



**SECRETARIA DE EDUCACIÓN PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 099 D.F. PONIENTE**

LABORATORIO DE MATEMATICAS EN EL NIVEL MEDIO BÁSICO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO

DE

MAESTRO EN EDUCACIÓN CON CAMPO EN PLANEACIÓN

EDUCATIVA

PRESENTA:

ÁNGEL GARCÍA ROLDAN

MÉXICO D.F.

ABRIL 2005

Dios creó el número entero
lo demás es obra del hombre

Kronecker .

A mis padres :

† María de la cruz Roldán de García

Ángel García Castillo .

Asesor : Mtro. Jorge J. Jiménez Zamudio

Directora de la UPN 099 Poniente : Mtra. Guadalupe G. Quintanilla C.

INDICE

DIAGNÓSTICO

	1
1. OBJETIVO DEL TRABAJO	12
1.1 Denominación del proyecto	12
1.2 Naturaleza del proyecto	12
1.2.1. Descripción	13
1.2.2. Fundamentación	15
1.2.3. Marco Institucional	15
1.2.4. Finalidad	16
1.2.5. Beneficiarios	16
1.2.6. Productos	16
1.2.7. Localización Física y Cobertura Social	17
1.3. Especificación Operacional de las Actividades y Tareas a Realizar	17
1.4. Métodos y Técnicas a Utilizar	18
1.5. Determinación de los Plazos o Calendarios de Actividades	19
1.6. Determinación de los Recursos	20
1.7. Cálculo de los costos de Ejecución o Elaboración del Presupuesto	21
1.8. Administración del Proyecto	22
1.9. Indicadores de Evaluación del Proyecto	23
1.10. Factores Externos Condicionados o Pre-requisitos para el Logro de los Efectos e Impacto del Proyecto	24
2. BRUNER Y LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE	25
2.1 Aspectos Filosóficos	29
2.1.1. Modos de Representación	32
2.2. Relación e Interacción de Sistemas	35
2.3 Equivalencia, Búsqueda de Información e Invarianza	36
2.3.1. Aspectos de la Educación	40
2.4 Aprendizaje por Descubrimiento	46
3. GAGNÉ Y SUS PRINCIPIOS BÁSICOS DEL APRENDIZAJE	51
3.1. La Naturaleza del Aprendizaje	52
3.1.1. Los Procesos del Aprendizaje	55
3.2. Habilidades Motrices	65
3.2.1 Condiciones para el Aprendizaje	65
3.2.2 Condiciones del Aprendizaje en la Instrucción	71

4. ASPECTOS GENERALES DE LA PLANEACIÓN		80
4.1. Origen y Naturaleza de la Planeación		80
4.2. Conceptos Básicos y Corrientes teóricas en Planeación		81
4.3. Tipología de la Planeación		88
4.4. Etapas de la Planeación		88
4.5. Proceso de Planeación		92
4.6. Fases del proceso General de Planeación		92
5. PRÁCTICAS		115
		117
Práctica Número 1	1	122
Práctica Número 2	2	127
Práctica Número 3	3	132
Práctica Número 4	4	135
Práctica Número 5	5	141
Práctica Número 6	6	146
Práctica Número 7	7	146
Práctica Número 8	8	151
Práctica Número 9	9	155
Práctica Número 10	10	159
Práctica Número 11	11	162
Práctica Número 12	12	165
Práctica Número 13	13	169
Práctica Número 14	14	176
Práctica Número 15	15	180
Práctica Número 16	16	184
Práctica Número 17	17	184
Práctica Número 18	18	188
Práctica Número 19	19	191
Práctica Número 20	20	195
		198
		202
TABLA GAGNÉ		
		204
CONCLUSIÓN		
		206
ANEXOS		
		207
BIBLIOGRAFÍA		

DIAGNÓSTICO

La enseñanza de las Matemáticas sin duda alguna es una actividad difícil de llevar a cabo debido a la dificultad y abstracción de la materia. Es evidente que han existido un sin número de propuestas que se han querido implementar para disminuir el índice de alumnos que reprueban la asignatura de Matemáticas, y entre los trabajos; que podemos mencionar están los siguientes: juegos y modelos matemáticos, computadoras, libros de texto que han sido incorporados en las últimas décadas. Sin embargo, aún existe el problema del desinterés por las matemáticas y asimismo el índice de reprobados que no disminuye.

Como consecuencia de los intentos que se han estructurado para resolver la problemática del área de las Matemáticas y de acuerdo a la normatividad vigente, en la educación secundaria donde se manifiesta en su artículo 3° de la Constitución: Todo individuo tiene derecho a la educación primaria, secundaria y preescolar, dándole obligatoriedad a la primaria y secundaria, fomentando a la vez en el individuo el amor a la patria y a la conciencia de la solidaridad internacional en la independencia y la justicia.

Así mismo se enuncia en **La Ley General de Educación**, en su artículo 5°: *“La educación que el Estado imparte será laica y por lo tanto se mantendrá por completo ajena a cualquier doctrina religiosa”¹. Contribuyendo al desarrollo integral del individuo para que ejerza plenamente sus capacidades humanas. “VII fomentar actitudes que se estimulen a la investigación y la innovación científica y la tecnológica”².*

Aunada al Plan Nacional de Desarrollo 2000-2006, donde se propone “La superación del proceso enseñanza aprendizaje, mediante el mejoramiento continuo de los

¹ Ley General de Educación 1993. P. 4

² Idem

*contenidos, métodos y materiales educativos, se subrayará la adquisición de las capacidades básicas de lectura, expresión oral y Matemáticas, por ser fundamento de todo aprendizaje*³.

Con el nuevo modelo de evaluación, tomado del acuerdo 200 en donde se estipula en el artículo 5º: que la escala de calificación será numérica y cuya calificación estará comprendida entre el 5 y 10, donde la mínima aprobatoria es 6, con esto, se le da cierta ventaja al alumno, ya que requerirá de un mínimo esfuerzo para aprobar la materia.

Este aspecto desfavorable a la enseñanza de cualquier ciencia y específicamente al área de Matemáticas, hace que se apliquen nuevos mecanismos hacia el aprendizaje de las ciencias exactas, que permitan que el alumno no memorice ni mecanice un método sólo por aprobar la materia. La motivación y el interés del alumno dependerán en gran medida de no caer en la evaluación tradicional “exámenes” y para ello se tendrá que convencer al alumno que las ciencias matemáticas serán de gran utilidad en su formación escolar.

Por lo anteriormente descrito se pretende proponer una serie de prácticas de Matemáticas que pueden ser implantadas en la *Escuela Secundaria Técnica 59 “José Vasconcelos”* cuya ubicación se encuentra en el municipio de Ecatepec de Morelos, en calle Francisco González Bocanegra s/n. Col. Nueva Aragón, al Norte colinda con San Cristóbal Ecatepec, Estado de México, al Sur con Oceanía D.F., al Este con la colonia Campestre Guadalupana D.F., y al Oeste con el Aeropuerto de la Ciudad de México.

La Escuela Secundaria Técnica labora en ambos turnos y tienen un promedio de 15 grupos en el turno matutino y 15 en el turno vespertino, organizados de la siguiente forma: 6 grupos de primero, 5 de segundo y 4 de tercer año; con un total de 1500 alumnos divididos en los dos turnos.

³ *Plan Nacional de Desarrollo, 2001-2006. P. 85, 86.*

El medio socioeconómico es en general de nivel bajo. La gran mayoría de las familias de los educandos que asisten a la institución, perciben ingresos de un salario mínimo y muy pocas familias alcanzan un salario superior a éste.

La comunidad en su mayoría tiene una escolaridad promedio de primaria a primero de secundaria. Estos datos se obtienen cuando el padre o tutor inscribe al niño y se le solicita la información requerida por la escuela como: el estado civil, empleo, escolaridad, número de hijos, domicilio, entre otros.

Actualmente los resultados en el área de Matemáticas son verdaderamente alarmantes, si consideramos las encuestas realizadas en los últimos tres años 2001-2004. (**anexo 1**).

Y si tomamos en consideración la ayuda que se les proporciona a los educandos para aprobar la materia, a través de trabajos manuales, maquetas, cuestionarios, dibujos, entre otros y como no estén bien canalizados, no benefician a los alumnos en la enseñanza del área.

Actualmente hay 4 profesores que imparten el área de matemáticas, cuyas formaciones son: Ingeniero Mecánico, Ingeniero Químico, Lic. en Matemáticas y Normalista, estos perfiles quizás no sean los idóneos para los requerimientos de la enseñanza Matemática, ya que, por un lado cuando se habla de un ingeniero o un matemático, se piensa que el conocimiento de la materia sí se tiene, pero el aspecto pedagógico no lo domina, y cuando se habla de un egresado de la Normal Superior se habla de que domina la pedagogía, pero carece de un conocimiento amplio de la materia.

Otro aspecto relevante en la institución es el apoyo que se brinda a la matemática, específicamente en la Escuela Secundaria Técnica No. 59, donde el profesor que tiene horas curriculares, tiene la obligación de impartir regularización a los alumnos

con mayor deficiencia matemática. Esta actividad se lleva a cabo en el turno contrario al turno cubierto por el profesor frente a grupo.

Dentro del plantel se cuenta con escasos materiales que se concretan a los juegos geométricos, libros de texto y un retroproyector de filminas. Tiene una biblioteca con al menos 50 libros de matemáticas de diversos autores, aunque en su mayoría son obsoletos. En cuanto a los libros de texto que se llevan actualmente desde el punto de vista de consulta, pero inoperantes en el aspecto práctico del educando. Esta aseveración se hace a través de la revisión que año con año se realiza de los libros de texto; ésta la lleva a cabo la Academia de Matemáticas de la institución, y una vez hecha, se propone el libro que se llevará durante el año escolar.

De acuerdo a las investigaciones realizadas en el **DIE** (*Departamento de Investigaciones Educativas*), del **CINVESTAV** (Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional) y con la revisión de los ficheros de matemáticas de primero a sexto año de primaria, de la consulta hecha a bibliotecas públicas y al **C.E.E** (Centro de Estudios Educativos), se ha podido constatar que en éste último se tiene el registro de un laboratorio de matemáticas en secundaria que se puso en marcha en el año de 1988 en el Colegio de Madrid, A.C. ubicado en la Calle del Puente 224, Delegación Tlalpan, D.F..

En este colegio el nivel socioeconómico es eminentemente alto, la mayoría de los padres de familia de los alumnos del colegio son profesionistas, empresarios o trabajadores de confianza, lo que permite que los alumnos tengan la oportunidad de contar con las comodidades como son: transporte particular, acceso a computadoras, sala de audiovisual, biblioteca, auditorio entre otras.

El colegio tiene entre sus objetivos la vinculación e interrelación de sus alumnos con otros colegios, lo que permite tener una mayor desarrollo cultural.

Este laboratorio trabaja para los tres años del nivel medio básico, cuenta con dos manuales de prácticas, una para primer año y el otro para segundo, conformados con materiales de diversas fuentes bibliográficas especializados en el tema, además cuenta con material creado por un grupo de maestros y alumnos de la misma institución. En los manuales antes mencionados se encuentran las prácticas que complementan las clases teóricas.

Durante los últimos años escolares se elaboraron nuevos materiales vinculados con la creatividad del alumno, donde se tiene la oportunidad de construir su propio conocimiento.

Por otro lado el curso del tercer año fue desarrollado por medio de programas de computación que a continuación se en listan:

- Investigación Matemática (*Micro BBC*)
- Alge Blaster (*Davidson Associates*)
- Math Blaster Hystery (*Davidson Associates*)

Los dos últimos programas fueron traducidos y adaptados tomando en cuenta las necesidades de los alumnos del Colegio Madrid.

Los grupos que llevan el laboratorio de Matemáticas, son de aproximadamente 20 alumnos, además de que se les programa al menos una vez a la semana para trabajar con las computadoras, este espacio es aplicado a los tres grados de secundaria.

Los responsables de llevar a cabo el asesoramiento del laboratorio son cinco maestros y se imparte a un total de 18 grupos.

Con base en lo anterior, se señalan los logros obtenidos en esa institución a tres años de su implementación; aunque aún no se tienen datos específicos sobre el

avance de sus objetivos, entre los que podemos señalar a la motivación como etapa inicial en el aprendizaje de las matemáticas.

1. La participación total de todos los alumnos del grupo
2. Los alumnos se acostumbran a trabajar en equipo
3. Refuerza el conocimiento teórico del alumno
4. Los alumnos se vuelven más creativos

Existen varios aspectos sobre el laboratorio que deben corregirse y éstos son:

1. La apatía de los alumnos por determinadas prácticas, ante la cual se deben reestructurar los materiales.
2. La falta de comunicación entre el maestro que imparte la teoría y el maestro que trabaja la práctica.
3. Cada maestro impone un ritmo y una calidad particular a su sesión, lo cual hace que para una misma práctica a grupos diferentes, el resultado sea diferente.
4. No existe una verdadera motivación que ayude a los alumnos a trabajar creativamente en el laboratorio.

Como consecuencia de no tener una verdadera integración entre lo que se realiza en teoría y práctica, la enseñanza de las Matemáticas a futuro será una ciencia árida, que no cubrirá con las expectativas para la cual fue creada, es decir, hacer del alumno, un educando reflexivo, crítico, participativo, resultado de implementar nuevos proyectos que ayuden a elevar la calidad de la educación básica.

Mientras no se implementen alternativas de solución a la problemática que tanto ha padecido la enseñanza matemática; alto índice de reprobados, indiferencia y falta de interés por la materia, hacen que la educación implementada con métodos tradicionales y sin modificaciones en su estructura, sea un área no atractiva al

estudiante y por lo tanto seguirá persistiendo un número muy reducido de alumnos que se involucren en las ciencias exactas.

Confrontación entre el laboratorio de matemáticas del Colegio Madrid y el propuesto en esta investigación.

En primer lugar se debe de señalar el implemento de las prácticas en el nivel básico en escuelas públicas, es un factor determinante en el aprendizaje de los alumnos que tienen dificultad con la materia.

En comparación con los propuestos y realizado por el Colegio Madrid, el laboratorio que se implementará en la Escuela Secundaria Técnica No. 59, debido a la falta de recursos económicos, será más de prácticas manuales, que de computadoras, se llevará a cabo en el aula de clases y no precisamente en un lugar exclusivo. La teoría y la práctica serán implementadas por un solo profesor, a diferencia del Colegio Madrid. Con esa diferencia se ahorrará mayor presupuesto hacia la escuela y por otro lado se irá a un ritmo acorde a las necesidades del grupo, aspecto que no se logra en el mismo, ya que al existir dos profesores cada uno imprime ritmos diferentes, lo que hace que el educando no logre vincular lo aprendido en la teoría con lo que se enseña en el laboratorio.

Las prácticas a elaborarse se llevarán en un primer momento para alumnos de tercer grado, con la finalidad de ir perfeccionando las prácticas para los grados subsecuentes.

Para dar solución a la problemática presentada en este diagnóstico, se realiza una propuesta que ayudará a resolver la misma, y a la vez ayudará a implementar nuevas formas de abordar los conceptos teóricos que aún no han sido resueltos en su totalidad.

Asimismo dando continuidad a lo establecido en el **Programa de Desarrollo Educativo 2000-2006**, donde se establece que: *“la formación matemática tiene un*

carácter primordial y que sirve como herramienta valiosa a la actividad cotidiana, a través de esta se tendrá la capacidad de reconocer, plantear y resolver problemas mediante un razonamiento ordenado que permita entender mejor la aplicabilidad de la ciencia matemática”.

La propuesta se basa fundamentalmente en la realización de prácticas matemáticas que se desarrollarán dentro del aula de clases, utilizando una diversidad de materiales didácticos, que serán manipulados por el alumno, haciendo que aprenda jugando a las matemáticas, y que mediante esta práctica, sea capaz de resolver problemas cotidianos que le permitan entender su entorno, que sin duda será el objetivo del laboratorio de matemáticas.

El presente proyecto pretende mejorar el nivel académico de los alumnos de nivel básico, así como de ayudar a implementar una mejor metodología a los profesores que imparten la asignatura de Matemáticas. Las prácticas Matemáticas serán una alternativa de solución a la crisis por la que atraviesan actualmente las ciencias matemáticas en lo que acreditación se refiere. El índice de reprobados, la deserción, la apatía y la memorización excesiva, son algunos de tantos aspectos que se pretende combatir.

La ejecución de las prácticas tendrá su escenario en el mismo salón de clases del alumno, lo que evitará el excesivo costo para la construcción de un laboratorio, así como el ahorro de tiempo al desplazarse de un aula a otra.

Como anteriormente se menciona las actividades se desarrollarán en un primer momento con los alumnos de tercer grado de secundaria y de esta manera y de acuerdo a los resultados se irán implementado a los grupos de primero y segundo de secundaria.

De acuerdo a lo anteriormente planteado se espera lograr los objetivos y metas, obteniendo asimismo mejores alumnos en nuestro sistema educativo y que de esta

manera puedan aportar sus conocimientos en beneficio de la sociedad y de nuestro país.

Sin duda alguna se ha observado que los mejores matemáticos y los mejores profesores de matemáticas, son evidentemente quienes mejor comprenden las reglas del juego y gozan experimentando cada uno de sus conocimientos.

Objetivo General de las Prácticas Matemáticas

Desarrollar habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento en el alumno.

Objetivos particulares de las Prácticas de Matemáticas

- Despertar el interés del alumno en el campo de las matemáticas.
- Mejorar la calidad de la enseñanza matemática.
- Incrementar el aprovechamiento del educando.
- Lograr integrar el conocimiento matemático en forma tal que el alumno lo vincule con su realidad.
- Hacer más sencillo el quehacer del maestro, en cuanto a su planeación y evaluación.
- Que el alumno sea capaz de crear, desarrollar y solucionar sus propios problemas.
- Que el alumno logre vincular las matemáticas para el desarrollo y logro de su quehacer cotidiano.
- Que los profesores involucrados que imparten el área de matemáticas, tengan la capacidad y disponibilidad de mejorar su metodología para los próximos ciclos escolares.

Metas

- Que ésta se aplique en forma generalizada en la escuela.
- En el próximo ciclo escolar se pretende lograr un mayor número de alumnos que aprueben. (De un 70% que se tiene actualmente a un 90%).
- Que los cuatro profesores que imparten el área de matemáticas, sean capaces de mejorar su metodología en los próximos ciclos escolares.
- Que se logre en un futuro aumentar el número de las prácticas de acuerdo a los contenidos programáticos.
- Que en un futuro se logre la creación del Laboratorio para los grados de primero y segundo de secundaria.

Se sabe que el proceso de enseñanza-aprendizaje es dialéctico y para que sea posible enseñarlo, se requiere de un entorno estable que permita que el conocimiento se desarrolle.

El conocimiento matemático está inmerso dentro de un contexto, no obstante, para que este conocimiento pueda ser utilizado, el contexto debe ser en lo posible enriquecido.

Cuando los estudiantes trabajan en un problema matemático, el carácter y el significado del conocimiento que ellos construyen está cambiando; uno de los trabajos más delicados del profesor es guiar a los estudiantes, partiendo de sus errores y concepciones deficientes, hacia un conocimiento que pueda ser validado matemáticamente. Históricamente las matemáticas han sido un tema difícil pero importante dentro del currículo escolar y tal vez por esta razón se utiliza como un filtro para la educación en todos sus niveles. Los objetivos y los métodos de la enseñanza de las matemáticas deben adoptar las nuevas demandas de la sociedad estudiantil. Las prácticas matemáticas

teniendo como propósito la mejora de la enseñanza de las mismas deberán fomentar entre los educandos un interés cada vez mayor.

Recientemente muchos programas de matemáticas en el mundo han mostrado una tendencia a darle una mayor atención, enfatizando la construcción de modelos matemáticos para el análisis de problemas de la vida real. La tecnología de la computación ha hecho que las matemáticas se conviertan en una ciencia más empírica y esa misma tecnología le ha permitido al estudiante trabajar más fácilmente con una gran cantidad de información relacionada con problemas que habría podido resolver de otra forma.

Desde este punto de vista, la puesta en práctica de esta propuesta pedagógica (*prácticas matemáticas*) facilitará al docente la tarea de impartir mejor sus clases ahorrándose más tiempo en la explicación de conceptos y en la evaluación que se tenga que hacer para con el educando. Respecto a los alumnos se espera que estén en la disponibilidad de plantear y resolver problemas a partir de situaciones cotidianas que involucren el área de matemáticas.

1. OBJETIVO DEL TRABAJO

1.1. Denominación del Proyecto

El laboratorio de Matemáticas, una alternativa en el proceso enseñanza aprendizaje en el nivel “medio básico”.

1.2 Naturaleza del Proyecto

1.2.1. Descripción

El presente trabajo se basará en la adquisición de conocimientos matemáticos, a través de la ejecución de prácticas que se desarrollarán en el Laboratorio de Matemáticas.

Previamente a la aplicación de las prácticas matemáticas, los cuatro profesores de la Escuela Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos” tendrán una capacitación que durará aproximadamente cuatro días. La implementación del curso básicamente se constituirá de 4 fases, cada fase tendrá una duración de 8 horas, desglosadas de la siguiente forma.

- Contenido programático de las prácticas
- Tiempo para la ejecución de las prácticas
- Evaluación de las prácticas
- Entrega de las prácticas a los alumnos

Cada práctica será registrada y evaluada por el profesor responsable del grupo, además será el encargado de regresar la práctica ya calificada en la próxima sesión.

El alumno antes de realizar la práctica tendrá la oportunidad de recibir un conocimiento teórico que le permitirá ejecutar con éxito la actividad correspondiente. Los días que se dedicarán a la teoría dependerán del grado de dificultad de la práctica a mayor de dificultad, mayor serán los días dedicados a la teoría.

Las prácticas de matemáticas están pensadas para que el alumno utilice material didáctico, como papel, tijeras, dados, monedas entre otros, lo cual permitirá que tenga la oportunidad de manipular los objetos que lo llevarán a redescubrir el conocimiento que para el educando en ese momento será nuevo y su aprendizaje será mas significativo, por lo tanto será más difícil que se le olvide.

1.2.2. *Fundamentación*

El pedagogo Juan Amos Comenio, en su Didáctica Magna, escrita entre los años de 1627 a 1657, refiriéndonos a los principios de la escuela activa decía:

“Si bien, estas escuelas son diferentes, - la escuela de la primera infancia, la escuela de la infancia, la de la adolescencia y la escuela de la juventud – no queremos que enseñen cosas diferentes, sino las mismas de manera distinta”.

No se trata de cambiar los temas, ni de ser un maestro tradicionalista, se trata de enseñar de forma práctica y útil para el logro de los objetivos. Una forma de enseñar es precisamente mediante una serie de prácticas, de actividades que le permitan al alumno hacer de su aprendizaje, un aprendizaje más claro y fácil de entenderlo.

A lo largo de la historia el hombre en su constante progreso científico que se basa fundamentalmente en el uso y la aplicación de las Matemáticas, ha ido

implementando diferentes metodologías, para hacer de la Matemática una ciencia que no se quede sólo en lo abstracto y que sea creativa a los alumnos que se integran al campo de las ciencias exactas.

Refiriéndonos a lo señalado en el diagnóstico, donde se hace énfasis en el alto índice de reprobados y de acuerdo a los avances de las matemáticas, se plantea la necesidad de crear un laboratorio de matemáticas en el propio salón de clases, que permita al educando entender mejor los fenómenos naturales que le son difíciles de interpretar y que a través del desarrollo de una serie de prácticas que han sido planteadas, para que el alumno sea capaz de involucrarse con su entorno haciendo de las matemáticas una ciencia atractiva y recreativa.

Por las razones antes expuestas se hace necesario una nueva forma de abordar las ciencias exactas, que son la herramienta fundamental en el constante desarrollo de la humanidad.

En este proyecto se abordarán aspectos que conlleven a la creación de un lugar donde los estudiantes sean capaces de construir su propio conocimiento, donde tengan la oportunidad de verificar lo aprendido teóricamente, con la práctica, se refiere a la construcción de conocimiento matemático a través de la creatividad del alumno en un laboratorio expreso para ello.

1.2.3. Marco Institucional

De acuerdo con las estrategias y acciones que se proponen en el Plan Nacional de Desarrollo Educativo 2000-2006, donde se estipula que la educación básica debe contribuir más ampliamente a fomentar el interés de las matemáticas. Materia básica y fundamental en el desarrollo integral del niño, que le permitirá relacionarla con otras ciencias del saber educativo, para ello, se tendrán que abordar nuevos métodos de enseñanza hacia el campo de las matemáticas, esta nueva forma de abordar la enseñanza de las matemáticas es precisamente a través de la ejecución de prácticas.

Las matemáticas tienen un carácter primordial en el educando ya que es a través de ellas que él tenga la capacidad de plantear y resolver problemas que le permitan entender mejor su entorno social.

La adaptación y flexibilidad curricular permitirá introducir las prácticas matemáticas que ayudarán a reforzar lo propuesto en el Plan Nacional de Desarrollo Educativo 2000-2006, ofrecerán grandes ventajas ya que será más sencillo introducir esta actividad en los contenidos programáticos debido a la flexibilidad que se le brindan al profesor.

Asimismo la aplicación del proyecto acerca de la ejecución de las prácticas tendrá el aval de los directivos de la Escuela Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos”, que de conformidad con los profesores de la propia institución se pondrá en marcha en el próximo ciclo escolar.

1.2.4. Finalidad

La finalidad del proyecto es hacer de las matemáticas una ciencia eminentemente práctica y para ello se ha pensado en la aplicabilidad de las

ciencias exactas a través de la realización de prácticas en el aula de clases, que le permitan al alumno no tan solo entender las matemáticas, sino que las logre relacionar con otras ciencias.

Con relación a los profesores, les permitirá ser más objetivos en el planteamiento de problemas que serán de difícil comprensión para el alumno, es decir, les será más fácil entender al educando utilizando modelos matemáticos, a través de la realización de las prácticas matemáticas.

1.2.5. Beneficiarios

Con la incorporación de las prácticas de Matemáticas, se abre una nueva alternativa para el aprendizaje de las mismas, que han sido pensadas primeramente para beneficiar a los educandos, maestros, directivos; que indiscutiblemente llevan una interrelación entre ellos, siendo el mayor beneficiado el alumno.

No debe descartarse a los padres de familia que serán beneficiados al tener hijos que al salir mejor preparados tendrán mayor oportunidad de incorporarse a los próximos ciclos escolares.

1.2.6. Productos

Se espera que una vez entrado el proyecto los resultados sean satisfactorios para la institución, con esto se quiere decir:

- Que del 100% de alumnos, que entran a la escuela, el 90% de los estudiante, sean capaces de entender problemas que se relacionen con su entorno.

- Que los cuatro profesores de Matemáticas que laboran en la escuela, terminen por lo menos el 80% de las prácticas establecidas.
- Que de 50 alumnos que existen en cada grupo de tercer año, 40 de ellos, aprueban más del 60% de las prácticas.

1.2.7. Localización Física y Cobertura Social

El Proyecto se llevará a cabo en primera instancia en la Escuela Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos”, ubicado en la Calle Francisco González Bocanegra s/n.. Colonia Nueva Aragón, Ecatepec de Morelos, México.

Tiene aproximadamente 22 años de antigüedad, actualmente tiene dos turnos: Existen 6 grupos de primero, 5 grupos de segundo y 4 grupos de tercero, aproximadamente tienen una población de 1500 alumnos distribuidos en ambos turnos.

1.3. Especificación Operacional de las Actividades a Realizar

1. Elaboración del Diagnóstico
2. Elaboración del Proyecto
3. Alternativa o Propuesta
4. Normatividad de la Propuesta
5. Fundamentación Teórica de la Propuesta
6. Capacitación a Profesores
7. Implementación de las Prácticas Matemáticas
8. Seguimiento y Evaluación de las Prácticas
9. Elaboración del Informe
10. Entrega del Informe

1.4. Métodos y Técnicas a Utilizar

Para el desarrollo de las prácticas matemáticas se utilizará una planeación innovadora, ésta plantea una nueva forma de diagnosticar la realidad que surge de la necesidad de pensar la situación actual de comunidad escolar, donde se pretende llevar a cabo el proyecto.

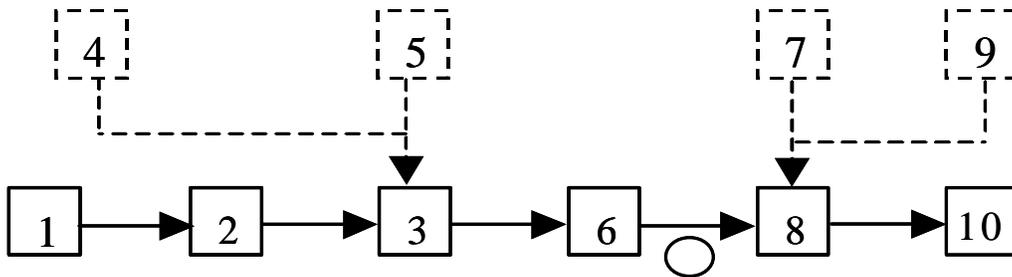
El proceso metodológico utilizado en este estudio comprende:

- Situación actual de la comunidad escolar
- Investigación de bibliografía
- Entrevista a padres de familia
- Entrevista a profesores del área de matemáticas

La técnica que se desarrollará en la ejecución de las prácticas matemáticas es la expositiva-demostrativa. Es decir, se tendrá la oportunidad de demostrar al alumno los conceptos teóricos a través de necesidades cotidianas que sean planteadas en forma de problemas, que puedan comprobarse mediante la realización de las prácticas mencionadas.

1.5. Determinación de los Plazos o Calendarios de Actividades

Ruta Crítica.



Simbología

□ *Acontecimientos*

□ *Acontecimientos dependientes*

○ *Tiempos de Espera*

→ *Secuencia*

1. Agosto - Septiembre 2004.
2. Septiembre 2004.
3. Octubre - Noviembre 2004.
4. Noviembre 2004.
5. Noviembre - Diciembre 2004.
6. Enero 2005.
7. Enero - Junio 2005.
8. Enero - Junio 2005.
9. Julio - Agosto 2005.
10. Agosto - Septiembre 2005.

1.6. Determinación de los Recursos

Recursos humanos

Este proyecto estará a cargo de los cuatro profesores que integran la academia de matemáticas de la Escuela Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos”, donde uno de los integrantes será el encargado de llevar a cabo la capacitación a los maestros. Aquí cabe aclarar que todos los profesores tienen grupos de primer año de secundaria. Cada profesor será responsable directo de llevar a cabo las prácticas correspondientes así como la entrega y evaluación de las mismas, de igual forma será el responsable de solicitar los materiales necesarios de las prácticas correspondientes. *

Recursos Materiales

Los materiales y equipo a utilizar durante el desarrollo de las prácticas, estará distribuido en dos partes: una parte será la que la escuela otorgue al profesor responsable del área, y la otra corresponderá a la que el alumno complemente con material que traerá de su casa. El material disponible para la realización de las prácticas se encontrará en el almacén de la escuela, mismo que será otorgado al profesor que solicite mediante un cable (papel, cartón, tijeras....).

Recursos Financieros

El proyecto estará subsidiado por los directivos de la Escuela Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos”. Contando con el apoyo de la Asociación de los Padres de Familia y/o Cooperativa Escolar, asimismo con donativos del Presidente Municipal de Ecatepec de Morelos, Dr. Eruviel Avila, que es de su conocimiento el proyecto de Matemáticas de la escuela y para ello se le ha entregado copia del diagnóstico de la propuesta.

* Los Presupuestos describen en el rubro de cálculo costos.

CALENDARIO FINANCIERO

2004-2005

Actividad	Agosto- Septiembre 2004	Septiembre 2004	Octubre- Noviembre 2004	Noviembre- 2004, Febrero y Mayo de 2005	Septiembre 2004 a Junio 2005
1	\$40.00				
2		\$40.00			
3			\$20.00		
4		\$20.00			
5		\$20.00			
6			\$2,000.00		
7			\$3,000.00		
8			\$40,000.00		
9				\$20,000.00	
10					\$500.00
Total					\$65,640.00

1.7. Cálculo de los Costos de Ejecución o Elaboración del Presupuesto

El Laboratorio de Matemáticas tendrá como asesores a cuatro profesores, que se encargará de llevar a cabo el proyecto a 8 grupos de tercer año de secundaria, cada profesor tendrá a su cargo 2 grupos, y cada profesor recibirá la cantidad de \$10,000.00 (*Diez Mil Pesos M/N*) anualmente, esto quiere decir, que el gasto total para los cuatro profesores en un años tendrá un valor de \$40,000.00 (*Cuarenta Mil Ochocientos Pesos M/N*).

Se pretende realizar 20 prácticas en el transcurso del año escolar, cada práctica esta estimada en un costo de \$5.00, sí consideramos que existen 8

grupos de tercer años en ambos turnos y cada grupo tiene una población de 50 alumnos, entonces la escuela dispondrá de un capital de \$40,000.00 (*Cuarenta Mil Pesos M/N*) anuales.

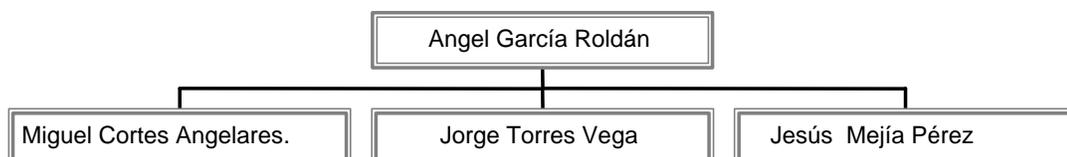
Para efectos de las visitas extraescolares, se dispondrá de un total de \$20,000.00 (*Veinte Mil Pesos M/N*), por las 3 visitas de los 8 grupos.

El material que se ocupará para la capacitación a los profesores será de \$3,000.00, destinados para comprar gises, hojas para rota folio, marcadores y copias fotostáticas.

Imprevistos

Teniendo en cuenta que se tenga que reponer prácticas, y tomando en cuenta una alza en el transporte escolar del 10%, así como la posible sustitución de profesores por licencia médica o permisos, se contará con 10% más del total de los gastos descritos en las 10 tareas anteriormente mencionadas \$65,640.00, (*Sesenta y Cinco Mil Seiscientos Cuarenta Pesos M/N*), esta cantidad será de \$74,204.00 (*Setenta y Cuatro Mil Doscientos Cuatro Pesos M/N*).

1.8 Administración del Proyecto



Funciones del Personal

El profesor Ángel García Roldán será el encargado de llevar a cabo las diferentes actividades para la realización de las prácticas de Matemáticas.

Estas Son:

- Capacitación a los profesores que integran la academia de Matemáticas de la Escuela Secundaria Técnica No. 59.
- La distribución de las prácticas (20), será determinada por la academia del área respectiva que a su vez determinará los tiempos para la realización de las mismas.
- Los 4 profesores serán los encargados de evaluar y regresar las prácticas a sus respectivos grupos.
- Se entregará un informe de las actividades realizadas al presidente de la academia respectiva.

1.9. Indicadores de Evaluación del Proyecto

Meta

Aumentar el porcentaje de alumnos aprobados para el ciclo 2004-2005.

Indicador

A través de la capacitación de 4 profesores del área de Matemáticas para introducir el programa escolar las prácticas del área.

Meta

Creación de problemas elaborados por el propio alumno.

Indicador

A través de la generalización de conocimientos en la solución de problemas de su entorno .

Meta

Lograr vincular las Matemáticas en la vida cotidiana del alumno

Indicador

Se podrá verificar la aplicabilidad de las Matemáticas en el educando desde el momento que logre relacionarlas con otras áreas como la Química y la Física y logre obtener resultados aprobatorios en los laboratorios respectivos.

1.10. Factores Externos Condicionantes o Pre-requisitos para el logro de los efectos e impacto del proyecto.

- La buena disposición de las autoridades del Municipio de Ecatepec para financiar el proyecto.
- La aceptación de las prácticas Matemáticas en las diferentes Secundarias Técnicas que integran la zona.

Del seguimiento que tengan las autoridades de la escuela, en el caso de cambiar directivos de la institución.

2. BRUNER Y LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

Para efectos de este proyecto de tesis se recurrió a la teoría de Jerome Bruner cuyo trabajo aborda principalmente tres modos de representar al mundo:

- El modo actuante: En el que el alumno tendrá que desarrollar todas sus habilidades motrices.
- El modo icónico : En el que el educando tendrá que poner en práctica su imaginación espacial.
- El modo Simbólico: Aquí el alumno utilizará imágenes para interpretar la simbología expresada en cada una de las prácticas matemáticas.

Estos tipos de representación son fundamentales en el desarrollo del razonamiento matemático de los alumnos de secundaria.

Jerome Seymour Bruner nació en 1915 en la ciudad de Nueva York. En 1937 recibió su título de bachiller en la Universidad de Duke, y en 1941 el doctorado en Filosofía en la Universidad de Harvard. Durante la segunda guerra mundial sirvió en la oficina de información de guerra, en el departamento de estado, y en el cuartel general de la fuerza expedicionaria aliada tanto en los Estados Unidos como en el extranjero, analizando la opinión pública y la propaganda. En 1944 fue designado catedrático en la Universidad de Harvard. En 1948 ascendió a profesor asociado y en 1952 a profesor titular. Durante 1951-1952, Bruner fue miembro huésped del instituto de estudios avanzados de la Universidad de Princeton, y en 1952 dio conferencias en el Seminario Salzberg. Durante 1955-1956 fue becario Guggenheim en la universidad de Cambridge, Inglaterra, y en 1956 profesor huésped en la federación suiza de Psicología. En 1962 fue profesor en la Universidad de Chicago. En 1965 fue profesor Bacon de Harvard en la Universidad de Aix-en Provence. Desde 1972 ha sido profesor de Wolfson College y Profesor Watts de Psicología Experimental en la Universidad de Oxford en Inglaterra. Bruner ha sido consejero consultor de las Naciones Unidas, de la

casa Blanca, de los Institutos Nacionales de la Salud, de la Oficina de educación de los Estados Unidos, del Departamento de Estado, y de Time-life-Fortune, entre otras organizaciones. Es miembro de la Asociación Estadounidense para el avance de la ciencia, de la Academia Estadounidense de Artes y Ciencias, y miembro fundador de la Academia de Educación. Es miembro de la Asociación Psicológica Estadounidense (APA, por sus siglas en inglés), en la que ha estado muy activo, siendo presidente de la división de Personalidad y Psicología Social (1959 a 1960), presidente de la sociedad para el Estudio Psicológico de Cuestiones Sociales (división de la APA) (1962-1963), y presidente de toda la asociación (1965-1966).

En 1975 recibió el premio G. Stanley Hall de la División de Psicología del desarrollo de la Asociación Psicológica Estadounidense por sus aportaciones al desarrollo humano y a sus aplicaciones. Ha recibido títulos honorarios de Lesley College, Universidad de Duke, Universidad Northwestern, Universidad Temple, y de la Universidad de Cincinnati. Aunque sus intereses como estudiante de grado estuvieron en la psicología de la percepción y del aprendizaje, sus experiencias durante los años de guerra lo llevaron a la psicología social y al estudio de la opinión pública. En 1956 fue coautor (*con M.B. Smith y R. W. White*) de un libro titulado *Opinions and Personality*. También ha mostrado interés por el pensamiento, especialmente por los procesos inferenciales del razonamiento, y también en 1956, publicó con J. Goodnow y C. A. Austin, *A Study of Thinking*.

En 1959, a raíz de la nueva preocupación por la educación estadounidense producida por el lanzamiento por los rusos del Sputnik, Bruner presidió el congreso Woods Hole sobre educación. Cerca de 35 científicos pasaron diez días discutiendo sobre cómo se podría mejorar la enseñanza de las ciencias en las escuelas elementales y secundarias. Este congreso estimuló su interés en la educación. En el libro *The Process of Education* (publicado por primera vez en 1960) fue uno de los resultados o frutos de dicho congreso. Su obra anterior revelaba un interés en la psicología del desarrollo y en el programa o planes de

estudio; ahora su interés se orienta hacia el problema de la representación en la niñez. También como resultados de dicho congreso, por lo menos en parte, Bruner empezó a participar en la elaboración de un curso de estudios sociales para alumnos de quinto y sexto año que iba más allá del aprendizaje cognoscitivo, para abarcar valores y diferencias culturales. Este curso, conocido bajo el título de “El hombre: temas de estudio” (*“Man: A Course of Study”, MACOS*) fue costeado por la fundación Nacional de Ciencias. Por su trabajo en la elaboración de MACOS, Bruner recibió un premio de la asociación estadounidense para la Investigación Educativa y del Instituto Estadounidense de Publicaciones Educativas, el cual aludía al curso como *“uno de los esfuerzos más importantes de nuestros días por relacionar los resultados de la investigación y la teoría en el campo de la Psicología de la educación, al desarrollo de un nuevo y mejor material de instrucción”*.

Este curso suscitó sentimientos muy intensos en algunos estudiantes; y como resultado de ello fue objeto de ataques en el Congreso por parte del representante John Conlon (*republicano*) de Arizona, el cual lo acusa de manipular deliberadamente las mentes de los niños hasta llevarlos a rechazar los valores, las convicciones, y los principios religiosos y patrióticos de sus padres. Cuando era profesor Guggenheim en Cambridge, estudió el conocimiento y el desarrollo del conocimiento y visitó a Piaget en Ginebra. Al volver a Harvard pasó dos años estudiando la eficiencia del aprendizaje en un grupo de niños normales de 10 años, fijándose sobre todo en los patrones de diferencia individuales. De estos estudios, que eran principalmente de mera observación, pasó luego a estudios más experimentales sobre la manera en que desarrollan los niños diferentes estrategias para la solución de problemas, principalmente en matemáticas. Los frutos de este trabajo aparecen en *The Process of Education* y en *Toward a Theory of Instruction* publicado en 1966.

Durante los años siguientes, a partir de 1960, él y el grupo de profesores y estudiantes del centro para estudios del conocimiento (fundado por Bruner y

George Miller) emprendieron el estudio del desarrollo cognoscitivo o intelectual. Durante el bienio 1961-1962 estuvo también en el centro Barbel Inhelder, y se empezaron los estudios relacionados con una parte del trabajo de Piaget, por ejemplo conservación e invarianza, con los subsiguientes intercambios de datos y visitas a Piaget en Ginebra. Bruner también visitó la Unión Soviética, e investigadores rusos visitaron Harvard. También estudió a los niños de Senegal, Africa, y los miembros del personal participaron en estudios de los niños esquimales y niños mexicanos en México. Estos estudios dieron por resultado a la publicación en 1996, en colaboración con todos, del *Studies in Cognitive Growth*. El libro está dedicado a Jean Piaget, “amigo y mentor, cuyos brillantes descubrimientos le han dado una forma nueva y poderosa al estudio del desarrollo del conocimiento”, en honor de su septuagésimo aniversario.

Entre 1964 y 1970, Bruner se vio envuelto en problemas y cuestiones educativas; este fue el periodo de críticas a la educación lanzadas por Paul Goodman, Ivan Illich, Jonathan Kozol, John Holt, Herbert Kohl y James Herndon. Los ensayos que escribió Bruner durante este periodo se publicaron bajo el título de *The Relevance of Education*, en 1971.

El trabajo de Bruner con niños mayores lo llevaron a reconocer que para los tres años de edad el niño ya ha alcanzado un cierto nivel de competencia intelectual. Entonces empezó a estudiar el crecimiento de esta habilidad de la infancia; los resultados de este estudio aparecen en *Progress of Cognitive Growth: Infancy* (1968). En 1973, Jeremy Anglin editó y publicó una colección de estudios de Bruner bajo el título *Beyond the Information Given: Studies in the Psychology of Knowing*. Esta colección incluye la mayoría de los escritos de Bruner sobre el conocimiento.

2.1. Aspectos Filosóficos

Bruner concibe a la gente como seres activos dedicados a la construcción de su mundo. Por lo tanto, el ser humano no es simplemente un reactor a un ambiente, configurado por ese ambiente, como lo pintan los conductistas. Por ejemplo, escribe Bruner: *“Es evidente para muchos de nosotros que la así llamada conexión asociativa de estímulos físicos y respuestas musculares, no puede proporcionar la principal explicación sobre la manera en que aprenden los hombres a generar frases que nunca antes han pronunciado”*. El comportamiento o actividad conceptual, ya sea percepción de sucesos, logro de conceptos, solución de problemas, descubrimiento de una teoría científica o dominio de una habilidad, se puede concebir como un problema cuya solución se construye activamente. Implícito en esta concepción de los seres humanos y expresado explícitamente por Bruner, está el concepto de intención.

La conducta humana siempre tiene una finalidad, en cuanto tiene por objeto alcanzar ciertos objetivos, metas o resultados. Bruner no le presenta mucha atención a la motivación como concepción. El comportamiento es algo que siempre está en marcha, y (además de que la actividad es una característica del organismo vivo) está motivado por el impulso hacia la competencia personal y el impulso de curiosidad. Las actividades que nacen de estos impulsos son gratificación por sí misma. El desarrollo o crecimiento del conocimiento, es el proceso por el cual los seres humanos aumentan su capacidad para alcanzar y usar conocimientos. El conocimiento incluye estrategias para reducir la complejidad del mundo (reducción que tiene que ser selectiva y dirigida hacia los aspectos pertinentes o importantes del mundo) y para la organización del ambiente.

La cognición incluye también los medios por los que los seres humanos expresan sus experiencias del mundo, y organizan estas experiencias y sus efectos para su uso futuro.

Existen tres modos de representar el mundo:

- 1) ***El modo actuante.*** “Al principio, el mundo del niño llega a su conocimiento por medio de las acciones habituales que ejecuta para hacerle frente”.
- 2) ***El modo icónico.***” A su debido tiempo se añade la técnica de representar las cosas por medio de imágenes, una representación relativamente libre de acciones.”
- 3) ***El modo simbólico*** “ Gradualmente se añade un método nuevo y poderoso, por el cual la acción y las imágenes se traducen a un lenguaje”.

Bruner señala que cada una de estas modalidades tiene un efecto muy profundo en la vida mental del individuo a sus diferentes edades, y cada una continúa funcionando e interactuando con las demás a lo largo de toda la vida intelectual posterior.

El desarrollo individual procede por pasos, en forma discontinua, más que continua y tranquila. Hay periodos de rápido crecimiento, o arranques, seguidos por periodos de consolidación. La curva del crecimiento se parece más a una escalinata que a una línea recta. Sin embargo, los peldaños no están desunidos o marcadamente separados. Las características de las primeras etapas continúan en las etapas posteriores; la actuación sobre el ambiente continúa cuando aparece el modo icónico, y éste no se abandona cuando se desarrolla el modo simbólico. El crecimiento supone factores “*internos*” y “*externos*”.

Los factores internos no son independientes de los factores externos. “*El empuje que impulsa al crecimiento no se representa ni se explica adecuadamente por*

conceptos como **“maduración, desenvolvimiento, deseo de aprender, motivo de alcanzar competencia, o actualización.** *“El empuje parece depender de un insumo externo de estímulos”* o de cierta **“atracción”**. No hay empuje interno sin un tirar externo correspondiente. El proceso es interactivo. El aislamiento y la marginación durante los primeros años, sobre todo la marginación o privación de cuidado y de amor, suele causar un daño irreversible. La cultura es un factor importante que alimenta y conforma el crecimiento. *“El crecimiento cognoscitivo en todas sus manifestaciones depende por igual, de la acción hacia fuera del sujeto y del influjo que recibe del exterior”*.

Los seres humanos en cuanto a especie, se han especializado no en morfología sino en el uso de instrumentos tecnológicos. Nuestras acciones, percepciones y razonamientos depende de técnicas, más que de las características de nuestro sistema nervioso. Efectivamente, los humanos dependen para su supervivencia de la herencia de la cultura y no de la herencia de un conjunto de genes. Bruner ha dicho que la inteligencia es, en gran parte, interiorización de los instrumentos o herramientas que proporciona una cultura.

Para Bruner, el desarrollo del conocimiento, incluyendo la adquisición de conocimientos, es un proceso interactivo en el que el individuo construye ciencia y realidad con los materiales que le proporciona el ambiente. La ciencia o conocimiento, o la estructura de los conocimientos, nos dicen algo acerca de la naturaleza de la mente, ya que es la mente la que estructura los conocimientos.

Pero la estructura de los conocimientos también representa o refleja la influencia de la cultura, por medio del lenguaje de los mitos. *“La naturaleza es una estructura simbólica, una criatura de los poderes que tiene el hombre, para representar a la experiencia por medio de poderosas abstracciones”*. *“El hombre vive en un mundo simbólico de su propia creación colectiva, en un mundo simbólico que tiene como una de sus principales funciones ordenar y explicar la experiencia”*. El concepto o imagen que una persona tiene de sí misma está relacionada con la imagen que

dicha persona tiene del mundo; la concepción que se tiene del mundo impone límites al concepto que se tiene de sí mismo.”

Porque es característico del hombre no solamente crear un mundo simbólico sino también convertirse en súbdito y servidor del mundo, concibiendo sus propios poderes como limitados por los poderes que percibe fuera de sí mismo. “Bruner se ha ocupado constantemente por la importancia que tiene para la práctica la investigación y la teoría. Para él, una teoría sobre el desarrollo cognoscitivo está íntimamente vinculada con una teoría pedagógica o de instrucción.

Por lo tanto, se ha interesado mucho por “cómo impartimos los conocimientos, cómo enseñamos, y cómo llevamos al que aprende a que construya una realidad a su modo”.

