UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO, MÉXICO. D. F.

LOS SIGNIFICADOS DE LA FRACCIÓN EN EL DISCURSO Y EN LA PRÁCTICA DE LOS ESTUDIANTES DE 4° GRADO DE NORMAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO;
LÍNEA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

P R E S E N T A:

Isidro González Molina

DIRECTORA DE LA TESIS

DRA. ALICIA ÁVILA STORER

MÉXICO, D. F., SEPTIEMBRE DE 2005.

Í N D I C E

CONTENIDO PÁG.

CAPÍTULO IV

EL ESTUDIO DE CAMPO

INTRODUCCIÓN

La orientación de la formación de los profesores de educación primaria en nuestro país, ha estado determinada por la postura ideológica imperante en el momento. Así por ejemplo, en el periodo post-revolucionario, con José Vasconcelos y Moisés Sáenz, “la pedagogía social definía el Programa Educativo de México el cual daba mayor atención a la educación rural y retomaba los idearios políticos revolucionarios” (Larroyo, F. 1983.42). Posteriormente, a partir de 1940, la educación se encaminó a fortalecer la unidad nacional sin el abandono de su compromiso social con un carácter laico.

Una vez lograda en cierta medida la estabilidad social, a inicio de la década de los sesenta, se produjo un alto incremento demográfico, dándose la consecuente expansión de la educación preescolar, primaria y secundaria; esto implicó la necesidad de formación de miles de maestros, situación que “provocó el crecimiento de la matrícula de las escuelas normales” (SEP. 1997.12).

Estas situaciones paulatinamente fueron haciendo evidentes las “insuficiencias de las instancias centrales para organizar y conducir académicamente la educación normal (la federal, la dependiente de los gobiernos estatales y la privada)” (SEP. 1997.14).

Pero no es nuestro propósito detenernos en el estudio de las diferentes problemáticas y de las perspectivas de la educación normal correspondientes a las últimas décadas, por lo que quiero acotar esta revisión haciendo una distinción de los rasgos esenciales del Plan de Estudios para la formación de maestros de educación primaria 1984 y del Programa para la Transformación y Fortalecimiento Académico de las Escuelas Normales 1997.

El primero presenta: 1) “una limitada atención al estudio del currículum de la educación primaria y a los conocimientos científicos y pedagógicos necesarios para su enseñanza; y 2) una escasa familiarización con el trabajo real del maestro y con las condiciones de funcionamiento de las escuelas en diversos medios sociales y culturales” (SEP. 1997.18).

El segundo, pone énfasis entre otros aspectos, en: 1) “el conocimiento de los contenidos, los propósitos y los enfoques para la enseñanza...; y 2) el desarrollo de estrategias y actividades didácticas, adecuadas a los grados y formas de desarrollo de los alumnos, así como a las características sociales y culturales de éstos y de su entorno” (SEP. 1997.32-33).

La distinción realizada en los párrafos precedentes, nos lleva a consentir a que – al menos en el discurso – el Programa para la Transformación y Fortalecimiento Académico de las Escuelas Normales 1997 propone la formación de un maestro con un perfil de egreso acorde a las necesidades de enseñanza del Plan y Programas de Estudio de Educación primaria implementado en nuestro país desde septiembre de 1993.

De manera específica este último documento (el Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria) plantea que “para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantar y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés” (SEP. 1993.53).

De tal modo que en este mismo sentido, el programa de la asignatura "Matemáticas y su enseñanza I" de la licenciatura de educación primaria establece que para abordar el estudio de los aspectos didácticos de las matemáticas, los estudiantes (normalistas) necesitan, por un lado, consolidar sus conocimientos sobre los contenidos básicos de la disciplina y, por otro, aprender formas de enseñanza que propicien la construcción de aprendizajes permanentes y con significado en la escuela primaria" (SEP. 2000.12). La reflexión sobre esto último me generó algunas preguntas en torno al dominio y enseñanza de contenidos matemáticos, específicamente con respecto a las fracciones y los distintos significados que adquieren en situaciones diversas.

Asimismo el Plan y Programas de Estudio de Educación Primaria señala que para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático... (SEP. 1993, 52); de tal modo que considerando la premisa anterior y de acuerdo con Aguayo (2002, 15) quien plantea "que los problemas de la enseñanza de la matemática en el nivel básico pueden ser explicados en parte, al comprender la formación inicial de los profesores..." de ahí que decidí ubicar este estudio con alumnos próximos a egresar de la Licenciatura en Educación Primaria para advertir en al medida de lo posible, si es desde la formación normalista que el problema de la enseñanza de los contenidos matemáticos en la escuela primaria tiene algunos factores que lo preservan.

Por otro lado, el recurrente manejo de la fracción como parte de un todo que a lo largo de dieciséis años de servicio docente he escuchado y observado como interpretación común del concepto entre el gremio, aunado a la complejidad que representa (Llinares, 1997, 13) motivaron el interés para realizar esta investigación alrededor de este tema: el de las diferentes interpretaciones de la fracción.

Cabe señalar que el desarrollo de la presente investigación siempre consideró que los estudiantes normalistas con quienes se implementó alguna estrategia de recolección de datos, han cursado ya el 75% de la licenciatura en educación primaria bajo la propuesta del Programa para la Transformación y fortalecimiento académico de las escuelas Normales 1997 del cual algunos de sus principales planteamientos se han mencionado someramente.

En este sentido, el trabajo que aquí se presenta se divide en cuatro capítulos. En el primero se hace una descripción del problema de investigación, mismo que se centra en el propósito de advertir si los estudiantes de cuarto grado de educación normal reconocen los distintos significados de la fracción en función de las situaciones que implican su manejo. Es también en este apartado donde se hace referencia a las Escuelas Normales a las que se acudió para el estudio; al número de estudiantes con que no se trabajó y a la metodología aplicada en la investigación.

En el capítulo segundo, se hace una revisión de la literatura disponible en torno a la fracción, su conceptualización y su enseñanza. Así pues, se abordan brevemente algunas cuestiones históricas; se establece una relación entre fracción y número racional a la luz de las aportaciones de Mancera (1992) y se realiza una distinción de las diferentes interpretaciones de la expresión fraccionaria a/b considerando los planteamientos de Mancera (1992), de (Llinares y Sánchez 1997) y de Monchón (s/f) quien se apoya en los aportes de Freudenthal y Streefland.

El capítulo tercero contiene un acercamiento a los principios y orientaciones pedagógicas que sustentan el Plan de Estudios de Educación Normal de 1997 (SEP, 1997); así mismo se presentan algunas consideraciones sobre los rasgos del perfil de egreso que se propone en dicho documento, deberán tener los nuevos maestros de educación primaria en lo general y en particular también se revisa la propuesta para la enseñanza de las matemáticas en el programa respectivo (SEP, 2000).

En el cuarto y último capítulo se da cuenta de los resultados de la exploración que se hizo mediante la aplicación de “cuestionarios, entrevistas y observaciones a los estudiantes normalistas y que nos muestran datos relativos a las ideas que prevalecen en torno a la fracción y sus significados. Se destaca además, en este mismo apartado, un análisis sobre la relación entre el discurso y la práctica de los estudiantes en cuanto a la enseñanza de las matemáticas”.

Finalmente, en las conclusiones se exponen las reflexiones más relevantes en torno a los resultados obtenidos en la presente investigación y fundamentalmente sostienen que le falta de dominio sobre los contenidos básicos permite que el “saber enseñado” esté aún distante del “saber a enseñar”.

Isidro González Molina.

CAPÍTULO I

LA PROBLEMÁTICA

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La práctica docente expresa la habilidad en el manejo del tema que tiene el maestro, el nivel de profundidad en el conocimiento del mismo y la interpretación que de él hace. Además, la misma práctica hace evidente una concepción del aprendizaje y de la enseñanza que muchas veces no corresponde – al menos no totalmente – al discurso expresado respecto de tal proceso.

En este trabajo llevaré la reflexión sobre la práctica docente al plano de la formación para la práctica, la cual se desarrolla en el marco del plan de estudios actualmente en vigor.

En 1997, la Secretaría de Educación Pública distribuyó en las instituciones formadoras de docentes de todo el país, el nuevo Plan de Estudios para la formación inicial de profesores de educación primaria con el propósito de adecuarla a "los cambios experimentados en los enfoques y en los contenidos del currículum" (SEP, 1997, 20) de la educación básica cuyo proceso de reforma se inició en 1993.

El plan de estudios referido, que "forma parte del programa para la transformación y el fortalecimiento Académico de las Escuelas Normales" (SEP, 1997, 5), señala los rasgos deseables del nuevo maestro y los agrupa en cinco campos (SEP, 1997, 31): "habilidades intelectuales específicas, dominio de los contenidos de enseñanza, competencias didácticas, identidad profesional y ética, y capacidad de percepción y respuesta a las condiciones de los alumnos y del entorno de la escuela".

Así por ejemplo, en el campo “dominio de los contenidos de enseñanza algunos de los rasgos a desarrollar son “el dominio de los campos disciplinarios y el conocimiento de los propósitos, los contenidos y los enfoques que se establecen para la enseñanza...” (SEP, 1997, 32); en el de “competencias didácticas”, el diseño, la organización y la puesta en práctica de estrategias y actividades didácticas, así como el conocimiento de los materiales de enseñanza y los recursos didácticos disponibles (SEP, 1997, 33).

Este brevísimo asomo al nuevo Plan de Estudios de Educación Normal, puede sugerir la idea de que en las Escuelas Normales se está formando a futuros profesores de educación primaria con sólidos elementos didácticos y disciplinarios en el ámbito de las asignaturas básicas del plan de estudios de este nivel educativo.

No obstante que el Plan de estudios de educación normal 1997 plantea para la formación inicial docente los propósitos antes referidos, sabemos que dicha formación no es el resultado inmediato de los objetivos educativos previstos para tal nivel, sino del proceso que se ha desarrollado desde el inicio de la vida escolarizada del futuro docente. Tal como lo señala Building (Building en Aguayo, 2000, 60) “la formación no designa sino el proceso mediante el cual el hombre se construye en todo momento”. Sin embargo, el plan de estudios actual pretende formar profesores con habilidades comunicativas y didácticas desarrolladas óptimamente, entre las que vale destacar la formación didáctica y las habilidades o competencias elementales para diseñar estrategias de enseñanza.

Al adentrarnos en la revisión del programa destinado a la formación para la enseñanza de la matemática - que se desarrolla en dos semestres (el 2° y 3°) con el título “Matemáticas y su enseñanza I y II” - destaca que:

> “Estos cursos tienen como propósitos que los alumnos de las escuelas normales apliquen y consoliden sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos que el maestro de educación primaria requiere dominar, y comprendan en qué consiste el enfoque para la enseñanza de esta disciplina” (SEP, 1997, 72).

Para el caso de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos referentes al manejo de las fracciones en diferentes situaciones, el Plan de estudios de Educación Normal plantea en el programa del curso “La enseñanza de las matemáticas”, que los estudiantes normalistas “Conozcan los diferentes significados que puede tener una fracción y los problemas que se generan con ellos” (SEP. 1999. 19. II)

No obstante el propósito anterior, las fracciones siguen siendo un tema de difícil manejo en la práctica educativa como lo reportan Llinares y Sánchez (1997, 13) al definirlo como un “tema tan conocido como complejo” de tal modo que en el presente trabajo se plantea como objetivo de la investigación el que se anota en seguida;

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

- **Conocer cuáles son los diferentes significados de la noción de fracción que el estudiante de 4° grado de normal expresa en su discurso y maneja en su práctica docente.**

Con base en este objetivo se planteó una serie de preguntas que se anotan a continuación:

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.

A. **En cuanto al dominio del tema.**

- ¿Cómo son definidos los números racionales por los estudiantes normalistas?
- ¿Qué concepto de fracción se hace evidente en el discurso y la práctica de enseñanza de los estudiantes normalistas?
- ¿Se advierte en la resolución de una prueba de lápiz y papel una distinción de las diferentes situaciones en las que puede generarse la expresión fraccionaria?

B. **En cuanto al aspecto didáctico**

- ¿Cuál es la concepción de enseñanza y de aprendizaje que se destaca en el discurso y en la práctica docente de los estudiantes normalistas?
- ¿A partir de qué se proponen las actividades a desarrollarse con los alumnos?
- ¿Cuál es la importancia que se le da al manejo de los materiales publicados por la SEP en las actividades escolares de los normalistas?

C. **En cuanto al aspecto de las interacciones en clase.**

- ¿Cómo organiza el estudiante de 4° grado de normal el trabajo en el aula de educación primaria durante sus prácticas?
- ¿Cuáles son los rasgos principales de los roles que asumen el estudiante normalista y los alumnos durante las clases con algún tema de fracciones?
- ¿Qué aspectos de la fracción son abordados durante dichas prácticas?

ESTRATEGIA METODOLÓGICA

El interés por hallar las respuestas a las preguntas antes anotadas, dio lugar a un proceso investigativo focalizado en: los saberes matemáticos de los estudiantes respecto a los significados de la fracción, la concepción de enseñanza y de aprendizaje que predomina en el pensamiento de estos normalistas y los rasgos principales de sus prácticas docentes vinculadas a la fracciones. El trabajo se desarrolló durante el ciclo escolar 2001 – 2002 con estudiantes que cursaban el cuarto grado de licenciatura en educación primaria. Se propone como un estudio con un sentido etnográfico dado que la etnografía según Galindo (Cáceres; 1991, 347). “tiene una vocación del otro, lo busca, lo sigue, lo contempla. Su asombro se resuelve muchas veces en la racionalidad de los propios referentes, pero también hace estallar la certidumbre y alerta a la imaginación”. Desde esta perspectiva se va en busca de la satisfacción de las interrogantes aún no despejadas.

Para llevar a cabo el estudio y lograr el objetivo del mismo, se consideraron las tres Instituciones de Educación Normal que a continuación refiero:

- Escuela Normal Rural “Carmen Serdán”, ubicada en Tételes de Ávila Castillo, Edo; de Puebla, que da servicio como internado para mujeres.

- Escuela Normar Particular “Guillermo Melgarejo Palafox” que funciona en Tlatlauquitepec, Edo; de Puebla.

- Benemérita Escuela Nacional de Maestros, localizada en la Cd. México, D. F.

El criterio utilizado en este estudio para la selección de Instituciones de Educación Normal fue el de su modalidad, en cuanto a funcionamiento.

Para ésto se consideró la existencia de tres principales tipos de escuelas: las rurales (que ofrecen el servicio de internados), las públicas mixtas y las particulares mixtas. Además, tuvo que ver en la selección el criterio de ubicación en términos de concentración poblacional, y en base a ésto, como puede ya haberse notado una se localiza en uno de los municipios más pequeños del Estado de Puebla (Teteles); otra en una población regular (Tlatlauquitepec) y la tercera en la ciudad más poblada del país. También influyó de cierto modo una última razón, que las tres se ubican entre la ruta de UPN – Ajusco a mi lugar de origen y radicación.

A. En cada una de estas escuelas se seleccionó un grupo de alumnos que cursaban el 4º grado**.**

Con respecto a la selección de los alumnos, en la primera etapa (aplicación del cuestionario) privó el criterio de los directivos la asignación del grupo, para las etapas subsecuentes fue mediante la aplicación de experimentos aleatorios como se fue determinando la participación de los normalistas en el presente estudio. Cabe mencionar aquí que el experimento aleatorio "es un conjunto de pruebas realizadas en las mismas condiciones y su ocurrencia o no ocurrencia está determinada solamente por factores al azar. Un experimento puede incluso, consistir en una sola prueba; el resultado de una prueba se le llama punto muestral o suceso elemental. Al conjunto de todos los resultados posibles del experimento se le llama espacio muestral" (Bonilla, G. 1984. 157).

El trabajo implicó la utilización de diferentes instrumentos de recolección de datos que se anotan en el cuadro:

INSTRUMENTO Y cantidad / INST. EDUC.	CUESTIONARIO	CUADRO COMPARATIVO	ENTREVISTA	OBSERVACIÓN DE LA PRÁCTICA
NORMAL RURAL	12	3	3	1
NORMAL PARTICULAR	19	3	3	1
BENM	20	3	3	1
TOTAL	51	9	9	3

Cada instrumento de recolección de datos fue diseñado para lograr obtener información sobre cuestiones específicas pertinentes al estudio. En el caso del cuestionario, éste se aplicó a los estudiantes entre los meses de septiembre y noviembre de 2001 en sus respectivas Instituciones Educativas luego de haberse obtenido la autorización de las autoridades correspondientes para hacerlo en los salones de clase. Hubo para esto que superar algunas situaciones de desconfianza manifestadas tanto por maestros como por alumnos, lo que retrazaba por momentos la aplicación del instrumento en referencia. No obstante la natural resistencia que dichos grupos mostraron en un principio por la presencia de un sujeto extraño con ellos, se desvaneció paulatinamente como consecuencia del asistir continuo para plantear el propósito del estudio. El cuestionario aplicado (ANEXO 1) se dividió en tres partes, con la primera de ellas se pretendió conocer el manejo de algunas nociones elementales correspondientes al campo de los número racionales, en la segunda se cuestiona sobre las diferentes situaciones que dan origen a la expresión fraccionaria (a/b), y en la tercera parte del cuestionario, al igual que en la entrevista, se aborda el tema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Mediante el instrumento que hemos llamado “cuadro comparativo” (ANEXO 2) mismo que fue aplicado en otro momento distinto a la aplicación del cuestionario (entre noviembre y diciembre de 2001) y de manera individual a tres estudiantes de cada Escuela Normal, algunos en las instalaciones de estas instituciones, otros en las escuelas donde realizaban sus prácticas, se propone la comparación de dos lecciones del libro del alumno, *Matemáticas. Cuarto grado*, relacionadas con las fracciones en situaciones de reparto y medición a fin de promover la distinción correspondiente.

Las entrevistas (ANEXO 3) se realizaron durante los meses de enero y febrero de 2002 con los mismos estudiantes a los que se les pidió completar al “cuadro comparativo”. Estas fueron audiograbadas y esencialmente se enfoca a advertir en el discurso de los normalistas algunos saberes sobre las diferentes situaciones que generan a la expresión fraccionaria (a/b) así como las “creencias” generales que sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas poseen.

Con la observación de la práctica docente de los estudiantes normalistas que se realizó en los últimos meses del ciclo escolar 2001 – 2002 y las cuales fueron también audiograbados, se pretendió tener elementos en torno a la transferencia que hacen a este ámbito de los conocimientos matemáticos y didácticos que fueron adquiridos durante su educación normalista. El análisis sobre las prácticas se enfoca a la dinámica de trabajo escolar que promueven en el grupo, así como los aspectos de la fracción que abordan en las clases. Esto a partir de registrar las interacciones entre los integrantes de grupo y el nivel de comunicación entre los mismos (incluida la presencia del o de la maestra practicante), así como la organización de la secuencia de la clase y el manejo de los contenidos.

En el capítulo IV, como ya se refiere en la introducción de este trabajo, se presentan los resultados obtenidos luego de la aplicación de los diferentes instrumentos de recolección de datos. En la primera parte de este capítulo (IV) se presentan en cuatro bloques un análisis de las respuestas dadas por los alumnos al cuestionario, y se remite al lector al anexo cuatro en el que se hayan los cuadros que concentran las respuestas analizadas.

A continuación, en ese mismo capítulo se presentan las reproducciones de las lecciones del libro de texto de matemáticas cuarto grado que abordan temas relacionados con las fracciones las cuales sirvieron de referencia a los alumnos normalistas para el llenado de un cuadro comparativo (anexo dos) cuyo análisis ahí se incluye.

En la tercera parte del capítulo se presenta el análisis de los resultados de las entrevistas realizadas con los estudiantes normalistas y en la última parte se hace una descripción de las observaciones llevados a cabo en las clases desarrolladas por los normalistas con temas de fracciones.

CAPÍTULO II

LA FRACCIÓN:

SU CONCEPTUALIZACIÓN Y

ENSEÑANZA.

CAPÍTULO II

LA FRACCIÓN: SU CONCEPTUALIZACIÓN Y ENSEÑANZA.

La tarea de establecer una definición sobre el concepto de fracción nos lleva a revisar los planteamientos que al respecto se han hecho y que de alguna manera conducen a la idea de que nos encontramos frente a una noción muy compleja. Por ejemplo, Freudenthal (1983), citado por Mancera (1992), “plantea que el término fracción es más adecuado que el de números racionales positivos, en tanto que es la fuente fenomenológica del número racional, lo cual adquiere sentido, puesto que el origen de los números racionales se encuentra en la noción de quebrado o fracción.”

Esa fuente fenomenológica del concepto de fracción que menciona Freudenthal, se refiere a los distintos fenómenos con que se vincula la fracción y los distintos usos que en el lenguaje se hace de las fracciones, de lo que derivan sus diversos significados.

ANTECEDENTES.

Streefland (1984) hace mención al manual llamado “Papiro Rhind”, un libro de aritmética que data del año 1700 a. C. Según datos recabados por el autor, este manual estaba dedicado para “quienes deseaban entrenarse a sí mismos en las habilidades del escribano real. Contenía ochenta problemas prácticos primarios, tales como ‘Divide seis hogazas entre diez hombres’ y así sucesivamente con siete, ocho y nueve hogazas (Rhind, No. 3 a 6).”

Además, en el Papiro de Rhind puede encontrarse “una tabla de cocientes que se obtienen cuando se divide dos entre un número impar mayor que uno, y menor que ciento tres. Este tipo de cocientes se expresan actualmente por medio de fracciones como 2/3, 2/5, 2/7, 2/9...;

Los egipcios, según se sabe, sólo tenían fracciones unitarias tales como 1/2, 1/3, 1/4 ... siendo 2/3 la única excepción" (National Council of teachers of matemáticas. No. 6. 1994.)

Cabe destacar que en este primer vestigio sobre la presencia de las fracciones, su uso estaba relacionado con la división y distribución de alimentos, con el comercio, la agricultura y los oficios, por lo que en esa relación se denotaba el sentido práctico de lo que ahora conocemos como fracción; su manejo se generaba desde su empleo como fracturador o desde la idea parte-todo.

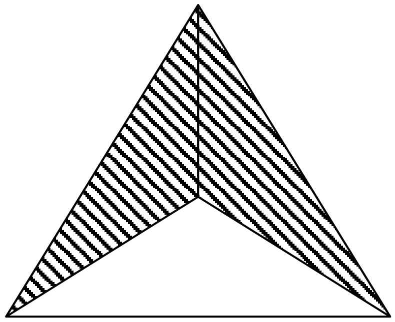
Streefland refiere también otro documento, El Tratado de Ghent, escrito probablemente por Cristianus Van Varenbraken alrededor de 1530, en el que el estudio de la aritmética primero se aborda desde una perspectiva teórica, dejando para etapas posteriores los usos prácticos de los conceptos teóricos. En este caso, la aplicación de las nociones de fracción, se diferencian de la aplicación que tuvieron en el Papiro del Rhind puesto que en éste su principal uso estaba orientado a problemas de reparto y en el Tratado de Ghent su aplicación se amplió a las prácticas de comercio cotidianas que implicaban el uso de diversas medidas para operarlas en problemas de longitud, peso y moneda. El procedimiento privilegiado en esta "aritmética de mercado" fue la "regla de tres" y algunas de las variaciones que sobre ella se hacían.

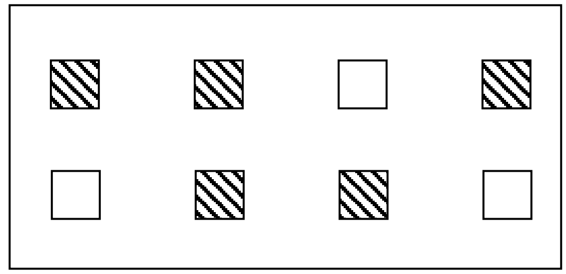
Los números decimales, como otra forma de representación de los racionales son mucho más recientes en cuanto a su aparición en la aritmética formal, pues es hasta 1585 cuando Simón Stevin (1548-1620) - según lo refiere Streefland, (1984) - publicó "La disme" en la cual propuso a los números decimales como extensión de los números naturales. Usando fracciones decimales se evitaba el complicado manejo de las fracciones "normales", aunque la introducción de los sistemas de medida decimal tardó aún dos siglos más.

FRACCIÓN Y NÚMERO RACIONAL.

El preámbulo anterior sugiere que las nociones más remotas sobre el uso de las fracciones remiten a considerar su origen en la noción de fracturador (término utilizado por algunos autores como H. Freudenthal para denominar la idea desde la cual se produce el acto de dividir un todo continuo o discreto en partes congruentes). Esta idea está presente de manera privilegiada en los libros de texto de educación primaria vigentes hasta antes de la Reforma Educativa de 1993. Por ejemplo, en la presentación de la cuarta unidad, dedicada a las fracciones, del libro "Matemáticas. 5° grado. Auxiliar didáctico" (SEP,1974,) se menciona lo siguiente: "Estudiaremos la fracción como el número que representa: a) partes de una o varias unidades, y b) parte de un conjunto." Además define que "Todo número fraccionario se representa en la forma a/b donde *b*, el denominador, indica el número de partes en que se ha dividido la unidad o conjunto y *a*, el numerador, el número de partes consideradas". Dicha concepción se traducía en esquemas y problemas que aparecían tanto en el libro para el maestro como en el libro de texto del alumno (al respecto puede verse por ejemplo, SEP,1974).

Sobre esta misma línea de interpretación, los integrantes del NCTM (National Council of Teachers of Matematics (1994.), establecen que una vía de acceso a la noción de número racional la encontramos estimando las regiones congruentes en el plano. Estas regiones son tales que, al trazar el contorno de una cualquiera de ellas, se puede adaptar perfectamente al contorno de la otra. Las regiones pueden ser por ejemplo, sub-regiones de una región dada o también pueden ser regiones discretas; es decir, separadas entre sí. Lo que puede observarse en las ilustraciones siguientes:





modelos continuos *modelos discretos*

En el cuaderno referido, los autores mencionan que en un “todo”, conformado por regiones continuas o discretas, en el que algunas de estas están sombreadas, indicadas o seleccionadas, la forma de expresión fraccionaria establece que el número de regiones escogidas se anota sobre un segmento horizontal y el número total se escribe bajo este segmento.

En el texto citado antes, el manejo de la congruencia entre regiones es representado en la recta numérica donde regularmente se ubica a los números enteros; las unidades convencionales en las que nuestro eje numérico puede estar dividido puede asimismo ser fragmentado en segmentos congruentes de tal manera que en una unidad se muestre la densidad de los números racionales, que se representan mediante la expresión m/n o con los números decimales, observándose que por cualquier número racional, podemos obtener otro número racional menor que el número dado.

En otros textos, caracterizados por el predominio de un lenguaje técnico, se define a los números racionales a partir de la relación entre dos números enteros. En relación con ésto cito los dos siguientes ejemplos:

a) “Sean p y q dos números enteros y supóngase que $q \neq 0$, entonces el axioma M4 (La multiplicación admite operación inversa en el conjunto de los números reales distintos de cero) nos permite encontrar a otro número real 1/q, que multiplicado por q da el uno.

Ahora los números reales p y 1/q forman una pareja de números reales (p,1/q) y por lo tanto la multiplicación les asocia un número real que se denotará por p/q; esto es:

$p \times 1/q = p/q$

A este número p/q le llamaremos número racional o número quebrado o cociente de dos enteros cuyo denominador no es cero“ (Fregoso; 1972, 221).

Continúa diciendo el mismo autor: “Por lo tanto, el conjunto de los números racionales, es el subconjunto Q de los números reales, cuyos elementos sean todos los reales que se pueden escribir como el cociente de dos números, cuyo denominador no sea cero, esto es:

$Q = \left\{ p/q \mid p \text{ y } q \in Z \text{ y } q \neq 0 \right\}$ (Op. Cit. 222).

b) “Los números racionales pueden expresarse como el producto de un número entero por el inverso multiplicativo de otro, es decir.

$$s/t = s \cdot 1/t$$

y como conjunto se denotan por:

$Q = \left\{ s/t \mid s \in Z,\ t \in Z,\ t \neq 0 \right\}$ “(UPN. Matemáticas 1. Volumen 2. sistema de educación a distancia, México 1982.).

Aclaramos que en estos ejemplos se ha manejado el término de número racional en lugar de fracción, atendiendo a lo ya planteado por Freudenthal en cuanto que la fracción da origen o genera fenomenológicamente a los números racionales. Sin embrago, vemos que cualquier esfuerzo por definir ahora a las fracciones debe evitar hacerlo relacionando simplemente el símbolo con el concepto, pues no hay esa asociación inmediata como podría suceder con otras nociones. Como lo señala E. Mancera, la expresión m/n "indica muchos procesos, relaciones o tipos de números" (1992) que obligan a entenderlo en función del contexto donde se da su utilización.

Para los fines de este trabajo, resulta necesario establecer una diferenciación clara entre fracción y número racional, aunque no se pretende separar ambas nociones de manera tajante como si se tratasen de dos cuestiones ajenas.

El número racional expresado de la forma m/n, no tiene como fin "advertir la relación entre una cantidad, el número y el contexto, sino el de cumplir una función numérica en una secuencia algorítmica, o ser elemento de un sistema matemático que cumple con ciertas propiedades", siendo pues una abstracción cuantitativa en términos numéricos. Esta noción regularmente tiene lugar a partir de la aparición de contenidos algebraicos, que en nuestro sistema educativo es desde el segundo grado de nivel secundaria, donde su uso queda sujeto a reglas y a propiedades similares a las de los demás conjuntos de números.

Por su parte la fracción m/n entendida como la expresión de una relación determinada por el contexto en el que aparece, es una noción de mayor vitalidad introducida y desarrollada en el nivel primaria, que no cobra sentido en la abstracción numérica sino en las situaciones que la mantienen atada a la realidad que representa, y siendo ésta diversa, su significado se enriquece al mismo tiempo que su comprensión se complica, quizás porque inconscientemente su significado se ha visto restringido debido a su excesivo manejo en situaciones donde su función como fracturador es recurrente. Es aquí precisamente donde se ha dado la reflexión de varios autores-interesados sobre el tema con intención de esclarecer las varias relaciones que puede denotar la expresión m/n. Esta tarea ha implicado serios esfuerzos intelectuales, mismos que han permitido descorrer la cortina que las creencias tradicionales habían colocado frente a la noción de fracción, para ubicarla ahora en un ámbito más amplio, donde la concepción sobre ella emerge en un plano de mayor extensión y complejidad.

LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES: UN PROCESO PERMEADO DE DIFICULTADES.

La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones está influida por las creencias que al respecto tenemos quienes laboramos en el ámbito educativo, también por el uso que de manera conciente e inconsciente hacemos de ellas en la vida cotidiana, por lo complejo que nos resulta abordarlas y por la forma en que nos hemos aproximado a ellas. Así pues, la expresión fraccionaria de la forma a/b que tanto a maestros y a estudiantes nos resulta familiar, representa una noción que preferimos mantener a distancia, rehusándonos a intentar comprenderla a partir de la reflexión sobre los contextos más comunes en donde la encontramos.

