

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

**UNIDAD 071**

**“LAS ESTRATEGIAS QUE EMPLEAN LOS MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE  
LA DIVISIÓN EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA”**

**MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO**

**(VÍA MEDIOS)**

**LÍNEA; ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**DIRECTOR DE TESIS: MTRO. OREL SALINAS ROBLES.**

**ALUMNA: EVA YIÓN GARCÍA**

**TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS.**

**FEBRERO 2003.**

# I N D I C E

**Págs.**

## **INTRODUCCIÓN**

### **CAPITULO 1**

#### **LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.**

1.1 Dificultades en la Enseñanza de la división	3
1.2 Modificaciones en los contenidos de la división en los programas escolares	15
1.3 La División en el actual Plan y Programas de Estudio	19
1.4 Conceptualización de Estrategia	22
1.5 El Concepto de división	23
1.6 Propósitos de la indagación	28
1.7 Escenario de la indagación	29

### **CAPITULO 2**

#### **REFERENTES TEÓRICOS.**

2.1 Las Estrategias en la Enseñanza de la división	30
2.1.1 Los Repartos como Estrategia	31
2.1.2 El Cálculo mental y la Estimación en la división	32
2.2 Cuatro Tendencias Didácticas de la Enseñanza de la División	35
2.2.1 Tradicional	37
2.2.2 Tecnológica	41

2.2.3 Espontaneísta	42
2.2.4 Investigativa	43
2.3 Concepciones de los Maestros en la Enseñanza de la División	54
2.3.1 Instrumentalista	59
2.3.2 Platonista	60
2.3.3 Como Resolución de Problemas	61

### **CAPITULO 3**

#### **CONSTRUCCIÓN METODOLOGÍCA**

3.1 Descripción de los Instrumentos utilizados	63
3.2 Características de los sujetos observados	67
3.3 Descripción de los Ejes de análisis y las Categorías	69
3.3.1 Las Estrategias de la Enseñanza de la división	70
3.3.2 Tendencias didácticas de los Maestros en la Enseñanza de la división	71
3.3.3 Concepciones de los Maestros en la Enseñanza de la división	72

### **CAPITULO 4**

#### **ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.**

4.1 Las Estrategias de los Maestros en la Enseñanza de la división.	75
4.1.1 Estrategias por medio de repartos	76
4.1.1.1 A través del Material Concreto	78
4.1.1.2 Con las Corcholatas	79
4.1.1.3 Con Repartos de dinero	82
4.1.1.4 Por medio de Dibujos	85

4.1.2.	Problemas de Reparto y de agrupamiento	89
4.1.3	Aproximaciones al resultado de la división	103
4.1.4	Apoyos Didácticos	112
4.1.4.1	El cuadro de multiplicaciones.	112
4.1.4.2	El libro de texto y fotocopias de libros comerciales	116
4.1.4.3	El fichero de Matemáticas de cuarto grado	120
4.2	Tendencias Didácticas de los Maestros	123
4.2.1	Tradicionalista.	123
4.2.2	Espontaneísta	135
4.3	Las Concepciones de los Maestros acerca de la enseñanza de la división	138
4.3.1	Las Concepciones Instrumentalistas en la enseñanza de la división.	140
4.3.1.1	Estática	142
4.3.1.2	Transitiva	145
4.3.1.3	Avanzada	148

## **CONSIDERACIONES FINALES.**

## **BIBLIOGRAFÍA.**

## **ANEXO.**

## INTRODUCCIÓN

En el campo de la enseñanza de las Matemáticas existen diversas dificultades, las cuales provocan la búsqueda de las causas de esas problemáticas. Las operaciones básicas ocupan un aspecto muy importante para investigar, ya que éstas se han dado por medio de la enseñanza de los algoritmos como técnicas operatorias para resolver los problemas matemáticos, lo cual conduce a un aprendizaje mecanizado por parte de los alumnos.

La presente indagación es resultado del proceso de estudios de la maestría en Desarrollo Educativo en la línea de la Enseñanza de las Matemáticas, lo que me ha permitido conocer algunas situaciones de la práctica docente que efectuamos los maestros, como punto de referencia para indagar y conocer lo que sucede en la enseñanza de la división.

En el primer capítulo llamado “La Enseñanza de la división en el 2º. Ciclo de educación primaria” se desarrolla la problemática de esta indagación, así también algunos cambios en los contenidos de división en el Plan y Programas de estudio, la conceptualización del término de estrategias como punto central, así como los propósitos que orientaron este trabajo y el contexto donde se desarrolló dicha indagación.

En el capítulo dos se señalan los referentes teóricos que sirvieron de apoyo al trabajo efectuado, algunas investigaciones realizadas de la enseñanza de la división, así como estudios referentes al cálculo mental y la estimación, también menciono las diferentes tendencias didácticas, así como las concepciones de los maestros acerca de la enseñanza de la división.

El tercer capítulo llamado “ Construcción Metodológica” trata de cómo se efectuó el proceso de indagación, los instrumentos que utilicé, los cuales fueron primordiales para llegar a conocer las estrategias, tendencias y concepciones de los maestros al enseñar la división, así

como las características de los maestros observados, después hago la descripción de los ejes de análisis, los cuales me sirvieron para llevar a cabo el análisis de los datos empíricos.

El capítulo cuatro “Análisis e interpretación de los resultados” se presentan tres ejes de análisis; Las estrategias que realizan los maestros para enseñar la división, las tendencias didácticas y las concepciones de dichos maestros, con las respectivas categorías, de acuerdo a las características presentadas tanto en las entrevistas como en las observaciones, así como el análisis de los datos obtenidos y los resultados de la indagación.

Para finalizar presento las consideraciones finales, obtenidas a través de la indagación, así como la bibliografía y el anexo en donde se encuentra una concentración de las respuestas de las entrevistas y un cuadro acerca de las características de las tendencias de enseñanza.

El producto de esta indagación es un esfuerzo realizado con la intención de saber qué sucede en las aulas de clases en la enseñanza de la división, de manera específica, en el papel que juega el maestro en este proceso. Razón por la cual centro la atención en las estrategias que el profesor emplea cuando enseña. Trabajo que resultó muy significativo ya que me permitió visualizar algunos aspectos de la práctica de los docentes que difícilmente recuperamos con tan sólo preguntar sobre lo que acontece en el salón de clases, sino que, fue necesario implementar observaciones áulicas, las cuales se realizaron mediante filmaciones, con la intención de recuperar con más detalles las acciones efectuadas por los maestros.

El inmiscuirme en este mundo tan apasionante de la investigación, me ha servido de manera particular para reconocer que aún nos falta un largo camino por recorrer para lograr una enseñanza que cumpla con las exigencias y necesidades que la sociedad demanda.

## **CAPITULO 1**

### **LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.**

#### **1.1 DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.**

La Enseñanza de la división que se observa en la Escuela Primaria ha tenido repercusiones desfavorables en el aprendizaje de los alumnos, debido a que ésta se desarrolla sin tomar en cuenta los problemas reales y cotidianos que se manifiestan en el contexto en que se desenvuelven los estudiantes. Es decir que, la enseñanza de la división que se efectúa en la escuela, no toma en cuenta problemas concretos, sino que los profesores inventan los problemas, los cuales no tienen ninguna relación con la realidad. Además que la mayoría de los profesores, con el afán de que los alumnos <<aprendan>> a dividir se concretan a transmitir la enseñanza del algoritmo de la división, y pensar que al <<aprehender>> los alumnos el algoritmo, con ello podrán resolver todo tipo de problema que involucre la división, pero que equivocados hemos estado los maestros que enseñamos de esta forma, ya que los alumnos difícilmente aprenden a resolver problemas que involucren en su resolución la división. Solamente mecanizan el algoritmo y cuando lo van a utilizar para resolver algún problema se confunden y no saben como hacerlo.

El docente al enseñar la división lo realiza sin un significado o sin un contexto determinado, enseña la operación de la división de manera directa, lo cual conlleva a un aprendizaje descontextualizado y difícil de aplicar en los problemas cotidianos. Maza Gómez (1991;104) hace una diferenciación entre dos enfoques para la enseñanza de las operaciones fundamentales, como es el caso de la división; el procedimental y el conceptual, el primero

que se refiere a los procedimientos o pasos para efectuar la operación, en cambio el enfoque conceptual trata de las relaciones entre los números como es juntar, quitar, y repartir.

Sin embargo, el maestro le ha dado mayor énfasis al enfoque procedimental y al enseñar la división ha reducido el aspecto conceptual.

Los profesores hemos hecho difícil la enseñanza de la división, pues queremos que los alumnos aprendan el algoritmo de una manera directa, sin tomar en cuenta los conocimientos previos de los niños, no permitimos que los alumnos usen sus propias estrategias para que comprendan el uso de la operación de dividir, sino que «transmitimos» directamente los conceptos o reglas para que el alumno memorice la técnica para dividir, pero cuando el alumno pone estos conocimientos a la práctica se encuentra con que la situación es variable, lo cual lo conduce al fracaso, ya que no puede contextualizar la operación.

La Enseñanza de las matemáticas ha tenido repercusiones desfavorables en cuanto lo esperado por el sistema educativo, los resultados que se han obtenido son mínimos en cuanto al aprovechamiento. Los rendimientos en los aprendizajes de los alumnos son bajos en esta asignatura, incluso se ha provocado un rechazo de los estudiantes en este campo, lo que conduce a que los profesores no sean bien vistos en relación a la enseñanza que realizan. El problema posiblemente está en las concepciones que tienen los docentes, concepciones que están de acuerdo a su formación profesional acerca de lo que es enseñar matemáticas, con cierta inclinación a enseñar por medio de los algoritmos.

Tradicionalmente los maestros al enseñar la división, transmiten una simple repetición de conocimientos de manera mecánica ó memorística. Con la aplicación de pasos o reglas que los alumnos tienen que aprender, sin conocer el porqué o cómo se realiza la operación. Esto arroja un aprendizaje memorístico y sin significado. Los profesores únicamente le dan importancia a

la enseñanza del algoritmo y no a que los alumnos adquirieran habilidades para resolver problemas donde se necesita emplear la división, como una herramienta que permita resolver el problema. El desconocimiento de cómo realiza realmente la enseñanza de la división el maestro de la escuela primaria, me posibilita buscar información que me permita conocer cómo enseña el profesor, motivo por el cual llevo a cabo esta indagación.

Además que se reconoce que, una de las operaciones más complejas en cuanto a su enseñanza es la división. Porque al plantear a los estudiantes un problema que implique su uso, al tratar de resolverla, los alumnos no saben como hacerlo. Sabemos que para resolverlo puede ser importante aplicar las propiedades del sistema decimal de numeración y algunas operaciones fundamentales. Por ejemplo la adición, la sustracción, multiplicación y la búsqueda por estimaciones de las cifras del cociente. Estos elementos que intervienen en la resolución de una división se sugieren en el fascículo 3; Problemas y operaciones de multiplicación y división (SEP, 1990: 39). Otro motivo, acerca del porqué considero que la resolución de la división es difícil, es porque he observado que los alumnos llegan al tercer ciclo de educación primaria, sin tener los conocimientos necesarios en lo que respecta a esta operación, esto se constata en el momento en que se les plantea a los alumnos problemas que se tienen que resolver con división y ahí se observa que los alumnos no saben que hacer. Esto trae como consecuencia que, al tratar de resolver otros contenidos en donde se requiera el uso de la división no lo pueda realizar, tales como: las fracciones, proporciones, porcentajes, y números decimales

Al revisar la bibliografía existente que trata sobre la división, podemos ver en el estudio “Los niños construyen estrategias para dividir” realizado por Alicia Ávila (1993) que se analizan las formas en que los niños de tercer grado, resuelven los problemas de división, aún sin

conocer el algoritmo. Alicia Ávila les denomina “Estrategias” descriptivas, constructivas y de cociente hipotético:

Las Estrategias Descriptivas son cuando los niños se enfrentan a resolver problemas de división, sin saber utilizar el algoritmo de la división, recurren a realizar dibujos en los cuales hacen reparticiones de objetos por medio de rayitas o bolitas, también iteran cantidades por medio de cálculos escritos. Por ejemplo: para saber cuantas veces cabe 40 en el 520, suma varias veces el 40 hasta llegar al número 520. La dificultad en este tipo de estrategias es que al manejar números grandes, el procedimiento resulta cansado y se tiende a equivocarse.

En cuanto a las Estrategias constructivas tenemos que, los niños ya no hacen dibujos ni sumas iteradas sino realizan duplicaciones sucesivas (6,12,24,48,96, por citar algo) acercándose a una forma peculiar de multiplicar. Ejemplo: En el problema Si tengo 252 dulces y voy a guardarlas en bolsas de 24 dulces ¿Cuántas bolsas necesito? El niño hace esto:  $24+24 = 48$  (2 bolsas) entonces  $48+48=96$  son 4 bolsas, si sumo  $96+96= 192$  son 8 bolsas y si sumo  $192+192= 284$  se pasa, por lo tanto  $192 + 24 = 216 + 24= 240$  que serían  $8+2$  bolsas = 10 bolsas y sobran 12 dulces. Este acercamiento a la multiplicación indica un progreso importante para aproximarse a la construcción de la operación de dividir.

La estrategia Prueba del cociente hipotético, se ha llamado así porque el niño se basa en plantear una hipótesis y comprobarlo por medio del cociente, para llegar al resultado el alumno necesita utilizar la estimación para saber por donde estará el resultado posible. Ejemplo: ¿Para saber cuantas pelotas de 15 pesos puedo comprar con 500 pesos?

$$15 \times 20 = 300 \quad 15 \times 25 = 375 \quad 15 \times 30 = 450$$

$$15 \times 32 = 480 \quad 15 \times 33 = 495.$$

Ávila reconoce de esta manera que los niños pueden llegar a construir sus propios procedimientos acerca de la división, siempre y cuando los maestros les permitan utilizar las estrategias que deseen y no inculcarles desde un principio el algoritmo de la división, que sean los niños quienes descubran que el empleo del algoritmo de la división, puede facilitarles la resolución de manera económica y rápida.

Indagar acerca de lo que hace el maestro al enseñar la división, nos permitirá identificar las estrategias de enseñanza que utilizan al enseñar a dividir, así como reconocer las dificultades a los que se enfrenta el docente al tratar de que los alumnos adquieran conocimientos acerca de la división. Podríamos suponer que, el problema del porqué los alumnos no aprenden, podría estar en la Enseñanza, quizás porque el docente al tratar de enseñar el algoritmo de la división, únicamente transmite la técnica para dividir sin un contexto. Esto lo realiza en muchas ocasiones de manera prescriptiva. Al darle a los alumnos los pasos a seguir sin que éstos entiendan porque se realizan de esa forma. Lo que ocasiona que los estudiantes solamente memoricen las reglas que tienen que aprender para entender el algoritmo de la división.

Los alumnos no comprenden el porqué se resta o se toman dos cifras del dividendo, por tal motivo cuando el niño va a utilizar esta operación para resolver algún problema matemático se encuentra con algunas dificultades como: no saber que operación usar al resolver los problemas, si el resultado es el cociente o el residuo, no interpretar los datos, tiene errores entre la lectura y la escritura de la división, creen que así como se dice se escribe; (es la única operación que se escribe al revés) no saben cual es el divisor o el dividendo. Por ejemplo: en la división 23 entre 13, ellos escriben  $23 \overline{) 13}$  también se les olvida que llevan ó se olvidan de bajar el número que corresponde, otro problema se presenta cuando el niño hace la resta por separado y al colocar el resto, lo pone en diferente posición.

Los maestros realizan la enseñanza bajo diferentes perspectivas, en los que respecta a la Enseñanza de la división con números naturales, primero piden a los alumnos que memoricen las tablas de multiplicar y después les enseñan los pasos para dividir, para que finalmente lo apliquen a resolver problemas, sin dar oportunidad al niño de crear sus propias estrategias de solución.

Al hablar de sus propias estrategias de solución quiero referirme a que los alumnos desarrollan la capacidad de crear procedimientos para resolver cualquier tipo de problemas matemáticos, con sus propias habilidades. Es decir, que no utilicen el dichoso “modelo” que consiste en resolver problemas de la manera en que el maestro lo enseñó, sino que sean creativos de tal forma que utilicen otros procedimientos. Así podrán reflexionar y dar un significado a la división, considero que es esto precisamente lo que el maestro debe de inculcar en los alumnos y que tiene que ver de manera específica en la estrategia que utilice en su enseñanza.

En los libros de texto de 3º y 4º grados de educación primaria, se presentan actividades en donde se induce a los alumnos a que realicen diferentes procedimientos para resolver problemas de división, que se respete las formas en que el alumno resuelve dichos problemas. Por ejemplo en el Bloque 3, Lección 17: ¿Cuánto tendrá cada quien? del libro de 3er, grado se presenta lo siguiente:

3 Meche, Mónica y otras cuatro compañeras van a jugar con las cartas numéricas, Meche tiene que repartir 48.

Comprueba si tu respuesta es correcta. Utiliza el espacio de abajo para repartir las 48 cartas entre las 6 niñas.

8	I I I I I I I I	$6 \times 8 = 48$			
8	I I I I I I I I				
+ 8	I I I I I I I I			6	8
8	I I I I I I I I				48
8	I I I I I I I I				0
8	I I I I I I I I				

De esta forma podemos notar que a partir de situaciones de reparto, se introduce el concepto de división en los niños, se parte de repartir 48 cartas entre 6 niñas, dándole la libertad a los niños de realizarlo de la manera que gusten, ya sea por medio de dibujos, reparto biunívoco, sumas iteradas o multiplicación, se realiza un proceso que inicia a partir de situaciones de reparto, hasta encaminarlos poco a poco a la estrategia más económica del algoritmo, el cual se presenta hasta el bloque 5 en la Lección 3; “Repartos”.

Pero a veces, enseñamos directamente la división, sin permitirle a los alumnos que reflexionen de que manera pueden hacer el reparto, con ello quita la oportunidad de que los niños sean creativos y desarrollen otros procedimientos para dividir.

Las investigaciones respecto a las operaciones básicas, (llamadas así, porque son las cuatro operaciones importantes para resolver cualquier problema matemático) siempre han ocupado un lugar muy interesante en la didáctica. Estas cuatro operaciones fundamentales son; la suma, la resta, el producto o multiplicación y la división, según Castro Martínez (1989: 125) Las

operaciones son expresiones simbólicas del mundo real. Establecen una red de conexiones entre los diferentes números, aunque para este autor las operaciones fundamentales son; La adición y la multiplicación, pues a partir de estas se dan peculiaridades derivadas de las operaciones inversas, que son la sustracción y la división, sin embargo los diferentes tipos de problemas de división no conllevan a una multiplicación desde el punto de vista conceptual, pues en la operación de dividir se implícitan dos aspectos; agrupar y repartir. Para el alumno es difícil asociar la multiplicación como una operación invertida de la división, pues en su lógica infantil, dividir es sinónimo de repartir.

En la obra titulada "Matemáticas Básicas: Dificultades de aprendizaje y Recuperación" se presentan algunos datos estadísticos sobre la incidencia de las dificultades, relacionada con las operaciones básicas. Por ejemplo el estudio realizado En Argentina en 1976, realizado por A. Brito, datos que se reportan en Fernández (1999) sobre una muestra de 392 alumnos de 9 años de edad que cursaban 4º. de educación básica, se pone de manifiesto los errores en el aprendizaje de la división comparado con las multiplicación: Los resultados fueron los siguientes:

*Multiplicaciones:	Porcentaje de errores
Memorización de las tablas.....	29%
No maneja el cálculo abreviado con potencias de 10.....	21%
*Divisiones:	
Falta de dominio de la división.....	33%

De acuerdo a los datos anteriores, el porcentaje de los resultados de esta investigación, presentada por Fernández Baroja (1999:42) arrojan un mayor porcentaje en la falta de dominio de la división. Esto nos hace pensar que efectivamente la división es una operación

difícil de realizar. Con relación a las dificultades del aprendizaje, la autora Fernández Baroja considera dos causas: las internas y las externas. Las internas se refieren a las características psicológicas como alteraciones en el desarrollo intelectual, lenguaje y psicomotricidad y en las causas externas encontramos las condiciones que rodean al niño como los problemas socioambientales, absentismo escolar y una enseñanza inadecuada. Respecto a la enseñanza inadecuada se contemplan tres aspectos que pueden ocasionarlo: los contenidos, la metodología y el profesor. Resaltan de estas tres la metodología verbalista y poco activa, donde el maestro únicamente le transmite al alumno los contenidos escolares, esto da como resultado una enseñanza mecánica y poco funcional.

Es interesante el planteamiento que hace Fernández acerca de que la metodología verbalista, toma a ésta como una de las causas que hace deficiente la enseñanza de la división. Considera que el alumno se concreta a aprender la operación de la división, sin reconocer los aspectos significativos de la división. Por lo que en realidad la enseñanza de la división no ha tenido los resultados que se esperan en la escuela primaria, incluso alumnos normalistas que son futuros maestros tienen problemas en la división, como se nos indica en la investigación realizada por; Martín A. Simón (1993) “Prospective Elementary Teachers Knowledge of división” publicado por *Journal Research in Mathematics Education*, en donde se les presentan problemas de división a los maestros. En los resultados se demuestra que los maestros investigados tienen un conocimiento conceptual débil en varios aspectos como; la base conceptual de los algoritmos, la relación entre repartos y agrupamientos, a los cuales en inglés le llaman; partitivos (partición) y quotitivos (cocientes) respectivamente, en la división simbólica y los problemas del mundo real, así como la identificación de las unidades en los cálculos de la división, lo

cual lleva a pensar a los investigadores a un mayor énfasis en la preparación matemática de los maestros elementales.

Conocer los resultados de estas investigaciones nos permite entender, donde posiblemente se encuentre el problema, porque si los maestros no dominan el conocimiento conceptual de la división, habrá deficiencias en la enseñanza de esta operación, como dice Goñi (2000) Necesitamos profesores que sepan más Matemáticas y debemos de dejar de confiar en los cursos de didáctica como una varita mágica que todo lo transforma.

El mayor porcentaje de errores se refleja en el dominio de la división, con esto se puede decir que existen dificultades en la Enseñanza de la división, una de las situaciones que se presenta es cuando el alumno aprende de manera mecánica, por medio de ciertas reglas que no comprende, así tenemos que aprende el algoritmo pero al aplicarlo a los problemas ya no sabe de que operación se trata y realiza una operación sin un sentido o significado. Como en el siguiente problema:

Un señor tiene 400 pesos y lo va a repartir entre 16 personas ¿cuánto le tocará a cada persona?

El niño hace la siguiente operación.....

$$\begin{array}{r} 400 \\ -16 \\ \hline \end{array}$$

Sin embargo al escribirle una división como la siguiente: la resolvería sin problemas, bueno, al menos si el ya sabe el procedimiento de cómo resolverlo.

$$16 \overline{) 400}$$

Lo curioso es que el alumno al enfrentarse con los problemas en la vida real no se le dirá divide 400 entre 16, sino que el niño tendría que reflexionar y contextualizar el problema para resolverlo.

En la tesis presentada por Norma Patricia Martínez Falcón (1997) se precisan algunas dificultades en la enseñanza de la división como: dar prioridad a la enseñanza de los algoritmos de manera desarticulada de la resolución de problemas, no apegarse a la propuesta curricular de 1993 que dice;

*“Permitir que los alumnos utilicen los procedimientos no convencionales para resolver los problemas matemáticos”*

Sin embargo, los maestros exigen que los alumnos realicen operaciones como suma, resta, multiplicación e incluso la división, piden que se aprendan las tablas de multiplicar para que sepan dividir, el docente no obtiene los resultados esperados, culpa a los alumnos de que no aprenden, cuando en realidad, el problema se encuentra probablemente en la didáctica o en las estrategias de enseñanza que utilizan los maestros y al posible desconocimiento de teorías pedagógicas que los apoye para mejorar su quehacer docente.

En los resultados encontrados en el estudio exploratorio realizado por Irma Sáiz (1994) con 300 alumnos de 5°. y 6°. grado de educación primaria en Argentina, nos presenta las dificultades que enfrentan muchos niños en el tema de la división, la investigación consistió en la aplicación de 5 problemas y 4 cálculos dados a los alumnos en forma oral y escrita. Los planteamientos fueron los siguientes:

- 1.- El panadero hornea masas en bandejas de 24 masas cada una. Hoy amasó 239 ¿Cuántas bandejas tiene que preparar para hornearlas todas?

2.-Para Carnaval se hicieron collares de 17 perlas cada uno. ¿Cuántos collares iguales se pueden hacer con 221 perlas?

3.- Con un hilo de 870 metros de largo se cortan 6 pedazos de la misma longitud. ¿Podeís decir cuál es esa longitud?

4.-Un vendedor de vino quiere colocar 1872 botellas en 104 cajas. ¿Cuántas botellas tendrá que poner en cada caja?

5.-Juan tiene que trabajar esta semana 29 horas ¿cuántas horas tiene que trabajar por día si quiere ir solamente 4 días y trabajar todo los días la misma cantidad de horas?

Los Cálculos fueron:

$$1365 \text{ entre } 3 = \qquad 9706 \text{ entre } 213 =$$

$$70 \text{ entre } 30 = \qquad 340 \text{ entre } 10 =$$

En las dificultades se encontraron que; los niños no reconocen la división como herramienta para resolver problemas, utiliza sumas, restas o multiplicaciones, la mayor parte de los niños realiza la prueba de la división (prueba del 9) pero nadie hace “la prueba del problema” ya que debido a sus múltiples significados de la división, el contexto juega un papel muy importante como el problema (de las masas) que se menciona en dicho estudio, el cual transcribo a continuación:

1.- El panadero hornea masas en bandejas de 24 masas cada una. Hoy amasó 239 ¿Cuántas bandejas tiene que preparar para hornearlas todas?

La respuesta correcta es 10, sin embargo la respuesta de los alumnos fue 9, los niños reconocen que es un problema de división, el cálculo lo resolvieron correctamente, pero ninguno contextualizó el problema. Por lo que el alumno no reconoce la situación del

problema, aunque en la división efectivamente el resultado es 9 pero debido a que sobran 23 masas se necesitaría otra bandeja, lo que da como resultado 10 bandejas.

Al presentarle a los alumnos los problemas, con frecuencia no saben que operación usar, pues el maestro enseña el algoritmo de la división descontextualizada, sin ninguna relación con los problemas, por consiguiente la Enseñanza de la división no se trata de enseñar la operación de dividir, sino de que exista una comprensión para saber cómo usar este tipo de operación y reconocer las variables que se presentan en los diferentes planteamientos de problemas.

La división se caracteriza por tener mayores dificultades en el aprendizaje de los alumnos, ya que sus particularidades son diferentes a las demás operaciones, el resultado no lo encontramos al final de la operación, sino arriba de la “casita” (así se le denomina a la figura que se utiliza para hacer la división) llamado cociente, es distinta a las demás operaciones, porque al dividir se empieza con la cifra que representa mayor cantidad y no por las unidades como se hace en la suma o resta y la multiplicación, así como el impacto que tiene en la vida escolar, ya que se usa como reparto, en proporciones y porcentajes, por lo tanto si hay una adecuada enseñanza de la división, habrá una mejor comprensión y uso por parte del alumno.

## **1.2-MODIFICACIONES EN LOS CONTENIDOS DE LA DIVISIÓN EN LOS PROGRAMAS ESCOLARES.**

Es importante para la presente indagación revisar algunos cambios que se han dado en los contenidos de la división, pues al estudiar como enseñan la división los maestros en la escuela primaria, persisten tradiciones en las prácticas de la enseñanza que se consideran ser efectivas y permanecen en la actualidad, aunque en los contenidos ya no se encuentran.

Los contenidos de la enseñanza de la división y las matemáticas mismas han tenido algunos cambios, desde los años 60's y 70's con la Matemática moderna por medio de la teoría de conjuntos y el álgebra, se sustituyó la geometría por el álgebra como lo menciona Miguel de Guzmán (1999). En los 80's, se dio mayor importancia a la experiencia y a la manipulación operativa, prioriza los aspectos cognitivos, socioafectivo y psicomotor, en el programa actual (1993) se enfatizan los procesos de pensamiento propios de la matemática y no la transferencia de los contenidos, se requiere que el niño “construya su conocimiento matemático” Moreno (1992) nos dice que; al construir el conocimiento desde un enfoque constructivista, el alumno va dándole al objeto de estudio una serie de significados de manera conceptual y contextual, esto es que al enseñar la división al alumno, no se le dará los conocimientos ya terminados, los pasos a seguir como si fuera una receta, que no existen respuestas únicas ni universales, que la matemática escolar no es un objeto de estudio ya construido sino elementos con significado que el alumno va a elaborar enlazándolos con sus saberes previos para construir nuevos conocimientos, por lo tanto la actividad matemática será la pieza clave para la resolución de problemas que se planteen, así lo menciona Pilar Azcárate (1992) la cual le concede mayor importancia a la psicología cognitiva.

En los anteriores programas de estudios, concretamente en el Libro para el Maestro (1980:59) estaba estructurado por ocho unidades de aprendizaje, formadas por objetivos y actividades de aprendizaje. Se contemplaban cinco aspectos (numeración, algoritmos, fracciones, geometría, probabilidad y estadística). La metodología era por medio del uso de modelos y resolución de problemas, toma como modelo, la representación de una situación y las relaciones que existen entre ellos, se usaba la abstracción y el razonamiento lógico. A los algoritmos de las cuatro operaciones (suma, resta, multiplicación y división) se les daba mayor importancia,

eran los medios para resolver y plantear problemas, se enfatiza la automatización del algoritmo de la división por medio de la práctica y su aplicación en los Problemas matemáticos. En lo que respecta a los contenidos, que se les denominaba objetivos generales y de unidad, en el tercer grado a partir de la unidad 6 se consideraba que el alumno fuera capaz de resolver problemas de divisiones exactas e inexactas de dos cifras entre un dígito por medio de situaciones de reparto, se destaca la enseñanza de los nombres de las partes de la división; cociente, dividendo, divisor y residuo, se incluye el uso de conjuntos por medio de repartos de decenas y unidades, así también la enseñanza está enfocada al uso de modelos y procedimientos semejantes en los problemas de división.

Existe una conceptualización mecanicista implícita en los contenidos de la división, por una parte la idea de que existen problemas de división, cuando un problema lo podemos resolver por medio de diferentes procedimientos y operaciones. Por otro lado, el uso de modelos y la automatización de los algoritmos, dándole más valor al algoritmo de la división y no a los procedimientos. De igual forma encontramos el uso de los conjuntos en los repartos y la enseñanza de los nombres de las partes de la división.

Los programas curriculares han cambiado, tenemos algunas transformaciones del programa anterior de los 80s en la que se le llamó área de Matemáticas, el enfoque era:

*“Que el niño de primaria reconozca en dicha ciencia un instrumento que le permita conocer, interpretar y transformar al mundo, es decir, que encuentre en ella un lenguaje que le ayude a organizar las ideas e informarse sobre su ambiente y a plantear y resolver una gran diversidad de problemas que surgen de dicho ambiente” (SEP: 1980).*

En lo que se refiere a la enseñanza de la división se recomienda la manipulación de material concreto, así como que el niño llegue a automatizar los algoritmos, por medio de la aplicación de las operaciones en los problemas matemáticos, se hace énfasis en el uso de conjuntos y subconjuntos como se puede ver enseguida:

*-Simbolice algunas situaciones de reparto.*

*-Forme un conjunto de objetos de la misma clase; por ejemplo un grupo de canicas.*

*-Parta el conjunto en subconjuntos de igual número, por ejemplo: 2 subconjuntos de 3 elementos cada uno.*

*-Represente el número de objetos de cada subconjunto con una expresión 6 entre 2*

*-Resuelva ecuaciones utilizando conjuntos de cuadritos  $12 \text{ entre } 3 = \square$*

*(libro del M. 3er. Gdo. 1982: 89)*

Se han implementado ciertos cambios en los contenidos de división, pues a partir de las revisiones e investigaciones de las producciones de los niños (Ávila (1994) Martínez (1997) Moreno (1996) se ha manifestado que los alumnos desarrollan algunos procedimientos para dividir antes de aprender el procedimiento usual, es decir usan los conocimientos previos que poseen, algunos en niveles más avanzados que otros, pero que los niños aún sin saber dividir, resuelven problemas de división por medio de dibujos, sumas o restas iteradas y multiplicaciones.

Ávila (1994) dice; Hemos observado que los niños utilizan diversas estrategias para resolver problemas de división, las cuales muestran un avance progresivo, que se puede ordenar así:

- Simular la acción de repartir .

- Usar los múltiplos del divisor o duplicar
- Prueba del cociente hipotético por medio de la relación inversa de la multiplicación
- Manejo del algoritmo convencional.

En la escuela primaria, tal parece que las cosas se hacen al revés. Es decir, los maestros hemos enseñado el algoritmo de la división, sin tomar en cuenta los conocimientos previos ni permitir a los alumnos que sean creativos en el momento de resolver los problemas de división.