2.1.1. Modos de Representación

➤ ***El curso del desarrollo cognoscitivo.***

Los tres aspectos o características clave de estas acciones que Bruner observó y formuló, son intención, retroalimentación y estructura o patrón. Las tres clases de actividades se orientan a hacer frente al ambiente dicho de otra manera. El individuo tiene que representarse al mundo de manera que lo pueda manejar. Como por ejemplo los primates fueron cada vez más capaces de usar las manos como instrumento de la inteligencia.

Representación. Como ya se señaló la representación es un concepto básico en el enfoque de Bruner.

La representación es el sistema de reglas por medio de las cuales el individuo conserva o representa, para un uso futuro, sus encuentros y

experiencias con los diversos sucesos. Es una construcción del mundo; un modelo por el cual el mundo se hace presente al sujeto. Esta representación ocurre en tres modalidades principales que van apareciendo por orden, según avanza la edad:

- (1) *modalidad de acción (representación por la acción)*
- (2) *modalidad por imágenes (representación icónica)*
- (3) *modalidad simbólica (representación por símbolos).*

Cada una de las modalidades de representación, por consiguiente está dirigida a tratar con el ambiente o hacer frente, para reducirlo a una forma manejable. El individuo tiene que representar su ambiente en una forma en que lo pueda manejar, o en que pueda trabajar con él.

➤ ***Representación por la acción o modo actuante.***

Se desarrolla durante la segunda mitad del primer año de vida. Ciertamente la percepción visual es primero y toma parte en la representación por la acción, pero el significado o la “construcción” que se le da a los objetos exige que se actúe sobre los objetos. “Acción es la condición necesaria para que el infante pueda lograr las correlaciones ecológicamente válidas.” La representación por la acción tiene al individuo como centro; se pudiera decir que es una representación centrada en sí mismo o egocéntrica.

➤ ***Representación icónica ó modo icónico.***

Reduce a una sola cosa la percepción y la acción; la representación icónica separa la percepción de la acción. Parece que la repetición o “aprendizaje exagerado” de acciones conduce al desarrollo, o al potencial para el desarrollo, de una imagen de la acción: a colocar la actividad en un contexto espacial.

Las imágenes de los niños les faltan flexibilidad y son más simples que complejas en su organización. Su mundo está centrado en ellos mismos y está fácilmente sujeto a deformaciones por las necesidades o por el afecto; y en los primeros años, todavía depende de confirmaciones por la acción. Los niños hasta 8 ó 9 años de edad prefieren bases perceptuales para ordenar objetos, o para la clasificación. *“Tal vez sea gran verdad que una imagen vale por mil palabras, pero si el objeto ha de colocar su equivalente funcional en otro contexto, entonces tal vez una palabra vale por mil imágenes, si dicha palabra contiene la clave o escénica conceptual”.*

➤ **Representación simbólica o modo simbólico**

La representación simbólica tiene su origen en una forma innata, primitiva (desconocida), de actividad simbólica que luego se especializa o se convierte en sistemas diferentes. El lenguaje es la forma más altamente especializada de actividad simbólica, el niño primero usa las palabras como señales, más que como símbolos; representan un objeto, o un aspecto del objeto; el cual además está presente. Pero la esencia del símbolo es ser arbitrario o convencional, es decir que el nombre que se le pega a una cosa sea arbitrario. El símbolo no es la cosa; es su referente por lo tanto. Él aprender a referir es un proceso lento, que no depende de imágenes, sino de la habilidad para conceptualizar, de que la extensión y límites del referente de la palabra, o símbolo, tienen que aprenderse. Las palabras se refieren a clases de cosas, y las clases se determinan por reglas. Las categorías pueden formar jerarquías, por lo tanto el lenguaje también tienen una propiedad jerárquica.

El lenguaje no es una copia directa del mundo perceptual, y por lo tanto no representa su unidad natural; el lenguaje impone al mundo una estructura. En este sentido, El lenguaje es un medio no solamente para representar al mundo, sino para transformarlo.

2.2. Relación e Interacción de Sistemas

Mucho del aprendizaje espontáneo se reduce a inducir reglas más generales para lograr modos más económicos o más eficaces de representar sucesos similares. Y mucho de este aprendizaje consiste en traducir de alguna manera un sistema de representación a otros sistemas, como cuando llegamos a ser capaces no solamente de seguir un camino determinado habitualmente, sino de representarlo por medio de una imagen mental.

La representación simbólica, mediante el lenguaje, puede usarse para describir estados, imágenes y cosas, lo mismo que sus relaciones mutuas. También se puede usar para prescribir acciones. La representación por la acción es más limitada, pero las acciones se pueden dirigir flexiblemente hacia una meta; se puede adaptar, modificar o extender, mediante el uso de herramientas o instrumentos, para alcanzar diferentes metas y para superar desviaciones u obstáculos. Aunque los tres sistemas de representación son únicos e independientes, paralelos unos de otros, también pueden traducirse unos en otros e interactuar entre sí. Además cuando dos sistemas de representación están en conflicto, como cuando lo que uno ve no corresponde con el modo en que uno debe actuar, sobreviene el desequilibrio y surge un estímulo para el crecimiento del conocimiento. *“Precisamente cuando los sistemas de representación entran en conflicto o contradicción, entonces generalmente el niño hace revisiones muy decisivas en su modo de resolver problemas”*. Hay tres maneras en que los tres sistemas de representación se pueden relacionar entre sí: por concordancia, por discordancia y por independencia mutua. Cuando hay discordancia, se suprime uno u otro o se hace alguna corrección para coordinarlos. La independencia de estas dos modalidades (*de la acción y de la icónica*) de representación no es posible. Pero la modalidad simbólica si puede ser independiente de las otras dos,

como lo indica la discrepancia entre sintaxis y experiencia de acciones en el niño pequeño.

El lenguaje se puede usar como un instrumento abstracto para alcanzar niveles más elevados de operaciones mentales cuando se aplica a experiencias y al pensamiento. La independencia de la representación simbólica y de la representación por acción aparece con toda claridad cuando se intenta lo imposible de querer enseñar a alguien a patinar o a andar en bicicleta sólo con palabras.

Sin embargo, si la acción se divide en partes o segmentos que correspondan con precisión a palabras, entonces la instrucción puede ser eficaz.

2.3. Equivalencia, Búsqueda de Información e Invarianza

Los estudios de Bruner y sus compañeros han versado sobre tres cuestiones del desarrollo cognoscitivo: equivalencia, búsqueda de información e invarianza. Estas cuestiones están relacionadas con el desarrollo del modo simbólico de representar o son aspectos de él, y por lo tanto toda esta cuestión se sobrepone, o hasta cierto punto incluye la presentación simbólica.

Equivalencia. El crecimiento intelectual o cognoscitivo supone la adquisición de modos de representar las regularidades recurrentes (equivalencias) en el ambiente. Esto significa agrupar, clasificar, o reducir a categorías, objetos y sucesos, en función de atributos similares. El niño pequeño se fija en los atributos perceptuales, concentrándose en las propiedades sensibles externas de los sucesos o de los objetos.

Búsqueda de información. Uno de los aspectos concurrentes o simultáneos del paso de la representación por la acción a la representación simbólica (ya sea un efecto de dicho paso o una de las causas) es “la capacidad para organizar las

acciones con que se procesa la información, en esfuerzos más integrados y de mayor duración, para la solución de problemas”. Al ir madurando los niños, se van haciendo cada vez más capaces para acumular y utilizar información indirecta, en lugar de atarse a la situación inmediata. Los niños manejan los rasgos individuales de un problema, uno por uno, en orden horizontal (más que en orden jerárquico). Operan con imágenes, procurando compaginar lo que ven con algo que tiene en la mente. Este sistema de procesar la información o los sucesos ambientales implica traducir la experiencia a formas simbólicas, de suerte que se logra manejar lo que no está presente ni en el espacio ni en el tiempo. El lenguaje es un medio para hacer esto.

Invarianza. Significa conservación de las diversas cantidades a través de las transformaciones en su apariencia. Hay un cuarto aspecto del conocimiento, que Bruner llama trascendencia de lo momentáneo. Esta habilidad permite al individuo percibir coherencia después de periodos más largos y más amplios de experiencia, por encima de representaciones que ligan al tiempo y al espacio.

El niño que primero dice que el más grande de dos vasos llenos hasta la mitad está más lleno que el otro, y luego más adelante dice que también esta más vacío, y todavía más tarde al ser interrogado, dice que no puede estar más lleno y más vacío al mismo tiempo, no está dando muestra de trascendencia de lo momentáneo. Crecimiento o desarrollo intelectual o cognoscitivo, significa que se adquieren modos para representar las regularidades recurrentes en el ambiente (equivalencia), de la habilidad para buscar y analizar información, del concepto de conservación o equivalencia, y de medios para trascender lo momentáneo vinculando el pasado con el presente y con el futuro.

La cultura le da al niño “modos de responder, de mirar e imaginar, y lo más, importante, modos de traducir a lenguaje lo que uno ha descubierto”. El lenguaje le da forma, aumenta, e incluso reemplaza, las anteriores modalidades del niño de procesar información. El lenguaje como medio de representación, traducción y

transformación de la experiencia, libera al individuo de la inmediatez, abriéndole los dominios de un potencial intelectual que constituyen órdenes de magnitud superior a todos los sistemas más poderosos de formación de imágenes. El lenguaje le proporciona al individuo los medios para organizar e integrar su conducta; en los organismos sin lenguaje, la integración está bajo el control de los estímulos. Bruner opina que el proceso de interiorización depende de la interacción con los demás, y de la necesidad de desarrollar las categorías y las transformaciones como base para la acción comunal. Bruner concibe el desarrollo cognoscitivo como la construcción que hace el sujeto de un modelo del mundo, que le permite tratar con su ambiente. El conocimiento es el modo que tiene uno de conocer el propio mundo, reduciendo y organizando la complejidad hasta darle una forma que permita interactuar con él y utilizarlo.

El conocimiento (*al igual que la percepción*) es, por lo tanto, selectivo; se seleccionan aspectos del mundo como objeto de atención y de acción en función de la intención o finalidad de la acción.

El desarrollo del conocimiento ni es simplemente el resultado de la maduración o desenvolvimiento de la estructura interna, ni totalmente el resultado de una conformación del sujeto por parte del ambiente, sino el producto de ambas cosas. El modelo del individuo implica representar el mundo.

El niño hace la primera representación por medio de la acción que ejecuta sobre los objetos del mundo (representación por la acción). El niño desarrolla luego la habilidad para trascender los objetos inmediatos y representar el mundo visualmente, por imágenes (representación icónica). Finalmente, con la aparición del lenguaje, el individuo logra manejar objetos y sucesos independientes de su presencia o existencia inmediata, con palabras (representación simbólica). Los adultos maduros aunque manipulan sus mundos con representaciones simbólicas, todavía suelen manejarlos con imágenes y acciones.

Estos tres aspectos están contenidos en la realización de cada práctica, ya que para la ejecución de las mismas el alumno tendrá que poner en función sus habilidades motrices, su imaginación espacial; además de relacionar lo aprendido a través de imágenes y símbolos con su entorno.

Un propósito central de los programas de matemáticas es que el alumno aprenda a utilizarlas para resolver problemas, no solamente los que se resuelven con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela si no también aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y de la imaginación creativa.

Equivalencia significa reconocer las características comunes de diferentes objetos y sus sucesos y es fundamental para la clasificación. La habilidad para clasificar, sobre todo para formar un sistema jerárquico, requiere reglas para incluir, excluir y sobreponer. Su logro permite al individuo liberarse de tener que responder o tratar con cada objeto o caso individual como algo separado, distinto y nuevo. De esta manera significa la realidad y los problemas de tener que manejar cada suceso por separado. Todas estas formas de pensar las hace posibles la simbolización o lenguaje por lo tanto, el lenguaje es el centro del desarrollo intelectual.

2.3.1. Aspectos de la Educación

El proceso de la educación. Bruner estaba convencido de que *“una psicología del desarrollo sin una teoría pedagógica es una empresa tan vacía como una teoría de pedagogía que ignora la naturaleza del desarrollo”*. La esencia del proceso educativo radica en proporcionar auxiliares y diálogos para traducir la experiencia a sistemas más poderosos de conocimientos y de orden.

La educación como una invención social. La educación formal es necesaria por lo menos por dos razones: primera, en una sociedad compleja, en cuanto se distingue de las sociedades primitivas (indígenas), existe una marcada separación o diferencia entre el mundo del niño y el adulto. En las sociedades primitivas el niño forma parte del mundo adulto desde sus primeros años de vida; aprendiendo a fuerza de modelos (imitando a los adultos en sus actividades diarias), y siendo instruidos sobre cómo obrar, en un contexto de actividades reales. En las sociedades complejas, los niños no toman parte directamente en el mundo real de los adultos.

Aprenden de los adultos mediante una instrucción verbal acerca de las diversas actividades, pero fuera del contexto real. *(Por consiguiente, con frecuencia la enseñanza no tiene pertinencia o sentido. La escuela queda desvinculada del contexto inmediato de la actividad socialmente relevante)*. La formación escolar introduce la separación entre la educación, y el aprendizaje por experiencia y modelación. La escuela da a los conocimientos una forma verbal, altamente simbólica y abstracta. La segunda razón para la existencia de la educación formal, es la importancia que tienen el lenguaje y el simbolismo en las sociedades complejas. La separación entre el mundo adulto y el del niño, con el niño aprendiendo todo lo relacionado con el mundo adulto por medio de lo que se le dice en la escuela, hace que el lenguaje adquiera una importancia muy grande para el desarrollo de un modelo del mundo. La adquisición del lenguaje es un proceso bastante largo. *“El nutrimento intelectual que hace posible que*

con el tiempo se pueda usar el lenguaje como instrumento del pensamiento, requiere muchos años y un entrenamiento complejo”.

Características de una teoría de la instrucción. Una teoría sobre la instrucción nos dice cuáles son los criterios que se deben observar para lograr organizar un ambiente de aprendizaje que conduzca al mejor aprendizaje posible. Una teoría de la instrucción establece o prescribe las reglas para lograr los resultados deseados de la manera más eficaz; el desarrollo de conocimientos y aptitudes en los estudiantes. Por lo tanto, una teoría de la instrucción también es normativa. Una teoría de la instrucción difiere de una teoría de aprendizaje, en que la primera es prescriptiva mientras que la segunda es descriptiva. Las teorías sobre el aprendizaje nos dicen qué es lo que pasa; una teoría de instrucción nos dice qué es lo que hay que hacer para que suceda eficazmente. Es decir una teoría de instrucción tiene que reconocer que un programa tiene que tomar en cuenta no solamente la naturaleza y estructura de los conocimientos, sino también la naturaleza y estructura del que aprende y del proceso de aprendizaje.

Principales características de una teoría sobre la instrucción

- 1) Debe especificar aquellas experiencias o relaciones con la gente y con las cosas del ambiente escolar que conduzcan al niño a querer aprender y a la capacidad para el aprendizaje. Esto incluye las predisposiciones en el niño que afectan el aprendizaje.

- 2) Una teoría de la instrucción debe decir explícitamente cómo se debe estructurar una materia o un cuerpo de conocimientos para que, el que aprende lo pueda dominar con la mayor facilidad posible. Por lo tanto, la estructura debe responder el estado o nivel cognoscitivo del que aprende.

3) Una teoría de la instrucción debe determinar con toda claridad el orden o sucesión en que se han de presentar los materiales para un aprendizaje eficaz.

4) Una teoría de la instrucción debe describir la naturaleza y los momentos en que se deben dar los premios y los castigos para facilitar el aprendizaje. Tiene que considerar también la relación o proporción de premios internos y externos y el momento oportuno para ellos, al igual que el lugar que deben ocupar los premios inmediatos y los diferidos.

Predisposiciones. El aprender está tan profundamente enraizado en el hombre que casi resulta involuntario. Existe un motivo intrínseco para aprender que no depende de premios extrínsecos. El aprendizaje natural es auto gratificante, el aprendizaje que ocurre como resultado de la curiosidad, del impulso natural que se siente hacia el dominio y la competencia, y por medio de la imitación de la actividad de otro ser humano.

La curiosidad es algo característico de la motivación intrínseca. La excita y provoca aquello que parece ambiguo, oscuro, incompleto o incierto. El logro de la claridad, o incluso la búsqueda de la claridad, es algo que también satisface. El aprendizaje de la escuela no logra provocar la curiosidad, el deseo de lograr competencia, la aspiración o deseo de emular a algún modelo, ni el compromiso de la reciprocidad social, que son la fuente del aprendizaje natural, espontáneo. El interés en algunas materias es idealmente el mejor estímulo para aprender. Se necesita una profunda comprensión y paciente honestidad para hacer interesante una materia de estudio, manteniéndola al mismo tiempo correcta y comprensible.

La mejor manera de crear el interés en una materia es haciéndola digna de ser comprendida, lo cual quiere decir que hay que hacer que los conocimientos que se logran sean útiles para el propio pensamiento, más allá de la situación en

que ha ocurrido el aprendizaje. También es lo que Bruner llama la personalización de los conocimientos. El interés fija la atención sobre una cosa y de esta manera ayuda a lograr una atención continuada, y a lograr periodos (o episodios) de aprendizaje más largos.

Las películas, suelen atraer la atención y provocar el interés por algún tiempo; pero tienen el peligro de que el estudiante se haga pasivo y se aburra cuando no dispone de ellos, y de que siempre este esperando que lo diviertan. El aprender es un proceso activo, y al niño hay que alentarle para que participe activamente en el proceso de aprendizaje. El interés se provoca y se mantiene por la actividad. El método de descubrimiento fomenta el interés. Cuando los niños se encuentran ante un problema verdadero que tiene que ser resuelto, se comportan en forma diferente que cuando se les dan ciertos datos por memorizar, o cuando sienten que el material no tiene ninguna lógica intrínseca; que es simplemente rutinario, o arbitrario, y por lo tanto sin sentido. Cuando a los niños se les presentan problemas, procuran naturalmente resolverlos, a no ser que estén desalentados por el fracaso por una enseñanza mediocre, que les haga temer otro fracaso más o que les provoque el temor de no acertar debidamente. “Con niños de escuela elemental, con frecuencia es necesario estructurar juegos especiales y emocionantes, episodios de representación o proyectos de construcción, para reestablecerle en la mente del niño el derecho que tiene no solamente a tener sus propias ideas, sino a expresarlas en el contexto público del salón de la clase.”

La rutina y las tareas demasiado completas provocan muy poca exploración; por el contrario, las tareas demasiado ambiguas e inciertas provocan ansiedad y confusión e inhiben la exploración. El aprender y la solución de problemas depende de la exploración de varias alternativas. La exploración, para ser eficaz, tiene que ser dirigida; es decir, tiene que conocerse la finalidad o la meta, por lo menos con cierta aproximación; y los resultados de la comprobación de las alternativas deben proporcionar información con respecto

al logro de la meta. Bruner, que ha repetido muchas veces; “cualquier idea, problema o cuerpo de conocimiento se pueden representar en una forma lo suficientemente simple, para que cualquier sujeto particular la pueda comprender de una manera aceptable”. Se podría argumentar que es mejor esperar hasta que el niño tenga 13 ó 14 años para empezar el estudio de la geometría, para que el proceso resulte continuo y breve. Pero hay pruebas de que la enseñanza temprana de las operaciones lógicas básicas de las matemáticas y de las ciencias, hacen más fácil el aprendizaje posterior.

El trabajo más primitivo puede ser de tipo manual y práctico, pasando luego a trabajos que suponen imágenes (*gráficas y dibujos*), seguidos después por un trabajo con notaciones abstractas. Por lo tanto, si se quiere enseñar cálculo en el octavo año, entonces hay que empezar en el primer grado, enseñando las ideas y aptitudes que se necesitan para llegar a dominarlo más tarde. Esto es lo que Bruner llama “currículum espiral”. Implica volver sobre las ideas básicas bajo diferentes modalidades, a cada nivel más elevado. El poder real de cualquier modalidad específica de estructurar un cuerpo de conocimientos depende de la habilidad actual que tenga el que aprende para manejarlo, incluyendo el conjunto de principios aprendidos que tenga.

El orden sucesivo óptimo parece ser aquel que parte de la presentación por la acción, avanza por la presentación icónica, y llega a la presentación simbólica, aunque el estudiante que ya se encuentra en la etapa simbólica tal vez pueda pasar por alto las dos primeras etapas. El aprendizaje que no se puede transferir o generalizar a situaciones semejantes, resulta demasiado restringido y de poca utilidad en un ambiente complejo. El aprender principios generales o fundamentales reduce la pérdida de memoria, y hace posible la reconstrucción de los detalles cuando se hace necesario. Cuando los elementos específicos se ven como parte de un caso general, entonces se dispone de un modelo que sirve para incorporar y comprender otros casos semejantes.

Forma y momento oportuno para el refuerzo. Bruner usa la palabra refuerzo para referirse al conocimiento de los resultados, o a la retroalimentación que se obtiene al conocer los efectos de las propias acciones. Este Conocimiento es *un “conocimiento correctivo” y es necesario para que haya verdadero aprendizaje. Su utilidad o eficacia depende de lo oportuno que sea el momento en que sobreviene, es decir de cuando y donde se da y se recibe. “El conocimiento de los resultados debe ocurrir precisamente en el momento del episodio de la solución de problemas, en el que la persona está comparando los resultados de su comprobación con el criterio que define lo que el estudiante pretende lograr”.* El aprendizaje ocurre por la retroalimentación que proviene de las consecuencias naturales de las acciones. Obviamente, el instructor juega una parte importante en la estructuración de la situación. El aprender es o debería ser, su propio premio. Produce satisfacción con el logro, con la sensación de competencia personal, y con la habilidad para avanzar a situaciones y problemas más difíciles.

El dominio del aprendizaje por medio de premios y castigos fuertes y extrínsecos puede en realidad interferir con el aprendizaje de varias maneras.

Primero, puede crear una presión que conduce a una intensa ansiedad, la cual a su vez obstaculiza el aprendizaje: impide que el niño pueda pensar bien. Así mismo, cuando la ansiedad es demasiado intensa, el que aprende no puede usar debidamente la información correctiva. **Segundo**, el aprendizaje, se reduce a los aspectos específicos que se refuerzan; el aprendizaje resulta menos genérico y menos transferible. **Tercero**, hace desaparecer la satisfacción de los premios o gratificaciones intrínsecas. Los niños que se acostumbran a esperar una “paga” por parte de la maestra o del instructor se apartan del comportamiento que ofrece gratificaciones internas y se corrompen en el sentido de que trabajan por premios extrínsecos. Su interés en la materia de estudio se desvanece y disminuye la atención, constancia o dedicación. Se concentran en explorar y determinar qué es lo que la maestra quiere.

2.4. Aprendizaje por Descubrimiento

Aprender descubriendo no quiere decir descubrir algo totalmente desconocido hasta ahora; quiere decir descubrir algo por sí mismo. Estos son los conocimientos más exclusivamente personales y más propios de la persona. Descubrir significa *“reordenar o transformar la evidencia de tal modo que se logre ir más allá de los datos organizados de esta manera, y llegar a otros conocimientos más profundos”*. Descubrir no significa encontrar verdades totalmente nuevas. Los niños emprenden naturalmente el aprendizaje por descubrimiento y siguen cultivándolo, en un grado mayor o menor, según sea su ambiente de aprendizaje.

El aprendizaje por descubrimiento aprovecha y fomenta la expectación que produce la regularidad y las relaciones recíprocas. Conduce precisamente al descubrimiento de otras características de los sucesos y a métodos eficaces para lograrlo. La práctica de descubrir por sí mismo le enseña al sujeto a adquirir una información que resulta más asequible y útil para la solución de problemas.

En el grado en que puede uno abordar el aprendizaje como una tarea en la que va uno a descubrir algo, en lugar de aprender algo acerca de ello, en ese mismo grado brotará en el niño la tendencia a llevar a cabo sus actividades de aprendizaje con la autonomía del premio por sí mismo, o más propiamente dicho, con la autonomía que da el descubrimiento como premio en sí mismo. De esta manera, el que aprende se libera del control del estímulo inmediato (premios y castigos extremos) y queda en libertad para utilizar el éxito y el fracaso como retroalimentación informativa. Bruner distingue entre enseñar exponiendo y enseñar en forma hipotética. **En el primer caso**, el maestro controla el proceso, y el estudiante escucha pasivamente. **En el segundo caso**, el estudiante toma parte activamente, en algunos momentos puede convertirse en el actor principal. El estudiante llega a conocer bien las alternativas y pueden valorar la importancia de la información al ir presentándose. Bruner supone hipotéticamente que este enfoque facilitará el aprendizaje por descubrimiento.

“En el aprendizaje por descubrimiento el estudiante incorpora la información en una estructura cognoscitiva que él mismo ha desarrollado, de suerte que lo que se aprende adquiere sentido, y por lo tanto, no solamente se retiene en la memoria, sino que se puede recuperar con mayor facilidad”. Sin embargo, el aprendizaje por descubrimiento es ineficaz como medio para comunicar y transferir a otros la cultura. Cada individuo no puede redescubrir todo lo que ya sabe. El descubrimiento tampoco puede ser el medio principal para que conozca uno su propio ambiente.

Bruner hace notar que el modo como se aprende el lenguaje sí es natural. Así discute seis problemas que hay que superar en la enseñanza por el método del descubrimiento, para que los niños usen el material debidamente en diversas situaciones.

Primero está el problema de ordenar el aprendizaje de suerte que los niños caigan en la cuenta de que existen conexiones o relaciones entre las cosas que han aprendido; con esto podrán ir más allá de la situación en que han aprendido y pasar a situaciones nuevas.

La enseñanza por descubrimiento generalmente implica no tanto el proceso de conducir a los estudiantes a descubrir lo que está “afuera”, sino más bien a descubrir lo que tienen en sus propias mentes.

Segundo problema es el de compatibilidad; como lograr que los niños encuadren el nuevo material en sus propios sistemas de asociaciones, categorías y marco de referencia, para asimilarlo plenamente.

Es bueno hacer que los estudiantes pongan el material en sus propias palabras, usando sus propios términos. Asistirlos para que formen conceptos y conexiones nuevas y para ellos, significativas, también ayuda.

Tercer problema es el de activar a los niños para que caigan en la cuenta y experimenten su capacidad para resolver problemas, y para lograr el éxito que se necesita para poder percibir el premio propio del razonamiento personal. Bruner vuelve a repetir la idea de la competencia personal como autogratificante.

Cuarto problema es ver que los niños obtengan práctica en el uso de la información y en resolver problemas. Esto se puede fomentar enseñando por el método hipotético, de suerte que los estudiantes adquieren experiencia en la formulación de hipótesis al igual que en la comprobación de las mismas.

Quinto, es el que Bruner llama “*el problema del apoyo en sí mismo*”. Con frecuencia los niños pueden hacer cosas, pero no pueden decirse a sí mismos lo que han hecho ni pueden ponerlo en una forma que facilite su retención en la mente. Por lo tanto, también son útiles las discusiones sobre la manera en que decimos las cosas y sobre modos idénticos y diferentes de decir las cosas.

Por último, está el problema del manejo de la corriente de información de tal manera que se puede usar para resolver problemas, o el problema de organizar el descubrimiento de suerte que sea algo ordenado y no una cuestión de inspiración. Bruner hace hincapié en la importancia de presentar el material en forma de contrastes, por ejemplo presentar los aspectos de la vida según las diferentes culturas. “Creemos que haciendo que el niño explore contrastes, habrá mayor posibilidad de que organice sus conocimientos de una manera en que le sirvan para descubrir, en aquellas situaciones particulares en las que se necesita el descubrimiento”. Por consiguiente, el aprendizaje por descubrimiento no se aplica a todo tipo de aprendizaje. El método de aprender descubriendo es lo que parece que Bruner quiere recalcar, y es esto lo que se debe aprender.

Este método implica la construcción al igual que la comprobación de hipótesis; su importancia o valor está en que desarrolla la habilidad para trascender lo inmediato o lo muy conocido, y para asumir la postura “*como sí*” o “*si luego*”, la

cual puede conducir en general a un pensamiento más creador, así como a un aprendizaje específico por descubrimiento. El pensamiento analítico proporciona la prueba de las soluciones o hipótesis que se han logrado por medio del pensamiento intuitivo.

El pensamiento intuitivo puede incluso descubrir o inventar problemas que el pensamiento analítico no podría descubrir ni inventar. La importancia del pensamiento intuitivo es evidente. Es la fuente de muchos de los problemas e hipótesis importantes que han llevado al progreso de las ciencias. El niño a nivel concreto o icónico de desarrollo cognoscitivo, puede captar conceptos básicos a un nivel intuitivo.

Especialmente en la enseñanza de las matemáticas, se ha demostrado con toda claridad que los niños son capaces de comprender conceptos complejos cuando se les presentan en una forma concreta, en lugar de presentarlos por medio de un vocabulario formal. En los grados más elevados, por ejemplo en la geometría plana de la escuela secundaria, la enseñanza debe empezar con métodos intuitivos, incluyendo pruebas visuales. Después de que se ha logrado una comprensión intuitiva, el maestro puede pasar a los métodos tradicionales y formales de probar las cosas. El niño pequeño llega a la escuela con una comprensión, a nivel intuitivo, de muchos principios matemáticos que tal vez no pueda expresar de palabra. La escuela, en lugar de empezar por aquí, introduce “el uso prematuro del lenguaje matemático, su formalismo que más bien debería venir después, lo cual hace que las matemáticas le parezcan al niño como algo nuevo y no como algo que él ya conoce. Al interponer el formalismo impedimos que el niño caiga en la cuenta de que ha estado pensando en términos matemáticos desde hace mucho tiempo. Lo que estamos haciendo esencialmente es privarlo de la confianza en sí mismo, y de su habilidad para emprender el estudio de la matemáticas. Lo peor que podemos hacer es ofrecer la prueba formal (*necesaria para la comprobación*) en lugar de la intuición directa.

Es muy importante dejar que el niño use sus modos naturales e intuitivos de pensar; más aún, alentarlos para que lo hagan, y rendirle los debidos honores cuando lo hace bien. De lo contrario, en lugar de aceptar y fomentar el pensamiento intuitivo natural del niño, la escuela lo estará obstaculizando. El resultado es que al niño se le obliga a emprender todo el proceso mecánico de manipular números sin ningún sentido intuitivo del asunto. Bruner escribe que la observación de este proceso le recuerda lo dicho por Lewis Carroll *“Embrrollándose y retorciéndose, por supuesto, para empezar. Y luego las diferentes ramas de la aritmética: ambición, distracción, repugnancia y desprecio”*.

La educación debe insistir en desarrollar las aptitudes en un sentido amplio, sobre todo la aptitud para la imaginación espacial, la cual parece que conduce a puntos de vista innovadores con respecto al ambiente. El aforismo de Bruner de que cualquier materia se puede presentar a cualquier edad en una forma interesante y honesta, se basa en la idea de que cualquier materia de estudio se puede presentar en una forma apropiada al nivel correspondiente de desarrollo cognoscitivo. En el aprendizaje gradual, el maestro juega un papel importante en cuanto informa sobre el progreso que se va obteniendo en orden a metas de largo alcance. Bruner hace hincapié en la importancia del pensamiento intuitivo al igual que en la del pensamiento analítico.

Los conocimientos intuitivos provienen del arte, la poesía, el mito y las humanidades, más que de la aplicación del método científico. Los niños emprenden el pensamiento intuitivo bastante temprano, antes de poder discurrir analíticamente. Por lo tanto, los enfoques intuitivos a las materias de estudio en los primeros años hacen posible la presentación a niños pequeños, de los elementos fundamentales de una materia.

3. GAGNÉ Y SUS PRINCIPIOS BÁSICOS DEL APRENDIZAJE

Otra teoría que se considera importante para el desarrollo de este trabajo es la propuesta por Roberto M. Gagné el cual sustenta ocho fases contenidas en su teoría del aprendizaje, las cuales son:

- Fase de motivación
- Fase de comprensión
- Fase de Adquisición
- Fase de Retención
- Fase de Recordación
- Fase de Generalización
- Fase de Actuación
- Fase de Realimentación

Donde estas ocho etapas del aprendizaje están contenidas en cada una de las 20 prácticas presentadas en este trabajo.

El propósito central de cualquier programa de educación es el de promover el aprendizaje. La cantidad de cosas que se pueden aprender es vasta, y el lapso de la vida humana durante el cual se puede llevar a cabo, se extiende desde la infancia hasta la ancianidad. Se emplea una variedad de instrucciones y programas educacionales con el objeto común de originar el aprendizaje en los individuos humanos.

El aprendizaje y el maestro. La labor del maestro consiste en encargarse de que las diversas influencias que rodean al estudiante se seleccionen y acomoden para promover el aprendizaje. En algunas ocasiones, como en los grados de la escuela primaria, esta tarea debe planearse minuciosamente, tomando en cuenta las limitaciones de atención y comprensión de los estudiantes. Los maestros pueden llevar a cabo la tarea de promover el aprendizaje proporcionando instrucción. De hecho, la palabra instrucción se puede definir como un conjunto de eventos destinados a iniciar, activar y apoyar el aprendizaje en el alumno. Dichos eventos

deben planearse en primer lugar, y en segundo lugar deben impartirse, es decir, elaborarse para que produzcan sus efectos sobre el alumno. Las responsabilidades de planificar y transferir la instrucción obviamente requieren de un conocimiento del proceso del aprendizaje. Si el objetivo de la instrucción consiste en promover el conocimiento, es preciso que el maestro tenga una idea de lo que es el aprendizaje y la forma en la que se lleva a cabo. El maestro es el diseñador de la instrucción y debería estar muy bien informado respecto a esos principios que garantizarán el éxito de aquello que se planea.

Lo que el maestro necesita saber acerca del aprendizaje. El maestro es el director de la instrucción, y se encarga de que se le transfiera eficazmente al alumno, ya sea por comunicación oral, lectura o algún otro medio. Esto significa que el maestro tiene que arreglar las condiciones para el aprendizaje de tal forma que todos y cada uno de los alumnos aprendan lo propuesto.

3.1. La Naturaleza del Aprendizaje

El aprendizaje es algo que tiene lugar dentro de la cabeza de un individuo: en su cerebro. Se denomina proceso porque formalmente es comparable a otros procesos orgánicos humanos tales como la digestión y la respiración. Sin embargo, el aprendizaje constituye un proceso tremendamente intrincado y complejo, quizá igual que otro proceso, con la desventaja que sólo se comprende parcialmente en la actualidad. Como sucede con otros procesos orgánicos, el conocimiento acerca del aprendizaje se puede acumular mediante métodos científicos. Cuando se le verifica adecuadamente, dicho conocimiento, se puede expresar como principios para el aprendizaje. La elaboración de este modelo constituye lo que se conoce como teorías del aprendizaje.

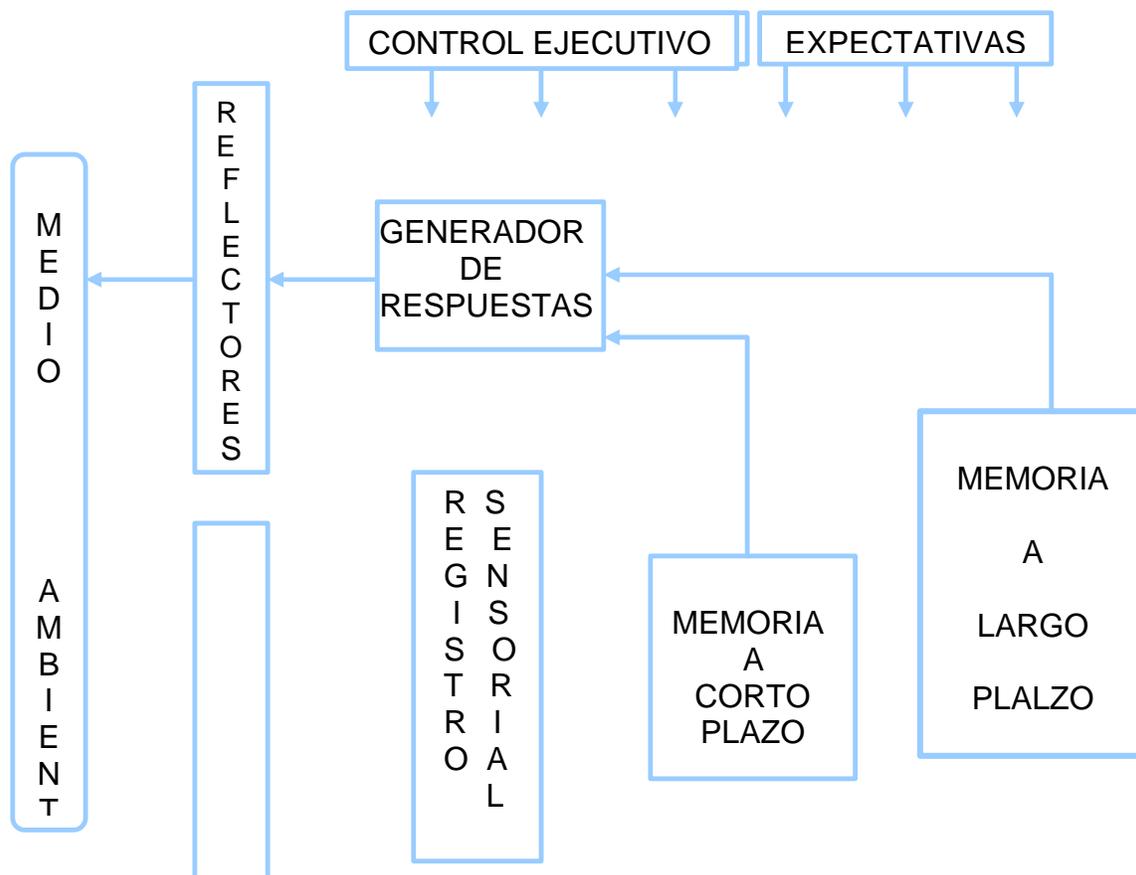
Una definición del aprendizaje. Constituye un proceso del cual ciertas especies de organismos vivientes son capaces. Es un proceso que capacita a estos organismos para modificar su conducta con una cierta rapidez en una forma más o menos permanente, de modo que la misma modificación no tiene que ocurrir una y otra vez en cada situación nueva. Existe sin embargo, una clase fundamental de

transformación persistente en la conducta, que no es el aprendizaje, y lo constituye la madurez: modificaciones que resultan del crecimiento de estructuras internas. En tanto que aprender ocurre típicamente cuando el individuo responde a, y recibe estímulos de su medio ambiente externo, la maduración requiere únicamente del crecimiento interno.

La modificación persistente de la conducta llamada aprendizaje tiene, pues, que estar confinada a aquello que ocurre cuando el organismo interactúa con su medio ambiente externo. Por lo tanto se infiere que ha tenido lugar el aprendizaje cuando ocurre una transformación o modificación en la conducta, misma que persiste a lo largo de periodos relativamente prolongados durante la vida del individuo.

FIGURA (A)

MODELO DEL APRENDIZAJE



Fuente: Gagne. 1975. P. 25.

FIGURA (A). El Modelo Básico del Aprendizaje y la Memoria sobre el que se Fundamentan las Teorías Modernas del "Procesamiento de Información".

Al entrar en la memoria a corto plazo, la información se vuelve a cifrar en esta ocasión en forma conceptual. Por consiguiente, una figura como **X** se convierte en una representación tal como una “**X**”, una figura como (. .) se convierte en el concepto “dos” (*no en la palabra dos*). La persistencia en la memoria a corto plazo es relativamente breve, una cuestión de segundos. El ensayo también puede jugar un papel en otra operación: Si se quiere que se recuerde la información, ésta se vuelve a transformar y entra en la memoria a largo plazo, en donde queda almacenada para una rememoración posterior.

La mayor parte de las teorías parten del supuesto de que el acumulamiento en la memoria a largo plazo es permanente y que los fracasos posteriores para recordar son el resultado de dificultades para “encontrar” la información. Es importante observar que la memoria a corto plazo y la memoria a largo plazo pueden no constituir estructuras diferentes en realidad, sino ser tan sólo formas distintas en el funcionamiento de la misma estructura. Hay que percatarse, en sí mismo, que la información que ha pasado de la memoria a corto plazo a la memoria a largo plazo se puede volver a recuperar en la memoria a corto plazo. Las maneras en las cuales se produce el aprendizaje se ven influidas en forma crítica por los procesos iniciados en las estructuras del control ejecutivo y las expectativas. El caudal de la información constituye un aspecto del modelo del aprendizaje: el control de este caudal, que determina las transformaciones (“codificaciones”) que sufre la información, es otro completamente distinto.

La utilidad de la teoría del aprendizaje. El maestro que proyecta una lección o lleva a cabo una clase está practicando artes que se derivan de un gran número de fuentes de conocimiento práctico así como principios y teorías del proceso del aprendizaje. A veces resulta valioso el pedir a los alumnos que aprendan nuevos conceptos mediante su “descubrimiento”; otras veces es mejor “decir” cuáles son los conceptos. En ciertos casos, el aprendizaje se fomenta mejor formulando preguntas a los estudiantes; en otras ocasiones tal vez sea mejor dejar que los alumnos formulen las preguntas. El entendimiento de la teoría del aprendizaje no lleva al uso de procedimientos estándar de la instrucción, ni tampoco es probable

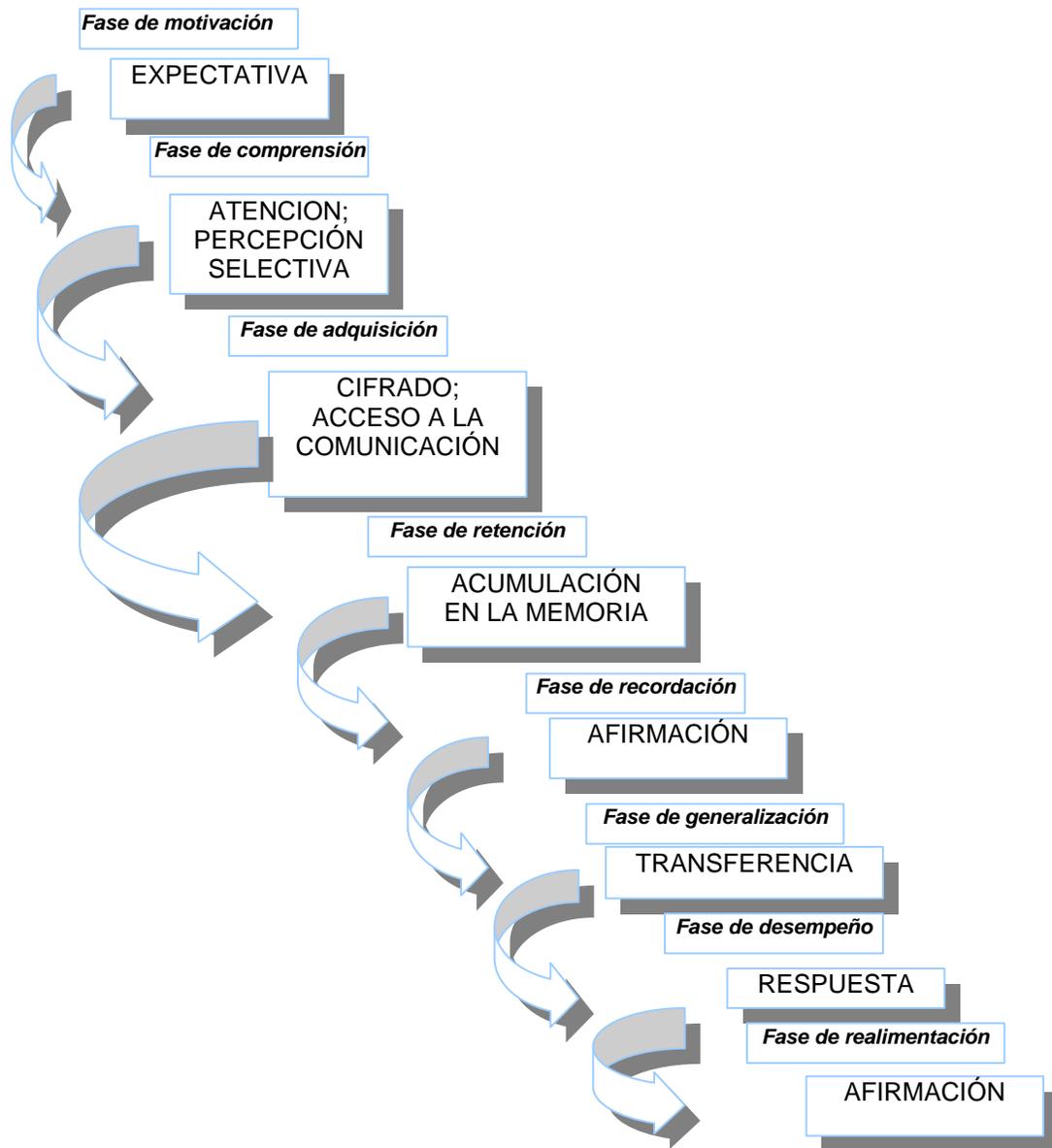
que aporte un “*solo procedimiento optimo*” que se pueda aplicar en todas las situaciones de la enseñanza.

3.1.1. Los Procesos del Aprendizaje

Como lo indica el modelo presentado en la figura A, el aprendizaje se produce como resultado de la interacción de un estudiante y su medio ambiente. La serie típica de eventos que constituyen un solo acto de aprendizaje se ilustra en la **Figura (B)**. Esta figura esboza ocho fases en las que puede analizar un solo acto de aprendizaje. Cada una de las fases ha recibido un nombre, y debajo de los nombres de cada fase aparece una casilla que identifica el proceso principal que se considera operativo durante esa fase.

Se considera cada uno de estos procesos como una fase de un acto de aprendizaje y le hemos proporcionado un título adecuado. Estos títulos (*fase de motivación, etcétera*), sirven para relacionar los procesos internos con los eventos externos que constituyen la instrucción; es decir, proporcionan denominaciones para el conjunto total de eventos (*internos y externos*) cuyo surgimiento es preciso tomar en cuenta durante cada una de las fases del aprendizaje. Es preciso tener en mente que los procesos y etapas esbozados en la **Figura (B)**, son el resultado de muchos años de observaciones controladas de personas dedicadas al aprendizaje, seguidos de una estructuración racional de “*lo que debe estar sucediendo*”. Un investigador que se encuentra en el proceso de aprendizaje es incapaz de llegar a estas conclusiones examinando su propia mente.

FIGURA (B)
LAS FASES DEL ACTO DEL APRENDIZAJE
Y
LOS PROCESOS ASOCIADOS CON ELLAS



Fuente: Gagne. 1975. P.38.

Fase de la motivación. Es un axioma el que con objeto de que se produzca el aprendizaje, es preciso contar con un individuo motivado. Para fomentar el aprendizaje, tenemos que tratar primordialmente con la motivación estimulante, un tipo de motivación en la cual el individuo lucha por alcanzar algún objetivo y en algún sentido recibe una recompensa por haberlo alcanzado. Su acción se dirige hacia un objetivo realizable. La motivación estimulante tiene lugar en muchas situaciones que se producen en la escuela y el salón de clases. El estudiante que ha empezado a resolver ecuaciones algebraicas simultáneas quiere ser capaz de hacer todos los problemas semejantes correctamente, es decir obtener una respuesta que “*concuere*”. La motivación estimulante ha recibido una variedad de denominaciones, incluyendo “*motivación de realización*” efectividad y el “*impulso de adquirir destreza*”.

La motivación puede establecerse generando dentro del estudiante un proceso denominado expectativa, el cual constituye una anticipación de la “*recompensa*” que obtendrá cuando alcance algún objetivo. Así pues, se puede conducir a un estudiante a lo largo de los pasos de un problema matemático y después enseñarle que ha “*encontrado la respuesta*”.

Esta situación proporciona una recompensa, y consecuentemente, tiende a generar una expectativa que lo motivará a aprender cómo resolver problemas semejantes. No obstante, se debe hacer resaltar que la adquisición de una expectativa no completa por sí misma el aprendizaje que habrá de venir después. El establecimiento de la motivación constituye una fase preparatoria para un acto de aprendizaje.

Fase de comprensión. El estudiante motivado tiene que recibir primero la estimulación que penetrará, en alguna forma transformada, en el incidente esencial del aprendizaje y se almacenará en su memoria. En otras palabras, debe de prestar atención a las partes de la estimulación total que sean pertinentes a su propósito de aprendizaje. El proceso de atención se

concibe por lo general como un estado interno temporal, denominado conjunto mental, o simplemente conjunto. (**Hebb 1972**). Una vez que se ha establecido, un conjunto opera como una especie de proceso de control ejecutivo **Figura (A)**.

Un conjunto para prestar atención se puede activar mediante estimulación externa y persistir a lo largo de un periodo limitado poniendo sobre aviso al individuo para que éste reciba ciertas clases de estimulación. El maestro tiene a su disposición una buena cantidad de medios para influir la atención: cambios en la intensidad de la voz, movimientos de brazos y cabeza, etcétera. Por lo general, los niños que están en los primeros grados deben de aprender a dirigir su atención en respuesta a las comunicaciones verbales.

Aunque un niño tal vez preste atención a una fotografía que aparece en un libro de trabajo, también tiene que aprender a responder de manera apropiada a direcciones verbales tales como “observen la parte superior de esta fotografía”, o “vean la letra que está bajo de esta fotografía”. Las direcciones orales o impresas de este tipo pueden llegar a controlar la atención a lo largo del curso de varios actos de aprendizaje. No obstante, en algunos casos es preciso realizar esfuerzos especiales para garantizar que esta fase temprana en el aprendizaje (la de prestar atención) se haya aprendido como tal. Conforme el estudiante va adquiriendo experiencia, el control de su atención por medio de direcciones orales o impresas se convierte virtualmente en una característica automática de su comportamiento.