Esa actitud reservada hacia una comprensión más amplia de las fracciones se sustenta regularmente en la creencia generalizada acerca de su escasa aplicabilidad; sin embargo, este supuesto sólo trasluce lo limitado de nuestra concepción, pues refleja que prevalece la idea de que al interpretar la expresión m/n estamos haciendo alusión a las partes de un todo y sólo eso. De esto deriva esa inocentemente equivocada afirmación respecto de la poca utilidad de las fracciones en la cotidianidad de la vida, misma que entre las décadas de los 70 y 80 generó un debate sobre la pertinencia de su enseñanza en la escuela elemental que Llinares S. y María B. Sánchez (1997) refieren. Estos autores presentan tres argumentos que se dieron a favor de la supresión de la enseñanza de dicho tema, mismos que en seguida refiero:

1° En 1937 Wilson y Dalrympe "llevaron a cabo una investigación sobre los usos sociales y comerciales de las fracciones. A partir de la tabulación de la frecuencia con que se utilizaban las fracciones por distintas personas en su trabajo; concluyeron que <<la necesidad de manejar con soltura las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartas, doceavos,...>> En consecuencia, sugirieron que podría reducirse enormemente la enseñanza de las fracciones en la escuela".

2° Otro argumento es que en el sistema métrico decimal, las unidades métricas requieren de fracciones decimales pero no de las fracciones comunes, por lo que quienes en esto se apoyan defienden que deben ser suprimidas o reducidas en gran medida.

3° Van Hiele (en Llinares y Sánchez. 1997, 26), desde una perspectiva distinta a la de las necesidades sociales, sugiere que mediante la construcción de lo que él llama una "matriz proporción" se pueden trabajar las proporciones sin utilizar el cálculo de fracciones. Van Hiele añade que quizás debamos encaminar nuestros esfuerzos a buscar alguna forma de simplificar los cálculos con fracciones y propone, apoyándose en un planteamientos axiomático, la sustitución de a/b por $a.b^{-1}$. Derivado de este planteamiento es obvio pensar que si las proporciones se pueden trabajar sin la necesidad de utilizar las fracciones ¿Es posible prescindir de éstas? ¿Cuál es la aplicación práctica de los algoritmos?.

Sin embargo, Llinares y Sánchez (1997) consideran que el argumento de la poca utilización de las fracciones, es el hecho en el que se apoyan otros para mantener la permanencia de contenidos relacionados con las fracciones, señalando que si no son comprendidas, ¿cómo van a ser utilizadas? Así, según este argumento, una mejor enseñanza del concepto de fracción haría aumentar su utilización en la vida cotidiana.

En este sentido, los mismos autores refieren los argumentos a favor de la permanencia de las fracciones en el currículum escolar del nivel elemental, los cuales se apoyan en criterios un tanto disciplinarios según los cuales las fracciones son básicas para el posterior desarrollo de otros contenidos matemáticos, refiriéndose lo siguiente:

1º Joy, R. Y Cable, J. (1981 ambos) defienden la permanencia de las fracciones planteando que las operaciones como la multiplicación y división de decimales sólo podrían entenderse correctamente si se conocen las correspondientes operaciones con fracciones.

2° Dienes (1970) al bordar la aplicación de su principio de variabilidad matemática, menciona que si queremos mantener la enseñanza de las fracciones decimales, para posibilitar su comprensión es necesario propiciar la toma de conciencia sobre la existencia de otras fracciones, de las que la decimal es un caso particular.

3º Kieren (1975) y otros autores ven en las fracciones un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores, y consideran que la comprensión de los números racionales es básica para el desarrollo y el control de las ideas matemáticas.

4º Cable, J. (1981) con otros autores, consideran que las fracciones son parte de nuestro bagaje cultural y no sería lógico restringir los conocimientos de las generaciones futuras respecto de las presentes en cuanto a las nociones desarrolladas sobre el tema.

Llinares y Sánchez, plantean que los argumentos vertidos a favor de una reducción significativa de la enseñanza de las fracciones en la escuela elemental motivada por su supuesta inaplicabilidad sería indadecuada, ya que “no debe limitarse el currículum a las estrictas necesidades de la vida diaria”, sino al contrario, debe mantenerse promoviendo en los alumnos un conocimiento intuitivo y profundo de las fracciones, presentándoles contextos significativos tanto para el concepto como su campo de aplicación, de tal modo que no se siga perpetuando el desconocimiento de su significado, la infrautilización del concepto y la sobrevaloración de los algoritmos.

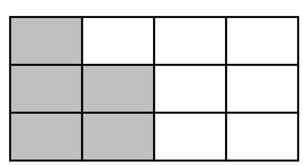
Otros autores han orientado su reflexión hacia la identificación de las dificultades más generales que obstruyen de cierta manera, la aprehensión de un significado más amplio de la noción de fracción, así por ejemplo:

E. Mancera (1992, 32), menciona que “uno de los problemas en el aprendizaje de las fracciones es que la expresión m/n, donde m y n son números enteros y $n \neq 0$, está asociado a diversos significados (homonimia); en efecto, esta expresión puede representar una razón, un número racional, un operador, etc. En el sentido inverso, el concepto de fracción puede representarse como un cociente de enteros o una expresión decimal (sinonimia)”. Esta aportación nos permite abogar por una necesaria distinción, en el trabajo con las fracciones, en el significado de estos dos términos (homonimia y sinonimia).

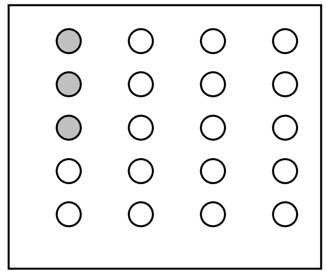
En particular, considero que la homonimia de las fracciones es el aspecto en el que se concentra gran parte de lo complejo de la expresión fraccionaria, pues se requiere interpretar dicha expresión al tiempo que se entiende el contexto donde se presenta. En cuanto a la reflexión sobre la sinonimia, me parece que puede iniciarse a partir de que la fracción cobra tan sólo un valor numérico más abstracto. Sin embargo, el docente debe estar conciente de estos dos aspectos durante la enseñanza del tema.

Por su parte L. Streefland - citado por Mancera, E. (1992, 35) – señala que "la enseñanza de las fracciones no parte de un análisis suficiente del concepto, tanto en el sentido matemático como didáctico. Menciona que la subdivisión de cantidades discretas o contínuas en partes equivalentes, es casi siempre la única manera a la que se recurre para trabajar las fracciones y la equivalencia de fracciones se aborda casi exclusivamente de manera algorítmica". Deteniéndonos un poco sobre esta dificultad señalada por Streefland, podemos destacar que resultados de investigaciones realizadas en México vienen a apoyar su aseveración. Tal es el caso del reporte de una investigación realizada por Ávila y Mancera (1989) con 293 niños mexicanos, quienes finalizaban su educación primaria. A estos estudiantes les fue planteada la pregunta "¿Qué quiere decir 4/6?" y al contestar este cuestionamiento, se obtuvieron por parte de los alumnos datos que denotaron limitaciones en el manejo de la noción de fracción por lo que los investigadores establecieron: "Estas respuestas ..., evidencian que quienes han logrado interpretar las expresiones de la forma a/b han basado su interpretación no en los distintos significativos que la fracción puede tener, sino en un único significado: La fracción como parte de una figura plana".

Dicho estudio también destaca que al ser presentado un "todo" - continuo o discreto - dividido en un número de partes mayor al que indica el denominador de la fracción que se pide señalar, los estudiantes muestran que tampoco han logrado interpretar correctamente a la fracción como una relación parte-todo, pues consideran tantas partes u objetos como indica el numerador desvinculado de su relación con el denominador. Este caso lo ilustran en las siguientes figuras:

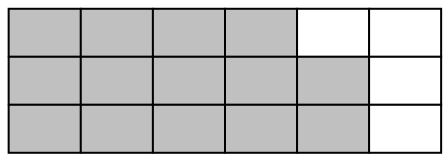


La indicación fue colorear 5/6, se han coloreado 5/12



Se indicó sombrear 3/4 de la colección

Otro problema detectado consistió en la yuxtaposición del numerador y del denominador, pues al pedirles a los niños que dibujaran una figura cualquiera para representar, por ejemplo 14/4, muchos lo hicieron de la siguiente forma:



Donde se transformó 14/4 en 14/18, porque 14 + 4 = 18

La actividad anterior implicó trabajar con fracciones mayores que la unidad. Esta situación dio paso a otro tipo de representación en la que los elementos de la fracción se invirtieron para expresarla de tal manera que fuera menor que la unidad. Así por ejemplo, la representación gráfica de 14/4 fue realizada como se muestra en la siguiente figura, que en realidad expresa 4/14:

Lo que se entiende con esto es que la experiencia con las fracciones de los niños participantes en el estudio realizado por Ávila y Mancera, ha estado encaminada principalmente a situaciones que implican su noción desde la idea de fracturador de unidades continuas, de tal modo que al indicárseles la representación de 14/4 invirtieron los números para poder lograrlo, ajustando la tarea solicitada a sus esquemas previos sobre las fracciones: estos números representan parte menores que la unidad.

De las anteriores dificultades detectadas en el estudio referido, se pueden desprender las siguientes aseveraciones:

1) La enseñanza de las fracciones se ha realizado mediante la presentación de modelos planos que se dividen en partes congruentes determinadas por la expresión fraccionaria a representar. Se ha descuidado el desarrollo de la comprensión de la fracción en cuanto a la vinculación permanente entre los términos que la componen. Esta comprensión debería manifestarse sin importar el número de partes que integran la unidad; es decir, en el estudio antes citado los niños manifiestan dificultad para indicar una fracción de una determinada unidad subdividida en un número de partes congruentes distinto del que sugiere el denominador. Por ejemplo, en un rectángulo dividido en doceavos sombrear un tercio de la figura.

2) El trabajo con las fracciones se ha visto reducido en cierta medida al empleo de expresiones que son menores que la unidad, lo que ha generado la dificultad de comprender y representar fracciones mayores que uno.

3) La noción que respecto de la fracción se desarrolla en el aula, generalmente se limita a un solo significado, el de fracturador o parte-todo. En este último sentido, Esperanza Arceo (1996) señala que “la dificultad para enseñar y para aprender las fracciones tiene que ver con la pobreza de significados que históricamente se han manejado en la escuela. Con dicha enseñanza se limita involuntariamente la capacidad del alumno y se propicia una concepción de la fracción reducida y con escaso significado se impide al alumno comprender que las fracciones adquieren distintos significados dependiendo de la situación en que se usan”.

Algo que ya se mencionó en el trabajo de Ávila y Mancera es reforzado por un estudio que Hart (1981 referido por Mancera E. 1992, 37), realizó con alumnos de escuelas públicas en Inglaterra. En una parte de su reporte Hart menciona “que las fracciones, en muchos casos, no son vistas como una relación sino como un par de números independientes que pueden manejarse por separado...”

Este breve recuento sobre las dificultades que implican la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones nos permite considerar, apoyados en los resultados de los estudios referidos, que el arribo por parte de los alumnos a una concepción amplia de la fracción está al menos parcialmente en función de la claridad que el maestro tenga sobre la noción de fracción y las distintas situaciones en las que puede aparecer la expresión fraccionaria, pues de esto depende – en parte - que su enseñanza no se restrinja a una sola relación de los contextos de su aplicación. Tener familiaridad con la extensa significación de la fracción, puede generar el diseño más cuidadoso de actividades de aprendizaje que posibiliten en el niño el desarrollo de la capacidad para advertir las diferentes situaciones en las que puede tener lugar la relación m/n y para apreciar el valor que dicho conocimiento puede adquirir por su utilidad en la vida cotidiana.

LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN

Las experiencias que cotidianamente vive el niño en su contexto social le permiten tener un acercamiento a diferentes conceptos vinculables a distintas disciplinas del conocimiento. En esa constante interacción con los demás y con los objetos de su entorno tiene lugar el desarrollo de un lenguaje cada vez más amplio, en el que se incorporan nociones mediante acciones donde se ponen en juego saberes, actitudes y habilidades que se integran en esquemas de percepción de la realidad. El reconocimiento de este hecho ha permitido cambiar la concepción de la enseñanza en cuanto a superar la creencia de que el niño al llegar a un sistema escolarizado de educación viene desprovisto de todo conocimiento y que la escuela es precisamente quien tiene la misión de proveerlo de saberes en una acción educativa caracterizada por la marcada distinción de roles: activo para el que dota de conocimientos y pasivo para quien debe aprehenderlos del discurso docente.

La concepción actual sobre la enseñanza ya no parte de la premisa anterior sino de considerar al niño como un sujeto con historia, con una breve historia pero cargada de vivencias que implican un proceso de aprendizaje iniciado desde su nacimiento. De tal modo que el proceso de aprendizaje toma otro matiz concibiéndose como un proceso dialéctico en el que interviene lo conocido como base para la construcción de un nuevo saber en una ampliación continua y permanente que reclama la acción y la reflexión del sujeto.

En este sentido, algunos términos relacionados con la fracción son ya familiares al niño antes de su ingreso a la escuela primaria por el uso que ha escuchado hacer de ellos en situaciones cotidianas. Tal vez también porque los ha utilizado, pero señalemos que esta utilización en edades tempranas generalmente se reduce al empleo de su significado como parte-todo, por lo que en la escuela deberá ampliar significativamente los referentes que tiene sobre el tema. Sobre esta delicada tarea, T. Kieren, (en Kiltrick, J. et al, 1983) plantea que la construcción del conocimiento de la fracción está ligada a dos mecanismos mentales: los constructivos y los de desarrollo. Según Kieren, los del primer tipo son particularmente específicos; se relacionan con la experiencia y se pueden considerar como los objetivos para la instrucción. Los del segundo tipo son más generales y están más vinculados a la madurez mental. Menciona que en particular, los mecanismos que se relacionan con el desarrollo son la conservación de número, la compensación, la identidad y la reversibilidad; a su vez, los mecanismos constructivos son el conteo, los relacionados con la numeración y el uso del lenguaje asociado a ella, los de partición y los de equivalencia (Op. Cit. 1983). Kieren señala además algunos aspectos más específicos de la partición y de la equivalencia; plantea que la partición está definida como la equidivisión de una cantidad en un número dado de partes y que es también la base para el lenguaje fraccionario de parte-todo. La acción de partición, continúa el autor, es central para la generación y la aplicación del conocimiento del número racional y señala cuatro aspectos contenidos en esta actividad.

i) La partición es un tipo de clasificación basada en el criterio de igualdad que tienen su génesis en la acción de repartir.
ii) La partición puede estar relacionada con fenómenos discretos o contínuos.
iii) La partición se relaciona con el lenguaje que describe el acto y los resultados de dicha acción.
iv) La partición es la conexión de partes con la medida o el número.

En la acción de partición se espera de los niños algunos comportamientos que a continuación se describen y que representan el proceso de desarrollo de dicho mecanismo constructivo.

a) *Separación*

Dividir el conjunto dado o la cantidad (entre otras); por ejemplo, distribuir equitativamente seis galletas entre tres niños.

b) *Igualdad*

Reacomodo en función de un criterio de igualdad (entre otras); por ejemplo, distribuir entre cuatro cajitas veinticuatro cerillos.

c) *Partición algorítmica*

Reparto de uno en uno o más, que puede entenderse como la distribución de un número determinado de unidades mediante el procedimiento de asignar uno a uno entre los sujetos a repartir.

d) La partición y el número

Vincular la igualdad con el número o el tamaño de las particiones resultantes.

e) La partición avanzada

Dada una partición, transformarla añadiendo el número de particiones o bien reduciendo su número.

Con respecto a la equivalencia, Kieren menciona que ésta surge en el sentido de identidad o de la "idea de lo mismo". En un nivel de madurez, el concepto de equivalencia de un niño es de naturaleza multiplicativa y relacionado muy íntimamente con el razonamiento proporcional. Advierte que hay también nociones de equivalencias menos formales; como por ejemplo: observar que ¾ es equivalente a ½ y ¼ .

El mismo autor señala también que la equivalencia se manifiesta en el uso del lenguaje relacionado con los números fraccionarios por la variedad de formas en que puede expresarse una fracción. Por ejemplo. ¾ = .75 = $^{12}/_{16}$ = 75% = 90 para 120; esta actividad implica un razonamiento de equivalencia que permite al individuo la aplicación de los conceptos asociados a los números racionales a una gran variedad de situaciones.

Ahora bien, los argumentos de Kieren sobre el proceso de construcción del concepto de número fraccionario nos muestra cómo este proceso tiene lugar a partir del desarrollo de mecanismos previos como lo es la partición y la equivalencia pero que su afinamiento depende también de la madurez mental del niño por lo que se debe considerar que este complejo proceso ha de acompañarse de una reflexión en torno a cómo aprovechar las experiencias previas del alumno y las condiciones del entorno para facilitar el desarrollo de la noción de fracción.

LOS DISTINTOS SIGNIFICADOS DE LA FRACCIÓN

La expresión $^{m}/_{n}$, es aritméticamente entendida como la notación general de un número racional cuya definición puede establecerse en los términos siguientes.

"Un número racional es una clase de pares ordenados de enteros. Los pares ordenados se describen en la forma $^{m}/_{n}$, con la restricción de que *n* nunca es cero" (Peterson J. 1980).

Esta expresión ($^{m}/_{n}$) representa una relación entre dos números ligada a una determinada situación que le va a dotar de significado. Estos significados hoy han sido ya estudiados por varios autores que orientaron sus investigaciones al respecto. De tales estudios resultan textos que nos presentan análisis muy específicos sobre los diversos aspectos que dicho término encierra.

En este apartado referiré la caracterización de los diferentes contextos que dan significado a la noción de fracción. Para esto tomaré como referencia los planteamientos desarrollados por Llinares S. y Sánchez V. (1997) a partir de los trabajos de T. Kieren (1976), Behr, et al. (1983) y Dickson, et al. (1984). Asimismo, citaré las aportaciones que Simón Mochón (s/f) hace al respecto en un trabajo de síntesis en donde retoma algunas aportaciones de Freudenthal (1983) y Streefland (1982).

Al abordar los diferentes sub-constructos de la fracción consideraré la estructura propuesta por Llinares y Sánchez:

- Relación parte–todo y medida.
  - Representaciones en contextos continuos y discretos
  - Decimales.
  - Recta numérica.

- Las fracciones como cociente.
  - División indicada.
  - Como elemento de un campo cociente.

- La fracción como razón.
  - Probabilidades.
  - Porcentajes.

- La fracción como operador.

RELACIÓN PARTE–TODO Y MEDIDA.

"Esta situación se presenta cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes. La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. El todo recibe el nombre de unidad. La fracción aquí es siempre fracción de un objeto" (Llinares y Sánchez, 1997, 55). La relación parte-todo, según los autores mencionados, requiere para su comprensión el desarrollo previo de algunas habilidades tales como:

- ✓ Tener interiorizada la noción de inclusión de clases (según la terminología de Piaget).

- ✓ La identificación de la unidad.

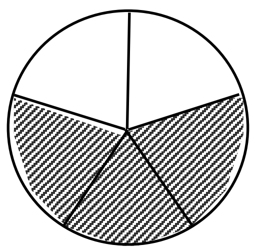
- ✓ La realización de divisiones y conservación de la cantidad, y

- ✓ Manejar la idea de área para el caso de las representaciones continuas.

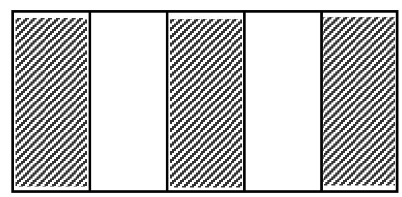
Para Mochón (s/f), *parte-todo* "es la interpretación usual de la fracción". Este autor señala que "en ella un todo (continuo o discreto) es subdividido en partes equivalentes por lo que la fracción aquí aparece como un fracturador”. Según Mochón, en la escuela, el caso continuo es al que más empleo se le da y se descuidan los problemas de tipo discreto; agrega que de igual manera no se hace énfasis en el aula sobre la idea de partes equivalentes pues únicamente se trata el tema mediante el uso de partes idénticas.

Representaciones continuas (área) y discretas.

Las representaciones más frecuentes de las fracciones en unidades continuas suelen ser circulares o rectangulares; por ejemplo las figuras siguientes:

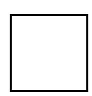


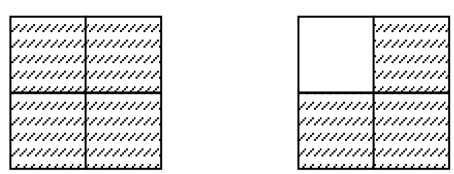
a)



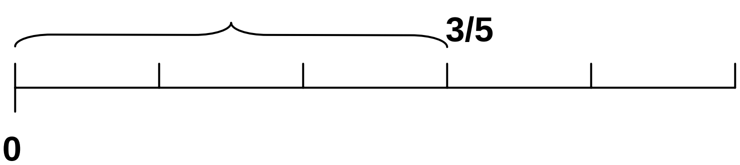
b)

en donde “de las 5 partes del todo, se han sombreado tres: 3 de las 5; 3/5.”

“Si la unidad es representado por  , entonces.

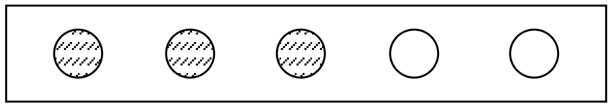


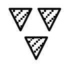
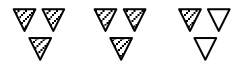
“la parte sombreada es **1** *¾,* forma mixta de la fracción”.
o bien, para los diagramas la magnitud–longitud.



en este caso, la fracción indica las partes que se toman en relación al número de partes en que se ha dividido el segmento.

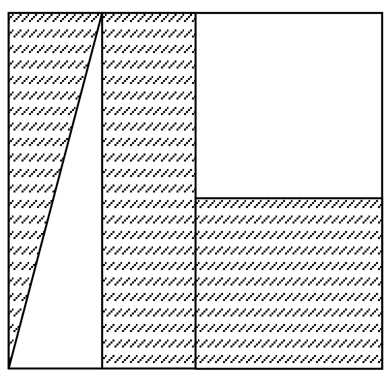
Por otra parte, en un **contexto discreto** 3/5 puede representarse mediante la forma:



Pero si el todo se representa por: , entonces en la situación: 
2 *1/3* representa la parte sombreada.

Es conveniente señalar aquí que si se utilizan contextos discretos se fuerza a que el niño amplíe su esquema de la relación parte–todo.

En la caracterización de la relación parte–todo se habla de partes equivalentes originadas en la partición equitativa de un todo continuo o discreto sin que tenga que ver otro criterio de comparación – como el de la congruencia - más que el de ser equivalentes:



3/5

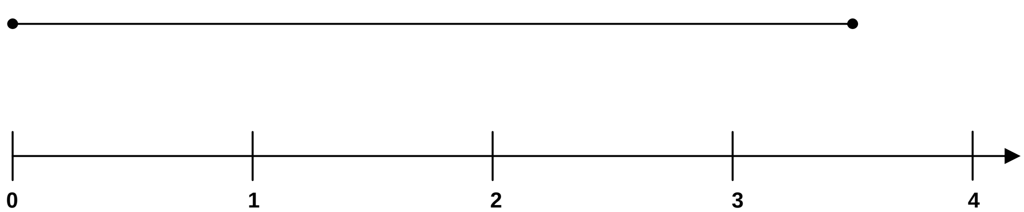
Fracciones decimales.

Con base en el trabajo de Llinares y Sánchez (Op. Cit. 1997), las fracciones decimales derivan de una estandarización de la relación parte–todo, entendido ésta como la transpolación de la idea de dividir un todo ya sea discreto o continuo considerando las características de nuestro sistema de numeración decimal. Por ejemplo: en una representación continua, considerando a la unidad como un rectángulo dividido en diez partes. Cada una de las partes es 1/10 en relación al todo de la unidad referida y si a cada parte la dividimos en otras diez partes, obtenemos una de diez de una de diez, 1/10 de 1/10 (una centésima). De este modo advertimos que los decimales están vinculados a la relación general parte–todo según los argumentos referidos.

Medida.

Llinares y Sánchez (Op. Cit.) mencionan que la recta numérica también sirve para una buena representación de la interpretación de las fracciones como medida, pues identificada una unidad de medida (segmento), ésta admite subdivisiones congruentes.

¿Cuánto mide la primera línea?



3 + *1/2* = 3 *1/2*

Existen dos ventajas desde el punto de vista de los autores al considerar a las fracciones en la interpretación de medida:

- Se proporciona el contexto natural para la suma (unión de dos medidas), y para la introducción de los decimales (notación decimal).
- Permite la introducción o la noción de equivalencia; es decir, la misma parte de la unidad recibe nombres diferentes en función de número de divisiones.

Por su parte Mochón (s/f) señala que en situaciones de medida se tiene una cantidad medible y una unidad; se pretende determinar cuántas veces cabe la unidad en la cantidad que se va a medir. En este sencillo tipo de comparación una de las cantidades se toma como unidad de referencia para medir la otra.

Cuando la unidad cabe un número exacto de veces en la cantidad que se va a medir se tiene el caso más simple; si esto no ocurre, la unidad se va subdividiendo en partes iguales para formar subunidades.

Se puede entonces apreciar que el concepto de medida está fundamentado sobre la idea de parte-todo, ya que la formación de subunidades requiere de su relación con la unidad.

Las experiencias concretas con medición pueden proporcionar un ambiente donde las fracciones aparezcan de manera natural y dar al alumno otra lente por medio de la cual pueda ver a la fracción desde otro punto de vista.

La operación de división está asociada a la idea de medida; o sea, para saber cuántas veces cabe algo en algo; por ejemplo, $15 \div 3$ que se puede interpretar como ¿cuántas veces el 3 cabe en el 15? En este caso aparece la idea de medida si pensamos al 3 como nuestra unidad compuesta.

Desde este punto de vista, la división de fracciones puede traducirse a una situación de medida, por ejemplo 3/4 ÷ 1/8 = **?**, se puede interpretar: cuántas veces un octavo (la unidad de medida) cabe en tres cuartos, y la respuesta sería seis ya que tres cuartos equivalen a seis octavos.

Trasladando este razonamiento a divisiones de fracciones más complicadas, por ejemplo: 1/3 ÷ 2/3 = **?**, inicialmente pensamos a dos tercios como nuestra unidad, entonces la pregunta de ¿cuántas veces cabe...? la transformamos a ¿qué fracción es un tercio de dos tercios? que en forma general sería ¿qué valor es x de y?, en este caso ¿qué valor es un tercio de dos tercios? La respuesta sería la mitad y podríamos advertir que esta manera de ver a la división, no como dividir en partes iguales, sino como medida (cuantas veces cabe algo en algo) es sumamente importante en la resolución de problemas, pero descuidada en la enseñanza de esta operación.

Como puede observarse, los autores mencionados coinciden al señalar que la interpretación parte –todo expresa la relación existente entre un número de partes congruentes y el número total de partes en el que un todo continuo o discreto fue dividido. No obstante ser esta interpretación a la que más se recurre cuando se aborda el tema de las fracciones, todavía la enseñanza de este tema se dificulta a los estudiantes normalistas en situaciones donde se hacen presentes las unidades discretas, los decimales y problemas de medida, denotando que no se tiene claramente identificada la relación con esta interpretación.

LAS FRACCIONES COMO COCIENTE.

“La fracción en esta interpretación se asocia a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a:b = a/b) y se considera que tiene un doble aspecto:

- ► Ver a la fracción a/b como una división indicada, y
- ► Considerar las fracciones como elementos de una estructura algebraica" (Llinares y Sánchez, 1997, 63).

Este doble aspecto que tiene lugar al dividir un número natural por otro, situación que da origen a la fracción como cociente, es desarrollado por los autores de la forma siguiente:

División Indicada.

La interpretación de una fracción indicando una división de dos números naturales (3/5 = 3:5) aparece en un contexto de reparto, por ejemplo: "Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños, ¿cuánto le tocara a cada uno?"

L. Streefland (1984) al destacar esta interpretación establece algunos principios y recomendaciones para la enseñanza de la fracciones que se anotan a continuación:

- Lo importante es la construcción de las operaciones con las fracciones por los propios niños.

    - construcción basada en la propia actividad de los niños (estimación, sentido de orden y tamaño)
    - valoración del trabajo de los niños, sus métodos y procedimientos.
    - énfasis en la verbalización de los niños (formulación de reglas, comprensión de generalizaciones)
    - uso del conocimiento informal de los niños

- Desarrollo de situaciones de comparar y ordenar, en las que los niños construyan procedimientos de solución.

- Utilización de modelos de apoyo y situaciones problemáticas que sirvan de puente entre las situaciones problemáticas en diferentes contextos y el trabajo numérico.

Bajo esta perspectiva, el significado de la fracción y las operaciones están conectados de tal forma que se desarrollan al mismo tiempo.

En la interpretación de división-reparto, la principal habilidad que se refleja es la de dividir un objeto u objetos en un número de partes iguales; este tipo de actividades se pueden convertir en los pilares sobre los que se fundamente el trabajo con los números racionales como precursor del álgebra pues hay incógnitas cuyo valor debe ser hallado bajo el procedimiento que el alumno pueda diseñar.

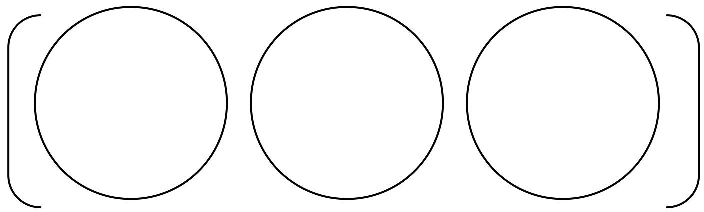
Se puede agregar que en esta interpretación es posible distinguir dos aspectos:

- Cuando nos proporcionan la cantidad y el número de partes en las que hay que dividirlo y nos piden lo que vale cada parte (reparto), por ejemplo: "Tres pizzas entre cinco niños".

- Cuando nos proporcionan la cantidad y lo que vale cada parte y nos piden el número de partes (medida), por ejemplo: "Tenemos tres pizzas y a cada niño le ha correspondido los 3/5 de una pizza. ¿A cuantos niños hemos podido dar pizza?"

Simón Mochón (s/f) refiere que en esta interpretación un todo es subdivido en partes equivalentes. El número de ellas está determinado por la cantidad de objetos a los cuales se les va a hacer la repartición (la fracción aparece aquí nuevamente como un fracturador o como una extensión de esta idea), un ejemplo de esta interpretación es el siguiente:

“Si tres pizzas son repartidas entre cuatro niños, ¿Qué cantidad de pizza recibe cada uno?”



Fulanito
Sultanito
Menganito
Perenganito

De esta forma, la fracción n/d se interpreta como un cociente partitivo n ÷ d, donde el denominador representa la cantidad que se va a repartir, el denominador el número de partes en las cuales se va a subdividir esta cantidad y el valor de la fracción representará la cantidad que cada una de las partes recibe.

Se puede observar que la fracción como cociente puede ser mayor que uno, mientras que en la interpretación parte-todo tiene solo sentido si la fracción es menor o igual a uno.

Contrastando aún más las dos interpretaciones analizadas del tipo fracturador (parte-todo y cociente), en parte-todo un octavo es una de ocho partes equivalentes en las que está dividido un todo; y en cociente se indica que “cada uno recibió un octavo de pizza”, sin implicar que sólo se hubiera repartido una pizza entre ocho personas pues se pudieron haber repartido tres pizzas entre veinticuatro personas y el resultado seguiría siendo el mismo: 1/8.

Así pues, las situaciones de reparto generan también experiencias didácticas interesantes que pueden desarrollar en el niño la habilidad de la equidivisión, que hace evidente la equivalencia de fracciones, por ejemplo: ¿Qué variedad de particiones se puede generar al repartir seis galletas entre cuatro niños? ó ¿De cuántas maneras distintas se puede representar la repartición de seis galletas entre cuatro niños?

Para representar un cociente, el símbolo matemático usado es el signo de la división (÷), lo que permite identificar las operaciones con situaciones de reparto repercutiendo en una mejor comprensión de la división de fracciones presentada algorítmicamente en clase sin ninguna explicación.

