



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

LINEA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

*"LA NUEVA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
FRACCIONES EN EL CUARTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA"*

DOS DINÁMICAS DE TRABAJO

TESIS

*QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN DESARROLLO
EDUCATIVO PRESENTA:*

EVELIA MARGARITA ALVARADO JARDINES

DIRECTORA DE TESIS:



MAESTRA ALICIA AVILA STORER

México, D.F. 1999

INDICE

Pág.

INTRODUCCION	1
I. MARCO DE REFERENCIA	
El nuevo enfoque de la enseñanza de las matemáticas	3
Algunos antecedentes	3
La reforma de 1993	4
La propuesta de matemáticas para la educación primaria	4
La propuesta para el aprendizaje de la matemática en el segundo ciclo de la educación primaria	5
• Enfoque	5
Los materiales que dan cuerpo a la propuesta	8
• El libro de texto gratuito	8
• El fichero de actividades	8
• Los contenidos relacionados con fracciones	9
Ideas que orientaron la nueva propuesta de aprendizaje de las matemáticas	10
La resolución de problemas en el aprendizaje y la construcción de las matemáticas	11
Los roles del docente en la enseñanza de las matemáticas	12
Representaciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza	14
La noción de representación	14
Las representaciones sobre las matemáticas y su enseñanza	15
Algunas precisiones sobre el significado de problema o situación problema	17
Algunos estudios sobre los libros de texto	18
Investigaciones realizadas en primero, tercero y quinto grados, acerca del uso que los maestros dicen darle a los nuevos textos gratuitos de matemáticas	19
Breve revisión acerca de la noción de número racional y su enseñanza	21
• La fracción como un elemento de un sistema matemático llamado el sistema de los números racionales	21
Los números racionales	21
• La fracción como parte de un todo	22

• La fracción como una medida	22
• La fracción como cociente	23
• La fracción como una razón	24

II. FORMULACION DEL PROBLEMA Y ESTRATEGIA DE INVESTIGACION

Problema de investigación	27
Opiniones acerca del uso que los profesores dicen darle al texto gratuito de matemáticas de 4° grado de educación primaria	27
Justificación	32
Estrategia metodológica	32
Recolección de datos	33
Análisis de los datos	35

III. LA DINAMICA DE TRABAJO DE LA PROFESORA NORA

Estructura general de las clases	38
Desarrollo de las clases	38
Inicio de las sesiones	38
Actividades adicionales incorporadas por la profesora	40
Uso del libro de texto y participación de la profesora	44
Evaluación del trabajo en el libro de texto	52
Uso de material didáctico	55
Organización del grupo	58
Duración de las sesiones	62

IV. LA ACTIVIDAD MATEMATICA EN EL SALON DE CLASES: LOS NIÑOS DE LA MAESTRA NORA HACEN Y DICEN

Introducción	63
1. LECCIÓN "CUERDAS RESISTENTES"	63
Medición de estaturas	
Medir con el decímetro	
2. LECCIÓN "EL DIA DE LA ONU"	65
Identificación de fracciones equivalentes: la maestra ilustra e interroga	
Obtención de conclusiones: se mantiene la guía de la maestra	
Nayeli explica por qué no son tercios: observación acerca de la no igualdad de las partes	

3. LECCIÓN "TARJETAS DE PAPEL"	66
Reparto de hojas: argumentación de respuestas con base en la equivalencia de fracciones	
Comunicación de resultados	
4. LECCIÓN "GALLETAS REDONDAS"	68
Reparto de galletas y justificación de respuestas	
5. LECCIÓN "MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS"	69
Reparto de pan: uso libre de fracciones equivalentes	
6. LECCIÓN "LAS GOLOSINAS"	70
Calcular el número de dulces necesarios para tener 250 gramos: uso de estrategias diversas	
Calcular cuántas cajas de chocolates se necesitan para tener un kilogramo: explicitación de las posibles estrategias de solución.	
7. LECCIÓN "ESFERAS DE PLASTILINA"	72
Explicar el resultado: establecimiento y justificación de equivalencias entre fracciones del kilo	

V. LAS REPRESENTACIONES QUE GUIAN LA PRACTICA DE LA PROFESORA NORA

• Opiniones sobre la propuesta para la enseñanza de las fracciones	75
• El uso de los materiales oficiales	76
• Sus concepciones sobre las matemáticas	76
• El concepto de fracción	77
• Sus concepciones sobre el aprendizaje	77
• El trabajo en equipo	77
• Opiniones sobre sus alumnos	78
• El papel del profesor	78
• La parte afectiva del aprendizaje	79
• Los cursos de actualización y la evolución de sus formas de pensar y actuar	79
• El proceso "vivido" por la profesora Nora	79
• Las modificaciones en las representaciones de la maestra Nora durante el proceso	80

VI. LA DINAMICA DE TRABAJO DE LA PROFESORA AZALEA

Estructura general de las clases	82
Desarrollo de las clases	83

Inicio de las sesiones	83
Actividades adicionales	84
Uso del libro de texto y participación de la maestra	87
Evaluación del trabajo	94
Uso de material didáctico	95
Organización del grupo	97
Duración de las sesiones	99

VII. LA ACTIVIDAD MATEMATICA EN EL SALON DE CLASES: LOS NIÑOS DE LA MAESTRA AZALEA HACEN Y DICEN

1. LECCIÓN "CUERDAS RESISTENTES"	100
Proposición de estrategias para medir las cuerdas	
Marcar decímetros	
2. LECCIÓN "EL DIA DE LA ONU"	101
Los niños explican por qué no son tercios	
Fundamentar por qué sí es (o no) un cuarto	
3. LECCIÓN "TARJETAS DE PAPEL"	103
Reparto de hojas con estrategias personales: distintas expresiones para una misma fracción	
4. LECCIÓN "GALLETAS REDONDAS"	108
Determinar a quién le tocaron más galletas: comparación de fracciones de distinto denominador	
Repartir 4 galletas a 5 niños: uso y justificación de estrategias	
Reparto de más galletas: anticipación de un resultado mayor o menor que uno	
Obtención de conclusiones acerca de la relación entre el numerador y el denominador: una regla a comprobar.	
5. LECCIÓN "MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS"	115
Repartir la misma cantidad de galleta: justificación de la equivalencia entre $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$.	
Juventino, Ricardo y Angel, reparten más galletas: Angel avanza en sus conceptualizaciones.	
Comparando fracciones: aplicación y puesta en común de distintas estrategias.	
Determinar qué fracción es mayor: proposición y prueba de estrategias para obtener el valor de la unidad.	
6. LECCIÓN "LAS GOLOSINAS"	118
Determinar cuántos gramos pesa una galleta: proposición y prueba de estrategias para obtener el valor de la unidad.	

VIII. LAS REPRESENTACIONES QUE GUIAN LA PRACTICA DE LA PROFESORA AZALEA

• El proceso "vivido"	123
• El proceso y el aprendizaje de los niños	124
• Los retos del nuevo enfoque	125
• Los resultados del proceso y la opinión sobre los alumnos	125
• El aprendizaje y el razonamiento	126
• El aprendizaje de las fracciones	127
• El papel del profesor	127
• Opiniones sobre el texto y la propuesta de la Secretaría	128
La propuesta general de matemáticas en el texto	
• La parte afectiva de las matemáticas	129
• Planeación y estructura de la clase	129
• El trabajo en equipo	130
• Las matemáticas y para qué enseñarlas	130
• Concepción de fracción	131
• Principales dificultades en el aprendizaje	131
• La transformación de las concepciones de la profesora durante el proceso	132

CONCLUSIONES	134
---------------------	-----

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	139
-----------------------------------	-----

BIBLIOGRAFIA	143
---------------------	-----

ANEXOS	147
---------------	-----

INTRODUCCION

En las páginas siguientes, se muestran los resultados de una investigación en didáctica referida a la problemática que encierra la puesta en marcha de una nueva reforma educativa. Se trata de dos docentes con distinta experiencia y preparación profesional que intentan acoger la nueva propuesta para la enseñanza de las matemáticas, trabajando específicamente uno de los contenidos más difíciles y complejos de la educación primaria tanto para su enseñanza como para su aprendizaje. Me refiero a las fracciones.

Para iniciar la exposición, en el primer capítulo se presenta el marco de referencia, en él se exponen algunas de las ideas esenciales relacionadas con los avances e investigaciones que hasta el momento se han llevado a cabo acerca de la problemática que se aborda en esta investigación (la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones). En primera instancia se presentan brevemente las principales modificaciones que se hicieron al currículum en el área de Matemáticas en la reforma educativa de 1972 y que constituye el antecedente inmediato a la reforma de 1993. Enseguida se mencionan las etapas mediante las cuales se llevó a cabo la implantación de la reciente reforma educativa y sus propósitos fundamentales, así como los rasgos distintivos que caracterizan al nuevo enfoque que se le ha dado a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria y en particular para el segundo ciclo de este nivel. También se hace referencia a los materiales curriculares que le dan cuerpo, como son: el libro de texto gratuito, el fichero de actividades y el libro del maestro, de éste último se sintetiza lo relacionado con el tratamiento de fracciones y la evaluación.

