UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

INTERVENCIÓN SOBRE PROBLEMAS DE FRACCIONES A DOS GRUPOS DE SEXTO AÑO DE PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

P R E S E N T A N:

CLAUDIA ITZEL AGUILERA CAMACHO

ADRIANA VANESSA MORONES OLIVARES

ASESOR DE TESIS: CUAUHTÉMOC G. PÉREZ LÓPEZ

MÉXICO, D.F. 2005

AGRADECIMIENTOS

A Dios: Por estar siempre a mi lado.

A mi Madre: Por darme fuerza para seguir adelante.

A mi Hermana: Por todo tu apoyo.

A mi Esposo: Sin tu ayuda no hubiera sido posible.

A mi Asesor: Siempre te estaré agradecida.

A mis hijos: Por su paciencia, aliento y amor. Stephanie y Rodrigo, mis logros son por y para ustedes.

Vanessa Morones

A Dios, por ser mi guía y compañero en el andar de mi vida.

A mi mamá y mi abuelita, por darme fuerza, su amor, y tenerme confianza.

A mi hermana, por su apoyo incondicional.

A mi asesor, por la ayuda y consejos brindados para realizar este trabajo.

A ti Enrique, porque has estado a mi lado en todo momento y por tu amor.

Claudia Itzel Aguilera Camacho

ÍNDICE

RESUMEN

El presente trabajo tuvo como objetivo diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención a dos grupos de sexto grado de primaria dirigido a generar estrategias para solucionar problemas de adición y sustracción de fracciones. Se realizó un diseño cuasiexperimental de evaluación inicial-evaluación final en contenidos de adición y sustracción de fracciones a dos grupos. Los resultados de la evaluación inicial constataron las dificultades presentadas por los alumnos en los contenidos; representación en la recta numérica, equivalencias, reparto y adición y sustracción de fracciones en contextos de medida, peso y capacidad, así como en la comprensión de los problemas que los incluían. Por tal motivo la intervención tomó en cuenta estos contenidos a través de diferentes actividades, las cuales se realizaron a lo largo de diez sesiones con una duración de una hora y media y tuvieron como objetivo que los alumnos desarrollaran y consolidaran las habilidades en la adquisición del procedimiento de adición y sustracción de números fraccionarios en diferentes contextos. A partir de dicha intervención los resultados obtenidos fueron significativos para el grupo B en la evaluación final, ya que superó el resultado obtenido en la evaluación inicial, de igual forma, el grupo A logró superar los resultados obtenidos en la evaluación inicial, aunque de acuerdo con la prueba estadística aplicada esta diferencia no fue significativa. Se concluyó que la enseñanza recíproca y el aprendizaje cooperativo ayudan a los alumnos a construir y consolidar los conocimientos sobre fracciones.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia de la humanidad, el saber matemáticas ha sido considerado parte indispensable de lo que todo ser humano debe saber, para resolver problemas de la vida cotidiana. Lo anterior a pesar de que durante mucho tiempo se limitaba su conocimiento a grupos privilegiados, como son los sacerdotes o los gobernantes. Por esta razón es indispensable que exista cierta familiaridad entre las matemáticas y las personas con el fin de emplearlas en diferentes ámbitos de su vida.

Desafortunadamente en los últimos años la enseñanza de las matemáticas ha degenerado en la resolución de problemas y ejercicios que más que servir para desarrollar una comprensión real de los mismos, tienden a la abstracción y especialización excesiva de algoritmos. Por lo que resulta difícil que los alumnos les atribuyan algún significado.

Por tanto, resulta de vital importancia utilizar técnicas de enseñanza que resulten atractivas y motivadoras para los alumnos, pues de este modo, se podrá lograr que éstos se apropien de los conocimientos necesarios que puedan servirles para desarrollarse óptimamente tanto en su vida cotidiana como escolar.

Uno de los contenidos elementales que es conveniente dominen los alumnos para desenvolverse satisfactoriamente en todos los ámbitos de su vida son las fracciones, ya que éstas son una expresión de números racionales los cuales se expresan de forma numérica a/b y, por tanto deben saberlas interpretar y manejar con el fin de comprender principios más complejos como relaciones de orden, equivalencias y las mismas operaciones de fracciones.

Así mismo, en el presente trabajo se plantea como objetivo diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención a dos grupos de sexto grado de primaria que contribuya a la generación de estrategias para la resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones.

En la primera parte del trabajo se presenta una revisión teórica, la cual inicia con algunas aportaciones de la teoría cognitiva, particularmente el constructivismo, mismo que se retomó al momento de elaborar y desarrollar la intervención. De igual modo se revisó la teoría sociocultural en donde se desarrollan temas como procesos de internalización, la zona de desarrollo próximo, andamiaje, ambientes educativos y la construcción del conocimiento en la escuela.

El eje principal en el cual descansa la intervención es el aprendizaje cooperativo, donde se explican los fundamentos, las características del aprendizaje cooperativo, el papel del alumno, las técnicas, condiciones y las estrategias para llevarlo al salón de clases.

Cada una de las técnicas de aprendizaje expuestas se retoman y se ponen en práctica tomando en cuenta el enfoque de la SEP del Plan y Programas de 1993 para realizar la intervención.

Lo siguiente es un panorama general sobre lo satisfactorio que pueden llegar a ser las matemáticas y sobre las diversas actitudes que adoptan tanto alumnos como profesores frente a dicha materia, lo anterior debido a que se consideran factores que contribuyen al fracaso escolar en matemáticas.

Posteriormente se plantean diferentes causas por las cuales los alumnos pueden presentar dificultades en matemáticas, éstas pueden ser biológicas o psicológicas y es dentro de estas últimas que se plantea el punto de vista de diferentes autores particularmente dentro del enfoque cognitivo.

Dentro del mismo apartado se expone la importancia de conocer los procesos cognitivos que se ponen en acción al momento de aprender matemáticas como son la memoria, la atención, etc., así como la importancia de tomar en cuenta los errores que cometen los alumnos dentro de este proceso pues éstos son sumamente valiosos para conocer el nivel de aprendizaje en el que se encuentran los alumnos y así tomarlo como punto de partida para iniciar una secuencia de aprendizaje.

En esta parte del trabajo se hace alusión al contenido de fracciones, a sus diferentes interpretaciones, a las principales dificultades en su enseñanza y aprendizaje y algunas propuestas que hacen diferentes autores sobre su enseñanza.

Se realizó una evaluación inicial y dos evaluaciones finales con el fin de conocer los alcances de la intervención. Del mismo modo, se describe el programa de intervención el cual constó de diez sesiones y, por último el procedimiento utilizado tanto para la aplicación de las evaluaciones como el del programa de intervención.

Enseguida de la metodología, se analizan los resultados de la evaluación inicial y evaluación final paralela mediante la prueba estadística “t” de student para muestras relacionadas; lo anterior con el fin de saber si la intervención llevada a cabo, fue promotora de aprendizaje significativo en ambos grupos. Posteriormente se realizó una segunda evaluación final para evaluar los contenidos revisados en la intervención, para saber si se había logrado una comprensión del concepto de fracción y sus usos en los diferentes contextos, así como en la resolución de los ejercicios de reparto y equivalencias.

La última parte de este trabajo se refiere al apartado de conclusiones, en donde se enfatiza en los factores y situaciones que fueron determinantes en los avances y en la consolidación de los conocimientos que son fundamentales para el aprendizaje del contenido de fracciones. De igual manera se plasma los beneficios de contar con la participación activa de los alumnos en la enseñanza de las fracciones, la manera de impartir los contenidos y las situaciones que se desarrollaron en el aula.

Finalmente se presentan las limitaciones y sugerencias del trabajo, en donde se describen las situaciones que no se pudieron resolver a causa de diversos factores.

1. TEORÍA COGNITIVA

Desde la perspectiva de la Psicología Cognitiva, el ser humano posee la capacidad de recoger información del medio, procesarla y a partir de ella tomar decisiones en función de la situación.

El sujeto construye su conocimiento a partir de los esquemas o representaciones mentales que ha adquirido a través de las experiencias pasadas con objetos, situaciones, acciones, secuencias y conceptos, que provienen del medio que lo rodea. Dichos esquemas le permiten utilizar el conocimiento adquirido e interpretar nuevos datos, percepciones, conceptos y hechos. (Sierra y Carretero, 1999).

De esta teoría se desprende el constructivismo que sostiene que el aprendizaje es un proceso dinámico, activo donde la información recibida se encuentra en constante construcción, y paulatinamente se hace más compleja. El constructivismo refiere que el aprendiz debe crear su conocimiento tomando los conocimientos previos como base para la atribución de significados y, de esta forma, el aprendizaje se almacenará en la memoria (Barrio, 2000).

Por lo tanto, el constructivismo se considera como antecedente del aprendizaje cooperativo por la interacción social y la construcción de conocimiento; éstos dos principios impulsados fundamentalmente por Piaget y Vygotsky (citados por García, Traver y Candela, 2001).

Ferreiro y Calderón (2001) refieren que el aprendizaje cooperativo, es el proceso de aprender en grupo, en conjunto, pero antes de llevar a cabo dicho aprendizaje, es necesario que el alumno se apropie del conocimiento, desarrolle habilidades, actitudes y valores. La meta del aprendizaje cooperativo es conseguir que los miembros del grupo logren construir su conocimiento por medio de la ayuda de los otros.

A partir de investigaciones realizadas por Palincsar y Brown (citados por Coll y Colomina, 1999) referentes al aprendizaje cooperativo, realizaron una propuesta instruccional titulada enseñanza recíproca, la cual tiene como propósito proveer determinadas técnicas de enseñanza como preguntar, predecir, resumir y clarificar dirigidas al entendimiento de una tarea en particular. Dichas técnicas se aplican al trabajo en grupo y facilitan el surgimiento de procesos socioculturales y psicológicos como son la Zona de Desarrollo Próximo y andamiaje, ambos conceptos provenientes de la teoría sociocultural.

Debido a la importancia que dichos conceptos cobran en el desarrollo del presente trabajo se definirán con mayor amplitud a continuación.

1.1. Constructivismo

El origen del constructivismo se encuentra en la teoría psicología evolutiva de Piaget, en la sociológica de Vygotsky, en el aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Reigeluth y por último en las teorías de procedimiento informativo de Norman y Mayer (Barrio, 2000).

El aprendizaje, según el constructivismo, es un proceso que lleva una secuencia de lo simple a lo complejo, de lo general a lo particular, en donde los conocimientos nuevos se integran en los conocimientos ya adquiridos. Ésta será la secuencia que se tomará en cuenta para la presentación de los contenidos durante la intervención.

El aprendizaje es una guía sobre los conceptos y la comprensión de lo que se aprenderá, cuando el alumno aprende algo nuevo, debe llevar a cabo una reorganización en sus estructuras cognitivas para darle un sentido (Barrio, 2000).

Según García et al (2001), las dos piedras angulares del constructivismo son: 1) “unidad de meta” la cual incluye a todos los participantes y 2) “colaboración” entre éstos para alcanzar las metas, en ambas se entiende a la interacción como fuente de aprendizaje. Ambos conceptos serán fundamentales para el desarrollo de la intervención ya que se incluirán grupos cooperativos en los que se alcanzará la meta planteada sólo si existe colaboración de todos los miembros del equipo.

Glatthorn (1997) refiere que los cognoscitivistas han identificado en relación con el aprendizaje, diferentes tipos de conocimientos, en donde se menciona el conocimiento declarativo (qué se sabe), en este caso, dicho conocimiento se verá reflejado en la evaluación inicial. El conocimiento procedimental (el saber cómo hacer), el cual se registrará a través de la observación y la resolución de ejercicios, conocimiento contextual (saber cuando utilizarlo), en éste caso se busca que el conocimiento aprendido se traslade del aula a la vida cotidiana de modo que el alumnos identifique correctamente la situación donde pueda ser útil, conocimiento estratégico (uso de estrategias), el objetivo principal del presente trabajo es el que los alumnos aprendan estrategias que puedan ser útiles para desenvolverse tanto en el aula como en la vida cotidiana para que de este modo los alumnos regulen su conocimiento e identifiquen sus deficiencias, conocimientos previos (con lo que el alumno cuenta) será fundamental estar al tanto de los conocimientos que los alumnos poseen, tanto en resolución de problemas como en fracciones para llevar a cabo la intervención.

Por su parte Coll et al (1999) definen los conocimientos previos como los conocimientos que el alumno posee y, a partir de los cuales es capaz de aprender, el aprendizaje dependerá de dos situaciones principalmente: 1) de su nivel de competencia cognitiva y 2) de los conocimientos previos que posee y que ha construido a través de sus diferentes experiencias previas. Estos esquemas o conocimientos previos, determinan los efectos de la enseñanza, los revisa y enriquece. Así pues, construir nuevos significados implica modificar los esquemas iniciales.

2. APORTACIONES DE LA TEORÍA SOCIOCULTURAL

El enfoque sociocultural se caracteriza por que destaca al individuo desde el ámbito social, y establece una relación entre los procesos socioculturales y los psicológicos, enfatiza la comunicación y la actividad que da paso a la internalización y, por último, la correspondencia entre lo cognitivo y lo afectivo (Ferreiro et al, 2001). Dentro de la intervención que plantea la interacción como parte importante para que los alumnos accedan al aprendizaje

2.1. Proceso de internalización

Vygotsky (citado por Wertsch, 1988) refiere que la internalización se realiza por medio de las funciones psicológicas superiores donde están inmersos aspectos sociales y culturales. Durante el proceso de internalización se transforman los fenómenos sociales en psicológicos.

Según Wertsch, (1988) en el proceso de internalización se ven inmiscuidos varios factores, entre ellos la actitud del sujeto al enfrentarse con el objeto de conocimiento, en el presente trabajo se buscará un clima de respeto mutuo tanto en la relación maestro–alumno como en la relación alumno-alumno, con la finalidad de que la actitud de los sujetos frente a la tarea sea positiva y con iniciativa, otro de los factores que el autor menciona es la utilización de situaciones de aprendizaje grupal y cooperativo donde se presente la interacción, lo anterior será tomado en cuenta a través de la participación conjunta de los equipos en la resolución de actividades para que por medio de la interacción, la comunicación y la intersubjetividad, se consiga la meta planteada en cada actividad.

El autor menciona por último el favorecimiento de la mediación como otro factor para la internalización, la cual estará a cargo de las aplicadoras quienes identificarán el nivel real de los alumnos procurando alcanzar el nivel potencial durante las actividades.

Por otra parte, Coll y Solé (1999) mencionan dos postulados relacionados con la internalización.

1. Primer postulado. Ley de la doble formación de procesos psicológicos superiores. En el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces, la primera entre personas o interpsicológica y después se da en el interior del sujeto o intrapsicológica, lo cual implica una verdadera reconstrucción.

2. Segundo postulado. Educación como fuente de desarrollo. El desarrollo cultural del niño se origina en lo social en un doble sentido.

    - Las funciones psicológicas superiores son construcciones sociales.

    - La reconstrucción individual y su interiorización se llevan a cabo a partir de las interacciones del niño con adultos u otros agentes.

2.2. Zona de Desarrollo Próximo

Será a través de las tareas que se dará lugar a la formación de Zona de Desarrollo Próximo, con lo anterior se busca que los alumnos por medio de la interacción y el uso de estrategias superen el nivel de desarrollo real, ubiquen su desarrollo potencial y transcurran hacia él a través de la Zona de Desarrollo Próximo con el andamiaje de sus compañeros y de las aplicadoras.

Se denomina Zona de Desarrollo Próximo al espacio entre el desarrollo real del niño, determinado por la resolución de un problema sin ayuda, y el desarrollo potencial que lo determina la resolución de un problema con el apoyo de un adulto o una persona experta (Wertsch, 1988).

Vygotsky (citado por Ferreiro et al, 2001) define dos tipos de desarrollo; el desarrollo alcanzado, cuando el alumno realiza sólo la tarea y que indica el nivel en que se encuentra y el desarrollo potencial que representa lo que el alumno no puede realizar sólo, pero lo realiza con ayuda de un experto y denota su nivel potencial. A la distancia entre el nivel actual y el potencial o próximo Vygotsky lo determinó Zona de Desarrollo Próximo.

Por su parte Lacasa (1997) define a la Zona de Desarrollo Próximo como la distancia entre el nivel de desarrollo actual, el cual se determina por medio de la resolución independiente de un problema, y el nivel de desarrollo potencial que se determina por la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o un compañero más capaz.

Para Vygotsky (citado por Álvarez y Del Rio, 1999) el desarrollo sigue al aprendizaje; por lo tanto, la instrucción escolar es buena sólo cuando va por delante del desarrollo, cuando despierta las funciones del proceso de maduración o cuando se ubica en la ZDP; desde esta perspectiva la instrucción cobra gran importancia para el desarrollo del individuo. Según este autor, dos procesos de mediación permiten que el niño opere y aprenda: la mediación social y la mediación instrumental.

Vygotsky (citado por Coll et al, 1999) sitúa la actividad instructiva del alumno en medio de las relaciones sociales e interpersonales. El desarrollo de los seres humanos es producto del aprendizaje, de la educación y de las interacciones entre el sujeto que aprende y los agentes mediadores de la cultura.

2.3. Andamiaje

El andamiaje se da a través de la interacción de un niño con un adulto o con un niño más capaz durante la resolución de tareas, de este modo se ayuda a la creación de Zonas de Desarrollo Próximo. Dicha interacción debe ser contingente para colaborar a que el proceso de interiorización sea fluido y sin rupturas (Coll et al, 1999).

Para Bruner (citado por Coll, et al, 1999) el andamio es la ayuda que los agentes educativos deben prestar al aprendiz, los cuales se retirarán en la medida que el alumno progrese de nivel y adquiera mayor autonomía y control sobre su aprendizaje.

Para Vygotsky (citado por Lacasa, 1997) el progreso en el aprendizaje de los alumnos es inseparable de la dirección de los adultos o de compañeros más capaces. El aprendizaje humano es de naturaleza específicamente social.

3. APRENDIZAJE COOPERATIVO

3.1. Fundamentos

Tiene como antecedentes a Ferrer y Guardia y a Freinet. Los primeros fundaron la escuela moderna que se caracterizaba por ausencia de competición, solidaridad y apoyo mutuo. El segundo pugnó por la cooperación entre maestros, entre alumnos y maestros y entre alumnos y alumnos. Desde entonces se veía a la pedagogía como una ayuda al proceso de formación del niño, para crear técnicas y desarrollar la totalidad del sujeto, para separar el intelectualismo y valorar más el juego trabajo (García et al, 2001).

Deutsch (citado por García et al, 2001) creó la situación social cooperativa que se caracteriza por poner metas comunes a un grupo de individuos separados en donde exista una correlación positiva entre las consecuciones y el logro de objetivos. Un alumno alcanza sus metas solo sí, los demás trabajan cooperativamente y alcanzan también las suyas, de esta manera se fomenta la cooperación.

Ferreiro et al, (2001) refieren que el aprendizaje cooperativo, es el proceso de aprender en grupo, en conjunto, pero antes de llevar a cabo dicho aprendizaje, es necesario que el alumno se apropie del conocimiento, desarrolle habilidades, actitudes y valores. La meta del aprendizaje cooperativo es conseguir que los miembros del grupo logren construir su conocimiento por medio de la ayuda de los otros.

Por otra parte el aprendizaje cooperativo, consiste en enfrentar una problemática de forma cooperativa, relacionarse e interactuar con dos o mas personas, retomar el contenido de manera activa, responsabilizarse del propio aprendizaje y el de los demás, entender que todos son líderes y aprender a desarrollar los conocimientos, habilidades, actitudes y valores en equipo. El conocimiento se construye de manera social y de esta forma se logra mayor calidad en la educación y en el desarrollo de habilidades de modo individual y grupal (Ferreiro et al, 2001).

Johnson y Johnson (citados por García et al, 2001) proponen que en las situaciones escolares, las relaciones entre compañeros se estructuren de manera que favorezcan la interdependencia positiva entre ellos. Según los autores esto se logra a través del aprendizaje cooperativo pues por medio de éste, se realizan los aprendizajes desde la interacción social, de modo que los alumnos encuentren sus objetivos vinculados, ya que si se cumplen los propios se cumplirán el de los demás. De esta manera todos los miembros del grupo cooperativo se interesarán en el máximo aprendizaje de todos sus miembros.

3.2. Características del aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo se caracteriza por ser: ordenado, global, flexible, por respetar los roles, es decir, al que enseña y al que aprende y da apertura a la creación (Ferreiro et al, 2001).

Se conforma por pequeños grupos que intercambian información, enfocando sus actividades al entendimiento y aprendizaje de todos, siempre en colaboración. Los grupos deberán ser amplios y heterogéneos, con métodos de enseñanza estructurados, en donde los estudiantes trabajan en grupos ayudándose básicamente en tareas académicas (García et al, 2001).

Otra característica del aprendizaje cooperativo es el conflicto cognitivo, Palacios (1996), menciona que el aprendizaje es un proceso que sirve para resolver los conflictos cognoscitivos. Para construir la comprensión es necesario interactuar con el objeto o idea.

La construcción del conocimiento se realiza a través de la tarea que desarrolla el profesor y el alumno en el proceso de aprendizaje.

Wiel (2001) refiere que el conflicto cognitivo engloba lo interno y lo social externo; el conflicto interno se ocasiona cuando nos enfrentamos a conceptos erróneos, los cuales debemos confrontar con lo que ya hemos comprobado; el conflicto social externo se presenta cuando el alumno se enfrenta con las opiniones de los demás en relación con el conocimiento.

Para que exista un progreso intelectual en los alumnos, es determinante la confrontación entre puntos de vista moderadamente divergentes. Se le llama conflicto cognitivo a los diferentes puntos de vista de una situación, lo cual moviliza las reestructuraciones cognitivas y el progreso intelectual. De esta manera se promueve la controversia que se caracteriza por la voluntad de superar las discrepancias, lo cual tiene como consecuencia un efecto positivo en la socialización, el desarrollo intelectual y el aprendizaje escolar. La posibilidad de controversia es mayor en grupos heterogéneos y la promueven los factores que se mencionan a continuación.

1. La relevancia de la información disponible.

2. La motivación y competencia entre los participantes.

3. La falta de información.

4. La capacidad de relativizar el propio punto de vista (Coll et al, 1999).

Durante la intervención se tomarán en cuenta las características enunciadas anteriormente, se pretende que los equipos sean heterogéneos, es decir que posean diferentes niveles cognitivos en relación con el contenido que se revisará, que tengan la misma responsabilidad para propiciar puntos de vista divergentes que desencadenen conflictos sociocognitivos pero, de manera ordenada y flexible, respetando los puntos de vista de los compañeros, todo lo anterior con la finalidad que todos participen y aprendan.

3.3. Papel del alumno

Se retomará lo que García et al, 2001 sugieren en cuanto al papel del alumno pues consideran que éste tiene como principal responsabilidad ayudar a aprender a los demás, hacer uso de diferentes papeles a desempeñar, por ejemplo de supervisor, de encargado de la comprensión de todos, de abogado del diablo, motivador, responsable de los materiales, observador de comportamientos, secretario de tomar notas y presentar conclusiones a la clase.

El alumno aprende diferentes contenidos mediante la asimilación, apropiación y atribución de significados, esto implicará que los alumnos realicen una tarea constructiva que estará inmersa en actividades sociales y colectivas, de esta forma se superará el plano de lo individual. Así mismo, la labor del profesor se considera decisiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje pues tiene la capacidad de incidir en dichas actividades constructivas y, de promover y orientar a los alumnos en la asimilación de los contenidos (Coll et al., 1999).

3.4. Técnicas de aprendizaje cooperativo

En los grupos cooperativos se da una interdependencia positiva entre los miembros, estructuración de los objetivos y finalidades de modo que cada alumno se interesa tanto en el rendimiento de los demás como en el propio. Existe una responsabilidad individual, donde cada alumno recibe retroalimentación de los demás y del grupo en general en función de su progreso. Cada alumno se ubica en diferente nivel de desarrollo. Se promueve el liderazgo compartido donde cada miembro es especialista en su papel y por tanto es líder de su área. (García et al, 2001).

Las técnicas, estrategias y habilidades a desarrollar son enseñadas por el profesor; y por último la mayor parte del trabajo cooperativo se hace en el aula bajo la supervisión continua del profesor con el fin de conocer el proceso del trabajo realizado.

Según García et al, (2001), las condiciones básicas del trabajo en grupos cooperativos son:

1. Tarea y reconocimiento grupal. Reforzamiento social, interdependencia positiva entre los miembros del grupo.

Durante la intervención se reconocerá y valorará la tarea grupalmente y, para la evaluación el principal criterio será la interdependencia positiva entre los miembros del grupo.

2. Heterogeneidad en los grupos e intersubjetividad en la construcción conjunta de los conocimientos.

La heterogeneidad de los equipos con quienes se trabajará, creará las condiciones necesarias para que aparezca el conflicto sociocognitivo. Se procurará la mayor heterogeneidad entre los miembros de cada equipo con la finalidad de buscar la mayor confrontación, la aparición de conflicto y mayor participación del grupo en la resolución de éste.

Para García et al, (2001) existen tres razones para que se origine el conflicto sociocognitivo a través de la heterogeneidad pues ésta es una fuente de progreso.

1. El alumno toma conciencia de que existen respuestas diferentes a la propia.

2. Los otros proporcionan información para la creación de un nuevo instrumento cognitivo y de ésta manera se de el progreso.

3. El conflicto sociocognitivo aumenta la probabilidad de que el alumno se active cognitivamente.

Según García et al, (2001) para lograr lo anterior debe haber intersubjetividad, ésta es la comprensión compartida de un tema por personas que trabajan juntas con distintos puntos de vista.

3.5. Preparación de las clases con estrategias cooperativas

Para iniciar las clases cooperativas se retomará lo que menciona García et al, 2001: tomar siempre decisiones antes de dar instrucciones, formular objetivos, decidir el tamaño de los equipos, seleccionar el método de agrupación de estudiantes, decidir los papeles de los miembros de cada equipo, preparar y organizar los materiales de trabajo en el aula, explicar la actividad en cada sesión, dejar bien claros los criterios de evaluación y los comportamientos que se esperan por parte de los alumnos, supervisar e intervenir para mejorar el trabajo, lograr una mejor comprensión de los contenidos de aprendizaje y, evaluar de forma cualitativa (escribiendo observaciones y sacando conclusiones al final de cada sesión) como cuantitativamente (supervisando los ejercicios durante la sesión para su correcta resolución, así como calificando los ejercicios al final de cada sesión).

4. INTERACCIÓN ENTRE LOS ALUMNOS Y APRENDIZAJE ESCOLAR

Para obtener un verdadero aprendizaje no es suficiente con dejar que los alumnos interactúen libremente, según Coll et al (1999), se debe enfatizar en la calidad del mismo, para esto puede ser útil promover la interdependencia a fin de asegurar la realización de actividades en el aula. Los autores mencionan que actualmente existen tres tipos de estructuras para organizar las tareas en el aula.

1. Estructura cooperativa. Se caracteriza por tener los objetivos vinculados entre los participantes, si cada uno los alcanza, los demás lo harán. En este caso, la recompensa es directamente proporcional a la calidad de trabajo en conjunto. Entre los autores que se interesan por las relaciones positivas que parten de la simpatía y el respeto son Johnson y Johnson (citados por García et al, 2001).

2. Estructura competitiva. En este caso es sólo un miembro el que recibe la recompensa máxima y los demás reciben recompensas menores.

3. Estructura individualista. El trabajo y la recompensa es totalmente independiente del trabajo de los otros.

La naturaleza de la interacción la determina la forma en cómo el profesor estructura y organiza las actividades de aprendizaje, para esto según Deustch (citado por García et al, 2001) existen tres formas de interacción:

1. Interacción competitiva. Los alumnos compiten entre sí para ver quién es el mejor.

2. Interacción individualista. Los alumnos trabajan de forma individual para conseguir sus propósitos sin interesarse por los demás.

3. Interacción cooperativa. Los alumnos trabajan cooperativamente entre sí, se interesan tanto por el trabajo propio como por el de los demás.

Se busca promover la interdependencia dentro del aula a través de un aprendizaje cooperativo pues será la estructura que se ha elegido para el desarrollo de las sesiones aunque no se descarta que dentro de ésta pueda darse otro tipo de interacciones como pueden ser las relaciones tutoriales o la colaboración entre iguales, a continuación se explican estos tres enfoques de interacción.

1. Relaciones tutoriales. Un experto instruye a un novato en una relación desigual, aunque menos desigual que la de profesor con un alumno. Este tipo de relaciones son bajas en igualdad y mutualidad, en donde la primera es el grado de simetría de los roles desempeñados por cada participante y la segunda es el grado de conexión, profundidad y bidireccionalidad de las transacciones comunicativas.

2. Aprendizaje cooperativo. Posee un alto grado de igualdad y posee mutualidad variable, pues se da en función de la competición y distribución de responsabilidades de la estructura de la recompensa intrínseca o extrínseca.

3. Colaboración entre iguales. Los alumnos son todos novatos, es decir, poseen el mismo nivel de habilidad y competencia. (Coll et al, 1999).

5. ENFOQUE PROPUESTO POR LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA DEL PLAN Y PROGRAMAS 1993

La Secretaría de Educación Pública, plantea para la educación primaria, un enfoque de enseñanza y aprendizaje que se centra en la necesidad de llevar a cabo el trabajo colectivo, en el que se debe dar la participación para el trabajo en grupos como principal estrategia en el aprendizaje de los alumnos Dicha cooperación entre alumnos es concebida de forma activa como la interacción inducida y regulada por el profesor, y como estrategia intencional del trabajo docente (De la Garza, 1999).

El Programa de Matemáticas (SEP, 1993) está organizado en seis ejes temáticos que deben desarrollarse de manera conjunta; estos son: a) los números sus relaciones y operaciones, b) medición, c) geometría, d) tratamiento de la información, e) predicción y azar y f) procesos de cambio.

El presente trabajo tomará los contenidos del primer eje temático (Los números sus relaciones y operaciones) correspondientes al Plan y Programas de estudio de primaria (SEP, 1993); el cual tiene como propósito, desarrollar habilidades para utilizar y entender el significado de los números naturales, las fracciones, los números decimales y sus operaciones; así como poner énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático en situaciones prácticas.