El registro de los estímulos por parte del estudiante es una cuestión de percepción selectiva. Guiado por aprendizajes previos, direcciones verbales, o por otras indicaciones percibe las palabras sobre una página impresa, no la composición de la impresión y el papel; percibe la forma del triángulo dibujado, no el grosor de sus líneas.

Fase de adquisición. La fase de adquisición incluye aquello que hemos denominado el incidente esencial del aprendizaje: el momento en tiempo en el que alguna entidad recientemente constituida penetra en la memoria a corto plazo, para transformarse posteriormente en “estado persistente” en la memoria a largo plazo. Aquello que permanece temporalmente en la memoria a corto plazo, sin embargo, aparentemente no es lo mismo que lo que se ha percibido directamente se denomina cifrado. La existencia de este proceso se descubre mediante estudios que demuestran que, hablando en términos generales, lo que se recuerda casi nunca es exactamente lo mismo que la estimulación que dio origen al aprendizaje.

El material presentado se ve distorsionado en ciertos aspectos, algunas veces simplificado o “regularizado”, y en otras ocasiones embellecido. Es posible que se produzca una mayor atención cuando los estímulos se agrupan de cierta manera, se clasifiquen bajo conceptos previamente aprendidos, o se simplifiquen como principios. Por ejemplo, la serie 1491625364964 se puede cifrar mediante una regla perteneciente a los cuadrados de los números, que se puede apreciar de inmediato si los números se agrupan: 1 4 9 16 25 36 49 64.

Fase de retención. La entidad aprendida, alterada un poco por el proceso de cifrado, penetra ahora en el almacén de la memoria, de la memoria a largo plazo. Ésta es la etapa del aprendizaje acerca de la cual sabemos una mínima parte, porque es la menos accesible para la investigación. Aquí tenemos algunas posibilidades en cuanto a sus propiedades:

1. Lo que se aprende se puede almacenar de una manera permanente, con intensidad constante a lo largo de varios años como si se hubiera almacenado en una cinta de grabación permanente.

2. Algunos tipos de cosas que se aprenden pueden sufrir un “**desvanecimiento**” sumamente gradual con el transcurso del tiempo.
3. El almacenamiento en la memoria puede verse sujeto a “interferencia”, en el sentido de que los recuerdos más recientes opacan a los más antiguos porque se confunden con ellos, (o lo que es menos probable, los borran).

Fase de recordación. El proceso que entra en funciones durante esta fase se denomina recuperación. De alguna manera, se realiza un reconocimiento en el almacén de la memoria y la entidad recientemente aprendida se revive. Lo que se ha acumulado se vuelve “*accesible*”. Se supone que el proceso funciona inclusive para el aprendizaje que se ha producido apenas unos minutos antes.

Recuperación. El proceso de recuperación puede verse afectado por la estimulación externa. Por ejemplo, para “refrescar la memoria” de un alumno que está tratando de recordar lo que significa gravedad específica, se puede decir: “¿Recuerdas a Arquímedes?”. Sin embargo dentro del proceso de recuperación, es todavía más importante que el alumno adquiera estrategias que lo capaciten para hacer esto por sí mismo. Con el objeto de alentar dicho desarrollo.

Fase de generalización. Es preciso que exista una generalización del aprendizaje que ha tenido lugar. La recordación de lo que se ha aprendido y su aplicación a los contextos nuevos y diferentes se denomina transferencia del aprendizaje, y con frecuencia se reduce a transferencia. “*La enseñanza para la transferencia*” puede interpretarse como el hecho de tener el propósito de proporcionar al estudiante los procesos para la recuperación que se apliquen en varios tipos de contextos prácticos. La variedad de contextos para el aprendizaje se convierte, de esta manera, en una de las

condiciones importantes que sirven de apoyo a la fase de transferencia del proceso de aprendizaje.

Fase de desempeño. La fase de desempeño en el aprendizaje parece relativamente directa. El generador de respuestas **Figura (A)**, organiza las respuestas del alumno y le permite exhibir un desempeño que refleja lo que ha aprendido. Para el estudiante el desempeño que se hace posible mediante el acto de aprendizaje ejecuta la valiosa función de preparar el camino para la realimentación, que constituye la siguiente fase. El desempeño en sí mismo constituye la mejor forma de que él se asegura de que se ha producido el aprendizaje.

Fase de realimentación. Una vez que el estudiante ha dado muestras de una actuación que el aprendizaje hizo posible, percibe de inmediato que ha alcanzado el objetivo anticipado. Esta “*realimentación informativa*” es lo que varios teóricos dedicados al aprendizaje consideran la esencia del proceso denominado fortalecimiento. Este proceso tiene una importancia ampliamente difundida para la conducta humana. Particularmente para el aprendizaje humano. La etapa de realimentación del aprendizaje puede obviamente verse influida por eventos ajenos al alumno. En algunas ocasiones la realimentación se aporta “naturalmente” por la actuación misma del estudiante, por ejemplo, el hecho de que una pelota de basquetbol entre en la canasta o el de que la balanza en un ejercicio de ciencia alcance el equilibrio. Un acto total de aprendizaje se puede concebir como una serie de eventos que con frecuencia tiene una duración muy breve de unos cuantos segundos.

Las etapas de esta serie de eventos se inician con el establecimiento de la motivación y proceden a lo largo de la comprensión, la adquisición (*el incidente esencial del aprendizaje*), la retención la recordación, la generalización, la actuación y la realimentación. Los estudios sistemáticos de estos diversos eventos del aprendizaje han conducido a la elaboración

de modelos del aprendizaje como un conjunto de procesos internos que corresponden a las etapas del mismo. Para cada una de las etapas del aprendizaje se cree que existe uno o más procesos internos en el sistema nervioso central del estudiante que transforma la información de una forma a otra hasta que el individuo responde en una cierta actuación. Los procesos internos del aprendizaje pueden verse influidos por eventos de carácter externo: estímulos procedentes del medio ambiente, que con frecuencia consisten en comunicaciones verbales del maestro, un libro de texto, o alguna otra fuente. Estos eventos externos, cuando están proyectados para el propósito de apoyar el aprendizaje, reciben la denominación general de instrucción.

FIGURA (C)

PROCESOS DEL APRENDIZAJE Y LA INFLUENCIA DE LOS EVENTOS EXTERNOS

ETAPAS DE APRENDIZAJE	PROCESO	EVENTOS EXTERNOS QUE EJERCEN INFLUENCIA
Motivación	Expectativa	1. Comunicación del objetivo por realizar. 2. Confirmación previa de la expectativa a través de una experiencia exitosa.
Compresión	Atención; Percepción Selectiva	1. Modificación en la estimulación para atraer la atención. 2. Aprendizaje previo de percepción. 3. Indicaciones diferenciales adicionales para la percepción.
Retención	Almacenar	Desconocidos
Recordar	Recuperación	1. Proyectos sugerido para la recuperación. 2. Indicaciones para la recuperación.
Generalización dirigidas	Transferencia	Variedad de contexto para las indicaciones dirigidas a la recuperación.
Desempeño o Actuación	Respuesta	Casos de Actuación ("Ejemplos").
Realimentación	Fortalecimiento	Realimentación informativa que proporciona constatación o comparación con un modelo.

Fuente: Gagne. 1975. P. 56.

El resultado del aprendizaje.

El aprendizaje se activa por medio de una variedad de clases de estimulación procedentes del ambiente del estudiante. Esta estimulación es la energía absorbida para los procesos del aprendizaje. Su potencia generada, constituye una modificación del comportamiento que se observa como una actuación humana. Los resultados del aprendizaje, por

consiguiente, son facultades humanas que hacen posible una variedad de actuaciones. Tipos de facultades aprendidas.

Existen cinco categorías primordiales en los resultados del aprendizaje; 1) *Información verbal*, 2) *Habilidades intelectuales*, 3) *Estrategias cognoscitivas*, 4) *Actitudes*, y 5) *Habilidades motoras*.

FIGURA (D)
CATEGORÍAS FUNDAMENTALES DE LAS CAPACIDADES HUMANAS, QUE REPRESENTAN LOS RESULTADOS DEL APRENDIZAJE

Resultado del Aprendizaje	Ejemplos de Actuación Humana Posible Mediante la Capacidad
Información verbal	Declarar las provisiones de la primera Enmienda a la Constitución de Estados Unidos de Norteamérica.
Habilidad intelectual	Demostrar la forma de hacer lo siguiente: Formar un cubo.
Discriminación	Distinguir entre la <i>b</i> y <i>d</i> impresas.
Concepto concreto	Identificar la relación espacial “debajo”.
Concepto definido	Clasificar “ <i>ciudad</i> ” utilizando una definición.
Regla	Demostrar que el agua cambia de estado a los 100° C.
Regla de orden superior	Generar una regla para predecir la lluvia, dadas las condiciones de la ubicación y terreno.
Estrategia Cognoscitiva	Originar un plan nuevo para destruir las hojas secas.
Actitud	La elección de la natación como ejercicio preferido.
Habilidad Motriz	Actuar alisando el borde de una tabla.

FUENTE: Gagné 1970. P. 237.

NOTA. Las Categorías Fundamentales de las Capacidades Humanas, que representan los resultados del aprendizaje,, contienen ejemplos de cada uno.

Así la planeación y dirección de la instrucción se debe llevar a cabo con plena conciencia de estas diferencias, si ha de tener éxito en la realización de los objetivos del aprendizaje.

3.2. Habilidades Motrices

Adquisición. Al aprender a dibujar la letra E, el niño debe aprender a hacer cuatro trazos definidos y adaptar un orden particular para estos trazos. *El aprendizaje* de este procedimiento se debe facilitar por medio de ciertas clase de comunicaciones verbales, tales como **primero** una línea descendente, después tres líneas transversales. **Actuación.** La práctica como es natural involucra la actuación en ocasiones repetidas. **La realimentación** proporcionada Inmediatamente después de la actuación constituye un auxiliar para el aprendizaje (**Merrill, 1971**). Así pues, en general, lo más probable es que los procesos de aprendizaje se vean apoyados cuando se le hace saber al estudiante lo cerca que llega de una realización propuesta, en lugar de comunicarle simplemente que *“lo esta haciendo bien”*.

3.2.1 Condiciones para el Aprendizaje

El apoyo a los resultados del aprendizaje se pueden conceptuar de una manera general: debe intensificar la motivación, dirigir la atención, proporcionar los medios para cifrar y recuperar, fomentar la retención y la transferencia, y aportar la realimentación para completar el acto del aprendizaje.

Información verbal. *¿Cuáles son las condiciones externas características que es preciso arreglar para producir el aprendizaje de información verbal? ¿Cuáles son las cosas que deben de interesar al maestro, en su calidad de*

planificador y transmisor de la instrucción, si se ha de esperar que el estudiante adquiera información?

La información verbal se puede presentar en diversas maneras para que despierten la atención y orienten la percepción selectiva. Cuando se presenta oralmente, las variaciones en el volumen y la entonación en el habla se emplean con frecuencia, hecho ampliamente conocido para los oradores y conferenciantes. Cuando la información se presenta en forma impresa, la atención se puede orientar hacia características importantes de la comunicación mediante el uso de variaciones en el tipo, el color, las sangrías en la página subrayada algunos elementos, y otros elementos de diseño. Las fotografías y los diagramas se emplean en algunas ocasiones, primordialmente para despertar la atención. En las presentaciones televisadas las secuencias de acción que sufren cambios rápidos (*como sucede en plaza sésamo*) han demostrado su eficacia para retener la atención de los televidentes jóvenes.

Adquisición. El proceso descifrado que ocurre durante esta etapa del aprendizaje tiene una importancia crítica para el aprendizaje de información verbal. En el sentido más general, el cifrado se intensifica cuando la información se presenta dentro de un contexto significativo asociado. Se utilizan varios medios particulares para proporcionar este contexto significativo.

Recordación y generalización. Tanto la recuperación de la información como su transferencia a una nueva situación se ven afectadas por eventos externos que ocurren durante el aprendizaje inicial. El aspecto primordial en este caso radica en que se puede ayudar a recordar cuando las indicaciones para la recuperación se presentan asociadas con la información que se habrá de aprender (y recordar).

Habilidades intelectuales y adquisición. El aprendizaje de una nueva habilidad intelectual constituye esencialmente un asunto de "*abrochar en su sitio*" una combinación de habilidades más simples que se han aprendido previamente. Por ejemplo, vamos a suponer que se espera que el estudiante adquiera la habilidad representada por problemas tales como este: " $a-2b=14$; $a = 20$ "; ¿cuál es el valor de b ?

Esta habilidad está integrada por varias habilidades más simples, incluyendo: 1) *la substitución de valores numéricos por variables en una ecuación*; 2) *la "transposición" de términos*; 3) *la substracción de números de dos dígitos*, y 4) *la división por números pequeños*.

Si el alumno ha adquirido estas habilidades componentes más simples, la adquisición de la nueva habilidad constituye primordialmente un asunto de "reunirlas todas" en el orden apropiado. Cualquier habilidad intelectual puede analizarse en las habilidades más simples que se deben combinar para producir su aprendizaje. Por medio de dichos análisis, por lo general se hace evidente que las habilidades más simples que representan los "*requisitos previos inmediatos*" se pueden analizar a su vez para revelar las habilidades todavía más simples de las cuales están compuestos, (**Gagné 1970, pp. 237-276**). Se conoce como una jerarquía en el aprendizaje, la cual no es más que una especie de gráfica de las habilidades subordinadas relacionadas con alguna habilidad compleja en particular que se va aprender.

Dos tipos fundamentales de eventos externos ejercen influencia sobre la adquisición de habilidades intelectuales:

Primero. Las habilidades simples que habrán de combinarse deben de recobrar la memoria en funciones (*es decir, la memoria a corto plazo*). En algunas ocasiones esto se logra por medio de una comunicación dirigida al estudiante y que dice, simplemente, "*recuerdas la forma de transponer los términos de una ecuación*". Un segundo tipo de evento externo es la

provisión de indicaciones de secuencia, de modo que la combinación de habilidades consiga el orden apropiado. La clase de comunicación que se utiliza para este propósito con frecuencia adquiere la forma de una afirmación verbal como la siguiente: *“primero vas a tener que substituir un valor numérico para a; después puedes trasponer los términos; y ahora puedes encontrar el valor de b.”* El grado hasta el cual se hace necesario proporcionar todas estas indicaciones externas varía de acuerdo con la complejidad de la habilidad que se aprende y con el estudiante, es decir con el grado hasta el cual él es capaz de proporcionar las indicaciones por sí mismo.

Recordación. Es decir el proceso de recuperación algunas veces presenta dificultades. Cuando el estudiante busca en su memoria para encontrar indicaciones para la ordenación de la habilidad o para hallar información específica asociada con la misma, tal vez encuentre la habilidad inaccesible,. Su sensación es: *“Yo se como hacer esto, pero he olvidado lo que es”*. La recuperación de habilidades intelectuales plenamente aprendidas puede, resultar relativamente deficiente, inclusive algunos días después de su aprendizaje. Un ejemplo lo proporciona la regla para convertir las lecturas de temperaturas Fahrenheit a la escala de Celso. Tal vez el alumno haya adquirido esta habilidad y sin embargo sufra de olvido, en el sentido de que no puede recuperar el conjunto de indicaciones que lo facultarán para restablecerla. Se pueden aportar diversas indicaciones en forma externa para *“refrescar su memoria”*, tales como *“5/9”* o *“–32”*, o la fórmula $C = \frac{5}{9} (F - 32)$. Así pues, en ocasiones es necesario que el estudiante recobre información verbal como indicación para la recuperación de la habilidad intelectual. Otra forma en la que pueden utilizarse los eventos externos para ejercer influencia sobre la recuperación de habilidades intelectuales es mediante la realización de repasos, espaciados típicamente por periodos de días o semanas. Cuando se le pide al alumno que recuerde una habilidad intelectual, por ejemplo, pidiéndole que resuelva

un problema que involucre dicha habilidad, él utiliza sus procesos de recuperación para conseguir el acceso a la habilidad en su memoria.

Al hacerlo así, está utilizando sus propias indicaciones para buscar y recobrar la habilidad. En otras palabras, está practicando la recuperación, y se ha demostrado que dicha práctica resulta eficaz para garantizar la retención de habilidades intelectuales. Generalización. La habilidad intelectual de multiplicar números enteros, por ejemplo, forma parte de las habilidades más complejas de dividir, sumar y multiplicar fracciones, encontrar raíces cuadradas, resolver proporciones y muchas otras. La transferencia al aprendizaje de estas habilidades más complejas depende primordialmente de un aprendizaje previo de las habilidades más simples. Es preciso “dominar” las habilidades más elementales, en el sentido de que se pueden recuperar con rapidez, con objeto de que tenga lugar la transferencia al aprendizaje de habilidades intelectuales más complejas.

La transferencia de reglas y conceptos a nuevas situaciones y problemas constituye un proceso que también está sujeto a la influencia de eventos externos en el medio ambiente del estudiante. El proceso en sí guarda una cierta semejanza con la recuperación, excepto que requiere del uso de indicaciones adicionales para relacionarlo con la nueva situación. De acuerdo con esto, existe, evidentemente, alguna ventaja en hacer que el aprendiz practique la aplicación de la habilidad a una variedad de situaciones o contextos de un problema. Por ejemplo, si ha adquirido la habilidad de leer valores decimales de una escala mediante la interpolación, la transferencia se estimula pidiéndole que recupere la habilidad al leer varias clases diferentes de escalas: varas de un metro, indicadores de presión, termómetros, y otras.

Estrategias cognoscitivas. Las estrategias cognoscitivas constituyen procesos de control organizados internamente, los efectos de las

condiciones externas sobre su aprendizaje aparece menos directos que en el caso de información verbal y las habilidades intelectuales.

Adquisición. Las estrategias que gobiernan el propio comportamiento del individuo al poner atención, aprender, recordar y pensar, no se aprenden en ocasiones aisladas, que es el caso con las habilidades intelectuales. Los procedimientos para enseñar estrategias cognoscitivas de la resolución de problemas han combinado generalmente la presentación de descripciones verbales de la estrategia con la práctica en la resolución de una variedad de problemas. Los niños reciben un conjunto de folletos que proporcionan “*práctica dirigida*” en la resolución de problemas. Cada folleto describe un misterio de carácter detectivesco que el niño deberá de solucionar. Conforme se desarrolla la historia, las instrucciones verbales impresas describen ciertas estrategias para el estudiante, presentadas una a la vez. *Ejemplos de estrategias incluidas son: 1) cómo generar una gran cantidad de ideas 2) cómo evaluar la importancia de las ideas en cuanto a los hechos; 3) cómo observar un problema desde nuevos ángulos; 4) cómo formular interrogantes importantes; 5) cómo volverse sensible a los indicios de utilidad; 6) cómo esclarecer los puntos básicos del problema.*

Realimentación. Los eventos de fortalecimiento que se proporcionan al estudiante deben de ser informativos respecto a lo que realmente se ha aprendido.

Actitudes. Una actitud constituye una capacidad aprendida que afecta la elección que un alumno haga respecto a una acción personal. Así pues, una actitud constituye un estado interno que origina procesos de control ejecutivo.

3.2.2. Condiciones del Aprendizaje en la Instrucción

Información verbal, habilidades intelectuales, estrategias cognoscitivas, actitudes y habilidades motrices. Estos cinco tipos de resultados de aprendizaje se pueden expresar en afirmaciones de objetivos del aprendizaje. La actividad de planear y ejecutar eventos externos para apoyar los procesos del aprendizaje dirigidos hacia tipos particulares de objetivos se denomina instrucción.

FIGURA (E)
UN RESUMEN DE LAS CONDICIONES EXTERNAS QUE PUEDEN INFLUIR
CRÍTICAMENTE LOS PROCESOS DEL APRENDIZAJE

CLASE DE OBJETIVO DEL APRENDIZAJE	CONDICIONES CRÍTICAS DEL APRENDIZAJE
Información verbal	<ol style="list-style-type: none"> 1. Activar la atención mediante variaciones en el tipo de impresión o en la forma de hablar. 2. Presentar un contexto significativo (incluyendo imágenes) para un cifrado eficaz.
Habilidad Intelectual	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estimular la recuperación de habilidades competentes previamente aprendidas 2. .Presentar indicaciones verbales para la ordenación de las combinaciones de habilidades componentes. 3. Fijar las ocasiones para los repasos espaciados. 4. .Utilizar una variedad de contextos para fomentar la transferencia.
Estrategias cognoscitiva	<ol style="list-style-type: none"> 1. Descripción verbal de la estrategia. 2. Proporcionar una variedad frecuente de ocasiones para el ejercicio de las estrategias, planteando problemas nuevos para su resolución.
Actitud	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recordar al lector las experiencias de triunfo que siguieron a la elección de una acción particular garantizar la identificación con un “<i>modelo humano</i>” admirado. 2. Ejecutar la acción elegida; u observar su ejecución por un modelo humano. 3. Proporcionar realimentación para una ejecución exitosa; u observar realimentación en el modelo humano.
Habilidad motriz	<ol style="list-style-type: none"> 1. Presentar orientación verbal o de otro tipo para dar indicaciones en el aprendizaje de la simple rutina ejecutiva. 2. Arreglar la práctica repetida. 3. P roporcionar realimentación con rapidez y precisión.

FUENTE: Gagné. 1975. P. 106.

¿Cuáles son algunas de las cosas que se llevan a cabo en la instrucción?

Estimulación de la recordación. En algunas ocasiones, los eventos externos realizan sus propósitos estimulando al estudiante a recordar (y *recuperar*) algo que había aprendido con anterioridad. Esto se puede lograr proporcionando un simple recordatorio (“recuerda que tú sabes cómo restar números de dos dígitos”); o pidiéndole que restablezca algo que ha aprendido (*“primero, enséñame los sustantivos en esta oración*).

Las investigaciones han demostrado con frecuencia que la originalidad de pensamiento está relacionada con la cantidad de conocimiento organizado (***Johnson, 1972***). La mayor parte de los pensadores auténticamente originales son personas que poseen vastos conocimientos en diversos campos. Puesto que el aprendizaje nuevo constituye con frecuencia un asunto de *“combinar”* capacidades que puedan hacerse accesibles en la memoria, la planificación de un curso debe garantizar que estas capacidades se hayan aprendido previamente. La lección se planea con frecuencia para requerir del tiempo de un periodo de clase, es decir, cuarenta y cinco o cincuenta minutos. La planeación de una lección está constituida principalmente por la preocupación de garantizar que cada uno de los procesos, haya recibido el apoyo óptimo de eventos externos. Es preciso tener en mente el resultado esperado para el aprendizaje las condiciones especiales que cada uno requiera.

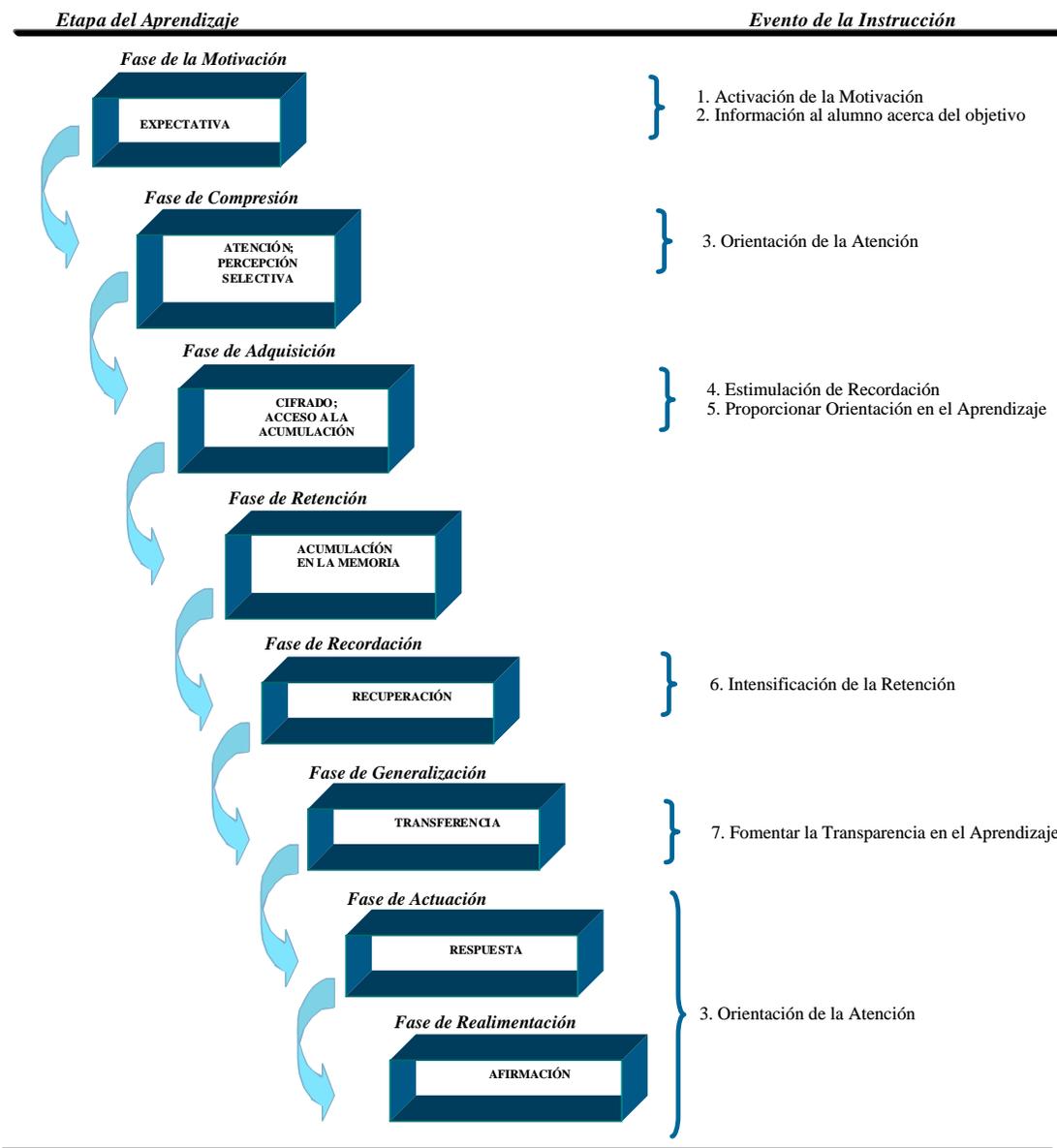
En muchos casos, la atención se puede orientar mediante comunicaciones simples tales como *“observe esta serie de números”*, u *“observe el sujeto y el verbo en esta oración”*. Los pequeños tal vez no hayan adquirido dichos hábitos y, por consiguiente, será preciso que los aprendan conforme avance la enseñanza, utilizando métodos de *“modificación del comportamiento”*. También se pueden emplear métodos más precisos para orientar la atención, particularmente cuando se requiere de la percepción selectiva de ciertas características de la estimulación externa. Cuando los niños están aprendiendo los sonidos de las letras, por ejemplo, se puede dar mayor

intensidad a los sonidos de letras específicas dentro de las sílabas, como en “A, rA, rAtA”, cuando se va aprender el sonido de la vocal “a”.

Si se van a identificar las partes que intervienen en el crecimiento de una esbozar y marcar por separado en un diagrama al cual recurre el estudiante mientras realiza sus observaciones. En el aprendizaje de una regla geométrica tal como la de “los triángulos son similares cuando dos de los ángulos de cada uno son iguales”, los ángulos se pueden dibujar de manera que se sobresalgan en un diagrama, con objetos de atraer la atención hacia ellos.

Estimulación de la recordación. El aprendizaje de una información verbal constituye el resultado propuesto significativo; si se va a aprender una regla, la orientación se puede proporcionar por medio de una afirmación verbal que sirva de indicación a la secuencia en la cual se vaya a combinar las reglas subordinadas; y así sucesivamente.

FIGURA (F)
RELACIÓN ENTRE LAS ETAPAS DEL APRENDIZAJE Y LOS EVENTOS DE LA INSTRUCCIÓN



FUENTE: Gagné. 1975. P. 134.

Transmisión de la instrucción. Una vez que se ha planeado la instrucción, es preciso transmitirla a los estudiantes, el maestro puede elegir una gran cantidad de formas de transmitir la instrucción, y estas pueden combinarse

para integrar una variedad de patrones de estimulación externa para el alumno. La voz del maestro al transmitir comunicaciones significativas constituye un estilo común como lo es la presentación impresa de oraciones en un folleto o libro de texto. La selección, instrumentación y transmisión de la estimulación por medio de estas diversas fuentes integran una enorme proporción de las decisiones que el maestro debe de tomar todos los días.

Partiendo del supuesto de que el maestro es responsable de la instrucción de veinticinco a cuarenta estudiantes, existen muchas maneras de acomodarlos para los propósitos de transmitir la instrucción. Como es natural, se les puede tratar como un grupo total; se les puede acomodar en varios grupos más pequeños, o pueden trabajar en grupos de dos o tres, como es común al realizar ejercicios científicos. Los días en los que los alumnos tenían lugares fijos desaparecieron mucho tiempo atrás, y la disponibilidad de muebles movibles, unidades modulares, biombos, y otros equipos de esta naturaleza hacen posible una infinidad de formas de agrupar a los estudiantes.

Las tareas de resolución de problemas se emplean con frecuencia para fomentar la transferencia de capacidades aprendidas a situaciones nuevas. La elaboración de gráficas, la extrapoblación de tendencias y los conceptos de facilidad de transportación, densidad de población, ingresos familiares y otros. Los estudiantes que han alcanzado estas habilidades intelectuales serán capaces de participar en el proceso de resolver el problema mediante formas que resulten valiosas para su aprendizaje, la realimentación se proporciona para la originalidad de pensamientos, el juicio crítico y la facilidad en la comunicación de ideas. Provocar la actuación y proporcionar la realimentación.

Los maestros recurren con frecuencia a la prueba o examen escritos, los cuales exigen que cada uno de los miembros de la clase responda a un conjunto común de preguntas. Cuando dichas pruebas no dependen de la

velocidad en la lectura o en la respuesta, constituyen un método perfectamente adecuado para producir la actuación del estudiante. El intercambio de hojas de examen y la indicación de respuestas correctas e incorrectas por parte de los compañeros estudiantes. Los eventos iniciales de la instrucción en la clase, tales como el establecimiento de motivación y atención, se pueden alcanzar en forma rápida, con frecuencia, en una forma común para todos los miembros.

FIGURA (G)

COMPARACIÓN DE LOS EVENTOS DE LA INSTRUCCIÓN PARA TRES ESTILOS DE ENSEÑANZA: INSTRUCCIÓN EN GRUPO, POR TUTELAJE Y APRENDIZAJE INDIVIDUAL.

EVENTO DE LA INSTRUCCIÓN	INSTRUCCIÓN EN GRUPO	INSTRUCCIÓN POR TUTELAJE	APRENDIZAJE INDIVIDUAL
Activar la motivación	El maestro establece una motivación común.	El tutor descubre una motivación individual.	El estudiante aporta su propia motivación.
Informar al estudiante acerca del objetivo	El maestro comunica el Objetivo al grupo.	El tutor comunica el objetivo al estudiante.	El estudiante confirma o elige el objetivo.
Orientar la atención	El maestro estimula la atención a los miembros del grupo.	El tutor adapta la estimulación a la atención del alumno.	El estudiante adopta un conjunto de atención
Estimular la recordación	El maestro solicita la recordación de los miembros del grupo.	El tutor verifica la recordación de elementos esenciales.	El estudiante recupera Elementos esenciales.
Orientar el aprendizaje	El maestro proporciona Indicios o recordatorios al grupo.	El tutor proporciona orientación únicamente cuando es necesaria.	El estudiante aplica sus propias estrategias.
Intensificar la retención	El maestro proporciona al grupo indicaciones para la recuperación.	El tutor alienta al estudiante para que utilice sus propias indicaciones para la recuperación.	El estudiante aporta sus propias indicaciones para la recuperación.
Fomentar la transferencia	El maestro fija tareas de transferencia para todos los miembros.	El tutor fija tareas de transferencia adaptadas a las capacidades del estudiante.	El estudiante formula generalizaciones.
Producir la actuación	El maestro utiliza una prueba para afirmar las actuaciones de los miembros del grupo.	El tutor solicita la actuación cuando del estudiante esta preparado.	El estudiante verifica su Propia actuación.
Proporcionar realimentación	El maestro proporciona realimentación a los estudiantes mismas que varia en necesidad primordial y precisión	El tutor proporciona la realimentación precisa e inmediata.	El estudiante proporciona su propia realimentación

Fuente: Gagné. 1975. P. 149.

La instrucción escolar normalmente incluye los tres estilos de enseñanza que hemos descrito: 1) *instrucción en grupo*, 2) *tutela*, y 3) *instrucción autodidacta*. La organización de la instrucción en estos tres estilos varía de

un grado al otro. En las clases de secundaria y preparatoria, la instrucción generalmente se interesa menos en el apoyo de las fases de recordación y generalización del aprendizaje. Nuestros comentarios preliminares incluyeron la idea de que la transmisión de la instrucción con frecuencia incluye decisiones acerca de los medios. Además de los medios comunes para la instrucción (*la transmisión oral del maestro, el pizarrón, el libro de texto*), existen algunos medios que son más especializados en sus usos y presentan la tendencia a basarse en materiales más complejos. Por lo tanto el diagrama ayuda en el almacenaje y recuperación de los conceptos componentes necesarios para definir la palabra (*es decir, el concepto definido*).

Por lo general el maestro que es responsable de una clase de veinticinco o treinta alumnos utiliza los tres estilos y combinaciones de los mismos, en diversas ocasiones y para varios propósitos.

Con frecuencia, las elecciones que se hacen representan compromisos genuinos con condiciones ideales, lo que resultará de gran ayuda será el saber que las condiciones eficaces para el aprendizaje son diferentes para las habilidades intelectuales, la información, las estrategias cognoscitivas, las actitudes y las habilidades motrices. Cada una de las clases de resultado del aprendizaje se debe de considerar como un tipo separado de problemas que habrá de resolverse. El profesor capacitado se preocupará por preguntar, *“¿por qué no tratar de hacer la enseñanza tan buena como sea posible?”*.

4. ASPECTOS GENERALES DE LA PLANEACIÓN

¿Qué es la planeación?

Por lo general la planeación se entiende como un proceso de reflexión sobre el qué hacer para pasar de un presente conocido a un futuro deseado. La planeación como técnica o instrumento se encuentra destinada a adecuar y racionalizar el proceso de toma de decisiones. La planeación así concebida no significa crear sólo planes de acción; implica el esfuerzo creativo constante que asimile y proyecte, en los cambios coyunturales, la orientación y rito de las variables socioeconómicas, en vías de que prevalezca una mayor racionalidad social. En este sentido la planeación es eficaz porque racionaliza, prevé y facilita la creatividad; es decir, permite opciones de variables y recursos que coadyuven a una aplicación del proceso o sistema de planeación seleccionado, conforme los requerimientos de cada empresa u organización. Como instrumento, la planeación se convierte en factor gradual de cambio que debe crear las condiciones para afectar el presente y comprometer el futuro.

4.1. Origen y Naturaleza de la Planeación

La planeación es una actividad natural y peculiar del hombre, como ser racional, que considera necesario prever el futuro y organizar su acción de acuerdo a sus previsiones, por lo que la planeación es tan antigua como el hombre mismo.

Por medio de la planeación el hombre moderno se propone resolver problemas complejos y orientar procesos de cambio, enfrentando múltiples y complejos desafíos, haciendo un amplio uso de los recursos que le proporcionan la ciencia, la técnica y la cultura, para buscarles solución. La planeación moderna puede apoyarse en las aportaciones y los grandes desarrollos de la ciencia y de la tecnología; pero no debe nunca ignorar la importancia fundamental de los valores de la cultura humana que, por principio, deben siempre tomarse en cuenta y que en algunas ocasiones constituyen un

límite para la acción así como de la decisión y, en otras, contribuyen a darle orientación y estímulo.

En cualquier caso, no debe olvidarse que la planeación tiene siempre el carácter de un medio, aunque en muchas ocasiones necesario, y no constituye un fin en sí misma. Dicho de otra manera, la planeación no se legitima por sí misma, sino en función de los acuerdos y consensos sobre los fines y objetivos que persigue. La teoría de la planeación moderna se ha desarrollado a partir de múltiples fuentes, entre las que pueden mencionarse las siguientes: la teoría administrativa, la teoría económica, la teoría de sistemas, la teoría de la información, la cibernética o teoría del control, la antropología, la teoría política, la teoría del desarrollo, etc. Por lo que en realidad constituye un campo interdisciplinario o, más precisamente, multidisciplinario.

4.2. Conceptos Básicos y Corrientes Teóricas en Planeación

En la historia de la planeación moderna es posible identificar por lo menos cinco corrientes teóricas principales, en relación con la definición de conceptos básicos y la descripción del proceso general de planeación: estas corrientes pueden denominarse como, 1. Corriente administrativa, 2. Corriente de sistemas, 3. Corriente del cambio o desarrollo 4. Corriente prospectiva o de innovación y 5. Conceptos de planeación educativa.

1. Conceptos de Planeación Basados en la Teoría Clásica Sobre la Administración.

Roger A. Kaufman, después de analizar los elementos que integran un plan concluye: *“Así pues, la planeación se ocupa solamente de determinar qué debe hacerse a fin de que posteriormente puedan tomarse las decisiones prácticas para su implementación. La planificación es un proceso para determinar “a dónde ir” y establecer los requisitos para llegar a ese punto de manera más eficiente y eficaz”*.⁴

William H. Newman, por su parte, considera que los sectores más importantes de la tarea administrativa son: organización, relaciones humanas, planeación, dirección, evaluación y control. El propio autor define el proceso de planeación en los siguientes términos: *“Entenderemos mejor el proceso de planeación si primeramente estudiamos las etapas básicas de una decisión específica que se*

tome. Estas etapas son el diagnóstico del problema, la determinación de soluciones optativas, el pronóstico de resultados en cada acción y, finalmente, la elección del camino a seguir”.⁵

2. Conceptos de Planeación Basados en la Teoría de Sistemas.

A partir de los principios y conceptos sobre la teoría general de sistemas como elemento integrador y unificador de la ciencia, así como de los planteamientos sobre los sistemas de planeación estratégica, surgió una forma peculiar de entender la planeación como un proceso que nos permite plantear y resolver problemas complejos mediante la instrumentación de estrategias apropiadas, dentro del ámbito de un sistema y sus relaciones con su contexto propio. George Chadwick definió la planeación como “Un proceso de previsión humana y de acción basada en esa previsión”⁶ y en la descripción del proceso de planeación estableció un paralelismo entre el método científico y el proceso de planeación, entendiendo este proceso como análisis y solución de problemas complejos.

Gehard Colm sostiene que la planeación consiste en “*un sistema para la toma de decisiones, más que la sola preparación de planes*”⁷. Y. Dror definió a la planeación como “*el proceso de preparar un conjunto de decisiones para la acción futura, que se dirige hacia la consecución de metas optimizando el uso de los medios*”.

Ernesto Schiefelbein, por su parte, considera que “*La planeación se ubica en el conjunto de procedimientos que van desde la definición de metas, pasando por la racionalización*”. El mismo autor comenta que las denominadas etapas del proceso de planeación deben considerarse como momentos lógicos, más que cronológicos. Quizá una de las descripciones más claras y completas del proceso de planeación de acuerdo a la corriente de sistemas, sea la que propone *Frank Banghart* en su obra *Education Planning*, que incluye las siguientes fases: definición del problema, análisis del problema, conceptualización del problema y diseño de planes o alternativas, evaluación o de alternativas de solución, selección de planes o de alternativas, instrumentación de plan o de la alternativa y retroalimentación.

⁴ *Teoría de Planificación y Desarrollo de Proyectos sociales y Educativos* 1993 .p.10

⁵ *Idem* p.11

⁶ *Idem* p.12

⁷ *Idem* p.12

⁸ *Idem* p.12

Análisis del problema, conceptualización del problema y diseño de planes o alternativas, evaluación o de alternativas de solución, selección de planes o de alternativas, instrumentación de plan o de la alternativa y retroalimentación.

3. Concepto de Planeación Estratégica.

Gerard Argui, define este tipo de planeación como “un proceso continuo y participativo, articulando más bien a la calidad de las intervenciones que a la calidad de los datos. La planeación estratégica – según este autor – podría definirse como un proceso de gestión que permite visualizar, de manera integrada, al futuro de las decisiones institucionales que se derivan de la filosofía de la institución, de su misión, de sus orientaciones, de sus metas, de sus objetivos, de sus programas, así como determinar estrategias a utilizar para asegurar su implantación. El propósito de la planeación estratégica es el de concebir a la institución, no como un ente cerrado, aislado, como sucedía anteriormente, sino en relación estrecha con su medio ambiente.”⁹

4. -Conceptos de Planeación Basados en la Teoría del Desarrollo o del Cambio Planificado.

Así George M. Raymond comenta que “mientras el pueblo no decida que el desarrollo de acuerdo con ciertos planes debe preferirse al desarrollo controlado por las solas fuerzas del mercado, cualquier discusión sobre el proceso de planeación y sus detalles no pasará de ser un mero ejercicio académico”¹⁰, debe también advertirse que no hay un concepto unificado de desarrollo. En la literatura especializada sobre este tema aparecen por lo menos cinco conceptos o cinco formas de entender el desarrollo de los pueblos o de los grupos humanos que son: el crecimiento, la autosuficiencia, la interdependencia, la autodeterminación y la denominada estrategia de transformación productiva con equidad y sustentable, que combina varias de las anteriores.

⁹*Teoría de Planificación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos* 1993. p.12

¹⁰*Idem* p.13

Jorge Ahumada, pionero de la teoría sobre planificación del desarrollo en América Latina y maestro de los primeros planificadores de esa región, en su obra *La Planeación del Desarrollo*, dice que: *“La planificación es una metodología para escoger entre alternativas que se caracteriza porque permite verificar la prioridad, factibilidad y compatibilidad de los objetivos y seleccionar los instrumentos más eficientes. La planificación –advierte el mismo autor – no es el proceso de elaborar un documento que se denomina plan o programa. Esto es sólo una parte del proceso”*. John Friedman define la planeación como *“el proceso por medio del cual el conocimiento científico y técnico se une a la acción organizada. La planeación constituye un subproceso crítico del proceso de orientación social. Deben distinguirse dos formas de planeación: la de asignación y racionalización y la de innovación.”* La planeación innovadora, en cambio, - según el mismo autor *“se relaciona con aquellas acciones que producen cambios estructurales en la orientación de la sociedad. La planeación innovadora es esencial para el crecimiento estructural y sostenido del sistema social y, consiguientemente, para el desarrollo. John Friedman, en cambio, plantea el proceso de planeación dentro de un modelo interactivo de transacciones e intercambio de criterios y puntos de vista entre el planificador profesional y el usuario o cliente, especificando los elementos que se mencionan en las dos columnas siguientes:*

<i>Aportaciones del Planificador</i>	<i>Aportaciones del Usuario</i>
<i>Conceptos</i>	<i>Conocimiento del contexto</i>
<i>Teoría</i>	<i>Alternativas realistas</i>
<i>Instrumentos de análisis</i>	<i>Normas y valores</i>
<i>Procesamiento de información</i>	<i>Definición de prioridades</i>
<i>Nuevas perspectivas</i>	<i>Juicios de factibilidad</i>
<i>Métodos de investigación</i>	<i>Detalles operativos.</i>

Como puede observarse, en la corriente del desarrollo o del cambio planificado, se integra la elaboración de planes, programas y proyectos con su instrumentación.

¹¹*Teoría de Planificación y Desarrollo de Proyectos sociales y Educativos* 1993 p.15

¹²*Idem*

Conceptos de planeación prospectiva o de innovación.

En esta cuarta corriente teórica, la planeación se utiliza como un recurso estratégico para la construcción del futuro que se desea, para diseñar e inventar nuevos futuros. Así se tiene:

- a) En la posición adoptiva el futuro se considera como un dato, como consecuencia inevitable de las tendencias históricas, como un campo del conocimiento, predecible mediante métodos determinísticos o probabilísticos.
- b) En la posición preventiva el futuro se considera no sólo como campo del conocimiento, sino también como campo de la acción y decisión humanas.
- c) La posición inventiva, creativa o prospectiva, se caracteriza por considerar al futuro como campo de la acción y de la libertad, más que como campo del conocimiento.

Friedman se refiere a la planeación innovadora y comenta que debe ser considerada como una aproximación al desarrollo institucional que busca producir cambios limitados, pero relevantes, para modificar y reorientar, en el mediano y largo plazo, el sistema de orientación de una institución. Esta planeación se basa en la necesidad de introducir cambios estructurales y cualitativos en los sistemas institucionales, que se definen como futuro deseable, y sus desafíos consisten en identificar y seleccionar estrategias apropiadas para construirlo y en lograr articular los compromisos de acción necesarios para su instrumentación oportuna.

La planeación innovadora se distingue por tres características: a) la búsqueda del cambio institucional; b) la orientación a la acción ; y c) la movilización de recursos para su realización.

5 Conceptos de Planeación Educativa.

Aunque de por sí no es necesario modificar el concepto de planificación para referirse a la planeación social y educativa, sí vale la pena considerar algunas definiciones que se han propuesto para este concepto. Clarence E. Beeby, del Instituto Internacional de Planificación de la Educación define la planeación educativa como *“un ejercicio de previsión para determinar políticas, prioridades y costos del sistema educativo, tomando en cuenta las realidades políticas y económicas, las posibilidades de crecimiento del sistema, las necesidades del país y las de los alumnos a que sirve”*¹³

La planeación educativa es un proceso anticipatorio de asignación de recursos para alcanzar los fines que establezca el sector educativo.

Los principales recursos cuya asignación ha de planear el sector educativo son:

Financieros (gastos corriente y de inversión).

Humanos (*maestros, directores, supervisores, administradores, funcionarios, auxiliares etc.*).

Materiales (aulas, anexos, talleres, laboratorio, mobiliario escolar, bibliotecas, salas de cultura, libros de texto, apoyos y materiales didácticos, vehículos, desayunos escolares, estadísticas, entre otros).

- Tecnológicos (*currícula, métodos pedagógicos, innovaciones educativas, entre otros.*).
- Tiempo (*calendario y horario escolar*).

La Planeación y los Grandes Problemas Educativos.

De acuerdo con Coombs, la planeación educativa en cualquiera de sus enfoques, deberá responder en los próximos lustros a los siguientes problemas que enfrentarán prácticamente todos los países del mundo, especialmente los subdesarrollados:

- Rápido crecimiento de las necesidades humanas de aprender.

¹³*Teoría de Planificación y Desarrollo de proyectos Sociales y Educativos* 1993 p.18

- Limitación de recursos dedicados a la educación, especialmente financieros.
- Deterioro del mercado de empleo.
- Cambio de las estructuras educativas y persistencia de las desigualdades sociales.
- Ampliación de la brecha entre países desarrollados y subdesarrollados.
- Coexistencia de la planeación, burocracia y política.
- Crisis de la educación superior.

Es un hecho que cada día se acepta la equivalencia entre la educación y aprendizaje y pierde valor la de la educación con escuela. Visto desde esa perspectiva, el factor más importante para la educación en nuestro tiempo, es el crecimiento explosivo de las necesidades humanas de aprender. Lo anterior no solo implica aumento de recursos, sino, inventar nuevas modalidades de enseñanza-aprendizaje que recurran al autodidactismo, que sean flexibles y que no requieran de aprendizajes ya muy trillados como la utilización excesiva de borrador o gis o la enseñanza en donde el único protagonista es el profesor.

La planeación educativa desde su origen se ha vinculado a los problemas administrativos y económicos de la educación, su evolución ha generado diversos enfoques, entre ellos el enfoque con acento en lo administrativo cuya finalidad era introducir y mantener la racionalidad, coordinación, continuidad y la eficiencia técnica de que carecía la gestión administrativa de la educación. El enfoque con acento en lo económico, consideraba a la educación como una forma de inversión de capital social básico. El método de previsión de las necesidades de mano de obra (recursos humanos), se planifica la educación para asegurar la cantidad de mano de obra y de recursos humanos, sustentada en la insuficiencia y limitación de recursos (década de los setentas). El método de la relación educación-rendimiento, tiene en cuenta el número de alumnos que terminan sus estudios en los diferentes niveles y se relaciona con la producción nacional de bienes y servicios , El método de evaluación de los recursos humanos , se fundamenta en calcular y prever la oportuna y adecuada cantidad de recursos humanos que se necesita para alcanzar metas de producción de

bienes y servicios . En su larga evolución aparece el enfoque con acento en lo sociológico, cuya objetivo es establecer una relación entre el sistema educativo y la estructura social, entendiéndose a la educación como un factor de integración y de movilidad social. El enfoque con acento en lo pedagógico enfatiza cuestiones como: que enseñar, (contenidos), cómo enseñar (metodología) y cómo evaluar el trabajo escolar , dando respuestas a la crisis del currículo, Surge de la necesidad de un enfoque integrador de carácter interdisciplinario, de una planificación integral de la educación, misma que no se genera fácilmente y que ha derivado en realizar con mayor certeza, una planeación de la institución educativa, y en una planeación de aula o planeación didáctica.