Las investigaciones que en nuestro país se han realizado sobre las opiniones de los profesores acerca de los nuevos libros de texto de matemáticas de primero, tercero y quinto grados, así como los usos que dicen darle a dichos materiales forman también parte del marco de referencia. Así mismo, se hace una reseña de algunas de los conceptos vigentes acerca de la resolución de problemas como vía de aprendizaje de la matemática y se hace una breve revisión sobre las interpretaciones que en la actualidad se le dan a los números racionales y su enseñanza, refiriéndonos de manera concreta a la forma en que son abordados en el segundo ciclo de la educación primaria. Finalmente se expone también como parte del marco conceptual, una síntesis del documento "Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza", pues era necesario contar con un referente teórico que permitieran llevar a cabo el rescate y la identificación de los principales rasgos de las concepciones que sobre las matemáticas y su enseñanza tienen cada una de las profesoras.

El segundo capítulo versa sobre la formulación del problema, su justificación y la estrategia de investigación implementada para recabar los datos que posteriormente serían motivo de análisis. En él se exponen las opiniones que en forma personal tuve oportunidad de recabar al entrevistar a seis docentes y a sus alumnos de cuarto grado durante el ciclo

escolar 1996 - 1997, con la finalidad de formular con mayor precisión el problema de investigación que dio origen a este trabajo de tesis; así como la forma en que se analiza y organiza el material producto del trabajo de campo.

Los siguientes seis capítulos se centran en el análisis de la actividad de los actores fundamentales que, al interactuar a la luz de la nueva propuesta, dan lugar al desenvolvimiento del proceso enseñanza y aprendizaje en la escuela: las profesoras y sus alumnos. Se presenta por separado lo ocurrido en cada uno de los dos grupos observados. Para la mejor comprensión de los resultados de la investigación, se expone también por separado la dinámica de trabajo de la docente del grupo, la actividad matemática realizada durante la clase por sus alumnos y las representaciones de cada una de las profesoras. Entre las categorías que destacan refiriéndonos específicamente a la dinámica de trabajo de las profesoras, están las siguientes:

- Estructura general de las clases
- Desarrollo de las clases
 - Inicio de las sesiones
 - Actividades adicionales (a las propuestas en los materiales de la SEP) incorporadas por la profesora
 - Uso del libro de texto y participación de la profesora
 - Evaluación del trabajo en el libro de texto
- Material didáctico utilizado
- Organización del grupo, y
- Duración de las sesiones

Con respecto a la actividad matemática de los niños, se muestra una selección de los pasajes que evidencian precisamente el rol que se le ha asignado al alumno con base en la nueva propuesta, esto es, la construcción de sus propios conocimientos a través del planteamiento de situaciones-problema, mismos que los llevan a la creación de diversas estrategias y procedimientos personales, a la reflexión, búsqueda y proposición de soluciones, y a la confrontación, argumentación y discusión en grupo. Se puso especial cuidado en buscar aquellos pasajes que permitieran observar la evolución del proceso y sobre todo los avances logrados por los niños durante el mismo.

Por último, se presentan las conclusiones, las referencias bibliográficas y los anexos.

Finalmente, quiero señalar que, cuando se inicia un trabajo de investigación no es posible imaginarse las vivencias que a lo largo de él serán experimentadas. A pesar de las limitantes derivadas de la metodología seleccionada que supone que quien lo lleva a cabo debe mantenerse al margen de los acontecimientos y fungir solamente como observador, no deja de ser grato y fortificante el realizarlo, pues como docentes se nos brinda la oportunidad de vernos reflejados en los otros, de replantear y significar nuestra labor.

I. MARCO DE REFERENCIA

El nuevo enfoque de enseñanza de las matemáticas

Algunos antecedentes.*

Los antecedentes más inmediatos de reforma a los Libros de Texto Gratuitos y que precede a la del año de 1993, datan de 1972, año en que aparecen el Plan de estudios y los programas de educación primaria de la que se conociera como *Reforma Educativa* (México, SEP; 1972a). En dichos documentos se señalan los fundamentos de la reforma, así como los programas de primero a sexto grado, y los Libros para el Maestro por área (Español, Matemáticas, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales) también para cada uno de los grados. En los programas se incluían los objetivos y fundamentos de cada una de las áreas que integrarían el nuevo currículum y las orientaciones metodológicas para trabajar con los libros del alumno.

Las principales modificaciones del currículum de matemáticas de los años setenta estaban relacionadas con los contenidos de aprendizaje. Pero en esa reforma podemos notar también, entre otros, los siguientes cambios: se le da importancia a la actividad del niño en el proceso de aprendizaje y se suprimen los cuadernos de trabajo. Se intenta "propiciar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional como instrumento de comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales, científicos y artísticos" (México, SEP; 1974). Esta área curricular comprendía los siguientes aspectos: el sistema decimal y sus algoritmos; números enteros, operaciones y propiedades; las fracciones y sus operaciones; lógica; geometría (que incluía simetría bilateral, simetría de rotación, área y volumen, dibujo a escala, geometría cartesiana); probabilidad y estadística. Para el sexto grado se introdujo también la variación funcional (cf. SEP, 1977). Para el caso de las fracciones ya se solicitaba trabajar: desde un medio hasta milésimos; suma y resta con igual y distinto denominador; multiplicación de fracciones, localización de fracciones en la recta numérica, repartos (escasamente por que la mayoría de las lecciones se refieren al "modelo del pastel"); fracciones equivalentes; números mixtos; comparación de fracciones y fracciones asociadas a medidas de longitud, peso y capacidad (SEP; 1992). Los programas y textos que derivaron de esta reforma estarían vigentes por más de 20 años.

* (*) Como fase previa a la aparición de los nuevos planes y programas de estudio para la educación básica que dan cuerpo a la Reforma de 1993, se editaron al inicio del año escolar 1990-1991 los ajustes a los programas vigentes para cada nivel, conocidos como "programas emergentes".

La reforma de 1993.

La Reforma de 1993 se inició en septiembre de ese año. Para la implantación de la reforma se contemplaron dos etapas:

- a) La primera ocurrió en el ciclo escolar 1993-1994 y se aplicó en 1o., 3o. y 5o grado;
- b) La segunda se dio en el ciclo escolar 1994-1995 y en ella entraron en vigor los nuevos programas y textos de 2o., 4o. y 6o grado.

De esta manera, en septiembre de 1994, la totalidad de la propuesta para la educación primaria estaría en las escuelas.

En esta reforma se expresa como propósito central de la Educación Primaria, el “estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente”, procurándose que en todo momento la adquisición de conocimientos esté asociada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de la reflexión (SEP; 1993). En cuanto a la organización de los programas de estudio, se presentan de manera sencilla y compacta, con la nueva forma de presentación se ha evitado la enunciación de un número elevado de “objetivos de aprendizaje”, divididos en generales, particulares y específicos, que fue característica de los anteriores programas de estudio y que en la práctica no ayudaba a distinguir los propósitos formativos fundamentales de aquellos que tenían una jerarquía secundaria (SEP; 1993). Cabe mencionar que conjuntamente con la reforma de planes y programas de estudio se dio inicio a la renovación de los Libros de Texto Gratuitos y la elaboración de Ficheros de Actividades.

La propuesta de matemáticas para la educación primaria.

En el área de matemáticas se dieron grandes cambios, no tanto en el nivel de los contenidos sino más bien en la forma de promover su aprendizaje. En efecto, la nueva propuesta consiste esencialmente en promover el aprendizaje a través de la resolución de problemas. Desde esta concepción se pretende que los problemas sean situaciones en las cuales se desarrolle un trabajo de búsqueda y construcción de soluciones en las que se generen aprendizajes nuevos para los alumnos. En el *Enfoque general del área* se afirma: “La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas” (SEP; 1993). En el Libro para el maestro de 3er. grado se dice: “Un aprendizaje con significado surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o resolver un problema motivante, tiene necesidad de construir una solución. Estos problemas pueden implicar desde saber cuál de los compañeros ganó un juego, hasta informarse de cómo construir un juguete, buscar información adicional, encontrar la respuesta de un acertijo, buscar la estrategia para ganar sistemáticamente en un juego matemático, etcétera; todos ellos son problemas que ayudan a pensar y a poner en

juego conocimientos matemáticos” (cf. SEP; 1994). En el cuarto grado, que es el de nuestro interés, el Libro del Maestro incluye un enfoque idéntico al de tercer grado.