### **1.3 LA DIVISIÓN EN LOS ACTUALES PLANES Y PROGRAMAS DE ESTUDIO.**

A partir del Plan y Programas de Estudio de 1993, el nuevo enfoque de la asignatura de matemáticas, pretende que el alumno participe en las decisiones en la clase, que confronte sus puntos de vista así como sus soluciones, que el profesor promueva la discusión y argumentación, que permita al alumno generar sus estrategias personales y a través de estas evolucione para construir su propio conocimiento. (SEP:1993).

Una de las ideas centrales de la enseñanza de la división, es que los alumnos aprendan a través de la resolución de problemas donde se establece un vínculo directo entre los problemas matemáticos y la división. La resolución de problemas matemáticos es sinónimo de “estudiar matemáticas” como lo menciona Valenzuela (1992). Por lo tanto al enseñar la división es importante que los niños resuelvan problemas de tal manera que al hacerlo pongan en juego sus conocimientos previos y los resuelvan a través de procedimientos no convencionales con el fin de generar conocimientos relacionados con la operación de dividir.

Desde el enfoque actual de las matemáticas se sugiere que la enseñanza de la división sea a través del planteamiento y resolución de problemas para construir conocimientos matemáticos, la intención es que la enseñanza escolar se vincule con la vida diaria, pues las investigaciones han arrojado resultados desfavorables como los estudios de Terezhina Carraher (1995) en donde se manifiesta que los niños vendedores de la calle pueden resolver problemas matemáticos de la vida cotidiana con mejores resultados que los alumnos que estudian en la escuela primaria. Esto nos lleva a reflexionar si en realidad se enseña para la vida o para simplemente pasar un examen.

En la propuesta curricular de los planes y programas de estudio, uno de los propósitos generales es:

*“La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.” (SEP, 1993:52)*

Sin embargo en la operatividad los maestros no han concebido qué es la resolución de problemas. Es decir, que a los profesores no les interesa el esfuerzo del alumno por resolver un problema, sino la aplicación del algoritmo de la división donde se rompe así el proceso evolutivo de los niños.

El Plan y Programas de estudio 1993 se estructura en cinco ejes temáticos a saber: Los números, sus relaciones y sus operaciones, Geometría, Medición, Tratamiento de la información, Predicción y Azar.

Desde los primeros grados de educación primaria se trabajan las situaciones básicas de reparto por medio de problemas, en el eje los números, sus relaciones y sus operaciones (Libro del maestro. Matemáticas primer grado 1998:25) sin embargo, la operación de dividir se introduce en el 3er. grado de educación primaria a través del planteamiento y resolución de problemas

con números naturales hasta de tres cifras, primero con procedimientos no convencionales, hasta llegar al procedimiento convencional de división. Esto es, presentarle a los alumnos situaciones de reparto y que las resuelvan con los procedimientos que deseen, ya sea dibujos, suma o resta iterada, ó multiplicaciones, para llegar a comprender la división, paulatinamente se trabajan problemas con mayor grado de dificultad, hasta llegar al sexto grado de primaria en donde se utilizan números decimales y fracciones.

Los maestros aunque dejan que los alumnos usen los procedimientos que deseen, dan un salto en el momento en que enseñan la división, pues no aprovechan las situaciones que se presentan en donde el propio alumno reflexione y justifique porque hizo tal procedimiento.

Comentaré algunos contenidos de tercero y cuarto grado del Avance Programático de 1994, con el fin de reconocer de que manera se plantean y como lo trabajan los maestros al usar las estrategias de enseñanza de la división.

En el bloque 3 se inicia curricularmente la enseñanza de la división a través de la Resolución de problemas por medio de procedimientos no convencionales, ya sea el cálculo mental, dibujos, suma iterada, con material y otros que los niños utilicen de manera espontánea, dan así importancia a las diferentes formas para resolver un problema de división, también se recomienda el uso de la multiplicación como una operación inversa a la división, por medio de números perdidos como  $9 \times \underline{\quad} = 45$  ó  $45 \text{ entre } 5 = \underline{\quad}$ . Se incluye la estimación de resultados de problemas de división, en el uso de la división de dos cifras entre una cifra, la representación de problemas de repartos, el apoyo de monedas y billetes, y el cuadro de multiplicaciones.

Algunos cambios importantes propuestos para la enseñanza de la división pueden ser los siguientes: No se conceptualiza a las matemáticas como una ciencia sino que se reconoce

como una herramienta para resolver problemas, no enseñar directamente al algoritmo de la división sino permitir que los niños usen procedimientos no convencionales, propiciar que los alumnos evolucionen desde las estrategias de solución más sencillas hasta llegar a la operación de dividir, darle mayor importancia a los procedimientos y no al resultado, fomentar el cálculo mental y la estimación como habilidades necesarias en la resolución de problemas matemáticos, utilizar apoyos didácticos como material concreto, recortable (Billetes y monedas) y el cuadro de multiplicaciones.

#### **1.4 CONCEPTUALIZACIÓN DE ESTRATEGIA .**

En la presente indagación la palabra estrategia ocupa un papel central, por ello es importante aclarar ciertos aspectos relacionados con el concepto de estrategia, retomar bajo que mirada vamos a emplear el término estrategias, ya que la palabra puede indicar diferentes significados; la palabra estrategia proviene del ámbito militar que significa “arte de dirigir operaciones militares”, “arte o traza para dirigir un asunto” se puede pensar en las habilidades para ganar una guerra o acciones para lograr algo que nos propongamos, al entrar al campo educativo, se trata de lograr alcanzar el objetivo o un propósito, me avocaré a explicar dicho concepto.

Los profesores emplean diferentes procedimientos para enseñar a dividir, con el propósito de obtener mejores resultados, a estas acciones y formas que los maestros utilizan para lograr que los niños aprendan a dividir en la escuela primaria, les llamaremos «estrategias» de enseñanza.

Carles Monereo et al (1998:23) hace una distinción entre una «técnica» y una «estrategia». Las técnicas pueden ser utilizadas de forma más o menos mecánica, sin que sea necesario para su

aplicación que exista un propósito de aprendizaje por parte de quien las utiliza; las estrategias en cambio, son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje. Esto supone que las técnicas pueden considerarse elementos subordinados a la utilización de estrategias; también los métodos son procedimientos susceptibles de formar parte de una estrategia. Es decir, la estrategia se considera como una guía de las acciones que hay que seguir, y que obviamente es anterior a la elección de cualquier otro procedimiento para actuar. Monereo también distingue entre habilidades y estrategias, afirma que las habilidades son capacidades que pueden expresarse en conductas en cualquier momento, porque han sido desarrolladas a través de la práctica (es decir mediante el uso de procedimientos) además pueden utilizarse o ponerse en juego, tanto consciente como inconscientemente, de forma automática. En cambio, las estrategias se utilizan de forma consciente. Sin embargo, dentro de las estrategias se pueden encontrar algunos procedimientos, métodos y técnicas para dividir, pues forman parte subordinada de las estrategias. Por lo tanto en esta indagación tomaré en cuenta que las estrategias de enseñanza serán las actividades pedagógicas que el profesor emplea en el salón de clases, con el fin de enseñar la división con números naturales en el 2º. Ciclo de la escuela primaria.

### **1.5 EL CONCEPTO DE DIVISIÓN.**

En esta indagación, el objeto de estudio es la división, de manera central las «estrategias», por lo tanto es importante explicar el concepto de división y conocer como se va a desarrollar.

La división muchas veces se define como multiplicación a la inversa o como una operación que determina un factor de una multiplicación, a partir de otro factor y un producto:

$$a:b = c = c \times b = a \quad (10:2 = 5 = 5 \times 2 = 10)$$

Sin embargo, al existir un residuo, la división no es exacta por ejemplo:

$$a = b \times q + r \quad (\text{dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{residuo})$$

Aunque la división se conceptualiza como una operación inversa a la multiplicación, desde el punto de vista del aprendizaje, la definición de la división como inversa de la multiplicación no constituye un punto de partida, sino es que a partir de la resolución de problemas, mediante un contexto con significado, el alumno podrá darle sentido a la operación de dividir.

La división al enseñarse, por lo general se presenta a los alumnos, con una casita o galera, en la cual adentro se coloca el dividendo, afuera el divisor, el resultado se le llama cociente y hay un residuo que es el resto o lo que sobra, aunque en los Planes y Programas de estudio no se indican que el alumno aprenda el nombre de las partes de la división, algunos maestros enseñan estos elementos.

La definición de división es la siguiente de acuerdo J. E. Thompson (1991) menciona:

*División. Se da el nombre de división a la operación que tiene por objeto hallar el número de veces que un número contiene a otro número dado. El primer número se denomina dividendo, el segundo, divisor, y el resultado cociente. Así, 72 contiene veces a 12. Para obtener este resultado se dice que se divide 72 por 12 y se indica la operación escribiendo  $72 \text{ entre } 12 = 6$ . En este caso 72 es el dividendo, 12 el divisor y 6 el cociente.*

En la Enseñanza de la división es necesario de que haya un significado para el alumno, por lo tanto para que el aprendizaje sea significativo, la enseñanza de la división debe partir de un problema o situación problemática.

Por otra parte Carlos Gómez (1991; 125-127) nos da una secuencia de aprendizaje del algoritmo de la división a saber:

1)La inversión de la multiplicación.

Se refiere a la característica que presenta la división como operación inversa a la multiplicación, pero sin descuidar las propiedades que tiene la división, pues implica repartir o agrupar, y la multiplicación responde a la idea de añadir, reiterar o combinar, por lo cual se sugiere que las primeras resoluciones de problemas de multiplicación y división sean simultáneas.

2)La propiedad distributiva y el sistema decimal.

En el algoritmo clásico de la división se encuentra implícita la propiedad distributiva de la división respecto a la suma y del empleo sistemático del sistema decimal de numeración, por ejemplo 458 entre 4 se realiza y toma como referencia que  $(400+50+8) \text{ entre } 4 = 400 / 4 + 50/4 + 8/4$ .

3)El tamaño del dividendo y del divisor.

Al realizar la división de 560 entre 25 no es lo mismo que 34 entre 6, aunque el método sea el mismo, resulta más sencilla la segunda operación, por lo que se introduce primeramente el uso de cantidades pequeñas para un mejor aprendizaje.

4)Tamaño relativo de la primera cifra del dividendo y del divisor.

Si el divisor es de una cifra, se distinguen tres casos como: (275 entre 4) donde el dividendo es menor que el divisor (418 entre 4) que sean iguales y (740 entre 4) donde el dividendo es mayor que el divisor, la dificultad no es la misma, puesto que en la primera se reparten decenas y unidades, en la segunda y tercera división se toman en cuenta las centenas.

5) La presencia de ceros.

Al trabajar con ceros, existe mayor dificultad, pues se “olvida” colocar el cero en el cociente, como por ejemplo  $608 \text{ entre } 6 = 101$  ó  $450 \text{ entre } 5 = 90$ .

6) La división exacta e inexacta.

En el propio concepto de la división se manifiesta que el reparto puede ser exacto o no, depende de las cantidades a repartir, por lo cual se propone que desde el inicio se planteen este tipo de repartos; con residuo y sin él.

También nos proponen en las fichas de trabajo de “Estrategias Pedagógicas de Primaria con dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas” una secuencia para comprender el sentido de la división, lo cual me parece más adecuado, pues las actividades conllevan a los alumnos a darle un significado a la división y así comprender el uso de la operación de dividir. Veamos de que trata estas actividades:

a) Repartos de objetos en partes iguales. El que parte y reparte (ficha 1 y 2)

Al iniciar la enseñanza de la división, se sugiere realizar repartos de manera concreta (ej. Semillas, dulces, palitos y otros) para que los alumnos comprendan que dividir es sinónimo de repartir, toma en cuenta la equitatividad (en partes iguales) y la exhaustividad (Que no sobre nada)

b) Anticipar el resultado, antes de repartir. Cuánto apuestas (ficha 3 y 4)

Que los alumnos anticipen su resultado (cociente) calculen un número posible, antes de llevar a cabo su reparto, para que de esta forma tengan una idea posible de su resultado.

c) Anticipar con múltiplos de 10. ¿Cómo a cuánto toca? (ficha 5)

Que las anticipaciones sean con múltiplos de 10 (100, 1000...) para facilitar la estimación.

d) Calcular las cifras del cociente. (ficha 5)

Se toma en cuenta el número de cifras del cociente, por medio de actividades de fajillas o el ábaco. Por ejemplo, si el rango está entre 1-9 una cifra, entre 10 a 99, dos cifras, entre 100 y 999 tres cifras.

e) Adivinar el cociente y comprobar con calculadora. Adivina cuánto repartimos (ficha 6)

Su objetivo es que el niño haga conciencia de que en la división está implicada la multiplicación y su relación inversa, así como comprobar con la calculadora la estimación prevista.

f) Organizar el cociente de acuerdo al SDN. El encuadre (ficha 7)

Se trata de que el alumno con el apoyo del ábaco y la calculadora organice los datos del problema y realice con notación desarrollada el resultado.

g) Hacer conciencia de las operaciones implicadas en la división, y usar la escritura canónica.

Los Cánones de la división. (Ficha 8)

Esta actividad se centra en el uso del algoritmo de la división, de tal manera que el alumno pase de la operación escrita a la elaboración del problema, se determina así los lugares que ocupan los números en la división.

h) Ejercitar el uso del algoritmo canónico. Hazlo como se debe. (Ficha 9).

Al llegar a esta parte el alumno va a realizar la secuencia descrita, tomará en cuenta la estimación, el número de cifras, las operaciones implicadas y comprobará su resultado por medio de la calculadora, de tal forma que exista una comprensión del significado de la división y el alumno infiera que el algoritmo es una forma económica de resolver el problema.

Existe una gran diferencia entre las dos secuencias de aprendizaje, debido a que en la primera, los pasos conducen a un aprendizaje mecánico, en cambio las actividades de las fichas de trabajo, permiten al alumno darle un sentido o significado a la división aunado al uso de

materiales y confrontación de conocimientos, pues se propicia la socialización entre los alumnos.

Es interesante reconocer que, existen múltiples actividades que se sugieren para enseñar la división. Sin embargo y a pesar de la existencia de estas actividades, en los salones de clases difícilmente se encuentran en la práctica de los maestros. Esto es muy importante, debido a que si existen actividades que propician aprendizajes significativos o cuando menos motiven a los estudiantes a poner en práctica su creatividad e ingenio, pues es responsabilidad de los docentes el no desarrollar en su trabajo docente estas recomendaciones. Pero bien, esto fue una preocupación por parte mía, para constatar en la práctica de los profesores que es lo que realmente sucede en la enseñanza de la división.

## **1.6 PROPÓSITOS DE LA INDAGACIÓN**

Los Propósitos que orientaron esta indagación fueron;

- A través de la observación de las actividades, realizadas en el aula, identificaré las estrategias que emplean los maestros en la Enseñanza de la división con números naturales en el 2º. Ciclo de educación primaria (3º. y 4º. Grados)
- Mediante la información obtenida en las observaciones áulicas y apoyándome en algunas entrevistas a los docentes construiré categorías que me servirán para identificar que estrategias emplean los maestros al Enseñar la División.
- A través de las observaciones y las entrevistas identificaré a que tendencias pedagógicas se inclinan los maestros del 2º. Ciclo de educación primaria al enseñar la división.

- Por medio de la observación áulica y las entrevistas a los maestros describiré que concepciones de la matemática tienen los maestros al utilizar las estrategias en la Enseñanza de la división.

## **1.7 ESCENARIO DE LA INDAGACIÓN**

Para llevar a cabo la presente indagación, fue necesario e importante contar con el apoyo de los compañeros maestros, con el fin de que me permitieran observarlos en su práctica docente, por lo tanto, seleccioné cuatro profesores que atendieran 3°. y 4°. Grado de educación primaria.

Inicialmente visité a algunos compañeros maestros para pedir que permitieran observar sus clases, encontrándome con cierta resistencia para realizar las observaciones, principalmente al manifestarles que quería grabar las clases, debido a que no querían que se filmara el desarrollo de sus clases. Dos maestros seleccionados no aceptaron, dándome evasivas, por lo que tuve que elegir otros compañeros con las mismas características, al final aceptaron cuatro compañeros que trabajan en 3°. y 4°. Grado de Educación primaria.

## CAPÍTULO 2

### REFERENTES TEÓRICOS

#### 2.1 LAS ESTRATEGIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.

Parto de la idea de que es el profesor quien adecua y planea los contenidos a enseñar, toma decisiones con el fin de lograr mejores resultados en su quehacer docente, su tarea consiste en motivar y adaptar los procesos matemáticos Sin embargo en ocasiones cae en un círculo vicioso, enseña como aprendió, sin reconocer nuevos aspectos teóricos y metodológicos para mejorar su enseñanza.

De esta manera, definimos anteriormente que, al referirnos a las «estrategias» entenderíamos en éstas a las formas, acciones, métodos procedimientos y técnicas de la enseñanza de la división que emplea el profesor. Las actividades realizadas por el maestro para que el alumno comprenda y aprenda a resolver los problemas matemáticos por medio de la división serán implícitas en este concepto.

En la enseñanza de la división, los maestros muestran en su inicio y paso a paso el procedimiento de resolver la división y después les plantean a los niños un problema sencillo que se resuelva por medio de la división, hacen recomendaciones a los alumnos que aprendan las tablas de multiplicar para que aprendan a dividir, se trabajan diferentes tipos de problemas en los cuales se identifican algunas palabras clave como “repartir” y “entre”. En el estudio exploratorio que realizó Sáiz (1994) hace mención de esta situación, también en la tesis “presentada por Moreno nos indica que los niños también asocian las palabras “vender y

regalar” con las situaciones de repartos y la operación de dividir, como podemos ver en los siguientes problemas de división presentados en dicha tesis. (Moreno Eva 1996; 190)

“En la delegación de Coyoacán tienen 368 árboles para regalar en 23 escuelas. Quieren que a cada escuela le toque la misma cantidad de árboles. ¿Cuántos árboles le regalarán a cada escuela?

“En una tienda hicieron 32 calzones y los vendieron a 4 personas. ¿Cuántos calzones vendieron a cada persona?

Sin embargo, reconocer “Pistas” no significa que el alumno sepa dividir o identificar que operación hacer con ciertas palabras como pistas, lo importante es que el alumno encuentre un sentido a la división y así pueda emplearla en cualquier situación problemática.

### **2.1.1 LOS REPARTOS COMO ESTRATEGIAS.**

La división con números naturales se refiere a repartir o partir algo ya sea un objeto o varios, por lo cual en todo reparto que implica la división se presentan dos propiedades; la equitatividad; que se refiere a que a todos les debe tocar lo mismo y la exhaustividad ; sin que sobre nada, pues se trata de repartir todo o la mayor parte permitida, ya que debe sobrar lo menos posible, esto es que ya no se pueda repartir otra unidad a cada elemento, que puede o no haber un sobrante distinto de cero (el residuo) hay que repartir el dividendo hasta donde sea posible o hasta agotarlo, es decir, que el sobrante sea menor que el divisor.

En la enseñanza de la división, se asocia el concepto de reparto. Se le menciona al niño que cuando dividimos repartimos un número de objetos entre niños, después se le presenta el algoritmo de la división y se indica las partes de la división, se les dice que el número total de

objetos va dentro de la casita (el dividendo) y el número entre las personas que se va a repartir afuera (divisor) que lo que toca a cada persona se pone arriba (Cociente) que el resultado de multiplicar el cociente con el divisor se resta del dividendo y se escribe abajo, que es el sobrante (Residuo) de esta forma, el alumno aprende los nombres y los lugares, pero no sabe en realidad el porque se hace así, ni cómo se hace.

Para los alumnos es muy común asociar la palabra dividir con repartir, en los problemas que se les plantean, ubican la palabra “repartir, entre y sobran” como indicadores de que el problema se resuelve con una división, sin embargo cuando en el enunciado del problema planteado no hay pistas, el niño se encuentra en apuros. Todo esto nos lleva a pensar que no existe un aprendizaje significativo. El niño aprehende el algoritmo, sin conocer realmente el significado de la división. En cambio, si utilizamos estrategias como el cálculo mental y la estimación para acercar al alumno a una comprensión de la división, la enseñanza puede tener mejores resultados.

### **2.1.2 EL CÁLCULO MENTAL Y LA ESTIMACIÓN EN LA DIVISIÓN.**

Cuando nos encontramos en la vida diaria con una situación o problema matemático utilizamos el cálculo numérico, para determinar si es posible que alguna cantidad sea repartida o se ajuste al presupuesto, también en la escuela primaria, los maestros al enseñar la división, recurren al cálculo mental y a la estimación, como estrategia de enseñanza, dichas habilidades están implícitas en la operación de la división. Cuando vamos a dividir, por lo regular siempre pensamos en un número posible como respuesta, usamos el cálculo mental, así también si le

enseñamos a los alumnos a calcular y a estimar el resultado posible, evitamos tener como resultado cantidades irrazonables.

El cálculo mental y la estimación son habilidades que van a permitir al alumno tener una idea aproximada de la situación o problema, ya sea un número, el tamaño de la superficie o el resultado de varias operaciones, se retoma porque la división es una de las operaciones en la cual se utiliza el cálculo mental y la estimación, ya sea en repartos o al realizar la resta directa, por lo que es importante que al enseñar la división se desarrolle la estimación, que se proponga a los alumnos dar respuestas aproximadas, que anticipen resultados sin realizar operaciones con lápiz y papel. Así también la estimación se usa en la división para valorar que número le corresponde al cociente y hacer las restas de forma mental o al escribir el residuo (división directa).

Mochón y Vázquez (1995) en el artículo presentado “Cálculo mental y estimación: Resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza” mencionan que el cálculo mental y la estimación han sido descuidados en la enseñanza de las matemáticas. Por consiguiente, en la enseñanza de la división, hacen la aclaración entre el cálculo mental y la estimación, ya que el cálculo mental se refiere a los procedimientos mentales que realiza una persona sin papel y lápiz, que le permite obtener la respuesta exacta de problemas aritméticos sencillos. Por su parte, el cálculo estimativo no busca dar respuestas exactas a un problema sino en dar una respuesta aproximada al resultado correcto de un problema, por lo que es más utilizado en la vida cotidiana.

Al respecto Cecilia Parra (1993) nos dice que el cálculo automático o mecánico, es cuando se utiliza el algoritmo o un material como la calculadora, en cambio el cálculo pensado o reflexionado llamado también cálculo mental son procedimientos analizados, que se articulan,

sin un algoritmo preestablecido y que sirve para obtener un resultado ya sea exacto o aproximado. Lo importante es que el cálculo sea reflexionado, pues al usar la calculadora, muchas veces se mecaniza y no nos damos cuenta de los errores al hacer las cuentas matemáticas, en cambio enseñar a utilizar el cálculo reflexionado nos permite conocer las propiedades de la división y después usar los apoyos tecnológicos como la calculadora.

Sin embargo, esta habilidad no es aprovechada en la enseñanza de la división, operación que se caracteriza por exigir estimaciones o aproximaciones, pues en el momento en que el alumno va a dividir tiene que calcular un número posible, si se trata de repartir, conocer cuánto más o menos le tocará a cada uno y si es de agrupamiento, calcular cuantas veces cabe una cantidad en otra, lo cual nos permite aproximarnos al resultado o al cociente.

De acuerdo con Mochón y Vázquez,(1995), quienes manifiestan que el cálculo mental serán los procedimientos mentales que realizan los alumnos para acercarse al resultado exacto de algún problema y la estimación, será la aproximación posible al resultado correcto, que le permitirá al alumno “saber por donde estará el resultado” principalmente cuando la cantidad sea muy grande.

El cálculo mental y la estimación son elementos importantes para vincular actividades escolares con las cotidianas, ya que son habilidades que se usan en la vida diaria, al comprar, prever y programar gastos, estas estrategias se desarrollan básicamente con la práctica y se enriquecen en la medida en que se logran explicar y compartir. Por ejemplo: Contesta las siguientes preguntas, sin hacer operaciones escritas ni dibujos. Se repartieron 48 cartas entre 7 niños. ¿Cuántas cartas crees que le tocaron a cada uno? \_\_\_\_\_ ¿Crees que les sobraron? \_\_\_\_\_

Lo interesante, al desarrollar esta actividad, es que los profesores propician que los alumnos expliquen y justifiquen su respuesta, de tal manera que se ponga en práctica la comparación y después se compruebe la respuesta correcta, hasta llegar al conocimiento formal de la división. En las prácticas de los maestros en la enseñanza de la división, se identifican diferentes tendencias de enseñanza, depende de la metodología empleada por cada docente como podemos ver a continuación.

## **2.2 CUATRO TENDENCIAS DIDÁCTICAS DE LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.**

Si observamos el trabajo que desempeñan los profesores en la enseñanza de la división, podemos identificar características específicas que nos permiten ubicar «dicho trabajo» hacia cierta tendencia de enseñanza. Para ello, es interesante revisar las distintas tendencias que han encontrado los investigadores al analizar las prácticas de los maestros, de tal forma que a continuación presentaré los resultados de la revisión de la literatura efectuada y que tiene que ver con lo siguiente:

Las tendencias didácticas no tienen una perspectiva definida, no existe una característica pura en la enseñanza de los maestros, éste no emplea únicamente una tendencia didáctica (tradicional o constructivista, por ejemplo). Sino que en su mayoría, la práctica de los profesores, es una mezcla de varias tendencias, cuando menos en algunos rasgos. Probablemente se deba a que el conocimiento que posee el docente en cuanto a la enseñanza, es producto de toda su vida y que a largo de toda su formación, tuvo que ver con las diferentes reformas educativas, las cuales dejaron huellas, las que hoy se transparentan en sus tendencias didácticas. Mismas que fueron adquiridas en su formación profesional o en su práctica misma.

El docente al enseñar la división lo realiza de acuerdo a su propia concepción de enseñanza , concepciones que caracterizan la interpretación y toma de decisiones en su quehacer educativo.

En el artículo “Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza” publicado por José Carrillo y Luis Contreras (1995: 81) identifican las concepciones sobre la enseñanza de la matemáticas como ideas establecidas a través de ciertas experiencias y constructos. Nos presentan un modelo de categorías e indicadores que se pueden emplear en el análisis de las concepciones del profesor acerca de la enseñanza de la matemática, a partir de cuatro tendencias didácticas: la tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa. Estas tendencias didácticas me sirvieron de apoyo en la indagación para buscar en la práctica de los docentes la inclinación existente sobre alguna de estas tendencias.

Comparto con Carrillo y Contreras, el término tendencias didácticas de acuerdo a Porlán (1992) menciona que en la práctica es difícil encontrar a profesores que se identifiquen con un modelo didáctico concreto. Por mi parte, coincido con estos investigadores, pues considero que la práctica docente esta integrada con distintos aspectos de una formación personal, escolar y sociocultural que se revelan en los espacios del acto didáctico.

Las tendencias didácticas propuestas por Carrillo y Contreras están basadas en seis categorías que sirven como indicadores las cuales son a saber: la metodología, el sentido de la asignatura, la concepción del aprendizaje, el papel del alumno, el papel del profesor y la evaluación. Enseguida haré una caracterización de estas tendencias didácticas, con el fin de identificar cuales son los rasgos que definen a cada una de ellas.

### **2.2.1 TRADICIONAL.**

El maestro que se inclina a la tendencia tradicional presenta una metodología basada en la repetición de ejercicios, utiliza la exposición y el uso del libro de texto como único material curricular. El sentido de la división está orientada solamente al aprendizaje de conceptos y reglas, el conocimiento es de tipo informativo, el nivel de abstracción del conocimiento matemático es formal.

En esta tendencia, la concepción de aprendizaje tiene como único recurso; la memoria, pues se privilegia memorizar, los conocimientos son presentados por el maestro, el aprendizaje es deductivo e individual, por lo que el papel del alumno no es participante, la responsabilidad de los resultados del aprendizaje depende del grado de sumisión y atención del alumno quien no debe cuestionar lo expuesto por el maestro.

El papel del profesor es verbalista. Es decir, transmite de manera verbal los contenidos del aprendizaje mediante el dictado de apuntes ó apoyado en un libro de texto. En lo que respecta a la evaluación; si no se ha producido el aprendizaje de la división, procede a repetir la enseñanza o explicación de manera global, la evaluación es sinónimo de medición, considerada como la etapa final que se reduce a términos numéricos por medio de un examen como instrumento ideal.

Al hablar de la tendencia tradicionalista en la división, a partir de cómo enseña el maestro la división se podría definir como quien determina los pasos canónicos para realizar una división, de acuerdo a procedimientos ya establecidos anteriormente. Así como primar la idea de la memorización de las tablas de multiplicar y ejercitar las operaciones continuamente en la creencia de que al practicar el algoritmo de la división, el alumno logrará un mejor

aprendizaje. Desde la tendencia tradicional los problemas se consideran como enunciados en los que aparece una pregunta y se espera que el alumno con el papel y el lápiz lleve a cabo uno o varios algoritmos convencionales para encontrar el resultado.

Al hablar de las tendencias tradicionalistas, se contempla a la enseñanza del algoritmo de la división como una tendencia tradicionalista, pues reúne los requisitos propios de esta tendencia.

Los algoritmos son cuentas escritas que se hacen con papel y lápiz, tradicionalmente se ha enseñado el algoritmo de la división, de acuerdo a sus reglas canónicas Si entendemos por algoritmo una operación mecánica, el maestro enseñará de manera lineal una serie de reglas que se aplicarán con la ayuda de la memorización de las tablas de multiplicar, así como el orden correcto de los pasos a seguir para resolver la división.

Vergnaud (1999) dice: Los matemáticos han inventado una noción que permite clarificar los vínculos entre conocimiento y acción: la noción de algoritmo.

Bástenos con una definición simplista: un algoritmo es una regla (o un conjunto de reglas) que permite, para todo problema de una clase dada con anterioridad, conducir a una solución, si existe una, o, dado el caso, mostrar que no hay solución.

Por su parte; Gómez (1989:104) menciona que un algoritmo es: Técnicamente “Una serie finita de reglas a aplicar en un determinado orden a un número finito de datos, para llegar con certeza (es decir, sin indeterminación ni ambigüedades) en un número finito de etapas a cierto resultado, y esto independientemente de los datos.”

Krinitzky en Castro Martínez Encarnación (1989); nos dice que un algoritmo es una prescripción, orden o sistema de órdenes, que determina el encadenamiento de operaciones elementales que permiten obtener a partir de datos iniciales el resultado que se busca.

Un algoritmo se ejecuta porque disponemos de unos símbolos y precisamente obtenemos otros, porque necesitamos operar sobre los conceptos que representan para transformarlos en otro, los algoritmos son útiles para resolver un problema, son los que se realizan con papel y lápiz.

Esta es la denominación que empleamos a menudo para referirnos a los algoritmos usuales de cálculo de la enseñanza elemental. No hay ambigüedad en llamarlos así, ya que probablemente son los únicos algoritmos que se enseñan en la mayoría de nuestras escuelas. Sin embargo como podemos notar la enseñanza del algoritmo tiene rasgos de la teoría conductista, porque tiene pasos determinados que se han transmitido de generación en generación.

- Sin embargo, saber el algoritmo no nos garantiza, conocer cual será el indicado para resolver un problema, pues hacerlo significa comprender el problema y buscar el procedimiento para llegar a una solución. Así nos lo comenta Irma Saíz (1994) en su estudio exploratorio de “Dividir con dificultad o la dificultad de dividir” en la cual los alumnos de 5º. y 6º. Grado de educación primaria realizan problemas de división, en sus resultados concluye que los alumnos no atribuyen un significado al algoritmo que realizan, como producto de una enseñanza mecánica, debido a las dificultades del sentido de la división, en donde cita a Roland Charnay (1988) “La construcción de la significación de un conocimiento debe ser pensada en dos niveles: un nivel externo; cual es el campo de utilización de este conocimiento, y cuáles son los límites de ese campo y un nivel interno; como funciona tal recurso y porque funciona”

Guy Brosseau (1987) habla de estos dos niveles como los dos componentes de la comprensión:

- \* Una se expresa más bien en términos de semántica “Comprender” es ser capaz de reconocer las ocasiones de utilizar el conocimiento y de invertirlo en nuevos dominios.

- \* La otra se expresa en términos de necesidades lógicas o matemáticas, de forma más general, sintáctica. El alumno que puede comprender puede “razonar” sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros, por lo tanto el niño que comprenda el sentido de la división, al resolver los problemas no se equivoca y reconoce diversos recursos para su solución.

Asimismo, Castro Martínez (1989) se refiere a estos niveles como un doble carácter de las operaciones; Por un lado, la expresión de las acciones con los objetos y las cantidades, el sentido real y por otro el sistema de relaciones internas dentro del conjunto de los números, que es el aspecto formal de cada operación, la cual está presente en toda la etapa de aprendizaje de las operaciones así como su utilización y aplicación posterior.

Muchas veces el alumno no llega a alcanzar ninguno de estos niveles, debido a la forma en que aprende la operación de la división, aprende el algoritmo sin saber su significado, su razón de ser y tampoco identifica cuando usar la división para resolver problemas.

