al pizarrón cuando se les indique y anotar su suma y calcular el resultado, a un lado del pisaron se anotará el número de respuestas correctas que obtuvieron y el tiempo en que contestaron. Posteriormente pasarán los equipos restantes a seguir el mismo procedimiento. Cuando todos hayan pasado se les entregará otro sobre a cada equipo pero en vez de sumas serán restas con las cuales deberán realizar la misma actividad.	Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos.
2	Que los niños repasen la suma y la resta de dos dígitos con resultados de dos dígitos a través del juego. Que los niños corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión	Pizarrón, gises, urna, 35 papeles con 16 sumas y 17 restas.	Se llevará a cabo el juego de "Pato – Gallina" el cual consiste que todos se sienten en el suelo formando un circulo y un niño al azar pasará detrás de ellos tocándoles la cabeza y diciéndoles pato, pato, a uno de ellos le dirá gallina este deberá levantarse y ambos deberán correr alrededor de sus compañeros hasta llegar al lugar donde estaban; el ultimo en llegar deberá sacar un papel de una urna y sacaran ya sea una suma o una resta la cual deberán contestar correctamente en el pisaron y después seguirán con el juego.	Que los alumnos reafirmen los conocimientos de suma y resta de dos dígitos con resultados también de dos dígitos. Que corrijan los errores que llegaron a cometer en la sesión.
3	Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del dos y del tres.	Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del dos y hoja con los algoritmos de la tabla del tres.	Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del dos y del tres de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz. Posteriormente se les entregará una hoja ejemplo con algoritmos de la tabla del 2; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos. Al terminar, cada sujeto le entregará la hoja; al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del tres cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador. Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del dos. Se le pedirá a los sujetos que guarden sus	Verificar que los resultados de las multiplicaciones del dos y tres sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.

			lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisaran la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja. Después que la hoja de la tabla del dos sea corregida se les entregará la de la tabla del tres para corregirla con la pluma.	
4	Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del cuatro y cinco	Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del cuatro y hoja con los algoritmos de la tabla del cinco.	Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del cuatro y del cinco de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz. Posteriormente se les entregará una hoja ejemplo con algoritmos de la tabla del cuatro; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos. Al terminar, cada sujeto le entregará la hoja; al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del cinco cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador. Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del cuatro. Se le pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisaran la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja. Después que la hoja de la tabla del cuatro sea corregida se les entregará la de la tabla del cinco para corregirla con la pluma.	Verificar que los resultados de las multiplicaciones del cuatro y cinco sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.
5	Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las tablas de multiplicar del seis y siete	Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con los algoritmos de la tabla del seis y hoja con los algoritmos de la tabla del siete.	Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del seis y siete de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz. Posteriormente se les entregará una hoja ejemplo con algoritmos de la tabla del seis; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos. Al terminar, cada sujeto le entregará la hoja al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del siete cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador. Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del seis. Se le pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisaran la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja. Después que la hoja de la tabla del seis sea corregida se les entregará la de la tabla del siete para corregirla con la pluma.	Verificar que los resultados de las multiplicaciones del seis y siete sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 30 por las dos hojas.
6	Que los niños recurran al repaso como una forma para aprender las	Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma, hoja con	Se les explicará a los sujetos que se les entregará una hoja donde se les preguntará la tabla del ocho y nueve de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz.	Verificar que los resultados de las multiplicaciones del ocho y nueve sean correctos. El total de los resultados