Este nuevo enfoque de enseñanza de las matemáticas se plantea con el fin de promover con los niños el desarrollo de una serie de actividades, reflexiones, estrategias y discusiones, que les permitan la búsqueda de soluciones a partir de los conocimientos que ya poseen y la construcción de conocimientos nuevos. Las operaciones (y otros conocimientos matemáticos) son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas; el significado y el sentido que los niños puedan darles, se señala en el *Enfoque general*, deriva precisamente de las situaciones que resuelvan con ellas. Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas ha girado alrededor de una concepción en la cual, para resolver un problema, los niños aplican un modelo de resolución propuesto por el maestro o los libros de texto (SEP; 1994), visto desde esta perspectiva los problemas son situaciones que se resuelven aplicando un mecanismo ya conocido. Con el nuevo enfoque, en cambio, se pretende el uso de un nuevo modelo de enseñanza y aprendizaje, centrado en la construcción del saber por el alumno.

La propuesta para el aprendizaje de la matemática en el segundo ciclo de la educación primaria.

A continuación se presentan los principales puntos en que se traduce la propuesta para el aprendizaje de la matemática en tercero y cuarto grados, de acuerdo con lo expresado por el Libro del Maestro del ciclo correspondiente.

• Enfoque

El enfoque en este ciclo, congruente con el de la educación primaria, es el de aprender a través de la resolución de problemas. Se puede observar además que se propone trabajar con al menos dos tipos de problemas, siendo éstos los siguientes:

- a) Problemas en los cuales es necesario construir la solución. Estos problemas promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades.
- b) Problemas en los que hay que aplicar un modelo de resolución ya conocido. En este tipo de problemas se aplican, transfieren, refuerzan o generalizan estrategias o conocimientos. No son problemas propiamente creativos (en el sentido de que no promueven la construcción de soluciones novedosas), sino más bien son situaciones que tienen como característica promover la ampliación, transferencia y afirmación de aprendizajes (cf. SEP; 1994).

“Desde esta perspectiva, la resolución de problemas es fuente y criterio de verdad de los conocimientos para el niño. Se aprende al resolver problemas nuevos porque se construyen conocimientos para poder hacerlo; se aprende también cuando se aplican los

conocimientos a situaciones diversas porque se abstrae y generaliza el saber anteriormente construido. Es ahí donde se muestra la validez de los conocimientos" (SEP; 1994).

Ahora bien, según se dice en el Libro del maestro de tercer grado (SEP; 1993), las situaciones-problema que buscan la construcción de nuevos conocimientos deben cumplir al menos con las siguientes características:

- Que representen un reto para los alumnos, que los motive a la búsqueda de estrategias para resolverlos.
- Que presenten la posibilidad de resolverse con los recursos con que cuentan los alumnos en el momento en que se planteen.

A su vez el libro del maestro de cuarto grado (SEP; 1995) hace algunas recomendaciones didácticas, como por ejemplo las siguientes:

Con este nuevo enfoque que se le ha dado a la matemática se pretende además de promover aprendizajes significativos, fomentar el gusto por esta materia; acercarla más a los intereses infantiles; presentarla de una manera más atractiva y lúdica, pero también útil y significativa, todo ello haciendo uso de situaciones propias del ámbito infantil.

También se puede observar que en el libro del alumno de tercero y de cuarto grado, ya no aparecen definiciones formales; pues éstas son, en todo caso (según se declara en los libros del maestro) la conclusión de las actividades realizadas a lo largo de una o varias sesiones.

En cuanto a la participación del profesor en el proceso, éste deja de ser un mero transmisor de conocimientos y asume diversas funciones: es quien busca y diseña problemas y actividades que propician el aprendizaje, debiendo promover y coordinar la discusión sobre las ideas que tienen los alumnos acerca de las situaciones que se plantean, mediante preguntas que permitan conocer el por qué de sus respuestas; a su vez, propone situaciones que contradigan las hipótesis de los alumnos, con la intención de propiciar la reflexión y la búsqueda de nuevas explicaciones o procedimientos que los aproximen a la formalización de los conocimientos matemáticos.

En las lecciones en las que se requiere de la participación directa del profesor, él puede fungir como mediador del diálogo con el libro.

Esta propuesta, toma muy en consideración la idea de que los niños tienen, además de los conocimientos aprendidos en la escuela, conocimientos adquiridos en la calle, en la casa, en los juegos, etcétera, que les permiten solucionar problemas diversos. De esta manera, la actividad intelectual que realicen al utilizar sus conocimientos y concepciones construidos previamente en la resolución de situaciones nuevas, los llevará a abandonarlas, modificarlas o enriquecerlas y acercarse paulatinamente al lenguaje y procedimientos propios de las matemáticas más formales, sin olvidar que dicho proceso, es largo y complejo.

Para la adquisición de conocimientos significativos, es básico que los niños resuelvan problemas utilizando sus propias estrategias y recursos, sin imponerles restricciones ni indicarles caminos precisos. Al tener libertad para buscar la manera de resolver un problema, los alumnos utilizarán las operaciones que conocen u otros procedimientos (utilizando material manipulable, dibujo, cálculo mental, etcétera), para encontrar o aproximarse a la solución. Estas estrategias se deberán dar a conocer al grupo para determinar, por ejemplo, cuáles llevaron a la solución del problema y cuáles no.

La comparación de las estrategias desplegadas por los niños permitirá favorecer que los alumnos observen que unas son más sencillas que otras y que puede haber mejores formas para solucionar un problema. De manera paulatina, los niños evolucionarán en sus procedimientos de solución, aproximándose a los procedimientos convencionales. Posteriormente el maestro deberá proponer el procedimiento convencional como una forma más económica para encontrar la solución.

Poco a poco, en la medida en que los alumnos comprendan este último procedimiento se apropiarán de él y lo utilizarán para resolver problemas. Mediante este proceso se espera que las expresiones matemáticas y los algoritmos de cálculo convencionales tengan sentido y sean de utilidad para los niños.

En el Libro del maestro se agregan otras recomendaciones, por ejemplo, que en la redacción de un problema es esencial que el maestro tenga claro qué propósito se persigue. Así como asegurarse de que el problema cumpla, entre otras, con las siguientes características: el que responda a una necesidad o interés del niño; que sea motivante; que su grado de dificultad no sea tan grande como para desanimar a los alumnos. Es importante mencionar, que existen problemas que tienen diferentes respuestas correctas y que es recomendable plantearlos y no limitarse a aquéllos con respuestas únicas.

Otro punto esencial en esta nueva forma de enseñanza, es el diálogo y la interacción en la clase. El dialogar con el compañero de banca, con los compañeros de equipo, con el maestro, la interacción con la información escrita y con las ilustraciones del propio libro o de otras fuentes, llevará al alumno a aprender más y más rápidamente. El texto en sí, abre la posibilidad de promover desde sus páginas el diálogo, la confrontación, el aprendizaje y la construcción de nuevos conocimientos a nivel tanto individual como grupal.

El diálogo, la confrontación y el convencimiento son las constantes que deben prevalecer a lo largo del proceso educativo. La argumentación y exposición de los procedimientos permite que sea el propio niño quien convenza a los otros de su validez, sin que deba esperar del maestro una respuesta externa que apruebe sus acciones, lo que contribuye a fortalecer la seguridad del alumno. También será necesario analizar tanto los procedimientos que llevan una solución acertada como los que no, en virtud de que no todas las respuestas son correctas, procurando en todo momento que los niños identifiquen sus errores y los corrijan.

Una vez que se ha planteado la actividad, el maestro tendrá que observar las acciones que emprenden sus alumnos para resolver el problema, cómo discuten, validan, socializan sus procedimientos encontrados y analizan sus ventajas y sus desventajas. Esto para actuar de manera pertinente en el momento en que deba coordinar la puesta en común y la confrontación de resultados.

Los materiales que dan cuerpo a la propuesta

- **El libro de texto gratuito**

Uno de los apoyos fundamentales con que cuenta el maestro para trabajar el nuevo enfoque es el libro de texto, que tanto en tercero como en cuarto grado se torna como vertebrador de la clase porque "contiene los elementos básicos para apoyar el proceso de construcción de cada concepto" (cf. SEP; 1994 y SEP; 1995). En cada una de las lecciones se presenta una situación problemática a partir de la cual se derivan actividades, preguntas, discusiones, simbolizaciones y ejercicios de aplicación que, en conjunto, permiten lograr los propósitos del tema en cuestión.

Las ilustraciones del texto juegan un papel fundamental, pues proporcionan al alumno los principales elementos para la solución de ejercicios y problemas. Las situaciones que originan discusiones, reflexiones, estrategias y nuevos conocimientos, ocupan la mayor parte de las páginas del texto. Así, nos encontramos con que las lecciones no principian con explicaciones o definiciones iniciales, sino con actividades que permitirán concluir en ellas.

- **El fichero de actividades**

Otro de los materiales con los que el maestro cuenta para trabajar y que forma parte de la propuesta oficial de enseñanza, es el fichero de actividades didácticas.