La expresión fraccionaria vista entonces como cociente de dos números naturales puede denotar, según Llinares y Sánchez (1997), una división indicada o una estructura algebraica. Esta última es la que considerando a Kieren (1975) “no se haya vinculada estrechamente al pensamiento natural del niño” pues implica un esfuerzo mayor de abstracción para lo cual mentalmente aún no está preparado. De tal modo que el significado de la fracción como cociente puede adquirir sentido para los niños cuando se trabajen problemas que impliquen su uso como una división indicada.

- **Como estructura algebraica.**

Concretamente se establece que “se conciben las fracciones (números racionales) como elementos de la forma a/b, siendo a y b naturales (para Q+) ($b \neq 0$) que representan la solución de la ecuación b . x = a” **(Streefland. 1984. 67).**

Bajo estas consideraciones, dichos autores mencionan que esta interpretación debe tener un carácter globalizador y ser posterior en la secuencia de enseñanza a las demás interpretaciones.

LA FRACCIÓN COMO RAZÓN.

Para Llinares y Sánchez (1997, 67), el uso de la fracciones como razones se origina cuando éstas son usadas como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud (comparación de magnitudes), tomando nueva fuerza en este caso la idea de par ordenado de números naturales.

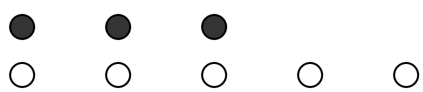
Un par ordenado a:b puede establecer dos tipos de relaciones, la relación todo-todo se genera cuando los elementos a relacionarse pertenecen a conjuntos independientes, por ejemplo: dos chocolates y tres niños. La relación parte-parte toma forma al relacionarse elementos de un mismo conjunto, por ejemplo: dos niñas y tres niños de un mismo equipo de trabajo.

En seguida se describe la relación parte-parte y la relación todo-todo con a:b, por ejemplo:

A B

En este ejemplo "todo-todo"
La relación entre los puntos de A y de B es de 3/5, (3:5).
La relación entre los puntos de B y de A es de 5/3, (5:3).

En un ejemplo "parte-parte"



Siendo las bolas negras y las bolas blancas partes de un mismo conjunto, la relación (razón) entra bolas negras y blancas es de tres quintos (3/5).

Un contexto natural para esta interpretación de las fracciones como razones lo podemos encontrar en la relación entre cantidades de una magnitud o de magnitudes diferentes, por ejemplo: en cuanto a magnitudes de la misma especie es el caso de comparación de longitudes y con respecto a magnitudes distintas, cuando comparamos longitudes (kilómetros) con tiempo (horas) apareciendo otra magnitud velocidad (km/hr). Este tipo de situaciones conducen a otras en las que se tienen que comparar razones, por ejemplo: “Un coche A recorre un trayecto de 3 km. en 5 minutos. Un coche B recorre un trayecto de 4 km en 6 minutos. ¿Qué coche lleva una velocidad mayor?”. O se puede dar otra situación que restablezca valores adicionales a las razones que se pueden construir (problemas de regla de tres), por ejemplo: “Un coche A recorre un trayecto de 3 km en 5 minutos. ¿Cuánto tardará en recorrer un trayecto de 4 km?”. Este tipo de problemas constituyen un marco natural para las proporciones (igualdad de razones-equivalencia de fracciones).

La Probabilidad

A la utilización de la fracciones en este contexto se le da un carácter de cálculo aritmético sin pensar que la estructura cognitiva subyacente a las relaciones implícitas en contextos de probabilidad está vinculada a los números racionales. En algunos casos se establece una comparación todo-todo entre el conjunto de casos favorables y el conjunto de casos posibles, como en: “Al lanzar un dado cuál es la probabilidad de obtener un seis”.

Porcentajes

La relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100 recibe el nombre particular de porcentaje. Utilizando el lenguaje de aplicaciones, los porcentajes se pueden entender como el establecimiento de relaciones (razones) entre conjuntos, estableciéndose subconjuntos de 100 partes. En general, los porcentajes tiene asignado un aspecto de operador, por ejemplo; el 60% de 35 se concibe actuando la fracción 60/100 sobre 35; es decir, hacer 100 partes de 35 y tomar 60.

En conclusión, la fracción como razón se origina cuando es utilizada como un índice comparativamente de dos cantidades de una misma magnitud, y en un nivel más elevado, entre dos cantidades de magnitudes distintas, correspondiendo la primera a una relación parte-parte y la segunda a una relación todo-todo. Los ejemplos respectivos serían: “determinar la razón entre mujeres y hombres en un grupo de alumnos” y “Establecer la relación entre los kilómetros recorridos por un automóvil en determinado tiempo”.

LA FRACCIÓN COMO OPERADOR.

Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el papel de transformadores: “algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica” (Llinares y Sánchez, 1997, 67). Se concibe aquí la fracción como una situación de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa.

Ejemplo en un contexto discreto:

ESTADO-UNIDAD (SITUACIÓN)	OPERADOR	ESTADO FINAL
36 niños.	Dividir por 3, multiplicar por 2.	24 niños.

En un ejemplo continuo, por ejemplo cuando actúa la fracción 2/3 considerada como operador sobre un segmento de longitud dada, se obtiene otro segmento de longitud 2/3 del original.

Bajo esta interpretación, las fracciones se utilizan en un doble aspecto:

a) describiendo una orden, una acción a realizar (operador) y
b) describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación.

De esta manera se pueden establecer dos formas de equivalencia de fracciones.

1) Equivalencia de operadores fraccionarios, que al actuar sobre el mismo estado inicial dan el mismo estado final.

ESTADO	OPERADOR	ESTADO
12	X (2/3)	8
12	X (4/6)	8
12	X (8/12)	8

2) Equivalencia de estados. Un mismo operador que al actuar sobre estados unidad diferentes produce la misma transformación, lo que introduce de forma natural la noción de proporción.

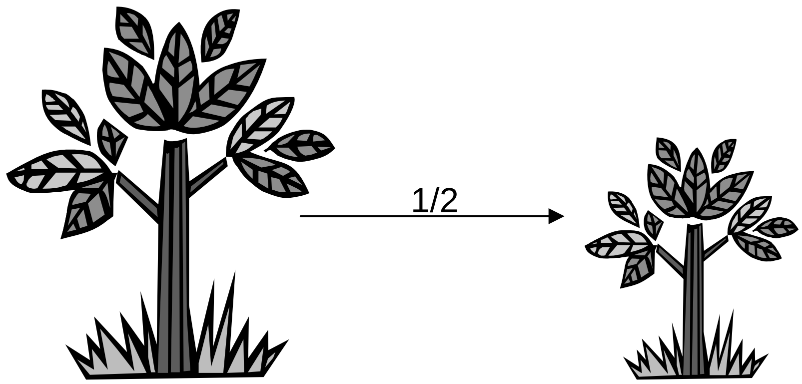
ESTADO	OPERADOR	ESTADO
12	X (2/3)	8
15	X (2/3)	10
24	X (2/3)	16

Esta interpretación enfatiza el papel de las fracciones (números reales) como elementos del álgebra de funciones (transformaciones) al mismo tiempo que conduce a la idea de que los números racionales forman un grupo (estructura algebraica) con la multiplicación. Se encuentra así un contexto natural para la composición de transformaciones (funciones, operador), la idea de inversa (el operador que reconstruye el estado inicial), la idea de identidad (el operador que no modifica el estado inicial).

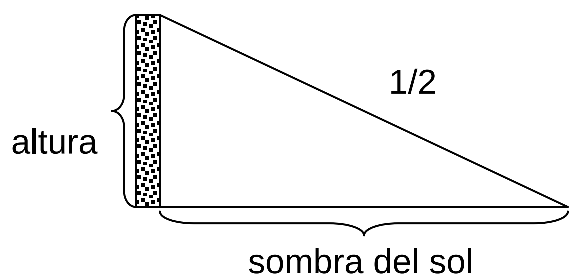
Por su parte Mochón señala que “la fracción en esta interpretación asume el papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacía otro ‘similar’. Se puede considerar esta transformación como una ampliación o una reducción de los valores de un conjunto” (Mochón, S. s/f).

La fracción como operador según este autor puede aparecer en diversos contextos:

- Como <u>comparador</u> entre dos conjuntos similares.

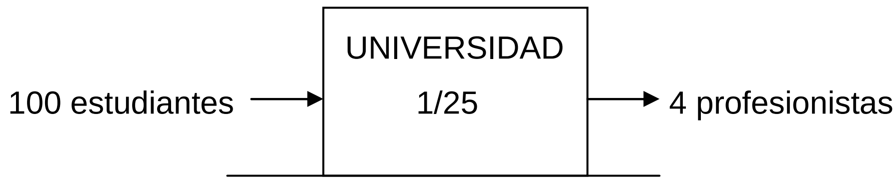


- Como relación entre dos cantidades diferentes pero del mismo tipo de medida.

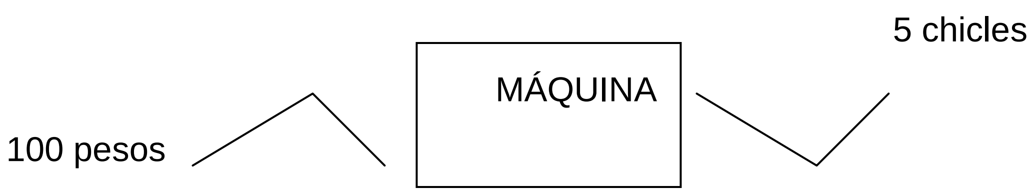


En estos dos contextos la fracción aparece como operador porque ha sido factor de transformación; es decir, la figura del árbol se transforma a ½ de su tamaño original y la longitud de la sombra que proyecta el poste se transforma a medida que el sol cambia de posición.

- Como algo parecido a un fracturador pero que implica en mayor medida una transformación.



- Como relación de valores de cantidades con medidas diferentes, llamada por Freudenthal (en Mochón, S. s/f), operador-razón.



Según Mochón, un operador tiene dos propiedades fundamentales:

- La composición, que es la posibilidad de aplicar un operador sobre un conjunto ya operado, por ejemplo: para reducir una figura a la octava parte puede hacerse reduciendo tres veces a la mitad.
- La segunda propiedad garantiza que dado un operador, se puede encontrar otro, llamado su inverso, que actúa sobre el conjunto operado para regresarnos al conjunto original. Por ejemplo:

Estas propiedades se pueden asociar a dos operaciones sobre fracciones: multiplicación y división. El operador inverso está representado por la fracción invertida del operador original.

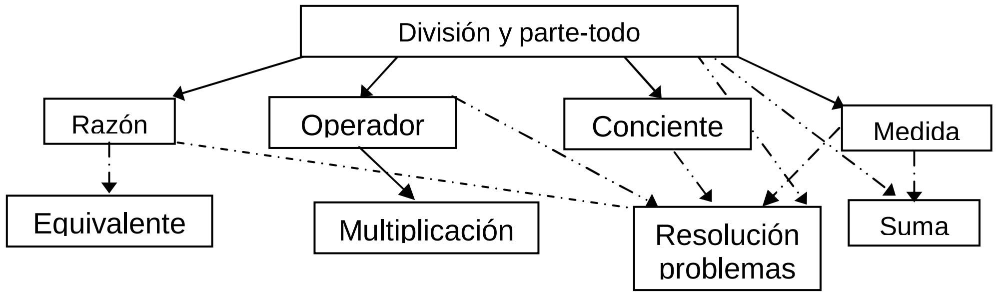
Mochón también señala que el carácter de operador se ve claramente en una situación de proporcionalidad cuando se advierte la relación de las dos cantidades iniciales. La diferencia entre esta relación y las anteriores es que ésta no es entre valores de la misma cantidad sino entre valores de las dos cantidades distintas. La fracción en esta interpretación asume el papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro similar.

Según los autores mencionados, la fracción como operador puede ser una ampliación o una reducción de los valores de un conjunto. En este caso la fracción como operador puede aparecer en diversos contextos que incluye el manejo de ella como razón. Ejemplo: "Reproduce este rectángulo a cuatro quintos de su tamaño actual". Esta interpretación se asocia a la multiplicación y división de fracciones, y está presente en situaciones de proporcionalidad.

Como conclusión de lo expuesto podemos mencionar que la fracción se puede comportar como una medida, un operador, una razón, un cociente ó una parte de un todo. Cada uno de estos subconstructos, conceptualiza a la fracción de una manera diferente y contribuye para formar una imagen más amplia y nítida de la fracción, necesaria para la resolución de diversos problemas.

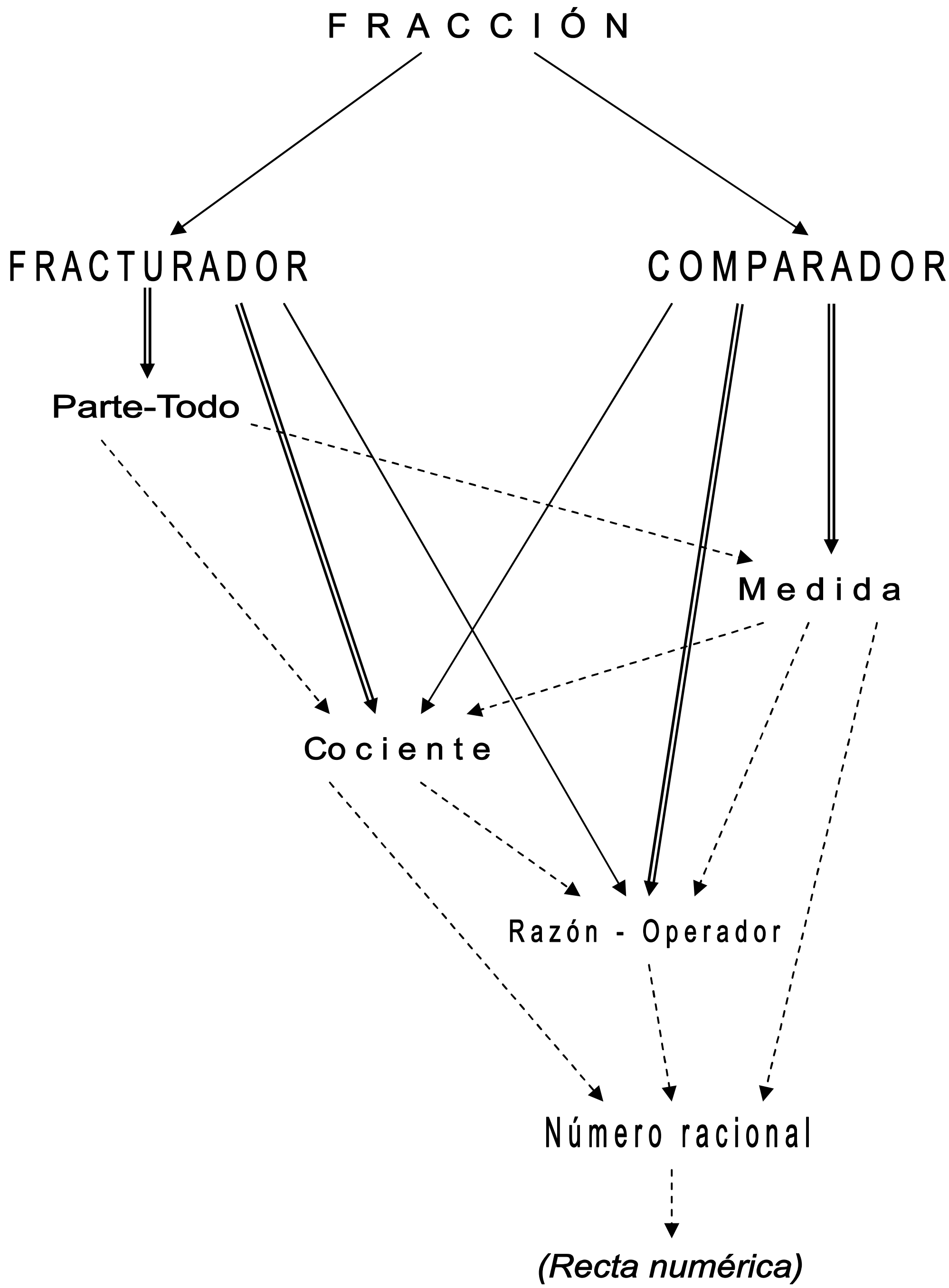
En cuanto a las operaciones, la suma y la resta de fracciones necesitan de las ideas de parte-todo y medida, la multiplicación del concepto de operador y la división de las interpretaciones de cociente, medida y operador.

Llinares y Sánchez (1997) mediante un esquema estructurado por Behr (et al 1983, 100) conceptualizan las relaciones que se derivan de la noción de fracción, indicando por medio de flechas contínuas vínculos directos entre dicha noción y sus significados, y las relaciones que se conjeturan, con flechas discontinuas como se ilustra a continuación:



Por su parte, S. Mochón sugiere una clasificación de los subconjuntos aquí discutidos para lo cual se presenta la siguiente tabla donde las rectas continuas designan la categoría que les corresponde a cada uno de los subconstructos de acuerdo a la división como fracturador, comparador o ambas (las dobles rayas sugieren una vinculación más fuerte, mientras que una sola raya sugiere una vinculación más débil). Nótese que el diagrama está cargado fuertemente hacia la parte derecha, indicando que la fracción aparece más frecuentemente como un comparador. Las rectas discontinuas señalan la dependencia de unos subconstructos con otros. Como ya se mencionó, el subconstructo de medida se apoya en las ideas de parte-todo.

De igual manera, el subconstructo cociente necesita de los conceptos básicos de parte-todo y medida para su desarrollo. Los subconjuntos de operador y razón que parecen ser más complejos, utilizan las nociones de las interpretaciones de medida y cociente (Véase la tabla adjunta).



Esquema tomado de Mochón (s/f)

S. Mochón toma un argumento de Streefland (1982) como preámbulo al desarrollo de los diferentes aspectos de la fracción, señalando que en el salón de clases se introducen las fracciones sólo como subdivisión de cantidades continuas o discretas en partes equivalentes, aproximación llamada parte-todo que es unidireccional y deja sin explorar una gran variedad de estructuras conectadas a este concepto.

Sin embargo sabemos por las aportaciones de Llinares y Sánchez, que la fracción se puede interpretar de dos maneras diferentes: como un fracturador o como un comparador. En la primera, un todo se tiene que subdividir de acuerdo a cierto número, especificado por la situación. En la segunda, se tienen dos todos diferentes representados por cantidades o valores de magnitudes, y se quiere hacer una comparación cuantitativa entre ellos. Asimismo estos dos grandes grupos pueden subdividirse cada uno en situaciones distintas como se plantea a continuación.

Finalmente, esta revisión de los trabajos de síntesis de Llinares y Sánchez por un lado; y por otro, de Simón Mochón, tiene como objeto el de recuperar las aportaciones de estos autores y las de otros revisados por ellos, en torno a las distintas situaciones que dan origen a la expresión fraccionaria y que le dan un sentido diferente en función del contexto en que aparece, mismos que quienes ejercemos la docencia en el nivel de educación primaria, debemos conocer para ser efectivamente facilitadores del aprendizaje de esta noción matemática.

CAPÍTULO III

LA FORMACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL 1997

CAPÍTULO III

LA FORMACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL 1997.

INTRODUCCIÓN:

La década de los 90’s constituye para la educación pública del nivel básico y normal, un periodo de gran trascendencia, pues a partir de que los niveles cualitativos de los resultados del proceso de enseñanza aprendizaje se mostraran decepcionantes en función de las exigencias de la realidad social, se inicia una reforma curricular que toma forma con la firma del Acuerdo para la Modernización de la Educación Básica realizada en mayo de 1992.

La educación normal vivió un periodo más prolongado de elaboración de su estructura curricular, siendo que hasta 1997 el nuevo plan de estudios - acorde a los planteamientos de la reforma educativa - entra en vigor, redefiniendo el nuevo rumbo de la formación de profesores en dichas instituciones mediante la reconsideración de sus principios básicos y de la orientación redefinida de sus actividades de enseñanza.

El presente capítulo constituye un análisis no exhaustivo de algunos aspectos del plan de estudios de la Licenciatura en Educación Primaria; en primer lugar, de los principios en los que se sustenta la formación de los futuros profesores, pues como Lundgren (U. P. Lundgren, 1992) afirma, “detrás de cualquier currículum debe haber un conjunto de principios según los cuales determinen la selección, la organización y los métodos de transmisión…”.

En este capítulo también se revisa de manera general la orientación que tiene la formación académica en las instituciones de educación normal, con la intención de advertir qué concepción o concepciones del currículum permanecen implícitas en el discurso del citado Plan de Estudios.

En tercer lugar, se revisa también de manera general cuál es el sentido de la formación del Plan de estudios de Educación Normal 1997 con respecto a su enfoque y a las competencias específicas que debería tener como perfil el egresado.

Por último en este capítulo se da cuenta de la propuesta de formación para la enseñanza de las matemáticas que se presenta en el Plan de estudios ya referido.

PRINCIPIOS Y ORIENTACIONES GENERALES DEL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL 1997.

- **LA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN NORMAL. SUS PRINCIPIOS BÁSICOS**

No es el propósito del documento abordar a profundidad un estudio sobre el origen de la Educación Normal; sin embargo, para poder establecer un punto de referencia que indique el momento histórico en el cual son ya claros los principios que orientan a estas instituciones encargadas de la formación inicial de los docentes, nos ubicaremos a partir de 1911, cuando en el gobierno de León de la Barra se crearon las “Escuelas Rudimentarias” cuya aparición constituye el primer esfuerzo del Estado para atender a la población rural analfabeta (UPN, 1981, 54).

En estas escuelas, antecedentes a las normales rurales, existía un principio claro y concreto, que era el de llevar la educación al campo, a esos espacios desconocidos y olvidados en los que la ignorancia ha tenido su reino.

Más tarde, luego de haberse vivido un periodo donde la educación pública no contaba con una estructura organizativa que orientara sus funciones y que estableciera sus prioridades, se crea en 1921 la Secretaría de Educación Pública celebrando en 1926 la primer junta de Directores de Educación Federal . En ésta se acuerda que sus acciones estarán fundamentadas en la idea de que “la educación está ligada indisolublemente a la experiencia de los educandos y comprometida en el mejoramiento económico, social y moral de la comunidad” (UPN, 1981, 55).

Al mismos tiempo, la formación de los profesores tenía como finalidad la de “contribuir a la unificación de la instrucción pública contra el regionalismo imperante y fortalecer el carácter nacionalista, científico y libre del naciente sistema educativo” (SEP, Plan de estudios. Educación Normal, 1997).

La nueva Constitución Política, emanada del movimiento revolucionario de 1910 sirvió de marco para la formulación de los principios que orientarían en adelante, las acciones en torno a la educación popular, incluida en ésta la formación de los estudiantes en las escuelas normales que se caracterizará por formar individuos “comprometidos con las causas populares, la organización social, la reforma agraria y la promoción del desarrollo rural” (Op. Cit. p. 12).

La misma inercia del proceso histórico de nuestro país desde la etapa posrevolucionaria fue determinando los cambios en las orientaciones y en los contenidos de los planes y programas de estudio de la educación básica y normal, manteniendo ante la presión de la urbanización, de la industrialización y de las tendencias políticas, el compromiso social de formar profesores comprometidos con el desarrollo de la Educación Pública y con su carácter nacional, gratuito y laico.

Los rasgos esenciales de esta tendencia en la formación inicial de profesores se encuentran contenidos en los documentos que constituyen el marco normativo y el sustento filosófico de la educación pública como puede notarse en las referencias siguientes:

- **El Artículo 3° Constitucional** establece que "la educación que imparta el Estado tenderá a desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano y fomentará en él, a la vez, el amor a la Patria y la conciencia de solidaridad internacional, en la independencia y en la justicia…será laica… se basará en los resultados del progreso científico, luchará contra la ignorancia y sus efectos, las servidumbres, los fanatismos, y los prejuicios. El criterio que oriente esa educación será además democrático, nacional y contribuirá a la mejor convivencia humana…" (sep. Artículo 3° Constitucional y Ley General de Educación. 1993).

- **La Ley General de Educación** señala en el artículo 2º "Todo individuo tiene derecho a recibir educación… la educación es el medio fundamental para adquirir, transmitir y acrecentar la cultura; es un proceso permanente que contribuye al desarrollo del individuo y a la transformación de la sociedad, y es un factor determinante para la adquisición de conocimientos y para formar al hombre de manera que tenga sentido de solidaridad social. En el proceso educativo deberá asegurarse la participación activa del educando. Estimulando su iniciativa y su sentido de responsabilidad social para alcanzar los fines a que se refiere el artículo 7° (ver anexo 2)"… En el artículo 21° se dice "El educador es promotor y agente directo del proceso educativo. Deben proporcionársele los medios que le permitan realizar su labor y que contribuyan a su constante perfeccionamiento…" (Op. Cit. p. 21).

- **El Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB, 1992)** estipula en el punto 3.3.2 sobre la formación inicial que "la transformación y el fortalecimiento académico de las escuelas normales tiene un carácter prioritario y se atenderá a corto plazo. Los futuros maestros de Educación Preescolar, Primaria y Secundaria se formarán en estos planteles, por lo que el cumplimiento de esa función primordial exige un esfuerzo múltiple, que recupere la mejor tradición del normalismo mexicano y establezca una clara congruencia entre la formación inicial y las exigencias del desempeño profesional" (Diario Oficial de la Federación, lunes 19 de febrero de 1996).

- **El Plan de Estudios para la Licenciatura en Educación Primaria,** una vez que establece que el rasgo principal de los planes y programas de estudio de la educación primaria es darle prioridad al desarrollo de las capacidades de pensamiento del niño, a sus posibilidades de expresión y de aplicación creativa de lo que aprende; deriva entonces que el profesor debe estimular el desenvolvimiento de esas capacidades, debe tener una intervención educativa sensible a las distintas condiciones de los alumnos y de los grupos escolares.

En este sentido, se advierte que aunque no hay un señalamiento específico que puntualice los rasgos particulares de la educación normal, si es posible notar que esencialmente dichas instituciones siguen conservando una identidad propia que se traduce en las tareas profesionales del maestro cuyo desempeño debe apegarse "a los principios de gratuidad, laicismo y obligatoriedad, establecidos en la Constitución, y a un sentimiento de lealtad y compromiso hacia la nación y hacia las necesidades de las grandes mayorías populares" (SEP, Plan de Estudios. Educación Normal. 1997).

Luego de esta somera revisión de los principios en los que se sustenta la educación normal podemos preguntarnos ¿Cómo visualiza el Estado a las instituciones de educación normal? y ¿Cómo se manejan los principios implícitos de la educación normal en su currículum formal?. En el intento de aproximar una respuesta a la primer pregunta me apoyaré en los planteamientos de S. Kemmis (1993) sobre las tres perspectivas de la teoría del currículum con las cuales pretende esclarecer la ubicación cultural de la educación y la escolarización:

> “La teoría técnica sobre el currículum que considera la sociedad y la cultura como una trama externa a la escolarización y al currículum, como un contexto caracterizado por las necesidades y los objetivos sociales deseados a los que la educación debe responder, descubriendo esas necesidades y desarrollando programas con el fin de alcanzar los propósitos y objetivos de la sociedad…
>
> La teoría práctica del currículum que también considera la sociedad y la cultura como un tipo de sustrato, pero adopta un punto de vista más activo acerca del papel de la educación, de las escuelas y de los profesores, en su contribución a la sociedad y a la cultura mediante el desarrollo de personas educadas, capaces de pensar de manera crítica y en forma sensata. La teoría práctica del currículum supone que el juicio de los profesores y otros miembros activos de la sociedad y de la cultura se basa en un punto de vista liberal de la sociedad, en donde los sujetos efectúan decisiones morales y actúan de acuerdo con sus conciencias y sus mejores juicios…
>
> La teoría crítica del currículum que parte de la premisa de que las estructuras sociales no son tan racionales y justas como generalmente se piensa. Por el contrario, afirma, las estructuras sociales están creadas mediante procesos y prácticas distorsionadas por la irracionalidad, la injusticia y la coerción y tales distorsiones han calado muy hondo en nuestras interpretaciones del mundo…” (Kemmis, S. 1993).

De tal modo que considerando las perspectivas referidas podríamos decir que a la institución de educación normal está vista por el Estado desde una postura ecléctica, pues no podemos negar que la educación está encaminada (al menos en el discurso oficial) a responder a objetivos sociales. La educación, en las escuelas normales debe orientarse hacia la formación de profesores que respondan a las necesidades y a los propósitos actuales de la sociedad en correspondencia a la teoría técnica sobre el currículum.

Otro de los riesgos de la educación normal se refiere a la preocupación porque los individuos resultantes de su acción educativa sean capaces de pensar de manera crítica y de ajustar sus juicios y conducta a las normas y valores propios de una conciencia moral y sensata, postulados que coinciden con los de la teoría práctica de currículum.

Por su parte, la teoría crítica del currículum se manifiesta contraria a que en las instituciones de educación normal, mediante el ejercicio de su práctica educativa se designen atribuciones dogmáticas a la función de los docentes en formación, se distribuyan roles mediante la manipulación de las características personales, se inculquen modos manipulados de comprensión del mundo en una franca acción reproductiva de la sociedad.

Por lo tanto, en el planteamiento de los principios de la educación normal encontramos implícitas las distintas perspectivas de la teoría del currículum. Estas se manejan (dando ya respuesta al segundo cuestionamiento) de manera ideológica, entendiendo por ideología "a la relación dialéctica entre la conciencia individual y la estructura social, misma que hace referencia a los procesos y prácticas sociales mediante las que las estructuras características de la vida social se reproducen y mantienen tanto en la conciencia de los sujetos como en las prácticas y relaciones sociales características de la vida social en una sociedad concreta" (Kemmis, S. 1993, p. 116). Esto está claro cuando el discurso del Estado delinea la misión y transcendencia social de la escuela normal.

- EL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL. SUS ORIENTACIONES.

Un plan de estudios, desde diferentes perspectivas, es considerado tan solo como un componente de un todo que en este caso es el currículum, cuya definición señala:

"… un currículum es:

1. Una selección de contenidos y fines para la reproducción social, o sea, una selección de qué conocimiento y qué destrezas han de ser transmitidos por la educación.

2. Una organización del conocimiento y las destrezas.

3. Una indicación de métodos relativos a cómo han de empeñarse los contenidos seleccionados; por ejemplo, su secuenciación y control" (Lundgren, U. P. 1992).

> "Un currículum, si posee un valor, expresa, en forma de materiales docentes y de criterios para la enseñanza, una visión de conocimiento y un concepto del proceso de educación. Proporciona un marco dentro del cual el profesor puede desarrollar nuevas destrezas y relacionarlas, al tiempo que tiene lugar ese desarrollo, con conceptos del conocimiento y del aprendizaje" (Stenhouse, L. 1987).

De este modo queda claro que al hablar del plan de estudios nos referimos a solo una parte en relación al currículum de determinado nivel educativo; sin embargo, un plan de estudios expresa de manera concreta al menos tres aspectos del currículum: *1) El enfoque, 2) Los propósitos y el perfil de egreso y 3) La distribución de contenidos* (Mapa curricular).

En el caso del Plan de Estudios para la licenciatura de educación primaria, vigente a partir de 1997, se encuentran explícitos los rasgos que sustenta la orientación académica de la formación en dichas instituciones, misma que se realiza en función de dos propósitos (según lo establece el citado documento):

1) Precisar los lineamientos más importantes que regulan los contenidos, la organización y la secuencia de las asignaturas y otras actividades que el plan establece,

2) Definir los rasgos comunes de las formas de trabajo académico y del desempeño del personal docente.

