UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

ACADEMIA DE PSICOLOGIA EDUCATIVA

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SITUACIONES DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA
DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

T E S I S
PARA OBTENER EL TITULO DE:
LICENCIADO EN PSICOLOGIA EDUCATIVA

P R E S E N T A N:

LAURA PÉREZ NAVARRETE
SOFÍA HERNÁNDEZ MARTÍNEZ

ASESOR: MTRO. PEDRO BOLLAS GARCÍA

MÉXICO, D.F. 2004

RESUMEN

El presente trabajo aborda el diseño, la puesta en práctica y la evaluación de las situaciones didácticas para la enseñanza de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Inicialmente se aplicó un pretest a dos grupo preestablecidos (60 alumnos de 14-15 años de edad de nivel secundaria). Posteriormente se aplicó las situaciones didácticas (previamente diseñadas) a un grupo experimental y después un postest al total de alumnos.

Los resultados obtenidos demuestran que los alumnos obtuvieron mejores puntuaciones después de trabajar con las situaciones didácticas.

Las situaciones didácticas que se implementaron se desarrollaron por equipos, con el fin de promover los procedimientos que los alumnos emplearon al resolver ecuaciones de forma contextualizada, donde los sujetos se apropian de procedimientos; así mismo existió interacción entre ambos para la resolución de problemas favoreciendo el aprendizaje entre compañeros.

INDICE

INTRODUCCIÓN

La educación es una de las tareas del hombre y un tema de constante preocupación, sobre el cual continuamente se realizan trabajos de investigación cuya finalidad radica en la búsqueda de nuevas formas de enseñanza, que tiendan a hacer cada vez menos difícil la construcción de conocimientos en el ser humano.

Dentro de la investigación educativa, una de las disciplinas que ha cobrado en los últimos tiempos es la educación matemática, entre sus propósitos fundamentales, está el de abocarse al mejoramiento y elevación de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos con base en propuestas claras y concretas.

La presente tesis tiene como objetivo diseñar, aplicar y evaluar situaciones didácticas destinadas para la enseñanza de ecuaciones de primer grado con una incógnita. La aplicación de las situaciones se llevará a cabo en un grupo de estudiantes de tercer grado de secundaria, con la finalidad de mejorar la resolución de dichos problemas. El punto central en torno al cual giran las actividades es la de promover procedimientos eficaces de resolución de problemas algebraicos.

En el primer apartado presentamos la delimitación del problema, éste se enmarca tomando en cuenta el papel de los procedimientos como secuencia de acciones que permiten (u obstaculizan) la resolución adecuada de un problema cuya solución implica la utilización de una ecuación de primer grado. De manera particular nos preguntamos si una serie de situaciones didácticas, como álgebra en el mercado, capacidad en litros, manipulación de objetos, búsqueda de edades y figuras geométricas vinculadas entre sí, promueven la utilización de procedimientos más eficaces.

En el segundo apartado se abordan los lineamientos teóricos; se describen las características del álgebra escolar y la forma en cómo los alumnos se apropian de estos contenidos como herramienta esencial para la resolución de problemas. Así mismo, se abordan cuestiones referidas a la resolución de problemas en el marco de la didáctica de las matemáticas.

En el tercer apartado se describe el método que se utilizo para evaluar el desarrollo de la investigación de campo, considerando a los sujetos, escenario, instrumento y procedimiento como herramienta de trabajo.

En el cuarto apartado abordamos el análisis (cuantitativo) de los resultados obtenidos mediante el estadístico de prueba "t de students" el cual nos permitió comparar los promedios obtenidos de los grupos independientes.

Por otro lado analizamos cualitativamente, tomando en cuenta el desarrollo de las actividades realizadas en la propuesta de intervención pedagógica. Con el fin de obtener un procedimiento eficaz.

Por último, en las conclusiones se señala que las situaciones didácticas cumplieron con los objetivos planteados, ya que se comprobó que los alumnos que participaron en el grupo experimental obtuvieron un mejor aprovechamiento en comparación con el grupo control. Así mismo se describen los alcances de la propuesta de intervención.

CAPITULO PRIMERO

DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA.

En la educación secundaria el álgebra es uno de los temas centrales en la enseñanza matemática. El alumno debe de aprovechar los contenidos que le ofrece la aritmética para iniciarse gradualmente en el uso de las literales y buscar otros procedimientos que le faciliten la resolución de problemas de forma más eficaz. Es necesario que el alumno esté preparado en el manejo de las operaciones y comprenda que el álgebra es una rama de las matemáticas que engloba la simbolización de las relaciones numéricas generales y estructuras matemáticas; así como también de aquellas operaciones que deban de realizarse sobre esta estructura.

Esto significa que el álgebra generaliza todas las cantidades que se representa mediante letras que pueden significar cualquier valor que se le asigne, así por ejemplo, el número ocho puede representa un valor determinado, mientras que la letra X puede representar cualquier valor que le asignemos por lo tanto, su propósito es la formulación de razonamiento sobre los números por medio de los símbolos y signos de abreviatura.

Una de las dificultades que se presenta en la resolución de problemas algebraicos es el manejo del lenguaje, ya que no es totalmente claro para el alumno y por lo tanto no existe comprensión de los elementos con los que se va a trabajar; esto puede ser uno de los obstáculos por el cual el sujeto no puede solucionar un problema algebraico. El lenguaje matemático no se adquiere de manera natural ni cotidiana, ni con la introducción simple de reglas formales en los cursos escolares que no se pueden asociar fácilmente a contextos cotidianos.

Usualmente el individuo parte de representaciones e interpretaciones propias que somete a prueba en forma continua y en algunas ocasiones se ve obligado a modificar y a adaptar un lenguaje cotidiano, para que pueda lograr una abstracción adecuada a la problemática planteada. Así mismo, cuando el alumno tiene que resolver un problema típico de álgebra (área de mayor dificultad para el alumno) se le dificulta interpretar un problema verbal, traducirlo a un lenguaje algebraico y ser capaz de resolverlo.

Para que el alumno sea capaz de resolver problemas es necesario que realice abstracciones, ya que el lenguaje algebraico se representa por medio de letras y estás pueden representar cualquier valor algebraico; tales como (a,b,c,d,…), (x,y,z.). Por otra parte cuando se plantea un problema algebraico este mismo debe de proporcionarle al sujeto la oportunidad de explorar las relaciones entre nociones conocidas, utilizarlas para poder descubrir y asimilar nuevos conocimientos, los cuales a su vez servirán para resolver nuevos problemas algebraicos.

Otro de los obstáculos en la resolución de problemas algebraicos tiene que ver con el uso incorrecto de procedimientos, esto puede ser probablemente el resultado de instrucciones incorrectas por parte del profesor. También se intenta enseñarles algunos procedimientos que sirven para resolver problemas pero algunos todavía no adquieren la habilidad de comprenderlos y, por lo tanto, es probable que no les interese. Lo más importante es saber cuándo el alumno de nivel secundaría pueda utilizar un procedimiento eficaz, esto implicaría la comprensión, motivación y abstracción por parte del alumno para resolver problemas.

Así por ejemplo ante un problema como el siguiente:

> "Si el triple de la edad de David le aumentamos 15 años,
> Tendría 90 años. ¿Qué edad tiene David?"

Se pueden distinguir dos procedimientos claramente diferenciados.

$$\begin{array}{r|l} & \ \ 25 \\ \hline 3 & \ \ 75 \\ & \ \ 15 \\ & \ \ \ \ 0 \end{array}$$

3X+15=90

3X=90-15

X= 75/3

X=25

David tiene 25 años

En el primer procedimiento ("resolución aritmética "), el alumno realiza inicialmente una sustracción y después una división, obteniendo una respuesta satisfactoria sin utilizar un procedimiento algebraico.

90-15=75

75 / 3 =25

El segundo procedimiento es algebraico y supone otro curso de acciones: plantear la ecuación, agrupar en un miembro los términos que contiene la incógnita y en el otro miembro a los términos restantes, despejar la incógnita, efectuar las operaciones, etc.

Podemos determinar que los procedimientos son esencialmente un método para comprender e interpretar una tarea y alcanzar un objetivo. Un método que es determinado por la secuencia de acciones que el sujeto pone en práctica. Al respecto Segura señala:

> "Un procedimiento es la persistencia que tiene el sujeto al ejecutar un problema y es el que admite otro procedimiento para el mismo logro, pero que exista un encadenamiento de acciones orientadas hacia un fin, esto no implica un único curso de procedimientos, sino de repeticiones, marchas y contramarchas que atestigüen las múltiples decisiones que el sujeto adopta en el intento de resolver el problema" (Segura, 1994;pág 50).

Cuando un problema se soluciona simplemente aplicando una receta podemos empezar a dudar de la comprensión acerca de lo que se hace. Pero no es la única consecuencia de tal práctica; cuando la "receta" es lo central en el aprendizaje, no se aprovechan las posibilidades reflexivas de los alumnos ni sus formas de razonamiento, lo que al final se logra muchas veces es poner énfasis en la incapacidad individual de cada quién para aproximarse a una solución novedosa e imaginativa de los problemas.

Los estudiantes solucionan algunos problemas mediante aproximaciones sucesivas, esto es una forma de razonamiento. Es claro que muchos problemas se pueden solucionar por métodos más directos y que tales métodos se pueden esquematizar. Sin embargo a nuestro entender, la satisfacción de un estudiante cuando es capaz de resolver un problema es de acuerdo con sus propias “intuiciones”, o cuando emplea un procedimiento que no puede evaluarse en términos de eficiencia o de rapidez.

Para Segura (1994) los muchachos son capaces de razonar mediante aproximaciones sucesivas, es decir, el sujeto al enfrentarse a un problema va a intentar resolverlo y poco a poco perderá procedimientos que no fueron bien adquiridos, pero con el tiempo los va recuperando dentro de la escuela, proporcionándole alternativas para que exista una mayor comprensión al solucionar problemas y tenga un razonamiento más amplio.

Los alumnos buscan diferentes procedimientos para dar solución a un problema algebraico al igual que plantear un plan de acción mediante los objetivos a perseguir y buscar medios para lograr la solución.

Ante una tarea planteada, el alumno puede trazar un plan de acción que es modificado y precisado hasta lograr el objetivo. Cada vez que el alumno elige un plan de acción sobre el material puede tener alguna idea acerca del objetivo que persigue y acerca de los medios para conseguirlos. Pero una vez puesto en marcha hará correcciones en función de los éxitos o fracasos de las acciones. El sujeto puede modificar el curso de sus acciones y sustituirlas por otras que él considere más adecuadas para su propósito. Por lo que, un error corregido (por él) puede ser más fecundo que un éxito inmediato porque la comparación entre los errores da nuevas alternativas de solución.

“Los errores que el estudiante comete cuando soluciona problemas no deben de ser evitados ya que el error es fecundo porque tiene lugar en el mecanismo productivo del conocimiento. En ocasiones se puede aprender de esos errores, porque son reveladores de construcciones cognoscitivas en determinada problemática. En ese sentido los errores son indicadores de los limites entre lo que el alumno puede hacer y lo que no puede hacer, al solucionar diferentes tipos de problemas” (Castorina, 1986; Pág. 63).

Existen factores que intervienen en la resolución de problemas pero algunos factores no podrán ser establecidos por los alumnos en un solo paso sino a través de diversas secuencias de acción. Esta variación depende de cuál es el significado del problema para el alumno, esto es, cómo se le presenta y cómo define la tarea a cumplir. La acción es un intento del alumno por sistematizar los datos del problema a través de la simplificación de los datos involucrados en la situación, es decir, que privilegia un factor considerado por él como responsable del problema, ya que se compromete a dar posibles soluciones a diferentes problemas.

Si consideramos que la solución de problemas es aprender a enfrentarse con tareas nuevas y poco familiares que requieren métodos de solución en ocasiones no conocidas, es necesario que los profesores- alumnos generen actividades diferentes para poderse aproximar y pueda facilitar la comunicación la discusión y finalmente transforme la visión del estudiante hacia la resolución de problemas algebraicos.

Para Ormrod (1990) la mayoría de los alumnos son capaces de aplicar procedimientos si se le sugiere o dirige para la solución de problemas, por lo que es conveniente el diseño de situaciones didácticas que permita a los alumnos el uso de procedimientos más eficaces en la resolución de problemas algebraicos. El profesor propone procedimientos a los alumnos, como resultado el estudiante se aproximará a la resolución de problemas.

Consideramos que las situaciones didácticas deberán activar los propios procedimientos de cada sujeto y, en el marco de un trabajo de interacción entre compañeros, proponer actividades que tengan sentido para ellos, es decir que el lenguaje simbólico del álgebra sea funcional. Situaciones que permita a los alumnos el reconocimiento de procedimientos más eficaces para resolver problemas a través de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Por lo anterior, en esta investigación nos preguntamos, **si la propuesta de intervención pedagógica puesta en práctica favorece el aprendizaje de procedimientos eficaces en la resolución de problemas algebraicos**.

OBJETIVOS:

- Diseñar y evaluar los procedimientos que utilizan los alumnos en la resolución de problemas algebraicos.
- Aplicar y evaluar la propuesta de intervención pedagógica para la enseñanza de procedimientos eficaces en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

CAPITULO SEGUNDO

MARCO TEORICO

DESCRIPCIÓN DEL ÁLGEBRA ESCOLAR.

En el transcurso de la educación secundaria obligatoria, los alumnos prosiguen un proceso de construcción del conocimiento matemático que ha alcanzado niveles considerables en su desarrollo. Se introducen nuevas relaciones, conceptos y procedimientos, ampliando el campo de reflexión matemática; se utilizan nuevos algoritmos, de creciente complejidad; se exploran nuevas aplicaciones; todo ello, mientras se enriquecen y profundizan las nociones y procedimientos introducidos en la etapa anterior. “El desarrollo de la competencia de los alumnos, en estos años, y, en concreto, la posibilidad de llevar a cabo razonamientos de tipo formal, abre nuevas posibilidades para avanzar en el proceso de construcción de un conocimiento matemático” (SEP,1993; Pág. 94).

Esas posibilidades aparecen en una doble línea. en primer lugar, la capacidad que el adolescente tiene de abstraer relaciones y realizar inferencias, no solo a partir de operaciones concretas con objetos físicos, sino también a partir de operaciones sobre representaciones simbólicas referidas a dichos objetos, permite avances sustanciales en el conocimiento matemático; en segundo lugar, la capacidad del adolescente de trascender las informaciones concretas sobre la realidad y los datos de la experiencia inmediata, dando entrada a las conjeturas e hipótesis como forma de pensamiento y de razonamiento, hace posible la introducción del razonamiento algebraico y abre una vía de acceso a los componentes más formales del álgebra(Kieran,1992;pág 236).

Al iniciarse en el estudio del álgebra, los adolescentes traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en la aritmética. Sin embargo el álgebra requiere de un cambio en el pensamiento de las situaciones numéricas concretas proposiciones más generales sobre números y operaciones.

Para Kieran (1992) el desarrollo histórico del álgebra sugiere que actualmente se conciba como la rama de las matemáticas que trata de la simbolización numérica general y de estructuras matemática, así como de la operación sobre esas estructuras.

“De manera más sencilla de explicar el álgebra se define como la rama de las matemáticas que analiza cantidades incógnitas, equivalencias entre una cantidad y otra, el uso de números en un nivel superior al utilizado en la aritmética, su fin es la formulación de razonamiento sobre los números por medio de símbolos y signos de abreviación (Kieran,1992; pág 224).

Para lograr la generalización, las cantidades se representan por medio de letras las cuales pueden representar todos los valores, esto es que “a” representa el valor que se le asigne en un determinado ejercicio y sólo representa ese valor.

“Respecto al uso de las literales en la expresión algebraica los símbolos utilizados para representar las cantidades en el álgebra son los números y las letras. Los números se emplean para representar cantidades conocidas y determinadas, las letras para representar toda clase de cantidades ya sea conocidas o no, cuando se expresan cantidades conocidas usualmente se utilizan las primeras letras del alfabeto (a,b,c),en tanto las cantidades desconocidas utilizan las últimas letras (x,y,z)” (Robles, 1994;pág 92).