Las actividades propuestas en las fichas didácticas son, en el segundo ciclo de la educación primaria (y en los demás), sugerencias complementarias que apoyan y enriquecen el trabajo que se lleva a cabo con el texto, y se podrán utilizar cuando el maestro lo considere necesario, ya sea antes o después de trabajar un tema en el libro de texto. El maestro puede adaptar o ampliar la secuencia propuesta en el libro, utilizando las actividades y problemas propuestos en las fichas.

Con respecto al empleo de material concreto, éste se sugiere para la construcción o el desarrollo de muchos conocimientos matemáticos. Se pretende que se use libremente, como los alumnos lo consideren conveniente; de esta manera los niños pondrán en juego sus conocimientos sobre la situación planteada, harán uso de experiencias anteriores y utilizarán el material como un recurso que les ayude a resolver los problemas.

En muchas de las actividades que se proponen realizar en cuarto grado, el material concreto es necesario, pues éste permite buscar, construir y llegar a la solución de un problema. En otras ocasiones el material se sugiere como un auxiliar que permite verificar

las hipótesis y soluciones anticipadas por los niños, mismas que son una de las principales habilidades por medio de las cuales se puede lograr un aprendizaje significativo y permanente.

- **Los contenidos relacionados con fracciones**

El tema de las fracciones se comienza a trabajar formalmente en tercer grado, pero en el cuarto se amplía de manera importante. Con respecto a los contenidos específicos para este eje, el Libro del Maestro de cuarto grado da algunas recomendaciones específicas: se enfatiza su uso en situaciones problemáticas con diferentes significados y contextos; por ejemplo, relacionados con la medición de longitudes, el peso de algunos objetos, la capacidad de algunos recipientes así como en situaciones de reparto.

Por lo que corresponde a los propósitos que se plantean para el aprendizaje de las fracciones se espera que, a lo largo del cuarto grado, el alumno logre obtener experiencias significativas en las que:

- Resuelva problemas que impliquen el uso de fracciones en situaciones de reparto, medición, comparación, equivalencia u orden.
- Resuelva problemas que impliquen el uso y equivalencia de unidades de longitud, peso, superficie, capacidad y tiempo, para profundizar en el estudio del sistema métrico decimal.

En otro de sus apartados el Libro del Maestro proporciona algunas recomendaciones para la enseñanza de las fracciones, así como para la evaluación, las cuales se sintetizan a continuación.

Las fracciones en situaciones de reparto. Al trabajar las fracciones en situaciones de reparto, es necesario que los alumnos le den significado al numerador y al denominador. Siendo conveniente que el maestro propicie un análisis sobre la relación que existe entre los datos del reparto y la fracción que representa el resultado del reparto, de tal manera que descubran que en el resultado de un reparto se puede identificar el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se hizo el reparto, o que mediante el análisis de los datos del reparto se pueda anticipar el resultado. Estos significados permiten a los niños hacer reflexiones. Siendo mucho más importantes las comparaciones a nivel intuitivo que la introducción prematura de cualquier algoritmo para comparar fracciones.

Las fracciones en situaciones de medición. Estas se introducen a través de actividades en las que es necesario fraccionar una longitud en partes iguales, porque ésta no cabe un número exacto de veces en la longitud a medir. La unidad de medida puede ser una tira, un segmento o cualquier objeto alargado y también se propicia el uso de fracciones con numerador mayor que uno y de los números mixtos. A medida que se avanza, las situaciones se van haciendo más complejas con el fin de que los procedimientos iniciales empleados por los niños evolucionen.

Equivalencia de fracciones. Antes de abordar este tema se maneja en el libro de texto la comparación de fracciones con procedimientos informales. También se propone el uso de problemas de reparto, pues a través de las particiones, es posible hacer surgir distintas expresiones aditivas que representan el mismo valor. Es recomendable que en todas las situaciones donde aparece la noción de equivalencia, los niños realicen actividades para verificar sus resultados.

Existen situaciones a lo largo del texto, en las que se calculan sumas o restas de fracciones sin necesidad de utilizar el algoritmo convencional. Si la equivalencia y el orden entre las fracciones se trabaja detenidamente, los niños no tendrán dificultad para inferir los resultados de las sumas o de las restas. Por ejemplo, en la lección "EL MERCADO" del libro de cuarto grado, podemos observar algunas actividades en las que se pretende que el niño lleve a cabo sumas de fracciones sin utilizar el algoritmo convencional; así mismo se busca que los niños empleen las fracciones como unidad de medida. (Véase anexo 1, actividad 3 y 4)

La evaluación del aprendizaje matemático. Otro punto importante que es necesario mencionar es la evaluación. Esta es considerada en el Libro del maestro "como uno de los aspectos de mayor complejidad en la enseñanza, pues no consiste solamente en otorgar una calificación a los alumnos, sino en la apreciación permanente de su aprendizaje. Muchas veces la evaluación no se considera como parte del proceso de aprendizaje, sino como el momento en el que se miden conocimientos terminales a partir de la calificación de un examen" (SEP; 1995). Pero con el nuevo enfoque la propuesta es diferente. En el caso de las matemáticas, el maestro debe tener presente que los conceptos se construyen paulatinamente, por lo que su adquisición deberá ser valorada a lo largo de todo el año escolar, tomando en cuenta el desempeño del alumno en las diferentes actividades y etapas de aprendizaje.

Generalmente, (se dice también en el Libro del Maestro) los errores que cometen los niños son muestra del grado de comprensión que han alcanzado de un concepto. En este sentido, los errores no constituyen un elemento para etiquetar a los que saben, y a los que no saben, sino que son una fuente muy importante para que los niños busquen nuevos procedimientos para resolver problemas y para que el maestro sepa cómo piensan sus alumnos, las dificultades que enfrentan, así como para que el maestro ajuste sus actividades de enseñanza a las necesidades y momentos particulares de aprendizaje de los alumnos.

Hasta aquí he reseñado las ideas que aparecen en la propuesta curricular de matemáticas que fue introducida en 1993. Enseguida expondré algunos elementos que permitan entender de una manera más clara los fundamentos de dicha propuesta. Comenzaré por la resolución de problemas ya que, como antes vimos, esta actividad es considerada la vía del aprendizaje en matemáticas.

Ideas que orientaron la nueva propuesta de enseñanza de las matemáticas

La resolución de problemas en el aprendizaje y la construcción de las matemáticas.

Un elemento esencial en el desarrollo de las ideas y conocimientos matemáticos, ha sido la resolución de problemas. Muchos conocimientos matemáticos han surgido de la necesidad de encontrar la solución a un problema. Estas situaciones-problema han permitido no solamente encontrar las soluciones buscadas, sino también la construcción de nuevos conocimientos en esta disciplina (Charnay; 1994). Sin embargo, tradicionalmente en la escuela se ha considerado a las matemáticas, como una disciplina rígida en la que no hay lugar para el desarrollo de la creatividad por parte de los alumnos. Actualmente tal perspectiva ha cambiado y se intenta llevar a la escuela el proceso mediante el cual se han creado los conocimientos matemáticos históricamente: resolver problemas. Esta idea se fundamenta en muchos resultados de investigación. Por ejemplo, Santos Trigo (Santos; 1994) menciona que existen evidencias de que los estudiantes aprenden matemáticas sólo cuando ellos construyen activamente sus conceptos, es decir, cuando se da la oportunidad de trabajar en grupo, cuando hay propuestas, discusiones, reflexiones, demostraciones que llevan al desarrollo de su propio aprendizaje. Esto significa, según expone Santos Trigo (Santos; 1994), que para considerar a las matemáticas desde un punto de vista dinámico, será necesario un ambiente de aprendizaje que tienda:

- a) Hacia la aceptación de un salón de clases como una comunidad matemática.
- b) Hacia el uso de la lógica y evidencia matemática como un medio de verificación. En contrapuesta a ver al maestro como la sola autoridad para dar las respuestas correctas.
- c) Hacia el desarrollo del razonamiento matemático. Es decir, no ubicar a las matemáticas como un conjunto de fórmulas o reglas a memorizar.
- d) Hacia la resolución de problemas y no solamente el énfasis en el proceso de encontrar respuestas mecánicas.
- e) Hacia la conexión y aplicación de las matemáticas. Es decir, no concebirla como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos.

Si los que enseñan matemáticas tomaran en consideración las implicaciones de este punto de vista sobre las matemáticas, existiría la posibilidad de que se diese un auténtico aprendizaje de cualquier contenido matemático.

Por otra parte, y acorde con lo anterior, Charnay (1994) propone partir de concepciones existentes en el alumno y "ponerlas a prueba" para mejorarlas, modificarlas, rechazarlas o construir nuevas. Es decir, como primer paso para el aprendizaje, los niños deben resolver los problemas que el maestro plantee, con sus propios recursos. Y dependiendo de los conocimientos que ponga en juego, en la interacción con el problema éstos se enriquecerán, se modificarán o se rechazarán si son inadecuados o insuficientes.