- ✍ La orientación básicamente pretende terminar con la contradicción entre las finalidades educativas expresadas en el plan de estudios y el tipo de actividades académicas que en una institución se están llevando a la práctica; es decir, se propone que bajo esta orientación, las prácticas y las finalidades del plan, sean congruentes (SEP. Plan de Estudios. Educación Normal. 1997). Pues bien, con el propósito de advertir hacia qué concepción curricular se acerca esa orientación académica, referiré enseguida algunos de sus rasgos:

- ✍ La formación inicial de los profesores de educación básica tiene carácter nacional, con flexibilidad para comprender la diversidad regional, social, cultural y étnica del país.

- ✍ El dominio de los contenidos de la educación primaria se realiza de manera integrada con la capacidad para enseñarlos y orientar su apropiación por parte de los niños.

- ✍ El aprendizaje de la teoría se vincula con la comprensión de la realidad educativa y con la definición de las acciones pedagógicas.

- ✍ Fomentar los intereses, los hábitos y las habilidades que propician la investigación científica.

- ✍ La expresión artística, la educación física y las actividades deportivas constituyen aspectos importantes de la formación de los futuros maestros.

- ✍ Los estudiantes y los maestros deben disponer de medios tecnológicos, para utilizarlos como recursos de enseñanza aprendizaje, y para apoyar su formación permanente. (SEP. Plan de Estudios. Educación Normal. 1997).

Eliot, Eisner y Vallance (1974) hacen una distinción de cinco concepciones del currículum, que de manera general se distinguen enseguida:

- **El desarrollo de procesos cognitivos.** Esta perspectiva se ocupa principalmente del refinamiento de las operaciones intelectuales, se enfoca más al cómo más que al qué de la educación. Señala que el problema central del currículum es la conformación de los procesos intelectuales y el desarrollo de una serie de destrezas cognoscitivas que pueden ser aplicables al aprendizaje en cualquier campo del conocimiento.

- **El currículum tecnológico.** Se refiere también al cómo más que al qué de la educación. Prioriza la técnica por medio de la cual el conocimiento es comunicado y facilita el aprendizaje; su atención está más dirigida al desarrollo de una tecnología de la instrucción que al contenido de la educación.

- **El currículum como una experiencia consumatoria.** Se orienta al propósito personal y a la necesidad de integración del individuo; de esta manera, la educación es vista como un proceso habilitador que proporciona significado a la liberación personal y al desarrollo, por lo que se centra principalmente en el contenido, concibiendo a la educación como una fuerza liberadora.

- **Relevancia de la reconstrucción social.** En esta perspectiva se enfatizan típicamente las necesidades sociales sobre los individuales; se argumenta que la escuela, más que ninguna otra institución debe servir como agente para el cambio social; debe servir de puente entre lo que es y lo que podría ser. En sus planteamientos están identificados valores sociales y posiciones políticas.

- **Racionalismo académico.** Esta concepción prioriza la capacitación del educando para que éste adquiera las herramientas y participe en la tradición cultural. Establece que la función de la escuela es la de transmitir la cultura en su sentido más específico, cultivar el intelecto del niño, al proporcionarle oportunidades para que adquiera las potenciales más poderosas de la inteligencia del hombre. En este sentido, en el currículum se enfatiza el estudio de las disciplinas clásicas. Se manifiesta a favor de la actividad intelectual que refleje la búsqueda constante del hombre por su sentido en una clara acumulación de conocimientos.

Así, los rasgos de la orientación académica del plan de estudios de educación normal - a partir de considerar una formación de carácter nacional y comprensiva de la diversidad sociocultural, de enfatizar un dominio sobre los contenidos a enseñar, de proponer una vinculación teórica práctica para mejor interpretación de la realidad, de su preocupación por fomentar la investigación científica, la valoración artística, física y deportiva y del aprovechamiento de los medios tecnológicos en la formación y en la enseñanza - nos llevan a establecer que existe relación en dirección de las cinco concepciones citadas sobre el currículum, aunque desde mi punto de vista, la relación más fuerte se establece con la perspectiva de la reconstrucción social, en seguida con la del racionalismo académico y la del desarrollo de procesos cognitivos, y finalmente con la del currículum tecnológico y con la del currículum como experiencia consumatoria.

La revisión del documento (del cual anexo el mapa curricular de SEP. Plan de Estudios. Educación Normal. 1997, 53) sugiere aún otras líneas de análisis, como por ejemplo, el perfil del nuevo maestro que se pretende formar, también los elementos que evidenciaron la necesidad de emprender una reforma curricular concretada con la elaboración del nuevo Plan de estudios. Sin embargo, el interés personal por el momento se centró en los puntos ya abordados sin descartar la idea de continuar con el análisis, pues constituyen por un lado, aspectos escasamente llevados al plano de la discusión, y por otro, cuestiones que merecen la atención de quienes pretenden encaminar sus investigaciones hacia la formación docente.

EL SENTIDO DE LA FORMACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL 1997.

LA FORMACIÓN EN LO GENERAL

El Plan de Estudios de Educación Normal 1997 menciona que a partir de haberse iniciado en 1993 la reforma curricular de la educación básica se hizo necesario un nuevo esquema de formación para los maestros de educación primaria, "pues los cambios experimentados en los enfoques y los contenidos del currículum demandan competencias profesionales que no son adecuadamente atendidos por el plan de estudios vigente desde 1984" (SEP. Plan de estudios. Educación Normal. 1997. 20). Considerando esta situación, se abrió un largo periodo de revisión de los documentos que actualmente conforman el marco jurídico y normativo del Sistema Educativo en nuestro país, como el Artículo Tercero Constitucional, la Ley General de Educación, el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica y el Plan Nacional de Desarrollo 1995-2000; asimismo se abrió una consulta a diferentes grupos de opinión interesados en participar en la reforma del Plan de Estudios de Educación Normal orquestada por la Secretaría de Educación Pública a través del Consejo Nacional Técnico de la Educación (CONALTE).El nuevo Plan de Estudios se publicó hasta 1997; en su formulación se toman en cuenta los siguientes aspectos:

- La articulación establecida con los ciclos de preescolar y secundaria.
- El enfoque de la enseñanza del lenguaje y las matemáticas que otorga ahora prioridad al uso de las capacidades de comunicación y a su aplicación creativa en la definición y solución de problemas reales.
- La prioridad asignada al desarrollo de las capacidades de pensamiento del niño, a sus posibilidades de expresión y de aplicación creativa de lo que aprende.

Los dos últimos rasgos, fundamentalmente, marcan la pauta para la formación del nuevo maestro, por lo que el este Plan de Estudios agrupa en cinco grandes campos las competencias que definen su perfil de egreso, y en donde están implicadas las habilidades, conocimientos, actividades y valores con que cada nuevo maestro contará al término de la Educación Normal.

El Plan de Estudios de Educación Normal 1997 describe de manera pormenorizada esos cinco campos de competencias a desarrollarse en los estudiantes normalistas, descripción que tomo de dicho documento y presento a continuación:

1. HABILIDADES INTELECTUALES ESPECIFICAS

a) Alta capacidad de comprensión del material escrito; hábito de lectura; valora críticamente lo que lee relacionándolo con su realidad y con su práctica profesional.

b) Expresa sus ideas con claridad, sencillez y corrección en forma escrita y oral; ha desarrollado las capacidades de describir, narrar, explicar y argumentar, adaptándose al desarrollo y características culturales de sus alumnos.

c) Plantea, analiza y resuelve problemas generales sus respuestas a partir de sus conocimientos y experiencias, es capaz de orientar a sus alumnos para que éstos sean capaces de analizar situaciones y de resolver problemas.

d) Tiene disposición y capacidad para la investigación científica: curiosidad, capacidad de observación y reflexión crítica; aplica estas capacidades para mejorar los resultados de su labor educativa.

e) Localiza, selecciona y utiliza información de diverso tipo, en especial la que necesita para actividad profesional.

2. DOMINIO DE LOS CONTENIDOS DE ENSEÑANZA

a) Conoce con profundidad los propósitos, los contenidos y los enfoques que se establecen para la enseñanza.

b) Tiene dominio de los campos disciplinarios para manejar los temas incluidos en los programas de estudio.

c) Reconoce la secuencia lógica de cada línea de asignaturas de educación primaria y es capaz de articular contenidos de asignaturas distintas de cada grado escolar, así como relacionar los aprendizajes del conjunto de la educación básica.

d) Sabe establecer una correspondencia adecuada entre la naturaleza y grado de complejidad de los contenidos educativos con los procesos cognitivos y el desarrollo de sus alumnos.

3. COMPETENCIAS DIDÁCTICAS

a) Sabe diseñar, organizar y poner en práctica estrategias y actividades didácticas, adecuadas a los grados y formas del desarrollo de los alumnos, así como las características sociales y culturales de éstos y de su entorno familiar.

b) Reconoce las diferencias individuales de los educandos que influyen en los procesos de aprendizaje, es capaz de favorecer el aprendizaje de los alumnos en riesgo de fracaso escolar.

c) Identifica las necesidades especiales de educación que pueden presentar algunos de sus alumnos, los atiende si es posible o sabe donde obtener orientación y apoyo.

d) Conoce y aplica distintas estrategias y formas de evaluación sobre el proceso educativo. Y a partir de ella tiene la disposición de modificar los procedimientos didácticos que aplica.

e) Favorece actitudes de confianza, autoestima, respeto, disciplina, creatividad, curiosidad y placer por el estudio; así como el fortalecimiento de la autonomía personal de los educandos.

f) Conoce los materiales de enseñanza y los recursos didácticos disponibles y los utiliza con creatividad, flexibilidad y propósitos claros.

4. IDENTIDAD PROFESIONAL Y ÉTICA

a) Asume, como principios de su acción y de sus relaciones los valores que la humanidad ha creado y consagrado a lo largo de la historia: respeto y aprecio a la dignidad humana, libertad, justicia, igualdad, democracia, solidaridad, tolerancia, honestidad y apego a la verdad.

b) Reconoce el significado que su trabajo tiene para los alumnos, las familias de estos y la sociedad.

c) Tiene información suficiente sobre la orientación filosófica, los principios legales y la organización del sistema educativo mexicano.

d) Conoce los principales problemas, necesidades y deficiencias que deben resolverse para fortalecer el sistema educativo mexicano.

e) Asume su profesión como una carrera de vida, conoce sus derechos y obligaciones y utiliza los recursos al alcance para el mejoramiento de su capacidad profesional.

f) Valora el trabajo en equipo como un medio para la formación continúa y el mejoramiento de la escuela.

g) Reconoce la importancia de la educación pública como componente esencial de un apolítica basada en la justicia, la democracia y la equidad.

5. CAPACIDAD DE PERCEPCIÓN Y RESPUESTA A LAS CONDICIONES SOCIALES DEL ENTORNO DE LA ESCUELA.

a) Aprecia y respeta la diversidad regional, social, cultural y étnica del país como un componente valioso de la nacionalidad.

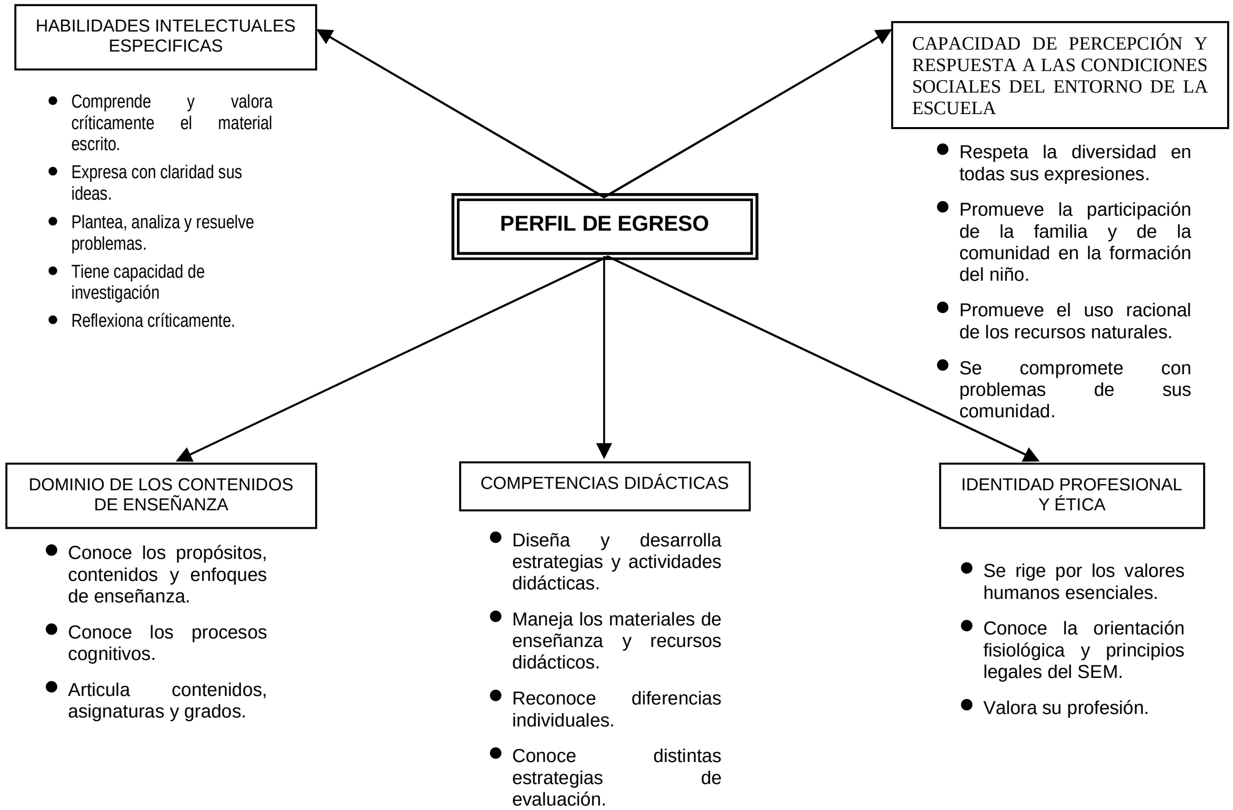
b) Valora la función educativa de la familia y es capaz de orientarla para que participen el la formación del educando.

c) Promueve la solidaridad y el apoyo de la comunidad hacia la escuela.

d) Reconoce los principales problemas que enfrenta la comunidad en que labora y contribuye a su solución mediante la búsqueda de apoyos.

e) Asume y promueve el uso racional de los recursos naturales.

Una vez descritas particularmente cada una de las cinco líneas de formación contenidas en el nuevo plan de estudios para la Licenciatura en Educación Primaria, presento en seguida un esquema donde señalo los rasgos generales de dicha formación.



Como puede observarse, el perfil de egreso que establece dicho plan de estudios propone la formación de un docente que desde los primeros momentos en que tenga a un grupo de alumnos bajo su responsabilidad, sea capaz de desenvolverse con un completo dominio y conocimiento de su campo de acción, con una clara visión del propósito que pretenderá alcanzar con cada una de las actividades desarrolladas con sus alumnos, que refleje una verdadera vocación por su carrera, que sepa valorar y respetar a cada uno de los que tiene la encomienda de formar y que asuma el ejercicio de su profesión como un compromiso social a favor de la justicia y del desarrollo personal.

Sin embargo, como todo discurso, éste sólo adquirirá validez en la práctica, y aquí precisamente tienen implicación numerosos aspectos propuestos en el Plan de estudios de educación normal 1997 mismos que al servir de referencia para un análisis de la práctica, asignarán la medida a los logros que en los próximos años puedan obtenerse en la formación de los estudiantes normalistas los cuales actualmente como se observará en el siguiente capítulo, expresan algunas inconsistencias en torno al conocimiento del enfoque de enseñanza de las matemáticas.

LA FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS, SEGÚN EL PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN NORMAL

Conforme al plan de estudios de la Educación Normal, la formación para la enseñanza de las matemáticas de los futuros profesores descansa en los cursos "Matemáticas y su enseñanza I y II". Estos cursos se insertan, respectivamente, en el segundo y tercer semestres del trayecto de formación. Esos cursos tienen como propósito que los alumnos de las escuelas normales: "Amplíen y consoliden sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos que el maestro de educación primaria requiere dominar, y comprendan en qué consiste el enfoque para la enseñanza de las matemáticas de esta disciplina". (sep, 1997, 72).

En el plan de estudios se afirma que, para lograr dicho propósito, es necesario el conocimiento y comprensión de los procesos que siguen los niños, así como las dificultades que enfrentan al tratar de aprender los conceptos matemáticos incluidos en el currículum de la educación primaria. Pero esto no es suficiente, se considera también esencial que los estudiantes de educación normal diseñen y apliquen estrategias didácticas para la enseñanza de los contenidos incluidos en el nivel educativo el en cual trabajarán al terminar sus estudios. Para ello, contarán con el apoyo de los materiales dirigidos a los profesores que atienden la educación básica.

Ahora bien ¿cuál es la orientación didáctica en la cual se pretende formar a los normalistas? Según el plan de estudios, la resolución de problemas como vía de acceso a los conceptos matemáticos es el marco de la formación para la enseñanza de esta disciplina. Esto porque, se dice, los estudios más recientes coinciden en afirmar que el resolver problemas es el mejor camino para elaborar conocimientos matemáticos (cf. SEP; 1997, 72). Además, esto hace coincidencia con el enfoque vigente en la educación primaria. Es importante señalar - tal como se hace en el documento citado – que esta postura difiere de la idea tradicional de enseñanza según la cual se considera indispensable aprender primero los conceptos y procedimientos para aplicarlos después a la solución de los problemas.

Conforme a la orientación antes descrita, se requiere que los normalistas desarrollen competencias para preparar actividades problemáticas adecuadas para que los niños utilicen sus saberes previos y procedimientos personales al abordarlos, y poco a poco – al enfrentar situaciones más complejas – evolucionen hacia los procedimientos y formulaciones de la matemática convencional. En la perspectiva de resolución de problemas, también se hace necesario que los futuros profesores también se preparen para promover en los niños habilidades como: trabajar en equipo, expresar los resultados de la actividad matemática, argumentar, identificar y revisar los errores.

Lograr una formación de este tipo implica abordar las matemáticas y su enseñanza en dos dimensiones vinculadas entre sí: una dedicada al dominio de los contenidos matemáticos y otra dedicada a la forma en que éstos habrán de enseñarse. El reconocimiento de ambas dimensiones no implica que éstas se aborden de manera separada, por el contrario, se considera que son dos aspectos ampliamente entrelazados. Más bien se trata de que ambos aspectos se integren al diseñar y aplicar propuestas didácticas y analizar los resultados de la aplicación.

CAPÍTULO IV

EL ESTUDIO DE CAMPO

CAPÍTULO IV

EL ESTUDIO DE CAMPO

LA "FRACCIÓN"; IDEAS QUE PREVALECEN EN LOS ESTUDIANTES NORMALISTAS

El presente capítulo reporta las ideas que prevalecen en el conocimiento matemático normalista en torno a la fracción y al número racional. Además, se expone la explicación realizada por algunos estudiantes normalistas respecto a determinadas situaciones problemáticas que implican el uso de fracciones, asimismo se dan a conocer las dificultades de enseñanza vividas y externadas por los normalistas al trabajar con temas relacionados con las fracciones.

Fruedenthal (Traduc. Puig, L.. 1995, II) señala que "un concepto u objeto matemático se describe conforme con aquello para lo que es un medio de organización", agrega que "los conceptos matemáticos son los medios de organización de los fenómenos matemáticos" y éstos podrían ser "las propiedades de los objetos, acciones o propiedades de las acciones". De tal manera que la totalidad de los usos de un concepto matemático en todos los contextos constituye el campo semántico del concepto, sin embargo, en el sujeto que interpreta un concepto no opera la totalidad de los usos producidos en una cultura sino su campo semántico personal el cual ha ido construyendo, asignándole sentido en situaciones o contextos que implican determinados usos para ir creando el objeto mental correspondiente. El uso escolar o generalizado de la fracción se ha realizado casi siempre en situaciones de división de una unidad continua. En este sentido, Freudenthal (Op. Cit. 8) establece que "las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional … es la palabra con que entra el número racional y en todas las lenguas ... está relacionado con romper: fracturar". Y este primer significado de la fracción aparece de manera espontánea en las respuestas que más adelante, en este apartado se revisan.

Es claro que el contexto específico donde nos situamos, contribuye en gran medida a delimitar el sentido y significado de los términos que leemos, escuchamos o decimos; de tal manera, que el contexto escolar permea la connotación de nuestro discurso aunque no determina la profundidad ni la riqueza conceptual del mismo; es decir, nuestro discurso puede ser limitado o amplio en cuanto a los distintos campos disciplinarios que ahí se trabajen pero éste corresponde al lenguaje propio del contexto escolar.

En el ambiente de los estudiantes próximos a egresar de la educación normal el término “fracción” no es desconocido, ha vivido con ellos desde sus primeros años en la escuela y ha sido objeto de innumerables encuentros. Siendo así, podemos asegurar la existencia de algunas ideas o nociones que prevalecen sobre el mismo y que habrá de sostenerse con datos empíricos.

En este estudio, la evidencia que colectamos nos lleva a establecer que el término “fracción” es entendido por los estudiantes normalistas interrogados principalmente de dos formas: como la “división de un todo en partes” y como la “parte de un entero” (véase anexo 4 p. II). La primer noción prevalece pero se ubica en las dos normales de provincia (Normal Privada y Normal Rural) y la segunda se haya presente principalmente en la BENM y en menor medida también en la Normal Rural.

Es posible decir que estas nociones acerca de la fracción corresponden a uno sólo de los significados que puede tener según algunos autores. Por ejemplo Freudenthal (Freudenthal, Traduc. L. Puig, 1995, 14-37) establece una clasificación acerca de las diferentes interpretaciones que derivan de la noción de fracción y que consiste en dos ideas generales (de las que derivan otras nociones más específicas): la fracción como fracturador y la fracción como comparador. Con respecto a la primera dice: “Del modo más concreto las fracciones se presentan si un todo ha sido o está siendo rajado, cortado, rebanado, roto, coloreado, en partes iguales, o si se experimenta, imagina, piensa como si lo fuera… la atención puede ser dirigida a una parte, un número de partes, todas las partes" (Op. Cit. P. 15).

No es entonces incorrecto decir que la idea más generalizada que los estudiantes normalistas tienen de la fracción, corresponde a aquélla donde es vista como fracturador aunque puedan percibirse dentro de esta interpretación dos tendencias: a) la que corresponde más a una concepción que se establece a partir de la relación parte-todo, misma que implica subdividir un todo continuo o discreto en partes equivalentes; y b) la que se acerca más al constructo que deviene de una relación de cociente en la que una unidad o varias unidades se dividen entre otras unidades y en donde el número de ellas está determinado por la cantidad de objetos o sujetos entre los cuales se hará la repartición, interpretándose a la fracción como un cociente partitivo m/n.

Con el objeto de que los estudiantes expresaran algunas ideas más sobre la fracción, se les pidió que escribieran en torno a los distintos significados que puede tener una expresión fraccionaria y sobre los contextos o situaciones en las que podemos hacer uso de ella. En cuanto a los significados hubo en la mayoría ausencia de respuesta o comentarios sin relación con el cuestionamiento. Por ejemplo, una estudiante de la Normal de Teteles contestó que "los distintos significados de las fracciones se refieren a las equivalencias", en este mismo sentido otras respuestas coincidieron en manifestar que los significados distintos son las diferentes formas en las que la fracción se puede expresar, es decir, los significados son entendidos por algunos estudiantes como fracciones equivalentes o decimales; por ejemplo, un alumno de la Normal de Tlatlauquitepec, Pue., al preguntarle sobre los significados de una expresión fraccionaria, comentó que "se le puede entender como un decimal", de tal manera que se observa la cuestión referida por Mancera (Mancera, 1992, 32) al señalar que un problema en el aprendizaje de las fracciones es la confusión frecuente entre la homonimia y la sinonimia propia de una expresión fraccionaria. La homonimia se refiere según este autor, a los varios significados asociados a un solo significante, y la sinonimia a los diferentes significantes asociados a un mismo significado; entonces, una parte de los normalistas cuestionados se refirieron en sus respuestas a lo que Mancera llama sinonimia puesto que sus argumentos aludían a las clases de fracciones equivalentes derivables de una expresión fraccionaria. No obstante, hay en las tres normales, algunos alumnos que evidencian nociones sobre los significados de la fracción, vinculadas con razón y con reparto. Aunque éstas no se llegan a formular explícitamente se pueden inferir. Por ejemplo, una alumna de la BENM mencionó al ser cuestionada sobre el significado de la expresión m/n, que "de una cantidad n se toma una cantidad m, o bien, que la cantidad n se divide en partes iguales en las que m está incluida".

Sobre los contextos o situaciones en los que puede aparecer el uso de la fracción, la mayoría de los participantes señala únicamente a los problemas de reparto como los que pueden generar el empleo de las expresiones fraccionarias; otros, sin precisar, plantean que es en los problemas de la vida cotidiana. En una mínima proporción de los cuestionados existe la idea de que es en las situaciones de reparto, medición y división"en las que se utilizan las fracciones, como lo señala una alumna de la Normal Rural de Teteles, Pue.

Haciendo un balance sobre los argumentos que en particular establecieron los estudiantes de cada normal, se observa cierta diferencia en la extensión y riqueza de las ideas aportadas. La normal rural de Teteles, Edo. de Puebla, es la que presenta mejores argumentos cuando se aborda el término fracción y sus significados. En la Escuela Nacional de Maestros del Distrito Federal, se observaron mayores dificultades en las respuestas (Anexo 4. P. X – XII).

Sin embargo, hay en general una noción limitada sobre los distintos significados que puede adquirir una expresión fraccionaria puesto que como ya anteriormente se refirió, su uso queda restringido para la mayoría de los estudiantes en situaciones y problemas de reparto lo cual denota el manejo casi exclusivo de la fracción como fracturador.

LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL SABER NORMALISTA

Freudenthal (Freudenthal, en Puig, 1995, 8) menciona que la noción de número racional está relacionado con razón… en el sentido de proporción y medida. Desde mi punto de vista, la fracción se vincula con la razón en el sentido de proporción cuando se relacionan multiplicativamente dos magnitudes de diferente naturaleza, por ejemplo: 3 pesos por cada 4 naranjas, entonces el valor de cada naranja es de ¾ pesos o 0.75 pesos. La razón en el sentido de medida aparece cuando por ejemplo decimos: 2 veces la medida de A es igual a 3 veces la medida B; como vemos se establece una relación donde tenemos 2A = 3B despejando A tenemos $A = \frac{3B}{2} \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{3}{2}$ donde tenemos que la medida de B = 2/3A ó 0.66A desprendiéndose de estos ejemplos el uso natural de los números racionales.

En algunos textos de aritmética (por ejemplo UPN, 1982) se define a los números racionales como " el subconjunto Q de los números reales, cuyos elementos sean todos los reales que se puedan escribir como el cociente de dos números, cuyo denominador no sea cero, esto es:
$Q = \{ p / q \,/\, p \text{ y } q \in \mathbb{Z} \text{ y } q \neq 0 \}$" de donde se entiende que toda expresión de la forma a/b es un numero racional.

A su vez, Julia Centeno señala: "El cociente b/a es la solución de la ecuación [a.x = b] y cada fracción representa un número en el nuevo conjunto. Sin embargo, los números de este conjunto no son simples fracciones, sino familias de fracciones, puesto que muchas fracciones pueden representar el mismo número… lo que nos da una idea de cómo están formadas las familias de fracciones equivalentes… Un número racional será (<u>desde este punto de vista</u>), por tanto, una clase de equivalencia de fracciones" (J. Centeno, 1997, 63 – 64, el subrayado es mío)".

Entonces, a partir de considerar las citas precedentes, podemos decir que un número racional es aquella expresión formada por el cociente de dos números reales, es decir, por la expresión a/b, con b distinto de 0.

Al respecto, los estudiantes normalistas interrogados, en su mayoría mencionan que los números racionales son los que se representan por medio de fracciones o que son los “números fraccionarios”. Ésta, (aunque vaga) coincidencia con las definiciones antes referidas nos alienta, pues se advierte que existe una noción al menos general sobre los números racionales entre los normalistas; sin embargo, hay también un buen número de ellos que no tienen una idea correcta acerca del subconjunto de los números reales en cuestión y denotan una ausencia y un vacío de referentes al respecto; así lo evidencia una alumna de la BENM al señalar que “los números racionales indican una posición negativa o positiva dentro de la recta numérica”; asimismo, algunos normalistas señalan que los números racionales son los números decimales (Anexo 4. P. III).

El Plan de Estudios para la Educación Normal vigente desde 1997, contiene en su mapa curricular las asignaturas “Matemáticas y su enseñanza I y II”. En el programa específico correspondiente a la asignatura de Matemática y su enseñanza II, destina un bloque de contenidos al tratamiento de los números fraccionarios, titulándose a propósito: Los números racionales, en cuya presentación se plantea: “La comprensión del sentido de los números racionales implica la construcción de esta diversidad de significados (los que adquieren las fracciones en distintas situaciones)” (SEP, 1999,19).

Nos encontramos entonces frente a un conocimiento confuso entre los estudiantes en cuanto a establecer la distinción entre los diferentes subconjuntos de los números reales a los que pertenecen los números naturales, los números enteros y los números racionales. Esto se puede advertir en los párrafos precedentes y asimismo en el hecho de que al solicitarles establecer una diferencia entre los números naturales y los racionales, para la mayoría no fue posible hacerlo; mientras que el resto indicó que la diferencia radica en que los racionales representan a las fracciones y los números naturales son enteros. Aquí se observan ideas erróneas pues las fracciones representan a los racionales y no al revés; por su parte, los naturales son sólo una parte de los enteros, pero hay que entender que tal argumento sobre los naturales refiere sólo una característica de los mismos.

Esta confusión sobre la definición y estructura de los conjuntos de números que prevalece en el saber matemático normalista se extiende hasta los números decimales. Al solicitarles que expresen la noción que sobre estos números tienen nos encontramos que para la mayoría son “los que tienen punto decimal”, para algunos son una forma alternativa para representar a las fracciones, para otros constituyen la expresión que indica la parte de un entero, y la cuarta parte de la muestra carece de una noción correcta al respecto.

Conviene presentar una opinión especializada con respecto a los decimales para observar el nivel de relación que puede hallársele con el saber normalista, Julia Centeno (Centeno, 1997, 67) señala que: “Fracción decimal es una fracción cuyo denominador es una potencia de 10. Número decimal es un número racional que posee al menos una escritura en forma de fracción decimal. Un número n es decimal si puede escribirse de la forma $n = a/10^p$, siendo a y p números enteros. Según ésto, un número entero positivo o negativo es también un número decimal”. Podemos decir entonces que los números decimales pueden expresarse fraccionariamente, es decir, como el cociente de dos números enteros, por ejemplo 1/10, lo que viene a coincidir con un tipo de respuestas de algunos cuestionados y que corresponde a la escritura decimal cuyas ventajas según Centeno (Op. Cit. 67) respecto a las otras fracciones “derivan de su densidad en la recta y de su escritura, como consecuencia esta última del Sistema Decimal”.

Por otra parte, el referirse a las características de los números decimales la idea generalizada entre los normalistas consiste en afirmar que la principal es que se escriben después del punto decimal, es decir que para ellos un número decimal se halla a la derecha del punto haciéndose una separación entre la parte entera y la parte fraccionaria. Sin embargo, el número decimal abarca ambas partes, esta última noción es compartida sólo por un número menor de los cuestionados.