Una fórmula algebraica es consecuencia de la generalización de representación de cantidades por medio de letras y es así una regla o un principio general representado por una letra. Para complementar a las fórmulas se utilizan signos de tres clases.

- Signos de operación: (+, -, x, /, x^y,) Por ejemplo: (x + y) se leerá x más y , (x - y) se leerá x menos y , (X • Y) se leerá x multiplicado por y, etc.

- Signos de relación entre dos cantidades: [=, (, <, >, ≥, ≠]. Por ejemplo: El signo (=) se leerá igual a, el signo [≠] se leerá “diferente de”, los signos

(<, >) Se leen “mayor que”, “menor que”, dependiendo las variantes que se relacionen.

- Signos de agrupación: [(,), [,]]. Por ejemplo: b [x (y + z)] indica que en primer lugar se debe realizar la operación que se encuentra dentro del paréntesis y + z, posteriormente multiplicarlo por “x”, y el resultado obtenido finalmente de multiplicara por “b”. Estas llaves o vínculos indican las acciones que se deben hacer primero, por último las líneas paralelas [x], indican que el valor dentro “x” tiene un valor absoluto esto es que no contiene un signo como valor (-, +) (Galdós, 1997;pág 512).

Es necesario saber, que dentro de la enseñanza del álgebra existen símbolos que le permiten al alumno distinguir los valores, para que pueda captar todas aquellas explicaciones y ejemplos que lo conlleven a utilizar procedimientos adecuados para dar solución.

ENMARCAMIENTO CURRICULAR

De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública en México; el propósito de los programas de matemáticas es elevar la calidad del aprendizaje, es decir, la adquisición de conocimiento y el desarrollo de habilidades matemáticas, fomentando el interés por el conocimiento matemático a través de su significado y funcionalidad.

“La construcción de conocimientos matemáticos a través de procesos de interacción con los objetos y con los propios compañeros es una herramienta de aprendizaje fundamental que permite resolver problema de diversos ámbitos; esto es, que el aprendizaje sea más significativo y que el alumno pueda desarrollar habilidades, conocimientos, procedimientos, un razonamiento deductivo y formas de expresión que la escuela proporciona y que de este modo pueda comprender la información matemática que recibe de diferentes medios (Sep,1993;Pág. 104).

Desarrollar sus capacidades para resolver problemas con procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, así como procedimientos cuyo descubrimiento y solución requieren de su curiosidad y la imaginación creativa del estudiante.

De acuerdo con dichos programas, los contenidos para el 3° grado de educación secundaria, están diseñados por el nivel de desarrollo cognitivo del alumno y sobre los procesos de adquisición y construcción de conceptos. Dichos contenidos están estructurados en ejes temáticos (aritmética, álgebra, geometría y elementos de trigonometría, presentación y tratamiento de la información y notación de probabilidad) para que la enseñanza abarque contenidos, habilidades y destrezas. Dentro del eje temático del álgebra los contenidos que refieren a las ecuaciones de primer grado con una incógnita ocupan un lugar importante.

Dentro de este eje "se pretende que los alumnos de nivel Secundaria logren alcanzar un lenguaje simbólico del álgebra para que puedan expresar relaciones entre cantidades que operen con este lenguaje y lo utilicen al resolver ecuaciones" (Robles, 1997; Pág. 5).

Según Robles (1997), una de las formas de enseñanza al alumno es que aprenda a resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, que le sirva para enriquecer su aprendizaje, es decir, son expresiones de forma $ax+b=0$; con (a) y (b) números reales constantes.

El grado de la ecuación se asigna por el valor del exponente de la incógnita, para llevar acabo esto Robles propone un ejemplo donde el estudiante tiene que identificar los “pasos” que se utilizan para resolver una ecuación:

$ax+b=0$---la ecuación
$ax+b-b=-b$-------------------------------------por el inverso aditivo
$ax+0=-b$--reducción de términos
$ax=-b$--por el neutro aditivo
$ax/a=-b/a$---------------------------------------por la propiedad uniforme
$1(x)=-b/a$---------------------------------------por el neutro multiplicativo

x=-b/a--solución de la ecuación

De igual forma se le enseña al estudiante como se hace la comprobación:

a+b=0---------------------------------------la ecuación

a(-b/a)+b=0--------------------------------por sustitución ya que x=-b/a

a/a(-b)+b=0--------------------------------por el inverso multiplicativo -a/a=1

-b+b=0--------------------------------------por el inverso aditivo

0=0--se tiene la identidad que x=-b/a es la solución de la ecuación. Así; sucesivamente con las ecuaciones con paréntesis por ejemplo:

Dada la ecuación: 2(x+4)=30, la x se despeja aplicando la propiedad distributiva; luego la propiedad uniforme y, finalmente, la propiedad del neutro multiplicativo.

$$2(x + 4) = 30$$
$$2x+2(4) = 30$$
$$2x+8 = 30$$
$$2x = 30-8$$
$$2x = 22$$
$$X = \frac{22}{2}$$
$$X = 11$$

De acuerdo con (Zuñiga, 1997,45), “las ecuaciones se enseñan a través de problemas donde el alumno tiene que hacer una abstracción del enunciado para que lo pueda resolver”, por ejemplo:

Joaquín es 5 años mayor que Carlos; si entre los dos suman 37 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

CARLOS = X   Carlos tiene =16 años

Joaquín tiene =21 años

JOAQUIN = X + 5

C + J = 37

$$x + (x + 5) = 37$$
$$x + x + 5 = 37$$
$$2x + 5 = 37$$
$$2x + 5 - 5 = 37 - 5$$
$$2x = 32$$
$$x = \frac{32}{2}$$
$$x = 16$$

A continuación se presenta la siguiente ecuación la cual se va sustituyendo por otros equivalentes, en los cuales se procura ir eliminando todo aquello que nos "estorbe" para despejar la incógnita.

A) De la forma a(x+b)=c

$$Ax + ab = c$$

$$Ax = c - ab$$

En este tipo de ecuación hay una operación indicada (multiplicación) que debemos efectuar; así eliminamos el paréntesis y obtenemos una ecuación equivalente más sencilla para su resolución.

Ejemplo:

Al hacer la multiplicación se aplica la propiedad distributiva.

$-2(a-1) = -3$

B) De forma x / a = b ejemplo:

La tercera parte de la edad de Rodolfo es 16 años ¿cuál es la edad de Rodolfo?

Edad =x

Tercera parte =16 años

$$X/3 = 16$$

$$3\,\frac{(x)}{3} = (16)\,3$$

$$x = 48$$

comprobación

$48/3 = 16$

$16 = 16$

Cuándo la ecuación tiene más de un denominador puede anularse los denominadores multiplicativos ambos miembros de la ecuación por el múltiplo común de los denominadores, de preferencia el mínimo común múltiplo por ejemplo:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$$

$$\frac{(4x + 3x)}{12} = (7)$$

$$4X + 3X = (7)(12)$$

$$7X = (7)(12)$$

$$X = \frac{(7)(12)}{7}$$

$$X = 12$$

C) De forma a / x = b

Observa que para resolver cualquier ecuación, lo que hacemos es ir eliminando todo lo que nos "estorbe" para despejar cada vez a la incógnita; es decir, simplificamos las ecuaciones a otra forma equivalente, más simple y ya conocida. Ejemplo:

Jaime reparte 156 tornillos en cierto número de botes. Si en cada bote reparte 12 tornillos, ¿cuántos botes ocupa?

Total de tornillos =156

Botes =x

Tornillos por bote =12

$$x\,(156) = 12\,x$$

$$156 = 12\,x$$

$$\frac{156}{12} = \frac{12}{12}\,x$$

$$x = 13$$

Comprobación:

$$156 = (12)\,(13)$$

$$156 = 156$$

D) De forma $\frac{a x + b}{C} = d$

Por ejemplo:

$$\frac{3X+9}{8} = 3$$

$$8\left(\frac{3x+9}{8}\right) = (3)\,8$$

$$3x + 9 = 24$$

$$3x = 24 - 9$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

O bien:

$$\frac{3X+9}{8} = 3$$

$$(3x + 9) = (3)\,8$$

$$3x = (3)(8) - 9$$

$$x = (3)(8) - 9/3$$

$$x = 5$$

Lo que supone una serie de acciones simplificadas, es decir un procedimiento que permite la resolución con más rapidez.

De acuerdo con Zuñiga (1997) y Robles (1997), los libros de secundaria de tercer grado son la clave fundamental para que el alumno reconozca todos los ejemplos que se proponen en la resolución de diferentes tipos de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Los ejercicios están diseñados para que le sirvan al alumno y obtenga los conocimientos y procedimientos necesarios para resolver problemas y puedan penetrar cada vez más en la vida del estudiante.

Ambos autores sostienen que a través de ejercicios, el alumno obtendrá un mejor aprendizaje, si en algún momento el alumno no comprendiera los ejemplos; los profesores son los que pueden orientar o ayudar para que el estudiante pueda activar sus procedimientos y tenga un mejor rendimiento académico satisfactorio para que resuelva ecuaciones de primer grado con una incógnita.

PROCEDIMIENTOS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cuando el problema es novedoso, el estudiante usualmente carece de procedimientos necesarios para invocar el método apropiado de solución. Este proceso de transferencia requiere que las personas usen todos los recursos cognitivos para tratar de resolver el problema. En contraste, cuando los estudiantes tratan de resolver dicho problema, se preocupan no solo por el problema en sí, sino también por la realización de operaciones que no dominan aún.

Así los procesos de solución de problemas no terminan cuando se encuentra la solución por un camino, es conveniente buscar varios caminos para obtener la solución y valorarlos con relación a su claridad o simplicidad; esto implica el desarrollo de procesos de análisis y de una buena solución de procesos matemáticos.

De acuerdo con Valenzuela "el proceso de solución de problemas se basa en: la representación del problema; la búsqueda constante de algún método específico de solución al problema a lo largo de un "espacio" de soluciones; y finalmente, la aplicación de dichos problemas" (Valenzuela, 1992;pág 23).

La solución de problemas matemáticos requiere que las personas perciban adecuadamente los problemas, los clasifiquen de acuerdo con categorías previamente aprendidas e identifiquen el correspondiente tipo de solución.
"El uso de procedimientos en la enseñanza de las matemáticas es benéfico; y que sí los resultados de dicha enseñanza han sido desalentadores, es porque los procedimientos no se han enseñado adecuadamente. "… hay tres tipos de enseñanza de procedimientos:(1) enseñanza "ciega", la cuál induce a los alumnos a usar ciertos procedimientos pero sin ayudarlos a entender su significado;(2) enseñanza "informativa", la cual proporciona información a los estudiantes sobre el significado de los procedimientos; y (3) "enseñanza del uso de autorregulado de procedimientos", la cuál completa la anterior a través de ayudar a los alumnos a planear, supervisar y regular la utilización de procedimientos" (Valenzuela,1992;Pág. 22).

Los procedimientos de solución de problemas ayudan a interpretar y localizar el conocimiento para llegar a la meta planteada, es necesario que el alumno seleccione e identifique, todos aquellos cálculos algebraicos que le permitan dar una mejor solución a un problema.

El procedimiento puede ser automático o una rutina sistemática que hace posible que la información sea almacenada en la memoria o recuperada de la misma. La retroalimentación es importante para el alumno ya que es un procedimiento crucial para su aprendizaje. Si la retroalimentación viene dada por la misma situación resulta ser más significativo para el sujeto para corregir sus errores.

De acuerdo con Bollás (1996), este proceso de retroalimentación a través de la situación ha sido reconocido como *validación empírica* y ha resultado ser beneficioso para el aprendizaje de procedimientos eficaces.

Así mismo, un procedimiento se utilizará de manera más efectiva y podrá transferirse a otras situaciones si los estudiantes entienden las razones y las circunstancias bajo las cuales se está trabajando, para verificar si son funcionales y adecuadas para resolver un problema específico. “La mayoría de los alumnos

son capaces de aplicar un procedimiento si se les sugiere o dirige, pero en ocasiones actúan como si no tuvieran ese conocimiento ante una determinada tarea o problema algebraico”. (Nisbet y Shucksmith 1992; Pág. 66).

Los procedimientos para la resolución de problemas algebraicos pueden mostrar las mismas características que para la formación de conceptos, es decir, reflejan la influencia del tipo de problemas en cuestión de las condiciones en que ocurre la resolución del mismo, así como aspectos cognoscitivos.

“Un paradigma para el análisis e interpretación de los problemas matemáticos se utilizan los procesos cognitivos que tiene el estudiante, así como aspectos de gran interés para el alumno: (la descripción del concepto dentro del cuál se encuentra el problema matemático, las mediciones repetidas de las ejecuciones que se le van hacer al problema, las inferencias acerca de los mecanismos cognoscitivos que relacionan tanto la información sobre el problema y la ejecución, así como de los cambios en la misma, la representación bien estructurada del problema a resolver, los procedimientos y planes de solución del problema que se pueda utilizar)" (Puente y Poggioli 1989;Pág. 52).

Según Bañuelos (1995), es necesario considerar que los procedimientos de resolución de problemas ayudan a interpretar los problemas, a localizar el conocimiento y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones para llegar a la meta planeada; es necesario conocer cuales son estás con el fin de identificarlas en un proceso de resolución.

Bañuelos (citando a Castañeda y López 1995), señala que la enseñanza de resolución de problemas es una actividad compleja que tiene como meta facilitar el aprendizaje al estudiante, para ello se recurre al uso de procedimientos que optimizan el aprendizaje. Y son considerados como cualquier comportamiento o pensamiento que facilite la codificación, mejore la integración y la recuperación del conocimiento. Así estos pensamientos y conductas constituyen planes organizados de acción para alcanzar una meta que los alumnos se propongan al resolver problemas algebraicos.

Sin embargo, Valenzuela menciona que es necesario tener en cuenta que "la enseñanza de las matemáticas no debe incluir la enseñanza de procedimientos generales para la solución de problemas, debido a que limita la adquisición de esquemas. Aunque el uso de procedimientos es un mecanismo efectivo para resolver problemas matemáticos. Decir que es efectivo significa que la persona puede llegar a resolver el problema pero no esquematizarlo. En otras palabras, el uso de procedimientos sobre carga la capacidad cognoscitiva del principiante, ya que este requiere concentrar toda su atención con las metas del problema, en los datos del mismo. El principiante está más preocupado y ocupado en resolver el problema, que en asimilar la experiencia que la solución del problema le podría aportar" (Valenzuela 1992; Pág. 24).

Por su parte Weinstein y Mayer (1985), crearon un conjunto de categorías para clasificar a los procedimientos y señalan las siguientes:

a) De ensayo para tareas básicas de aprendizaje:

Se utilizan para tareas educativas que requieren de un recuerdo simple, el conocimiento básico crea una base de datos unificados con una estructura, una organización y una integración de estos mismos conocimientos para la experta toma de decisiones y la solución de problemas.

b) De elaboración y tareas básicas de aprendizaje:

La elaboración implica que se aumenta algún tipo de construcción simbólica a lo que se está tratando de aprender de manera más significativa, se utilizan también construcciones más verbales o imaginarias; para que se formule elaboraciones eficaces se requiere que el alumno esté involucrado activamente en el procesamiento de la información que se va aprender.

c) Monitores de comprensión:

En esta suba rea de la meta cognición, refiere que se establezcan metas de aprendizaje, la medición en el grado en que las metas se alcanzan y de ser necesaria la modificación de procedimientos utilizados para facilitar el logro de las metas.

A lo planteado anteriormente, se busca ayudar al estudiante a que pueda enfocar la capacidad del sistema de procesamiento de la información sobre la meta aprendida y que pueda lograr la concentración, para que el alumno pueda resolver adecuadamente los problemas que se le presenten y que no tenga ningún obstáculo que interfiera en el avance de su aprendizaje y en el logro de sus metas para resolver problemas. Por nuestra parte, en la realización de un sondeo previo presentamos, a un grupo de alumnos de secundaria, varios problemas algebraicos. Uno de los obstáculos encontrados tenía que ver con el lenguaje algebraico, es decir, en la dificultad para plantear la ecuación a partir de un enunciado específico, no obstante, que no presentaban dificultades en la solución de una ecuación equivalente. Así mismo se encontró que los errores más comunes se centran en el uso de los signos y ocasionalmente en los despejes.