### 2.2.2 TECNOLÓGICA

La metodología empleada por el maestro en la tendencia tecnológica se realiza por medio de ejercicios de la división, como una repetición de los errores de parte de los alumnos, hasta que sea entendido, el profesor simula el proceso de construcción apoyado en medios técnicos, la división no sólo tiene un carácter formal sino técnico, esto es que sea aplicado a otros ámbitos de la matemática. El aprendizaje continúa de manera memorística y el trabajo es individual, para aprender al alumno le basta entender el algoritmo, asimilar el conocimiento, la actitud del alumno hacia el aprendizaje tiene aspectos que pueden tener cambios, el alumno no participa ni activa ni pasivamente en la selección y diseño de actividades, la confianza del alumno en lo expuesto por el profesor le impide cuestionarse sobre el contenido tratado.

El profesor es un técnico del contenido, organiza el aprendizaje mediante exposiciones y usa estrategias más atractivas, el maestro selecciona los contenidos con un criterio de utilidad, la evaluación diagnóstica está basada en la detección de errores conceptuales o procedimentales que deben ser corregidos antes de la ejecución del proceso. Si no se produce el aprendizaje de la división se procede a repetir los aspectos que se consideran más relevantes, hasta que el alumno no se equivoque.

En la enseñanza de la división el enfoque tecnológico se basa en el uso de recursos como el ábaco o la calculadora, se ejercitan las divisiones y se priorizan los errores con el fin de mejorar con la práctica diaria, el maestro continúa con su práctica verbalista pero utiliza otros medios más llamativos.

### **2.2.3 ESPONTANEÍSTA**

El docente que se inclina a esta tendencia se caracteriza por poner en práctica otros métodos o recursos que parecen funcionar en otras aulas, propone actividades de manipulación de modelos, para producir un conocimiento no organizado, la programación se basa en los intereses que manifiestan los alumnos y por la negociación con ellos, no se produce un conocimiento organizado, los objetivos son flexibles, no interesan los conceptos sino los procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia el trabajo escolar, la asignatura tiene un carácter formal con el fin de servir de instrumento para un cambio de actitud del alumno, así como adquirir valores racionales que le permitan tener una actitud lógica ante los problemas cotidianos.

El aprendizaje se realiza cuando el objeto de aprendizaje, en este caso la división al surgir aleatoriamente del contexto toma un significado para el alumno, ocurre de manera espontánea, cuando el niño realiza situaciones que propician el descubrimiento, el alumno deberá tener una participación activa en procesos inductivos, la forma ideal del trabajo es en forma grupal, el motor del aprendizaje son los intereses del alumno, la capacitación y la actitud del alumno es modificable.

El papel del alumno es activo, continuamente pasa de actividad en actividad lo que le permite contar con un ambiente dinámico en el cual el alumno comunica sus experiencias y sentimientos con el maestro y sus compañeros, la motivación proviene de la misma acción y el interés del alumno, por su parte el profesor es un especialista en dinámica de grupos, pues induce al alumno a participar en las actividades que promueve con el análisis de las reacciones y respuestas de sus propuestas. En la evaluación el maestro lo hace de forma cualitativa,

enfatisa la importancia del contexto dentro del proceso educativo, el diagnóstico inicial de los alumnos se basa en el campo de intereses de los propios niños. Concretamente el maestro que se ubica en esta tendencia será quien de manera espontánea utilice actividades de la enseñanza de la división que no tenía planeadas y considere interesantes para los alumnos.

#### **2.2.4 INVESTIGATIVA**

En esta tendencia, el maestro utiliza una metodología de acuerdo a los intereses y el nivel cognitivo de los alumnos, les presenta a los alumnos situaciones o problemas de división en los cuales no poseen soluciones hechas, es decir los problemas son retos a vencer por los alumnos, de esta forma utilizan sus saberes previos para generar otros nuevos conocimientos.

Los objetivos son claros y tienen una intención educativa, pero están sujetos a reformulaciones muy bien fundamentadas, interesa tanto la adquisición de conceptos de la división como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia los problemas matemáticos, se le da valor a la matemática escolar, con un punto de partida a las etnomatemáticas de los alumnos. Es decir, toma en cuenta los aspectos individuales, así como el contexto sociocultural de las matemáticas que utilizan los niños, vinculándolos con los contenidos escolares, el aprendizaje se produce a través de investigaciones planificadas por el profesor, el dinamizador principal es el equilibrio entre los intereses y la estructura mental de los alumnos y los problemas de división, la actitud del alumno es crítica ante las informaciones que se dan en el aula, el niño puede participar directa e indirectamente en el diseño didáctico, para que haya aprendizaje, el alumno dará significado y aplicación a lo que aprende, que sea consciente de su propio proceso de aprendizaje, el papel del maestro es

provocar la curiosidad del alumno, el docente concibe la evaluación como un sensor permanente del aprendizaje que le permite reconducirlo a cada momento, orienta la enseñanza, a lo largo del proceso se reformulan los contenidos de aprendizaje, tiene en cuenta los intereses del alumno, la propia asignatura, el contexto educativo, el propio proceso. En esta tendencia se caracterizan algunos aspectos relacionados con las operaciones como es generar un proceso de descubrimiento de parte de los alumnos, presentándoles actividades nuevas para ellos, con el fin de indagar por medio de los procedimientos que quieran una respuesta posible, para después comprobarla y reelaborar el concepto de división, de esta manera crear en el alumno un interés constante de resolver las situaciones problemáticas y generar nuevos conocimientos. Como ejemplos de Tendencias Investigativas se tienen las situaciones didácticas y la resolución de problemas.

Para realizar la enseñanza de la división por medio de una situación didáctica, el docente planea previamente alguna situación didáctica enfocada a la enseñanza de la división, les presenta a los niños dicha situación de acuerdo al nivel cognitivo de los alumnos, pone al alcance ciertos recursos didácticos como apoyos para llegar a la solución, permite que sean los propios alumnos quienes validen sus resultados, confrontándolos con sus compañeros y si no es correcta, reformulen nuevas respuestas hasta llegar al resultado esperado. Un ejemplo de esta tendencia lo encontramos en el estudio didáctico realizado por Eva Moreno(1996) en el cual elaboró una secuencia de situaciones didácticas en un aula de tercer grado de educación primaria, su objeto de estudio fue que los alumnos construyeran el significado de la división por medio de diversos procedimientos, propicia así que los niños pusieran en juego sus conocimientos previos con el fin de crear procedimientos de solución, de esta manera los

alumnos construyen el significado de la división. Las fases de las situaciones didácticas presentadas por Moreno fueron:

a).- Los Procedimientos Iniciales.

Esta primera fase se basa en los procedimientos espontáneos que realizan los niños, como el uso de los dedos para resolver las operaciones que la situación requiere, dibuja rayitas o palitos, encerrándolos, mediante el conteo, la resta, la multiplicación, por ensayo y error, los cuales constituyen el punto de partida en el proceso del aprendizaje de la división.

b).- Del reparto al uso de la multiplicación.

En esta fase, se considera un paso fundamental en el proceso de aprender a dividir; el recurso de la multiplicación, ya sea para verificar cocientes obtenidos por estimación o con otros recursos, se introduce la tabla de Pitágoras, de tal forma que los niños se enfrentaron a situaciones nuevas como cocientes mayores de 10 y residuos grandes, casi iguales al divisor.

c).- De la multiplicación hacia “una nueva operación”.

En esta fase, los alumnos reconocen la relación entre los datos de un reparto como una nueva operación: la división y los procedimientos que habían desarrollado, así como las formas de resolverla. Se usó la calculadora como recurso para resolver divisiones, se propició las representaciones simbólicas a través de “mensajes” de los niños.

d).- De la expresión simbólica, nuevamente al contexto.

En esta fase, se enfrentó a los alumnos con la redacción de problemas, partieron de la representación simbólica de la división, se analizaron los problemas con el fin de buscar argumentos válidos del planteamiento de problemas donde toma en cuenta el contexto.

En esta perspectiva, se define un rol del maestro diferente al de transmisor de saberes, pues si se enseña la división como una técnica operatoria, sin asociar la operación a un contexto con significado, los alumnos aprenden una serie de pasos mecanizados, en los que es difícil que los niños sean conscientes de los errores que cometen. David Block (1986) en el artículo “Didáctica Constructivista y Matemáticas: Una introducción” menciona que; al enseñar un contenido específico, necesitamos diseñar problemas acordes a las edades de los alumnos, que los problemas sean accesibles, de tal manera que sea posible su resolución, enlazándolos con algún conocimiento previo para movilizar los recursos y estrategias con las que cuente, pero que después resulte insuficiente para resolver el problema y tenga que construir otro recurso y formar así un aprendizaje en espiral.

Guy Brousseau (2000) el autor de la teoría de las situaciones didácticas, menciona: Hemos llamado “situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio, que determina un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. En toda situación didáctica, en un salón de clase intervienen cuatro sujetos protagonistas; el maestro, los alumnos, el conocimiento que se va a enseñar y el medio.

Brousseau distingue cuatro fases fundamentales en las situaciones didácticas: Acción, formulación, validación e institucionalización.

En la 1ª. Fase, que denomina de acción; el alumno al comprender la consigna o el problema, actúa en la búsqueda de un resultado, ya sea sólo o con la colaboración de otros compañeros, con los cuales construyen una estrategia.

La 2ª. Fase que es la de formulación; los niños comunican las razones o las estrategias que han descubierto, en esta fase se considera insuficiente que el profesor interroge al alumno, acerca de lo que piensa, pues es el propio alumno quien va a explicar o formular la estrategia que utilizó para resolver la situación.

La 3ª. Fase; de validación; debe demostrarse que la respuesta es correcta, es importante y fundamental que sean los propios alumnos quienes prueben y validen sus resultados, que defiendan sus ideas.

La última fase es la de institucionalización; es aquí donde el maestro juega un papel protagonista, en donde al conocimiento se le da el reconocimiento oficial ó convencional. Estas fases no son de ningún modo sucesivamente rigurosas, así como no es posible distinguirlas unas de otras.

La teoría de las situaciones didácticas, utiliza la resolución de problemas como fuente de la elaboración del saber, a partir de los cuatro momentos; acción,, formulación, validación e institucionalización. En esta teoría se resalta el papel del maestro como organizador y guía del aprendizaje, el docente es quien a partir de una consigna y con los elementos necesarios llevará a cabo una situación didáctica, al permitir que los alumnos por medio de sus propios procedimientos busquen una respuesta al problema (acción), dejarles que confronten sus estrategias (formulación) que expliquen sus razones y formas de pensar, (validación) y finalmente es aquí donde el docente interviene al sugerir otras formas de mejorar sus

procedimientos. Existe otra forma de enseñanza, con el propósito de generar nuevos conocimientos en los alumnos a partir de la resolución de problemas, la que explicaré enseguida brevemente.

La resolución de problemas, genera conocimientos, pero no de manera tradicional en la que el maestro enseñe el algoritmo de la división y presente los problemas, para que el alumno aplique la división y obtenga un resultado, sino que el problema sea la causa de que el alumno use los procedimientos que considere necesarios para lograr darle un significado a la división y así resolver los problemas de reparto o de agrupamiento, por lo cual es necesario reconocer que función cumple la enseñanza por medio de la resolución de problemas, cuáles serían sus propósitos y como se lleva a cabo.

Al referirnos a la resolución de problemas nos referimos a que, el maestro propicie la construcción de estrategias para resolver problemas por medio de la utilización de recursos como el conteo, la estimación y el cálculo mental, evitar el procedimiento tradicional que consiste en los siguientes pasos: enunciar el problema; identificación de los datos y de las operaciones convencionales para determinar el resultado, que los problemas sean en realidad un problema para los alumnos. Es decir, que no sean tan fáciles, pues ya sabrán como resolverlos, ni tan difíciles pues les resultarán inaccesibles.

Los problemas originan buscar procedimientos para llegar a una solución, “Hacer matemáticas es resolver problemas” Charnay (1994: 56) nos indica las características de una enseñanza apoyada en la resolución de problemas, en la cual se pone de manifiesto el triángulo didáctico; docente-alumnos-problema, describiré brevemente como se desarrolla la acción en este triángulo, a través de sus distintas relaciones:

En la relación situación-problema y alumnos:

En esta situación el alumno tiene que reconocer que es un verdadero problema y que sea comprendido por todos, que le permita utilizar sus conocimientos anteriores, que sea un reto para el alumno y por último que la validación no sea de parte del maestro, sino dada por la propia situación.

En esta relación bilateral se pretende que los alumnos comprendan la situación o el problema presentado, que utilicen sus conocimientos previos, que investiguen y sean creativos en sus soluciones, que la respuesta sea confrontada entre los niños y que la respuesta final sea validada por la misma situación.

En la relación docente –alumno;

El alumno debe tener las expectativas de que es más conveniente, establecer entre ellos una validez por medio de pruebas a sus resultados y no solicitar que sea el maestro quien lo valide.

En esta relación, los alumnos serán quienes manifiesten sus propias justificaciones, con el fin de comprobar la respuesta obtenida a través de pruebas, de tal manera que sean los propios alumnos quienes se den cuenta de los aciertos y errores.

Relación Maestro-situación

El docente es quien le corresponde ubicar el objetivo propuesto, que los conocimientos sean adaptados para resolver el problema propuesto, también le corresponde observar las incomprensiones, los errores significativos, analizarlos y tenerlos en cuenta para elaborar nuevas estrategias de enseñanza. En este sentido el profesor no será quien determine si el resultado del problema de división es correcto o no, sino quien a partir del reconocimiento de

los errores implementará nuevas estrategias didácticas con el fin de que sea el propio alumno quien aprenda de sus errores.

Para lograr mejores resultados en la Enseñanza de la división se sugiere que se planteen a los alumnos situaciones problemáticas, en las cuales las matemáticas sean una herramienta funcional y flexible que les permitirán resolverlas. Por lo tanto una de las funciones de la escuela será propiciar situaciones en las que el alumno desarrolle un trabajo de búsqueda y construcción de soluciones en donde haya aprendizajes nuevos (Libro del Maestro 3er. Grado). La resolución de problemas matemáticos prácticamente es sinónimo de “estudiar matemáticas” como menciona Valenzuela (1992) por lo tanto el motor principal de la enseñanza matemática será a partir de la resolución de los problemas matemáticos, entonces necesitamos conocer ¿Qué es un problema? Para Lester (1983:16) un problema es: “Una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución” Por lo tanto un problema es alguna dificultad con la que nos encontramos y no sabemos como darle solución.

Sin embargo, Charnay (1994) nos menciona que, sólo hay problema si el alumno percibe una dificultad: por lo tanto una determinada situación puede ser un problema para un alumno y no para otro. A partir de la aclaración a la que se refiere Charnay, podemos deducir que en efecto, de acuerdo a los conocimientos aprendidos, algunos niños pueden resolver fácilmente un problema, y otros no podrán resolverlo, debido quizás a la falta de algún conocimiento previo, una solución sería presentar los problemas de acuerdo al nivel cognitivo del individuo, a su comprensión e incluso a su propio contexto.

Al respecto en el libro de tercer grado de Matemáticas para el Maestro (1994:9) se sugiere tomar en cuenta que existen al menos dos tipos de problemas para el aprendizaje de las matemáticas;

a).Problemas en los cuales se debe construir la solución (problemas para descubrir) y

b).Problemas en los que hay que aplicar un modelo de resolución ya conocido (problemas por aplicar).

Se le da una mayor prioridad a los problemas para descubrir, pues son creativos, permiten que los alumnos utilicen sus propias estrategias de solución, usen sus conocimientos previos como punto de partida para un mejor aprendizaje, aunque en la realidad se ha dado mayor importancia a los problemas en donde hay que aplicar un modelo de solución ya establecido.

Estoy de acuerdo con las ideas de Ignacio Pozo (1991) quien dice que enseñar a los alumnos a resolver problemas es dotarlos de la capacidad de aprender a aprender en el sentido de encontrar por sí mismos respuestas que les inquieten en lugar de darles las respuestas ya elaboradas, comparto esta idea debido a que sí es necesario apoyar a los estudiantes a que construyan sus propias estrategias para resolver los problemas.

Por consiguiente, enseñar a resolver problemas, no es dotar a los alumnos de destrezas y estrategias, sino de crear en ellos el hábito y la actitud de investigación para buscar respuestas a los problemas o situaciones problémicas. Por lo tanto, el papel del maestro al enseñar la división, será facilitar al alumno el conocimiento, a través de plantearle situaciones en las cuales ponga en práctica sus propias estrategias, validarlas y comprobarlas.

Al hablar de la enseñanza de los problemas de división, es importante mencionar los tipos de problemas que se pueden construir: los de repartos y los de agrupamiento o tasativos.

Nunes Teresina y Peter Bryan (1997:246) nos comentan que; hablar de la división se trata de partir o repartir, acciones que se relacionan con la división y la posibilidad de particiones sucesivas, nos mencionan dos tipos de problemas a los que llaman: problemas de partición y problemas de cocientes o divisores, a éstos tipos de problemas los identificamos en la clasificación de Block, como de repartos y agrupamiento o tasativos respectivamente. Por Ejemplo: Problemas de partición (de repartos): 100 caramelos entre 20 niños.

Problemas de cocientes o divisores (agrupamiento o tasativos): 200 refrescos para 50 niños.

En el caso de los problemas de particiones, se pueden repartir por medio de la correspondencia biunívoca, y después contar uno de los conjuntos para averiguar cuanto le ha tocado, en cambio en los problemas de cociente la relación es multívoca, ya que se forman porciones que correspondan a cada conjunto.

En los estudios realizados por David Block (1995) realiza una clasificación de problemas de acuerdo a las relaciones que existen entre los datos, entre los que destacan: dos magnitudes del mismo tipo o magnitudes diferentes.

Se relacionan dos magnitudes de distinto tipo y puede decirse que se trata de repartir una en la otra. Ejemplo: Se tienen 720 pollitos y se quieren poner 60 pollitos en cada caja ¿Cuántas cajas se necesitan?

¿Cuántas veces caben 60 pollitos en 720 pollitos?

Esta relación entre los datos suele llamarse de agrupamiento o tasativa.

Se relacionan magnitudes de distinto tipo y puede decirse que se trata de repartir una en la otra. Ejemplo: Se tienen 300 dulces y se quieren distribuir en 12 cajas, de tal manera que haya la misma cantidad en cada caja ¿ Cuántas dulces se debe poner en cada caja?

300 dulces se reparten en 12 caja?

Esta relación entre los datos suele llamarse de reparto.

Como podemos notar, existen diferentes clases de problemas, que toman en cuenta su planteamiento, o la relación de sus datos ya sea al repartir o ver cuantas veces cabe un número en el otro, aunque en las observaciones que realicé encontré que los maestros no reconocen las diferencias entre los problemas de reparto y los de agrupamiento.

Aclaro que, las diferentes clases de problemas que existen, no son con la idea de enseñarse a los niños, sino más bien para que el maestro comprenda las dificultades que existen en el planteamiento de cada uno de ellos, pues los problemas de agrupamiento o tasativos que se relacionan con la búsqueda de cantidad de medidas presentan mayor dificultad en los niños. Al reconocer estas dificultades, el profesor podrá diseñar problemas de acuerdo a los niveles cognitivos en que se encuentren sus estudiantes.

Al revisar algunos artículos referentes a la división, me parece importante mencionar el artículo presentado por Dina Tirosh y Graeber (1990) “Evoking cognitive Conflict to explore Preservice teachers’ thinking about División” publicado por Journal research in Mathematics Education, en el cual estudia el conflicto cognitivo del concepto erróneo de la división que tienen los futuros maestros en la división con números decimales menos de uno, analizaron las creencias de los futuros maestros con relación a la idea de que dividir es hacer pequeño y multiplicar significa agrandar, por lo que los maestros entrevistados cambiaron las reglas del procedimiento para justificar este concepto. En este estudio, se aplicaron cuestionarios y entrevistas a 21 futuros maestros de educación elemental, a los cuales se le pidió que formularan problemas de acuerdo a algunas cantidades dadas, encontrándose que el conocimiento de los maestros respecto a la división en el enfoque conceptual es débil, sólo respondieron correctamente 12 maestros. Lo que les indicó que los futuros docentes requieren

una mayor preparación profesional. Al existir deficiencias o conceptualizaciones erróneas de parte de los maestros, así son enseñadas a los alumnos, se hace mención de los modelos intuitivos de Fischbein en Maza Gómez (1991), me refiero a uno de los aspectos que dice:

- La división sólo es posible si el dividendo es mayor que el divisor.

Situación que se cumple pero solamente en el caso de los números naturales, porque al enfrentarse a números decimales no es así, sin embargo el maestro al enseñar le dice a los alumnos, que el número que ocupa el dividendo cuando es menor al divisor, no se puede dividir, se conceptualiza así un error epistemológico, que después tiene notables confusiones.

### **2.3 LAS CONCEPCIONES DE LOS MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN**

Hay otros aspectos que son importantes en la enseñanza de la división como son las «concepciones», en esta indagación las definiremos como lo que el maestro cree o dice acerca de la división, así como la interpretación de los contenidos. Considero que existe una relación entre la conceptualización que tiene el maestro de la división y su forma de enseñarla. Posiblemente el maestro enseña como aprendió. Así que, si el maestro aprendió de manera tradicional, en su práctica la repite quizás de manera involuntaria. Existen otras situaciones en las que hay una ruptura de esquemas en las cuales el docente evoluciona y transforma su quehacer docente, esto tiene que ver, con las sugerencias nuevas que le proporcionan los cursos de actualización o su propia forma de ser, al querer cambiar y transformar su práctica, lo que permite que el maestro evolucione e inserte en su ejercicio docente acciones diferentes a la enseñanza de tipo «tradicional», por así decirlo.

La concepción de las matemáticas que tiene el maestro influye en su manera de enseñar la división. Como dice Becerra (2001:1), el rol del maestro, depende en gran parte de su opinión, basada en creencias y concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pienso que estas concepciones se reflejan de manera inconsciente en su tarea escolar. Por su parte, Carrillo y Contreras (1994) nos mencionan que las concepciones que los maestros tienen acerca de la Enseñanza de las Matemáticas son ideas establecidas a través de ciertas experiencias en su formación profesional. Contreras (2002) en el artículo “Dificultades y Obstáculos para el cambio en el aula: Una perspectiva desde la educación matemática”. Menciona que existen dos factores de resistencia al cambio en el papel del profesor, los cuales son asociados al pensamiento del profesor y al contexto en que desarrolla su trabajo, dichos factores hacen que la actividad del profesor en el aula «vuelva a hacer como siempre». Es por ello que, aunque los profesores lleven cursos de actualización, sólo reflexionan en el momento de llevarlo a cabo, hacen algunos cambios en su práctica docente, pero después sus concepciones acerca de la enseñanza imperan nuevamente, situación que propicia que vuelvan de nuevo las viejas prácticas que adquirieron durante la época de estudiante, aunado al contexto que no les permite crear otras formas de enseñanza, de esta forma, continúan en su misma concepción de enseñanza.

En cuanto al término de concepciones Alba G. Thompson (1984) las define como; Creencias, expectativas, actitudes de los maestros en la práctica docente, las cuales se cristalizan en los procesos de Enseñanza. Cabe mencionar que Thompson en Magdalena (2001:45) considera que el sistema de creencias del profesor se desenvuelve en tres niveles: lo que piensa, lo que hace y lo que dice. Es importante distinguir entre estos tres niveles, ya que lo que el maestro piensa, muchas veces no es lo que hace o dice Puede darse una manifestación inconsciente de

sus concepciones. La Revista de Educación Matemática presenta la reseña de la tesis Doctoral de Pablo Flores Martínez (1995) titulada “Creencias y Concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza” en la cual se menciona que, las concepciones y creencias de los sujetos son constructos psicológicos que no pueden ser directamente observables, pues pertenecen a un nivel de información profunda, inconsciente muchas veces, por lo cual es necesario que las acciones concretas puedan mostrar lo que el maestro realmente piensa. Por mi parte creo que cuando hay una congruencia en lo que el maestro dice y hace es porque hubo una reflexión de sus acciones concretas que ya interiorizó en su pensamiento.

El docente de acuerdo a su formación profesional tiene ciertas concepciones, constructos y formas de enseñar. A veces desconoce que existen otras formas que pueden dar mejores resultados, y en algunos casos, aunque tiene el conocimiento no las aplica. Sin embargo, es importante reconocer que las investigaciones en la enseñanza de las matemáticas, nos proporcionan algunas ideas de cómo se puede enseñar las matemáticas de una forma más dinámica y con la posibilidad de obtener mejores resultados.

Moreno Armella (1992) dice que: Al tomar en cuenta que el alumno al aprender lo hará de acuerdo a sus saberes previos, entonces la Enseñanza de la división no será un saber transmitido, sino que las estrategias se planearán de acuerdo a lo que los niños sepan, por lo tanto el alumno será quien construya sus conocimientos y no el maestro quien transmitirá o dará los pasos a seguir para resolver un problema por medio de la división.

Surgen otros elementos a mi modo de pensar que no se han tomado en cuenta en la elaboración de los planes y Programas de estudio, como las concepciones que tienen los maestros acerca de la enseñanza de las Matemáticas, las cuales forman parte de su

pensamiento, de su forma de entender y conocer la disciplina que imparte, así como sus puntos de vista, lo que los docentes creen o saben acerca de la división y las interpretaciones que hacen de los contenidos, las cuales influyen en la enseñanza de la división que realiza el maestro.

Block y Dávila (1993) en el artículo “La matemática expulsada de la escuela” comentan que es importante analizar nuestra concepción de lo que es «hacer matemáticas» presentan dos concepciones de lo que es hacer matemática: la primera, es conocer el lenguaje convencional y los algoritmos canónicos y la segunda, tener la capacidad de usar flexiblemente las herramientas matemáticas para resolver los problemas que se nos presentan en nuestra vida, en este artículo nos muestran que el desarrollo de los alumnos y sus producciones en la matemática, son favorecidos si se les mira a partir de otra concepción de la enseñanza de las matemáticas; como la capacidad de pensar matemáticamente, de generar y crear procesos no convencionales para resolver problemas.

Si tenemos la concepción de que al enseñar la división, es enseñar una técnica por medio de reglas o pasos canónicos nos referimos a una educación tradicional Es decir, transmitir un conocimiento ya establecido, como dice Moreno Armella (1992:30) “Quien posee el conocimiento puede ofrecerlo a quien no lo posee” por lo contrario si creemos que enseñar a dividir, es desarrollar habilidades que faciliten al niño a resolver problemas a través de los procedimientos que considere necesarios, permitiéndole crear sus estrategias y reflexionar acerca de ellas, permitimos que «haga matemáticas» (Block y Dávila, 1993).

Asimismo tenemos que, Thompson (1992) define a las concepciones como una estructura mental general, que abarca creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, y preferencias, yo le agregaría que también son las maneras de actuar y pensar en el

quehacer docente, las cuales en ocasiones se transforman de acuerdo a nuestras vivencias y reflexiones acerca de la enseñanza que realizamos en el acto pedagógico.

Por otra parte, Carrillo y Contreras (1995) manifiestan que las concepciones que tienen los maestros acerca de la enseñanza de las matemáticas, podrían caracterizar la interpretación y toma de decisiones, tanto de los errores epistemológicos, como de la selección de contenidos ó búsqueda de situaciones didácticas y del marco de negociación de un contrato didáctico ya sea implícito o explícito (Brousseau, 1989).

En mi opinión, la concepción del docente influye grandemente en la manera en que enseña la división, algunos maestros avanzan en sus concepciones acerca de la enseñanza, de acuerdo a su formación personal y profesional, aunado al contexto sociocultural en que se desenvuelven, otros docentes no cambian sus esquemas y enseñan de la manera en que aprendieron; la cual supongo es de manera tradicional.

En el artículo publicado por Alfinio Flores (1994:38) denominado “La reflexión en la práctica de la Enseñanza de los Maestros” mencionan un patrón de desarrollo de tres niveles en las concepciones de los maestros, descrito por Thompson (1991) las cuales son a saber:

El nivel básico: Se refiere a que el maestro muestre los procedimientos a los alumnos, su meta de enseñanza es obtener respuestas precisas, el aprendizaje se percibe como aprender una serie jerárquica de habilidades por medio del libro de texto.

En este nivel se aprecia una matemática sin cambios, lo que se enseña permanece sin alteraciones de ningún tipo, son verdades que no se pueden refutar.

En el 2º. Nivel: Existe una apreciación por las razones que justifiquen las reglas, se usan materiales manipulativos, pero valorados por razones de actitud y no cognitivos, es decir se le da importancia al hacer y manipular, aunque no se trabaje mentalmente.

En el segundo nivel se reconocen algunos cambios como el uso del material concreto, pero solamente como «hacer» aunque todavía no se le da importancia al aspecto cognitivo

El 3er. Nivel: Los maestros conciben la enseñanza de las matemáticas como investigación y descubrimiento por parte de los alumnos, el papel del maestro es pensar productivamente en forma matemática.

Los autores mencionan que este nivel es más difícil de alcanzar, pues requiere de una reestructuración a fondo de esquemas conceptuales, para lo cual se necesita un esfuerzo concentrado y sostenido, así como una cantidad de reflexión por parte del maestro, con lo cual estoy de acuerdo, pues el maestro pocas veces se detiene a reflexionar acerca de su práctica docente, lo cual no permite la evolución de sus concepciones de los profesores.

En el modelo teórico de las tendencias que presentan Carrillo y Contreras (1995) se puede observar tres categorías: el tipo de conocimiento de la matemática, el fin que persigue la creación del conocimiento matemático y el modo de evolución de la matemática, enseguida haré un breve explicación de cada una de ellas de acuerdo a las diferentes formas en que las han caracterizado los investigadores mencionados:

### **2.3.1 INSTRUMENTALISTA.**

En la concepción instrumentalista se concibe a la matemática como un conjunto de resultados con un carácter utilitario, de las que su veracidad y existencia no están sujetas a discusión o revisión. Es decir, son verdades eternas y no sufren transformaciones.

El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es desarrollar otras ciencias. El modo de evolución, es desde una perspectiva pragmática, utilitario. Por lo cual la reacción y el uso de los algoritmos es el principal impulsor de la construcción del conocimiento matemático. Thompson (1984:71) menciona acerca de las influencias de las creencias sostenidas por el profesor en su manera de enseñar, el énfasis que cada profesor pone en el aula puede ser explicado por su visión predominante respecto de la matemática. Por lo que, si el maestro cree en una matemática utilitaria, enseñará de una manera prescriptiva, enfatizará las reglas y procedimientos.

Por lo tanto, al enseñar la división el docente se concretará a dar los pasos o técnicas para dividir, dará por hecho el conocimiento. De esta forma, llevará a cabo una enseñanza de tipo informativa. En la cual, prescribirá el procedimiento como si fuera una receta o instructivo a seguir, sin que el alumno conozca el porqué se toman dos cifras, se multiplica o se resta.

### **2.3.2 PLATÓNICA**

En la concepción Platónica, los conocimientos matemáticos se conciben como un cuerpo de conocimientos preexistentes con una estructura lógica, con carácter objetivo, absoluto, universal y libre de valores. El fin del conocimiento es el desarrollo de la propia matemática, que aunque tenga aplicaciones en otras ciencias, se desarrolla de forma independiente respecto a ellas.

El modo de evolución es desde una perspectiva dogmática, se concibe al conocimiento preexistente al individuo, sujeto solo a su posible descubrimiento pero no a su creación.

Para Thompson; Un Platonista enseñará con énfasis en el significado matemático de los conceptos y la lógica de los procedimientos matemáticos.

El maestro al enseñar la división dará importancia al concepto del algoritmo de la división, así como la lógica del procedimiento de dividir. En su concepción, el docente cree que el alumno va a descubrir el algoritmo de la división.

### **2.3.3 COMO RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

En esta concepción el tipo de conocimiento es sometido a revisión constante depende del contexto social, cultural y científico, lo que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos sea relativa, por lo que se impregna de valores.

El fin que persigue es el desarrollo de las capacidades intelectuales del ser humano, queda así la evolución de la matemática, por tanto, subyugada al progreso humano.

Su modo de evolución es desde una perspectiva dinámica, la matemática se concibe como campo de creación continua, que tiene como principal impulsor la resolución de problemas, el conocimiento matemático se construye desde una perspectiva antropológica, por interacción social para dar respuesta a los problemas sociales, culturales, y económicos.

Según Thompson: Un matemático en la Resolución de problemas enfatizará actividades que conduzcan a interesar a los estudiantes en procesos generativos de la Matemática.

Bajo esta concepción, el maestro al enseñar la división no lo hará por medio de la aplicación de los problemas, sino que propiciará que los alumnos resuelvan los problemas con los conocimientos que posee, tomará en cuenta los conocimientos previos y los propios procedimientos de los alumnos con el fin de crear estrategias de enseñanza para que el alumno comprenda el uso de la división.



