



SECRETARIA DE EDUCACION PÚBLICA

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 098 D. F. ORIENTE**

**LA SOLUCION DE PROBLEMAS DE
MULTIPLICACION EN TERCER GRADO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TITULO
DE LICENCIADO EN EDUCACION
PRIMARIA.**

PRESENTA:

FRANCISCO MONTOYA MARTINEZ

ASESORES:

**JORGE SERRANO SANTAMARIA
JAIME RAUL CASTRO RICO**

MEXICO, D. F.

JUNIO 2004.

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 098 D. F. ORIENTE.**

**“LA SOLUCION DE PROBLEMAS DE MULTIPLICACION
EN TERCER GRADO.”**

PRESENTA: FRANCISCO MONTOYA MARTINEZ.

TESIS

**PARA OBTENER EL TITULO DE: LICENCIADO EN
EDUCACION PRIMARIA.**

ASESOR:

PROFESOR: JORGE SERRANO SANTAMARIA.

MEXICO, D. F

JUNIO 2004

DEDICATORIAS

A MIS PADRES

Por darme la vida.

A MIS HIJAS

Por su amor, y por infundir en ellas,
el espíritu de lucha y superación.

A MI ESPOSA

Por su amor, por el apoyo incondicional, además por.
Compartir conmigo, momento a momento, el logro de esta meta.

A ROSY

Por su valioso apoyo.

A MI ASESOR DE TESIS

Por compartir conmigo sus conocimientos,
Además de infundir en mi el espíritu de superación.

PROFESOR: JORGE SERRANO SANTAMARÍA

FRANCISCO

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo esta enfocado al estudio de la solución de problemas de multiplicación en tercer grado. Al principio se realiza un análisis de cómo se han venido enseñando los contenidos matemáticos de multiplicación en la escuela primaria, centrado en la realización de prácticas repetitivas y rutinarias como, la memorización de las tablas de multiplicar, la explicación paso a paso de una fórmula matemática, el algoritmo convencional de la propia multiplicación y el hecho de resolver gran cantidad de operaciones escritas en el pizarrón por el profesor, incluso de forma oral, para que el alumno las resuelva, (es posible que a todo lo anterior se le haya denominado solución de problemas), pero como se muestra en este trabajo, en la realidad dista mucho de lo que implica la verdadera solución de problemas matemáticos.

Además, desde la teoría conductista y el formalismo matemático es imposible concebir que el alumno pueda resolver un problema de manera autónoma sin una previa explicación del profesor.

Puede afirmarse que los ejercicios repetitivos sirven para consolidar o automatizar ciertas técnicas, destrezas y procedimientos, pero no contribuyen a la solución de problemas, además es difícil que el alumno transfiera dichas técnicas y procedimientos a otros contextos diferentes de los que han sido aprendidos o ejercitados, porque carecen de sentido y significado para el alumno.

La perspectiva teórica que sustenta el presente trabajo, sugiere otorgar al alumno un papel protagónico (sujeto cognitivo aportante en su aprendizaje) a través de la interacción con sus compañeros y maestro, para favorecer el desarrollo cognitivo de los alumnos

Hoy en día la psicología cognitiva brinda un panorama más amplio, en cuanto al acto educativo, pues presenta nuevas conceptualizaciones en lo que se refiera a la presentación y naturaleza del conocimiento, además de los fenómenos de la memoria, la solución de problemas, el significado, la comprensión y el manejo de los contenidos conceptuales. (Díaz barriga y Hernández 2000)

En los capítulos subsecuentes se analiza cómo los alumnos desde el inicio del trabajo de solución de problemas, asimilan todo un sistema de conocimientos acerca de esta actividad, formulan (crean, elaboran) plantean, leen, interpretan y resuelven una serie de problemas matemáticos, partiendo de su realidad, y considerando sus conocimientos previos, motivos, necesidades y desarrollo.

De acuerdo con el avance y aprendizaje de los alumnos los problemas se van modificando en relación al contexto o en el valor de los datos, o sea van adquiriendo un grado cada vez mayor de complejidad, además al plantear de manera continua problemas a los alumnos, sus procesos y conocimientos evolucionan paulatinamente, y depende de la habilidad y creatividad del maestro para que los problemas continúen presentando un reto para los estudiantes, pues se debe tener siempre presente, el no caer en ejercicios repetitivos y rutinarios, ya que un problema deja de ser interesante para los alumnos cuando no representa un reto para ellos, o sea cuando ellos cuentan con un medio eficaz para resolverlo, y se convierte en un simple ejercicio. Por lo tanto, un problema nuevo siempre debe implicar cierto grado de novedad para los escolares.

Se argumenta también como contribuyen las habilidades de razonamiento matemático para resolver problemas de la vida diaria, entre las que se encuentran habilidades de pensamiento, de comunicación, de solución de problemas, de generalización, de análisis, de aplicación o transferencia, entre otras, las cuales deben tender a la formación de los hábitos correspondientes. Ello a través de las tres diferentes funciones que los problemas matemáticos cumplen en la

enseñanza, pues de acuerdo a la metodología de la enseñanza matemática, estos cumplen una función de enseñanza, una función de desarrollo y una función educativa.

Retomando la solución de problemas, en el último capítulo de esta investigación se propone una estrategia de aprendizaje apoyada en la realización de tareas, aplicables al aula donde, se consideran las interrelaciones entre los compañeros, maestro y contenidos y la vinculación de elementos necesarios para el logro de un aprendizaje significativo de la multiplicación.

La estrategia propuesta se enfoca a la interacción de los niños con situaciones problemáticas propias de su contexto, para que poco a poco los alumnos vayan familiarizándose con el concepto de problema matemático, con sus características, y componentes principales, al plantearlos y formularlos en interacción con sus compañeros y con el apoyo y guía del maestro, para que desde el principio ellos vayan reconociendo como se constituye un problema matemático con sus componentes principales.

- Contenido
- Condiciones
- Exigencia

La realización de esta tarea, toma la forma de un proceso gradual, lo cual implica que en cada etapa de este se produce necesariamente la asimilación de nuevos conocimientos, la profundización y la consolidación de los ya aprendidos a partir de su aplicación.

Por último, un aspecto de suma importancia y que en si mismo constituye un problema al momento de concretarlo en las tareas del salón de clases, es la “evaluación”, pues la solución de problemas implica evaluar el trabajo de los estudiantes, lo cual tiene que ver con el proceso que muestran éstos, al resolver

problemas y por lo tanto surge la necesidad de que al momento de evaluar se contemplen las diversas fases del proceso de solución de los problemas.

En el último apartado del capítulo III de este trabajo se presenta una propuesta de cómo se podrían desarrollar algunos instrumentos que atienden a este tipo de evaluación.

ÌNDICE

Introducción.

CAPITULO I

CÓMO CONSTRUYEN PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN LOS ALUMNOS DEL TERCER GRADO.

	Página
1.1. Antecedentes.....	12
1.2. Contexto.....	13
1.3. Problema.....	18
1.4. Justificación.....	20
1.5. Planteamiento Metodológico.....	22
1.6. Objetivos.....	23
1.7. La multiplicación y la construcción de su significado en escuela	23
1.8. Como leen, interpretan y plantean un problema de multiplicación los alumnos de tercer grado.....	32
1.9. Interpretación y formulación de problemas matemáticos de la multiplicación, por alumnos de tercer grado	36
1.10. Desarrollo de habilidades de razonamiento matemático para resolver problemas matemáticos de la vida diaria.....	40
1.10.1 Habilidades de comunicación.....	41
1.10.2 Habilidades de pensamiento.....	42
1.10.3 Habilidades de creación.....	43
1.10.4 Habilidades de solución de problemas.....	45
1.10.5 Habilidades de aplicación o transferencia.....	47

CAPITULO II
ESTRATÉGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE MULTIPLICACIÓN.

2.1	Estrategias de aprendizaje para plantear y resolver problemas de multiplicación.....	51
2.1.1	El aprendizaje significativo.....	53
2.1.2	Estrategias de aprendizaje	55
2.1.3	El niño y sus primeros procedimientos para multiplicar.....	56
2.1.4	El trabajo en equipo (trabajo cooperativo).....	58
2.1.5	Construcción del cuadro de multiplicaciones.....	60
2.1.6	Problemas de multiplicación	64
2.1.7	Problemas que admiten varias respuestas correctas.....	66
2.1.8	Las multiplicaciones con números que terminan en ceros.....	69
2.1.9	Los arreglos rectangulares.....	70
2.1.10	La multiplicación y el procedimiento convencional (algoritmo).	71
2.1.11	Otras formas de multiplicar.....	73
2.1.12	El papel del maestro en la resolución de problemas matemáticos	74
2.1.13	Juegos que ayudan a la apropiación significativa de la multiplicación ..	75

CAPITULO III
LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN

3.1	Plan y programas de estudio de matemáticas (tercer grado).....	82
3.2	La solución de problemas.....	84
3.2.1	Concepto y función de los problemas en la enseñanza	

matemática.....	86
3.2.2. Clasificación de los problemas matemáticos con texto.....	92
3.3 Formas de evaluación de la solución de problemas matemáticos, un punto de vista teórico.....	97
3.4 Hacia una propuesta de evaluación en la solución de Problemas matemáticos.....	104

Conclusiones

Bibliografía

CAPITULO I

COMO CONSTRUYEN PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN LOS ALUMNOS DE TERCER GRADO

1.1 Antecedentes

La enseñanza de las matemáticas es un problema que ha preocupado desde que la enseñanza escolarizada existe en su forma actual, diferentes aportaciones teóricas tendientes a dar solución a los problemas que los docentes enfrentan en el salón de clases. Por ejemplo, algunas reacciones frente al tan arraigado formalismo en la educación matemática durante los años cincuenta, se puede encontrar, en la pedagogía impulsada por Polya (Pedagogía del Descubrimiento) por otro lado, las didácticas basadas en las teorías conductistas, durante la década de los setentas, que tampoco logran sobrepasar al igual que las demás, una concepción realista de la matemática, donde la idea principal de éstas últimas, el conocimiento es visto como “un paquete” que se adquiere y que se transmite, otorgándole al maestro un papel preponderante en la transmisión de éste, pues se cree que es quien lo posee y el alumno es solo un receptor. Por lo que los efectos producidos en el ámbito educativo por parte de estas pedagogías, se podrían considerar limitados, pues en nuestra cultura actual se encuentra el sentir de que la educación matemática presenta deficiencias considerables en cuanto a la apropiación por parte del alumno.

Algunas de las limitaciones que se podrían mencionar están el que la enseñanza de ésta asignatura se ha centrado en la mera transmisión de conocimientos, otorgándole al alumno un papel pasivo en su aprendizaje, negándole la oportunidad de crear, producir sus propios procedimientos, en otras palabras, hacer matemáticas.

Se reconocen deficiencias derivadas de la apropiación de los contenidos matemáticos en forma general, pero la observación por parte del maestro y el

sentir de los alumnos hacia el aprendizaje de la multiplicación, estimula a trabajar ésta problemática.

La situación de apatía hacia la materia de matemáticas, los altos índices de reprobación, la ausencia de una relación entre teoría y práctica, la disposición de los estudiantes para resolver problemas matemáticos de multiplicación elementales de la vida diaria.

A través del trabajo directo con los niños se ha observado que, los conocimientos y procedimientos que la escuela proporciona a los alumnos, pocas veces son empleados al resolver problemas matemáticos y que en cambio ellos utilizan sus propios procedimientos (procedimientos informales) para dar solución a las situaciones que se les presentan.

Los conocimientos matemáticos de multiplicación proporcionados por la escuela no representan para el alumno una herramienta eficaz para resolver problemas que ellos enfrentan en su vida cotidiana, ya que el escolar no encuentra relación entre estos conocimientos y su experiencia previa.

1.2 Contexto

Para ubicar en su justa dimensión la práctica que se realiza en el aula es necesario conocer las condiciones en que esta se da. Por lo tanto es de suma importancia el análisis del contexto de la misma, ya que es donde las acciones humanas adquieren sentido y dan significado a nuestros conceptos y creencias.

Chapa de Mota es un Municipio que pertenece al Estado de México, ubicado al norte del mismo, limita al sur con el Municipio de Villa del Carbón, al norte con Jilotepec, al oeste con San Andrés Timilpan y al éste con el Estado de Hidalgo.

En éste Municipio se ubica la localidad de Xhoté a una distancia aproximada de 8.00 km. Al norte de ésta cabecera municipal.

En cuanto a vías de comunicación, en ésta localidad, la carretera pavimentada más próxima se encuentra a 2 km; no hay medios de transporte por lo que el acceso a la misma tiene que ser a pie. La carretera que llega a ésta es de tercería, no cuenta con servicio telefónico ni correo.

La infraestructura con la que cuenta es escasa, ya que se carece de drenaje y alcantarillado, la construcción de las viviendas en su mayoría son de tabique, aunque algunas todavía son de adobe; en el techo predomina la lámina de asbesto y pocas son de teja o loza (concreto). Se cuenta con agua potable y energía eléctrica.

El clima que predomina es el templado con lluvias en verano; la vegetación la componen: encinos, robles, pinos, ocotes y otros arbustos. Su fauna está compuesta principalmente por tejones, coyotes, ardillas, armadillos, víbora de cascabel y pájaros de distintas especies. De estos animales algunos están en peligro de extinción debido a la cacería furtiva.

La actividad económica principal en ésta comunidad es la agricultura extensiva, o sea, con métodos tradicionales; la siembra se inicia en la temporada de lluvias entre los meses de abril y mayo, y la cosecha se realiza en el mes de noviembre. Algunos de los productos que se cultivan son: maíz, trigo, avena, frijol y haba; siendo la producción limitada al consumo familiar durante el año (auto consumo).

La ganadería también se practica de manera reducida, limitándose al pastoreo de ganado bovino y ovino.

Hombres, mujeres y niños comparten el trabajo en el campo, aunque también la mayoría de la gente más joven se emplea en las fábricas ubicadas en el municipio de Jilotepec, percibiendo un salario mínimo; lo cual repercute en el bienestar familiar.

En el aspecto religioso practican la religión católica, todos hablan español, no existe ningún dialecto.

En cuanto a su organización, la encabeza el delegado municipal y su comité, que es elegido cada tres años por todos los miembros de la comunidad.

Respecto al nivel cultural de los padres de familia, se considera bajo; pues el 80% de ellos cuentan sólo con instrucción primaria, un 10% no sabe leer ni escribir y el otro 10% restante cuenta con una carrera técnica o profesional.

En cuanto a actividades promotoras de cultura, como se puede ver en éste medio son muy limitadas, en cuanto a la lectura, en la casa hay muy poco o nada para leer; el acceso a las bibliotecas también es difícil por varios factores, pues implica trasladarse a la cabecera municipal, para poder disponer de éste servicio.

Por lo tanto, se podría decir que el medio más importante aquí en cuanto a la promoción de la cultura sería la escuela.

Escuela José Ma. Morelos y Pavón

Esta institución educativa pertenece al subsistema educativo estatal con clave "1307BPESRM1828", se ubica a 2 km., de la carretera Jilotepec-Chapa de Mota. Se fundó en el año de 1983 y la construcción se realizó con apoyo del gobierno del Estado de México, en coordinación con el Municipio de Chapa de Mota; el apoyo consistió en material, ya que la mano de obra estuvo a cargo de las personas de la comunidad.

Esta escuela pertenece a la zona escolar No. 7 de Educación Primaria del Estado, cuenta con cuatro salones de clases, la dirección y sanitarios con fosa séptica, plaza cívica, contando también con el servicio de agua potable y carece de energía eléctrica.

Actualmente ésta escuela cuenta con cuatro maestros, director con grupo y tres docentes, pues es una escuela multigrado, pero cuenta con todos los grados de primero a sexto.

Es importante mencionar que esta institución desde hace 3 años se ha implementado la forma de trabajo por asignaturas, anteriormente cada maestro atendía dos grados en un mismo salón, ahora también trabajan dos grupos, pero cada maestro imparte una asignatura como se explicará más adelante.

Cabe señalar que la experiencia de ésta forma de trabajo vino a influir todavía más, para trabajar las matemáticas, el deseo de investigar más acerca del tema, además de la posibilidad de dedicarle más tiempo; se crea la expectativa de preparar mejores alumnos en ésta materia.

Aunque la inquietud ya existía, lo anterior contribuye a reafirmar el deseo por la realización del presente trabajo, pues como se verá más adelante, actualmente se trabaja con ésta materia.

Conviene aclarar que ésta forma de trabajo sólo se implementa de segundo a sexto grado, pues el grupo de primero se encuentra a cargo de la profesora Josefina Cerón Martínez, Pasante de Licenciatura en Educación por la Escuela Normal de Jilotepec, quien atiende éste grado de tiempo completo; los otros tres maestros se encargan de los otros cinco grados implementando la forma de trabajo que con anterioridad se ha descrito.

La profesora Laura Elena Guillén Aguayo con título de Normal Elemental y de Licenciatura de Educación Básica por la Universidad Pedagógica Nacional, imparte la asignatura de español, actualmente tiene a su cargo, la Dirección del plantel educativo.

El profesor Ignacio Rodríguez Monroy con título de Licenciado en Educación por la Escuela Normal de Jilotepec, trabaja los contenidos de las asignaturas de Ciencias Naturales, Historia, Geografía y Civismo, ello debido a que en estas asignaturas el cargo de horario es menor que en español y matemáticas, materias que se tienen que trabajar diariamente.

El número de alumnos por cada grado es el siguiente:

GRADO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
1º.	7	7	14
2º.	4	4	8
3º	7	8	15
4º.	7	7	14
5º.	6	7	14
6º.	5	5	16
TOTAL DE ALUMNOS			76

En total, este plantel educativo cuenta con una matrícula de 76 alumnos entre hombres y mujeres.

El trabajar de esta forma también nos ha permitido como se menciona anteriormente, hacer más ligera la carga de trabajo con grupos multigrados.

Por último retomando las características del contexto en el cual se ubica ésta institución, podemos comentar que el trabajo en el medio rural se desarrolla en cierto aislamiento geográfico, debido a la carencia de muchos servicios.

Y es aquí, en este medio donde la tarea pedagógica es más compleja debido a la necesidad de atender varios grados en un mismo salón, también por las condiciones de vida de buena parte de la población rural, en cuanto al trabajo infantil, problemas de alimentación, salud y distancia de la casa a la escuela, entre

otras; que presentan al docente una serie de dificultades que en otros medios no se dan. A pesar de ello se puede rescatar algo valioso, retomando todo aquello del entorno del niño que nos sirva para propiciar aprendizaje, ya que eso nos brinda grandes posibilidades. Todo aquello que los niños saben hacer, lo que aprenden de la naturaleza, todo esto debido a la forma temprana a la que enfrenta la vida y el conocimiento de la realidad adulta tal cual es.

1.3 PROBLEMA

Las prácticas que se dan al interior de las aulas son complejas y en ocasiones difíciles de interpretar, pero a través de la observación y análisis de la misma, es posible pensar en alternativas mejores, para tratar de dar solución a aquellas situaciones que limitan el trabajo docente.

Una práctica común en la enseñanza de estos contenidos es la memorización mecánica de los contenidos por parte de los alumnos, donde ellos tienen que aprender las tablas de multiplicar a través de repetirlas sin significado, sentido y funcionalidad, a la par con esto se les enseña el algoritmo de esta operación explicado por el profesor, y una vez aprendida la mecanización en un lapso de tiempo muy corto, se le permite al alumno usar esta operación en la resolución de problemas para ejercitarla.

Retomando el trabajo en el aula y considerando los múltiples esfuerzos que se realizan con miras a mejorar la apropiación de estos contenidos, puede observarse que existe la impresión de no estar cumpliendo con el compromiso de que los alumnos aprendan, aunque curiosamente se haga todo lo posible por enseñar bien; las actividades que se realizan en el salón de clases, son interesantes para algunos de los alumnos, pero no para la mayoría; aquellos que logran sobresalir, es por su propia afición o comparten con el profesor el propósito de lograr un buen

nivel; pero una proporción mayor de los alumnos manifiestan explícitamente su rechazo hacia la matemática, por considerarla difícil y en cierta manera aburrida.

Desde ésta perspectiva no se puede concebir que el alumno enfrente un problema si antes no se le ha enseñado como resolverlo.

Lo anterior plantea el siguiente cuestionamiento: **¿Qué papel cumple la enseñanza de las matemáticas para que los alumnos resuelvan un problema matemático y pongan en juego sus recursos cognitivos?**

En apariencia, la respuesta a esta pregunta es compleja, debido a que al momento de que los niños intentan resolver un problema aparecen en seguida los procedimientos mecánicos, ellos lo primero que hacen es buscar entre todas las operaciones aquella que lo resuelva; sin embargo estos pierde su efectividad al confundirse dicha operación con otra, y finalmente se dan por vencidos y terminan abandonando el problema.

Es claro entonces que, las producciones de los alumnos no han sido espontáneas, sino que ellos solo reproducen lo que logran retener en la memoria acerca de lo que el maestro les ha enseñado; en éste caso el algoritmo convencional de las operaciones.

Analizando lo anterior es posible constatar que al alumno se le exige que reflexione, analice y razone ante un problema matemático, pero en el proceso de aprendizaje esta oportunidad se le ha negado.

Por otro lado es difícil hacerse a la idea de que aprender matemáticas sea para poder contestar bien un examen, y después no importa lo que pase, además en cada grado hay que volver a empezar, ya que lo aprendido el ciclo anterior, solo quedan ideas vagas, sin sentido y significado para el alumno.