4.3. Tipología de la Planeación

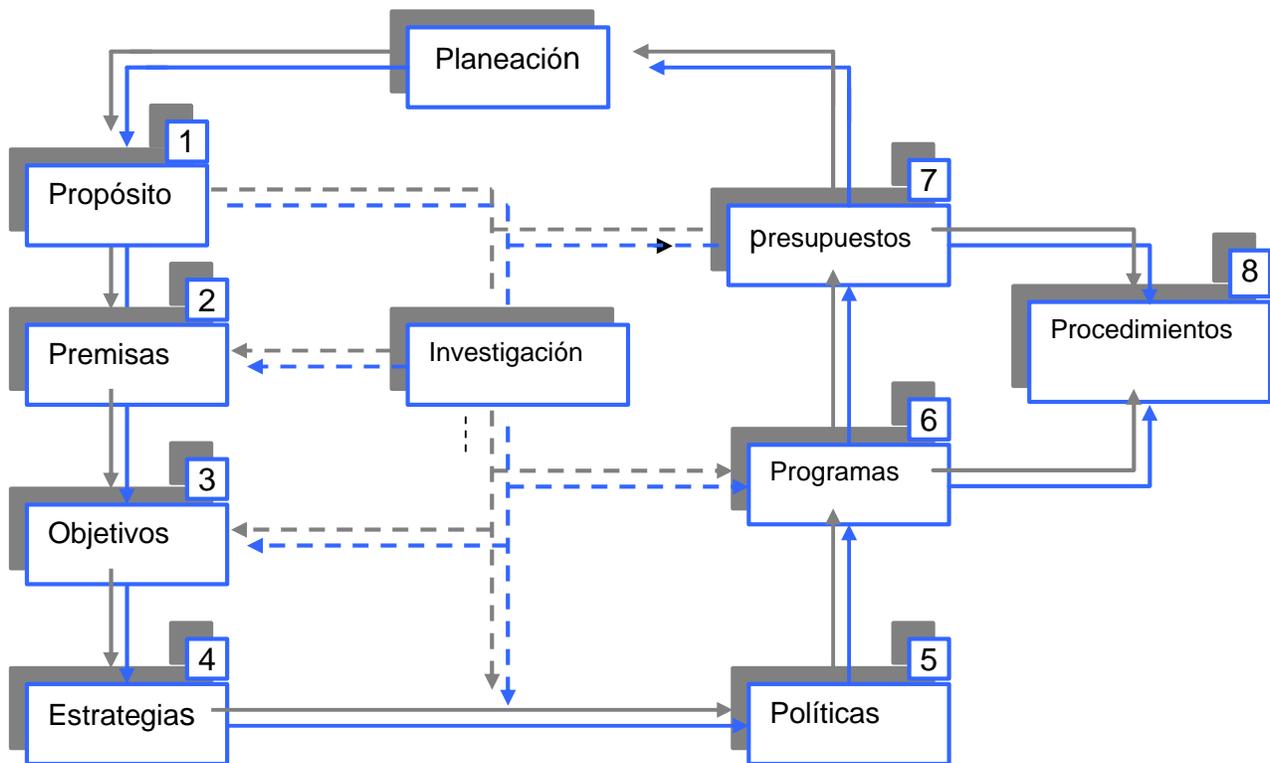
Los planes son el resultado del proceso de la planeación y pueden definirse como diseños o esquemas detallados de lo que habrá de hacerse en el futuro, y las especificaciones necesarias para realizarlas.

Los planes, en cuanto al periodo establecido para su realización, se pueden clasificar en:

- a) **Corto plazo.** Cuando se determinan para realizarse en un término menor o igual a un año, esto a su vez, puede ser:
 - *Inmediatos.* Aquellos que se establecen hasta seis meses
 - *Mediatos.* Se fijan para realizarse en un periodo mayor de seis o menor de doce meses.
 -
- b) **Mediano plazo.** Su delimitación es por un periodo de un año a tres años.
- c) **Largo plazo.** Son aquellos que se proyectan a un tiempo mayor de tres años.

Son 4.4. Etapas de la Planeación

FIGURA (J)
ETAPAS DE LA PLANEACIÓN



Fuente: *Fundamentos de Administración*. 1990. P. 72.

Propósitos: la planeación, se inicia a partir de la definición de los propósitos, los cuales pueden ser conceptualizadas así.

Los propósitos son los fines esenciales o directrices que definen la razón de ser, naturaleza y carácter, de cualquier grupo social.

Características que deben reunir los propósitos.

- Evitar que la dirección pierda el tiempo en aspiraciones desatinadas o erróneas.
- Deben darse a conocer a todos los miembros de la empresa.
- Evitar dogmatizarlos.
- Deben estar acordes a los valores institucionales del grupo social.

- No deben utilizarse para intereses personales sino para el bienestar de la organización.
- Deben implantarse, si es que no se han considerado.
- No deben definirse con frases ambiguas y vacías, el autoengaño no ayuda a la implantación de planes.

Premisas: las premisas son suposiciones que se deben considerar ante aquellas circunstancias o condiciones futuras que afectarán el curso en que va a desarrollarse el plan. Las premisas, de acuerdo con su naturaleza, pueden ser:

1. *Internas.* Cuando se originan dentro de la empresa y pueden influir en el logro de los propósitos.
2. *Externas.* Son factores o condiciones cuyo origen es ajeno a la empresa, pero que pueden tener efecto decisivo en el desarrollo de sus actividades.

Objetivos: los objetivos representan los resultados que la empresa espera obtener, son fines por alcanzar, establecidos cuantitativamente y determinados para realizarse transcurrido un tiempo específico. Dos características primordiales que poseen los objetivos, permiten diferenciarlos de cualquier otra etapa de la planeación y son:

- a) Establecerse a un tiempo específico.
- b) Se determinan cuantitativamente.

Estrategias. El término estrategia, literalmente, significa: *“arte de dirigir y coordinar las acciones militares, y de hacer una cosa para alcanzar un objetivo; se deriva del griego Strategas que quiere decir “general”*.

Militarmente, se refiere a la manera de elegir las acciones más adecuadas para encauzar los esfuerzos y derrotar al enemigo o, para disminuir las consecuencias de una derrota. Aplicando este concepto al ámbito administrativo, las estrategias en la empresa nacen como una respuesta para afrontar los retos que implica la competencia, y la vida de la empresa en sí.

Las estrategias son cursos de acción general o alternativas, que muestran la dirección y empleo general de los recursos y esfuerzos, para lograr los objetivos en las condiciones más ventajosas.

Investigación: la investigación es un proceso que, mediante la aplicación del método científico, procura obtener información relevante y fidedigna con el fin de explicar,

describir y predecir la conducta de los fenómenos. La planeación requiere invariablemente de la investigación para que pueda ser objetiva, precisa, cuantificable, flexible y certera, la investigación aplicada a la planeación consiste en la determinación de todos los factores que influyen en el logro de los propósitos, así como de los medios óptimos para conseguirlos. El proceso de investigación científica está constituida por las siguientes etapas:

1. **Definición del problema.** En esta fase se determina y analiza el problema que se desea resolver. La no definición exacta del problema implica esfuerzos inútiles y pérdidas innecesarias.
2. **Obtención de información.** Consiste en recopilar el mayor número posible de datos a fin de visualizar el problema y proponer su posible solución. De la obtención de la información adecuada depende el éxito de la resolución del problema. La obtención de información se realiza a través de las siguientes técnicas:
 - *Observación.* Estas técnicas no se limitan sólo a la observación de hechos o heurística, sino que también pueden ser: de tipo documental, cuando se refiere al análisis de registros, informes, estadísticas, etc., de conducta que, a su vez, se divide en participante y no participante.
 - *Experimentación.* Consiste en la reproducción de un hecho o un fenómeno con el fin de observar sus características y modificarlas a voluntad.
 - *Encuesta.* Es la recopilación de datos a través de la aplicación del cuestionario y/o de la entrevista.
 - *Muestreo.* Aplicación de técnicas probabilísticas a una parte de la población o universo, para determinar resultados representativos o comunes a todo éste.
3. **Determinación de la hipótesis.** Es la proposición o respuesta tentativa que se establece como solución de un problema, misma que debe ser sometida a prueba para determinar su efectividad.

4. **Comprobación o desaprobación de la hipótesis.** Consiste en someter a prueba la hipótesis mediante la aplicación de las técnicas anteriormente enunciadas, a fin de comprobar su validez o rechazarla. También, se establecen hipótesis alternativas en el caso de que la primera no fuera correcta.
5. **Presentación del informe.** Una vez comprobada la hipótesis se procede a elaborar un informe de resultados, de tal manera que con base en el análisis del mismo, se cuente con bases objetivas para la toma de decisiones.

Políticas. La palabra política proviene del griego politiké que significa “*arte de gobernar una nación*”; el diccionario señala que la política es el arte o traza con que se maneja un asunto a su vez, traza significa “*plan para realizar un fin*”. Las políticas son guías para orientar la acción; son criterios, lineamientos generales a observar en la toma de decisiones. Sobre problemas que se repiten una y otra vez dentro de una organización.

Programas. Un esquema en donde se establecen la secuencia de actividades específicas que habrán de realizarse para alcanzar los objetivos, y el tiempo requerido para efectuar cada una de sus partes y todos aquellos eventos involucrados en su consecución. Cada programa tiene una estructura propia y puede ser un fin en sí mismo, o bien, puede ser parte de una serie de actividades dentro de un programa más general. Así, vemos que se pueden establecer programas que van desde un área general, como mercadotecnia, hasta actividades más detalladas como la publicidad de un producto.

Presupuestos. El presupuesto es un plan de todas o algunas de las fases de actividad de la empresa expresado en términos económicos (*monetarios*), junto con la comprobación subsecuente de las realizaciones de dicho plan.

Los presupuestos son un elemento indispensable al planear, ya que a través de ellos se proyectan, en forma cuantificada, los elementos que necesita la empresa para cumplir con sus objetivos; su principales finalidades consisten en determinar la mejor forma de utilización y asignación de los recursos, a la vez que controlan las actividades de la organización en términos financieros.

Procedimientos. El procedimiento determina el orden en que debe realizarse un conjunto de actividades; no indica la manera en que deben realizarse, pues de eso se encargan los métodos, mismos que van implícitos en el procedimiento.

Un método detalla en forma exacta de cómo ejecutar una actividad previamente establecida. Los métodos son más detallados que los procedimientos y se establecen en las actividades rutinarias y repetitivas.

4.5. Proceso de Planeación

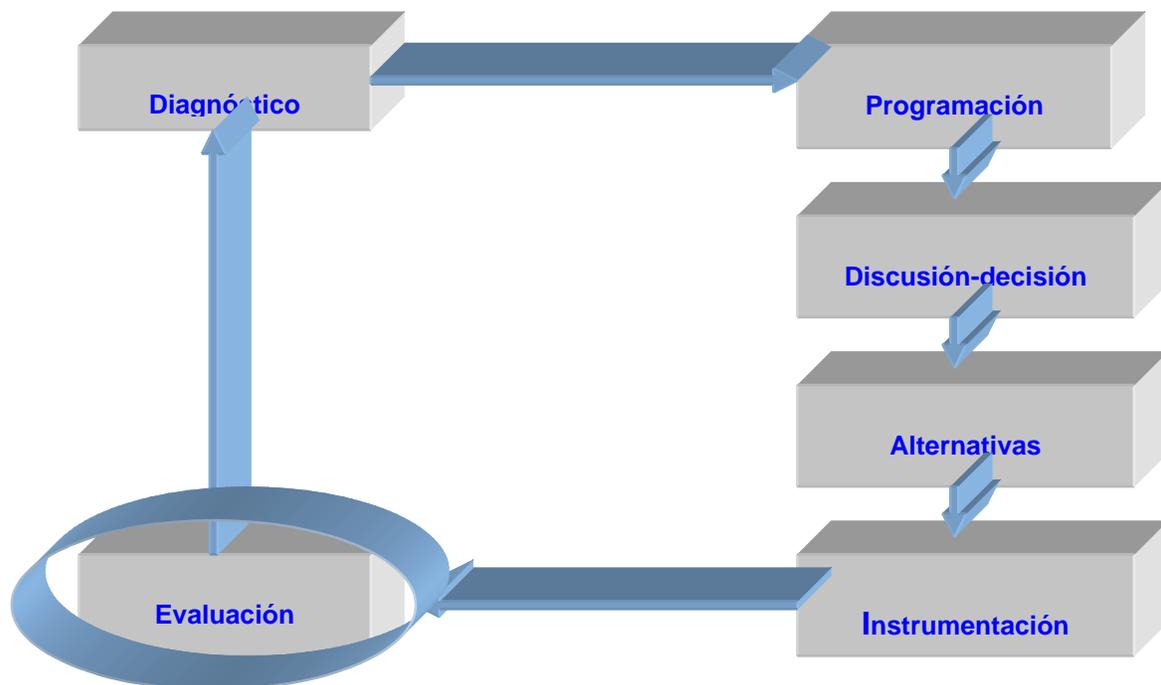
4.6. Fases del Proceso General de Planeación

Primera fase: *el diagnóstico*

De acuerdo con *Jorge Ahumada*, el diagnóstico constituye un proceso de análisis, fundamental para el desarrollo del proceso general de planificación, que permite precisar la naturaleza y magnitud de los problemas que afectan a una actividad, institución o sistema, así como sus perspectivas a futuro, sino cambia nada.

FIGURA (1)

PROCESO DE PLANEACIÓN



Fuente: *Isaías Álvarez García. P. 36.*

El proceso de diagnóstico comprende los siguientes pasos:

1. Describir el estado de la actividad, institución o sistema, en términos de:
 - a) Los resultados que está produciendo;
 - b) Los recursos e instrumentos que está utilizando; y
 - c) el medio o contexto en que está operando, tanto físico-geográfico como socio-cultural.
1. Describir – en lo posible cuantitativamente- las relaciones entre los resultados, por un lado, y los recursos, instrumentos y medios, por el otro.
2. Proyectar y pronosticar el desenvolvimiento futuro de la actividad o institución durante el periodo de previsión, suponiendo que no cambia nada.
3. Evaluar la situación actual y pronosticada de la actividad, mediante la comparación con un modelo normativo.
6. Explicar por qué la situación actual y la pronosticada difieren de la normativa, cuando así ocurra. Esto permitirá identificar las causas del estado de la actividad, tanto en el horizonte retrospectivo (histórico) como en el de previsión.

Por consiguiente, el diagnóstico tiene un conjunto de antecedentes representados por el horizonte retrospectivo o histórico; y sus consecuentes, representados por la proyección y pronóstico sobre el futuro estado de la actividad o sistema en el horizonte de previsión.

El análisis del diagnóstico enfrenta un conjunto de problemas, entre los que destacan:

- a) Identificación de las variables estratégicas del sistema, es decir, las que tienen una mayor influencia sobre su operación y los resultados que logra y, a la vez, son sensibles de modificar por las decisiones políticas.
- b) Identificación de los principales factores que afectan el comportamiento de esas variables y el modo en que las afectan.

- c) Identificación de variables exógenas y descripción de la forma como influyen en la determinación de la situación observada, para seleccionar criterios que permitan fundamentar las proyecciones y pronósticos.
- d) Determinación de logros factibles de alcanzar un plazo dado, mediante la aplicación de determinados instrumentos y recursos.
- e) Búsqueda de elementos que permitan estructurar y fundamentar estrategias para enfrentar la solución de los problemas y necesidades detectados.

Segunda fase: la programación

Está principalmente orientada hacia la realización de las siguientes actividades: formulación de objetivos, selección de prioridades, asignación de recursos e instrumentos, señalamiento de tiempos, definición de metas, elaboración de calendarios, entre otras pero, en realidad, las tareas más integradoras de la programación son la formulación de planes, programas (*que le da el nombre*) y proyectos, así como el establecimiento de políticas para la asignación de recursos y la formulación de programas presupuestales, por lo que la programación va más allá de la simple calendarización y distribución de actividades en el tiempo, como algunas veces se piensa.

Además, se hace necesario advertir que, de muchas maneras, la programación se desarrolla como un proceso simultáneo a las fases de discusión-decisión y de formulación y selección de alternativas, lo que justifica su denominación de fase y no de etapa.

La naturaleza misma de los campos de acción de estas tres fases fundamenta la necesidad de realizarlas en procesos que no sean simplemente paralelos, sino que se articulen de manera convergente.

Tercera fase: discusión-decisión

Esta fase presupone la interacción y comunicación entre los grupos técnicos de planificación y de administración responsables de la operación de los servicios, los diferentes niveles de autoridad política y los representantes de los sectores que resultarán beneficiados o afectados con la instrumentación de planes, programas y proyectos. Si los grupos técnicos de la planificación no se comunican con los de la administración, el éxito de los planes, programas y proyectos se verá afectado negativamente, desde el comienzo.

La historia de la planeación moderna ha recogido, como experiencia saludable, la necesidad de la participación y de entender el proceso de planeación como una responsabilidad que, por naturaleza peculiar, requiere ser ampliamente compartida.

Muchos planes, programas y proyectos, elaborados por técnicos y expertos en sus laboratorios, no lograron instrumentarse y pasaron directamente a engrosar los archivos documentales de las instituciones, porque a los políticos finalmente no les interesaron, y los administrados no lograron entenderlos. Otras veces lograron ser aceptados y se decidió instrumentarlos, pero carecieron de previsiones adecuadas de logística para llevarlos a cabo, por lo que, en algunos casos, los administradores no pudieron traducirlos en términos operativos, y en otros, no lograron conseguir los recursos necesarios para su realización.

Cuarta fase: formulación y selección de alternativas

Los problemas no suelen tener sólo una solución, sino que pueden varias o múltiples soluciones alternativas, con ventajas y desventajas relativas, tanto respecto a su viabilidad como en cuanto a su niveles de eficiencia y eficacia para resolver esos problemas.

Lamentablemente, esta situación suele ser generalmente ignorada por la autoridad política, que tiende a preferir soluciones simples, fáciles de manejar y generalizar

de manera controlada y centralizada. Contar con un buen diagnóstico no basta para encontrar la solución a un problema social o educativo, se requiere además de la aplicación del ingenio y de la creatividad para inventar nuevas soluciones, para descubrir formas de articular los recursos disponibles, de modo que contribuyan de manera eficaz y eficiente a la consecución de los objetivos y metas de planeación.

Las alternativas constituyen opciones de decisión sobre medios, cursos de acción y estrategias viables y oportunas que permiten lograr resultados equivalentes o de algún modo comparables, en la solución de problemas sociales o educativos relevantes.

Con frecuencia las alternativas tienden a buscar nuevos caminos o estrategias diferentes a los tradicionalmente adoptados para la solución de los problemas y la satisfacción de necesidades de los grupos humanos o de las instituciones. Para la evaluación y selección de una alternativa, existe la necesidad de tomar en cuenta sus antecedentes, contenido, condiciones de operación y estrategia.

Los antecedentes de una alternativa están relacionados con la naturaleza peculiar del problema o la necesidad en cuestión, con los recursos disponibles, con las oportunidades de desarrollo y con el sistema de valores. Esto, a su vez, supone la interacción entre promotores y presuntos beneficiarios, lo que naturalmente reclama el recurso a métodos convencionales y no convencionales, como en el caso de los procesos de participación. El contenido de una alternativa incluye un marco teórico y valoral de referencia, que le da orientación y sentido a las acciones, con el fin de que contribuyan de manera eficaz y oportuna al logro de sus objetivos de desarrollo, habida cuenta de las condiciones de operación (personal, recursos, infraestructura, entre otras).

La articulación del contenido con las condiciones de operación lo proporciona precisamente la estrategia, entendida como hilo conductor o vínculo –a veces invisible- que permite enlazar todos los medios y acciones dentro de determinadas condiciones de operación, para que contribuyan al logro eficaz y oportuno de los objetivos que se persiguen.

La estrategia, como anteriormente se ha comentado constituye el factor cualitativo más importante de la planeación. Un grupo puede contar con recursos adecuados y tiempo suficiente para resolver un problema; pero, si no emplea una estrategia apropiada, se puede anticipar que el problema no será resuelto en forma adecuada. Los criterios para la evaluación de una alternativa pueden ser: “*ex-ante*”, antes de su instrumentación (*relevancia, factibilidad, resultados esperados*), o bien, “*ex-post*”, después de su instrumentación (*eficiencia, eficacia, resultados no esperados e impactos*).

Para la formulación, evaluación y selección de alternativas existen métodos y modelos fundamentados en las teorías de decisiones a los que conviene recurrir para valorar mejor la importancia de las estrategias, que constituyen en el elemento central de una alternativa. **(Figura I).**

Quinta Fase: ejecución o instrumentación

Para que los medios, cursos de acción y estrategias no queden sólo en propósitos o escritos en un papel, se necesita establecer todo un conjunto de previsiones de instrumentación y logística que implican, entre otros, los siguientes elementos.

- a) Establecimiento de un flujo ágil de información y comunicación, con el fin de que cuantos participan en un plan, programa o proyecto se enteren oportunamente de la misión establecida y de los resultados u objetivos que se buscan, de los medios y estrategias para lograrlos y del tiempo en que se espera alcanzarlos (*metas*).
- b) Definición clara de funciones y distribución adecuada de responsabilidades, que fomente al máximo el trabajo en equipo, la participación, corresponsabilidad y solidaridad con la misión asumida pero que evite siempre duplicaciones innecesarias de esfuerzos y los antagonismos originados por discrepancias en gustos u opiniones.
- c) Especificación y acopio de recursos suficientes y oportunos, así como de otros elementos de logística que permitan la instrumentación adecuada de los medios, acciones y estrategias.

- d) Coordinación dinámica y eficaz que se centre en el logro de los objetivos y metas, garantice el seguimiento de las estrategias seleccionadas, fomente la colaboración y corresponsabilidad solidarias y evite cualquier tipo de burocratismo y autoritarismo, que generalmente redundan en detrimento de los niveles de eficacia y eficiencia en el trabajo.

- e) Establecimiento de procesos de seguimiento, supervisión y evaluación que retroalimenten la toma de decisiones y contribuyan a garantizar el logro de los objetivos y metas de los planes, programas y proyectos.

Sexta fase: evaluación, retroalimentación y control.

En la evolución de los paradigmas de la planeación moderna, la evaluación, que tradicionalmente había sido considerada como la última etapa o fase del proceso, ha venido a convertirse en el corazón o en el cerebro del proceso general de planeación. De hecho, la evaluación, de una manera u otra, se hace presente en todas las fases del proceso, aunque en algunas de ellas sea más visible que en otras, como en el diagnóstico, en la discusión-decisión y en la selección de alternativas. La evaluación permite verificar el estado que guarda un proceso o una actividad y estimar el nivel de logro de los objetivos y metas, mediante la aplicación de criterios e indicadores comúnmente aceptados y preferentemente anticipados, o por lo menos, explícitos.

PLANIFICACIÓN INSTITUCIONAL.

Estos aportes de la planeación, sus enfoques, que se han sucedido a nivel macro, han producido importantes consecuencias también en las propuestas de planeación a nivel de las instituciones escolares. Con el surgimiento de los enfoques tecnológicos del currículum se introduce en la práctica institucional la necesidad de planeación. La planeación en el ámbito de la escuela es un proceso para intervenir y transformar la realidad, no solo para analizarla o diagnosticarla. Es un proceso imbuido por una visión de futuro hacia el que se dirige el cambio, requiere de un modelo de planeación flexible, capaz de operar como una herramienta de cambio que facilite la unión entre el hacer y el pensar. Una institución que realiza su planeación de esta manera, adquiere

competencias de flexibilidad por ejemplo en el aspecto curricular. La flexibilidad es entonces, la capacidad para dar respuesta a las circunstancias cambiantes en un proceso de creación y ajuste permanente de planes .

Para realizar esa planeación de centro educativo se requiere:

- Diagnosticar
- Identificar problemas
- Identificar los objetivos
- Valorar los resultados a obtener
- Diseñar la planeación
- Ejecutar
- Realizar seguimiento y revisión de acciones
- Evaluar el impacto

Planificar es trabajar a partir de los problemas sentidos por la escuela ,es detectar sus causas, es trabajar desde el presente pensando en el futuro .Planear en forma estratégica significa reducir la brecha entre la escuela que tenemos y la que queremos (Matus, 1987), supone hacer un analisis y prevenciones estratégicas para detectar y aprovechar las oportunidades o, si es necesario, generar las condiciones de viabilidad que neutralicen las circunstancias adversas y hagan posible la transformación institucional .

Entendemos por proyecto educativo de centro un instrumento para la gestión que enumera y define la identidad del centro, formula objetivos que pretenden la estructura organizacional de la escuela . Es decir el proyecto escolar es el eje vertebrador y la referencia de la vida cotidiana del centro esducativo. Es importante señalar que para apuntalar esta forma de gestión ,se deben realizar tres preguntas centrales:

¿Quiénes somos y que pretendemos llegar a ser?

¿Cuál es la oferta educativa que proponemos?

¿Cómo nos organizamos y como vamos a funcionar?

Estos son los principios que deben sustentar el trabajo de un proyecto de centro, es una especie de declaración general de principios educativos, psicológicos, organizacionales que han de regir el funcionamiento de la institución, que reflejan su identidad y modo de ser .

La planificación institucional, con todo lo que pueda tener de perfectible, es un instrumento valioso que recupera:

- La propuesta pedagógica, explicitando el conjunto de contenidos, procedimientos, habilidades, actitudes, valores y experiencias que se ofertan a los alumnos .
- La creación de condiciones para una forma organizativa que permite la colaboración de todos los miembros de la institución, con el objetivo fundamental de mejorar la gestión con una actuación más cooperativa, desde una perspectiva global y coherente .
- La aplicación realista de las prescripciones educativas vigentes y de los principios pedagógicos ,partiendo del análisis de las necesidades educativas específicas de los alumnos de la escuela , y de la situación y características del entorno escolar .
- La obtención de rasgos de identidad ,apropiarse de la oferta educativa y hacer del proceso enseñanza aprendizaje una experiencia grata y formadora .

CUADRO 1

Pautas, lineamientos generales y disposiciones legales,,establecidas por la autoridad			
PROYECTO EDUCATIVO DE CENTRO	Rasgos de identidad	Quienes somos y como queremos ser como institución docente?	Define las notas características que la comunidad educativa,ha consecuentado en torno a valores, conductas y actitudes, y propone una tendencia o línea de mejoramiento.
	Formulacion de objetivos	Cual es la especificidad o peculiaridad de nuestra oferta educativa?	Establece el tipo de educación que se ofrece en elcentro.Explicita los principios más significativos y las ideas ejes de la propuesta educativa.
	Concreción de la estructura organizativa	Como nos organizamos y como vamos a funcionar?	Define la estructura organizada y el modo de funcionar de acuerdo con los lineamientos prescriptos por la autoridad educativa y lo acordado por la comunidad educativa .
ANALISIS DE LA COMUNIDAD CIRCUNDANTE EN DONDE FUNCIONA AL CENTRO Y DESARROLLAN SU VIDA LOS EDUCANDOS		Breve referencia a la historia del centro educativo y diagnostico sobre su situación actual	

Rasgos de identidad .-Es importante ir construyendo la identidad de la institución, y no se logra de una vez y para siempre ,es algo que se va haciendo ,¿Quienes somos? ¿Qué queremos llegar a ser? ¿Qué pretendemos de cara al futuro?

Cada institución tiene que perfilar su identidad, cuáles son las características que lo hacen único, porque encontramos dos esculeas juntas que apenas las separa un muro y una de ellas tiene demanda, toda la comunidad le da su reconocimiento , y es porque tiene claridad en lo que ofrece a la población, tiene estilo propio. Esta identidad se va perfilando con la base en valores, principios, de una manera democrática y

Participativa, a través del diálogo que busca consenso y confluencia en diversos puntos de vista que inciden en la organización y funcionamiento de una institución educativa.

Formulación de objetivos. ¿Cuáles son los propósitos generales que nos proponemos y que resultados pretendemos alcanzar considerando los lineamientos de la política educativa, las características del contexto y las necesidades educativas que ha de satisfacer el centro educativo? ¿Qué actividades se han de realizar para alcanzar esos objetivos, contando con los recursos y medios de los que dispone el centro educativo? ¿Cómo traducirlos en las prácticas pedagógicas cotidianas?

Los objetivos que se propone la escuela depende de las finalidades de la educación explicitadas en el proyecto escolar, y estas no sólo son pedagógicas, sino dan cuenta de posturas filosóficas, políticas que derivan en consecuencias pedagógicas .

Para el logro de objetivos y metas de la institución, se deben considerar la organización, ordenamiento y coordinación en el tiempo y en el espacio de todas las actividades que hay que realizar :

- Clasificación de actividades por orden de importancia
- Agrupación de actividades en los diferentes servicios de la institución
- Asignación de actividades a personas determinadas , asignando a los responsables .
- Indicación de la cantidad y calidad de los insumos necesarios (recursos humanos, servicios, equipos infraestructurales, etc..)para realizar las actividades .
- Programación de actividades, señalando inicio y termino de cada una de ellas , señalando su importancia, simultaneidad, etc...

Concreción de la estructura organizativa.

¿Cómo organizar y gestionar una institución?

Tenemos que considerar dos niveles:

- 1) Lo prescriptivo, es decir las disposiciones que regulan la organización y funcionamiento de las instituciones educativas . Esto sin duda nos lleva a realizar un análisis de los documentos que sustentan una escuela pública entre los más importantes : la Constitución Política en sus artículos 3º, 31, la Ley General de Educación, Programa Educativo Nacional 200-2006, los lineamientos a través de circulares , etc.
- 2) La gestión acordada por la comunidad educativa, que tiene que ir en congruencia con lo planteado en la Identidad, en la oferta educativa que hace la escuela , habrá que crear estructuras organizativas diferentes, no tan burocráticas . La gestión se abocará a privilegiar lo educativo, es decir , que los alumnos aprendan mejor y que los maestros enseñen mejor .
- 3)

Lo organizativo administrativo tendrá su lugar como un marco referencial que combine lo sistemático y la administración por los objetivos .

La administración por objetivos es un proceso por el cual todos los integrantes de una organización defienden las áreas de responsabilidad de cada uno en términos de resultados esperados. Peter Drucker (1954). Es además una filosofía participativa, orientada al logro de los resultados . Como proceso, la administración por objetivos sólo considera que cosas se hacen , sino también cómo se hacen. Este proceso tiene una estructura que combina con la elaboración del proyecto de una escuela .

- Determinación de metas y objetivos .
- Elaboración de un plan de acción.
- Mecanismos de autodirección y autocontrol.
- Revisiones periódicas del proceso y autoevaluación.

La aplicación del enfoque sistemático, parte de supuesto de que esta administración tiene características similares a cualquier sistema creado por el hombre y que, como todo otro sistema, está condicionado por sistemas más amplios que la engloban.

Se caracteriza por dos aspectos: enfatiza el análisis del sistema total, en vez de detenerse en las partes o componentes, es decir, desde el todo o totalidad aborda el análisis de las partes, pero desarrollando la capacidad de ver tanto el todo como sus partes y las relaciones recíprocas. Y segundo porque se esfuerza por conseguir la eficiencia del sistema total, más que por mejorar la eficiencia de las partes sin tener en cuenta la interdependencia e interconexión de cada una de las partes que se relacionan entre sí y con la totalidad de la que forma parte. En el ámbito educativo lo sustancial es plantearlo en términos globales, considerando la interrelación entre sus partes y a partir de ello, seguir estrategias que aunque resuelvan problemas parciales, estén vinculadas articuladas y secuenciadas con la globalidad del sistema educativo.

La gestión administrativa en la educación tiene que ser eficaz, planteando problemas reales, confiando en los miembros de la institución, propiciando trabajando en equipo, sustituyendo el control rígido de las actividades por un monitoreo de los resultados, es decir por la consecución de objetivos y resultados.

Qué no es y qué debería ser el proyecto educativo de una institución.

Qué no es y qué debería ser el proyecto escolar de un centro

NO ES	DEBERÍA DE SER
<ul style="list-style-type: none"> -Un conjunto utópico de ilusiones profesionales . -un documento generico basado en los principios esenciales de la Pedagogía , Psicología .Organización escolar ...para poder aplicarse a cualquier centro de características similares. -Un preciso documento de despacho elaborado con todo tipo de recursos técnicos ,impecablemente formulado para impresionar a la inspección u otras visitas . -Un documento confeccionado por el equipo directivo. -Una cosa acabada e inamovible ,para conseguir una escala cada vez mas orientada y definida en la línea propugnada por el propio proyecto educativo. -Un documento que complica el trabajo,supone en perdida de tiempo y limita la libertad del docente . -Un reglamento de funciones y organigramas para garantizar las responsabilidades y relaciones interpersonales . -Un modo de estar al día. -Una colección de objetivos copiada de los libros especializados y adaptados al centro . 	<ul style="list-style-type: none"> -Un conjunto de inquietudes y aspiraciones basadas en la realidad y factibles a corto o largo plazo. -Un documento singular ,propio y específico para cada centro ,aunque pueda existir más de un centro que posea proyectos semejantes . -Una especificación mejor o peor elaborada técnicamente ,con intención de ser llevada a la práctica . -Un documento en el que participan los sectores fundamentales de la comunidad educativa-padres ,alumnos y profesores , que deba ser aprobado por el consejo escolar . -un proposito de permanencia, pero dentro de la movilidad de los paradigmas sociales y educativos que lo orientan en una determinada dirección y sentido . -Un documento que ayuda a establecer prioridades, evita divagaciones inútiles y ajusta la libertad del docente a la del resto de los miembros de la colectividad .Debe ser un instrumento de cohesión , reflejo de inquietudes de la comunidad y capaz de coordinar las diversas,tendencias individuales . -Un conjunto de objetivos o fines para que sean alcanzados por los alumnos ,enmarcados en el tipo de escuela que se define . -Una responsabilidad ante el complejo fenómeno educativo y una manera de comprometerse y cooperar activamente en los logros educativos . -Unos objetivos elaborados por la comunidad educativa que considera los valores dominantes en el entorno y los convierte en categorías educativas y guías de formación del alumnado.

Planeación Didáctica.

Es el nivel donde se realiza ,efectivamente el proyecto educativo, todas aquellas prácticas innovadoras que sustentan al proyecto de centro .

La planeación didáctica es el instrumento con el cual los docentes organizan su práctica educativa articulando, contenidos ,actividades, opciones metodológicas, estrategias, utilización de textos, materiales didácticos, formas de evaluar, etc. Toda esta organización y articulación en la planeación y programación la genera el maestro para dar respuesta a las necesidades que manifiestan los alumnos .

El maestro realiza una tarea compleja, ya que la planeación conlleva una serie de elementos que ha de considerar, además de las pedagógicas, las disposiciones legales en cuenta al sistema educativo nacional, que tendrá que ajustarse a la normatividad vigente.

Por lo anterior es importante significar las tareas de los docentes en la planeación didáctica:

- Análisis, selección y organización de los contenidos. (Plan y programas de la SEP)
- Preparación de las actividades de enseñanza – aprendizaje.
- Las opciones metodológicas y estrategias educativas.
- La secuencia de contenidos y actividades.
- La selección de materiales y textos a utilizar.
- Recursos didácticos.
- Actividades de recapitulación o síntesis.
- Criterios de evaluación.

El trabajo del Laboratorio de Matemáticas da respuesta a las problemáticas de un centro educativo, en este caso la Secundaria Técnica No. 59 “José Vasconcelos” y bien podría considerarse un proyecto innovador del centro educativo, sin embargo el

trabajo en este momento, lo ubicamos más en la planeación a nivel micro donde el docente emprende la tarea de planear el trabajo en la aule, considerando una serie de pasos y actividades concretas y precisas que vertebran el conjunto de contenidos a enseñar.

Es en esta investigación donde uno de los contenidos temáticos que más dificultades presenta dentro del currículo de la escuela secundaria, es la enseñanza de las Matemáticas, se ve fortalecida con ideas innovadoras a partir de concebir un laboratorio, donde se establece un claro marco teórico que apunta la presentación mental a través de todo un proceso fundamental en la instrucción, constituido por diversas fases que integran el aprendizaje.

La hipótesis que se sustenta es hacer de las Matemáticas una tarea eminentemente práctica, apoyada por un marco teórico, es decir, la posición pedagógica que fundamenta el hacer cotidiano, y que da resultado en el proceso de aprendizaje. Ya se mencionó en capítulos anteriores, que este trabajo de investigación es sostenido por las teorías de Jerome Bruner, en particular por los conceptos básicos de los modos de representación y de Roberto Gagné y sus principios básicos del aprendizaje.

Es importante señalar que cada fase de aprendizaje, se ve reflejada en la forma de construcción de cada práctica, es decir, al final de éstas, se presenta una tabla denominada de Gagné, donde se especifica el número de prácticas y en que momento del desarrollo de la misma se van ubicando las diferentes fases. Ejemplo: Práctica 1, Trinomio Cuadrado Perfecto, ubicamos la fase de motivación en los renglones 5,6,7, donde se encuentra redactado la forma en que el docente motiva a los alumnos para la realización de la práctica. Así sucesivamente encontraremos la fase de aprehensión en los renglones 14-28; la fase de adquisición en los renglones 29-37, fase de retención en los renglones 48-52 y 53-68, etc.

Las 20 prácticas presentan en la tabla de Gagné el análisis de las fases del acto del aprendizaje y los procesos asociados con ellas, (expectativa, atención, percepción. Acumulación en la memoria, transferencias, etc.)

Este proyecto esta pensado para llevarse a cabo en una primera etapa con opción a que en el futuro se aplique a las diferentes Escuelas Secundarias Tecnicas *que constituyen la zona de Ecatepec de Morelos, estado de México*. Previamente a la aplicación de las prácticas matemáticas, se capacitará a los profesores que laboran dentro de la institución (*piloteo*). El curso básicamente se constituirá de cuatro fases cada una de ellas tendrá una duración de ocho horas desglosadas de la siguiente forma:

- Contenidos programáticos de las prácticas.
- Tiempos para la ejecución de las prácticas.
- Evaluación de las prácticas.
- Entrega de las prácticas a los alumnos.

Cada práctica será registrada y evaluada por el profesor responsable del grupo, además será el encargado de regresar la práctica ya calificada en la próxima sesión. El alumno antes de realizar la práctica tendrá la oportunidad de recibir un conocimiento teórico que le permita ejecutar con éxito la actividad correspondiente. Las actividades se desarrollarán en un primer momento a los alumnos de tercer grado de secundaria. Las prácticas de matemáticas están estructuradas para que el alumno utilice material didáctico como: papel, tijeras, dados, monedas, hilo, plastilina, imanes, dados, juego geométrico entre otros, lo cual permitirá que tenga la oportunidad de manipular los objetos que le lleven a redescubrir el conocimiento.

En este proyecto se abordarán aspectos que conlleven a la creación de un lugar donde los estudiantes sean capaces de descubrir y verificar su propio conocimiento.

Las matemáticas tienen un carácter primordial en el educando ya que a través de ellas el alumno adquiere habilidades y destrezas para resolver problemas que le permitan entender mejor su entorno social.

Enfáticamente señalamos, que Bruner habla de un aprendizaje por descubrimiento, aprender por descubrimiento no quiere decir descubrir algo totalmente nuevo hasta ahora, quiere decir descubrir algo por sí mismo.

La práctica de descubrir por sí mismo le enseña al sujeto a adquirir una información que resulta más útil para la solución de problemas. Bruner, concibe al individuo como un ser activo dedicado a la construcción de un mundo mediante la búsqueda y selección de los estímulos a los que responde. Como ya se ha mencionado, para Bruner existen tres modos de representar al mundo: 1) *El modo de acción, que consta de las acciones que se ejecutan sobre el mundo.* 2) *El modo icónico, que es la representación por medio de imágenes.* 3) *Y el modo simbólico, que representa al mundo por medio de símbolos, en particular el lenguaje.* Estos modos se desarrollan en el mismo orden en las que se han enumerado.

Por otro lado Roberto M. Gagné sintetiza el aprendizaje en ocho etapas.

1. *Fase de motivación*
2. *Fase de aprehensión*
3. *Fase de adquisición*
4. *Fase de retención*
5. *Fase de recuerdo o evocación*
6. *Fase de generalización*
7. *Fase de desempeño*
8. *Fase de retroalimentación*

El laboratorio de matemáticas esta sujeto a una planeación entendiéndose ésta como la toma anticipada de decisiones, apoyándose en una planeación bimestral ya que en la actualidad el ciclo escolar se divide en cinco bimestres lo que permitirá sacar conclusiones sobre el avance de las prácticas. De los resultados que se tengan con la implementación de las prácticas expuestas en este trabajo. Así mismo y a través de la planeación que se elabore durante el ciclo escolar, podremos analizar las mejoras o

errores que se vayan obteniendo en el desarrollo de cada práctica que se realiza. Es importante señalar que las prácticas matemáticas son un reforzamiento de conocimientos prácticos que ayudara al educando a redescubrir su propio conocimiento.

La manera más fácil es primero diseñar un plan anual que nos permita tener un panorama integral de los contenidos que se van a enseñar durante el curso escolar. Una vez establecido el plan anual se hará un plan bimestral ya que cada bimestre se entregara una evaluación de los educandos. Debe quedar patente, no sólo la totalidad de los contenidos que queremos enseñar , sino también la división de las unidades programáticas y unidades didácticas que componen a las anteriores, así como los cortes correspondientes a los períodos de calificación.

Es indispensable contemplar los tiempos durante los que se va a desarrollar cada parte del programa, el número del programa y el número de sesiones correspondiente . Para el desarrollo de cada contenido programático correspondiente a cada practica.

PLAN DE TERCER AÑO

PRIMER BIMESTRE	SEGUNDO BIMESTRE	TERCER BIMESTRE
Contenido	Contenido	Contenido
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
Fecha de inicio:-----	Fecha de inicio:-----	Fecha de inicio:-----
Fecha de termino:-----	Fecha de termino:-----	Fecha de termino:-----
Número de practicas: -----	Número de practicas: -----	Número de practicas: -----

El quehacer educativo, es una labor de constantes cambios y desafiantes retos, sobre todo cuando se habla de las ciencias matemáticas, área que a través, de los años ha tenido y sigue teniendo, grandes obstáculos para su aprendizaje, apropiarse de un conocimiento matemático no es cosa sencilla, sin embargo hoy en día se han planteado

diferentes formas de resolver el problema, de cómo aprender y como enseñar las matemáticas. Entre las que podemos citar:

- a) **La asesoría** de alumnos en forma personalizada: es un aspecto muy atractivo y que quizás brinde buenos resultados.
- b) **Libros de texto:** los libros de texto que durante mucho tiempo se han editado son de corte, operacional y de planteamientos de problemas, aquí es importante señalar, que durante el ciclo escolar 2004-2005 los libros presentan una forma más atractiva el planteamiento de problemas, pero aún así, se requiere de creatividad y hacer de las matemáticas la aplicación a la vida diaria.
- c) **Turnos mixtos:** en tiempos pasados y en algunas escuelas de nuestro Subsistema (S.E.P.), nivel básico ha planteado la necesidad de crear turnos mixtos para un mismo alumno, es decir acudir a la escuela en la mañana a tomar sus clases normales respectivas y por la tarde efectuar actividades prácticas que le permita complementar, su conocimiento teórico
- d) **Grupos reducidos:** actualmente la mayoría de los grupos, en escuelas publicas de nivel básico son del orden de 50 alumnos y en algunos casos mayor de 50, lo que dificulta la enseñanza de las matemáticas, La sugerencia para elevar la calidad de la enseñanza es disminuir el número de alumno por grupo.
- e) **Prácticas matemáticas:** una alternativa que quizás no sea la solución total al rezago de las matemáticas, pero que ayudará en mucho al aprendizaje de las mismas.

Las prácticas matemáticas se proponen como una alternativa de solución, que cubre prácticamente con la totalidad de los aspectos citados con anterioridad lo que hace de esta propuesta una alternativa, que podría ayudar a dar solución al rezago que se tienen hasta nuestro días. Algunas de las dificultades que se pueden solucionar son :

- *La falta de interés por el estudiante.*
- *La falta de comprensión en algunas tareas de alto grado de dificultad.*
- *El temor a resolver problemas de corte cotidiano, entre otros.*

¿Cómo se irá corrigiendo la práctica?, dependiendo de los resultados arrojados durante la implementación de las prácticas, será como se vayan modificando estas. Si de 50 alumnos pasan 40 de ellos entonces se aprobará dicha actividad pero si por el contrario si el número de aprobados es menor de la mitad, entonces se plantearán alternativas de solución, para corregir la práctica. Es importante señalar que previamente a la implantación de las prácticas matemáticas el profesor ya discutió con su academia e hizo los correctivos pertinentes a cada una de ellas logrando con esto que el alumno tenga el menor grado de dificultad para la elaboración de su actividad, las prácticas serán evaluadas a su término por el profesor responsable del grupo y los resultados obtenidos, durante la aplicación de las diferentes actividades darán la pauta para que el profesor planee estrategias de solución en la elaboración del material que se está empleando.

Cabe señalar que cada dos meses la academia de matemáticas de la escuela, se reunirá para discutir la problemática de la aplicación de las prácticas, si es que la hubiera; si no es así, se continuará con la implantación de las siguientes prácticas y así sucesivamente hasta finalizar el total del material elaborado para ese año; al final del ciclo escolar se hará una nueva evaluación de las prácticas hechas por los profesores que integran la academia de matemáticas, que determinarán que prácticas continuarán para el próximo ciclo escolar y cuáles se corregirán para tener un mejor resultado.

Es evidente, que la enseñanza de las matemáticas no puede permanecer rezagada y que constantemente tiene que irse renovando esto quiere decir, que las prácticas matemáticas también tendrán que irse renovando conforme vaya pasando el tiempo. Un aspecto que no se puede pasar por alto son los materiales utilizados en las prácticas. La mayoría de los materiales utilizados son de uso cotidiano como tijeras, papel, plastilina, juego geométrico, dados, imanes, hilos, entre otros. Esto quiere decir

que no habrá, ninguna dificultad para conseguir los materiales o bien que los materiales sean demasiado caros.

Cuando en alguna práctica se tuviese que utilizar, algún material difícil de conseguir o bien que sea demasiado caro, el profesor responsable del grupo llevara el material que le proporcionará al alumno, la elaboración de las prácticas matemáticas, tendrán un precio muy accesible al alumno; ya que cada copia costará entre \$1.00 o 2.00, cuando más por práctica.

Las prácticas matemáticas están diseñadas de tal manera que en ellas estén contemplados todos los temas que se abordan durante el año escolar; estos ejes temáticos son: la aritmética, el álgebra, geometría plana, trigonometría, la estadística y la presentación y tratamiento de la información.

Las matemáticas hoy en día no es una herramienta exclusiva de un grupo minoritario de personas, tampoco son exclusivas de los matemáticos. Es un área que involucra directa o indirectamente a otras áreas del conocimiento como la física, la química, la geografía e inclusive es una herramienta primordial para entender la problemática que se presenta en los diferentes talleres con los que cuenta una escuela como por ejemplo el taller de electricidad, computación, carpintería, electrónica, dibujo industrial entre otros. Hoy se pretende involucrar al niño en el campo de los números a través de prácticas que le permitan apropiarse de un mejor conocimiento, en su entorno social, y que a través de redescubrir su conocimiento se dé cuenta que su grado de dificultad puede hacerse más ecuánime por medio de su interacción con modelos matemáticos que ayuden a mejorar su nivel académico.

Las matemáticas no es un área que se aprenda únicamente a través de la memorización o mecanización de conceptos, sino que es una ciencia que requiere necesariamente de la práctica, y del constante reforzamiento del aprendizaje.

5. PRÁCTICAS

Desarrollo de las prácticas matemáticas.

Las prácticas matemáticas, están conformadas por un número de veinte, estructuradas de la siguiente manera.

- 1) Trinomio Cuadrado Perfecto.
- 2) Diferencia de Cuadrados.
- 3) Completar el Trinomio Cuadrado Perfecto.
- 4) Clasificación de las Ecuaciones de 2° grado.
- 5) Demostración de la Suma de los Ángulos Internos de un Triángulo.
- 6) Demostración de un Ángulo Exterior de un Triángulo.
- 7) Teorema de Pitágoras.
- 8) Diagonales de un Polígono.
- 9) Ángulos Internos de un Paralelogramo.
- 10) Propiedades de los Paralelogramos.
- 11) Ángulo central.
- 12) Ángulo inscrito.
- 13) Teorema de Pitágoras por Semejanza.
- 14) Media Proporcional.
- 15) Cuarta Proporcional.
- 16) Función Seno en el Círculo Unitario.
- 17) Función Coseno en el Círculo Unitario.
- 18) Polígonos de Frecuencia.
- 19) Propiedades de los Triángulos.
- 20) Función Tangente en el Círculo Unitario

La secuencia que se presenta en la elaboración de las prácticas, es que los planes y programas de estudio de nivel medio básico tienen como ejes rectores en tercer grado de secundaria. Sin embargo el orden puede modificarse por el profesor según crea conveniente.

Cabe aclarar que en cada una de las prácticas se hará acompañar previamente por conceptos teóricos que el profesor dará a los estudiantes. El tiempo estimado para cada tema dependerá del grado de dificultad de la práctica que se este efectuando.

Es importante señalar que las prácticas están estructuradas de tal manera que el maestro tenga la oportunidad de abarcar los cinco ejes temáticos básicos en este nivel como lo son:

La aritmética, el álgebra, geometría, presentación y tratamiento de la información y nociones de probabilidad.