### CAPITULO 3

#### CONSTRUCCIÓN METODOLÓGICA

La Metodología que utilicé en la indagación es cualitativa. Una de las finalidades de este tipo de investigación es comprender e interpretar la realidad. La perspectiva cualitativa me permitió describir y analizar las estrategias que utilizan los maestros al enseñar la división. Peter Woods (1995:25) menciona que el uso de la etnografía en el ámbito pedagógico se retoma como: “Lo que la gente hace realmente, las estrategias que emplea y los significados que se ocultan detrás de ellas”. De esta forma, en esta indagación se registraron, describieron e interpretaron los hechos, para poder indagar cuáles eran las estrategias que los docentes realizaban en la enseñanza de la división, conocer a que tendencias didácticas se inclinan las prácticas de los docentes, así como cuáles son sus concepciones de la división, a partir de las entrevistas y observaciones del aula en los momentos que llevaron a cabo la enseñanza de la división en 3°. y 4°. Grado de educación primaria.

Para la elección de los participantes, tomé en cuenta como primer punto de partida, maestros que atendieran tercero y cuarto grado, debido a la naturaleza del tema, pues en el 2°. Ciclo se inicia la enseñanza curricular de la división. Inicialmente, intenté con otros profesores, los cuales manifestaron que si estaban de acuerdo en participar, pero al preguntarles cuando trabajarían la enseñanza de la división me daban excusas como; “ Ahorita no voy a ver ese tema” o “no he tenido tiempo de hacer mi planeación”, por lo que entendí que no había disposición.

Hasta que después de una búsqueda constante logre que cuatro maestros accedieran a participar en esta indagación. Los maestros seleccionados tienen de antigüedad (años de trabajo en ese ciclo): dos de ellos, con 5 años de servicio de laborar en ese ciclo (los últimos 5

años) y los otros dos apenas es su primer año de servicio en ese ciclo. El motivo de seleccionar a los maestros con esta característica, fue: Primero, porque fueron los que se interesaron y dieron su anuencia de participar en esta indagación. Segundo, porque con ello tendría información diversa, toda vez, que se pensó que los maestros al haber trabajado en ese ciclo, podrían aportar ideas diferentes. Sin embargo, en la realidad y después de haber efectuado la indagación se pudo constatar lo contrario.

### **3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS.**

Se utilizó para la recolección de datos, observaciones de clase y entrevistas a cuatro maestros que atienden 3°. y 4°. Grado de Educación Primaria. Para realizar las observaciones en el interior del aula, me apoyé con filmaciones, esto con la posibilidad de obtener datos más confiables y seguros. Para ello, contraté a una persona que se encargó de filmar las clases, las orientaciones que señalé al señor que iba a grabar las clases, fueron: Primeramente le hice saber que me interesaban las actitudes y acciones que realiza el docente, estar atento al quehacer docente del maestro y tomar la vista panorámica del grupo de niños durante la clase. Es importante mencionar que, la primera de las clases filmada por este señor, no consiguió cumplir con los criterios establecidos con anterioridad, por lo que fue, hasta la segunda filmación donde ya se tomó en cuenta los criterios. Esto permitió obtener datos de las acciones realizadas por los profesores, apegadas a la realidad ya que fueron grabadas.

La observación fue no participante, ya que permanecí fuera del proceso, en ningún momento influí en las actitudes y actividades que los maestros realizaron Como dice Goetz y

LeCompte(1988) *“La observación no participante consiste, exclusivamente, en contemplar lo que está aconteciendo y registrar los hechos sobre el terreno”*.

Las observaciones se llevaron a cabo de la siguiente forma: En el grupo del maestro Leonardo estuve sentada en la silla destinada para el profesor, desde la cual podía apreciar la totalidad del área del salón, pues debido a lo pequeño del salón no había otro lugar. En los otros tres salones, la observación la efectúe de manera dinámica. Es decir, la llevé a cabo desde diversos lugares «movilizándome a través de todo el salón», con recorridos que me permitió visualizar de distintos ángulos las acciones del profesor y de los niños. Conforme observaba, registré en un cuaderno algunos aspectos que me parecieron interesantes para esta indagación.

El trabajo de campo se realizó en dos escuelas ubicadas en el medio urbano, se llevó a cabo con cuatro maestros, las observaciones se llevaron a efecto en el momento en que los docentes enseñaban la división. El período que comprendió el trabajo de campo fue, del mes de febrero al mes de junio del año 2002. Se llevaron a efecto 3 observaciones por cada maestro, lo que hacen un total de 12 observaciones, con duración de 45 a 60 minutos cada una.

Después de las observaciones realicé una entrevista con cada maestro. Para realizar las entrevistas, les pedí a los maestros que me permitieran platicar con cada uno de ellos, con el propósito de indagar algunos aspectos relacionados con la enseñanza de la división y para platicar con relación a algunos pasajes observados en las clases filmadas. Con el Maestro Leonardo realicé la entrevista en el momento en que los alumnos tenían Educación física debido a que en las tardes trabaja en otra escuela, con el Maestro Luis fue en su casa por la tarde, con la Maestra Flor y la Maestra Rosa hice la entrevista al final de las labores escolares en el interior del salón de clases, pues dijeron que no tenían tiempo disponible en su casa. En todas las entrevistas me apoyé con una grabadora para no perder detalle de las

“conversaciones” que realicé con los maestros, como menciona Peter Woods (1989) las entrevistas son conversaciones informales. En el desarrollo de las entrevistas, traté de preguntar a los profesores lo concerniente a la enseñanza de la división de manera profunda. Es decir, cuestioné al docente de tal manera que me diera toda la información posible, ya que esta era la única oportunidad de obtener información al respecto.

Otro material que consideré importante obtener fueron fotocopias de los trabajos realizados por los niños, así como las páginas de los libros que se usaron en algunas clases y que tenía que ver con la enseñanza de la división, con el propósito de analizar las actividades propuestas por el maestro.

Durante las primeras observaciones, se notó cierta inquietud en los niños y nerviosismo en los maestros, pero en lo sucesivo, las actitudes cambiaron, demostraron con ello que tanto docentes y alumnos se habían adaptado a tener la cámara de video enfrente, así como mi presencia física.

La codificación utilizada en la presentación de los datos empíricos utilizados en este reporte fue a través de las siguientes consideraciones:

Por ejemplo, el código siguiente: OM13A190302O significa:

O= Observación

M=Maestro (a)

1= Número del docente observado o entrevistado

3A= Grado y grupo que atiende el docente

19= día en que se llevó a cabo la observación

03= Mes en que se realizó la observación

02= año de la realización de la observación

La codificación empleada para presentar datos de las entrevistas tuvieron las características siguientes: EM23A060202 en donde:

E= Entrevista.

M= Maestro (a)

2= Número del docente entrevistado

3A= Grado y grupo que atiende el maestro entrevistado

06= día en que se realizó la entrevista

02= mes en que se llevó a cabo la entrevista

02= año de la realización de la entrevista.

El análisis inicial realizado con las observaciones, se llevó a cabo mediante la transcripción de los vídeos, con el fin de hacer un estudio más detallado y a profundidad del tema. Después se identificaron las estrategias relacionadas con la enseñanza de la división, enseguida realicé el análisis de las observaciones, relacioné los aspectos más frecuentes, las semejanzas, las diferencias y algunas respuestas únicas, con el fin de responder a las preguntas de investigación, utilicé el análisis recursivo Goetz y Lecompte (1989) busqué los elementos recurrentes y aquellos que fueron discrepantes con las mayores recurrencias, así construí las categorías que guiaron el trabajo En la segunda parte del análisis me basé en las entrevistas semiestructuradas hechas a los mismos maestros observados para conocer las tendencias didácticas y las concepciones de los maestros, así comprender los datos obtenidos en las observaciones y las entrevistas, contrasté con los referentes teóricos para entender los datos empíricos, realicé así la triangulación que da la validez y confiabilidad a este estudio de indagación.

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS SUJETOS OBSERVADOS.

La obtención de los datos empíricos se llevó a cabo en dos grupos de tercer grado y dos grupos de cuarto grado en dos escuelas del medio urbano en Cintalapa, Chiapas, por medio de observaciones en el interior del aula en los momentos en que los profesores enseñaban la división. Es decir, el maestro me avisaba con anticipación, de esta manera el día fijado y a la hora indicada, se llevaba a cabo el registro de los datos empíricos.

Se seleccionaron cuatro maestros de educación primaria, con base a las siguientes características:

- \*Que atendieran 3ro. y 4º grado.
- \*Años de servicio de 15 a 25 años.
- \*Años de servicio (los últimos) en el segundo ciclo.
- \*Disponibilidad de participación.
- \*Anuencia para videograbar sus actividades áulicas.

A continuación haré una breve descripción de los maestros que fueron observados, cabe mencionar que los nombres han sido cambiados por razones de anonimato.

El Maestro Leonardo (M1) atiende el tercer grado de Educación Primaria, en la Escuela “Enrique C: Rebsámen” cuenta con 22 años de servicio, la mayor parte de su práctica docente, ha atendido el 3er. Ciclo (5º. y 6º. Grados) este año atiende el 3er. Grado. Cuenta con la especialidad de Español, trabaja en el nivel de Secundaria en el turno vespertino, al comentarle que me diera la oportunidad de observar de qué manera enseña la división, me dijo;

*“Con todo gusto, sólo déjame ver que día trabajo ese contenido y te aviso”*

También hizo el siguiente comentario;

*“Voy un poco atrasado porque como los niños no se saben las tablas de multiplicar, les cuesta mucho”*

Por lo cual nos podemos dar cuenta ante esta afirmación que, para el maestro es una preocupación que los alumnos aprendan primero las tablas de multiplicar y después se les enseñe a dividir.

El Maestro Luis (M2) atiende el tercero “A” en la Escuela “Simón Bolívar”, ha enseñado en el 2º. Ciclo durante los últimos 5 años, cuenta con 22 años de servicio, tiene Estudios de Normal Superior con especialidad en Psicología.

Cuando le pedí que me permitiera observarlo al enseñar la división me dijo:

*“Claro que sí, nada más déjame ver cuando me toca esos contenidos y yo te aviso”*

La Maestra Flor (M3) atiende el 4º Grado grupo “B” tiene 15 años de servicio, este año atiende 4º. Grado, los demás años, dice ella: *“He estado enseñando en primeros y segundos grados”* trabaja en la Escuela Primaria “Simón Bolívar” en Cintalapa, Chiapas. Tiene Estudios de Normal Superior con especialidad en Español. Ella comentó que a las matemáticas casi no le entiende, por eso trabaja con la Guía Didáctica, pues ahí vienen más explicado los ejercicios.

La Maestra Rosa (M4) da clases en el 4º Grado Grupo “C” tiene 23 años de servicio, de los cuales ha enseñado en el 2º. Ciclo, los últimos 5 años, trabaja en la Escuela Primaria “Simón Bolívar” tiene estudios de Normal Básica, cuando hablé con ella para solicitarle que me apoyara, y me permitiera hacer algunas observaciones en el momento en que enseñara los contenidos correspondientes a la división, ella comentó:

*“la ventaja es que fueron mis alumnos en tercer grado, entonces ya los conozco y como en tercero aprendieron a multiplicar, ahora en cuarto grado se les hizo fácil aprender a dividir”*

Los instrumentos para obtener los datos fueron; la observación en el aula apoyado por filmaciones de video, registro de observaciones de clase y entrevistas, primeramente realicé las observaciones y al finalizar éstas llevé a cabo las entrevistas a los maestros, en total realicé 12 observaciones de clase y una entrevista a cada maestro con el fin de obtener los datos empíricos para realizar esta indagación.

### **3.3 DESCRIPCIÓN DE LOS EJES DE ANÁLISIS Y LAS CATEGORÍAS.**

Para Llegar a comprender esta indagación, es necesario e importante sistematizar por medio del análisis los datos recabados, de acuerdo a las situaciones observadas de la enseñanza que realizan los cuatro maestros, para ello, tomé en cuenta tres ejes de análisis, enseguida haré una descripción de los ejes de análisis con sus respectivas categorías.

#### **EJES DE ANALISIS**

- I- Las Estrategias de Enseñanza de la división.
- II.- Tendencias Didácticas del Profesor acerca de la enseñanza de la división
- III.-Concepciones Pedagógicas de los Maestros de la Enseñanza de la división

### 3.3.1 LAS ESTRATEGIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.

En este Eje de Análisis retomé «Estrategias» en el sentido de conocer las formas y acciones que realizan los maestros para lograr mejores resultados en la enseñanza de la división, las cuales se abordan de manera distinta por cada uno de los profesores observados. En este eje de análisis, me dediqué a subrayar las estrategias de la enseñanza de la división que llevaron a cabo en las observaciones los maestros de 3er. y 4º. Grado de educación primaria, busque algunas semejanzas o diferencias. Los maestros se centran en los repartos de materiales concretos y dibujos, por lo que le llamé “Centración Repartiva” asimismo trabajan el cálculo mental para llegar al resultado de la división a lo cual le denominé “aproximaciones sucesivas”, otro aspecto que pude observar en los cuatro maestros es el planteamiento de problemas como apoyo a la enseñanza de la división, destacan los tipos de problemas; reparto y agrupamiento, así como los apoyos didácticos. Las categorías correspondientes a este eje de análisis son;

**a).-Centración Repartiva;** Las situaciones de reparto juegan un papel muy importante, pues a partir de las situaciones concretas o de los problemas matemáticos, el maestro propicia que el alumno busque la solución de acuerdo al procedimiento que considere conveniente, en las estrategias de enseñanza, los maestros se centran en los repartos ya sea con corcholatas, dibujos, billetes y monedas, así como el uso de los problemas matemáticos para que los alumnos lleguen a comprender el significado de la división.

**b).-Aproximaciones al resultado de la división;** En esta categoría se tratan los aspectos que realizan los maestros para que los niños comprendan como aproximarse al resultado posible de los problemas de división, ya sea de reparto o de agrupamiento relacionados con las habilidades como el cálculo mental o la estimación.

**c).- Los Apoyos didácticos:** Otro aspecto muy interesante es conocer que recursos didácticos utilizan los maestros para motivar a los alumnos y hacerles llegar a la comprensión de los factores que intervienen en una división, por lo que al hablar de apoyos didácticos tomaré en cuenta; el uso del cuadro de multiplicaciones, el libro del alumno, los ficheros de matemáticas, el libro del maestro y las copias de libros comerciales.

### **3.3.2 TENDENCIAS DIDÁCTICAS DE LOS MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN**

Este eje de análisis le denominé «Las Tendencias Didácticas de los maestros en la Enseñanza de la división», aspecto interesante que se manifiesta en el quehacer docente, a partir de las acciones del maestro dentro del aula al enseñar la división, uno de los objetivos es conocer que tendencias se reconocen en la enseñanza de la división, por lo que analizan los datos arrojados de las observaciones y las entrevistas, me apoyé en las categorías e indicadores que presentan Carrillo y Contreras (1996;38) para ubicar a los maestros observados en las tendencias de enseñanza (cuadro 2) da como resultado que en las Tendencias Tradicionalista y Espontaneísta, hubieron mayores incidencias, pues debido al término tendencias no existe un modelo didáctico concreto. (Porlán, en Carrillo; 1996).

**a).-TRADICIONALISTA:**

En esta categoría se caracterizan a los maestros que al enseñar la división lo hacen a través del algoritmo, por medio de una metodología verbalista, le dan importancia a la repetición de ejercicios como práctica para aprender, la programación es estricta, consideran que el aprendizaje no se realiza porque el alumno no estudia las tablas de multiplicar, dándole así un aspecto memorístico, le dan importancia a las reglas de la operación de dividir, piensan que la responsabilidad del aprendizaje es exclusiva del alumno.

**b).-ESPONTANEÍSTA;**

En esta tendencia se identifican a los maestros, quienes al enseñar la división, su trabajo en el aula, así como sus respuestas de las entrevistas se relacionan con los siguientes aspectos; El profesor realiza actividades de reparto con corcholatas, pasa de actividad en actividad, busca las formas en que los alumnos estén interesados, varía las cantidades, toma en cuenta las dificultades de los alumnos, les permite que utilicen procedimientos propios para resolver los problemas matemáticos, su programación es flexible, los alumnos participan en la clase libremente.

**3.3.3 CONCEPCIONES DE LOS MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.**

El tercer eje de análisis será a partir de «Las Concepciones que tiene el maestro acerca de la enseñanza de la división» toma como punto de partida las entrevistas realizadas a los maestros, lo que los maestros piensan y creen acerca de la división, las cuales influyen en el quehacer docente del maestro, tanto al desarrollar los contenidos como en su metodología al enseñar la

división, así como en algunos aspectos de las observaciones que me permitieron comparar las concepciones de enseñanza de los maestros observados.

El docente tiene una gran influencia de la forma en que aprendió a la hora de enseñar. Pero de este aspecto, muchas veces el maestro no es consciente debido a una escasa reflexión de la práctica docente, por lo que pienso que es necesario a través de las investigaciones, darnos cuenta en realidad, que tanto influyen las concepciones del maestro al enseñar la división.

Me apoyé en el artículo “Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza” realizado por José Carrillo y Luis C. Contreras publicado en la Revista Educación Matemática (1995) En donde presentan “Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza” en el cual nos ofrecen un instrumento para analizar las Tendencias y Concepciones del profesor sobre la enseñanza de las Matemáticas, y así caracterizar con más detalle la posición del maestro ante la enseñanza de la división

Después de haber analizado las entrevistas y las observaciones, encontré que de acuerdo al modelo de categorías que presenta Carrillo y Contreras, los cuatro maestros investigados corresponden a la concepción instrumentalista, sin embargo como existen algunas características semejantes y al mismo tiempo otras diferentes en sus concepciones y acciones de los profesores al enseñar la división en el aula, me he visto en la necesidad de crear tres categorías: Enseguida haré una breve descripción de los elementos que tomaré en cuenta para ubicar a los maestros mencionados.

## **LA CONCEPCIÓN ESTÁTICA**

Serán consideradas en esta categoría, los aspectos mencionados por los maestros entrevistados que se apegan con mayor fuerza a una concepción instrumentalista, en donde la enseñanza de la división que llevan a cabo se encuentren arraigadas en el uso del algoritmo de la división, a través de pasos a seguir, mecanización, memorización de reglas o conceptos, metodología que se apega más a dicha concepción, por lo cual ha permanecido estática o sin cambios fuera de lo habitual.

## **LA CONCEPCIÓN TRANSITIVA**

En esta categoría se podrá observar cierta mezcla entre una concepción estática y avanzada de acuerdo a la concepción instrumentalista de la enseñanza de la división, toma en cuenta elementos como; el uso de la división en los problemas, materiales didácticos a utilizar y el trabajo en equipos. Así como permitir a los alumnos usar diferentes procedimientos no convencionales, apoyarse en el uso de la tabla de multiplicar y otras estrategias como el cálculo mental y la estimación, para que el alumno se apropie del significado de la división y aprenda a usarla en cualquier situación problemática.

## **LA CONCEPCIÓN AVANZADA**

En esta categoría se manifiestan algunos avances a la concepción de la matemática como resolución de problemas, por lo que le llamé avanzada, aunque se manifiestan algunos aspectos tradicionalistas, los maestros han evolucionado en la metodología que emplean al enseñar la división, pues manejan elementos, como el uso de distintos problemas matemáticos, integra algunas estrategias para la división dentro de un enfoque investigativo como el uso de los problemas al enseñar la división, el tratamiento de las dificultades y errores de los alumnos.

## **CAPITULO 4**

### **ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.**

El análisis de los datos es la parte medular del trabajo etnográfico, porque nos permite llegar a comprender la presente indagación, de esta manera poder interpretar las prácticas referentes a las estrategias de la enseñanza de la división.

#### **4.1 .- LAS ESTRATEGIAS DE LOS MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.**

Los Maestros de Educación Primaria al enseñar la división buscan las formas más idóneas, recurren a hacer cosas con las que esperan lograr los propósitos de enseñanza, utilizan todos los medios posibles para enseñar a los alumnos a dividir, a estos procedimientos que realizan los maestros con la intención de enseñar la división, les llamaremos «estrategias» las cuales pueden variar desde las tradicionales hasta algunas modernas, en la tarea docente los maestros cristalizan sus concepciones de la enseñanza, a través de la metodología que realizan, por las interpretaciones que les dan a los contenidos e incluso las formas de evaluar. Es por ello, que por medio de las observaciones en el aula pude rescatar las prácticas que realizan los docentes en los momentos en que enseñan la división.

Algunos maestros se han dedicado a enseñar la división de manera directa, sin contextualizarlo. Es decir enseñan la operación de dividir y después les dictan problemas en los cuales los alumnos van a aplicar la división para resolverlos.

Los alumnos por su parte aprenden de la manera en que el docente les enseña, otros profesores se concretan en que los niños memoricen las tablas de multiplicar previamente a la enseñanza

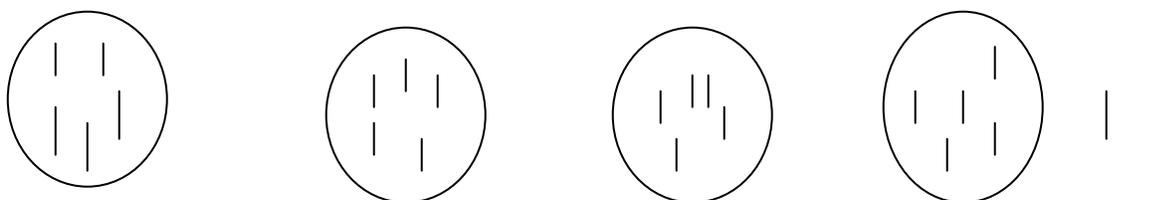
de la división, pues según los propios maestros, de esta manera se les facilitará aprender a dividir, les presentan los pasos a seguir como si fuera un instructivo en el cual se va a armar algo, habrán otros más osados quienes presenten a los alumnos actividades atractivas como repartos con materiales concretos para aprender a dividir, en fin cada maestro tiene en su historia profesional algunas consideraciones a este tema.

Las investigaciones han arrojado resultados respecto a la manera en que los niños aprenden a dividir, esto nos interesa, pues la otra cara de la moneda es la enseñanza de la división, a partir de permitir ciertos procedimientos no convencionales que los niños realicen podemos propiciar que el niño asigne un significado a la operación de dividir.

#### **4.1.1 ESTRATEGIAS POR MEDIO DE REPARTOS.**

Los maestros al enseñar la división, se centraron en proponer situaciones de reparto a los alumnos, por medio de corcholatas, dibujos, billetes y monedas, de tal forma que los niños se dieran cuenta de que dividir significa repartir.

Los alumnos cuando realizan sus repartos lo hacen de dos formas, por medio del reparto uno a uno, es decir cuando utilizan material concreto, el niño se dedica a dar un objeto a cada quien, con cierto orden y cíclicamente, es decir hasta que no se pueda dar uno más a cada uno y si el alumno lo realiza en su cuaderno dibuja círculos y adentro de ellos reparte por medio de rayitas o bolitas los objetos, de tal manera que a todos les toque lo mismo y sobre lo menos posible. Por ejemplo: 22 dulces entre 4 niños;



## Toca a 5 dulces y sobran 2

La otra manera de repartir, los alumnos lo hacen por medio de la estimación del cociente;

En este procedimiento la atención se centra en el resultado del reparto, el cual se puede obtener de diferentes formas:

Se dibuja o se cuenta la colección total y se subdivide en el número de grupos que indica el divisor; Ejemplo. 15 entre 3

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & \\ \hline \end{array} \quad 3 \overline{)15}$$

Se forman grupos que indica el divisor y se ajusta a simple vista; ooo ooo ooo ooo ooo

Pensar en un número que multiplicado por el divisor se ajuste al dividendo, lo que implica replantear el problema, esto es la acción inversa al reparto.  $5 \times 3 = 15$

Al tomar en cuenta estas situaciones, la enseñanza de la división se pretende que sea un proceso, el cual los maestros tal parece que no han relacionado, ya que se encuentran sujetos a presiones de tiempo y exigencias quieren obtener logros inmediatos y enseñan el algoritmo directamente, pues se cree que es más fácil y rápido, de hecho los niños aprenden a dividir, pero cuando se trata de aplicarlo al problema es cuando se topan con dificultades.

No es extraño encontrar en la actualidad a maestros que enseñan a memorizar mecánicamente las tablas de multiplicar a los alumnos, pues según los profesores de esta manera será más fácil para el alumno aprender a dividir, pero sería un aprendizaje mecánico, pues el niño aprende pero sin saber el por qué o cómo, enseñar a dividir no es transmitir la técnica o procedimiento tradicional sino darle al alumno las habilidades necesarias para que razone y procese los saberes que posee y de esta manera ponga en juego sus capacidades y relacione sus conocimientos y los utilice al resolver los problemas de división.

#### 4.1.1.1 A TRAVÉS DEL MATERIAL CONCRETO.

En las sugerencias metodológicas del Plan y programas de estudio se promueve el uso del material manipulativo con el fin de que los alumnos construyan sus propias estrategias de solución, asimismo en el Libro del Maestro de tercer grado Matemáticas (1993 ) nos dice; El material concreto tiene dos funciones:

*\*Puede ser un instrumento que permite buscar, construir y llegar a la solución sobre todo de contenidos donde la dificultad de la tarea así lo requiera .*

*\*En otras ocasiones es el instrumento que permite verificar las hipótesis y soluciones anticipadas por los niños;*

Para llevar a cabo la tarea de enseñar, los maestros utilizan algunos materiales oficiales, como son: el libro del alumno, los ficheros de matemáticas, el libro del maestro, también recurre a las guías didácticas, (comerciales) materiales concretos, simbólicos y otros.

De los cuatro maestros observados solamente el maestro Leonardo trabajó con material concreto con el uso de las corcholatas, para plantear algunos problemas a los alumnos, también usó fotocopias de un libro comercial, la maestra Rosa y Flor usaron los ficheros de matemáticas, tres maestros utilizan el libro de texto, solo el maestro Leonardo no dio la oportunidad de observarlo como trabaja el libro del alumno, pues en ninguna de las observaciones coincidió el uso de este material.

#### 4.1.1.2 CON LAS CORCHOLATAS.

En lo que respecta al material concreto, se observó el uso de corcholatas en repartos, al realizar la actividad de reparto, los alumnos se mostraron muy interesados en la actividad, lo cual nos demuestra que es importante trabajar con materiales que a los alumnos les sea fácil manipularlos, de esta forma hacen los repartos y resulta comprensible para los niños. El profesor Leonardo trabajó de la manera siguiente;

*M: Espero que hayan traído las corcholatas que se les pidió, no importa con las que tengan ¿Sí? (El Maestro se para enfrente de los alumnos y dice;)*

*M: Yo les traje unas copias, se trata de algunos trabajos, de lo que es la división, lo que es antes la multiplicación, sí, como se reparten cosas, si son 40 o son 60, como cuando repartimos cosas el día del niño, que ya se aproxima, ya se acerca el día del niño y a veces los maestros nos quebramos la cabeza, para ver que cantidad vamos a repartir. ¿Qué tanto le vamos a dar a cada niño ¿Cómo vamos a repartir el pastel, refrescos, galletas, de igual forma vamos a trabajar de manera rápida.*

(OM13A230402)

El Maestro les da a los niños una explicación del concepto de repartir, comenta situaciones de la vida cotidiana, utiliza las corcholatas para que los niños repartan entre sus compañeros de equipo, mantiene en actividad a los alumnos, se acerca a los equipos para apoyarlos en sus reparticiones y preguntarles como lo hicieron.

Los materiales concretos cumplen una función primordial, pero todo dependerá de las formas que se usen, por ejemplo; el maestro las usó con el propósito de mantener el interés de los niños, al mismo tiempo permite que manipulen las corcholatas y realizar los repartos, se

cumple así la idea de que el material sea un apoyo para buscar la solución. Desde luego que el uso del material concreto no es nuevo, sin embargo lo interesante es cómo lo trabajan cada maestro, ya que cada uno lo utiliza de diferentes formas.

El Maestro Leonardo, realizó la enseñanza de la división apoyándose en el reparto de corcholatas;

Si tengo 30 corcholatas y las voy a repartir entre 3 niños ¿Cuánto le toca a cada uno? M; iban hacer una división, pero ¿Cómo? Lean como dice ahí, lean (dirigiéndose a los niños) *Son 30 corcholatas y lo repartimos en tres partes iguales a ver, a ver, démosle oportunidad, ¡se equivocó!*

(OM13A230402)

El Profesor, les pidió a los niños que por medio de los equipos, hicieran su reparto, les permite a los niños que reconozcan los errores, pues al equivocarse el alumno, el maestro les pide a los demás niños que le dieran oportunidad de corregir el error, el maestro se caracteriza por ser un maestro “devolvente”. Como dice Alicia Ávila; (1999) el profesor devuelve al alumno la responsabilidad de reconocer el error, aunque la responsabilidad de validarlo es cedida al colectivo.

(El niño escribe) 
$$10 \overline{) 30} \begin{array}{r} 3 \\ 0 \end{array}$$
 M: ¿Estará bien? Ns; Síiii (todos)

(OM13A230402)

También se puede ver que el maestro lleva a cabo las sugerencias de permitir a los alumnos que “realicen los procedimientos que deseen” es decir que realicen procedimientos no convencionales con el fin de comprender el sentido de la división, como formar grupos y repartirse las corcholatas, les permite resolverlo por medio de la multiplicación, aquí está

implícito el concepto de la multiplicación como operación inversa a la división. Sin embargo como menciona Alicia Ávila (1993;34) esta relación inversa, los niños no la conciben hasta que llegan a un cierto nivel de conceptualización de dichas operaciones.

*M: ¿Qué operación tenemos ahí?      Ns: Una división*

*M: También logramos hacer una?      Ns: Multiplicación*

(OM13A230402)

Vemos como el maestro de manera sutil les pregunta acerca de las operaciones, de tal forma que los niños se den cuenta que las dos operaciones, la multiplicación y la división son complementarias.

También les pide a los alumnos que sean ellos quienes validen si el resultado es correcto o no, como lo podemos ver en el siguiente párrafo;

*M: Estará bien la suma NS: Siii (Todos) M: ¿De qué manera lo podemos saber?*

*Na; con una multiplicación 30 por 4      M: A ver, lo pueden hacer.*

(OM23A230402)

El maestro propicia que los alumnos enuncien diversos procedimientos como la suma iterada o la multiplicación y que ellos mismos comprueben y realicen operaciones como la multiplicación. De esta manera, el maestro toma en cuenta las sugerencias del libro del Maestro (1994; 9) donde dice que; “*Los niños utilicen como punto de partida, sus concepciones iniciales.*” Para que el niño acceda a la división es necesario que ponga en práctica los conocimientos que posee. El proceso secuencial; (estrategias descriptivas, constructivas, cociente hipotético y algoritmo) que nos manifiesta Ávila (1994) es necesario que se respete, de esta forma el alumno llegará a comprender el uso del algoritmo de la división.

Al preguntarle acerca de los materiales didácticos que utiliza al enseñar la división, el maestro Leonardo dijo:

“Corcholatas, juguetes, maíz, piedras, naranjas, monedas y dulces.”

*(EM13A060602)*

El maestro utiliza estos materiales, pues en una de las observaciones, trabajó con corcholatas, de tal manera que los niños al manipular el material concreto se motivan y de esta forma corroboran sus resultados.

#### **4.1.1.3 CON REPARTOS DE DINERO.**

En los contenidos correspondientes a la división del Plan y Programas de Estudio se introduce el reparto de material recortable de billetes y monedas, con el fin de que los alumnos lleven a cabo repartos de dinero y así se facilite al alumno el aprendizaje de la división, también en los ficheros de matemáticas, los libros del alumno y las fichas de trabajo de las “Estrategias Pedagógicas para niños con dificultades de aprendizaje de la división” se recomiendan estas actividades, permite así un acercamiento a los problemas de la vida cotidiana, pues en la vida diaria se distribuye el dinero tanto en la escuela, en la casa y en el comercio, por lo que al trabajar el reparto en la división con los billetes y monedas se facilita la comprensión de la operación de dividir.

Los maestros toman en cuenta las sugerencias de los materiales que proporciona la SEP , lo interesante es como lo desarrollan, veamos un ejemplo:

*\*Repartir \$ 2 940 en 12 bolsitas de manera que en cada una quede la misma cantidad.*

Se pide que hagan estimaciones del resultado, sin hacer operaciones escritas, después se socializan los procedimientos que usaron los diferentes equipos, el propósito es:

*\*Qué los alumnos se aproximen a la manera usual de dividir, al estimar resultados y resolver problemas de reparto. (Ficha 24)*

En el Libro de Matemáticas del alumno, 4º grado, en la Lección 8 del bloque 3 se presenta la siguiente situación:

El cheque de Yoatzin es por \$ 2 844. Ella quiere repartir esta cantidad en 12 bolsas de manera que haya la misma cantidad en cada una. ¿Cuánto pondrá en cada bolsa? Subraya la frase correcta.