Lo anterior expuesto invita a reflexionar y cuestionar, la práctica que se realiza respecto a la enseñanza matemática, entonces: **¿Cómo se enseñan las matemáticas?, ¿Por qué los alumnos no logran apropiarse significativamente de los contenidos matemáticos de multiplicación?** Está demás decirlo, pero existe mucho que hacer. Por lo que en el desarrollo del presente trabajo se tratará de dar respuesta a estas preguntas tomando como base la postura constructivista.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad es conocido que en la enseñanza de las matemáticas existen serias deficiencias en cuanto a la apropiación de éstos contenidos.

El hecho de que se reconozca hasta ahora no quiere decir que sea algo nuevo, pues en matemáticas por mucho tiempo ha prevalecido una concepción (formalista), centrada en conocer el lenguaje convencional y el conocimiento formal. En el caso de éste trabajo el algoritmo convencional de la multiplicación, o sea, el procedimiento usual para resolver las operaciones.

Al considerar las matemáticas como un conjunto de contenidos y relaciones formales establecidas, son validas y productivas, pero no para la práctica educativa; pues desde esta perspectiva se excluye o extirpa el significado de los objetos. Al determinar las matemáticas como un lenguaje formal y reglas sintácticas se ha dejado fuera de las prácticas matemáticas en el aula la discusión, el debate, la necesidad de probar o refutar las ideas propias con las de los demás (formulación de hipótesis), además desde ésta concepción no tiene cabida el conocimiento informal, pues puede decirse que no es aceptado como saber legítimo.

Sin embargo, en este trabajo se sostiene la idea que sin desatender el conocimiento formal, se propone analizar desde otra perspectiva lo que es hacer matemáticas; donde no solo la atención se centre en el conocimiento formal, sino también sea tomada en cuenta esa matemática de las personas y de los alumnos, es decir esos procesos informales que los alumnos siguen al resolver problemas y que permiten observar los procesos de pensamiento que en ese momento el alumno está desplegando. Desde esta concepción al alumno se le brinda la oportunidad de crear, de buscar, de inventar procedimientos de solución a los problemas, donde son tomadas en cuenta sus ideas, dando lugar al debate y a la demostración, aspecto que desde la posición formalista basada en un marco axiomático-deductivo, no es necesario; en cambio si el alumno tiene la oportunidad de usar sus propios recursos, de probar y refutar las ideas propias con las de los demás, ellos aprenderán a explicar sus ideas socializando sus producciones es como ellos aprenderán poco a poco, el arte de demostrar.

De ahí la importancia de la realización de este trabajo, que aunque se sabe que existen problemas en forma general, por razones metodológicas se hace referencia sólo a la problemática de la multiplicación en tercer grado.

En el trabajo con los alumnos se observa que las clases son a menudo aburridas, difíciles, para los alumnos, sobre todo al momento que ellos tienen que resolver un problema, no muestra interés; si no hay una explicación previa para resolverlo de parte del profesor; y muchas veces, a pesar de éstas explicaciones el alumno termina abandonando el problema.

Por lo que en cada ciclo hay que volver a empezar pues lo aprendido en el curso anterior ya ha sido olvidado, o se recuerdan ideas sin relación en cuanto a lo aprendido.

No se sabe si ésta situación, es compartida por pocos o muchos profesores, pero independientemente de esto, el bajo nivel académico de los alumnos en cuanto a la apropiación de estos contenidos, es una realidad de la cual difícilmente podemos escapar. Por lo anterior se considera importante abordar la problemática que se plantea y dar solución a las dificultades que se presentan en el salón de clases en cuanto a la apropiación de estos contenidos.

1.5 Planteamiento metodológico.

El trabajo de la tesis fue sometida a una investigación de tipo exploratorio.

“Los estudios exploratorios nos sirven para aumentar el grado de familiaridad con fenómenos relativamente desconocidos, obtener información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa sobre un contexto particular de la vida real, investigar problemas del comportamiento humano que consideren cruciales los profesionales de determinada área, identificar conceptos o variables promisorias, establecer prioridades para investigaciones posteriores o sugerir afirmaciones (postulados). Esta clase de estudios son comunes en la investigación del comportamiento, sobre todo en situaciones donde hay poca información”¹ con la intención de profundizar respecto de los elementos que la conforman y descubrir otros que la consolidaran; así se desarrollo en un estudio sobre las formas que emplean los niños de tercer año para resolver un problema matemático en el aula y como cobran significado cuando logran plantear por si mismos los problemas matemáticos de acuerdo a su circunstancia.

Se decidió trabajar durante un ciclo escolar con estudio de casos de alumnos de educación primaria, como un instrumento que permitió comprender los procesos

¹ Hernández, Sampieri Roberto et:al (1991). Metodología de la Investigación. México. Ed. Mc. Graw Hill
pp.505

matemáticos que emplean los alumnos al plantear y resolver problemas de multiplicación.

1.6 Objetivos

General:

- Propiciar el gusto por las matemáticas de forma significativa, para emplearla de manera flexible y creativa en la apropiación de conocimientos aritméticos de multiplicación para resolver problemas en diversos contextos donde se desenvuelve el alumno.

Específicos

- Apropiarse de manera significativa del conocimiento matemático de la multiplicación.
- Valorar el conocimiento matemático de multiplicación como herramienta e instrumento que permite reconocer, plantear y resolver problemas en diversos contextos de su interés.

1.7 La multiplicación y la construcción de su significado en la escuela.

Cuando hablamos de multiplicación, seguramente el término nos remite a considerar el aumento de algo en un número considerable.

En el lenguaje matemático, la multiplicación se podría definir como la operación aritmética que permite expresar el total de objetos que se obtienen al reunir colecciones que tienen la misma cantidad.

Entre los problemas de multiplicación con números naturales, pueden distinguirse dos tipos:

“Aquellos con los que se establece una relación proporcional entre dos medidas. Y aquellos que se multiplican las medidas de dos magnitudes para obtener la medida de una tercera magnitud.

Los problemas de multiplicación más familiares para los niños, y más adecuados para introducir esta operación, son aquellos con los que se establece una relación proporcional entre las medidas de dos magnitudes”.²

Como ejemplo de estos problemas se pueden encontrar los siguientes:

Antonio tiene un pequeño taller donde hace carritos de madera, si cada carrito tiene cuatro ruedas ¿Cuántas ruedas tiene que hacer para entregar un pedido de siete carritos?

Este problema presenta una relación proporcional entre el número de carros y ruedas.

carritos	1	2	3	4	5	6	7
ruedas	4						?

Y se considera este tipo de problemas como los más adecuados para el inicio o introducción de ésta operación.

En el otro tipo de problemas, puede observarse una estructura diferente, porque no se plantea una relación proporcional.

Ejemplo:

² SEP. (1998). La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria parte 1. SEP. México p. 110.

la atención se centra en el lenguaje. Pero, **¿Cómo se relaciona el lenguaje con el aprendizaje matemático?, ¿Qué relación existe entre significado y lenguaje?**.

En la actualidad varios autores vienen desarrollando una gran cantidad de trabajos respecto al discurso en clase. Al respecto puede mencionarse que entre el lenguaje escrito y matemáticas existe una relación especial, lo cual tiene que ver con el uso de términos y la comprensión de los mismos en cuanto a: (usos cotidianos y especializados del lenguaje matemático), así se tiene que:

“El razonamiento matemático depende de abreviaturas y símbolos y, para su desarrollo, hace falta utilizar la notación escrita, sin que pueda transferirse con facilidad al lenguaje hablado; pero, así mismo, hay relaciones evidentes entre habla y aprendizaje; con frecuencia aprendemos conceptos hablando sobre ellos con nuestras palabras. El aprendizaje de las matemáticas depende, en parte, de aprender a utilizar los símbolos y el significado de los términos especializados”.³

Desde este punto de vista se puede decir que el lenguaje juega un papel muy importante para el propio razonamiento matemático. La relación entre lenguaje y matemáticas, puede influir en el razonamiento del alumno, el aprendizaje de las matemáticas depende en parte de aprender a utilizar los símbolos y el significado de los términos especializados. Muchas palabras, si no es que la mayoría, pueden tener más de un significado.

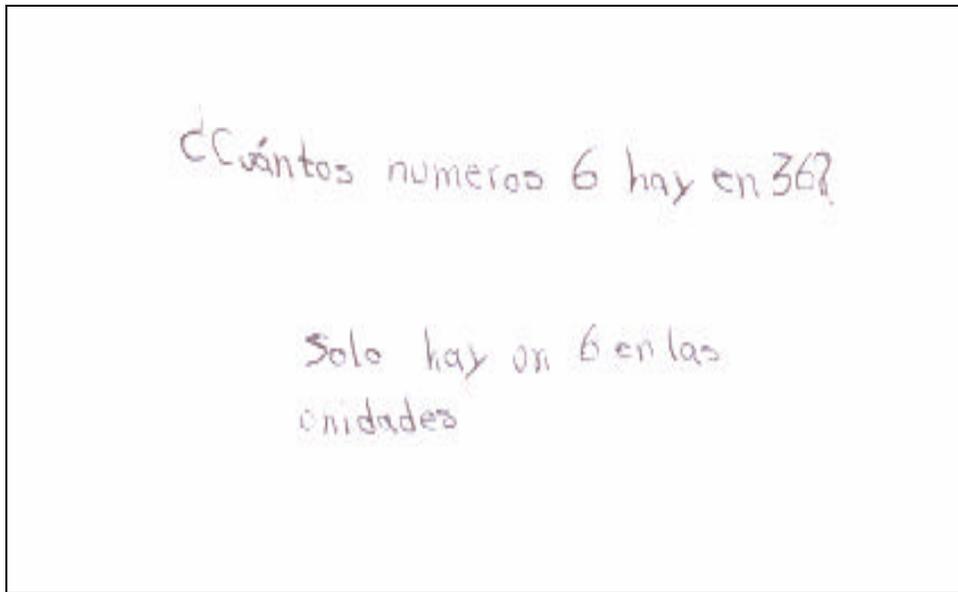
A continuación se podrán observar algunas de esas ambigüedades presentes en el discurso de la clase de matemáticas. Aunque claro está, como ya se afirma con anticipación, no todas las dificultades en la enseñanza de esta disciplina tienen que ver con las confusiones del significado, sino que existen otros.

³ Pimm, David (1990). _El lenguaje matemático en el aula_ trad. Por Pablo Manzano, Morata España. p. 13

El cuadro siguiente explica lo que sucede en el contexto de la clase de matemáticas. Ya que pueden distinguirse tres tipos generales de significados, símbolos, cosas simbolizadas y sintaxis:

Tipos de significados matemáticos	
Símbolos cosas simbolizadas.	Las confusiones que surgen en las clases de matemáticas, al respecto de los símbolos cosas simbolizadas, es cuando el alumno centra la atención preferentemente en los símbolos mismos (o sea, en el lenguaje mismo), en vez de interpretar lo que esos símbolos matemáticos significan. En otras palabras, se puede expresar, de acuerdo con el lenguaje ordinario, los símbolos, o sea, los sonidos y señales escritos, no se les presta mucha atención, donde incluso, los matemáticas utilizan estos como si en realidad los mismos símbolos fueran los objetos matemáticos. En las páginas siguientes se mostrarán algunos ejemplos de este tipo de confusiones.
Sintaxis	Se refiere a la estructura, a las reglas y relaciones gramaticales entre palabras, para la construcción de un significado. Pero, ¿Qué sucede en matemáticas?, Muchas expresiones, entre ellas los algoritmos que se utilizan para resolver las operaciones, operan sólo a nivel sintáctico de los símbolos y no se presta mucha atención a los significados., $a \times b = b \times a$ (propiedad conmutativa de la multiplicación), entre otros ejemplos. Lo importante entonces consiste en atribuirle significado a los símbolos, con el fin de interpretar o comprobar los resultados de esos cálculos simbólicos. Por ejemplo: que significa 2×7 , 8×4 , donde y cuando se utiliza esta operación.

Trabajos realizados con los alumnos al respecto permiten constatar lo siguiente:



	DIFERENCIA DE RESPUESTAS	
SITUACION	SUPERFICIALES	RAZONAMIENTO DE FONDO
<p>¿Cuántos 6 hay en 36?</p> <p>Estas entre otras varias confusiones que pueden darse en cuanto al uso de l lenguaje tanto oral como escrito en la clase de matemáticas.</p>	<p>Los niños de tercer grado contestan que solo hay un numero 6</p>	<p>En realidad la confusión Consiste en que la palabra (en) fue interpretada en cuanto al sentido de figurar en vez de(cabe</p>

El ejemplo muestra una de tantas confusiones que se presentan en el contexto de la clase de matemáticas. Y que de no ser aclaradas provocan serios problemas de comprensión en los alumnos.

En la actualidad todas las teorías cognitivas confirman el valor del lenguaje en el desarrollo cognitivo de los seres humanos y por ende en su educación.

Por lo tanto, es esencial que los alumnos hablen sobre sus asociaciones lingüísticas entre palabras y símbolos y que usen el vocabulario adecuado. En

tales articulaciones se requieren que relacionen conscientemente significado significativo.

Estas verbalizaciones, permiten observar ideas inmaduras, concepciones erróneas, lo cual es muy importante para el maestro para orientar su enseñanza.

Se recomienda que inicialmente el alumno sea estimulado a usar sus propios términos (ideas previas), pero al mismo tiempo poco a poco ir introduciendo el lenguaje formal o específico, alentando a su uso. Aunque claro está, que no porque él use la terminología correcta abarca todo el significado de los conceptos involucrados, pues estos se enriquecen a través de su uso en actividades apropiadas.

El lenguaje del maestro también cumple un papel muy importante al orientar el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos a través del uso correcto de cuantificadores, conectivas lógicas e implicaciones (Crowley, 1987).

El uso y comprensión del lenguaje es variado, influye que tanto el alumno se involucra en la situación que esta utilizado y también, en la medida que la situación es interesante para él.

La solución de problemas, es un contexto propicio para llevar a cabo esta forma de trabajo, así se tiene que: "La solución de problemas en todos los ciclos da el espacio adecuado para que los alumnos lean, escriban y discutan ideas utilizando el lenguaje matemático con significado y naturalidad".⁴

Resulta esencial que el maestro y el alumno analice todos aquellos significados e interpretaciones de las palabras, frases y símbolos, de manera que exista una correcta interpretación, donde cada uno sepa claramente lo que el otro entiende y

⁴ Bresan, Ana María; B. Y Crego. K. (2000). Razones para enseñar geometría en la educación básica, mirar, construir, decir y pensar. Ediciones Novedades educativas. Argentina p. 61

quiere decir al utilizar determinadas expresiones lingüísticas. Por lo tanto es preciso adquirir palabras exactas y suficientes en forma funcional y dominarlas con corrección; y cuando existan confusiones o dificultades en la formulación verbal de conceptos, el maestro estará en condiciones de ayudar al alumno a expresar clara y coherentemente, y que comprenda lo que escucha, lee y se auto critique en sus formulaciones.

Respecto a los símbolos matemáticos, se sabe que estos proporcionan un medio eficaz de almacenar y transmitir información debido a que facilitan la comprensión de un gran conjunto de información en un espacio reducido, tal es el caso de alguna fórmula o algoritmo. Pero entre más se aparten en su forma de los significados, mayor será la dificultad de captación por parte de los alumnos. (Pimm 1990).

De ahí la importancia de que el docente interprete el vocabulario que usan los alumnos, pero al mismo tiempo tienda a mejorarlo y rigorizarlo, proveyéndole de mejores herramientas para expresar sus pensamientos (Bressan y otros, 2000).

Otro aspecto que contribuye a la construcción del significado de los contenidos matemáticos, lo constituye la actividad constructiva por parte del estudiante, la cual consiste en construir significados, asociados a su propia experiencia, incluyendo también, como ya se mencionaba al inicio éste apartado, su experiencia lingüística. La socialización de éste proceso consiste en la negociación de dichos significados en el salón de clases, en un ambiente de interacción entre maestro - alumno y saber, por ende, es necesario analizar con cuidado las relaciones entre matemáticas y lenguaje, que como se argumenta en otras páginas de éste apartado, se pueden generar confusiones en cuanto al significado de ciertos conceptos, si no son interpretados adecuadamente por el alumno.

En la construcción del significado de cualquier contenido matemático, juegan un papel muy importante los conocimientos previos del alumno. Todo este complejo cognoscitivo es lo que algunos autores denominan su (concepción). El trabajo del estudiante consiste entonces en desplegar o extraer de tal concepción, relaciones y patrones; así tenemos que, todo lo que conduce a la construcción del significado de la multiplicación consiste en. “Un conjunto coordinado de acciones y esquemas que conducen al conocimiento viable, a los conceptos y a la generación de algoritmos”.⁵

Todo lo anterior constituye un proceso por medio del cual se construye el significado de los contenidos matemáticos, pero esa construcción, se debe tener claro, que es gradual, pues el concepto queda en cierta manera “atrapado” por decirlo así, en una red de significaciones y a lo largo de ese proceso de construcción que es permanente, donde el se siente obligado a reorganizar dicho conocimiento, incluso con frecuencia el estudiante tiene que rechazar algunos que ya había construido por ser inviables.

Es importante recordar que el aprendizaje de ésta operación no debe limitarse solo a que los alumnos aprendan a ejecutar las técnicas usuales para calcular los resultados de los problemas. Lo fundamental es que los alumnos logren una apropiación del sentido y significado de la misma, donde pueda aplicarla con flexibilidad, siempre a un número mayor de problemas, donde disponga de estrategias de cálculo, adecuadas, entre las que están las técnicas usuales.

Como se puede observar, a lo largo de esta exposición, la construcción del significado de los contenidos matemáticos de multiplicación implica un proceso largo, pero que al final tiene grandes ventajas, sobre todo permite al alumno seguir

⁵ SEP, (1995) . La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, lecturas. Mexico. p. 37

abordando situaciones nuevas de aprendizaje de manera cada vez mas independiente, firmando las bases para el trabajo autónomo del educando.

1.8 Como leen interpretan, formulan y plantean un problema de multiplicación los alumnos de tercer grado.

Antes de tratar con detalles en lo referente a la lectura, interpretación y planteamiento de un problema matemático por los alumnos, es necesario reconocer que la solución de problemas, puede ser analizada desde dos puntos de vista diferentes, por un lado definiendo primero, que se entiende por **resolución** y **solución** de un problema matemático.

Por resolución de un problema matemático se comprende la determinación por el alumno de la respuesta correcta.

La solución de problemas se entiende como: determinado proceso a través del cual se llega a una respuesta determinada, y que puede ser o no correcta. (Labarrere 1987).

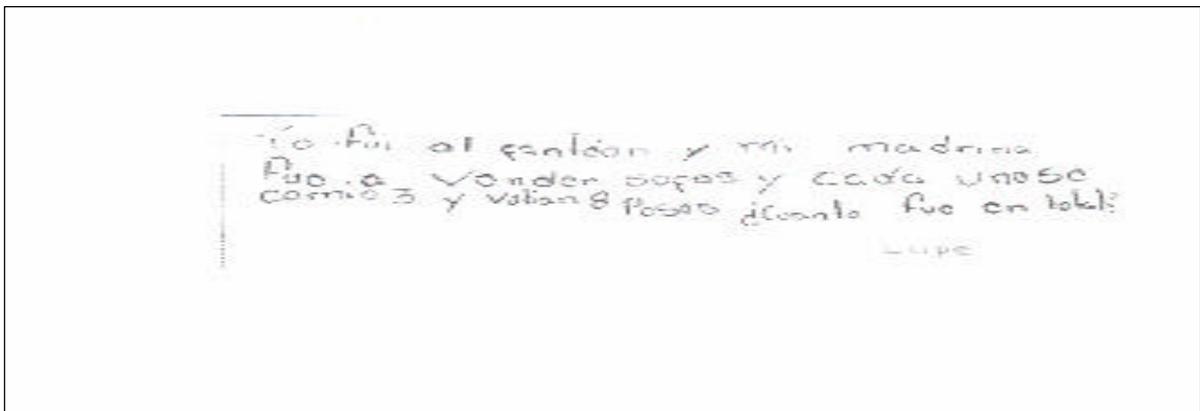
Como se puede observar en el primer punto de vista no importa tanto el proceso que se siguió para solucionar el problema, sino que la atención se centra en la respuesta, incluso se puede decir que esta orientación hacia la respuesta es la predominante en la metodología de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela, pero no la única.

Desde la segunda perspectiva, la orientación está dirigida hacia el proceso de solución. En el curso del cual, se realizan determinadas transformaciones (operaciones) matemáticas sobre el problema y que en cierta manera dichas transformaciones pueden o no conducir a la respuesta correcta. (Labarrere 1987).

Recuperamos esta última, debido a la gran importancia práctica que implica, al momento de observar las condiciones necesarias para dirigir la atención hacia el nivel que ha alcanzado el alumno en sus habilidades para seguir determinado proceso de solución, donde en tales casos la simple valoración de la respuesta como correcta e incorrecta no resulta suficiente.

La solución de problemas implica entonces un proceso y no solo a nivel externo, sino también interno; donde por proceso externo se ha de comprender, una determinada secuencia de operaciones de cálculo matemático y por interno la actividad cognoscitiva (procesos de pensamiento, actividad mental). Que el alumno despliega en el propio proceso de solución de cualquier problema matemático, es decir, que el alumno realiza en el proceso de solución, al interactuar con el problema.

Se considera el ejemplo siguiente, para observar como los alumnos de este grado formulan o plantean un problema matemático de multiplicación. El problema se eligió al azar de entre los que los alumnos formularon.



Analizando el problema, puede observarse que los alumnos al momento de formular un problema matemático ellos lo enfocan y resuelven de acuerdo a la

situación social o contexto donde ellos se desenvuelven, atribuyéndole sentido y significado, en relación con la experiencia de aprendizaje.

Un problema matemático para que sea considerado como tal, debe cumplir con ciertas características:

- Un contenido
- Ciertas condiciones o datos para su solución
- Y una exigencia o pregunta.