El enfoque SEP (1993), para sexto grado de primaria considera que la enseñanza de la matemática debe servir al alumno para encontrar respuestas a los problemas que se presenten en la vida cotidiana partiendo de los conocimientos previos que ha adquirido a lo largo de la enseñanza primaria.

También propone trasladar al aula actividades interesantes que capten la atención del alumno y, de este modo, facilitar la construcción de sus conocimientos. Esta propuesta incluye la consideración de los conocimientos tanto escolares como extraescolares con que cuentan los alumnos y emplearlos para construir conocimientos nuevos y de este modo avanzar hacia el conocimiento formal.

Se pretende así mismo, que las matemáticas sean disfrutadas por los alumnos, al tiempo que se desarrollan habilidades de expresión de ideas, de razonamiento, creatividad, imaginación y actitudes favorables. Para esto se considera fundamental el papel del profesor, pues es él quien deberá promover la construcción de conocimientos por medio del diseño de problemas y procedimientos donde el alumno pondrá en juego sus conocimientos.

Además de transmitir información, la SEP (1993) propone que el profesor participe activamente en el diseño de actividades, la coordinación de discusiones entre compañeros, la presentación de ejemplos y la promoción de la reflexión en el camino al logro de los objetivos.

Para cumplir con estos propósitos, el Plan y Programas de Estudio de Primaria (SEP, 1993) plantea algunas recomendaciones didácticas, entre las cuales se encuentran la motivación tanto personal como colectiva de los alumnos, la selección y creación de actividades variadas e interesantes, la selección de problemas cuya resolución sea mediante procedimientos diversos, el fomento del trabajo en equipo pues a través de él, se promueve la interacción; la socialización de estrategias, la validación o rectificación de problemas entre compañeros y otras más.

Referente a la resolución de problemas es importante mencionar la propuesta de SEP (1993) que es contribuir al desarrollo de procedimientos de búsqueda con la finalidad de desarrollar la intuición matemática. Lo anterior se puede lograr a través de la resolución de problemas de forma libre y sin la exigencia de un procedimiento particular en un principio, lo cual dará como resultado, en el alumno, una mayor motivación hacia nuevos aprendizajes y habilidades. Posteriormente, se debe promover la búsqueda y desarrollo de diferentes estrategias.

Mientras se realiza en el aula las actividades mencionadas, el profesor puede conocer y evaluar los procedimientos, siempre con el afán de fortalecer los aprendizajes. Otro punto importante a tener en cuenta, es la manera de plantear los problemas, pues éstos deben ser claros y siempre será conveniente pedir a los alumnos una estimación de los resultados para una comparación posterior.

El Plan y Programas de Estudio de Primaria (SEP, 1993) tiene entre sus propósitos fundamentales, la comprensión y el manejo de fracciones con sus diferentes significados y la resolución de problemas sencillos que impliquen la adición o sustracción de fracciones. En lo que se refiere al sexto grado de primaria concretamente, dicha propuesta pretende continuar con el estudio y resolución de problemas en contextos de reparto, medición, variación proporcional y fracción como cociente; así como el estudio de las fracciones mixtas y de adición y sustracción y, en caso de ser necesario, utilizar objetos, dibujos o mediciones reales.

En resumen el presente trabajo se centrará en el planteamiento y la resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones correspondientes al Plan y Programas de Estudio de Primaria (SEP, 1993). En donde se sugiere que previo a la comprensión de adición y sustracción con diferente denominador, se realice la comprensión del cálculo con denominador común, y adición y sustracción de fracciones con denominadores diferentes. Para esto es necesario que los alumnos cuenten con la noción de equivalencia de fracciones y manejen el procedimiento para obtenerla. En relación a esto, es importante conocer que la obtención del denominador común implica realizar una equivalencia de fracciones y propone que sea por medio de la obtención del mínimo común múltiplo que se introduzca dicha noción, pues esto facilitará la obtención del común denominador en la resolución de la adición y sustracción de fracciones. Por otro lado, se sugiere también la verificación de los resultados por medio de dibujos o materiales.

Como se puede ver, los procedimientos sugeridos por el Plan y Programas de Estudio de Primaria (SEP, 1993) retoman las actividades de matemáticas y, en este caso, de fracciones, desde principios de colaboración y apoyo mutuo, en donde el profesor es mediador y a la vez una parte fundamental en el aprendizaje. Se retoma de igual modo, la importancia de los conocimientos previos y principalmente la adquisición de conocimientos como un proceso de construcción permanente en el cual la participación activa del alumno resulta indispensable. Todos estos principios se encuentran inmersos en las teorías cognitiva y sociocultural, sobre las cuales hemos fundamentado el desarrollo de la intervención que realizaremos. A continuación se revisarán algunos componentes que forman parte de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y posteriormente se enfocará en el aprendizaje de las fracciones.

6. SATISFACCIONES E INSATISFACCIONES DE LA EXPERIENCIA MATEMÁTICA

Las matemáticas se caracterizan principalmente por dos aspectos 1) por ser una actividad humana en la que los conceptos y procedimientos provienen de la activación de procesos en las personas ante ciertos campos de un problema y 2) por ser un sistema lógicamente estructurado y socialmente compartido (Godino, 2000).

Las matemáticas han contribuido de manera importante al progreso de la humanidad. En un principio la enseñanza de las matemáticas se restringía a una élite, y aunque ahora no es de esta manera, Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez y Torra, (1998) consideran que las matemáticas deberían evolucionar al grado de liberar sus principios tradicionales, ortodoxos y, de esta forma, fomentar una apertura hacia nuevos caminos en función de la imaginación, de menos abstracción, más liberación, etc. aunque esto signifique afrontar el miedo a lo desconocido.

Por otro lado David y Hersh (citados por Riviere, 1993) consideran que el cambio que se requiere no se está dando e incluso consideran que, en la actualidad las matemáticas conforman un filtro selectivo de los sistemas educativos.

En relación con lo anterior, los profesores de educación básica que imparten sexto grado de primaria, mencionan que a los alumnos les será difícil ingresar a secundaria y los que lo consigan se enfrentaran a diversas dificultades en el área de matemáticas, ya que los conceptos enseñados en ese nivel son más complejos y abstractos. La principal preocupación de los profesores en este sentido, es terminar el programa en ocasiones a costa de la calidad del aprendizaje, logrando apenas que los alumnos aprendan las operaciones básicas (adición sustracción, multiplicación y división) para enfrentar la vida, dejando de lado de las que consideran menos comunes (raíz cuadrada, álgebra, etc.).

En relación con lo anterior Castrejón, (1991) añade que en ocasiones el profesor no domina los conceptos y estrategias necesarios para aprender matemáticas, empleando mayor tiempo y dedicación a otras materias.

7. NIVELES DE RENDIMIENTO Y ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS

7.1. Rendimiento

En relación con el rendimiento, Lapointe, Mead y Philips (citados por Riviere, 1993) realizaron una investigación en los países de Corea, España, Estados Unidos, Irlanda, Inglaterra y cuatro provincias de Canadá, con niños de 13 años de edad para analizar su rendimiento escolar en matemáticas. Los resultados, más que arrojar diferencias entre dichos países, evidenciaron el bajo nivel que la mayoría de los alumnos demostraron, ya que se descubrió que tan solo un 14% de los alumnos contaba con el nivel de alfabetización funcional en matemáticas que se requiere para comprender y desenvolverse por el mundo.

Ávila (1991) considera que el bajo rendimiento en matemáticas se hace evidente, pues es insuficiente el aprendizaje con el que egresan los alumnos de sus años escolares.

Guevara (1990), menciona que en mayo del mismo año que por iniciativa de Nexos se aplicaron dos exámenes nacionales a nivel primaria y secundaria para medir el aprovechamiento de los alumnos. El objetivo del estudio fue obtener información sobre el desarrollo intelectual de los alumnos en las cuatro áreas fundamentales de estudio (Matemáticas, Español, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales). Los resultados de estos exámenes son preocupantes, ya que el 83.7% de los alumnos de primaria y el 96.2% de secundaria obtuvieron calificaciones inferiores a 6 puntos en una escala de diez. Estos resultados reflejan que México sufre un fenómeno de credencialismo y esquizofrenia por obtener una calificación.

En la asignatura de matemáticas, el promedio general obtenido fue de 4.39 en escala 10 y los aprobados fueron el 15.3%. Los contenidos en donde se encontraron las principales dificultades fueron las fracciones, en el uso de equivalencias y operaciones con números decimales, en el uso de conceptos de medición en geometría, en la utilización correcta de los signos aritméticos y en la aplicación de los conceptos matemáticos para la solución de problemas prácticos. El autor atribuye que dichos resultados, más que reflejar las limitaciones de los alumnos, reflejan las deficiencias del sistema escolar y que en consecuencia, urge tomar medidas drásticas para mejorar la calidad de la enseñanza primaria y secundaria en México.

7.2. Actitudes

El fracaso escolar en matemáticas se vive en la actualidad como motivo de ayuda especial y de profunda preocupación, esta preocupación se extiende hacia los padres, quienes, a su vez, poseen un amargo recuerdo de las matemáticas por que son “tan difíciles” y quizá esto se deba a que son una asignatura que requiere un ritmo creciente de conocimientos; por tanto, tener una deficiencia en algún conocimiento, implica una dificultad tanto de ese mismo conocimiento como de otros posteriores, un ejemplo de esto, es el caso de la división en donde si no se domina las tablas de multiplicar será muy complicado tener acceso a esta habilidad (Alsina et al, 1998).

En relación con lo anterior, los autores hablan de un proceso de “frenado interrumpido” como una de las situaciones que tienen que ver con la fama de “difíciles” que se le ha dado a las matemáticas; este concepto se refiere a que, en los primeros años de escolaridad, todos los alumnos son genios, todos aportan entusiasmo y las clases son divertidas, así mismo, comenzar a sumar y restar resulta muy satisfactorio. Ante esto, los autores explican que es el sistema escolar el encargado de frenar este proceso debido a la forma en cómo se enseña los contenidos en la escuela pues éstos no se vinculan al contexto del niño.

Esto sustenta lo que el informe Cockcroft afirmó en 1985, donde se menciona que son muchas las personas quienes desarrollan actitudes negativas hacia la matemática durante su vida escolar y, en ocasiones, dichas actitudes llegan a influir en las diferentes elecciones que competen a la vida escolar e incluso en la vida profesional. En este sentido, Riviere (1993) menciona que, muchas veces, estas actitudes negativas hacia las matemáticas vienen desde los profesores, ya que si éstos no poseen un verdadero gusto por éstas, es difícil que puedan transmitirlo a los alumnos.

Según Barberà y Gómez (1997), la tendencia actual en la enseñanza de las matemáticas se basa en dos principios fundamentales. El primero es crear una dependencia del alumno hacia el profesor y en ocasiones hasta por las mismas matemáticas, en lugar de favorecer la autonomía del alumno, y el segundo es fomentar la resolución de tareas matemáticas de forma rápida y rutinaria con el fin de sacar buenas notas o agradar al profesor. De esta forma se da mayor importancia a la adquisición de habilidades instrumentales que sólo favorecen la automatización y la repetición.

Para Radford (1991), los alumnos consideran que el aprendizaje de las matemáticas es monótono, aburrido y sin sentido, esto lo atribuye a los modelos de enseñanza que se manejan actualmente. Velázquez (1999) opina que las matemáticas producen en los alumnos ansiedad, debido al temor de cometer errores, los cuales se considera como fracasos o incapacidades para resolver problemas.

Schoenfeld, Frank y Garofalo (citados por Gómez, 1999) mencionan que un factor importante para el éxito en matemáticas son los afectos, éstos tienen un impacto determinante en el aprendizaje y en la utilización de las matemáticas, en el autoconcepto que tiene el alumno de sí mismo como aprendiz, la interacción con el medio social y las creencias que el alumno tiene sobre ellas. El mismo autor cita a Nicholls, Cobb, Wood, Yackel y Patashnick quienes sostienen que el fracaso o éxito de los estudiantes influirán en la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Considerando lo anterior, cobra relevancia la actitud de los alumnos hacia las matemáticas, se espera que por medio del aprendizaje cooperativo, ésta actitud sea positiva de manera que se evite la competitividad, el temor a cometer errores porque no habrá ganadores ni perdedores dentro de los equipos, pues todos son responsables de alcanzar la meta y por lo tanto de la comprensión y la participación dentro de las actividades. Otro aspecto a considerar es que los alumnos no se enfrentarán solos a la tarea pues tendrán el apoyo de sus compañeros y de las aplicadoras, con esto se quiere impedir la ansiedad frente a la actividad, la dependencia hacia el profesor y la resolución rápida y rutinaria de los ejercicios.

8. CAUSAS DE LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Según Miranda, Fortes y Gil (2000), existen numerosas variables que contribuyen en la construcción de las dificultades en matemáticas, entre éstas están el currículo, las estrategias didácticas que emplean los profesores y las variables propias del sujeto; el déficit de atención, de memoria, de metacognición, etc. y por último, las variables sociopersonales como etiquetas, autoconcepto, historia de fracasos, entre otros.

Saldaña (1997) coincide en que las matemáticas se han convertido en un problema crítico en la escuela, y considera que, en parte, es por el lenguaje abstracto que se maneja en la materia, aunque considera que la problemática fundamental se debe a la forma en cómo se lleva a cabo la enseñanza. Al respecto, menciona tres aspectos: a) desvinculación de las matemáticas de la realidad; b) a menudo no se parte de lo concreto; c) se centra en la memorización de fórmulas y procedimientos sin tomar en cuenta la comprensión de los conceptos:

Se plantea durante el desarrollo del presente trabajo, relacionar los contenidos de problemas de fracciones con situaciones que los alumnos consideren familiares para trasladar con facilidad los contenidos escolares a la vida real. De igual modo se pretende utilizar objetos relacionados con la tarea durante las actividades para facilitar la comprensión y resolución de los problemas. Los alumnos internalizarán los conceptos partiendo de lo concreto a lo abstracto con el fin de evitar la memorización carente de significado.

Por su parte, Arceo (1996) afirma que la problemática central se encuentra en el hecho de que los maestros presentan a los alumnos la información digerida, o en otras palabras, que no promueven el aprendizaje significativo y, por lo tanto, no permiten a los alumnos construir su propio conocimiento.

9. DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La acalculia y discalculia son trastornos que la teoría cognitiva no considera pero se encuentran dentro de las dificultades de aprendizaje en matemáticas de manera que se revisarán de forma general.

9.1. Acalculia

Tradicionalmente se conoce la acalculia como un desorden matemático, el cual se ha presentado posterior al aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, puede aparecer en la edad adulta o a causa de una lesión cerebral. Así mismo Kosk y Benton (citados por Deaño, 1998) definen la acalculia como un desorden en el cálculo por una lesión cerebral después de haber aprendido y dominado las habilidades aritméticas.

9. 2. Discalculia

Discalculia evolutiva. Ésta se presenta antes o durante el aprendizaje de las matemáticas sin la existencia de daño cerebral o dificultades de aprendizaje, en general los sujetos que la padecen cuentan con una inteligencia normal (Deaño, 1998).

Giordano y De Ballent (1978) llaman discalculia escolar a las dificultades que presentan los alumnos con inteligencia normal, pero con inmadurez neurológica, la cual se refleja en los problemas de aprendizaje de cálculo y en la solución de operaciones.

9.3. Perspectiva educativa

La perspectiva educativa fue la segunda explicación de las causas de las dificultades de aprendizaje en matemáticas, se pasó de la explicación basada en procesos internos a factores de ejecución externos como el condicionamiento clásico o asociativo, en donde asociaciones entre condiciones estímulo respuesta, programas de refuerzo, fortalecimiento del aprendizaje, práctica y habituación se entendieron como centrales. Además se poseía un modelo de diagnóstico prescriptivo de la enseñanza, uso de pruebas psicológicas de conocimientos precisos que medían los cambios en el aprendizaje, etc. (Nicasio, 1998).

Este enfoque ha sido criticado principalmente por ignorar la personalidad global del alumno con dificultades de aprendizaje en matemáticas y la forma en cómo construye el conocimiento, es decir, procesos internos, deseos, intenciones y planes de aprendizaje; por tanto es recientemente que las dificultades de aprendizaje se estudian en función de factores cognitivos y sociales principalmente (Nicasio, 1998).

10. ENFOQUE COGNITIVO DE LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS (DAM)

El enfoque cognitivo define que los niños con Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM) pueden presentar principalmente dos perfiles cognitivos, en ninguno de ellos se encuentra déficit neurológico; el primero se caracteriza por niños que presentan dificultades de aprendizaje en matemáticas asociados con problemas de lectura y el otro perfil cognitivo supone que los niños con DAM poseen habilidades normales en la lectura, pero presentan problemas de memoria a corto plazo, dificultades de coordinación óculo manual, lentitud en trabajos escritos y puntuaciones bajas en escalas Wechsler (citado por Riviere, 1993).

Meira (2000) refiere que la Psicología Educativa sugiere tres objetivos que guían una acción didáctica en la enseñanza.

1. Brindar soporte a la producción de significados y a la comprensión de la estructura y función de los conceptos matemáticos.

2. Desarrollar competencias dirigidas a la construcción de problemas y situaciones matemáticas.

3. Construir una actividad matemática que se aprecie como práctica cultural.

La Psicología Educativa considera de suma importancia la conexión entre conocimientos formales que se construyen por medio de la instrucción escolar, y los informales que se adquieren a través de la experiencia diaria fuera de la escuela (Meira, 2000).

Miranda et al, (2000) vieron la necesidad de encontrar un término que definiera lo que se denominan DAM, el cual abarque tan sólo aspectos de tipo pedagógico, sin tomar en cuenta problemas neurológicos. Dicho concepto establece tres criterios que definen este término.

a) Criterios de discrepancia. De éste se desglosan a su vez dos definiciones. Disparidad entre el rendimiento académico real y el esperado. Es decir, retraso sólo en algunas funciones y una evolución normal en otras.

b) Criterios de exclusión. En este caso se contempla excluir de la definición los problemas de aprendizaje debidos a deficiencias visuales, auditivas, problemas emocionales o a retraso mental.

c) Criterios de atención especializada. Se refiere a aquellas necesidades que sólo pueden ser cubiertas mediante programas especializados, a éstas se les llama también dificultades específicas.

El enfoque cognitivo ha sido más eficaz para explicar y resolver las DAM que el enfoque neurobiológico ya que se conduce con la lógica de conocer las fallas en los procesos mentales al efectuar tareas matemáticas. Por lo tanto, el enfoque cognitivo constituye un cambio en el modo de ver la discalculia y la disfunción cerebral debido a que no etiqueta al niño sino que categoriza los procesos que éste realiza y los errores que comete. Así mismo el enfoque cognitivo no especifica las causas de las dificultades, pero sí precisa en las funciones que falla el niño con DAM y, de este modo, abre el camino en la detección de las mismas (Riviere, 1993).

Nicasio (1998) menciona que la perspectiva cognitiva es la explicación con mayor auge actualmente, al igual que Deaño (1998) quien menciona que desde esta perspectiva no se busca la etiología de las discalculias, sino se trata de encontrar los desórdenes en el sistema cognitivo, explorando la forma en que se desempeñan las habilidades de cálculo en sujetos con daño cerebral o con dificultades de aprendizaje.

El presente trabajo adoptará el enfoque cognitivo pues éste se basa en supuestos sobre la naturaleza de la mente que considera a los alumnos seres humanos que aprenden en condiciones de interacción y que no son máquinas reproductoras. De igual modo, hay que tener en cuenta que muchas veces las DAM se relacionan con condiciones emocionales o de motivación.

Los psicólogos cognitivos como Riviere (1993) entre otros, consideran que el área de matemáticas es favorable para estudiar las estructuras de la inteligencia, entre otras cosas porque las soluciones son exactas, así la forma de resolución de los algoritmos abre una ventana a la mente y de este modo se detectan más fácilmente los errores. A continuación se amplía dicho tema.

11. ERRORES EN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Como se mencionó con anterioridad el enfoque cognitivo aporta información para entender que los alumnos no son simples receptores pasivos sino constructores activos. Según Riviere (1993), los errores se caracterizan por ser errores sistemáticos, construidos por los mismos alumnos a partir de una serie de reglas creadas por los mismos alumnos. Un punto importante al respecto es que por más incorrecta que estas reglas sean, siempre son útiles pues se consideran una forma de acercarse a la mente de los niños.

Nicasio (1998) coincide en que los errores no son aleatorios sino sistemáticos y se encuentran en forma de reglas procedimentales o algoritmos internos que son generalizados.

Dentro del modelo de la intervención educativa se tendrá que diagnosticar la falla en la internalización y uso de reglas procedimentales para intervenir modificando las que se aplican en los problemas. Así mismo se tomará en cuenta lo que menciona Barberà et al, sobre la resolución de problema, pues la divide en tres fases; la fase de planificación, la de ejecución y la de revisión o comprobación.

Teniendo lo anterior en cuenta se promoverá la planificación por medio del reconocimiento y análisis de los elementos de un problema, de la elaboración de hipótesis y se hará énfasis en la importancia de la comprensión del problema.

En el caso de la fase de ejecución se promoverá el uso de los conocimientos previos, que se integre el material de manera que se consideren todos los elementos que componen al problema y la importancia de la precisión en la respuesta.

Para la fase de revisión, se insistirá en la revisión del resultado final y en la importancia de llevarla a cabo, de igual modo se hará énfasis en la congruencia que debe existir entre el tipo de pregunta y el tipo de respuesta que se debe dar.

Lo anterior se promoverá de manera explícita durante la resolución de los problemas y tendrá la finalidad de que se utilicen de forma conciente en la resolución de éstos.

Kaplan, Yamamoto y Ginsburg (1997) han notado que los alumnos cometen errores debido entre otras cosas, a que no razonan. Por lo tanto, llevan a cabo la memorización, estos errores en ocasiones generan en los alumnos presión, ansiedad y tensión. Los autores mencionan que los alumnos tienen la idea de que en matemáticas las respuestas se dan de manera inmediata y que pensar en las respuestas equivale a hacer trampa.

12. CONCEPTOS INFORMALES, CONOCIMIENTOS PREVIOS Y ERRORES MATEMÁTICOS

Es necesario comprender que desde el enfoque cognitivo del aprendizaje matemático se establece un diálogo entre los conocimientos ya aprendidos y los nuevos, de esta forma es que se integran los conocimientos a los esquemas ya establecidos (Riviere, 1993).

Es aquí donde cobra importancia los conocimientos informales que los alumnos adquieren antes de iniciar su escolaridad ya que unos conocimientos informales pobres o mal integrados pueden estar relacionados con las DAM (Riviere, 1993).

Russell y Ginsburg (citados por Riviere, 1993) sometieron a prueba esta hipótesis con alumnos de tercero y cuarto año de primaria con DAM y sin DAM; a partir de esto, se concluyó que los alumnos con DAM, tienen como deficiencia principal el pobre conocimiento de los hechos numéricos.

En este sentido, Bruner (citado por Riviere, 1993) diferencia entre dos modalidades de pensamiento.

1. Modalidad paradigmática o lógico científica. Es un pensamiento fundamentalmente abstracto en el que se relaciona los objetos con las operaciones abstractas, un ejemplo de esto es el cálculo o la computación que se originan de la motivación y ventaja adaptativa de calcular y predecir los estados mentales, las conductas de otros, etc. en un contexto de relaciones personales.

Lo anterior se relaciona con el estadio de operaciones formales según Piaget citado por Carretero y León (1990) en donde el alumno ante un problema, analiza de manera lógica y prevé las situaciones y relaciones de los elementos. Dentro del presente trabajo se espera poner en práctica dicha capacidad de comprender el problema de forma abstracta, es decir tomar en cuenta todos los elementos y explorar las opciones de resolución por medio de la utilización símbolos (números) sin necesidad de recurrir a la manipulación de objetos concretos como en el caso de la Modalidad narrativa que se explica a continuación.

2. Modalidad narrativa. Se basa en la intuición y el análisis de intenciones y propósitos humanos, es el momento en el que se origina el pensamiento infantil, y tiene como

objetivo la comprensión de materiales concretos. Este aspecto ha sido más descuidado que la modalidad paradigmática.

Cabe señalar que en caso se iniciará la intervención tomando en cuenta la modalidad narrativa, es decir, la manipulación de materiales concretos para llegar a su comprensión.

Fuenlabrada (1991) coincide en que el alumno, en primer lugar, ejerza una acción sobre el objeto para comprenderlo, por medio de la experiencia física (manipular al objeto, tomando en cuenta sus propiedades) y la experiencia lógico–matemático (retomar sus propiedades sin manipulación). De esta forma, las matemáticas se aprenderán por medio de la construcción de los conceptos y los procedimientos.

En ocasiones, los alumnos disocian el contenido que han aprendido en la escuela del conocimiento del mundo real, puesto que se tiene la creencia de que lo visto en clase se utiliza únicamente en clase y no para los diferentes contextos de la vida cotidiana. Parte de la responsabilidad de esto es el diseño instruccional de los contenidos y de las estrategias de actuación (Resnick y Galbraith citados por Barberà et al, 1997).

Es preciso crear un puente entre los conocimientos informales y los formales, de modo que los primeros puedan utilizarse como base para favorecer los nuevos aprendizajes, lo anterior se tratará de hacer por medio de la incorporación de actividades que tengan semejanza con las actividades de la vida cotidiana en contextos donde se usen los números fraccionarios estos serán de peso de longitud o de tiempo y capacidad.

13. MEMORIA Y ATENCIÓN EN LAS DESTREZAS Y DIFICULTADES MATEMÁTICAS

Resulta pertinente mencionar que algunos psicólogos cognitivos consideran referente a la memoria y la atención, y su papel dentro del aprendizaje en matemáticas.

Según Siegel y Heaven (citados por Riviere, 1993) mencionan que los problemas de atención selectiva se reflejan en dificultades de aprendizaje matemático debido a que las tareas matemáticas requieren de un procesamiento mental, del empleo de estrategias ordenadas y jerarquizadas que a su vez, requiere de una cadena de procedimientos. Por tanto a los niños con problemas de atención se les puede dificultar la organización de estructuras jerárquicas de actividades y de procesos mentales, lo cual tiene consecuencias negativas en el aprendizaje.

Miranda et al (2000), describen algunas características dignas de considerarse para la intervención como son los recursos atencionales, las habilidades de organización y síntesis, visoespaciales de coordinación motora, de memoria, éstas pueden representar dificultades en los estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM) en la etapa de 6-12 años, cabe aclarar que se trabajará con alumnos de entre 11 y 12 años de edad.

14. ¿POR QUÉ SON TAN FÁCILES LAS MATEMÁTICAS PARA ALGUNOS NIÑOS?

Una de las razones por las cuales las matemáticas resultan tan difíciles para muchos niños es que implican un alto grado de integración de destrezas cognitivas que aunque no son exclusivas de las matemáticas, sí intervienen en su aprendizaje. Del mismo modo hay que considerar su carácter fuertemente jerárquico en donde lo nuevo depende de lo ya conocido, y que requieren de una práctica continua. Por otro lado, cometer errores en esta materia es trascendental ya que por mínimos que éstos sean, alterarán totalmente el resultado. Así mismo, la comunicación y práctica en esta asignatura será siempre diferente a la de la lengua materna y se dará generalmente en contextos artificiales (Riviere, 1993).

Por otra parte Alsina et al (1998), declaran que es inminente pensar que el sistema escolar pasa por una crisis, en la cual por un lado, se considera de suma importancia enseñar las matemáticas en la escuela por su alto grado de utilidad en el mundo real y escolar y, por otro lado, se observan numerosas dificultades para lograr que los alumnos las aprendan.

Agregan que como es lógico, no es posible que el sistema escolar lo abarque todo; por tanto, concluyen, es conveniente y necesario alcanzar un equilibrio, así como realizar cambios en los Planes y Programas con el fin de intentar sobrepasar esta crisis.

Rencoret (1995) afirma que las matemáticas son parte fundamental de la educación integral del alumno, ya que contribuyen en la construcción de un pensamiento lógico, libre, creativo, autónomo y diferente; dicho pensamiento se complementa por medio de la creatividad del pensamiento divergente, a partir del cual se consideran varias alternativas usando la imaginación y fantasía para llegar a resultados diferentes, por medio de este pensamiento se modifica las ideas preestablecidas.

Resnick (citado por Barberà et al, 1997) menciona las divergencias entre las demandas de la matemática escolar y la práctica diaria.

- En la escuela las actividades matemáticas se realizan individualmente y, fuera del entorno escolar se realizan en grupo.

- En la escuela se desarrollan actividades de razonamiento puro sin el apoyo de herramientas y, fuera de ella se utilizan calculadoras, ordenador, los dedos y diversos elementos y procedimientos.

- Dentro del entorno escolar el aprendizaje se basa en simbología abstracta y razonamiento independiente y, fuera de éste, las actividades se vinculan con objetos y sucesos.

- En la escuela se enseña y ejercita el conocimiento de amplia aplicación y fuera de ella se limita en situaciones específicas.

Un ejemplo sobre lo anterior es cuando el alumno realiza una operación en la vida real al momento de comprar 1/2 Kg. de tortillas, pues intervienen varios factores en dicha situación, en primer lugar el uso del término es en fracción, el realizar la conversión para saber el valor del 1/2 Kg., pagar y recibir el cambio es otro factor importante, etc. es así como difiere en cierta medida de la resolución de un problema similar en clase, pues no se cuenta con los objetos a la mano ni se parte de la interacción social. Es entonces se debe encontrar un equilibrio entre la conexión de la matemática diaria con la matemática escolar.

Baroody y Ginsgurg (citados en Miranda et al, 2000) mencionan que las dificultades en matemáticas se van construyendo en los alumnos, quienes presentan gran dificultad en hallar alguna utilidad de las matemáticas. Esto lo atribuyen a la desvinculación entre la matemática formal, cuya base es un conjunto de teorías, codificaciones, definiciones y una serie de reglas; y la informal, que se construye intuitivamente a través de la influencia del ambiente, es decir, lo físico, lo social y la fantasía.

Para identificar el conocimiento intuitivo en fracciones de los alumnos se puede pedir la representación de fracciones y sus operaciones (adición y sustracción) desde lo gráfico o concreto, también se puede realizar una entrevista en la cual se presenten al alumno una serie de problemas como pueden ser: inventar un problema que contenga una serie de números y una operación específica, confrontar los resultados de problemas anteriores, resolución de problemas sin obvia resolución, cambiar la estructura del problema, problemas que se puedan resolver de diferentes formas y problemas que no tengan solución (Valdemoros, 1997).