Menos de \$10

entre \$ 10 y \$100

Entre \$ 100 y \$ 1000

Más de \$ 1000

Veamos como desarrolla esta lección, la maestra de cuarto grado:

La Maestra Rosa atiende el 4º grado grupo “C” realizó como estrategia, el reparto de billetes y monedas de papel (material recortable) en 12 bolsitas, los niños organizados en equipo, llevaron a cabo la actividad de repartos, antes de trabajarlo en el libro de texto, la maestra les indicaba paso a paso las cantidades que ponían en cada bolsita por medio de sumas en el pizarrón, apoyándose en una secuencia de actividades realizada por la misma maestra.

*(La maestra lee) M: Él quiere repartir esta cantidad en 12 bolsitas de manera que haya la misma cantidad ¿Cuánto podrá ir en cada bolsa?*

*M: Entonces, Ustedes, Ustedes van a utilizar ¿Cuántas bolsitas?*

*Ns; doce (contestan la mayoría) M; ¿Qué cantidad van a repartir?*

*Ns; dos mil ochocientos cuarenta y cuatro pesos (contestan todos)*

*M: Ya colocaron 100 pesos en cada bolsita ¿Cuánto repartieron en total?*

*Ns; 2200 pesos (contestan algunos niños) NS; 1200 (otros)*

*M: 1200 pesos han repartido*

*(La maestra hace una suma en el pizarrón) \$1200*

$$(OM3A4C080302) \quad + \frac{\$1200}{2400}$$

En este fragmento de observación, se destaca que a pesar de que la maestra induce a los niños a utilizar el material recortable, no propicia que sean los niños quienes realicen sus repartos, ya que la maestra es quien dirige la repartición de dinero, la profesora dice que billetes van a colocar en cada bolsita y realiza las sumas en el pizarrón para demostrar que cantidad reparten. La maestra no permite que sean los propios niños que realicen el reparto, asume un comportamiento directivo, tal parece que no quiere que los niños se equivoquen, sin pensar que solamente al permitir a los niños que hagan el reparto y se equivoquen, pueden comprender el significado de la división.

La Maestra Flor trabajó apoyándose con los billetes y monedas del libro recortable, leía con los niños las actividades que tiene la lección 10, como podemos ver a continuación;

*M: Bueno, el cheque es de 5 652 pesos, si vamos a repartir el dinero en 24*

*niños ¿Cuánto le va a tocar a cada uno? Tenemos que repartir entre 24 niños.*

*¿Qué tenemos que hacer? Ns: Dividir (Dice la mayoría) M; Bien, hagamos el*

*algoritmo de la división. (OM34B300402)*

La Maestra Flor menciona el “algoritmo de la división” refiriéndose a la operación de dividir, por lo que se puede interpretar que para la maestra es más importante el enfoque procedimental que el conceptual (Maza Gómez, 1991).

Vemos que los niños, ya reconocen que operación van a hacer, pero la maestra no indaga ni pone a consideración los demás procedimientos, de tal manera que mecaniza la enseñanza de la división por medio del algoritmo.

Me parece importante mencionar que las actividades que realiza la maestra es con base a lo que el libro del alumno presenta, tal parece que la maestra usa el libro de texto como apoyo curricular, como menciona Contreras (2002) sin hacer reflexión sobre su uso y sin dar a los alumnos la oportunidad de reflexionar, conjeturar, indagar y discutir.

En la entrevista, la maestra Flor no hizo alusión al uso de los billetes y monedas como material didáctico, lo que nos induce a pensar que la docente lo trabaja porque así lo marca en el libro de texto, considero que la maestra tiene conocimiento acerca del uso del material concreto, así como los beneficios de su uso didáctico, sin embargo en la práctica al enseñar la división, no lo lleva a cabo, pues a la pregunta ¿Qué materiales didácticos utiliza al enseñar la división? Ella respondió:

*“ Frijoles piedritas, dulces y galletas ” (EM34B160502)*

Posiblemente la maestra utiliza estos materiales, sin embargo en las observaciones no se hizo presente, solamente trabajó con billetes y monedas, así como copias fotostáticas de la guía didáctica.

#### **4.1.1.4 POR MEDIO DE DIBUJOS**

En ausencia del material concreto, los maestros utilizan dibujos para que los niños hagan las reparticiones, el maestro Luis trabajó la lección basada en una exposición y después les pide a los alumnos que hagan el reparto de pelotas.

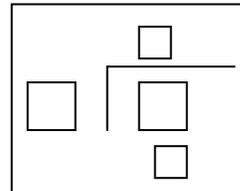
Para enseñar a dividir el maestro Luis lo hizo de la siguiente forma;

Trabajó con tres láminas que el mismo elaboró en donde les presentó a los alumnos:

¿Cómo llegar a  
la división

(OM23A300402)

¿Cómo repartir 20 pelotas  
entre tres niños?



En esta actividad el maestro enseña por medio de una clase expositiva en la cual indica a los alumnos de manera directa, los lugares que van a ocupar los elementos de la división, a partir del dibujo de veinte pelotas para realizar el reparto de manera simbólica.

El maestro les pidió que pasaran algunos niños a realizar la repartición de pelotas, el docente conduce las actividades, se encarga de mencionar si era correcto o no lo que hacían los alumnos de tal manera, que los niños eran espectadores y sólo participaban si el maestro lo consideraba oportuno, el maestro realiza la clase de forma verbalista, apoyándose en las láminas.

*M: Aquí dice; ¿Entre cuántos niños? N: Entre 3*

*M: Aquí, yo les voy a pedir, que ustedes participen de manera ordenada, tengo aquí dos plumones, para que alguien me diga ¡Yo paso maestro!*

(OM23A300402)

También menciona ciertos conceptos que los alumnos no comprenden, como logotipo de la división, refiriéndose a la “casita” de dividir y a la teoría de conjuntos, para finalizar la actividad les entrega a los alumnos una fotocopia de una actividad diseñada por el mismo profesor en donde realizan actividades de reparto abiertamente, esto es que los mismos alumnos eligen cuántos grupos de cuántos objetos hacen, con la única consigna de que sean 30 objetos los que se repartan.

M: A, ver cuántos tiene el primero, 6 acá y acá 6 el total de aquí es 18

(Coloca el número seis, tres veces y suma)  $6+6+6= 18$

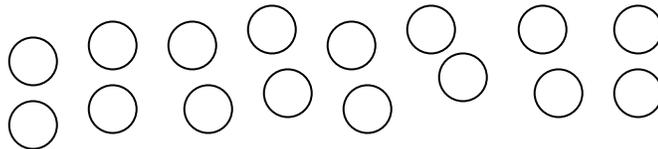
M: ¿Cuántos eran en total? Ns: 20 M: Y ¿Cuántas repartieron?

Ns: 18 M: ¿Quedaron? Ns: dos M: sería 3 por 6 es dieciocho, alguien decía que 18 y 2 que sobraron.

(OM23A200402)

Vemos como el maestro es quien toma a su cargo la culminación de la repartición, después de que el niño que pasó al pizarrón , el profesor realiza la suma iterada, luego pregunta los datos y finaliza con la realización de la multiplicación, sin permitir que sean los propios alumnos quienes lleven a cabo la validación del reparto.

Los alumnos realizaron el reparto de las pelotas por medio de estimación del cociente. Es decir, forman grupos de X número de pelotas, encerrándolas de tal manera que fueran X grupos de igual cantidad de pelotas, después escribieron dentro de los cuadritos, las respuestas que creyeron convenientes.



Así tenemos: Se dividen  pelotas en  grupos iguales, en cada grupo hay  pelotas y sobran  pelotas.

(OM23A190602)

Podemos notar que el docente enseña de una manera tradicionalista, presenta a los niños directamente el algoritmo de la división, introduce de forma inmediata el reparto y la operación de dividir, de tal manera que al alumno no le permite usar sus conocimientos previos ni tampoco realizar procedimientos informales como repartos gráficos, sumas iteradas o multiplicaciones. Parece ser que el maestro tiene la idea de que los niños llegan a la escuela sin conocimientos acerca de repartos o de la división, el maestro transmite el saber ya acabado, ya construido, no propicia que sean los alumnos quienes propongan soluciones.

El Maestro Luis hace hincapié a los alumnos que necesitan aprenderse las tablas de multiplicar “para ser más precisos”

*M: Cuando menos ya tienen una visión de la división pero esto no quiere decir que no se aprendan las tablas de multiplicar, es fundamental,, porque de esa manera podemos llegar con mayor precisión al resultado total de la división.*

(OM23A230402)

«Aprenderse las tablas de multiplicar» es la consigna que el maestro indica, pues considera que es fundamental. Sin embargo, se interpreta la memorización, porque les dice a los niños que así van a tener mayor precisión al resultado total.

El maestro Luis al referirse a los materiales didácticos, en la entrevista menciona;

*“Utilizo frutas, semillas, palitos y piedritas” (EM23A200602)*

En las observaciones no se observó el uso de estos materiales, el maestro solamente enseñó por medio de dibujos de pelotas, carritos y otras figuras, pero por medio de fotocopias de dibujos realizados por el docente, el profesor no propicia que los alumnos manipulen material concreto, dejan de lado la oportunidad de una actividad que lleva a un aprendizaje cognitivo, es decir que le permita la alumno verificar sus resultados.

El Maestro Leonardo también llevo a cabo la enseñanza de la división a través de repartos de dibujos, pero por medio de fotocopias de la guía didáctica, en donde los niños encerraban los dibujos, de tal forma que agrupaban los objetos en partes iguales. El tratamiento fue el siguiente;

*M: Repartos a partir de materiales concretos, dice... M: (lee en voz alta)*

*“Encierra los objetos repartiéndolos en las partes que se indica y completa*

*lo que se te pide” M: primero, tenemos, qué tenemos en el primer recuadro,*

*¿Qué tenemos? Ns: Moños M: ¿En cuántas partes? Ns: dos*

*M: En dos partes iguales, ¿Cuántos hay en cada parte? Ns: siete*

*M: Entonces, le debemos de poner siete. (OM13A200502)*

De esta manera, se desarrolló la actividad, el maestro solamente preguntaba a los alumnos que cantidad se repartía y los alumnos contestaban en la fotocopia que les proporcionó, dió como resultado un ejercicio mecanizado, se perciben ejercicios claros y sencillos, en los cuales no existe un conflicto cognitivo. Es decir, la actividad resulta fácil para los alumnos, de tal forma que no presentan ningún reto para el maestro ni para los alumnos, dedicándose únicamente a contestar.

#### **4.1.2 PROBLEMAS DE REPARTO Y DE AGRUPAMIENTO.**

Los problema matemáticos, se han planteado durante varias generaciones a los estudiantes, juegan un papel importante en la enseñanza de las matemáticas, pero el problema se encuentra precisamente en la forma en que se emplea, si un problema es para aplicar la división después de aprenderla y resolver el problema o a partir de la resolución generar otras formas más

eficaces para resolverlo, lo importante es generar un interés de los estudiantes y propiciar la discusión de diversos procedimientos.

Se deben presentar los problemas antes o después de enseñar la división, tradicionalmente se ha trabajado en los salones de clases, al finalizar la enseñanza de la división. Es decir, primero enseñó la división y ya que saben dividir los alumnos les presento los problemas. Sin embargo, desde esta perspectiva, la enseñanza se centra en la aplicación del algoritmo de la división y se toma como un «modelo» el procedimiento convencional, pero si tenemos la idea de que el alumno va a utilizar recursos propios, se propicia el desarrollo de un proceso a favor de la comprensión de dividir, por lo que presentar los problemas antes de enseñar el algoritmo de la división sería nuestra base para generar un acercamiento a la comprensión de dividir.

En la enseñanza de la división se perciben dos tipos de problemas; los de reparto y los de agrupamiento, aunque a los niños no se les da a conocer estos nombres, al resolver los problemas son susceptibles a ello, los problemas de reparto sencillamente se tratan de repartir de uno en uno hasta agotar el total de objetos, en cambio los tasativos o de agrupamiento indica el número de objetos que le tocará a cada a parte, se les llama de cocientes, porque se determina las veces en que se van a repetir el número. Por ejemplo:

Un señor va a poner 30 paletas en bolsas de 6 paletas cada una ¿cuántas bolsa necesita?

El alumno se da cuenta que al sumar el 6 cuantas veces sea necesario hasta llegar al 30 y lo realiza por medio de dibujos o de una suma; entonces cuenta cuantas veces puso el número seis y ese será su resultado.  $R= 5$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ 6 \\ + 6 \\ 6 \\ \hline 6 \end{array}$$

Sin embargo, los propios maestros en ocasiones tienen dificultades en distinguir los problemas de reparto a los de agrupamiento.

El maestro Leonardo dictó a los alumnos dos problemas de reparto que fueron los siguientes:

1.- *Martina quiere repartir 820 pesos entre sus 5 sobrinas ¿Cuánto dinero le tocará a cada una?*

2.- *Gabriel tiene 433 kilos de maíz y se los va a repartir a sus 6 caballos ¿Cuántos kilos de maíz le tocará a cada caballo?*

(OM13A050602)

Los alumnos realizaron su división, en la observación, me llamó la atención que los niños usaron diferentes procedimientos; algunos sumaron iteradamente, otros se apoyaban en las tablas de multiplicar, otros escribían en el reverso de la hoja las multiplicaciones que realizaban, el maestro les permitía trabajar de la manera que desearan. A continuación transcribo los datos;

$\begin{array}{r} 150 \\ 150 \\ 150 \\ 150 \\ 150 \\ \hline 750 \end{array}$	$\begin{array}{r} 164 \\ 5 \overline{)820} \\ \underline{32} \\ 20 \\ \underline{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 170 \times 5 \\ \hline 750 \end{array}$	$\begin{array}{r} 160 \times 5 \\ \hline 800 \end{array}$
	$\begin{array}{l} 5 \times 1 = 5 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 5 \times 4 = 20 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 5 \times 6 = 30 \\ 5 \times 7 = 35 \\ 5 \times 8 = 40 \end{array}$	$\begin{array}{r} 165 \times 5 \\ \hline 820 \end{array}$	$\begin{array}{r} 164 \times 5 \\ \hline 820 \end{array}$

(OM13A050602)

En el primer caso, el niño calculó por medio de ensayo y error, hizo una suma y calculó el 150 como posible respuesta, pero le hizo falta para 820, utilizó la suma iterada, el otro niño hizo la

división convencional y como apoyo, usó la tabla de multiplicar escribiéndola al reverso de su cuaderno, el tercer niño usó el cociente hipotético. Es decir, por medio de multiplicaciones se aproximaron al número buscado.

En el segundo problema los procedimientos de los alumnos fueron;

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 72} \\
 \underline{433} \\
 13 \\
 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 6X1=6 \\
 6X2=12 \\
 6X3=18 \\
 6X4=24 \\
 6X5=30 \\
 6X6=36 \\
 6X7=42
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{) 722} \\
 \underline{433} \\
 -42 \\
 \underline{13} \\
 12 \\
 13 \\
 -12 \\
 \underline{1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 433X6 \\
 \underline{1398} \\
 70X6 \\
 \underline{420} \\
 71X6 \\
 \underline{426} \\
 71X2 \\
 \underline{432}
 \end{array}$$

*A 72 y sobra uno*

*(OM13A050602)*

El primer niño no tuvo problemas para dividir, se apoyó en la tabla de multiplicar, la cual escribían al reverso de su hoja, el segundo caso, tuvo un error, se confundió y repitió el 3 por lo que también repite el número 2 en el resultado y el tercer niño por medio de la multiplicación sucesiva llegó al resultado y fácilmente calculó el residuo. En el segundo caso se puede observar que si el niño hubiera hecho una estimación previa, se hubiera dado cuenta del error, pues al dividir 433 entre 6 no es posible que el resultado sea un número mayor que el dividendo. Sin embargo el maestro solamente se dedicó a calificar los problemas, indicándoles si estaba correcta o no.

Como el maestro Leonardo les presentó a los niños problemas de reparto, consideré importante preguntarle en la entrevista al maestro, la razón del por qué había planteado ese tipo de problemas, a lo cual me contestó;

*“Creo que los niños cuando van a aprender a dividir, les debemos de enseñar a repartir, además en los problemas de agrupamiento, también se reparten cosas, pero formando los grupos, como si fueran equipos” (EM13A060602).*

El maestro dice que es importante enseñar a los niños a repartir, pues en los problemas de agrupamiento también se trata de repartir cosas, pero por grupos (posiblemente por el concepto de agrupamiento) el docente reafirma el concepto de reparto de la división. Manifiesta tener algunas confusiones en la distinción de los tipos de problemas.

El Maestro Luis también les puso a los niños problemas de reparto a continuación lo transcribo, con el fin de analizar como lo trabajó:

*M: Tomen una hojita de su cuaderno, para llegar a la solución de un problema;*

*A ver, dice así: El Maestro repartió un cuestionario con 53 preguntas a un equipo de 7 niños ¿Cuántas preguntas resolverá cada niño?*

*M: ¿Qué operación? ¿De qué acabamos de hablar? N: De división*

*M: ¿Cuántos niños conforman el equipo? Ns: siete M: Háganlo pues.*

*(0M23A190602)*

El maestro les da "pistas" con el fin de que realicen la división, pues en el momento que les dice *De qué acabamos de hablar* induce a los alumnos a que dividan, sin permitirles que realicen otro procedimiento ni que reflexionen acerca del problema planteado.

El profesor en clase induce a que los niños usen la división, los alumnos por su parte hacen lo que el maestro diga, de esta manera cumplen con el contrato didáctico, se traduce el aprendizaje en acatar lo que dice el maestro, al preguntarle a los niños ¿Para que sirve la división? Algunos respondieron así:

*-Para responder preguntas*

*-Para comprobar el resultado*

*-Porque el maestro dice que hay que dividir.*

*-Para adivinar*

*-Para repartir cosas*

*-Para ver si un problema está bien*

*-Poner a trabajar el cerebro y entenderle a las matemáticas.*

En las respuestas de los niños, se deja ver la influencia de lo que los maestros les dicen al enseñar en las clases, en algunos alumnos se percibe que el concepto de dividir está definido. Sin embargo, hay otros alumnos que todavía están influenciados por lo que el maestro les dice, como es el caso de los niños que responden; porque el maestro dice, poner a trabajar el cerebro y entenderle a las matemáticas.

Es necesario que como docentes dejemos a los alumnos que sean creativos y de acuerdo a sus conocimientos previos lleven a cabo sus procedimientos de manera espontánea y no dirigidos por el profesor, pues de esta manera la enseñanza se traduce en un aprendizaje mecánico.

La Maestra Rosa le presentó a los alumnos problemas de agrupamiento o tasativos; los cuales copió del fichero de matemáticas.

*1.-José trabaja en una fábrica empaadora de jabones, en una caja coloca 36*

*jabones, ¿Cuántas cajas necesitan para empaclar 1928 jabones? \_\_\_\_ y sobran \_\_\_\_*

Consideré importante preguntarle acerca de los problemas en la entrevista que realicé:

*E: Los problemas que utilizó en la clase de matemáticas ¿Usted los diseñó?*

*M: No, a veces utilizo el fichero para copiar algunos problemas que me parece*

*interesantes aplicarlos a los niños. E: ¿Porqué le pareció importante?*

*M: Porqué es el mismo problema, pero cambian las cantidades.*

*E: ¿Hay diferentes tipos de problemas? M: Sí, están en el Libro del*

*maestro hay de reparto y de agrupamiento. E: ¿Cuál es la diferencia*

*entre ellos? M: Yo creo, que es por la forma en que se plantea.*

*E: Me podría decir como se da cuenta que es de reparto o de agrupamiento.*

*M: Bueno... cuando es de reparto, como la palabra lo dice es de repartir, por lo tanto son de división, cuando es de agrupamiento, pues no sé, me imagino que es la forma en que se plantean.*

*(EM44C240602)*

Podemos darnos cuenta que la maestra, reconoce los problemas como modelos, pues solo cambió las cantidades, tiene cierta claridad entre los diferentes tipos de problemas, ella cree que los problemas son de reparto y se dividen y que los de agrupamiento se agrupan, debido al concepto de repartir y agrupar.

Al respecto me parece importante rescatar, el concepto que tienen los alumnos de la división

*M: A ver, ¿Cómo van a resolver este problema. N1: con una multiplicación*

*N2: una división M: ¿Por qué? Una división N2: Debe sobrar*

*N4: Sobran más N5: Se tienen que repartir en las cajas.*

*(OM44C150602)*

Para el primer niño la clave para dividir es que debe de sobrar, para el 2º. participante dice “sobran más” pues toman en cuenta que la división es una operación que tiene un sobrante, sin embargo para el otro niño, la conceptualización es más clara al decir “ se tienen que repartir” aunque el problema es de tipo tasativo.

Otro de los problemas que la maestra les puso a los alumnos fue;

*4.-José trabaja en una fábrica empacadora de jabones, en una caja coloca 36 jabones, ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 3846 jabones? \_\_\_\_\_ y sobran \_\_\_\_\_(OM44C150602)*



c) Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería, cada tubo mide 6 metros de largo ¿cuántos tubos se necesitan?

42 tubos

45 tubos

44 tubos

d) Para cercar el terreno de la escuela se necesitan 168 postes. En la comunidad hay 12 familias que deben aportar la misma cantidad de postes. ¿Cuántos postes debe de dar cada familia?

10 postes

18 postes

14 postes

Los problemas a) y d) son de reparto, pues las magnitudes son diferentes; arbolitos-terrenos y postes-familias en cambio los problemas b) y c) pertenecen al tipo de agrupamiento o tasativos pues se manejan las mismas magnitudes; (naranjas-naranjas y metros de tubo-metros de tubo).

En cada equipo eligen las respuestas correctas, después pasa al pizarrón un compañero representante de cada equipo a explicar que procedimiento utilizó para elegir la respuesta correcta. Por ejemplo, en el siguiente problema:

a).- Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuáles se plantarán en cinco terrenos iguales. En cada terreno se debe plantar la misma cantidad ¿Cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno?

3 arbolitos

24 arbolitos

120 arbolitos

Cecilia hizo una multiplicación:

$$\begin{array}{r} 24 \times 5 \\ \hline 120 \end{array}$$

Andrea dividió:

$$5 \overline{) 120} \begin{array}{r} 24 \\ - 10 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Juan Carlos sumó iteradamente:

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 24 \\ 24 \\ \hline 24 \\ \hline 120 \end{array}$$

El único error se encontró en la respuesta dada por Juan Carlos, pues en lugar de sumar 5 veces, lo hizo cuatro veces, pero los mismos compañeros del equipo, le señalaron la equivocación. La maestra les pidió que justificaran su procedimiento y esto fue lo que dijeron los niños:

*Cecilia; Se me hizo más fácil multiplicar.*

*Andrea; Porque son 120 arbolitos que se van a sembrar en 5 terrenos.*

*Me da 24.*

*Juan Carlos; son 5 terrenos y en cada uno se van a plantar 24 arbolitos.*

(OM34B300402)

En esta clase, lo importante es destacar varios aspectos; la maestra permite que los niños usen diferentes procedimientos, al trabajar en equipos socializan sus conocimientos previos, señalan los errores de manera constructiva y comprueban por ellos mismos si la respuesta estimada es correcta.

Los problemas que presenta la maestra son de reparto y de agrupamiento. Sin embargo, al preguntarle a la profesora, que diferencias existían entre los dos tipos de problemas, ella expresó:

*“La verdad yo me confundo, pues los de reparto, se tratan de repartir, pero los de agrupamiento, a veces me equivoco y resultan que es de reparto, la verdad no distingo cual es de reparto y cuál es de agrupamiento” (EM34B160502)*

La Maestra reconoce que tiene dificultades para identificar los tipos de problemas, pues no distingue las características de cada uno de los tipos de problemas, de hecho no le da importancia a la diferencia. Sin embargo, es importante reconocer la relación que existe entre los datos, así como su manera de resolución, para una mejor enseñanza.

La Maestra Rosa presentó a los niños un problema de agrupamiento o tasativo, era el mismo planteamiento pero con diferentes cantidades con el fin de que cada equipo resolviera un problema y un representante de cada equipo pasara al pizarrón a explicar en que forma lo resolvieron y fuera validada por los demás equipos:

*1.- José trabaja en una fábrica empacadora de jabones, en una caja coloca 36*

*jabones, ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 1928 jabones? \_\_\_\_\_ y*

*sobran \_\_\_\_\_*

*2.- ¿ Cuántas cajas necesitan para empacar 2243 jabones? \_\_\_\_\_ y*

*sobran \_\_\_\_\_*

*3.- ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 2844 jabones? \_\_\_\_\_ y*

*sobran \_\_\_\_\_*

*(OM44C150602)*

Los problemas presentados por la Maestra, los encontramos en la ficha 4 del fichero de Matemáticas de cuarto grado, únicamente que la profesora cambió los números a cantidades más grandes. En esta observación nos damos cuenta que la Maestra varía las cantidades con el propósito de que cada equipo trabaje con el mismo problema, pero con diferentes cantidades, así los niños confrontan sus resultados, pide a un representante de cada equipo que pase a explicar el procedimiento que utilizó para socializar los procedimientos y ver en donde fallaron. En este grupo se observó que la mayoría de los alumnos, utilizó el procedimiento más común para resolver la división, al utilizar restas.

Veamos como resolvieron los problemas los alumnos de cuarto grado:

<p>Lucía</p> $\begin{array}{r} 36 \overline{) 1928} \\ \underline{180} \\ 128 \\ \underline{108} \\ 20 \end{array}$	<p>Dulce</p> $\begin{array}{r} 36 \overline{) 2243} \\ \underline{216} \\ 83 \\ \underline{72} \\ 11 \end{array}$	<p>Gabriela</p> $\begin{array}{r} 36 \overline{) 2844} \\ \underline{216} \\ 674 \\ \underline{630} \\ 44 \end{array}$
---	---	--

Lucía explicó;

*Como 19 es más chico que 36 tengo que agarrar tres cifras, entonces multiplico 36 por 4 y me dio 144, me falta, entonces lo multiplico por 5 y me da 180 y por 6 me dio 196, me pasé, así que le toca a 5 y resto, bajo el 8 y vuelvo a dividir, 128 entre 36 le toca a 3 y sobra 20.*

En este resultado el error que los demás niños señalaron fue que no había colocado el número en el lugar que le corresponde, ya que escribió el 5 arriba del número uno.

Dulce dijo;

*36 no le puede entrar a 22 , entonces tengo que agarrar el 4 y divido 224 entre 36, entonces multiplico 36 por 5 y me da 180 me falta, 36 por 6 igual a 216 menos 224 hago la resta y me dio 8 bajo el 3, entonces 83 entre 36 es igual a 2 porque 36 por 2 es 72 para 83 me sobra 11.*

Gabriela; en su división se equivocó, la maestra al darse cuenta, preguntó:

*M: ¿Estará bien? Ns; (contestan la mayoría) Noo. M: ¿Porqué?*

*Ns; Le sobró más M: ¿Cómo se llama la parte de abajo?*

*Ns; Residuo N: Debe de sobrar menos*

*M: Otro del equipo, quiere pasar a resolverlo (pasa otro niño)*

*M: ¿Dónde está el error?*

*N: Mire, le toca a 7 porque (multiplica aparte)  $36 \times 7 = 252$  \_\_\_\_\_*

*entonces 284 menos 252, sobra 32; que es menor que 36 (OM44C080302)*

La Maestra coordina la clase, pues los niños participan y señalan algunos errores que se presentaron en las divisiones. Sin embargo, debido a que son alumnos de cuarto grado ya dominan más la operación de división. En el tratamiento de los errores, la maestra se reserva su opinión y les transmite a los alumnos, el papel de validar o señalar los errores.

En la última pregunta de la entrevista realizada a los maestros consideré importante mencionar los tipos de problemas de división; de repartos y de agrupamientos debido a que en las observaciones usaron dichos tipos de problemas, aunque en sus comentarios de los maestros manifestaron tener cierta confusión en su identificación

La pregunta fue: ¿De los siguientes problemas, explica cual es de reparto y cual es de agrupamiento o tasativo y porqué?

En el primer problema que dice: José trabaja en una empaedora de jabones, en cada caja coloca 36 jabones ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 1928 jabones?

Los maestros Leonardo y Flor nos dicen que es de reparto porque hay que repartir la mercancía o jabones en las cajas.

El Maestro Luis dijo que el problema era de agrupamiento, porque hay que agrupar, la Maestra Rosa se refirió al problemas como de agrupamiento o tasativo, porque se determina cuantas cajas se necesitan para los jabones. Por lo que se puede inferir que el maestro Leonardo y la maestra Flor no reconocen los problemas tasativos.

En el otro problema que dice: Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuales se plantaran en 5 terrenos iguales, en cada terreno se debe plantar la misma cantidad ¿Cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno?

Tres maestros dijeron que el problema era de reparto, porque se van a repartir los arbolitos y en cada terreno debe haber la misma cantidad, pero el Maestro Leonardo mencionó que era tasativo porque se necesita tasar la misma cantidad en los terrenos. Aquí solamente se equivocó un maestro porque menciona que es tasativo, cuando el problema es de reparto porque hay diferentes magnitudes. (arbolitos-terrenos)

En el otro problema Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería, si cada tubo mide 6 metros de largo ¿Cuántos tubos se necesitan?

Tres maestros nos dicen que es de agrupamiento, las razones son diferentes, el M1 dice que; porque se necesitan agrupar, el M3 dijo; de agrupamiento, porque hay que buscar cuantos tubos se necesitan y el M4 dijo que de agrupamiento o tasativo porque hay que ver cuantos tubos se necesitan, pero el M2 se refirió a este problema como tasativo, porque cada tubo mide lo mismo y el M1 como Agrupamiento, porque necesita agrupar para encontrar la solución, por lo que se entiende que los dos maestros distinguen tres tipos de división; repartos, agrupamiento y tasativo.

Todo esto nos lleva a pensar que en realidad existe una confusión entre los tipos de problemas, de acuerdo con lo que dijeron en las entrevistas, por lo cual al trabajar en los problemas de división con los alumnos, los maestros se refieren propiamente a problemas “de reparto” sin hacer distinciones. Sin embargo, esto conlleva a que los maestros no tienen este conocimiento, lo cual produce confusiones, ya que en el momento de resolver los problemas, se usan diferentes procedimientos, lo que permite a los niños notar estas diferencias.

### 4.1.3 APROXIMACIONES AL RESULTADO DE LA DIVISIÓN

Propiciar el uso del cálculo estimativo en las clases de matemáticas es importante, así podemos anticipar un resultado probable y al resolver el problema, confrontar la respuesta correcta, solamente de esta manera podemos adquirir habilidades y destrezas en el uso del cálculo mental y la estimación al resolver problemas matemáticos.

En el Libro del Maestro (1994:23) de 4º grado nos sugiere que las actividades de anticipar los resultados y el cálculo mental sean habilidades que se desarrollen durante todo el año escolar, sin olvidar que se debe de verificar después con el resultado exacto del problema, para que de esta forma los alumnos aprendan a generar procedimientos propios para resolver los problemas que se le presenten.

Se necesita dedicarle tiempo a las actividades de estimar los posibles resultados tanto en la división como en otros aspectos de la enseñanza de las matemáticas. Los maestros no hemos percibido lo importante que es el desarrollo de esta habilidad en la escuela primaria. Veamos como realizan la estrategia de aproximarse al resultado:

Para dividir es necesario realizar algunas aproximaciones para calcular el resultado posible, ya sean divisiones de una o varias cifras, así podemos comprender mejor la operación, lo importante es justificar las aproximaciones que se hacen en una división. Por ejemplo: si quiero dividir o repartir 2800 dulces entre 20 niños, calculo que si les doy 10 dulces a cada niño serían 10 por 20 igual a 200 , falta mucho, entonces calculo a 100 por 20 igual a 2000 me acerqué a la cantidad total, pues 1000 por 20 serían 20 000 y me pasaría, entonces los 800 restantes, los divido entre 20 y toca a 40, entonces  $100 + 40 = 140$  es un posible resultado y lo compruebo al multiplicar 140 por 20 igual a 2 800.

El Aproximarnos a un posible resultado nos ayuda a saber más o menos a cuanto toca, la estimación juega un papel importante en el control de los resultados de una operación o un problema, además una aproximación inicial, favorece al reflexionar sobre los aspectos de un problema, antes de distraernos con las operaciones para resolverlos.

El cálculo mental y la estimación de los resultados aproximados son habilidades que se usan en la vida diaria, al comprar en el mercado, en los gastos de la comida, se programan gastos y se prevén costos, por lo que es conveniente que estas habilidades tengan presencia en la enseñanza escolar, y acortar así la distancia entre estos dos ámbitos.