Entre las precisiones que Charnay hace respecto de la relación entre el docente, el alumno y el problema matemático, están las siguientes:

La actividad que se plantee, debe proponer un verdadero problema por resolver para el alumno y permitirle utilizar sus conocimientos anteriores, ofreciendo al mismo tiempo una resistencia suficiente que lo lleve al cuestionamiento, evolución o elaboración de nuevos conocimientos. Siendo sumamente importantes en este proceso los ensayos, la búsqueda y proposición de soluciones, la confrontación, argumentación y discusión en grupo.

Por otra parte, se espera que a través de la resolución de problemas los alumnos perciban que les es más conveniente establecer ellos mismos la validez de lo que afirman que solicitar pruebas a los otros. Así mismo, es deseable que la sanción (validación) no venga del maestro, sino de la situación misma. En relación con esto último considero importante incorporar un ejemplo para aclarar el sentido de la afirmación: el *rompecabezas* propuesto por Guy Brousseau.

Se trata de que los niños amplíen un rompecabezas en una cierta proporción (5/3). La prueba de que el conocimiento generado en la resolución del problema fue el correcto (o no lo fue) deriva del hecho de que el nuevo rompecabezas puede armarse correctamente (sólo una estrategia multiplicativa permitirá hacerlo; el uso de estrategias aditivas no lleva a la construcción adecuada). Esta es una validación que viene de la propia situación.

Pero el proceso no termina en la producción de la respuesta a la situación o problema. Como resultado de todo este proceso "el alumno debe ser capaz no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas" (Charnay; 1994).

Este nuevo modelo de aprendizaje (y enseñanza) que expone Charnay en su artículo, está basado en investigaciones desarrolladas en los últimos 25 años en distintos países, pero los trabajos más relevantes que lo fundamentan son los de Guy Brousseau. Este autor, a través de sus investigaciones nos permite comprender no sólo el cómo el niño aprende las matemáticas, sino también comprender con mayor claridad cuáles son los roles del docente en la realización de su trabajo como enseñante de las matemáticas.

Los roles del docente en la enseñanza de las matemáticas.

Uno de los roles que cobra gran importancia en esta perspectiva es el de buscar situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar. A partir de las situaciones, se espera que el alumno produzca un conocimiento que pueda utilizar en otras ocasiones, es decir, en términos de G. Brousseau se espera que produzca "un conocimiento cultural reutilizable". Esto con la finalidad de que el docente deje atrás la enseñanza directa del saber como objeto cultural, y al alumno no se le encomiende sólo como tarea principal la recepción del saber.

Ahora bien, si se considera al aprendizaje como "una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el maestro sólo debe provocar", entonces, el docente debe buscar una situación apropiada, de aprendizaje, para que el alumno produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y hacerlos funcionar o modificarlos como respuesta a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro. (Brousseau; 1994).

Otro rol, que está a cargo del docente es el de la institucionalización del saber. Una fase esencial del proceso didáctico es precisamente la institucionalización. Ésta tiene como objetivo la consideración "oficial" del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje por parte del maestro. Se lleva a cabo tanto sobre una situación de acción -se reconoce el valor de un procedimiento que se convertirá en un recurso de referencia- como sobre una situación de formulación ("Esto se dice así"), a su vez, es necesario identificar lo que se retendrá de las propiedades de los objetos que se han encontrado.

Otro rol del maestro es el que se refiere a la epistemología. Al mismo tiempo que enseña un saber, el docente sugiere cómo utilizarlo. Manifiesta así una posición epistemológica, que el alumno adopta mucho más rápidamente porque el mensaje permanece implícito o aun inconsciente. Por desgracia esta posición epistemológica es difícil de identificar, asumir y controlar y, por otro lado, parece desempeñar un papel importante en la calidad de los conocimientos adquiridos. (Brousseau; 1994).

El docente necesita libertad y creatividad en su acción. Un docente que simplemente recita no podría comunicar lo esencial, y si quisiéramos hacerle presentar una situación sin margen para recrearla, la enseñanza fracasaría.

El papel del maestro en la nueva concepción de aprendizaje, según podemos ver en lo anterior, es también nuevo. En esta nueva forma de entender el aprendizaje matemático, el maestro tiene un nuevo papel pues él ya no es el propietario (y transmisor) de los conocimientos. A él le corresponde ahora proponer y organizar una serie de situaciones con distintos niveles de dificultad (que sean adecuados al nivel de sus alumnos); organizar las diferentes fases de la clase; distinguir el objetivo inmediato de los objetivos más lejanos entre otros. También debe observar las incomprendiones, los errores, analizarlos y tenerlos en cuenta para la elaboración de nuevas situaciones, para finalmente provocar o hacer la síntesis de los conocimientos generados en ese proceso. Es así que, el maestro (y los niños), como se puede ver, tienen ahora otros papeles y otras responsabilidades en la clase de matemáticas.

Todas estas consideraciones que se han expuesto podemos verlas traducidas de alguna manera en la nueva propuesta didáctica para la enseñanza de las matemáticas, a través del Libro para el maestro, el fichero de actividades del grado y el libro de texto gratuito, en el que es incluido el cuarto grado. Si bien no es un enfoque <<puro>>, es posible observar que muchas de estas ideas dieron pie a las actividades propuestas y a la forma de organizarlas.

Representaciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza

La noción de representación.

Considerando que la acción docente se sustenta en un conjunto de concepciones y creencias que no se modifican sólo porque se incorpora una reforma se tomó también como marco de referencia el trabajo realizado por Aline Robert y Jaqueline Robinet denominado "Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza" (Robert y Robinet; 1989).

Según estas autoras, en todo enseñante hay, implícita o explícitamente, concepciones sobre la enseñanza sobre lo que debe hacerse o no debe hacerse en clase; sobre lo que quiere decir tal o cual indicador en la conducta de los alumnos, sobre lo que hay que favorecer u obstaculizar en ellos, en suma, sobre la manera "correcta" de enseñar las matemáticas. Existe además una relación directa entre las concepciones que tienen los profesores sobre las matemáticas y la manera "correcta" de aprenderlas (y de hacer que se aprendan) y las elecciones que hacen en clase. Para el desarrollo del trabajo de estas autoras es fundamental la noción de representación.

La noción de representación que las autoras introducen al campo de la didáctica de matemáticas es tomado de los trabajos de Abrie (1987; cit. por Robert y Robinet) y a la letra dice "La representación es el producto y el proceso de una actividad mental por la cual un individuo o un grupo de individuos reconstituye la realidad a la que es confrontado y le atribuye una significación específica" (Moscovici; cit. por Abrie)

Una vez que finaliza el proceso y la representación aparece como constituida, ella es un sistema coherente y jerarquizado, es una visión del mundo. Pero una visión funcional y normativa que permite al individuo dar sentido a sus conductas, comprender la realidad a través de su propio sistema de referencia, y desarrollar una actividad de asimilación y de apropiación de esta realidad. (Abrie; 1987; cit. por Robert y Robinet).

Toda representación está constituida de tres elementos fundamentales: un nudo central, un conjunto de informaciones, de actitudes y de creencias organizado alrededor de ese nudo central, y un sistema de categorización.

Se pueden distinguir dos dimensiones del nudo central:

Dimensión funcional: que, si es preponderante, privilegia en la representación los elementos directamente percibidos como pertinentes para la eficacia de la acción.

Dimensión normativa: susceptible de privilegiar juicios, estereotipos, opiniones admitidas por el sujeto o el grupo de sujetos en el que se inserta.

La función central de la categorización es permitir el descubrimiento, la comprensión y la organización de la realidad. El sistema de categorías instaura en efecto un orden en la realidad. La categorización recorta y organiza la realidad, y por ello le da una cierta estructura facilitando la toma de conciencia y el control de los fenómenos, también garantiza las posibilidades de comunicación y su eficacia, es un instrumento de orientación, una guía que dirige el comportamiento. Permite la coherencia interna de la representación, y sobre todo el mantenimiento a través del tiempo de esta coherencia.

En cuanto a la evolución de las transformaciones las autoras mencionan, citando nuevamente a Abric, que toda transformación de uno de los elementos de la relación -sujeto o ambiente- entraña una transformación de la representación en el sentido de restablecimiento del equilibrio comprometido. Es por eso que toda transformación de la representación se llevará a cabo prioritariamente sobre la transformación de elementos periféricos, sin que el nudo central sea puesto en cuestión, puesto que el cuestionamiento del nudo central entraña una transformación completa de todo el sistema. El evitamiento de esta puesta en cuestión, como el principio de economía que rige la mayor parte de los fenómenos cognitivos, prohíbe consecuentemente una transformación del nudo central mientras que los elementos nuevos pueden ser integrados al precio de una transformación menor de los elementos periféricos (Abric; cit. por Robert y Robinet)

Las representaciones sobre las matemáticas y su enseñanza.