Para llevar a cabo un procedimiento adecuado es necesario que el alumno sistematicé los cálculos y el lenguaje algebraicos que le ofrece la escuela y busque alternativas que le permitan dar solución a los problemas planteados. Es por ello que se debe trabajar con distintas situaciones didácticas que promuevan este tipo de habilidades.

LA ORGANIZACIÓN, HEURISTICOS Y RESOLUCION DE PROBLEMAS.

En la resolución de problemas matemáticos un alumno puede encontrar dificultades en el uso incorrecto de procedimientos, esto puede ser el resultado de instrucciones verbales incorrectas o el aprendizaje de hechos aislados. Lo más importante es saber cuándo se utiliza un procedimiento para la resolución de un problema algebraico, esto implicaría una adecuada organización de los conocimientos pertinentes para resolver dicho problema.

Hernández (1989), señala que los alumnos pueden retener en su memoria los procedimientos y conceptos objeto de aprendizaje como hechos aislados y no inmersos en una organización de estructura lógica. Así mismo, Gagné menciona que “las diferencias en la compresión matemática se deben en gran parte a la forma en que los individuos organizan el conocimiento” (Gagné ,1985; Pág. 463).

Por su parte, Carraher y Shliemann (1991) señalan que un aprendizaje formal matemático desarrolla habilidades cognoscitivas, resultado de la experiencia práctica del sujeto; la memorización y organización de ciertas reglas de operación pueden lograr el aprendizaje de un modelo matemático de equivalencias y manipulación de incógnitas posibles de transferirse a situaciones más complejas a situaciones más formales.

De esta manera, la organización de conocimientos específicos de un área, en este caso las matemáticas, guía la búsqueda de una solución, "...si los estudiantes tuvieran un conocimiento organizado sobre los problemas algebraicos de enunciados narrativos, lo utilizaría para decir que parte del enunciado del problema es más relevante y cuáles no se debe prestar atención" (Robinson 1985, 358).

La resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que involucra al conocimiento almacenado en la memoria; por lo tanto, el alumno tiene que usar sus conocimientos y habilidades generales que lo ayuden a comprender cualquier problema que se le presente. Siempre partiendo del hecho de que"La memoria es un proceso constructivo que conduce a la interpretación y transformación de la información recibida a través de conocimientos que son base para el individuo" (Marchesi y Carretero ,1985; Pág. 253).

De acuerdo con (Bañuelos, 1995; Pág. 53) "Un problema se resuelve correctamente a través de: Comprender el problema, concebir un plan para descubrir la solución, ejecución del plan y verificación del procedimiento y comprobación del resultado". Sobre el primer punto Gascón señala: "El alumno mejora efectivamente su rendimiento en la resolución de una cierta clase de problemas mediante la asimilación; es decir, que el estudiante necesita comprender el problema que se esta planteando, analizarlo perfectamente para que pueda resolverlo..."

"Usualmente los estudiantes novatos en el aprendizaje del álgebra no han comprendido el problema, y a un así inician su resolución, en otras ocasiones desconocen las restricciones que se tienen para aplicar ciertas transformaciones e indicar siempre la igualdad en los dos miembros de la ecuación. La única forma de saber si una solución a una ecuación es incorrecta es resolviendo la ecuación para que el alumno obtenga mejores resultados y los profesores van verificando los procedimientos que utilizan en la resolución de problemas algebraicos" Gascón, 1985; Pág. 19).

La propuesta de Polya ,1990 sobre la resolución de problemas la dividió en cuatro fases:

- Comprender el problema

¿Cuál es la incógnita?
¿Cuáles son los datos?

- Concebir un plan

¿Ha encontrado con un problema semejante?
¿Conoce un problema relacionado con este?
¿Podría enunciar el problema de otra forma?
¿Ha empleado todos los datos?

- Ejecutar el plan

¿Son correctos los pasos dados?

- Examinar la solución obtenida

¿Puede verificar el resultado?
¿Puede verificar el razonamiento?

Las fases anteriores caracterizan claramente la resolución, competente. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas, cuya intención es actuar como guía para la acción. Las fases cuentan con heurísticos, entendidos estos: Operaciones mentales típicamente útiles en la resolución de problemas, son como reglas o modos de comportamiento que favorecen el éxito en el proceso de resolución, sugerencias generales que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y hacer progresos hacia su solución (Polea, 1990; Pág. 156).

Algunos de los heurísticos que permiten comprender el problema: Cerciorarse de que se conoce la incógnita, los datos y las relaciones entre ellos; reconocer el estado inicial, las operaciones pertinentes y estado final; de ser posible, trazar un grafico o diagrama e introducir las anotaciones adecuadas; tratar de resolver el problema a través de un problema conocido (cuya resolución sea más sencilla) y resolverlo de manera análoga.

En resumen, consideramos que la escuela debe enseñar a los alumnos a comprender problemas algebraicos, idear un plan de acción, ponerlo a prueba y verificarlo, esta enseñanza puede ser a través de una serie de heurísticos en situaciones atractivas y concretas para, los alumnos. Las situaciones didácticas, la manipulación de objetos, el juego y la interacción entre alumnos son los elementos que articulan el aprendizaje de procedimientos eficaces al tratar de resolver problemas sencillos para abordar otros más complejos.

DIDÁCTICAS DE LAS MATEMÁTICAS

La matemática como una actividad científica y la matemática como una empresa educativa; siendo todavía más finos diríamos que la matemática como empresa educativa presenta a su vez dos facetas: la matemática vinculada a la actividad de enseñar y la matemática asociada a la tarea de aprender. Visto así, la matemática efectivamente presenta características diferentes.

Casanova considera a la matemática "...como el objeto de estudio del matemático profesional , de su actividad como propósito para crecer dentro de ciertas normas de coherencia, y presentarlo, si ese fuese el caso, para modelar el mundo físico" (Casanova ,1989;Pág. 2).

"Las nociones y el lenguaje simbólico del álgebra constituyen uno de los grandes logros de las matemáticas y son un instrumento imprescindible para el pensamiento abstracto y la solución de problemas. Tanto es así que el siglo XVIII y a principios del XIX se pensó que todas las matemáticas y sus aplicaciones podrían revertirse en el álgebra" (SEP, 1989; Pág. 84).

Si la matemática es el objeto de enseñanza del profesor, la intención de sus acciones consiste en hacer participe a las nuevas generaciones de una parte, previamente seleccionada y elegir para ello los medios adecuados dentro de cada procedimiento.

“Cuando la matemática es el objeto de aprendizaje del estudiante, la meta es transmitir actividades con significado para ciertas tareas que le permitan, en un momento dado, utilizarlo de manera adecuada en su formación y en su vida profesional” (Casanova, 1989; Pág. 8).

Desde el punto de vista conceptual, la educación matemática, en principió, pretende construir explicaciones teóricas, globales y coherentes que permitan entender el fenómeno educativo en lo general y que, al mismo tiempo, ayuden a resolver satisfactoriamente situaciones problemáticas particulares. Para lograr esto debe adaptar y desarrollar procedimientos de estudio y de investigación, así como encontrar formas propias de resolución.

La educación matemática no diferiría, en este sentido, en sus actividades, ni en sus propósitos, ni en sus métodos.

Cabe al menos mencionar tres interpretaciones:

1. Enseñar para resolver problemas

   Proponer a los alumnos más problemas.

   Emplear aplicaciones de los problemas a la vida diaria y a las ciencias.

   No proponer sólo ejercicios sino también problemas genuinos que promuevan la búsqueda, la investigación por los alumnos.

2. Enseñar sobre la resolución de problemas

   Enseñanza de la heurística. El objetivo es que los alumnos lleguen a aprender y a utilizar estrategias para la resolución de problemas.

   Dentro de esta tendencia hay ejemplos en los mismos trabajos citados anteriormente. Sin embargo, parece ser que las *destrezas* heurísticas son las más apropiadas para tal fin.

3. Enseñar vía la resolución de problemas

Enseñar la matemática a través de problemas.

Desarrollo de la capacidad de razonamiento

Aplicación de la teoría previamente expuesta.

Resolución de cuestiones que la vida diaria plantea Polya (1990).

Pero ciertamente llevando a cabo los pasos anteriores serán una rama joven del saber, comparada con otras ciencias, como la matemática o la física que tienen siglos de desarrollo, la educación matemática está en su primera infancia, aún es joven si se le compara con otras disciplinas más recientes como la psicología, esta última le lleva alrededor de un siglo de ventaja. A causa de esta juventud, el sistema de objetivos, metodologías y criterios para validar el conocimiento de la educación matemática, presenta todavía excesiva variabilidad y poco consenso.

En esta línea de investigación Brousseau indica:

> "Uno de los principales pasos en el desarrollo de la investigación en la psicología de la educación matemática fue el desplazamiento desde los estudios centrados en el niño (o el adolescente) hacia los estudios centrados en el estudiante como aprendiz en la clase. El estudiante es un niño o un adolescente implicado en los procesos de aprendizaje dentro de un entorno específico en el que las interacciones sociales con otros estudiantes y con el profesor juega un papel crucial" (Brousseau, 1990; Pág. 979).

Uno de los problemas más difíciles que se ha planteado a la pedagogía es el de la enseñanza de las matemáticas a nivel Secundaria. "La dificultad que se ha encontrado en la pedagogía es la de construir un modelo eficaz de la enseñanza de la propia matemática o puede ser vista también en el poco interés que los modelos didácticos no han logrado en el alumno el interés por estudiar esta disciplina" (SEP, 1993; Pág. 113).

El álgebra más que cualquier otra parte de las matemáticas en la secundaria representa la transición entre la aritmética y la geometría, elementales de la primaria y las matemáticas de grados superiores. Casi todas las matemáticas requieren del lenguaje del álgebra para modelar situaciones y resolver problemas, así como para expresar conceptos y operar con ellos en niveles cada vez más abstractos.

"Para favorecer el acceso al álgebra, es conveniente que desde el primer grado de la escuela secundaria los alumnos se acostumbren de manera gradual a utilizar expresiones con literales, a las primeras reglas sencillas de escritura algebraica y a otros temas que desde la aritmética preparan el estudio de esta disciplina. Las actividades deberán enfatizar el uso de situaciones concretas y su representación por medio de tablas y gráficas, para que el alumno explore regularidades y patrones y aprenda a expresarlos simbólicamente, sin intentar llegar todavía a la manipulación algebraica de los símbolos" (Bañuelos, 1995; Pág. 66).

La adquisición de las nociones algebraicas toma tiempo para completarse y, además, no todos los alumnos aprenden con la misma facilidad o rapidez." En los programas de tercer grado de secundaria se profundiza y completa el estudio de los temas y se introduce a la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita por diversos procedimientos" (SEP, 1993; Pág. 101).

Los alumnos tienen usualmente dificultades para dominar este lenguaje simbólico. Es común que al principio se desconcierten por el uso de literales y que, un poco, más tarde desarrollen formas de expresión y solución de problemas donde mezclan el lenguaje natural con el uso, no siempre correcto, de expresiones simbólicas. Por ello, el profesor deberá diseñar actividades que los ayuden a rebasar paulatinamente etapas de aprendizaje y, al mismo tiempo, les comunique la importancia que tiene que pasar de una situación o enunciado a su expresión simbólica y operar con ella.

Las nociones y procedimientos básicos formarán la base del conocimiento algebraico y, con el tiempo, deberán ser exigibles a todos los alumnos, pues es necesario para cualquier aprendizaje ulterior de las matemáticas y del álgebra trabajar con ecuaciones a nivel Secundaria.

Las ecuaciones lineales y los procedimientos son el primer contacto que tienen los alumnos con algunas de las nociones fundamentales del álgebra; como es la noción misma de la ecuación para despejar la incógnita, es importante que desde el principio existan actividades y problemas para que comprendan estas nociones y los alumnos puedan resolver adecuadamente ecuaciones de primer grado con una incógnita. El sistema de ecuaciones se introduce mediante problemas, se puede ver que en algunos de ellos no hay solo una o varias incógnitas para resolverlas, por lo tanto, hay que encontrar los valores que satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones en la resolución de problemas.

"Una ecuación es la igualdad que contiene una o varias letras llamadas incógnitas o variables; en general esta igualdad se verifica solamente cuando estas letras toman ciertos valores" (Zúñiga, 1997; Pág. 16).

Resolver una ecuación es realizar los cálculos necesarios para poder encontrar un número desconocido. Este número desconocido recibe el nombre de incógnita, la cual generalmente se representa por una de las últimas letras del alfabeto. Existen ecuaciones simples (con una incógnita) que podemos resolver mentalmente y ecuaciones que tal vez nos exigen un poco más de esfuerzo, estas, se denominan complejas.

En el campo de la didáctica de las matemáticas, Casanova sostiene que, "...estudiar un sistema de ecuaciones es trabajar con los alumnos, tomando en cuenta como aprenden. Se pretende romper con el modelo esquemático de la enseñanza tradicional, prefiriendo una actividad escolar centrada en el trabajo del estudiante, en la que el profesor juegue el papel de guía y conductor de procedimientos, propiciando situaciones que conduzcan a los alumnos a elaborar conjeturas y construyendo su propio conocimiento y paralelamente contribuir a desarrollar en ellos, la habilidad para plantear y resolver problemas "(Casanova 1989; Pág. 9).

Desde esta perspectiva, en las situaciones didácticas se propone trabajar con problemas sencillos que aparentemente no requieren de procedimientos complejos o muy elaborados (trabajar por ejemplo, con problemas análogos) para poderle dar solución, por el contrario, se trata de utilizar como "modelo" situaciones de la vida cotidiana (pesar mercancía en una balanza, distribuir leche en distintos recipientes, etc.) dando origen a la búsqueda de una forma sistemática para resolver cualquier tipo de ecuación.

La necesidad de que los conceptos matemáticos estén ligados desde sus inicios a actividades cotidianas y significativas es un principio de enseñanza importante, ya que resulta ser una guía para la experiencia didáctica en la que cada estudiante está en proceso de transmitir el conocimiento matemático.

Así mismo, cuando los alumnos, reunidos en pequeños equipos, tratan de resolver un problema usualmente surgen varias maneras de resolverlo y el hecho de confrontar distintos procedimientos provoca discusión que puede enriquecer el trabajo y el problema se podrá ir refinando hasta llegar a una respuesta satisfactoria.

No obstante, buena parte de los errores que cometen los alumnos cuando trabajan en equipo, dependerá en gran medida de la naturaleza de la tarea que se le presenta, por lo tanto, es factible pensar que distintos problemas que ellos tengan que resolver imponen diferentes limitaciones sobre el tipo de intercambio verbal que se suscita en la interacción. De alguna manera, esto predispone a los participantes adoptar procedimientos distintos, según sea la tarea a resolver. En este sentido, la interacción entre compañeros permite poner a prueba los conocimientos previos que poseen los alumnos ante un problema que exige solución.

Consideramos de vital importancia el trabajar actividades para el desarrollo de procedimientos que utilizan los alumnos de nivel secundaría en la resolución de problemas algebraicos. El estudiante al involucrarse con los problemas requiere de procedimientos previos, trabajo en grupo, actividades cotidianas, lo que le ayudara a establecer procesos de avance en la resolución de problemas.

CONOCIMIENTO PREVIO

De acuerdo con (Lacasa,1994;Pág. 16) “ El conocimiento científico lo define como la información acerca de hechos, conceptos, principios, reglas y planteamientos conceptuales y/o teóricos que conforman una disciplina o un campo de estudio, en el ámbito de lo cotidiano, la información incidental acerca de un hecho o evento del mundo que rodea al individuo “, es decir, el conocimiento es la habilidad para saber qué sabe, que ignora y sus potencialidades y limitaciones del sujeto; el grado de dificultad y complejidad de una tarea, la trascendencia de sus actos ante el propio conocimiento que el sujeto se enfrenta al solucionar problemas.