El Maestro Luis trabajó aproximaciones al resultado de la división por medio de las actividades del libro del alumno (pag. 120). El propósito era calcular el resultado correcto del reparto de 56 hongos entre 5, de tal manera que los alumnos seleccionaran de tres posibles respuestas, la que es correcta. El maestro tiene cierta confusión al referirse al cálculo pues lo menciona como una reflexión, tampoco profundiza en el cálculo mental como podemos ver en la siguiente observación:

*M: Sí los niños reparten 56 ciruelas, de manera que le toque a cada uno lo mismo: N; Como 5*

*M: Hay que empezar a aplicar el razonamiento, sin hacer operaciones, dibujos ni nada a veces no construimos porque no hemos leído, antes hay que leer...*

*M: con la mente, con la reflexión, hay que aplicar el razonamiento. Ahora son 56 ya no son 35.*

*M: Pero dice que no hagamos operaciones, que usemos la reflexión*

*M: por eso, si dices tú, once, ¿porque? N: repartí 56 y le tocó a cada uno 11 ,*

*M: Ahora sí ya podemos plantear. Escribe en el pizarrón:  $\frac{11 \times 5}{55}$*

*(OM23A300502)*

Aquí podemos notar que el maestro trabaja el cálculo mental de manera superficial, solamente lo hace porque se le presenta en el libro del alumno. Los niños no llevan a cabo la habilidad de calcular. Cuando el maestro pregunta *¿Por qué?* Refiriéndose al porque dice «once», el alumno responde; *«Repartí 56 y le tocó a cada uno 11»* el maestro no indaga de que manera el niño hizo el reparto, si lo hizo mental o en forma escrita, sino que se va directamente al resultado y hace la comprobación, sin averiguar el procedimiento o el proceso de aproximación que el alumno realizó.

En la entrevista se le preguntó al Maestro Luis acerca de *¿Qué dificultades encuentras al enseñar la división?* A lo cual respondió:

*“Es una de las cuatro reglas de las matemáticas, es dónde el alumno le es dificultoso por no hacer uso del cálculo mental”*

(EM23A200602)

El maestro no se refiere a los problemas con el SDN y el valor posicional, comenta que el problema se encuentra en que el alumno se le dificulta, porque no hace uso del cálculo mental, notemos que menciona que al alumno se le hace dificultoso, da a entender que el maestro no tiene problemas al enseñar, sino que el alumno es quien tiene la dificultad de aprender, al referirse a que la división es una de las cuatro reglas de las matemáticas.

Aunque en los contenidos se incluye el uso del cálculo mental y la estimación de resultados, el maestro no le da la importancia necesaria porque no realiza la estimación ni propicia la reflexión en los niños, de tal manera que reconozcan que, al hacer cierta aproximación se avanza en el proceso de reflexión y se llega a un resultado posible. De esta manera los alumnos llegan a la comprensión de la división y no lo realizan «porque así lo dice el maestro».

A pesar de que en el Plan y Programas de Estudio de 1993, se incluyen los contenidos referentes al uso del cálculo mental y estimación, estas actividades se ven postergadas sin que los profesores logren darle importancia y sentido dentro de las aulas.

El Maestro Leonardo trabajó las aproximaciones que consistieron en dictar a los alumnos un problema en el cual: primero calcularon mentalmente «una aproximación» del resultado de la división y después lo resolvieron, luego de que dos alumnos pasaran a resolver el problema en el pizarrón, cambió la estrategia y escribió operaciones de división con el signo entre y les pidió que calcularan mentalmente los resultados, como se dio cuenta que los alumnos resolvían fácilmente las operaciones, cambió las cantidades.

*M: Es un cálculo, pero sin hacer operaciones.*

*M: ¿Lo vamos a hacer? (El maestro pregunta) Ns: pensando*

*M: No vamos a hacer ninguna operación M: El que se sabe las tablas, de la mente sale todo. M: Es importantísimo que ustedes ¡Hagan el cálculo mental!*

*M: ¡Concéntrense! Lo vamos a hacer de manera verbal 310 entre 10*

*Ns: treinta y uno (la mayoría) M: ¿Por qué se les facilitó?*

*N: ¡Es la multiplicación del diez y es más fácil!*

*(OM13A200502)*

De acuerdo a la secuencia presentada por las fichas de trabajo de “Estrategias pedagógicas para niños con dificultades en el aprendizaje de Matemáticas” se recomienda precisamente iniciar con la estimación de múltiplos de 10 para facilitarles a los niños dicha habilidad, de esta forma los alumnos se habitúan a poner en práctica la estimación.

Al preguntarle al maestro acerca de: ¿Qué es el cálculo mental y la estimación? el Maestro se refiere al cálculo como una reflexión mental, lo cual coincide con su práctica docente, presenta

a sus alumnos algunas actividades de forma oral para practicar la habilidad de cálculo estimativo.

En el siguiente pasaje podemos observar que el maestro introduce la duda en los niños, provoca que algunos se unan a su respuesta, la cual es errada. Los demás niños, que ya habían hecho el cálculo mental sostuvieron sus respuestas, el maestro intenta enfrentar a los alumnos con la respuesta, de tal manera que los hace titubear, pues de acuerdo a la escuela tradicionalista; es difícil que el maestro se equivoque.

*M: Si tuviera 100 pesos y lo repartiera entre 36 niños (señala al grupo)*

*¿Cuánto le tocará a cada niño? N: dos Na.;tocaría 2 pesos*

*M :Yo digo que tres N: No, dos M: A ver, alcen la mano, los que dicen que tres. (Varios niños alzan la mano)*

(OM13A200502)

En lugar de validar la respuesta correcta, el maestro devuelve una respuesta incorrecta, con el fin de transferir la responsabilidad a los alumnos de aceptarla o no, cuando les dice; “*Yo digo que tres*” el maestro deja el papel de validar si es correcto o no, aunque algunos niños, sostienen su respuesta correcta, a pesar de que el maestro dice otro número, la mayoría se suma a la opinión del maestro. Esta situación propiciada por el maestro es una estrategia, por medio de la cual les inculca a los alumnos que defiendan sus argumentos.

En las observaciones que realicé con la Maestra Flor retoma las actividades del fichero de matemáticas. Sin embargo, trabaja las actividades de manera superficial.

( ficha 4 ) ¿Cuál es el resultado?

Propósitos;\* Que los alumnos desarrollen la habilidad para estimar el resultado de problemas que implican dividir.

\*Que calculen el resultado exacto de varios problemas mediante diversos procedimientos.

Veamos como lo realiza:

*M: El equipo que acertó más fue el equipo de Andrea (gritan y aplauden las niñas del equipo ganador) Con tres aciertos, el equipo que le sigue es el de Jesús, con tres buenas, también y el equipo de Cecilia con 2 buenas, si... (mira las hojas que tiene en la mano) el equipo de Vicki con 2 buenas y el equipo de Ana; 2 buenas.*

*(OM34B180302)*

En esta actividad no se cumple el primer propósito. La maestra no propicia que se use la habilidad de estimar los resultados, solamente indaga de que manera los alumnos hicieron su estimación de resultados. Asimismo, les indica quienes contestaron correctamente y quienes no.

La maestra les indica a los niños que van a calcular la respuesta correcta, también les dice que van a usar los procedimientos que gusten, pero al recibir las hojas de respuestas de cada equipo, la maestra se guarda la información y en ningún momento hace la explicación o comparación de los resultados con los alumnos, ella asume la validación de manera personal.

Las indicaciones que daba la maestra fueron apresuradas, como lo podemos notar a continuación:

*M :Si, y me van a decir, cual de las Tres es la correcta del problema..*

*M; No vamos a dar mucho tiempo leemos el problema, a ver pónganme Atención, ¡Aquel equipo! ¡Dayana! (se dirige a un equipo) Leemos el problema, solo vamos a anotar la respuesta, la que nosotros consideremos que es la correcta, sin hacer operaciones...*

*(OM34B180302)*

En este fragmento se identifica, que para la maestra el calcular significa no hacer operaciones, sino que se realice mentalmente, para después llegar a la comprobación, realmente como dice Mochón (1995) el cálculo mental y la estimación se encuentran ausentes en la escuela primaria. Todo esto porque lo que se realiza no puede llamarse cálculo mental o estimación.

En la observación realizada con la maestra Flor, en donde se trabajó el contenido "Estimación de repartos de dinero en la resolución de problemas" la profesora trabaja la aproximación, pero tampoco cuestiona los alumnos, acerca de cómo realizan el cálculo. En el siguiente fragmento podemos notar como lo trabaja:

*M ¿Cuánto creen que le toque? menos de 100, entre 110 y 200 Entre 200 y 300 ó mas de 300 pesos. N; Más de 300. Ns: 200 (Otros niños) Entre 200 y 300. M; Veamos, lo vamos a comprobar con el algoritmo de la división.*

(OM34B160502)

La Maestra pregunta a los alumnos ¿Cuánto creen que le toque? Los niños dan su punto de vista, pero la maestra no confronta las diferentes respuestas, ni pide a los niños que fundamenten sus respuestas, solamente se dedica a comprobar el resultado directamente con el algoritmo de la división, como dice; Maza Gómez 1991:119) existe "una discreta presencia del cálculo mental y estimativo en el currículo escolar y su escaso arraigo en las aulas" La Maestra Flor trabaja la estimación pero de manera directa. Únicamente le interesa validar si los niños aciertan, pues inmediatamente hace la comprobación.

En las sugerencias propuestas en la ficha de trabajo se recomienda que los niños hagan el cálculo estimativo antes de resolver el problema, se deduce que lo importante es que el mismo alumno compruebe si su anticipación fue correcta y por qué. Por ejemplo, si al dividir 2 426 entre 12 se calcula la respuesta posible de 200 porque 200 por 12 es igual a 2 400, por lo

tanto solamente faltan 26 para completar la cantidad. Aquí se refleja la sugerencia de “calcular con múltiplos de 10 para facilitar la estimación” pero si no propiciamos esta confrontación no enseñaremos al alumno el beneficio de las actividades al calcular la estimación. En la entrevista la Maestra Flor nos dice que el cálculo mental y la estimación es:

*“La realización mental de diferentes cálculos para comparar el resultado exacto del problema”.(EM34B160502)*

En su respuesta, efectivamente la maestra tiene la idea de que se realiza los cálculos de forma mental y después se compara con el resultado exacto. En el desarrollo de su clase no pregunta a los niños como llevan a cabo este cálculo.

Veamos como trabaja este mismo contenido la Maestra Rosa, ella trabajó con situaciones de reparto con billetes y monedas, al colocar en 12 bolsitas cierta cantidad de dinero, la maestra Rosa utilizó la aproximación, de la siguiente manera:

*M: ¿Cuánto creen que le toque a cada bolsita? Creen que le toque menos de 10*

*M: Entre 100 y 1000, entre 100 y 200. Quien me quiere decir si le toca 100 ó 1000*

*N; Entre 100 y 200 . Otro niño; Entre 100 y 1000*

*N: o más de 1000 M: a ver quien me quiere decir si le toca más de mil*

*Ns; entre 100 y 200*

*M: A, ver lo comprobemos con los billetitos, hagan sus repartos*

*(OM44C080302)*

La maestra no propicia ninguna aproximación, en la consigna manda a los niños a realizar su propia comprobación con los billetes, después realiza la validación grupal. La diferencia entre el trabajo de las dos maestras, es que la maestra Flor comprueba con el algoritmo y la Maestra Rosa con los billetitos. Podemos ver que en la consigna de la maestra Rosa, no motiva a los

alumnos a trabajar con el cálculo estimativo, aunque en los libros del maestro y en la propia lección del libro del alumno se sugiere poner en práctica esta habilidad.

*M: Alguien tiene otra, otra (pausa) respuesta que, crean que sea...*

*M: Antes de subrayar, llenen rápidamente sus bolsitas y a ver, abajo hay una preguntita. (OM44C080302).*

Se puede mencionar también la importancia de la habilidad de estimación, aunque los maestros no lo han comprendido. Es necesario que se comparen y comprueben los resultados, es esencial para comprender la habilidad del cálculo mental y la estimación en el uso de la división, tanto dentro de la escuela como en la vida diaria.

¿Qué es el cálculo mental y la estimación? Al hacer la pregunta anterior, dos maestros nos dicen que es una habilidad para aproximarse a la solución o resultado de una operación, con la diferencia que el M1 destaca que el cálculo es sin hacer operaciones escritas, el M2 se refiere al cálculo como una reflexión mental y el M4 habla de la realización mental de diferentes cálculos para comparar el resultado exacto del problema.

Consideré importante hacer esta pregunta, ya que en las observaciones se dieron actividades de aproximaciones al resultado por medio de la estimación. Los maestros no han reflexionado en este aspecto de la división, porque lo trabajan de manera sencilla sin aprovechar las situaciones que se presentan y no permiten que los niños reflexionen acerca del cálculo que realizan, lo cual me hace pensar que lo efectúan en el aula porque así se presentan en los libros y ficheros de la SEP, pero no se ha reflexionado acerca de la importancia del cálculo mental y la estimación en la división, como dice Mancera (1991: 25) es indispensable que los alumnos inicien la búsqueda de la solución de un problema y realicen una estimación del

resultado, con el fin de que cuenten con elementos ya sea para corregir sus errores o apreciar si la solución es lo esperado.

En las estrategias vamos a contemplar los apoyos didácticos, pues son elementos que nos ayudan a lograr mejores resultados en la enseñanza de la división.

#### **4.1.4 APOYOS DIDÁCTICOS**

Los profesores utilizan algunos recursos didácticos como estrategias para la enseñanza de la división, con el fin de que los alumnos lleguen a comprender el uso de la división en diferentes contextos, tales como: el cuadro de multiplicaciones, también llamado cuadro de Pitágoras, éste material se presenta en el libro recortable de tercer grado, otros maestros les dicen a sus alumnos que lo reproduzcan en su cuaderno, con el propósito de que se habitúen a usarlo siempre. Otros maestros no lo toman en cuenta y se concretan a pedirles a sus alumnos que estudien las tablas de multiplicar de forma memorística.

Los maestros también se apoyan en algunos materiales oficiales que proporciona la SEP como son: los ficheros de matemáticas y el libro de texto. Otros se apoyan con fotocopias o libros comerciales, pues según ellos, traen más ejercicios que los libros del alumno.

##### **4.1.4.1 EL CUADRO DE MULTIPLICACIONES.**

Cuando vamos a enseñar a dividir, es importante que los profesores nos apoyemos en algunos recursos didácticos, ya mencionamos los materiales concretos en el reparto, ahora nos vamos a referir al cuadro de multiplicaciones o Tabla de Pitágoras :

En la Propuesta “Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir” se sugiere que los alumnos usen el cuadro de multiplicaciones para resolver problemas de división. El maestro les propone el uso del cuadro de multiplicaciones, y localiza el renglón del número que sea el divisor o el dividendo y busca que número se multiplica por equis número para llegar al total de elementos.

El cuadro de multiplicaciones se encuentra al alcance de todos los alumnos de tercer grado, en el libro recortable se incluye con cuadritos vacíos, en los cuales el niño anota los números que corresponden, aunque algunos maestros no lo utilizan favorablemente, pues creen que es mejor que los niños aprendan las tablas de multiplicar de forma corrida o como si fuera una canción, memorizándola.

Veamos como utiliza el cuadro de multiplicaciones el maestro Luis:

Una de las formas que utiliza el Maestro Luis al enseñar la división fue dibujar en el pizarrón, el cuadro de multiplicaciones (tabla de Pitágoras) para que los alumnos buscaran el número que se aproximara al resultado de la división. El profesor dio las siguientes indicaciones.

*M: Si tenemos en una división; 35 entre 7 buscamos en la tabla de multiplicar del número 7, (señala en el cuadro de multiplicaciones) ¿Qué número multiplicado por 7 nos da 35? N: El 5 (Contesta la mayoría)*

*M: Entonces, decimos (señala la división) 7 por 5 es igual a 35, por lo tanto sobra cero.*

*(OM23A300502)*

El Maestro Luis utiliza el cuadro de multiplicaciones como apoyo para resolver la división pero de manera directa, sin propiciar que los alumnos busquen el número posible y de esta manera los niños perciban que la multiplicación es la operación inversa a la división. Cabe

mencionar que durante las observaciones, los alumnos no utilizaron el cuadro de multiplicaciones del material recortable, solamente el maestro lo dibujó en el pizarrón, da por hecho que los niños ya lo sabían usar, para el maestro no hay una claridad entre las tablas de multiplicar y el cuadro de multiplicaciones, de hecho el profesor se refiere a las dos cosas como tabla de multiplicar.

Una de las estrategias didácticas para comprender las tablas de multiplicar sería, pedir a los niños que hicieran series numéricas de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4 y así sucesivamente hasta llegar al diez, para después trabajar con el cuadro de multiplicaciones, de esta forma el alumno pueda descubrir que la multiplicación y la división son operaciones que se complementan.

En otra clase, el maestro Luis presenta a los niños, los pasos a seguir para resolver problemas de división, escritos en el pizarrón:

*1.-Reconocer problemas que se pueden resolver con la división.*

*2.-Desarrollar procedimientos propios para resolver problemas de división*

*3.-Qué los niños utilicen el cálculo mental para resolver algunas situaciones de la división.*

*4.-Qué los niños usen el cuadro de multiplicaciones para resolver la división.*

*M; Tengamos presente estos cuatro pasos.*

*(OM23A190602)*

En el siguiente diálogo, se puede observar como el maestro los encasilla en que son pasos determinados como si fuera un instructivo, incluso el docente impone su opinión, pues el niño le manifiesta que se multiplica y el docente le reafirma que “ya es la división” sin tomar en cuenta que la multiplicación y la división son operaciones complementarias.

El maestro Luis pregunta a los niños como hicieron para dar con el resultado, el docente quiere separar la enseñanza de la división y la multiplicación, pues le aclara al alumno que está en el paso 4 pues utilizó la tabla de multiplicar.

*M: Vamos a ver, si llegaron a la Solución. Leo, ya...(señala a un niño)*

*N: Multipliqué 7 por 7 M: ¿Cuánto te dio? N: 7 M: ¿Qué hiciste?*

*N; Multipliqué M: No, dividiste, entonces, Tú estás en el paso cuatro*

(OM23A190602)

En este fragmento, el maestro se refiere a uno de los pasos para resolver un problema de división, sin tomar en cuenta que al enseñar a dividir no se trata de dar los pasos a seguir, pues la operación difiere y depende de la situación o el contexto de que se trate.

El maestro al explicar los pasos anteriores de la división, se refirió a las tablas de multiplicar de la siguiente manera:

*M: No es necesario , que se aprendan las tablas, pero entonces no van a saber cuanto es  $8 \times 3$ ...No vas a llevar cargando la tabla de multiplicar todo el tiempo.*

(OM23A190602)

El Maestro se contradice, pues al principio les explica a los niños que no es necesario que se aprendan las tablas de multiplicar y después comenta que no cargaran todo el tiempo las tablas de multiplicar. Sin tomar en cuenta que el “aprender” las tablas de forma memorística no garantiza un aprendizaje significativo.

En la propuesta “Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir” (SEP:1994) en la sección III: La división con los primeros números, se sugieren estas actividades para enseñar la división con el apoyo del cuadro de multiplicaciones, los “pasos” que el maestro presenta son

en realidad los propósitos de las actividades, pero la interpretación que el maestro le da es equivocada, pues les dice a los niños que son pasos para resolver los problemas de dividir.

Cuando el docente se habitúa a trabajar con la idea de que los alumnos deben estar atentos, que el maestro es quien va a explicar los ejemplos para que los niños aprendan, es difícil aceptar que los alumnos pueden opinar, tener la libertad de equivocarse y ser capaces de resolver situaciones que en ocasiones no se les ha enseñado.

#### 4.1.4.2 EL LIBRO DE TEXTO Y FOTOCOPIAS DE LIBROS COMERCIALES.

La Maestra Flor trabajó con el libro del alumno en la lección 10 del bloque 3, titulada “El número premiado”. En donde se presenta, la división por medio de tres procedimientos.

A continuación hago un análisis de estos procedimientos:

1) Con restas de múltiplos del divisor se consideran potencias de 10 (100,1000).

Para facilitar el proceso de búsqueda de resultado de la división, se consideran cocientes parciales, que se multiplican por múltiplos de 10. Por ejemplo;  $24 \times 100 = 2400$

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 5652} \\
 \underline{-2400} \\
 3252 \\
 \underline{-2400} \\
 852 \\
 \underline{-240} \\
 612 \\
 \underline{-480} \\
 132
 \end{array}$$

$100+100+10+20+5 = 235$

En este procedimiento, la cantidad del dividendo se considera completa. Es decir, la cantidad total no se divide en centenas, decenas y unidades, la ventaja es que conforme se hace la resta, se observa si es posible volver a usar el mismo número otra vez, hasta agotar el dividendo.

2) Con restas de múltiplos del divisor se considera la cifra de mayor orden en el dividendo.

Después de la siguiente orden y así sucesivamente .

Al dividir con este procedimiento se puede duplicar la misma cantidad hasta llegar al número

que se aproxime al dividendo.  $24 \times 100 = 2400$   $24 \times 200 = 4800$   $24 \times 10 = 240$   $24 \times 20 = 480$

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 5652} \\
 \underline{4800} \\
 852 \\
 \underline{720} \\
 132 \\
 \underline{120} \\
 12
 \end{array}$$

3) La división convencional por medio de restas.

Esta operación es la más económica en su procedimiento, el dividendo se descompone en 56

centenas, se divide cada cifra entre el divisor. Inicia por la de mayor valor; se dice 56 entre 24

= 2 porque 2 por 4 es igual a 8 y 2 por 2 = 4 son 48 entonces 56 menos 48 = 8 se baja la cifra

siguiente, tenemos 85 se vuelve a dividir entre 24 y así sucesivamente.

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 5652} \\
 \underline{48} \\
 85 \\
 \underline{72} \\
 132 \\
 \underline{120} \\
 12
 \end{array}$$

Estos procedimientos son recientes en los libros de texto, precisamente porque la intención es

acercarse lo más posible a las formas de resolución de los alumnos en favor de la comprensión

de las operaciones usuales. La maestra no presta atención a estos procedimientos y se va

directamente al uso del algoritmo convencional de la división por medio de restas, sin indagar

de que otra forma se puede resolver el reparto de dinero. Veamos como lo trabajó esta lección

la maestra Flor:

Primero varios niños leyeron y en el momento de repartir la cantidad del cheque en los 24 niños, la maestra escribió en el pizarrón la división y pidió a un niño que pasara a resolverla.

*M: Dice que tenemos cinco mil seiscientos cincuenta y dos pesos y que lo vamos a repartir entre 24 niños, entonces vamos a dividir (Escribe en el pizarrón) M: A ver, quien quiere pasar a hacerla. (algunos niños levantan la mano, la maestra señala a un alumno).M: Pasa, Luis, (le da el gis).*

*(0M34B300402)*

Al trabajar con el libro de texto, la maestra indica que van hacer una división, sin dar oportunidad a los alumnos a que sean ellos quienes dialoguen o discutan como se podrá resolver ese reparto, la profesora dispone que es una división e incluso ella escribe la operación en el pizarrón, los otros niños realizan la división en su cuaderno, tampoco contrastan con los tres procedimientos que muestra el libro, simplemente se dedican a contestar las preguntas de tal forma que realiza una actividad centrada en el ejercicio. Es decir, practicar la división sin sacar provecho de la situación que se presenta en el libro de texto. Una forma de trabajar esta lección pudiera ser, permitir a los alumnos que crearan otras maneras de realizar el reparto ya sea con billetes y monedas, permitirles emplear diferentes procedimientos y después contrastarlos con los que presenta la lección, de tal manera que los niños se dieran cuenta cual procedimiento es más económico, fácil y comprensible.

El Maestro Luis y la maestra Rosa trabajaron con el libro de texto, pero se observa que conducen paso a paso las actividades del libro del alumno, los niños dirigen las actividades de manera directiva, las leen y en otras les dicen a algunos niños que lean, pero ellos toman a su cargo la responsabilidad de las actividades sin propiciar que los alumnos las realicen en forma

grupal o individual, los alumnos solamente contestan las respuestas, sin utilizar los recursos necesarios para resolver la situación planteada en el libro de texto.

*M: 5 hongos a cada uno. M: Lo van a repartir entre 12*

*M: Multiplicamos 12 por 5 y nos da 60, Ahorita, no estamos todavía en la división ¿Verdad? Ns; No*

(OM23A300502)

El maestro Luis solamente utiliza el libro de matemáticas del alumno y una hoja con actividades de reparto la cual fotocopió para darle a los niños que resolvieran las actividades. consistieron en 4 actividades de reparto, (ver anexo 2) en donde el alumno escribió el número de grupos iguales de pelotas, y aclaró cuantas pelotas tenía cada grupo y cuantos elementos sobraban, para que después confronten sus resultados de manera colectiva pero dirigidos por el maestro. El trabajo con los libros de texto se utiliza en diferentes situaciones, hay maestros que lo utilizan como un apoyo imprescindible, sin el cual no puede enseñar, de tal modo que forma parte central de la enseñanza, tal es el caso del Maestro Luis en el que se puede ver que al enseñar la división utiliza el libro como una herramienta indispensable, caso contrario el del maestro Leonardo quien no hace uso frecuente de este material.

La maestra Rosa primeramente trabajó con una actividad diseñada por ella, (con cierta similitud a la actividad del libro) previa al libro de texto, después trabajó con el Libro del alumno de la manera siguiente:

*M: Es la página 108, a ver quien lee...N; Yo, maestra.*

*(El niño lee) N: Los compañeros del grupo de Raúl participaron en un sorteo,*

*tuvieron tan buena suerte que se ganaron un premio. (La maestra interrumpe)*

*M: Número uno.*

***M: En el grupo de Raúl hay 24 niños en total y se quieren repartir el premio en partes iguales. (OM34C080302)***

La Maestra lee y los niños contestan, de esta forma existe orden, pero no podemos decir que todos estén atentos, pues algunos alumnos se distraen y miran hacia la ventana, la maestra cree que de esta forma, los niños aprenden. Existen ciertas dudas respecto a ello. Por otra parte quien al final valida el resultado es la docente, sin permitirles a los niños que lo hagan:

*M: ¿Cuánto sobró después de repartir la 2ª. Ronda? N1: 12. N2:5 pesos*

*N3: son 132 M: Son 132 pesos lo que sobra*

***(OM34C080302)***

En las respuestas se genera una escasa interacción, no se indaga el por qué sobran 12, 5 ó 132, simplemente la maestra determina cual es la respuesta correcta y los niños así lo anotan en su libro, sin llegar a explicitar porque el resultado es 132.

Los maestros se apoyan en diferentes materiales didácticos para mejorar la enseñanza, usan como apoyo didáctico los materiales oficiales para realizar algunas actividades y desarrollarlas antes o después del trabajo en el libro de texto, conozcamos como las maestras retoman algunos problemas del fichero de matemáticas de cuarto grado.

#### **4.1.4.3 EL FICHERO DE MATEMÁTICAS DE CUARTO GRADO**

La maestra Flor utiliza recursos didácticos como son: el fichero de actividades Matemáticas y el libro de texto del alumno. Se apoya en algunas fichas de matemáticas para realizar actividades previas al libro del alumno, también los hace con el libro de Guía didáctica, porque según dice:

*“En el libro viene pocos ejercicios, y el niño necesita practicar varias veces, por eso les pedí la Guía didáctica.”*

*(EM34B160502)*

La Maestra se refiere a “practicar varias veces” y caracteriza al aprendizaje como una repetición sucesiva de ejercicios hasta dominar la división como si fuera una técnica, sin embargo los errores no se evitan con que el alumno «practique» es necesario realizar el trabajo de tal manera que los niños reconstruyan el sentido conceptual de la división.

La maestra en efecto, al enseñar la división, copia los problemas del fichero de matemáticas, con la idea de que el niño al ejercitar los problemas de división va aprender mejor. Recordemos que «saber dividir» no significa saber resolver los problemas de división.

También la Maestra Rosa copia los problemas del fichero, los problemas que presenta se encuentran en la ficha 9 ¿Cómo Cuántos? del fichero de matemáticas de cuarto grado:

El propósito de esta ficha es: Que los alumnos estimen resultados de problemas que impliquen dividir y utilicen las multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos. La maestra cambió las cantidades; en lugar de 16 jabones puso 36 y a cada equipo le dio un problema con diferentes cantidades, estos son algunos problemas:

*1.-José trabaja en una fábrica empacadora de jabones, en una caja coloca 36 jabones, ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 1928 jabones? \_\_\_\_\_ y sobran \_\_\_\_*

2.- ¿ Cuántas cajas necesitan para empacar 2243 jabones \_\_\_\_\_ y  
sobran \_\_\_\_\_

3.- ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 2844 jabones? \_\_\_\_\_ y  
sobran \_\_\_\_\_

(OM44C150602)

Los problemas presentados por la Maestra, se encuentran en la ficha 4 del fichero de Matemáticas de cuarto grado, únicamente que la profesora cambió los números a cantidades Mayores, al preguntarle el porqué había cambiado las cantidades respondió:

*M: “En el fichero de matemáticas vienen los problemas, pero las cantidades son muy pequeñas, entonces las cambié, porque así no se les hace muy fáciles a los niños, porque ya saben dividir hasta de tres cifras”*

En su respuesta podemos apreciar que la docente toma en cuenta el nivel de dificultad de los problemas que presenta a los alumnos, lo cual es importante, pues las actividades las adapta de acuerdo a sus propias consideraciones. Al dar la consigna, les indica que van a aplicar el algoritmo de la división.

*M: Vamos a resolver el problema, aplicando el algoritmo de la división.*

*M; A, ver Andrea, pasa a resolverlo (pasa una niña a pizarrón, escribe la división) 12  $\overline{) 2844}$*

*M: ¿Cuántas cifras vas a agarrar ahí? Andrea; dos.*

*M; Como ven, ¿será correcto? Ns: sii (todos)*

(OM44C080302)

En la enseñanza que realiza la maestra Rosa, les dice claramente que van a resolver el problema con una división, le da mayor importancia al algoritmo, está presente el enfoque procedimental y no al conceptual (Maza Gómez,1991; 104). La enseñanza del algoritmo es a

final de cuentas una técnica, al enseñar la división de una manera conceptual, se da prioridad al proceso de significado de la división, para llegar al final a un procedimiento algorítmico. Algunos maestros enseñan de esta forma, sin darse cuenta que ya indican de antemano el procedimiento indicado, como sucedió en una ocasión, que observé en un salón de tercer grado, la maestra escribió en el pizarrón. “*Vamos a dividir*” y enseguida escribió 4 problemas de matemáticas para que los niños los resolvieran.

Ahora veremos que tendencias se manifiestan en la enseñanza de la división de los maestros observados.

## **4.2 TENDENCIAS DIDÁCTICAS DE LOS MAESTROS.**

En este eje de Análisis presenté algunos datos de las observaciones que me proporcionan las características de los Maestros al enseñar la división, así como el rol que juega el maestro, las consignas del maestro, la actitud que asume el docente ante los errores de los niños así como la relación entre el maestro y los alumnos, para poder identificar hacia que tendencia se ubican cada uno de los profesores.

### **4.2.1 TRADICIONALISTA**

A partir de las observaciones realizadas y al tomar en cuenta las características de la enseñanza, en esta tendencia se ubicaron tres maestros de acuerdo a los siguientes aspectos:

En la Enseñanza que realiza el Maestro Luis, se nota cierta tendencia tradicionalista debido a la exposición verbalista de parte del docente, la programación es estricta, existe un control y

orden en el grupo, no existe más verdad que la del maestro, el docente es quien lo sabe todo y por lo tanto no puede equivocarse

*.(El Maestro escribe en el pizarrón):*

*Propósito de la División:*

*Es donde los alumnos empiezan a comprender que la división ayuda a resolver situaciones de repartir cantidades de objetos en partes iguales o es decir cuantas veces cabe una cantidad en otra para resolver algunas situaciones de la división*

*1.-Reconocer problemas que se pueden resolver con la división.*

*2.-Desarrollar procedimientos propios para resolver problemas de división.*

*3.-Qué los niños utilicen el cálculo mental*

*4.- Qué los niños usen el cuadro de multiplicaciones para resolver la división.*

*M; Tengamos presente estos cuatro pasos*

*(OM23A190602)*

En esta observación, el maestro quiso darles a los niños un resumen de los conocimientos que deben tener acerca de la división, se nota en el maestro una tendencia tradicionalista, pues considera que darle a los niños los pasos a seguir en la resolución de un problema de división es enseñar la división, éste podría ser un ejemplo de una enseñanza de tipo informativa, en la cual el docente es quien tiene el control del saber.

En la Enseñanza de la división, el protagonista principal es el maestro, a partir de sus actitudes y formas de enseñar, el alumno va a realizar las actividades que se le proponga, en este sentido es importante poner los ojos en el papel del profesor, para determinar hacia que tendencia se inclina la enseñanza que realiza el docente.

El Maestro Luis es verbalista, se apoya en las láminas con dibujos y permanece siempre en la mesa o al lado del pizarrón que se encuentra enfrente de los niños, su rol es de un instructor,

pues solamente da instrucciones y los alumnos las ejecutan, así también demuestra que el docente es quien tiene el poder, pues determina qué alumno participa, indicándoles cuando van a pasar al pizarrón.