Sin embargo, en las producciones de los alumnos ninguna puede considerarse como absurda o carente de sentido, sino por el contrario estas muestran la forma de pensar del alumno en determinadas circunstancias y tareas (Madurez cognitiva), lo que brinda grandes posibilidades al momento de planear y organizar la tarea pedagógica. En este caso la enseñanza de solución de problemas.

La formulación de problemas por parte del alumno juega un papel muy importante en la solución de estos, ya que a través de ello se permite al alumno apropiarse de ciertos conocimientos matemáticos acerca de los mismos (elementos componentes). Como lo afirman algunos autores, las dificultades que los alumnos presentan, ausencia de datos para su solución, problema sin pregunta, se deben al desconocimiento de los mismos (Labarrere 1987).

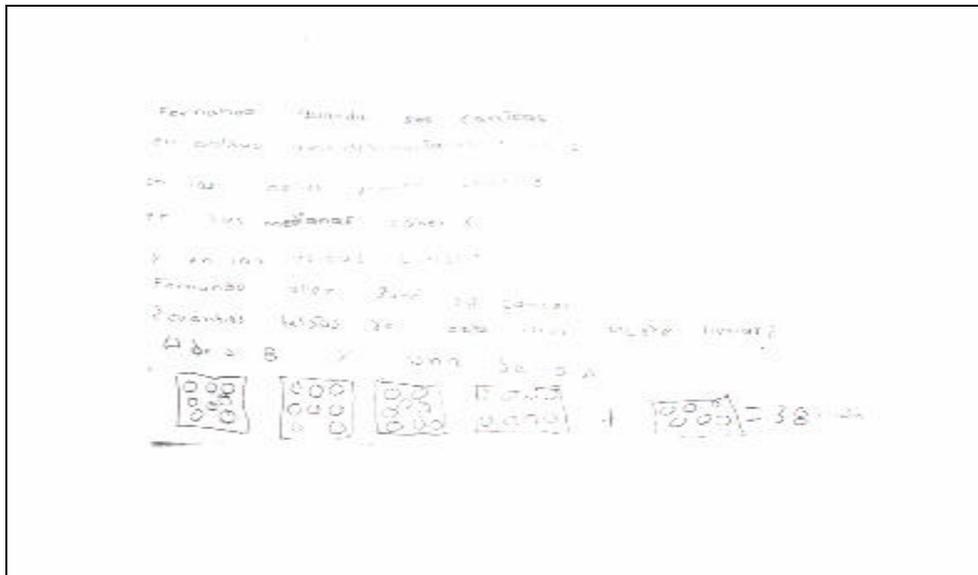
Por lo tanto, es necesario dar la oportunidad al alumno para que desde el principio poco a poco se familiarice con la estructura de los problemas a través de la formulación de los mismos aunque al inicio presente deficiencias, pues será a través de la confrontación de su trabajo con los de sus compañeros y el apoyo del maestro, como su aprendizaje evolucionará, preparándolo para un trabajo autónomo en la solución de problemas, e independiente ante nuevas situaciones de aprendizaje.

A través de la lectura del texto de un problema matemático, es como se puede lograr una buena interpretación o comprensión del mismo, aquí intervienen las primeras operaciones básicas del pensamiento (Análisis y síntesis), el análisis pone de manifiesto la estructura del problema para comprender e interpretar con claridad lo que en el se quiere expresar. La operación del análisis permite la separación de los componentes de la estructura general del problema (contenido), las condiciones o datos y la exigencia; pues en la mayoría de los problemas matemáticos se relata o describe un objeto o acontecimiento, donde se destacan algunas características cuantitativas (datos numéricos).

“El análisis del texto conduce a que el alumno se forme una representación clara de lo que se relata en el enunciado de la situación que representa, de la forma que se presenta y de las facetas cuantitativas que se destacan en el texto del problema”.⁶

El análisis representa en la solución de problemas el primer paso para la realización de esta actividad porque permite determinar lo dado y lo buscado, es decir de donde se parte y hacia donde hay que dirigirse en la solución de un problema. En un primer nivel de reformulación del problema, el alumno puede expresar con sus propias palabras lo que se dice en el texto, incluso en el plano mental, la solución de problemas es el esclarecimiento de la estructura específica del problema, lo cual se logra a través del análisis del mismo, y es expresado a través del razonamiento, y las deducciones que llevan al alumno a resolver el problema. Y a partir de ahí el resto del proceso transcurre, como la aplicación de habilidades y conocimientos relativos al cálculo que con anterioridad haya asimilado el alumno.

⁶ Labarrere, Alberto.(1987). Bases psicopedagógicas en la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Editorial pueblo y educación. La habana Cuba. p. 40



El problema matemático realizado por Emmanuel, considera en un primer nivel de análisis respecto al contenido del problema, la distinción de las condiciones o datos del problema, así como la exigencia o pregunta del mismo, pero se puede observar que este niño descubre cuales son las condiciones o datos del problema pero no lo relaciona adecuadamente y por lo tanto la respuesta a la pregunta del mismo podría considerarse como limitada, sin embargo, aquí el alumno todavía tiene la oportunidad de confrontar sus resultados con los de sus compañeros, donde el mismo podrá valorar sus logros o incluso descubrir donde estuvo el error al resolver el problema, lo cual le permitirá poco a poco ir evolucionando en su aprendizaje respecto a la solución de problemas.

En cuanto al trabajo de Efraín, podría considerarse que el nivel de análisis fue mejor, relaciona adecuadamente los datos, incluso podría mencionarse que la respuesta es correcta, sin embargo la exigencia del problema pide, cuantas bolsas de cada tamaño se pueden llenar con 38 canicas y a través de la comparación de sus resultados con sus compañeros como el podrá darse cuenta de que en realidad si se pueden llenar bolsas de los tres tamaños, expresado en la pregunta del problema, como lo muestra el procedimiento de Karina, donde puede

observarse que su respuesta es adecuada pues ella realiza un análisis mas detenido del problema, relaciona adecuadamente los datos, determina cual es la exigencia del mismo, pues indica cuantas bolsas de cada tamaño se pueden llenar aunque todavía este problema admite otras respuestas también correctas como por ejemplo:

$$\begin{array}{r} \text{Bolsa chicas} \rightarrow 4 = 12 \\ \text{Bolsa mediana} \rightarrow 3 = 18 \\ \text{Bolsa grande} \rightarrow 1 = 8 \\ \hline 38 \end{array}$$

También puede expresarse que la exigencia o pregunta del problema no indica si debe sobrar o no, y por lo tanto la solución de Karina es correcta. En este tipo de tareas es muy importante la confrontación de resultados entre los alumnos ya que es por medio de ello que logran argumentar, validar y valorar sus procedimientos y ajustar sus resultados.

Una forma sencilla de propiciar el debate, la discusión y argumentación de su resultado en la clase de matemáticas es cuestionando a los alumnos por ejemplo: si la respuesta de Karina es correcta ¿la de Efraín es incorrecta? ¿Todas las demás están mal?.

Todo esto permite al alumno reflexionar sobre su trabajo, sus procedimientos y resultados en la solución de problemas.

Algunos autores argumentan que la realización de este tipo de tareas también debe estar enfocado a que los alumnos en el nivel de primaria por lo menos conozcan la estructura de un problema ó sea que reconozcan que tiene un contenido, ciertas condiciones y una exigencia, así también que reconozcan algunas etapas de

solución. Debido a que la enseñanza actual en el proceso de enseñanza de la solución de problemas la asimilación de los componentes de lo que es un problema no recibe mucha atención o mas bien en el aula no son objeto de aprendizaje.

Se hace referencia a que los problemas matemáticos con texto presentan una estructura general y una estructura específica, caracterizándose cada una por determinada composición de sus elementos, pero ¿Qué importancia tienen el hecho de que los alumnos posean una correcta representación de lo que es un problema matemático?.

“El proceso de asimilación de conocimientos y de formación de habilidades, hábitos y capacidades presupone la intervención consciente del alumno, que se refleja en la posibilidad de argumentar, describir, fundamentar, etc., diferentes componentes y momentos de su actividad cognoscitiva”.⁷

Con lo anterior deducimos que el conocimiento acerca de los problemas (elementos componentes) es esencial en el proceso de enseñanza de solución de problemas, ello debido a que por éstos medios los alumnos adquieren gran parte del conocimiento matemático y desarrolla habilidades y hábitos correspondientes. Pero también existe otro aspecto importante y estrechamente relacionado con la solución de problemas. Es el hecho de la formulación de estos, de manera independiente por los alumnos, lo cual constituye un medio muy importante para que los alumnos, como ya se mencionaba con anterioridad, adquieran conocimientos matemáticos. Ya a través del desarrollo de este apartado se ha tratado de demostrar que para que un alumno llegue a formular de forma independiente problemas matemáticos, una dificultad con la que se encuentra, se debe a la falta de conocimiento de los componentes de los mismos.

⁷ *Ibíd.* p. 45

1.10 Desarrollo de habilidades de razonamiento matemático para comprender y resolver problemas de la vida diaria.

Es común comentar en la enseñanza matemática, del desarrollo de una gran variedad de habilidades. Pero al hablar de ellas surge el cuestionamiento ¿qué habilidades se deben desarrollar con esta disciplina?, antes de responder esta pregunta es preciso mencionar que no se debe perder de vista el propósito principal de la misma, el cual consiste en: proporcionar a los niños una herramienta funcional, flexible que les permita resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

Y es la línea o enfoque que el presente trabajo sigue. Aunque se sabe que desde el punto de vista del contenido de los aprendizajes, éste puede ser de tres tipos, conceptual, procedimental y actitudinal.

En éste trabajo lo procedimental, está enfocado a la solución de problemas, implica poner en marcha una secuencia de pasos de acuerdo con un plan preconcebido y dirigido al logro de una meta. A lo cual también se le considera como (habilidad). Pues tiene que ver con el “saber hacer”. Aunque la solución de problemas no puede ni debe desvincularse, tanto de los contenidos conceptuales como de los actitudinales, pues buena parte de sus rasgos como contenido del aprendizaje se deriva de ese carácter procedimental.

Entre las principales habilidades que se deben desarrollar con la asignatura de matemáticas, se encuentran las siguientes: de comunicación, de pensamiento, de creación, de resolución de problemas, de aplicación o transferencia, entre otras, pues las anteriores son las que se pretende desarrollar en a éste trabajo.

Con base en el orden anterior, se tratará de llevar a cabo un análisis de cada una de ellas.

1.10.1 Habilidades de comunicación

“Uno de los objetivos de la educación matemática habrá de ser la capacidad de los niños para expresar verbal y simbólicamente sus ideas. Una capacitación que supone la aptitud para hablar y oír hablar de matemática, lo mismo que para leer y escribir acerca de ella”.⁸

Pero ¿Cómo son interpretadas en matemáticas las habilidades de comunicación?

Estas se definen como: “Competencia del alumno para leer interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita información, usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada”.⁹

Escuchar, localizar, leer e interpretar información son habilidades presentadas en diferentes formas. Por lo tanto el niño que presente problemas en interpretar, tanto símbolos como vocabulario, difícilmente podrá hablar, escuchar, leer, además de escribir acerca de matemáticas y por consiguiente su aprendizaje será deficiente.

El lenguaje en matemáticas juega un papel muy importante, porque a través de éste, el alumno encuentra relaciones entre sus ideas matemáticas informales y los símbolos abstractos usados en matemáticas; esto al momento de la confrontación de sus procedimientos con los de sus compañeros, también a través de la interacción con el profesor y la discusión entre el grupo, permite encontrar la relación entre distintas representaciones (concreta, gráfico y verbal en contextos reales) de ideas matemáticas.

También el lenguaje favorece y ayuda a los niños a aclarar sus ideas (pensamientos) además de profundizar su comprensión. Ello a través de escribir y

⁸ Bresan Ana Maria., Bogisic y Crego, K.: *op. cit.* p. 59

⁹ *Ibíd.* 62

hablar, completando oraciones, crucigramas, dominós con vocabulario, inventar símbolos y luego compararlos con los convencionales, atribuirle significado a los símbolos convencionales, usar diccionarios y textos para comparar sus significados, entre otras más actividades.

1.10.2 Habilidades de pensamiento.

Las habilidades de pensamiento, también llamadas lógicas, tienen que ver con las habilidades de razonamiento analítico, el cual es necesario para desarrollar argumentos lógicos. Por ejemplo: en la solución de problemas, cuando el alumno describe, justifica, prueba y trata de validar sus procesos de solución, sus resultados con sus compañeros a través de la argumentación. De acuerdo con la definición del diccionario, por **razonamiento** se ha de entender: “acción y efecto de discurrir, ordenando ideas en la mente para llegar a una conclusión”.¹⁰

Lo anterior implica reflexión, así también como creación de argumentos lógicos (orden de ideas), para sacar conclusiones acerca de un hecho determinado.

Algunas de las habilidades lógicas que se adoptan más a éste estudio son:

- Abstractar conceptos y relaciones.
- Generar y justificar conjeturas.
- Desarrollar esquemas deductivos elementales.

Se recordará, que cuando se habla de razonamiento lógico necesariamente se hace referencia tanto a la inducción como la deducción, pues son las dos formas de pensamiento considerados dentro del mismo.

¹⁰ Océano (1994) Diccionario enciclopédico p. 1357.

El razonamiento inductivo tiene que ver con la elaboración de conjeturas. Es el razonamiento básico para la creación de conceptos.

1.10.3 Habilidades de creación.

Éste tipo de habilidades suponen formas de pensamiento que no son incluidas habitualmente dentro del razonamiento lógico.

Algunos autores mencionan que este tipo de habilidades son muy importantes en la enseñanza matemática, pues sin ellas el alumno estaría incapacitado de usar su razonamiento en situaciones nuevas o de fuera de sus contextos habituales; pues al respecto varias investigaciones“ (Sternberg R., 1999) demuestran que el alumno puede haber desarrollado habilidades lógicas para matemáticas trabajadas en la escuela, pero tener dificultades en aplicarlas en forma práctica y creativa”.¹¹

Estas habilidades tienen que ver con la intuición y la analogía, donde dichas formas de pensamiento están ligadas a los procesos creativos y de aplicación de la matemática, de ahí la importancia de su desarrollo en el aula. Dentro de las cuales se encuentran, crear, inventar, imaginar e intuir situaciones, además de explorar y descubrir conceptos, regularidades y situaciones.

Por (intuición) se entenderá: como la idea primera de un concepto, aunque muchas veces equivocadas o aun limitadas, son enormemente útiles, pues nos permite comprensiones acerca del mundo. Ello tiene que ver con esas ideas súbitas que surgen cuando uno menos lo espera y que nos permiten entender o por lo menos observar desde otro punto de vista cierta situación problemática, y por qué no, a veces incluso puede llevarnos a la solución de dicho problema. Por lo tanto estos son aspectos que el maestro no debe descuidar al momento de la solución de problemas, pues constituyen el punto de partida sobre el cual se deberá actuar,

¹¹ Bresan, Ana Maria., Bogisic y crego K.. *op. cit.* p.72

provocando cambios cualitativos en las conceptualizaciones de los alumnos que en cierto momento demuestra poseer.

La (analogía) es otro tipo de razonamiento también muy importante para la enseñanza matemática. Éste tipo de razonamiento se basa en el conocimiento previo que poseemos acerca de algo, y es muy usado para enseñar nuevos conceptos e ideas. Por lo general cuando alguien quiere explicar una cosa que no le es muy familiar, siempre recurre a analogías o símiles. Este tipo de razonamiento nos lleva a generalizar nuestras apreciaciones individuales, aplicándolas a casos particulares o similares; aunque la mayoría de estas generalizaciones a veces resultan falsas. Sin embargo son de uso frecuente en la vida cotidiana, de ahí la importancia por la cual debe aparecer en las aulas.

Ahora, entre las múltiples condiciones que debe tener un razonamiento por analogía para ser aceptable se encuentra la significatividad y la pertenencia de las propiedades en común que se argumentan para afirmar la analogía.

Algunas actividades vinculadas con el desarrollo de habilidades de creación serían:

- Extraer preguntas frente a un problema o situación dada.
- Formular hipótesis de posibilidades frente a un problema (qué pasaría si ...?, cambiar datos, preguntas, etc.), presentar opciones distintas para la toma de decisiones, etc.
- Utilizar puntos de vista, alternativas para juzgar un razonamiento dado.
- Descubrir la ley de formación de un patrón dado.

Entre muchas otras, pero que en el caso de éste trabajo, son las que se pretenden desarrollar debido al tema que se trata, enfocado a la aritmética (solución de problemas de multiplicación).

1.10.4 Habilidades de solución de problemas

Es precisamente en la solución de problemas donde se ponen en juego todas las formas de razonamiento creativo y lógico. Además de otras habilidades relacionadas también con el pensamiento matemático que se deben desarrollar en la enseñanza de la aritmética son, precisamente las de resolución de problemas, lo cual implica procesos cognitivos y metacognitivos, donde serán desplegadas todas las formas de razonamiento anteriores (creatividad y lógicas).

Algunas actividades relacionadas con la habilidad de resolver problemas, se pueden encontrar las siguientes:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Discernir entre datos necesarios, superfluos o incompletos).
- Representación mental (en forma verbal, simbólica o gráfica) de conceptos y estrategias a utilizar.
- Identificación de los recursos (tiempo, instrumentos, etc.) en orden a resolver un problema dado.
- Que tanto los resultados fueron razonados.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado, controlando los usos de conceptos y procedimientos (aspectos metacognitivos).
- Advertir la limitación de los modelos empleados.
- Utilizar los resultados de la reflexión para retomar el problema y generar nuevas preguntas.
- Reconocer el valor del razonamiento y la prueba como partes esenciales de la matemática. (Bressan 2000)

Estas habilidades se van a lograr a través de que el alumno asimile todo un sistema de conocimientos acerca de los problemas, concepto de problema, elementos componentes de los mismos, procedimientos tanto de análisis de texto como propiamente matemáticos, a lo cual se le considerarse como generación de conocimientos previos para la realización de esta tarea, o sea hasta este momento los problemas son vistos como objeto de conocimiento y es a partir de que el alumno conoce las etapas de solución de los problemas, es cuando esto son vistos como objeto de solución.

En todo éste proceso, intervienen como ya se dijo, el pensamiento lógico, creativo y otro que también es muy importante en la solución de problemas, el aspecto metacognitivo, que tiene que ver con la capacidad de pensar sobre los procesos de pensamiento, lo cual juega un papel fundamental en la resolución de problemas, pues por medio de ello, el alumno puede controlar su proceso de aprendizaje, al saber como está aprendiendo.

Por lo tanto, en la clase de matemáticas habrá de desarrollarse tanto el pensamiento lógico, el creativo y el metacognitivo por lo que:

“Se ha de reconocer en el aula el valor de analizar los propios procesos de pensamiento, positivos y negativos (negligencia, irreflexión, falta de flexibilidad, etc.) que se ponen en juego y que ayudan a obstaculizar un buen pensamiento. Este tipo de reflexión puede alertar a los alumnos sobre la existencia de formas de pensamiento y despertar su voluntad de incentivar las buenas y modificar las malas. Poder observar, controlar y evaluar los propios procesos de pensamiento conduce a la formación de un pensador creativo, autónomo y responsable”¹²

¹² *Ibid.* p. 8

1.10.5 Habilidades de aplicación o transferencia

Se consideran habilidades de aplicación o transferencia a aquellas que nos permiten utilizar los conocimientos matemáticos, en este caso relacionados con la aritmética y concretamente de multiplicación. Para explicar fenómenos, hechos o conceptos y resolver problemas dentro y fuera de la matemática. La habilidad de aplicación será la “modelización”, ¿pero, qué implica en matemáticas el concepto de modelizar?

Lo anterior puede verse desde dos procesos diferentes, el primero sería buscar ejemplos (modelos) de ideas matemáticas en situaciones y objetos propios del entorno, para solucionar cierta situación problemática.

Como se puede observar en este caso se posee la idea matemática previa a la búsqueda de los ejemplos (de modelos).

El otro sería a partir de situaciones de dentro o fuera de la matemática y buscar conceptos y procedimientos de esta disciplina para explicarlas.

En este segundo proceso, se tienen la situación y hay que elegir qué concepto matemático conviene a la solución. Y aquí es donde ocurre algo muy importante, cuando esos conceptos y procedimientos no existen en el acervo cognitivo del que dispone el alumno, hay que crearlo. Y según algunos autores éste proceso es el que mejor pone en evidencia la adquisición de un conocimiento matemático significativo y funcional por parte del alumno.

Esta forma de trabajo posibilita y provee un entorno propicio para que el alumno construya ese proceso de (modelización), que es donde se aplican todas las habilidades matemáticas.

En el proceso de modelización matemática se puede describir a través de los siguientes pasos:

- La identificación de (situación-problema). Esto tiene que ver con la delimitación de esa porción de la realidad sobre la que se quiere actuar o estudiar.(problema)
- Reformulación del problema, es decir expresar este con las propias palabras dejando de lado el modelo real.
- Construcción de un modelo matemático a través de la conversión de palabras y conceptos en términos de símbolos y exposiciones matemáticas, por ejemplo, el lenguaje verbal el que se traducirá en representaciones graficas o físicas, imágenes o símbolos sobre los cuales poder actuar utilizando herramientas propias de las matemáticas, conceptos y procedimientos para llegar a la conclusión del resultado.
- Por ultimo se lleva a cabo la evaluación del resultado o conclusión e interpretación en el problema original para determinar la utilidad del modelo.

Ya se ha dicho que el proceso de modelización es el instrumento fundamental de la aplicación matemática lo cual consiste en poder aplicar el lenguaje y los métodos de esta disciplina a problemas de la misma, de la vida real y de otra disciplina una forma de lograrlo, es enfrentando al alumno con situaciones interesantes, donde el tenga que explicar y resolver. Será la mejor motivación para desarrollar, reconocer y utilizar esta habilidad e incrementarla.