“El conocimiento es un esquema de acciones y una adquisición del conocimiento, esto no se hace por la unión del nuevo elemento a lo ya conocido, es decir, no se trata de una simple suma de lo nuevo conocido con lo viejo conocido. Se trata de interpretar ese nuevo conocimiento a la luz de los procedimientos que se trabajaran para la resolución de problemas” (Longford, 1993; Pág. 160).

El alumno debe hacer uso de procedimientos en la resolución de problemas, ya que lo pueden ayudar a interpretar cierto tipo de problemas, a localizar el conocimiento y los procedimientos que se deben elegir para una cierta tarea a realizar y así generar nuevas estrategias para llegar a una solución posible y correcta.

“Las personas normalmente poseen dos tipos de conocimiento para resolver problemas: (1) un conocimiento especifico de una materia determinada y (2) un conocimiento de procedimientos generales.

(1) El conocimiento específico consiste en un conjunto de esquemas en los que las personas han organizado, de una forma determinada, los conceptos, principios y formulas sobre la materia. A través de los esquemas, la persona puede interpretar y organizar información nueva de modo que esta sea asimilada en forma significativa.

(2) El conocimiento de procedimientos consiste en diversos métodos generales que son

> aplicables para casi cualquier problema matemático.También puede ser considerado como una parte de un procedimiento llamado metaconocimiento. Esta es la forma en que las personas supervisan y regulan las acciones para el logro de una meta determinada "(Valenzuela 1992; Pág. 22).

De acuerdo con (Méndez, 1992; Pág. 6) "Los conocimientos del alumno no son una copia, sino es una relación de interdependencia entre el alumno que conoce y el objeto de conocimiento". Es decir, el conocimiento se va transmitiendo progresivamente, de manera que cada innovación solo será posible en función del sujeto.

TRABAJO EN GRUPO

"El trabajo dentro del aula se suele dirigir en virtud de una relación entre los compañeros que deberá ser un puente transmisor de conocimientos para compartir dudas, experiencias, ideas para el avance de cualquier problemática dentro del aula. En ocasiones la interacción entre dos o más alumnos no garantiza que, por si misma, se pueda dar un proceso cognitivo de los participantes, esto suele pasar cuando un integrante abandona la actividad a realizar, no bastaría con integrar a dos o más sujetos para que interactúen entre sí para obtener efectos favorables, por lo contrario es ayudar a resolver problemáticas. El elemento decisivo no esta en la cantidad de interacción, ya que los profesores deben saber transmitir procedimientos para el buen desempeño de los alumnos en la resolución de problemas" (Mancera, 1997; Pág. 20).

Los alumnos cuando trabajan conjuntamente en actividades se ayudan entre sí y pueden avanzar a niveles de conocimiento. Los problemas que se les plantean deben quedar claros al igual que la solución y aceptables para todos los integrantes del equipo para que obtengan un aprendizaje adecuado, esto a través de los propios ejercicios.

"Una modificación en cuanto a los problemas algebraicos se establece en cualquier tipo de relación entre los participantes, también puede ser el intercambio interactivo, esto es cuando los alumnos utilizan distintos procedimientos ante una tarea a solucionar puede ocasionar la discusión, ya que ambos quieren solucionar los problemas de manera diferente (Lacasa, 1994; Pág. 327).

Los errores que son producidos por los alumnos no se pueden ver de manera aislada, sino por lo contrario verlos en situaciones de interacción, que permite la autorregulación entre la ayuda de los propios compañeros. De este modo, las modalidades de interacción entre compañeros puede ayudar a enriquecer soluciones de problemas algebraicos, por lo tanto, los errores que se cometen entre compañeros puede resultar benéficos en los momentos en que los estudiantes necesitan adquirir conocimientos que le permitan la tarea.

“Los estudiantes son capaces de participar en la resolución de problemas más avanzados mediante la práctica y el uso de procedimientos en la resolución de problemas algebraicos” (Tudge Rogoft 1995; Pág. 105). Esto lo ayuda a enfrentarse a distintos problemas, aprender de los errores y a mejorar el uso de procedimientos más adecuados. La capacidad de trabajo en grupo puede ayudar a interpretar de manera adecuada los mensajes que transmite un problema algebraico, esto nos lleva a dar mejores soluciones para la obtención de un resultado más eficaz, lo que generaría que los participantes realicen cada uno de los procedimientos con un mejor resultado matemático. Los estudiantes van superando poco a poco sus obstáculos, dando así respuestas más correctas.

ACTIVIDAD COTIDIANA

Las actividades que los sujetos se enfrentan en la utilización de procedimientos para solucionar problemas algebraicos, son una forma muy útil para aprender y resolver de manera adecuada cualquier problemática.

Algunas actividades cotidianas que los estudiantes utilizan ante la resolución de un problema, son las siguientes:

> “Los sujetos participan como tutores entre sí, aportando su punto de vista a las respuestas omitidas sobre el problema planteado, es decir, ciertos momentos un sujeto

puede asumir el rol de tutor y en otros momentos es el quien recibe la propia tutoría ya que existe un intercambio de procedimientos en la resolución de problemas algebraicos.

- La explicación de un sujeto sobre su propio procedimiento dada por un sujeto a otro compañero puede surtir efecto en un tercer sujeto, quien puede darse cuenta de sus propios errores y de la mala utilización que ha ido empleando en cada procedimiento.

- En ocasiones puede existir la intervención directa de un sujeto hacia otro compañero, esto es un punto importante, ya que pueden ir compartiendo ideas sin que exista error alguno, teniendo cada uno de ellos una ayuda mutua y un punto de vista mayor para la solución de problemas.

- La relación entre compañeros permite que entre ellos aprendan uno de otros y se establezca procesos de ayuda, comentarios, ánimo que en ocasiones en los salones de clase no se da por completo, sino por lo contrario los estudiantes pueden aprender de lo exterior, de un cartel de un supermercado, de un simple material para la solución de un problema "(Santos 1996; Pág. 57).

Cada vez parece más claro, que las actividades cotidianas poseen representaciones de conceptos y procedimientos, así como de habilidades y condiciones necesarias para su uso en un contexto determinado. Es decir, tan importante o más que conocer qué representaciones tienen los alumnos, es conocer cómo las usan y hacen que las usen. Sabemos que desde muy pequeños poseen competencias matemáticas (esquemas de correspondencia, estrategias de conteo, idea de numerosidad, etc), que se van desarrollando, y adquieren complejidad en la medida que se usan para diversos contextos.

Es importante guiar el proceso de aprendizaje de los alumnos en función de objetivos y metas bien delimitadas, y ayudar a los alumnos a tomar conciencia de su propio proceso de aprendizaje.

Tomando como marco de referencia lo anterior, se diseñó una **propuesta de intervención pedagógica** (ver anexo 3) que cuenta con cinco situaciones didácticas para la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. Cada una de las situaciones presenta una estructura en común caracterizada por los siguientes elementos: nombre de la situación, materiales, propósitos y descripción de las actividades.

CAPITULO TERCERO

MÉTODO.

SUJETOS:

Los sujetos que participaron en esta investigación son 60 alumnos de tercer grado del nivel Secundaria, fueron dos grupos preestablecidos con un rango de edad de 14 – 15 años. El grupo de alumnos fue dividido en dos; uno experimental y otro grupo control.

ESCENARIO:

El estudio se llevó a cabo en la Escuela Secundaria Diurna # 211 “Lic. Antonio Castro Leal”, ubicada en Av. 16 de Septiembre, s/n. Col. Contadero, Cuajimalpa.

INSTRUMENTOS:

<u>Cuestionario. 1</u>
Se elaboró un cuestionario para realizar la evaluación inicial (pretest), cuenta con 10 reactivos: cinco ecuaciones, cinco problemas de ecuaciones (Véase anexo 1).

<u>El cuestionario. 2</u>
Se elaboró un cuestionario equivalente al anexo 1 para la evaluación final (postest), cuenta con diez reactivos. Está constituido en: siete ecuaciones y tres problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita (Véase anexo 2).

Los instrumentos de evaluación inicial y final fueron validados por (cinco profesores de la Universidad Pedagógica Nacional en el área de estadística y matemáticas y cinco profesores de la escuela Secundaria Diurna # 211, del área de matemáticas). Así mismo se realizó una prueba piloto con 30 alumnos de tercer grado de secundaria.

PROCEDIMIENTO:

Los grupos de tercer grado de secundaria que participaron en el estudio fueron dos, uno de ellos formo parte del grupo experimental de 3oC y el otro como grupo de comparación 3oD. Inicialmente a todos los sujetos se les aplicó la evaluación inicial (pretest) para conocer que procedimientos utilizan los alumnos en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Posteriormente se aplicó la Propuesta de Intervención Pedagógica que fue trabajada con el grupo Experimental (Ver anexo 3).

Por su parte el profesor del grupo de Comparación realizó actividades con el tema de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Solicitando al profesor que trabajará con su grupo algunos problemas de la propuesta de intervención.

Situaciones Didácticas "Propuesta de intervención pedagógica", que se diseñó con base a las nociones adquiridas a través de su curso de matemáticas, está constituido de cinco sesiones y veinticinco problemas relacionados con la resolución de problemas algebraicos.

Los temas son los siguientes:

- Álgebra en el mercado: se les pidió a los alumnos trabajar con el uso de la balanza.

- Capacidad del litro: se les pidió a los alumnos que representen el problema según el enunciado que corresponda, mediante líquidos para que ellos resuelvan ecuaciones.

- Manipulación de objetos: se les pidió a los alumnos que por medio de la manipulación de dulces despejen la incógnita
- Búsqueda de edades: se les pidió a los alumnos que por medio del enunciado representen su propia ecuación.

- Figuras geométricas: se les pide a los alumnos que mediante figuras resuelvan los problemas algebraicos planteados (Véase anexo 3).

En el transcurso de la aplicación, las instructoras grabaron a los alumnos a través de una cámara de vídeo con el fin de captar el desarrollo de las actividades

Después de trabajar las situaciones didácticas, se aplicó una evaluación final a los 60 sujetos con el cuestionario 2 (Ver anexo 2).

De acuerdo con lo anterior, el diseño adoptado fue el siguiente:

GRUPOS	EVALUACION INICIAL	SITUACIONES DIDÁCTICAS	EVALUACION FINAL
EXPERIMENTAL G_1	01	X	02
COMPARACION G_2	01		02

Los datos fueron analizados de la siguiente manera:

Cuantitativamente a través del estadístico de prueba "t student" para grupos independientes, con el propósito de comprobar las diferencias significativas entre promedios obtenidos G_1 y G_2.

Evaluando de la siguiente manera:

Si la respuesta era correcta se le dio un valor de 3
Si la respuesta era memorística se le dio valor de 2

Si la respuesta era con procedimiento pero incompleto se le dio valor de 1
Si la respuesta era sin resolver se le dio valor de 0

Así mismo se evaluó el postest.

Posteriormente ya obtenidos los datos se diseño una tabla de resultados de cada reactivo los cuales fueron evaluados mediante la “t de student”, ya que se una prueba de comparación intervalar y de razón entre dos medias independientes.

Evaluación Cualitativa: durante el desarrollo de las actividades de la propuesta de intervención pedagógica, se aplicó solo al grupo experimental “3ºc”, en 10 sesiones de 60 horas tomando en cuenta que en una semana antes de la aplicación de cada situación se dio una explicación de 6 horas, durante la aplicación se recopilo información mediante una cámara de video en la cual se pudo observar la forma en como se fue desarrollando la actividad de cada equipo, posteriormente se codifico la información en tablas que se diseñaron en forma de dialogo, para saber que procedimiento utilizaban los alumnos, así mismo a cada situación se le dio una interpretación.

CAPITULO CUARTO

ANÁLISIS DE DATOS

A) ANALISIS CUANTITATIVO

Para realizar el análisis de datos se utilizamos el estadístico de prueba “t de students” que nos permite comparar los promedios obtenidos en las distintas mediciones realizadas. Dicho estadístico se aplico en las siguientes modalidades.

- Prueba t para grupos independientes en el pretest. Este análisis nos permite comparar los promedios obtenidos en los dos grupos (experimental y de comparación) antes de aplicar la propuesta para determinar su equivalencia numérica.

- Prueba t para grupos independientes en el postest. Se comparan los promedios obtenidos en la evaluación final de los dos grupos después de aplicar la propuesta.

- Prueba t para grupos relacionados. Aquí se analizan los promedios obtenidos en el pretest y en el postest en el grupo experimental.

El estadístico de prueba “t de students”

Prueba “t” para grupos independientes en el pretest.

Con la puntuación obtenida en la evaluación inicial (véase anexos 4) se obtienen los siguientes datos:

GRUPO	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	N
EXPERIMENTAL (G_1)	11.000	3.695	30
COMPARACION (G_2)	10.100	3.377	30

Planteamiento de las hipótesis:

El promedio de las puntuaciones del grupo experimental (G_1) son mayores a la puntuación del grupo de comparación (G_2).

$$H_{inv}: \mu_1 > \mu_2$$

Hipótesis de investigación;

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0$$

$$H_I: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$$

Estadístico de prueba “t de student”.

Regla de decisión:

Con $\alpha = .05$ el valor encontrado en la tabla de distribución “t de student” con $n_1 + n_2 - 2 = 58$ grados de libertad es $t_{(58)} = 1.671$ A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de H_0 como sigue:

Se rechaza la H_0 si $t_c \in [1.671, \infty \rangle$

No se rechaza la H_0 si $t_c \in \langle -\infty, 1.671]$

Cálculos:

El valor de t_c calculado es:

t =0.985

Interpretación:

Como no se rechaza la $H_0 : \mu_1 - \mu_2 < 0$ con $\alpha = 0.5$ no hay evidencias para considerar con un 95% de confianza que los resultados obtenidos en el grupo (G_1) son mayores que el grupo (G_2). Por lo tanto, se asegura que el grupo experimental no presenta ventajas con respecto al grupo de comparación.

Prueba t para grupos independientes en el postest:

Con la puntuación obtenida en la evaluación final (véase anexo 5) se obtienen los siguientes datos:

GRUPO	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTANDAR	N
EXPERIMENTAL (G_1)	15.333	2.564	30
COMPARACION (G_2)	9.900	2.203	30

Planteamiento de las hipótesis:

El promedio de la puntuación del grupo experimental (G_1) en el postest es mayor al promedio de las puntuaciones del grupo de comparación (G_2) en el postest

$$H_{inv}: \mu_1 > \mu_2$$

Hipótesis de investigación:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \mu_0$$

$$H_I: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$$

Estadístico de prueba “t de student”.