*M: A ver, las niñas, desde su lugar, a ver, Karina, pasa al pizarrón, el primer paso; le preguntamos al grupo, Karina, que nos ayude el grupo (pasa Karina al pizarrón) M: ¿Cuál sería el primer paso acá? (M23A250402)*

Cómo podemos notar, el maestro, indica a Karina que pase a resolver la división, por medio de pasos. El profesor impone su opinión, y aunque esté equivocado, los alumnos le dan la razón, por tratarse del maestro.

*N: “Julián y sus cuatro amigos se repartieron las ciruelas ¿Entre cuantos niños hicieron el reparto? M: Si hicieron el reparto ¿Cuántos son ellos? N; cuatro Na: cinco. N; Mire, es Julián con sus 4 amigos, con Julián son cinco. M: con cuatro NA; Sí, son cuatro.M: ¿Cuánto le tocó a cada uno? N : siete M: Son 35 el total de ciruelas, 4 por 7 son 28, ahí se está integrando Julián . (OM23A250402)*

Aquí podemos notar como el maestro está equivocado, pues en realidad se van a repartir las ciruelas entre cinco niños. Sin embargo, el maestro dice cuatro y los niños terminan y aceptan lo que el maestro dice, solamente un niño se atreve a llevarle la contraria, los demás alumnos le dan la razón al profesor, reafirman con ello la idea de que el maestro lo sabe todo y no puede equivocarse.

La actitud de los alumnos es pasiva, solamente intervienen cuando el maestro lo considera apropiado, mantienen el orden y silencio, en las observaciones que realicé, el trabajo siempre

fue individual, incluso el maestro hace mención de que no se copien, que el trabajo lo hagan solitos, el aprendizaje se define como un acto individual, al trabajar con los alumnos el maestro les pide su opinión, pero al final, el docente es quien determina lo que se va a hacer.

*M: Bien, entonces le ayudan o que lo haga solita. Ns; No, solita*

*M; No, mejor te vamos a ayudar. M: Aquí hay 48 ¿Verdad? Y se van a repartir*

*entre 5 niños dice, no sé ¿Cuál sea tu idea?, de ayudarnos, sería ¿Cuál sería?*

*Aquí tendríamos que utilizar, que más? ¿A ver Rosi, sí pero, primero, vamos*

*a ver.. (OM23A250402)*

El maestro impone su opinión, pues pregunta si le ayudan o lo hace solita, aunque los alumnos dicen que solita, al final el maestro determina que le van a ayudar, permite a los alumnos que utilicen las operaciones que crean convenientes con el fin de llegar al resultado correcto, como son; dibujos, la suma iterada, la multiplicación y la división con resta, en ningún momento usaron la resta iterada (Ávila 1994)

I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I  
I I I I I

9X5 = 45  
y sobran 3

5+5+5+5+5+5+5+5+5= 45 +3=48

$$5 \begin{array}{r} 9 \\ \hline 48 \\ - 45 \\ \hline 03 \end{array}$$

I I I

De acuerdo a las investigaciones de Alicia Ávila (1994) es importante permitir a los alumnos que utilicen sus estrategias personales, sin embargo el maestro desaprovecha la oportunidad de

que los alumnos interactúen, es decir que comenten porque lo hicieron así y cual de todos los procedimientos es más fácil y económico, de esta manera reconstruyan el significado de la división.

Al preguntarle al maestro Luis acerca del papel del maestro que realiza al enseñar la división, me contestó:

*“Propiciar en los alumnos la construcción del conocimiento matemático, tomando en cuenta sus conocimientos previos”(EM23A200602)*

El maestro posiblemente cree que toma en cuenta los conocimientos previos, pero parece que en el desarrollo de la clase, considera que los alumnos no tienen conocimientos acerca de la división, pues les enseña por medio de reglas y pasos a seguir.

La Maestra Flor también se caracteriza hacia una tendencia Tradicionalista porque transmite verbalmente los contenidos de enseñanza mediante el libro de texto, las tres ocasiones que observé en su grupo, no trabajó con material didáctico, sólo utilizó el libro del alumno y la guía didáctica, utiliza los ficheros para apoyarse, le da valor a los procedimientos, pero sin profundizar en ellos.

Al presentarles los problemas a los niños, les pide que lo resuelvan por equipos, después pasa a un representante del equipo para que explique su procedimiento, motivándolos para que expresen como lo hicieron, se nota cierta resistencia de los alumnos para explicar sus procedimientos, también se observa que hay alguna preferencia por los niños que la maestra considera inteligentes, pues con frecuencia pasaba al pizarrón a los mismos alumnos.

*M: ¿Cuántas veces sumaste? Juan C.: 5 veces*

*M: ¿Porqué? Juan C.; (El niño queda callado)*

*M: ¿Ibas a plantar? Juan C.: 24 arbolitos*

*M: ¿Cuántos terrenos? Juan C: cinco*

*M: ¡Muy Bien!*

*(OM34B300402)*

En este fragmento de clase, podemos darnos cuenta, que la maestra pregunta y el niño solamente contesta, pero no existe ninguna justificación de la respuesta de parte del alumno, por lo que el niño se concreta nada más a cumplir con respuestas cortas, se observa que la maestra es quien valida el resultado, de esta manera no se presentan ni se reconocen errores de parte de los alumnos, quienes se mantienen pasivos ante la Maestra, no participan libremente, están en espera de que la maestra determine quien participa.

En las actividades induce a algunos alumnos a participar y a comunicar a los demás compañeros sus estrategias que utilizan, sin embargo su planeación es rígida, pues al preguntarle que si podía observarla al otro día, me dijo:

*“Es que el día martes no me toca matemáticas, podemos verlo el miércoles o jueves”*(EM44B160302)

La Maestra Flor al presentarles los problemas a los niños, les pide que lo resuelvan por equipos, después pasa a un representante por equipo para que explique que procedimiento realizaron, motivándolos para que expliquen, se nota cierta resistencia de los alumnos para explicar sus procedimientos, también se observa que hay alguna preferencia por los niños que la maestra considera inteligentes, pues con frecuencia pasaba a los mismos alumnos.

*M: ¡Muy bien! Un aplauso a los niños.(los niños aplauden)*

*(Los niños se van a sentar y la maestra dice)*

*M: Si gustan pasar los mismos, u otros también.(pasan los mismos niños)*

*(OM34B300402)*

La Maestra tiene cierto conocimiento acerca de permitir a los niños que usen sus estrategias personales, pide a los alumnos que justifiquen sus procedimientos y les permite que socialicen sus estrategias, como podemos ver a continuación en el rol que la profesora desempeña.

La Maestra Flor explica la consigna, recorre los equipos para darse cuenta si los niños trabajan y al mismo tiempo, algunos alumnos le preguntan las dudas que tienen, la maestra explica a los niños en forma individual, enfatiza que pueden realizar diferentes procedimientos que quieran, también los felicita por medio de aplausos cuando contestan correctamente, como podemos verlo en el siguiente párrafo:

*M: ¿Cuál será tu respuesta Andrea?*

*Andrea: (señala el número 24)*

*M: ¿Podrías explicar a tus amigos porqué 24 así como le entiendas...*

*Andrea: (se queda pensando) M: La respuesta de Andrea es correcta, pero*

*Que nos explique porque le da 24 ¿Porqué dividiste 120?*

*Andrea: Porque son 120 arbolitos que se van sembraren 5 terrenos, me da 24 .*

*M: (La maestra se dirige a Cecilia) En sí ¿Cuál es tu respuesta?*

*A: 24 M: ¡Muy bien!*

*(OM34B300402)*

La Maestra pide a Andrea que explique porque dividió 120 entre 5, pero la niña se concreta a decir “Porque son 120 arbolitos que se van a sembrar en 5 terrenos, me da 24” sin justificar su operación, la maestra no insiste en que Andrea explique su razonamiento, sólo se concreta a validar el resultado, podemos notar como para la maestra lo importante es que la respuesta sea correcta y no el procedimiento de solución.

Al terminar los alumnos, la maestra pide que pase un representante de cada equipo para explicar que procedimiento utilizó y lo socialicen con los demás equipos, para señalar los aciertos y errores, como lo podemos observar en el siguiente párrafo:

*M: Vamos a pedirle a Andrea, a Cecilia y a Jesús que pasen al pizarrón para que nos expliquen los procedimientos que usaron.*

*M: ¡Pasen, pasen!, Yo se los leo porque ya borré.(Pasan los tres niños al pizarrón.*

*M: Pongamos atención a los niños para que veamos donde fallamos.*

*(OM34B180302)*

La maestra reconoce que los errores se pueden superar, al decir «para que veamos donde fallamos» tiene la idea de que el niño va a corregir sus propios errores. Existe una tendencia de la maestra de «devolver» a los alumnos la responsabilidad de su aprendizaje y de esta manera los mismos alumnos justifiquen sus respuestas.

La Maestra Flor en la entrevista respondió lo siguiente:

*“El papel del maestro es muy importante, pues el maestro es quien dirige y planea las actividades que realizan los alumnos”(EM34B160502)*

En la respuesta que la maestra da, se encuentra implícita, la idea de que el papel del maestro es importante, pero llama la atención cuando dice que *dirige*, se entiende así que el maestro es quien tiene el control de la clase, de alguna forma existe una tendencia tradicional de que el maestro es quien lo sabe todo y va a transmitirle los conocimientos a los alumnos.

Al referirse a las dificultades en la enseñanza de la división, la maestra Flor dijo:

*“Porque los niños no se aprenden las tablas de multiplicar y así no pueden dividir”(EM34B160502)*

En la respuesta se deja ver, que las dificultades son de aprendizaje y no de enseñanza, según la maestra, ella cree que el problema son las tablas de multiplicar y que sin este aprendizaje no pueden aprender a dividir, hay una inclinación a la tendencia tradicionalista pues la memoria es el único recurso de aprendizaje.

En la enseñanza que realiza la maestra Rosa, también se hace notoria la tendencia tradicionalista, pues los niños reconocen las reglas del algoritmo de la división, que la maestra ha puesto en práctica con sus alumnos. A continuación presento un fragmento de la clase.

*M: ¿Estará bien? Ns: ¡Noo!(todos) M: ¿Por qué?*

*Na: Porque sobra más que el divisor M: ¿Estará bien que tomaron dos cifras?*

*Ns: Nooo NI: Es que hay dos cifras, pero como no cabe, tiene que agarrar tres números, entonces debe ir arriba del 4 el número seis. (señala la división)*

$$\begin{array}{r}
 69 \\
 36 \overline{) 2844} \\
 \underline{216} \\
 0684 \\
 \underline{224} \\
 450
 \end{array}$$

*M: ¿Estará bien?*

*N; No*

*M: ¿porque?*

*Gabriela; Porque le sobró más*

*(0M44C260402)*

Lo interesante es que los mismos niños señalan los errores, y reafirman las reglas canónicas que la maestra ha enseñado respecto a la división, como «tomaron dos cifras» y «debe ir arriba del cuatro».

Las Reglas canónicas; son llamadas así pues han permanecido durante mucho tiempo, estas son:

a)El residuo no puede ser mayor que el divisor.

b) Se deben tomar dos cifras, siempre y cuando sea menor el divisor que el dividendo, si este es mayor se tomará otra cifra más del dividendo.

c) El lugar en el cociente debe ser de acuerdo a la posición del dígito que se divide.

Por medio de estas reglas de la división de los números naturales, los maestros han mecanizado la enseñanza de la división, sin permitir que el niño comprenda el porqué de la razón de estos aspectos.

Podemos observar que la maestra devuelve las preguntas para que los alumnos validen si es correcto o no lo que hacen sus compañeros, también se observa la división con restas, pareciera que la maestra Rosa, les da libertad a los alumnos de resolver los problemas con los procedimientos que quieran. La maestra impone la idea de que las reglas se deben de respetar, aunque no sepamos el por qué. La maestra en el afán de tener el control de la clase, induce a que el alumno sea pasivo y siga paso a paso sus recomendaciones. Se reconoce la influencia de la etapa de estudiante de la maestra, ya que de la manera en que aprendió, enseña. (Contreras2002).

La Maestra Rosa controla al grupo por medio de actividades, en ocasiones está parada al frente y otras veces se acerca a los equipos para orientar a los alumnos, o revisar sus cuadernos con el fin de señalarles algunos acierto o errores, les da libertad a los niños de pasar al pizarrón cuando ellos lo desean, mantienen cierto orden, los alumnos participan y dan sus puntos de vista cuando creen que el compañero que explica algún procedimiento tiene alguna falla, se lo señalan con bastante libertad, y construyen entre todos la respuesta al problema.

La Maestra propicia que los alumnos utilicen diferentes procedimientos para resolver los problemas, hace énfasis en las reglas de la división, como los lugares determinados en la operación, favorece la confrontación de las estrategias, al permitir que los alumnos opinen y

demuestren sus hipótesis, organiza el trabajo de los alumnos en equipos con el fin de socializar los conocimientos.

Al preguntarle a la Maestra Rosa acerca del papel del maestro en la enseñanza de la división, dijo:

*“El papel del maestro es esencial, pues es el que organiza, coordina y orienta a los alumnos”.*(EM44C240602)

En la respuesta de la maestra, podemos notar que hay cierta semejanza con su acción en el aula, pues toma en cuenta las estrategias de los niños, retoma sus opiniones y en realidad organiza y orienta a sus alumnos.

En cuanto a la pregunta ¿Qué dificultades encuentras al enseñar la división? La maestra contestó:

*“Son varias las dificultades, pero si se trabaja en esos aspectos, poco a poco ellos dominan la división”*(EM44C240602)

En la respuesta la Maestra retoma su papel en la enseñanza, pues al decir que si trabaja en los aspectos difíciles, los niños logran dominar la división, acepta que el maestro tiene un papel importante al enseñar, concibe a la división como ejercicios, que con la práctica se logran vencer, por lo que existe una inclinación a la tendencia tradicionalista.

Balbuena (1991:48) menciona que, una alternativa didáctica para lograr que los alumnos comprendan que tipo de problemas se pueden resolver con cada una de las operaciones, es plantear primero a los niños los problemas y dejar que los resuelvan a su manera a partir de lo que ya saben, aunque no sea necesario que lo hagan con las operaciones convencionales sino que manipulen los materiales y crean sus propios procedimientos.

Ahora comentaré de manera breve las similitudes y diferencias dentro de la misma tendencia.

En la misma tendencia de enseñanza se pueden presentar diferencias y semejanzas, ya que los maestros no tienen una forma de trabajo idéntica, sino más bien cada quien tiene características muy peculiares en su manera de enseñar la división, primeramente me voy a referir a las semejanzas de los maestros del porqué se caracterizan en dicha tendencia y después presentaré las diferencias, que también se caracterizan dentro de la tendencia tradicionalista, aunque hay algunos aspectos que pertenecen a otras tendencias, es en ésta que hubieron mayores concurrencias.

Los tres maestros utilizan una metodología verbalista, por medio de la repetición de operaciones como ejercicios, llevan a cabo la enseñanza de manera conductista, dirigen paso a paso las actividades como quien lleva de la mano a un niño para que aprenda a caminar, transmiten un modelo de solución, el proceso de enseñanza es vertical y rígido, el maestro planea su manera de enseñar y así lo realiza, las maestras Flor y Rosa realizan actividades de forma grupal y en equipos, la mayoría de las actividades son realizadas por equipos, sin embargo no se observa una interacción entre los integrantes de los equipos, ambas docentes permiten que los alumnos utilicen sus propias estrategias para resolver los problemas o las divisiones, toman en cuenta los errores para que los mismos niños los corrijan, trabajan de forma grupal, permiten que participen los alumnos, el Maestro Luis es el único que enseña a través de láminas y exposiciones de clase, de tal forma que su metodología es verbalista e informativa, es él quien tiene el control y determina quien va a participar y quien no, quiere que los niños estén en silencio y quietos, la Maestra Rosa le da mucha importancia a las reglas canónicas del algoritmo, la Maestra Flor cuestiona a los niños que expliquen como realizan sus procedimientos.

Los cuatro maestros les dieron a sus alumnos fotocopias con ejercicios para desarrollar actividades relacionadas con la división; El maestro Luis hizo dibujos y problemas para que los niños las contestaran, el Maestro Leonardo y la Maestra Flor sacaron copias de un libro comercial, la maestra Rosa también formuló preguntas respecto a un problema de reparto para que los niños lo contestaran.

Como menciona Contreras (2002) en el artículo “Dificultades y Obstáculos para el cambio en el aula. Una perspectiva desde la educación matemática” La realidad de nuestras aulas no es diferente, el libro de texto sigue se toma como el único material curricular del que el profesor hace uso no reflexivo, la actividad en el aula se caracteriza por la repetición de ejercicios, tareas rutinarias y trabajo algorítmico, el profesor continúa como protagonista por medio de la exposición como método y a los alumnos no se les da la oportunidad de reflexionar, conjeturar, indagar, analizar y discutir.

#### **4.2.2 ESPONTANEÍSTA**

Esta es otra de las tendencias identificadas en la indagación, de esta forma tenemos que, la Enseñanza con rasgos de la tendencia Espontaneísta se identifica cuando el maestro propone actividades de manipulación de modelos, la programación no es rígida sino de acuerdo a los intereses de los niños y lo podemos notar cuando al realizar el ejercicio de repartos y darse cuenta de que para muchos niños no era comprensible, retoma la actividad de nuevo al presentarles otra situación parecida a la anterior. A continuación se puede notar un ejemplo de lo anteriormente dicho:

*M: Miren niños, yo creo que esta actividad la vamos a tener que practicar un*

*poquito más, porque siento que todavía no pueden repartir bien.*

*M: Pónganme atención allá atrás, volvemos a retomar la actividad.*

*M: Ahora nadamás con 20 corcholatas, las demás me las guardan, les voy a dar otra hojita para que contesten.*

(O3AM1230402)

El Maestro Leonardo no permanece en un solo lugar, está pendiente de las actividades que los alumnos realizan, se muestra accesible a los requerimientos que los niños le hacen, explica a quienes no entienden, les indica cierto tiempo para resolver sus ejercicios, sin apresurarles, ni amonestarles, induce a los alumnos a participar en las actividades que propone. El maestro les permite usar a los niños los procedimientos que deseen para resolver la división, podemos notarlo cuando motiva a los alumnos a explicar que procedimiento hicieron y confrontarlos con los procedimientos de los demás compañeros. Los alumnos por consiguiente, se muestran interesados en las actividades propuestas por el maestro, participan libre y activamente e interaccionan con sus compañeros de equipo:

*M: Alguien quiere pasar...N; ¿Yo, maestro!*

*M; Cada quien va a pasar a hacerlo a su manera como lo entienda.*

(OM13A050602)

El docente les brinda las facilidades de socializar sus conocimientos, propicia así que los niños compartan sus procedimientos o maneras de resolver las situaciones planteadas, en esta observación, también me parece importante que el maestro sea quien valida los resultados, pues se realiza la evaluación por parte del docente, así como también el apoyo que los maestros tienen en algunos materiales comerciales por medio de fotocopias, para realizar la comprobación de los contenidos realizados.

*M: Miren, Sergio dice que él lo hizo de otra forma, ya vieron que hay muchas formas de hacer las cosas. Dice Sergio; Porque en el equipo de Juan tiene 30 y Aldo, 30 ¿Cuántos son? Ns; 60 M: más 30 de Ema; son 90 y 30 de Karen son; 120*

*(OM13A230402)*

El Maestro Leonardo se apoya en fotocopias de la Guía didáctica, les reparte a los alumnos una hoja fotocopia en donde realizan sus repartos; titulada “problemas de repartos con residuo” Les pide a los niños que lean junto con él y les cuestiona:

*Leamos; “Irma quiere repartir 34 botones en partes iguales en 5 bolsas*

*¿Cuántos botones le tocan a cada bolsa?*

*M: Lo podemos ir encerrando en cada bolsa, cada bolsita.*

*N: En siete partes. M:¿ De que otra manera?*

*Ns; Con una división. M; Bueno ¿Cuánto entre cuanto?*

*Ns; siete entre 34 N; cinco entre 34*

*M: al revés 34 entre 5, a ver, háganlo. N: Sobra cuatro, profe.*

*(OM13A230402)*

El Maestro Leonardo rectifica al alumno que dice “cinco entre 34” sin explicar el porqué, sin aprovechar la situación y reafirmar estas dificultades de la escritura de la división, pues es diferente a las demás operaciones, el maestro por momentos se acerca a los equipos para ver como trabajan, les permite a los alumnos que utilicen las operaciones que crean convenientes. Al preguntarle acerca del papel del maestro en la enseñanza de la división, el Maestro brevemente contestó:

*“Es un guía y facilitador del conocimiento”(E0M13A060602)*

Al observar su quehacer docente, el maestro toma en cuenta los intereses de sus alumnos, mantiene en actividad constante al grupo, propicia la confrontación de los resultados, por lo cual podemos mencionar que en realidad facilita el conocimiento.

En lo que respecta a la pregunta ¿Qué dificultades encuentras al enseñar la división? dijo:

*“Muchas; ya que al realizar la división, tenemos que aplicar la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, esto lo hace ser una operación muy difícil para los alumnos”*

*(EM13A060602)*

El maestro hace alusión a muchas dificultades, comenta que la división implica las cuatro operaciones básicas, lo cual la hace ser una operación difícil para los alumnos, el maestro toma en cuenta a los alumnos.

#### **4.3 LAS CONCEPCIONES DE LOS MAESTROS ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN**

Las Concepciones de los maestros han ocupado un lugar interesante en los estudios de la matemática, se ha estudiado desde diferentes perspectivas, del alumno, del profesor, de acuerdo al contexto social, acerca del éxito y del fracaso escolar, (McLeod, 1992) menciona 4 ejes en relación con las creencias: Creencias sobre las matemáticas, sobre uno mismo, sobre la enseñanza de las matemáticas y sobre el contexto social, por lo que en esta indagación voy a tratar únicamente las concepciones de los maestros acerca de la enseñanza de la división, refiriéndome a lo que dicen o creen los maestros y como influyen sus concepciones al enseñar la división.

Las concepciones que tienen los maestros en servicio no son siempre compatibles con los planes y programas de estudio, pues influyen en ellos las creencias del período de la época de cuando fueron estudiantes, Ball en Contreras y Carrillo (1998) por lo cual hay que incidir desde la formación docente en esas creencias y actitudes, los docentes al afrontar sus propias prácticas de enseñanza se les sitúa favorablemente frente al cambio, reflexionan sobre el contenido en situaciones de enseñanza. Considero que la reflexión forma parte necesaria para evolucionar en nuestras concepciones de enseñanza y de esta forma acceder al currículum y tener oportunidades de «hacer matemáticas» con los alumnos.

Ernest (1988) señala tres tipologías acerca de las concepciones de las matemáticas:

- 1).- Visión de la Matemática como caja de herramientas. (Visión utilitarista)
- 2).- Visión de la Matemática como cuerpo estático y unificado de conocimiento. (Visión Platónica)
- 3) Visión dinámica de la Matemática como un campo de creación humana en continua expansión, en el cual se generan modelos y procedimientos que son destilados como conocimientos. (Perspectiva de Resolución de problemas)

Thompson (1984) también estudió la influencia de las creencias del maestro en su modo de enseñar:

\*Un instrumentalista enseña de manera prescriptiva enfatiza reglas y procedimientos

\*Un Platonista enseña y enfatiza el significado matemático de los conceptos y la lógica de los procedimientos matemáticos.

\*Un matemático que esté en la línea de resolución de problemas, enfatizará actividades que conduzcan a interesar a los estudiantes en procesos generativos de la matemática.

Al analizar estas aportaciones sobre las concepciones, se puede ver que existe una similitud entre los aspectos que plantean estos investigadores, asimismo se explica que el rol del maestro varía y depende de las concepciones que tenga acerca de la enseñanza.

A través de los estudios existentes de las concepciones acerca de la enseñanza de las matemáticas, analicé los datos que arrojaron las entrevistas y algunas observaciones de los maestros y de esta manera indagué que concepciones tienen los profesores al enseñar la división.

Para ubicar a los maestros investigados en esta indagación, me apoyé en los estudios realizados por Carrillo y Contreras (1995) donde se enmarcan las caracterizaciones de los tres tipos de concepciones de la Matemática, con tres aspectos a considerar, como son; el tipo de conocimiento, el fin que se persigue y el modo de evolución de la Matemática.

En este eje de análisis, de acuerdo a los datos obtenidos tanto de las entrevistas como de las observaciones, he detectado que los maestros persisten en sus formas de enseñanza, así como en sus concepciones, por lo tanto al categorizar las concepciones de los maestros al enseñar la división, encontré que los cuatro maestros tienen una concepción instrumentalista, pero con diferentes niveles de apropiación por lo que construí tres categorías, consideré no solo lo que ellos dicen, sino lo que hacen al enseñar la división, con el fin de acercarme un poco más a la realidad de cada profesor estudiado.

### **4.3.1. LAS CONCEPCIÓNES INSTRUMENTALISTAS EN LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN**

Al referirme a la concepción instrumentalista, tomé en cuenta que los maestros realizan la enseñanza de la división por medio de reglas o pasos a seguir, como si el algoritmo fuera la única forma de resolver un problema de división, los maestros conciben que las matemáticas son de carácter utilitario. De acuerdo a Contreras (1998) “Las concepciones son conjunto de posicionamientos que un investigador asume que un profesor tiene sobre su práctica en relación con los temas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” Por lo que apoyándome en esta definición, considero que a partir de las concepciones que el docente tiene, es como realiza su quehacer docente.

Los pensamientos y las creencias de los maestros forman parte de sus concepciones, elemento esencial en la formación y práctica de los maestros, aunque existen diversos niveles de desarrollo en las concepciones de los profesores.

Desde el inicio de nuestra vida, se forman las concepciones, debido a diversos factores; del hogar, con nuestros padres, del ambiente, en nuestra preparación escolar, la formación profesional y la práctica docente, aunque la mayor parte de nuestras concepciones se forman en la etapa de la preparación escolar, es por eso que nos es difícil cambiar dichas concepciones, ya que se afianzan con tanta fuerza que solamente a través de la reflexión continua acerca de nuestra práctica podemos evolucionar y transformar nuestra tarea en las aulas.

En las investigaciones se han considerado de suma importancia conocer que concepciones persisten en las prácticas de los docentes, se entiende, que de esta manera se pueden mejorar

las condiciones de enseñanza, conocer los niveles de reflexión y el proceso de los pensamientos de los profesores.

Se habla de dos tipos de concepciones de educación; la tradicional y la moderna, la primera es una forma de entender la enseñanza de tipo individual, donde el ser humano aprende solo y es un ser racional, la enseñanza está centrada en que el alumno aprenda de memoria, en cambio la moderna que se refiere a que el hombre es un ser sociable y no aprende solo sino que a través de las interacciones con sus semejantes, se parte de la premisa de que la realidad es cambiante y para ello el hombre necesita desarrollarse dentro de una sociedad que se transforma y en la cual se generan nuevos retos, por lo cual necesitamos estar preparados; en esta concepción se concibe al maestro como un guía o coordinador de las acciones que el alumno realiza y no un transmisor de conocimientos. En esta indagación se ha construido tres tipos de visiones que se encuentran dentro de una concepción instrumentalista a saber: la estática, transitiva y la avanzada.

#### **4.3.1.1 ESTÁTICA**

Para describir y analizar las concepciones de los maestros acerca de la enseñanza de la división, desde una visión estática dentro de la concepción instrumentalista, tomaré en cuenta las respuestas de las entrevistas y observaciones efectuadas a los maestros, en la cual adapté el modelo de categorías que presentan Carrillo y Contreras (1996)

Podemos notar que existe una concepción del maestro de tipo instrumentalista, es decir, el maestro enseña para el examen, así mismo enfatiza los pasos del procedimiento por medio de reglas a seguir para resolver un problema.

En la concepción del maestro el alumno aprende para el examen y así se los menciona en la siguiente observación:

*M: Ahora, yo quisiera hacer una pregunta, ya para ir terminando, no sé si por ahí vamos, ya maestra Eva, concluyendo, quisiera hacerles una pregunta con relación a dónde iniciamos, ¿Cómo llegar a la división? Dónde ustedes se les facilitan más pensar en buscar diferentes vías de solución, para llegar a lo que es la división, no precisamente de manera, ahora si como decimos, 25 entre 5 y aplicamos la tabla del 5 y entonces ponemos el cinco y ya llegamos al resultado rápido, no queremos llegar de manera directa, sino que queremos que el niño vaya pensando como puedo yo hacer, porque al niño en un examen no le van a poner solo divisiones.*

*(OM23A300502)*

El docente menciona que no quiere llegar de forma directa. Pero en la realidad lo que hace es transmitir su forma de entender la división como pasos a seguir, también se refiere al examen como una medición de conocimientos como verdades eternas sin transformaciones ni tomar en cuenta los problemas de la vida real, persiste la idea de «aprender para el examen».

Al darle las fotocopias para que los alumnos realizaran los ejercicios, el maestro les menciona que va a calificar asignándole a cada pregunta un cierto puntaje, como se puede observar a continuación:

*M: Bueno, Migue, cuenta bien, para que no vayas a fallar, cada problema tiene 2.5 de valor, ahí ven ustedes.(OM23A190602)*

Si tomamos en cuenta las categorías que nos presentan Carrillo y Contreras (1995:89) la concepción del Maestro Luis es instrumentalista. Porque según los autores, las matemáticas son verdades eternas, que no son transformables ni puestas a prueba.

Al preguntarle al maestro acerca de ¿Qué era para él enseñar matemáticas? Contestó;  
*“Es algo fundamental e importante, pues se hace uso de ella en todo momento de nuestra vida”*(EM23A200602)

Tenemos aquí una concepción de tipo instrumentalista . De acuerdo a Carrillo (1996 ) se concibe a las matemáticas como desarrollo de la vida diaria sin ninguna transformación, desde una perspectiva pragmática, así también se destaca la enseñanza de la división como un algoritmo, a partir de la siguiente pregunta: ¿Qué dificultades encuentras al enseñar la división?

*“Es una de las cuatro reglas de las matemáticas, es donde el alumno le es dificultoso por no hacer uso del cálculo mental”*(EM23A200602)

A partir de la respuesta del maestro, se puede pensar que existen reglas en las Matemáticas, de tal forma que hay conjuntos de reglas y técnicas ya establecidas. Asimismo Thompson (1984) dice que en las formas de enseñar un instrumentalista; enfatiza reglas y procedimientos, las verdades son absolutas, no hay discusión acerca de ellas.

El profesor menciona al dar su clase que los procedimientos propios para resolver problemas de división son:

*M: Cuando se presentan los problemas, vamos a aplicar la.....*

*N: Multiplicación*

*M :En ocasiones, la multiplicación o la división.*

*(OM23A190602)*

Aquí podemos darnos cuenta que para el maestro los procedimientos propios para resolver un problema de división, necesariamente deben ser operaciones convencionales como la multiplicación o la división y no los procedimientos no convencionales como: dibujo, suma iteradas o repartos biunívocos.

Flores Peñafiel (1994) dice: “El papel del maestro es mostrar los procedimientos y la meta de la enseñanza es obtener respuestas precisas” esta característica corresponde al nivel básico de desarrollo en las concepciones de los maestros, por lo cual al tratarse que, para el maestro solamente son válidos las operaciones como resultado de un problema, corresponde a este nivel.

El Maestro Luis tiene una visión Estática de una concepción Instrumentalista denominada así, pues el profesor conceptualiza a la división como una herramienta con una serie de pasos o reglas, concibe a la división y la matemática como algo ya establecido, sin ninguna transformación, la enseñanza es informativa, trabaja los contenidos de la división por medio de láminas, en las cuales presenta los pasos determinados para realizar la división, de manera mecanicista, en la clase se denota el verbalismo, ya que el maestro es el protagonista principal, quien dispone que van a hacer los alumnos, continuamente está explicándoles a los alumnos, incluso lo hace cuando ellos trabajan en sus cuadernos, por lo tanto, los niños están en espera de que el maestro sea quien decida sus participaciones.

#### **4.3.1.2 TRANSITIVA**

Aún cuando hablamos de una concepción instrumentalista, se encuentran rasgos característicos que nos permiten vislumbrar que hay una evolución en las concepciones, dichas evoluciones transforman poco a poco los pensamientos de los maestros, es difícil cambiar nuestras costumbres y hábitos de trabajo, de un día para otro. Sin embargo, aunque a largo plazo, las formas de ver la enseñanza se transforman, de ahí se desprende una concepción transitiva, es decir cambiante o transformable.

La Maestra Rosa y la maestra Flor corresponden a esta categoría, debido a las siguientes características; tanto en su discurso como en su práctica docente manifestaron tomar en cuenta, las estrategias personales de los alumnos al resolver la división, utilizaron el material recortable como son los billetes y monedas, de alguna forma están incorporadas a su quehacer docente, otros elementos con el propósito de mejorar la enseñanza de la división, en otras palabras modifican su manera de pensar y de trabajar en el aula escolar.