Hay que agregar además que cuando se les pide a los estudiantes mencionar cuál es la relación que creen que hay entre las fracciones y los números decimales, la mayoría contesta que se relacionan por que pueden representar el mismo valor, otros señalan que ambas expresiones sirven para representar una parte del entero (Anexo 4. P. VIII y IX). Estos argumentos nos indican que se hace referencia a un sinonismo numérico (termino que utilizo para indicar la alusión de un mismo significado mediante varios significantes). Sobre esto, Centeno (J. Centeno, 1997, 70) plantea: "… aunque todos los números racionales no son decimales, éstos permiten dar aproximaciones tan finas como queramos de los racionales. Y que, por tanto, todo número racional se puede representar por una escritura decimal…". Sin embargo, las ideas expresadas por los estudiantes no muestran una reflexión importante sobre esto,

Por otra parte, solicitamos a los estudiantes que indicaran cuántos números hay entre 0.0126 y 0.0127. Aquí fue posible advertir las limitadas nociones que sobre la densidad de los números decimales tienen los normalistas. La respuesta de mayor frecuencia fue que entre ambos números sólo puede hallarse una diezmilésima. Es probable que este dato se haya obtenido a partir de encontrar la diferencia entre las dos cantidades sin reflexionar en el universo de números que pueden hallarse entre ellos bajo la premisa de que entre dos números decimales cualesquiera hay otro decimal (y esta sucesión se prolonga hasta el infinito). En este mismo tenor están aquellas respuestas que señalan que no existen más números entre esos dos, mientras que al otro lado están los menos, los que dicen que existen infinidad de números entre el par dado. Se observa que sólo el 10% de los cuestionados tiene clara la noción de densidad de los decimales.

RESOLUCIÓN DE ALGUNOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS. OTROS HALLAZGOS.

En una parte del cuestionario aplicado a los estudiantes normalistas, se plantearon algunos problemas aritméticos con la intención de advertir el razonamiento realizado para justificar las respuestas. No se pretendió someter éstas a un análisis exhaustivo desde alguna perspectiva psicológica, epistemológica o de otro tipo, sino más bien desde el punto de vista de la resolución de problemas, puesto que este es el enfoque básico de la propuesta de enseñanza y de aprendizaje, tanto de la educación primaria como de la educación normal implementada en nuestro Sistema Educativo a partir de mayo de 1992.

Las preguntas planteadas en la parte referida del cuestionario corresponden a situaciones problemáticas de tipo aritmético de los que Luis Puig (Puig y Cerdán, 1988, 19) dice que sólo pueden ser considerados como tales aquellos cuyos "conceptos, conocimientos o recursos no estrictamente aritméticos de los contextos que aparecen en el enunciado no sean decisivos a la hora de resolver el problema". En este caso, los problemas que se les presentaron a los normalistas contienen datos definitivamente aritméticos (las expresiones fraccionarias) que requieren de un manejo operacional a nivel mental y gráfico (cuando tuvieron que utilizar dibujos) o sólo mental para acceder a las respuestas.

El proceso de resolución de problemas es definido por el autor arriba citado, como "la actividad mental desplegada por el resolutor desde el momento en que, siendo presentado un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea". Para entender mejor el tema de la resolución de problemas citaré a José L. Luceño (Luceño, J.L. 1999, 16) quien menciona que esta actividad "se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva".

Inicialmente fue planteado el problema, “Si José gastó 1/3 de sus ahorros, ¿Es posible que haya gastado más que Juan que ocupó ½ de la cantidad que tenía ahorrada? ¿Por qué? Las respuestas se encaminan hacia dos direcciones opuestas. Una, la más frecuente, consiste en establecer una negativa con el argumento común de que un tercio es menor que un medio; por ejemplo, la respuesta No. 6 de la Normal de Teteles, dice: “No, José gastó menos que la mitad”; en la respuesta No. 7 de la Normal de Tlatlauquitepec, Pue., se lee: “No, porque un tercio es menor que un medio” y en la respuesta No. 7 de la BENM, tenemos: “No, porque un tercio corresponde a una cantidad menor que un medio”. (Respuestas que se encuentran en el anexo 1).

Este tipo de respuestas llevan a pensar que en el proceso de resolución de problemas sólo se llevó a cabo una comparación en términos de los valores absolutos de un tercio y un medio mediante la palabra “más” sin considerar el sentido global de la pregunta. Se advierte aquí una forma rígida de entender el problema, el cual remite a comparar a las fracciones desde la idea parte-todo de una cantidad continua que conduce a ver 1/3 como aquella fracción que en todos los casos va a representar una parte menor a ½; no se toma en cuenta que el problema refiere a unidades distintas, aunque éstas sean de la misma naturaleza.

Sin embargo, existe también un número reducido de normalistas que advierten que las fracciones se refieren a unidades distintas y que por lo tanto es la magnitud de ésta la que determina la relación de comparación entre ellas, aportándose respuestas como: “Sí, porque no sabemos cuanto ahorró cada uno” (anexo 1).

Más adelante se pidió a los alumnos que indicaran cuál fracción de las cuatro que se les presentaban era mayor: 1/3, 27/81 o 4/12. Con esto se propuso conocer las habilidades de comparación de fracciones que conducen a establecer las relaciones de orden entre un grupo dado de expresiones fraccionarias o a determinar la equivalencia entre ellas si es el caso. Se observaron dos tendencias en las respuestas; una, la de mayor recurrencia, denota que persiste la idea de que entre menores sean los números que componen a la fracción, el valor representado es mayor, siendo en este caso para la mayoría 1/3 la fracción más grande y 4/12 para otros. Esto hace evidente también que se carece de las herramientas necesarias para realizar la comparación de números fraccionarios. Llinares (Llinares y Sánchez, 1997, 12) refiere esta situación cuando señala que “parte de las dificultades que presentan las tareas de comparar fracciones viene vinculada al tipo de números que se están utilizando tanto en contextos continuos como discretos” , cuestión que en este caso pudo ocurrir puesto que la fracción 27/81 quedó al margen de las consideraciones en las respuestas. Tal vez por la magnitud de sus números componentes.

La segunda tendencia está conformada por aquellas respuestas no predominantes que señalan acertadamente que el conjunto de las fracciones presentadas son equivalentes y, por lo tanto, ninguna es mayor que otra. Tales respuestas reflejan la habilidad de comparación de fracciones mediante la utilización de herramientas matemáticas, y además, la noción de equivalencia de la cual dijo Freundenthal (1983, Traduc. Puig, L., 1995, 7) es “hablar de la misma cosa sólo que representada de varias formas”.

Asimismo se les solicitó a los normalistas que expresaran con números enteros lo que representaba la noción 4 millares 3/15 tarea que muy pocos pudieron realizar. Esa expresión representa una cantidad escrita en forma fraccionaria (fracción mixta), sin embrago, se rompe con lo acostumbrado y muy pocos aciertan a escribir mediante números enteros, es decir, 4 200, la cantidad propuesta en forma de fracción mixta. En la ausencia de respuestas se nota un desconcierto y una confusión en las respuestas erróneas, por ejemplo, la respuesta del alumno No. 16 de la BENM que la expresa como 4300015.

Los hallazgos referidos en este apartado, complementan los resultados de otras investigaciones que señalan carencias en el tratamiento de los contenidos matemáticos en las aulas normalistas. Hay necesidad (como se ha visto) de abordar con más exhaustividad los significados distintos que puede adquirir la fracción; de distinguir las situaciones que las generan; de revisar cuestiones de densidad de los racionales y de equivalencia y orden, aspectos todos que se ponen en juego al entender y trabajar con las fracciones desde sus diferentes interpretaciones. Sin embargo, no se pretende dar un panorama pesimista, creo que debe considerarse el hecho de que el actual Plan de Estudios de la Educación Normal lleva poco tiempo de instrumentado pues ésta es la segunda generación que egresa bajo esta nueva propuesta de formación y los resultados con respecto a la formación para la enseñanza de las matemáticas aún pueden mejorarse.

EXPERIENCIAS E IDEAS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES DE LOS ESTUDIANTES DE 4° GRADO DE EDUCACIÓN NORMAL.

El programa correspondiente a los cursos “Matemáticas y su enseñanza I y II” menciona que el enfoque didáctico (en el cual fundamenta su propia acción pedagógica) implica recuperar los significados de los conocimientos matemáticos, recontextualizarlos, es decir, ponerlos en situaciones en las que cobren sentido para el alumno al permitirle resolver los problemas que se le plantean” (SEP, Programa para la Transformación... 1997, 12). Se agrega además que “los estudiantes necesitan, por un lado, consolidar sus conocimientos básicos de la disciplina y, por otro, aprender las formas de enseñanza que propicien la construcción de aprendizajes permanentes y con significado en la escuela primaria” (Op. Cit. 12). Con la intención de acercar a los normalistas al enfoque de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas propuesto en la educación básica, se presenta el primer bloque del curso “Matemáticas y su enseñanza I” titulado “aprender matemáticas al resolver problemas”, título que ilustra ampliamente la postura didáctica del Programa. Para abordar las temáticas correspondientes al bloque en cuestión se refieren algunas lecturas de los textos del curso nacional “La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria” (Block, y otros, 1995).

Considerando estos antecedentes y para fines de esta investigación, se entrevistó a tres alumnas de cada una de las Escuelas Normales que se han venido mencionando; no se entrevistó a varones debido a que quienes participaron fueron mujeres casi en su totalidad.

Se cuestionó a las nueve alumnas sobre lo que significa para ellas aprender matemáticas. La mayoría coincidió en indicar que consiste en adquirir herramientas numéricas y desarrollar habilidades mentales, destrezas y aptitudes; además, implica el empleo de los conocimientos matemáticos con que se cuenta para ser aplicadas en la resolución de problemas cotidianos, por ejemplo, la alumna C de la Normal de Teteles, señala: “...en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas hay que indagar los conocimientos previos de los alumnos y a partir de ahí permitir que el niño busque las diferentes formas, los diferentes procedimientos para llegar a un resultado”. Asimismo, la alumna A de la BENM mencionó que “el aprendizaje de las matemáticas debe ser algo significativo, algo que los niños vayan construyendo...”. Sin embargo hubo quienes mencionaron que es simplemente “aprender conocimientos matemáticos” como refiere la alumna C de la Normal Privada de Tlatlauquitepec, Pue., lo que denota una forma tradicional de concebir al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. También hubo quien afirmó que el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas visto desde el enfoque problematizador no se ha logrado hacer explícito en situaciones concretas en las aulas normalistas, por ejemplo la alumna C de la Benemérita Escuela Nacional de Maestros, Méx. D. F. quién menciona: “...nos dicen cómo es...pero muchas veces se queda en eso.” No obstante, este último señalamiento, cabe destacar que el tipo más frecuente de respuestas refleja el discurso de la política educativa oficial, que a fuerza de repetirlo durante casi una década, se ha ido haciendo parte del discurso pedagógico de los maestros y estudiantes para maestros .

Sin detenernos mucho a reflexionar sobre la fidelidad de las acciones de los estudiantes normalistas con el discurso que expresaron por escrito, avanzamos hacia otros comentarios vertidos en el cuestionario que tocan cuestiones más específicas sobre las fracciones. Se abordó también el uso de las expresiones fraccionarias en la vida cotidiana, considerando los argumentos sobre la limitada utilidad que algunos les atribuyen, según Llinares documenta de manera general en el primer capítulo del libro “Fracciones” (Llinares y Sánchez, 1997, 25). En este sentido se preguntó a los normalistas si consideraban necesario que los alumnos deban aprender las fracciones en la escuela primaria (casi todos) contestaron afirmativamente debido a que estos números se utilizan en la vida diaria. Sin embargo, no especificaron sus respuestas señalando en qué contextos o en qué situaciones se utilizan. Este argumento refleja en parte la reiteración de un discurso no sólidamente fundamentado.

Las ideas expresadas por los estudiantes sobre la pertinencia de la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria nos conducen a dos conclusiones. La primera, derivada de lo planteado por una abrumadora mayoría, reconocen la utilidad de las mismas en la vida cotidiana y las conciben como un conocimiento importante. Estos dos argumentos no defendidos, se plantean como contraparte de aquella otra idea que objeta su enseñanza por su carencia de utilidad en la cotidianidad y por la dificultad que su aprendizaje representa. Sujetando a reflexión estos últimos comentarios advertimos que nuevamente se hace evidente un conocimiento limitado de la noción de fracción, primero porque la utilidad referida está restringida a problemas de reparto, como ya se hizo notar en los argumentos precedentes; y segundo, la causa de ese uso restringido se haya en la insuficiencia de referentes sobre las situaciones que dan origen al uso de las fracciones.

Las cuestionadas y cuestionados, en su mayoría manifestaron haber tenido la oportunidad de tratar en su práctica docente algún contenido relacionado con el tema de fracciones y haber enfrentado problemas con la enseñanza de dicho tema. Así por ejemplo, una parte de estos estudiantes aceptaron que el tema implicó dificultades personales de comprensión, principalmente en aquellos relacionados con la medición, equivalencias y representación en la recta numérica. La dificultad manifestada por la mayoría de los estudiantes para explicar a los niños la equivalencia de fracciones no es un dato aislado o nuevo, pues ya Streefland (Streefland, 1978) citado por Mancera (Mancera, E. 1992,35) menciona que precisamente la enseñanza de este tema se complica porque casi siempre “se aborda exclusivamente de una manera algorítmica”.

Los estudiantes también externaron tener dificultades en el proceso de diseño y desarrollo de estrategias para abordar el tema de fracciones, lo que generó algunas interrogantes como por ejemplo: ¿Cuál es el trabajo fundamental de las asesorías del seminario “observación y práctica docente” que cursan a partir desde el 3^er^ semestre hasta terminar la carrera?

Otra dificultad expresada por varios entrevistados que tuvieron problemas para enseñar ese tipo de contenidos, se debió a que los alumnos de su respectivo grupo de práctica no entendían o no comprendían el tema, además de que sus saberes previos no eran los adecuados al grado y por consecuencia, al nivel de complejidad del tema. Es decir, estos estudiantes, que son casi la mitad de los que admitieron haber tenido problemas en la enseñanza de las fracciones, atribuyen sin ningún miramiento los problemas encontrados a la dificultad expresada por los alumnos para entenderlas, para dominar las operaciones básicas, para conceptualizarlas, representarlas, diferenciarlas, etc. Ellos, por lo que se advierte, en ningún momento se consideran con responsabilidad en esa situación; desde este punto de vista, son los alumnos los que no entienden y el estilo de enseñanza queda fuera del conjunto de las causas de los problemas del aprendizaje del tema que nos ocupa.

Estos últimos señalamientos nos traen a la memoria la clasificación sobre modelos de enseñanza de las matemáticas elaborada por Kuhs y Ball en 1986 (citados por Thompson en Thompson, 1992, s/f) que consiste en: a) Enseñanza enfocada en el aprendizaje; b) Enseñanza enfocada en el contenido con énfasis en el entendimiento conceptual; c) Enseñanza enfocada en el contenido con un énfasis en la realización, y d) Enseñanza enfocada en el salón de clase. No es la intención hacer aquí la descripción de cada modelo, sino solo referirnos al segundo, con el cual los argumentos referidos por los normalistas pueden tener cierta relación. Este modelo se caracteriza (según sus autores) por ser “uno en el que la instrucción hace del contenido matemático el foco de la actividad de la clase mientras que se enfatiza el entendimiento de las ideas y procesos por parte de los estudiantes. El contenido es organizado de acuerdo a la estructura de las matemáticas, siguiendo alguna noción y secuencia que el maestro pueda tener. Su influencia es dual entre contenido y aprendiz. De un lado, está el foco en el contenido, pero en el otro, el entendimiento se ve como algo construido por el individuo” (Op. Cit.).

Por su parte Guy Brousseau (2000, 7) nos dice que “con frecuencia se concibe la enseñanza como la parte de las relaciones entre el sistema educativo y el alumno que conciernen a la transmisión de un saber dado, y entonces se interpreta la relación didáctica como una comunicación de informaciones”, donde el profesor no se compromete en los hechos a hacer que sus alumnos aprendan (Brousseau; 1995, cit. por Avila, 2001).

Las referencias anteriores nos ilustran sobre la postura en torno a la enseñanza de las matemáticas, hecha evidente por los estudiantes normalistas al destacar las dificultades en el desarrollo de un contenido relacionado con las fracciones. Al mismo tiempo se hace notar lo complicado que resulta para los alumnos el acercamiento a los contenidos que tienen que ver con las fracciones.

No es de extrañar entonces que un estilo de enseñanza que enfatiza la atención hacia un entendimiento conceptual, aborde tempranamente conceptos, por ejemplo en el primer y segundo ciclo de la educación primaria, sin considerar que una prematura definición de los términos que componen, en este caso, a una expresión fraccionaria, da origen a un problema en el proceso de comprensión por parte de los alumnos.

Por otro lado, Mancera (Mancera, E. 1992, 37) cita a Hart (Hart, 1981), quien hace un estudio con niños en escuelas públicas de Inglaterra, el cual reporta que un problema que se presenta en el aprendizaje de las fracciones es que en muchos casos éstas "no son vistas como una relación sino como un par de números independientes que pueden manejarse por separado". Esto puede constituir un factor que interviene en el problema de enseñanza que con frecuencia se presenta en la práctica de los estudiantes normalistas que no obstante, ellos no perciben así, pues parece que restringen el uso de las fracciones a situaciones de dividir unidades continuas en determinado número de partes.

Considerando lo expuesto por estos estudiantes en cuanto a la percepción sobre los factores que intervienen y que favorecen la aparición de problemas en la enseñanza de temas relacionados con las fracciones, se pueden establecer tres situaciones: la primera situación, en la que se ubican aproximadamente 1/3 de los cuestionados, consiste en admitir tener un limitado dominio de los contenidos vinculados al tema de fracciones. Esto nos lleva a pensar que el desarrollo de las asignaturas "Matemáticas y su enseñanza I y II" cursadas por los normalistas en el segundo y tercer semestre de la educación Normal respectivamente, adoleció de un tratamiento acorde a los propósitos planteados por el Plan de Estudios del nivel educativo en cuestión. El Plan de Estudios señala al respecto los siguentes propósitos:

“Estos cursos tienen como propósitos que los alumnos de las escuelas Normales amplíen y consoliden sus conocimientos sobre los contenidos matemáticos que el maestro de educación primaria requiere dominar, y comprendan en qué consiste el enfoque para la enseñanza de esta disciplina.

Para lograr lo anterior, es necesario que los futuros maestros comprendan algunos aspectos de los procesos de aprendizaje que siguen los niños, las dificultades que enfrentan y la diversidad de procedimientos que desarrollan para adquirir y aplicar conocimientos matemáticos. Se pretende, además, que diseñen y apliquen estrategias didácticas para la enseñanza de algunos contenidos propuestos en el currículo de la escuela primaria, aprovechando las actividades que se presentan en los materiales de apoyo para los maestros” (SEP, 1997, 72).

No se pretende conjeturar sobre las causas que provocan la situación referida en los párrafos anteriores, esto queda fuera de los objetivos de este trabajo. Sólo se busca señalar, a partir de las informaciones obtenidas por medio de los cuestionarios contestados, la existencia de una distancia entre los propósitos del Plan de Estudios con respecto a la formación para la enseñanza de las matemáticas, lo que una tercera parte de los estudiantes próximos a egresar manifiestan. Se requiere un tratamiento más profundo desde lo didáctico y lo matemático, de los temas contenidos en los programas para las asignaturas “Matemáticas y su enseñanza” para disminuir este primer aspecto (escaso dominio del tema) que tiene que ver con la enseñanza de las fracciones.

La segunda dificultad manifestada por los estudiantes en la enseñanza de las fracciones, es la que hace alusión a problemas con los que se enfrentan en el diseño o elección de las estrategias adecuadas para llevar a cabo el desarrollo de un tema de fracciones. Este señalamiento hace evidente dos situaciones: una, que con el limitado conocimiento adquirido por los estudiantes sobre el tema, no les es posible hacer el diseño o elección de la estrategia de enseñanza adecuada; y otra, se hace notar la necesidad de una mejor revisión de los materiales de apoyo al trabajo docente, así como a las actividades que los niños realizan y las distintas maneras en que consiguen llegar a la resolución de problemas a ellos planteados.

La tercera y última situación, que interviene desfavorablemente en la enseñanza de las fracciones es aquella que, apartada un poco del enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas, considera que el origen de los problemas de enseñanza y aprendizaje se encuentra en la falta de comprensión de los niños. Es decir, la intervención desfavorable radica en el hecho de atribuir la total responsabilidad de esos problemas a la supuesta deficiente capacidad de comprensión de los alumnos sobre ese tipo de contenidos. Esto significa que se requiere un trabajo de análisis más profundo del enfoque y propósitos de las asignaturas “Matemáticas y su enseñanza”, conforme al cual los problemas de aprendizaje son problemas de enseñanza.

Por otra parte, se pidió también a los alumnos que plantearan el tipo de situación que emplearían para enseñar un tema de fracciones en tercer grado de educación primaria, a lo que más de la mitad de los cuestionados de cada normal dijeron que emplearían aquellas que implicaran el uso y manipulación de material concreto. Otras respuestas hicieron alusión en general a aquellas que estén vinculadas con la vida cotidiana de los alumnos, y algunas otras más manifestaron que emplearían actividades de reparto.

Los primeros dos tipos de respuestas contienen rasgos muy generales del enfoque para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas propuesto por el actual Plan de Estudios en cuanto a la manipulación del material concreto y al empleo de situaciones cotidianas en correspondencia con lo que manifestaron algunos estudiantes y que se comentó en los párrafos. A mi parecer, esta revisión someramente realizada sobre los problemas sentidos por los normalistas en su práctica pedagógica, denota aspectos implícitos en las dificultades de enseñanza, por lo que las últimas respuestas son tan solo la reproducción verbal de una postura de enseñanza aún no efectivamente asumida.

Con respecto a las respuestas que se produjeron a favor del empleo de actividades de reparto para enseñar un tema de fracciones, éstas sólo nos confirman la exclusividad del uso de la noción de fracción desde su significado parte-todo.

Ahora bien, una vez expuestas las ideas de los normalistas en torno a lo que para ellos es aprender matemáticas y sobre las dificultades vividas para enseñar contenidos relacionados con el tema de las fracciones, queda claro que la formación de los futuros maestros de educación primaria en cuanto a la enseñanza de las matemáticas en general, no tan solo de las fracciones, aún se encuentra en un estado no satisfactorio.

Esto no obstante que se cuenta con programas que proponen un modelo de enseñanza y aprendizaje desarrollado a partir del enfoque de la resolución de problemas y que a la vez también pretenden ampliar el dominio de los contenidos matemáticos de los normalistas, así como desarrollar la capacidad de diseño y aplicación de propuestas didácticas considerando como base para tal objetivo una concepción constructiva del aprendizaje.

EL ANÁLISIS DE LAS LECCIONES DEL LIBRO DE SEXTO.

Como parte de las estrategias de recolección de datos, les fueron presentados a tres estudiantes de cada Escuela Normal considerada para este estudio, un par de lecciones del libro de texto gratuito de matemáticas cuarto grado; específicamente la “lección 4 ‘la tienda del pueblo’ del bloque I (SEP, 2000,14-15)” y la “lección 18 ‘galletas redondas’ del bloque II (SEP, 2000, 82-83)”, mismas que se reproducen al final de este apartado. Estas lecciones se presentaron para el desarrollo de su trabajo docente con el objetivo de conocer cual es la interpretación que ellos hacen del contenido de cada lección, dado que se considera el material fundamental en las actividades escolares.

Antes de introducirnos al análisis, consideremos que en una relación de enseñanza y aprendizaje se establece una interacción entre los elementos del sistema didáctico: docente – alumno – saber. En el acceder constructivamente a un conocimiento, o un saber, cabe preguntarse ¿Cuál es la característica de ese saber?. Chevallard explica en torno a la cuestión anterior que “el saber tal como es enseñado, el saber enseñado, es necesariamente distinto del saber inicialmente designado como el que debe ser enseñado, el saber a enseñar” (Chevallard, Yves. 1997, 16). El anterior constituye el argumento principal que lo llevó a diseñar el concepto de transposición didáctica del que señala “remite al paso del saber sabio al saber enseñado, y por lo tanto a la distancia eventual, obligatoria que los separa...” (Op. Cit. 16).

Lo arriba mencionado funciona como referencia para dar cuenta de que el saber sufre modificaciones y adecuaciones para hacerlo accesible en los distintos niveles en los que se presenta, llevándose a cabo así la transposición del saber. En este sentido Chevallard plantea: “la objetivación obtenida por la puesta en texto del saber es la fuente evidente de la adecuación del saber sabio, además, de la difusión del saber que allí se representa. Esta difusión, a su vez, posibilita el control social de los aprendizajes, en virtud de una cierta concepción fundada (o legitimada, al menos) por la textualización... La puesta en texto autoriza esencialmente aquello que M. Verret designa por medio de la expresión programabilidad de la adquisición del saber. El texto es una norma de progresión en el conocimiento” (Op. Cit. 73). Entonces, observemos primero cómo el saber a enseñar que en este caso se vinculan con el tema de las fracciones es presentado por la SEP en las lecciones del libro de texto de matemáticas cuarto grado referidas anteriormente.

A. LA DESCRIPCIÓN DESDE LA PERSPECTIVA DE LA SEP.

"Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y designación de contenidos de saber como contenidos a enseñar". (Chevallard, Yves. 3ª. Ed. 1997. 45). Así pues, el Plan y Programas de estudio (SEP. 1993, 54), dice: "se propone un trabajo más intensivo sobre los diferentes significados de la fracción en situaciones de reparto y medición y en el significado de las fracciones con razón y división". Asimismo, dentro de los propósitos del Bloque I del Avance Programático se plantea que el alumno "resuelva problemas que impliquen el uso, la equivalencia y el orden de los números fraccionarios conocidos" (SEP. 2ª. Ed. 1997, 11). En correspondencia con este propósito se propone el contenido "Las fracciones ½, ¼ y 1/16 en situaciones de medición de longitudes" y "Estimación de longitudes" (SEP. 2ª. Ed. 1997,12).

Por su parte el libro para el maestro *Matemáticas cuarto grado* en el apartado de recomendaciones didácticas señala: "La noción de fracción como resultado de medición de longitudes, se introduce a través de situaciones en las que, para medir con más precisión una longitud, es necesario fraccionar en partes iguales la unidad de medida, porque ésta no cabe un número exacto de veces en la longitud a medir. En estas situaciones se enfatiza el hecho de que la unidad de medida puede ser una tira, un segmento o cualquier o cualquier objeto alargado y también se propicia el uso de fracciones con numerador mayor que uno y de los números mixtos... En un principio se plantean problemas en los que se utilizan fracciones para medir longitudes ('La tienda del pueblo', p. 14)… En este tipo de situaciones, se usan fracciones con numerador diferente a uno…" (SEP. 1994, 34).

Ahora bien, analizando las citas anteriores se puede destacar la presencia del enfoque general que la SEP propone para la enseñanza de las matemáticas, la resolución de problemas (SEP, 1993, 53) con base en el cual sentencia: "La resolución de problemas es entonces, a lo largo de la primaria, el sustento de los nuevos programas". Además encontramos también en ellos, así como en los planteamientos del libro del maestro (referido) y en el contenido de la lección, el significado desde el cual se deberán abordar la noción de fracción, siendo en este caso el de medida y se deja para estudio de otras lecciones los otros significados de la fracción.

Como puede observarse en la reproducción de la lección que aparece al final de este apartado se plantea trabajar las fracciones a partir de segmentos arbitrarios que al utilizarse como unidades de medida en relación a otros, se subdividen en medios, cuartos y octavos; se trata también de extender el conocimiento hacia los dieciseisavos.

En el caso de la lección que se revisa, las unidades a fraccionarse son continuas, en virtud de que se presentan unas figuras (clavos) que son las que tienen que subdividirse. El mismo autor menciona, en relación a la fracción como medida, que una vez "identificada una unidad de medida (segmento), admite subdivisores congruentes, de tal forma que el número de adiciones iterativas resultante de la subdivisión realizada en el objeto indica la medida del objeto. Así, desde esta perspectiva más general, en un contexto de medida, el modelo viene caracterizado por la elección de una unidad arbitraria y sus subdivisiones, significando la tarea de medir, la asignación de un número a una región (en el sentido general)" (Llinares y Sánchez, 1997, 61). Esto último relación con las actividades planteadas en la lección que revisamos y que persigue acercar a los niños a la noción de fracción a través de situaciones un tanto distintas de las que tradicionalmente son utilizadas para hacerlo, que por lo regular consisten en presentar modelos continuos de pastel.

Como ya se dijo al inicio de este capítulo, el actual Plan y Programas de estudio de la educación primaria señala que el acercamiento a la noción de fracción se hará considerando los diferentes significados que puede adquirir en función de la situación generada. En el apartado anterior se presentaron algunos aspectos de una lección que aborda el trabajo con las fracciones en situaciones de medida; ahora revisamos otra lección conectada también con el mismo tema sólo que desde un tipo distinto de situaciones que son las de reparto, es la lección “Galletas redondas” (véase al final de este apartado).

El contenido de aprendizaje implícito en la lección que ahora se revisa, se plantea el siguiente propósito: “…se pretende que el alumno resuelva problemas de fracciones en situaciones de reparto” SEP. 2ª Ed. 1997, 19) y en la parte específica correspondiente a los contenidos, en el mismo documento, se lee: “Estimación de repartos, utilizando fracciones y comparación de fracciones” (Op. Cit. P.21).

El libro para el Maestro Matemáticas Cuarto grado, dice a propósito del estudio de la fracción desde el significado de reparto: “Más que memorizar los términos de una fracción y saber distinguirlos, es necesario que los alumnos le den un significado al numerador y al denominador… es conveniente que el maestro propicie un análisis de la relación que existe entre los datos del reparto y la fracción que representa el resultado del reparto, de tal manera que descubran que en el resultado de un reparto se puede identificar el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se hizo el reparto o que, mediante el análisis de los datos del reparto se puede anticipar el resultado” (SEP, 1994, 33).

El mismo texto advierte que la lección referida tiene también implícito el trabajo con la equivalencia y argumenta en relación a esto lo siguiente: “Uno de los aspectos más importantes para la comprensión de las fracciones es la noción de equivalencia. Antes de abordar este tema se maneja en el libro de texto la comparación de fracciones con procedimientos informales (Galletas redondas, p. 82)… en los problemas de reparto, dependiendo de las particiones que se hagan, pueden surgir distintas expresiones aditivas que representan el mismo valor" (Op. Cit. P. 35).

Al revisar la lección observamos que básicamente se están planteando dos actividades de reparto. En la primera de éstas el número de elementos a repartir cambia mientras que el número de sujetos entre los que se hará el reparto no; en la segunda, sucede lo contrario, el número de objetos a repartir no se altera pero sí la cantidad de sujetos entre los que se realiza la división.

Con base en estas dos actividades se originan fracciones distintas entre las que algunas son menores que la unidad, otras son iguales a ella y otras son mayores. Una cuestión importante acerca de esto es destacar que las expresiones fraccionarias que se producen u originan al realizarse los repartos, corresponden a una construcción del concepto desde la interpretación o significado de cociente acerca del cual Llinares argumenta "En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a:b= a/b). Dividir una cantidad en un número de partes dadas…" (Llinares y Sánchez, 1997, 63).