Práctica Número 1

Trinomio Cuadrado Perfecto

1 El maestro dispondrá del suficiente número de materiales, correspondiente a Trinomios
2 Cuadrados Perfectos, y tendrá la oportunidad de mostrar a los alumnos en el pizarrón
3 algunas de estas de figuras de diferentes tamaños con forma de cuadrados y rectángulos,
4 (hechas de cartón y sostenidas con imanes).

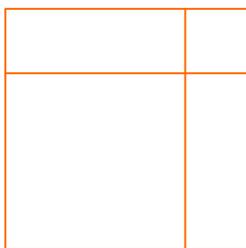
5 Pedirá a los alumnos que se agrupen por equipos y cada equipo de alumnos tendrá la
6 oportunidad de escoger del pizarrón el material que corresponde a un Trinomio Cuadrado
7 Perfecto.

8 Una vez hecho esto el profesor le pedirá a cada equipo de alumnos que midan con una
9 regla graduada los lados de los cuadros y los lados del rectángulo y que una vez hecho
10 esto procedan a calcular el área de cada figura.

11 Les pedirá a los alumnos, que pase un alumno por equipo a colocar el resultado de las
12 superficies del cuadro y del rectángulo, para que el grupo analice y verifique los
13 resultados obtenidos.

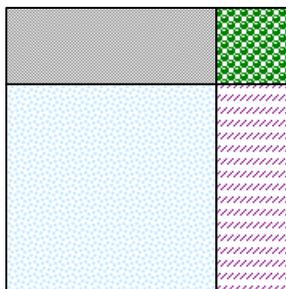
14 El profesor propone al grupo llevar a cabo las siguientes actividades:

15 a) Dibujar en el cuaderno un cuadrado que contengan los trazos que originen una
16 figura como el que se muestra en la hoja de rotafolio postrada en el tripie. (Figura
17 previamente hecha por el profesor).



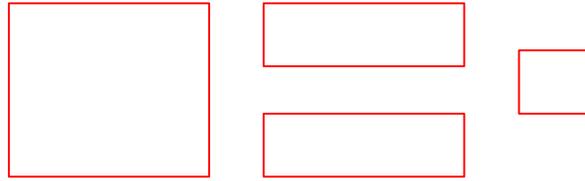
18 b) Las medidas de las figuras mostradas serán arbitrarias siempre y cuando el alumno
19 forme en el interior del cuadro dos rectángulos iguales y dos cuadros de diferente
20 tamaño.

21 c) Se les pedirá a los educandos que iluminen de un color el cuadro mayor, de otro
22 color diferente el cuadro menor y de un color distinto a los dos anteriores los dos
23 rectángulos iguales.



24

d) Se recortan las cuatro figuras que se encuentran en el interior del cuadro original.

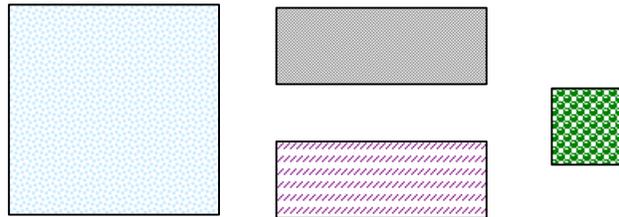


25

e) Una vez recortadas las cuatro figuras se pegaran en su cuaderno de trabajo. Sugiriéndole que primero pegue el cuadro mayor, luego los dos rectángulos y finalmente el cuadro menor.

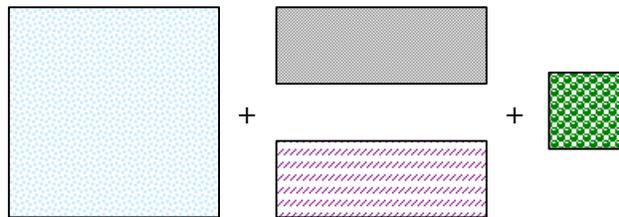
26

27



28

f) Se pondrá entre cada figura el signo (+) que indica suma.



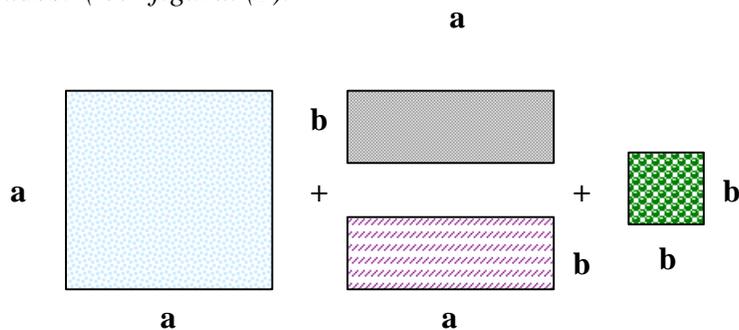
29

g) Se le indicara al alumno que asigne a los lados del cuadro mayor, cualquier literal (por ejemplo, a) a los lados del cuadro menor otra literal diferente a la del cuadro mayor (por ejemplo, b) y a los rectángulos se les hará corresponder las literales de los cuadrados. (ver figura. (1).

30

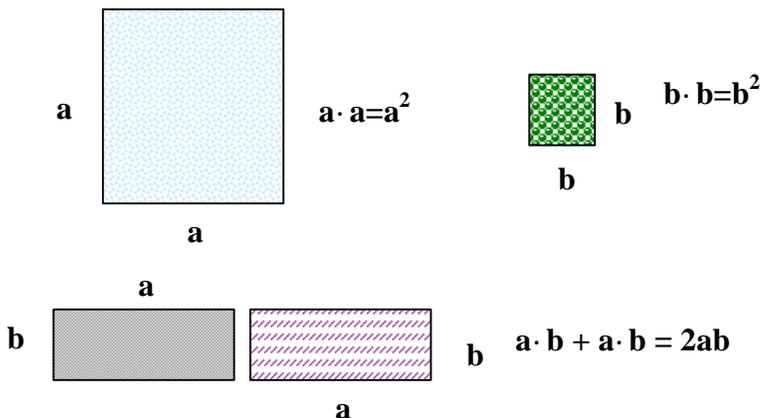
31

32



33
34

- h) Se calculará el área de cada figura utilizando la formula respectiva para el área del cuadro y área del rectángulo.



35
36
37

- i) Se sumarán los términos semejantes y se ordenará la expresión de mayor a menor exponente, respetando el orden alfabético. (en nuestro ejemplos será la a).

$$a^2 + 2ab + b^2$$

38
39

- j) El profesor se dirigirá a los alumnos formulando 7 preguntas, las cuales le permitirán verificar aspectos básicos del T.C.P.

40
41
42
43
44
45
46
47

1. ¿Cuántos términos tiene el resultado? **R : 3**
2. En consecuencia, ¿ qué nombre recibe? **R: Trinomio.**
3. ¿El orden del trinomio es el correcto? **R : sí**
4. ¿Por qué ? **R : porque esta ordenado en forma alfabética y de mayor a menor por potencia relativa .**
5. ¿Tienen raíz cuadrada exacta el 1º y el 3º de los términos? **R : sí**
6. ¿Cuál figura dio origen a este trinomio ? **R : Un cuadrado.**
7. ¿Qué nombre recibe el resultado obtenido ? **R : Trinomio cuadrado perfecto.**

48
49

- k) EL profesor presenta una serie de trinomios cuadrados perfectos, a manera de ejemplos, para reforzar el conocimiento adquirido con anterioridad :

50
51
52

- $x^2 + 2xy + y^2$
- $c^2 + d^2 + 2cd$
- $n^2 + 2mn + m^2$

53
54
55
56
57
58
59
60
61

- l) El maestro después de haber escrito en el pizarrón los ejemplos, les hará las siguientes indicaciones :
- ◆ Identificar si los tres ejemplos son T.C.P.
 - ◆ Explicará el porque son T.C.P., es decir porque uno de los términos corresponde al doble del producto de las raíces de los otros dos.
- m) Ahora el profesor se dispone a concluir algunos aspectos para la identificación de un T.C.P., para ello fomenta la participación de los alumnos.
- n) El profesor hace la primera pregunta :
- 1) ¿Cuántos términos debe tener un T.C.P.? **R : 3**

62
63

2) ¿Cómo deben ordenarse los 3 términos? **R : En forma alfabética respetando el exponente de cada literal.**

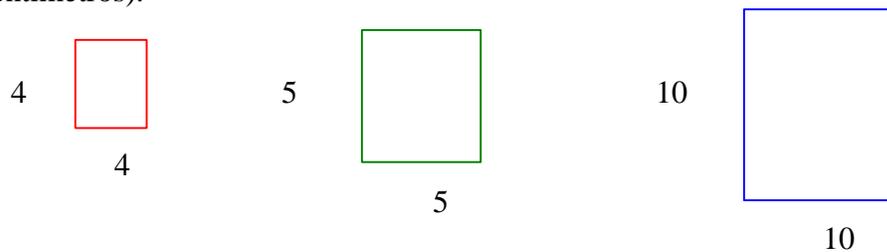
64
65
66
67
68

3) Qué condiciones deben tener, el 1° y el 3° de los términos ? **R : Deben tener raíz cuadrada.**

4) El coeficiente del 2° término, tiene algo que ver con las raíces del 1° y 3° término. **R : sí, porque debe ser el doble de la raíz cuadrada del 1° y 3° términos.**

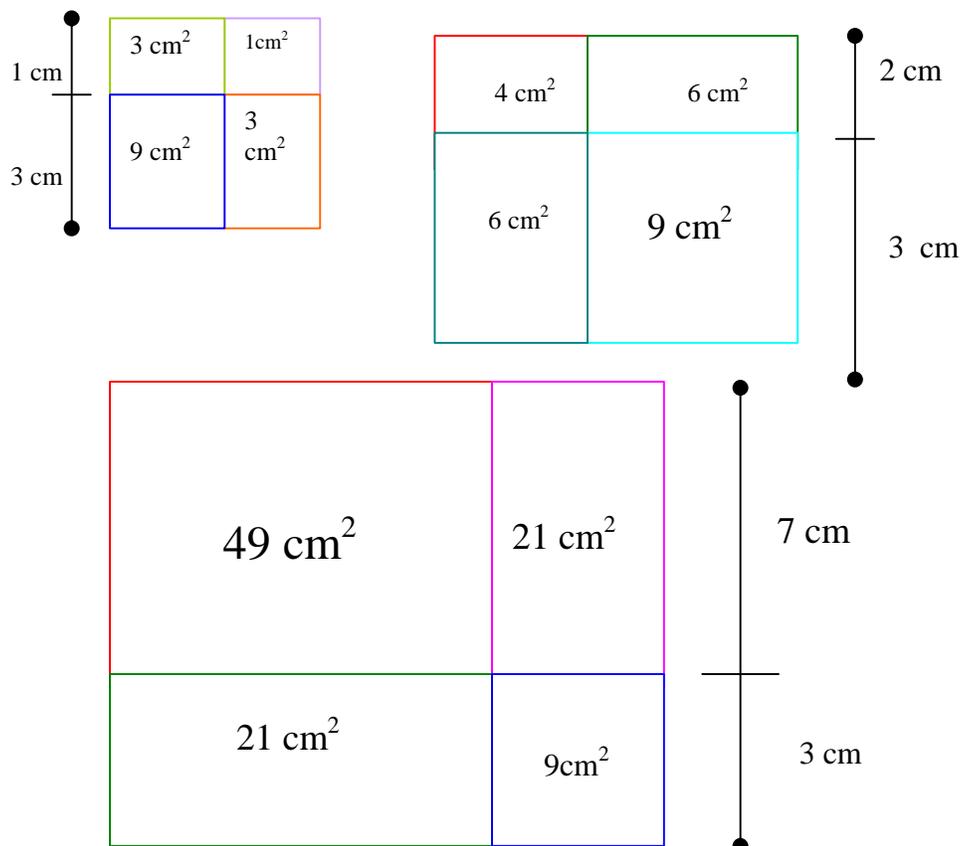
69
70
71
72

Ahora el profesor les indica a los educandos que formen al menos tres cuadrados de la medida que los alumnos quieran (como por ejemplo que la medida del primer cuadrado sea de 4 centímetros, la del segundo cuadrado de 5 centímetros y la del tercer cuadrado de 10 centímetros).



73
74
75

Una vez dibujados los tres cuadrados con las medidas de 4, 5 y 10 centímetros respectivamente, el profesor les indica que tracen en el interior de cada cuadrado dos cuadrados de diferentes tamaños y dos rectángulos del mismo tamaño.



76 El profesor pasa a tres integrantes del grupo al pizarrón y les indica a cada uno que tracen
77 en el pizarrón los cuadrados indicados con anterioridad.

78 El primer alumno trazará el cuadrado de 4 centímetros por lado , el segundo el de 5
79 centímetros por lado y el tercero el de 10 centímetros por lado.

80 Una vez realizados los tres cuadrados con la medida antes mencionada el profesor
81 plantea las siguientes interrogantes al grupo con la finalidad de reafirmar el concepto
82 de Trinomio Cuadrado Perfecto.

83 1. ¿Cuánto mide el área del cuadrado mayor en el cuadrado de 4, 5 y 10 centímetros
84 por lado? **R: 9cm^2 , 9cm^2 y 49cm^2 .**

85 2. ¿Cuánto mide el área del cuadrado menor para el cuadrado de 4 centímetros por
86 lado, 5 centímetros por lado y diez centímetros por lado? **R: 1cm^2 , 4cm^2 , 9cm^2 .**

87 3. ¿Cuánto mide el área de los rectángulos iguales para el cuadrado de 4 centímetros
88 por lado, 5 centímetros por lado y diez centímetros por lado? **R: 3cm^2 , 6cm^2 , 21
89 cm^2 .**

90 El profesor se dirige al grupo y de una manera breve pregunta a los alumnos las
91 siguientes interrogantes:

92 1. ¿Para qué nos sirve conocer el área por separado de las cuatro figuras formadas
93 en el interior del cuadrado mayor? **R: Nos sirve para verificar que la suma de**
94 **sus partes de cuatro figuras geométricas en este caso dos cuadrados de**
95 **diferente tamaño y dos rectángulos de igual tamaño es igual que el todo; es**
96 **decir será igual al área del cuadrado original .**

97 2. ¿ Se podría formar el cuadrado original formado por cuatro piezas geométricas
98 dos cuadrados de diferentes tamaños y dos rectángulos iguales con solo tener la
99 medida de los dos cuadrados? **R: Si, ya que si se midiera gradualmente los**
100 **lados de los dos cuadrados se podría conocer la medida de los dos**
101 **rectángulos ya que la base del rectángulo es la medida de “a” que pertenece**
102 **al lado del cuadrado mayor y el ancho es la medida de “b” que pertenece a**
103 **la medida del cuadrado menor, ver la fig. (1).**

104 o) El Profesor dejará una tarea de casa de diez ejemplos.?

105 p) Los diez ejemplos los traerá el alumno al día siguiente del término del objetivo.
106 (identificar un T.C.P.)

107 q) Los ejercicios entregados en una hoja blanca por los alumnos serán calificados
108 por ellos mismos (se sugiere intercambiar cuadernos en orden de lista), para
109 retroalimentar el tema.

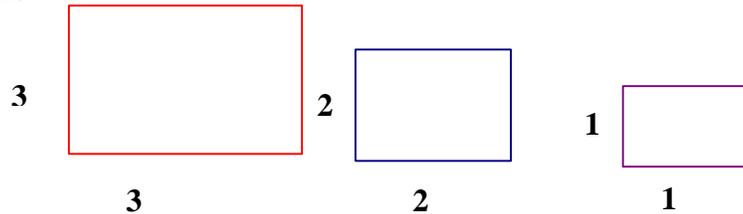
110 r) Los resultados obtenidos en dicha tarea serán registrados por el profesor en una
111 minuta de evaluación formativa de los alumnos. Las participaciones y tareas
112 bien elaboradas serán acumulativas para su evaluación final. (Al término del
bimestre).

113 **CONCLUSIÓN** : Siempre que un Trinomio tenga raíz cuadrada el primer y el
114 tercer término se les multiplique por dos y nos dé el término en alguna literal lineal,
115 será un Trinomio Cuadrado Perfecto.

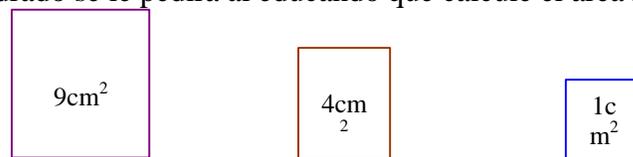
Práctica Número 2

Diferencia de Cuadrados

- 1 El profesor les solicita a sus alumnos que dibujen y recorten cuadrados de diferentes
2 tamaños en una hoja blanca (mínimo tres) y coloquen la medida del lado del cuadrado en
3 el interior del mismo.



- 4 Con la medida de cada cuadrado se le pedirá al educando que calcule el área respectiva.



- 5 Se le indica al estudiante que extraiga la raíz cuadrada de las áreas de cada cuadrado.

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{1} = 1$$

- 6 El profesor formula dos preguntas al grupo para reforzar la actividad anterior.

7 a) Al extraer la raíz cuadrada de la superficie de cada cuadrado se obtuvo **la medida de un**
8 **lado del cuadrado.**

9 b) Todo número que se multiplica por sí mismo tiene raíz cuadrada exacta? **R: si**

- 10 El profesor solicita al grupo que intercambien por filas los retazos de tela que cada alumno
11 trajo de su casa; retazos de tela en forma de cuadrados de diferentes tamaños (previamente
12 solicitados por el profesor).



- 13 Le solicita a los alumnos que verifiquen que los retazos de tela sean cuadrados.
14 Los alumnos que detecten irregularidades, es decir, que verifiquen que no sean cuadrados
15 tendrán que ajustar los retazos a cuadrados.
16 ■ El profesor solicita a los alumnos que marquen con un plumón cada lado del cuadrado,
17 asignándole una literal cualesquiera (Nota: para cada cuadrado será una literal
18 diferente) mínimo se efectuará para dos cuadrados. Se sugiere que sean las dos
19 primeras letras del abecedario a, b, ...etc.



20 Le solicita a los educandos que peguen los dos cuadrados en su cuaderno y calcule el área
 21 de cada una de ellas.



22 El profesor inmediatamente después de realizada esta actividad, reparte una hoja a cada
 23 alumno con la siguiente figura:

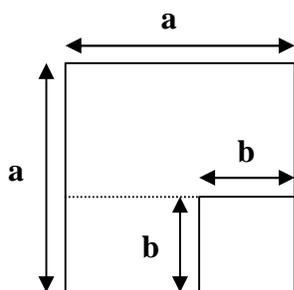


Fig. # 1

24 EL profesor les indica que recorten el cuadrado interno que tiene por lado literal b
 25 de la figura número (1).

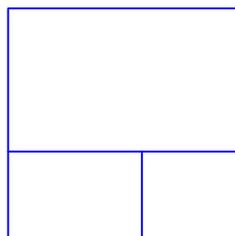


Figura # 2.

26 El profesor les indica a los alumnos que recorten por la línea punteada el rectángulo inferior
 27 de la figura # 1 y peguen esta parte recortada a la derecha de la parte superior de la figura
 28 número (1), como se muestra en la hoja de rotafolio mostrada por el profesor.

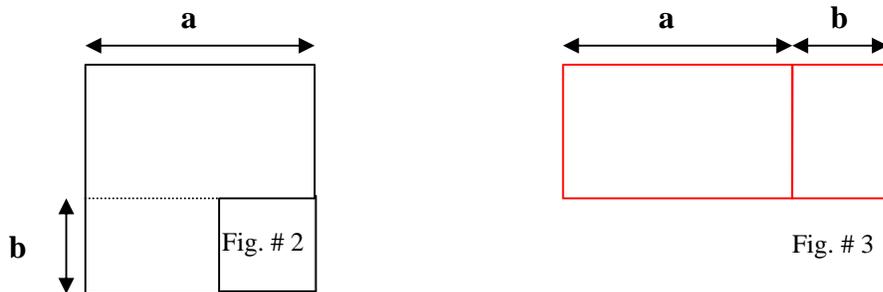


Fig. # 3

29 El profesor induce a los alumnos a obtener la diferencia de cuadrados formulando las
30 siguientes preguntas:

- 31 1) ¿ cuánto mide el lado mayor de la figura # 1? **R: a**
32 2) ¿ cuánto mide el lado del cuadrado sustraído del cuadrado mayor? **R: b**
33 3) ¿ cuánto mide el largo de la figura # 3? **R: a + b**
34 4) ¿ cuánto mide el ancho de la figura # 3? **R: a - b**
35 5) si multiplicamos el resultado obtenido en la pregunta tres y el resultado de la pregunta
36 número cuatro tendremos? **R: (a+ b) (a - b)**
37 6) ¿ cuál es el resultado obtenido de la multiplicación de (a + b) (a - b)? **R: a² - b²**

38 El profesor concluye que el resultado obtenido en la pregunta número seis se le llama
39 **DIFERENCIA DE CUADRADOS**

40 El profesor sugiere a los alumnos que se hagan en forma numérica y designa valores a las
41 literales a y b.

42 Donde : **a = 5 y b= 3**

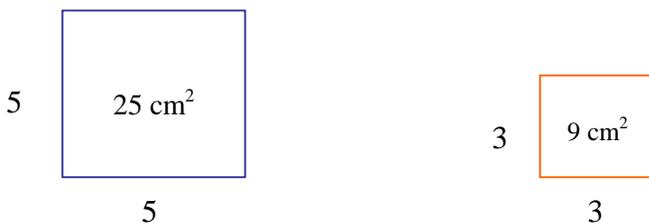
43 Les indica a los alumnos que repitan los pasos uno, dos, tres, cuatro y cinco anteriormente
44 mencionados , sustituyendo las literales por su valor (**a = 5 , b= 3**)

- 45 1. ¿ cuánto mide el lado mayor de la figura # 1? **R: 5**
46 2. ¿ cuánto mide el lado del cuadrado sustraído del cuadrado mayor? **R: 3**
47 3. ¿ cuánto mide el largo de la figura # 3? **R: 5 + 3 = 8**
48 4. ¿ cuánto mide el ancho de la figura # 3? **R: 5 - 3 = 2**
49 5. Si multiplicamos el resultado obtenido en la pregunta tres y el resultado de la cuarta
50 pregunta, obtendremos como resultado? **R: (8) (2) = 16**

51 El profesor muestra en el pizarrón un cuadrado de cinco por cinco centímetros y otro de tres
52 por tres centímetros.

53 Les pregunta al grupo lo siguiente ¿cuál es el área del cuadrado de lado cinco? **R: 25 cm²**
54 Lo mismo hace con el cuadrado que mide tres por tres centímetros de lado? **R: 9 cm²**

55 El profesor le indica a un alumno que pase al pizarrón y reste las áreas obtenidas
56 anteriormente:



57 **A = 25 cm² - 9 cm² = 16 cm²**

58 El alumno obtiene un área de 16 cm^2 , lo cual verifica el concepto de Diferencia de
59 cuadrados: es decir, si se tiene un cuadrado de área de 25 cm^2 y se le resta un área de 9 cm^2 ,
60 el área resultante será de 16 cm^2 .

61 El profesor lleva al grupo a una plenaria para reforzar el concepto de Diferencia de
62 Cuadrados.

63 Formula ante el grupo la siguiente pregunta:

64 ¿ Qué nombre recibe el resultado de multiplicar binomios conjugados? **R: Diferencia de**
65 **cuadrados.**

66 El profesor enlista en el pizarrón cinco ejemplos de diferencia de cuadrados y le solicita a
67 los alumnos que a partir de la diferencia de cuadrados obtengan binomios conjugados:

68 1) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

69 2) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

70 3) $y^2 - 1 = (y + 1)(y - 1)$

71 4) $4x^2 - 16 = (2x + 4)(2x - 4)$

72 5) $5^2 - 3^2 = (5 + 3)(5 - 3)$

73 Les solicita a los alumnos que se intercambien por parejas el cuaderno y califiquen la
74 actividad propuesta por el profesor. Pasa al pizarrón a cinco alumnos al azar para verificar
75 el concepto estudiado.

76 El profesor les indica a los alumnos que tracen en su cuaderno un cuadrado de con medidas
77 arbitrarias, como por ejemplo (un cuadrado que mida 10 centímetros por cada lado como el
78 que se muestra en la figura).

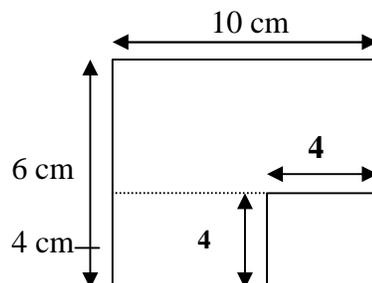


Figura # 2

79 Y les indica hacer lo mismo sólo con los datos: **a = 6 y b = 4**

80 Les indica a los alumnos que repitan los pasos uno, dos, tres, cuatro y cinco anteriormente
81 mencionados, sustituyendo las literales por su valor (**a = 6 , b = 4**)

82 1. ¿ cuánto mide el lado mayor de la figura # 1? **R: 6**

83 2. ¿ cuánto mide el lado del cuadrado sustraído del cuadrado mayor? **R: 4**

84 3. ¿ cuánto mide el largo de la figura # 3? **R: 6 + 4 = 10**

- 85 4. ¿ cuánto mide el ancho de la figura # 3? **R: 6 - 4 = 2**
 86 5. Si multiplicamos el resultado obtenido en la pregunta tres y el resultado de la cuarta
 87 pregunta, obtendremos como resultado? **R: (10) (2) = 20**

88 El profesor muestra en el pizarrón un cuadrado de seis por seis centímetros y otro de cuatro
 89 por cuatro centímetros.

- 90 Les pregunta al grupo lo siguiente ¿ cuál es el área del cuadrado de lado seis? **R: 36 cm²**
 91 Lo mismo hace con el cuadrado que mide cuatro por cuatro centímetros de lado
 92 **R: 16 cm²**

93 El profesor le indica a un alumno que pase al pizarrón y reste las áreas obtenidas
 94 anteriormente:



95 **A = 36 cm² - 16 cm² = 10 cm²**

96 Finalmente el profesor deja una tarea de diez ejemplos divididos de la siguiente forma; los
 97 primeros cinco serán binomios conjugados y buscarán la diferencia de cuadrados y en los
 98 cinco ejemplos restantes obtendrán binomios conjugados:

- 99 1) $(x + y)(x - y) =$
 100 2) $(x + 3)(x - 3) =$
 101 3) $(a + 4)(a - 4) =$
 102 4) $(y + 2)(y - 2) =$
 103 5) $(c + 5)(c - 5) =$
 104 6) $x^2 - y^2 =$
 105 7) $x^2 - 4 =$
 106 8) $a^2 - 9 =$
 107 9) $w^2 - 25 =$
 108 10) $x^2 - 1 =$

109 La tarea será entregada al día siguiente de terminada la práctica.

110 El profesor registra en la actividad realizada por los alumnos el cual le permitirá observar el
 111 avance del grupo, para poder delimitar estrategias futuras que le permita establecer nuevas
 112 estrategias de acción para mejorar el resultado de la práctica.

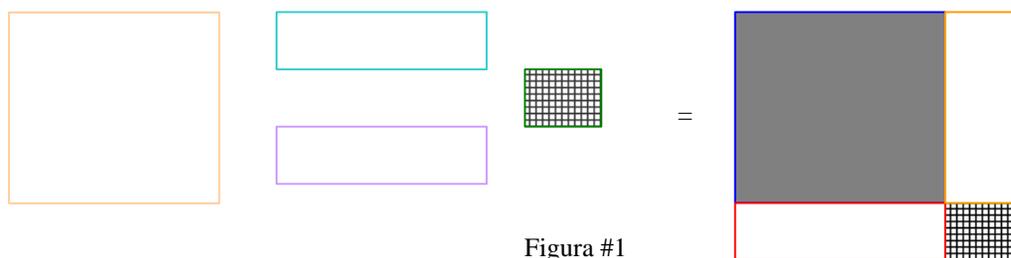
Práctica Número 3

Completar un Trinomio Cuadrado Perfecto

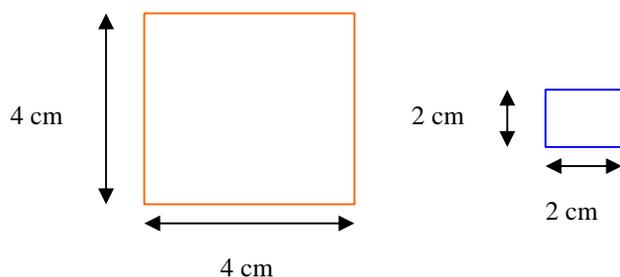
1 El profesor forma equipos de cinco personas cada uno y nombra a un representante de cada
2 equipo. Una vez nombrado el representante entrega a cada uno de ellos una bolsa de
3 plástico la cual contiene en su interior, cuadrados y rectángulos de diferentes tamaños
4 (figuras hechas de cartón).

5 A continuación les pide a sus alumnos que escriban las instrucciones que habrán de
6 realizar conforme se desarrolle la práctica.

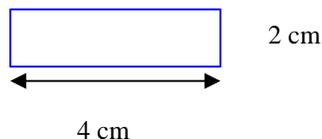
7 I) Forma con cuatro figuras (un cuadrado grande, un cuadrado menor y dos
8 rectángulos iguales) un cuadrado que contenga estas figuras.



9 II) Mide con una regla graduada cual es la medida de el lado del cuadrado mayor y del
10 cuadrado menor (por ejemplo cuatro centímetros y dos centímetros
11 respectivamente).



12 III) El profesor les indica a sus alumnos que de la misma forma midan la base y la
altura del rectángulo.



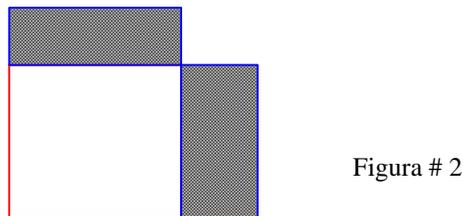
13 IV) Los dos rectángulos que forman el cuadrado de figura #1 ¿tiene la misma
medida? **R: sí**

- 15 V) ¿Se pueden sumar sus áreas? **R: si**, ¿por qué? **R: porque son semejantes.**
 16 VI) ¿Cuál es la suma de las dos áreas de los rectángulos? **R: 16 cm^2**
 17 VII) ¿Cuál es la medida del área del cuadrado mayor si sus lados miden cuatro centímetros cada uno? **R: 16 cm^2 .**
 18 VIII) ¿Cuál es la medida del área del cuadrado menor si sus lados miden 2 centímetros?
 19 **R: 4 cm^2 .**
 20 IX) ¿Cuál es la suma de las áreas de los dos cuadrados y del rectángulo ya reducido? **R:**
 21 **36 cm^2**

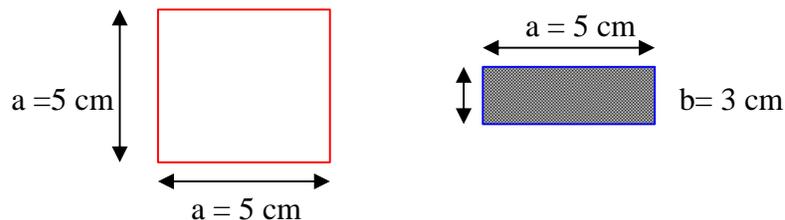
$$16 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$$

- 22 X) ¿A cuántas figuras queda reducido el cuadrado de la figura # 1? **R: a tres figuras.**
 23 XI) ¿Cómo se llama la expresión que consta de tres términos? **R: trinomio.**
 24 XII) ¿Qué figura dio origen al trinomio? **R: un cuadrado.**
 25 XIII) ¿Qué nombre recibe el resultado si consta de tres términos y se forma por un
 26 cuadrado? **R: Trinomio Cuadrado Perfecto.**

27 El profesor muestra a los alumnos en una hoja de rotafolio la siguiente figura.



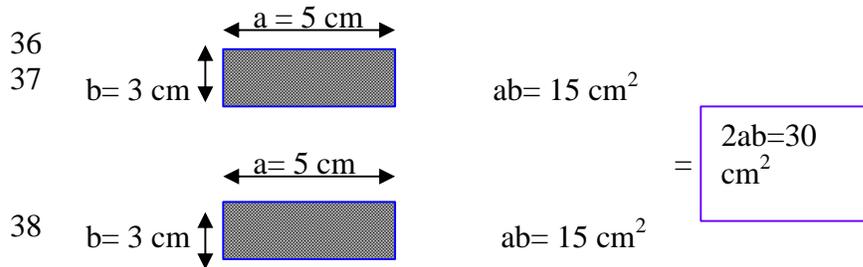
28 Pasa a un alumno al frente y proporcionándole una regla le indica que mida los lados del
 29 cuadrado y del rectángulo que aparecen en la figura # 2.



30 El profesor pregunta a los alumnos ¿Cuál es el área del cuadrado mayor que mide cinco
 31 centímetros por lado? **R: 25 cm^2 ó a^2** y ¿cual es el área del rectángulo que mide cinco centímetros de base y tres centímetros de altura? **R: 15 cm^2 ó ab**

32 El profesor pregunta ¿la medida de los dos rectángulos es la misma? **R: si**; entonces si son
 33 iguales ¿se pueden sumar sus áreas? **Si**, ¿por qué? **R: porque tienen la mismo forma**
 34 **geométrica.**

35 ¿Cuál es la suma de las dos áreas de los rectángulos? **R: 30 cm² ó 2ab**



39 El profesor pregunta ¿el cuadrado de la figura # 2 esta completo? **R: no.**

40 ¿Cuál figura le hace falta? **R: un cuadrado.**

41 ¿De que medida será ese cuadrado? **R: será del ancho del rectángulo.**

42 ¿Cuál es la medida de los lados del cuadrado faltante? **R: (3 cm) (3cm) ó (b)(b)**

43 ¿Cuál es su área? **R: 9 cm² ó b²**

44 El profesor solicita a los alumnos que formen al menos dos figuras como la mostrada en la
 45 figura # 2 y que a partir de estas encuentren al área del cuadrado faltante.

46 Por ejemplo;

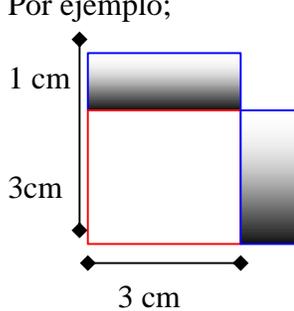


Figura # 3

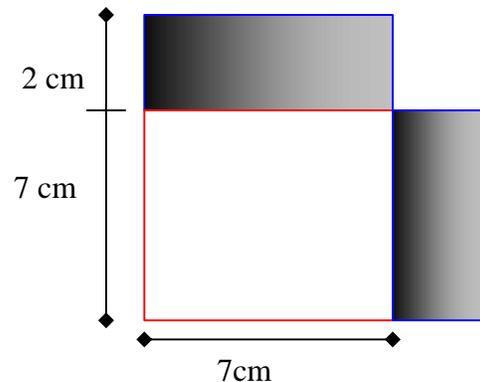


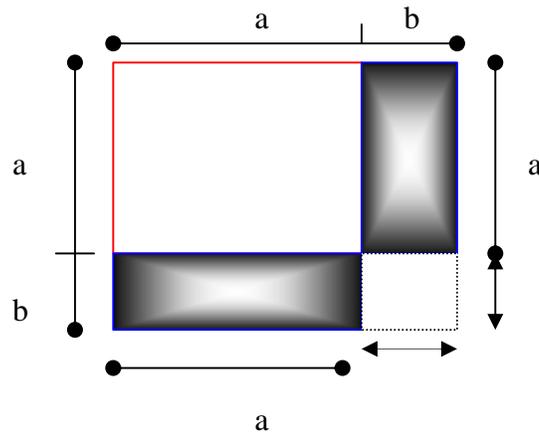
Figura # 4

47 ¿Cuál es el área del cuadrado faltante en la figura # 3? **R: 1 cm².**

48 ¿Cuál es el área del cuadrado faltante en la figura # 4? **R: 4 cm².**

49

El profesor muestra en el pizarrón una figura como la que se indica a continuación.



50
51

Hace las siguientes preguntas a los alumnos para generalizar el concepto de Trinomio Cuadrado Perfecto.

52
53
54
55
56
57
58

- ¿Cuál es el área del cuadrado que tiene por medida a por lado? **R: a^2 .**
- ¿Cuál es área de los dos rectángulos que aparecen en la figura # 5? **R: $2ab$**
- ¿Cuál es la figura faltante en la figura # 5? **R: un cuadrado.**
- ¿Cuál es el área del cuadrado faltante? **R: b^2 .**
- ¿Cuál es la expresión matemática que forma el área total de la figura # 5?
R: $a^2 + 2ab + b^2$.
- ¿Qué nombre recibe? **R: Trinomio cuadrado perfecto.**

59
60

A continuación el profesor muestra a los alumnos en una hoja de rotafolio la siguiente figura.

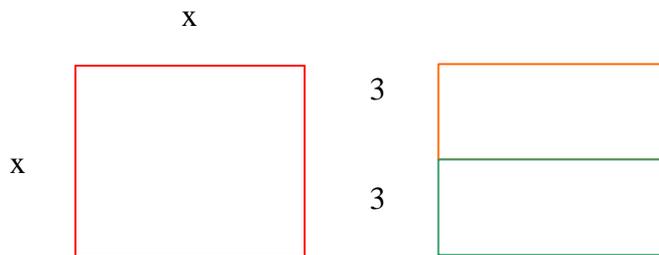


Figura # 6

61

Hace a los alumnos las siguientes preguntas:

62
63
64
65
66
67

- ¿Cuál es la medida del cuadrado que tiene por medida x ? **R: x^2**
- ¿Cuál es la medida de la base del rectángulo? **R: x .**
- ¿Cuál es el área del cuadrado faltante? **R: 9 cm^2 .**
- ¿Cuál es la expresión que cumple con la suma de las áreas de las figuras ya reducidas?
R: $x^2 + 6x + 9$
- ¿Cómo se llama a esta expresión? **R: Trinomio Cuadrado Perfecto.**

68 El profesor escribe en el pizarrón la siguiente expresión:

69 $x^2 + 2x + ?$ Y le pregunta ¿cuántos términos tiene? **R: 2 términos**, entonces ¿cómo se
70 llama? **R: binomio.**

71 Para formar un trinomio, ¿cuántos términos hay que agregarle al binomio? **R: uno.**

72 ¿Cuál término le hace falta? **R: el tercer término del trinomio.**

73 ¿Qué figura representa el tercer término de l trinomio? **R: un cuadrado.**

74 El profesor refiriéndose al binomio $x^2 + 2x + ?$ Les indica a los alumnos una forma más
75 rápida de obtener el tercer término del trinomio.

76 Les invita a los alumnos que contesten el siguiente cuestionario:

77 ■ ¿Cuál es la mitad del coeficiente del término lineal? **R: uno**

78 ■ Al elevar al cuadrado la mitad del coeficiente del término lineal, ¿ el resultado es? **R:**
79 **uno.**

80 Entonces, el profesor les indica que el término faltante en la expresión $x^2 + 2x$ es uno,
81 formándose a sí un Trinomio Cuadrado Perfecto

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{\quad}$$

82 El profesor escribe en el pizarrón tres ejemplos como el anterior y les solicita a los alumnos
83 que encuentren el tercer término del binomio.

84 1) $x^2 + 4x + \square$

85 2) $x^2 + 6x + \square$

86 3) $x^2 + 8x + \square$

87 Pasa a tres alumnos a resolver los ejemplos citados.

88 $\underline{x^2 + 4x + 4}$ $\underline{x^2 + 6x + 9}$ $\underline{x^2 + 8x + 16}$

89 Finalmente el profesor deja una tarea para complementar la práctica misma que será
90 entregada un día después de terminada la misma.

91 ❖ $x^2 + 10x$

92 ❖ $x^2 + 12x$

93 ❖ $x^2 + 14x$

Práctica Número 4

Clasificación de las Ecuaciones de 2° grado.

1 El profesor muestra a los alumnos una serie de pelotas de diferentes colores. (verde,
2 amarillo, azul). 

3 Forma equipos de cinco integrantes cada uno, a continuación reparte entre nueve y diez
4 pelotas por equipo. (Pelotas de unicel de diferente color verde, amarillo, azul) .Además les
5 reparte de tres a cuatro alambres de aproximadamente treinta centímetros de longitud cada
6 uno.

7 Una vez repartido el material el profesor, da las siguientes indicaciones para que cada
8 equipo realice la práctica.

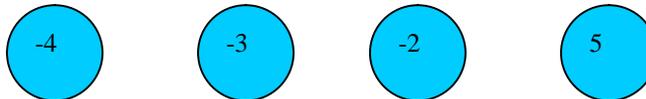
9 A) Escribe con un marcador de color oscuro un término cuadrático en todas las pelotas de
10 unicel de color verde.



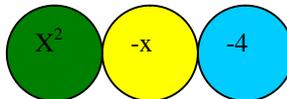
11 B) Escribe con un marcador de color oscuro un término lineal en todas las pelotas de
12 unicel de color amarillo.



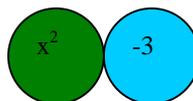
13 C) Escribe con un marcador de color oscuro un término independiente en todas las
14 pelotas de unicel de color azul.



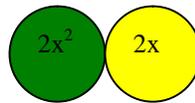
15 D) Introduce en un alambre tres pelotas de tal manera que las pelotas sean de diferente
16 color cada una.



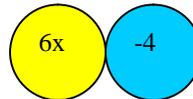
17 E) Introduce en otro alambre sólo dos pelotas que tengan diferente color cada una; como
18 por ejemplo azul y verde.



19 F) Introduce en otro alambre dos pelotas que tengan diferente color cada una, pero que no
20 se repitan con las pelotas del inciso E), como por ejemplo verde y amarillo.



- 21 G) Introduce en un nuevo alambre dos pelotas que tengan diferente color, pero que no se
22 repitan con los incisos anteriores; como por ejemplo azul y amarillo.



- 23 Una vez terminada concluida esta parte de la práctica el profesor dirigiendose al grupo
24 realiza las siguientes preguntas afirmaciones:

25 El nombre que recibe la ecuación formada en el inciso D se llama **Ecuación cuadrática**
26 **completa.**

27 El nombre que recibe la ecuación formada en el inciso E se llama: **Ecuación cuadrática**
28 **incompleta pura.**

29 El nombre que recibe la ecuación formada en el inciso F se llama: **Ecuación cuadrática**
30 **incompleta mixta.**

31 El nombre que recibe la ecuación formada en el inciso G se llama: **Ecuación lineal.**

32 Recibe el nombre de ecuación lineal **porque el máximo exponente de la ecuación es uno.**

33 **Es el exponente** quien nos determina el grado de una ecuación.

34 El nombre que recibe el número que se encuentra a lado de la literal del término cuadrático
35 y del término lineal se llama: **Coefficiente.**

36 El exponente **que nos indica cuantas veces se multiplica la base.**

37 El coeficiente **que nos indica cuántas veces se suma la base.**

- 38 El profesor reparte a sus alumnos una hoja donde se encuentran tres ecuaciones y una serie
39 de preguntas que serán contestadas por los alumnos.

40 i) $2x^2 - 5x - 12$

41 ii) $3x^2 - 54$

42 iii) $x^2 - 25$

43 a) ¿Cuántos términos tiene la ecuación uno? **R: tres.**

44 b) ¿Cuántos términos tiene la ecuación dos? **R: dos.**

45 c) ¿Cuántos términos tiene la ecuación tres? **R: dos.**

46 d) ¿Una ecuación es cuadrática cuando su máximo exponente es? **R: dos.**

47 e) ¿Una ecuación es cuadrática completa si tiene? **R: término cuadrático, término lineal**
48 **y término independiente.**

49 f) ¿Qué término le hace falta a la ecuación número dos? **R: el término lineal.**

50 g) ¿Qué término le hace falta a la ecuación número tres? **R: el término independiente.**

51 h) ¿A la ecuación cuadrática que le hace falta el término lineal se le llama? **R: Ecuación**
52 **cuadrática incompleta pura.**

53 i) ¿A la ecuación cuadrática que le hace falta el término independiente se le llama? **R:**
54 **Ecuación cuadrática incompleta mixta.**

55 El profesor enlista cinco ecuaciones cuadráticas, las cuales el alumno tendrá que clasificar
56 en Ecuaciones cuadráticas completas, incompletas mixtas e incompletas puras.

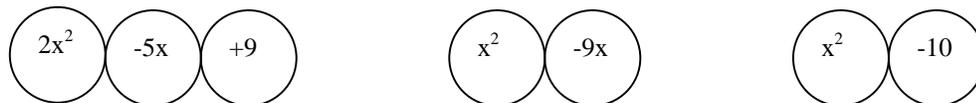
57	$X^2 - 36 = 0$	Ecuación cuadrática incompleta pura
58	$X^2 - x - 4 = 0$	Ecuación cuadrática completa.
59	$X^2 = 100$	Ecuación cuadrática incompleta pura
60	$X^2 = -7x - 7$	Ecuación cuadrática Completa
61	$X^2 + 8x = 0$	Ecuación cuadrática incompleta mixta

62 ***El profesor concluye diciendo: Toda Ecuación es cuadrática cuando el***
63 ***realizar todas las operaciones posibles, pasar todos los términos al primer***
64 ***miembros de la ecuación e igualar a cero; su máximo exponente es dos.***

65 El profesor forma con sus alumnos nuevos equipos de trabajo (de 5 integrantes cada uno) y
66 reparte pelotas de unicel de un solo color (por ejemplo blanco) y tres alambre de treinta
67 centímetros de longitud cada uno.

68 Y les indica a sus alumnos que en el primer alambre formen una ecuación cuadrática
69 completa. En el segundo alambre formen una ecuación cuadrática incompleta mixta y en el
70 tercer alambre formen una ecuación cuadrática incompleta pura.

71 Después de unos minutos de realizada la actividad pasa a tres integrantes del grupo y les
72 indica que muestren al grupo los modelos de las ecuaciones que formaron siguiendo un
73 orden; el primer alumno mostrará la ecuación cuadrática completa, el segundo la ecuación
74 cuadrática mixta y el tercer alumno la ecuación cuadrática pura.



75 Les pregunta a los alumnos, ¿los modelos matemáticos pedidos con anterioridad son los
76 correctos? **R: Sí.**

77 El profesor decide dejar una tarea que será entregada al día siguiente de terminada la
78 práctica, reparte a cada alumno una hoja con la tarea señalada y bajo las siguientes
79 indicaciones:

80 Resuelve los siguientes productos notables, igualando a cero cada producto y de acuerdo al
81 resultado obtenido, escribe el nombre a cada ejemplo según corresponda en: ecuaciones
82 cuadráticas completas, incompletas mixtas ó incompletas puras:

83 ▪ $(x + 1)(x + 3) = 3$ ▪ $(x - 1)(x + 1) = 6x$ ▪ $(x + 8)(x - 8) = -2x$
84 ▪ $(x + 4)(x - 2) = 1$ ▪ $(x + 10)(x - 10) = 0$ ▪

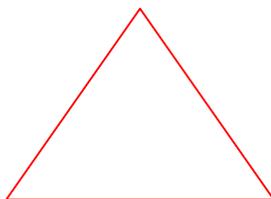
85 De acuerdo a los resultados obtenidos en la tarea el maestro tendrá la oportunidad de
86 valorar lo expuesto en la práctica.

Práctica Número 5

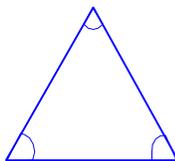
Demostrará que la Suma de los Ángulos Interiores de Cualquier Triángulo Suman 180.°

- 1 El profesor reparte a cada integrante del grupo triángulos de diferentes colores y diferentes
- 2 tamaños, por ejemplo; los triángulos equiláteros son de color amarillo, los triángulos
- 3 escálenos son de color azul y los triángulos isósceles de color rojo.

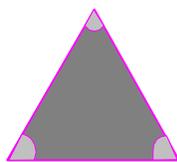
- 4 Con ello forma seis equipos; dos equipos formados por los triángulos amarillos
- 5 (equiláteros), dos equipos formados por los triángulos azules (escálenos) y dos equipos
- 6 formados por los triángulos de color rojo (isósceles). Cada equipo lo forman ocho
- 7 integrantes. Una vez formados los equipos el profesor muestra a estos un triángulo como el
- 8 que se muestra a continuación: (en una hoja de papel rotafolio).



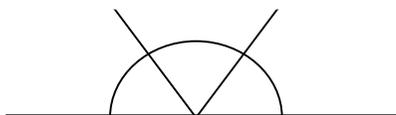
- 9 Le solicita a un integrante del grupo que con el compás forme tres aberturas en cada
- 10 esquina del triángulo



- 11 Pasa a otro integrante del grupo y le pide que recorte cada esquina del triángulo pasando
- 12 por las aberturas antes realizadas:



- 13 Le pide a un tercer alumno que coloque tela adhesiva en cada esquina recortada y forme
- 14 con las tres esquinas un solo ángulo quedando juntas cada una de las tres esquina
- 15 (formando un ángulo llano).



- 16 El profesor le preguntas al grupo ¿cuál es la forma de los tres ángulos? Semi-círculo,
- 17 Hace una segunda pregunta ¿cuánto mide un semi-círculo? 180°

- 18 El profesor hace la siguiente afirmación: el transportador tiene forma de semi-círculo, por
 19 lo tanto mide 180° .
- 20 El profesor decide retomar el concepto de dos rectas paralelas cortadas por una secante.
 21
- 22 Les pide a sus alumnos que tracen en su cuaderno dos rectas paralelas cortadas por una
 23 secante, (la inclinación de la secante que sea aproximadamente de 60° de inclinación) y que
 24 enumeren los ángulos en sentido contrario a las manecillas del reloj.