Con relación a lo anterior, Bárbera et al (2000), llaman direccionalidad didáctica al procedimiento que se fomenta en el tipo de enseñanza que se lleva a cabo en la escuela, el cual consiste en que los alumnos consideren el método que ahí se les enseña como el único posible y, por lo tanto, no se busca nuevas formas de resolución de problemas, en consecuencia se restringe la toma de decisiones. Por otra parte, los autores remarcan también que los contenidos generalmente se enseñan a los alumnos sin tomar en cuenta sus conocimientos intuitivos.

14.1. Matemáticas como lenguaje

Riojano (citado por Alcalá, 2002) dice que las matemáticas, cuando se construyen a través de las experiencias, conforman redes de conceptos por medio del lenguaje. Por lo tanto el sujeto utilizará gradualmente el lenguaje matemático. En este contexto se busca que los alumnos utilicen términos como medios, tercios, cuatros, enteros, etc. en perfecta relación con su significado por medio de la enseñanza como canal para conectar el aprendizaje de dicho lenguaje (Gómez-Granell citado por Alcalá, 2002).

En cambio, Alcalá (2002) considera al lenguaje como estrategia didáctica, porque es eficaz para determinar las dificultades de aprendizaje, ya sean semánticas (significado), o bien, en la estructura de los códigos o, en la manera de utilizarlo.

Aunado a lo anterior, Alsina et al (1998), mencionan que el lenguaje matemático es natural, simbólico, gráfico y falto de experiencias concretas, lo cual ocasiona una mayor dificultad, inseguridad, bloqueo y, en ocasiones, el fracaso.

15. PRINCIPIOS GENERALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA SATISFACCIÓN DE LA EXPERIENCIA MATEMÁTICA

15.1. Aprendizaje de las matemáticas

Alcalá (2002) conceptualiza al aprendizaje de las matemáticas como el proceso que realiza el alumno para construir significados de manera continua, por medio del cual se apropia de símbolos y estructuras abstractas y ordenadas. Dicho aprendizaje se construye y está en estrecha relación con el contexto.

Riviere (1993) menciona que se debe hacer uso de los métodos, recursos y actividades que ayuden a cumplir los objetivos aunque quizá de este modo sea más lento; sin embargo, valdrá la pena, pues el conocimiento será más significativo; además se deberá procurar realizar un programa corto para los alumnos que presenten dificultades. De este modo se les hará comprender la importancia de las matemáticas, a través de evitar al máximo los comentarios negativos.

Alsina et al (1998), sugieren que debe, en primer lugar, aceptarse el fracaso de la propuesta oficial actual que tiene alto costo y poco alcance, y reformarla en términos de buscar una nueva manera de hacer la educación dinámica y cambiante, que contagie a los maestros la preocupación por evolucionar cada día.

Lara y Ortega (1991) recomiendan que el maestro conozca los intereses de los alumnos antes de impartir las clases pues consideran que, de esta forma, el profesor establecerá una conexión de los contenidos con dichos intereses y, así el alumno podrá pasar de ser un receptor pasivo, a un ser activo que participe de su conocimiento y construya sus conceptos matemáticos a través de la búsqueda de sus propias estrategias. Los autores consideran que de este modo se reducirá, en alguna medida el problema de bajo aprovechamiento.

Barberà et al (2000), retoman la definición de Schoenfeld y Alfieri quienes definen que un problema es una situación que precisa una solución, la cual generalmente no es rápida ni directa, sino que implica la toma de decisiones; lo cual a su vez, se entiende como modificar y comprobar continuamente el procedimiento a lo largo de la resolución. Para complementar lo anterior, los autores diferencian entre una situación problemática y un ejercicio.

a) Situación problemática. Es un proceso guiado por la reflexión continua que da pie a la toma de decisiones.

Lo anterior se relaciona con la puesta en marcha de estrategias para la resolución del problema que, en el contexto del presente trabajo, se llevará a cabo por medio de la planificación, ejecución y revisión como se mencionó anteriormente.

b) Ejercicio. Proceso de solución automática, inmediata para la consolidación de habilidades instrumentales básicas y son también medios para la resolución de problemas.

Los ejercicios que el presente trabajo considera, serán la adición y sustracción de fracciones y se pretende que el alumno solucione los ejercicios inmersos en la resolución de problemas.

Según Alsina et al (1998), se requiere la elaboración de una nueva matemática, la cual, necesariamente exige mayores esfuerzos, una nueva actitud que incluya el uso de conceptos concretos que se puedan aplicar para llegar a nuevas metas que consideran la creatividad y despierten la curiosidad y el interés. Lo anterior se propone por medio del uso de diferentes recursos como medios audiovisuales, el montaje de un laboratorio, el empleo de caricaturas, en fin, cualquier cosa que rompa con la seriedad en la que al parecer se tiene clasificada a las matemáticas. Debe evitarse también el rigor y la exposición de ejemplos que, en ocasiones, puedan bloquear la mente de los alumnos.

Jiménez (1990) menciona que una de las causas por las que las matemáticas resultan difíciles para algunos alumnos es la manera en cómo la plantean los maestros. Para contrarrestar esto, el autor propone el uso de material que se encuentre al alcance de los alumnos como cartulina, cajas de zapatos o de refresco con el fin de hacer vivir a los alumnos lo que él llama “la maravillosa aventura de las matemáticas”. Todo lo anterior se llevará a cabo por medio de la discusión, el juego, la manipulación, clasificación, ordenación y otras cosas más y, con ello, se despertará los deseos inherentes al ser humano de seguir aprendiendo. Este autor propone también que para enseñar matemáticas es importante tomar en cuenta que los seres humanos estructuramos nuestro mundo por medio de las matemáticas; por lo tanto es conveniente organizar el entorno directo físico del niño, con el fin de que el alumno participe activamente en su aprendizaje.

Para Alsina et al (1998), el aprendizaje tiene lugar en un marco geográfico, social y temporal determinado y proponen que la enseñanza de las matemáticas se debe comprometer con el lugar en donde se llevan a cabo, es decir, descubrir las potencialidades de la etnología. A esto se le llama etnomatemática y tiene en el profesor Ud’ Ambrosio a uno de sus más grandes representantes.

Un ejemplo de esto, es retomar para las clases de matemáticas lugares concretos que se puedan medir como campos o calles. Se puede hacer uso también de datos o noticias recientes, por ejemplo, informes de alguna situación económica mensual o resultados de la lotería. El uso de datos reales brinda a las matemáticas frescura y credibilidad entre otras cosas (Alsina et al, 1998).

Biggs (citado por Riviere, 1993) recomienda, para la enseñanza de las matemáticas en alumnos con DAM, tomar en cuenta lo siguiente:

1. Dar mayor importancia a la adquisición de conceptos y a la resolución de problemas que a los cálculos abstractos.

2. Planificar y promover las actividades, aclarando previamente a los alumnos el propósito de ésta.

3. Que la práctica sea frecuente pero con períodos cortos de enseñanza de los conceptos complejos.

4. Proporcionar diversas experiencias por medio de materiales y recursos.

Macnab y Cumine (citados por Barberà et al, 1997) proponen algunas actuaciones para minimizar las dificultades en matemáticas:

1. No introducir nuevos contenidos tan rápidamente y seguir el currículo en espiral, es decir, retomar contenidos aprendidos y profundizar progresivamente en ellos.

2. Evitar ideas demasiado específicas o demasiado generales ya que puede ocasionar que los alumnos se pierdan.

3. Asegurarse que todos los aspectos de una idea se entiendan.

4. Evitar la notación demasiado formal o poco motivadora previa a la comprensión de un concepto.

15.2. Intervención en matemáticas

Para la intervención en las dificultades de aprendizaje en matemáticas se puede elaborar una serie de estrategias que tome en cuenta lo que propone De Corte (1993), quien enuncia las categorías dadas en la resolución de problemas:

1. Hay que comprender el enunciado verbalmente y su representación, no basta con saber las operaciones aritméticas básicas. El psicopedagógo en este caso debe desarrollar ayuda para asistir la comprensión e interiorización.

2. Se debe tener un conocimiento procedimental en la búsqueda, análisis, transformación y resolución de problemas ya que esto favorece la generalización. El psicopedagógo debe guiar y proporcionar ayuda centrada en la decisión de las estrategias adecuadas.

3. Es conveniente que el alumno tenga conciencia de sus límites, capacidades cognitivas, su desarrollo y autocontrol en la resolución de problemas. El psicopedagógo debe aportar ayudas que faciliten la reflexión metacognitiva basada en la auto imagen de los aprendices.

4. La actitud del profesor puede fomentar diversas creencias, componentes afectivos o actitudinales.

Santos y Mancera (2001) consideran que los problemas son necesarios para estimular la construcción personal, por medio de la comprensión de lo que los alumnos llevarán a cabo para resolverlos, para visualizar a las matemáticas en constante desarrollo, favorecer la autoestima, confianza y la experimentación de los alumnos.

De forma detallada, Alsina et al (1998), recomiendan una serie de estrategias de enseñanza-aprendizaje que facilite el cumplimiento de objetivos y la adquisición de los contenidos propios de la etapa primaria. Dichas estrategias son: observación, manipulación libre, experimentación, relaciones (clasificaciones, ordenaciones y relaciones cuantitativas), estimación, tanteo, lenguajes matemáticos y resolución de problemas.

Los profesores deben dejar a los alumnos construir su propio conocimiento y esto les permitirá llegar a un amplio espectro del conocimiento de los alumnos. Todos los alumnos son únicos, tienen diferentes estilos de aprendizaje, desarrollo distinto y cada uno debe construir sus propias conexiones entre relaciones y conceptos esenciales para la comprensión de la matemática. Para esto se debe valorar el proceso matemático para construir el conocimiento (Rowan y Bourne, 1999).

Por su parte Godino (2000) considera dos ejes para llegar a una verdadera comprensión de las matemáticas, a) el descriptivo que indica aspectos de los objetos a comprender, es decir, el sujeto debe advertir cada componente del contenido que se dispone a aprender, sus características, sus relación con otros objetos, etc, y b) el procedimental que indica los niveles por los que hay que pasar para llegar a una buena comprensión, en éste caso deben quedar claros los pasos a seguir para primero comprender la tarea y después solucionarla satisfactoriamente. En este sentido el autor define la comprensión como el involucramiento de representaciones internas, aspectos sociales y culturales, es decir de toda la esfera de la persona. El sujeto realiza varias prácticas o acciones para resolver el problema matemático, comunicar la solución o para dar solución a otros contextos o problemas.

16. NÚMEROS FRACCIONARIOS

16.1. Definición de los números racionales

Antes de definir qué es una fracción y sus diferentes interpretaciones se debe entender que las fracciones pertenecen a los números racionales y, como menciona Ávila (1995), hablar de números racionales es referirse a la base de diversos conceptos como las fracciones, números decimales o proporcionalidades, por citar algunos.

Así mismo, Pujadas y Eguiluz (2000) mencionan que un número racional es un conjunto de fracciones equivalentes. Las fracciones son sólo una representación de números racionales, éstos se representan también a través de decimales, expresiones mixtas, porcentajes, etc. De igual modo mencionan que los números racionales son un conjunto formado por todos los números enteros y todos los fraccionarios, se le designa por Q y se le denomina conjunto de los números racionales.

Las autoras explican que el número racional se puede expresar como cociente de dos números enteros, es decir, en forma de fracción. Los números enteros son racionales, pues se pueden expresar como cociente de ellos mismos por la unidad $a=a/1$. Los números racionales no enteros se llaman fraccionarios.

Castro y Torraldo (2001) mencionan que los números racionales son un conjunto de números fraccionarios equivalentes. Todo número racional se expresa por medio de una fracción.

Por otra parte se considera que los números racionales se forman por una fracción y todos sus equivalentes, es decir es el conjunto infinito de fracciones equivalentes. Dicho conjunto se representa por la letra “Q”. Un número entero es el subconjunto de los números racionales de denominador “1” (Santamaría, 1999).

16.2. Definición de los números fraccionarios

Fracción procede del latín *fractio* que significa romper. Fraccionar refiere romper en partes iguales (Castro et al, 2001).

De igual manera las autoras definen la fracción como la ordenación de números enteros, en donde el segundo número es diferente de cero. La expresión como se representan las fracciones es *a/b* donde *a* es el numerador y *b* el denominador.

Para Dienes (1972), hay dos maneras de considerar la fracción, como la descripción de un estado de cosas, por ejemplo, 2/3 es describir el estado de cualquier cosa que se haya dividido en tres y del cual se hayan tomado dos, es el estado en el cual se encuentra. La otra forma de considerar la fracción es como una orden, es decir la orden de la ejecución de una operación por ejemplo, "toma dos tercios de cualquier objeto".

Por otra parte Sánchez y Llinares (1997) mencionan que las fracciones son un par de números naturales escritos uno sobre otro, los cuales pueden utilizarse en situaciones muy distintas.

Una fracción expresa la medida de una magnitud que se forma de una o varias partes iguales de la unidad, siendo el denominador de una fracción las partes iguales en que se ha dividido la unidad entera y el numerador indica las partes que se tomaran de dicha magnitud (Enciclopedia Autodidáctica Quillet, 1993).

Santamaría (1999) dice que un numero fraccionario representa las partes en las que se ha dividido la unidad y al mismo tiempo las partes que se han tomado de dicha división, la cual se compone de numerador y denominador.

17. APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

Es necesario revisar el modo en el cual los alumnos construyen la noción de fracción, algunas sugerencias para que esto ocurra y las principales dificultades a las que éstos se enfrentan en dicho proceso.

Antes de mostrar la primera postura es conveniente mencionar las tres modalidades de representación que, según Bruner (1966) son necesarias para interiorizar cualquier concepto. En este caso se considerarán para el aprendizaje de las fracciones.

1. Enactiva. Es el modo de representar acontecimientos pasados por medio del contacto físico con el objeto; por ejemplo se utilizará figuras de papel o cartón en forma de círculos, rectángulos, además de barras de plastilina. Con lo anterior se busca llevar a cabo una repartición real en partes iguales y con esto iniciar al alumno en el mundo de las fracciones.

2. Icónica. La forma en cómo se organiza gráficamente los acontecimientos por medio de las imágenes; en éste caso se utilizarán gráficos, que pueden ser círculos o rectángulos, pero en lugar de partirlos realmente, se dibujará la división por medio de rayas y el uso de colores, también se utilizarán palabras en lugar de símbolos, es decir, en lugar de escribir 2/3 se usará dos tercios, esto lleva la intención de introducir antes de la forma convencional, la utilización adecuada del lenguaje de las fracciones.

3. Sistema simbólico. Es representar objetos y acontecimientos por medio de características formales en las que destacan la arbitrariedad; en este caso se utilizará la convencionalidad social, la cual corresponde a colocar una línea horizontal o diagonal, en donde el número de arriba o numerador indica las partes que se tomaran del entero y el número de abajo o denominador refiere las partes en que esta dividido el entero por ejemplo 2/3.

Como ya se dijo, Caballero (1995) amplía las tres etapas de Bruner por las cuales tiene que pasar el alumno para interiorizar el concepto, en este caso, la fracción. La primera es la enactiva que consiste en partir de un objeto concreto que pueda ser manipulado por el alumno para empezar a construir el concepto, por ejemplo una hoja de papel; la segunda etapa es la representación icónica que toma en cuenta a partir de que se ha interiorizado el preconcepto de fracción común y en donde se utilizan las representaciones gráficas e imágenes, por ejemplo, dibujar en el pizarrón un cuadrado o círculo para dividirlo en diferentes partes iguales; y la última es la representación simbólica, en ésta se da la representación numérica, cuando el alumno ha comprendido el concepto de fracción y es capaz de dividir el entero y tomar determinadas partes de éste.

En la escuela los alumnos deben según Ávila (1989), aprender que las fracciones son una expresión numérica a/b, la cual deben interpretar y manejar con el fin de comprender principios más complejos como relaciones de orden, equivalencias y las mismas operaciones de fracciones.

17.1. Interpretaciones

A este respecto es necesario considerar que las fracciones tienen diferentes conceptualizaciones, es decir, que no deben ser concebidas únicamente como parte-todo, ya que estas tienen diferentes usos en situaciones reales, de este modo adquieren diferentes personalidades. Existe cierto acuerdo entre diferentes autores en considerar las siguientes cuatro interpretaciones: fracción como parte–todo o medida, como operador, como razón o proporción y como decimal; mismas que se utilizarán en el presente trabajo.

Parte–todo o medida

Según Castro et al (2001), la forma de representar la fracción como parte–todo es por medio de la expresión a/b, la cual hace referencia a un todo que se ha dividido en b partes iguales y en a que son las partes tomadas del todo.

Fracción como operador

Dienes (1972) considera las fracciones como estados y operadores; estados porque describe a los elementos en determinadas situaciones y operadores por ser el resultado de la orden de ejecución de una operación. Lo anterior describe dos operaciones para llegar a construir una fracción en donde primero, se divide en partes equivalentes de acuerdo con el número de objetos que componen el estado y después se realiza la multiplicación. Dicho procedimiento puede realizarse de manera inversa.

Caballero (1995), Castro et al, (2001) y Clemente, Ayala y López (2001) coinciden con Dienes (1972) en que la fracción como operador es una secuencia multiplicación–división o división–multiplicación a partir de un montón–unidad.

Fracción como razón o proporción

Llinares et al (1997), mencionan que se utiliza la fracción como razón para comparar bidireccionalmente dos cantidades, que no existe como un todo y que puede darse en diversos contextos: relación entre dos conjuntos (A y B), entre dos alturas, dos escalas de dibujos mapas o planos, comparaciones parte–parte y en la comparaciones de razones.

Fracción como decimal

Es una fracción cuyo denominador es la unidad seguida de ceros, por ejemplo 3/10, 71/100. Una fracción decimal se escribe como número decimal, sin olvidar que el numerador se separa con un punto y a la derecha se escribe tantos ceros acompañen al denominador, la cifra situada a la izquierda del punto decimal refiere al entero de la división y a la derecha el decimal (Santamaría, 1999).

17.2. Dificultades en el aprendizaje de fracciones

Arceo (1996) plantea la necesidad de darle un giro a la enseñanza de fracciones, pues actualmente y, a pesar de todo lo que se conoce sobre la importancia de fomentar experiencias que contribuyan a que el alumno construya su propio conocimiento, algunos maestros continúan pensando que éste es un proceso tardado; así presentan los contenidos de manera abstracta a los alumnos, en lugar de hacer uso de recursos como objetos, dibujos o figuras que fomenten el aprendizaje significativo de las fracciones.

Además, según este autor, otro de los problemas radica en el método, el cual casi siempre reduce las fracciones a la división de pasteles o de naranjas en partes iguales y, que estas mismas partes, cuando se juntan, conforman nuevamente el objeto en cuestión.

De igual forma, Ávila (1991) concluyó a partir de un estudio con 293 niños mexicanos que finalizaban la educación primaria, que el 56%, no comprendían el concepto de fracción, además, los niños que definieron de manera correcta dicho concepto, redujeron su interpretación al modelo del pastel o parte-todo, sin considerar el resto de interpretaciones que se ligan a la fracción.

La autora encontró que la lógica en las respuestas erróneas de los alumnos se centraba en que ponían mayor atención en el numerador o número de partes que se toman de la figura, y no relacionaban éste con el total de partes en las cuales la figura está dividida o con el denominador. En otras palabras conciben desligados los términos de la expresión numérica de la fracción. Según la autora lo anterior ocasiona dos situaciones:

1. Transforman el numerador en denominador y éste lo aplican a un todo.

2. Yuxtaponen el numerador y el denominador.

En este mismo estudio la autora encontró que las fracciones mayores a la unidad causan mayor dificultad que las menores a la unidad, como consecuencia invierten los términos, por ejemplo 17/9 se convierten a 9/17.

Caballero (1995) considera que es en el concepto de fracción común en donde los alumnos cometen la mayor cantidad de errores en educación básica; esto lo atribuye a la enseñanza, puesto que los docentes no emplean materiales concretos que permitan al alumno manipular o transformar y sólo utilizan gráficas que, en la mayoría de los casos, impiden al alumno la interiorización del concepto.

Arceo (1996) llama pobreza de significados a la reducción que los profesores hacen en el momento de enseñar las fracciones, pues considera que limita tanto la capacidad del alumno, como la conceptualización de la fracción. Al respecto Clemente et al, (2000) consideran que puede resultar muy útil explorar, también, la concepción el profesor sobre las fracciones, ya que ésta determinará la concepción que el alumno construirá sobre este contenido.

Balbuena (1984) afirma que la palabra fracción suele causar entre los docentes cierta inquietud; propone que puede deberse a dos causas, una a que el propio aprendizaje de las fracciones resultó ser un tanto problemático y otra, a que se han experimentado ciertas complicaciones para enseñarlas.

17.3. Enseñanza de las fracciones

Freudental (citado por Clemente et al, 2001) menciona que la forma en como los profesores conciban las fracciones repercutirá en su manera de enseñarlas por tanto es por importante que el docente tenga una concepción bien definida acerca del concepto de fracción.

Para Llinares et al, (1997) y Arceo (1996), la enseñanza de fracciones ha vivido diversas transformaciones a través del tiempo, un ejemplo de esto es que actualmente la atención se centra en la comprensión de conceptos y no en los cálculos matemáticos. Freudental (citado por Clemente et al, 2001) sugiere que las fracciones deben introducirse al alumno con un lenguaje que éste entienda. Por ejemplo: “La mitad de…”, “El doble de…”, etc.

Block (citado por Ávila, 1989) concluye que para llevar a cabo el aprendizaje de fracciones es necesario primero motivar a los alumnos a utilizar el reparto completo y equitativo, posteriormente utilizar siempre las expresiones de un medio, un cuarto, un tercio en las representaciones de los resultados del reparto; por último, el alumno debe realizar la equivalencia de fracciones.

Para Figueras (1990) lo ideal en el proceso de reparto es que los alumnos se apoyen en dibujos y representaciones gráficas para su resolución; del mismo modo Kieren (citado por Valdemoros, 1997) menciona que para enseñar fracciones es necesario mostrarlas a través de dibujos en ejercicios de reparto, ya que de esta forma agrega el autor, la explicación será más clara y entendible para los alumnos, y a partir de esto, los alumnos desarrollarán un procedimiento gráfico al llevar a cabo la adición de fracciones.

Kieren y Dienes (citados por Llinares et al, 1997) coinciden al mencionar la importancia que el profesor tome en cuenta principalmente dos aspectos al enseñar las fracciones:

1. La necesidad de propiciar en el alumno experiencias con las distintas interpretaciones de la noción de fracción a partir de secuencias de enseñanza.

2. Que el aprendizaje de las fracciones es un proceso a largo plazo en el que se requiere de la conexión de los nuevos conceptos aunque éstos posean diferentes estructuras.

Llinares et al (1997), consideran que las experiencias de los alumnos con las fracciones van desde las mitades, tercios, relación parte-todo, los cuales están vinculados con el dividir o repartir, hasta la habilidad de manejar la inclusión de clases en razones y proporcionalidad. Como es de esperarse, esto será consecuencia de recorrer un largo camino para pasar del contacto intuitivo con las fracciones hasta su asociación con el conocimiento algebraico.

Dixon (citado por Llinares et al, 1997) menciona que se debe encontrar un equilibrio entre los problemas de fracciones en los contextos prácticos y las fracciones en situaciones abstractas algebraicas descontextualizadas. Así mismo recomienda iniciar la enseñanza de fracciones con situaciones concretas para llegar al dominio de los símbolos, siempre viendo a la fracción como número racional.

Arceo (1996) pone de manifiesto el nuevo enfoque desde el cual se presentan las fracciones en los Planes y Programas de la SEP (1993). En primer año de primaria, se presentan en situaciones de reparto de manera implícita. A partir de tercer año de primaria se muestran de manera explícita y hasta cuarto año de primaria se profundiza en ellas y se llevan a nuevas situaciones como son de reparto de superficies, de medición de longitudes, de capacidades, de peso, de tiempo, así como de equivalencias. Por último en quinto y sexto año de primaria se introduce la fracción como razón, escala y proporcionalidad en situaciones de comparaciones entre dos cantidades.

Streefland (citado por Llinares, 1997) sugiere cuatro aspectos que se debe tener en cuenta al momento de enseñar las fracciones:

1. El alumno debe construir su propio conocimiento de las fracciones a partir de su propia actividad.

2. Conocer los métodos y procedimientos de los alumnos para la resolución de problemas.

3. Promover que el alumno formule sus propias reglas y generalizaciones para la adquisición del conocimiento.

4. Tomar como punto de partida los conocimientos previos de los alumnos para realizar una secuencia de enseñanza que incluya conceptos de mitades, tercios, cuartos, división y repartición.

Según Dienes (1972), corresponde a la escuela promover el contacto de los alumnos con las fracciones y la mejor manera para iniciar con ello, agrega el autor, es por medio de medios concretos, por ejemplo regletas, bloques, etc.; es más enriquecedor si fueran los mismos alumnos quienes los construyeran con la guía y ayuda del profesor.

Es necesario resaltar a continuación dos posturas que mencionan la interpretación más factible al introducir el concepto de fracción. La primera es la de Llinares et al (1997) quien indica que la interpretación parte–todo de la fracción es la indicada tanto para introducir las fracciones como para adquirir la noción del número racional, puesto que se desarrolla de la forma más natural, sin embargo, los autores consideran necesario complementarla después con el resto de las interpretaciones para evitar una concepción limitada del concepto de fracción.

La otra postura es la de Block y Solares (2001), quienes mencionan que la interpretación con la que se deben introducir las fracciones es la de razón y posteriormente la fracción como cociente sin pasar por la interpretación parte-todo, puesto que los alumnos adquieren una representación más completa y consideran que el principal impedimento es cambiar el orden de la enseñanza tradicional.

El presente trabajo se inclina por la primer postura, es decir la introducción a las fracciones por medio de la interpretación parte-todo, lo anterior se explica por ser ésta, la interpretación que se construye de manera más natural en el alumno y por ser necesaria para introducir la equivalencia de fracciones. Aunque en sexto grado de primaria se considera consolidada dicha interpretación, de ser necesario se recurrirá a la introducción de la fracción por medio de la interpretación parte-todo. Lo anterior se hará tomando en cuenta los dos aspectos que menciona Balbuena (1984) sobre puntos a tomar en cuenta al momento de enseñar fracciones:

1. Dejar claro que las fracciones son números diferentes de los enteros ya que éstos tienen un único sucesor y, en el caso de las fracciones, esto no puede ser puesto que en un mismo segmento, dependiendo del número de veces que se divida, será la fracción que siga.

2. Hacer énfasis en que todo número entero puede escribirse en términos de fracción, mas no toda fracción puede formar un entero.

En esta misma línea, Jiménez (1988) opina que en la enseñanza de la fracción, se debe introducir al alumno desde el medio en donde se desenvuelve, aunque admite que resulta escasa la terminología que desde ahí se maneja, pues prácticamente son medios, tercios y cuartos.

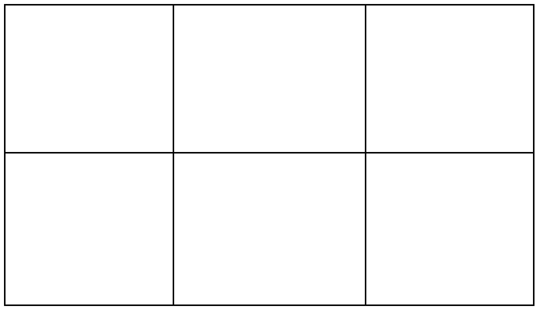
Apoya también la utilización de materiales concretos para la adquisición del concepto e incluso sugiere que sean los mismos alumnos quienes lo construyan, también considerar a las actividades un matiz lúdico para darle un sello positivo a la enseñanza de fracciones.

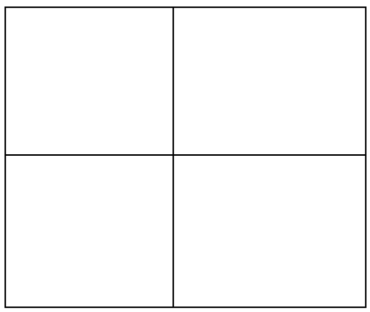
Ávila (1991) concluye que la mejora no debe estar en los métodos o programas, sino que los profesores deben dedicarse a observar sistemáticamente los errores que cometen los alumnos y a las estrategias que éstos utilizan para de esta forma, procurar experiencias más enriquecedoras en los procesos de aprendizaje y, con esto llegar al pensamiento autónomo.

17.3.1. Estrategias para la enseñanza de fracciones

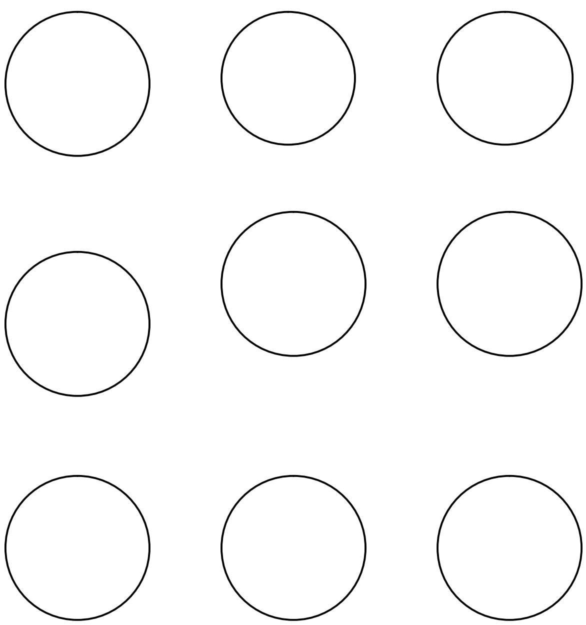
Las estrategias que se tomarán en cuenta para la enseñanza de fracciones será a partir de lo que Piaget y Payne (citados por Llinares et al, 1997) mencionan, consolidar la noción de equivalencias de fracciones por medio de la interpretación parte-todo en donde en donde dos figuras iguales con distintas relaciones parte-todo, se pueden expresar como un objeto total.

Por lo tanto los autores recomiendan iniciar las secuencias de enseñanza a partir de objetos continuos.





Y posteriormente integrar situaciones en las que el todo o unidad se forme por elementos discretos.