	tablas de multiplicar del ocho y nueve	los algoritmos de la tabla del ocho y hoja con los algoritmos de la tabla del nueve.	Posteriormente se les entregará una hoja ejemplo con algoritmos de la tabla del ocho; en ocasiones algún algoritmo se les preguntará en dos ocasiones. En total se les preguntarán 15 algoritmos. Al terminar, cada sujeto le entregará la hoja al aplicador y éste le entregará otra hoja igual pero con la tabla del nueve cuando todo el grupo haya entregado la hoja al aplicador. Se les repartirá nuevamente la hoja de la tabla del ocho. Se le pedirá a los sujetos que guarden sus lápices y se les entregara una pluma y en conjunto revisaran la hoja y ellos corregirán con la pluma los errores de la hoja. Después que la hoja de la tabla del ocho sea corregida se les entregará la de la tabla del nueve para corregirla con la pluma.	correctos deberán ser 30 por las dos hojas.
7	Que los niños amplíen el conocimiento de la multiplicación a través del repaso.	Para cada sujeto se necesitará: lápiz, pluma, goma y la hoja con los algoritmos	Se les explicará a los sujetos que se les entregará dos hojas donde se les preguntarán las tablas de multiplicar desde la del dos hasta la del nueve de forma desordenada y que deberán contestarla con lápiz. Posteriormente se les entregará la hoja donde se les preguntará por ejemplo 8 x 3 =, 4 x 9=, 6 x 5=, 9 x 8 =, 6 x 6= etc.; en total se les preguntarán 90 algoritmos, teniendo como tiempo límite 45 min. para resolverlos. Al terminar se les pedirá a l que guarden sus lápices y se les entregará una pluma para que en conjunto revisen la hoja y corrijan con la pluma los errores de la hoja.	Verificar que los resultados de las multiplicaciones sean correctos. El total de los resultados correctos deberán ser 90.
8	Que los niños resuelvan algoritmos multiplicativos de dos dígitos por un dígito.	Para cada alumno una hoja con 6 multiplicaciones (11 x 3, 12 x 5, 10 x 2, 11 x 9, 12 x 7 y 10 x 6), lápiz, goma y pluma.	Se les contará a los alumnos que Juan un niño como ellos, tenía una prueba en su escuela pero que se enfermó y no podrá realizarla, pero que por medio de una carta les pide que le ayuden a realizar su prueba; por lo que de marea individual se les entregará una hoja con 6 multiplicaciones indicándoles que sólo podrán utilizar un lápiz y una goma. La prueba de Juan terminará cuando la mayoría de los alumnos terminen. Al final todos deberán guardar los lápices y se les entregará una pluma para que en grupo contesten correctamente la prueba y con la pluma que se les entregó corregirán los errores que hayan cometido en la prueba de Juan.	Los alumnos deberán contestar correctamente las multiplicaciones de dos dígitos por un dígito. Y si cometen errores deberán corregirlos de manera grupal al finalizar la prueba.
9	Que los niños resuelvan multiplicaciones de dos dígitos por	Para el grupo: un cuadro de multiplicaciones y para el	Se repetirá de manera grupal y en voz alta el cuadro de multiplicaciones. Al terminar, el aplicador indicará qué multiplicación se deberá repetir en voz alta para que todo el grupo lo haga.	Que los niños hayan memorizado las tablas de multiplicar y deberán contestar correctamente las

	un digito y que repasen las tablas de multiplicar.	aplicador tiras de papel del largo del cuadro de multiplicaciones. A cada alumno deberá serle entregada una hoja con cinco multiplicaciones de dos dígitos por un dígito.	Enseguida se taparán los resultados de todo el cuadro de multiplicaciones. En orden, uno por uno de los sujetos, deberán decir en voz alta la multiplicación que le toca y el resultado. Si el resultado que dan no es el correcto deberán quedar expulsados para tomar el rol de juez indicando cuando uno de sus compañeros se equivoque. Al finalizar quedará un ganador y será el que no haya tenido ningún error. Posteriormente se les entregará una hoja con cinco multiplicaciones. Finalmente entre todos verificarán los resultados	multiplicaciones de dos dígitos por un dígito.
10	Que los niños resuelvan problemas de dos dígitos por un dígito a partir del resultado de números de un dígito.	Para cada alumno se necesitará un cuaderno cuadriculado u hojas cuadriculadas. Para el grupo el cuadro de multiplicaciones.	En parejas, se deberán resolver cinco problemas dictados por los aplicadores/as, se indicará que podrán resolverlos como ellos quieran y si es necesario pueden consultar la tabla de multiplicaciones. Al terminar todas las parejas de resolverlos, se deberán resolver de manera grupal. Posteriormente los aplicadores deberán recoger los cuadernos o las hojas cuadriculadas para cerciorarse de que los problemas se hayan resuelto de manera correcta.	Deberán ocupar la multiplicación para resolver los problemas, se deberá tomar en cuenta si han comprendido la multiplicación de dos dígitos por un dígito a partir del resultado de la multiplicación de un número de un dígito.
11	Que los alumnos realicen operaciones de dos dígitos por un dígito.	Para el grupo: cuadro de multiplicaciones y hojas cuadriculadas, gises y pizarrón.	Se organizará a los sujetos en equipos. El aplicador deberá escribir en el pizarrón una multiplicación. Enseguida se deberá explicar a los equipos cómo realizar esta operación para después escribir la operación 20 x 5=, se pedirá a uno de los sujetos que pasen al pizarrón a resolver dicha operación. A continuación se dividirá el pizarrón en el número de equipos. Apuntando en cada una de ellas la operación a resolver. Se pedirá que en equipo resuelvan la operación y al terminar tres minutos uno de los miembros de cada equipo deberá pasar al pizarrón para escribir el resultado. El equipo que conteste correctamente la operación, deberá explicar a sus compañeros cómo la resolvieron. El equipo ganador será el que resuelva el mayor número de operaciones de manera correcta. Lo mismo sucederá con cinco operaciones a resolver.	Que los niños logren comprender las ecuaciones de dos dígitos por uno.