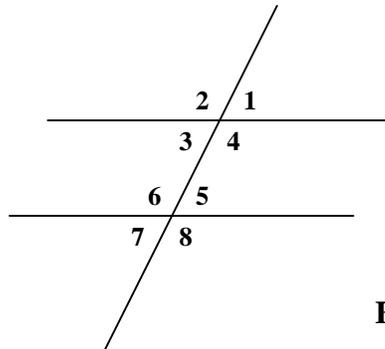
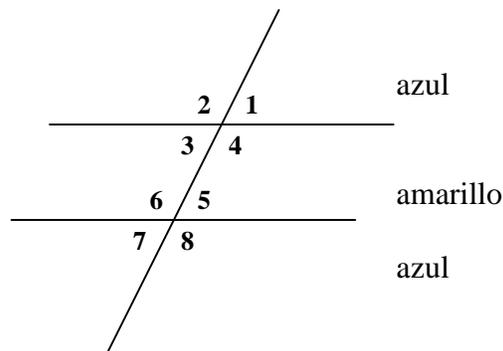


Fig. # 1

- 25 Pregunta ¿cuántos ángulos se forman en total? **R: ocho ángulos**
- 26 Les pide a sus alumnos que iluminen la región que se encuentra dentro de las rectas
 27 paralelas (es decir iluminar toda el área comprendida entre los ángulos $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$ de
 28 color amarillo, por ejemplo) y de otro color diferente las regiones que se encuentran fuera
 29 de las rectas paralelas (es decir el área comprendida sobre los ángulos $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$ en
 30 color azul, por ejemplo).



- 31 El profesor hace las siguientes preguntas:
- 32 • ¿Qué nombre recibe la región iluminada por el color amarillo? **R: Interna**
- 33 • ¿Qué nombre recibe la región iluminada de color azul? **R: Externa**

34 El profesor les indica a sus alumnos que recorten dos círculos del mismo tamaño
 35 (aproximadamente de un centímetro de radio) y que dentro de los dos círculos dividan este
 36 en cuatro partes de tal manera que dos ángulos sean de 60° y los otros dos de 120° , como
 37 se muestra en la figura # 2:

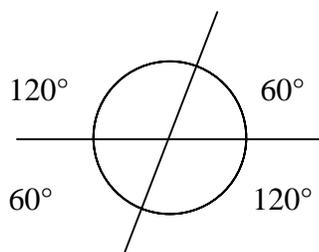
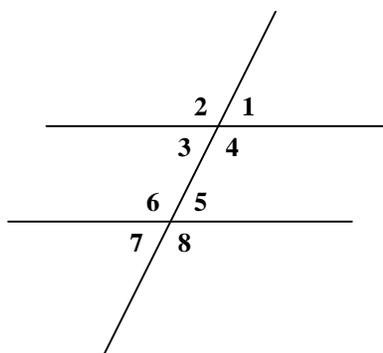


Fig. # 2

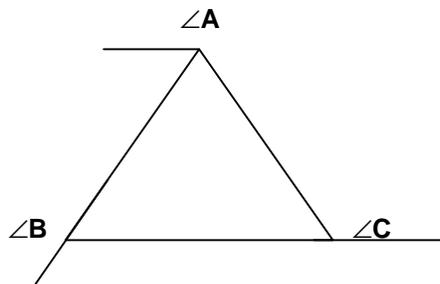
38 Una vez trazados los ángulos les indica que los recorten.
 39 Este mismo procedimiento se hará para el segundo círculo.
 40 El profesor les pide a sus alumnos que regresen a la figura #. 1



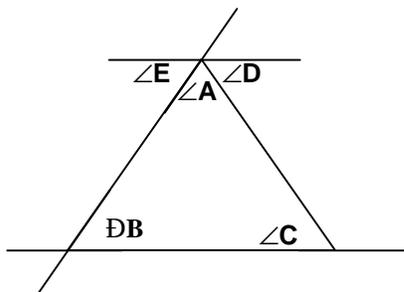
41 Les indica que coloquen dos ángulos de 60° en los ángulos $\angle 1$ y $\angle 3$ respectivamente.
 42 El profesor pregunta, ¿ cómo son los ángulos $\angle 1$ y $\angle 3$? **R: iguales.**
 43 • ¿Por qué razón? **R: porque son opuestos por el vértice.**
 44 • ¿Qué otros ángulos del esquema son iguales bajo esta misma condición (ángulos
 45 opuestos por el vértice)? **R: $\angle 2$ y $\angle 4$, $\angle 5$ y $\angle 7$, $\angle 6$ y $\angle 8$ respectivamente.**
 46 El profesor les pide a sus alumnos que coloquen en la figura # 1 los ángulos de 60° y de
 47 120° respectivamente, en los ángulos $\angle 1$ y $\angle 2$ según corresponda.
 48 Les pregunta a los alumnos, ¿ qué cuánto suman los ángulos $\angle 1$ y $\angle 2$ juntos? **R: 180° ,**
 49 **¿por qué razón? Porque son ángulos suplementarios.**
 50 El profesor les indica que encuentren todas las parejas de ángulos que cumplen con esta
 51 condición. (Ángulos suplementarios).
 52 **Los ángulos $\angle 3$ y $\angle 4$, $\angle 5$ y $\angle 6$, $\angle 7$ y $\angle 8$, $\angle 1$ y $\angle 4$, $\angle 2$ y $\angle 3$, $\angle 5$ y $\angle 8$, $\angle 6$ y $\angle 7$**
 53 **respectivamente.**

- 54 Ahora, les pide que coloquen los ángulos de 60° en los ángulos 3 y 5 y les pregunta:
 55 • ¿Cómo son los ángulos en cuanto a su medida? **R: iguales** ¿por qué razón? **Porque**
 56 **son alternos internos.**
 57 • ¿Qué otra pareja de ángulos cumple con esta condición (ángulos alternos internos)? **R:**
 58 **el ángulo $\hat{D}4$ y $\hat{D}6$.**

59 El profesor reparte una hoja a cada equipo en la cual esta inscrita la siguiente figura:



- 60 El profesor indica a los alumnos que sigan las instrucciones escritas en la parte trasera del
 61 dibujo:
 62 a) Prolonga el segmento horizontal que pasa por el vértice \hat{A} hacia la derecha (tres
 63 centímetros).
 64 b) Prolonga el lado del triángulo AB hacia arriba (tres centímetros).
 65 c) Prolonga la base del triángulo hacia la izquierda del triángulo aproximadamente tres
 66 centímetros.



- 67 d) Escribir las letras D y E en los ángulos que se encuentran adjuntos al ángulo $\angle A$.
 68 e) El profesor induce a los alumnos a redescubrir la suma de los ángulos internos del
 69 triángulo haciendo las siguientes preguntas:
 70 f) La suma de los ángulos $\angle A + \angle E + \angle D = 180^\circ$ por que son ángulos suplementarios.
 71 g) Colocar los ángulos de 60° en las letras E y B respectivamente.
 72 h) Colocar los ángulos de 60° en las letras D y C respectivamente.

73 Una vez hecha esta actividad el profesor hace las siguientes preguntas:

- 74 ♦ ¿Cómo son los ángulos E y B y D y C? **R: Iguales** ¿Por qué razón? **R: Por qué son**
 75 **ángulos alternos internos.**
 76 ♦ ¿Cuánto suman los ángulos $\angle A + \angle E + \angle D = \underline{180^\circ}$

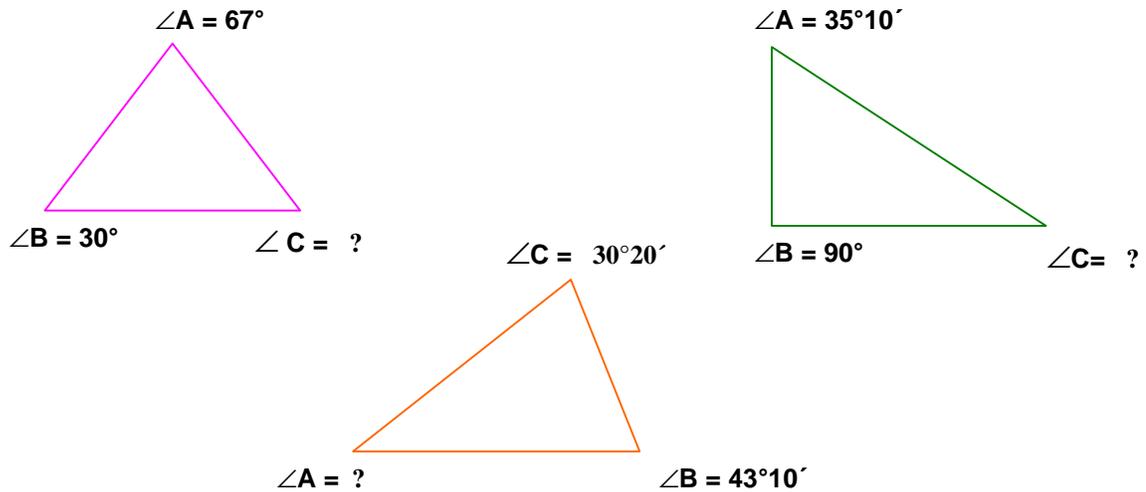
77 Sustituyamos los ángulos por sus iguales. El ángulo $\angle E = \angle B$, el ángulo $\angle D = \angle C$ y el
78 ángulo $\angle A = \angle A$

79 Por lo tanto se demuestra que:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

que son los ángulos internos del triángulo

80 El profesor escribe en el pizarrón los siguientes ejercicios para reforzar el concepto.



81 El profesor intercambia cuadernos de la siguiente forma, el número de lista uno cambia con
82 el cincuenta, el dos con el cuarenta y nueve, sucesivamente hasta terminar con todos los
83 integrantes del grupo.

84 Pasa al azar a tres alumnos, mientras que el resto del grupo verifica sus resultados
85 obtenidos.

86 Al finalizar la práctica el profesor lleva al grupo a una plenaria donde se discuten las
87 siguientes interrogantes:

- 88 a) ¿Todos los triángulos sin importar su forma suman en su interior 180° ? **Sí**
89 b) ¿Puede un triángulo tener dos ángulos rectos? **No.**
90 c) ¿Por qué? **Porque su suma en los tres ángulos sería mayor a 180°**

91 El profesor les ordena a los alumnos que midan con un transportados los ángulos de los
92 triángulos repartidos al inicio de la práctica.

93 Una vez terminando de medir las tres esquinas de los triángulos el profesor pregunta al
94 grupo:

95 ♦ ¿Cuánto suman los ángulos internos de los triángulos medidos? **R. 180°**

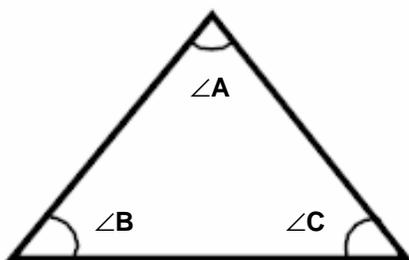
- 96 ♦ ¿Los triángulos isósceles, escálenos y equiláteros suman? **180°**.
- 97 Finalmente el profesor decide dejar una tarea que será entregada dos días después de
98 terminada la práctica.
- 99 a) Escribe en una hoja blanca cinco triángulos diferentes.
- 100 b) Mide cada ángulo de los triángulos.
- 101 c) Coloca tu respuesta debajo de cada triángulo.

Práctica Número 6

Demostrar que un Ángulo Exterior de un Triángulo es Igual a la Suma de los Ángulos Interiores no Adyacentes a él.

1 El profesor inicia la clase con el grupo haciendo la siguiente pregunta: ¿cuánto suman los
2 ángulos interiores de cualquier triángulo? **R: 180°**

3 El profesor coloca en el pizarrón un triángulo de color amarillo pegado con imanes, donde
4 sus ángulos son de otro color verde como se muestra en la figura.



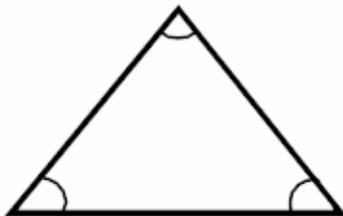
5 Al lado derecho de la figura coloca tres ángulos con las mismas medidas que los ángulos
6 interiores de triángulo como se observa a continuación.



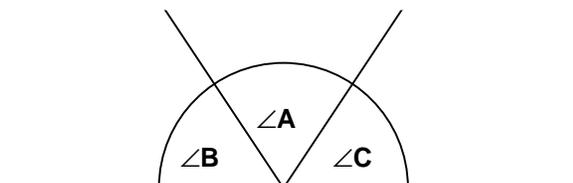
7 Los ángulos antes descritos tienen en su parte posterior pegamento el cual les permite
8 adherirse al pizarrón.

9 El profesor pasa al pizarrón a un alumno y le dice que coloque sobre el triángulo los tres
10 ángulos según corresponda en la abertura de los ángulos.

11 El alumno busca la correspondencia de los tres ángulos, con los ángulos del triángulo según
12 sea su abertura y los pega en el interior del triángulo como a continuación se muestra.



13 El profesor decide pasar a otro alumno y le indica que despegue los tres ángulos y los
14 pegue por separado uniendo los tres ángulos, de tal forma que uno vaya a continuación del
15 otro “ formando un abanico”.

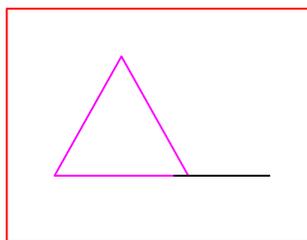


16 El profesor compara la figura antes formada con la de un transportador y pregunta al grupo:

17

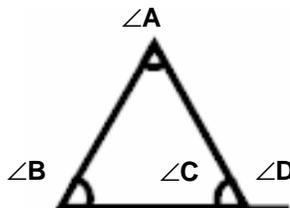
- 18 1. ¿Cuál es la medida que tiene un transportador? **180°**
- 19 2. ¿Cuánto suma la medida del ángulo $A + B + C = 180°$

20 Ahora, decide poner una hoja de papel rotafolio blanca sobre un tripie indicándole a un
21 alumno que pase a dibujar un triángulo semejante al primero y que a este triángulo le
22 prolonge la base hacia cualquier sentido (derecho ó izquierdo) .



23 Le ordena que tome los ángulo que anteriormente fueron utilizados (A, B, C,) y que trate
24 de hacer que coincidan lo más aproximadamente posible a los tres ángulos interiores del
25 triángulo dibujado en la hoja de rotafolio.

26 Una vez hecho este procedimiento le dice que pegue con tela adhesiva a los tres ángulos en
27 el interior de la figura.



28 Pasa a otro alumno y le proporciona el profesor una hoja blanca, un transportador, tijeras y
29 pegamento. Le da las siguientes indicaciones mismas que tendrá que realizar:

- 30 1) Medir con el transportador el ángulo externo al triángulo.
- 31 2) Colocar la letra D en este ángulo.
- 32 3) Recortar un ángulo que mida lo mismo que el ángulo exterior. (120°) por ejemplo.
- 33 4) Iluminar de un color cualquiera. (por ejemplo rojo) el ángulo de 120° .
- 34 5) Pegarlo en su respectivo espacio.

35 Pasa a un alumno diferente y le pide que realice las siguientes actividades :

- 36 I) Despegar los ángulos $\angle A$ y $\angle B$ del triángulo.
- 37 II) Pegar los ángulos $\angle A$ y $\angle B$ sobre D, de tal manera que cubran totalmente la
38 abertura del ángulo $\angle D$.

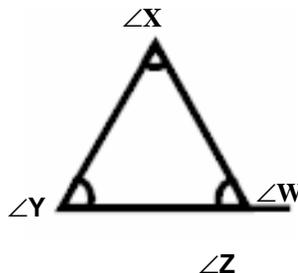
39 El profesor formulará un cuestionario breve de siete preguntas para reforzar la actividad
40 realizada.

- 41 a) ¿La suma de los ángulos $\angle A$ y $\angle B$ es igual a $\angle D$? **R: si**
- 42 b) ¿Por qué ? **R: porque tienen la misma abertura.**
- 43 c) ¿Qué nombre reciben los ángulos $\angle A$ y $\angle B$ respecto del ángulo $\angle D$? **R: No**
44 **adyacentes a él.**
- 45 d) ¿Cuánto suman los ángulos interiores del triángulo $\angle A + \angle B + \angle C$? **R: 180° .**
- 46 e) ¿Cuánto suman los ángulos $\angle C + \angle D$ respectivamente ? **R: 180° .**
- 47 f) ¿Qué nombre reciben los ángulos que suman 180° ? **R: suplementarios.**
- 48 g) ¿Qué nombre reciben los ángulos $\angle A$ y $\angle B$ respecto a $\angle D$? **R: No adyacentes**

49 *El profesor hace la siguiente afirmación; el ángulo $\angle A + \angle B$ son iguales al ángulo $\angle D$;*
50 *por lo tanto, un ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos no adyacentes a él.*

51 El docente decide demostrarlo analíticamente y propone las siguiente actividad:

- 52 1) Dibujar en una hoja de su cuaderno un triángulo cualquiera.
- 53 2) Prolongar un lado del triángulo.
- 54 3) Colocar en el interior del triángulo las letras $\angle X$, $\angle Y$, $\angle Z$, y en el ángulo exterior la
55 letra W.



56 4) Escribir una ecuación haciendo referencia a los ángulos interiores del triángulo.

57
$$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ \longrightarrow 1$$

58 5) Escribir otra ecuación que sea la relación que exista entre el ángulo externo y su ángulo
59 adyacente .

60
$$\angle Z + \angle W = 180^\circ \longrightarrow 2$$

61 6) Igualar las dos ecuaciones (2 y 1)

62
$$\angle Z + \angle W = \angle X + \angle Y + \angle Z$$

63 7) Despejar el ángulo $\angle W$ de la ecuación anterior.

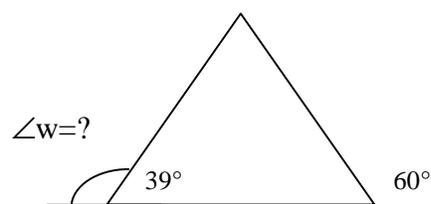
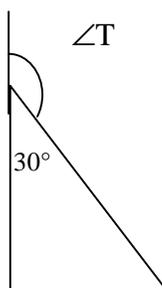
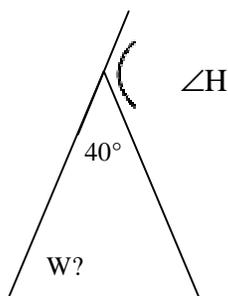
64
$$\cancel{DW} = \cancel{DX} + \cancel{DY} + \cancel{Z} - \cancel{DZ}$$

65
$$DW = DX + DY$$

66 Finalmente el profesor lleva a una plenaria para concluir el tema.

67 **UN ÁNGULO EXTERIOR ES IGUAL A LA SUMA DE LOS ÁNGULOS NO**
68 **ADYACENTES A ÉL**

69 Posteriormente el docente escribe con un marcador tres ejemplos en una hoja de rotafolio
70 indicándole a los alumnos que formen equipos de tres alumnos, donde cada equipo
71 resolverá un ejemplo que será discutido con los integrantes de su equipo. (en su cuaderno
de trabajo)



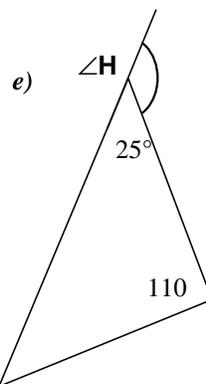
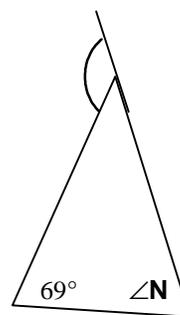
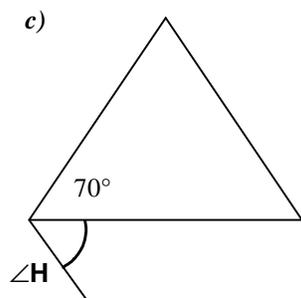
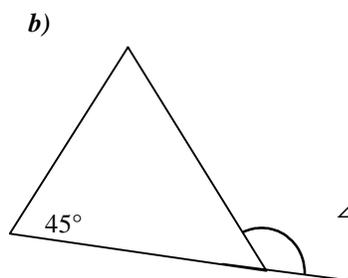
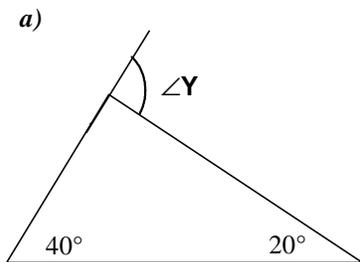
72 Al término de la actividad el profesor decide que los alumnos intercambien cuadernos por
73 equipo y pasa aleatoriamente a tres alumnos para resolver los problemas correspondientes.

74 El profesor les indica que regresen los cuadernos de uno por uno y que mencionen en voz
75 alta el número de lista y la calificación obtenida, dicho resultado será canalizado por el

76 docente cuya finalidad es estimular al alumno con un puntaje que será promediado al
77 finalizar el bimestre.

78 El profesor plantea cinco ejercicios que serán entregados la próxima sesión.

79 Encontrar el valor del ángulo exterior según corresponda:



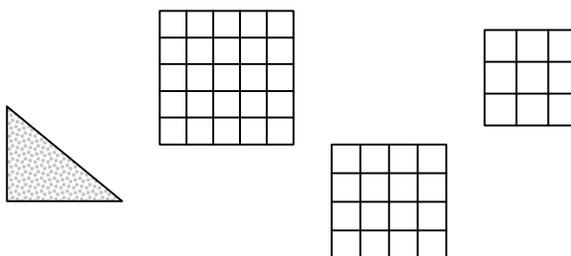
80 Los resultados serán revisados por los propios alumnos.

81 Pasarán cinco alumnos aleatoriamente a resolver los ejercicios de tarea y los alumnos
82 restantes calificarán los ejercicios al término de esta, el profesor preguntará a cada alumno
83 su calificación con la finalidad de observar si en la mayor parte del grupo fue entendido el
84 tema; de lo contrario el profesor buscará otra actividad que le permita llegar al objetivo
85 deseado.

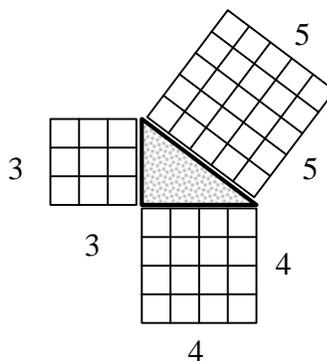
Práctica Número 7

Teorema de Pitágoras

- 1 El profesor para poder llevar a cabo esta actividad previamente le solicita al alumno que
- 2 traigan material tal como: tijeras, pegamento, regla, hojas de colores.
- 3 El profesor muestra a los alumnos en el pizarrón un triángulo y tres cuadrados
- 4 respectivamente; tanto el triángulo como los cuadrados están elaborados con unicel y tienen
- 5 un imán en la parte posterior lo cual permite que se peguen en el pizarrón.



- 6 Solicita a un alumno que coloque los tres cuadrados en los tres lados del triángulo de tal
- 7 forma que los cuadrados coincidan con los tres lados del triángulo,



- 8 El profesor pasa a otro integrante del grupo al pizarrón indicándole que escriba las
- 9 siguientes preguntas; las cuales serán contestadas por todo el grupo.
- 10 a) Si el cuadrado colocado en el lado vertical del triángulo tiene tres divisiones por lado
- 11 ¿cuánto medirá su área? **R: 9 cm^2**
- 12 b) Si el cuadrado colocado en el lado horizontal del triángulo rectángulo tiene cuatro
- 13 divisiones por lado ¿cuánto medirá su área? **R: 16 cm^2**
- 14 c) Si el cuadrado colocado en el lado opuesto al ángulo de 90° tiene cinco divisiones por
- 15 lado ¿cuánto mide su área? **R: 25 cm^2**
- 16 Pasa a un alumno al pizarrón y le indica que coloque en el interior de cada cuadrado el área
- 17 que corresponda a cada lado del mismo.

- 18 El profesor reparte a cada alumno una hoja en la cual esta la figura # 2 con las siguientes
19 indicaciones:

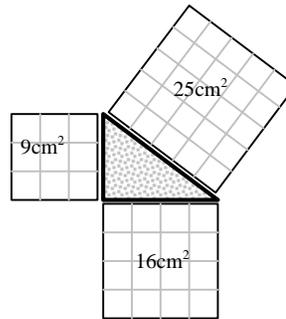


Fig. # 2

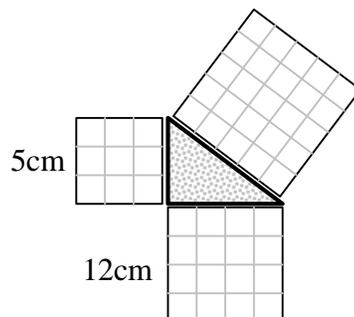
- 20 1) Calcar con dos hojas de diferente color los dos cuadrados que forman el ángulo recto
21 del triángulo.
22 2) Una vez calcados recorten por separado los cuadros pequeños que se encuentran en el
23 interior de cada cuadrado.
24 3) Colocar los cuadrados pequeños (recortados) en el cuadrado mayor; es decir, en lado
25 opuesto al ángulo de 90° .
26 Nota : no importa el orden de los cuadrados.

27 El profesor forma equipos de dos personas y reparte por parejas una hoja con las siguientes
28 preguntas las cuales serán contestadas por los alumnos:

- 29 1. ¿Cómo se llama el triángulo que tiene un ángulo de 90° ? **R: Rectángulo.**
30 2. ¿Cuánto mide el área del cuadrado adjunto al lado vertical del triángulo?
31 **R: 9 cm^2**
32 3. ¿Cuánto mide el área del cuadrado adjunto al lado horizontal del triángulo?
33 **R: 16 cm^2**
34 4. ¿cuánto mide el área del cuadrado adjunto al lado opuesto al ángulo de 90° ?
35 **R: 25 cm^2**
36 5. El área de los cuadrados que forman el ángulo de 90° suman. **R: 25 cm^2**
37 6. La suma de los cuadrados que forman el ángulo recto es igual al área del cuadrado
38 opuesto al ángulo de 90° **R: si**

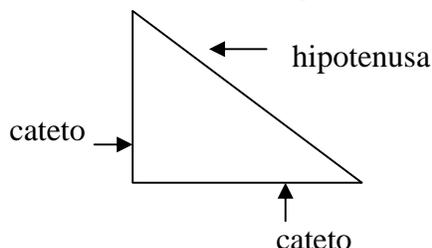
39 El profesor le solicita a los alumnos que formen otro rompecabezas con las siguientes
40 características:

- 41 a) Que el cuadrado formado en el lado horizontal tenga una medida de 12 cuadros por
42 lado.
43 b) Que el cuadrado formado en el lado vertical tenga una medida de 5 cuadros por lado.



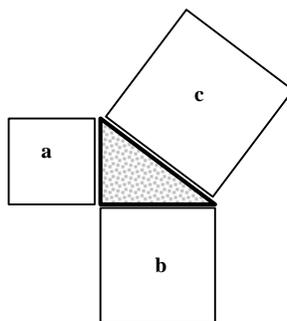
- 44 El profesor después de terminada esta actividad pregunta lo siguiente a los alumnos:
 45 ■ ¿Cuántos cuadrados pequeños forman el cuadrado que se encuentra en el lado opuesto
 46 al ángulo de 90° ? **R: 169 cuadros.**
 47 ■ ¿Cómo obtuviste este resultado? **R: sumando los cuadros de los lados que forman el**
 48 **ángulo recto.**
 49 ■ ¿Qué medida tiene el lado opuesto al ángulo recto? **R: 13 cm.**

50 Una vez terminada esta actividad el docente coloca sobre la pizarra un triángulo rectángulo
 51 indicando los nombres de cada lado del triángulo:

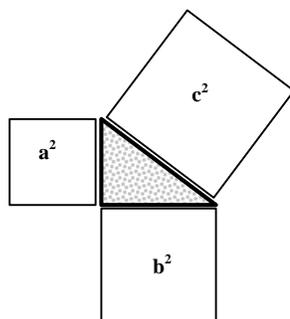


- 52 El profesor dirigiéndose a los alumnos hace las siguientes preguntas en voz alta, mismas
 53 que serán contestadas por los alumnos:
 54 1) ¿Qué nombre reciben los lados que forman el ángulo de 90° ? **R: Catetos**
 55 2) ¿Qué nombre recibe el lado opuesto al ángulo de 90° ? **R: Hipotenusa**

56 El profesor coloca sobre la pizarra un triángulo semejante al anterior solo que sustituye el
 57 valor numérico de cada lado del triángulo por literales, como por ejemplo (a, b ,c,)
 58 respectivamente:



- 59 El profesor decide pasar a un integrante del grupo y le indica que calcule el área de cada
 60 cuadrado adjunto a los lados del triángulo rectángulo:



61 Le indica que escriba en el pizarrón la expresión que conduzca a **El Teorema de**
62 **Pitágoras.**

63 Es decir que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa:

64

65 $a^2 + b^2 = c^2$

66 El profesor aclara que esta expresión es llamada **TEOREMA DE PITÁGORAS** ;

67 El profesor pasa a un alumno al azar y le indica que invierta el orden de los términos de la
68 expresión I

69 $c^2 = a^2 + b^2$

70 Le indica que obtenga la raíz cuadrada en ambos miembros de la igualdad:

71 $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

72 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

73 El profesor indica que por parejas despejen de la ecuación I el cateto a y lo hagan también
74 para el cateto b

75 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

76 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

77 El profesor entonces establecerá las 3 ecuaciones para el cálculo del cateto a, el cateto b y
78 la hipotenusa c.

80 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ para calcular la hipotenusa

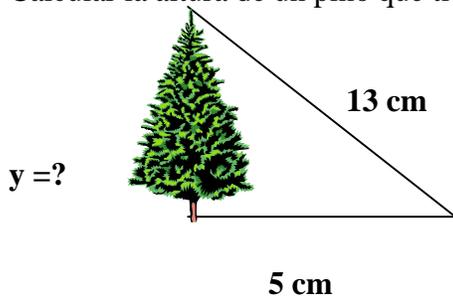
81 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ para calcular el cateto a

82 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ para calcular el cateto b

83 El profesor se dispone a dictar un problema donde se aplique el teorema de Pitágoras, para reforzar el concepto estudiado.

84

Calcular la altura de un pino que tiene las siguientes medidas:



85

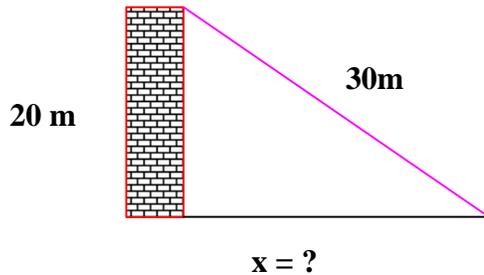
Pasará un integrante del grupo a resolverlo, $y = 12 \text{ cm}$

86

El profesor una vez terminada esta sesión, invita a los alumnos a salir al patio de la escuela formando equipos de cinco personas; donde a cada equipo da una cinta métrica y les pide que calculen la sombra proyectada de un edificio de la escuela teniendo como datos:

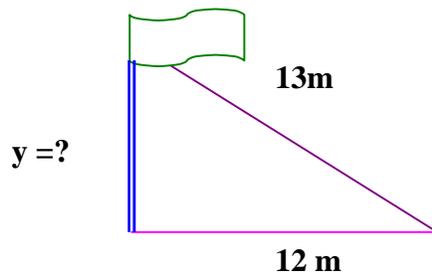
87

88



89

la altura de la hasta Bandera cuyos datos son:



90

El profesor pasará y evaluará a cada equipo del grupo.

91

El profesor para reforzar el Teorema de Pitágoras decide efectuar un concurso con el grupo el cual tendrá las siguientes características:

92

93

Formará el teorema de Pitágoras, utilizando materiales como papel, cartón, plastilina, etc.

94

El teorema tendrá como característica principal formar un rompecabezas con el menor número de piezas.

95

96

El alumno que forme el teorema con el menor número de piezas tendrá una calificación adicional a su evaluación.

97

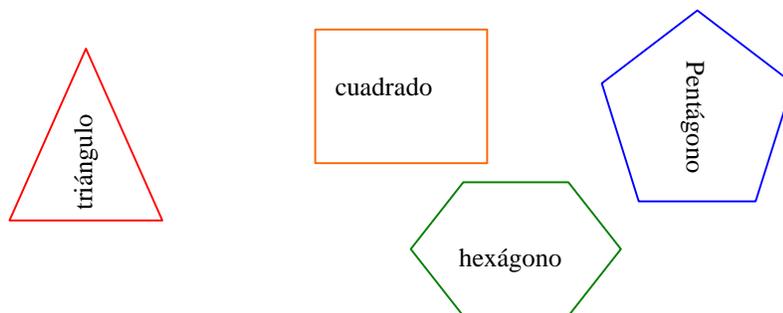
98

Esta actividad será entregada dos días después de terminada la práctica.

Práctica Número 8

Diagonales de un Polígono

- 1 El profesor indica al grupo que formen equipos de cinco integrantes cada uno y que a
- 2 su vez nombren un capitán.
- 3 Una vez formados los equipos reparte a cada equipo el material que se utilizará durante
- 4 la práctica. El material consta de cinco figuras geométricas (hechas de cartón)
- 5 "triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono, octágono".
- 6 El profesor ordena a los alumnos que saquen su cuaderno de apuntes y que anoten las
- 7 siguientes instrucciones:
- 8 a) Repartir las figuras a cada integrante del equipo "se propone al capitán del equipo
- 9 para llevar a cabo dicha actividad".
- 10 b) Cada integrante del equipo deberá escribir el nombre de la figura según corresponda
- 11 (al número de lados) al reverso de la figura.



- 12 c) Colocar una letra mayúscula en uno de los vértices de cada figura por ejemplo (A).
- 13 d) Doblar desde el vértice marcado una diagonal de tal manera que los dobleces vayan
- 14 a cada vértice de la figura.
- 15 e) El profesor muestra a los alumnos una hoja de rotafolio colocada en un tripie cuyo
- 16 contenido es el siguiente:

Número de lados del polígono (n)	Número de diagonales (dobles) (d)	Número de triángulos formados (t)
4	1	2

- 17 y les indica que lo copien en su cuaderno de apuntes.
- 18 f) el profesor somete al azar la participación de los alumnos colocando ocho papелitos
- 19 enumerados del uno al ocho el cual uno de ellos tendrá la palabra sí y los restantes la
- 20 palabra no; estos papeles serán introducidos en una bolsa de plástico.

- 21 g) Pasa por cada equipo (ocho equipos) y le pide a un integrante del equipo que saque
 22 un papel. Al equipo que obtenga el papel con la palabra si será el encargado de pasar
 23 a llenar los espacios en la hoja de rotafolio.
 24 h) El profesor proporciona el equipo participante un marcador con el cual se escribirán
 25 los renglones vacíos.
 26 i) El profesor le pide al grupo que analicen los resultados previamente resueltos por
 27 uno de los equipos y que pongan mucha atención a la segunda columna del cuadro.
 28 j) El profesor utilizando otra hoja de rotafolio escribe con un marcador la expresión:

$$d = n - \square$$

29 donde;

30 n = número de lados del polígono

31 d = número de diagonales del polígono

32 \square espacio que será llenado por los alumnos de acuerdo al desarrollo de la
 33 práctica

- 34 k) El profesor le indica a los equipos que de acuerdo al número de dobleces que
 35 hicieron a cada figura comenten en equipo que número debe ser asignado a la
 36 expresión anterior para que así se pueda calcular el número de diagonales.

$$d = n - \square 3$$

- 37 l) A continuación al profesor les ordena que cuenten el número de triángulos
 38 formados en el interior del polígono.

- 39 m) El profesor comenta con el grupo que de la misma forma que fue deducida la
 40 expresión mencionada en el inciso k ; deduzcan la expresión que determina el
 41 número de triángulos del polígono, considerando que t determina el número de
 42 triángulos del polígono:

43 Donde;

44 n = número de lados del polígono

45 t = número de triángulos formados en el interior del polígono.

$$t = n - \square 2$$

- 46 n) El profesor pasa al pizarrón a un representante de uno de los equipos y lo invita a
 47 escribir en el pizarrón la expresión deducida por su equipo:

$$t = n - 2$$

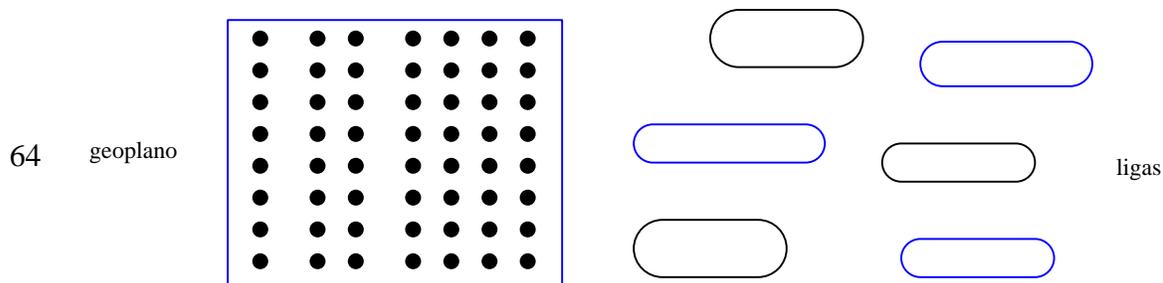
- 48 o) El maestro invita al grupo a participar diciéndoles que si la expresión es correcta y
 49 que si no es así se corrija pasando a otro integrante de otro equipo.

50 El profesor una vez terminada esta actividad se dispone a dictar un cuestionario de seis
 51 preguntas las cuales serán anotadas por todos los alumnos en su cuaderno de apuntes, y

52 serán analizadas y contestadas por los equipos, dando un tiempo de diez minutos para
53 contestarlas:

- 54 1) ¿ En cuál de las cinco figuras repartidas a los equipos no se puede formar ninguna
55 diagonal ? **R: En el triángulo.**
- 56 2) ¿ Por qué no se pueden trazar? **R: porque en el triángulo no se puede ir de un**
57 **vértice a otro sin pasar por el mismo lado del polígono.**
- 58 3) ¿Cuál fue el valor constante que se resto al número de lados del polígono para saber
59 cuántas diagonales se formaron? **R: tres.**
- 60 4) ¿Cuál fue el valor constante que se resto al número de lados del polígono para saber
61 cuántos triángulos se formaron? **R: dos.**

62 El profesor después de terminada esta actividad reparte a cada equipo un Geoplano y
63 ligas de diferentes colores y diferentes tamaños como el que se muestra a continuación:



65 Y le indica a todo el grupo que realicen la siguiente actividad utilizando las ligas y el
66 geoplano, formar un polígono de 8, 9, y 10 lados y en cada uno de los polígonos
67 formados obtener el número de diagonales y de triángulos que se forman en el interior
68 del mismo.

69 El profesor pasa aleatoriamente a tres integrantes del grupo para realizar esta actividad,
70 pregunta al primer integrante del grupo:

- 71 ▪ ¿Cuántas diagonales se forman en el polígono que tiene ocho lados? **R: 5**
72 **diagonales.**
- 73 ▪ ¿Cuántos triángulos se forman en el octágono? **6 triángulos.**

74 De la misma forma pregunta a los otros dos integrantes del grupo obteniendo como
75 respuesta lo siguiente:

76 Para el polígono de nueve lados se forman **6 diagonales y 7 triángulos** y para el
77 polígono de diez lados se forman **7 diagonales y 8 triángulos.**

78 El profesor dirigiéndose a todo el grupo pregunta de que otra forma se pudo haber
79 obtenido el resultado sin necesidad de utilizar el geoplano, a lo que un alumno responde
80 utilizando las fórmulas obtenidas con anterioridad.

81 $n - 3$ número de diagonales.

82 $n - 2$ número de triángulos

83 Sustituyendo el número de lados de los polígonos de 8, 9 y 10 lados tendremos:

	No. De lados	No. De diagonales	No. De triángulos
84			
85	8	$8 - 3 = 5$	$8 - 2 = 6$
86	9	$9 - 3 = 6$	$9 - 2 = 7$
87	10	$10 - 3 = 7$	$10 - 2 = 8$

88 El profesor junto con sus alumnos hace las siguientes reflexiones:

- 89 ➤ En todos los polígonos regulares e irregulares al trazarse diagonales en el interior
90 del mismo forman triángulos.
91 ➤ La diagonal de un polígono es el segmento de recta que une dos vértices no
92 consecutivos.
93 ➤ El triángulo es la única figura a la cual no se le puede trazar diagonales en el interior
94 del mismo.

95 El profesor invierte ahora la pregunta para saber si el alumno entendió el concepto de
96 diagonal de un polígono.

97 Si $n - 3$ nos permite calcular el número de diagonales de un polígono, entonces;
98 si tengo un polígono que tiene 40 diagonales, ¿cuántos lados tendrá? **R: 43 lados.**
99 ¿qué operación se realizó? **Una suma, ¿cuál fue? $40 + 3 = 43$ lados.**

100 Al término de la práctica el profesor deja una tarea complementaria al tema tratado la
101 cual será entregada por los alumnos dos días después de haber terminado la práctica.

102 La tarea tendrá las siguientes características:

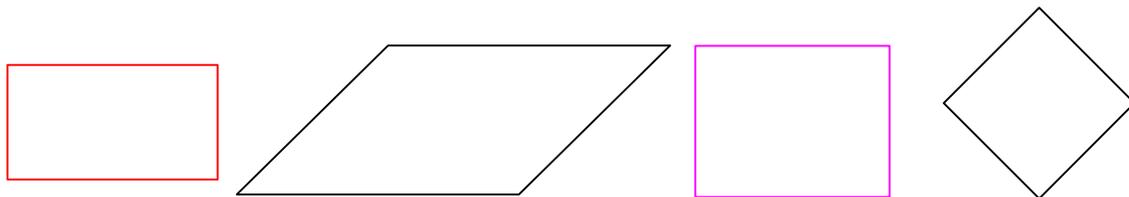
- 103 • Trazar en una tabla una figura con n lados.
104 • Colocar en el vértice de cada figura clavos.
105 • Asignar un clavo como vértice inicial.
106 • Colocar ligas que vayan desde el vértice inicial a todos los demás clavos. (vértices
107 del polígono)
108 • El número de ligas será de acuerdo al número de lados del polígono trazado.
109 • Calcular el número de diagonales del polígono y el número de triángulos del mismo.

Práctica Número 9

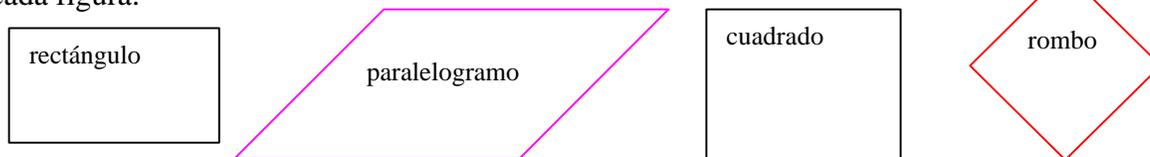
Ángulos Internos de un Paralelogramo

1 El profesor reparte a cada integrante del grupo un dulce cuyas envolturas son de diferentes
2 colores, como por ejemplo (rojo, verde, azul, violeta, café) y con base al color que le haya
3 tocado a cada integrante del grupo forma equipos de cinco integrantes cada uno.

4 Les indica que por equipos tracen en una hoja blanca al menos cuatro figuras que tengan
5 cuatro lados y que estos sean de formas diversas.



6 Una vez trazadas les indica que los recorten, y les asignen el nombre correspondiente a
7 cada figura.



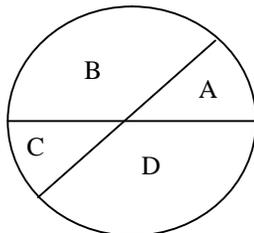
8 Les ordena que a cada uno de los cuadriláteros se les asigne una letra mayúscula a cada
9 ángulo del cuadrilátero; por ejemplo (A, B, C, ...).

10 El profesor muestra a los alumnos una figura como la siguiente:

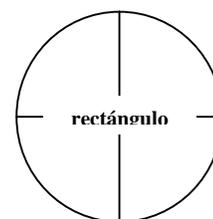
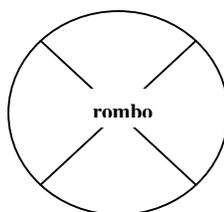


11 Les indica que de la misma manera como están marcados los ángulos en el paralelogramo
12 lo hagan en cada una de las figuras recortadas, (rectángulo, cuadrado, rombo).

13 El profesor les indica a los alumnos que recorten los cuatro ángulos del paralelogramo y los
14 peguen en su cuaderno uno a continuación de otro formando un círculo.



- 15 El profesor les indica a los alumnos que de la misma forma lo hagan con los otros tres
16 cuadriláteros que trazaron previamente. (rectángulo, cuadrado, rombo).



- 17 Una vez terminada esta actividad el profesor enlista una serie de preguntas
18 complementarias a la práctica para reforzar el concepto de los ángulos interiores de un
19 cuadrilátero.

- 20 1) ¿Cómo se le llama a los polígonos que tienen cuatro lados? **R: Cuadriláteros.**
21 2) Al unir los ángulos $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ uno a continuación de otro ¿forman un? **R:**
22 **círculo.**
23 3) ¿Cuánto mide un círculo? **R: 360° .**
24 4) Si $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ son los ángulos interiores de los cuadriláteros que recortaste
25 entonces, ¿cuánto suman $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$? **R: 360°**
26 5) ¿Un cuadrilátero forma en su interior dos triángulos? **R: si**
27 6) ¿Cómo se llaman los cuadriláteros que trazaste originalmente? **R: cuadrado, rombo,**
28 **rectángulo y paralelogramo.**
29 7) Estos cuatro cuadriláteros cumplen con la propiedad de que al sumar sus cuatro ángulos
30 internos sumen 360° ? **R: si.**
31 8) La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es? **R: 360°**

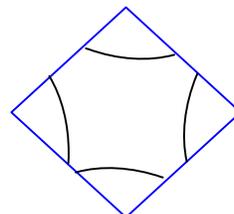
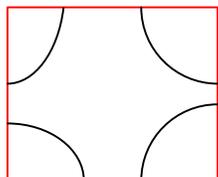
- 32 El profesor muestra a los alumnos en una hoja de rotafolio postrada en el tripie el siguiente
33 enunciado. Mismo que será resuelto por los alumnos.

34 *EN TODO _____ SE CUMPLE QUE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS*
35 *_____ ES IGUAL A _____.*

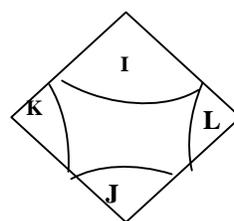
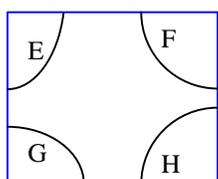
- 36 El profesor forma nuevos equipos de cinco integrantes cada uno y les reparte a cada equipo
37 una bolsa de plástico en la cual se encuentran ocho ángulos, cuatro ángulos pertenecen a un
38 rombo y 4 ángulos pertenecen a un cuadrado.

- 39 Les indica que tracen en su cuaderno un cuadrado y un rombo; el cuadrado con una medida
40 de 10 centímetros por lado y el rombo de 12 centímetros por lado.
41 A continuación les hace las siguientes indicaciones:

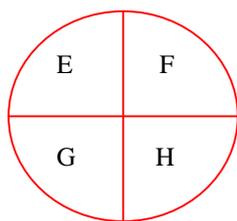
- 42 I) Identificar los cuatro ángulos que pertenecen al cuadrado y los cuatro ángulos que
 43 pertenecen al rombo.
 44 II) Superponer los cuatro ángulos del cuadrado y los cuatro ángulos del rombo cada
 45 uno de ellos en la figura a la cual pertenecen.



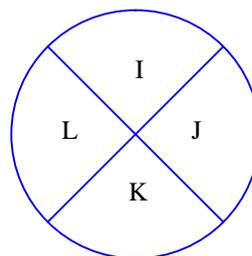
- 46 Asignarle una literal a cada ángulo del cuadrado y a cada ángulo del rombo como por
 47 ejemplo (E, F, G, H, I, J, K, L).



- 48 III) Unir los cuatro ángulos del cuadrado y los cuatro ángulos del rombo de tal manera
 49 que formen un círculo.



Cuadrado



Rombo

50 Una vez terminada esta etapa de la práctica hace las siguientes preguntas al grupo:

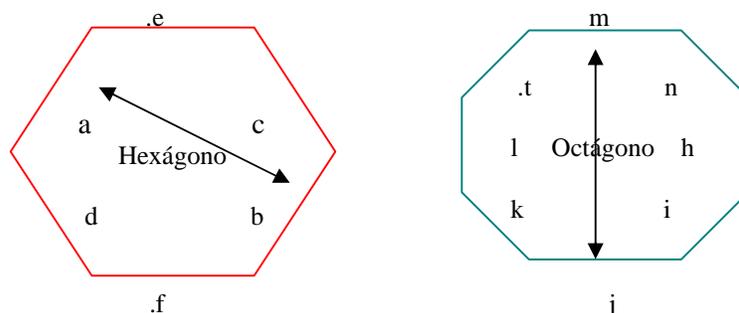
- 51 a) La suma de los ángulos interiores del cuadrado suman 360°.
 52 b) La suma de los ángulos interiores del rombo suman 360°.
 53 c) Los ángulos opuestos tanto en el cuadrado como en el rombo son iguales.
 54 d) Los lados opuestos tanto en el cuadrado como en el rombo son iguales.