Del mismo modo los autores consideran que la relación parte-todo es básica e inicial en la adquisición de nociones de los números racionales, pero no todos los contextos presentan la misma dificultad; esto condiciona la clase de materiales concretos que se deben utilizar:

Para trabajar con modelos concretos en contextos continuos se usará cuartillas y tiras de papel con diferentes formas y tamaños.

Para trabajar con modelos concretos en contextos discretos e usará círculos de fomy y plastilina.

En las estrategias de enseñanza debe existir una amplia variedad de contextos; parte-todo como de repartos equitativos (dividir 5 naranjas en 3 niños) y de medida (una regleta de papel para medir una mesa). También se puede utilizar situaciones artificiales como números de color con regletas; y no olvidar la importancia de la verbalización de los conocimientos que poseen los alumnos sobre la relación parte-todo.

A) Relación parte-todo generadora de lenguaje y símbolos

Como ya se dijo la relación parte-todo es la base y el origen de las demás interpretaciones. Las secuencias de enseñanza se deben caracterizar por negociar el significado de los símbolos con los alumnos, de este modo, ellos paulatinamente llenarán de significado los símbolos desde la representación parte-todo y podrán describir las situaciones que llevan implícita la noción de fracción (Llinares et al, 1997).

El conocimiento informal que los alumnos poseen y el lenguaje que éstos emplean, será el punto de partida para realizar las secuencias de enseñanza. Esto condiciona que las fracciones más utilizadas sean 1/2, 1/3,1/4,1/5 (Llinares et al, 1997).

Además de los aspectos anteriores, la importancia de realizar estas actividades dentro de un ambiente cordial tiene la finalidad de permitir que los alumnos se atrevan a verbalizar sus pensamientos (Llinares et al, 1997). Lo anterior se espera propiciar a través de los equipos cooperativos, pues la verbalización será de de gran ayuda para la exploración del conocimiento informal o fragmentario que poseen los alumnos como fuente de corrección de errores, también a través de ésta los alumnos reformularán y activarán sus conocimientos.

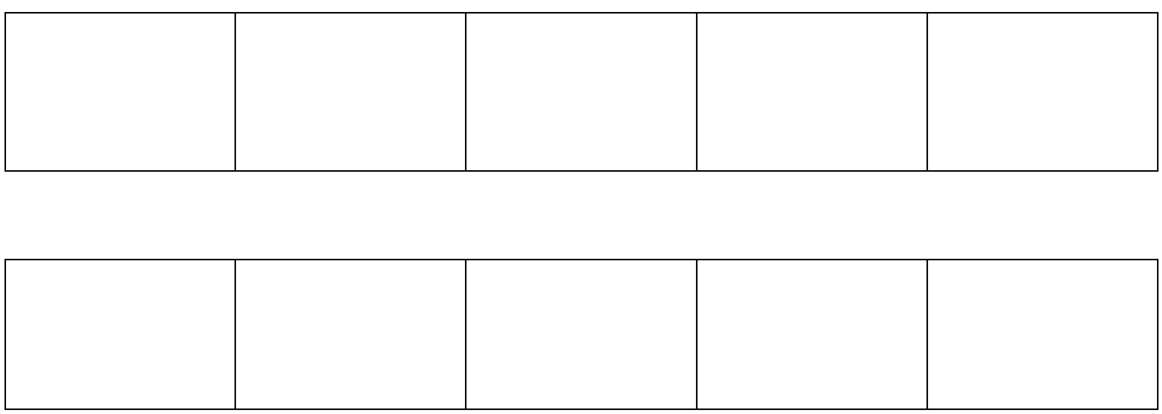
B) Modelos concretos

Dentro de los modelos concretos se pone en juego la versatilidad y creatividad del profesor. De modo que una hoja tamaño carta, doblada y dibujada puede será de gran utilidad para lograr la transacción del modelo concreto al oral. Al respecto, Llinares et al (1997), consideran que este tipo de situaciones llevan implícitamente a la noción de fracciones pues los diagramas, dibujos y esquemas, proporcionan modelos de apoyo que ayudan a trasladar de situaciones concretas e intuitivas a un nivel más formal y sistemático como es el trabajo numérico.

Por su parte, Llinares et al (1997), proponen la siguiente secuencia para la enseñanza de fracciones con el fin de lograr la traslación entre representaciones del concepto sobre un esquema concreto a uno de símbolos. En primero lugar utilizar materiales concretos identificándolos como unidad y partirlos verbalizando las fracciones que se van formando.

Para efectuar la traslación entre representaciones se pueden presentar una cuartilla de papel representando fracciones sombreados y se pide que se escriba la forma convencional de las fracciones es decir el numerador sobre el denominador.

Para introducir fracciones mayores a la unidad se presenta la representación gráfica por ejemplo 6/5 como la introducción a los números mixtos.



En la forma escrita de la relación parte-todo la primera dificultad es el orden de los números 4/3 ó 3/4. Payne (citado por Llinares et al, 1997) dice que esto se puede evitar introduciendo antes de la representación simbólica, la escrita “3 cuatros”, “2 tercios”, etc.

Los autores agregan que se debe prestar mucha atención a las tareas de identificación de la unidad, a las partes en que se divide y al manejo de fracciones unitarias. Para esto, la notación mixta debe integrarse en actividades de forma escrita y, con el fin de evitar dificultades y posibles errores, hay que enfatizar en la notación las equivalencias (4/4, 3/3, 2/2) (Llinares et al, 1997).

C) Contextos discretos

Es importante que los alumnos interpreten la fracción en este tipo de contextos pues puede ser más difícil en un principio que con los contextos continuos, ya que se considera la unidad formada por varios objetos, además se evita vincular la noción de fracciones a un sólo contexto como puede ser el continuo (Llinares et al, 1997).

Las dificultades que podrían presentarse en la adquisición de este contexto son las siguientes.

1. Reconocimiento de la unidad.
2. Reconocimiento de las partes de una unidad.
3. Determinación de en cuántas partes debe hacerse la división.

Al igual que en los contextos continuos, primero deben emplearse las fracciones más familiares como 1/2, 1/3, 1/4 con el fin de evitar confundir la cantidad de fichas con el número de partes (Llinares et al, 1997).

Llinares et al (1997), consideran la siguiente secuencia para introducir los contextos discretos.

Utilizar a los alumnos como partes de una sola unidad que en éste caso sería el grupo. Hacer subdivisiones con el mismo número de alumnos en cada equipo, ir reuniéndolos para formar el entero e incluso superar éste para formar fracciones mayores a la unidad, es decir fracciones mixtas.

Este proceso debe ir acompañado de diálogo entre alumnos y profesor y entre los mismos alumnos ya que el lenguaje es, según los autores, el principal vehículo de formación del concepto (Llinares et al, 1997).

D) Recta numérica

Pertenece a un nivel más abstracto puesto que debe introducirse después de los diagramas y símbolos, si los alumnos están familiarizados con la recta numérica el proceso será más fácil. Del mimo modo, se puede empezar con segmentos de 1/4 para establecer asociaciones entre puntos y fracciones (Llinares et al, 1997).

Se verá dentro de la evaluación inicial el grado de abstracción que los alumnos poseen sobre dicho contenido pues no se revisará durante la intervención si los alumnos no han consolidado la noción parte-todo tanto en con modelos concretos como en diagramas y símbolos.

E) Equivalencia

La importancia de las equivalencias radica en:

1. Facilitar el establecimiento de una relación de orden. Ordenar dos fracciones e insertar varias fracciones entre estas dos fracciones dadas.

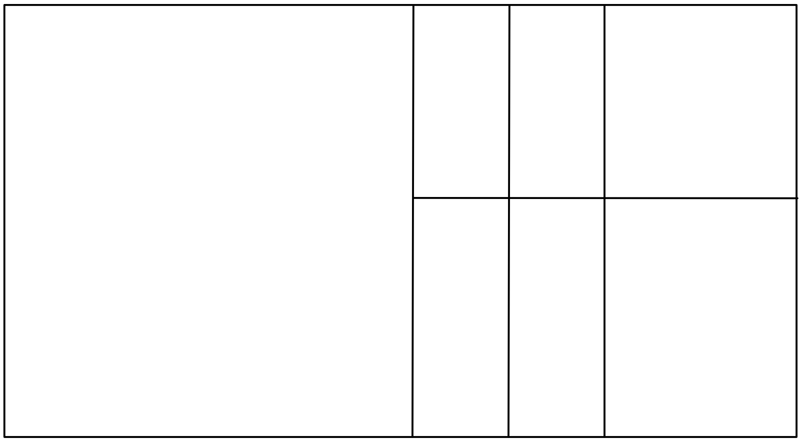
2. El desarrollo de algoritmos de la adición y sustracción de fracciones con diferente denominador.

3. El logro de otro nivel de conceptualización de número racional.

Pujadas et al (2000), consideran a la equivalencia de fracciones es un concepto con un alto nivel de abstracción, que debe partir de casos concretos, que tomen en cuenta los conocimientos de los alumnos en modelos continuos, discretos y en la recta numérica.

El algoritmo para realizar la equivalencia es multiplicar numerador por denominador de la fracción inicial por un mismo número natural, a esto se le llama proceso de amplificación. Así mismo se puede realizar una división del numerador y denominador por un divisor común a lo que se le llama simplificación.

Las autoras mencionan que la primera estrategia para aprender la equivalencia es que los alumnos descubran las regularidades, esto se puede lograr a partir de actividades como las siguientes:



En la presente figura se puede pedir a los alumnos varias fracciones para indicar la relación entre los diferentes rectángulos. Por ejemplo, descubrir cuántas veces cabe el rectángulo más pequeño dentro del los tamaños que les siguen, o preguntar ¿a cuanto equivalen ocho rectángulos pequeños?

F) Comparación de fracciones, la idea de orden

Se puede aplicar en fracciones que determinen mayor, menor o igual con el mismo denominador en donde sólo se comparan los numeradores. Se empieza con concretos mediante la explicación a los alumnos y dobleces de papel, en donde la unidad se separa por partes y la parte indicada en el numerador se sombrea, de este modo, la comparación será inmediata. Esto servirá para llegar hasta los símbolos (Llinares et al, 1997).

Para darse cuenta de la relación entre el número de trozos en que se divide la unidad y el tamaño de cada trozo se debe:

1. Plantear preguntas.
2. Realizar hipótesis.
3. Comprobar las respuestas con o sin material.

Estos tres pasos se considerarán no sólo para la comparación de fracciones, si no que se considerarán al inicio de las actividades.

Para ver cuál es mayor, menor o igual se pasa a fracciones equivalentes y, de este modo, se realiza la comparación (Llinares et al, 1997).

G) Algoritmos

En lo que se refiere a los algoritmos, Llinares et al (1997), sugieren que suelen ocasionar conflictos debido a la escasa eficacia que presentan los alumnos en su manejo, por tanto estos últimos tratan de evitarlos y/o los sustituyen.

Los mismos autores consideran que generalmente existe una marcada discrepancia entre las nociones intuitivas que los alumnos tienen del concepto de fracciones y los algoritmos de ésta. Por tanto es importante que los alumnos comprendan el significado de la operación en la resolución de situaciones problemáticas.

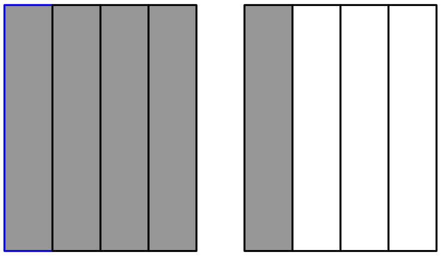
Para la resolución del algoritmo se requiere adquirir la habilidad en la ejecución de los pasos necesarios en orden correcto para la obtención del resultado de la operación. Los algoritmos suelen ser para los alumnos reglas sin sentido que abandonan con el tiempo y sustituyen por otros procedimientos naturales o en cambio, los olvidan o modifican convirtiéndolos en procedimiento erróneo (Llinares et al, 1997).

Una explicación que dan los autores a este fenómeno es la prontitud con que en ocasiones, la escuela introduce los algoritmos ya que si esto se da antes de tiempo, se manejan los símbolos sin un esquema perceptual previo, lo cual ocasionará una falta de comprensión.

En este sentido, los autores sugieren que la sola práctica no es un buen recurso didáctico para superar los errores, pues debe determinarse si el error lo causa un descuido o proviene del procedimiento.

Es indispensable que el alumno conozca los diferentes conceptos que engloban la fracción, así como la utilización de representaciones gráficas y simbólicas. Por lo tanto para que el alumno aprenda los algoritmos de las fracciones es necesario utilizar materiales concretos y visuales e iniciar con el concepto de parte – todo.

En este sentido, Llinares et al (1997), consideran que por medio de la representación parte-todo en diagramas, forma escrita y símbolos se pueden introducir algunas operaciones de fracciones. Por ejemplo, utilizando la fracción unitaria junto con los símbolos se puede iniciar el algoritmo de la adición de fracciones:



1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 = 5/4

Es conveniente presentar como un todo a los diagramas y los símbolos para que los alumnos comiencen a relacionarlos.

Con enteros se puede colocar de la siguiente manera:

1 entero + 1/4=1 1/4

Posteriormente:

1 + 1/4=1 1/4.

Mediante el mismo ejercicio se puede ampliar al algoritmo de la multiplicación:

5 veces 1/4 o 5x 1/4

El algoritmo aparecerá de forma natural si se utilizan como apoyo las fracciones unitarias y la secuencia de contar.

H) Los problemas

En el caso de los problemas, incluyan o no fracciones, se debe tener en cuenta si los errores se encuentran en el algoritmo o en la comprensión del problema, debido a que los alumnos generalmente optan por buscar procedimientos con números naturales y no toman en cuenta los procedimientos vinculados a la noción de fracción (Llinares et al, 1997).

En relación con lo anterior, Hart (citado por Llinares et al, 1997) menciona que muchos alumnos no logran conectar los algoritmos a la resolución de problemas y utilizan sus propios métodos. Los alumnos entre 12-13 años por ejemplo, ven las fracciones como parejas de números naturales y los utilizan por separado lo cual repercute en el manejo de algoritmos en adición y sustracción con igual y diferente denominador. La interpretación más natural de la adición y sustracción de fracciones es por medio de la recta numérica pues de esta forma se vincula la interpretación parte-todo, medida y fracción como número.

En problemas que se incluye operaciones de fracciones, los alumnos a menudo presentan bajo rendimiento en el manejo de los algoritmos puesto que desvinculan la situación problemática de la realización de la operación mediante el algoritmo correspondiente. Por lo anterior debe tomarse en cuenta dos puntos clave en la enseñanza de los problemas con fracciones (Llinares et al, 1997).

1. Identificación de la operación a realizar mediante la comprensión del problema.
2. El desarrollo correcto del algoritmo.

El uso de los problemas proporciona los contextos necesarios para conceptualizar los procedimientos en el cálculo de fracciones, es decir, hace concientes a los alumnos de las relaciones entre manipulaciones y representaciones simbólicas y de este modo pone las bases para algunos procesos algorítmicos (Llinares et al, 1997).

En la resolución de un problema es conveniente que los alumnos estimen el resultado, realicen actividades ya sea en grupo o de manera individual, pongan en común los distintos procedimientos utilizados y enfaticen en sus procedimientos (Llinares et al, 1997).

Orrantia, Morán y García (1997) mencionan que la solución de problemas verbales se da mediante dos grandes procesos; el primero es el de la representación del problema y el segundo es la resolución del problema. Dentro de este último se pone en juego procesos heurísticos, de planificación, de supervisión, etc., los cuales favorecen que la resolución se de en una serie de pasos como la aplicación de operaciones adecuadas y en orden correcto o las estrategias de resolución hacia atrás.

Los mismos autores mencionan que la representación que el alumno haga del enunciado será crucial en su resolución, ya que si ésta se realiza de manera correcta, permitirá que así mismo sea su resolución. Por su parte, Riley y Greeno (Orrantia et al, 1997) mencionan que se debe poner mucha atención sobre todo en la estructura semántica al construir los problemas, ya que esto influirá en el nivel de dificultad de éste.

El profesor debe prestar atención a cualquier sugerencia del trabajo de los alumnos aunque sus procedimientos sean diferentes, así mismo, se recomienda trabajar con grupos reducidos, posteriormente que cada grupo exponga los procedimientos que utilizó para llegar al resultado así como sus dificultades y el modo en que las superaron. El profesor debe aprovechar al máximo el modo en cómo los grupos verbalizan los procedimientos (Llinares et al, 1997).

17.3.2. Estrategias para adición y sustracción de fracciones

Secuenciación del tipo de fracción de las actividades.

1. Adición y sustracción de fracciones con el mismo denominador. Se apoya en la realización de equivalencia de fracciones, la cual consiste en la búsqueda de múltiplos del denominador más grande que también sean múltiplos del otro denominador.

2. Adición y sustracción de fracciones con diferente denominador. Se da a un nivel poco intuitivo, la secuencia de la enseñanza debe afianzar la regla que los niños comienzan a usar incipientemente. La secuencia de enseñanza debe realizarse en nivel simbólico aunque en algunos casos debe volverse a situaciones concretas para conservar la intuición (Llinares et al, 1997).

En la fracción con denominadores múltiplos entre sí, fracción con denominadores primos entre sí y fracción con denominadores no múltiplos entre sí; el proceso de enseñanza aprendizaje debe apoyarse en las equivalencias de fracciones para buscar un denominador común. Se pueden enseñar también procedimientos de cálculo del mínimo común múltiplo, siempre con el interés de enseñar el procedimiento lo más sistemáticamente posible, sin olvidar que el manejo de los algoritmos de adición y sustracción de fracciones exige el manejo de procedimientos más formales alejados de la intuición concreta y que, por lo tanto, pueden generar ciertas dificultades (Llinares et al, 1997).

El error más común cometido por los alumnos en la adición y sustracción de fracciones es que suman de manera independiente el numerador y denominado; error similar sucede en la sustracción. Una de las causas es por la similitud que hay entre las fracciones y los números naturales, ocasionando que utilicen el procedimiento aditivo.

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \qquad \frac{4}{5} + \frac{7}{8} = \frac{11}{13}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{0} \qquad \frac{8}{9} - \frac{4}{6} = \frac{4}{3}$$

En el siguiente ejemplo el alumno esta tomando por separado los números naturales y las fracciones. El número mixto no esta considerado como un todo, y se resta o suma por separado las

$$5\,\frac{7}{8} + 3\,\frac{5}{6} = 8\,\frac{12}{14} \qquad 6\,\frac{1}{5} - 4\,\frac{2}{5} = 2\,\frac{1}{5}$$

$$7 - 3\,\frac{1}{2} = 3\,\frac{1}{2} \qquad \frac{4}{7} + 5\,\frac{3}{7} = 9\,\frac{3}{7}$$

fracciones y si se encuentra sola la fracción pasa automáticamente.

Ante esto, es prudente invitar al alumno a que explique los procedimientos que utilizó para resolver la operación o problema, dando paso a que nosotros consideremos los contenidos básicos que necesita o que no han quedado claros, por ejemplo en el último caso es importante saber como realiza la sustracción con números naturales o si ha sido bien adquirida la notación del número mixto (Llinares et al, 1997).

METODOLOGÍA

Objetivo

Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención a dos grupos de sexto grado de primaria dirigido a generar estrategias para solucionar problemas de adición y sustracción de fracciones.

Sujetos

Para elaborar el presente trabajo se contó con la colaboración de los alumnos de dos grupos de sexto año de primaria, a los cuales se les aplicó el mismo programa de intervención ya que se trabajó con ellos de igual manera en las diez sesiones; el grupo de 6ºA con 26 alumnos y el de 6º B con 31; en total 57 alumnos de entre 11 y 12 años de edad, todos pertenecientes a una escuela pública, ubicada al sur del Distrito Federal.

Diseño

El diseño para desarrollar el presente trabajo fue cuasiexperimental a dos grupos con intervención, de evaluación inicial-evaluación final en contenidos de adición y sustracción de fracciones inmersos en problemas. No se trabajó con un grupo control puesto que se aplicó una intervención psicopedagógica sobre un contenido a un solo grupo y éste fue su tipo de control, por esta razón se realizó una evaluación inicial.

Grupos	Evaluación Inicial	Intervención	Evaluación Final 1	Evaluación Final 2
A	X	X	X	X
B	X	X	X	X

Se trabajó con dos grupos a petición de la dirección escolar, por tanto no fue con fines comparativos.

Instrumentos

La evaluación inicial y evaluación final fueron paralelas (ver anexo 1), se realizaron con base en algoritmos de fracciones y problemas de acuerdo con los contenidos que se manejan en quinto y sexto grado de primaria de los Planes y Programas de estudio (SEP, 1993) correspondientes a la asignatura de matemáticas.

Dichos instrumentos se conformaron por quince preguntas abiertas, de las cuales:

3 (no.1, no.8, no.13) correspondieron a contenidos parte-todo.
1 (no.2) correspondió al contenido de medición de longitudes con fracciones.
2 (no.5, no.6) correspondieron a contenidos de equivalencia de fracciones.
4 (no.3, no.4, no.7, no.12) correspondieron a contenidos de adición de fracciones.
3 (no.9, no.10, no.11) estuvieron relacionados a contenidos de sustracción de fracciones.
2 (no.14, no.15) se relacionaron con contenidos de adición y sustracción de fracciones con recta numérica.

Los alumnos respondieron las preguntas en un tiempo máximo de 120 minutos.

La segunda evaluación final (ver anexo 2) se construyó con base en los contenidos revisados en el programa de intervención, los cuales fueron de menor grado de dificultad en relación con el primer instrumento dado que correspondían a contenidos de tercero y cuarto grado. Lo anterior se explica a partir de los resultados de la evaluación inicial, pues estos reflejaron claramente la ausencia de conocimientos previos necesarios para resolver correctamente problemas de adición y sustracción de fracciones, por esta razón fue necesario partir de las nociones básicas en contenidos de fracciones para la elaboración y desarrollo del programa de intervención.

La segunda evaluación final contó con 16 preguntas abiertas de las cuales:
3 (no.1, no.2, no.3) correspondían a contenidos de noción parte-todo.
1 (no. 4) correspondía al contenido de medición de longitudes.
6 (no.5, no.6, no.9, no.10, no.14, no.15) correspondían a contenidos de equivalencia de fracciones.
1 (no.7) correspondía al contenido de variación proporcional con fracciones.
3 (no.8, no.11, no.12) correspondían a contenidos de adición de fracciones.
1 (no.13) correspondía al contenido de sustracción de fracciones.
1 (no.16) correspondía al contenido de comparación de fracciones.

Validación de instrumentos

Para la validación de los instrumentos se contó con la colaboración de cinco profesores, los cuales tuvieron las siguientes característica:

- Profesores con formación en Educación Primaria.
- Por lo menos cinco años de experiencia docente en 6° de primaria.

Evaluación de los instrumentos

La evaluación inicial y evaluación final (pruebas paralelas) se calificaron de acuerdo con los siguientes criterios de puntuación, éstos se establecieron en relación con los incisos que conformaron cada reactivo.

Reactivo	Puntuación
1	3
2	6
3	1
4	3
5	1
6	1
7	1
8	1
9	5
10	2
11	1
12	1
13	2
14	4
15	4

Tabla 1: Puntuación asignada a cada reactivo

Reactivo 1

Contesta lo que se te pide.

1. Samuel tenía 15 fichas, las repartió entre sus dos amigos y él, de la siguiente manera: a Rodrigo le dio 1/5 de fichas, a Enrique le dio 2/5 de fichas y él se quedó con el resto de las fichas.

   a) ¿Cuántas fichas le tocó a cada quien? ________________

   b) ¿A quien le tocó menos fichas? ______________________

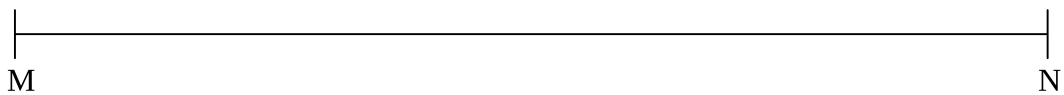
   c) ¿Con cuántas fichas se quedó Samuel? _______________

Dicho reactivo se consideró con el objetivo de conocer las diversas habilidades con que cuentan los alumnos en el manejo de material concreto (fichas de fomy), en contextos discretos, en el reparto equitativo de objetos, en dar significado a la representación concreta y vincularla a un código simbólico, así como en la compresión del problema y la representación mental de éste para su resolución. Así mismo dicho reactivo mide los conocimientos previos sobre la fracción como son, la identificación de las partes (numerador o partes que se toman de un entero y denominador que son las partes en que se divide éste). En este sentido se tomó en cuenta lo que menciona Piaget, con relación a los alumnos con los que se trabajó pues dado su edad, deben haber consolidado las nociones de: clasificación, ordenación y relaciones cuantitativas de acuerdo al estadio en que se encuentran. Basándose en esto se asignó a éste reactivo tres puntos.

Reactivo 2

Con las regletas, mide los segmentos y escribe el resultado en fracción.

SEGMENTOS



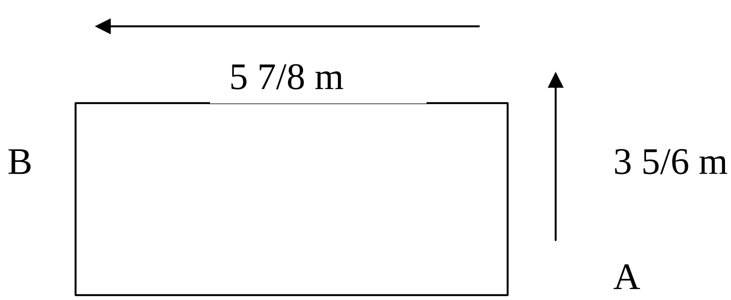
Longitud MN= ____________ regletas amarillas

Longitud MN= ____________ regletas azules

Dicho reactivo corresponde al contenido de medición de longitudes en el cual se encuentran inmersos contenidos de equivalencias, noción parte-todo y fracción mixta. Por retomar diversos conceptos se otorgó seis puntos, es decir, un punto por cada medición. Para resolver dicho ejercicio el alumno manipulará material concreto (regletas de cartulina de dos tamaños distintos), predicará la medida y la escribirá, haciendo uso de sus conocimientos previos sobre la notación de la fracción, esto es, escribir correctamente el número de partes en que dividió la regleta y cuantas partes tomo de ella para medir correctamente el segmento. Dicho contenido se profundiza desde cuarto grado de primaria.

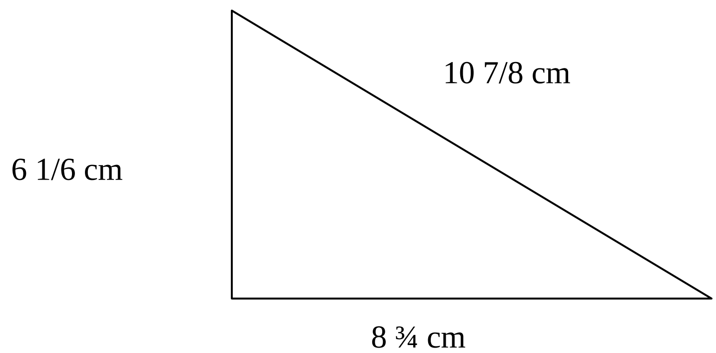
Reactivo 3, 7 y 12

3. Un atleta corre por el borde de un parque de forma rectangular del vértice A al vértice B. Si las dimensiones del rectángulo son 3 5/6 metros por 5 7/8 metros, ¿cuanto corrió el atleta?



7. El fin de semana Carlos y su papá subieron a la montaña que está a un costado del pueblo en donde viven. Tardaron 2 ¾ de horas para llegar a la cima de la montaña; descansaron media hora y descendieron en 1 ¾ horas. Calcula la duración de la excursión.

12. Un triángulo mide 6 1/6 cm, 10 7/8 cm y 8 ¾ cm. ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo?



A los tres reactivos que se presentan se les designó un punto a cada uno, ambos corresponden al contenido de adición de fracciones con diferente denominador. El motivo por el cual se le otorgó un punto a cada reactivo fue porque para llegar a su resolución solo se debía realizar una operación, en este caso la adición con diferente denominador, la cual según Brueckner y Bond (1980), los alumnos deben denominar el algoritmo de adición y sustracción de fracciones con diferente denominador desde 5º año. Con dichos reactivos se busca corroborar lo planteado por la SEP (1993) con relación al procedimiento utilizado por los alumnos.

Reactivo 4 y 9

4. El auto de Felipe tenía 6 ½ litros de gasolina en el tanque, le agregó 8 7/10 litros. El tanque tiene una capacidad de 16 ¼ litros.

a) ¿Cuánta gasolina hay ahora en el tanque? _________________
b) ¿Cuántos más se pueden agregar? ________________________
c) ¿Cuánto pagó si el litro cuesta $6.20? _____________________

9. Gabriela fue al mercado y compró 1 ¾ Kg. de camarón y 2 1/8 Kg. de pescado. El kilo de camarón tenía un precio de $30.50 y el de pescado $25.

a) ¿Cuánto pesan los dos juntos? _______________
b) ¿Cuánto más pesó el pescado que el camarón? ______________

c) ¿Cuánto pagó por el camarón? _________________

d) ¿Cuánto pagó por el pescado? __________________

e) ¿Cuánto pagó en total? _________________________

Los reactivos corresponden al contenido de adición y sustracción de fracciones con diferente denominador en contexto de capacidad y cantidad. Se le otorgó tres puntos al reactivo cuatro, y cinco puntos al reactivo nueve, ya que se tomo en cuenta el número de operaciones que se llevaron a cabo para resolver el problema puntuación, porque los alumnos ejercitar procesos como: la memoria, atención, de estrategias ordenadas y jerarquizadas para llegar a la solución de dicho problema. También se desea conocer la manera en que los alumnos utilizan el algoritmo de la adición y la sustracción de fracciones con diferente denominador inmersos en problemas y la forma de relacionar los números naturales con los números fraccionarios.

Reactivo 5 y 6

5. ¿Cuántos minutos hay en 2044 segundos? _______________

6. ¿Dónde hay más tiempo, en 20 minutos o en 1/3 de hora ________________

El puntaje asignado a cada reactivo fue de un punto, los dos refieren al contenido de equivalencias en contextos de tiempo. El motivo por el cual se le dio dicho puntaje fue porque se debe realizar una operación (división) en el reactivo cinco y en el reactivo seis debe trasladar a fracción la concepción de tiempo.