Según Robert y Robinet, "Cada profesor tiene una cierta representación de lo que debe ponerse en juego en la clase, de su rol y del rol de los alumnos, considerando el producto final (aprendizaje matemático) que ha de obtenerse al fin del curso". Las entradas que ellas plantean para analizar las representaciones docentes en relación con las matemáticas y su enseñanza son las siguientes:

Entrada epistemológica -que alude, por ejemplo, a cuestiones como ¿de qué conocimientos estamos hablando? ¿qué matemática se quiere transmitir a los niños?

Entrada pedagógica relacionada con interrogantes como ¿cómo se puede lograr que los alumnos aprendan esa matemática? Más vinculada a las matemáticas, cómo los niños aprenden.

Entrada psico-afectiva - respuestas en la que es evocada la motivación, el gusto, el desagrado por parte de los niños, la relación con el profesor.

Entrada psicológica - respuestas que evocan la atención, la reflexión, el rigor, las actitudes de los alumnos, formas de pensamiento.

Entrada cognitiva (nivel individual) caracteriza las respuestas que evocan cómo se supone que los niños aprendan individualmente -cómo suponen que los niños aprenden-

Entrada pedagógica - (nivel general) respuestas que evocan una teoría general del aprendizaje, como por ejemplo el aprendizaje a través de la resolución de problemas.

Entrada social - respuestas que evocan factores sociales, por ejemplo el origen social de los alumnos, o incluso el rol social del enseñante en relación con la

selección social, o bien el hecho de que todo el mundo puede o no aprender. (Robert y Robinet; 1989).

En relación con lo epistemológico, lo pedagógico y lo social, Robert y Robinet encontraron los siguientes polos según las repuestas de los profesores a quienes interrogaron:

Las matemáticas son concebidas como teoría, útiles para resolver problemas, lenguaje, herramientas de cálculo o clase de rigor (que los niños aprendan a pensar, sean disciplinados)

El aprendizaje resulta o de la escucha y de la imitación, o de simples actividades, o de una dialéctica actividades/intervenciones magistrales. Lo más importante son las relaciones que se establecen en la clase o, al contrario, las actividades cognitivas propuestas.

En cuanto a las articulaciones entre diversos puntos de vista, se distinguen los siguientes polos:

La articulación maestro/alumnos: el principal rol del maestro es hablar, explicar, incluso repetir (eventualmente variando las explicaciones); los alumnos aprenden escuchando, imitando, haciendo ejercicios de aplicación (después de la clase que les ha permitido comprender).

Qué ayuda aportar a los alumnos cuando hay una dificultad: mientras más dificultades haya para los alumnos, mientras más bajo sea su nivel, más hay que simplificar y descomponer la tarea, no mezclar varias cosas, si los alumnos son demasiado malos, lo único que queda es darles recetas para aplicar.

Sobre el aprendizaje de los alumnos en matemáticas: el aprendizaje es esencialmente un fenómeno individual; los descubrimientos deben ser de un solo alumno si uno quiere que sean eficaces

Relación maestro-saber: el detentor del saber en la clase es solamente el profesor

Saber y enseñanza: se oponen dos concepciones: una muy formalista otra más orientada a enseñar a través de problemas. La idea de que hay que enseñar técnicas de cálculo antes que nada, se opone a la de que no se puede hacer utilizar correctamente una técnica si el sentido que hay atrás del concepto no se ha percibido.

Otro punto importante que mencionan estas autoras es el relativo a las representaciones de los profesores como reflejo de un cierto "ambiente". La investigación realizada, les mostró la gran constancia en las concepciones de las matemáticas y de su enseñanza. Pues no identificaron una evolución importante de las concepciones en los enseñantes, sino más bien las concepciones extremadamente estables de los participantes.

Según Robert y Robinet, toda representación es parcialmente social. Aún individualmente en su salón de clase, el profesor está sujeto a determinantes sociales muy fuertes. La situación del enseñante es incluso paradójica: está solo en la clase, es libre de decir lo que quiere y, sin embargo, muchísimas determinantes pesan sobre él: programas, padres, administradores, alumnos, y otras más sutiles como la apreciación que tienen los

profesores de los estudiantes a quienes van a dar la clase durante el año, determinantes económicas y sociales que hacen suponer que no todos los alumnos pueden pasar a la clase superior.

Algunas precisiones sobre el significado de problema o situación-problema.

En la vida escolar es muy común hablar de problemas matemáticos, más ahora que es un punto central de la propuesta curricular, pero existe una interrogante al respecto: ¿Qué es un problema o situación-problema? Tal vez, cada uno de nosotros tenga una concepción diferente de lo que esto significa; lo que para algunos puede representar un problema, para otros solamente puede ser un ejercicio de aplicación de algún conocimiento matemático, de ahí la importancia de tratar de definir con cierta precisión qué podemos entender por problema y qué se entiende como problema en la propuesta curricular motivo de esta tesis.

Al respecto Santos Trigo propone: Un problema en términos generales es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes:

- a) La existencia de un interés. Es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución.
- b) La no existencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la situación.
- c) La presencia de diversos caminos o métodos de solución (algebraico, geométrico, numérico). Aquí, también se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución.
- d) La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa situación. Es decir, un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

Por su parte Roland Charnay (Charnay; 1994) tomando como base las ideas de G. Brousseau, establece que el término problema no se reduce a la situación propuesta (enunciado-pregunta). Se define más bien, como una terna: *situación-alumno-entorno*. Sólo hay problema si el alumno percibe una dificultad, una idea de obstáculo a superar. El entorno es un elemento de la situación-problema, en particular las condiciones didácticas de la resolución (organización de la clase, intercambios, expectativas explícitas o implícitas del docente) son parte de la situación-problema pues orientan la manera en que el alumno interpretará el problema que tiene que resolver.

En el nuevo enfoque, planteado por la reciente reforma educativa, la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

Algunos estudios sobre los libros de texto gratuitos

La aparición de los Libros de Texto Gratuito, en 1960, marca el inicio de lo que en poco tiempo sería el texto escrito más importante al que tienen acceso tanto el maestro como los niños en la primaria (Rockwell; 1994). Su importancia está fuera de toda discusión pues dicho auxiliar, hasta hoy día ha constituido un soporte fundamental del proceso educativo en las aulas de la escuela mexicana (Avila; 1996). A través del libro de texto se objetiviza el currículum, se organizan y administran tiempos y espacios, y a su vez se proporcionan contenidos, ilustraciones, actividades y ejercicios que propician procesos de pensamiento encaminados al aprendizaje. Un texto bien elaborado y el uso adecuado que de él se haga puede contribuir a facilitar y hacer más eficiente el trabajo del profesor y de los estudiantes (Peña Borrero; 1991; 56).

A través del tiempo los libros de texto han adoptado estructuras muy diversas: la forma de organizar los contenidos en cada época ha obedecido en gran parte al interés por elevar la calidad de la educación y al intento de incorporar los avances más importantes que en materia educativa se han dado. La última reforma curricular llevada a cabo en nuestro país, pretende mejorar la calidad de la educación, atendiendo las necesidades básicas de aprendizaje de los niños mexicanos, que vivirán en una sociedad más compleja y demandante que la actual, esto a través de la organización de la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos, pues éstos son el medio fundamental para que los alumnos logren los objetivos de la formación integral, ya que permiten adquirir, organizar y aplicar saberes de diverso orden y complejidad creciente (SEP; 1993). Con base en las ideas anteriores fue que se elaboraron los nuevos libros de texto, principal auxiliar para la puesta en marcha de la reforma curricular.

Ahora bien, alrededor de los libros de texto gratuito encontramos diversos aspectos a analizar en relación con su uso, como son: la interpretación y valoración que de ellos hacen los maestros, la forma en que los utilizan, su importancia, e incluso su desuso (o no uso), entre otras. En principio, podría pensarse que el uso de los libros de texto gratuitos es algo cotidiano dentro de las escuelas primarias, pero esto no es así, ya que las condiciones específicas de los docentes motivan usos selectivos y variables de ellos (Sosniak y Stodolsky, 1993, 249; citado por Avila; 1996). Se ha constatado además que la formación y la experiencia de los profesores son factores que llevan a valorar más o menos positivamente los materiales y a definir posturas frente a ellos (Avila; 1996). Pero la decisión de si se usa o no el libro de texto, está determinada por diversos factores que van desde la valoración positiva que de él se haga, hasta el que al maestro le permita contar con tiempo libre para realizar actividades ya sea escolares (Avila; 1996) o personales durante el desarrollo de las clases.

Una vez que se ha decidido usar el libro de texto podemos darnos cuenta que en cada clase varían las formas de interacción en torno a él y las interpretaciones que se construyen; se utilizan de muy diversas maneras y difícilmente logran pautar la compleja

interacción que se da entre el maestro y el grupo (Rockwell; 1994). Es decir, que aun cuando se decida usar el texto como estructurador de la clase, puede ser que su incorporación no sea decisiva para la interacción que se dé entre los niños, el maestro y el contenido que se está enseñando.