Por su parte Mochón señala: "En este caso la fracción (n/d) se interpreta como un cociente partitivo ($n \div d$); el numerador representa la cantidad que se va a repartir, el denominador el número de partes en las cuales se va a subdividir esta cantidad y el valor de la fracción representará la cantidad que cada una de las partes recibe" (Mochón, S. s/f 14), de tal manera que el significado de la fracción como cociente puede ser también identificado por esta última característica señalada. Por supuesto que el acercamiento propuesto en la lección de referencia es apenas inicial y no pretende llegar a ninguna de estas reflexiones o formalizaciones.

Por otra parte, la lección que aquí se revisa presenta también otras actividades que se vinculan directamente con el orden y equivalencia de fracciones.

B. LA DESCRIPCIÓN DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS ESTUDIANTES NORMALISTAS

Respecto a la interpretación que hacen los enseñantes de un contenido propuesto por el currículum oficial, Yves Chevallard (1997, 45) dice: “Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza”. Asimismo, este autor señala que el docente realiza una transposición didáctica interna y al respecto menciona: “Para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente posible, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones, que lo harán apto para ser enseñado. El saber tal como es enseñado, el saber enseñado, es necesariamente distinto del saber inicialmente designado como el que debe ser enseñado, el saber a enseñar” (Op. Cit. 17). Así pues, en este apartado se intenta conocer a partir de sus propios comentarios -a propósito del llenado de un cuadro comparativo de las dos lecciones antes descritas- cuál es la interpretación que los normalistas hacen de esos objetos de enseñanza contenidos en las lecciones revisadas o más bien, cómo entienden ellos esos objetos de saber a enseñar, es decir, se pretende hacer un acercamiento a la transposición didáctica interna, utilizando los términos de Chevallard (Op. Cit.) que las estudiantes cuestionadas realizan con las lecciones ya mencionadas.

Como ya se dijo antes, las lecciones presentadas a las normalistas abordan aspectos o contenidos (distintos) relacionados con la noción de fracción; estos saberes a enseñar requieren de alguien que realice una nueva transposición para convertirlos en un objeto de enseñanza.

Aquí hay que destacar la importancia de la posesión de referentes en relación con los diferentes significados que puede adquirir la fracción en función de la situación que la genere, pues de otra forma el trabajo sobre tal noción matemática queda condenado a la intrascendencia, misma que se expresa en la dificultad que han denotado los alumnos de educación básica para aprender significativamente las fracciones. No obstante, el conocimiento sobre esos significados de la fracción, que algunos llaman "interpretaciones" como Freudenthal (Freudenthal H. 1983, Traduce Puig, L. 1995), otros "subconstructos" como Kieren (Kieren, T. En Mancera, E. 1992, 36), no debe entenderse como el estudio exhaustivo de toda la teoría elaborada al respecto, pues las clasificaciones difieren entre los autores, sino como una referencia general que permita tener claridad sobre las conexiones que se establecen a partir de la expresión fraccionaria con las distintas situaciones que la involucran y que le dotan de significados igualmente distintos.

Considero oportuno señalar que la referencia básica de los normalistas sobre el tema de las fracciones la constituye el paquete didáctico del curso nacional "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros (SEP, 1995); pues el Programa para la asignatura "Matemáticas y su enseñanza II" lo propone como bibliografía básica (SEP. 1999, 20).

El estudio de las fracciones se realiza en el primero de los cuatro capítulos que componen el libro mencionado, por cierto, el más extenso y se subdivide en los siguiente cinco temas:

1. Las fracciones en el reparto
2. Las fracciones en la medición
3. Las fracciones decimales y la medición
4. Las fracciones como operadores multiplicativos
5. Las fracciones como resultados de una división (SEP, 1995, 6)

Este paquete didáctico referido por los normalistas fue el material básico de consulta en el desarrollo de las asignaturas propuestas para su formación en la enseñanza de las matemáticas. Esto lo señalan en las entrevistas aplicadas a una muestra de estudiantes de las tres normales donde este estudio se realizó.

Pues bien, ya anteriormente se había mencionado que la lección "la tienda del pueblo", propone abordar "las fracciones ½, ¼ y $^1/_{16}$ en situaciones de medición de longitudes" (SEP, 2ª Ed. 1997, 12). Las normalistas cuestionadas denotan cierta dificultad para identificar el propósito de esta lección, pues se establecen situaciones que retoman sólo uno de los aspectos implícitos en ella. Por ejemplo la respuesta de una estudiante de la BENM señala que el propósito es "reconozcan las fracciones básicas". Esta respuesta hace evidente que se deja al margen la medición de longitudes presente en las actividades de la lección. No obstante, también hay respuestas que dejan ver el esfuerzo por conjuntar los contenidos principales de la lección para proponer algo como lo siguiente: "Desarrollar la habilidad y capacidad para comparar longitudes utilizando las fracciones" (estudiante de la Normal Privada de Tlatlauquitepec, Pue.); y "Que el niño utilice las fracciones ½, ¼, $^1/_8$ en situaciones de medición, utilizando unidades de medida arbitrarias" fue el comentario de otra alumna de la BENM.

Como se ve en algunas de las respuestas anteriores, hay dificultad para advertir el propósito de la lección cuando se implica la fracción en situaciones distintas a las comúnmente utilizadas, tales como el modelo del pastel o el reparto.

Cuando se les pide a las estudiantes formular el propósito de la lección 18 'galletas redondas' en la cual: "se pretende que el alumno resuelva problemas de fracciones en situaciones de reparto" (SEP. 1997, 19), observamos que no hay dificultades para hacerlo pues, a diferencia de las respuestas en torno al propósito de la lección anterior, casi la totalidad de los participantes señalan propósitos similares a los propuestos en el Avance Programático, como por ejemplo: "utilice las fracciones para expresar resultados de reparto" (respuesta de una estudiante de la Normal Rural de Teteles, Pue.). Es decir que cuando la fracción se utiliza en situaciones donde se trabaja un significado menos común, hay cierta dificultad para identificar el propósito lo que desvirtúa de cierto modo el objetivo esencial del conjunto de actividades propuestas en la lección.

Cabe señalar que al solicitarles a las normalistas que destaquen los contenidos implicados en cada una de las lecciones, resulta una lista un tanto diversa; algunos advierten y enfatizan unos contenidos a veces distintos a los que otros priorizan; sin embargo se hacen presentes suficientes elementos comunes que denotan una identificación coincidente de la temática general.

C. PLANTEAMIENTOS GENERALES SOBRE LAS LECCIONES

Cuando las normalistas hicieron la revisión del par de lecciones ya referido, también dejaron claro (al menos en el escrito) cuál es la utilidad que le darían a las actividades propuestas en el libro de texto. Las respuestas obtenidas señalan lo siguiente:

… para reforzar el tema…
… complementariamente…
… como apoyo…
… para complementar…
… para retroalimentar el tema…
… como reafirmación…
… como actividades complementarias…
… como evaluación… (anexo 3)

Esto nos lleva a establecer que las actividades propuestas en el libro de texto son consideradas por los normalistas principalmente como complementarias. Sin embargo, el libro para el maestro de Matemáticas Cuarto grado menciona: “El libro del alumno ayuda al profesor a organizar la clase porque contiene los elementos básicos para apoyar el proceso de construcción de cada concepto. Es decir, en cada lección se presenta una situación problemática a partir de la cual se derivan actividades, preguntas, discusiones, simbolizaciones y ejercicios de aplicación que, en conjunto permiten lograr los propósitos del tema en cuestión" (SEP. 1994, 18). Más adelante señala: "…el maestro debe tomar en cuenta que hay algunas lecciones que introducen al tema y otras que requieren de actividades previas… En cualquiera de los dos casos el texto contiene los puntos clave del proceso de aprendizaje. Al maestro le corresponde iniciar, adaptar o ampliar la secuencia propuesta en el libro…" (Op. Cit. 19). Podemos advertir que el contenido de la cita anterior ha permanecido al margen de los referentes de los normalistas quienes han optado por dar una respuesta de acuerdo con una postura que no otorga la importancia correspondiente al uso de los libros de texto, situación que deriva de una omisión o desconocimiento de los planteamientos hechos al respecto por la SEP.

Me resulta conveniente destacar lo anterior para sostener la idea siguiente: si al momento de la planeación de las actividades escolares no hay una revisión cuidadosa de los materiales básicos de apoyo al trabajo docente (Plan y Programas; Avance Programático, Libro para el Maestro y libro de texto), esa planeación no tendrá una dirección bien definida y los esfuerzos pueden no encaminarse al propósito fundamental de la lección, generándose inconsistencias y desconexiones entre las lecciones abordadas. En el caso de las dos lecciones revisadas, en las que la fracción se aborda desde dos situaciones distintas (reparto y medición) no hay entre los argumentos vertidos para establecer una diferenciación entre las lecciones algo que indique que las normalistas saben que la fracción puede adquirir distintos significados.

4. LA TIENDA DEL PUEBLO

En la tienda del pueblo hay de todo un poco, así, las personas no tienen que ir tan lejos para comprar lo que necesitan.

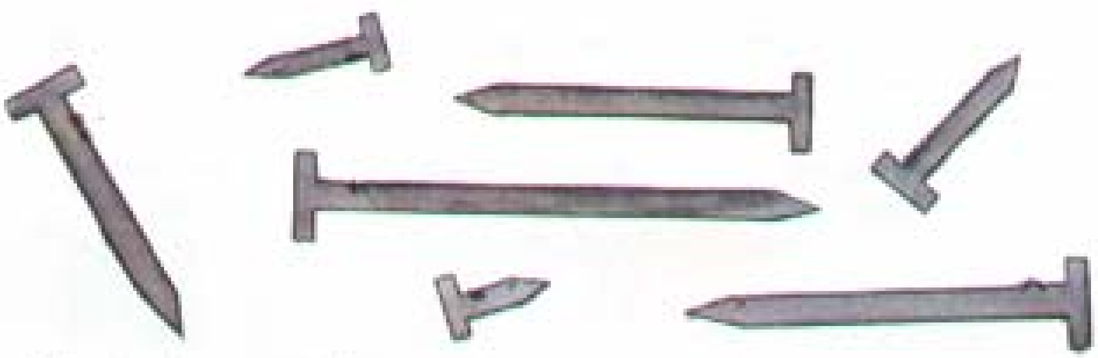
1 Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una tira de papel para medirlos.

La tira era de este tamaño: 

En la tienda Juan pidió clavos de tres tamaños:

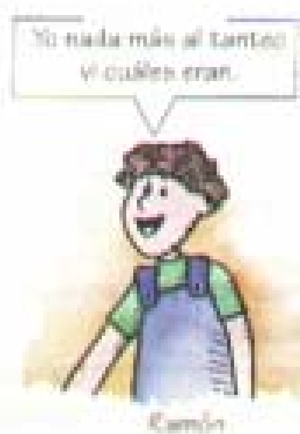
de una tira
de media tira
de una tira más un medio de tira

El dueño de la tienda le mostró clavos de varios tamaños para que Juan escogiera.



Marca los clavos que debió escoger Juan.

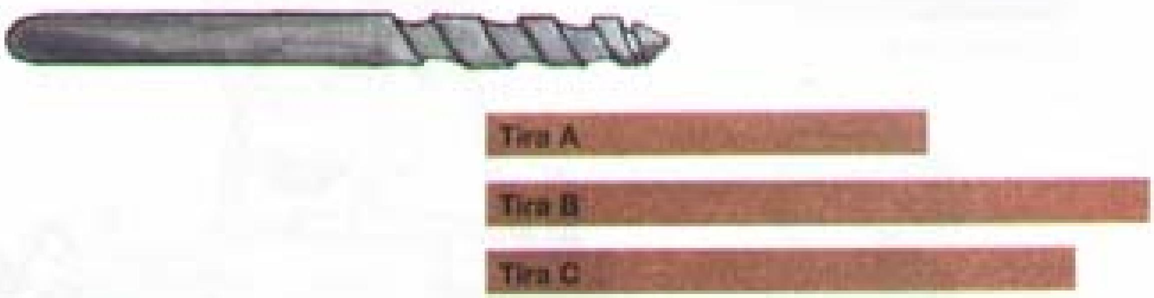
2 Observa cómo algunos niños encontraron los clavos que debió escoger Juan.



Y tú, ¿cómo supiste cuáles clavos debió escoger Juan?
Comenta tu respuesta con otros compañeros y con tu maestro.

3 El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide $1 + \frac{1}{4}$ de tira. Utiliza el procedimiento de Rosa para encontrar la tira con la que se midió el clavo y táchala.

4 Según el dueño de la tienda, la broca mide $1 + \frac{1}{3}$ de tira. ¿Cuál de las tres tiras usó para medir?



5 Averigua cuánto miden el clavo, el tornillo y la broca, usando como unidad de medida la siguiente tira.

¿Cuánto mide el clavo?

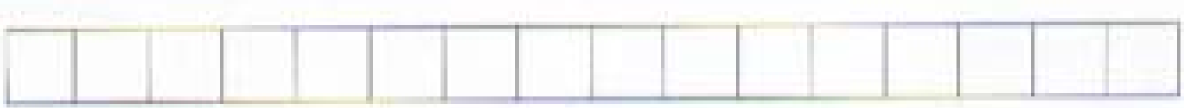
¿Cuánto mide el tornillo?

¿Cuánto mide la broca?

6 El dibujo de abajo es una tira dividida en partes iguales.

¿En cuántas partes está dividida?

Colorea de rojo $\frac{1}{2}$ de la tira, de azul $\frac{1}{4}$ de la tira, de verde $\frac{1}{8}$ de la tira y de amarillo $\frac{1}{16}$ de la tira.



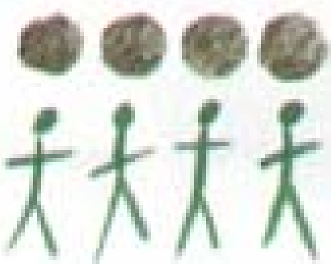
¿Qué parte de la tira quedó sin colorear?

18. GALLETAS REDONDAS

Raúl, Sonia y Yoatzin juegan a los repartos. Cada quien dibuja un reparto y tratan de adivinar en cuál le tocará más galleta a cada niño.

1 Observa los dibujos. Cada dibujo muestra un reparto de galletas entre niños. Luego trata de contestar las preguntas.

Dibujo de Raúl



Dibujo de Sonia

Dibujo de Yoatzin

¿Quién dibujó más galletas?

¿Quién dibujó más niños?

¿En cuál de los tres repartos le tocará más galletas a cada niño?

¿Por qué?

¿En cuál de los tres repartos le tocará menos galleta a cada niño?

¿Por qué?

¿En cuál de los repartos le tocará más de una galleta a cada niño?

¿Por qué?

2 Realiza los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzin para que compruebes tus respuestas. Escribe con una o con varias fracciones cuánto le toca a cada niño en cada reparto.

Reparto de Raúl: Reparto de Sonia:

Reparto de Yoatzin:

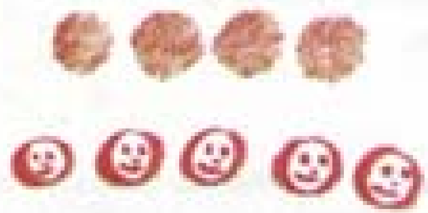
3 Ordena de menor a mayor los resultados que encontraste.

< <

4 En otra ronda, Raúl, Sonia y Yoatzin hicieron estos dibujos.

Dibujo de Raúl

Dibujo de Sonia



Dibujo de Yoatzin

¿En cuál reparto le tocará más de una galleta a cada niño?

¿En cuál reparto le tocará menos de una galleta a cada niño?

¿En cuál reparto le tocará exactamente una galleta a cada niño?

5 Realiza los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzin. Escribe, con una fracción o con varias, lo que le tocó a cada niño en cada reparto.

Reparto de Raúl:

Reparto de Sonia:

Reparto de Yoatzin:

6 Ordena de menor a mayor los resultados que encontraste.

< <

7 Lee lo que dicen Raúl, Sonia y Yoatzin:

Dibuja en tu cuaderno tres repartos: uno que corresponda a lo que dice Raúl, otro a lo que dice Sonia y otro a lo que dice Yoatzin. Realiza cada reparto.

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL DISCURSO Y LA PRÁCTICA NORMALISTA.

Una investigación implica el uso de diferentes instrumentos que permitan tener un acercamiento de mayor proximidad a la realidad que estamos estudiando. Por ello, luego de haberse recurrido al cuestionario y al análisis comparativo de las dos lecciones del libro de texto comentadas antes, se diseñó un guión de entrevista que se aplicó a tres estudiantes de cada una de las Escuelas Normales participantes en el estudio. La finalidad de dichas entrevistas era conocer la opinión de los próximos egresados de la licenciatura en educación primaria con respecto a la formación que recibieron para la enseñanza de las matemáticas .

El diseño y la aplicación de las entrevistas consideró el punto de vista del investigador cubano Heriberto Hernández (Hernández, H. 1999, 83) quien la define: "... como un proceso comunicativo por el cual el investigador extrae una información de una persona 'el informante' que se halla contenida en la biografía de ese interlocutor; entendiendo aquí biografía como el conjunto de las representaciones asociadas a los acontecimientos vividos por el entrevistado."

Las entrevistas giraron en torno a tres aspectos generales de la actividad académica desarrollada en los cursos "Matemáticas y su enseñanza I y II".

A. El desarrollo del trabajo académico.

B. Principales aprendizajes y la concepción de enseñanza y aprendizaje en los alumnos normalistas.

C. Comentarios de los normalistas sobre el trabajo con las fracciones.

La presentación de la información derivada de las entrevistas se hará mediante la enunciación de la idea más recurrente expresada en cada pregunta.

A. EL DESARROLLO DEL TRABAJO ACADÉMICO.

El interrogatorio sobre el trabajo académico en las aulas normalistas en las que apliqué los instrumentos de recolección de datos, se orientó fundamentalmente al análisis de cuatro aspectos: el rol del profesor, el rol de los estudiantes, las estrategias de enseñanza aplicadas en el trabajo de aula y la bibliografía consultada.

En cuanto al primer aspecto, el rol del profesor, los comentarios de los alumnos, se organizan en el cuadro siguiente:

ROL DEL PROFR. / ESC. NOR.	COORDINADOR	DIRECTIVO
NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.	2	1
NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.	1	2
B E N M	1	2
T O T A L	4	5

Como puede observarse, según la opinión de los estudiantes, el rol que con más frecuencia asumen los asesores normalistas, es el rol directivo. Este rol - considerando los comentarios de las estudiantes - se caracteriza como aquél donde el docente explica la clase, desarrolla el tema, presenta clases modelo y pide fichas-resumen de la bibliografía propuesta. Considero que este estilo de trabajo limita la participación de los estudiantes respecto al tema de estudio y conduce a un análisis individual de los contenidos en el que muchas veces no se da una socialización de las reflexiones u opiniones que al respecto se generan en los estudiantes.

Conforme a la opinión de nuestros entrevistados, el otro estilo de conducción del trabajo académico es el de coordinador. Este estilo se distingue porque promueve el trabajo en equipos o de manera individual, observa el desempeño de los estudiantes en el proceso, propicia la participación de los mismos y permite la socialización de sus comentarios sobre las actividades realizadas.

Como resultado de estos estilos de conducción, se presenta una serie de actividades de estudio que son realizadas en los cursos; las estudiantes señalaron en la entrevista que las principales actividades llevadas a cabo en el aula son:

- Revisión individual y por equipos de materiales bibliográficos.

- Realización de las actividades propuestas por el asesor, de manera individual o por equipos.

- Observación de clases modelo.

- Resolución individual de los ejercicios contenidos en los textos del paquete didáctico.

- Discusión y socialización de opiniones.

Estas respuestas indican que los estudiantes desarrollan sus actividades académicas en un ambiente predominantemente directivo, asumiendo por consiguiente un rol pasivo o semi-pasivo en la mayoría de los casos como se hace evidente en los comentarios anteriores. No obstante, el trabajo en equipo y la discusión de temas hacen evidente que algunos profesores propician la participación de los estudiantes en las actividades académicas.

Con respecto a las estrategias de enseñanza utilizadas por los profesores, a decir de los estudiantes, se destaca la distribución de tareas en equipos, la realización de exposiciones, las lecturas comentadas, la explicación de los temas por el profesor y la lluvia de ideas (en algunos casos) las formas de trabajo a las que más se recurre. Esto nos lleva a pensar que en el caso específico de los cursos " Matemáticas y su enseñanza I y II" ha quedado excluido con frecuencia el análisis y la discusión grupal de los materiales bibliográficos.

Por otra parte, como señalé antes, el programa de estudios correspondiente a las asignaturas ya referidas utiliza como bibliografía los materiales del curso nacional para maestros en servicio "la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria". Estos textos son los únicos que revisan los normalistas según sus propias afirmaciones. Sólo en un caso, una estudiante de la Normal de Teteles señala que revisan también los materiales de apoyo al trabajo docente como ficheros, libros para el maestro y videos, también una estudiante de la BENM agrega que se han apoyado en el libro "El matemático de educación primaria" y en otro de acertijos, textos éstos últimos que no corresponden al enfoque actual de enseñanza de las matemáticas por contener predominantemente ejercicios de mecanización.

Así pues, podemos decir que el trabajo académico en las escuelas normales donde se realiza el presente estudio no ha desterrado la directiva, donde el asesor es quien dice y los estudiantes hacen, y en donde las estrategias de enseñanza y la bibliografía son de cierta forma limitadas.

B. PRINCIPALES APRENDIZAJES Y CONCEPCIÓN DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE EN LOS ESTUDIANTES NORMALISTAS.

El trabajo de revisión del bloque," los números racionales" en las escuelas Normales visitadas, llevado a cabo con frecuencia desde un estilo directivo, condujo según los comentarios de algunas entrevistadas a un tratamiento superficial de los temas relacionados con las fracciones. Por ejemplo una alumna de la BENM señala al respecto: “no recuerdo haber abordado mucho (en el semestre correspondiente) pues estos temas y los de otras asignaturas fueron tratados de manera general”. Esta respuesta deja ver una causa probable de las limitantes en el tratamiento del tema.

Con el propósito de advertir qué de los cursos “Matemáticas y su enseñanza I y II” les resultó más relevante, se les pidió a las nueve normalistas mencionar los aprendizajes más relevantes, obteniéndose la información que se presenta en el siguiente cuadro:

ESC. NORMAL / APREN. PRIN.	TETELES	TLATLAUQUI	BENM	TOTAL
Cómo enseñar las matemáticas.	2	2	2	6
Cómo utilizar los materiales.	1	2	1	4
Seleccionar y diseñar Estrategias.	2	1	2	5
El enfoque	1	1	1	3
T O T A L	6	6	6	18*

*cada una de las 9 estudiantes dio dos respuestas.

De la información que aparece en el cuadro anterior, se desprende que las normalistas dicen haber adquirido en los cursos mencionados elementos acerca de cómo enseñar las matemáticas, pero además ellas señalaron también que obtuvieron otros aprendizajes que complementan el mencionado como principal, así por ejemplo, la alumna A de la Normal Rural de Teteles, Pue, dice “...aprendí también a valorar las respuestas de los alumnos, a entenderlas...”, la estudiante C de la misma normal comenta: “yo creo que (aprendí) a abandonar la enseñanza memorística...” y la estudiante A de la BENM , señala: “...uno de mis principales aprendizajes fue el de conocer y aplicar el enfoque problematizador...”. Así pues los comentarios anteriores permiten plantear que la idea general de lo aprendido en la Escuela Normal es la de enseñar las matemáticas a partir de valorar y entender las respuestas de los alumnos, del conocimiento y aplicación del enfoque problematizador y, por lo tanto, del abandono de la enseñanza memorística.

Asimismo, las estudiantes destacan la utilización del material bibliográfico y didáctico, la selección y diseño de estrategias, como otros aprendizajes importantes adquiridos en los cursos referidos, que les permiten establecer su propia concepción del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este proceso, según la respuesta más frecuente de las estudiantes, es entendido "como un proceso en el que se debe considerar el contexto, los conocimientos previos de los alumnos y la participación de éstos en las actividades de aprendizaje".

En general las estudiantes refieren aspectos específicos del proceso de enseñanza y aprendizaje, sin embargo se hace también evidente la aprehensión de un discurso o fragmentos de un discurso utilizado con frecuencia por los profesores de las Instituciones de Educación Básica y Normal a partir de la Reforma educativa iniciada en 1993.

Así pues, a pesar de lo escueto de los comentarios, existen ideas respecto a dicho proceso de aprendizaje que más adelante confrontaremos con lo observado en las prácticas docentes de algunas de las estudiantes entrevistadas.

C. COMENTARIOS DE LOS NORMALISTAS SOBRE EL TRABAJO CON LAS FRACCIONES DURANTE LA FORMACIÓN RECIBIDA

Como ya señalé, el tercer aspecto abordado en las entrevistas estuvo relacionado con el tema de las fracciones. Esto con la finalidad de advertir si el manejo de dicha noción, se hace a partir de considerar y diferenciar las distintas situaciones en donde se genera el uso de la expresión a/b.

Los comentarios de las alumnas nos conducen a dos conclusiones importantes: la primera es que la fracción se entiende y se trabaja en las aulas casi exclusivamente desde la relación parte-todo, la cual, según Llinares (1997, 5) “se presenta ... cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes ... La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes...” ; el señalamiento que hace el alumno C de la Normal Particular de Tlatlauquitepec, corresponde a la afirmación anterior al decir que “cuando un entero se divide en varias partes sale lo que es la fracción”; asimismo, la alumna A de la BENM al referirse a las situaciones en las que se trabajaron las fracciones, dice: “...principalmente... fracciones en situaciones de reparto, en cuanto por decir... plantear un problema de que : si tenemos un pastel y lo queremos dividir entre cinco niños, ¿Cuánto le toca a cada niño?, entonces situaciones como esa fue la que vivimos en la asignatura”. Afirmaciones de este tipo dan sustento a la primera conclusión planteada en este apartado a pesar de que las alumnas manifiestan haber utilizado los materiales del curso de actualización “La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”, en donde se revisan algunas de las situaciones que dan lugar a significados distintos de la expresión fraccionaria.

La segunda conclusión es que se manifiesta una idea muy reducida en lo que se refiere a la aplicabilidad de los números fraccionarios y sus operaciones. Al respecto la alumna C de la Normal Rural de Teteles, Pue, menciona: “...los alumnos tienen mucho contacto con lo que son las fracciones, pero desafortunadamente en el contexto, en cualquier contexto no se manejan mucho, entonces pues, para ellos es un poco difícil;” también la alumna B de la BENM, comenta: “...uno las ve (a las fracciones) gráficamente y es muy difícil representártelas y jugar con ellas de alguna manera ...”

Estos señalamientos nos indican que el reto asumido por el programa oficial de la asignatura “Matemáticas y su enseñanza II” (SEP 1997, 19) expresado como “el trabajo de contextualizar a las fracciones” sigue vigente dado que las evidencias denotan inmovilidad en la concepción y en el trabajo con las fracciones. Se requiere de un trabajo más profundo sobre el tema en las aulas normalistas para dotarlo de sentido, de tal modo que su enseñanza en la escuela primaria, se fundamente en los elementos suficientes para advertir la diferencia entre las situaciones que la originan.

ALGUNOS APUNTES SOBRE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES.

Con el objeto de contrastar los argumentos vertidos por las estudiantes en las entrevistas, se les solicito a tres de ellas (una de cada normal seleccionadas aleatoriamente) permitieran observar el desarrollo de una de sus prácticas donde el tema a abordarse se relacionara con las fracciones. Aceptada tal solicitud se procedió a realizar la observación en el tiempo por ellas determinado.

- **OBSERVACIÓN UNO.**

La primera práctica observada fue la realizada por la estudiante A de la Escuela Normal Particular de Tlatlauquitepec, Pue. La práctica tuvo lugar en la Escuela Primaria Federal “Benito Juárez” de la colonia centro del municipio de Chignautla, edo. De Puebla con un grupo de 4º formado por 14 niños y 17 niñas. El contenido para la clase, “Resolver y plantear problemas con fracciones en situaciones de reparto”, se desarrolló con sus respectivas actividades en dos horas.

La observación de la clase referida se dirigió principalmente a los siguientes aspectos:

a) Las actividades realizadas y, la relación entre éstas y el propósito de la clase.

b) Los aspectos de las fracciones incorporados en la clase.

c) La dinámica de trabajo de trabajo.

- **Primera actividad.**

En relación con el primer aspecto, en la clase se desarrollaron tres actividades: la primera consistió en proporcionar a los alumnos una cantidad de dulces para que con ellos se plantearan y resolvieran problemas de reparto, como por ejemplo: "si repartimos 10 dulces entre 5 niños ¿Cuántos le tocan a cada uno? ¿Sobran o no sobran? ¿Cuántos?". En estos problemas, propuestos todos por la maestra, las cantidades a repartirse fueron siempre mayores al número entre los que se repartiría. Los repartos se representaron con los dulces en varios casos, pues era la indicación pero ésta fue desatendida por algunos alumnos quienes ahorrándose la tarea de realizar agrupamientos, preferían obtener los resultados mentalmente. No obstante que para estos ejercicios se emplearon 45 minutos en ningún momento surgió alguna situación que diera origen al uso de las fracciones pues todos los repartos tuvieron cociente entero sin residuo y cuando este existía nadie reflexionó sobre la posibilidad de dividirlo.

- **Segunda actividad**.

Para la segunda actividad, la maestra pegó en el pizarrón varias hojas tamaño carta que contenían dibujos de frutas y pidió a los alumnos que las dibujaran en su cuaderno conforme ella indicara entre cuantas personas se repartiría cada una; asimismo, cada fruta era dibujada y fraccionada por un alumno en el pizarrón de acuerdo el orden determinado por la maestra. Para ilustrar lo anterior leamos un fragmento del registro de observación :

MAESTRA (Que en adelante se representará con la M): (muestra un dibujo y pregunta) ¿Qué es?

ISAURO: ¡una calabaza!

ALUMNOS: (algunos) ¡No ...un melón!

M: Azarías, pasa al pizarrón y enséñanos como repartirías ese melón entre 8 personas.

(Azarías dibuja en el pizarrón una circunferencia y lo divide en 8 partes aproximadamente iguales mediante diagonales).

En esta actividad se presentaron algunas dificultades al tratar de fraccionar los dibujos de una piña y el de una pera debido a que la forma no permitía hacer las fracciones de tal forma que resultaran equivalentes. La maestra ante esta situación se concretó a comentar que en ese caso, el reparto no se puede hacer, dicha afirmación no se explicó al grupo. Esto conduce desde mi punto de vista a que los alumnos restrinjan el uso de la fracción en situaciones de partición a aquellos casos en los que las unidades a fraccionarse permiten la obtención de partes de la misma forma, es decir, congruentes. Pues bien, la maestra continuó con otros ejemplos y pasó sin mayores explicaciones a la tercera actividad pues llevaba ya con las figuras de las frutas veinticinco minutos.

- **Tercera actividad**.

Para la tercera actividad, la maestra distribuye una hoja a cada uno de los alumnos del grupo. La hoja esta dividida en tres secciones; en la primera se presenta una circunferencia, un triángulo, un rectángulo y un cuadrado con la indicación de dividirse en 8, 4,7 y 6 partes respectivamente. En la segunda sección se presentan varios cuadriláteros y al lado izquierdo de cada uno se halla escrita una fracción que indica en cuantas partes se va a dividir y cuántas de esas tienen que iluminarse. En la última sección de la hoja, se presentan varias circunferencias divididas en partes iguales con algunas de ellas sombreadas, y al lado de cada una de ellas un espacio para colocar la fracción a la que corresponde la parte sombreada. Pudo observarse que los ejercicios que se les dificulto más a los niños fueron los pertenecientes a la primera sección de la fotocopia y que en la segunda y tercera sección la maestra intervino induciendo las soluciones por la premura del tiempo y aunque con esto trató de apresurar el trabajo, al final, esta actividad tardó cincuenta minutos.