Es importante mencionar el hecho de que la riqueza de un modelo va mas allá de la solución, ya que a través del análisis de los modelos logrados se puede prever información sobre el problema original que incluso no se explica en el mismo.

Por lo tanto una vez construido un modelo, este nos permite considerar todas las variantes de un problema, aunque el enunciado original no lo pida.

Así la transferencia o modelización de la enseñanza matemática es la esencia de la solución de problemas.

Para aprender a transferir o aplicar “conocimientos, estrategias y actitudes “de un contexto a otro y buscar relaciones, aunque sea de manera intuitiva y aun distante es un proceso que hay que enseñar ya que no se realiza en forma espontánea.

Otro aspecto importante de mencionar es en lo referente al contexto y se puede decir que entre mas alejado sea dicho contexto de la enseñanza de la transferencia, mas costoso será el proceso, o sea un cierto modelo mientras mas cerca este de la realidad, será mas fácil asimilado por los alumnos, sin embargo, la utilidad se reduce a casos particulares, por ello se recomienda la búsqueda de analogías y generalizaciones para un mismo problema, el descubrimiento de aplicaciones de un concepto o estrategia en contextos diferentes, el relacionar lo que se conoce informalmente, y lo que se trata en la clase son recursos para enseñar a transferir.

CAPITULO II

ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE MULTIPLICACIÓN.

2.1 Estrategias de aprendizaje para plantear y resolver problemas de multiplicación

Durante el desarrollo de este trabajo surgieron algunos cuestionamientos importantes referentes a la apropiación de los contenidos matemáticos, aquí se explicaran algunos argumentos a los cuestionamientos siguientes:

- ¿Por qué los alumnos no logran apropiarse significativamente de los contenidos matemáticos de multiplicación
- ¿Por qué los alumnos olvidan muy pronto lo estudiado?
- ¿De qué depende que los alumnos puedan usar y recuperar la información estudiada?

Los cuestionamientos surgen a través de los análisis de los múltiples esfuerzos que se llevan a cabo en el aula para desarrollar herramientas de estudio efectivas, pero que aún a pesar de todos esos esfuerzos los alumnos fracasan en su estudio.

Incluso uno de los objetivos más valorados y perseguidos en educación a través del tiempo, es enseñar a los alumnos a que se vuelvan autónomos e independientes en su aprendizaje,

Sin embargo, puede verse que en la práctica sucede todo lo contrario. Los alumnos son altamente dependientes en su aprendizaje, porque la responsabilidad recae por completo en el profesor, él, es quien toma las decisiones de donde, cuando y como aprender. Y con esta forma de enseñanza, el alumno puede adquirir muchos o pocos conceptos matemáticos, pero escasas herramientas o instrumentos cognitivos que le permitan enfrentar por sí mismo nuevas situaciones de aprendizaje.

Centrando la atención en el aprendizaje de la multiplicación, se estaría hablando de dos perspectivas diferentes. Por un lado, una centrada en el aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar a través de la repetición de las

mismas por el alumno, donde el tiene escasa o nula oportunidad de otorgarle sentido y significado, además de funcionalidad a dichos aprendizajes. Este tipo de aprendizaje se centra en la apropiación de reglas y algoritmos de las operaciones. (Concepción formalista de la matemática).

Se podría concluir que la multiplicación, desde esta perspectiva se ha centrado principalmente en la realización de prácticas o ejercicios repetitivos y rutinarios, que incluso se han entendido como la solución de problemas. Por lo que puede afirmarse que dichos ejercicios solo sirven para consolidar y automatizar ciertas técnicas, destrezas y procedimientos, los cuales no son necesarios para la posterior solución de problemas, además difícilmente estos pueden ayudar a que estas técnicas y procedimientos se utilicen en diferentes contextos de los que se han aprendido o ejercitado (Pozo 1997).

En contraste la psicología cognitiva, es la postura que en la actualidad presenta nuevas conceptualizaciones en cuanto a la presentación y naturaleza del conocimiento, además de los fenómenos de la memoria, la solución de problemas, el significado y la comprensión, así como el diseño de procedimientos tendientes a modificar el aprendizaje de los contenidos conceptuales, mejorar su comprensión y recuerdo.

(Díaz Barriga y Hernández 1998).

Algunos autores resumen la idea central de dicho enfoque de la siguiente manera:

“Enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados”.¹³

Muchos de los esfuerzos que se realizan en el aula con el fin de mejorar o desarrollar herramientas de estudio efectivas, fracasan en parte debido a que existe un desconocimiento en los procesos cognitivos y meta cognitivos implicados

¹³Díaz, Barriga y Hernandez *op. Cit.* p. 115

en el aprendizaje significativo y sobre todo en su forma de enseñanza. Ello si se toma en cuenta que:

“Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que transfieran y se adapten a nuevas situaciones”.¹⁴

A partir de estas conceptualizaciones se ha logrado determinar que aquellos alumnos que alcanzan resultados satisfactorios en su aprendizaje es porque han aprendido a aprender, o sea, son capaces de controlar o autorregular su proceso de aprendizaje (proceso metacognitivo), saben lo que hacen y como aprenden, comprenden las tareas y captan las exigencias, organizan y planifican sus realizaciones, valoran sus logros y corrigen sus errores. (Díaz Barriga y Hernández 1998).

Desde esta perspectiva constructivista del aprendizaje, es importante destacar que no solo es tomado en cuenta el aspecto psicológicos sino también lo relacionado a lo afectivo y motivacional, además de esos mecanismos de influencia educativa que permiten promover guiar y orientar dicho aprendizaje, donde la teoría sociocultural de Vigotsky, nos brinda varios elementos.

2.1.1 El aprendizaje significativo

Mediante la realización de aprendizajes significativos, el alumno construye su conocimiento otorgándole significado, a través del cual su conocimiento del mundo, tanto físico como social se enriquece. **¿Pero qué condiciones permiten el logro de un aprendizaje significativo?**

¹⁴ *Ibíd.* p. 16

La teoría de la asimilación y el aprendizaje significativo de Ausubel, cobra sentido y afirma, que para todo aprendizaje, siempre debe haber un antecedente, o sea que el alumno cuenta con una base de conocimientos, a lo que algunos autores denominan como bagaje de hechos, conceptos y principios que poseemos (esquemas) o también (saber) Brown 1975, o como usualmente se ha denominado “conocimientos previos”.

Para que realmente el aprendizaje sea significativo, los conocimientos previos son indispensables, pues toda nueva información que se ha de aprender debe relacionarse de manera no “arbitraria” y “sustancial” con lo que el alumno ya sabe sin descuidar la disposición (motivación y actitud) del alumno por aprender, así como la naturaleza de los materiales (Díaz Barriga y Hernández 1997).

Con respecto a la relación no arbitraria se quiere expresarse con esto que la nueva información no debe darse al azar sino que debe tener la suficiente intencionalidad, lo cual tiene que ver con los objetivos o intenciones educativos, pues a través de ellos se describe con claridad las actividades de aprendizaje, para que de esta manera el alumno logre relacionar de manera “sustancial” la nueva información con los conocimientos y experiencias previas que ya posee en su estructura de conocimientos o cognitiva, además de esta manera el alumno podrá otorgarle sentido a lo que aprende. Esto en gran medida se logra en parte con la propia organización del proceso de enseñanza de solución de problemas, concebido este como un proceso gradual que avanza desde la generación de conocimientos previos hasta la apropiación por el alumno de las etapas de solución de los problemas matemáticos.

En cuanto al significado lógico, puede argumentarse que este va a estar determinado por la misma naturaleza del material, es decir por esa motivación que se encuentra en la tarea misma y en la satisfacción personal de enfrentarla con éxito, de tal manera que la motivación del alumno estará determinada por la

novedad, interés, sentido y significado que para el alumno representa enfrentar o resolver dicha tarea, donde incluso algunos autores mencionan que la construcción de significados involucra al alumno en su totalidad pues se trata de ir mas allá de los procesos cognitivos para introducirse en el tema del sentido, entendido este como el nivel de experiencia del alumno, lo cual impregna en gran medida el aprendizaje escolar. En sí el sentido va a estar determinado por el conjunto de factores motivacionales y afectivos, los cuales desempeñan un papel esencial en la movilización del conocimiento previo y en la construcción del significado (Díaz Barriga y Hernández 1997).

Como se puede observar y con base en todo lo anterior y de acuerdo con la teoría que sustenta este trabajo (Psicología cognitiva) que se apoya en las teorías de Piaget, Vigotsky y Ausubel, se puede afirmar que en la enseñanza de la multiplicación no es suficiente con que los alumnos conozcan las técnicas y procedimientos convencionales para calcular los resultados de los problemas, sino que se pretende que los alumnos logren una comprensión amplia del significado de esta operación, donde ellos puedan usarla de manera flexible para resolver una gran variedad cada vez mayor de problemas.

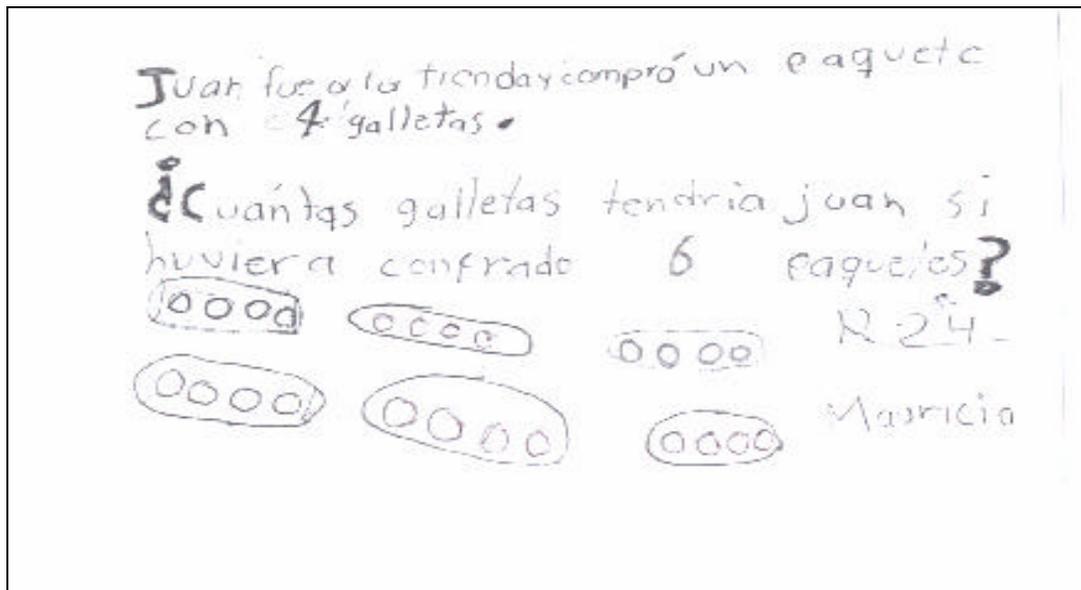
2.1.2 Estrategias de aprendizaje

Desde esta nueva perspectiva el alumno es un sujeto activo en el proceso de construcción de su propio aprendizaje, lo cual implica por parte del sujeto que aprende una actividad constructiva compleja de carácter estratégico, de interacción del alumno con situaciones problemáticas con sentido para el, o sea que tenga relación con su propia experiencia. Aunque también es importante destacar el papel del maestro en la realización de estas tareas, lo cual se llevara a cabo más adelante en este mismo apartado, además, otro aspecto importante a considerar es el hecho de que el alumno recibe influencia tanto del ambiente familiar como social donde este se desenvuelve y por lo tanto posee saberes

previos (experiencia) que le permite resolver problemas relacionados con la multiplicación aún antes de saber multiplicar, haciendo uso de sus propios procedimientos como, dibujos, conteo, sumas por escrito o mentalmente.

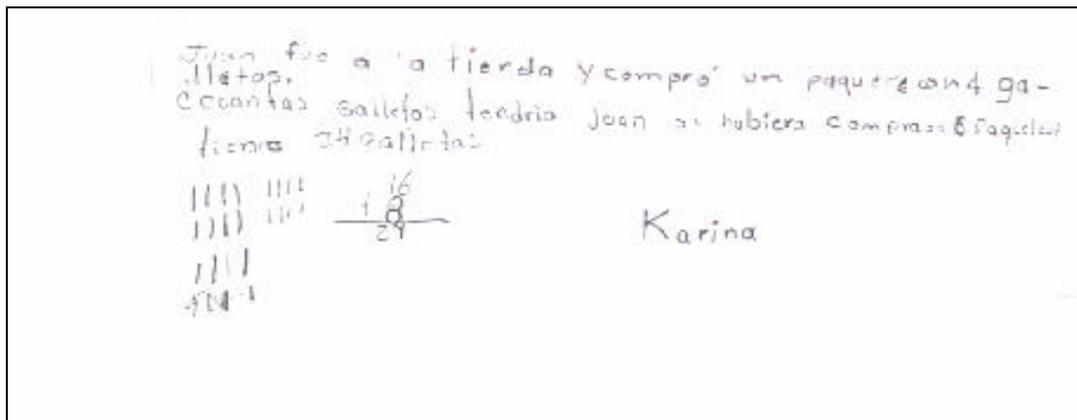
2.1.3 El niño y sus primeros procedimientos para multiplicar

Algunos de los trabajos de los alumnos al respecto, son los que a continuación se presentan, donde además se pudo observar lo siguiente:



Como se puede observar, aquí el niño utilizó el dibujo, en este caso representó los paquetes de galletas a los que se refiere el problema, o sea utilizó el conteo para encontrar la solución del problema, como se puede constatar, el alumno aún no sabe multiplicar, sin embargo el hace uso de sus propios procedimientos, recursos para resolver el problema.

Se analizará a continuación el caso, el de Karina 8 años de edad, tercer grado.



En Karina, se puede constatar que tampoco sabe multiplicar, pero encuentra el resultado utilizando el conteo y la suma por escrito.

Es importante aclarar que la mayoría de los problemas que en este trabajo se analizan fueron elaborados por los propios alumnos y recopilados, para posteriormente ser utilizados, modificando de acuerdo a las necesidades de ellos, tanto contexto como las cantidades para plantearse nuevamente a los alumnos, siempre y cuando sigan siendo un reto y de interés para ellos, no se debe de olvidar que un problema deja de ser interesante a los alumnos cuando no implica para ellos un reto o cuando cuentan con un medio eficaz para solucionarlo, pues este se convierte en un simple ejercicio. Por lo tanto es recomendable trabajar con otro problema que siga siendo interesante, e implique un reto.

Puede considerarse a estos procedimientos, como la base para que poco a poco los alumnos construyan el significado de dicha operación, pues estos mejoran a través de la interacción del alumno con sus compañeros y maestro en el proceso de solución, en diversas situaciones problemáticas que impliquen multiplicación.

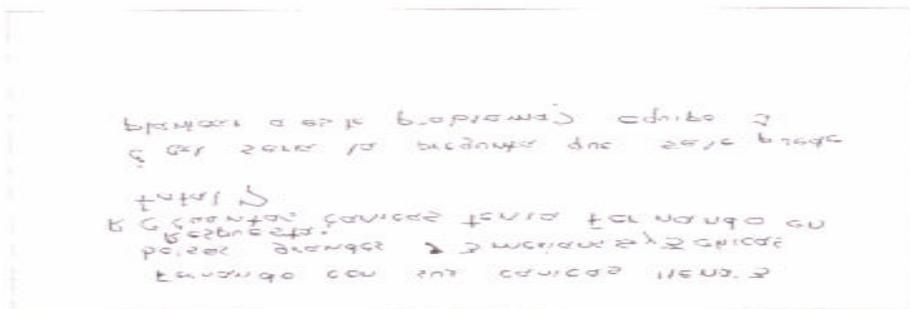
2.1.4 El trabajo en equipo (Trabajo cooperativo)

De acuerdo con la teoría sociocultural de Vigotsky, el aprendizaje del ser humano no se da de manera aislada, sino por el contrario, toda la actividad de aprendizaje está influida o medida por la influencia de otros, en el contexto del aula, los otros son los compañeros y maestro. Por tanto puede afirmarse que el aprendizaje es una actividad de reconstrucción de los saberes culturalmente establecidos. (Mece Judith 2000).

En el aula, es esencial entonces la interacción entre compañeros, profesor y los propios contenidos, pues la posibilidad de enriquecer el conocimiento, incluso la ampliación de nuestras expectativas, va a estar determinado por la comunicación, o sea cuando el alumno tiene que argumentar, sus procedimientos justificarlos, probarlos y validarlos ante sus compañeros de equipo, y ante el grupo al resolver un problema matemático de multiplicación, incluso aquí se está hablando del desarrollo de habilidades de comunicación, de pensamiento, de solución de problemas; de creación o transferencia, a lo cual se ha hecho referencia entre otras.

Retomando lo referente a la interacción, del alumno con el profesor, y compañeros esta se da, al momento de resolver un problema, donde existen acuerdos y desacuerdos respecto a la solución de una tarea, al argumentar sus resultados y procedimientos.

Trabajos realizados con alumnos, dejan ver o constatar lo siguiente:



Como se observa en este problema se pide determinar por equipo la exigencia o pregunta del mismo. Y en este caso puede afirmarse que los alumnos lograron un buen nivel de análisis, además también puede expresarse que entendieron bien el problema, lo cual tiene que ver con un buen nivel de comprensión entendimiento de las relaciones entre los datos y logran plantear adecuadamente la exigencia de dicho problema, como se demuestra en el ejemplo.

Por lo tanto, puede afirmarse que la realización de este tipo de tareas favorece, además de que los alumnos se familiarizan con los componentes generales de un problema (contenido, condiciones y exigencias), también ayuda o permite la comprensión del mismo, además de propiciar en los alumnos la reflexión sobre las relaciones entre los datos de estos.

Retomando el trabajo en equipo, como ya se ha expresado en apartados anteriores de este tratado es favorable para la discusión entre los integrantes de los equipos y a nivel grupal. En los equipos cuando al realizar una tarea como la anterior existen puntos de acuerdo y desacuerdo y a nivel grupal al comparar las respuestas de los equipos, hasta encontrar la respuesta correcta, para llegar a un acuerdo.

El análisis y la discusión de los resultados obtenidos es simple, pues basta con anotar una respuesta o procedimiento de cualquier equipo en el pizarrón para desencadenar la discusión donde el maestro solo guía ésta, encaminada siempre a lograr un acuerdo, así tal vez, la respuesta de algunos serán incorrectas, pero por lo menos habrán valorado el punto de vista diferente o encontrado su error. Lo cual en la solución de problemas es un gran logro.

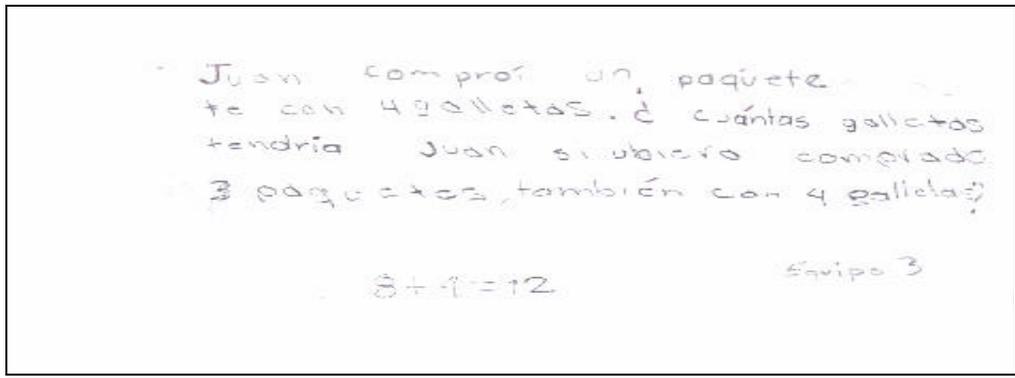
De acuerdo con todo lo anterior y con base en la teoría sociocultural de Vigotsky se argumenta que las anteriores acciones favorecen el desarrollo cognitivo de los alumnos, sobre todo al valorar puntos de vista diferente al propio, acuerdo y desacuerdo.

Aunque, aquí es importante destacar, que lo anterior se logra cuando el alumno tiene la oportunidad de trabajar con libertad, haciendo uso de sus propios procedimientos, donde el puede darse cuenta de cómo esta aprendiendo al resolver algún problema, o sea que pueda ser capaz de analizar su proceso de pensamiento (proceso metacognitivo), pues esto es indispensable para la posterior argumentación de sus procedimientos, resultados y valoración de los mismos además para el control de sus soluciones, con respecto a los de sus compañeros, pues en caso contrario el alumno a lo mejor estaría aprendiendo pero no sabría como lo está haciendo y por lo tanto su aprendizaje estaría limitado y sus procedimientos usados para resolver un problema, no podrían evolucionar o generalizarse, pues serían útiles en casos particulares o solo para aun problema.

2.1.5 Construcción del cuadro de multiplicaciones

EL cuadro de multiplicaciones en este caso se va construyendo paulatinamente en el proceso de solución de problemas, como se observa en algunos trabajos de los alumnos.