Reactivo 8

Se reparten cuatro pasteles en cinco niños, a todos les toca igual y no sobra.

¿Cuánto le toca a cada niño? __________________

Se le designó al reactivo un punto, pues se refiere al contenido noción parte-todo. La causa de dicho puntaje fue que los alumnos de sexto año de primaria conforme al programa de la SEP (1993) deben haber consolidado dicha noción desde 4º, lo cual significa saber hacer divisiones equitativas de objetos, identificación de la unidad, conservación de la cantidad, uso de las representaciones continuas, y la vinculación del diagrama con el símbolo fraccionario.

Reactivo 10 y 11

10. La estrella Alfa Centauro está a 4 1/3 años luz de distancia de la Tierra, la estrella Sirio se encuentra a 8 3/5 años luz de distancia de la Tierra.

    a) ¿Cuál está más retirada de la Tierra? _______________
    b) ¿Qué distancia hay entre ambas? __________________

11. Ramón mide 1 5/10 metros de altura y Miguel 1 ¼ metro. ¿Cuántos centímetros mide Ramón más que Miguel?

A pesar que los reactivos corresponden al contenido de sustracción de fracciones con diferente denominador, la puntación asignada a cada uno fue distinta, ya que en el reactivo 10 se realizaron dos operaciones y por lo tanto se le dio dos puntos, en cambio en el reactivo 11 solo se llevó a cabo una operación y por ello se le otorgó un punto. El objetivo de presentar estos dos reactivos fue para prestar atención a los diferentes procedimientos que utilizan los alumnos para resolver los problemas, la identificación de la operación a realizar y la utilización del algoritmo de la sustracción en contextos de distancia.

Reactivo 13

Emiliano tenía una bolsa con 24 canicas. Le dio la mitad a Cesar y un tercio a Daniel.

a) ¿Qué parte de las canicas regaló Emiliano? _____________
b) ¿Cuántas canicas conservó? ____________________

El reactivo que se presenta refiere el contenido noción parte-todo en contextos discretos al cual se le dio dos puntos, ya que dicho problema no contó con material concreto para realizar el reparto así que se debe realizar el reparto de forma mental o por medio de imágenes.

Reactivo 14 y 15

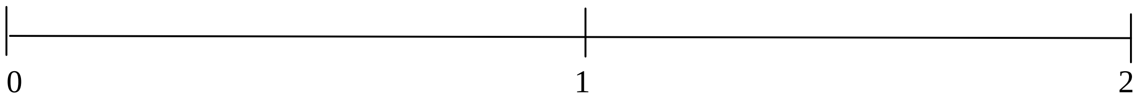
Representa en la recta numérica las siguientes fracciones y realiza las operaciones necesarias para llegar al resultado.

14. María tenía 2 metros de listón, utilizó 1/5 de metro para su falda, 3/5 de metro para su blusa y 2/5 de metro para su peinado.

a) ¿Cuánto listón utilizó en total? En fracciones___________ En cm ____________

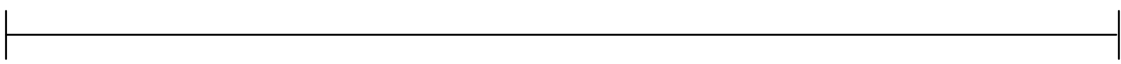
b) ¿En donde utilizó más? En cm ______________

c) ¿Cuánto listón le quedó? En cm _____________ En fracciones _____________



15. Una rana saltó 3 4/8 cm, después saltó 1 3/4 cm, y por último saltó 3/2 cm.

a) ¿Cuánto saltó en total la rana? En fracciones __________ En cm ______________
b) ¿Cuál fue el salto más largo? _______________
c) ¿Qué distancia existe entre el primer salto y el último? En cm _____________ En fracciones __________________



El puntaje dado a dichos reactivos fue de cuatro puntos, debido a que se considera de alto grado de complejidad por ser abstracto, en éste caso es necesario que los alumnos cuenten con conocimientos previos sobre diagramas y símbolos, que asociaran con un punto de la recta y representaran la fracción como medida. Además en cada reactivo fue necesario realizar tres operaciones de adición o sustracción de fracciones con diferente denominador Por último nos muestra las habilidades, estrategias, procedimientos con los que cuenta el alumno y el saber como traslada su comprensión de los contenidos a situaciones concretas.

La segunda evaluación se calificó de acuerdo con los siguientes criterios de puntuación, los cuales se establecieron en relación con los incisos que conformaron cada reactivo.

Reactivo	**Puntuación**
1	1
2	2
3	3
4	2
5	4
6	5
7	8
8	2
9	4

10	4
11	2
12	1.5
13	1.5
14	3
15	5
16	2

Tabla 2: Puntuación asignada a cada reactivo

Reactivo 1

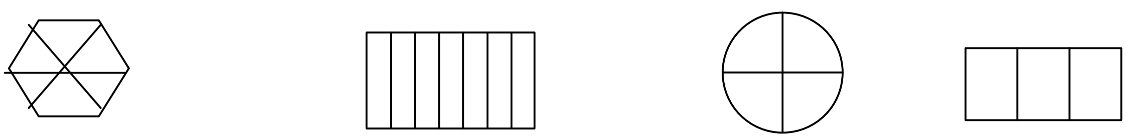
I. Lee las instrucciones cuidadosamente y contesta lo que se te pide.

Con la hoja que se te ha dado dobla e ilumina la fracción que se te dará a continuación <u>3/7.</u>

El motivo por el cual se inició la evaluación con este reactivo fue porque es el contenido (parte-todo) de menor dificultad, por medio de éste se busca indagar sobre la traslación de lo concreto a lo simbólico y sobre el nivel de internalización de la noción parte todo en contextos continuos. Por lo anterior se le asignó un punto.

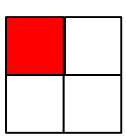
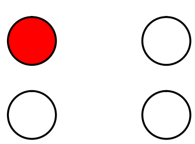
Reactivo 2 y 3

2. Colorea la fracción que se te pide.



2/6 4/7 3/4 3/3

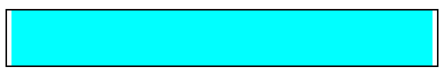
3. Completa y colorea lo que falta en la siguiente tabla.

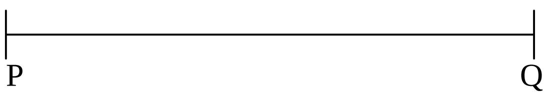
Figura Geométrica	Colección	Palabra	Símbolo
		Un cuarto	1 /4

El reactivo dos evalúa también la noción parte-todo y el manejo de fracciones menores a la unidad. El puntaje que se asignó fue de dos puntos, ya que el grado de dificultad fue menor que en el reactivo tres. Ambos (reactivos 2 y 3) evalúan el mismo contenido sólo que en el reactivo tres se introducen los contextos discretos y la escritura, por tanto se le dio un punto más a éste reactivo. Además con dicho reactivo podemos verificar si el alumno ha interiorizado el preconcepto de fracción común haciendo uso de gráficos-diagramas.

Reactivo 4

Recorta la siguiente barra, mide los segmentos que se presentan a continuación y exprésalo en fracción.



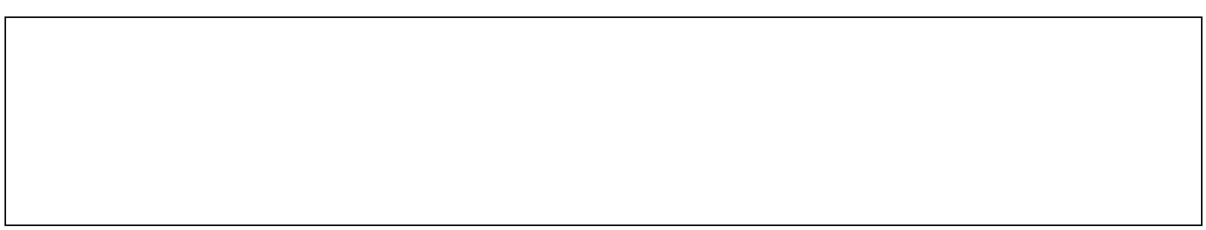


PQ=

El reactivo corresponde al contenido de medición de longitudes por medio de fracciones, retoma conceptos sobre notación de la fracción, esto es, escribir el número de partes en que dividió la regleta y cuantas de ellas cubren el segmento, así como la introducción de la fracción mixta o mayores a la unidad, por estas razones se le otorgaron 2 puntos.

Reactivo 5 y 9

5. Divide e ilumina el siguiente rectángulo como se te pide.
   - 1/2 de azul
   - 1/16 de rojo
   - 1/8 de amarillo
   - 1/4 de verde



9. Completa la siguiente tabla por medio de equivalencias de modo que la fracción siempre sea equivalente a 3/2

Pasteles	3								
Niños	2								

Los reactivos que se presentan (5 y 9), hacen énfasis en el contenido de equivalencias, a cada reactivo se le asignó cuatro puntos, porque el grado de dificultad es mayor, ya que en el primer reactivo los alumnos deben dividir el entero en las diferentes partes indicadas en la fracción y darse cuenta que son fracciones equivalentes. En el segundo reactivo, los alumnos deben identificar la fracción inicial y calcular las equivalencias en los cuadros siguientes.

Reactivo 6

Con las siguientes bolitas resuelve las preguntas. Las azules pesan 50 gramos y las rojas 100 gramos.

a) ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar ½ kilo? _________________

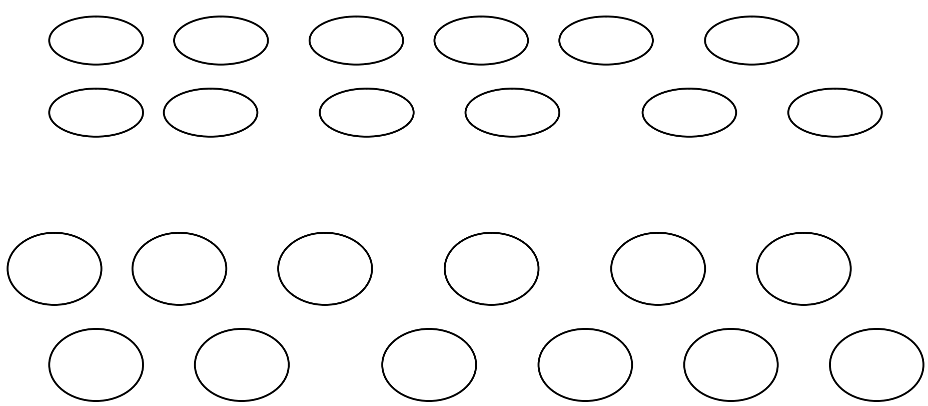
b) ¿Cuántas bolitas rojas necesito para formar ¼ de kilo?_______________

c) ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar 1000 gramos? ___________

d) Si juntamos 5 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilogramos tenemos? Exprésalo en fracción __________ y en número natural____________.

e) Si juntamos 10 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilos tenemos? Exprésalo en fracción_____________ y en número natural______________.

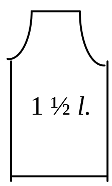
f)¿Cuántas bolitas necesitan para formar 1.750 Kg. o 1 ¾ Kg.? ________________



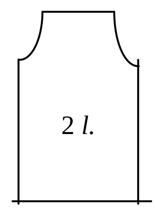
Se le otorgaron cinco puntos al reactivo, debido a que el grado de dificultad fue más elevado que en los reactivos anteriores que refieren al contenido de equivalencias y en éste caso los alumnos ya no manipularan el material como en ejercicios pasados aunque si contarán con imágenes para apoyar sus cálculos, es decir, tendrán que realizar la traslación de lo gráfico a lo simbólico, así como a la fracción al decimal.

Reactivo 7

Con las siguientes botellas contesta las preguntas y completa las siguientes tablas.



B



A

a) ¿Cuántos vasos se llenan con la botella A y cuántos con la botella B? _____ ___
b) ¿Qué parte de la botella A y de la botella B ocupa cada vaso? _______________
c) ¿Qué parte de la botella B ocupa la botella A?__________________

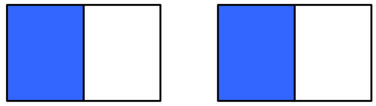
Número de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Botella de 2 litros									

Dicho reactivo, hace alusión al contenido de proporción de fracciones. El puntaje que se le dio fue de ocho puntos, debido a que tenía contestar tres preguntas y completar las tablas que se le presentaron, las cuales debía realizar una comparación entre dos medidas de capacidad. Por otra parte este tipo de ejercicio ayuda a los alumnos a darse cuenta de la equivalencia de situaciones.

Reactivo 8, 12 y 13

3. Resuelve las siguientes sumas e ilústralas como en el siguiente ejemplo.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$$



$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{4}{8} + \frac{3}{8} =$$

12. Resuelve las siguientes adiciones de fracciones.

$\frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \boxed{}$ $\qquad$ $\frac{9}{9} + \frac{6}{9} = \boxed{}$ $\qquad$ $\frac{6}{4} + \frac{6}{4} = \boxed{}$

13. Resuelve las siguientes sustracciones de fracciones.

$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \boxed{}$ $\qquad$ $\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \boxed{}$ $\qquad$ $\frac{12}{10} - \frac{3}{10} = \boxed{}$

Los reactivos ocho y doce corresponden al contenido de adición de fracciones con el mismo denominador y el reactivo trece a la sustracción de fracciones con el mismo denominador. Al reactivo ocho se le asignó dos puntos y al reactivo doce uno punto cinco pues a pesar que miden el mismo contenido la dificultad es diferente, esto es, en el primero los alumnos deben realizar la operación de manera simbólica pero también de manera gráfica, y en el reactivo doce sólo deberán realizar la operación la cual se hace sumando directamente los numeradores. En el caso del reactivo trece se otorgó uno punto cinco por considerarse la misma dificultad que en reactivo doce sólo que la operación es a la inversa. (sustracción) .

Reactivo 10

Encuentra las fracciones equivalentes para que las dos fracciones tengan el mismo denominador.

- 2/3 , 3/4
- 1/2 , 2/5

El siguiente reactivo hace alusión al contenido de equivalencias. Para su resolución fue necesario contar con las nociones básicas sobre fracciones, realizar la representación mental del problema y después hacer la traslación entre las representaciones, por ese motivo se le dieron cuatro puntos.

Reactivo 11

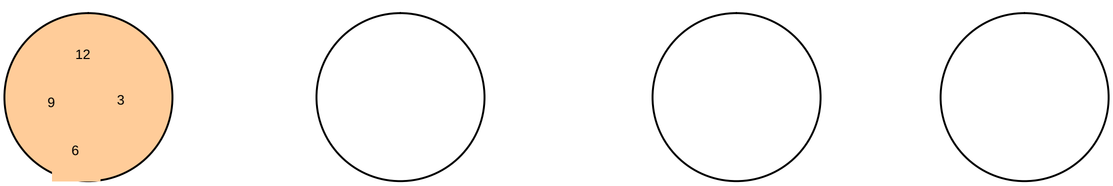
Colorea y escribe la fracción correspondiente al contenido de cada uno de los siguientes recipientes.

3/7 + 2/7 = $\boxed{}$

A dicho reactivo se le asignó dos puntos, esto fue porque el grado de dificultad fue menor, ya que la realización de las operaciones se llevó a cabo con la ayuda de diagramas. Por lo tanto lo que debían realizar fue la traslación de lo gráfico-diagrama a lo simbólico. Por último el contenido que se evaluó fue adición de fracciones con igual denominador.

Reactivo 14

Colorea la parte de las carátulas que corresponda a las fracciones de hora.



1 1/4 5/6 2/3

Aunque este reactivo revisa la noción parte-todo, se debía relacionar el contexto de tiempo con la fracción menor a la unidad, en este sentido se considera una habilidad básica y de mucha utilidad, por lo tanto se le asignó tres puntos.

Reactivo 15

Completa las siguientes tablas con precios que conozcas y después contesta las siguientes preguntas.

SANDÍA

Kilo	Precio
1/2	
1	
1 1/2	
2	

PAPAYA

Kilo	Precio
2	
3	
4	
5	

LIMONES

1/4	
3/4	
1	
1 1/2	

a) Si dos kilogramos de papaya cuestan $_______ ¿Cuánto cuestan 4 kilogramos? _________ ¿Y 81/4 Kilogramos?__________

b) Si tres cuartos de limones cuestan $________ ¿Cuánto costarán seis cuartos?_________

c) Si medio kilo de sandía cuesta $_______ ¿cuánto cuestan 1 Kilogramo y medio?___________

d) ¿Cuánto costarían 10 1/2 Kilogramos de limones? ___________

e) ¿Cuánto costarían tres Kilogramos de sandía, si ½ Kg. cuesta $3 y 1 Kg. $6? _________

f) ¿Cómo se puede obtener a partir de estos datos lo que cuesta 1 1/2 Kg.?____________

El presente ejercicio enfatiza en el contenido de equivalencia y en la conversión de cantidad a contextos de peso. Para la resolución es necesario hacer la representación mental del problema y después hacer la traslación entre las representaciones, por tanto se considera de un alto nivel de dificultad en relación a otros reactivos y por ese motivo se le dieron cinco puntos.

Reactivo 16

Coloca en el recuadro mayor, menor, o igual según corresponda y realiza los dibujos necesarios.

$\frac{5}{3} \square \frac{10}{6}$ $\frac{3}{12} \square \frac{5}{8}$ $\frac{8}{2} \square \frac{2}{6}$ $\frac{3}{10} \square \frac{5}{9}$

Dicho reactivo corresponde al contenido de comparación de fracciones, en el cual están inmersos los contenidos de noción parte-todo, equivalencias y fracción mixta. Se le dio dos puntos, ya que los alumnos realizaron gráficos-diagramas para representar la fracción y así compararlas tanto de forma gráfica como simbólica, por tal razón es necesario que se realice también una traslación del diagrama al símbolo.

Programa de intervención

Para elaborar el programa de intervención (ver anexo 3), se revisó además de los libros y ficheros de matemáticas de 5º y 6º grado (SEP, 2000), los libros y ficheros de 3º y 4º grado (SEP, 2000); lo anterior debido a que en la evaluación inicial los alumnos demostraron grandes deficiencias en cuanto a conocimientos previos particularmente en fracciones y resolución de problemas. Por esta razón se consideró necesario iniciar las sesiones con nociones básicas como, la relación parte-todo en diferentes contextos inmersos en problemas sencillos, con la finalidad de conseguir una apropiada atribución de significados y, de este modo, consolidar dichas nociones. Así dar un primer paso en el conocimiento y manejo de las fracciones.

Dicho programa se realizó cinco días después de la evaluación inicial, se conformó de diez sesiones, con una duración de entre 60 y 90 minutos. Asimismo se consideró los siguientes contenidos distribuidos en diferentes actividades:

- 3 actividades, de noción parte-todo.
- 7 actividades, sobre equivalencias de fracciones.
- 4 problemas sencillos de adición y sustracción de fracciones.
- 1 actividad de adición de fracciones.
- 1 actividad de sustracción de fracciones.
- 1 actividad de medición de fracciones.
- 1 actividad de comparación de fracciones.
- 1 actividad de fracciones en contexto de tiempo.

Las sesiones se desarrollaron de la siguiente manera:

- Primera sesión

1 actividad de noción parte-todo

- Segunda sesión

2 actividades de noción parte-todo

1 actividad de medición de longitudes en fracciones

- Tercera sesión

1 actividad de equivalencias de fracciones

- Cuarta sesión

1 actividad de equivalencia de fracciones

- Quinta sesión

1 actividad de equivalencias de fracciones

1 de proporcionalidad de fracciones

- Sexta sesión

1 actividad de adición de fracciones

- Séptima sesión

1 actividad de equivalencia de fracciones

- Octava sesión

2 actividades de equivalencias

1 de adición de fracciones

1 de sustracción de fracciones

1 actividad de fracciones en contextos de tiempo

- Novena sesión

1 actividad de equivalencias de fracciones

1 de adición de fracciones

1 de sustracción de fracciones

- Décima sesión

1 actividad de comparación de fracciones

En el programa se hizo énfasis en la equivalencia de fracciones una vez que se desarrolló la habilidad de utilizar la relación parte-todo. Otro punto al cual se dio prioridad fue la resolución de problemas de fracciones con denominador común. Lo anterior a partir de lo que mencionan Llinares et al (1997) sobre el uso de los problemas, los autores consideran que es a través de estos problemas que se proporciona los contextos necesarios para conceptualizar los procedimientos en el cálculo de fracciones. Esto resulta útil para hacer conscientes a los alumnos de las relaciones entre manipulaciones y representaciones simbólicas y, de este modo, sentar las bases para los procesos algorítmicos.

Técnica de aprendizaje cooperativo

La técnica de aprendizaje cooperativo que se empleó en el programa de intervención, se denomina Student Time Learning/STL desarrollada por Slaving y Colaboradores; la cual el aprendizaje se lleva a cabo en equipos heterogéneos entre cuatro y seis integrantes.

Evaluación del programa de intervención

Cada sesión del programa de intervención se consideró comprendida, si el 80% de las actividades fueron contestadas correctamente por los alumnos.

Procedimiento

Tanto las evaluaciones como la aplicación del programa de intervención, conformada por diez sesiones, se realizaron dentro de cada grupo en su respectivo salón y horario habitual de clases (turno matutino), ambas aplicadoras estuvieron presentes en todas las sesiones. Los horarios se organizaron de la siguiente manera:

De 8: 00 a 9:30 en 6º A

De 9:30 a 11:00 en 6º B

Para las evaluaciones y las dos primeras sesiones de la intervención, los alumnos trabajaron de forma individual con el fin de que manipularan material concreto para la resolución de las actividades. En el resto de las sesiones (ocho) se formaron grupos cooperativos de entre cuatro y seis alumnos.

Para cada sesión de grupos se requirió al inicio entre cinco y diez minutos para la organización ya que ésta implicó movimiento de mobiliario, asignación de papeles a los integrantes de los grupos cooperativos (supervisor, encargado de la comprensión de todos, abogado del diablo, motivador, responsable de los materiales, observador de comportamientos, secretario de tomar notas y presentar conclusiones a la clase). En lo que se refiere a los profesores de cada grupo, estuvieron presentes la mayoría de las sesiones aunque prácticamente no participaron en las actividades.

Entre la evaluación inicial y la evaluación final paralela hubo cuatro semanas de distancia con la finalidad de evitar el recuerdo entre dichas evaluaciones y las sesiones del programa de intervención se llevaron a cabo de la siguiente manera:

1ª semana: tres sesiones

2ª semana: cuatro sesiones

3ª semana: tres sesiones

La segunda evaluación final consideró los contenidos de la intervención, se realizó dos días después de la evaluación final paralela.

La forma en la cual se llevó a cabo cada sesión fue la siguiente:

Se formuló contenidos para cada sesión, en cada una, fueron los mismos integrantes para cada equipo, los cuales eran heterogéneos pues se partió del resultado obtenido en la evaluación inicial; esto es, dentro de cada equipo hubo alumnos con niveles cognitivos diferentes, en lo que se refiere al contenido de fracciones, lo anterior facilitó la generación de puntos de vista divergentes en donde cada uno pudo emplear los recursos que tenia a su alcance para convencer a los otros de su punto de vista. Los alumnos más hábiles poseían mayor conocimiento sobre el tema lo cual resultó benéfico tanto para él mismo como para sus compañeros de grupo, puesto que el alumno hábil afianzó su conocimiento al tener que demostrar que se encontraba en lo correcto, mientras que los alumnos menos hábiles, aprendieron de sus iguales. Al final la experiencia fue amena y provechosa para la mayoría de los alumnos.

Una vez formados los equipos, se asignaban los papeles, se repartía el material y se iniciaba la sesión con una ronda de preguntas con el fin de propiciar que los alumnos predijeran los resultados de la actividad. Posteriormente, se daba una breve exposición del contenido a aprender y se continuaba con el trabajo por equipos para la resolución de la actividad.

Las aplicadoras supervisaron el trabajo e intervinieron en caso necesario para aclarar dudas, así mismo se orientó la discusión y fomentó la participación de los integrantes del equipo. Cada sesión se terminó con una revisión, mediante el intercambio de ejercicios con otro equipo para su evaluación, o con una discusión en grupo, en la que cada equipo explicó el procedimiento que empleó para llegar al resultado.

Lo anterior sirvió como conclusión con el fin de favorecer la formalización de ideas y el desarrollo de un aprendizaje de tipo estratégico, pues se organizó los conocimientos de manera conciente con la ayuda de la verbalización.

RESULTADOS

a) Análisis Cuantitativo

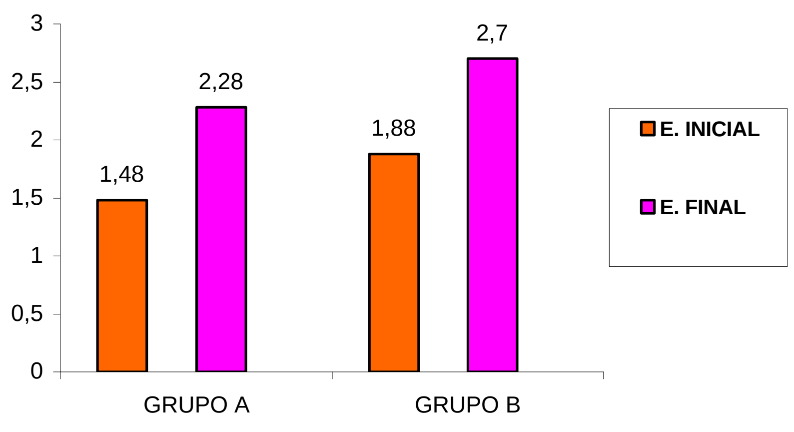
- **Evaluación inicial-evaluación final paralela**

Los resultados obtenidos en la evaluación inicial-evaluación final paralela sobre contenidos de noción parte-todo, medición de longitudes con fracciones, equivalencias de fracciones, adición y sustracción de fracciones y adición y sustracción de fracciones con recta numérica, se analizaron utilizando el estadístico de prueba “t de student”, dado que se comparó dos muestras relacionadas con nivel de significación intervalar, con el fin de determinar si las medias de la evaluación inicial vs evaluación final, son estadísticamente significativa.

Dichas evaluaciones se calificaron de acuerdo con los criterios de puntuación especificados en la metodología (tabla 1), los cuales se establecieron en relación con los incisos que conformaban cada reactivo.

En los resultados del análisis de la “t de student” se exponen las diferencias entre la evaluación inicial-evaluación final paralela; para el grupo A fue $t=1.62$ el cual no resulta significativo de acuerdo con el valor de la tabla en un nivel de .05 de probabilidad ($1.62 < 2.021$). En el grupo B se obtuvo $t= 2.5$ y resulta superior al valor de la tabla en un nivel de .05 de probabilidad ($2.5 >2.000$).

Como se observa en los datos presentados anteriormente sobre ambos grupos, la intervención llevada a cabo, resultó significativa para el grupo B, ya que superó el resultado obtenido en la evaluación inicial. De igual forma, el grupo A logró superar los resultados obtenidos en la evaluación inicial aunque de acuerdo con la prueba estadística aplicada esta diferencia no fue significativa.



Por último, se debe mencionar que la propuesta que se construyó inicialmente para la intervención, tuvo que ser modificada en dos ocasiones. Lo anterior debido a que se consideró finalizar las sesiones con la resolución de problemas de fracciones similares a los de la evaluación inicial, los cuales corresponden al nivel de dificultad de contenidos de sexto año de primaria, pero a partir de los resultados de la evaluación inicial, y de acuerdo con el enfoque propuesto por la SEP (1993) y numerosos autores referidos en la revisión teórica, es importante que los alumnos consoliden previo a la adición y sustracción de fracciones con diferente denominador en la resolución de problemas, los contenidos de equivalencia de fracciones, el procedimiento para obtenerla y la consolidación de la noción parte-todo por medio de dibujos y diferentes materiales.

- **Segunda evaluación final**

Los resultados de la evaluación inicial se tomaron como punto de partida para elaborar el programa de intervención de menor nivel de dificultad debido a la falta de conocimientos previos suficientes por parte de los alumnos, con lo anterior como base, se realizó una segunda evaluación final que midiera el alcance de dicha intervención, donde se evaluaron contenidos sobre noción parte-todo, medición de longitudes, equivalencia de fracciones, variación proporcional con fracciones, adición y sustracción de fracciones y comparación de fracciones.

Debido a lo anterior, no se realizó análisis cuantitativo de la segunda evaluación final.

b) Análisis Cualitativo

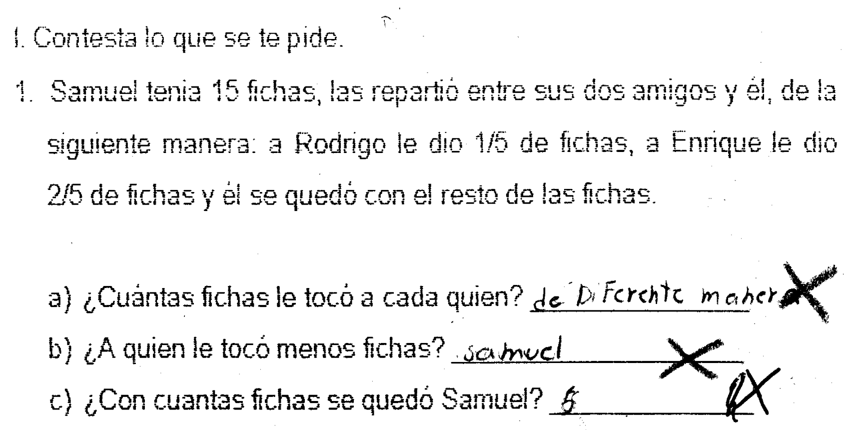
- **Evaluación inicial-evaluación final paralela**

A partir de los resultados obtenidos se puede decir que la técnica de aprendizaje cooperativo es efectiva para el aprendizaje de fracciones en sexto año de primaria. Aun cuando las diferencias entre la evaluación inicial y la evaluación final paralela sólo fueron significativas en el grupo B, es preciso hacer notar que los conocimientos previos de los alumnos en estos contenidos eran prácticamente nulos como se aprecia en los resultados de la evaluación inicial.

Los mayores avances se pueden ver en la segunda evaluación final, la cual se realizó por contenidos y a partir de las actividades que se desarrollaron durante la intervención. Por esta razón se menciona que, ambas técnicas empleadas para el aprendizaje de fracciones son efectivas, ya que se produjo avances en las dos evaluaciones finales.