Para concretar el análisis de las actividades desarrolladas, destaquemos que el propósito de la clase, según lo planteó la maestra, fue: “familiarizar al alumno con el manejo de las fracciones en situaciones de reparto”. Considerando el propósito mencionado se advierte que la primera actividad, aunque consistió en problemas de reparto, no llega a generar la necesidad de la expresión a / b, es más, no llega a hacerse ninguna anotación en los cuadernos como parte del trabajo. Esto significa que como actividad introductoria, se encaminó más al tema de la división que específicamente al tratamiento de las fracciones.

En la segunda y tercera actividades, se realizan principalmente ejercicios de división de diversas unidades de tipo continuo en el número de partes equivalentes que la maestra indicaba. El trabajo con las fracciones fue realizado desde su interpretación más común, como una relación parte-todo y en él quedaron excluidos el planteamiento de problemas que implicaran: 1) el obtener como resultado de la división fracciones “mayores que uno”, y 2) el uso de unidades discretas, lo que permite pensar que la idea de fracción en esta práctica no superó los márgenes tradicionales de entenderla como fracturador de unidades continuas.

Por otra parte, con respecto a la coordinación del desarrollo de las actividades en el aula, se evidencia que la maestra no logra captar la atención de todos sus alumnos pues varios se entretienen en actividades de otra índole, realizando con retraso las tareas indicadas por ella, con actitud que denota un “hacer por hacer” sin sentir el interés manifiesto en un poco más de la mitad del grupo que si las llevaban a cabo con cierto empeño. Asimismo, se observa que se permite transcurrir deliberadamente el tiempo en el desarrollo de cada actividad llegándose a generar aburrimiento en los alumnos.

Así pues, la dinámica de trabajo consiste en hacer preguntas directas a los alumnos, pasarlos al pizarrón, realizar algunos ejercicios en el cuaderno y en dejar transcurrir el tiempo pues la clase tuvo una duración total de 2 horas; también se toleró la inactividad de algunos alumnos que no avanzaron en la realización de las tareas encomendadas.

- **OBSERVACIÓN DOS.**

La segunda observación se realizó en la Escuela Primaria Federal “Cadete Fernando Montes de Oca” de la Cd. de Teziutlán, Edo. De Puebla, en un grupo de 4º integrado por 21 niñas y 23 niños atendidos en esa ocasión por la Estudiante A de la Normal Rural de Teteles, Pue.

En relación al primer aspecto observado, mencionaré en primer término que el propósito se planteó de la forma siguiente: “Que el alumno resuelva problemas de fracciones en situación de reparto” según lo establece el Avance Programático 4º grado para la lección abordada en la clase observada (SEP, 1997. 17). Se destacan tres actividades encaminadas al logro del propósito ya señalado, mismas que a continuación se describen de manera general.

- **Primera actividad.**

En primer lugar, la maestra realiza el planteamiento oral de un problema que consiste en repartir un pastel (unidad continua) entre doce personas; los alumnos pronto proponen dos esquemas de resolución uno circular y otro rectangular y sin mucha dificultad es resuelto en el pizarrón no llevándose este trabajo más de 12 minutos.

En esta primera actividad, los alumnos que pasan al pizarrón, al ser cuestionados por la maestra con respecto al resultado obtenido, refieren el nombre correcto de la fracción resultante, es decir, un doceavo y la maestra da las indicaciones para la siguiente actividad.

- **Segunda actividad.**

La segunda actividad (cuya duración fue de una hora con quince minutos) consistió en el dictado de dos problemas:

1) ocho niños se van a repartir tres galletas;

2) cuatro niños se van a repartir cinco galletas; la pregunta para ambos problemas fue ¿Cuánta galleta le tocará a cada niño?.

Como puede observarse, los problemas se diferencian: en el primero las unidades a repartirse son menos que el número entre las que tendrán que repartirse y en el segundo, sucede lo contrario; sin embargo, las dos situaciones implican el manejo de unidades continuas puesto que ambos casos, una o más unidades tienen que fracturarse en partes equivalentes.

Para obtener el resultado, creo que se debió haber intentado llevar al niño a comprender que una expresión fraccionaria como 3 / 8 puede entenderse como el resultado de repartir varios “todos” o “enteros” entre determinado número de sujetos. Sin embargo, esto último no llega a concretarse en la práctica observada. No obstante que los alumnos resolvieron los problemas con el material encargado previamente por la maestra (galletas redondas y circunferencias de papel), - algunos de ellos sin mucha dificultad - las acciones se limitaron a la simple localización del resultado de los repartos indicados.

En esta actividad, se notó en primer lugar, la ausencia de un comentario de la maestra con la finalidad de destacar las características de la situación que hizo aparecer a la fracción como la expresión del resultado de un reparto. Tampoco se hizo notar la diferencia de estos problemas con otros cuyas características también implican el uso de fracciones (como los de partición de unidades continuas). Asimismo, tal vez hubiera sido pertinente, para proporcionar mayor significado a la actividad, que los alumnos, a partir de considerar una fracción propia o impropia, plantearan una situación posible que haya dado lugar a ella.

Por otro lado, hay que comentar también que debido a la naturaleza de los problemas, la resolución del primero llevó mucho más tiempo que el segundo. Aquí cabe mencionar el caso en el que la maestra no pudo aclarar adecuadamente el resultado de la siguiente situación: dos niñas dividieron las tres circunferencias que representaban galletas, en tercios y de los nueve tercios que obtuvieron repartieron uno a cada “niño” del problema, al final les sobró un tercio y a este solo lo dividieron en cinco partes (no equivalentes). La maestra les indicó a las niñas que a esa fracción también la tendrían que haber dividido en ocho partes, es decir, en octavos, para que el resultado correcto fuera un tercio más un octavo, pero le faltó agregar que era un octavo de tercio, o sea, un veinticuatroavo. Esta situación en un momento dado conflictúo a la maestra que prefirió continuar con el siguiente problema antes que enfrascarse en la explicación de algo que al parecer ella misma no tenia muy claro.

- **Tercera actividad.**

La tercera actividad, cuya duración fue de 62 minutos, trató sobre la resolución de los ejercicios contenidos en la lección 18 “Galletas redondas” del libro de Matemáticas 4º grado (SEP, 2001, 82-83). Esta lección corresponde al mismo tipo que los planteados por la maestra en la actividad anterior. Se pretende también en esa lección que los alumnos estimen y comparen los resultados de los repartos propuestos expresados en fracciones.

Luego de haberse hecho una descripción general de las actividades realizadas en esta práctica, puede decirse que existe una relación entre ellas y el propósito planteado para la clase. Sin embargo, para finalizar las actividades con relación al tema, la maestra señaló:

> “MAESTRA: Bueno, las fracciones nos sirven para dividir un entero en partes iguales ¿si?.
> NIÑOS: ¡ s í í í ! “

Como es posible notar, la conclusión anterior nos remite nuevamente al hecho de que la fracción sigue entendiéndose sólo como expresión de particiones, es decir, como el producto de la división de un “todo” en partes equivalentes a pesar de que se haya trabajado con ella en una situación distinta.

Con respecto a la dinámica de trabajo, se acentúa lo referido en el análisis de la práctica comentada anteriormente: no hay la capacidad de involucrar a todos los alumnos en las tareas a desarrollar; en esta clase, la maestra prácticamente pierde el control del grupo, la mayoría de los alumnos hacen de todo, menos ponerle atención, sólo algunos van trabajando al ritmo que ella pide. Por eso la clase se prolonga demasiado, pues inicia a las 8:55 hrs., después de haberse perdido veinticinco minutos en la formación, y termina a las 12:05 hrs. Por supuesto, deben considerarse los 35 minutos de recreo y otros doce minutos que la maestra tardó para entrar al salón a proseguir con el trabajo, pues le había tocado comisión en la cooperativa escolar.

Fue una constante el hecho de que con frecuencia la maestra llamara a los alumnos a poner atención, a guardar silencio, a sentarse y a ponerse a trabajar. Esta situación de descontrol de la atención pudo haber frustrado la ejecución de cualquier estrategia de enseñanza, así pues, el ambiente en el aula era en algunos momentos de total anarquía pese a los esfuerzos realizados por la maestra por tratar de centrar la atención en las actividades que propuso en su planeación.

- **OBSERVACIÓN TRES.**

La tercera y última observación se realizó en grupo de 4º (integrado por doce niñas y catorce niños) de la Escuela Primaria Federal "Gral. Manuel N. Méndez" ubicada en la Delegación Azcapotzalco, México, D.F. El grupo era atendido por la estudiante A de la Benemérita Escuela Nacional de Maestros de la Cd. De México.

La observación y su análisis giró en torno a los mismos aspectos considerados en las observaciones anteriores; en relación al primero, que se refiere a las características de las actividades y su relación con el propósito de la clase, se destaca que los trabajos desarrollados en la clase corresponden a tres actividades principales que la maestra señaló haber planeado en función del siguiente propósito: " Que el alumno resuelva problemas de comparación de fracciones en situaciones de reparto". Este propósito pretendió alcanzarlo mediante las actividades siguientes:

- **Primer actividad.**

Esta actividad, cuya duración fue de treinta minutos, consistió en el planteamiento de los siguientes problemas:

> "MAESTRA…dos dinosaurios se reparten una hoja ¿Quién me puede decir que parte de la hoja se comió cada uno de los dinosaurios?"
> "MAESTRA: …cuatro dinosaurios se reparten una hoja ¿Cuánto le va a tocar a cada uno?."
> MAESTRA: …ahora son ocho dinosaurios y tienen solo una hoja ¿Cuánto le va a tocar a cada uno?..." .

La maestra pegó en el pizarrón tres hojas de papel que contienen cada una el dibujo de una circunferencia para que el reparto realizado correspondiente a la resolución de cada problema sea representado por algún alumno; los alumnos restantes elaboraron el trabajo en sus respectivos cuadernos sin dificultad, pues la división de una circunferencia en medios, en cuartos o en octavos parecía una actividad que les resultaba familiar. En tal situación los alumnos avanzaron en el trabajo y la mayoría contestó las preguntas que la maestra les había planteado, problemas en los que predominó el uso de unidades continuas y que a mi parecer no generó ningún nuevo aprendizaje, sino que únicamente reforzó la idea de fracción desde la noción de “fracturador”con la cual parecía los niños ya contaban.

- **Segunda actividad.**

Para la segunda actividad, (duración 35 minutos) la maestra dicto los siguientes problemas:

> “MAESTRA: una manada de cuello largo de cuatro integrantes se comen dos hojas … .. ¿Cuánto le toca a cada uno…?
> Una manada de ocho colas de púas… se comen cuatro hojas… ¿Cuánto le toca a cada uno?
> ¿En cual de las dos manadas come más hojas cada uno de sus integrantes?

La maestra indicó a los alumnos que leyeran los problemas y dibujaran lo que consideraran necesario para resolverlos; pasados unos quince minutos se inició la exposición de respuestas y su representación gráfica en el pizarrón, destacándose la comparación de fracciones y la equivalencia resultante de esa comparación.

La mecánica de la realización de este trabajo consistió en que la maestra pide a una alumna o alumno que lea el problema, ella dibuja las unidades a repartir en forma de círculos y solicita a otro alumno que ilumine en esa figura la parte que le corresponde a cada "cola de púas" en el reparto; posteriormente pregunta a otro alumno o alumna la porción que le toca a cada uno de esos animales prehistóricos sin que se escuche a la maestra emplear el término fracción en el transcurso de esta actividad. Véase en el siguiente fragmento del registro de observación:

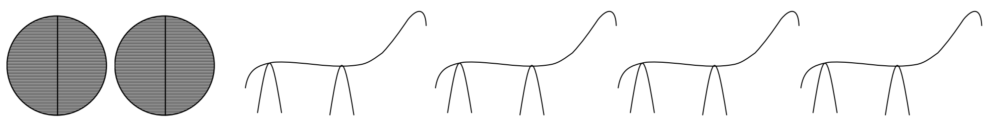
> MAESTRA :Ya contestaron cada una?> (no hay respuesta; solo se escucha una conversación generalizada en el grupo. La maestra practicante se pasó a dos equipos a revisar la actividad y pidió que se apresuraran). A ver ya la mayoría ya contestó, primero va a pasar Carlos, a ver pasa (Carlos pasa al pizarrón) …a ver Cecilia ¿Le podrías leer cómo dice el problema? Leonardo, ¿me dejas escuchar, gracias?
>
> CECILIA: Una manada de cuello largo de cuatro integrantes se comen dos hojas ¿Cuánto le toca a cada uno?
>
> MAESTRA: A ver, pongan atención ahora, para que identifiquen cuáles son los cuello largo, los vamos a dibujar rápido, no se vayan a burlar de mí:
>
> NIÑOS: No maestra, cómo, no (dicen algunos)
>
> MAESTRA: A ver, llevamos uno ¿sale?
>
> NIÑA: Toño se está burlando
>
> MAESTRA: ¿Cuántos son?>
>
> NIÑOS: Cuatro
>
> MAESTRA: ¿Estos parecen cuello largo o no?
>
> NIÑOS: ¡Sii! (algunos afirman) Más o menos (dicen otros)
>
> MAESTRA: Dos, llevamos dos; ya con su imaginación ya son cuellos largos; tres, …cuatro cuello largo, ya tenemos a los cuatro, vas a utilizar estos colores para iluminar cada parte que le tocó, ahora vas a dibujar ¿Cuántas hojas se va a comer esa manada Cecilia?
>
> CECILIA: Dos hojas.
>
> MAESTRA: Dos hojas, arriba dibuja dos hojas (le indica a Carlos, quien empieza a dibujar) …No tan chiquitas, vamos a ver lo que va a hacer Carlos, con un color lo divides y le haces rayas para marcar la parte que

le toca a cuello largo, León pones atención porque tú me vas a decir si este Carlos está bien o está mal.

(Carlos divide en medios las dos circunferencias que dibujó la maestra practicante mientras es observado por sus compañeros y sus maestras)

MAESTRA: Ya lo dividiste ahora con cada color marcando qué parte le toca a cada cuello largo,…

(Carlos dividió de la siguientes manera mientras León se distraía platicando con uno de sus compañeros de adelante).



Dibujos de los cuellos largos hechos por la maestra**.**

MAESTRA: León, ¿si estás viendo lo que está haciendo tu compañero? Me vas a decir si está bien o esta mal... Laura está bien o esta mal.

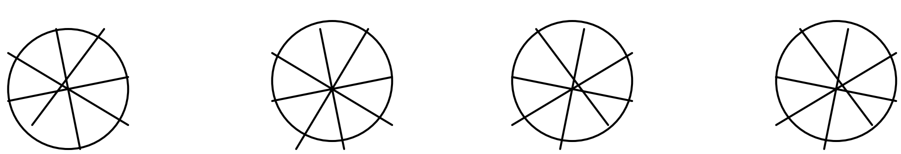
LAURA: Si esta bien. (y varios niños más también lo dicen).

MAESTRA: ¿Me puedes decir León qué parte de la hoja se comió cada cuello largo?.

LEÓN: Un medio.

MAESTRA: Un medio, perfecto, ya tenemos el número uno, ahora el número dos va a pasar Francisco y va hacer favor de leerlo Laura para que deje de estar viendo hacia la avenida, gracias. A ver, fuerte.

Con respecto al segundo problema "una manada de ocho colas de púas se comen cuatro hojas. ¿Cuánta hoja le toca a cada uno?" (tomado del registro de observación), se procedió de manera similar a lo realizado en la resolución del primer problema y un niño ejemplificó su respuesta del siguiente modo:



Y argumentó: “dividí en ocho y a cada uno le va a tocar una parte de todos”, pero sin mencionar algún resultado en términos de fracción por lo que la maestra le preguntó: “¿Cuánto le va a tocar a cada uno por las cuatro hojas?”; ni ese alumno ni ningún otro refirió alguna respuesta. Entonces la maestra sin tratar de conducir a la búsqueda de la respuesta, mencionó con voz fuerte: “de a cuatro octavos” sin detenerse a que los alumnos reflexionaran en torno al cuestionamiento recién hecho y enseguida unió las partes que representaba a los cuatro octavos para comparar el área resultante con la parte que representaba a un medio. Con ello quería hacer notar la equivalencia entre lo que representaban esas dos expresiones fraccionarias y que finalmente fue lo que más se enfatizó en la clase.

- **Tercera actividad.**

La tercera actividad, misma que duró treinta minutos, consistió en la formulación de cuatro problemas de reparto orientados a hacer notar principalmente la equivalencia de fracciones. Se planteó, por ejemplo, el reparto de un entero entre tres y un entero entre seis, se indicó hacer en el cuaderno la representación gráfica; la comparación de cada parte resultante (los enteros eran de las mismas dimensiones); establecer el resultado de esa comparación y tener listos los resultados correspondientes para que estos se expusieran al grupo cuando la maestra los solicitara.

Como pudo notarse, las tres actividades desarrolladas en esta clase consistieron esencialmente en el planteamiento y resolución de problemas que implican la división de un todo continuo en un número determinado de partes iguales. Esto nos confirma nuevamente que la noción de fracción deriva predominantemente de la relación parte-todo o de la noción de fracturador y esa misma forma se privilegia en su enseñanza y aprendizaje.

Asimismo hay que señalar, que con respecto al ambiente en el desarrollo de las actividades de trabajo, en esta clase se propició un poco más la participación de los alumnos en relación con las otras dos clases observadas, aunque siguió siendo la maestra quien planteaba los problemas y los alumnos, los que en todo momento acataron sus indicaciones. Sin embargo, la maestra procuro por una parte, hacerles constantemente preguntas, pasarlos al pizarrón y revisarles sus respectivos trabajos en los cuadernos, y por otra, tener al grupo “disciplinado” y en silencio con el auxilio de la maestra titular.

Pues bien, una vez hecho el recuento de las observaciones realizadas en prácticas donde el propósito fue el planteamiento y resolución de problemas con fracciones en situaciones de reparto, se destacan como aspectos comunes en las clases ya referidas, el manejo generalizado de unidades continuas reafirma la persistencia de la interpretación de la fracción como expresión de una relación parte-todo derivada de la noción de fracturador. La ausencia de problemas en los que las unidades a partir sean mayores al número de repartos a realizar, nos habla de una restricción en la concepción de la fracción en situaciones de reparto.

Por otra parte, lo observado también hace evidente la existencia de una práctica que no corresponde en la mayor parte de los casos al discurso que las estudiantes expresan con respecto a la enseñanza de las matemáticas. Es evidente en estas observaciones que se realiza una limitada contextualización del contenido, un mínimo aprovechamiento de los conocimientos previos y la conducción del trabajo escolar requiere del empleo de estrategias que conllevan a los alumnos al planteamiento individual o por equipos de problemas que expresen lo que se piensa han aprendido, en fin, hay un hacer distinto al que se esboza en el decir.

CONCLUSIONES

Con el propósito de presentar una visión global de los resultados, las reflexiones más relevantes se ordenarán en torno a dos ejes: 1) la inserción de los planteamientos del plan de estudios en las concepciones de los maestros noveles sobre el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y 2) el manejo de los diferentes significados de la fracción en el discurso y en la práctica de los estudiantes normalistas.

Con respecto al primer eje, debemos destacar algunas consideraciones en torno a la expresión “concepciones de los maestros”, Thompson (tomado de Douglas, 1992, 127) plantea que antes que éstas se hallan las creencias, mismas que se distinguen por no ser consensuales y por que pueden ser sostenidas con diferentes grados de convicción. Además, menciona este mismo autor, “muy frecuentemente incluyen sentimientos afectivos y evaluaciones, memorias vividas o experiencias personales, y supuestos acerca de la existencia de entidades y mundos alternativos, todos los cuales simplemente no están abiertos a la evaluación externa o al examen crítico en el mismo sentido que están las componentes de los sistemas de conocimiento” (lbid, 132). Así mismo, Thompson señala que el término “concepciones” implica “una estructura mental más general, que abarca creencias, significados, proposiciones, reglas, imágenes mentales y preferencias” (lbid, 134).

Thompson (Ibid, 145), apoyado en algunas investigaciones (Cobb, Wood, Yackel, et. al.1988), establece que “las concepciones de la enseñanza de las matemáticas, de los maestros también reflejan sus puntos de vista, aunque tácitos, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo ellos aprenden las matemáticas, y de los roles y propósitos de las escuelas”. El autor complementa esta idea haciendo referencia a que la investigación acerca del pensamiento del maestro ha documentado el hecho de que estos desarrollan y sostienen teorías implícitas acerca de sus estudiantes, acerca de la materia que ellos enseñan, acerca de sus roles y responsabilidades y de cómo deben actuar.

Dichas investigaciones (Ignatovich, 1979; Olson, 1981; Ball, 1988; en Douglas, 1992, 145) sostienen que “estas teorías implícitas de los maestros tienden a ser agregaciones eclécticas de proposiciones causa-efecto que provienen de muchas fuentes, reglas, generalizaciones que se obtienen de experiencias personales, creencias, valores y prejuicios”.

Desde otra perspectiva, Aguayo (Aguayo, Luis M. 2000, 61) argumenta que las ideas sobre aquello que son las matemáticas, las prácticas referidas a su enseñanza y los esquemas de percepción sobre lo que es bueno o malo en la enseñanza se incorporan, quiérase o no, en los *hábitus*. Y la forma más eficiente de dicha incorporación tiene que ver más con el contacto cotidiano de esas estructuras que con los esfuerzos conscientes por incorporarlas. “En síntesis, el hábitus es producto del trabajo histórico de generaciones sucesivas y el hábitus para la enseñanza de la matemática es producto de las prácticas, las percepciones y las apreciaciones que han quedado sedimentadas en las escuelas normales”.

Basándome en las citas precedentes y retomando lo expresado oralmente y/o por escrito por los normalistas participantes en este estudio, llego a la primer conclusión de este trabajo: que la didáctica de la matemática propuesta por el Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académico de las escuelas normales 1997 no ha permeado sustancialmente las concepciones de los estudiantes normalistas pues expresan ideas parciales de lo que realmente representa el enfoque de enseñanza planteando en dicho programa. Esas ideas (como contexto, conocimientos previos y participación de los alumnos), más bien manifiestan la aprehensión de un discurso puesto en boga desde 1993 con la reforma de los planes y programas de estudio de la educación básica en nuestro país.

Así mismo se advierte que la formación de los maestros noveles tiene ancladas sus raíces en lo que Bourdieu llama hábitus (Bourdieu, Pierre. en Aguayo, __, 54) y que define como:

> “...Un sistema de disposiciones durables y transferibles, estructuras estructuradas predispuestas a funcionar como estructuras estructurantes que integran todas las experiencias pasadas y funciona en cada momento como matriz estructurante de las percepciones, las apreciaciones y las acciones de los agentes cara a una coyuntura o acontecimiento y que él contribuye a producir”.

Se reconoce entonces en este estudio que hay una escasa incorporación de los propósitos del referido Programa de educación normal, lo que permite constatar la existencia de otros factores que contribuyen a conformar la realidad reportada. Es decir, en la práctica educativa de los estudiantes se proyectan tanto los aprendizajes venidos de los libros como los estilos de enseñanza predominantes en los asesores de las escuelas normales, que frecuentemente son de tipo directivo. El peso que estos estilos pueden tener, deriva también del siguiente hecho: la limitada revisión, análisis y discusión de los materiales bibliográficas propuestos para el trabajo escolar, particularmente de los que tienen que ver con la enseñanza de las matemáticas.

Mejorar la enseñanza de esta asignatura implica necesariamente la modificación de las concepciones de los estudiantes, modificación que puede ser posible mediante un arduo esfuerzo de sus asesores quienes tendrán que tener claro la perspectiva didáctica desde la cual conducirán la tarea de la formación en las aulas normalistas. Pero es precisamente lo que al parecer no sucede.

Por otra parte, el planteamiento de la didáctica francesa citado por Ávila, (Ávila, A. 2001. 7) en cuanto a que el proyecto de la escuela tiene como cuestión central la comunicación de saberes, señala que entonces lo que se establece en torno a este propósito es una relación entre el profesor y los alumnos alrededor de un cierto objeto de saber. Esta relación da origen a un sistema didáctico que, según la autora "debe considerarse en la situación efectiva en la que se encuentra ubicado", o sea, deben conocerse las condiciones (escolares) en que se da la producción del conocimiento en este caso matemático. Al conjunto de esas condiciones se le denomina desde la perspectiva Brousseauniana "situación didáctica" entendida como:

> ...Un conjunto de relaciones establecidas explicita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos y objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución (Brousseau; 1982; cit. por Gálvez; 1985; 8; en Ávila, A. 2001, 8).

En toda situación didáctica, refiere la autora, "se puede distinguir, al menos una situación-problema y un contrato didáctico". Este último se define como un sistema de obligaciones reciprocas que se establece entre el profesor y los alumnos; que regula las relaciones que éstos mantienen con el saber, establece derechos y obligaciones de unos y otros en relación con cada contenido e implica una distribución de responsabilidades (Ibid, 10-14). Sin embargo no todas las responsabilidades son del mismo nivel, de tal modo señala la autora: "las distintas responsabilidades que puede asumir el profesor repercuten en las correspondientes a los alumnos y dan lugar a diversos contratos que van, de los no didácticos a los fuertemente didácticos, siendo en el primero donde el profesor asume menor responsabilidad frente a sus alumnos".

Esta noción del contrato didáctico desde el punto de vista Brosseaauniano permitió realizar la distinción de los comportamientos del profesor y los alumnos en una situación didáctica donde la distribución de responsabilidades se da en diferentes niveles. Dicha distinción fue utilizada en la reflexión sobre las observaciones de la práctica educativa de las normalistas que en una cantidad de tres (una por normal) participaron en esta fase del proceso de investigación.

Esas observaciones, aunque insuficientes, nos han llevado a concluir que en las prácticas docentes normalistas predominan los contratos ligeramente didácticos, específicamente el "contrato de información" en el cual, según Ávila (Ávila, A. 2001.15), "el emisor busca el asentimiento del receptor y, en respuesta a una demanda eventual, ofrece ciertas pruebas o referencias de la validez del saber". Es también este tipo de contratos que "implican que el emisor acepte el compromiso de organizar el mensaje en función de ciertas características "teóricas" de su interlocutor sin embargo no acepta responsabilidades en cuanto a sus efectos sobre él". Este contrato se hace evidente en la creencia de los normalistas en torno a que los problemas de enseñanza y de aprendizaje, se deben en cierta medida a la falta de comprensión de los alumnos. Esto último se expresa en las entrevistas hechas a los normalistas y en esa actitud un tanto indiferente de quienes observé practicar en cuanto al seguimiento de los procesos individuales de aprendizaje que se da en cada alumno. Por lo tanto aún no hay grandes avances en la formación de la "mentalidad didáctica" (SEP. 1997.40) que propone el Plan de Estudios de Educación Normal y que se define como aquella capaz de considerar de manera integrada la naturaleza de un tema de conocimiento y de los procedimientos y recursos que son más convenientes para lograr que dicho tema adquiera sentido para los niños.

Finalmente, este trabajo de investigación constata que el tema relativo a los diferentes significados de la fracción ha sido objeto de un escaso tratamiento en las aulas de las escuelas normales (al menos en las participantes en este estudio); pues hemos dado cuenta aquí que las nociones de los normalistas respecto a la expresión a/b se reducen por lo general a la idea de “fracturador” desde la perspectiva de Freudenthal (Traduc. L. Puig. 1995.15). Este autor señala como ya se ha mencionado, que la fracción en esta interpretación aparece cuando “un todo ha sido o está siendo rajado, cortado, rebanado, roto, coloreado en partes iguales, o si experimenta, imagina, piensa como si lo fuera...la atención puede ser dirigida a una parte, a un número de partes o a todas las partes”. No obstante algunos también interpretan a la fracción como la expresión del cociente de dos magnitudes distintas, pero esta interpretación es menos frecuente y no se hallan evidencias de otras interpretaciones más.

Sin embargo a nadie habrá que atribuirle la responsabilidad de tal situación pues nos llevaría a enfrascarnos en un ejercicio infructuoso. Lo apremiante es la identificación de los factores que mantienen en este nivel los conocimientos sobre los contenidos matemáticos (como el de los significados de la fracción) para elaborar y darle seguimiento a un proyecto cuyo propósito fundamental persiga que la comunicación de un saber en una situación didáctica esté respaldado por el dominio de los contenidos básicos del respectivo campo de conocimiento, de tal suerte que esto coadyuve a que los alumnos den mayor sentido y aplicabilidad (en este caso) a los contenidos matemáticos, entre los que se cuentan los asociados a las fracciones.

BIBLIOGRAFÍA

AGUAYO, Luis Manuel. *Matemáticas y Educación Normal*. El hábitus en torno a una ciencia. Esc. Normal Manuel Avila Camacho/Instituto Zacatecano de Cultura/UAZ. Zacatecas, México. 2000.

ARCEO, Esperanza. "El nuevo enfoque matemático en el aprendizaje de las fracciones" En: El cuaderno de los maestros de Aguascalientes, Año IV No. 18 Septiembre-Octubre. México 1996.

ASTI VERA, Armando. *Metodología de la Investigación*. Ed. Kapeluz. Argentina 1968.

ÁVILA, Alicia y Eduardo Mancera. "La fracción: una expresión difícil de interpretar". En: Pedagogía, revista de la UPN Enero-Marzo, 1989. Vol. 6, No. 17 México.

ÁVILA, Alicia. "El maestro y el contrato en la teoría Brousseuniana". En Educación Matemática. Vol. 13. No. 3. Diciembre 2001. México.

ÁVILA, Alicia; Hugo Balbuena y Pedro Bollás. *Matemáticas. Cuarto Grado*. SEP. México 1994.

BERTH, M. J. Lesh, R. Post T. y Silver E. A. "Rational Number Concepts" en Acquisitions of Mathematics Concepts and Processes. En Lesh, R. Y Landau, M. (Eds) Academic Press Nueva York. 1983.

BLOCK, David, et. al. *La Enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*. Taller para maestros. SEP. México. 1995.

BONILLA, Gildaberto. Estadística. *Elementos de estadística descriptiva y probabilidades*. El Salvador 1984. UCA Editores.

BROUSSEAU, Guy. “Educación y didáctica de las matemáticas”. En: Educación Matemática. Vol. 12. No. 1. Abril 2000. México.

CENTENO Pérez, Julia. *Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué?*. Ed. Síntesis. España. 1997.

CHEVALALLARD, Yves. *La transposición didáctica*. Ed. Aique. España.

DIENES, Zoltan. *Fracciones*. Varazén. México. 1967.

FREGOSO, Arturo. Introducción al lenguaje de la matemática, CEMPAE México, 1992.

FREUDENTAL, Hans. 1983. *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Traduc. Luis Puig. Kluwer Academic Publishers.

GALINDO CÁCERES, Luis Jesús. *Técnicas de investigación en sociedad, cultura y comunicación*. 1998. México. Addison Wesley Longman.

HERNÁNDEZ González, Heriberto. *Metodologías y técnicas para la investigación social*. Cuba, 1999.

IMAZ, Carlos. et. al. *Matemáticas. Quinto grado*. México. SEP: 1972.

KEMMINS, Stephen. “La teoría del currículum como ideología”; pp. 112-136. En: El currículum más allá de la teoría de la reproducción. Ed. Morata. Madrid. 1993.

KIEREN, Thomas. “On the mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers”. Number and measurement. Papers form a Research Workshop. Lesh, R. A. (Ed.) Columbia. Ohio. ERIC/SMEAC. 1975.