55 El profesor lleva a una plenaria al grupo para reforzar los contenidos de la práctica en
 56 turno.

Conclusión:

- 57 • Todos los polígonos de cuatro lados son llamados Cuadriláteros.
58 • La suma de sus ángulos internos es de 360° .
59 • Al trazar una diagonal en un cuadrilátero se forman dos triángulos.

60 El profesor forma nuevos equipos de cinco integrantes cada uno y nombra a un
61 representante de equipo. Reparte a cada integrante del equipo figuras hechas de cartón
62 como las que a continuación se ilustran:



63 Les indica que recorten los ángulos de las figuras y que peguen en su cuaderno los ángulos
64 uno a continuación de otro, primero lo harán para el hexágono y luego para el octágono.

65 El profesor después de termina esta etapa de la práctica pregunta:

66 ¿La suma de los ángulos del pentágono formaron un círculo? **R: no**, ¿por qué? **R: porque**
67 **su suma es mayor a 360°** .

68 ¿La suma de los ángulos del octágono sumaron 360° ? **R: no**, ¿por qué? **R: porque la**
69 **unión de sus ángulos fueron mayores a la de un círculo.**

70 ¿Cómo son los lados a y b del hexágono **paralelos** y k y n en el octágono **paralelos**.

71 Escribe todas las parejas de lados que sean paralelos para el hexágono **e||f, c||d** y para el
72 octágono **m||j, t||i, l||h**.

73 El profesor deja una tarea para realizarse tres días después de terminada la práctica.

- 74 ■ Trazar un círculo de aproximadamente 3 centímetros de radio.
75 ■ Trazar dos segmentos de recta que pasen por el centro (No importa la separación que
76 haya entre las dos rectas).
77 ■ Recortar los 4 ángulos formados en el interior del círculo.
78 ■ Trazar un paralelogramo cuyos ángulos interiores coincidan con los ángulos recortados.

Práctica Número 10

Propiedades de los Paralelogramos.

- 1 El profesor reparte a cada integrante del grupo una paleta. Las paletas son de cinco colores
- 2 diferentes (rojo, azul, verde, amarillo, uva).
- 3 De acuerdo con el color forman equipos (cinco equipos de ocho personas cada equipo).
- 9 A cada equipo reparte el material necesario para la elaboración de la práctica. El profesor
- 10 muestra a los equipos una lámina con una figura como la que se muestra a continuación:

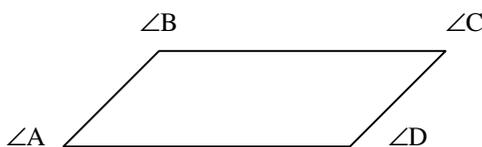
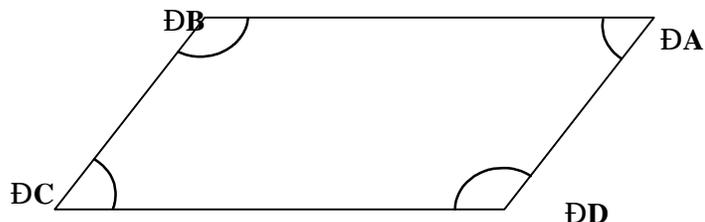


Fig. # 1

- 11 Les pide a los alumnos que por equipo tracen la figura en una hoja de rotafolio previamente
- 12 otorgada por el profesor.
- 13 El profesor reparte una hoja de papel celofán y les pide a los equipos que calquen en el
- 14 papel celofán la figura # 1. Utilizando un marcador negro.
- 15 Al paralelogramo obtenido en el celofán a la cual llamaremos Fig. # 2 se le asignará las
- 16 letras A' , B' , C' , y D' respectivamente de acuerdo al orden de la Fig. # 1
- 17 El profesor les indica a los alumnos que con un marcador de color rojo tracen las
- 18 diagonales BD y AC .
- 19 Por medio de una superposición el profesor ordena a los equipos que hagan coincidir la Fig.
- 20 #1 con la Fig. # 2. El profesor indica que ahora un miembro de los equipos coloque un
- 21 bolígrafo en el punto de intersección de las diagonales (centro de rotación).
- 22 Considerando la posición del bolígrafo en el paso anterior, otro alumno girará la figura 2
- 23 con una rotación de 180° .
- 24 El profesor hace una serie de preguntas a los equipos:
- 25 1) ¿Después de haber realizado el giro indicado coinciden las figuras 1 y 2? **R: si**
- 26 2) ¿Cuál es el lado opuesto al segmento AD ? **R: BC** y ¿Cuál el lado opuesto a AB ?
- 27 **R: CD**
- 28 3) Son iguales los lados paralelos **R: si**
- 29 El profesor después de haber realizado las preguntas uno, dos, tres; les indica a los alumnos
- 30 que efectúen la siguiente actividad:

- 31 De la figura # 2 (papel celofán) recorten los ángulos $\angle A'$, $\angle B'$, $\angle C'$, $\angle D'$, respectivamente
 32 como se indica en la figura # 3 (figura mostrada por el profesor en una hoja de papel rota
 33 folió)



- 34 Les indica que iluminen de un color a los ángulos $\angle B'$ y $\angle D'$ respectivamente, por ejemplo
 35 el color amarillo y de otro color diferente los ángulos $\angle A'$ y $\angle C'$ respectivamente por
 36 ejemplo de color verde.

- 37 Les indica que sobrepongan los ángulos recortados ($\angle A'$, $\angle B'$, $\angle C'$, $\angle D'$) sobre la figura
 38 # 1 cubriendo los ángulos $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, y $\angle D$ respectivamente.

- 39 Les indica que, ahora trabajen sólo con dos ángulos $\angle B'$ y $\angle C'$ y les ordena que coloquen a
 40 $\angle B'$ sobre $\angle D'$ y a $\angle C'$ sobre A' haciendo las siguientes afirmaciones:

- 41 ♦ ¿Cómo son los ángulos $\angle B'$ y $\angle D'$ y $\angle C'$ y $\angle A'$ respectivamente? **R: Iguales** y
 42 ¿Cómo son sus lados opuestos? **R: iguales.**
 43 ♦ considerando tus respuestas completa correctamente las expresiones siguientes:

44 $\angle A' =$ $AB =$

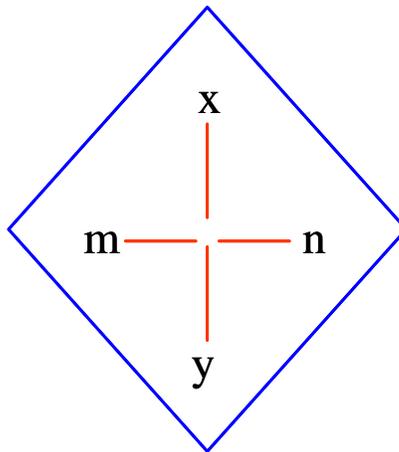
45 $\angle B' =$ $BC =$

- 46 El profesor una vez hechas las preguntas lleva a una plenaria al grupo para plantear la
 47 siguiente afirmación misma que será considerada por cualquier miembro del grupo.

48 *EN TODO PARALELOGRAMO, TANTO LOS LADOS COMO LOS _____*
 49 *SON CONGRUENTES (O IGUALES) CON SUS OPUESTOS.*

- 50 El profesor reparte a cada integrante del grupo un rombo les indica que repitan la actividad
 51 hecha para el paralelogramo.

- 52 El profesor indica que se le asignen literales diferentes a los ángulos internos del rombo,
 53 como por ejemplo (m, n, x, y).



54 Y les hace las siguientes preguntas:

55 ¡Cómo son los ángulos x e y respectivamente? **R: iguales** y los ángulos m y n ? **R: iguales.**
56 ¿Son iguales los lados opuestos del rombo? **R: sí**

57 El profesor deja una tarea en equipo que será entregada a la semana siguientes del término
58 de esta. La tarea consiste en lo siguiente:

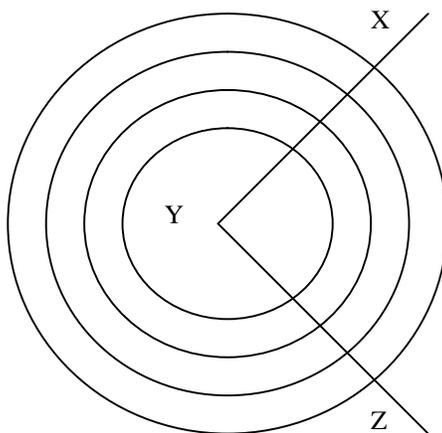
- 59 • Trazar en los jardines de la escuela al menos dos paralelogramos, los cuales serán
60 medidos con una cinta métrica.
61 • Medirán los ángulos formados en el interior del mismo y comprobarán que; los ángulos
62 opuestos en un paralelogramo son iguales así como sus lados paralelos.

Práctica Número 11

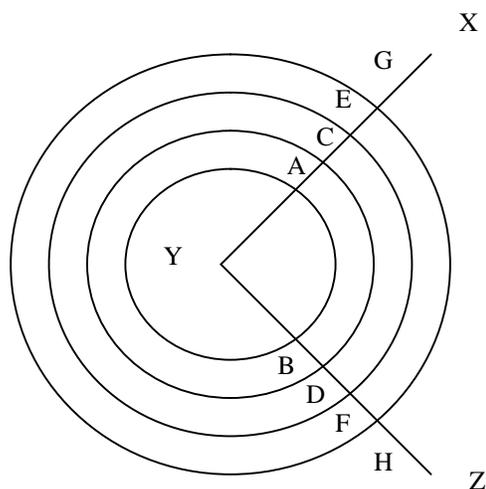
Ángulo Central

- 1 El profesor reparte al grupo círculos de papel de diferentes colores (como por ejemplo
- 2 amarillos, azules, rojos, verdes, naranja, violeta, café, gris, blanco y negro) y de acuerdo al
- 3 color del círculo forma equipos de cinco integrantes cada uno.

- 4 Reparte a cada equipo una hoja con el siguiente diagrama.



- 5 El profesor les indica a los equipos que asignen literales a los arcos formados por el ángulo
- 6 XYZ

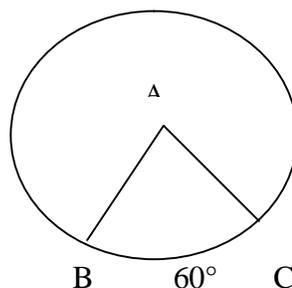


- 7 Les indica que escriban los arcos que se encuentran en el ángulo XYZ
- 8 **AB, CD, EF, GH.**

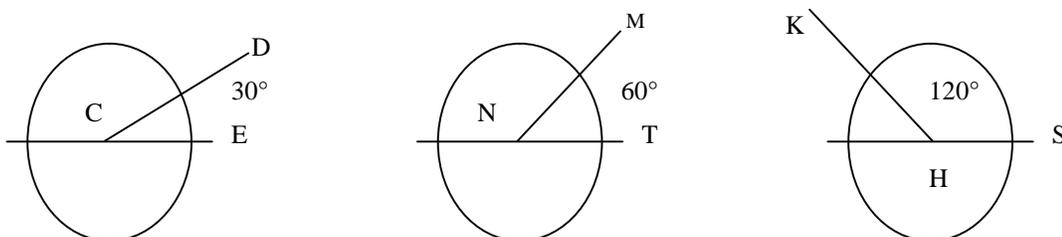
- 9 Les solicita a los alumnos que con el transportador midan los arcos formados (tomando
- 10 como centro el punto **y.**

- 11 Ahora les sugiere midan el ángulo XYZ.
- 12 Una vez terminado este proceso de la práctica.
- 13 El profesor hace las siguientes preguntas:
- 14 a) ¿Cuánto mide el ángulo XYZ? **R: 45°**
- 15 b) ¿Cuánto miden los arcos AB, CD, EF, GH? **R: 45°**
- 16 c) ¿Cómo son las medias del ángulo XYZ y la de los arcos AB, DC, EF, GH? **R: Iguales.**
- 17 d) El ángulo XYZ en donde tiene su vértice? **R: En el centro del círculo.**
- 18 e) ¿Qué nombre reciben los lados que forman el ángulo XYZ? **R: radios.**
- 19 f) ¿Qué nombre recibe el ángulo que tiene su vértice en el centro del círculo y cuyos lados son dos radios? **R: ángulo central.**

- 21 El profesor lleva al grupo a una reflexión y concluye:
- 22 Si un ángulo tiene su vértice en el centro del círculo y los lados que lo forman son dos radios; entonces el ángulo formado se llama ángulo central.
- 23
- 24 El profesor muestra al grupo una lámina con el siguiente dibujo:



- 25 El profesor hace la siguiente pregunta si el arco $BC = 60^\circ$ ¿Cuánto mide el ángulo $CAB =$
- 26 60° ?
- 27 El profesor les indica a los alumnos que por equipos dibujen tres ángulos centrales con medidas arbitrarias como ejemplo ángulo de 30° , 60° , 120° .
- 28



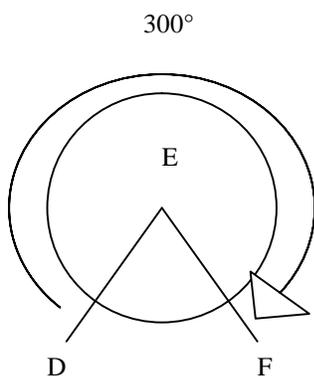
29 El profesor evalúa la actividad haciéndole al grupo las siguientes preguntas:

- 30 ▪ Si el ángulo ECD mide 30° ¿Cuánto mide su arco? **R: 30°**
- 31 ▪ Si el arco MT mide 45° ¿Cuánto mide el ángulo MNT? **R: 45°** .
- 32 ▪ Si el ángulo HKS mide 120° , ¿Su arco medirá? **R: 120°** .

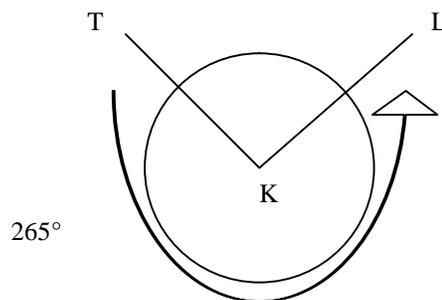
33 El profesor indica a los equipos que tracen un ángulo central en el círculo que les fue
34 asignado al inicio de la práctica. La medida del ángulo es de cualquier medida.

35 Una vez terminado de trazar el ángulo central el profesor les indica que al reverso escriban
36 la medida de su arco.

37 Finalmente el profesor deja una tarea al grupo que será entregada un día después de
38 terminada la práctica.



*¿Cuánto mide el arco
DF?*



*¿Cuánto mide el arco
TL?*

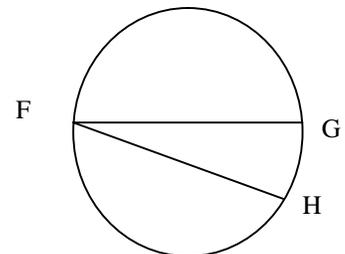
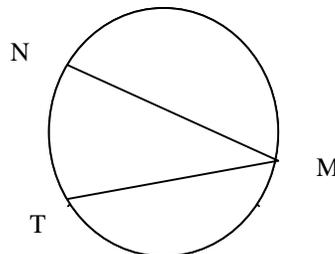
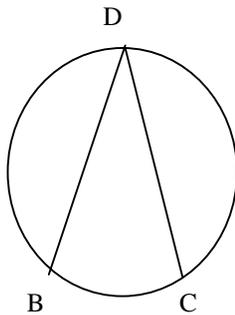
Práctica Número 12

Ángulo Inscrito

- 1 El profesor reparte a cada integrante del grupo círculos de papel de diferentes colores.
- 2 (Rojo, verde, azul, amarillo, blanco, naranja, violeta, café, gris) y forma equipos de cinco
- 3 personas cada uno, de acuerdo al color asignado.

- 4 El profesor reparte a cada equipo una hoja en donde les pide que:
- 5 Dibujen tres círculos con radio de cinco centímetros cada uno:
- 6 Formar con los tres círculos tres ángulos cuyas características sean las siguientes:

- 7 a) Tener vértice en cualquier punto de la circunferencia.
- 8 b) Que los lados que formen el ángulo sean dos secantes.



- 9 El profesor dirigiéndose al grupo concluye:
- 10 ***Todo ángulo que tiene su vértice en cualquier punto de la circunferencia y***
- 11 ***cuyos lados sean dos secantes se llama “Ángulo Inscrito”.***
- 12 El profesor reparte a los equipos una hoja blanca donde se ilustra la figura siguiente:

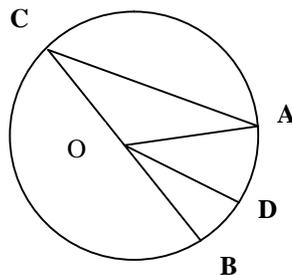


Fig. # 1

13 A continuación el profesor les indica que anoten en su cuaderno de apuntes las siguientes
14 instrucciones:

15 1. Ilumina en la fig. 1, el ángulo central $\angle AOB$ con color amarillo.

16 2. Ilumina con color rojo el ángulo inscrito $\angle ACB$

17 Subsecuentemente el profesor hace cuatro preguntas las cuales serán contestadas por el
18 grupo:

19 a) ¿El ángulo $\angle ACB$ recibe el nombre de? **R: ángulo inscrito.**

20 b) ¿ Porqué razón? **R: porque tiene su vértice en cualquier punto de la circunferencia
21 y sus lados son dos secantes.**

22 c) ¿ Qué nombre recibe el triángulo ACO? **R: Isósceles.**

23 d) ¿ Por qué razón? **R: porque tiene por medida a dos radios OA y OC y un lado
24 diferente AC.**

25 e) El ángulo $\angle AOB$ es un ángulo **EXTERNO** del triángulo ACO.

26 f) En un triángulo cualquiera un ángulo **EXTERIOR** es igual **a la suma de los ángulos
27 no adyacentes a el $\angle AOB = \angle C + \angle A$**

28 El ángulo $\angle A = \angle C$ porque en todo triángulo Isósceles a lados iguales se **oponen ángulos
29 iguales.**

30 Si $\angle AOB = \angle C + \angle A$ y $\angle C = \angle A$

31 Entonces;

32 $\angle AOB = \angle C + \angle C$ (1) $\angle AOB = 2C$ (2)

33 Si $\angle AOB = AB$ sustituyendo en las ecuaciones 1 y 2 tenemos;

34
$$\frac{\angle AB}{2} = \frac{\cancel{\angle C}}{\cancel{2}} = \angle C = \frac{AB}{2}$$

35 Se concluye que el ángulo $\angle ACB = AB / 2$. Un ángulo inscrito esta medido por la mitad
36 de los arcos que intersectan sus lados.

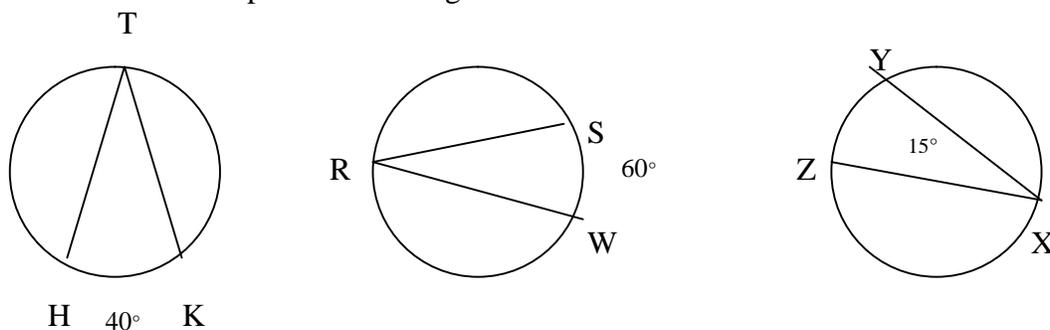
37 El profesor muestra a los alumnos una hoja de papel rotafolio en donde se muestra el
38 siguiente enunciado:

39 LA MEDIDA DE UN ÁNGULO INSCRITO ES _____ DEL ARCO
40 QUE INTERSECTAN SUS LADOS.

41 El profesor lleva a una plenaria al grupo para reforzar algunos conceptos de la práctica
42 estudiada.

- 43 • Un ángulo central mide lo mismo que su arco.
- 44 • Un ángulo inscrito mide la mitad que su arco.
- 45 • Un ángulo inscrito tiene el vértice en cualquier punto de la circunferencia.
- 46 • Los lados que forman un ángulo inscrito son dos secantes.

47 El profesor escribe en el pizarrón tres ángulos inscritos:



48 Y plantea al grupo las siguientes preguntas:

- 49 1) Si el arco $HK = 40^\circ$, ¿Cuál es la medida del ángulo KTH ? **$R = 20^\circ$**
- 50 2) Si el arco $SW = 60^\circ$ ¿Cuál es la medida del ángulo SRW ? **$R = 30^\circ$**
- 51 3) Si el ángulo $YXZ = 15^\circ$ ¿Cuál es la medida del arco YZ ? **$R = 30^\circ$**
- 52 4) ¿Qué nombre reciben los tres ángulos anteriores? **R : Ángulos Inscritos.**

53 El profesor dirigiéndose al grupo les pide que en forma individual tracen un ángulo semi-
54 inscrito en el círculo que les fue asignado al inicio de la práctica. La medida del ángulo es
55 arbitraria, por ejemplo **40°** .

56 Una vez terminada esta actividad el profesor sugiere que escriban al reverso la medida del
57 arco del ángulo semi-inscrito, por ejemplo **80°** .

58 El profesor les asigna una tarea que será entregada dos días después del término de la
59 misma.

- 60 • Dibujar en tres hojas de diferente color (rojo, amarillo, verde) tres ángulos inscritos que
61 tengan las siguientes características:
- 62 • Tener su vértice en cualquier punto de la circunferencia con posición diferente cada
63 ángulo.

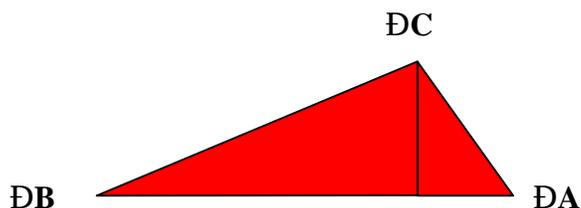
- 64 • El radio de las tres circunferencias será de cuatro centímetros cada uno.
65 • El primer ángulo tendrá una abertura de 60° , el segundo de 90° y el tercero de 30° .
66 • Escribir la medida de su arco al reverso de la figura trazada.

67 De acuerdo a los resultados obtenidos el profesor tendrá la oportunidad de retroalimentar el
68 tema si así le parece pertinente ó en su defecto de avanzar al tema siguiente según el
69 resultado de la práctica realizada.

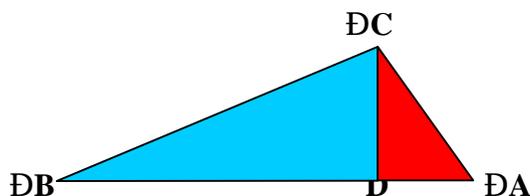
Práctica Número 13

Pitágoras por Semejanza.

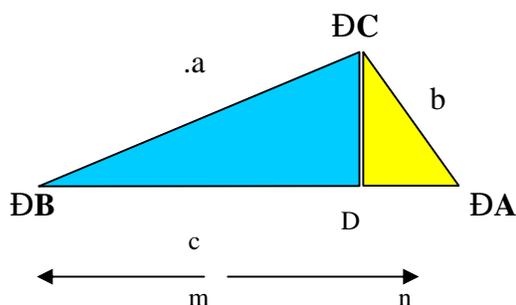
- 1 El profesor organiza al grupo para formar equipos de seis personas cada uno. Reparte a
- 2 cada equipo una bolsa que contiene tres triángulos rectángulos de diferente color y
- 3 diferente tamaño. (Los colores asignados a los triángulos son amarillo, azul y rojo).
- 4 El profesor muestra a los equipos los tres triángulos, estos triángulos son pegados por
- 5 pequeños imanes en el pizarrón.
- 6 El profesor a continuación dicta a los alumnos las siguientes indicaciones:
- 7 1. Pegar en una hoja blanca el triángulo mayor (por ejemplo el de color rojo) como el
- 8 profesor lo muestra en el pizarrón.



- 9 2. Escribir en los tres ángulos las letras ABC (el orden de las letras que indican los
- 10 ángulos no importa).
- 11 3. Tomar el triángulo de color azul y superponerlo sobre el triángulo ABC (rojo) de tal
- 12 manera que el triángulo azul coincida con el ángulo B, como se muestra en la siguiente
- 13 figura:



- 14 4. El profesor indica que al segundo triángulo superpuesto sobre el primero se le asignará
- 15 una nueva literal por ejemplo (D), en el ángulo de 90° del triángulo azul.
- 16 5. El profesor indica que se asigne una letra minúscula a los lados formados por el
- 17 triángulo original, sugiere que el alumno asigne la letra minúscula a cada lado del
- 18 triángulo según corresponda al ángulo opuesto.
- 19 6. El lado opuesto al ángulo $\angle B$ se le asignará la letra b
- 20 7. El lado opuesto al ángulo $\angle A$ se le asignará la letra a
- 21 8. Al lado opuesto al ángulo $\angle C$ se le asigna la letra c
- 22 El profesor pasa a un voluntario del grupo para que sobre la hoja blanca escriba las
- 23 indicaciones anteriores:



24 El profesor sugiere que al lado AB del triángulo mayor que ha sido dividido en dos parte
 25 BD y DA, se le asigne una literal (m) al primero y (n) al segundo segmento.

26 El profesor les indica a los alumnos que escriban en su cuaderno de apuntes las siguientes
 27 preguntas, que serán contestadas por los integrantes de cada equipo.

- 28 1. La hipotenusa del triángulo ABC es **R: c**
- 29 2. La hipotenusa del triángulo BDC es **R: a**
- 30 3. Utilizando el concepto de semejanza, la hipotenusa del triángulo ABC es semejante a la
 31 hipotenusa del triángulo **CBD**
- 32 4. Comparando ambos lados y utilizando el concepto de razón, la expresión quedaría
 33 como;

$$\frac{c}{a}$$

34 5. El cateto a del triángulo ABC es semejante al cateto m del triángulo BDC

35 6. Por lo tanto, la razón queda como:

$$\frac{a}{m}$$

36 7. Igualando ambas razones obtenemos:

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{m}$$

37 multiplicando extremos y medios obtenemos la siguiente expresión:

$$cm = a^2$$

38 Ahora el profesor les indica que peguen el triángulo de color amarillo sobre el triángulo
 39 rojo; y comparando los dos tendremos que:

40 8. La hipotenusa del triángulo rojo es **c**

41 9. La hipotenusa del triángulo amarillo es **b**

42 10. Comparando ambas hipotenusas el cociente nos queda como

$$\frac{c}{b}$$

43 11. El cateto **b** del triángulo rojo es semejante al cateto **n** del triángulo amarillo.

44 12. Comparando ambos catetos el cociente nos queda como

$$\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{n}}$$

45 13. Igualando ambas razones y multiplicando extremos y medios, la expresión nos queda
46 como:

$$\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{n}}$$
$$\mathbf{cn} = \mathbf{b}^2 \quad (2)$$

47 14. Sumando la ecuación # 1 y 2, miembro a miembro la expresión nueva sería:

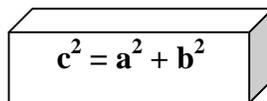
$$\begin{array}{r} \mathbf{cm} = \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{cn} = \mathbf{b}^2 \\ \hline \mathbf{cm} + \mathbf{cn} = \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 \end{array}$$

48 Sacando el factor común en el primer miembro de la ecuación

$$\mathbf{c} (\mathbf{m} + \mathbf{n}) = \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 \quad (3)$$

49 El profesor les hace observar a los alumnos que $\mathbf{m} + \mathbf{n}$ en la figura es el segmento \mathbf{c}
50 sustituyendo en la ecuación # 3 tendremos;

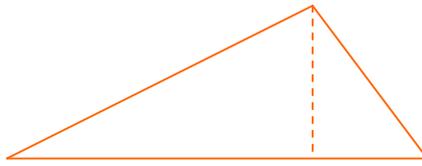
$$\mathbf{c}(\mathbf{c}) = \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2$$


$$\mathbf{c}^2 = \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2$$

Que es la expresión demostrada por Pitágoras.

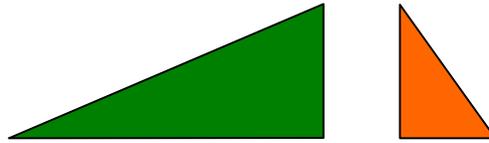
51 Ahora el profesor les indica que tracen en una hoja un triángulo rectángulo con medidas
52 arbitrarias.

53 Una vez dibujado el triángulo les indica marquen una perpendicular trazando desde el
54 ángulo de 90° hasta cortar con la hipotenusa del triángulo como se muestra a continuación:

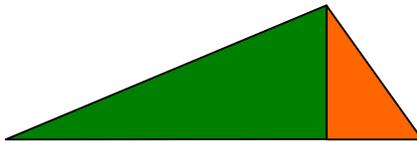


55 Les ordena que recorten por la línea punteada.

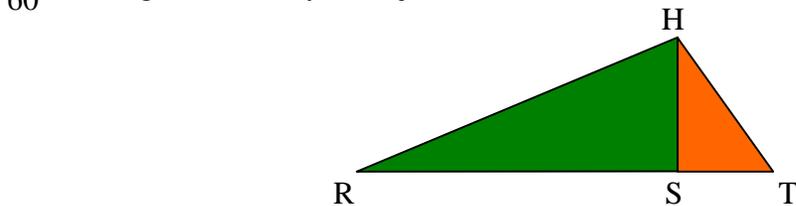
56 El profesor les indica que iluminen de colores diferentes los dos triángulos (por ejemplo verde y naranja)



58 Les indica que los unan y los peguen en su cuaderno



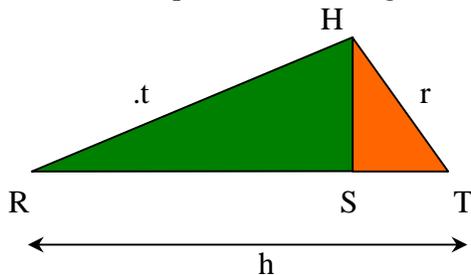
59 Les sugiere que coloque literales a las esquinas del nuevo triángulo formado por los dos triángulos (verde y naranja)



61 El profesor les plantea las siguientes preguntas, mismas que serán contestadas por los alumnos:

- 63 a) ¿Cuántos triángulos se forman con la unión de los triángulos naranja y verde? **R: 3**
 64 b) ¿Cuáles son esos tres triángulos? **R: el triángulo RTH, el triángulos RHS y el**
 65 **triángulo HTS.**

66 Les sugiere que coloquen letras minúsculas a los lados de los triángulos unidos (de preferencia las mismas literales que tienen sus ángulos opuestos) por ejemplo:



68 Les ordena que al segmento h se divida en dos segmentos de tal manera que el segmento
 69 RS formen una parte y el segmento ST formen la otra parte, por ejemplo:

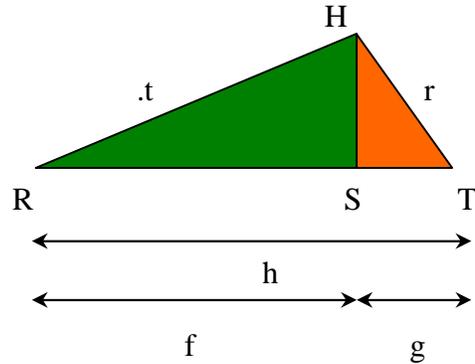


Figura # 2

70 El profesor plantea las siguientes preguntas:

- 71 1) El triángulo RHS es semejante al triángulo **RTH**
- 72 2) El triángulo HTS es semejante al triángulo **RTH**
- 73 3) Comparando al triángulo RHS y al triángulo RTH, la hipotenusa del primero es **t**
- 74 4) La hipotenusa del triángulo RTH es **h**, por lo tanto se forma **t/h**.
- 75 5) Pero el cateto **f** del triángulo RHS es semejante a **t** que es un cateto del triángulo RTH.
- 76 Utilizando el concepto de razón e igualando las razones tendremos:

$$\frac{t}{h} = \frac{f}{t}$$

77 Multiplicando extremos y medios tendremos:

$$t^2 = h \cdot f \quad \text{Ecuación \# 1}$$

78 Comparando el triángulo HTS y el triángulo RTH tendremos que la hipotenusa del
 79 triángulo HTS es **r** semejante a la hipotenusa del triángulo RTH que es **h**, pero **g** que es un
 80 cateto del triángulo HTS es semejante a **r** cateto del triángulo RTH..

81 Utilizando el concepto de razón e igualando las dos razones de los triángulos anteriores
 82 tendremos:

$$\frac{r}{h} = \frac{g}{r}$$

83 Multiplicando extremos y medios tendremos:

$$r^2 = g \cdot h$$

Ecuación # 2

84

Sumamos la ecuación 1 y la ecuación 2 miembro a miembro.

$$\frac{r^2 = g \cdot h}{r^2 + t^2 = hf + gh}$$

85

Factorizando el segundo miembro de la ecuación tendremos:

$$r^2 + t^2 = h(f + g)$$

86

De la figura # 2 $f + g$ es igual a h , sustituimos h en lugar de $f + g$

$$r^2 + t^2 = h \cdot h$$

$$r^2 + t^2 = h^2$$

87

Que es la expresión que nos determina el Teorema de Pitágoras.

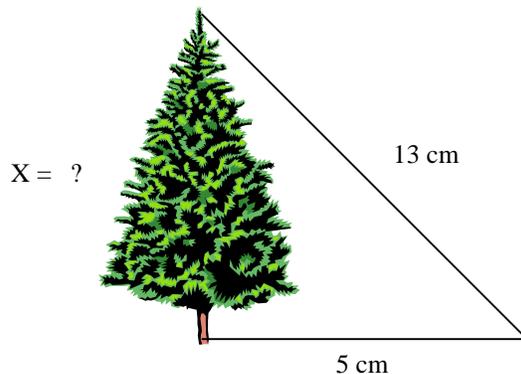
88

El profesor dicta a los equipos un problema en donde se tendrá que aplicar el Teorema de Pitágoras, el cual será contestado por los integrantes de cada equipo.

89

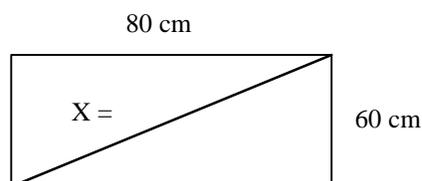
90

Calcular la altura de un pino que tiene la siguientes medidas:



91

Calcular la diagonal de un rectángulo que mide 80 m. de largo y 60 m. de ancho.



- 92 El profesor da un tiempo de diez minutos para terminar el problema, pasa un integrante del
93 grupo y se analizan los resultados.
- 94 El profesor dejara una tarea por equipo la cual consiste en medir la diagonal del pizarrón
95 de su salón de clases y cuyas medidas el alumno obtendrá en días posteriores a la clase de
96 matemáticas para ser entregada un día después de la práctica.

Práctica Número 14

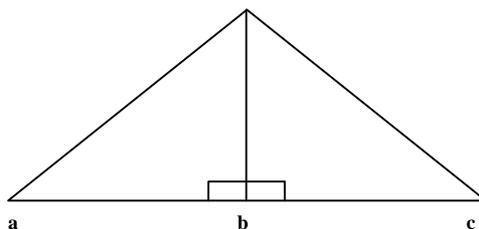
Media Proporcional

1 El profesor le solicitara al grupo que formen equipos de seis personas cada uno (los equipos
2 se formaran por unanimidad).

3 Una vez formados los equipos el profesor repartirá a los integrantes el material con el cual
4 elaborarán la práctica: una hoja blanca y dos triángulos rectángulos.

5 El profesor solicita que iluminen los triángulos con diferente color. (por ejemplo azul y
6 verde)

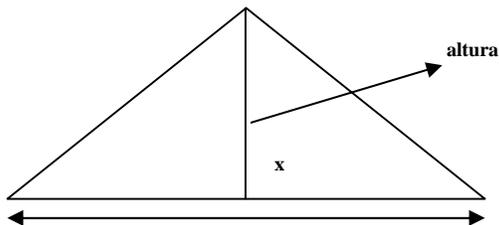
7 El profesor les indica a los alumnos que peguen los dos triángulos de tal manera que
8 coincidan los ángulos rectos.



9 Ya pegados los triángulos el profesor les ordena a los equipos que midan las dos bases de
10 los triángulos y que les pongan una literal cualquiera a la distancia de la base del primer
11 triángulo y la distancia de la base del segundo triángulo, por ejemplo **(ab)** **(bc)**.

12 El profesor solicita que encuentren el punto medio del segmento **ac**, les indica que abran
13 el compás con una abertura que dista desde el punto medio del segmento **ac** hasta
14 cualquiera de los extremos ya sea **a** ó **c**.

15 Les indica que con el compás formen una semicircunferencia que pase por el vértice de las
16 dos alturas de los dos triángulos. A continuación les solicita que midan con una regla la
17 altura de los dos triángulos.



18 La medida obtenida será la Media Proporcional de los Triángulos.

19 El profesor a continuación decide demostrar la media proporcional de manera analítica.

20 Les solicita a los alumnos que escriban en su cuaderno de apuntes la siguiente proporción:

$$\frac{ab}{x} = \frac{x}{bc}$$

21 A continuación les solicita que sustituyan los valores de **a** y **b**, que anteriormente
22 obtuvieron:

$$ab = 8 \qquad bc = 4 \qquad x = ?$$

23 Les pide que multipliquen extremos y medios respectivamente:

$$\begin{aligned} x^2 &= (ab)(bc) \\ x^2 &= (8)(4) \\ x^2 &= 32 \qquad x = \sqrt{32} \qquad x = 5.6 \end{aligned}$$

24 El profesor decide hacer una serie de preguntas al grupo para reforzar el conocimiento:

25 1. ¿El valor de \underline{x} medida con la regla coincidió con la obtenida por la proporción realizada?

26 **R: si**

27 2 ¿Qué nombre reciben **ab** y **bc** respectivamente en la proporción? **R: Extremos.**

28 3 ¿Qué nombre recibe **x** respectivamente en la proporción? **R: Medios**

29 4 ¿Cuándo en una proporción los medios o los extremos se repite se llama? **R: Media**

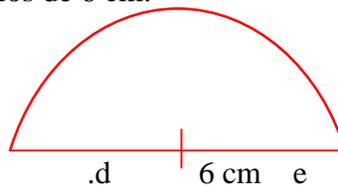
30 **proporcional.**

31 Si $a = 8$ y $b = 2$; ¿Cuál es el valor de x ? **R: 4**

32 ¿Qué significa el 4 obtenido? **R: La media proporcional de 2 y 8.**

33 El profesor les indica a los alumnos que encuentren la media proporcional gráficamente y
34 analíticamente con los siguientes datos:

35 a) Trazar una semi circunferencia con radios de 6 cm.

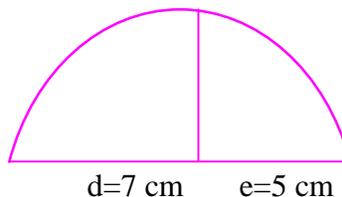


36 b) Dividir el diámetro en dos partes.

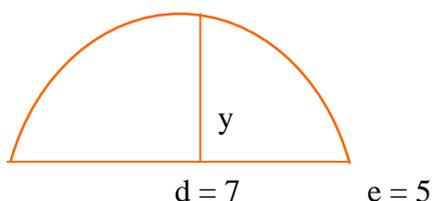
37 c) Asignarle dos literales a cada segmento, como por ejemplo **d** y **e**.

38 d) Darle valores a **d** y **e** como por ejemplo **d= 7 cm** y **e= 5 cm**.

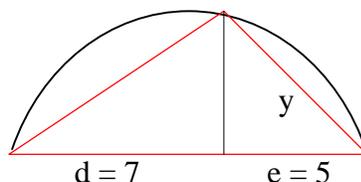
39 e) Trazar una perpendicular desde la unión de los dos segmentos **d** y **e** hasta cortarse con
40 la semi-circunferencia.



41 f) A la perpendicular encontrada asignarle una nueva literal, por ejemplo **y**.



42 g) Formar dos triángulos semejantes y uniendo el extremo de **d** con el extremo **y** y el
 43 extremo **y** con el extremo **e**.



44 h) Obtener el valor de **y** encontrando la razón entre los triángulos semejantes

$$\frac{d}{y} = \frac{y}{e}$$

45 i) Sustituir los valores de **d** y **e** respectivamente:

$$\frac{7}{y} = \frac{y}{5}$$

$$y^2 = (7)(5)$$

$$y^2 = 35$$

$$y^2 = 35$$

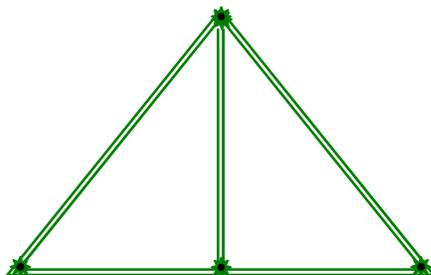
$$y = 5.9 \text{ cm}$$

46 El profesor formula la siguiente pregunta:

47 ¿El Valor calculado de **y** coincide con la altura de los dos triángulos? **Si**

48 El profesor decide dejar de tarea al grupo la siguiente actividad:

49 Formar en un geoplano dos triángulos rectángulos de tal manera que los triángulos
 50 formados tengan diferente base y la misma altura con la unión de ligas.



51 *Se unirán los clavos del geoplano con ligas de diferente color. (La medida de los
 52 triángulos formados serán arbitrarias)

- 53 *Se medirá la distancia del primer clavo al segundo clavo y del segundo clavo al tercero.
54 (los clavos deben ser colineales)
55 *Sacar el punto medio de la medida de la unión de sus bases y trazar una
56 semicircunferencia con una liga de tal manera que la semicircunferencia pase por la altura
57 de los triángulos
58 *Medir con una regla graduada la altura de los dos triángulos y compararla con la obtenida
59 analíticamente.
60 La tarea será entregada un día después de terminada la práctica.

Práctica Número 15

Cuarta Proporcional

- 1 El profesor forma equipos de seis personas cada uno designados de acuerdo al número de
- 2 lista, es decir, (uno con seis), (siete con doce) y así sucesivamente hasta terminar con el
- 3 número de alumnos.

- 4 El profesor reparte a cada equipo tres popotes de diferentes colores y les pide que recorten
- 5 los popotes con las siguientes medidas:
- 6 1er. Popote _____ 3cm
- 7 2do. Popote _____ 5 cm
- 8 3er. popote _____ 7 cm

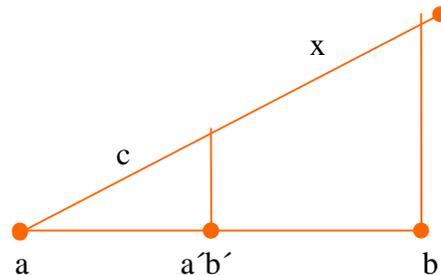
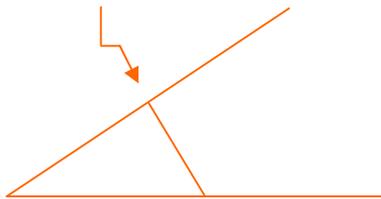
- 9 Al primer popote se le debe asignar una literal por ejemplo **a**, al segundo **b** y al tercero **c**
- 10
- 11 El profesor indica que se una el popote **a** y el popote **b** formando un solo segmento.



- 12 El popote **c** irá pegado al extremo del popote **a**, formando un ángulo de 50°
- 13 aproximadamente. (El valor del ángulo no importa siempre y cuando sea un ángulo agudo)

- 14 Se cortará un popote cualquiera de tal manera que el extremo del popote **c** coincida con la
- 15 unión de los popotes **a** y **b** respectivamente.

- 16 Se cortará un segmento más con un popote cualquiera de tal manera que el popote vaya
- 17 unido **a c** y que se prolongue hasta formar un triángulo semejante al que se muestra en la
- 18 siguiente figura:



- 19 Este último popote será la cuarta proporcional a la cual llamaremos **x**
- 20 Trazar con otro popote un segmento que vaya unido del extremo **b** al extremo de (**x**)
- 21 El profesor propone al grupo encontrar el valor de la cuarta proporcional (**x**), mediante el
- 22 proceso analítico, para ello escribe en una hoja de papel rotafolio la expresión:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

- 23 Donde $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$
- 24 Les indica a los alumnos que sustituyan valores y encuentren el valor de **x**, multiplicando
- 25 extremos y medios respectivamente:

$$\frac{3}{5} = \frac{7}{c} \quad c = \frac{35}{5} = 11.6$$

- 26 El valor de **x** debe coincidir con la medida del popote unido al extremo **c** del triángulo
- 27 formado.
- 28 El profesor pretende reforzar el conocimiento a través de un cuestionario dictado a los
- 29 alumnos.

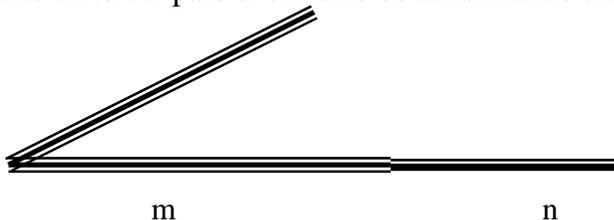
- 30 1. ¿Qué característica tiene una cuarta proporcional? **R: que los medios y los extremos no**
- 31 **se deben repetir.**
- 32 2. ¿Los triángulos formados en la figura hecha por los popotes son semejantes? **R: si**
- 33 3. ¿Por qué razón? **R: porque tienen sus ángulos iguales y proporcionales sus lados.**

- 34 El profesor reparte a los alumnos pedazos de madera de diferentes tamaños (6 pedazos de
- 35 diferentes tamaños) y con ese material les indica que encuentren la cuarta proporcional
- 36 siguiendo las indicaciones siguientes:

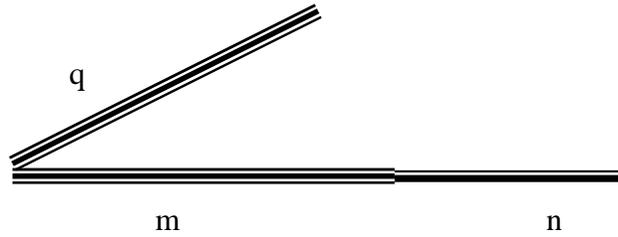
- 37 - Unir dos pedazos de madera en forma horizontal de tal manera que formen un solo
- 38 segmento.
- 39 - Asignar literales a los dos pedazos de madera como por ejemplo **m** y **n** como se muestra
- 40 a continuación:



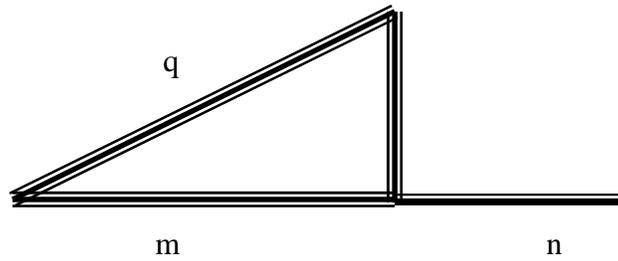
- 41 - Unir mediante un tercer palo el extremo de **m** formando un ángulo agudo.



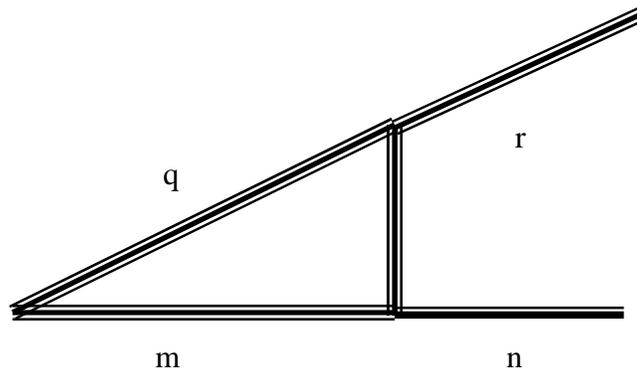
- 42 - Asignar mediante una literal al palo que formo el ángulo agudo, por ejemplo **q**.



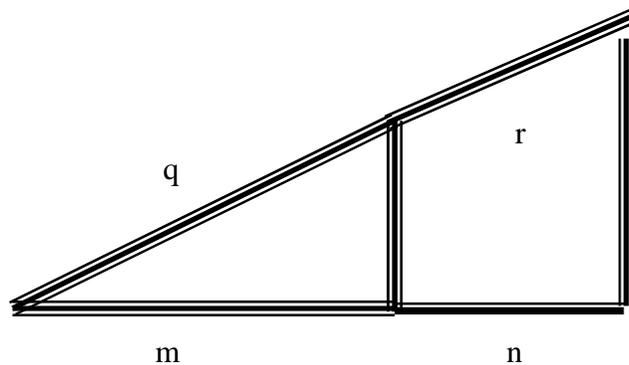
- 43 - Unir mediante un cuarto palo el extremo de **q** con la unión de los palos **m** y **n**.



- 44 - Unir mediante otro palo el extremo **q** siguiendo la misma trayectoria.