Las maneras de interpretar y utilizar un libro de texto son diversas, pues existen diferencias en las concepciones de los docentes y sus condiciones de trabajo; son necesarias las adaptaciones, los ajustes, el compaginar las diversas asignaturas con otras actividades no curriculares pero sí escolares, etc. (cf. Carvajal; 1996).

También es importante considerar que las características de un libro de texto son factores que determinan que se convierta en vertebrador de la clase, se ocupe como reforzador o para aplicar los conocimientos previamente adquiridos con independencia del libro de texto, o simplemente como un auxiliar ocasional (cf. Avila; 1996).

Investigaciones realizadas en primero, tercero y quinto grados, acerca del uso que los maestros dicen darle a los nuevos textos gratuitos de matemáticas

A la fecha existen muy pocas investigaciones que nos ilustren acerca de qué uso se les da a los libros de texto gratuitos, así como su impacto y aceptación. Sin embargo, en el caso concreto de matemáticas podemos encontrar algunas trabajos que reportan datos muy interesantes en relación con los nuevos materiales producto de la reciente reforma. Por ejemplo, se sabe que ante los nuevos materiales y la nueva propuesta, existen diversas posturas por parte de los profesores en servicio. Como ya se señaló, entre los factores que llevan a valorar más o menos positivamente los materiales están la formación y la experiencia (Avila; 1996). Como resultado de lo anterior tenemos la decisión de incorporar (o no) el texto en la clase, los diversos usos y la adhesión o el rechazo a la nueva propuesta pedagógica.

A continuación se presentan los resultados principales que se obtuvieron de las investigaciones llevadas a cabo en primero, segundo y tercer grados de educación primaria, relativas a los criterios de ponderación, valoración, intensidad y calidad de uso, de que son objeto los nuevos libros de texto gratuitos.

Con respecto a los criterios de valoración se encontró (Avila y Cortina; 1996) que: destaca como criterio fundamental el nivel de dificultad de los ejercicios, pues un nivel de dificultad excesivo significa la imposibilidad de acción frente a una tarea por parte de los niños; esto en la práctica resulta tener mucho peso, pues si los niños no cuentan con los elementos que les permitan enfrentarse a la situación, simple y sencillamente no podrán resolverla y todos sus intentos serán infructuosos, produciendo así el material un efecto contrario al que se esperaba. Es así que éste es un criterio básico de ponderación de los libros de texto por parte de los profesores.

Como criterios de ponderación favorable se encontraron (Avila y Cortina; 1996) el uso de materiales manipulables, la claridad y relevancia del objetivo implicado, el agrado que los niños muestren al realizar la actividad, el vínculo con otras áreas curriculares o con actividades cotidianas, y que el tiempo y el esfuerzo invertidos en realizar la actividad no sean excesivos. Se observa también un aprecio importante por la promoción del razonamiento y por la vinculación afectiva que puede lograrse con los textos mediante personajes y situaciones infantiles, particularmente entre los profesores jóvenes y con preparación adicional en cuestiones educativas.

De acuerdo con la preparación y experiencia profesional de los docentes se hizo evidente que estos factores se muestran como potenciadores o inhibidores de la opinión positiva sobre los textos (Avila y Cortina; 1996) las cuales más tarde o temprano impactarán en la incorporación de los nuevos materiales en el trabajo diario dentro del aula. Así como en decidir un uso diferenciado de los mismos.

Cabe señalar, también que aun cuando se cuente con una preparación que permita y potencie la incorporación de innovaciones en el aula y se haga una valoración positiva de los materiales, esto no se ve siempre traducido en tomar la decisión de usarlos, sino que una valoración positiva puede convivir con la continuación de las prácticas habituales de enseñanza.

Además de los criterios de valoración favorables de los textos, encontramos también los desfavorables, y entre éstos podemos mencionar: la falta de ejercicios de consolidación y automatización, la falta de instrucciones que contengan "hasta la última palabra de lo que ha de hacerse en la clase, la exigencia de acompañar a los niños en las actividades de aprendizaje, derivada del formato o del nivel de dificultad de los textos" (Avila y Cortina; 1996). Dando origen a dos posturas distintas: una que acepta de buen agrado tal exigencia y otra que lleva a no utilizar los textos o a utilizarlos muy escasamente. Y es que el nuevo papel que se le asigna al maestro, implica interactuar constantemente con los niños, rompiendo con el esquema de transmisor de conocimientos y único director de todas las acciones dentro del aula.

Las definiciones son también una exigencia y un punto de encuentro de dos concepciones pedagógicas, una donde la definición es la culminación de un proceso constructivo, y otra donde es el punto de partida y el marco y límite de la acción (Avila y Cortina; 1996), es decir, que en la primera se hace necesaria para formalizar la elaboración del conocimiento, con ella se concluye; en la segunda se utiliza para dar sentido y estructura a la clase, pues tiene como finalidad transmitir un conocimiento para que después pueda ser aplicado. Desde estas dos concepciones, los profesores solicitan, en general, que los textos contengan definiciones. Siendo éstas escasas en los nuevos materiales.

En el caso específico del texto de quinto grado, con mucha frecuencia los profesores consideran muy difícil trabajar con varios temas interrelacionados, tal como se propone en el mismo. (Avila y Cortina; 1996).

Con respecto al nivel de incorporación de los nuevos materiales, existe una mayor disposición para utilizar los de primero y de tercero que el de quinto grado, pues en este último, el formato integrado hace que se utilice sólo como complemento de las actividades de aprendizaje de cada tema, realizadas con independencia de el texto.

Ante esta panorámica, se hace necesaria la realización de un número mayor de investigaciones que nos permitan ver lo que realmente está pasando en las aulas con la nueva propuesta curricular y, eventualmente, a partir de ello, proponer modificaciones a los materiales y a la formación y actualización de los profesores.

Breve revisión acerca de la noción de número racional y su enseñanza

- *La fracción como un elemento de un sistema matemático llamado el sistema de los números racionales.*

La definición que Peterson (Peterson; 1996) da al respecto en el texto *Teoría de la Aritmética*, es enunciada en los siguientes términos: "Un número racional es una clase de pares ordenados de enteros. Los pares ordenados se describen en la forma m/n , con la restricción de que n nunca es 0".

El que se pida que n sea diferente de 0 es consecuencia de la interpretación de la "división". En el par ordenado m/n a m se le llama el numerador, a n se le llama denominador.

Estos términos usados en el sentido de "fracción" (modelo del pastel) designan lo siguiente: el denominador nombra el número de las partes en las cuales el entero está dividido y el numerador las partes que se toman de ese entero.

Los Números Racionales

Desde la antigüedad, el hombre hizo uso de símbolos para representar una parte de un entero. A través del tiempo, se desarrollaron medios distintos y más eficientes para expresar números que simbolizaran estas partes.

Aunque la idea anteriormente expresada trata de establecer uno de los significados que se le puede atribuir al concepto de fracción existen diversas interpretaciones y aplicaciones relacionadas con este concepto. La clasificación que en este trabajo se expone se debe en gran medida a Thomas Kieren (1988), pues en mi opinión, la nueva propuesta para la enseñanza de las matemáticas fundamenta sus planteamientos en lo que a fracciones corresponde, en las investigaciones realizadas por este autor; particularmente en las formas

en que según este autor es posible dar significado a las fracciones. En seguida se sintetizan las ideas de Kieren en relación con el concepto de fracción.²

- La fracción como parte de un todo.

Esta es la interpretación más usual de la fracción y se refiere a la subdivisión de un todo (que puede ser continuo o discreto) en partes equivalentes, la fracción en esta interpretación aparece como un fracturador (Freudenthal; 1983). Para la comprensión de esta primera clasificación se proponen los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1: las tres cuartas partes de algo significaría dividirlo en cuatro partes equivalentes y tomar tres de ellas. Este ejemplo corresponde a lo que Freudenthal denomina "división del pastel":



La diferencia entre fraccionar un todo continuo y un todo discreto, se ilustra con los siguientes ejemplos:

a) Repartir una hoja a 2 niños; y

b) Repartir 8 mandarinas a 4 niños. (en este caso, de acuerdo con el reparto indicado, a cada niño le correspondería $\frac{1}{4}$ parte del total de mandarinas)

En la educación primaria se emplea con mayor frecuencia el caso en que el todo es continuo, en relación con el uso del caso en que el todo es discreto, el cual aparece en muchas aplicaciones.

- La fracción como una medida.

En este tipo de situaciones, se trata de saber cuántas veces cabe una unidad de medida en una longitud, superficie, volumen, capacidad, peso o tiempo; existiendo dos posibilidades: la primera sería que la unidad cupiera un número exacto de veces en lo que se pretende medir. Si lo anterior no sucediera, entonces estaríamos en la segunda posibilidad,

² Para la exposición de las ideas de T. Kieren me basé principalmente en la interpretación que hace de ellas Simón Mochón..