KIEREN, Thomas. “The rational number Construct. Its Elements and mechanisms” Recent Research on Number Learning Kieren, T. (Ed). Ohio. ERIC/SMEAC. 1980.

KILPATRICK, Jeremy. Investigación en Educación Matemática: Su historia y algunos temas de actualidad. En Kilpatrick et. al. Educación Matemática. Grupo Ed. Iberoamérica. México 1994.

LARROYO, Ángel D. *Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos*: Procesos de enseñanza y aprendizaje. Grupo Ideograma Editores. México, 2003.

LLINARES, Salvador y Ma. Sánchez. Fracciones: *la relación parte-todo*. Ed. Síntesis España. 1997.

LUCEÑO Campos, José Luis. *La resolución de problemas aritméticos en la escuela*. Ediciones Aljibe. España, 1999.

LUNDGREN, U. P. “El currículum; Conceptos para la Investigación” pp. 12-14. En. Lundgren, U. P. (1992). Teoría del currículum y escolarización. Ed. Morata. Madrid.

MANCERA, Eduardo. “Significados y significantes relativos a las fracciones”. En: Educación Matemática. Vo. 4 No. 2. Agosto 1992. México.

MOCHON, Ramón. *Las fracciones y sus significados*. s/f.

NATIONAL, Council of teachers of mathematics. *Números racionales*. Cuaderno No. 6, México, 1994.

PUIG Espinosa, Luis y Fernando Cerdán. *Problemas aritméticos escolares*. Ed. Síntesis, España, 1992.

SANTOS, Trigo L. M. Principios y métodos en la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Gpo. Ed. Iberoamérica.

SEP. *Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto Grado.* México 1994.

SEP. *Matemáticas y su enseñanza I*. Licenciatura en Educación Primaria. México. 2000.

SEP. *Matemáticas y su enseñanza II*. Licenciatura en Educación Primaria. México. 1999.

SEP. *Plan y Programas de estudio*. Educación Primaria. México, 1993.

SEP. *Programa para la Transformación y el fortalecimiento académico de las escuelas normales*. México, 1997.

STENHOUSE, L. (1987). ¿Qué es el currículum? pp. 103-107. En: La Investigación como base de la enseñanza. Ed. Morata, Madrid. 1987.

STREEFLAND, Leen. How to teach Fractions so as to Be Useful. OWOC. Utrecht. 1984.

THOMPSON, Alba G. en Douglas a Grows Handbook of research on mathematics teaching. Ed. Mac Millan Pub. Co. Ny. 1992.

UPN. *Matemáticas I. Volumen 2*. Sistema de Educación a Distancia. México 1982.

WALDEGG, Guillermina. “Sobre el origen y significado de los números decimales” Básica Revista de la escuela y el maestro. pp. 54-60. 1996.

A N E X O 1

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
AJUSCO, D.F. MEX.
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO
LÍNEA: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Estoy trabajando en un estudio sobre las fracciones que servirá para elaborar una tesis profesional y para ello te pediría fueras tan amable de contestar unas preguntas que no llevaras mucho tiempo. Tus respuestas serán confidenciales y anónimas. Muchas gracias por tu colaboración.

PRIMERA PARTE

1. Para ti, ¿Qué es una fracción?
   ____
   ____
   ____

2. ¿Qué podrías decir acerca de los números racionales? Anota aquí lo que sepas sobre ellos: ____
   ____
   ____

3. ¿Qué diferencias hay entre los números racionales y los números naturales?
   ____
   ____
   ____

4. Para ti, ¿Qué son los números decimales?
   ____
   ____
   ____

5. Menciona dos características de los números decimales.
   ____
   ____
   ____

6. ¿Qué relación hay entre las fracciones y los números decimales?
   ____
   ____
   ____

7. ¿Qué significado o relaciones pueden derivarse de la expresión fraccionaria m/n? Explica lo más posible tu respuesta.
   ____
   ____
   ____

8. ¿Qué tipos de situaciones pueden generar el uso de la expresión fraccionaria m/n?

9. ¿Cuáles son algunos de los aspectos comunes y cuáles diferentes que considerarías para la enseñanza de las fracciones en tercero y quinto grado?

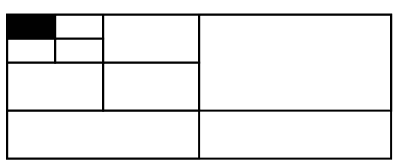
10. ¿Cuántos números hay entre 0.0126 y 0.0127? Por favor justifica tu respuesta.

11. Si José gastó 1/3 de sus ahorros, ¿Es posible que haya gastado más que Juan que ocupó ½ de la cantidad que tenía ahorrada? __________ ¿Por qué?______

12. ¿Cuál es la fracción mayor: 1/3, 27/81 o 4/12?

13. Utilizando los números naturales, ¿Cómo se expresaría $4\,{}^{3}/_{15}$, en términos de millares?

14. ¿Qué fracción de la figura está sombreada?



15. ¿Crees que los alumnos deben aprender las fracciones en la escuela primaria? ___________ ¿Por qué? ____

16. Como alumno, ¿Tuviste dificultades para aprender las fracciones? ________ en caso de respuesta afirmativa, ¿Cuáles fueron esas dificultades?

____

____

17. En tus prácticas, ¿Ya has tenido que enseñar algún tema relacionado con fracciones?_______ En caso de respuesta afirmativa, ¿Qué tema específicamente?

____

____

18. ¿Cuáles son los principales problemas que tuviste para enseñar ese tema de fracciones?

____

____

____

19. ¿Qué temas específicos de fracciones crees que debe contener un examen para evaluar este tema al final de la educación primaria?

____

____

____

20. ¿Cuánto dirías que un niño que termina la primaria ha aprendido efectivamente las fracciones?

____

____

____

21. Para ti, ¿Qué significa aprender matemáticas?

____

____

____

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN.

A N E X O 2

CUESTIONARIO REALIZADO A LOS ESTUDIANTES ENTREVISTADOS

LECCIÓN 4	**LECCIÓN 18**
1. ¿Cuál es el tema que se aborda?	
2. ¿Cuáles son los contenidos implicados en el tema?	
3. ¿Cuál es en tu opinión el propósito de la lección?	
4. Considerando este propósito, ¿Qué aspectos de la lección enfatizarías?	
5. Si tuvieras que trabajar el tema con el grado correspondiente, ¿Utilizarías las actividades propuestas en el libro de texto?	
6. ¿Qué otras actividades planearías y en qué momento lo harías?	
7. ¿Qué otros materiales de consulta y de apoyo al trabajo emplearías para desarrollar las actividades de la lección?	
8. A tu parecer, ¿Cuáles son las diferencias entre una y otra lección?	
9. ¿Y cuáles son sus similitudes?	

A N E X O 3

GUIÓN DE ENTREVISTA

1. Sabemos que en el 2° y 3er semestre de la educación normal se toman los cursos “las matemáticas y su enseñanza”, ¿Podrías comentar, primero, cómo fue la dinámica de trabajo que viviste en el desarrollo de esos cursos?.

2. ¿Cuáles son los principales aprendizajes que obtuviste en dichos cursos?.

3. Específicamente al tema de las fracciones ¿Qué recuerdas haberse abordado?

4. ¿Puedes mencionar alguna característica relevante de las fracciones?

5. Considerando estos cursos. ¿Qué situaciones crees que conllevan a la aparición de la fracción?

6. ¿Cuál sería la cuestión un poco más complicada que viste del tema de las fracciones o que se te hizo más complicado?

7. ¿Qué comentario puedes hacer sobre la conducción y el desarrollo de los recursos a los que me refería al inicio?

8. ¿Cómo concibes, ya después de haber recibido esos dos cursos de las matemáticas y su enseñanza, ahora lo que es la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

9. ¿Podrías comentarme qué opinión te merece la formación para la enseñanza de las matemáticas que recibiste en tu escuela normal?

10. En tu opinión ¿Habría algo que hacer para mejorar el desarrollo de los cursos referidos?

11. Agradezco tu participación.

A N E X O 4

1. **Para ti, ¿Qué es una fracción?**

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Problema u operación matemática.	3
2	Representa una división o repartición en general.	7
3	Es la indicación de la división de un entero en partes.	9

Para la mayoría, una fracción es entendida como la indicación de la división de un entero en partes iguales, por ejemplo, la respuesta 14 dice "Son las partes en las que se puede dividir un entero"; algunas otras respuestas consideran que la fracción representa una división o repartición de entidades u objetos diversos, como se observa en la respuesta ocho "...es la división de diferentes cuerpos o cosas". Otras más la consideran como un problema u operación matemática que sirve para resolver problemas, estas últimas respuestas que denotan cierto grado de complicación para establecer con claridad el papel que juegan las fracciones en el planteamiento y resolución de problemas.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D. F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Parte de un todo, figura o conjunto.	6
2	Parte de un entero.	12
3	No contestaron.	2

La idea que prevalece acerca de lo que es una fracción es la aquella que la define como la parte de un entero; el caso de la respuesta No. 18 lo ejemplifica cuando dice que una fracción "es aquella porción que forma parte de un entero". Por lo que este conjunto de respuestas nos indica que el concepto de fracción es entendido como un sinónimo de porción y de parte de una unidad contínua (podemos arriesgarnos a decir), no se interpretó la pregunta estrictamente en términos de una expresión numérica como ocurrió con las respuestas de otra escuela Normal.

El siguiente conjunto de respuestas señala que una fracción es parte de un todo, figura o conjunto, lo que significa que la noción se amplia hacia unidades contínuas y discretas, pero en el mismo sentido de porción.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	División de un todo en partes iguales.	8
2	Parte de un entero.	4

2. ¿Qué podrías decir acerca de los números racionales?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son los números fraccionarios.	11
2	No contestaron.	5
3	Son los números decimales.	3

Un poco más de la mitad de los normalistas en esta escuela cuestionados coinciden en indicar que los números racionales son los que se representan por medio de una expresión fraccionario. Esta respuesta hace notar, al menos, el establecimiento de una relación directa entre la noción de un número racional y la forma a/b como una manera para representarla. Se observa también que muy pocos identifican a los números racionales en los decimales, como la respuesta 10, que dice “Son los que cuentan con décimas”, y que algunos más se reservan emitir algún comentario tal vez por desconfiar de sus saberes al respecto.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D. F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sin relación precisa.	8
2	Son los que representan las fracciones.	5
3	No contestó.	4
4	Son los que tienen punto decimal.	2

Freundenthal (Freundenthal, en Puig, 1995, 8) menciona que la noción de número “racional está relacionado con razón” ...en el sentido de proporción y de medida; “sin embargo, esta idea, en nuestro país, aún no aparece en la formación docente inicial aunado a que no son los números racionales como tales temas específicos de estudio en ese nivel educativo, quizás por eso al cuestionar a los estudiantes de la BENM, sucedió, como puede observarse en el cuadro anterior, que entre los que dieron respuestas sin relación y los que no contestaron se ubican la mayoría de los cuestionados, lo que significa que no hay una clara noción de lo que son los números racionales. Algunos respondieron que los racionales “son una clase de números que representan a las fracciones (respuesta No. 16) y muy pocos señalan que son los números que tienen punto decimal. Todo esto hace evidenciar que es necesario atraer al campo de la educación normal el estudio de los números racionales como un punto de referencia más para entender la noción de fracción.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son los números fraccionarios.	7
2	Sin clara relación.	3
3	No contestaron.	2

La mayoría de las respuestas coinciden en señalar que los números racionales son las expresiones fraccionarias del tipo a/b...

3. ¿Qué diferencias hay entre los números racionales y los números naturales?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	8
2	Incorrecta.	6
3	Los racionales = fracciones y/o decimales y los naturales son números enteros.	5

Sorprende en esta pregunta que casi las tres cuartas partes de las respuestas se conforman por los que no contestaron y los que contestaron de manera incorrecta, por ejemplo, la respuesta No. 3 dice: “los números naturales son enteros del 1 al 9 y los números racionales son 11, 18, 33, 35”. Sin embargo, aunque pocos, hay los que hacen una correcta diferencia (en lo general) entre los dos conjuntos de números, por ejemplo, en la respuesta No. 12 se leé. “los números naturales son enteros y los números son fraccionarios”.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D. F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Los racionales representan a las fracciones y los naturales números enteros.	8
2	Incorrecta.	8
3	No contestaron.	4

Respuestas como la No. 20 que asienta la diferencia entre los dos conjuntos de números “en que los números racionales tienen raíz exacta y los naturales son infinitos”, constituyen la mitad de las respuestas dadas a la pregunta, respuestas incorrectas que junto con las abstenciones representan algo más de la mitad del grupo aquí cuestionado; ésto lo podemos interpretar como una inconsistencia respecto a la distinción de los distintos conjuntos de números, misma que puede ser una limitante para desarrollar de manera eficaz la enseñanza de nuestro sistema de numeración. No obstante hay respuestas como la No. 19 que dice: “los racionales son expresados fraccionariamente mientras que los naturales son enteros...” y que nos dan una idea de que por encima de que está planteada una diferencia (general), es una cuestión que requiere de mayor atención en el nivel normal.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Los naturales son enteros y los racionales fracciones.	7
2	Incorrectas.	4
3	No contestó.	1

Un poco más de la mitad de este grupo de cuestionadas consideran que la diferencia entre los números naturales y las racionales es que los primeros son Enteros y los segundos son fracciones. Otra clasificación, menos frecuente, contiene respuestas incorrectas desde mi punto de vista; por ejemplo, la respuesta 5 dice: “los naturales son del 0 al 9 y los racionales son infinitos”, la cual es parcialmente incorrecta.

4. Para ti ¿Qué son los números decimales?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Los que escriben después de un punto decimal.	5
2	Expresan fracción.	4
3	Números menores que la unidad.	4
4	No contestaron.	4
5	Incorrecta.	2

Entre las respuestas no podemos advertir una idea que prevalezca con un margen más o menos considerable en relación a las demás, se observa la existencia de tres ideas generales; una, la que expresaron con una mayoría mínima los alumnos, menciona que los números decimales son los que se escriben después del punto (decimal) en las cantidades que lo contienen. Otra idea es la que señala que estos números expresan una fracción (sin especificar nada más), por ejemplo: la respuesta No. 7 dice "...expresan una fracción como ½ = 0.5, pero se observa que se establece una relación de igualdad entre expresiones de la forma a/b y las que contienen punto decimal.

La tercer idea con la que nos encontramos considera que los números decimales son aquellos que son menores que la unidad.

Hay que agregar que entre los que no contestaron y los que lo hicieron de manera incorrecta se encuentran casi la tercera parte de los alumnos de esta normal encuestados.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D. F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son números que se escriben con punto decimal.	12
2	Son aquellos que representan fracciones.	4
3	Incorrecta.	3
4	No contestó.	1

Julia Centeno (centeno, 1997, 67) señala: "Fracción decimal es una fracción cuyo denominador es una potencia de 10. Número decimal es un número racional que posee al menos una escritura en forma de fracción decimal. Un número n es decimal si puede escribirse de la forma

$n = a/10^p$, siendo a y p números enteros. Según esto, un número entero positivo o negativo es también un número decimal; las ventajas de las fracciones decimales con respecto a las otras fracciones son las que se derivan de su densidad en la recta y de su escritura, como consecuencia esta última del sistema decimal".

Ahora bien, hago la referencia anterior para mostrar que los números decimales pueden representarse mediante el cociente de dos números enteros, donde el divisor sea un múltiplo de diez y que una vez realizada esta división su nueva expresión aritmética requiere de un punto decimal. Esta última forma es por la que, de acuerdo con las respuestas, un poco más de la mitad de este grupo de cuestionados identifica a los números decimales. Algunos expresan la idea de que estos números representan a las fracciones, y otros más, la quinta parte del grupo, carecen de una correcta noción al respecto.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son la parte de un entero.	5
2	Incorrectas.	3
3	Es otra forma de expresión de la fracción.	2
4	Son los que tienen punto decimal.	2

5. **Menciona dos características de los números decimales.**

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Se ubican a la derecha del punto decimal.	5
2	Llevan punto decimal.	4
3	No contestaron.	4
4	Permiten mayor exactitud.	3
5	Son prácticos e infinitos.	2

La respuesta con más frecuencia es la que plantea que una de las características de los números decimales es que se ubican o se escriben a la derecha del punto decimal, otras respuestas mencionan que se distinguen por llevar punto decimal de donde pude entenderse que la cantidad que contenga un punto decimal es en si un número decimal.

Hay otro tipo de respuestas que señalan características de tipo operativo como por ejemplo, que permiten mayor exactitud, que son prácticos e infinitos, de las cuales se puede decir que priva en ellas la idea de números con punto. Sin embargo, también hay quienes (la cuarta parte de de este grupo de cuestionadas) no expresan ninguna idea al respecto.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MEXICO, D.F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Se escriben después del punto decimal.	15
2	Tienen punto decimal.	3
3	No contestaron.	2

La mayoría de los cuestionados señalan que una de las características más importantes de los números decimales es que se escriben después del punto decimal; es decir, consideran que el número decimal está constituido por la cantidad o cifras que están colocadas a la derecha del punto; muy pocos conciben la idea de que un número decimal (no expresado en forma de cociente) abarca toda la expresión numérica que contenga explícitamente el punto decimal. Asimismo, hay quienes no aportan ninguna respuesta denotándose un vacío referencial.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Se escriben después del punto decimal.	6
2	Utilizan el punto decimal y pueden representar fracciones.	2
3	Incorrectas.	2
4	No contestaron.	2

6. ¿Qué relación hay entre las fracciones y los números decimales?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Es otra forma de representar la fracción	10
2	Expresan partes de un entero.	5
3	Incorrectas.	3
4	No contestó.	1

Como observamos en el cuadro, es común entre los alumnos cuestionados de esta Normal la idea de que la relación existente entre las fracciones y los números decimales es que éstos son una forma alternativa o distinta de representar a aquellas, como que se establece una relación de sinonismo numérico; es decir, la expresión de un número mediante formas diferentes. También algunos otros consideran que la relación entre los dos tipos de números estriba en que ambos representan partes de un entero.

Hubo quienes dieron respuestas alejadas un tanto de lo que pudiera tener cierta relación con la pregunta, y quien mejor prefirió no contestar.

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MEXICO, D.F.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Pueden representar la misma cantidad.	15
2	Ambas expresan una parte del entero.	4
3	No contestó.	1

La mayoría de estos alumnos señalan que la relación entre las fracciones y los números decimales es que tanto una como otra forma de expresión numérica pueden utilizarse para representar la misma cantidad; es decir, que son expresiones numéricas equivalentes.

Algunos restringen un poco esta misma idea al considerar que ambos tipos de números pueden expresar sólo una parte de un entero, pero no se dice si a misma parte, lo que se entiende es que en los dos casos se expresan cantidades menores a la unidad. Se dio asimismo una abstención en el hecho de dar alguna respuesta.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Representan en mismo valor.	7
2	Ambos tipos de números Representan partes de un entero.	3
3	Fracciones = reparto de cantidades y Número decimal = parte de un entero.	2

7. ¿Cuántos significados distintos pueden darse a una expresión fraccionaria como por ejemplo ¾?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Infinitos, por ej. 6/8, 12/!&, etc.	6
2	Sin relación.	6
3	No contestaron.	4
4	3 partes de 4, 3 de 4.	3

En esta pregunta, más de la mitad de los cuestionados no contestaron o lo hicieron mal, por ejemplo, la respuesta número 3 dice: "la cuarta parte de un entero" , argumento que denota una distancia considerable en relación a la pregunta. A este tipo de respuestas corresponden las que he clasificado "sin relación". Otro grupo de respuestas planteó como significados de una expresión fraccionaria como por ejemplo ¾, a todas las fracciones equivalentes que pudieran derivarse de dicha fracción; es decir, que para ellos los distintos significados de una fracción son la clase de equivalencias correspondiente a la misma.

Muy pocos fueron los estudiantes que pensaron la respuesta desde otra perspectiva de significados, la que considero está más cercana a los que se plantean revisar en la asignatura las matemática y su enseñanza` y que se cursa en el segundo y tercer semestre de la Educación Normal, así propusieron por ejemplo en la respuesta 5: "tres partes de cuatro, 3 de 4", donde hay implícitos al menos dos significados: el de parte – todo y el de razón.

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Varios, por ej: 6/8, 12/16, etc. O 0 .75	7
2	3 partes de un entero dividido en 4 partes.	2
3	Tomar 3 de 4, dividir 3 -4.	2
4	No contestó.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MEXICO, D.F.

¿Qué significados o relaciones puede derivarse de la expresión fraccionaria m/n?

N. P.	RESPUESTA	f
1	Incorrectas.	7
2	m dividido en n partes.	6
3	No contestaron.	5
4	m partes de n.	2

Con relación a esta pregunta, modificada un tanto en su estructura con relación a la que les fue planteada a las otras Normales para evitar las respuestas espontáneas que denotaban el establecimiento de equivalencias como respuestas, los alumnos normalistas mostraron ciertas limitantes pues más de la mitad de ellos no contestaron o lo hicieron equivocadamente, así por ejemplo, en la respuesta número 16 se lee: "¿Moneda Nacional?", desalentador me parece, aunque habrá que pensar si el lenguaje utilizado obstaculizó la comprensión del cuestionamiento.

Otras respuestas ya con cierta relación más coherente con la pregunta, plantearon que m/n puede entenderse como una cantidad "m que será dividida en n partes", por lo que podemos decir que subyace la idea de cociente. También otro grupo de respuestas manifestó entender que m/n significa "m partes de n" donde advertimos la idea de parte – todo.

8. ¿En que situaciones o contextos podemos hacer uso de las fracciones?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	En problemas de reparto.	9
2	En la vida cotidiana.	8
3	En problemas de medición.	1
4	No contestó.	1

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	En situaciones de reparto.	6
2	En la vida cotidiana.	4
3	En reparto, medición, división.	2

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MEX. D.F.

¿Qué tipos de situaciones pueden generar el uso de la expresión fraccionaria m/n)?

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	8
2	Situaciones de reparto.	5
3	Sin relación.	4
4	Operaciones matemáticas que la requieran.	1

9. **Si fueras a enseñar las fracciones en tercero y quinto grados ¿qué tipo de situaciones utilizarías para enseñarlas?**

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

EN 3º

N. P.	RESPUESTA	f
1	Las que impliquen manipulación de material concreto.	8
2	Las que estén relacionadas a su vida cotidiana.	6
3	Las impliquen actividades de repartición.	4
4	No contestó.	1

EN 5º

N. P.	RESPUESTA	f
1	Situaciones que más complicadas que impliquen el uso de las operaciones básicas.	8
2	Las relacionadas con su vida cotidiana.	5
3	Que impliquen el uso de material concreto.	4
4	No contestaron.	2

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

EN 3º

N. P.	RESPUESTA	f
1	Las que impliquen el uso de material concreto.	7
2	Explicado y con actividades de reparto.	3
3	Situaciones cotidianas.	2

EN 5º

N. P.	RESPUESTA	f
1	Planteando problemas cotidianos más complejos.	6
2	Planteando problemas que impliquen el uso de las operaciones de + y -, y los números decimales.	3
3	No contestaron.	3

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉX. D.F..

¿Cuáles son algunos de los aspectos comunes y cuales diferentes que considerarías para al enseñanza de las fracciones en terco y quinto grados?

	COMUNES	DISTINTAS	f
1	Uso de material concreto.	Situaciones que impliquen conocimientos de tipo de fracciones, operaciones y números decimales.	10
2	La representación de la fracción.	Grado de complejidad en los problemas que se planteen.	7
3	No contestaron.		2

10. ¿Cuántos números hay entre 0.0126 y 0.0127?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	7
2	Infinidad.	5
3	Una diezmilésima.	4
4	Mil.	2
	Ninguno.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Un diezmilésimo.	6
2	Ninguno.	4
3	No contestó.	3
4	Un número infinito.	2
5	Nueve diezmilésimas.	2
6	Uno.	3

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Ninguno.	2
2	Una diezmilésima.	2
	Uno.	2
3	Cuatro números.	2
4	Diez.	2
5	No contestaron.	2

11. Si José gastó 1/3 de sus ahorros, ¿Es posible que haya gastado más que Juan que ocupó ½ de la cantidad que tenía ahorrada? ¿Por qué?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No porque 1/3 es menor que ½.	7
2	Sí, porque depende de la cantidad ahorrada por cada uno.	5
3	No contestaron.	3
4	No si tienen la misma cantidad.	2
5	No, los dos gastaron lo mismo.	2

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, porque no sabemos cuanto ahorró cada uno.	11
2	No, porque 1/3 es menor que ½.	8
3	No contestaron.	1

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No, porque 1/3 es menor que ½.	10
2	?, depende de la cantidad ahorrada por cada uno.	1
3	No contestó.	1

12. ¿Cuál es la fracción mayor: 1/3, 27/81 o 4/12?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	1/3	11
2	son equivalentes.	6
3	4/6	1
4	No contestó.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son equivalentes.	10
2	1/3.	7
3	4/12.	1
4	27/81.	1
5	No contestó.	1

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Son equivalentes.	6
2	1/3.	3
3	4/12	2
4	No contestó.	1

13. Utilizando los números naturales ¿Cómo se expresaría 4 3/15 en términos de millares?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	10
2	Incorrecto.	5
3	1.2 millones o 1,200,00	4

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	9
2	Incorrecto.	8
3	4.2 millares.	3

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestaron.	6
2	Incorrecto.	6

14. ¿Qué fracción de la figura está sombreada?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	1/48	17
2	No contestaron.	2

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	1/48	20

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	1/48	12

15. ¿Crees que los alumnos deben aprender las fracciones en la escuela primaria?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, porque se utilizan en la vida diaria.	17
2	Sí, porque es una herramienta científica.	2
3	Sí, porque es conocer otra forma de representar números.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, porque se utilizan en vida diaria.	12
2	Sí, porque es un conocimiento general, básico e importante.	6
3	No, porque no se utilizan.	1
4	No, porque son diferentes, deberían pasarse a la sec.	1

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, porque se utilizan en la vida cotidiana.	9
2	Sí, porque son una base de reparto continuamente utilizadas.	3

16. Como alumno, ¿Tuviste dificultades para aprender las fracciones? ¿Cuáles?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, por la forma mecanicista de enseñanza.	6
2	Sí, por la complicado que resulta comprender el concepto.	6
3	No.	5
4	Sí, las operaciones de + y -.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, por la forma mecanicista de enseñanza.	9
2	Sí, las operaciones, equivalentes, tipos y comparaciones.	9

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Sí, las operaciones, equivalentes, tipos y comparaciones.	6
2	Sí, por la forma mecanicista de enseñanza.	3
3	No.	3

17. En tus prácticas, ¿Ya has tenido que enseñar algún tema relacionado con las fracciones? ¿Qué tema específicamente?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No.	9
2	Sí, fracciones comunes en situaciones de reparto.	3
3	Sí, fracciones equivalentes.	3
4	Sí, Adición de fracciones.	3

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	No.	7
2	Sí, adición y sustitución de fracciones.	4
3	Sí, fracciones equivalentes.	4
4	Sí, tipos de fracciones.	3
5	Sí, fracciones comunes en situaciones de reparto.	2

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No.	3
2	Sí, en situaciones de reparto.	3
3	Sí, adición y sustracción.	2
4	Sí, equivalencias.	2
5	Sí, ubicación en la recta numérica.	2

18. ¿Cuáles fueron los principales problemas que tuviste para enseñar ese tema de fracciones?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	No contestó.	9
2	Cómo explicarlas y enseñar sus numerosos aspectos.	6
3	Ninguno.	3
4	La aversión hacía las matemáticas.	1

- Atribuyen a los niños las dificultades para entenderlas, para dominar las operaciones básica, para conceptualizarlas, representarlas, diferenciarlas. 50%.
- Consideran que ellos son el origen de las dificultades, reconocen que no cuesta conocerlas mejor...

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Cómo explicarlos y enseñar sus diferentes aspectos.	9
2	No contestó.	5
3	Ninguno.	4
4	Los referentes de los alumnos.	2

- Atribuyen a los niños las dificultades para entenderlas, para dominar las operaciones básica, para conceptualizarlas, representarlas, diferenciarlas. 50%.
- Consideran que ellos son el origen de las dificultades, reconocen que no cuesta conocerlas mejor...

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Cómo explicarlas y enseñar sus numerosos aspectos.	5
2	No contestó.	4
3	Los referentes de los alumnos.	3

- Atribuyen a los niños las dificultades para entenderlas, para dominar las operaciones básica, para conceptualizarlas, representarlas, diferenciarlas. 50%.
- Consideran que ellos son el origen de las dificultades, reconocen que no cuesta conocerlas mejor...

19. ¿Qué temas específicos de las fracciones crees que debe contener un examen para evaluar ese tema de la educación primaria?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Los que involucren situaciones cotidianas.	8
2	No. contestó.	4
3	Problemas de división y reparto de enteros.	6*
4	Conocimiento y aplicación de las operaciones básicas con fracciones.	4*
5	Las distintas representaciones de la fracción.	3*
6	Equivalencia de fracciones.	3*
7	Problemas de medición con fracciones.	2*
8	Las diferentes interpretaciones.	1*

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	f
1	Conocimiento y aplicación de las operaciones básicas con fracciones.	8*
2	La clasificación de fracciones.	5*
3	Equivalencia de fracciones.	5*
4	Conversión de fracciones.	4*
5	Representación de fracciones.	4*
6	Su definición y partes.	3*
7	Problemas de reparto que impliquen el uso de fracciones.	3*
8	Ubicación en la recta numérica.	
9	No contestó.	5

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	f
1	Conocimiento y aplicación de las operaciones básicas con fracciones.	4*
2	Representación de fracciones.	4*
3	Equivalencias de fracciones.	3*
4	Problemas de reparto que impliquen el uso de fracciones.	3*
5	La clasificación de fracciones.	2*
6	Ubicación en la recta numérica.	2*
7	No contestó.	

* Frecuencia que responde las veces propuesta por los alumnos que aportaron sugerencias de temas específicos.

20. ¿Cuándo dirías que un niño que termina la primaria ha tenido cabalmente las fracciones?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	F
1	Cuando las comprende y las apliquen en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	7
2	Cuando es capaz de definirla, identificarla y realizar con ella operaciones.	6
3	No se terminan de aprender.	3
4	No contestó.	3

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	F
1	Cuando las comprende y las aplica en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	12
2	Cuando es capaz de definirla, identificarla y realizar con ella operaciones.	5
3	No contestó.	2
4	No se terminan de aprender	1

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	F
1	Cuando las comprende y las aplica en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	12

21. Para ti, ¿Qué significa aprender matemáticas?

NORMAL PRIVADA DE TLATLAUQUITEPEC, PUE.

N. P.	RESPUESTA	F
1	Adquirir herramientas para resolver problemas de la cotidianidad.	6
2	Desarrollar el razonamiento (habilidades intelectuales).	5
3	Aprender procesos numéricos.	4
4	No contestó.	3
5	Aprender a hacer matemáticas.	1

ESCUELA NACIONAL DE MAESTROS, MÉXICO, D.F..

N. P.	RESPUESTA	F
1	Desarrollar habilidades mentales para resolver problemas de la cotidianidad.	8
2	Apropiarse de contenidos y de un lenguaje numérico para que se utilicen en la vida cotidiana.	7
3	Saber algo importante.	3
4	Comprender mejor la cotidianidad.	2

NORMAL RURAL DE TETELES, PUE.

N. P.	RESPUESTA	F
1	Aprender a utilizar conocimientos y distintas operaciones al resolver problemas.	8
2	Desarrollar habilidades y entender a las matemáticas como una herramienta para resolver problemas.	4