Regla de decisión:

Con $\alpha = .05$ el valor encontrado en la tabla de distribución “t de student” con $n_1 + n_2 - 2 = 58$ Grados de libertad es $t_{(58)}$=1.671 A partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de la H_0 como sigue:

No se rechaza H_0 si $t_c \in \langle -\alpha, 1.671]$

Se rechaza H_0 si $t_c \in [1.671, \infty\rangle$

Cálculos:

El valor de t_c calculado es:

t_c = 8.804

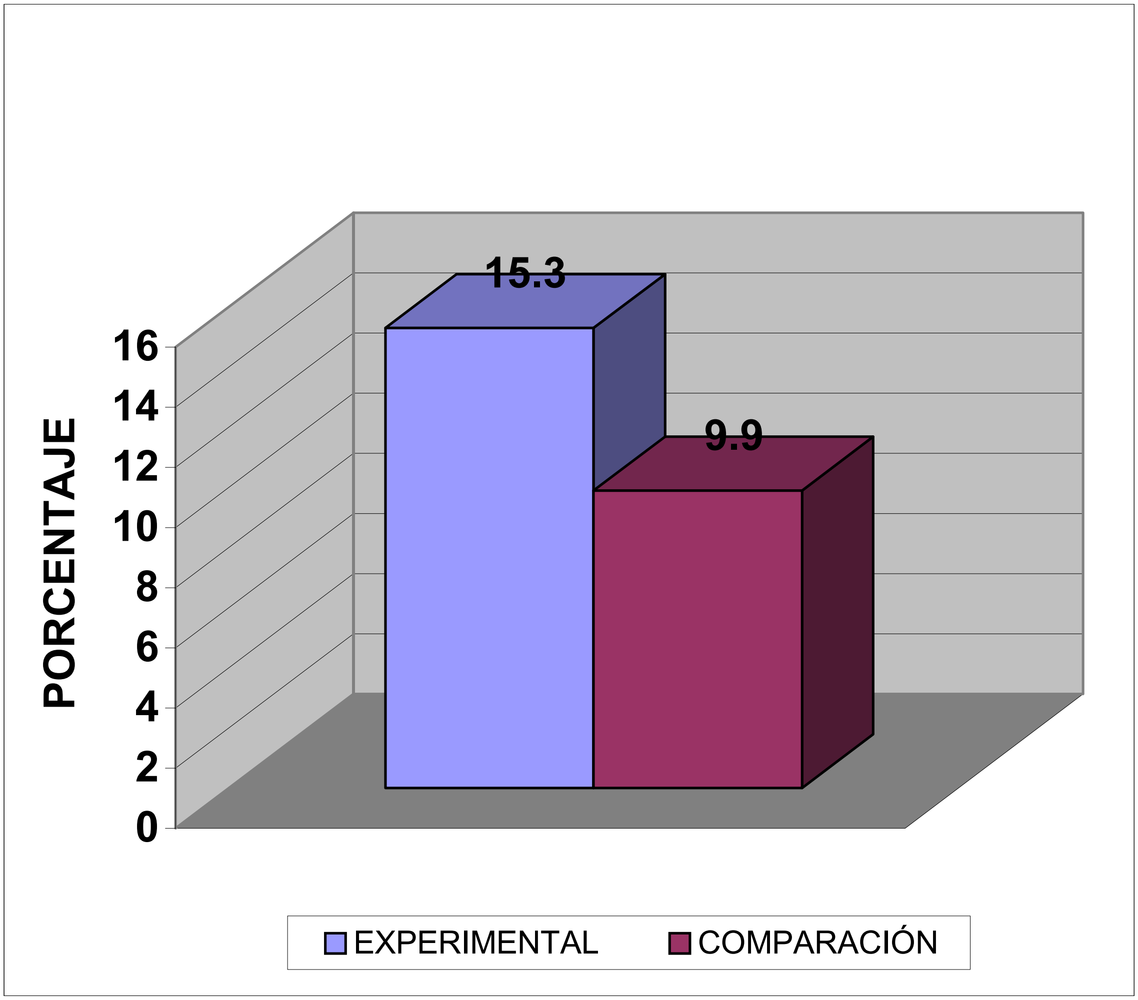
Decisión estadística:

Como t_c = -0.169 $\in [1.671, \alpha\rangle$, se rechaza la H_0

Interpretación:

Como se rechaza la H_0: $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ con $\alpha = .05$ hay evidencias suficientes para considerar con 95% de confianza que los resultados obtenidos en el grupo (G_1) es mayor que el (G_2). Por lo tanto, el grupo experimental presenta ventajas con respecto al grupo de comparación (ver grafica 1).

Gráfica 1. Puntuación obtenida en el postest



Prueba t para grupos relacionados. (Grupo experimental)

Con la puntuación obtenida en la evaluación inicial (véase anexo4) y en la evaluación final (anexo 5) del grupo experimental se obtienen los siguientes datos:

GRUPO EXPERIMENTAL	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTANDAR	N
PRETEST (G_1)	11.000	3.695	30
POSTEST (G_2)	15.333	2.564	30

Planteamiento de hipótesis:

El promedio de la puntuación que obtuvieron los alumnos del grupo experimental en el postest (G_2) después de trabajar con "la propuesta para la enseñanza de ecuaciones de primer grado con una incógnita" es mayor que el promedio obtenido en el pretest del mismo grupo (G_1).

$$H_{inv}: \mu_1 < \mu_2$$

Hipótesis de investigación:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$

$$H_I: \mu_1 - \mu_2 < 0$$

Estadístico de prueba “t de student”.

Regla de decisión:

Con α =.05 el valor encontrado en la tabla de distribución “t de student” con $n_1 + n_2 - 2 = 58$ Grados de libertad es $t_{(58)}$=1.671 a partir de estos datos se definen las regiones de rechazo y no rechazo de la H_0 como sigue:

Se rechaza H_0 si $t_c \in \langle -\alpha, 1.671]$

No se rechaza H_0 si $t_c \in [1.671, \infty\rangle$

Cálculos:

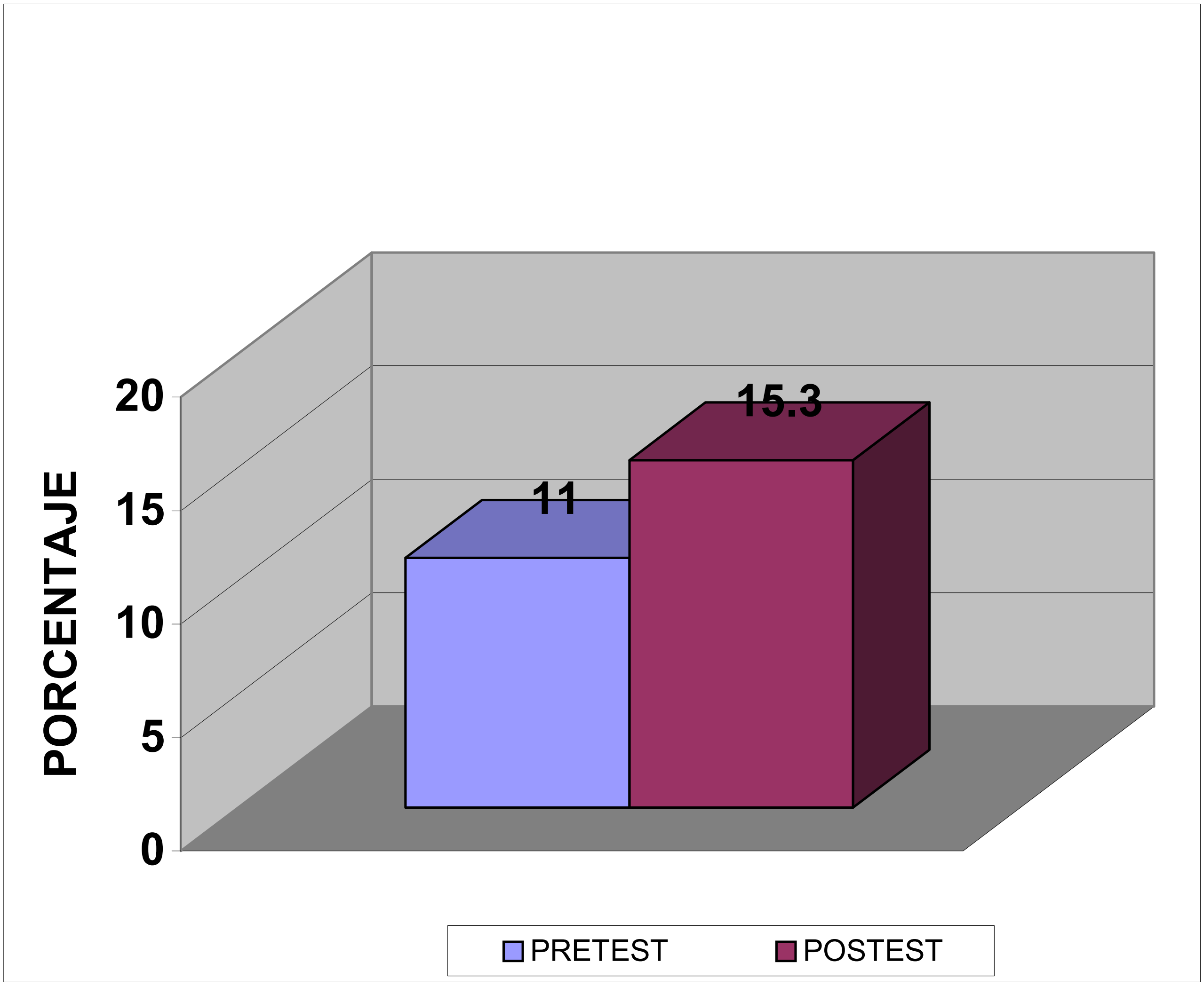
El valor de t_c calculado es:

T c = -7.072

Interpretación:

Como se rechaza la $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$ con $\alpha = 0.05$ hay evidencias para considerar con el 95% de confianza que los resultados obtenidos en el postest del grupo experimental (G_2) son mayores que el pretest del mismo grupo (G_1). (ver gráfica 2).

Gráfica 2. Puntuación obtenida en el pretest y en el postest del grupo experimental



ANALISIS CUALITATIVO

La secuencia temporal de la aplicación de los ejercicios permitieron establecer la configuración del uso de procedimientos mas eficaces (funcional en la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita por lo tanto los datos del análisis cuantitativo y las transcripciones de las grabaciones aportaron elementos adicionales para describir los cambios funcionales en la solución de problemas algebraicos mediante una propuesta de intervención pedagógica.

PRIMERA SITUACIÓN

ÁLGEBRA EN EL MERCADO

En esta primera situación didáctica se organizó al grupo para que se conformaran en cinco equipos de seis integrantes cada uno, obsequiándole a cada equipo una balanza como instrumento de trabajo, con el fin de resolver ecuaciones por medio de una situación real.

Instructor:	Da un ejemplo de cómo se tenía que realizar la actividad y así mismo una explicación del uso de la balanza.
Explicación:	“(La balanza esta conformada por dos platillos, en uno de ellos se colocan las pesas de 50, 100, 200,500 gramos y en el otro la mercancía harina, fríjol, arroz, etc. según lo que queramos de cantidad, por ejemplo si un alumno compra X cantidad de harina se coloca en un platillo y en el otro las pesas, hasta que estas queden equilibradas.

	(500=X+150, 500-150=X, 500-150=350)”
Instructor:	Una vez dada la explicación se comienza a realizar la tarea, proporcionándole a cada equipo una ecuación de mayor a menor grado de dificultad, para saber que tipo de procedimiento utiliza para resolver la ecuación.
Problema:	“Repartir 560 gramos de fríjol entre dos personas de modo que la parte de la primera persona sobrepase en 1/3 de la segunda.”
Omar y Mariana:	Comienzan a organizar al equipo para que resuelvan la ecuación, de tal forma que “manipulen el instrumento”, y que todos participen en la resolución del mismo
Blanca:	Comienza diciendo “yo voy a escribir todo lo que se va a ir realizando con respecto al problema”
Aleyda:	”Si el enunciado nos dice que el total son 560 gramos de fríjol repartidos entre dos personas, ejemplo: (Omar y Mariana) y Omar sobre pasa en un 1/3 a Mariana, entonces lo que se pretende

	buscar es la incógnita, despejando datos”
Jazmín y Selene:	Interrumpieron al equipo diciendo “vamos leyendo para ir plasmando la ecuación”, mientras los demás dijeron “ya obtuvimos la ecuación, quedo así: (X+1/3)+X=560 “
Aleyda:	Explica” Pones en la balanza la cantidad de fríjol correspondiente y poco a poco vamos quitando o poniendo para ir despejando, utilizando la balanza”.
Blanca y Jazmín:	Ayudándose, anotaron los datos obtenidos: Datos: 1 persona 2 persona Total=560 X+1/3 1
Selene:	Dijo “entonces queda así” (X+1/3)+X=560
Mariana:	exclamo “si me queda claro”
Aleyda:	Continuo, despejando X+1/3+X=560 entonces 2X+1/3=560 y luego

	2X=560-1/3 porque si esta sumando pasa restando 2X=1680-1/3 2X=1679/3 X=1673/3-2/1 X=1679/6 X=279.83 gramos.
Instructora:	Mientras una observaba, otra hacia uso de la cámara de vídeo para obtener datos precisos.

Interpretación:

Se observó que los alumnos al exponer los problemas no existió dificultad en cuanto a los procedimientos en la resolución del problema, ya que no tenían la seguridad de lo que podían hacer era lo más correcto, pero con la exposición de la balanza, los alumnos comenzaron a resolver y se organizaron de tal manera que algunos alumnos dirigieron las actividades, pero existieron reglas que ellos mismos impusieron, como quien es el que va a escribir, quien va a colocar las pesas para ir sustituyendo al mismo tiempo haciendo la ecuación, mientras otros no comprendían de donde salía tal resultado, entre ellos mismos se van dando la explicación de donde salio el resultado y como le pueden ir haciendo para resolver el problema.

SEGUNDA SITUACIÓN

CAPACIDAD EN LITROS

En esta segunda situación se organizó al grupo de igual forma, los cuales se van intercambiando. Proporcionándoles a cada equipo el material (botellas marcadas de 1, 2, 3, 4 etc. Litros de agua)

Problema:	La suma de un recipiente es de 200 al, el mayor excede al del medio en 32 ml y el menor en 65 ml. Hallar las cantidades.
Carolina:	Toma en sus manos las botellas que representan los 200 ml. Que es el total de ml. Obtenidos.
Hiday:	Menciona que se más conveniente que cada uno tome una botella para que Puedan resolver el problema.
Dafne:	Dice “Yo estoy de acuerdo para que todos participemos, no creen”
Hiday, Dafne y Marisela:	Toman sus botellas correspondientes, de 65, 32 y otra que no se sabe. Para ir representando las cantidades.
Miguel:	“Le dicen empieza a escribir si”
Carolina:	Comienza representando: “Bueno Hiday es el recipiente1 y Dafne el recipiente 2 , Marisela el 3, total=200
Miguel:	Escribe los Datos Total = 200 Hiday 1 recipiente tiene 65 Dafne 2 recipientes tienen 32

	Marisela 3 recipientes no se saben y va a ser X 1 2 3 X+65 X+32 X Total=200
Carolina:	Pregunta a sus compañeros “vamos bien”
Marisela:	“Sigue analizando”
Carolina:	Enseguida se tiene la siguiente ecuación (X+65)+(X+32)+X=200 El primer paso que vamos a seguir es eliminar paréntesis X+65+X+32+X=200 Segundo, sacar el número de X 3X+65+32=200 Tercero hay que seguir despejando a la X”.
Eduardo:	Dijo: “queda así 3X=200+97”
Dafne:	“no estoy de acuerdo” y comenzó la discusión, porque no entendió porque estaba mal.
Hidey:	“si esta sumando porque pasa restando”, no entiendo se supone que pasa con el

	mismo signo”
Carolina:	“recuerda la ley de los signos +X+=+ +X-=- -X+=- -X-=+ Si esta sumando pasa restando. Si esta restando pasa sumando. Si esta dividiendo pasa multiplicando .Y si esta multiplicando pasa dividiendo” Pregunto queda claro.
Dafne:	“Si, es cierto Hiday.”
Carolina:	Entonces ” quedo así 3X=200-97” Posteriormente todos quedaron de acuerdo y dijeron:”el resultado dividirlo entre la cantidad de X para así obtener el Valor de la incógnita”.
Dafne y Carolina:	”Dijeron a sus compañeros ya se dieron cuenta, aquí se muestra que diferencia hay con el resultado, como podemos ver el procedimiento que utilizamos es el correcto, sin embargo el error de los

	signos, cambia totalmente." (X+65)+(X+32)+X=200 X+65+X+32+X=200 3X+65+32=200 3X=200+97 3X=297 X=297/3=99 X=99 (X+65)+(X+32)+X=200 X+65+X+32+X=200 3X+65+32=200 3X=200+97 3X=103 X=103/3=34.3 X=34.3

Interpretación:

Como podemos ver, los alumnos toman como referencia la actividad anterior ya que les gusto la manera de como se realizaba la misma, posteriormente plasmaron la ecuación según el enunciado, despejando a la incógnita, eliminando paréntesis pero la mayoría del equipo al realizar el siguiente procedimiento se equivocaron por el uso incorrecto de los signos, aunque había alumnos que si comprendieron que estaban mal, trataban de darles una explicación correcta, porque decían que un signo altera el procedimiento, así mismo dando una justificación correcta del porque, recordándoles a sus compañeros las leyes de los signos, para realizar bien la tarea.