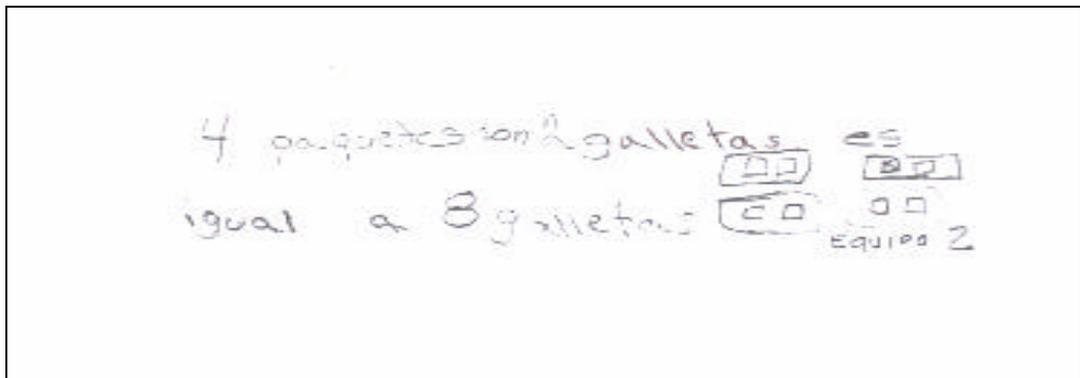
Partiendo de la resolución del siguiente problema se puede observar lo siguiente:



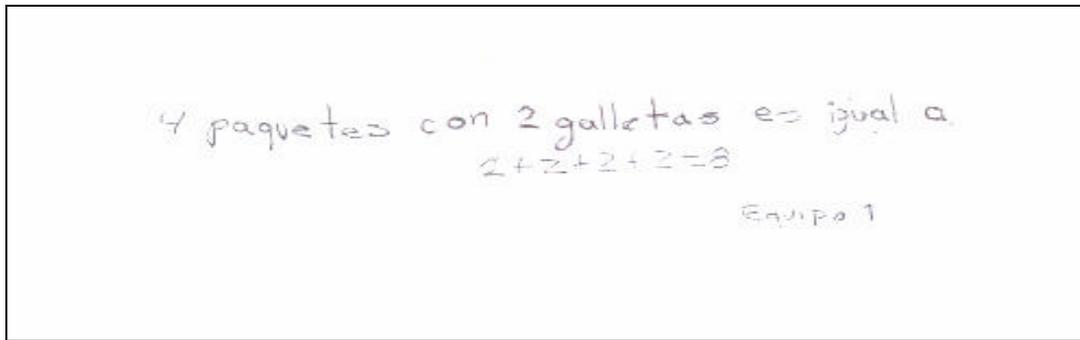
Una vez resuelto este problema en equipos se propone la siguiente actividad para que los alumnos trabajen con material concreto, se pueden usar bolsitas y piedras (paquetes y galletas).

Se colocaron 4 bolsitas con 2 piedras y se planteo la pregunta **¿cuántas piedritas habrá juntando Juan en las dos bolsitas?**

Algunos de los registros de los alumnos fueron los siguientes:

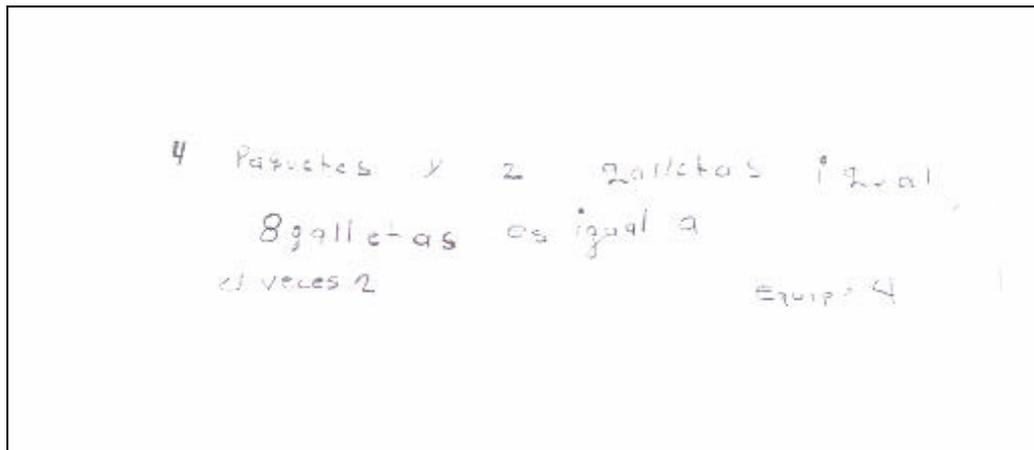


Como se puede observar aquí los registros de los alumnos son largos. Aunque es importante destacar que algunos otros registros que los alumnos propusieron, presentan una tendencia a ser mas cortos.



Entonces aquí se les hizo que las formas propuestas son buenas, pero largas, incluso se les invito a encontrar formas más fáciles y cortas.

Algunos propusieron:



Es pertinente aclarar que para que los alumnos encuentren formas más sencillas y cortas para los resultados de los problemas, es a través de todo un proceso, donde algunos incluso logran la representación convencional de la multiplicación y una vez logrado esto es cuando se les hizo ver a los niños que cuatro veces dos es igual a escribir $4 \times 2 = 8$, y que se les debe presentar como un forma más de registrar el resultado de los problemas explicándoles que en este tipo de registro el primer número indica los paquetes y el otro la cantidad de galletas que cada

paquete contiene y se lee cuatro paquetes con dos galletas es igual ocho, o bien, cuatro veces dos es igual a ocho, o cuatro por dos es igual a ocho.

También se les hace notar que se ha estado trabajando con una nueva operación, la multiplicación.

3 x 2, 5 x 8, 3 x 2, son multiplicaciones.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

A partir de este momento, es cuando los alumnos con la ayuda del maestro, poco a poco empiezan a llenar su cuadro de multiplicaciones, se les apoya con un cuadro grande que se pega en la pared, cuadrículado previamente 12 x 12, el cual también se va llenando poco a poco, así los alumnos construyen cada quién uno, de menores dimensiones el cual deben tener a la mano al momento de resolver algún problema, para consultarlo.

Se les indica también como esta constituido, los números de la primera columna son los paquetes y los números del primer renglón de arriba indican cuantas galletas tiene dicho paquete

Este se va llenando al ir resolviendo problemas de multiplicación o también al proponerles que en equipo completen el renglón por ejemplo de la tabla del tres y posterior de manera grupal comparen y revisen sus resultados y cuando estén

corregidos anotarlos en su cuadro en el renglón respectivo, en otras ocasiones los resultados pueden surgir al resolver un problema.

Es importante aclarar que de aquí en adelante el alumno lo debe utilizar, para consultar algunas multiplicaciones que necesite saber su resultado al ir resolviendo problemas, pues de esta manera se propicia la funcionalidad, sentido y significado o dicha operación, al usarla para resolver problemas propios de su contexto y realidad cotidiana. A diferencia de aprender las tablas de multiplicar solo de memoria a través de repetirlas, aquí les encuentra un uso y descubre donde la multiplicación es una herramienta eficaz para resolver problemas.

2.1.6 Los problemas de multiplicación

Otro aspecto importante es permitir a los alumnos, con el fin de que su conocimiento en cuanto a multiplicación se enriquezca, el alumno debe tener la oportunidad de resolver al mismo tiempo problemas de suma, resta y multiplicación para que de esta manera él puede identificar que problemas se resuelven con esta operación y cuales no, por ejemplo algunos problemas planteados a alumnos de tercer grado con estas características se logra constatar lo siguiente:

<p>Fernando tiene 3 canicas en una bolsa y 4 en otra. ¿Cuántas canicas tiene en total?</p> $3 \times 4 = 12$	<p>Fernando tiene 3 bolsas con 4 canicas cada una. ¿Cuántas canicas tiene en total?</p> $4 \times 3 = 7$ $7 \times 3 = 21$
--	--

Oscar Simeí 8 años de edad.

De acuerdo con los instrumentos de evaluación que se plantean en el último apartado de este trabajo se puede constatar lo siguiente:

Como se sabe el primer aspecto a considerar es el análisis realizado por el alumno respecto a la información del texto del problema, así se tiene que en primer lugar el no logra determinar que problemas se resuelve con suma y cual con multiplicación, por lo que podría decirse que tal análisis es deficiente, porque tiene como objetivo principal la separación de los componentes generales del problema, o sea el contenido, las condiciones, exigencia o pregunta, y podría decirse que el alumno no logra determinar estas.

El alumno identifica las condiciones o datos pero los relaciona de manera no adecuada, pues en el primer problema multiplica 3×4 , y este problema como se puede ver es de suma y en el segundo suma $4+3=7$ y posteriormente multiplica 7×3 .

De lo anterior se puede constatar que el alumno no logra distinguir donde la multiplicación constituye una herramienta para resolver problemas. Por lo que se le debe permitir aún interactuar con una gran variedad de problemas que impliquen multiplicación, incluso de resta y suma para que el logre distinguir cuando la multiplicación constituye una herramienta eficaz para resolver problemas que impliquen esta operación, usando claro está sus propios procedimientos pero siempre en interacción con sus compañeros y maestro para que de esta manera el alumno pueda valorar sus procedimientos, argumentos y resultados en la solución de problemas, pues como puede verse, aún le falta recorrer ese proceso de construcción de significado, de dicha operación y una buena forma de ayudarle al alumno a valorar sus resultados es por medio de interactuar con una gran diversidad de problemas que impliquen multiplicación, además también, propiciar

en ellos, que antes de resolver algún problema analicen si es posible dar un resultado aproximado de dicho problema, pues además de que esto permite formarse una idea del tamaño del probable resultado del problema, también ayuda a la comprensión del mismo, además de propiciar en el alumno la reflexión sobre las relaciones de los datos de los problemas.

2.1.7 Problemas que admiten varias respuestas correctas

Ahora otro tipo de problemas que también los alumnos deben resolver son aquellos que admiten varias respuestas correctas, así se tiene el siguiente ejemplo:

Fernando guarda sus canicas en bolsas grandes, chicas y medianas.

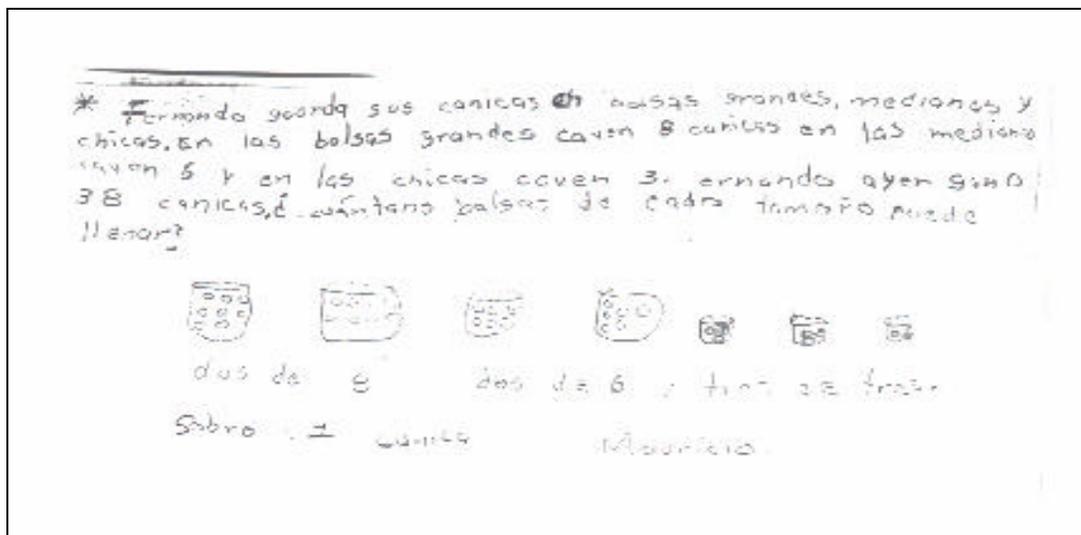
En las bolsas grandes caben 8 canicas.

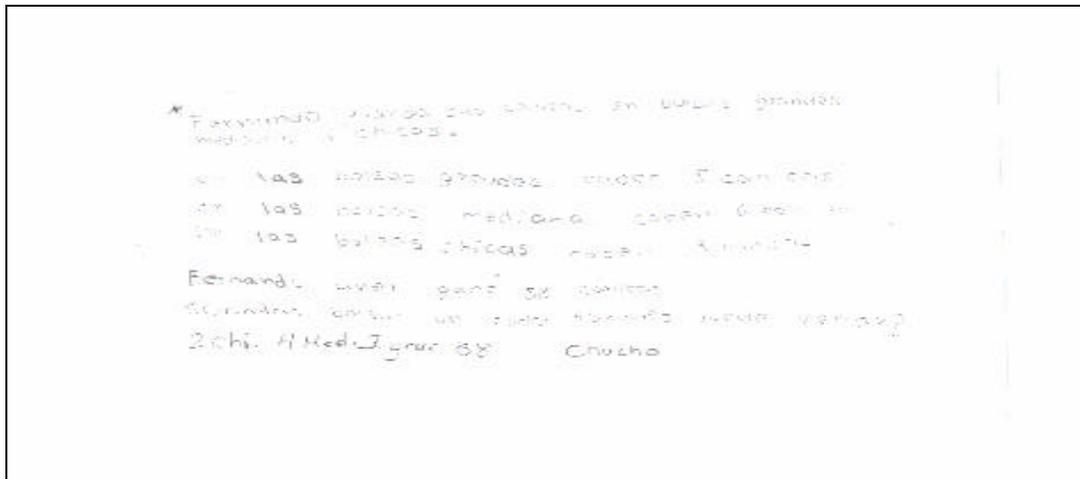
En las medianas 6

En las chicas 3

Fernando ayer ganó 38 canicas

¿Cuántas bolsas de cada tamaño puede llenar?





De acuerdo con el trabajo de los niños se observa lo siguiente: en el primer problema Mauricio obtiene una respuesta y Jesús otra, pero a Mauricio le sobra una canica, sin embargo se consideran las dos respuestas como correctas.

Al resolver este tipo de problemas que admite muchas respuestas diferentes, ayuda al alumno a probar, corregir o ajustar sus procedimientos incluso sus cuentas, pero como ya se ha dicho en párrafos anteriores, es a través de la interacción con sus compañeros, y maestro.

Aquí también la comparación de las respuestas obtenidas por los alumnos juega un papel importante, la cual es simple, pues basta cuestionar a los alumnos de forma oral **¿Cuál de todas las respuestas obtenidas por sus compañeros es correcta?. Si esta es correcta ¿las demás son incorrectas, si la respuesta de Chucho es correcta, la de Mauricio es incorrecta? ¿Por qué?.**

Lo anterior es una forma de estimular a los alumnos a que argumenten y validen sus respuestas hasta llegar a un acuerdo, Aunque en este caso las dos son correctas, pero ellos tienen que argumentar porqué. Ahora como ya se ha dicho, estos problemas pueden surgir de los mismos alumnos de su vida cotidiana para que tengan sentido para el alumno aunque también es importante o conveniente

variar la forma de cómo se presentan los datos de los problemas, en un texto, oralmente, en un dibujo o incluso con material concreto como se puede ver en el desarrollo de este apartado.

Otra manera también de plantear el problema es con datos incompletos, para propiciar el análisis del texto de los problemas, incluso también se pueden plantear situaciones donde sobre datos, para que los alumnos aprendan a reconocer en un problema la información importante y cual no lo es.

Ahora, el siguiente cuadro contiene información organizada también muy propicia para generar situaciones problemáticas, incluso con número más grandes.

LA FERIA DE MI PUEBLO			
BOLETOS VENDIDOS EL DIA DOMINGO			
JUEGOS	PRECIO DEL BOLETO	BOLETOS VENDIDOS	DINERO QUE SE OBTUVO
Caballitos	8	100	
Aviones	13	23	
Tren	20	80	
Carros chocadores	10	100	

Algunas de las situaciones que se pueden plantear son las siguientes

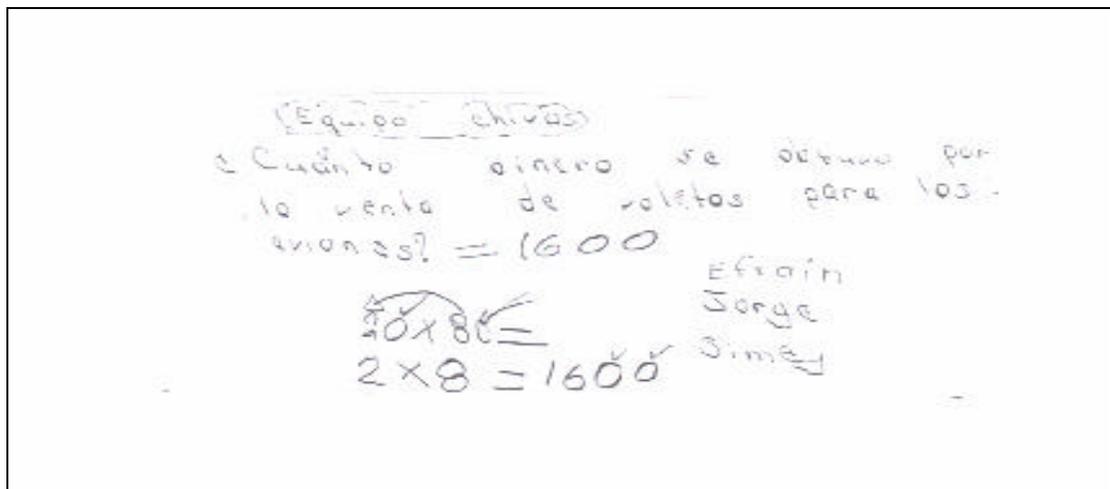
- ¿Cuánto dinero se obtuvo por la venta de los boletos de los caballitos?
- ¿Cuánto de los aviones?
- ¿Cuántos de los carros chocadores?

Aquí dependerá de la creatividad del maestro y alumnos para seguir utilizando esa información para seguir generando más problemas, como los anteriores basándose en la información, incluso en algunas ocasiones con los mismos o diferentes números se les pide a los alumnos llenar la tabla etc.

2.1.8 Las multiplicaciones que terminan en ceros

Puede considerarse propicio aquí para trabajar con números que terminan en ceros, tal es el caso de la venta de boletos de los aviones se forma una multiplicación que no se encuentra en un cuadro normal de multiplicación 20×80 por tratarse de una multiplicación con números grandes. Sin embargo se les hace notar a los alumnos, que estas multiplicaciones son sencillas, pues únicamente hay que multiplicar los números diferentes de cero, en este caso $2 \times 8 =$ y lo localizan en un cuadro normal de multiplicaciones. Y posteriormente se aumentan los dos ceros, uno de cada número y se obtiene $2 \times 8 = 16$ más los dos ceros se obtiene 1600. Aunque aquí es pertinente aclarar que, es necesario para que el alumno logre una apropiación significativa de estos contenidos, tenga la posibilidad de interactuar con una amplia variedad de situaciones problemáticas: es necesario que, el profesor varié tanto los datos como el contexto de dichos problemas.

Como en el ejemplo siguiente:



Se ha dicho que en matemáticas un problema de multiplicación puede resolverse de varias maneras como el conteo, la suma, la multiplicación, pero que el encontrar

formas sencillas y rápidas implica un proceso largo de numerosas experiencias resolviendo problemas, por ello no debe presionarse a los alumnos al resolver un problema, para que apliquen la operación o sea la multiplicación, pues dicha presión puede inhibir la capacidad del alumno para buscar procedimientos propios y puede llevarlo a elegir operaciones al azar para resolver cierto problema, que incluso es lo que se desea superar en este tratado.

2.1.9 Los arreglos rectangulares

Otros medios que son útiles y apoyan a la comprensión del significado de la multiplicación, son los arreglos rectangulares, pero esto es recomendable después de que los alumnos hayan tenido la oportunidad de interactuar con varias situaciones problemáticas, que como se afirma en los párrafos que anteceden a este, al momento de trabajar con estos recursos es bueno que los datos surjan de situaciones con sentido para el alumno, o sea que él pueda relacionarlas con su propia experiencia, además que presenten un reto para él, para que de esta manera el se sienta motivado a resolverlo.

Los arreglos rectangulares permiten la descomposición de una multiplicación más grande en multiplicaciones más pequeñas, como se puede observar en los siguientes trabajos de los alumnos, donde en esta ocasión trabajan con números más grandes que 10, y así comprendan el procedimiento para multiplicarlos.

¿Cuánto dinero se obtiene por la venta de los boletos del tren?
 $13 \times 23 = 299$

$3 \times 3 = 9$	$3 \times 9 = 27$	$3 \times 8 = 24$	$3 \times 3 = 9$	9
				30
				45
				45
				27
	$5 \times 9 = 45$		$3 \times 5 = 15$	40
$3 \times 10 = 30$		$5 \times 8 = 40$		40
				27
				9
			$3 \times 5 = 15$	15
	$5 \times 9 = 45$			15
		$5 \times 8 = 40$		299

Equipo: 3

Como se puede ver aún aquí se siguen utilizando actividades propuestas en el cuadro de venta de boletos.

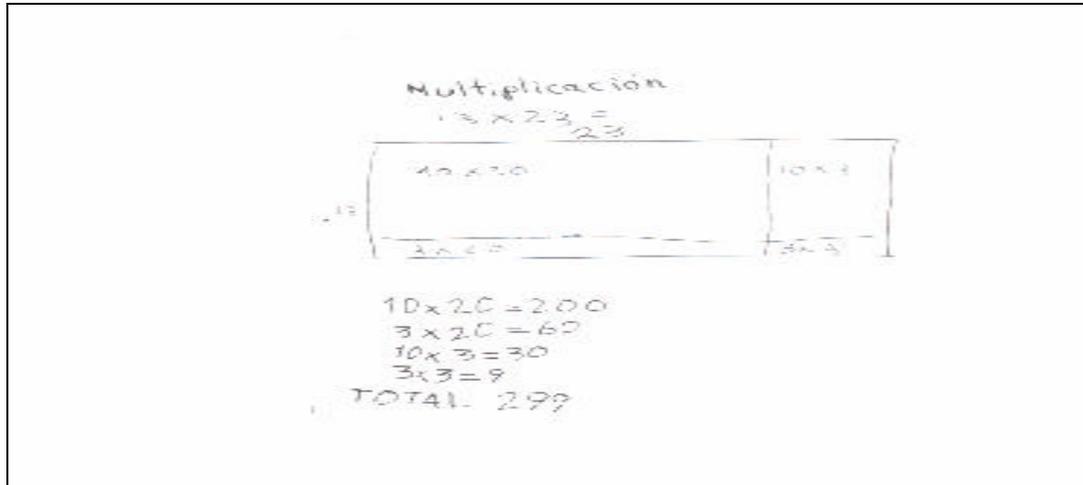
Ahora en cuanto a la división de la multiplicación 13×23 se puede argumentar que los niños dividen esto en multiplicaciones que si encuentran en el cuadro normal de multiplicaciones.