Al preguntarles acerca de ¿Qué es para ti enseñar Matemáticas? Ellas respondieron:

*“Es buscar mecanismos para que el alumno utilice las matemáticas en su vida cotidiana”(EM34B160502)*

*“Es tomar en cuenta las concepciones previas de los niños en la resolución de problemas”(EM44C240602)*

La concepción de las Matemáticas de las maestras citadas están dentro de una visión instrumentalista, dentro de la línea de Carrillo y Contreras (1996) pues la primera profesora dice que las matemáticas son pragmáticas, o sea que se usan en la vida cotidiana, la segunda maestra dice que hay que tomar en cuenta las concepciones previas de los niños en la resolución de problemas, la maestra menciona los conocimientos previos de los niños para resolver problemas, se interpreta una tendencia investigativa, debido a que da importancia a las concepciones previas y a la resolución de problemas, sin embargo al observar su práctica docente, podemos conceptualizar a la maestra en una tendencia tradicional con varios indicadores de la tendencia Platónica, por lo que no existe un modelo puro de Enseñanza, parece ser que existe una mezcla de tendencias de enseñanza, pero predomina la tendencia tradicional, por lo que se interpreta que la maestra tiene cierto conocimiento acerca de una visión de las matemáticas generativas. Sin embargo, al analizar las actividades que realiza con

sus alumnos, existen mayores rasgos hacia una concepción instrumentalista, por lo tanto podemos mencionar que la maestra ha evolucionado en sus concepciones acerca de la enseñanza de la división.

Al revisar por medio de las observaciones, la práctica docente de los profesores, efectivamente persiste una tendencia de tipo instrumentalista, ya que enseñan por medio de pasos y procedimientos la división, para aplicarlo a los problemas matemáticos, aunque la maestra Flor y la maestra Rosa tienen ciertas características de la enseñanza de la división hacia una concepción de resolución de problemas, pues incorporan en su trabajo los problemas matemáticos, les permiten a los niños usar sus propios procedimientos, que expliquen porque lo hicieron así, aunque persiste en ellas, la enseñanza del algoritmo de la división.

En el siguiente fragmento se puede observar como la maestra le sugiere a los alumnos utilizar sus propias estrategias o procedimientos para resolver los problemas de división:

*M: Ya que entregaron sus resultados, ahora sí, utilizamos nuestro cuaderno y hacemos los procedimientos para ver si lo que hicimos fue correcto, ahora sí pueden utilizar diferentes procedimientos para llegar al resultado, si ustedes consideran que se puede resolver con una multiplicación, si consideran una suma, una suma, el procedimientos que ustedes quieran utilizar. (OM34B180302).*

Según Ávila (1996) es importante mantener el sentido de las estrategias espontáneas, refiriéndose a que los niños usen los recursos intelectuales que poseen, de esta manera den un significado a la división y no para darle gusto al maestro.

En las maestras observadas se puede notar que hay ciertos avances tanto en su forma de pensar como en su actuar en el aula, aunque hay elementos arraigados, reducen la noción de operación a la de algoritmo, para ellas enseñar a dividir es enseñar el algoritmo, piensan que

aprender el algoritmo significa que se pueda aplicar en los problemas que se implican, lo cual no sucede así, pues hay niños que ya conocen las cuatro operaciones, pero al presentarles un problema matemático, se preguntan ¿Es de suma o de resta? ¿Es de multiplicar o de dividir?

La Maestra Flor tiene una visión transitiva de la concepción Instrumentalista, porque le presenta a los alumnos problemas con el fin de que apliquen la división, invierte más tiempo en el «hacer» y no en la reflexión, permite la confrontación entre los alumnos, promueve la discusión de la lógica de los procedimientos de solución, realiza repartos de dinero para comprobar algunos problemas, utiliza actividades del fichero de matemáticas, propicia que los alumnos hagan cálculos o aproximaciones a los resultados de la división, trabaja con el libro de texto de una manera conductista, pues realiza las actividades en forma grupal, paso a paso, sin profundizar en la reflexión de las situaciones que se presentan en el transcurso de la clase.

La Maestra Rosa se caracteriza con una visión Transitiva de la concepción Instrumentalista, realiza actividades de reparto con dibujos, billetes y monedas del material recortable, permite que utilicen procedimientos no convencionales, utiliza los problemas para conflictuar a los alumnos, realiza el trabajo en equipos, pide a los alumnos que expliquen sus procedimientos de solución, trabaja con problemas fotocopiadas de libros comerciales. Sin embargo, la docente es quien conduce la clase, la maestra determina las participaciones de los alumnos, existe cierta transmisión de los conocimientos, pues la maestra tiene la concepción de que la división es una herramienta, pues por medio de los pasos y reglas enseña la división.

#### **4.3.1.3 AVANZADA**

Las concepciones de los profesores acerca de la enseñanza de la división nos permite conocer que tanto ha evolucionado nuestra práctica docente, las cuales se reconstruyen en el paso del tiempo y a través de la reflexión de nuestra práctica docente.

El Maestro Leonardo se ubica en la categoría de una concepción avanzada, debido a que:

Al preguntarle al maestro acerca de ¿Qué era para él enseñar matemáticas? Contestó:

*“Es despertar en los niños, la necesidad de la matemáticas, haciéndola atractiva, pero también útil y significativa”(EM13A060602)*

Tenemos aquí una concepción de tipo instrumentalista en las palabras de Carrillo, pues se concibe a las matemáticas como una caja de herramientas, habla de una necesidad de las matemáticas, así como de la utilidad, por lo tanto el docente se ubica en dicha concepción, A pesar de ello hay cierta evolución, debido a las siguientes características de su práctica docente: Cuando considera que las actividades no presentan un reto para los alumnos, cambia de acción o varía las cantidades. Es decir, adecua las actividades al nivel cognoscitivo de los alumnos, utiliza materiales concretos como corcholatas para realizar repartos, permite a los alumnos que tengan libertad y comenten acerca de sus dudas, forma equipos de trabajo y propicia la interacción entre los alumnos.

Veamos un pasaje de la observación en donde el Maestro les permite a los niños usar sus estrategias espontáneas, asimismo la libertad y flexibilidad que caracteriza su enseñanza:

*M: Miren Sergio dice; que él lo hizo de otra forma, ya vieron que hay muchas formas de hacer las cosas. ¿Qué operación vamos a hacer?*

*N: Una suma.*

*N: una multiplicación. 30 por 4. M; A, ver, lo pueden hacer.*

*(un niño se levanta, agarra un gis y escribe en el pizarrón*

*(OM13A230402)*

A partir de las explicaciones del maestro, los niños participan, incluso sin que el maestro le pida que pase al pizarrón el alumno tiene la libertad y pasa a escribir la operación.

Al profesor lo podemos situar en el 2º. Nivel de acuerdo a lo que menciona Flores Peñafiel (1994) “Utilizan materiales manipulativos, pero se valoran más por razones de actitud y no cognitivas, el experto es el maestro y el dice lo que es correcto.

El Maestro Leonardo lo ubico en la tendencia Espontaneísta con una visión Avanzada-Instrumentalista pues de acuerdo a lo observado, motiva su clase y toma en cuenta los intereses de los niños, busca estrategias que le permitan mantener activos a los niños, propone actividades en las cuales el cálculo mental juega un papel importante en la enseñanza de la división, cuando considera que las actividades no presentan un reto para los alumnos, cambia de acción o varía las cantidades, adecua las actividades al nivel cognoscitivo de los alumnos.

## CONSIDERACIONES FINALES.

Como producto de la indagación realizada he encontrado que la tendencia didáctica que más predomina en los profesores investigados es la tradicionalista. Esto a mi modo de ver, se justifica debido a que los maestros en su intento por querer realizar las actividades de un modo diferente, hacen intentos por construir actividades que incluyan en su desarrollo, la posibilidad de que los alumnos participen activamente, pero a través de la puesta en práctica se dan cuenta de que a los estudiantes se les dificulta efectuarlos de esa forma, ante esta actitud de los estudiantes, el profesor regresa y asume una postura de transmisor al «enseñar» la división, mediante el uso del algoritmo.

Los pasajes presentados en el interior de este trabajo, comprueban que efectivamente «pareciera ser» que al docente no le queda otro remedio más que emplear el algoritmo como «única» estrategia para enseñar a dividir. Aunque también nos da la oportunidad de reflexionar y plantear que es necesario que el docente asuma otra postura en su ejercicio docente. Esta postura tiene que ser de un sujeto capaz de hacer que los estudiantes puedan buscar mecanismos y estrategias diversas que les permitan resolver problemas.

Indudablemente que los profesores «sujetos de esta indagación» asumen roles y posturas diferentes en su accionar práctico, roles que han sido el resultado del desarrollo profesional y de integración personal efectuados desde diversas perspectivas. No cabe duda que, los cuatro docentes tratan de dar lo mejor en su trabajo cotidiano. Pero a pesar de que han asistido a diversos cursos de actualización, en los cuales, se les ha proporcionado algunas sugerencias que pueden llevarse a la práctica, éstas no han podido realizarse, considero que, uno de los tantos argumentos que dan los profesores es que, son «actividades» que no pueden efectuarse

en los contextos donde se desenvuelven. Es decir, con sus alumnos, debido a que son actividades que requieren del uso de materiales. Sin embargo, considero que no son más que pretextos que dan los maestros, ya que, efectivamente para llevar a cabo esas «actividades» sugerentes, es necesario que el profesor sea creativo y sobre todo que dedique un tiempo extra «fuera de la escuela» para diseñarlos, tiempo que por supuesto no lo dan.

Es interesante también considerar que en la práctica de los profesores, se pudo identificar algunas interpretaciones erróneas por parte de los maestros con relación a algunos conceptos acerca de la enseñanza de la división, propuestos en los materiales oficiales de la Secretaría de Educación pública tales como: Primero: la sugerencia dada en cuanto a que el maestro debe ser flexible, un guía y un facilitador del conocimiento. Situación que es conocida por los profesores y sin embargo no lo llevan a la práctica o cuando menos no se identifica cabalmente. A pesar de que algunos dicen que sí lo implementan. Segundo: Tomar en cuenta los conocimientos previos, aspecto que también se pregona por parte del docente, pero que, en el ejercicio docente no se da, esto quizás porque ni el mismo sabe como recuperar estos conocimientos que los alumnos poseen y que son importantes para la construcción de conocimientos nuevos. Sobre todo, desde la perspectiva del aprendizaje significativo, que tienen la intención precisa de que los estudiantes construyan saberes que sean significativos y de interés de los propios alumnos.

Los resultados de esta indagación nos proporcionan elementos para ponderar que una de las confusiones que existe en el profesor con respecto al concepto de que el maestro es un «guía», es creer que esto se da mediante las indicaciones que se le dan a los estudiantes y decirles en ellas como hacer las cosas, permitirles que realicen sus actividades pero a través de indicaciones dadas ellos mismos. Estas situaciones aunque parecieran estar acorde con lo que

puede ser un «guía» no es lo que se pretende manifestar con ese concepto. Esto lo manifiesto porque, precisamente la idea de «guía» que se trata de proponer en la propuesta oficial es la de un «facilitador». Es decir, un sujeto capaz de poder proporcionar ideas a los estudiantes para que ellos mismos sean los que se acerquen y construyan los resultados de los problemas propuestos.

Además, es importante considerar que los conceptos manifiestos en los materiales oficiales y que tienen que ver con la puesta en práctica de acciones que posibiliten la obtención de mejores resultados en la enseñanza, son sumamente difíciles y complejos para entenderlos, como en los casos de «guía», «facilitador», «mediador», «creativo», «constructivo» y «reflexivo», por lo que considero necesario que estos conceptos se trabajen con mayor profundidad en los cursos de actualización, ya que, hasta hoy he constatado que los profesores los conocemos y los argumentamos únicamente a manera de discurso, porque en nuestra práctica no se reflejan, ni mucho menos que se lleven a cabo. Todo esto se puede constatar mediante los resultados de esta indagación.

Existe una diferencia real entre el discurso del profesor y lo que realmente hace en el aula. En su discurso asume una postura de conocedor de lo que realiza en su trabajo. En este caso con relación a la enseñanza de la división. Sin embargo, cuando sabe que fue observado y que «intuye» que hay algunas situaciones que son incongruentes con sus ideas, trata de justificar y argumentar que existen contenidos complejos al enseñar la división. Como en el caso de identificar los problemas que se pueden dar en la división y que tienen que ver con los de reparto y los de agrupamiento. Reconoce que no puede distinguirlos, situación que me parece relevante porque puede llevar a los estudiantes a construir concepciones erróneas. Parto de la

idea de que sí un profesor tiene ideas o concepciones erróneas éstas a su vez serán las que construyan sus estudiantes. Por lo tanto, se tendrán aprendizajes erróneos.

Asimismo, los maestros asumen en todo momento un papel de reproductor de las actividades que se promueven en los materiales oficiales, esto nos indica que los resultados en los aprendizajes de los estudiantes no sean los esperados debido a que, en muchas ocasiones las estrategias que emplean los maestros no son acordes a los intereses de los alumnos, pues al tratar de reproducir las actividades de los libros de texto, descuidamos que éstas sean de acuerdo al contexto en que trabajamos, así como al nivel cognitivo de los alumnos.

Uno de los aspectos centrales que nos motiva a aventurarnos a decir que los maestros desempeñan una labor de tipo tradicionalista es que la enseñanza de la división está basada en el uso de los algoritmos sin permitir que sean los propios alumnos quienes lleguen a comprender que el uso de la operación de dividir es económica y práctica.

Parece ser que el algoritmo de la división funciona con mayor fuerza en las aulas, (Ávila 1999) los maestros siguen con la idea de que las cuatro operaciones básicas son importantes desde el enfoque procedimental, que cuando los niños aprenden las tablas de multiplicar, no existen problemas en la operación de dividir, lo que conlleva a una metodología basada en la explicación del maestro y una ejercitación y memorización del alumno, Se le otorga mucha importancia a los ejercicios y no a la resolución de problemas matemáticos, consideran los profesores que ejercitar es sinónimo de aprender, el ejercicio se convierte en una técnica para dividir, la cual es inconsciente. Es decir, se hace, pero no se sabe cómo, de tal forma que es un aprendizaje mecanizado, lo cual no conduce a una comprensión ni a un significado de la división.

En esta indagación comprobamos y estamos de acuerdo con Pérez Gómez (1992) en donde dice que las concepciones de los maestros se manifiestan a partir de una formación tradicionalista.

Intentar aseverar las prácticas, demuestran una complejidad al realizarlo debido a una formación diversa que repercute en las acciones que realizamos, por lo que no basta únicamente el esfuerzo del docente, sí éste está desvinculado a su creatividad, situación que lo lleva a reproducir las actividades que se encuentran en los materiales oficiales como el libro del maestro, el fichero de actividades de matemáticas y otros como los libros comerciales.

Por otra parte se confirma como los años de permanencia frente a un determinado grupo o ciclo de educación primaria, no nos permite obtener la experiencia requerida, como vemos en esta indagación, tal parece que los maestros que tienen mayor permanencia frente al segundo ciclo de educación primaria han convertido en una rutina su manera de enseñar la división.

Aunque esta indagación no nos da respuesta acerca de que, sí la formación de los docentes repercute directamente en las concepciones que tiene acerca de la enseñanza de la división considero que esta situación, puede ser un buen pretexto para iniciar otra investigación.

En las observaciones realizadas a los maestros no se encontró que hayan incorporado en las actividades para enseñar la división; las situaciones didácticas ni el uso de la calculadora para facilitar el cálculo, independientemente de que se sugieren en los materiales oficiales, es una herramienta indispensable para mejorar las habilidades de cálculo en los alumnos, la calculadora nos ofrece posibilidades para ayudar a la comprensión de los conceptos matemáticos, lo discutible sería como emplearla, pero este sería un tema para otra investigación.

## BIBLIOGRAFÍA

- AGUAYO, Rendón Luis Manuel (2001) “Los errores en la Enseñanza de las matemáticas. Tratamientos didácticos en la Escuela primaria”. VI Congreso educativo COMIE: Manzanillo, Colima.
- AVILA, Alicia (1993) “Los niños construyen estrategias para dividir” en; Los niños también cuentan, SEP. Col. Libros del rincón, México.
- AVILA, Alicia (1996) Enseñar a través de la Resolución de problemas: Dificultades, obstáculos y efectos de una transposición.
- AVILA, Alicia (1996) “Los Usos reconocidos de los textos de matemáticas”. Revista Mexicana de investigación Educativa. Vol. 1 Núm. 2. jul-dic. México.
- AVILA Alicia (1999) “Enseñar a través de la Resolución de problemas: Dificultades, obstáculos y efectos de una transposición” Conferencia dictada en el VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger. 27-29 de octubre. México.
- AVILA Alicia (1999) “La Experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión del saber matemático escolar” Tesis Doctoral UNAM, México.
- AZCARATE, Goded Pilar.(1992) La naturaleza de la matemática escolar: problema fundamental de la didáctica de la Matemática. En: Revista de investigación en la escuela. Editorial DIADA. Granada, España.
- BALBUENA, Hugo. (1986) “Un maestro ante la didáctica constructivista” en Revista “Cero en Conducta”, México.
- BALBUENA, Hugo, David Block, Fuenlabrada y otros. (1991) Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las Matemáticas en los primeros grados de educación primaria. Educación Matemática. Vol. 3. No. 3 Diciembre. México.

- BECERRA B. Edgar J. (2001) "Trabajo en Equipo de Matemáticas: La opinión de los maestros". VI Congreso Educativo. COMIE. Manzanillo Colima.
- BLOCK David y BERNARDO, Gómez Alfonso.(1989) "Los Algoritmos" (la. Parte fragmentos), en; Numeración y cálculo, Madrid, Síntesis. pp. 103-105.
- BLOCK David y Dávila Martha. (1993) "La Matemática expulsada de la escuela". Revista de Educación Matemática Vol. 5 México.
- BROSSEAU, Guy (2000) "Educación y Didáctica de las Matemáticas" en; V Congreso Nacional de investigación Educativa. México.
- CARRAHER, Teresina y otros. (1995) "Las Matemáticas en la vida cotidiana: Psicología, matemáticas y educación". En; la vida diez en la escuela cero. Ed. Siglo XXI México.
- CARRILLO, José y Luis Contreras. (1995) "Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza" en; Educación Matemática Vol. 7 No. 3 Diciembre. México..
- CONTRERAS, Luis Carlos y José Carrillo (1999) "Desarrollo profesional de los profesores de matemáticas y resolución de problemas. Formación inicial de los maestros y resolución de problemas. Didáctica de la Matemática. Universidad de Huelva. España
- CASTRO, Martínez, Encarnación (1989) "Las operaciones" en; Números y Operaciones. Colección Matemáticas, Cultura y Aprendizaje. Síntesis. México.
- CHARNAY Roland (1994) "Aprender ( por medio de) la resolución de problemas; en: Parra, Cecilia e Irma Sáiz. (comp..) Didáctica de las Matemáticas, Paidós. Argentina.
- CHEVALLARD, Yves. y otros. (1998) Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. SEP. México.

CONTRERAS, Luis Carlos (2002) “Dificultades y obstáculos para el cambio en el aula. Una perspectiva desde la educación matemática. Universidad de Huelva.

CREENCIAS en Educación Matemática.(2000) Matemática Emocional. Los efectos de un aprendizaje matemático. Editorial Narcea. Madrid, España.

DE GUZMÁN, Miguel. (1999) Enseñanza de la Ciencia y Matemática” Organización de los Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. España.

FERNÁNDEZ Baroja Fernanda.(1999) Matemáticas Básicas: Dificultades de Aprendizaje y Recuperación. Aula XXI editorial Santillana. Madrid, España.

FLORES, Martínez Pablo (1995) “Creencias y Concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza Reseñas de trabajos de Investigación. Tesis Doctoral. Revista de educación matemática vol. 8 No. 3 diciembre México

FLORES, Peñafiel Alfinio (1994) “La Reflexión en la práctica de la enseñanza de las Matemáticas” cuatro maestros extraordinarios. Revista Mexicana de Educación Matemática vol. 6 no. 1 Abril. México.

FLORES, Martínez Pablo (1996) Reseñas de trabajos de Investigación. “Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza. Tesis doctoral. Educación Matemática Vol. 8 No. 3 Diciembre. México.

GOETZ, J. y M. Lecompte. (1989) “ Los Métodos cualitativos de investigación etnográfica”. Morata. Madrid.

GÓMEZ, Luis Felipe (1999) La Enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva sociocultural del desarrollo cognoscitivo. ITESO, México.

GOÑI, Jesús Ma. (2000) El Currículum de las Matemáticas en los inicios del siglo XXI. Editorial Graó. Barcelona, España.

GUEVARA, F., Contreras L., y Carrillo J. (1997) “Un programa de formación de matemáticas, desde una aproximación al conocimiento sobre sus creencias” RELIEVE, Vol. 3 no. 2.

GUZMÁN Zazueta María Luisa (2000) “Formación, concepciones y práctica de los profesores de Matemáticas. Tesis de Maestría. Revista de Educación Matemática Vol. 12 No. 2 Agosto. México.

KILPATRICK, I. Rico I. y Gómez I.(1994) (Eds.) Educación Matemática, “una empresa docente” & Grupo Editorial Iberoamérica. Impreso en Colombia.

MAGDALENA, Rocha Rosa M. (2001) “La Formación de las concepciones matemáticas en los profesores de Educación Primaria. Tesis de Maestría en desarrollo educativo en la línea; Práctica docente. San Luis Potosí. México. UPN.

MARTINEZ, Falcón Norma Patricia (1997) “Desarrollo de procedimientos para dividir. Un estudio didáctico. Tesis de Maestría en ciencias con especialidad en Investigaciones Educativas. México. DIE-CINVESTAV-IPN

MAZA, Gómez Carlos(1991)\_Multiplicar y dividir. A través de la resolución de problemas. Aprendizaje Visor.

MAZA, Gómez Carlos (1991) Enseñanza de la Multiplicación y la División. Editorial Síntesis. España.

MENDEZ Rodolfo (1986). “Un maestro ante la didáctica constructivista”en Revista “Cero en Conducta” México.

- MONEREO, Carles.(1995) (coord..) M: Castelló y otros. “Estrategias de enseñanza y aprendizaje” formación del profesorado y aplicación en el aula. 2ª. Edición. Biblioteca del Normalista. SEP. México.
- MORENO Armella (1992) Constructivismo y Educación Matemática. Vol. 4 No. 2, Agosto.
- MORENO Sánchez Eva (1996) “Introducción a la Noción de División en la Escuela Primaria. Un estudio Didáctico” Tesis de Maestría en Ciencias con especialidad en Investigaciones Educativas. DIE- CINVESTAV- IPN.
- NÚNES T. Y P. Bryant (1997) El avance a la multiplicación y la división en; Las Matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño. México. Siglo XXI .Editores.
- ORTON, Anthony. (1990) .Didáctica de las Matemáticas. Ediciones Morata. S.A. México..
- PARRA Cecilia e Irma Sáiz. (comp..) (1999). Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones. Educador.
- REYS, Robert E. (1986) Estimación. Vol. 1 Revista de la Sociedad Matemática Mexicana, México.
- SIMÓN, A. Martín (1993) “Prospective Elementary Teachers Knowledge of división” En Journal for Research in Mathematics Education Vo. 24, No. 3 pags. 233-254
- TÉLLEZ, Leticia (1997) La enseñanza de la división a través de la resolución de problemas. Tesis de Maestría. México, D. F. Universidad Pedagógica Nacional.
- THOMPON J.E. (1991) Aritmética Limusa. México.
- TIROSH Dina, GRAEBER Anna O: (1990) “Evoking cognitive conflict to explore preservice teachers’s thinking about división” Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 21, No. 2 p.p. 98-108.

VERNAUG Gérard (1996) “El niño, las matemáticas y la realidad” Problemas de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Ed. Trillas. México. DF.

VALENZUELA, González Ricardo (1992) Resolución de problemas matemáticos: Un enfoque Psicológico. Educación Matemática VOL. 4 No. 3 Diciembre. E. Iberoamérica.

WOODS, Peter. (1987) “La Escuela por dentro”. La etnografía en la investigación educativa. Paidós. Barcelona.

SÁIZ, Irma (1994) Dividir con dificultad o la dificultad de dividir en: Parra Cecilia e Irma Sáinz (comps.) Didáctica de matemáticas. Paidós. Argentina.

SEP (1990) Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo 3: Problemas y operaciones de multiplicación y división. Dirección general de educación especial. México.

SEP (1982) Libro para el Maestro. 3er. Grado. México.

SEP. (1993) Plan y Programas de estudio. Fernández Editores, México.

SEP (1994) Matemáticas. Libro del Maestro. 3er. Grado. México.

SEP (1994) “Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir” Libros del Rincón.

SEP (1995) La División en: La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria.

PRONAP

SEP (1998). Matemáticas. Libro del maestro 1er. Grado. México.

# ANEXO

**(ANEXO 1) CONCENTRACIÓN DE LAS RESPUESTAS DE LAS ENTREVISTAS  
REALIZADAS CON LOS MAESTROS DEL 2º. CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

Pregunta 1; ¿Qué es para ti enseñar Matemáticas?			
M1 Es despertar en los niños, la necesidad de las matemáticas haciéndola atractiva, pero también útil y significativa.	M2 Es algo fundamental e importante, pues se hace uso de ella en todo momento de nuestras vidas	M3 Es buscar mecanismos para que el alumno utilice las matemáticas en su vida cotidiana.	M4 Es tomar en cuenta las concepciones previas de los niños en la resolución de problemas.
EM13A060602	EM23A200602	EM34B160502	EM44C200402

Pregunta 2; ¿Cómo utilizas los problemas en la Enseñanza de las Matemáticas?			
M1 Para que los niños reflexionen y busquen estrategias y tengan la necesidad de construir una solución	M2 Para que reflexionen	M3 Para que los niños usen los procedimientos que gusten para llegar al algoritmo convencional	M4 Para que los niños utilicen los procedimientos que gusten para llegar a la operación convencional

Pregunta 3 Podrías comentarme ¿Cómo enseñas a dividir a tus alumnos?			
M1 Mediante repartos, utilizando material concreto	M2 Usando, piedras, recursos del medio; Como semillas canicas y dulces	M3 Por medio de repartos, usando billetes y monedas de papel.	M4 Por medio de repartos, usando billetes y monedas de papel.

Pregunta 4 ¿Qué dificultades encuentras al enseñar la enseñar la división?			
M1 Muchas; ya que al realizar la división tenemos que aplicar	M2 Es una de las cuatro reglas de las matemáticas, es	M3 Porque los niños no se aprenden las tablas de multiplicar y así no	M4 Son varias las dificultades, pero si se

la adición, sustracción, la multiplicación y la división, esto lo hace ser una operación muy difícil para los alumnos.	donde el alumno le es difícil por no hacer uso del cálculo mental.	pueden aprender a dividir	trabaja en esos aspectos, poco a poco ellos dominan bien la división-
--	--	---------------------------	---

Pregunta 5 ¿Qué materiales didácticos utilizas al enseñar la división?

M1 Corcholatas, juguetes, maíz, piedras, naranjas, monedas y dulces.	M2 Frutas, semillas, palitos y piedritas.	M3 Frijoles, piedritas, dulces y galletas.	M4 El cuadro de multiplicaciones para los niños que todavía no aprenden a dividir.
---	--	---	---

Pregunta 6 ¿Cuál es el papel del Maestro al enseñar Matemáticas?

M1 Es un guía y facilitador del conocimiento.	M2 Propiciar en los alumnos la construcción del conocimiento matemático, tomando en cuenta sus conocimientos previos.	M3 Es muy importante, pues el maestro es quien dirige y planea las actividades que realizan los alumnos.	M4 Es esencial, pues es quien organiza, coordina y orienta a los alumnos.
--	--	---	--

Pregunta 7 Para ti ¿Qué es el cálculo mental y la estimación?

M1 Es la habilidad de solucionar problemas sin hacer operaciones escritas.	M2 Hacer uso de la reflexión mental.	M3 Es la habilidad que se tiene para aproximarse al resultado de una operación.	M4 Es realizar diferentes cálculos que permitan al alumno comparar el resultado exacto del problema.
---	---	--	---

<p>Pregunta 8 ¿de los siguientes problemas, explica ¿Cuál es de Reparto y cuál es de agrupamiento o Tasativo?</p> <p>a) José trabaja en una fábrica empacadora de jabones, en cada caja coloca 36 jabones ¿Cuántas cajas necesita para empacar 1928 jabones? _____ ¿Por qué? _____</p>			
<p>M1 Es de reparto. Porque tiene que repartir la mercancía en cajas.</p>	<p>M2 De agrupamiento. Porque debe agrupar los jabones, en varias cajas.</p>	<p>M3 Reparto. Porque se van repartir los jabones en las cajas.</p>	<p>M4 Agrupamiento o Tasativo. Porque hay que determinar Cuantas cajas se necesitan para los jabones.</p>

<p>b) Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuales se plantaran en 5 terrenos iguales, en cada terreno se debe plantar la misma cantidad de arbolitos ¿Cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno? _____ ¿Por qué? _____</p>			
<p>M1 Tasativo Porque necesita tasar la misma cantidad en los terrenos.</p>	<p>M2 De reparto. Porque van a repartir los arbolitos en cada terreno.</p>	<p>M3 Reparto. Porque en cada terreno se van a plantar la misma cantidad de arbolitos.</p>	<p>M4 Reparto. Porque se trata de repartir los arbolitos en los terrenos para que les toque la misma cantidad.</p>

<p>c) Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería, si cada tubo mide 6 metros de largo ¿Cuántos tubos se necesitan? _____ ¿Por qué? _____</p>			
<p>M1 Agrupamiento. Porque necesita agrupar para encontrar la solución</p>	<p>M2 Tasativo. Porque cada tubo mide lo mismo.</p>	<p>M3 Agrupamiento. Porque hay que buscar cuántos tubos se necesitan.</p>	<p>M4 Agrupamiento o Tasativo. Porque hay que ver cuántos tubos se necesitan.</p>

**(ANEXO 2) CUADRO DE TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN DE  
LOS MAESTROS OBSERVADOS.**

Profesores Permanencia En el 2º. Ciclo. (últimos años)	<b>Maestro Leonardo</b>	<b>Maestro Luis</b>	<b>Maestra Flor</b>	<b>Maestra Rosa</b>
<b>Tendencia Tradicionalista</b> ¿Cómo concibe la Enseñanza de la división?	Como un instrumento matemático para aplicarlo a las cuatro operaciones	Pasos y procedimientos a seguir, una técnica, el alumno no usa el cálculo mental. Enseñanza individual. Transmite verbalmente	Aprendizaje memorístico. Los niños no se aprenden las tablas de multiplicar.	Aprendizaje mecanizado. Por medio de ejercicios y la práctica, los niños pueden dominar la división.
¿Qué dice el maestro de las matemáticas?	Expresa que el maestro debe despertar la necesidad de las matemáticas atractivas, útiles y significativas.	Que el alumno es el responsable de que haya aprendizaje	Qué las matemáticas son cotidianas	Manifiesta la importancia de que el maestro tome en cuenta las concepciones previas de los niños
¿Cómo y cuándo enseña la división? Enseña con:	Reparto de corcholatas y dibujos, durante los problemas matemáticos Manipulación de material	Reparto por medio de dibujos. Con algoritmo de la división. Exposición de láminas	Reparto de billetes y monedas. Durante los problemas de Matemáticas	Reparto de billetes y monedas. Durante los problemas de matemáticas.
Papel del Maestro	Es dinámico, permanece flexible en las actividades	Repetitivo, Verbalista Señala y corrige los errores de los niños.	Activo, permite que los niños participen.	Activo, propicia que los alumnos comprueben sus resultados de la división.

¿Cómo usa el maestro los problemas al enseñar la división?	Utiliza los problemas para enseñar la división, así como el cálculo mental	No toma en cuenta los problemas matemáticos. Utiliza el libro del alumno.	Copia los problemas del fichero de matemáticas	Usa los problemas del fichero y del libro de matemáticas
Relación Maestro-Alumno-Alumnos	Activa e independiente, permite la interacción y socialización	Pasiva, Dependiente. El maestro es autoritario, Conduce paso a paso el procedimiento de dividir.	Activa, la maestra confronta los procedimientos entre los alumnos	Pasiva-Activa La Maestra propicia que los alumnos socialicen, pero también conduce las actividades del libro de texto.
<b>Tendencia Espontánea</b>	Pasa de actividad en actividad. Toma en cuenta los intereses de los Alumnos, así como el nivel de desarrollo. Propicia la manipulación de materiales concretos.			Carácter Formativo; Cambiar las actitudes de los alumnos
<b>Tendencia Tecnológica</b>	Involucra al contexto. Usa la Guía didáctica.	Uso de láminas y marcadores Técnica para dividir	Utiliza fotocopias de la Guía didáctica	
<b>Tendencia Investigativa</b>	Actividades Individuales y colectivas. Provoca la curiosidad de los alumnos.		Permite que los alumnos resuelvan los problemas de diferentes formas. Enseñanza Individual y colectiva	Generan otras estrategias de solución. Actividades individuales y colectivas.