TERCERA SITUACION

MANIPULACION DE OBJETOS

En esta situación se organizó al grupo de igual forma brindándoles el material (dulces) los alumnos tuvieron una actitud igual que las anteriores situaciones, se organizaron y se apoyaron unos a otros para que ejecutaran la tarea.

Carmen:	Lee el problema, “Hay 33 dulces en tres montones la primera tiene 5 menos que la tercera y la segunda tiene 15 mas que la tercera ¿Cuantos dulces hay en cada montón?”
Raúl y Paulina:	Comenzarón “anotando fácilmente y saltándose pasos pero finalmente obtuvieron la ecuación”. 33___________3 X-5X+15X. explican Raúl y Paulina el procedimiento que utilizaron, pero sin ir anotando.
Elizabeth:	Sin embargo. Va resolviendo la ecuación anotando lo que decían y les dice “si, si, salio el

	resultado" -5X+15+5=X X-5+X+15X=33 X-5+X+15+X=31 X-5+15X+X=33 3X+10=31 3X-5+15=33 X=7 3X+10=33 3X=33-10 3X=23 X=23/3 X=7.6
Paulina:	Menciono "que lo más importante era llegar a la solución no importando el procedimiento, que lo bien aprendido nunca se olvida"
Elizabeth:	"Claro que si importa el procedimiento, si no, no sabemos de donde sale o no, pregunta a sus compañeros"

Interpretación:

Se mostraron más seguros al realizar y al exponer el problema.

Creemos que ellos no tuvieron mayor problema, ya que en esta situación fueron muy concretos, en la resolución, por la experiencia anterior. También los motivo que al final les dijimos que se repartieran el material.

Lo que más se presentó en este equipo es que los alumnos no plasmaban ningún procedimiento solo manifiestan sus respuestas coincidió que la mayoría utilizaron procedimientos memorísticos, el material que se les proporciono lo utilizaban para realizar otros problemas. El uso de su material les causo un poco de gracia ya que con dulces nunca habían trabajado.

CUARTA SITUACIÓN

BUSQUEDA DE EDADES

En el desarrollo de está situación didáctica los alumnos se formaron en equipos y organizándose para realizar el procedimiento de dichas ecuaciones.

Problema:	La suma de las edades de 2 personas es de 42, si uno es 6 años menor que el triple del otro que edad tiene cada uno.
Julio, Pamela y Karina:	Decidieron trabajar individual, dentro del equipo en hojas blancas.
Patricia, Cristian y Ángel:	Acordaron que Julio lo escribiera en el pizarrón” tratando de compartir el

	procedimiento y llegar a la conclusión.
Julio:	"la suma de las edades es de 42 1 persona 3X -6+X
Pamela:	Decía en voz alta, 3X-6+X=42 4X-6=42 4X=42+6 porque esta restando pasa sumando 4X=48 X=48/4 X=12
Karina:	"Saben vamos ha hacer la comprobación para ver si esta bien" 1 persona 3X 2 Persona 3(12) -6+X 36 -6+12=6 "

Interpretación:

Por lo tanto a los demás integrantes se facilitó la resolución del problema, ya que van con menor grado de dificultad, creyéndose capaces de realizarlo individualmente, porque los problemas complejos los saco de dudas, pero más tarde entre ellos mismos hicieron comparación de sus resultados obtenidos haciendo uso de material didáctico; pudieron ejercitar habilidades de solución de problemas y un mayor razonamiento para acceder a nuevos conocimientos y procedimientos.

QUINTA SITUACIÓN

FIGURAS GEOMETRICAS

En está situación se conformaron equipos similares a las anteriores situaciones.

Posteriormente una de las instructoras repartió el material (La cual consistió en láminas donde estaban planteados los problemas y la representación de los mismos en rectángulos con datos)

Por otro lado los alumnos realizaron el ejercicio, primero plasmando la ecuación y poco a poco ejecutando la tarea.

Problema:	El perímetro de un rectángulo es de 90 mts. Si el largo es 3 mts mayor que la mitad del ancho cuales son sus dimensiones.
Alberto:	Decía “Mira Viri, tu vas a anotar y yo voy leyendo para sacar los datos si.”
Viridiana:	Anotaba, “le decía así, sabes, si vamos bien” 28 m es X 3+1/2X
Javier:	” Hay que sacar el perímetro y el área”. P=90m L=3m+1/2X AES
Alberto:	“Lo que queremos saber es el largo que es 3

	mts+1/2 de cada ancho (X) Entonces ponemos: 3=1/2-X 3=14X X=14+3 X=17 por lo tanto el largo es 17 y el ancho 28”
Viridiana:	“3=X-1/2=14 porque X=28 entre dos lados el resultado de esto es 14 que es la mitad del ancho, luego ponemos X=3+14=17 y este es el resultado de la mitad del Ancho más 3, por lo tanto, el largo es 17m y el ancho es 28 m. Además, podemos comprobarlo que el ancho son 2 y el largo son también 2”
Roman y Jair:	Después; anotaron esto. “3+28+28+17+17=90 por lo tanto P=90m, L=3m+1/2X=17, A=X=28” Y todos quedaron de acuerdo con el resultado.

Interpretación:

Por lo que se demuestra que no fue necesario sacar un procedimiento algebraico, se les facilito porque recordaron las fórmulas (áreas bxh, perímetro=L+L+L+L,volumen) y así iban sustituyendo los valores. Nos encontramos con un caso en especial que Iván y Martín eran pasivos al resolver los problemas y a lo largo de la aplicación se facilitó y ellos mismos comentaron que se sentían más seguros para dar respuesta. Por la experiencia de trabajo.

Los alumnos al trabajar con la propuesta de intervención pedagógica se pudo encontrar que el grupo experimental hizo un gran esfuerzo para encontrar los procedimientos, ya que los sujetos fueron aprendiendo la actividad por el buen manejo del material didáctico; además mediante la comprensión pudieron ejercitar habilidades de resolución, mediante situaciones cotidianas, a partir de los datos obtenidos analizamos que tipo de procedimientos utilizaron los alumnos al resolver las ecuaciones. Tomando como marco de referencia a Polya (1990)

- Se familiarizaron con el problema

  Los alumnos tratan de entender a fondo la situación

  Cada sujeto toma una posición de paz, y tranquilidad

  Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el aire del problema, piérdele el miedo

- Búsqueda de procedimientos

  Los alumnos comienzan por lo fácil

  Experimentan

  Hacen un esquema, una figura

  Escogen un lenguaje adecuado

  Buscan procedimientos para llegar a la solución

- Los alumnos llevan adelante un procedimiento

  Seleccionan y llevan adelante los mejores procedimientos que se les ocurrieron en la fase anterior

  Actuaron con flexibilidad es decir tuvieron paciencia para desarrollar el problema

- Revisaron el proceso y sacaron consecuencias del mismo procedimiento

Examinaron a fondo el camino que siguieron.

Trataron de entender como funcionaron los procedimientos.

Buscaron el mejor camino más adecuado

Reflexionaron sobre el propio procedimiento para dar una respuesta más eficaz con respecto a la problemática.

CONCLUSIONES

En la presente investigación se tomo como marco de referencia los procedimientos que utilizan los alumnos de tercer grado de nivel secundaria para la enseñanza de ecuaciones de primer grado con una incógnita a través de la aplicación y evaluación de situaciones didácticas para la enseñanza de procedimientos más eficaces.

Actualmente los contenidos sobre ecuaciones en educación secundaria tienen un papel en la secretaria de educación pública en México que determinan elevar la calidad del aprendizaje, fomentando la adquisición, el interés por los conocimientos y procedimientos a través de su significado y su funcionalidad que le den los alumnos. (SEP, 1993). Sin embargo, como afirma Bañuelos (1995), los procedimientos en la resolución de problemas ayudan a interpretar, a localizar el conocimiento y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones para llegar a la meta planeada.

En el estudio que se aplicó inicialmente a los alumnos (pretest) al resolver las ecuaciones de primer grado con una incógnita no tuvieron muchos obstáculos ya que las instructoras dieron los temas por ejemplo: Imagina que a la izquierda de donde estas sentado del lado de la pared existe una foto de una madre con sus hijos (Quintillizas), a la derecha otra foto del padre con dos de las (Quintillizas). La madre tiene 37 años y el padre 46 años .La suma de las edades de las personas de la izquierda , es igual a la suma de las edades de las personas de la derecha, ¿calcula la edad de cada quintilliza?. (Al alumno se le proporciona el material utilizado para resolver el problema)

$$5x + 37 = 2x + 46$$

$$5x + 37 + (-37) = 2x + 46 + (-37)$$

$$5x - 2x = 2x + 9 - 2x$$

$$3x = 9$$

$$x = 9/3$$

$x = 3$ Edad de las quintillizas.

Este ejercicio fue uno de los que se le aplico a los alumnos para que ellos se relacionarán con el tema les sirvió como una guía, en un principio se les dificulto comprender pero poco a poco se fue logrando una enseñanza matemática para resolver los problemas. Otra de las dificultades en el pretest fue cuando los alumnos tenían que resolver los problemas de ecuaciones esto fue por la falta de ausencia de decisión y de control en el proceso de resolución de los problemas, es decir la mayor parte de las veces el fracaso fue debido a que los alumnos que afrontaba el problema, no disponía de un plan de acción que consiste en realizar el procedimiento paso a paso, pero hay otras actitudes que imposibilitaron el trabajo en la toma de buenas decisiones esto se manifestó en el grupo de 3º D.

- Inflexibilidad: para considerar alternativas, esto se manifestó cuando una y otra vez fallaron los procedimientos empleados y no hubo más salida que cambiar para que salieran de ese bloqueó; es decir buscaron otras alternativas que les permitieron resolver los problemas.
- Rigidez en la ejecución de procedimientos más de una vez intentaron encajar un conocimiento conocido en una ecuación en la que no es aplicable. Pero los alumnos se sintieron obstinados, por no resolver el problema así que buscaron el procedimiento mas eficaz posible
- Incapacidad de anticipar las secuencias de una acción: Algunos alumnos se preguntaron en voz alta “cuando haya ejecutado lo que pienso, que consecuencias tendrá la resolución de dichos problemas”, es decir cual fue el efecto que se produjo en la ejecución de la tarea ya que para los alumnos fue tan absorbente que terminaron utilizando procedimientos bien establecidos para ejecutar las ecuaciones.

A partir de estos antecedentes se introdujo una propuesta de intervención pedagógica donde se pretendió qué los alumnos fueran manejando procedimientos más eficaces en la resolución de problemas por lo tanto se observo que los alumnos con la aplicación de las situaciones didácticas adquirieron un buen manejo en el desarrollo de conceptos y operaciones que se fueron dando a través de las explicaciones de las instructoras que sirvió como un repaso general a partir de esto pudieron ejercitar los alumnos procedimientos de resolución con un mayor reforzamiento para acceder a nuevas formas de trabajo en la resolución de ecuaciones y por medio del uso del material didáctico existió una seguridad de lo que estaban solucionando. Además se observo que en el momento que ejecutaban la tarea lo realizaban de forma participativa se involucraban en el problema y en ocasiones ellos mismos se ayudaron entre si.

De la misma manera en un estudio que realizo Lacasa (1994) menciona que los alumnos aprenden y se van integrando progresivamente con la ayuda de miembros más expertos de su propio grupo. En estas situaciones no siempre quienes enseñan se proponen el aprendizaje del que aprende como la meta de su actividad, pero le ofrecen continuamente una ayuda para sumergirse en situaciones nuevas y adquirir desde ellas nuevas destrezas y procedimientos que ellos mismos puedan aplicar en la resolución de problemas algebraicos.

Durante la aplicación de las situaciones didácticas (Capacidad de litros, búsqueda de edades, manipulación de objetos, etc), los alumnos que no participaban en la resolución de problemas se fueron integrando con sus demás compañeros a la actividad se debió a que no adquirieron el buen manejo de procedimientos algebraicos ya que en algunos problemas las respuestas correctas pudieron ser dadas por la experiencia del uso de la balanza qué para ellos fue más significativa, esto nos indica que los problemas con pesas mostró una fácil adaptación y comprensión por parte de los alumnos. Este resultado indica que los alumnos relacionaron los ejercicios como semejantes a su vida diaria.

Después de haber trabajado con las situaciones didácticas se aplicó a los 60 alumnos un (postest), dado como resultado que el grupo de comparación obtuvo (9.900) y el grupo experimental (15.333); es decir, que el experimental incremento su resultado por la aplicación de la propuesta de intervención pedagógica, ayudó al mejoramiento de procedimientos en la resolución de problemas algebraicos.

Finalmente es importante resaltar que existen otras alternativas para el uso de procedimientos en diferentes problemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Bañuelos, A. (1995), "Resolución de problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato". En*:* *Perfiles Educativos*. No. 67. pp. 43-76.

Bollás, P. (1996), "Procedimientos infantiles en la resolución de operaciones de adición y sustracción". En: Hernández, A. Et. Al. *Antología y programa del Consejo y Educación UPN.* México. pp. .94-98.

Brousseau, G. (1990), "Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques", Recherches. En*:* *Didactique des mathématiques* 2 Vol. 7, pp. .33-115.

Carraher, S. (1991), "¿Álgebra en el mercado?" En: *Educación matemática*, Montreal. pp. 133-149.

Casanova, W. (1989), "Una disciplina científica". En: *Educación matemática.* México. pp. 62-96

Castorina, F. (1986), "El rol constructivo de los errores en la adquisición de los conocimientos". En: *Psicología genética, aspectos metodológicos, implicaciones pedagógicas.* Ed. Mino y Dávila. pp. 42-61.

Cubero, R. (1994), "Concepciones, alternativas, preconceptos, errores conceptuales… ¿distinta terminología y un mismo significado?". En: *Investigación en la escuela. N.23 (el conocimiento escolar).* Ed. Díada. Sevilla. Pp.33-42

Gagné, E. (1985), "La psicología cognitiva del aprendizaje escolar". En: *España Visor,* pp. 463

Caldos, L. (1997), "Consultor matemático en álgebra". En*:* *Cultura.* España. pp. 503-520.

Gascón, P. (1985), "El aprendizaje de la resolución de problemas de planteo algebraico". En*: Enseñanza de las ciencias*. Grupo Aresta. Barcelona. pp. 18-27.

Hernández, H. (1989), "El perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática en la educación superior cubana". En: *Experiencia en el álgebra lineal. Es una opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas.* La Habana, pp. 36-344.

Kieran, C. Y Filloy, Yague, E. (1989), "El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica". En*: Enseñanza de las ciencias. Canadá*. Vol. 7, No. 3, pp. 229-240.

Kieran C. (1992), "El aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar". En: *Una empresa docente.* Canadá. pp. 220-260

Lacasa, P. (1994), "Aprender en la escuela, aprender en la calle ". En*: Calle visor*. Madrid. pp. 310-

Longford, P. (1993), "El desarrollo del pensamiento conceptual de la escuela secundaria ".En: *Ministerio de educación y ciencia*. Barcelona. pp. 50-169.

Mancera, E. (1997), "Las matemáticas en escuela secundaria". En: *Educación matemática.* México. Pp.13-23.

Marchesi, A. Y Carretero, M. (1985), "Desarrollo Cognitivo y social del niño". En*: Psicología Evolutiva.* ED. Alianza. pp. 253

.

Méndez, R. (1992),"La enseñanza de las matemáticas. ¿Un problema didáctico?" En*: Educación matemática.* Ed. Ibero América. México. Pp.5-18

Nisbet J. (1992), "Estrategias de aprendizaje". En*: perfiles educativos.* Ed. Santillana. México. pp. 66.

Ornrod, L. (1990), ”Principales Theories and Educational”. En: *Applieations,macmillan publishing company.,* E.U. pp. 46-50.