Se consideró presentar los contenidos en una secuencia que fue de lo general a lo específico y de lo sencillo a lo complejo. A continuación se presentarán algunos ejemplos de las diferencias entre ambas evaluaciones así como su explicación.

Figura 1. Ejercicio de la evaluación inicial sobre el contenido parte-todo.



I. Contesta lo que se te pide.

1. Samuel tenia 15 fichas, las repartió entre sus dos amigos y él, de la siguiente manera: a Rodrigo le dio 1/5 de fichas, a Enrique le dio 2/5 de fichas y él se quedó con el resto de las fichas.

a) ¿Cuántas fichas le tocó a cada quien? de DiFerchte maher

b) ¿A quien le tocó menos fichas? samuel

c) ¿Con cuantas fichas se quedó Samuel? 5

El presente ejercicio mide el conocimiento del alumno sobre noción parte-todo en contextos discretos con la manipulación de material concreto, éste fue fichas de fomy de diferentes colores.

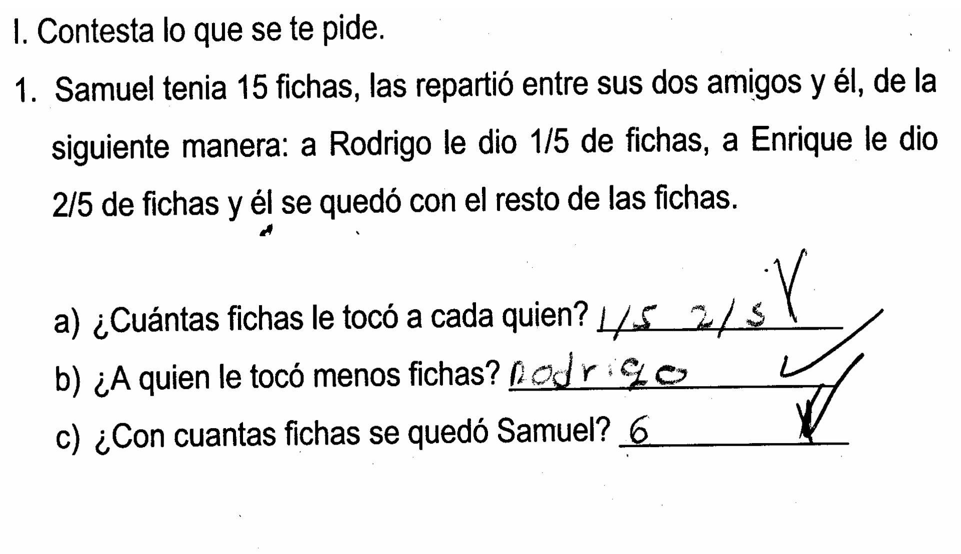
Se observa que no hubo la comprensión necesaria del problema, por lo tanto no se obtuvo una representación mental que permitiera encontrar un procedimiento adecuado para la resolución del problema. Para ello era necesario aplicar principios de números fraccionarios, es decir, concebir el total de las fichas como un todo y, a partir de esto, realizar la división que se pedía en el problema.

El fracaso se debe a que los alumnos no realizaron una adecuada planeación, es decir, se presentaron dificultades en el reconocimiento y análisis de los elementos del problema, carencia de hipótesis y no se buscaron alternativas de procedimiento para resolver el problema.

Otro error se presenta en relación a la ejecución, en donde no se tomó en cuenta los conocimientos previos, nuevas alternativas para su solución y la falta de interés en la precisión de la respuesta a partir de esto, el error más notable fue la falta de revisión, esto es, la comprobación. Así mismo se alteró el procedimiento para lograr el resultado y se ignoró la relación entre la pregunta y la respuesta que se dio (Barberà et al, 1997).

Lo anterior se puede explicar con lo que dice Kaplan et al, (1997); sobre los preconceptos que poseen los alumnos en las matemáticas; los alumnos cometen errores debido a que no razonan y ponen en práctica procesos memorísticos pues tienen la idea de que en matemáticas, las respuestas se deben dar de manera inmediata y si llegasen a detenerse a pensar la respuesta equivale a hacer trampa. Estos errores, en ocasiones, generan en los alumnos presión, ansiedad y tensión.

Figura 2. Ejemplo de la evaluación final, sobre el contenido parte-todo.



I. Contesta lo que se te pide.

1. Samuel tenia 15 fichas, las repartió entre sus dos amigos y él, de la siguiente manera: a Rodrigo le dio 1/5 de fichas, a Enrique le dio 2/5 de fichas y él se quedó con el resto de las fichas.

a) ¿Cuántas fichas le tocó a cada quien? 1/5 2/5

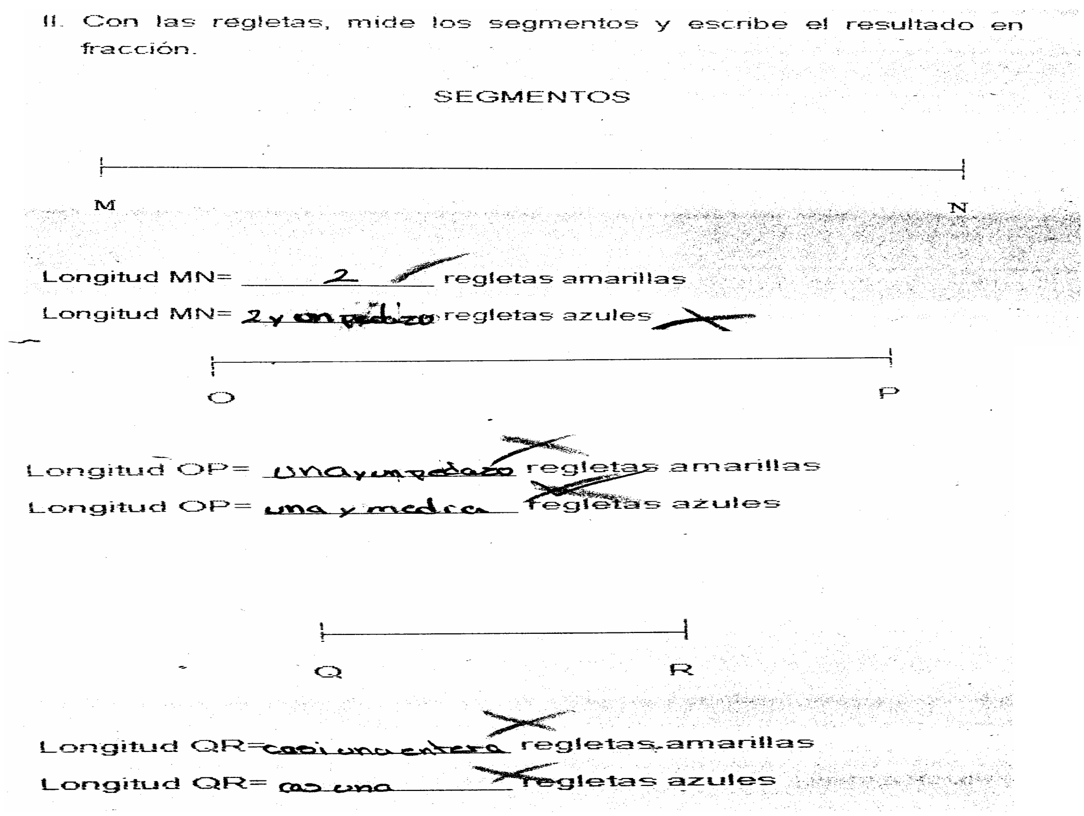
b) ¿A quien le tocó menos fichas? Rodrigo

c) ¿Con cuantas fichas se quedó Samuel? 6

En la figura 2 correspondiente a la evaluación final, en donde el material y los contenidos fueron los mismos que en la evaluación inicial, se observa que se logró un gran avance en la noción parte-todo en contextos discretos, esto es, concibe como un todo al total de las fichas, por lo tanto se repartieron como el problema lo indica.

Por otro lado se aprecia una correcta comprensión verbal del enunciado. El error en el inciso “a” se debe a que colocó en términos de fracción el número de fichas que se pidió tal cual se representa en el enunciado y no en números naturales; este error radica según Llinares et al (1997), en las dificultades más frecuentes que se presentan cuando el alumno adquiere el concepto de fracción en contextos discretos, a) reconocimiento de la unidad; b) reconocimiento de las partes de una unidad y c) determinación de en cuántas partes esta dividido el entero. Por lo tanto debido a que repartió de manera adecuada las fichas para el resto de los incisos, se sugiere que con más práctica, el alumno podrá responder de forma adecuada.

Figura 3. Ejemplo sobre el contenido medición de longitudes, retomado de la evaluación inicial.


II. Con las regletas, mide los segmentos y escribe el resultado en fracción.

SEGMENTOS

M N

Longitud MN= 2 regletas amarillas

Longitud MN= 2 y un pedazo regletas azules

O P

Longitud OP= una y un pedazo regletas amarillas

Longitud OP= una y media regletas azules

Q R

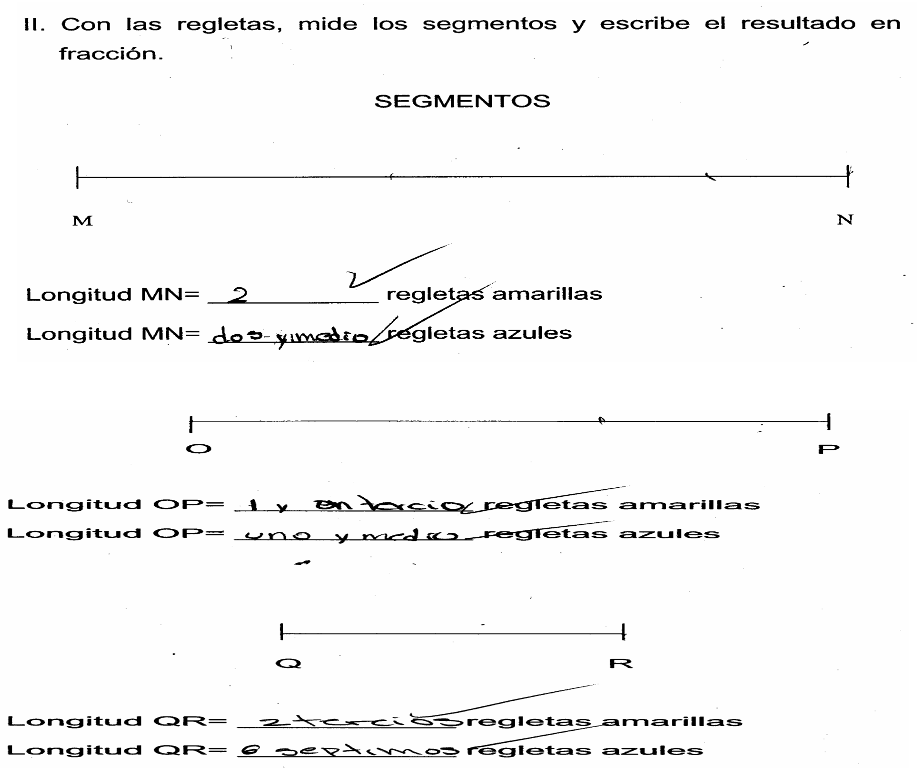
Longitud QR= casi una entera regletas amarillas

Longitud QR= casi una regletas azules

Este ejercicio toma en cuenta los contenidos medición de longitudes, equivalencias y fracción mixta con manipulación de material concreto, en este caso se usaron regletas de cartulina de dos diferentes medidas.

Se puede observar que el sujeto aparentemente mide correctamente los segmentos pero no lo expresa en términos de fracción sino que lo hace con “pedazos” y con “casi enteros”. Esto indica que no domina principios de fracciones que deberían estar consolidados desde tercer grado de primaria, a esto Rojano (citado por Alcalá, 2002) dice que las matemáticas, cuando se construyen a través de las experiencias, conforman redes de conceptos por medio del lenguaje. Por lo tanto el sujeto utilizará gradualmente el lenguaje matemático y la enseñanza como canal para conectar el aprendizaje de dicho lenguaje. Al considerar la postura conceptualista se determina que el lenguaje tiene un papel secundario que necesita de la comprensión conceptual.

Figura 4. Ejemplo retomado de la evaluación final sobre el contenido medición de longitudes.



En dicho ejercicio se utilizó los mismos materiales y contenidos que en la evaluación inicial, en donde se observa que el alumno expresa adecuadamente en términos de fracciones los resultados de su medición. Por tanto, se puede decir que a partir de la intervención realizada, se logró consolidar los principios anteriormente mencionados junto con la noción de fracciones mayores a la unidad y su representación gráfica.

Por lo tanto, dicho ejercicio fue contestado de manera correcta no sólo por el trabajo realizado, sino tal como lo mencionan Piaget y Payne (citado por Llinares et al, 1997) porque la noción de fracciones equivalentes se obtiene cuando se ha adquirido la habilidad de reconocer que las distintas partes de un todo se encuentran en diferentes divisiones y, que al volverlas a juntar, dan nuevamente la totalidad. Lo anterior llevará al sujeto adquirir una relación parte-todo a través de “nombres equivalentes”, en donde dos figuras iguales con distintas relaciones parte-todo, se pueden expresar como un objeto total.

Por último un error frecuente que se encontró en los alumnos con quienes se trabajó el cual se plasmó en la evaluación inicial consiste en que al realizar la suma de fracciones mixtas, se utilizó el algoritmo de la suma de números naturales, ya que ordenan el entero y la fracción de forma vertical y al tenerla de esta manera realizan la suma considerando los números como naturales.

$$5\ \frac{7}{8} + 3\ \frac{5}{6} = 9\ \frac{3}{4}$$

Procedimiento

$$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 5 & 7/8 \\ \underline{3} & \underline{5/6} \\ 9 & 3/4 \end{array}$$

Nos se abordó el algoritmo de la adición de fracción mixta en la intervención, debido a que los alumnos no contaban con los conocimientos previos necesarios para llevarla acabo.

Con lo dicho anteriormente se puede concluir, que es preocupante el bajo rendimiento de los alumnos en matemáticas, específicamente en fracciones como se pudo constatar en la evaluación inicial aplicada a los alumnos de ambos grupos. Lo anterior coincide con lo que menciona Ávila (1991) respecto al insuficiente aprendizaje con que egresan los alumnos de sus años de educación básica.

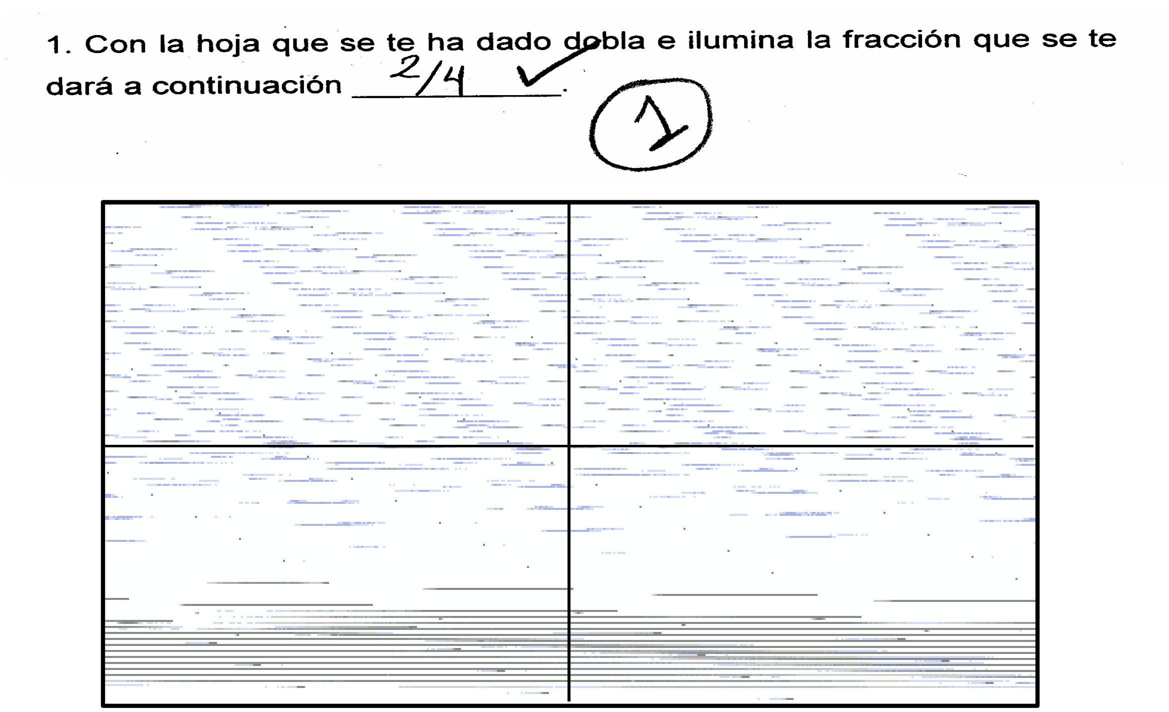
- **Segunda evaluación final**

El siguiente análisis se obtiene de la segunda evaluación final realizada por los alumnos al termino de las diez sesiones de trabajo, dicha evaluación tuvo como finalidad valorar los contenidos revisados en la intervención.

La evaluación muestra cómo se dio la comprensión sobre el tema, noción parte-todo, medición de longitudes, equivalencias, proporción, adición y sustracción de fracciones de igual denominador y comparación de fracciones; dicho orden concuerda con lo referido por Block (citado por Ávila, 1989), quien menciona que para el aprendizaje de fracciones, es necesario iniciar con el reparto completo y equitativo, posteriormente utilizar expresiones de un medio, un cuarto, un tercio en la representación de los resultados y por último llevar a cabo equivalencias.

A continuación se presentan ejemplos ordenados de acuerdo con los contenidos que se manejaron.

Figura 1. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre noción parte-todo.



Con dicho ejercicio se inició la segunda evaluación final, en donde el alumno manipuló una hoja de papel, en la cual se debía representar la fracción dada. El objetivo fue corroborar si los alumnos habían consolidado el contenido noción parte-todo. Por tanto se observa que se ha comprendido y consolidado la noción parte-todo utilizando material concreto, ya que en la intervención se trabajó con la manipulación de materiales y se introdujo el tema como lo menciona Llinares et al, (1997):

1. Iniciar con actividades que aparentemente no tengan relación con fracciones.
2. Realizar a partir de eso, preguntas y provocar conflictos para indagar sobre los conocimientos previos.
3. La interacción verbal, ya que por medio de esta el alumno exterioriza hasta donde sabe del tema.
4. Realizar secuencias de enseñanza a partir del conocimiento informal sobre mitades, tercios y cuartos.
5. Manejar modelos concretos de algunas fracciones.

También se consideró lo referido por Llinares et al, (1997) quienes proponen un modelo para trasladar el concepto sobre un esquema concreto a uno simbólico.

a) Doblar cuartillas como unidad. (1/2, 1/4, 1/8) y denominarlas como una de las dos que cubren la unidad, es importante dejar que el alumno doble las cuartillas, esto es para reforzar la noción de parte congruentes y no la de partes de la misma forma. Con esto logramos que identifiquen la unidad y descubrir que no siempre el número de divisiones da el número de partes y, por tanto, no da la fracción. Esto fue lo realizado por los alumnos en las tres primeras actividades sobre noción parte-todo.

b) Traslaciones entre representaciones. Mostrar un papel con diferentes fracciones sombreadas y se pide que representan la fracción (1/4, 2/4 y 3/4). Después de realizar los dobleces en cuartillas, se prosiguió con traslación, la cual se trabajó en la actividad cuatro sobre noción parte-todo. Con las fracciones que se trabajó fueron 2/6, 1/9, 6/10, 4/8, 3/3.

Figura 2. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre noción parte-todo.

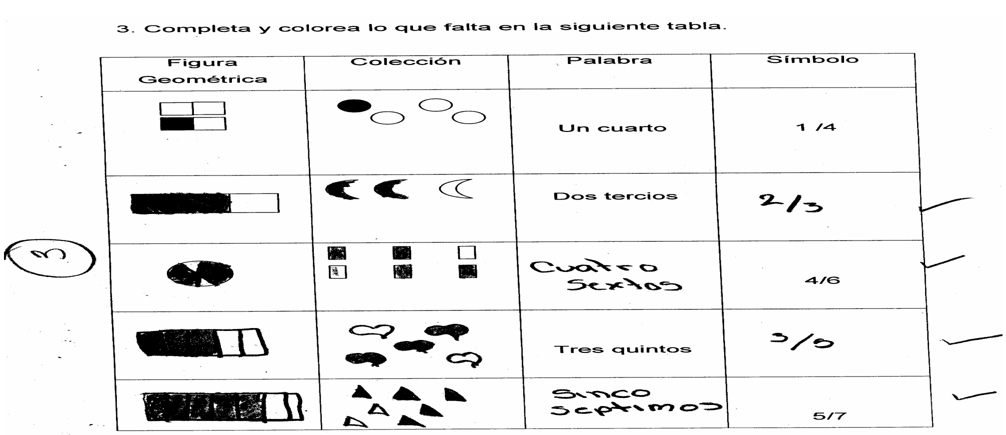

3. Completa y colorea lo que falta en la siguiente tabla.

Figura Geométrica	Colección	Palabra	Símbolo
		Un cuarto	1 /4
		Dos tercios	2/3
		Cuatro Sextos	4/6
		Tres quintos	3/5
		Sinco Septimos	5/7

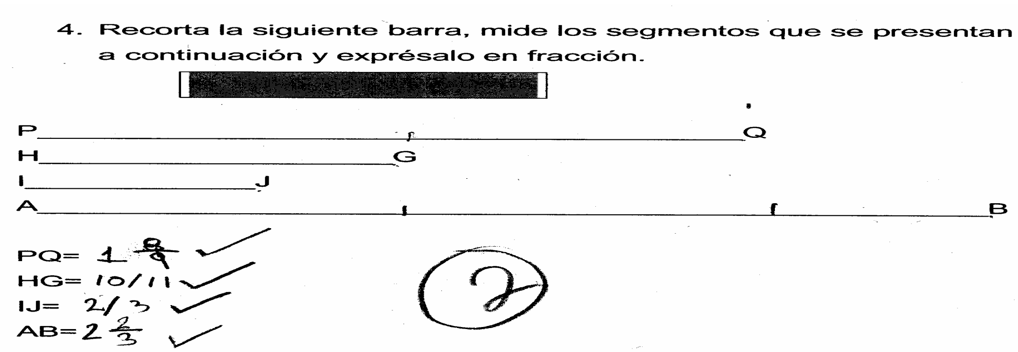
El presente ejercicio muestra el contenido noción parte-todo y su traslación entre representaciones del concepto sobre un esquema gráfico a uno de símbolos.

Por tanto representa al contenido noción parte-todo pero en relación con la segunda y tercera etapas que refiere Bruner (1966), las cuales son la icónica y simbólica; la primera se ve reflejada en las dos primeras columnas, en donde por medio de imágenes gráficas ya sea círculos o rectángulos se explora el concepto de fracción. Referente a la etapa simbólica, se muestra en las dos últimas columnas donde se utiliza la convencionalidad social pues se manejan los símbolos, unos son letras y otros números.

Por lo tanto para la resolución de dicho ejercicio fue necesario contar con conocimientos previos sobre noción parte-todo, con los cuales no se contaba antes de iniciar la intervención lo cual se constató en la evaluación inicial. Sobre éstas dificultades Ávila (1991) señala que centran su atención en el numerador o número de partes que se tomaban en la figura, y en ocasiones, relacionan éste con el total de partes en las cuales la figura estaba dividida o con el denominador, es decir, concebían desligados los términos de la expresión numérica de la fracción.

Por tal razón en la intervención se hizo énfasis en dicho contenido (noción parte-todo), ya que para consolidarlo, fue indispensable como menciona Figueras (1990) que los alumnos se apoyen en dibujos y representaciones gráficas para su resolución. De igual forma Kieren (citado por Valdemoros, 1997) sustenta que en la enseñanza de fracciones es necesario utilizarlas a través de dibujos en ejercicios de reparto, ya que de esta forma, agrega el autor, la explicación será más clara y entendible para los alumnos, y a partir de esto, desarrollarán un procedimiento gráfico al llevar a cabo la adición de fracciones.

Figura 3. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre medición de longitudes.

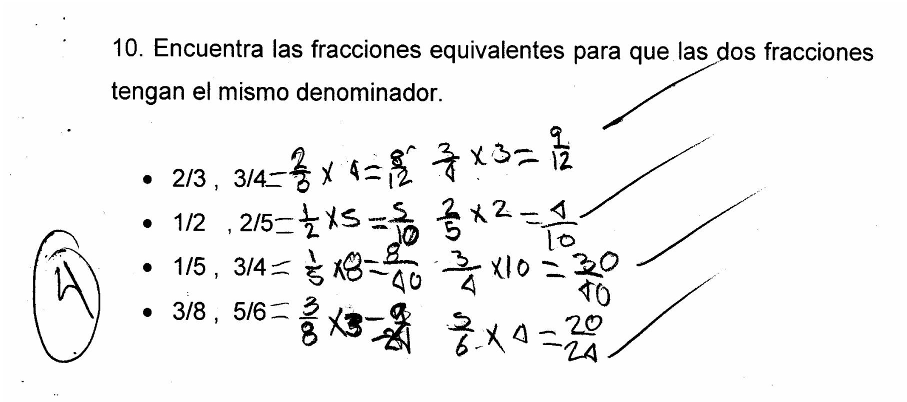


La presente imagen hace alusión al contenido medición de longitudes, en donde se retoman nociones de fracción mixta y parte-todo y se utilizó una regleta de cartulina para medir los diferentes segmentos.

La principal dificultad durante la intervención fue realizar las predicciones con fracciones mayores a la unidad. Pero una vez que se llevó a cabo la comprobación los alumnos conscientizaron sus errores y corregían sus apreciaciones iniciales lo cual ayudó a formalizar el concepto de fracción mixta.

Así mismo se tomó en cuenta lo que menciona Llinares et al (1997), en cuanto a introducir fracciones mayores a la unidad, que estas deben enseñarse junto con material concreto y su representación gráfica, de esta manera, se dará la introducción natural en fracciones mayores a uno, se favorecerá ver a la unidad formada por todas las partes, la noción mixta de forma natural y la noción de orden lo cual será la mejor preparación para la adición y sustracción del mismo orden. De esta manera el contenido medición de longitudes con fracciones se consolidó a causa de diversos factores; entre ellos se encuentra el manejo de material concreto, manipulación del conocimiento, la ayuda de las aplicadoras y de los compañeros de trabajo y el desempeño exitoso de los roles asignados a cada alumno.

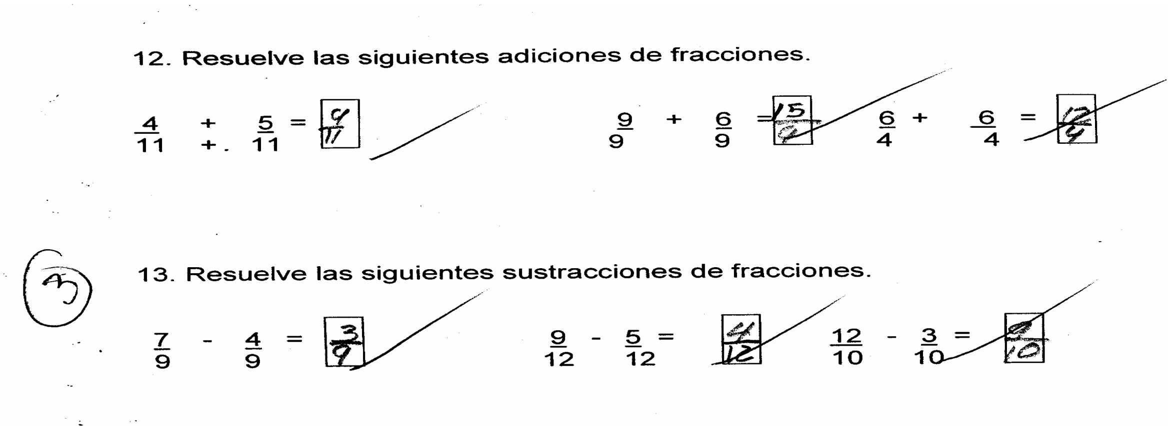
Figura 4. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre equivalencias.



En la siguiente lámina, la instrucción fue que los alumnos debían obtener las fracciones equivalentes para que las dadas quedaran con el mismo denominador, en éste caso debían aplicar el algoritmo de equivalencias. En este ejercicio no existió dificultad pues se consolidó dicho algoritmo.

Diversos autores (Arceo 1996; Caballero 1995) coinciden que se debe introducir las fracciones de reparto mediante el uso de material concreto con el fin que se reconozcan las equivalencias entre los diferentes repartos, de este modo se favorece la aparición natural del concepto de fracción y da pie a la representación simbólica. Block (citado por Ávila, 1989) concluye que para llevar a cabo el aprendizaje de fracciones es necesario, primero, motivar a los alumnos a utilizar el reparto completo y equitativo; posteriormente utilizar siempre las expresiones de un medio, un cuarto, un tercio en las representaciones de los resultados del reparto y por último, el alumno debe realizar la equivalencia de fracciones. Por su parte Kieren (citado por Valdemoros 1997) menciona que la partición, la formación de unidad por medio de sus partes y la equivalencia, son la mejor manera de iniciar la enseñanza de fracciones ya que son la raíz cognitiva de los conocimientos intuitivos.

Figura 5. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre adición y sustracción de fracciones con igual denominador.



Éste ejercicio considera contenidos de adición y sustracción de fracciones con igual denominador, en donde no se utilizó material concreto ni imágenes.

Los reactivos de dichos contenidos se resolvieron correctamente por los alumnos, debido a que se introdujeron dichos contenidos por medio de material concreto durante la intervención, posteriormente de manera gráfica y por último como se muestra en la figura 5, de forma simbólica.