- 45 - Asignar una literal a este nuevo palo, por ejemplo **r**.
 46 - Unir mediante un nuevo palo el extremo del palo **r** con el extremo del palo **n** formando un triángulo como el que se muestra a continuación:
 47



- 48 - Medir con una regla graduada el palo cuya literal es **r**.
- 49 El profesor les indica que expresen la cuarta proporcional en función de la igualdad de dos razones:
- 50 razones:

$$\frac{m}{n} = \frac{q}{r}$$

- 51 Medir el segmento **m, n y q** por ejemplo:

$$m = 4 \text{ cm}$$

$$n = 5 \text{ cm}$$

$$q = 8 \text{ cm}$$

$$r = ?$$

.

$$\frac{m}{n} = \frac{q}{r}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{r}$$

- 52 Multiplicar extremos y medios:

$$\frac{4r}{4} = \frac{40}{4}$$

$$r = 10$$

- 53 ¿El valor calculado de **r** coincide con el valor medido por el palo? **Si**
- 54 El profesor indica que el valor de **r** es la cuarta proporcional buscada.
- 55 El profesor deja una actividad relacionada a la práctica la cual consiste en lo siguiente:
- 56 1. Encontrar la cuarta proporcional con los siguientes datos:
 $a = 4$
 $b = 6$
 $c = 8$
 $d = ?$
- 57 La actividad será entregada un día después de terminada la práctica.

Práctica Número 16

Función Seno en el Círculo Unitario

- 1 El profesor reparte dulces de diferentes colores (rojo, verde, azul, amarillo, café) a los
- 2 alumnos del grupo para formar equipos de trabajo. Se agruparán en equipos de seis
- 3 personas de acuerdo al color del dulce.

- 4 El profesor reparte a cada equipo una bolsa en cuyo interior tiene triángulos rectángulos de
- 5 diferentes tamaños y con diferente medida en sus ángulos.

- 6 El profesor muestra a los alumnos una hoja de rotafolio postrada en el tripie en el cual se
- 7 tiene el siguiente cuadro:

Ángulo	Ordenada (sistema decimal)	Radio (sistema decimal)
0°		
15°		
30°		
45°		
60°		
75°		
90°		

Tabla 1

- 8 El profesor les indica que lo copien en su cuaderno de apuntes.

- 9 Una vez que lo escribieron les ordena que a continuación anoten los siguientes pasos a
- 10 seguir para la realización de la práctica.

- 11 1) Sacar una hoja milimétrica (previamente pedida por el maestro).
- 12 2) Medir los ángulos de cada triángulo rectángulo.
- 13 3) Ordenar de menor a mayor los triángulos de acuerdo a la medida del ángulo. (15°, 30°.
- 14 45°, 60°, 75°)
- 15 4) Colorear los triángulos con diferentes colores.
- 16 5) Trazar en la hoja milimétrica un círculo unitario de tal manera que el radio del círculo
- 17 tenga como radio diez cuadros grandes de la hoja milimétrica. “ como se muestra en la
- 18 Figura. (a).

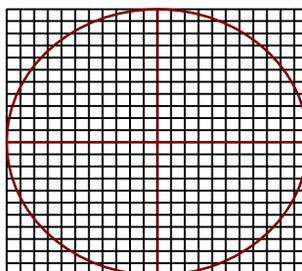
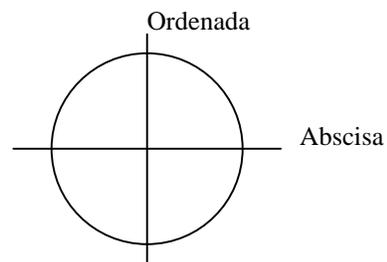
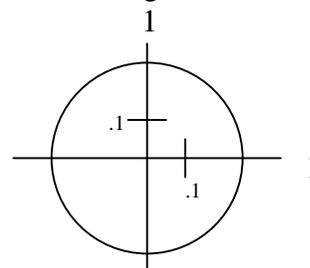


Figura (a)

19 Dividir en cuatro partes iguales el círculo unitario.

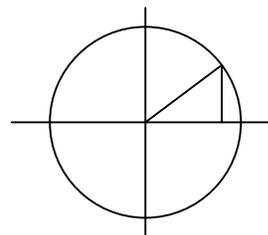


20 6) Marcar sobre el eje horizontal (abscisa) números decimales en donde a la primera
 21 división del origen a la derecha se le pondrá el valor de .1, al segundo .2 y así
 22 sucesivamente hasta llegar a la última división al cual se le asignará el valor de uno.



23 7) De la misma forma se hará hacia el eje vertical (eje de las ordenadas) a la primera
 24 división que va del origen hacia arriba tendrá el valor de .1, al segundo de .2 y así
 25 sucesivamente hasta llegar al último cuadro que tiene un valor de uno.

26 8) Colocar el triángulo que tenga el menor ángulo marcado, en el primer cuadrante del
 27 plano cartesiano inscrito en el círculo, de tal manera que su vértice coincida con el
 28 origen y uno de sus lados con el eje de las abscisas.



29 9) Obtener la medida de la altura del triángulo (ordenada) y el resultado anótalo en la tabla
 30 (1) en la columna que corresponda.

A continuación el profesor muestra una segunda tabla:

31

Ángulo	Ordenada / radio	Ordenada	Seno
0°			
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			

Tabla 2

- 32 11. Divide la altura medida entre el valor del radio del círculo anota el resultado en la tabla
 33 (2) en la columna que le corresponda.
 34 12. Repite el procedimiento para los triángulos subsecuentes y anota los resultados en la
 35 tabla 1 y 2
 36 1. El profesor da un tiempo de 5 minutos para complementar la tabla 1 y 2

37 A continuación el profesor pasa a un integrante de cada equipo al pizarrón y les indica que
 38 anoten los resultados de la tabla 1 y 2

39 El profesor finaliza la práctica haciendo unas preguntas al grupo de tal manera que el
 40 conocimiento se refuerce.

- 41 1. El seno de un ángulo agudo esta relacionado por la relación que existe entre **la**
 42 **ordenada y el radio.**
 43 2. El seno de un ángulo agudo es igual ala **ordenada.**
 44 3. ¿Por qué de el seno de 0° es cero? **R: porque no tiene ordenada.**
 45 4. ¿Por qué el seno de 90° es uno? **R: porque la ordenada es uno y el radio es uno.**

46 El profesor reparte a cada equipo una bolsa de plástico la cual contiene una hoja
 47 milimétrica, compás y regla. La hoja milimétrica tiene inscrito un círculo como el que se
 48 muestra a continuación:

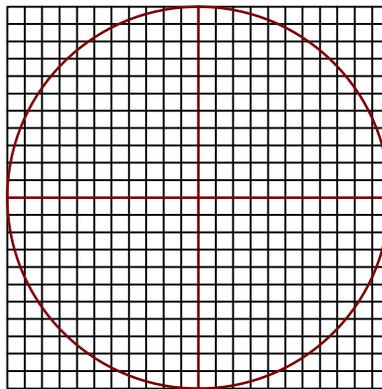


Figura (b)

49 Les indica a los equipos que copien en su cuaderno una tabla como la mostrada con
 50 anterioridad (1 y 2)

Ángulo	Ordenada / radio	ordenada	seno
0°			
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			

Tabla (3)

51 Les indica que con el compás y con ayuda de la regla midan en la hoja milimétrica en el
52 interior del círculo unitario los ángulos de 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , respectivamente y que
53 escriban en las columnas 2, 3, 4 de la tabla los valores de la ordenada y el radio según
54 corresponda a cada ángulo.

55 Una vez terminada la tabla # 3 el profesor hace las siguientes preguntas al grupo:

56 a) ¿Los resultados en la tabla # 3 fueron iguales a los obtenidos en la tabla 1 y 2? **R= sí**

57 b) ¿Por qué solo se tomó el primer cuadrante? **R= Porque es positivo.**

58 c) ¿Por qué no se tomó en cuenta el ángulo de 0° ? **R= Porque no tiene ordenada.**

59 d) ¿El seno en un círculo unitario es igual a? **R= La ordenada.**

60 e) ¿Los valores del seno en el primer cuadrante entre qué valores está comprendido? **R=**
61 **De 0 a 1**

62 f) ¿El valor máximo de la función seno natural ocurre cuando? **R= Llega a 90°**

63 El profesor determina dejar una tarea para reafirmar el concepto de la función seno.

64 Completa la tabla 1 y 2 respectivamente, solo que ahora se utilizarás la calculadora para
65 dividir la ordenada y el radio.

66 Una vez terminadas las tablas 1 y 2 se comparan los resultados obtenidos con los realizados
67 en la práctica.

Práctica Número 17

Función Coseno

- 1 El profesor formará equipos de seis personas por equipo.
- 2 El maestro reparte a cada equipo el material necesario para efectuar la práctica.
- 3 Material:
- 4 Hoja milimétrica (marcada con un círculo inscrito).
- 5 Un triángulo con las medidas de 15° , 30° , 45° , 60° , 75° respectivamente.
- 6 A continuación el profesor muestra a los equipos una tabla previamente elaborada por el
- 7 profesor.

Angulo	Base (abscisa)	Radio (hipotenusa)
15°		
30°		
45°		
60°		
75°		

Tabla 1

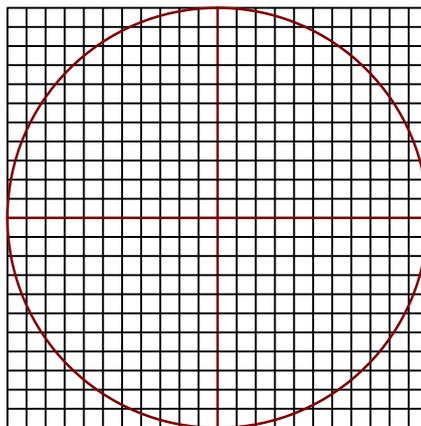
- 8 El profesor les indica que la copien en su cuaderno de apuntes.
- 9 Una vez que la escriban les ordena que a continuación apunten los siguientes pasos para la
- 10 elaboración de la práctica:
- 11 1) Ordenar los triángulos de menor a mayor de acuerdo a la medida de sus ángulos.
- 12 2) Colocar el triángulo de menor ángulo en el primer cuadrante del plano cartesiano
- 13 inscrito en el círculo de tal manera que su vértice coincida con el eje de las abscisas.
- 14 3) Obtener la medida de las bases del triángulo (abscisa) y el resultado anotar en la
- 15 tabla 1 en la columna que le corresponda.
- 16 4) Repetir los pasos dos y tres para todos los triángulos y anotar los resultados en la tabla 1
- 17 y 2 según corresponda. La tabla 2 será mostrada por el profesor en una hoja de papel
- 18 rota folio previamente elaborada por él.

- 19

Angulo	Abscisa/ radio	Abscisa	Coseno
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			

Tabla (1)

- 20 El profesor pasa a un integrante de cada equipo a completar la tabla 1 y 2 respectivamente.
- 21 El profesor hace algunas preguntas respecto a la práctica para reforzar el concepto de la
22 Función Coseno.
- 23 1. El Coseno de un ángulo agudo es la razón que existe entre; **La abscisa y el Radio**
24 2. El coseno de un ángulo agudo es igual a **la abscisa**
25 3. ¿Por qué el Coseno de 0° es 1 ? **porque en ese ángulo la abscisa es 1 y el radio 1 y al**
26 **dividirlo será 1.**
27 4. ¿Por qué el Coseno del ángulo de 90° es cero? **Porque en ese instante la abscisa es**
28 **nula (cero) y el radio es máximo uno.**
- 29 El profesor reparte a cada equipo una bolsa de plástico la cuál contiene una hoja
30 milimétrica compás y regla graduada. La hoja milimétrica tiene inscrito un círculo como el
31 que se muestra a continuación:



- 32 Les indica a los equipos que copien en su cuaderno una tabla como la mostrada con
33 anterioridad (Tabla 1 y 2).

34

Angulo	Abscisa/ radio	Abscisa	Coseno
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			

Tabla (3)

- 35 Les indica que con el compás y con la ayuda de la regla midan en la hoja milimétrica en el
36 interior del círculo unitario los ángulos de 15° , 30° , 45° , 60° , 75° respectivamente y que
37 escriban en la columna 2, 3, y 4 de la tabla los valores de la abscisa y el radio según
38 corresponda a cada ángulo.

- 39 Una vez terminada de llenar la tabla # 3, el profesor hace las siguientes preguntas al grupo:
- 40 a) ¿Los resultados obtenidos en la tabla # 3 fueron iguales a los obtenidos en la tabla 1 y
41 2? **R= si**
- 42 b) ¿Cuál es el valor del ángulo de 0° ? **R= Uno**
- 43 a) ¿Por qué razón? **R= porque el radio que es 1 y coincide con la abscisa.**
- 44 b) ¿El coseno en círculo unitario es igual a? **R= la abscisa.**
- 45 c) ¿Los valores del coseno en el primer cuadrante entre que valores está comprendido? **R=**
46 **de 1 a 0**
- 47 d) ¿El valor máximo de la función coseno natural ocurre cuando? **R= el ángulo vale 0° .**

48 El profesor determina dejar una tarea para reafirmar el concepto de la función Coseno en un
49 círculo unitario.

50 Completar la tabla 1 y 2 respectivamente utilizando la calculadora (obteniendo mínimo tres
51 decimales)

52 Los pasos uno, dos, tres y cuatro serán repetidos para el segundo, tercer y cuarto cuadrante.

53 Anota tus observaciones.

54 Entregar la actividad dos días después de terminada la práctica.

Práctica Número 18

Polígono de Frecuencia.

- 1 El profesor reparte a cada integrante del grupo tiras de papel en forma de rectángulos de
2 diferentes colores y de diferentes tamaños, como por ejemplo (verde, azul, café, rojo,
3 amarillo, negro, violeta) y de acuerdo al color forma equipos de siete personas cada uno.
- 4 El profesor pregunta a los alumnos que le mencionen algunos casos donde es utilizada la
5 estadística; enseguida les pregunta a cada uno su calificación del cuarto bimestre. En el
6 área de matemáticas en total son (cincuenta alumnos) los resultados obtenidos los escribe
7 en una hoja blanca utilizando un marcador de color negro.
- 8 El profesor pasa a un alumno al azar para que cuente cuantos alumnos sacaron cinco, seis,
9 siete, ocho, nueve y diez.
- 10 El profesor le proporciona un marcador de color rojo y le pide que tache en forma
11 cronológica las calificaciones según corresponda anotando en una hoja el número de veces
12 que se repite cada calificación.
- 13 A continuación el profesor muestra a los alumnos una hoja de rotafolio en donde se
14 encuentra escrito las siguientes columnas:

Intervalo	Frecuencia	Marca de Clase	%
3 y 4			
5 y 6			
7 y 8			
9 y 10			

Tabla Número (1)

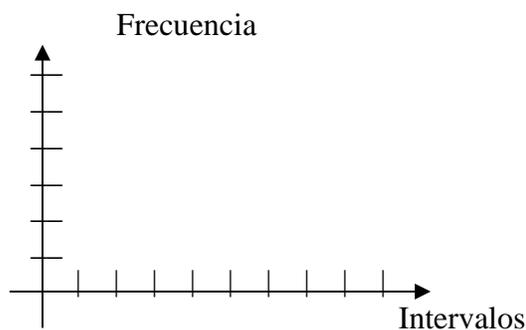
- 15 Ahora pasará a otro alumno y le indicará que completen el renglón correspondiente a la
16 frecuencia. (Número de veces que se repite un dato).
- 17 El profesor escribe en el pizarrón la siguiente fórmula para calcular la Marca de clase
18 M.C. = Dato inferior + dato superior. Dividido entre dos.

$$\frac{3 + 4}{2} , \frac{5 + 6}{2} , \frac{7 + 8}{2} , \frac{9 + 10}{2}$$

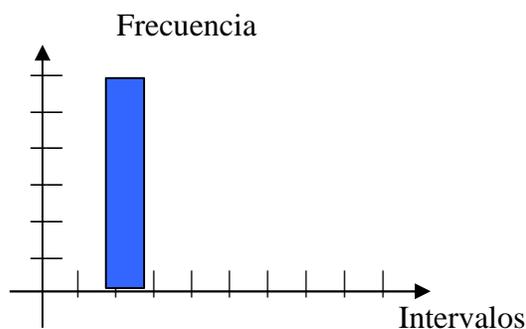
- 19 Pasará a otro alumno y le pide que complete la columna Marca de clase (M.C.) del cuadro.
- 20 A continuación el profesor escribe sobre el pizarrón la fórmula del porcentaje % =
21 (frecuencia) (cien) / el número de datos(cincuenta)

22 Pasa a otro alumno y le pide que con su calculadora calcule la cuarta columna (porcentaje),
23 anotando los resultados en el renglón correspondiente.

24 El profesor indica a los alumnos que tracen un plano cartesiano como el que se muestra a
25 continuación:



26 Les indica que con los rectángulos con los que se formarán equipos hagan coincidir la base
27 del rectángulo con el eje de los intervalos y la altura corresponda a la frecuencia, como el
28 maestro muestra en una hoja de rotafolio previamente elaborada por él.



29 El número de rectángulos será igual al número de intervalos calculados con anterioridad
30 (cuatro).

31 Estos rectángulos serán ajustados de acuerdo a la frecuencia de cada intervalo, es decir
32 serán recortados de acuerdo a la frecuencia establecida.

33 Después se pegarán los rectángulos en el plano cartesiano uno seguido de otro, dejando
34 entre cada uno de ellos un centímetro.

35 El profesor solicita que encuentren el punto medio de cada rectángulo y que una vez
36 encontrados unan con un segmento de recta los puntos medios de cada rectángulo formando
37 un polígono de frecuencia.

38 El profesor dicta a los alumnos un cuestionario el cual será contestado entre todo el grupo
39 con la finalidad de reforzar el concepto de Polígono de Frecuencia.

- 40 1. Si sólo se toma una cantidad de todo un grupo, ¿cómo se llama a ésta cantidad? **R:**
41 **muestra.**
- 42 2. Al total de integrantes del grupo donde fue extraída la muestra, ¿cómo se llama? **R:**
43 **población.**
- 44 3. ¿Cómo se podría definir el intervalo? **R: Como una agrupación de valores.**
- 45 4. ¿Cómo se llama al punto medio de un rectángulo? **R: Marca de clase.**
- 46 5. ¿Qué nombre recibe la unión de un segmento que va de un punto medio a otro punto de
47 la gráfica? **R: Polígono de Frecuencia.**

48 El profesor reparte a cada equipo cinco hojas de diferentes colores (por ejemplo rojo,
49 verde, azul, amarillo, violeta) unas tijeras y un resistol.

50 Y les pide a los alumnos que digan en voz alta el mes en el que nacieron, para ello el
51 profesor les indica que los que nacieron en el mes de enero digan uno, los que nacieron en
52 febrero digan dos y así sucesivamente de tal manera que el que nació en el mes de
53 diciembre diga doce.

54 El profesor les indica que escriban en su cuaderno un recuadro como la mostrada en la
55 tabla #1 y sugiere que el intervalo vaya de tres en tres.

Intervalo	Frecuencia	Marca de Clase	%
1 – 3			
4 –			
– 9			
10 –			

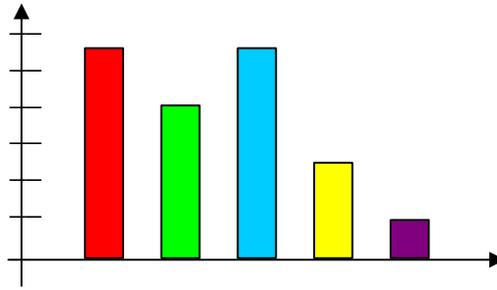
Tabla número (2)

56 Una vez escrita la tabla les indica que calculen el intervalo, la frecuencia, la marca de clase
57 y el porcentaje de la misma manera como en el ejercicio anterior (calificaciones obtenidas
58 en el cuarto bimestres por los integrantes del grupo en el área de matemáticas).

59 El profesor plantea al grupo las siguientes preguntas mismas que serán contestadas por los
60 educandos:

- 61 a) ¿Cuál fue el intervalo con mayor frecuencia?
- 62 b) ¿Cuál fue el intervalo con menor frecuencia?
- 63 c) ¿Cuántos intervalos se formaron?

64 El profesor ahora les pide a los alumnos que con las hojas de colores formen la gráfica de
65 barras sugiriendo que para cada intervalo exista un color diferente, como la gráfica lo
66 indica a continuación:



67 El profesor lleva a una plenaria al grupo y hace las siguientes preguntas, mismas que
 68 contestará el grupo:

- 69 a) ¿Cómo se llama la gráfica realizada con las hojas de colores? **R= gráfica de barras.**
 70 b) ¿Qué figura geométrica dio origen a la gráfica de barras? **R= un rectángulo.**
 71 c) ¿Qué características tiene el rectángulo dentro de la gráfica? **R= tienen el mismo**
 72 **ancho pero diferente altura.**

73 El profesor les encarga una actividad (tarea) que será entregada por equipos a los tres días
 74 de haber terminado la práctica.

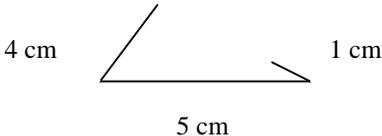
75 La actividad consiste en:

76 Preguntar a veinte vecinos de la calle donde vive cada alumno su escolaridad, una vez
 77 obtenido la información se efectuarán los procedimientos de la práctica, es decir calculara
 78 la frecuencia, el intervalo, la marca de clase, la gráfica de barras y el polígono de
 79 frecuencia.

Práctica Número 19

Propiedades de los Triángulos

Relación entre los lados del triángulo

- 1 El profesor agrupa en equipos a los alumnos, los equipos estarán formados por cinco
2 integrantes cada uno. Reparte a cada equipo el material con el cual se trabajará la práctica
3 (popotes, tijeras de puntas redondas, regla graduada de veinte centímetros).
- 4 El profesor indica a los equipos que elijan un representante y un secretario para escribir
5 algunas observaciones y conclusiones sobre la práctica.
- 6 El profesor le pide a los alumnos que saquen su cuaderno de apuntes y anoten el
7 procedimiento para la ejecución de la práctica.
- 8 1. Cortar en tres pedazos uno de los popotes con las siguientes medidas:
9 $a = 3\text{cm}$ $b = 5\text{cm}$ $c = 7\text{cm}$
- 10 2. Unir los 3 pedazos de popotes de tal manera que se forme un triángulo.
- 11 3. ¿Se puede formar el triángulo? **R= si**
12 Si tu respuesta fue afirmativa ¿Qué nombre recibe este triángulo? **R: Escaleno.**
- 13 4. Si no se pudo formar el triángulo; indica ¿por qué no se pudo formar?
- 14 5. Cortar otro popote con las siguientes medidas:
15 $a = 4\text{cm}$ $b = 1\text{cm}$ $c = 5\text{cm}$
- 16 6. Repetir el inciso dos, tres y cuatro
- 
- 17 El profesor escribe en el pizarrón la siguiente relación:
- | | |
|-------------|-------------|
| $a < b + c$ | $a > c - b$ |
| $b < a + c$ | $b > c - a$ |
| $c < a + b$ | $c > b - a$ |
- 18 Donde a, b, c, son los lados del triángulo.
- 19 El profesor les indica a los alumnos que sustituyan los lados del triángulo que
20 anteriormente realizaron, (ejercicio uno); donde
21 $a = 3\text{cm}$ $b = 5\text{cm}$ $c = 7\text{cm}$
- 22 $3 > 7 - 5$, $5 < 3 + 7$, $7 < 3 + 5$
23 ¿Cumple con las 3 primeras relaciones? R: si
24 $3 > 7 - 5$, $5 > 7 - 3$, $7 > 5 - 3$
25 ¿Cumplen con las 3 segundas relaciones? R: si
- 26 El profesor lleva a una plenaria al grupo para poder concluir la práctica.

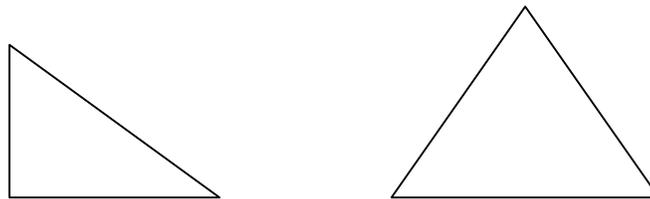
27 **PARA FORMAR UN TRIÁNGULO UNO DE SUS LADOS DEBE SER _____**
 28 **QUE LA SUMA DE LOS OTROS DOS Y DEBEN SER _____ QUE LA**
 29 **RESTA DE LOS OTROS DOS LADOS.**

30 El profesor indica a los equipos que realicen otros dos ejemplos utilizando los popotes
 31 restantes, de tal manera que un primer ejemplo cumpla las seis condiciones anteriores y un
 32 segundo ejemplo sea en donde no se cumpla una de las seis condiciones.

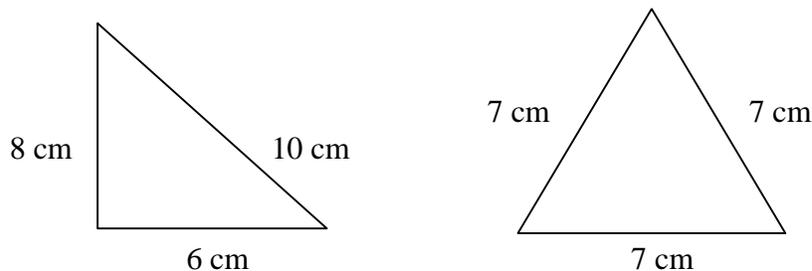
33 El profesor indica a los alumnos que escriben el siguiente cuestionario para reforzar los
 34 conceptos previamente estudiados.

- 35 1) Para poder formar cualquier triángulo el lado a es _____ que $b + c$, el lado b es
 36 _____ que $c - a$ y el lado c es _____ que $a + b$
 37 2) Si una de las seis condiciones no se cumple se puede formar el triángulo _____

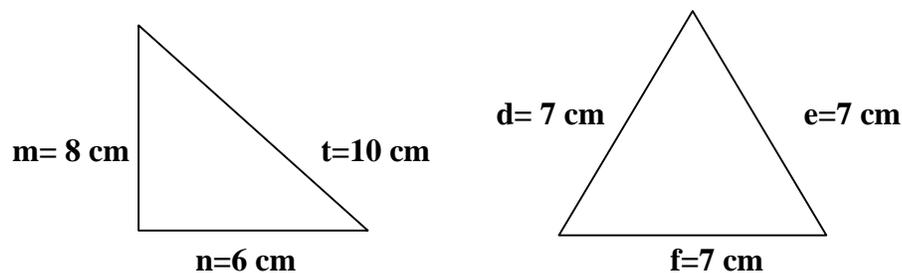
38 El profesor muestra al grupo dos triángulos en una hoja de papel rotafolio como los que se
 39 muestran a continuación:



40 Pasa a un integrante del grupo y proporcionandole una regla graduada le pide que mida
 41 cada lado de los triángulos.



42 Pasa a otro integrante del grupo y le indica a cada lado de los triángulos le escriba una
 43 literal como por ejemplo (m, n, t, para el primer triángulo y d, e, f, al segundo triángulo).



- 44 Le invita a otro integrante del grupo que utilizando la relación entre los lados del triángulo
 45 demuestre porque si se formaron los triángulos anteriores.

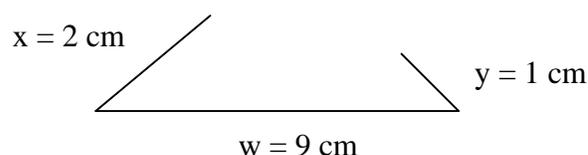
$.m > t - n$	$.m < t + n$	$.d > e - f$	$.d < e + f$
$.t > m - n$	$.t < m + n$	$.e > d - f$	$.e < d + f$
$.n > t - m$	$.n < t + m$	$.f > d - e$	$.f < d + e$

- 46 Sustituyendo el valor de cada literal tendremos:

$8 > 10 - 6$	$8 < 10 + 6$	$7 > 7 - 7$	$7 < 7 + 7$
$10 > 8 - 6$	$10 < 8 + 6$	$7 > 7 - 7$	$7 < 7 + 7$
$6 > 10 - 8$	$6 < 10 + 8$	$7 > 7 - 7$	$7 < 7 + 7$

- 47 El profesor una vez terminada la actividad formula al grupo tres preguntas, mismas que
 48 serán contestadas por el grupo:

- 49 1. Escribe un ejemplo donde no se puede formar un triángulo, como por ejemplo **w=9 cm,**
 50 **x=2 cm, y=1 cm.**
 51 2. Diga una causa por la que no se pueda trazar el triángulo; **y>w-x, 1>9-2**
 52 3. Muestra mediante un dibujo el hecho anterior



- 53 Nota: los lados del triángulo no se unieron.

- 54 El profesor asigna una tarea al grupo la cual consiste en lo siguiente:

- 55 El profesor muestra en una hoja de rotafolio un cuadro como el que sigue:

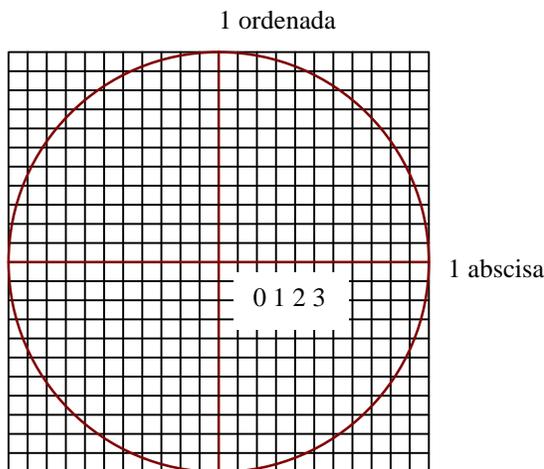
<i>Número de popotes</i>	<i>Número de triángulos que pueden formarse</i>	<i>Medida de los lados (medida - popotes)</i>
1	0	
2	0	
3	1	1 - 1 - 1
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11	4	5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3

- 56 Tabla que será entregada por los alumnos dos días después de terminada la práctica.

Práctica Número 20

Función Tangente en un Círculo Unitario

- 1 El profesor pide con anterioridad para la realización de la práctica de la Función Tangente,
- 2 los cuadros 1 y 2 realizados en las funciones seno y coseno (prácticas realizadas
- 3 anterioridad).
- 4 El profesor forma equipos de cinco integrantes cada uno. A cada equipo reparte un hoja
- 5 milimétrica como la que se muestra a continuación:



- 6 Y una hoja anexa con el siguiente cuadro:

7

Cuadro I

Ángulo	Ordenada (función seno)	Abscisa (función coseno)	Ordenada / abscisa Tangente
0°			
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			
90°			

- 8 El profesor les indica a los equipos que de acuerdo a los cuadros de la función seno y
- 9 coseno escriban los valores en la columna de la ordenada para la función seno y la abscisa
- 10 para la función coseno respectivamente. (*Valores obtenidos en la práctica número 16 y 17*
- 11 *para las funciones seno y coseno natural*)

- 12 A continuación les ordena que dividan la columna de la ordenada entre la columna de la
 - 13 abscisa, y el resultado encontrado anotarlo en la columna correspondiente. (***ordenada***
- abscisa***).

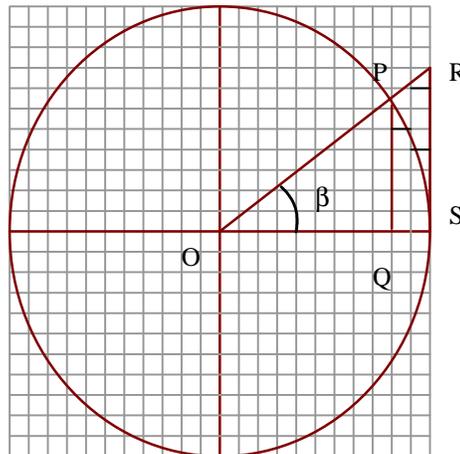
- 14 El profesor hace cuatro preguntas a los equipos mismas que serán contestadas en ese
 15 momento por los integrantes del grupo:
- 16 1) ¿La función Tangente es la razón que existe entre? **R: la ordenada y la abscisa**
 17 2) ¿Por qué la tangente de 90° es infinita? **R: porque el radio se hace paralelo a la**
 18 **ordenada.**
 19 3) ¿Por qué la tangente de 0° es cero? **R: porque no existe la ordenada.**
 20 4) La tangente de 45° es 1. Explique. **R: porque la ordenada y la abscisa son iguales.**

21 El profesor concluye con todos los integrantes del grupo lo siguiente:

22 LA FUNCIÓN TANGENTE ES EL COCIENTE QUE EXISTE ENTRE LA FUNCIÓN SENO
 23 Y LA FUNCIÓN COSENO

24 El profesor en un segundo momento propone al grupo demostrar la Tangente en forma
 25 analítica. Reparte una hoja a cada equipo en donde se encuentra la siguiente figura:

1 ordenada



26 El profesor realiza cinco preguntas para inducir al alumno a la demostración de la tangente:

- 27 a) ¿Cuáles son las literales que forman el triángulo menor en la figura? **R: OPQ**
 28 b) ¿Cuáles son las literales que forman el triángulo mayor? **R: ORS**
 29 c) El lado PQ del triángulo menor es semejante a: **el lado RS del triángulo mayor**
 30 d) El lado OQ del triángulo menor es semejante al: **lado OS del triángulo mayor**
 31 e) La función tangente es la razón que existe **entre ordenada y la abscisa.**
 32 f) ¿Cuál es la razón de la función tangente en la figura mostrada para el ángulo beta en el
 33 triángulo menor?

$$\boxed{\text{Tan}\beta = \frac{\text{PQ}}{\text{OQ}}} \quad \text{Ecuación 1}$$

- 34 El lado PQ es semejante a **RS**
 35 El lado OQ es semejante a **OS**

- 36 En la ecuación I sustituye los lados del triángulo menor por los lados homologos del
37 triángulo mayor.

$$\boxed{\text{Tan}\beta = \frac{\text{RS}}{\text{OS}}} \quad \text{Ecuación II}$$

- 38 El lado OS del triángulo mayor, ¿ qué medida tiene en un circulo unitario? **R: UNO**
39 Sustituye le valor de OS por su valor.

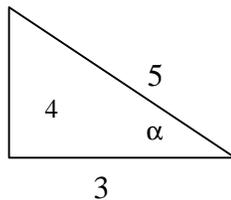
$$\boxed{\text{Tan}\beta = \frac{\text{RS}}{1} = \text{RS}}$$

- 40 En la figura RS es La tangente porque es la recta que sólo toca un punto de la
41 circunferencia.

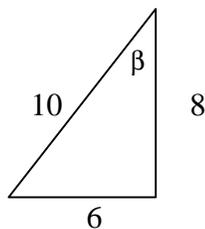
- 42 ¿ Qué es lo que se quería demostrar? **RS = Tangente**

- 43 El profesor decide reforzar el concepto de la Tangente a través de la siguiente actividad:

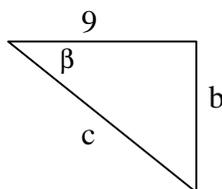
- 44 Encontrar la función tangente en los siguientes triángulos rectángulos:



$$\text{Tan}\alpha =$$



$$\text{Tan}\beta =$$



$$\text{Tan}\beta =$$

- 45 Pasa a tres alumnos al azar para resolver los ejercicios antes descritos.

- 46 El profesor les solicita a los alumnos que copien en su cuaderno una tabla como la mostrada
47 a continuación:

Cuadro II

Ángulo	Seno a	Coseno a	Tag. a seno /coseno
0°			
15°			
30°			
45°			
60°			
75°			
90°			

49 Les ordena que utilizando la calculadora obtengan el resultado de segunda, tercera y cuarta
50 columna.

51 Una vez completado el cuadro # 2 el profesor formula las siguientes preguntas mismas que
52 serán contestadas por los integrantes del grupo:

- 53 1. ¿Los resultados obtenidos en el cuadro # 2 son iguales a los obtenidos en el cuadro # 1?
54 **R= si**
55 2. Entre que valores se encuentra comprendida la tangente en el primer cuadrante **R= de 0**
56 **a 00**
57 3. El valor de la tangente es máximo en **90°**
58 4. El valor de la tangente es mínimo en **0°**

59 Finalmente el profesor les muestra en el pizarrón el cuadro III. EL cual tendrán que realizar
60 para el cuadrante dos, tres y cuatro de la función tangente.

Cuadro III

Ángulo	Ordenada	Abscisa	Ordenada/ abscisa
0°			
45°			
60°			
90°			

61 Entregar tres días después de terminada la práctica.

TABLA DE GAGNÉ

<i>Práctica</i>	<i>1ª. Fase: motivación. Esta constituida por las expectativas. Se deben emplear incentivos motivacionales que impulsen al individuo a perseguir un objetivo.</i>	<i>2ª. Fase: Aprehensión. Comprende la atención y la percepción selectiva. El alumno presta atención a las partes del estímulo que él juzgue relevantes para sus objetivos y los organiza a su manera.</i>	<i>3ª. Fase: Adquisición. La información es codificada y almacenada. Este proceso de codificación comprende la transformación del estímulo percibido para que sea más fácilmente almacenado.</i>	<i>4ª. Fase: Retención. La unidad aprendida ya alterada por el proceso de codificación, es almacenada en la memoria de largo plazo.</i>
1	5,6,7 –69- 83	14 -28	29-37	48 – 52 53 - 68
2	1-4, 10 –19	13 –20, 24 – 25	16-23, 24 –25,31- 35	40 – 60, 73 – 81
3	3 – 11	29- 44, 50-54, 55, 56	29- 44	57 – 65, 83 – 92
4	1- 22	9-22	9- 22	64 –73
5	1- 3, 4 – 8	9- 19, 45,46,53,66,71,72,77,7836	21 – 24	20 – 29, 49 –22, 54 – 57
6	3, 6 – 8 21, 23	9 – 16, 21 – 23 , 24 – 3 0 -40	14- 20, 27 – 30, 54 –67	21- 40
7	3 – 7	20 – 26	39 – 70	45 – 51
8	8 – 9 12 – 14	16 – 26 28 – 50	10 – 18, 30 –50	75 - 79 83 – 89
9	1 – 3	4 – 7, 8, 9 – 14 – 16	10- 12 – 13 21- 25	15 – 16
10	1 - 6	7 – 19, 21 - 24	11- 14	46 – 47
11	1- 3	5 – 11, 11 – 21	11 – 15	26, 27, 28, 29
12	1- 13	5 – 8, 15 – 16, 28 - 35	15- 16 , 28 – 34	45 – 50
13	1 – 5	7 – 25	26 – 50	51 – 70
14	3 , 4	5, 6,7, 8, 9,10,11, - 17, 18	10, 11, 12, 13, 19, 20, 21, 22, 23, 24	34, 35, - 42, 43, 44, 45,46
15	4 – 8	9 - 26	9 - 24	33- 47
16	1- 5, 46 - 48	6 - 30, 32 - 35	9 - 18, 19 -31	46 - 54
17	1 - 5, 30 - 32	11- 19	11 - 29	30 - 41
18	1 - 7	19 – 30-33, 34 - 40	13 -	55 - 60
19	2 - 4	9 -29	19 - 27	39 - 48
20	1 – 5u	7 - 13, 33 - 40	33 - 40	46 - 47

TABLA DE GAGNÉ

<i>Práctica</i>	<i>5ª Fase: Recuerdo o evocación. Lo que fue almacenado debe ser accesible de modo que pueda ser localizado en la memoria en cualquier momento.</i>	<i>6ª. Fase: Generalización. Esta asociada al proceso de transferencia del aprendizaje y se constituye con la recuperación del contenido aprendido y su aplicación en contextos nuevos y diferentes.</i>	<i>7ª Fase: De desempeño. El estudiante produce o emite una respuesta y le permite demostrar lo que aprendió. El profesor al observar al alumno verifica si el aprendizaje tuvo lugar.</i>	<i>8ª Fase: Retroalimentación. Permite al alumno percibir inmediatamente si alcanzó el objetivo previsto.</i>
1	40 – 47 53 - 68	48 -52	48 – 52 53 – 83	55 - 92
2	40 – 65	66 – 72	40 –65, 80 –95	66-88, 99 –108
3	25- 28, 72 – 78	33 – 91 53 –66	29 –44, 57 – 64, 83 – 92	66- 107
4	43 –63, 74 – 75	70- 73	54 –60, 79 - 83	79 –85, 54 –60
5	30-32, 41-44, 53-57, 67-70, 74-,76, 88-90,	77-80	33-40, 58– 79	97-101
6	43 – 50	54- 67	70 – 76	81 – 88
7	10 – 15			73 – 83
8	67	77, 79 83 – 80	8 – 50	83 –89
9	20 – 31	39 – 40 42 – 46	47 – 51	54 –59
10	50 - 52	48 - 50	27 – 36	55 – 58
11	25, 26, 27, 28, 29	25,26,27,28, 29	27 –36	55 – 58
12	19 – 27, 46, - 49	46 – 50	15, 16, 20 – 28, 28 – 33, 47 - 50	34 – 39, 57 – 67
13	64, 65, 66, 72 – 77	51 – 88	51 – 88	92 – 98
14	26 –33	36 – 42, 43, 44, 46	36 – 46, 92 – 95	47 – 60
15	29 – 32, 50	37 – 47	9, 10 – 20, 36 –45, 46 – 48 - 51	52 - 54
16	41- 45, 55 - 61	46 – 53	55-61,-46-53	62 - 66
17	42 - 50	33 – 38	35 – 38, 42 –50, 53 -54	51 - 58
18	41 - 48, 63 - 65, 71 - 74	55 – 60	55 -60, 66 - 68	75 - 81
19	35 - 38, 51 - 54, 55	39- 48	35 –38, 43 -48	56 - 58
20	28 - 32, 41 - 42, 55- 60	53 – 60	46- 47, 48 -52	61 - 64

CONCLUSIONES

Con este proyecto se pretende apoyar a los profesores y a estudiantes en el campo de la Educación matemática, planteándose alternativas de solución a los actuales problemas que presenta hoy en día la enseñanza de las Ciencias Exactas.

Las prácticas matemáticas tienen como propósito hacer que el alumno aprenda a resolver problemas a través de la manipulación de objetos desarrollando habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento.

La tecnología educativa ofrece formas de instrucción que permiten organizar los diferentes modelos que participan en la instrucción y cuyos objetivos buscan propiciar el aprendizaje en los educandos.

Uno de los elementos que contemplan la mayoría de los modelos de instrucción son los medios y recursos didácticos, que son elementos valiosos para propiciar el aprendizaje en los alumnos.

Con la puesta en marcha de las Prácticas Matemáticas se pretende abatir el alto índice de reprobados y de ir acabando paulatinamente con un rezago educativo en el campo de las matemáticas.

Es importante señalar que los eventos externos, no producen el aprendizaje, más bien ellos apoyan a los procesos que operan internamente en el estudiante.

Las Prácticas Matemáticas además de ayudar al alumno a redescubrir sus saberes, tienen el firme propósito de hacer que el alumno trabaje en equipo; lo cual le permitirá conocer, discutir, generalizar, criticar y aplicar su aprendizaje.

Es evidente que nuestra forma de enseñar en los últimos tiempos no ha cambiado mucho, me refiero al uso excesivo del borrador y del gis. Esto ha traído como consecuencia que las Ciencias Exactas no sean un atractivo para los educandos y por ende existe un excesivo número de reprobados .

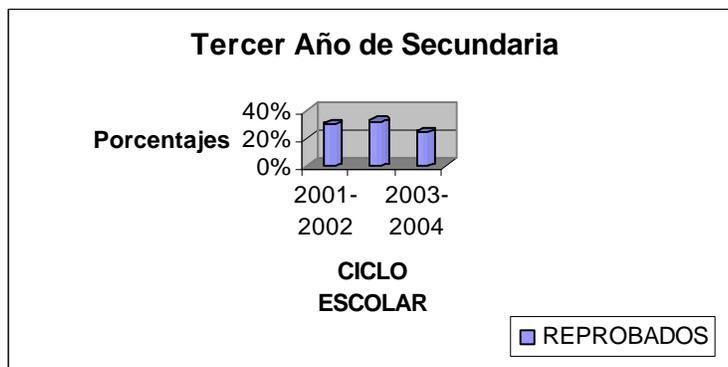
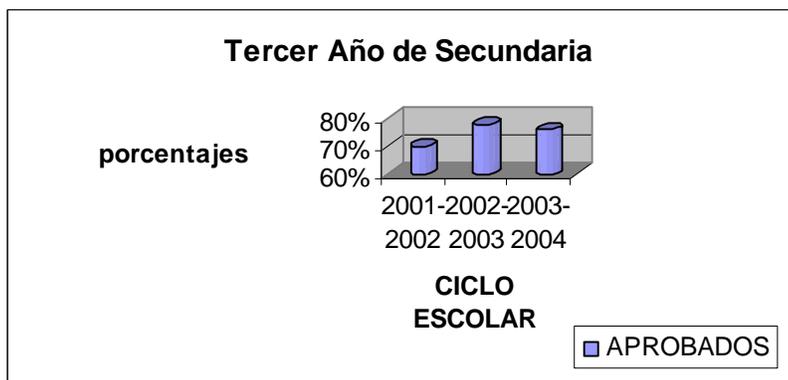
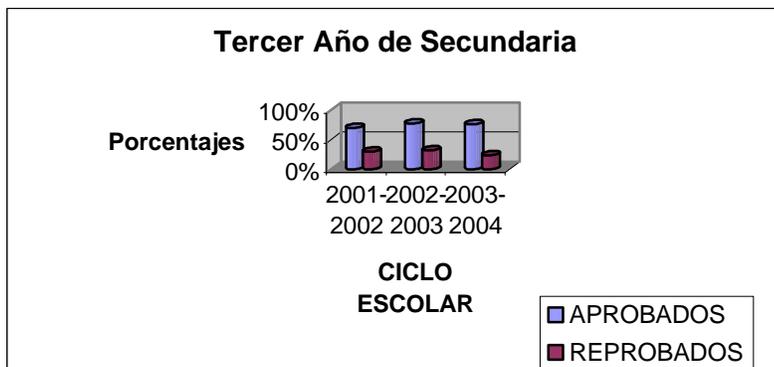
Por éste y otros aspectos citados con anterioridad surge la idea de implementar nuevas formas de enseñanza hacia las matemáticas ,las Prácticas Matemáticas son una nueva alternativa de solución .

Con la entrada de vigor de esta propuesta se espera que en mediano plazo (3 años) se tenga los primeros resultados que nos permitan evaluar el avance académico de los alumnos, y las prácticas matemáticas .

Por último es importante puntualizar como este trabajo es resultado de una investigación innovadora, sustentado en el modo de la Planeación Educativa.

ANEXO 1
DATOS ESTADISTICOS 2001-2004
TERCER AÑO DE SECUNDARIA

CICLO ESCOLAR	TOTAL DE ALUMNOS			PORCENTAJE DE ALUMNOS	
	INSCRITOS	APROBADOS	REPROBADOS	APROBADOS	REPROBADOS
2001-2002	406	285	121	70%	30%
2002-2003	367	287	80	78%	32%
2003-2004	377	285	92	76%	24%



BIBLIOGRAFÍA

ALVAREZ, García Isaias. CF. Planning and Education Administration. París. UNESCO /IIEP. 1962. *Citado en Planeación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos*.

ALVAREZ, García Isaias. Dror,(1963), citado en Planificación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos.

ALVAREZ, García Isaias. Planificación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos. Editorial, Limusa. 1995-1998.

ALVAREZ, García Isaias. Teoría de Planeación y Desarrollo de Proyectos Sociales Educativos. Madrid. 1993.

ALVAREZ, García Isaias.Von Bertalafy L.1952. Boulding K. (1956), citado en Planificación y Desarrollo.

ANDER-EGG, Ezequiel y Águilar María José. Como Elaborar un Proyecto. Guía para Diseñar Proyectos Sociales y Culturales. Editorial. El Atenco, S.A. de C.V.. México. 1990.

BRUNER. Hacia una Teoría de la Instrucción p. 137-193.

Diario Oficial de la Federación. Ley General de Educación. México. 1993.

GAGNÉ, R.M. Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción. Editorial. Diana, S.A.. 1975.

GAGNÉ, R.M., Briggs, L.J. La Planificación de la Enseñanza. Editorial Trillas. México. 1978.

GAGNÉ. (1970), pp.237-276,citado en Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción.

GALINDO, M.,García M. Fundamentos de Administración, S.A. Editorial Trillas. México. 1990.

JOHNSON. (1972), citado en Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción.

MERRIL. (1971), citado en Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción.

PATTERSON, S.H. Bases para una Teoría de la Enseñanza y Psicología de la Educación México. Manual Moderno Capitulo. 4. 1982.

PRAWDA, J. Teoría y Praxis de la Planeación Educativa en México. Colección Pedagógica. Grijalbo. 1984.

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Programa de Desarrollo Educativo, 2001-2006..

AGUERRAND Inés ;Lugo María Teresa ;Rossí Mariana yTadei Pilar La Escuela del Futuro, ¿ Qué hacen las escuelas que innovan?. Educación Poppers Escritores.

AGUERRAND Inés; Lugo María Teresa; Pogré Paula; Rossí Mariana y Xifro Susana La Escuela del Futuro II, ¿Cómo planifican las escuelas que innovan?. Educación Poppers Escritores.

ANDER-EGG Ezequiel. La Planificación Educativa. Conceptos, métodos estratégicos y técnicas para Educadores . Colección respuestas educativas. Estado Magisterio del Río de la Plata. Viamonte 1674, 1055 Buenos Aires.

ALVAREZ, García Isaías . (1993) Teoría de Planificación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos , Manuscrito no publicado, Universidad Complutense de Madrid , España.