Cuando todos los equipos terminan es necesario que se propicie la confrontación de sus resultados, para ver si hay o no diferencias en los mismos. Esto se puede hacer anotando todos los resultados en el pizarrón y si hay diferencias, buscan junto los errores. Los equipos que obtuvieron distintos resultados deben mostrar como partieron el rectángulo grande, que multiplicaciones hicieron y los resultados de las mismas y como hicieron su suma. Esto hasta llegar a un acuerdo o en caso contrario para que los equipos que están en un error lo descubran.

2.1.10 La multiplicación y el procedimiento convencional (algoritmo)

Los alumnos podrán ir prescindiendo del material cuadrículado cuando descubren que dicho rectángulo puede dividirse solo aproximando la medida, utilizando

multiplicaciones sencillas, o sea convirtiéndolas a multiplicaciones con números que terminen en ceros ejemplo:



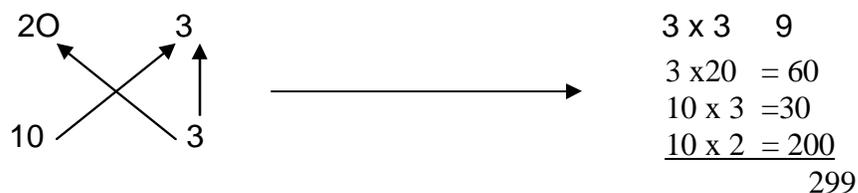
Como puede observarse al dividir el rectángulo también los factores se dividieron en unidades y decenas y de esta manera es más sencillo resolverlas, incluso esto permite al alumno posteriormente comprender el procedimiento usual.

Pues retomando el anterior ejemplo se tiene que: los factores anteriores se descomponen en:

$$13 \rightarrow 10 - 3$$

$$23 \rightarrow 20 - 3$$

Posteriormente cada uno de los factores se multiplica por cada número del otro factor y finalmente se suman los resultados, como en el siguiente ejemplo:



Es importante aclarar que este procedimiento para multiplicar es sencillo y fácil de aplicar, pero si este no ha sido construido con significado, entonces no constituirá para el alumno una herramienta eficaz para resolver problemas de multiplicación. Por lo tanto, lo valioso para los alumnos no está en que lo puedan aplicar con facilidad, sino, que este ha sido construido a través de un proceso que les ha permitido comprenderlo.

2.1.11 Otras formas de multiplicar

Por último, se puede mostrar a los alumnos otras formas de cómo realizar una multiplicación, pues ellos deben reconocer que existen muchas maneras de resolver cualquier operación. Sin embargo la mejor de todas es la que resulta más rápida y práctica para la persona que la resuelve.

Se tomará el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 23 \\ \hline \end{array}$$

Se puede pedir al grupo que recuerden a la forma de realizar esta multiplicación, incluso algún niño puede pasar al pizarrón a mostrar el procedimiento, y finalmente se les puede mostrar otra forma fácil y divertida de resolver dicha operación.

	9	8	X
	1	1	2
	8	6	
	2	2	3
22	5	4	

Para comprender el procedimiento, se deja que la analicen, observen sus regularidades, similitudes y diferencias con el procedimiento presentado con anterioridad y finalmente el profesor puede apoyarles aclarando las dudas.

Es importante aclarar que de acuerdo con los planes y programas actuales de la (SEP) el procedimiento usual para multiplicar, se contempla hasta cuarto grado. Sin embargo, en el presente trabajo se sostiene que de acuerdo con la observación continua del profesor y el avance mismo de los alumnos, el puede determinar en que momento introducir estas actividades. Aunque lo más valioso para los alumnos es el proceso recorrido a través de la resolución de problemas, lo que permite al alumno atribuirse significado a esta operación, pues lo anterior es solo otra forma de realizar una multiplicación.

Por lo tanto puede verse en este trabajo, el tipo de actividad que se proponen para trabajar los contenidos de la multiplicación esta enfocados no solo a conocer los procedimientos convencionales de esta operación sino que va más allá, donde incluso el tiempo empleado en este tipo de tareas, o procesos se recupera ampliamente, ya que la formación del alumno esta encaminada al trabajo autónomo donde además de lograr una comprensión más profunda de esta operación el alumno sigue desarrollando la capacidad de abordar y resolver problemas nuevos de manera independiente.

2.1.12 El papel del maestro en la realización de este tipo de tareas

Desde esta perspectiva, la función del maestro no puede reducirse a la simple transmisión de conocimientos o el de creador de ambientes educativos propicios para el mismo y dejar que por si solo el alumno manifieste una actividad constructiva o estructurante, sino mas bien el verdadero papel del maestro podría definirse como:

- Orientador
- Guía
- Organizador
- Mediador

En el caso de la actividad estructurante, proporcionándole una ayuda ajustada de acuerdo al nivel de desarrollo del alumno o competencia del mismo, y el encuentro de éste con el conocimiento (Díaz Barriga y Hernández 1997).

Mediador en cuanto a que el maestro es el puente entre el alumno y la cultura, dando significación a los conocimientos, además también en cuanto a las actitudes hacia el conocimiento. En la actividad de solución de problemas cuando se trabaja con el alumno la importancia de esta actividad tanto en lo individual como en lo social, en lo referente a la promoción de valores y actitudes esta determinado en que esta forma de enseñanza promueve y desarrolla el carácter crítico, la persistencia, la tolerancia el respeto, en cuanto a las actitudes se propicia una posición activa y positiva hacia el estudio.

Por lo tanto se puede concluir que: Que enseñar no es solo proporcionar información sino ayudar a aprender.

2.1.13 Juegos que ayudan a la apropiación significativa de la multiplicación

Ahora, algunos juegos que contribuyen también a la apropiación de la multiplicación son los siguientes:

CALCULA Y GANA

Propósito.

Que los alumnos calculen los objetos en una colección formada por grupos con la misma cantidad de objetos.

Material para cada equipo:

Dos paquetes de tarjetas de cartoncillo “paquetes” y el de galletas. Las tarjetas pueden ser de 6 centímetros de largo y 3 centímetros de ancho. En cada tarjeta del primer paquete se escribe 0 paquetes, 1 paquete, 2 paquetes... hasta 10 paquetes y en la otra serie de tarjetas se escribe 0 galletas, 1 galleta, 2 galletas... hasta 10 galletas.

Procedimiento.

Se organiza el grupo en equipos de 4 a 5 integrantes, se les entrega un cierto número de tarjetas de cada paquete según el rango que se esté trabajando en cuanto a las tablas de multiplicar, pueden ser 5 o 6 de cada paquete, o sea 10 o doce tarjetas en total, se revuelven las tarjetas, separando las de cada paquete (paquetes, galletas), se forman dos montones, una sobre otras las tarjetas con el número hacia abajo, por turnos los alumnos en cada equipo toman dos tarjetas una de cada montón, ejemplo: un niño puede sacar las tarjetas, 2 paquetes y 4 galletas.

Entonces el tiene que calcular como quiera. Cuántas galletas habrá si se ponen 4 galletas en cada paquete, pueden utilizar su cuaderno, para hacer sus dibujos o cuentas del cálculo realizado y al encontrar el resultado se los entrega a sus compañeros, ellos decidirán en equipo si está bien o mal y si le otorgan o no un punto, si acertó se queda con la tarjeta, de lo contrario se coloca debajo de las

otras tarjetas en ambos paquetes y se sigue jugando, y toca el turno a otro alumno, al terminarse las tarjetas todos las regresan, las revuelven y siguen jugando.

Gana quien después de cinco juegos tenga más puntos. Es preciso aclarar aquí, que es importante que los alumnos conserven en su cuaderno los registros de sus resultados de este juego, pues estos posteriormente se usan para ir comparando en el proceso de resolución de problemas como se va construyendo el significado de la multiplicación, o sea cuando se llegue a la representación convencional, ejemplo:

Representaciones de los alumnos:

<i>2 paquetes con 4 galletas es igual a 8 galleta</i>	$4 + 4 = 8$
<i>2 veces 4 es igual a 8</i>	$2 \times 4 = 8$

Aquí es importante destacar que para que los alumnos lleguen a representar de manera más corta y sistemática sus resultados, se requiere de todo un proceso, combinando estas actividades con la resolución de problemas, como se propone en las estrategias planteadas en este apartado.

Estas actividades también están encaminadas a que el alumno reconozca esa nueva operación (la multiplicación) y también a la construcción de su cuadro de multiplicaciones, mencionado en el apartado de estrategias de aprendizaje de este trabajo.

Contenidos que se abordan.

- La multiplicación (agrupamientos con la misma cantidad).
- Propiedad conmutativa de la multiplicación.
- Números multiplicados por cero, ejemplo: si no tomamos ningún paquete, ¿cuántas galletas tenemos en total?, $0 \times 9 = 0$

Habilidades a desarrollar.

- De resolución de problemas.
- Estimación de resultados.
- De pensamiento.
- De comunicación.
- Generalización.

Evaluación.

Revisión escrita.

Reunidos en grupos de 8 o 10 niños se les pide tengan a la mano su cuadro de multiplicaciones.

Se plantea por ejemplo la siguiente situación sobre la mesa están 8 paquetes con 4 galletas cada uno. Calculen como quieran cuántas galletas hay en total.

Cuando los alumnos terminan se puede anotar un resultado en el pizarrón y se propicia la comparación de los mismos a través de que cada uno argumente sus resultados, hasta que ellos mismos se pongan de acuerdo y muestren, cual es el correcto y los que estén equivocados descubran porque. Es importante hacerles notar a los alumnos que para comprobar sus resultados pueden usar su cuadro de multiplicaciones.

Criterios.

Es importante que al realizar estas actividades el profesor observe los trabajos realizados por los alumnos en su cuaderno y aplicar los siguientes criterios:

- ¿Puedo resolver problemas de multiplicación, aunque haya hecho sumas repetidas?
- ¿Comienza a reconocer que la multiplicación resuelve los problemas en los que una cantidad se repite varias veces?
- ¿Utiliza adecuadamente el cuadro de multiplicaciones?
- ¿Recuerda algunas multiplicaciones sin consultar el cuadro?

LA BATALLA NAVAL

Propósito.

- Que los alumnos utilicen el cuadro de multiplicaciones, repasen las tablas de multiplicar, a través del juego.

Material.

- Un cuadro de multiplicaciones del 0 al 10.
- Semillas, seis o 7 para cada uno.

Procedimiento.

Organizados en parejas los alumnos, colocan sus semillas indistintamente en el cuadro de multiplicaciones, o sea en el resultado de algunas multiplicaciones, la otra pareja hace lo mismo. Un niño se encarga del control de los barcos (semillas sobre el cuadro de multiplicaciones), el otro niño controla los barcos que ellos van hundiendo a la otra pareja.

Ahora, un barco se hunde cuando la pareja contraria dice la multiplicación $3 \times 4 = 12$ y ahí se encuentra un barco.

Gana la pareja que hunde primero todos los barcos y para seguir jugando cambian de papeles, o sea ahora el otro niño en cada pareja controla los puntos y el otro los barcos.

Contenido que se aborda.

- Multiplicación.

Habilidades a desarrollar.

- Manejo del cuadro de multiplicación.
- Comunicación
- generalización

Evaluación.

- ¿Utiliza adecuadamente el cuadro de multiplicaciones?
- ¿Recuerda los resultados de las multiplicaciones trabajadas?.

CAPITULO III

LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN.

3.1 Plan y programas de estudio de matemáticas (tercer grado).

El plan y programas de estudio 1993, es un documento fundamental en el funcionamiento de las instituciones de educación básica, porque ahí se establecen los propósitos, así como la selección y organización de los contenidos educativos que la escuela ofrece, apegados a las políticas educativas que se norman en el Sistema Educativo Nacional.

De ahí la importancia por recuperar el enfoque de las matemáticas “aprender matemáticas, haciendo matemáticas” a través de la resolución de problemas de multiplicación, tomados de la vida diaria de los alumnos, buscando encontrar el sentido y significado a sus aprendizajes escolares.

El contenido temático que se aborda en este trabajo, hace énfasis en el desarrollo de las habilidades para plantear y resolver problemas de multiplicación, contemplado en el programa de tercer año como se muestra a continuación:

LOS NUMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES.	MEDICIÓN	GEOMETRÍA	TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	LA PREDICCIÓN EL AZAR
<ul style="list-style-type: none"> - Los números de cuatro cifras - Conteos. - Agrupamiento y desagrupamiento en millares, centenas, decenas y unidades - Lectura y escritura. - El orden de números naturales en la serie numérica - Antecesor y sucesor de un número. - Valor posicional. - Lectura y escritura de números ordinales. 	<p>Longitudes y áreas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medición y comparación de áreas utilizando unidades de medida arbitrarias y retículas. - Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de unidades de medida convencionales: el metro, el centímetro cuadrado. 	<p>Ubicación espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> - Representación en el plano de ubicación de seres y objetos del entorno inmediato. - Representación de desplazamientos sobre el plano: trayectos tomando en cuenta puntos de referencia. - Diseño, lectura e interpretación de croquis - Observación y representación de 	<ul style="list-style-type: none"> - Planteamiento y resolución de problemas sencillos en los que se requiera recolectar y registrar información periódicamente. - Invención y redacción de preguntas a partir de enunciados 	<ul style="list-style-type: none"> - Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar. - Identificación y realización de juegos en los que interviene o no interviene el

<p>- Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta de hasta tres cifras, utilizando diversos procedimientos.</p> <p>- Planteamiento y resolución de problemas diversos (multiplicación con números de hasta de dos cifras mediante distintos procedimientos.</p> <p>- Algoritmo convencional de la multiplicación.</p> <p>- Multiplicación de números terminados en ceros.</p> <p>- Planteamiento y resolución de diversos problemas, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos convencionales (por ejemplo soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta multiplicación).</p> <p>- Algoritmo de la división con números de dos cifras en una cifra.</p> <p>Números fraccionarios.</p> <p>- Introducción de la noción de fracciones en casos sencillos (por ejemplo: medios cuartos, octavos) mediante actividades de reparto y medición (longitudes).</p> <p>- Comparación de fracciones sencillas representadas con material concreto, para observar la equivalencia entre fracciones.</p> <p>- Representación convencional</p>	<p>- Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales.</p> <p>- Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes, utilizando el medio metro y el cuarto del metro.</p> <p>- Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de instrumentos de medición: el metro sin graduar y la regla graduada en centímetros.</p> <p>Capacidad, peso y tiempo.</p> <p>- Medición del peso y la capacidad, utilizando el kilo, el litro, el medio litro y el cuarto de litro.</p> <p>- El año, los meses, las semanas y los días.</p> <p>- Uso del calendario para programar actividades e identificar fechas.</p> <p>- Lectura del reloj de manecillas: horas y minutos.</p> <p>- Uso de expresiones como media hora y un cuarto de hora.</p>	<p>objetos desde diversas perspectivas.</p> <p>Cuerpos geométricos</p> <p>- Características de los cuerpos geométricos (por ejemplo: número de caras, forma de caras).</p> <p>- Introducción a la construcción de cubos, utilizando diversos procedimientos.</p> <p>- Representación gráfica de cuerpos y objetos.</p> <p>Figuras geométricas.</p> <p>- Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características: igualdad de sus lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría.</p> <p>- Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas.</p> <p>- Simetría.</p> <p>- Ejes de simetría de una figura (identificación y trazado)</p> <p>- Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos.</p> <p>- Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de</p>	<p>que contienen datos numéricos</p> <p>- Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración.</p>	<p>azar.</p>
--	--	--	---	--------------

de las fracciones. Planteamiento y resolución de problemas que impliquen sumas de fracciones sencillas mediante manipulación material.	- Uso de instrumentos de medición: la balanza y el reloj.	papel. - Uso de la regla para trazar líneas y figuras.		
---	---	---	--	--

3.2 La solución de problemas

Es común en la actualidad escuchar que la solución de problemas constituye una de las alternativas más viables para desarrollar el pensamiento del niño, además de prepararlo para el trabajo independiente, en esta tarea

Comúnmente la enseñanza de las matemáticas se ha centrado en el aprendizaje algorítmico, (posición formalista de la matemática) lo cual implica recordar paso a paso un procedimiento, e incluso también se argumenta que los propios algoritmos se enseñan a los niños demasiado pronto, al parecer antes de que ellos adviertan su necesidad, y por lo tanto este conocimiento es poco útil para la vida cotidiana, pues tiene poco o nada que ver con el mundo real del alumno.

Desde esta perspectiva, no es suficiente con que los alumnos sepan efectuar una multiplicación, para que ellos reconozcan los problemas en los cuales, ésta constituye una herramienta eficaz, además tampoco son suficientes los ejercicios repetitivos o numerosos ejemplos para favorecer la capacidad de resolver problemas, como ya se afirma en apartados anteriores.

Antes de continuar es necesario reafirmar, que en la escuela primaria un objetivo fundamental de ésta, lo debería constituir, el hecho de enseñar a los niños a resolver problemas. En sí brindarles la oportunidad de disfrutar, crear, de construir con sentido y significado los conocimientos matemáticos. En este caso los

contenidos de multiplicación, a través de la solución de problemas, pues como ya se argumenta esta forma de trabajo constituyen una gran oportunidad, para el desarrollo del pensamiento del niño, ¿Pero, que se entiende por resolución de problemas?

Desde una primer perspectiva, se puede argumentar que, en el aula por mucho tiempo se haya denominado solución de problemas a la realización de ejercicios repetitivos o rutinarios, la aplicación paso a paso de una fórmula, justo después de haber sido explicada por el profesor, también el hecho de resolver esa gran lista de operaciones escritas en el pizarrón entre otras. Sin embargo, algunos autores afirman que es improbable que lo anterior implique la resolución de problemas, pues estas actividades solo pueden ser concebidas en términos de repetición.

Por definición un problema no es rutinario, pues un verdadero problema constituye en menor o mayor grado una novedad para el que aprende.

Entonces, la solución de problemas implica que el alumno tenga la oportunidad de interactuar con verdaderas situaciones problemáticas, donde él inventa y hace uso de sus propios recursos para resolver un problema matemático de multiplicación. En otras palabras el alumno tiene la posibilidad de hacer y disfrutar matemáticas.

Por lo que resolver problemas entonces, implica aprender todo un sistema de conocimientos acerca de los problemas, (procedimientos, concepto de problema, partes componentes de los mismos, etapas de solución)

Ausubel (1963) se refiere a la solución de problemas de la siguiente manera: que puede considerarse como la verdadera esencia de las matemáticas, Gané (1970-1977) opina que esta es la forma mas elevada del aprendizaje, Descartes lo expresó como sigue: “Cada problema que resolví se convirtió en una regla que sirvió después para resolver otros problemas”.(Orton,1998)

Gagné ha llegado a declarar que probablemente no se pueda enseñar a las personas a resolver mejor los problemas y ello es así debido a su creencia de que nadie puede enseñar en el vacío destrezas del pensamiento: pues al respecto argumenta que: “Cada problema implica su contenido y contexto propios porque, de no ser así, nos habríamos desplazado hacia los ejercicios habituales”.¹⁵

Lo anterior afirma entonces que los alumnos resuelven mejor los problemas, si estos se relacionan con su contexto, intereses, además ya en capítulos anteriores de este tratado, que las matemáticas son una actividad definida socialmente y que se aprenden mejor si estas se relacionan con la realidad, contexto y experiencia del alumno.

Ya que al momento en que se le plantean problemas a los alumnos, ellos los enfocan y resuelven de acuerdo a la situación social en la que se plantean.

Todo lo anterior constituye la línea a seguir en este trabajo. Ya que uno de los aspectos de la resolución de problemas en matemáticas es que, con frecuencia, los problemas planteados a los alumnos, en ocasiones se presentan de manera arbitraria, descontextualizados, en otras palabras, lejos de la realidad del niño. Lo cual trae consigo que ellos se sientan desmotivados a resolverlos.

3.2.1 Concepto y función de los problemas en la enseñanza de las matemáticas.

Al revisar el concepto de problema se puede encontrar que existe en cierta manera una ausencia de unificación, ya que cada autor elabora su representación a cerca de lo que es un problema de acuerdo al ámbito donde el se desenvuelve o trabaja.(Labarrere 1987)

¹⁵ Orton Antony . *op. cit.* p. 130

En este caso, desde el punto de vista psicológico y matemático el concepto de problema posee en cada uno, conceptos relativamente distintos, pero que como se verá mas adelante dichos términos no son contradictorios, vistos desde la perspectiva de la metodología de la enseñanza de las matemáticas.

Se analizará el concepto de problema desde el punto de vista psicológico, esta definición centra la atención principalmente en la actividad del sujeto que resuelve el problema (contenido subjetivo) o sea en la actividad cognoscitiva (relación alumno-problema).