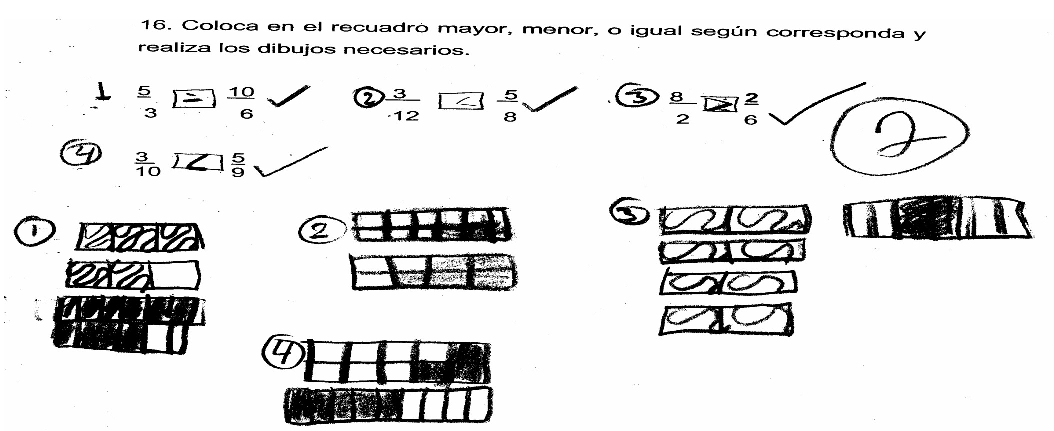
Dichos contenidos no se profundizaron, ya que no presentaron mayor dificultad en la realización de las actividades, esto se debe a las diferentes estrategias utilizadas por los miembros de los equipos, las cuales son referidas por Llinares et al (1997): a) adición y sustracción de fracciones con el mismo denominador, se apoyan en la realización de equivalencias de fracciones, para encontrar múltiplos del denominador más grande que también sean múltiplos del otro denominador y b) adición y sustracción de fracciones con diferentes denominador, se da a un nivel poco intuitivo, realizándose en un nivel simbólico aunque en algunos casos debe volverse a situaciones concretas para conservar la intuición.

Como se puede ver, existieron avances partir del trabajo llevado a cabo en la intervención, los alumnos lograron realizar de manera correcta el algoritmo de adición y sustracción de fracciones con igual denominador pues al inicio de la intervención éstas se percibían como lo mencionan Llinares et al, (1997) el alumno suma de forma independiente los numeradores y denominadores y lo mismo ocurre en la sustracción. Dicho error es originado en algunas ocasiones por la similitud notacional existente entre las fracciones y los números naturales, es decir, se escriben las operaciones de fracciones de manera similar a las de números naturales como en el siguiente ejemplo:

Sumar independientemente los factores:	En lugar de:
$\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$	$\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$

En lugar de pasar de forma directa al resultado, el denominador que en este caso es 5, los alumnos tienden a sumarlos de la misma manera en que se suman los números naturales.

Figura 6. Ejercicio de la segunda evaluación final sobre comparación de fracciones.



En la figura 6 se revisaron los contenidos de noción parte-todo, equivalencias y fracción mixta, por medio de la realización de gráficos hechos por los alumnos, a través de los cuales se logró la comparación de fracciones.

En relación con dicho contenido los alumnos no presentaron dificultades, ya que el trabajo que se realizó con ellos en la intervención fue, como lo mencionan Llinares et al (1997), en las fracciones con el mismo denominador sólo se compara el numerador ya sea mayor, menor o igual, iniciando con material concreto, es decir, doblar papel donde la unidad se separe en partes y la parte indicada se sombrea. Esto sirve para llegar hasta los símbolos.

En la resolución de fracciones con diferente denominador los alumnos ocuparon principalmente cuadrados para realizar la representación gráfica. Una de las dificultades que se presentó en éste caso fue al realizar la representación gráfica de la fracción, porque se consideraba más grande a la fracción que tuviera denominador mayor, pues sólo se tomó en cuenta el número de partes en que se dividió el entero.

c) Análisis de las interacciones entre los alumnos durante la intervención

Las sesiones llevadas a cabo en los dos grupos de sexto año de primaria, se realizaron en equipos conformados por cinco o seis integrantes cada uno, dichos equipos estuvieron integrados de manera heterogénea, es decir, con alumnos hábiles y con alumnos menos hábiles en relación con el tema de fracciones de acuerdo con la evaluación inicial.

Se buscó que por medio de la interacción entre los integrantes de los equipos intercambiaran sus estrategias entre sí sobre el contenido, lo anterior ocasionó entre ellos un conflicto cognitivo y el desarrollo de nuevas Zonas de Desarrollo Próximo.

<u>Estructura cooperativa</u>

Como se mencionó con anterioridad, dicha estructura se caracteriza por la vinculación entre los participantes, esto es, si cada uno consigue alcanzar su objetivo, los demás lo harán. Esta estructura se manejó dentro de ambos grupos, sin embargo entre los alumnos se promovió la interdependencia desde tres enfoques que toman la relación entre iguales, estos son las relaciones tutoriales, aprendizaje cooperativo y colaboración entre iguales.

Se encontró relaciones tutoriales en los siguientes casos:

Los alumnos más hábiles se percataban de algún error en las actividades de los menos hábiles, ya sea durante la realización de la actividad o por medio de alguna expresión errónea. Los más hábiles explicaban la tarea de forma oral, en la mayoría de los casos apoyándose en el material o elaborando esquemas en hojas.

Cuando los alumnos menos hábiles expresaban alguna duda por medio de preguntas, suscitaban que los más hábiles dieran una explicación.

Cuando los más hábiles se mostraban incapaces de explicar la tarea a los menos hábiles, pedían la ayuda de las aplicadoras para completar o sustentar su explicación.

Se encontró colaboración entre iguales cuando todos los miembros del equipo se sentían con la capacidad de resolver las tareas, ésta se elaboraba con entusiasmo, en armonía respetando los turnos y diferentes puntos de vista, lo cual a su vez provocaba que demostraran interés en continuar y finalizar la tarea.

Se encontró aprendizaje cooperativo cuando los alumnos menos capaces mostraban intención de abandonar la tarea debido a la complejidad, en este caso el equipo impulsaba para que se continuara con ésta desempeñando el papel que se había asignado. Ante esto los alumnos retomaban la tarea centraban su atención, elaborando preguntas y participando en su resolución.

CONCLUSIONES

El objetivo del presente trabajo fue diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención a dos grupos de sexto grado de primaria que contribuya a la generación de estrategias para la resolución de problemas de adición y sustracción de fracciones. A partir de los resultados obtenidos, hemos encontrado que el método utilizado para la resolución de las actividades que conformaron la intervención realizada dentro del presente trabajo, es decir, el aprendizaje cooperativo conjuntamente con las explicaciones breves de cada tema al inicio de las sesiones y la ayuda brindada a los alumnos, contribuyeron a una mejor comprensión de los contenidos.

Como consecuencia de los métodos empleados para llevar a cabo la intervención se consolidaron los siguientes contenidos: noción parte-todo en contextos continuos y discretos, equivalencias de fracciones en contextos de medida y peso, medición de longitudes, adición y sustracción de fracciones con igual denominador y comparación de fracciones.

Así mismo se vieron favorecidas diversas situaciones en donde la cooperación, la correlación positiva, intersubjetividad y la hetereogeneidad generaron puntos de vista divergentes que a su vez desembocaban en conflictos cognitivos. Por cual se considera que el trabajo en equipo resultó una manera más eficaz de resolver los conflictos a los que los alumnos se enfrentaron durante dicha intervención, sin dejar de lado los beneficios complementarios que se obtuvieron como la capacidad de cooperar y trabajar en equipo, el respeto por las diferencias individuales y el valor de la ayuda de los demás.

Se consideró importante reconocer el trabajo desde dos vertientes, la primera a nivel individual como medio de desarrollo del mismo alumno y la otra a nivel social, que se refiere al desempeño grupal durante las sesiones por medio de las cuales se destacó los esfuerzos, las fallas y los logros como resultado de la participación responsable entre los integrantes.

Fue así que se evaluó a los equipos por medio de la interacción y participación dentro de las actividades y al final de las sesiones revisando y calificando los trabajos realizados en las mismas, de este modo, se decidía pasar al siguiente contenido o reforzarlo con otra sesión. La evaluación individual se llevó a cabo por medio de las dos evaluaciones finales, una (evaluación final paralela) sirvió como parámetro semejante a la evaluación inicial y la otra (segunda evaluación final) para saber desde qué punto iniciar la intervención.

La segunda evaluación final consideró lo aprendido por los alumnos con relación a la resolución de problemas y ejercicios, por tal motivo los reactivos fueron semejantes a los realizados en las sesiones, con el objetivo de que los alumnos hicieran una transferencia de los procedimientos nuevos y su aplicación a otras situaciones. Por otra parte fue importante la utilización de material concreto y representaciones gráficas durante la evaluación.

En el Documento del docente (1994) se menciona que de 4º a 6º de primaria se realiza la evaluación por medio de pruebas objetivas en todos los contenidos, excepto geometría, dibujo y trazo de figuras.

En el mismo documento, los contenidos de fracciones, se distribuyen de la siguiente manera: 4º de primaria se enfatiza en situaciones de reparto y medición utilizando fracciones y particiones, 5º de primaria se centra en proporción y razón, poniendo atención a la elaboración de problemas que intuyan la identificación, transferencia, conocimiento.

El trabajo en equipo nos permitió, además, llegar a un espectro más amplio de alumnos y, asimismo, que fueran precisamente ellos quienes en ocasiones aclararan las dudas a sus compañeros; de este modo el beneficio se duplicó pues los alumnos más hábiles afianzaban sus conocimientos y los novatos aprendían de sus iguales.

De acuerdo con lo que se pudo constatar por medio de la intervención, la evaluación inicial y lo mencionado por los profesores de cada grupo, los alumnos, presentan en general bajo rendimiento en la mayoría de las materias en sus recientes años de escolaridad. Según los profesores de los grupos con que se trabajó, las dificultades que presentan los alumnos, se debe a factores como, la falta de profesor constante a lo largo de los ciclos escolares, problemas familiares, malos hábitos de estudio, entre otros. Todo esto ha provocado que los alumnos desarrollen actitudes negativas hacia algunas materias, las matemáticas no son la excepción. Por tanto, los alumnos han sido promovidos año con año sin poseer los conocimientos mínimos necesarios.

Lo anterior ha dado como consecuencia la imposibilidad de aprender contenidos con mayor grado de dificultad como lo requiere el Plan y Programas de Estudio de la SEP (1993) dado que no presentan las bases necesarias para relacionar los nuevos conocimientos.

A pesar de lo antes mencionado, el hecho de dar a los alumnos la responsabilidad de participar en su aprendizaje, en este caso, de desempeñar un papel dentro del grupo cooperativo, fue favorecedor, pues en la mayoría de los casos tuvo repercusiones en la actitud de cooperación que adoptaron, lo cual se vio reflejado en una mayor motivación para participar en las tareas aunque éstas fueran de matemáticas.

Por lo tanto concluimos que el aprendizaje cooperativo ayuda a los alumnos a construir y consolidar los conocimientos sobre fracciones, así mismo para el aprendizaje de las fracciones es indispensable tener afirmados los contenidos de noción parte-todo y equivalencias, las estrategias generales y específicas para solucionar problemas.

De esta forma es fundamental que los alumnos cuenten con los conocimientos previos sobre dichos contenidos y sobre todo tener claramente las estrategias utilizadas para resolver problemas u operaciones sobre fracciones, esto servirá para que ellos mismos se apropien gradualmente de los contenidos y les resulten significativos; es decir, que no se limiten solamente a las clases impartidas por el profesor, sino que también le encuentren uso práctico en la vida cotidiana; consiguiendo que éstos comprendan y usen su conocimiento.

La efectividad que tuvo el aprendizaje cooperativo en el aprendizaje de las fracciones, permite que este método de enseñanza pueda ser retomado en diferentes aspectos para la enseñanza de conceptos matemáticos y puede ser una alternativa para eludir los problemas en la enseñanza de las matemáticas.

Limitaciones

Una de nuestras principales limitaciones fue el tiempo, pues se consideraron diez sesiones, las cuales fueron insuficientes para consolidar todos los conocimientos que pretendíamos en el objetivo general de la intervención, esto es, la adición y sustracción de fracciones con diferente denominador inmersos en problemas para lo cual se requiere del dominio previo de varios contenidos, entre estos las equivalencias, las conversiones de fracciones mixtas a impropias y viceversa, el algoritmo con diferente denominador, etc. y todo aplicado en diferentes contextos.

Por esta razón consideramos que diez sesiones de noventa minutos aproximadamente fueron insuficientes para abarcar tal cantidad de contenidos, aún más si tomamos en cuenta el bajo rendimiento presentado por los alumnos al inicio de la intervención. Los contenidos entrenados fueron sólo conceptos básicos de fracciones en contextos de peso, capacidad, longitud y tiempo.

Otra limitación fue el ausentismo de los alumnos de los dos grupos, ya que esto obstaculizó la secuencia del aprendizaje y el ritmo de trabajo de las actividades realizadas durante las sesiones.

Por otra parte la falta de conocimientos previos sobre el conocimiento de fracciones, fue necesario iniciar en los dos grupos en la etapa enactiva, la cual consiste en la manipulación de materiales concretos. Por tal motivo no se logró desarrollar la propuesta inicial, por ello hubo necesidad de modificar las actividades.

Sugerencias

A partir de nuestra experiencia con el aprendizaje cooperativo consideramos viable la posibilidad de emplearlo para el aprendizaje de otros contenidos matemáticos.

Dado que el empleo de las fracciones es necesario para el desarrollo de los alumnos, creemos oportuno que los docentes empleen términos de fracciones como medios, tercios, etc., en sus clases con el afán de lograr una familiaridad con dichos términos en la vida escolar y en su vida cotidiana.

La utilización de material didáctico para el aprendizaje tanto de las fracciones como de otros contenidos matemáticos es además de útil, necesario para un sólido aprendizaje de los diferentes contenidos, este no necesariamente debe ser construido por los profesores como en el caso de la intervención aquí descrita, es necesario que el docente emplee su imaginación para que los propios alumnos construyan el material ya sea en casa o en clase y de esta forma no solo será mas divertido sino que el aprendizaje será más fluido.

Es importante que los profesores formen parte en las actividades llevadas a cabo en la intervención, debido a que ellos conocen los gustos, actitudes y lo que motiva a sus alumnos.

Por último es importante dar seguimiento a los temas que no se lograron consolidar, así como de los no revisados en la intervención por los motivos antes mencionados, que sin embargo fueron considerados en el objetivo general, para que se cubriesen los conceptos propuestos en el Plan y Programas de la SEP (1993) de acuerdo con el grado que estén cursando.

REFERENCIAS

1. Alcalá, M. (2002). La construcción del lenguaje matemático, España: Grao.

2. Alsina C., Burgués C., Fortuny J. y Giménez J., (1998). Enseñar matemáticas en la etapa 6 – 12, En: Alsina C., Burgués C., Fortuny J. y Giménez J., Enseñar Matemáticas, España: Impriméis.

3. Álvarez, A. y Del Río P., (1999). Educación y desarrollo, La Teoría de Vygotsky y la Zona de Desarrollo Próximo. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo Psicológico y Educación II, Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

4. Arceo, E., (1996). El enfoque matemático en el aprendizaje de fracciones, El cuaderno de los maestros de Aguascalientes, (18), 3 – 6.

5. Ávila, A., (1989). La fracción una expresión difícil de interpretar. Revista de Pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional, (6), 21-26.

6. Ávila, A., (1991). Matemática, enseñanza, y formación de profesores. Revista de Pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional, (7), 11 – 18.

7. Ávila, A., (1995). Experiencia de vida y construcción de los números racionales, Revista de Pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional, 5, (10), 38 – 47.

8. Balbuena, H., (1984). Descubriendo las fracciones, Laboratorio de psicomatemática, México: DIE - CINVESTAV.

9. Barberà, E. y Gómez C., (1997). Las estrategias en el área de matemáticas. En: Monereo, C. (Comp.) Estrategias de aprendizaje, Madrid: Aprendizaje visor.

10. Barrio, M. J. (2000). Las bases gnoseológicas de las modernas teorías sobre el aprendizaje una interpretación crítica del paradigma constructivista, Revista de Educación, 321, 351 – 370

11. Block y Solares, (2001). Las fracciones y la división en la escuela primaria, análisis didáctico de un vínculo. Educación Matemática, (13), 5 – 31.

12. Brueckner, J., y Bond L., (1980), Diagnostico de las dificultades aritméticas. En: Brueckner, J. y Bond L. Diagnostico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje, Madrid: Rialp

13. Bruner, J., (1966). El proceso mental en el aprendizaje, Universidad de Oxford.

14. Caballero, R., (1995). El desarrollo del concepto de fracción común en la escuela primaria, de acuerdo con J. Bruner, Lux Pax vis, 13, (11), 19 – 21.

15. Carretero, M. y León, C., (1990). Desarrollo cognitivo y aprendizaje en la adolescencia. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo Psicológico y Educación II, Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

16. Castrejón, C. J., (1991), La matemática vista desde una aula de primaria. Pedagogía Universidad Pedagógica Nacional, 21, (7): 57 –66

17. Castro, E. y Torralbo, M., (2001). Fracciones en el currículo de la educación primaria. En: Castro, E. Didáctica de la matemática en la educación primaria. España: Síntesis.

18. Clemente, D., Ayala, F. y López, E., (2001). Las fracciones. Una propuesta pedagógica para su enseñanza – aprendizaje, Correo de maestro, Revista para profesor de educación básica. (56), 8 – 19.

19. Coll, C. y Colomina, R., (1999). Interacción entre alumnos y aprendizaje escolar. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo Psicológico y Educación II, Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

20. Coll, C. y Solé, I., (1999). La interacción profesor alumno en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo Psicológico y Educación II, Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

21. De Corte, (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos, hacia un modelo de intervención basado en la investigación. En: Beltrán, J., Bermeo, V., Prieto, M. y Vence, D., Intervención Psicopedagógica, Madrid: Pirámide.

22. De la Garza, L., (1999). El maestro, actor esencial en el trabajo colaborativo en el aula en torno a la escuela. En: Colombini, S., Cortes, R., y Rodríguez, L. (Coordinadores). La investigación educativa en México. V Congreso Nacional de Instigación Educativa. Aguascalientes, (I), 49 – 54

23. Deaño, M., (1998). Discalculia. En, Molina, S., Sinués, A., Deaño, M., Puyuelo, M. y Bruna, O., El fracaso en el aprendizaje escolar (II). Dificultades especificas de tipo neuropsicológico, Málaga: Aljibe.

24. Dienes, Z. P., (1972). Fracciones, México: Varanzen.

25. Enciclopedia Autodidáctica Quillet, (1993). México: Cumbre.

26. Ferreiro, G. R. y Calderón, E. M., (2001). El ABC del aprendizaje cooperativo, México: Trillas.

27. Figueras, O. (1990). Procesos de reparto, códigos simbólicos de representación. En: Hitt, F., Memoria de la cuarta reunión Centroamericana y del caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa.

28. Fuenlabrada, I., (1991). La investigación en didáctica de la matemática. Un problema actual, Avance y Perspectiva, (10).

29. García, R., Traver, J. y Candela, I, (2001). Aprendizaje cooperativo. Fundamentos, características y técnicas. Madrid: CCS.

30. Giordano, L. y De Ballent, E., (1978). Discalculia escolar, Buenos Aires: El Ateneo.

31. Glatthorn, A., (1997). Constructivismo, principios básicos, Educación 2001, 24 año 11, 42 – 48.

32. Godino, J., (2000). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. Revista didáctica de las matemáticas. 25, 77-87.

33. Gómez, C. I., (1999). Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática, Uno Revista de didáctica de las matemáticas, 21, 29 – 45

34. Guevara, N. G., (1991) México: ¿Un país de reprobados?, Uno más uno, No. 162, p.p. 102 – 113, Junio de 1991.

35. Jiménez, V., (1988). Cómo lograr una enseñanza activa de la matemática. Barcelona: CEAC.

36. Jiménez, J., (1990). 2da reunión centroamericana y del caribe sobre formación de profesores e investigadores en matemáticas educativas. Revista educación matemática, 1, (2), 4 - 9.

37. Kaplan, G., Yamamoto, T. y Ginsburg, P., (1997). La enseñanza de conceptos matemáticos. En: Resnick, B. y Klopfer, E., Currículo y cognición, Madrid: Aique.

38. La Evaluación en la educación primaria. Documento del docente (1994), México: PARE.

39. Lacasa, P., (1997). Familias y escuelas. Caminos de la orientación educativa, Madrid: Aprendizaje Visor.

40. Lara, A. L. y Ortega, C. N., (1991). La formación de maestros de primaria en el área de matemáticas. Relato de una experiencia en el Estado de México. Revista de pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional, 21, (7), 99 – 105.

41. Llinares, C. S. y Sánchez, V., (1997). Fracciones, México: Síntesis.

42. Meira, M., (2000). Lo real y lo cotidiano en el contexto en la enseñanza de las matemáticas.Uno Revista de didáctica de las matemáticas, 25, 59-74.

43. Miranda, A., Fortes, C. y Gil, D., (2000). Dificultades del aprendizaje de las matemáticas, Un enfoque evolutivo, Malaga:, Aljibe.

44. Nicasio, G. J., (1998). Manual de dificultades de aprendizaje, Madrid: Narcea.

45. Orrantia, J; Morán M. y García A., (1997). Evaluación y zona de desarrollo próximo, una aplicación a contenidos procedimentales. Infancia y aprendizaje, 63, 39-56.

46. Palacios, C. F., (1996). Constructivismo, poderosa herramienta para lograr la comprensión de los educandos. Revista Mexicana de Pedagogía, 7 (31), 19 – 20.

47. Pujadas, M. y Eguiluz, L., (2000). Fracciones un quebrado de cabeza, Argentina: Novedades educativas.

48. Radford, L., (1991). Hacia una nueva pedagogía de la matemática. Revista de Pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional, (7), 5-10.

49. Rencoret, B., (1995). Iniciación Matemática. Un modelo de jerarquía de enseñanza, Chile: Andrés Bello.

50. Riviere, A., (1993). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, una perspectiva cognitiva. En: Marchesi, A., Desarrollo Psicológico y Educación III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar, Madrid, Alianza.

51. Rowan, T y. Bourne, B., (1999). Pensando como matemáticos, Buenos Aires: Manantial.

52. Saldaña, J. G., (1997). La enseñanza de las matemáticas, una encuesta y una propuesta, Educación 2001, 27, 41 – 46.

53. Santamaría, C., (1999). Diccionario de matemáticas de primaria y secundaria. España: Escuela Española.

54. Santos, T. L. y Mancera, M. E., (2001). ¿Qué piensan los maestros sobre la enseñanza relacionada con resolución de problemas?, Educación Matemática, 1, (13), 31 – 50.

55. SEP (1993). Plan y programas de estudio, Primaria, Educación básica. México, SEP.

56. SEP (1994). Avance Programático, Sexto grado, Educación básica, Primaria, México, SEP.

57. SEP (2000). Libro para el maestro, Matemáticas, Sexto grado, México, SEP.

58. Sierra, B. Y Carretero, M., (1999). Aprendizaje, memoria y procesamiento de la información: La psicología cognitiva de la instrucción. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo Psicológico y Educación II, Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

59. Valdemoros, A., (1997). Recursos intuitivos que favorecen la adición de fracciones, estudio de caso. Educación Matemática, 3, (9), 5 – 17.

60. Velásquez, M.F., (1999). ¿Qué matemáticas? ¿Qué actitudes matemáticas?, Uno. Revista de didáctica de las matemáticas, 19, 45-57.

61. Wertsch, V. J., (1988). Los orígenes sociales de las funciones psicológicas superiores. En: Wertsch V. J., Vygotsky y la formación social de la mente, Barcelona: Paidós.

62. Wiel – Barais, A., (2001). Los constructivismos y la didáctica de las ciencias. Perspectivas, 2 (XXXI), 196 – 207.

ANEXO 1

EVALUACIÓN INICIAL Y EVALUACIÓN FINAL PARALELA

Nombre: ____

Edad: _______________________

I. Contesta lo que se te pide.

1. Samuel tenía 15 fichas, las repartió entre sus dos amigos y él, de la siguiente manera: a Rodrigo le dio 1/5 de fichas, a Enrique le dio 2/5 de fichas y él se quedó con el resto de las fichas.

   a) ¿Cuántas fichas le tocó a cada quien? ________________
   b) ¿A quien le tocó menos fichas? _____________________
   c) ¿Con cuántas fichas se quedó Samuel? _______________

II. Con las regletas, mide los segmentos y escribe el resultado en fracción.

SEGMENTOS

Longitud MN= ____________ regletas amarillas

Longitud MN= ____________ regletas azules

Longitud OP= _____________ regletas amarillas

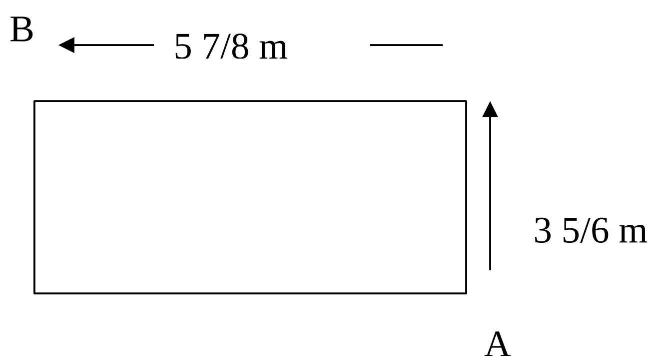
Longitud OP= _____________ regletas azules

Longitud QR= ____________ regletas amarillas

Longitud QR= ____________ regletas azules

III. Resuelve los siguientes problemas, anotando las operaciones necesarias para llegar al resultado y exprésalo en fracción.

1. Un atleta corre por el borde de un parque de forma rectangular del vértice A al vértice B. Si las dimensiones del rectángulo son 3 5/6 metros por 5 7/8 metros, ¿cuanto corrió el atleta?



____

2. El auto de Felipe tenía 6 ½ litros de gasolina en el tanque, le agregó 8 7/10 litros. El tanque tiene una capacidad de 16 ¼ litros.

   a) ¿Cuánta gasolina hay ahora en el tanque? _________________
   b) ¿Cuántos más se pueden agregar? _______________________
   c) ¿Cuánto pagó si el litro cuesta 6.20? _____________________

3. ¿Cuántos minutos hay en 2044 segundos? _______________

4. ¿Dónde hay más tiempo, en 20 minutos o en 1/3 de hora _______________

5. El fin de semana Carlos y su papá subieron a la montaña que está a un costado del pueblo en donde viven. Tardaron 2 ¾ de horas para llegar a la cima de la montaña; descansaron media hora y descendieron en 1 ¾ horas. Calcula la duración de la excursión.

____

6. Se reparten cuatro pasteles en cinco niños, a todos les toca igual y no sobra.

¿Cuánto le toca a cada niño? __________________

7. Gabriela fue al mercado y compró 1 ¾ Kg. de camarón y 2 1/8 Kg. de pescado. El kilo de camarón tenía un precio de $30.50 y el de pescado $25.

a) ¿Cuánto pesan los dos juntos? _______________
b) ¿Cuánto más pesó el pescado que el camarón? ______________
c) ¿Cuánto pagó por el camarón? _________________
d) ¿Cuánto pagó por el pescado? __________________
e) ¿Cuánto pagó en total? ________________________

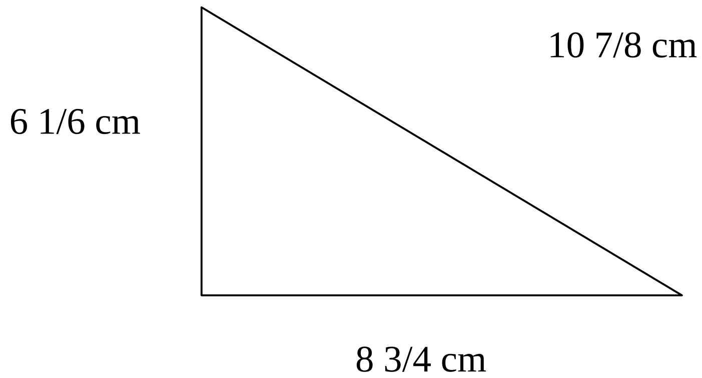
8. La estrella Alfa Centauro está a 4 1/3 años luz de distancia de la Tierra, la estrella Sirio se encuentra a 8 3/5 años luz de distancia de la Tierra.

a) ¿Cuál está más retirada de la Tierra? _______________
b) ¿Qué distancia hay entre ambas? __________________

9. Ramón mide 1 5/10 metros de altura y Miguel 1 1/4 metro. ¿Cuántos centímetros mide Ramón más que Miguel?

____

10.Un triángulo mide 6 1/6 cm, 10 7/8 cm y 8 3/4 cm. ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo?



____

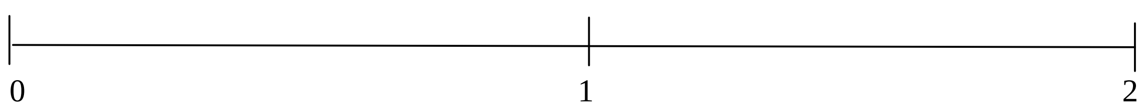
11. Emiliano tenía una bolsa con 24 canicas. Le dio la mitad a Cesar y un tercio a Daniel.

a) ¿Qué parte de las canicas regaló Emiliano? _____________
b) ¿Cuántas canicas conservó? ____________________

IV. Representa en la recta numérica las siguientes fracciones y realiza las operaciones necesarias para llegar al resultado.

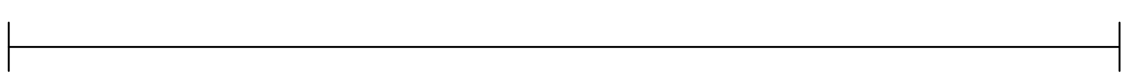
1. María tenía 2 metros de listón, utilizó 1/5 de metro para su falda, 3/5 de metro para su blusa y 2/5 de metro para su peinado.

a) ¿Cuánto listón utilizó en total? En fracciones___________ En cm ____________
b) ¿En donde utilizó más? En cm ______________
c) ¿Cuánto listón le quedó? En cm _____________ En fracciones _____________



2. Una rana saltó 3 4/8 cm, después saltó 1 3/4 cm, y por último saltó 3/2 cm.

a) ¿Cuánto saltó en total la rana? En fracciones __________ En cm ______________
b) ¿Cuál fue el salto más largo? _______________
c) ¿Qué distancia existe entre el primer salto y el último? En cm _____________ En fracciones __________________



ANEXO 2

SEGUNDA EVALUACIÓN FINAL

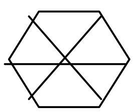
Nombre:______________________________________

Grado: __________

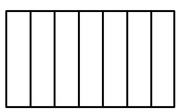
I. Lee las instrucciones cuidadosamente y contesta lo que se te pide.