Polya, (1990), “La solución de problemas, la creatividad y la meta cognición. Antología básica, recursos didácticos y metodológicos”. En: *Enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.* Barcelona. Pp. 153-164

Puente, A. Y Poggiolil, L. (1989), “Adquisición y desarrollo de estrategias cognoscitivas en matemáticas”. En: *Psicología cognoscitiva del aprendizaje.* Antología. México. UNAM. pp. 95-120.

Robinson, F. (1985), “Textos, ejercicios y problemas de matemáticas”. En: *Nuevos textos elaborados según programas de la SEP.* Ed. Trillas. México. pp. 54-109.

Robledo, F. (1989). “Matemáticas, textos, ejercicios y problemas” En*: Educación matemática.* Ed. Trillas. México.89-120.

Robles, M. (1994), “El matemático de secundaria”. En: *Curso básico*. México. Ed. Fernández. pp. 5-98

Robles, M. (1997), “El matemático de secundaria”. En: *Curso básico.* Ed. Fernández. México. pp. 5.

Santos, T.M. (1996), “Análisis de algunos métodos que emplean algunos estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución”, En: *Educación matemática.* México. Gpo. Ed. Ibero América. Pp.57-69

Segura, D. (1994), “El pensamiento de los alumnos: testimonio de clase (elementos para una discusión)”. En: *Investigación en la escuela. No. 23 (el conocimiento escolar)*, Ed. Díada, Sevilla. pp. 43 – 52.

Sep. (1993), “Matemáticas III”. En: *Programas de la SEP*. Ed. Fernández. México. pp..87-113.

Tudge, J. Y Rogoff, B.(1995) ”Influencia entre iguales en el desarrollo cognitivo: perspectiva piagetana y vygotskiana”. En: *La interacción social en contextos educativos.* Ed. Siglo XXI. Madrid. pp.133

Valenzuela, R. (1992), “Resolución de problemas matemáticos. Un enfoque psicológico”. En: *Educación matemática.* México. Vol. 4. pp. 19-29.

Weinstein Y Mayer . (1985), “Medición y entrenamiento del aprendizaje en alumno”. En: *Psicología cognoscitiva del aprendizaje*. Antología. México. pp. 240.

Zuñiga, S. (1997), “Matemáticas III”. En: *Nuevos textos elaborado según programas de la SEP*. México. pp..45.

ANEXO 1

(CUESTIONARIO 1)

NOMBRE:____FECHA:_______

GRUPO:___________________

PUNTUACIÓN:_____________

INSTRUCCIONES: **I** Resolver las siguientes ecuaciones de primer grado aplicando las propiedades que consideres necesarias. Si deseas comprueba los resultados

1. $4a - 30 = - 50$

2. $1/2X-1/3X=2(X-22)$

3. $\frac{1}{2} X+5=14$

4. $30 (x + 2) = 12 (x + 8)$

5. $4 (y - 1) = 3 (y + 1)$

II. De los siguientes problemas de ecuaciones utiliza el método que creas conveniente.

6. Si el triple de la edad de David le aumentamos 15 años, tendría 90 años. ¿Qué edad tiene David?

7. Hallar un número cuyo quíntuplo, disminuido en los tres cuartos del número, es igual al triple de la suma de dicho numero mas 5.

8. Si el doble de un número es igual al número más 48. Hallar el número.

9. Pancho tiene el doble de dinero que Javier y Beto tiene el triple de la que tiene Pancho, si entre los tres tienen 36 000 pesos. ¿Qué cantidad tiene cada uno?

10. Luis tiene cierta cantidad de dinero en el banco. Si el lunes le retira a esa cantidad la mitad y el viernes le retira 5,000 pesos, y le quedan 10,000. ¿Qué cantidad tenia Luis al principio?

ANEXO 2

(CUESTIONARIO 2)

NOMBRE:____FECHA:_______

GRUPO:___________________

PUNTUACIÓN:_____________

INSTRUCCIONES: Lee detenidamente, resuelve la siguiente gama de ecuaciones y problemas aplicando las propiedades que consideres adecuadas, si requieres puedes utilizar hojas blancas.

- $8b+30 = 45$
- $1/3X+1/3=3(X-26)$
- $3(x-17)=8$
- $18/x=8/x+8$
- $4x+18/x=6/4$
- $7x+5=x-40$
- $22(x-6)=12(x+6)$

De los siguientes problemas de ecuaciones utiliza el método que consideres conveniente.

El cuadruplo de la edad de María más 20 años es la edad de Juan serian 100 años. ¿Qué edad tiene María?

Qué número cuyo triple sumado a 3/16 es igual al quintuplo del mismo menos 3/8.

El triple de M es igual a M menos 20 más 2/5 del número mismo.

ANEXO 3

(SITUACIONES DIDÁCTICAS)

SITUACIONES DIDACTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

ALGEBRA EN EL MERCADO

PROPOSITO: La presente situación esta destinada para que el alumno pueda hacer uso de la balanza mediante situaciones cotidianas al resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

MATERIAL: (balanza, pesas de 50, 100, 200, 500, 1000, 2000,5000 g.)

ACTIVIDAD: Para llevar a cabo la presente situación se conformaron cinco equipos de seis integrantes utilizando una balanza por equipo. El instructor dará una breve explicación de cómo se va a realizar la actividad, pasando a cada equipo, donde resolverán ecuaciones de primer grado con una incógnita estos problemas irán de mayor complejidad a menor.

La balanza de dos platillos es utilizada con mucha frecuencia en los mercados libres. Uno de los platillos de la balanza se colocan las pesas y en el otro la mercancía que se va a pesar. Cada balanza tiene un conjunto de pesas apropiadas para el tipo de mercancía vendida en mayores cantidades, como el fríjol, harina, la serie de pesas incluye un peso de (50, 100, 200, 500, etc) Así por ejemplo si un alumno desea comprar 350 gramos de harina, se colocan en un platillo las pesas de 50,100, y 200 gramos y se le va agregando la mercancía en el otro platillo hasta que la balanza queda equilibrada.

Existe también una solución sustractiva que podría ser utilizada en otros ejercicios. Otro procedimiento que podemos utilizar para solucionar este tipo de problemas seria colocando 500 gramos en un platillo y 150 gramos donde se coloca la mercancía[*]. La solución proporciona la práctica con operaciones numéricas que incluyen incógnitas y con una

---

[*] $500 = X+150$ $500-150 = 350$
$500-150 = X$

noción subyacente de equivalencia. En la solución aditiva en la que de un lado del platillo se colocan tres pesas una de 200, otra de 100 y otra de 50 gramos, el alumno solo necesita sumar 200 y 150 para saber cuál es el peso de la mercancía del otro lado. La ecuación correspondiente sería 200 + 100 + 50 = X, lo que no existe que el alumno opere sobre la incógnita. En la solución de resta, sin embargo, la ecuación correspondiente es 500 = X + 100 + 50, es decir, sumando X y 150 se obtiene 500, lo cual significa operar con una incógnita.

Una vez dada la explicación del uso de la balanza, se les proporcionará ejercicios similares al anterior para que los resuelvan, posteriormente se les asesorará de cómo va su avance y que procedimientos utilizan. Al finalizar cada equipo pasará a exponer su problema, de cómo llego a resolver la ecuación de primer grado con una incógnita. El instructor dará una solución general de las ecuaciones.

PROBLEMAS QUE PERMITEN RESOLVER ESTA SITUACION.

Repartir 560 gramos de fríjol entre dos personas, de modo que la parte de la primera persona sobre pase en 1/3 de la segunda.

1- persona X + 1/3 2- Persona X Total = 560

$(x + 1/3) + X = 560$

$X + 1/3 + X = 560$

$2X + 1/3 = 560$

$2X = 560 - 1/3$

$2X = (1680 - 1)/3$

$2X = 1679/3$

$X = 559.66/2$

$X = 279.83$ Gramos.

Hay un total de 40 piedras en 2 (pilas) o montones, el primer montón tiene 7 veces el número de piedras que hay en la segunda. ¿Cuántas piedras hay en cada montón?

1- Montón   2- Montón   Total = 40

$7X$ X

$7(5)=35$ 5

$$7X + X = 40$$
$$8X = 40$$
$$X = 40/8$$
$$X = 5 \text{ Piedras}$$

Se tienen 88 frijoles que se reparten entre dos personas, la segunda recibe 26 menos que la primera. ¿Cuánto recibe cada una?

1- Persona   2- Persona   Total = 88

X $X-26$

57 $57-26=31$

$$X + X - 26 = 88$$
$$2X = 88 + 26$$
$$2X = 114$$
$$X = 114/2$$
$$X = 57$$

Luis tiene X. Kilos de fríjol, Mariano le supera 7 veces más de lo que tiene Luis y además tiene 5 kilos en un costal. Y Juan tiene 4 veces más que Luis y en un tinaco tiene 20 kilos. Sin embargo lo que tiene Juan es la misma cantidad que la de Mariano. ¿Entonces cuanto tiene Luis?

$$7X + 5 = 4X + 20$$
$$7X - 4X = 20 - 5$$
$$3X = 15$$
$$X = 15/3$$
$$X = 5$$

+5   +20

5+5+5+ 5+5+

5+5+5+ 5+5+

5+5 20

40 40

Balanza

EVALUACION

Después de haber terminado de aplicar las situaciones didácticas se les proporcionará una hoja de ejercicios a los sujetos para evaluar, la capacidad que tuvieron para resolver las ecuaciones, así como los procedimientos que utilizaron.

CAPACIDAD DEL LITRO

PROPÓSITO. Se pretende que los alumnos a través del uso del litro, logren alcanzar a resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

MATERIAL

Recipientes de diferentes capacidades (1 litro, 2 litros, 3 litros, etc.), agua.

ACTIVIDADES

Se pretende conformar nuevos equipos de cinco integrantes cada uno.

Donde la tarea consistirá en que cada equipo tendrá que buscar cantidades en litros para resolver el problema. Haciendo uso del material proporcionado para dar solución a la ecuación de primer grado con una incógnita.

PROBLEMAS QUE PERMITEN RESOLVER ESTA SITUACION

Un comerciante tiene 2 vasos de a litro cada uno, si al primero le agrega el doble de agua que tiene el segundo y este tiene un litro de agua ¿Qué cantidad de agua fue la agregada?

1 vaso	2 vaso	Total = 1/3 Litro
2X	X	

$$2X + X = 1$$
$$3X = 1$$
$$X = 1/3$$

A las 7:00 a m lleno una cubeta con 5 litros y de las 7:00 a las 10:00 a m se evapora a razón de 3 litros por hora. Expresar cuantos litros tenia a las 8:00, 9:00 y a las 10:00 a.m.

La suma de 2 cubetas es de 106 litros y el mayor excede al menor en 8 litros. Hallar los litros en cada cubeta.

1 cubeta	2 cubetas	total = 106
X	X 8	
11.7	11.7 (8)	

$$X + X8 = 106$$
$$9X = 106$$
$$X = 106/9$$
$$X = 11.7$$

La suma de 3 recipientes es de 200 ml, el mayor excede al del medio en 32 ml y el menor en 65 ml. Hallar las cantidades.

1 recipiente	2 recipiente	3 recipiente	total =200
X + 65	X + 32	X	
34 + 65 = 99	34 + 32 = 66	34	

$$(X + 65) + (X + 32) + (X) = 200$$
$$X + X + X + 65 + 32 = 200$$
$$3X = 200 - 65 - 32$$
$$X = 103/3$$
$$X = 34.3$$

La suma de 3 pipetas es de 88 ml. La más grande tiene 20 ml más que la menor y la de en medio tiene 18 ml menos que la mayor. Hallar los litros respectivos de cada uno.

MANIPULACIÓN DE OBJETOS

PROPÓSITO. Se pretende que el alumno por medio de la manipulación de objetos adquiera un procedimiento para la solución de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

MATERIAL

Dulces y chocolates.

ACTIVIDAD

En la presente sesión se conformarán por equipos de seis integrantes, donde existirá un representante de cada equipo al que se le proporcionará el material (dulces). Posteriormente el instructor leerá en voz alta un problema donde ellos tendrán que trasladarlo en ecuación, utilizando los dulces como herramienta para la solución del problema, donde podrán proporcionar varias alternativas para la solución del problema y una vez terminado pasarán a exponer como llegaron a la solución. El instructor dará solución al problema para reforzar el aprendizaje.

PROBLEMAS QUE PERMITEN RESOLVER ESTA SITUACION

Repartir 568 dulces entre tres personas de modo que la primera persona reciba 36 dulces más que la segunda y la tercera reciban tanto como las otras dos personas juntas.

1- Persona	2- Persona	3- Persona	Total =568
36 + X	X	(36 + X) + X	
36+124 = 160	124	(36 + 124) + 124	
		160+124 = 284	

$$36 + X + X + (36 + X) + X = 568$$
$$36 + X + X + 36 + X + X = 568$$
$$72 + 4X = 568$$
$$4X = 568 - 72$$
$$4X = 496$$
$$X = 496/4$$
$$X = 124$$

Se reparten 76 dulces entre 3 grupos, el segundo recibe 3 veces el número de dulces que el primero y el tercero recibe 4 dulces menos que el primero.

¿ Cuántos dulces recibe cada grupo?

1- Grupo	2- Grupo	3- Grupo	Total =76
X	3(X)	X-4	
16	3(16) = 48	16 – 4 = 12	

$$X + 3X + (X - 4) = 76$$
$$X + 3X + X - 4 = 76$$
$$5X - 4 = 76$$
$$5X = 76 + 4$$
$$5X = 80$$
$$X = 80/5$$
$$X = 16$$

Hay 31 dulces en 3 montones. La primera tiene 5 menos que la tercera y la segunda tienen 15 más que la tercera. ¿Cuántos dulces hay en cada montón?

1- Montón	2- Montón	3- Montón	Total =31
X - 5	X + 15	X	
7 – 5 = 2	7 + 15 = 22	7	

$$(X - 5) + (X + 15) + X = 31$$
$$X - 5 + X + 15 + X = 31$$
$$3X + 10 = 31$$
$$3X = 31 - 10$$
$$3X = 21$$
$$X = 21/3$$
$$X = 7$$

Hay 310 dulces que se reparten entre Mariana, Yolanda y Juan. Si Mariana le toca el triple que lo de Juan y a Yolanda dos veces más que Mariana ¿Cuántos dulces se le compra a cada uno?

Mariana	Yolanda	Juan	Total = 310
3X	2(3X)	X	
3(31) = 93	2 (3(31)) = 186	31	

$$3X + 2(3X) + X = 310$$
$$3X + 6X + X = 310$$
$$10X = 310$$
$$X = 310/3$$
$$X = 31$$

Se reparten 133 chocolates entre dos grupos de alumnos. El segundo grupo recibe 19 chocolates más que el primero.

¿Cuántos chocolates reciben cada grupo?

1- Grupo	2- Grupo	Total =133
X	X + 19	
57 + 19 = 76		

$$X + X + 19 = 133$$
$$2X + 19 = 133$$
$$2X = 133 - 19$$
$$2X = 114$$
$$X = 114/2$$
$$X = 57$$

BÚSQUEDA DE EDADES

PROPÓSITO. La presente situación estará contemplada, en el manejo de edades para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

MATERIAL

Lámina, marcador.

ACTIVIDAD

Se sortearán los alumnos para conformar nuevos equipos donde un instructor proporcionará problemas de mayor a menor grado de complejidad que los anteriores, y ellos con el uso de las láminas darán solución al problema correspondiente.

PROBLEMAS QUE PERMITEN RESOLVER ESTA SITUACION

¿Cuál es el número que aumentado en 18 es igual a 85?

$$X + 18 = 85$$
$$X = 85 - 18$$
$$X = 67$$

La diferencia del quíntuplo de un número y el doble del mismo número es igual a 75. ¿Cuál es ese número?

$$5X - 2X = 75$$
$$3X = 75$$
$$X = 75/3$$
$$X = 25$$

La suma de las edades de dos personas es de 42 si uno es seis años menor que el triple del otro ¿Qué edad tiene cada uno?