Varios autores se refieren al concepto de problema desde el punto de vista psicológico de distintas formas, pero lo común en estas definiciones, reside en que ella se hace intervenir como factor principal el contenido psicológico, es decir “la actividad psíquica del sujeto”. En sí, se puede definir el concepto de problema, como: **Toda situación que no puede ser resuelta a partir de la aplicación mecánica de conocimientos, es decir, operando solamente con la memoria.**

Todo problema implica para el que lo resuelve la necesidad de realizar un esfuerzo cognoscitivo. Lo cual no ocurre con la realización de practicas repetitivas o ejercicios rutinarios. En si un problema desde el punto de vista psicológico se experimenta o percibe por el sujeto que lo resuelve, en este caso (el alumno), “Como carencia de medios” (conocimientos, procedimientos, habilidades, hábitos, etc.) para llegar un fin que el mismo se ha trazado.

Se ha mencionado con anticipación que un verdadero problema, cualquiera que sea su naturaleza, demanda del sujeto una intensa actividad cognoscitiva, pues la solución no puede ser mecánica o directa. En otras palabras, el planteamiento o surgimiento de un verdadero problema implica que el sujeto no tiene acceso a la respuesta, solo a través de su memoria, sino que esta obligado a pensar, para

encontrar los conocimientos necesarios que conducen a la respuesta o solución de un problema.

De acuerdo a la literatura psicológica un problema se define como un fin que se halla bloqueado. Por lo que el término “problema” se identifica como: razonamiento, discernimiento, análisis, síntesis. Que son términos o categorías propios de la actividad mental cognoscitiva y del pensamiento en particular (Labarrere 1987).

La importancia de todo lo anterior radica principalmente en que al momento de que se intente llevar a cabo esta forma de trabajo o sea la enseñanza de la multiplicación a través de la solución de problemas matemáticos se deben tomar en cuenta todas las anteriores peculiaridades de los problemas, para aprovechar todas esas potencialidades que esta estrategia de trabajo brinda, Y de esta manera lograr un mejor proceso de enseñanza y también la formación de las habilidades y los hábitos de los alumnos, además para la ejecución independiente de la actividad.

Se analizará ahora al concepto e “problema” desde la metodología de la enseñanza de las matemáticas. Si desde el punto de vista psicológico se pone en primer término el aspecto psíquico del sujeto (contenido subjetivo). En la metodología de la enseñanza se enfatiza el contenido objetivo del problema; o sea sin involucrar el sentido psicológico este es visto como determinado sistema material y para su caracterización no requiere del sujeto, la acción. Así tenemos que de acuerdo con Labarrere (1984), señala que A.A.. Sveh. Nikov define este concepto como sigue:

“un problema matemático es una narración lacónica en la que el valor de algunas magnitudes está implícita y se necesita hallar otro valor de la magnitud

dependiente de los valores ya dados, con lo que mantiene determinadas relaciones que señalan las condiciones”.¹⁶

Se puede observar en la anterior definición no se menciona al sujeto, sino que se pone de relieve al conjunto de relaciones cuantitativas datos que entre si mantienen las magnitudes y los valores que son incuestionablemente reales u objetivos independientemente de quién resuelva el problema.

Como se puede observar, tanto la definición psicológica (subjetiva), como la matemática (objetiva) no se contradicen, únicamente presentan algunas diferencias, las cuales consisten en las relaciones objetivas de la situación a que se enfrenta el sujeto o en el proceso de interacción del sujeto con esa situación.

En conclusión en la enseñanza de la solución de problemas se debe poner especial cuidado tanto a las situaciones problemas que presenta al alumno, así también como al aspecto psicológico de los mismos, es decir, el profesor debe tener en cuenta tanto el aspecto psicológico (subjetiva), como el aspecto matemático (objetivo) de los problemas.

Retomando el aspecto objetivo o matemático de un problema se pueden encontrar otras peculiaridades de estos en lo referente a su estructura específica de los mismos.

Labarrere (1984) menciona al respecto de la estructura de un problema matemático los siguientes elementos.

- El contenido
- Las condiciones
- La exigencia

¹⁶ Labarrere. *Op. cit.* p. 13

Donde por “contenido” o contenido objetivo del problema se comprende el conjunto de objetos, magnitudes y valores y relaciones que conforman el enunciado.

Las condiciones de acuerdo también con este autor son la parte del problema que ayuda o trasmite a quien a quien lo resuelve la información acerca del suceso o acontecimiento que se desarrolla (objetos, relaciones entre magnitudes, los valores que conforman el contenido objetivo del problema, dicho de otra manera lo anterior constituyen los datos de dicho problema.

La exigencia del problema es aquella parte del problema que especifica el fin u objetivo final a alcanzar por quien lo resuelve (la exigencia se expresa en forma de una o más preguntas).

Se ha analizado a través de toda la exposición anterior algunas características de los problemas con texto y ello se lleva a cabo desde el punto de vista psicológico, como matemático, todo este análisis posibilita uno de los requerimientos que son necesarios al momento de la estructuración de la enseñanza de la solución de problemas y que además involucra tanto al maestro como al alumno y de ello dependerá la ejecución adecuada de esta forma de enseñanza.

Los problemas como ya se veía al principio de este apartado constituyen una vía fundamentada por medio de la cual se pueden propiciar aprendizajes significativos en los alumnos, además de favorecer, la creatividad, el trabajo independiente en esta tarea.

Ahora bien, los problemas contexto a los que hace referencia en párrafos anteriores y de acuerdo con Labarrere (1984) se menciona que estos cumplen diferentes funciones en la enseñanza matemática. Pero dichas funciones van a estar dadas por los objetivos que se plantean en matemáticas de acuerdo al grado.

En sí, con fundamento en el autor anterior en la lectura psicológica y metodológica se diferencian las siguientes funciones.

- Función de enseñanza
- Función educativa
- Función de desarrollo

Estas tres funciones se establecen tomando en cuenta el papel que desempeñan los problemas en la activación de la actividad cognoscitiva del alumno.

La función de enseñanza radica en que los problemas son vistos como medio o vía por medio de la cual se pueden adquirir, ejercitar y consolidar sistemas de conocimiento, que servirán para la apropiación de contenidos matemáticos de multiplicación, y de alguna manera favorecer la formación de habilidades y hábitos.

Función educativa de los problemas, tiene que ver con la influencia que estos ejercen en la personalidad del alumno, además contribuyen también a su formación o concepción científica del mundo, traen consigo también la formación de una actitud positiva hacia el trabajo.

La función de desarrollo, contribuye al propio desarrollo intelectual del educando y a la formación de su pensamiento. Donde a través de la solución de problemas se habitúa al alumno a que de manera independiente, él vaya formando su propio cúmulo de conocimientos (desarrollo intelectual) en lugar de que sean solo transmitidos por el profesor de manera verbal. En cuanto a la formación del pensamiento del alumno va a estar dado por esa intensa actividad cognoscitiva que la solución de problemas demanda.

3.2.2 Clasificación de los problemas matemáticos con texto.

De acuerdo a la literatura matemática, puede observarse que los problemas se pueden clasificar de varias maneras considerando varios aspectos. El siguiente cuadro muestra algunas clasificaciones.

	Tipo de problema	Características	Ejemplos
1era clasificación		La operación a realizar esta indicada	-Multiplica 100 por 10 -Calcula $53 \cdot 10 + 30 =$
	Problemas con texto	La operación no esta indicada por lo que es necesario hallarla en el proceso de solución, la cual requerirá de un análisis completo del texto del problema.	En una papelería hay 47 cajas de colores con 12 colores cada una, además hay 35 lápices de colores sueltos ¿cuántos lápices de colores hay en la papelería?
2da clasificación	Problemas simples	Algunos autores los clasifican de acuerdo a la cantidad de operaciones que se utilizan para su solución. Una operación de primer grado	Pedro tiene 8 cajas con 12 galletas en cada caja ¿Cuántas galletas tienen en total?
	Problemas compuestos	Dos o mas operaciones segundo grado	Se estructuran en ocasiones a partir de varios problemas simples Antonio y Juan estuvieron jugando canicas con sus amigos Antonio gano 16 y Pedro 4 mas que Antonio ¿Cuántas canicas gano Pedro?

Clasificación de los problemas de acuerdo a la metodología de la enseñanza de las matemáticas en cuanto a multiplicación.

	Tipo de problema	Características	Ejemplos
3ra. Clasificación Problemas simples Y compuestos	De acuerdo a las Operaciones matemáticas con las que pueden resolverse	1er grupo, problemas que revelan el significado concreto de las operaciones aritméticas, en esta caso de la multiplicación	-Si se tienen 5 bolsas y se meten en cada bolsa 8 dulces ¿Cuántos dulces se necesitan?
	De acuerdo a los conceptos matemáticos que los alumnos asimilan en el curso de la solución	2°. Problemas que revelan el vínculo existente entre los componentes y los resultados de las operaciones aritméticas.	-Un número desconocido se multiplica por 8 y se obtiene 32, ¿Cuál es ese número?
		3°. Problemas que revelan nuevos significados de las operaciones aritméticas.	-Un aula tiene 24 niñas y niños ¿Cuántas veces mas niñas hay en el aula Entre otros.

Estos son los principales tipos de problemas matemáticos (aritméticos) simples, según los conceptos matemáticos que revelan a los alumnos de los grados iniciales.

A través de este tipo de problemas, los alumnos se apropian no solo de las operaciones aritméticas en este caso de multiplicación, sino también, del lenguaje matemático, inicial con respecto a la multiplicación.

Es recomendable que al llevar a cabo esta forma de trabajo, se varié la forma de plantear los problemas, de acuerdo al avance de los alumnos y tomando en cuenta la clasificación anterior.

Los problemas matemáticos pueden también ser clasificados de acuerdo a la exigencia que estos plantean a quien los resuelve. Así se tiene que atendiendo a la exigencia (pregunta, indicación u orden), muestran por lo común la necesidad de hallar algún elemento que se considera como incógnita o como lo buscado, realizar alguna construcción o demostrar algo.

En relación con el tipo de exigencia que plantea a quien lo resuelve estos se dividen a su vez en problemas de hallazgo o determinación; problemas de construcción y de demostración.

Para algunos autores los problemas de hallazgo o determinación son los más abundantes en la enseñanza primaria actual. Los ejemplos anteriores son de este tipo de problemas.

Otros dos tipos de problemas que también contribuyen de manera significativa en la metodología de la enseñanza de las matemáticas son los problemas de razonamiento y los recreativos.

Los problemas de razonamiento son aquellos que no pueden ser resueltos sin una alta dosis propiamente dicho de razonamiento (análisis lógico, elaboración de hipótesis, inferencias,) Todo verdadero problema implica la reflexión, el razonamiento de parte de quien lo resuelve.

Los problemas recreativos, también requieren de una alta dosis de trabajo mental y por lo tanto también constituyen un factor esencial en la formación del pensamiento y en la asimilación de los conocimientos matemáticos. Estos problemas presentan por lo regular situaciones interesantes que estimulan el razonamiento y la fantasía, enseñar al lector a pensar con espíritu matemático, creando en su mente numerosas asociaciones relacionadas a lado matemático de los fenómenos de la realidad, la necesidad por superar las situaciones que

plantean este tipo de problemas constituye una de las más potentes para el desarrollo del pensamiento y la estimulación de la actividad mental.

En la enseñanza de la multiplicación, los alumnos a pesar de que no conocen aún el procedimiento convencional para realizar una multiplicación, ellos siempre cuentan con conocimientos para resolver un problema, aún antes de conocer la operación que le permite resolver, ellos utilizan sus propios procedimientos, aunque al principio estos, a veces son largos y poco sistemáticos, pero ello constituye la base a partir de los cuales los alumnos pueden comprender las operaciones y desarrollar de mejor manera el proceso de razonamiento, además les permite encontrar formas cada vez más sencillas para resolverlos problemas, incluyendo el procedimiento usual o algoritmo convencional de las operaciones.

Existen varias maneras de propiciar que los procedimientos de los niños mejoren:

- La resolución de problemas de forma continua permite favorecer que los alumnos abrevien sus procedimientos y a partir de cierto momento es recomendable, aumentar el tamaño de las cantidades para que los alumnos abandonen procedimientos largos o poco sistemáticos, es recomendable también la difusión y confrontación entre, equipos y finalmente entre el grupo de los procedimientos que ellos mismos van creando.
- Otra forma de ayudarlos, es sugerirles por parte del profesor, distintas maneras de abreviar sus procedimientos y oralmente presentarles los procedimientos usuales o algoritmo convencional de la multiplicación como una manera más de resolver las operaciones.

Es sabido que, los procedimientos que usamos hoy en día para resolver las operaciones se han desarrollado a lo largo de muchos cientos de años debido a la necesidad de hacer cuentas de manera rápida con números o cantidades grandes; se sabe que dichos procedimientos llevan en sí muchas abreviaturas y por eso

cuando ya se denominan, son fácil de aplicar, pero para los niños son difíciles de comprender. Por ello en la actualidad y debido a la presencia de la calculadora, e incluso de la computadora, permite que el dominio de esos procedimientos sea cada vez menos importante. Por lo tanto, se debe dar mas importancia en la escuela a la comprensión, el razonamiento y al desarrollo de la creatividad de los alumnos en la “construcción” de los procedimientos para resolverlos problemas.

En el capítulo II de este trabajo, se explica de manera más detallada las dos formas por medio de las cuales se puede aprender la multiplicación de manera tradicional, donde se dedican muchas horas y esfuerzo a que los alumnos dominen primero un procedimiento para multiplicar y después en mucho menos tiempo, se les proponen algunos problemas (ejercicios o prácticas repetitivas), para que los alumnos apliquen las operaciones. La consecuencia es que casi siempre los alumnos aprenden a realizar las mecanizaciones, pero fracasan al resolver los problemas escolares, así como los que se les presentan en su vida diaria.

Por otra parte, la otra forma de aprender la multiplicación es su construcción con sentido y significado para el alumno, donde la propuesta es invertir el orden antes propuesto, es decir, que los alumnos logren comprender y usar las operaciones en la resolución de problemas. “Los niños deben resolver problemas desde el principio” y poco a poco, mejorar la manera de hacer las operaciones para resolver los problemas con mas facilidad, ya que si se exige a los alumnos desde el principio que apliquen determinada operación y se desapruaban los procedimientos no usuales que utilizan se les esta coartando la oportunidad de disfrutar, crear, comprender y hacer matemáticas lo cual trae como consecuencia que los niños al resolver un problema sólo se limitan a elegir al azar la operación que supuestamente resuelve el problema, desde esta forma de enseñanza no se le permite al niño razonar y analizar sus procedimientos.

Por ello es importante que el maestro no espere que desde el principio los alumnos apliquen determinada operación al resolver un problema en cambio se valore los procedimientos usados por los ellos.

En la revisión del problema y confrontación de procedimientos entre los alumnos y maestro se puede ayudar a mejorarlos o, si ya es el momento adecuado, se les puede mostrar cómo resolver esos problemas con los procedimientos usuales como una manera mas de solución, claro está después de haber recorrido todo un procesos de construcción del significado de dicha operación, a través de una metodología de la enseñanza de las matemáticas basada en la solución de problemas matemáticos de multiplicación.

Por último se puede comentar que esta forma de trabajo brinda amplias posibilidades de aprendizaje para los alumnos, además de una formación duradera, creativa, donde se propicia el desarrollo de habilidades y hábitos en los alumnos, y algo que es muy importante, sienta las bases para, la ejecución independiente en la tarea de solución de problemas. Aunque claro está, para llevar a cabo esta actividad es necesario tener en cuenta todas las peculiaridades de los problemas, como se expone en párrafos anteriores al momento de hablar de concepto y función de los problemas en la enseñanza de las matemáticas.

3.3 Formas de evaluación de la solución de problemas matemáticos, un punto de vista teórico.

La evaluación puede definirse como un proceso de valoración sistemática de los aprendizajes, el contenido de los aprendizajes puede ser de tres tipos: “Conceptual” (conocer); “Procedimental” (saber hacer) o también conocido como habilidades; “Actitudinal” (saber ser).

La evaluación es una práctica común que por lo regular se aplica siempre al final de una tarea, pero. La solución de problemas es un proceso, que tiene que ver con formas de pensar, lo cual implica entonces valorar en el proceso de solución de un problema, los diferentes momentos del mismo. Por lo tanto, el proceso de evaluación no debe limitarse a valorar respuestas correctas o incorrectas, en la solución de algún problema.

Una preocupación natural por parte de algún interesado en implantar la resolución de problemas en el salón de clases, la constituye precisamente la forma de evaluar el trabajo de los estudiantes, en la solución de problemas.

Por lo que una propuesta de evaluación de solución de problemas, debe contemplar formas de análisis y valoración de todo ese proceso que muestran los estudiantes al resolver problemas, o sea analizar las diversas fases del proceso de solución.

Un modelo que intenta analizar el proceso que los alumnos siguen al resolver un problema, incluye tres componentes.

- 1) Entendimiento del problema.
- 2) Habilidad del estudiante para seleccionar y usar estrategias, así como presentar un plan y llevarlo a cabo.
- 3) Finalmente el tercer punto se relaciona con lo razonable de la solución (valoración del resultado por el mismo alumno) (Trigo 2000).

El primer punto se comprenderá como entendimiento o interpretación del problema, lo cual implica que el alumno debe demostrar que ha entendido el problema, expresando con sus propias palabras de qué se trata éste; así también como poder representar dicho problema usando diversos caminos (diagramas, tablas, gráficas,

etc.) además debe ser capaz de juzgar cuando las condiciones del problema son razonables y es posible estimar alguna solución.

El segundo punto se relaciona con la habilidad que el alumno tenga para elegir y aplicar una estrategia adecuada para la resolución de cierto problema. Aunque aquí es importante aclarar que en el presente trabajo se pretende que el alumno a través de interactuar con una gran diversidad de problemas él construya estrategias de solución, aunque en un principio no sean muy sistemáticos, pues lo que se quiere lograr es que a través de ese proceso el alumno aprenda a seleccionar aquella que sea más adecuada por su sencillez, economía y generalización y podría hablarse de un algoritmo o fórmula matemática.

También en una fase de solución de problemas es importante destacar el diseño de un plan e instrumentación del mismo, lo cual puede incluir descomponer el problema en otros más simples o transportar dicho problema a otro contexto (geométrico o numérico). (Trigo 2000).

El tercer punto tiene que ver con la fase de revisión de la solución del problema, donde es muy importante el análisis del significado de dicha solución, (valoración del resultado por el alumno).

Entonces aquí, también de acuerdo con éste autor se menciona que la presencia de aspectos metacognitivos juegan un papel muy importante en éste modelo de evaluación y por lo tanto deben ser incorporados.

Se recordará que la metacognición tiene que ver con la capacidad de pensar sobre el pensamiento, o sea el conocimiento del proceso propio de solución; qué tan preciso el alumno describe su propio proceso de pensar; otro aspecto también importante que se menciona es el de control o autorregulación, lo cual tiene que ver con la capacidad de que también se puede seguir o evaluar lo que se hace, o

sea, qué tan capaz es el alumno de pensar sobre lo que está haciendo, si es correcto o no. **¿Cómo saber que la solución obtenida es correcta?**, o si puede pensar en otra forma o método para resolver dicho problema.

Otro aspecto también relacionado con la metacognición involucrado en la solución de problemas y que debe ser considerado en este modelo de evaluación son: las creencias e intuiciones del alumno, es decir, ¿Qué ideas matemáticas aparecen al interactuar el alumno con esta asignatura?. ¿Cómo le dan forma estas al proceso que utiliza al resolver problemas?.

El modelo muestra el proceso que el alumno sigue al resolver problemas, pues indican al profesor la forma de cómo el niño está pensando en determinado momento o fase de la resolución del problema.

Ahora lo anterior tiene grandes ventajas, pues el profesor contará con elementos concretos para poder ayudarlo en dicho proceso, además estará en condiciones de valorar el trabajo del alumno en ese momento.

El hecho de querer instrumentar una forma de evaluación como la que anteriormente se describe, implica el diseño de actividades que permitan ver los momentos del proceso seguido por los alumnos al resolver problemas, como se mostrará más adelante en este mismo apartado, cuando los alumnos formulan y resuelven sus problemas.

Por ello, surge la necesidad de establecer diferencias entre un ejercicio repetitivo en matemáticas y una verdadera situación problemática en la clase de matemáticas.

Retomando lo que en matemáticas constituye un ejercicio repetitivo y rutinario, éste se define como: una tarea donde el alumno no tiene que tomar ninguna

decisión acerca de los procedimientos que tiene que utilizar para alcanzar la solución de algún ejercicio planteado, entre los que se pueden mencionar esta, esa gran lista de operaciones, de suma, resta, multiplicación y división que el alumno tiene que resolver. Otro ejemplo de éste tipo de tareas, son aquellas donde el alumno tiene que aplicar una fórmula, justo después de haber sido explicada en clase, incluida la enseñanza del algoritmo de cualquier operación, sin un previo proceso de construcción del mismo, por parte del alumno.

Por último se puede mencionar que un ejercicio repetitivo y rutinario, consiste en la repetición de una determinada técnica, previamente expuesta por el profesor, donde el objetivo principal de ésta es la automatización de la misma, repetición o cantinela, como algunos autores lo refieren de las tablas de multiplicar para memorizarlas o ejercitarlas, al igual que las operaciones básicas, etc., ahora bien, un ejercicio no supone nada nuevo para el alumno, además éste no necesita de la reflexión del alumno para superarlo, sino que éste se logra por los medios y caminos habituales que ya el alumno domina.

En contraste con lo anterior un verdadero problema en matemáticas, implica una situación nueva para el alumno, donde a diferencia del ejercicio no dispone de mecanismos que lleven de forma inmediata a la solución, sino que se requiere de un proceso de reflexión o toma de decisiones sobre la secuencia de pasos a seguir para intentar encontrar la solución. Aunque algunos autores, en términos más avanzados hablan de diferencias entre problema y verdaderas situaciones; por ahora en éste trabajo se sostiene la idea de ir de las tareas meramente reproductivas en las que como ya se mencionaba se pide ejercitar una técnica o destreza previamente aprendida a aquellas tareas más abiertas en las que el alumno se encuentra ante una pregunta a la que debe buscar respuesta, o dispone de varias alternativas posibles que necesita explorar.