1. Con la hoja que se te ha dado dobla e ilumina la fracción que se te dará a continuación ____________.

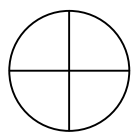
2. Colorea la fracción que se te pide.



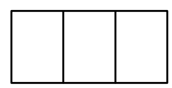
2/6



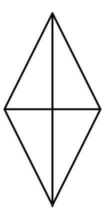
4/7



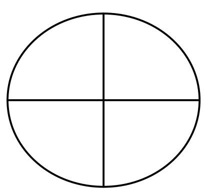
3/4



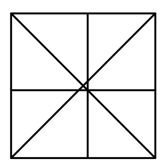
3/3



1/4

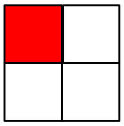
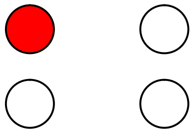
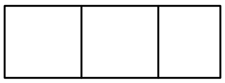
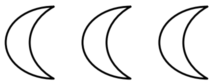
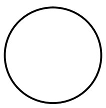
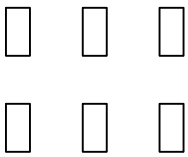


2/4

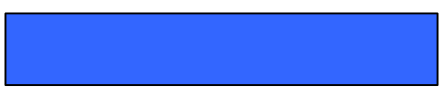


6/8

3. Completa y colorea lo que falta en la siguiente tabla.

Figura Geométrica	**Colección**	**Palabra**	**Símbolo**
		Un cuarto	1 /4
		Dos tercios	
			4/6
		Tres quintos	
			5/7

4. Recorta la siguiente barra, mide los segmentos que se presentan a continuación y exprésalo en fracción.



P____Q

H_____________________G

I______________J

A____B

PQ=

HG=

IJ=

AB=

5. Divide e ilumina el siguiente rectángulo como se te pide.

1/2 de azul

1/16 de rojo

1/8 de amarillo

1/4 de verde

6. Con las siguientes bolitas resuelve las preguntas. Las azules pesan 50 gramos y las rojas 100 gramos.

a) ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar ½ kilo? _________________

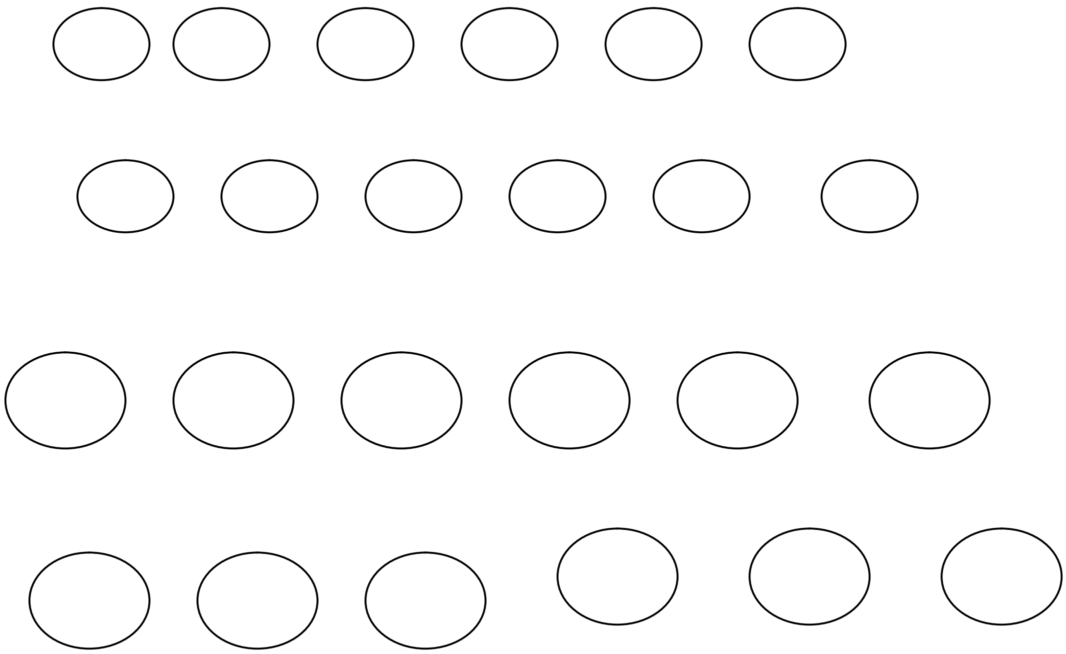
b) ¿Cuántas bolitas rojas necesito para formar ¼ de kilo? _________________

c) ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar 1000 gramos? _____________

d) Si juntamos 5 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilogramos tenemos? Exprésalo en fracción __________ y en número natural ____________.

e) Si juntamos 10 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilos tenemos? Exprésalo en fracción_____________ y en número natural ______________.

f) ¿Cuántas bolitas necesitan para formar 1.750 Kg. o 1 ¾ Kg.? _______________



6. Con las siguientes botellas contesta las preguntas y completa las siguientes tablas.

a) ¿Cuántos vasos se llenan con la botella A y cuántos con la botella B? ______ ______

b) ¿Qué parte de la botella A y de la botella B ocupa cada vaso? _________

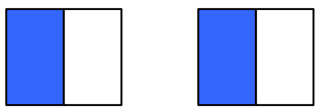
c) ¿Qué parte de la botella B ocupa la botella A?__________

Número de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Botella de 2 litros									

Número de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Botella de 1 1/2 litros									

8. Resuelve las siguientes sumas e ilústralas como en el siguiente ejemplo.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$



$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} =$

$\frac{4}{8} + \frac{3}{8} =$

$\frac{4}{16} + \frac{7}{16} =$

$\frac{2}{12} + \frac{7}{12} =$

9. Completa la siguiente tabla por medio de equivalencias de modo que la fracción siempre sea equivalente a 2/3

Pasteles	3								
Niños	2								

10. Encuentra las fracciones equivalentes para que las dos fracciones tengan el mismo denominador.

2/3 , 3/4

1/2 , 2/5

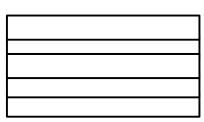
1/5 , 3/4

3/8 , 5/6

11. Colorea y escribe la fracción correspondiente al contenido de cada uno de los siguientes recipientes.



3/7 + 2/7 = $\boxed{}$


2/5 + $\boxed{}$ = 5/5

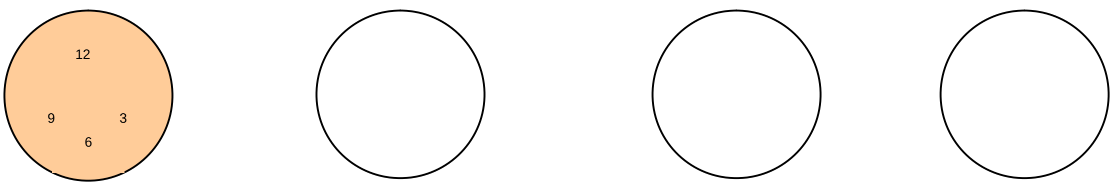
12. Resuelve las siguientes adiciones de fracciones.

$\frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \square$ $\qquad$ $\frac{9}{9} + \frac{6}{9} = \square$ $\qquad$ $\frac{6}{4} + \frac{6}{4} = \square$

13. Resuelve las siguientes sustracciones de fracciones.

$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \square$ $\qquad$ $\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \square$ $\qquad$ $\frac{12}{10} - \frac{3}{10} = \square$

14. Colorea la parte de las carátulas que corresponda a las fracciones de hora.



1 $\qquad$ 1/4 $\qquad$ 5/6 $\qquad$ 2/3

15. Completa las siguientes tablas con precios que conozcas y después contesta las siguientes preguntas.

SANDÍA

Kilo	Precio
1/2	
1	
1 1/2	
2	

PAPAYA

2	
3	
4	
5	

LIMONES

1/4	
3/4	
1	
1 1/2	

a) Si dos kilogramos de papaya cuestan $________ ¿Cuánto cuestan 4 kilogramos? __________ ¿Y 81/4 kilogramos?___________

b) Si tres cuartos de limones cuestan $_________ ¿Cuánto costarán seis cuartos?__________

c) Si medio kilo de sandía cuesta $________ ¿Cuánto cuestan 1 kilogramo y medio?____________

d) ¿Cuánto costarían 10 1/2 kilogramos de limones? ____________

e) ¿Cuánto costarían tres kilogramos de sandía, si ½ Kg. cuesta $3 y 1 Kg. $6? _________

f) ¿Cómo se puede obtener a partir de estos datos lo que cuesta 1 1/2 Kg.?______________

16. Coloca en el recuadro mayor, menor, o igual según corresponda y realiza los dibujos necesarios.

$\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{12}$ $\frac{5}{8}$ $\qquad$ $\frac{8}{2}$ $\frac{2}{6}$ $\qquad$ $\frac{3}{10}$ $\frac{5}{9}$

ANEXO 3

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN

Materia: Matemáticas

Eje temático: Números fraccionarios

Contenido: Fracciones

Grado: Sexto año de primaria

Objetivo general

Aplicar una intervención a dos grupos de sexto grado de primaria que tiene como fin que los alumnos desarrollen y consoliden las habilidades en procedimientos de adición y sustracción de números fraccionarios en diferentes contextos y poder aplicar dichos conocimientos a la solución de problemas tanto escolares como de la vida cotidiana.

Primera sesión

Duración: 1 hora

Contenido: Noción parte todo

Objetivo específico

Que los alumnos identifiquen y dividan en partes iguales un entero.

Que los alumnos tomen las partes del entero que se les indique.

Actividades

1. Se le brindará una hoja blanca a cada alumno y se le pedirá que recorten un medio (1/2) de la hoja.
2. Se le proporcionará a cada alumno una hoja blanca, se les pedirá que haga los dobleces necesarios para que quede dividida en cuatro partes iguales. Se les pedirá que coloreen dos cuartas partes de la hoja.
3. Daremos a cada alumno una tarjeta con una fracción escrita con palabras (un tercio, cinco sextos, dos octavos, tres quintos, cuatro séptimos) y cinco hojas blancas. Se les pedirá que doblen y coloreen las hojas de acuerdo a las fracciones proporcionadas.
4. Se brindará a cada alumno una hoja dividida en dobleces y coloreada de tal modo que representen alguna de las siguientes fracciones: 2/6, 1/9, 6/10, 4/8, 3/3; la cual deberán escribir con número en una tarjeta blanca proporcionada previamente.

Recursos

- Tres hojas blancas por alumno
- Una tarjeta con una fracción escrita
- Una tarjeta en blanco
- Una hoja dividida en dobleces y coloreada representando una fracción

Evaluación

Se considerará comprendido el tema si el 80% de los alumnos realizan las actividades correctamente.

Segunda sesión

Primera parte: Duración 45 min.

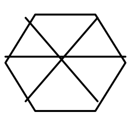
Contenido 1: Noción parte-todo

Objetivo específico

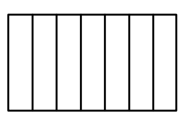
Que los alumnos identifiquen las partes iguales de un entero para reforzar la noción parte-todo.

Actividad 1

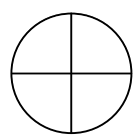
1. Le entregaremos a cada alumno la siguiente hoja, para que coloren la fracción que corresponda.



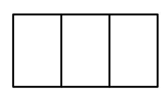
2/6



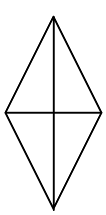
4/7



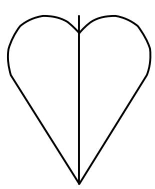
3/4



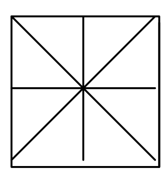
3/3



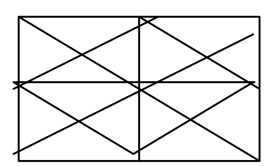
1/4



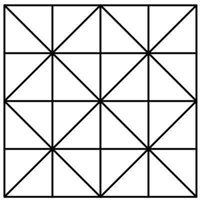
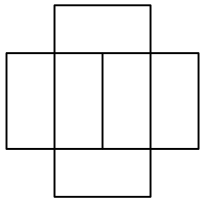
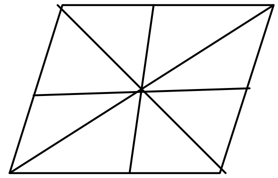
2/2



6/8

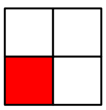
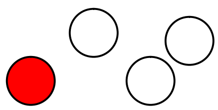
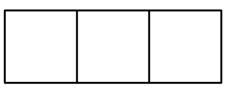
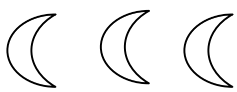
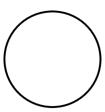
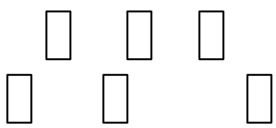


8/16

$\frac{19}{32}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{8}$

2. Completaran y colorearan las figuras de la siguiente tabla.

Figura Geométrica	Colección	Palabra	Símbolo
		Un cuarto	1 /4
		Dos tercios	
			4/6
		Tres quintos	
			5/7

Recursos

- Hoja con actividades
- Colores
- Lápiz

Evaluación

Se considerará comprendido el tema si el 80% de los alumnos realizan las actividades correctamente.

Segunda parte: Duración 45 min.

Contenido 2: Medición de longitudes

Objetivo específico

Que los alumnos utilicen las fracciones para expresar medidas de longitud.

Actividad 2

1. Se formarán 4 equipos de 5 niños y un equipo de 6 niños.
2. Se les entregarán las 4 tiras a cada equipo y una hoja de registro.
3. Se marcarán en el pizarrón 5 puntos, de manera que la mayor distancia entre dos puntos sea de 60 cm. A cada punto se le pondrá una letra mayúscula.
4. A cada equipo se le pedirá que estime la distancia entre dos puntos y lo exprese en fracciones en una hoja entregada previamente. La estimación se hará en cuartos, medios, tercios y decimos.
5. Posteriormente cada equipo pasará al pizarrón a verificar sus respuestas, midiendo con las tiras la distancia exacta de un punto a otro. Una de las aplicadoras les ayudará a medir los puntos del pizarrón y la otra leerá al resto del grupo las estimaciones del equipo para que todos comprueben las respuestas.

Recursos

- 4 tiras de un metro de largo por 5 cm. de ancho por equipo, una dividida en cuartos, otra en medios, otra en tercios y otra en decimos.
- Gises
- Hoja de registro

Evaluación

Se considerará entendida la actividad si cuatro de cinco niños de cada equipo participa en la estimación y en la medición de los puntos por lo menos una vez correctamente.

<u>Tercera sesión.</u>

Duración: 1 hora

Contenido: Equivalencias

Objetivo especifico

Que los alumnos comparen fracciones e identifiquen su equivalencia.

Actividad

1. Se harán 4 equipos de 5 niños y un equipo de 6 niños.
2. A cada equipo se le darán cinco rectángulos.
3. Se pedirá que doblen un rectángulo en dos partes iguales, que las corten y que cada parte la coloreen de color azul.
4. El segundo rectángulo lo doblarán en cuatro partes, lo cortarán y cada parte la colorearán de color rojo.
5. Doblarán y cortarán el tercer rectángulo en ocho partes iguales y cada parte la colorearán de verde.
6. El cuarto rectángulo la doblarán y cortarán en dieciséis partes iguales y las colorearán de amarillo.
7. El último rectángulo lo dejarán completo, como muestra.
8. Las aplicadoras harán una breve exposición acerca de la noción de equivalencia apoyándose en diagramas en el pizarrón, del mismo modo promoverán la participación y discusión entre los equipos promoviendo el aprendizaje entre iguales.
9. Se revolverán todas las partes que se recortaron y entre todos los miembros del equipo tendrán que formar cuatro rectángulos, cada rectángulo deberá tener piezas de diferente color de modo que no queden rectángulos de un solo color.
10. Al terminar de construir los dos rectángulos, los alumnos escribirán en una hoja cuantas piezas de cada color se utilizaron para formar cada rectángulo.
11. Por último, en esa misma hoja se incluirán cinco preguntas que tendrán que discutir todos los miembros del equipo para llegar a la respuesta.

Preguntas:

- Una figura roja, ¿qué parte del rectángulo es?
- ¿Cuántas partes rojas se necesitan para formar un rectángulo? ¿Por qué?
- ¿Cuántas partes rojas se necesitan para cubrir una azul?

– ¿Cuántas partes amarillas puedo cambiar por una azul?
– ¿De qué color es la figura que representa la mitad de una figura verde?

Recursos
– 5 rectángulos de papel formados de media cuartilla para cada equipo
– Colores
– Tijeras

Evaluación
Se considerará que la sesión fue satisfactoria si cada equipo contesta correctamente tanto el número de partes que utilizó para formar un rectángulo como cuatro de las cinco preguntas que se le presentaron.

<u>Cuarta sesión</u>
Duración: 1 hora
Contenido: Equivalencia
Objetivo especifico
Identificar la equivalencia entre fracciones en kilogramos y gramos.

Actividad
1. Se formarán 4 equipos de 5 niños y un equipo de 6 niños.
2. Se les dará a cada equipo 15 bolitas de plastilina de color rojo que pesan 50 gramos cada una y 15 bolitas de plastilina de color azul que pesan 100 gramos cada una y una hoja con preguntas.
3. Las aplicadoras harán notar la equivalencia entre cantidades en gramos y en fracciones, del mismo modo se reforzará la equivalencia entre fracciones y ambas explicaciones serán mediante una breve exposición en el pizarrón con la ayuda de dibujos, ejemplos y promoviendo la discusión entre los equipos.
4. Con las bolitas de plastilina que se les proporcionó, contestarán las siguientes preguntas otorgadas previamente por las aplicadoras en una hoja.
   – ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar ½ kilo?
   – ¿Cuántas bolitas rojas necesito para formar ¼ de kilo?
   – ¿Cuántas bolitas azules necesito para formar 1000 gramos?

- Si juntamos 5 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilogramos tenemos? Exprésalo en fracción y en número natural.
- Si juntamos 10 bolitas azules y 5 rojas, ¿cuántos kilos tenemos? Exprésalo en fracción en número natural.
- ¿Cuántas bolitas necesitamos para formar 1.750 kg o 1 ¾ kg?

Recursos

- 15 bolitas de plastilina de color rojo de 50 gramos cada una
- 15 bolitas de plastilina de color azul de 100 gramos cada una
- Hoja con preguntas

Evaluación

Se considerará satisfactoria la sesión si cada equipo contesta correctamente cuatro de las seis preguntas.

<u>Quinta sesión</u>

Duración: 1 hora.

Contenido: Equivalencias y proporcionalidad

Objetivo especifico

Que los alumnos resuelvan una situación de proporcionalidad que implica la comparación de capacidad y uso de fracciones.

Actividad

1. Se formarán 4 equipos de 5 niños y un equipo de 6 niños.
2. Se les pide que utilizando el material, comparen las capacidades de las botellas entre sí y de las botellas con los vasos y establezcan dicha comparación por medio de una fracción.
3. Se realizarán después las siguientes preguntas.
   - ¿Cuántos vasos se llenan con la botella A y cuántos con la botella B?
   - ¿Qué parte de la botella A y de la botella B ocupa cada vaso?
   - ¿Qué parte de la botella B ocupa la botella A?

Según las capacidades de los vasos puede suceder por ejemplo que una botella de 1 litro llene 4 vasos y sobre un poco. En este caso es importante que los alumnos descubran cuantas botellas se deben vaciar para que el vaso se llene con los sobrantes; es decir, que se den cuenta de qué parte del vaso ocupa el sobrante.

4. A continuación se le pedirá a cada equipo que completen tablas como la siguiente en donde 4 vasos llenan una botella de un litro.

Número de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Botella de 1 litro	1/4	1/2		1					

Número de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Botella de 1 1/2 litros						1			

Evaluación

Se considerará satisfactoria la sesión si cada equipo contesta correctamente cuatro de las seis preguntas.

Sexta sesión

Duración: 1 hora

Contenido: Adición de fracciones

Objetivo especifico

Que los alumnos expresen el entero como suma de fracciones con igual denominador.

Actividad

1. Se formarán 4 equipos de 5 niños y un equipo de 6 niños
2. Se proporcionará a cada equipo 10 tiras de papel de 16 cm. de largo y 2 centímetros de ancho y 1 hoja rayada con líneas paralelas marcadas como ayuda para dividir las tiras.
3. Se le dará una fracción a cada equipo con la cual deberá trabajar (quintos, sextos, octavos, novenos o décimos).
4. Se recortarán las tiras en dos partes no iguales utilizando hojas rayadas con líneas paralelas marcadas y tratarán de encontrar la forma de dividir cada tira en dos partes diferentes. Por ejemplo, si a un equipo le toca dividir la tira en cuartos lo puede dividir de la siguiente manera: 1/4+3/4.

5. Cuando la mayoría de los equipos termine de cortar sus tiras, cada equipo anotará en ellas cada una las medidas que obtuvieron.
6. Por último intercambiarán sus tiras con otro equipo para que las sumen y corroboren el resultado.

Recursos

- 15 tiras de papel de 16 cm de largo y 2 centímetros de ancho para todo el grupo y una hoja rayada para cada integrante del equipo.

Evaluación

Si los equipos con los cuales se intercambian la actividad, corroboran que la actividad del otro equipo esta correcta al menos en un 80% se definirá como satisfactoria la sesión.

<u>Séptima sesión</u>

Duración: 1 hora

Contenido: Equivalencia

Objetivo especifico

Que los alumnos utilicen la equivalencia de fracciones en la resolución de un problema de reparto.

Actividades

1. Los niños se organizan en equipos y se anota en el pizarrón la siguiente tabla.

Pasteles	5		20		30		75		
Niños	4	8		10		12		1	2

2. Enseguida, se explica a los alumnos que en la tabla hay algunos lugares vacíos porque falta la cantidad de pasteles, o bien la cantidad de niños.
3. Se pide que encuentren las cantidades que faltan, con la condición de que siempre le toquen 5/4 de pastel a cada niño.
4. Se hace notar que la primera columna esta completa: 5 pasteles y 4 niños. Si es necesario, los alumnos comprueban que con esas cantidades a cada niño le tocan 5/4 de pastel.

5. Cuando la mayoría de los equipos terminen, se organiza una discusión en el grupo para que cada equipo exponga la forma en cómo llegó al resultado y de esta forma todos conozcan los procedimientos utilizados. Algunos de estos pueden ser:
6. Que los alumnos dibujen los pasteles que hay, los partan en cuartos y hagan grupos de cinco cuartos para saber a cuántos niños corresponden.
7. En los casos en los que se conoce la cantidad de niños, tal vez dibujen los niños y a cada uno le asignen cinco cuartos para saber cuántos pasteles se completan. Este procedimiento puede resultar muy largo si la cantidad de niños es muy grande.
8. También es posible que busquen la relación doble, triple, etc., entre dos cantidades de pasteles o de niños por ejemplo, con 8 niños como el doble de 4 niños y entonces debe haber el doble de pasteles, es decir, 10.
9. También puede suceder que sumen tantas veces 5/4 como niños haya, o que descompongan en cuartos la cantidad de pasteles para dividirla entre cinco, lo que da como resultado la cantidad de niños.

Recursos

- Gis
- Pizarrón
- Cuaderno
- Lápiz

Evaluación

Se tomará como satisfactoria la sesión si cinco de seis alumnos de cada equipo participa en la resolución adecuada de la actividad por equipos o/y en la discusión posterior.

<u>Octava sesión</u>

Duración: 1.30 min.

Contenido: Equivalencias, adición y sustracción de fracciones

Objetivo específico:

- Que los alumnos encuentren las fracciones equivalentes que se le piden.
- Que los alumnos resuelvan las sumas y restas de las fracciones comunes.
- Que los alumnos dibujen la parte de los relojes que se les piden

Actividades

1. Se dará a cada equipo una hoja impresa con los siguientes ejercicios.
2. Se hará una exposición breve del método para realizar la adición y la sustracción de fracciones comunes, promoviendo la participación y la discusión de todo el grupo.
3. Las mediadoras pasarán a observar el modo en que son resueltos los ejercicios por los equipos y resolverán dudas.

Recursos

– Dos hojas con actividades
– Pizarrón
– Gis

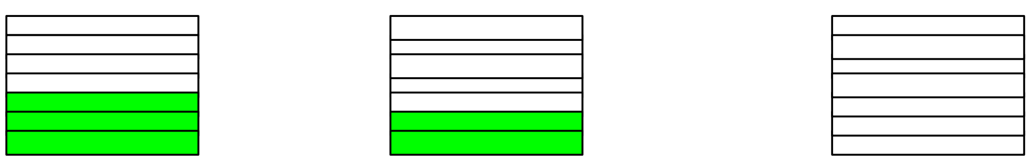
Hoja de ejercicios

Equivalencias

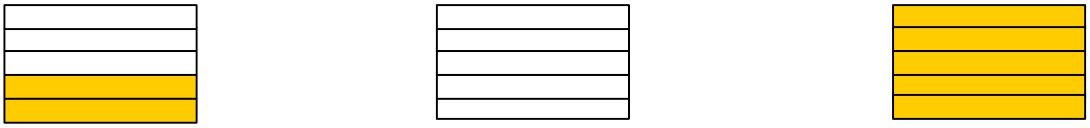
1. Encuentra las fracciones equivalentes para que las dos fracciones tengan el mismo denominador.
   2/3 , 3/4
   1/2 , 2/5
   1/5 , 3/4
   3/8 , 5/6

Adición de fracciones con igual denominador

2. Colorea y escribe la fracción correspondiente al contenido de cada uno de los siguientes recipientes.



3/7 + 2/7 = $\boxed{}$



2/5 + $\square$ = 5/5

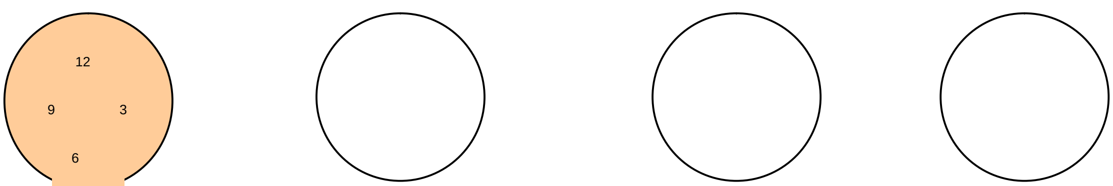
3. Resuelve las siguientes adiciones de fracciones.

$\frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \square$ $\qquad$ $\frac{9}{4} + \frac{6}{4} = \square$ $\qquad$ $\frac{11}{9} + \frac{7}{9} = \square$

4. Resuelve las siguientes sustracciones de fracciones.

$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \square$ $\qquad$ $\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \square$ $\qquad$ $\frac{12}{10} - \frac{3}{10} = \square$

5. Colorea la parte de las carátulas que corresponda a las fracciones de hora.



1 $\qquad$ 3/4 $\qquad$ 5/6 $\qquad$ 2/3

Evaluación

Se considerará comprendido el tema si el 80% de los alumnos realizan las actividades correctamente.

Novena sesión

Duración 1 hora

Contenido: Equivalencias

Objetivo especifico

Que los alumnos analicen las relaciones que se dan entre las cantidades que varían proporcionalmente.

Actividad

1. Se formarán 4 equipos de 5 alumnos y un equipo de 6 alumnos.
2. Se les pide a los alumnos que completen las tablas proporcionadas con los precios que ellos conozcan.

MANZANA

Kilo	Precio
1/2	
1	
1 1/2	
2	

JITOMATE

2	
3	
4	
5	

CEBOLLA

1/4	
3/4	
1	
1 1/2	

3. Cuando los alumnos hayan completado las tablas se les dará una hoja con las siguientes preguntas con el propósito de que identifiquen las relaciones que se dan entre los datos de una tabla de variación proporcional tanto con fracciones como con números naturales.

   a) Si dos kilogramos de jitomate cuestan $_______ ¿Cuánto cuestan 4 kilogramos? ¿Y 8 kilogramos? __________

   b) Si tres cebollas cuestan $_________ ¿Cuánto cuestan seis cebollas?

c) Si medio kilo de manzanas cuesta $_______ ¿Cuánto cuestan 1 kilogramo y medio?

d) ¿Cuánto costarían 10 kilogramos de jitomate? __________

e) ¿Cuánto costarían tres kilogramos de manzanas, si ½1/2 Kg. cuesta $3 y 1 Kg. $6___________

f) ¿Cómo se puede obtener a partir de estos datos lo que cuesta 1 1/2 Kg.? _________

Evaluación

Se considerará satisfactoria la sesión si se contestan correctamente cuatro de las cinco preguntas planteadas.

<u>Décima sesión</u>

Duración: 1 hora

Contenido: Comparación de fracciones

Objetivo especifico

Que los alumnos comparen diferentes fracciones, ya sea mixtas o impropias y diferencien cuando son equivalentes, mayores o menores.

Actividad

1. Se dará a cada equipo una hoja impresa con los siguientes ejercicios.
2. Se hará una breve exposición y se resolverán ejercicios similares a los que realizaran.
3. Las mediadoras pasarán a observar el modo en que son resueltos los ejercicios por los equipos y resolverán dudas.

Comparación de Fracciones

Escribe en el recuadro <,> ó = según corresponda, realiza los dibujos correspondientes para cada ejercicio.

$\frac{5}{3} \; \square \; \frac{10}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \; \square \; \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{5} \; \square \; \frac{1}{2}$

$\frac{4}{8} \ \square \ \frac{7}{6}$ $\qquad$ $6\frac{5}{7} \ \square \ \frac{8}{7}$ $\qquad$ $\frac{5}{30} \ \square \ \frac{3}{27}$

$2\frac{2}{7} \ \square \ 3\frac{5}{8}$ $\qquad$ $\frac{4}{4} \ \square \ \frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{2} \ \square \ \frac{8}{3}$

$1\frac{1}{2} \ \square \ 2\frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{9} \ \square \ \frac{1}{15}$

Recursos

- Hojas con actividades
- Pizarrón
- Gis

Evaluación

Se considerará comprendido el tema si el 80% de los alumnos realizan las actividades correctamente.