$A = 3X - 6$

$3X – 6 + X = 42$

$4X = 42 + 6$

$4X = 48$

$X = 48/4$

$X = 12$

$A + B = 42$

$A = 3B - 6 = 3X - 6$

$3 (12) - 6$

$B = X + 12$ $\quad$ $36 - 6$

30

La suma de 3 números consecutivos es 96. ¿Cuáles son esos números?

1- Numero	2- Numero	3- Numero	Total =96
31	32	33	

$$X + X + 1 + X + 2 = 96$$
$$3 X + 3 = 96$$
$$3X = 96 – 3$$
$$X = 93/3$$
$$X = 31$$

¿Cuál es el número que aumentado en 12 unidades es igual 81?

$N = X$

$N = 69$

$X + 12 = 81$

$X = 81 - 12$

$X = 69$

FIGURAS GEOMETRICAS

PROPÓSITO. Se pretende que el alumno le dé la importancia al uso de las figuras geométricas para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

MATERIAL

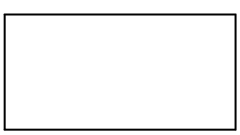
Figuras (rectángulos), hojas de papel Bond y marcador.

ACTIVIDAD

En esta sesión ya conformados los equipos se les proporcionará las figuras geométricas, como material de apoyo para facilitarles la resolución de la ecuación de primer grado con una incógnita, donde el instructor les proporcionará una lámina con el dibujo del rectángulo con los valores para encontrar la incógnita, donde cada equipo anotará los valores en las figuras geométricas y así poder resolver las ecuaciones, donde se les dará un tiempo de 40 minutos para dar solución al problema y posteriormente pasara todo el equipo a exponer, como llego al resultado.

PROBLEMAS QUE PERMITEN RESOLVER ESTA SITUACIÓN

El perímetro de un rectángulo es de 90 m. Si el largo es 3 m. Mayor que la mitad del ancho.¿ Cuáles son sus dimensiones?



$P = 90m$

$L = 3 + (1/2a) = 3 + \frac{1}{2} X$

$A = X$

$P = L + L + A + A = 2\,(L + A)$

$P = 2\,\{(3 + \frac{1}{2} X) + X\}$

$90 = 6 + 2/2X + 2X$

$90 = 6 + 3X$

$90 - 6 = 3X$

$84 = 3X$

$X = 84/3$

$X = 28$

Encontrar el valor de la X de la siguiente figura.

$A = b \times h$

$A = 48m$

$B = X + 12$

$H = 3m$

$48 = (X+12)(3)$

$48 = 3X + 36$

$48 - 36 = 3X$

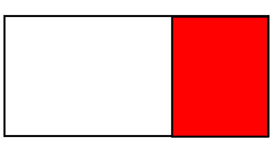
$12 = 3X$

$12/3 = X$

$X = 4$

Encontrar el valor del área sombreada, si su base es de 7m, si el área total es de 52 m y la base del rectángulo mayor es de 13.

13



7

Para encontrar la altura tenemos:

$A = b \times h$

$52 = 13X$ donde X = Altura

$X = 52/13$

$X = 4$

Para el área sombreada tenemos: $As = 52 - 7(4)$

$X = 52 - 28$

$X = 24m$

El perímetro de un rectángulo es de 106 m. Si el largo es 8 m. Mayor que el doble del ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones?

Ancho = X

Largo = 2X + 8

h Perímetro = 106

Fórmula P = 2(a + b)

b Figura 2a + 2b = 2X +2(2X + 8)

=2X + 4X + 16

2(X + 2X + 8) = 106 p = 106 m

2X + 4X + 16 = 106 A = 15 m

6X = 106 - 16 L = 38 m

X = 90/6

X = 15

Encontrar el valor de la X de la siguiente figura, si su perímetro es de 97 cm.

3 +X P = 97cm

P = L + L + L + L

97 = 10 + 3 + X + 10 + 3 + X

10m 10 m 97 = 26 + X

3 + X 97 – 26 = X

71 = X

ANEXO 4

(INSTRUMENTO)

INSTRUMENTO

Validado por los profesores, haciendo una selección adecuada de ejercicios para determinar el cuestionario.

1. $3y – 8 = 10$

2. $4a - 30 = -50$

3. $2(X + 4) = 30$

4. $4(y - 1) = 3(y + 1)$

5. $1/2x - 1/3x = 2(x - 22)$

6. $5x – 6 = x + 34$

7. $7(b - 8) = 35$

8. $30(x + 2) = 12(x + 8)$

9. $1/2x + 5 = 14$

10. $3x - 16/x = 5/3$

11. $2x = x + 48$

12. $x + x = x + 48$

13. $2x = 3y + 11$

14. $3y + 11/2 + y = 58$

15. $x + y = 58$

16. $3m/2 + 11/2 + m = 58$

17. $14/x = -4/x -6$

18. $2x – 26 = 88$

19. $8b + 30 = 45$

20. $1/3x + 1/3 = 3(x - 26)$

21. $3(x - 17) = 8$

22. $18/x = 8/x + 8$

23. $4x + 18/x = 6/4$

24. $7x + 5 = x - 40$

25. $22(x - 6) = 12(x + 6)$

26. $9a + 2 = 6 + 3$

27. $4m + 20 = 100$

28. $3m = m – 20 + 3/5$

29. $3n + 3/16 = 5n - 3/8$

30. $1/2a + 1/3a = 10$

31. $a – 3 = 1/2(a + 4)$

32. $\frac{3}{4}(y - 8) = 6$

33. $2/3(x + 6) = 10$

34. $x – 1 = 2/3x + 1/4x$

35. $5x = 2(x + 15)$

36. $5(a + a) = 105$

37. $4(x + 10) = 20x + 24$

38. $5(a + 5) = 3(a + 11)$

39. $30(m - 4) = 10(m + 2)$

40. $\frac{3}{4}(y - 8) = 6$

41. Si el triple de la edad de David le aumentamos 15 años, tendría 90 años. ¿Qué edad tiene David?

42. Hallar un número cuyo quíntuplo, disminuido en los tres cuartos del número, es igual al triple de la suma de dicho numero mas 5.

43. Si el doble de un número es igual al número más 48. Hallar el número.

44. Pancho tiene el doble de dinero que Javier y Beto tiene el triple de la que tiene Pancho,

si entre los tres tienen 36 000 pesos. ¿Qué cantidad tiene cada uno?

45. Luis tiene cierta cantidad de dinero en el banco. Si el lunes le retira a esa cantidad la mitad y el viernes le retira 5,000 pesos, y le quedan 10,000. ¿Qué cantidad tenia Luis al principio?

46. El cuádruplo de la edad de María más 20 años es la edad de Juan serian 100 años. ¿Qué edad tiene María?
Qué número cuyo triple sumado a 3/16 es igual al quíntuplo del mismo menos 3/8.

47. El triple de M es igual a M menos 20 más 2/5 del número mismo.

ANEXO 5

(PUNTAJES EN EL PRETEST)

PRETEST EXPERIMENTAL GRUPO 3° C

SUJETOS		PREGUNTAS										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**TOTAL**
1	Omar	3	2	3	2	2	0	0	0	0	0	**12**
2	Carolina	3	2	3	2	2	0	0	0	0	0	**12**
3	Carmen	2	0	0	0	0	1	0	1	0	1	**5**
4	Julio	2	0	0	0	0	1	0	2	0	1	**6**
5	Alberto	3	2	2	0	2	3	0	1	1	0	**14**
6	Mariana	2	2	2	2	2	1	2	0	0	0	**13**
7	Hiday	2	0	0	0	0	3	2	2	3	3	**15**
8	Raúl	3	2	3	2	2	1	0	1	2	0	**16**
9	Pamela	3	0	2	2	0	2	0	0	0	1	**10**
10	Javier	2	0	3	0	0	1	0	1	0	1	**8**
11	Blanca	1	0	3	0	0	3	0	1	0	1	**9**
12	Dafne	3	0	3	0	0	3	0	1	3	3	**16**
13	Karina	3	0	3	0	0	3	0	0	2	3	**14**
14	Paulina	3	0	3	0	0	3	0	1	3	1	**14**
15	Gabriela	3	2	2	0	2	0	0	1	1	2	**14**
16	Aleyda	3	0	0	0	2	3	2	0	2	1	**13**
17	Maricela	2	0	0	0	0	2	0	1	2	1	**8**
18	Elizabeth	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	**4**
19	Patricia	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	**5**
20	Viridiana	3	2	1	0	2	1	2	0	0	0	**11**
21	Jazmín	2	2	0	0	1	1	2	0	2	1	**11**
22	Miguel	3	0	2	2	2	3	0	3	2	0	**17**
23	Cristian	3	2	2	2	2	3	0	1	0	1	**16**
24	Román	3	0	2	2	1	2	0	0	0	0	**10**
25	Luis	1	0	1	0	0	0	0	1	0	2	**5**
26	Eduardo	2	2	0	0	1	1	2	0	2	1	**11**
27	Selene	3	2	1	2	2	0	0	0	0	0	**10**
28	Ana Belén	1	0	2	2	2	2	2	1	0	0	**12**
29	Ángel	3	0	1	0	0	1	0	1	0	1	**7**
30	Jair	3	0	1	0	0	3	0	3	2	1	**13**

PRETEST DE COMPARACIÓN GRUPO 3° D

SUJETOS		PREGUNTAS										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**TOTAL**
31	Fernando	3	0	0	1	2	3	1	1	0	0	**11**
32	Ivan	2	1	3	0	0	2	0	0	0	0	**8**
33	Marco	0	2	3	1	2	0	0	0	0	0	**8**
34	Tania	2	0	2	0	0	1	0	1	0	0	**6**
35	Susana	3	0	1	1	2	2	1	0	0	0	**10**
36	Karen	1	0	1	0	0	1	0	3	1	2	**9**
37	Adriana	2	0	3	0	1	2	0	2	1	2	**13**
38	Monserrat	3	0	2	2	1	3	1	0	0	3	**15**
39	Beatriz	2	1	0	0	0	2	0	2	0	1	**8**
40	Ricardo	3	0	1	0	0	1	0	0	0	1	**6**
41	Martín	2	1	1	0	0	2	0	0	0	2	**8**
42	Noé	3	1	3	1	1	2	0	3	1	2	**17**
43	Sandra	3	0	0	0	1	1	0	1	0	0	**6**
44	Verónica	3	1	0	1	0	2	0	0	1	1	**9**
45	Roberto	1	2	1	2	1	2	0	0	2	0	**11**
46	Paola	2	2	1	0	1	1	1	1	1	2	**12**
47	Ismael	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	**5**
48	Rodrigo	2	1	0	0	0	2	0	0	0	1	**6**
49	Gicela	3	1	3	1	1	2	0	0	0	2	**13**
50	Samuel	2	0	0	0	0	2	1	0	1	1	**7**
51	Manuel	1	1	1	1	1	1	0	2	1	2	**11**
52	Jose	3	1	1	1	1	2	1	2	1	2	**15**
53	Sigifredo	3	1	3	1	3	3	1	0	0	3	**18**
54	Alejandro	1	1	2	1	0	2	1	1	1	1	**11**
55	Abraham	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	**6**
56	Arturo	3	1	1	1	1	2	0	0	0	2	**11**
57	Jesús	2	1	3	1	1	0	0	2	0	0	**10**
58	Erick	3	1	3	1	1	2	0	0	0	2	**13**
59	Mirna	2	0	2	1	1	2	0	0	0	2	**10**
60	Rosa	3	1	0	1	1	2	0	2	0	0	**10**

ANEXO 6

(PUNTAJES EN EL POSTEST)

POSTEST EXPERIMENTAL GRUPO 3° C

SUJETOS		PREGUNTAS										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**TOTAL**
1	Omar	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	**16**
2	Carolina	2	2	2	2	2	2	1	1	2	0	**16**
3	Carmen	3	2	2	2	2	0	0	1	0	2	**14**
4	Julio	2	2	2	2	2	2	1	1	0	2	**16**
5	Alberto	2	2	2	2	2	2	1	1	0	0	**14**
6	Mariana	2	2	3	2	2	2	1	1	1	2	**17**
7	Hiday	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	**15**
8	Raúl	2	2	2	2	1	2	1	1	2	2	**17**
9	Pamela	3	2	2	1	2	2	2	1	1	2	**18**
10	Javier	3	2	0	1	2	2	0	2	2	1	**15**
11	Blanca	3	0	3	0	0	3	0	0	1	1	**11**
12	Dafne	3	2	2	0	2	2	2	1	0	2	**16**
13	Karina	3	0	2	0	2	2	2	1	1	2	**15**
14	Paulina	3	0	2	2	0	2	2	1	2	2	**16**
15	Gabriela	3	2	2	2	2	3	0	3	2	2	**21**
16	Aleyda	1	0	3	2	2	2	2	1	0	2	**15**
17	Maricela	0	2	3	2	2	2	2	1	2	2	**18**
18	Elizabeth	2	2	2	2	2	2	2	1	0	0	**15**
19	Patricia	3	3	0	0	0	0	0	1	0	2	**9**
20	Viridiana	3	2	1	0	1	1	1	1	2	1	**13**
21	Jazmín	3	3	3	2	2	2	2	1	0	0	**18**
22	Miguel	3	2	3	2	2	2	2	1	0	1	**18**
23	Cristian	2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	**18**
24	Román	3	0	2	2	2	1	0	2	0	0	**12**
25	Luis	3	0	2	2	2	1	0	1	0	1	**12**
26	Eduardo	2	3	2	2	2	0	2	1	1	1	**16**
27	Zelene	3	0	3	3	0	1	0	3	0	1	**14**
28	Ana Belén	3	2	2	0	2	3	0	3	2	1	**18**
29	Ángel	3	2	2	2	2	1	1	0	0	0	**13**
30	Jair	3	2	2	2	2	2	0	0	0	0	**13**

POSTEST DE COMPARACIÓN GRUPO 3° D

SUJETOS		PREGUNTAS										
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**TOTAL**
31	Fernando	2	2	2	0	0	2	0	1	1	0	**10**
32	Ivan	2	0	2	0	0	0	0	1	1	0	**6**
33	Marco	2	0	0	1	2	2	2	0	0	0	**9**
34	Tania	1	0	1	1	1	2	2	0	0	0	**10**
35	Susana	2	0	0	2	2	2	2	1	0	2	**13**
36	Karen	2	2	1	2	1	2	0	1	0	0	**11**
37	Adriana	3	2	1	0	1	2	0	0	2	0	**11**
38	Monserrat	3	2	2	0	0	2	0	1	0	0	**10**
39	Beatriz	2	0	2	0	0	2	0	2	0	0	**8**
40	Ricardo	3	1	0	1	2	2	0	1	0	0	**10**
41	Martín	1	0	2	0	1	2	1	1	0	2	**10**
42	Noé	1	0	3	0	2	0	0	1	0	2	**9**
43	Sandra	0	0	0	0	0	1	1	1	0	2	**5**
44	Verónica	1	2	0	2	1	0	1	1	0	0	**8**
45	Roberto	0	1	2	1	2	2	1	1	2	1	**13**
46	Paola	1	0	2	1	1	2	0	2	0	0	**9**
47	Ismael	1	2	1	0	1	0	1	1	0	0	**7**
48	Rodrigo	0	1	1	0	2	1	0	1	0	2	**8**
49	Gicela	2	2	3	1	1	1	0	1	1	0	**12**
50	Samuel	0	1	2	1	1	0	1	0	0	0	**6**
51	Manuel	1	2	1	0	2	0	1	1	1	2	**11**
52	Jose	3	2	2	2	0	2	0	1	0	1	**13**
53	Sigifredo	1	2	1	1	1	1	0	2	2	2	**13**
54	Alejandro	0	1	1	2	2	2	0	1	0	0	**9**
55	Abraham	2	1	2	1	1	1	1	1	0	0	**10**
56	Arturo	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	**11**
57	Jesús	1	1	0	1	1	0	2	1	1	1	**9**
58	Erick	2	1	2	2	0	2	1	1	0	0	**11**
59	Myrna	1	0	2	2	1	2	1	1	0	2	**12**
60	Rosa	1	1	1	2	2	1	2	1	2	0	**13**