De acuerdo con algunos autores, dichas tareas deben cumplir con ciertas condiciones.

- Que sean un reto, deben ser accesibles a los alumnos, con base a sus conocimientos previos. No deben requerir el uso de ideas sofisticadas o gran cantidad de conocimientos mecánicos.
- Que permitan resolverse de diferentes formas o caminos, diferentes métodos (estrategias) de solución.
- Que demanden un plan y una reflexión, o sea, que no se puedan resolver instantáneamente.
- Que incluyan varias soluciones.
- Que incluyan una variedad de procesos matemáticos y operaciones, pero no en formas obvias o rutinarias.
- Los procesos y operaciones empleadas, así como el plan para resolverlos y las estrategias empleadas.
- Que puedan extenderse o generalizarse a otros contextos donde se muestran explicaciones o conexiones matemáticas. (Trigo 2002).

3.4 Hacia una propuesta de evaluación de la solución de problemas matemáticos.

Instrumentar una forma de evaluación, es plantear tareas más complejas y abiertas en la clase de matemáticas, que permitan llevar a cabo una evaluación para conocer y evaluar el proceso cognitivo propio de cada estudiante, sus estructuras de conocimiento real y su progreso en matemáticas, pues en el proceso de solución de dichas tareas es posible reconocer en las respuestas de los alumnos algo más que una respuesta correcta o incorrecta a un problema, donde se involucran varios procesos cognitivos, metacognitivos y afectivos.

Para poder analizar los procesos que el alumno sigue al resolver los problemas, es necesario observar qué problemas plantean los alumnos, además, si estos cumplen con los requisitos de un problema matemático, porque un problema matemático debe cumplir con una cierta estructura (contenido, condiciones y exigencia), para que se le pueda denominar problema matemático.

Por contenido se comprenderá a todos aquellos objetos, magnitudes, valores de magnitudes y relaciones que conforman el enunciado, (personas, sucesos, cosas, animales, etc.) que sufren la acción, hechos reales que intervienen directamente en la narración que se hace en el contexto del problema. (Labarrere 1987)

Las condiciones, son un elemento esencial y se ha de entender por condiciones a aquella parte del problema que transmite a quien lo resuelve, la información inicial acerca del suceso o acontecimiento que se desarrolla y normalmente en el problema; dichas condiciones se formulan a manera de afirmaciones. Usualmente se les denomina datos del problema (Labarrere 1987).

La exigencia se le puede considerar como el fin u objetivo final a alcanzar y generalmente se presenta en el problema a manera de pregunta o preguntas.

Ahora bien, ¿Qué problemas plantean los alumnos?.

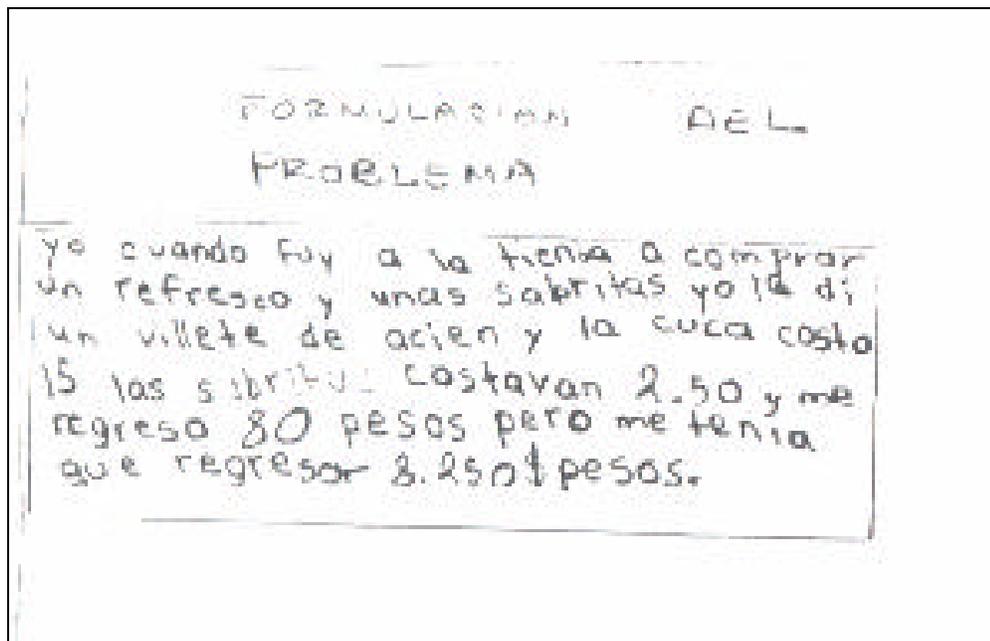
En grupo se preguntó a los alumnos de tercer grado que recordaran alguna situación problemática propia de su vida cotidiana que haya tenido que enfrentar o resolver.

En el primer cuadro se muestran algunos de los problemas que los alumnos formularon, así también como el análisis de los mismos, respecto a los requisitos

que deben cumplir como problema matemático de acuerdo a los criterios planteados con anterioridad.

ALUMNO	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	REQUISITOS QUE CUMPLE
Oscar	1	Éste problema puede decirse que cuenta con : Contenido, condiciones o datos. Y carece de exigencia o pregunta.
Lupe	2	Éste problema contiene contenido y ciertas condiciones, las cuales no son suficientes para poder resolverlo o sea, falta un dato. Cuenta con una exigencia, donde para responderla es necesario el dato que se hace referencia anteriormente.
María del Carmen Fernando Uriel Jorge	3	Estos problemas como se puede observar cumplen todos los requisitos que como se menciona con anterioridad debe cumplir un problema matemático: contenido, condiciones o datos (los cuales son suficientes para resolverlos, exigencias pregunta bien formulada.

1



Yo fui al estacion y mi madre
fue a vender papas y cada uno se
comio 3 y valian 8 pesos ¿cuanto fue en total?
Lupe

Un dia mi papa fue a comprar naranjas,
compro 2 costales y costaban 75 pesos cada
costal. ¿Cuanto dinero tubo que pagar mi
papa por los dos costales?

Yo compre 8 kilos de
naranjas cada kilo tra
ia 13 naranjas ¿Cuan
tas naranjas compre
re

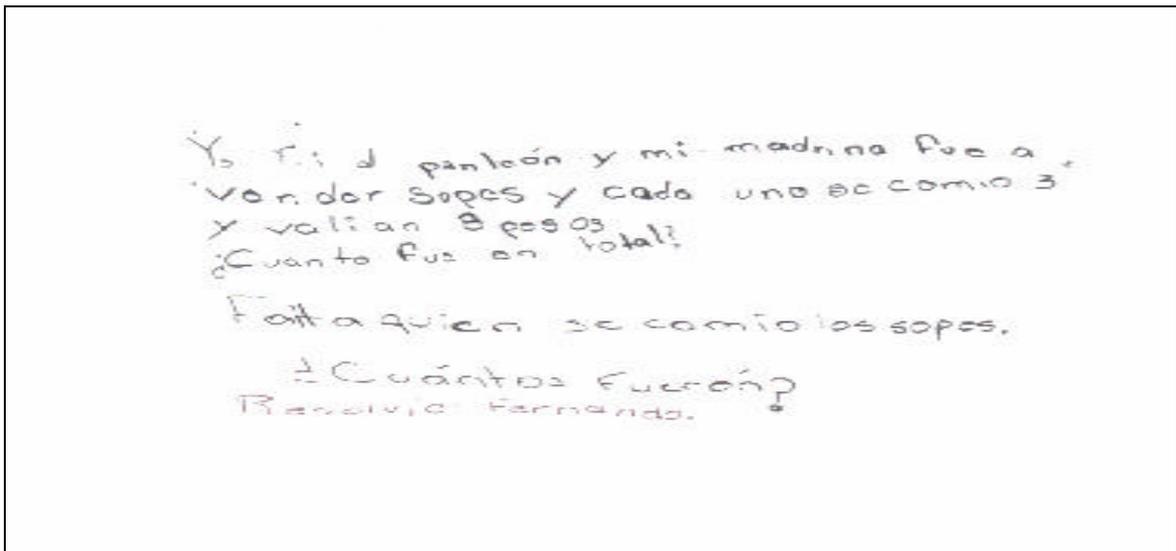
Yo fui un dia a la tienda y compre 10
subritas que costaban 5 pesos cada
una. ¿Cuanto gaste en total?

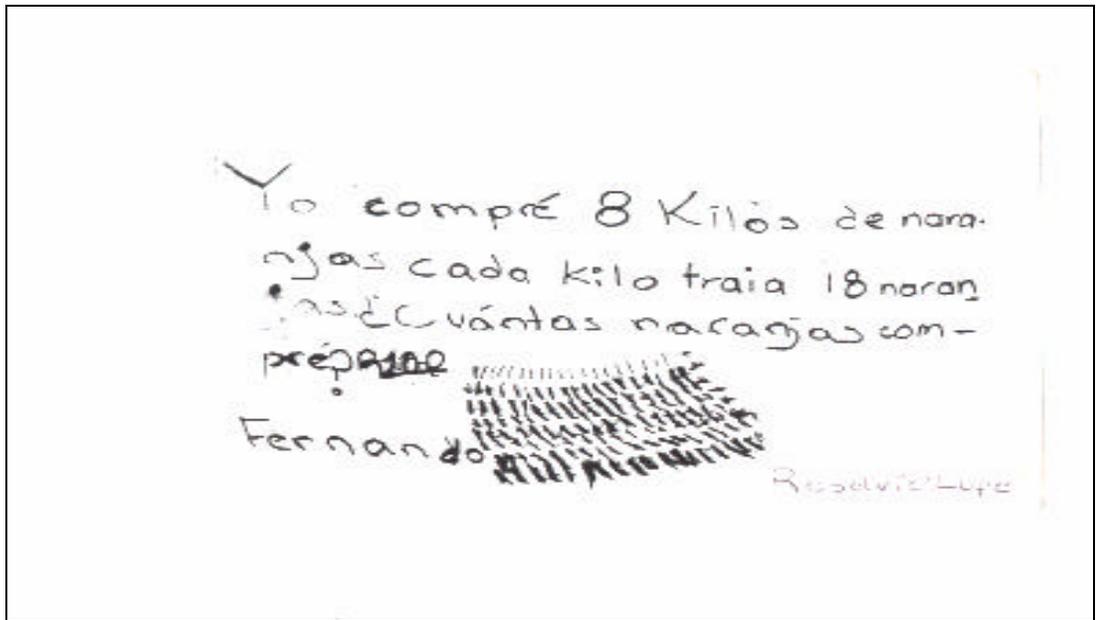
Yo fui a la tienda un dia
compre 3 refrescos que
costaban 12 pesos cada uno
¿Cuanto tengo que pagar
en total?

Es importante aclarar aquí, que de todas las producciones de los alumnos, ninguna es absurda o carente de sentido, sino al contrario, dejan ver el estado actual en cuanto la forma de pensar o madurez cognitiva del alumno, y por lo tanto todas esas producciones constituyen valiosas herramientas para poder ayudar al estudiante en la evolución de su aprendizaje, en esa construcción de sentido y significado, en éste caso de los contenidos de multiplicación.

Se analizarán ahora algunas formas resolución de problemas realizadas por los propios alumnos de tercer grado, donde ellos formularan un problema de multiplicación y lo intercambian con su compañero para resolverlo.

En este caso se utilizaron algunos de los problemas presentados en el análisis que anteriormente se describe, algunos de los resultados fueron:





En este caso los dos niños, pueden considerarse que la formulación de sus problemas solo les faltan algunos detalles, en el caso de la niña, le faltan un dato como el mismo niño lo aclara, sin embargo los dos logran una buena interpretación del problema como lo demuestra la niña, aunque su procedimiento sea aún largo y poco sistemático, puede considerarse que es una buena estrategia de solución pues el único detalle en el resultado es que tiene un error de cálculo, o sea se equivocó al contar los agrupamientos. Entonces puede afirmarse que esta en un buen proceso de construcción del significado de la multiplicación, solo es cuestión de seguir apoyándolo en ese proceso, incluso para que su aprendizaje evolucione, podría aumentársele las cantidades, para que ella busque procedimientos más económicos y sistemáticos; pero esto se logra poco a poco, a través de la resolución de múltiples problemas de multiplicación, los cuales como se afirma con anterioridad puede formarse un acervo de estos con las aportaciones de los niños, y también algunos sugeridos por el profesor (elaboración de un problemario), y así tener material suficiente para trabajar en el aula.

Yo fui a la tienda un día y
compre 3 refrescos que costaron
\$8 pesos. ¿Cuánto tengo que
pagar en total?

Mauricio:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

Resolvio: Maria del Carmen

Un día mi papá fue a comprar naranjas,
compro 2 costales y costaban 75 pesos
cada costal. ¿Cuánto dinero tubo que
pagar mi papá por los dos costales?

Maria del Carmen: **R150**

$$\begin{array}{r} 1 \\ 75 \\ + 75 \\ \hline 150 \end{array}$$

Resolvio: Mauricio

Los problemas formulados por estos dos alumnos, pueden considerarse que cumplen con las condiciones que un problema matemático con texto debe tener, contenido, condiciones y exigencia. Ahora, en la resolución de los mismos pueden distinguirse diferentes procedimientos de solución, el primero lo resuelve con una suma, entonces, aquí podría sugerirse que el niño continúe trabajando variadas

situaciones problemáticas de multiplicación y por medio de la confrontación y comparación de los procedimientos con sus compañeros podrán reconocer poco a poco los problemas donde la multiplicación constituye una herramienta eficaz para la solución de los mismos.

Por otra parte, la niña utiliza la multiplicación para resolver el problema, sin embargo, habría que ver que sucede con cantidades mayores y con otros tipos de problemas de multiplicación, por ejemplo, los de combinatoria, entre otros, pues la construcción del significado y sentido de estos contenidos depende de la oportunidad que el niño tenga de interactuar con una gran variedad de situaciones problemáticas que impliquen multiplicación.

En cuanto a la formulación de un problema puede mencionarse que juega un papel muy importante en la solución de problemas, ya que a través de ello se permite al alumno se apropie de ciertos conocimientos matemáticos, acerca de los problemas (partes componentes de un problema), además como lo afirman algunos autores que las dificultades que los alumnos presentan al formular un problema, se debe en parte al desconocimiento de sus componentes, ausencia de datos necesarios para la solución del mismo; problemas formulados sin pregunta. La asimilación de estos componentes contribuye eliminar las dificultades anteriores (A. Labarrere 1980).

Sin embargo, es importante argumentar a través de la confrontación en parejas, comparar sus producciones en equipo, compartir opiniones y sugerencias de sus compañeros y el mismo profesor, sus producciones paulatinamente irán mejorando, y de ésta manera lograr por parte del alumno un aprendizaje significativo y autónomo.

Lo descrito en este apartado forma parte de la propuesta de evaluación que para la solución de problemas se sugiere en éste trabajo. Por lo que también basado en

ésta propuesta se propone el diseño de un instrumento de evaluación que puede ser útil para valorar el trabajo de los alumnos en la solución de problemas.

PUNTOS	TRABAJO REALIZADO POR LOS ALUMNOS
0-1	Escaso análisis, ideas sin relación respecto a la información del texto del problema.
2-3	Identifica las condiciones o datos del problema, pero no presenta ningún procedimiento.
4-5	Relaciona los datos, pero la estrategia elegida no es clara.
6-7	Usa una estrategia adecuada, pero es incompleta o pobremente implementada.
8-9	La estrategia es clara y bien aplicada, pero comete un error en el cálculo obteniendo una respuesta incorrecta.
10	Solución completa y clara

Fuente: Adaptado de Santos trigo Luz Manuel (1997), principios de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. p.27

Como se puede observar, éste instrumento de evaluación permite un acercamiento más concreto y flexible al momento de valorar el trabajo de los alumnos, como están pensando en determinado momento y en consecuencia cómo poder ayudarles a que sus procedimientos o estrategias de solución evolucionen. Y por lo tanto, no se estaría limitando a evaluar una respuesta como correcta o incorrecta, además se tiende a la realización de una evaluación más justa que pretende acercarse más a la realidad concreta del alumno en la realización de éste tipo de tareas.

CONCLUSIONES

1.- La solución de problemas implica un proceso gradual que avanza desde la generación de conocimientos previos, hasta el conocimiento de procedimientos de solución de los mismos.

2.- La solución de problemas matemáticos tiene importancia no sólo para la adquisición de conocimientos; propiamente de esta disciplina sino también para el desarrollo de habilidades y formación de hábitos, con miras siempre hacia el trabajo autónomo por parte del alumno.

3.- La más importante o principal condición que influye de manera mas directa en la formación de necesidades y motivos orientados de manera favorable hacia la solución de problemas lo constituye la inclusión activa del alumno en la realización de estas tarea y vinculación de esta con la practica, con la realidad del alumno, con su contexto.

4.- Al principio o inicio del trabajo de la solución de problemas debe estar encaminado a que los alumnos asimilen todo un sistema de conocimientos acerca de los problemas matemáticos, concepto de problema, partes componentes, importancia de estos en la práctica social como individual de las personas.
Hasta aquí los problemas son vistos como objeto de conocimiento.

5.- A partir de que los alumnos empiezan a familiarizarse con la solución de problemas (medios para su realización, es decir con las etapas de solución). Entonces los problemas pueden considerarse propiamente como objetos de solución.

6.- El hecho de que los alumnos se familiaricen con los medios para la solución de los problemas (etapas y procedimientos de solución) contribuye a que tanto el maestro como los alumnos vean la solución de un problema como un “proceso” y no solo como la determinación de la respuesta correcta, pues esto último trae como consecuencia la aparición de una exagerada tendencia a encontrar la respuesta de los problemas de forma inmediata lo cual lleva al alumno a una búsqueda poco consciente de la respuesta, pues no cuenta con los medios para valorar sus procesos seguidos al solucionar un problema tampoco será capaz de valorar la respuesta obtenida, no hay reflexión, el razonamiento es escaso, así como el análisis del mismo (no hay conocimiento meta cognitivo).

7.- Desde la postura de la psicología cognitiva la solución de problemas también debe ser considerado como un proceso en el cual la valoración de la solución de un problemas se desplaza del resultado hacia los procesos lo que cobra importancia es solo el aspecto matemático (operaciones de cálculo), sino que cobra significación también el aspecto psicológico o proceso interno el cual tiene que ver con el análisis, síntesis, con la reflexión, inferencias, hipótesis, en si la propia (activada cognoscitiva del alumno), proceso de pensamiento de este.

8.- El hecho de considerar a la solución de problemas como proceso brinda la oportunidad para el desarrollo de motivos positivos en el humano hacia esta tarea.

BIBLIOGRAFÍA

Brayan, Pedro y Nunes, Teresina. (1998). Las matemáticas y su aplicación, la perspectiva del niño, Siglo veintiuno editores, México.

Bresan, Ana María, Bogisic B y otros (2000) Razones para enseñar geometría en la educación básica, mirar, construir, decir y pensar, Ediciones Novedades Educativas, Argentina.

Castelnuovo, Ema (1985). Didáctica de la matemática moderna, Trillas, México.

Díaz, Frida y Hernández Gerardo (1998). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista, Mac. Graw Hill Interamericana Editores, México.

Delval Juan, (1986). Crecer y pensar, la construcción del conocimiento en el aula, Ed. Paidós, España.

E. Papalia, Diane y Wencos, Sally (1990). Desarrollo Humano, trad. Por Elisa Dulcey Ruiz, primera edición en español, Mc Graw Hill interamericana de México, México.

Gómez, Margarita, Ma. B.V. y otros (1995). El niño y sus primeros años en la escuela, SEP., México.

Labarrere, Alberto. (1987). Bases psicopedagógicas en la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Editorial pueblo y educación, la Habana Cuba. 147.

Lauren B. Resnik y Wendy W. Ford. (1991). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. España.

Lopez, Santiago (1973). Modelos matemáticos, primera edición, Litoarte, S. D.R.L., México.

Meece Judith. (2000). Desarrollo del niño y del adolescente, primera edición SEP/MC. Graw HILL Interamericana, México.

Orton, Antony (1998). Didáctica de las matemáticas, cuestiones, teoría y práctica en el aula. Tercera edición, Ediciones Morata, Madrid.

Prim. David. (1990). El Lenguaje matemático en el aula. Ediciones Morata, Madrid, 297 p.

Piaget, Jean (1980). Seis Estudios de Psicología. Ed. Seix, Barral. Barcelona España

Polya, G. (1994). Como plantear y resolver problemas. Décima octava reimpresión, Trillas, México.

Pozo, Juan, I. (1997). La solución de problemas, Santillána, México.

Pozo, Juan, I. (1999). Teorías Cognitivas del aprendizaje, ediciones Morata Madrid.

Saenz, Irma; y Parra, Cecilia (199). Didáctica de las matemáticas, aportes y reflexiones. Piados Educador, España

Santos Trigo Luz M. (1997), Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, 2ª edición Ibero América, México.

SEP (1996). Libro para el maestro, matemáticas tercer grado, México.

SEP. (1995) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Lecturas; México.

SEP/CONAFE (1999). Guía del maestro multigrado. México.

SEP (1994) Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir. Libros del rincón, propuestas para divertirse y trabajar en el aula. SEP. México.

SEP.(1993) Planes y programas de estudio. SEP. México.

UPN. (1994). Los problemas matemáticos en la escuela primaria, UPN, México.