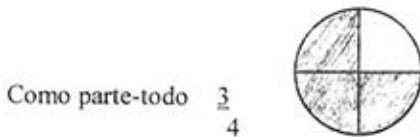
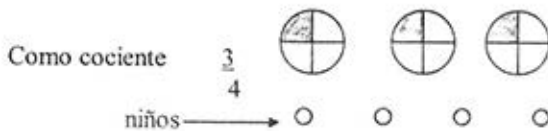
para lo cual sería necesario el fraccionamiento de la unidad en partes iguales para formar subunidades y ver cuántas veces cabe esa subunidad en la magnitud de referencia. De esta manera se obtendría una medición más precisa. Un ejemplo que permite observar esta interpretación de la fracción asociada al ámbito de esta tesis, es el que se plantea en la lección "LA TIENDA DEL PUEBLO" (página 14 y 15 del libro de texto de cuarto grado, véase figura en el anexo 5). En esta lección se solicita medir unos clavos con una tira de papel, debiendo el alumno determinar cuáles de ellos miden, respectivamente: "una tira, media tira y una tira más un medio de tira". En las actividades siguientes se pide indicar cuál de las tiras que aparecen ilustradas se utilizó para medir la longitud de ciertos objetos, especificando que uno de los objetos mide " $1 + \frac{1}{4}$ tiras", y el otro " $1 + \frac{1}{8}$ de largo".

Para solucionar estas dos últimas situaciones el alumno tendrá que subdividir en cuartos y octavos, respectivamente, las unidades de medida propuestas, y así encontrar cuál de ellas cumple la condición solicitada. Puede verse aquí que la fracción está asociada a una situación diferente de la descrita en el inciso anterior. Aquí la fracción se obtiene a partir del proceso de medir, es decir, del proceso de comparar una cierta magnitud con una unidad de medida. Esto le da a la fracción un significado muy diferente del que adquiere cuando expresa una parte de un todo.

- La fracción como cociente.

Para la comprensión de esta interpretación es necesario recurrir a las situaciones de reparto. En ellas un todo (concebido con un significado distinto al que se le atribuye en la interpretación de la fracción como parte de un todo) es subdividido en partes equivalentes (el número de estas partes está determinado por la cantidad de objetos entre los cuales se les va a hacer la repartición). Un ejemplo que permite ilustrar esta idea de fracción se puede encontrar en la lección "GALLETAS REDONDAS" del libro de texto de cuarto grado (véase figura en el anexo 6) en la cual los niños deben repartir: 3 galletas entre 4 niños, 5 galletas entre 4 niños y 2 galletas entre 4 niños.

En estos tres casos, la fracción (n/d) se interpreta como un cociente partitivo (numerador entre denominador): el numerador representa la cantidad que se va a repartir, el denominador el número de partes en las cuales se va a subdividir esta cantidad y el valor de la fracción representará la cantidad que se recibe como resultado del reparto. Retomaré una de las situaciones propuestas en la lección de referencia con la intención de que se comprenda con mayor claridad la diferencia entre la fracción como parte de un todo y la fracción como cociente. Tenemos que la fracción $\frac{3}{4}$ entendida como cociente, se podría ver como el resultado del reparto de las tres galletas entre los cuatro niños, correspondiéndole a cada uno de ellos $\frac{3}{4}$ de galleta. En cambio, si tomamos la misma fracción a partir de la interpretación parte-todo, estaríamos dividiendo una galleta en cuatro partes iguales y tomando tres de ellas:



Cabe señalar que las situaciones de reparto ofrecen la posibilidad de generar una variedad de particiones que llevan a un mismo resultado en una misma situación. Por ejemplo, si quisiéramos repartir 5 galletas a 4 niños, podríamos realizar los siguientes repartos:

- A cada niño le podría tocar “cinco cuartos de galleta”
- A cada niño le podría tocar “una galleta más un cuarto”
- A cada niño le podría tocar “diez octavos de galleta”

Este tipo de actividades permiten además hacer evidente la equivalencia de fracciones, pues “cinco cuartos” es equivalente a “una galleta más un cuarto” y esta a su vez, equivalente a “diez octavos”.

Es importante mencionar que en las situaciones de reparto, la esencia del cociente es la de un fracturador en el sentido que lo señala H. Freudenthal.

• La fracción como una razón.

Una razón es una comparación numérica entre dos cantidades. Por ejemplo:

- Mezclar un bote de pintura roja por cada tres de blanca, para obtener un tono de color rosa.
- El paquete trae 12 galletas y pesa 180 gramos ¿Cuántos gramos pesa una galleta?

La representación gráfica para el caso de la razón resulta ser diferente a la de la parte-todo. Si se toma el primer ejemplo se podría representar como:

ROJA

BLANCA

BLANCA

BLANCA

La razón entre los botes de pintura roja y blanca (es decir, entre las dos partes que constituyen el todo) sería "1 a 3" o en su forma fraccionaria sería $1/3$. Ahora bien, esa misma situación, si lo que se compara es una parte (la pintura roja) con el total de botes de pintura (cuatro) la razón (fracción) correspondería a un cuarto o una a cuatro.

Algunos ejemplos que aparecen en el libro de texto gratuito relacionados con este aspecto de la fracción son los siguientes:

Lección "HACEMOS RECETAS", actividad 4:

4 "En la escuela de Sonia hicieron tortas para la kermes. A los niños de su clase les tocó preparar las siguientes tortas:

Torta de huevo cocido:

1 bolillo

1 huevo cocido

1 rebanada de jitomate

$1/2$ cucharadita de cebolla picada

2 rebanadas de chile

Torta especial:

1 bolillo

1 rebanada de queso

3 rebanadas de pepino

1 cucharada de frijoles

salsa picante al gusto

Ayúdalos con los cálculos y anota las cantidades que se necesitan para hacer 4 tortas:

Tortas de huevo cocido

Bolillos _____

Huevos cocidos _____

Jitomate _____

Cebolla picada _____

Chile _____

Tortas especiales

bolillos _____

queso _____

pepino _____

frijoles _____

salsa picante _____

Anota las cantidades que se necesitan para hacer 8 tortas

Torta de huevo cocido:

Bolillos _____

Huevos cocidos _____

Jitomate _____

Cebolla picada _____

Chile _____

Tortas especiales:

bolillos _____

queso _____

pepino _____

frijoles _____

salsa picante _____

Lección "LOS QUELITES", actividad 2:

2 "Las siguientes recetas están hechas a base de verduras. Encuentra las cantidades necesarias para 3 raciones y para 12 raciones.

VERDOLAGAS CON QUESO

<i>Ingredientes</i>	<i>6 raciones</i>	<i>3 raciones</i>	<i>12 raciones</i>
<i>Verdolagas</i>	$\frac{1}{2}$ kg	_____	_____
<i>Queso Chihuahua</i>	$\frac{1}{4}$ kg	_____	_____
<i>Tomate verde</i>	$\frac{1}{2}$ kg	_____	_____
<i>Cebolla</i>	<i>1 pieza</i>	_____	_____

Hay otras interpretaciones de la fracción como son por ejemplo el porcentaje y el operador, mismas que no se detallan, por no corresponder a los contenidos propuestos para ser tratados en el segundo ciclo de educación primaria, y que en lo particular, es hacia donde se enfoca esta investigación.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA Y ESTRATEGIA DE INVESTIGACIÓN

La práctica profesional dentro del ámbito educativo indudablemente encierra una serie de problemáticas que por sí mismas no pueden evidenciarse ni mucho menos resolverse, esta es una de las principales razones por las que surge la necesidad de la investigación. En términos generales, la investigación que se reporta en las siguientes páginas, se enfoca a analizar un problema que se deriva de la incorporación de la reciente reforma educativa iniciada en 1993, particularmente referido al uso de los materiales curriculares que se elaboraron para el cuarto grado de Educación Primaria, en el área de matemáticas.

Problema de investigación

Específicamente, el problema de investigación que se abordará mediante el desarrollo de esta tesis es:

Conocer cómo se está llevando a la práctica la nueva propuesta pedagógica para la enseñanza de las matemáticas en el cuarto grado de educación primaria, y el uso que se les da a los materiales curriculares por medio de los cuales ésta se objetiviza. Interesándome particularmente, conocer cómo es que la enseñanza de las fracciones se está llevando a cabo.

Con el propósito de obtener datos que permitieran hacer un planteamiento más preciso del problema por investigar, se realizaron 6 entrevistas a docentes que impartieron cuarto grado durante el ciclo escolar 1996-1997. Los resultados de las entrevistas se presentan a continuación.

Opiniones acerca del uso que los profesores dicen darle al texto gratuito de matemáticas de cuarto grado de educación primaria

Las profesoras fueron entrevistadas con la finalidad de saber qué uso le estaban dando tanto al texto gratuito y a los demás materiales curriculares que comprenden la propuesta para la enseñanza de las Matemáticas de este grado, también se consideraron los comentarios realizados por sus alumnos. Dichas entrevistas se llevaron a cabo a través de una serie de preguntas abiertas que se le hacían en forma personal al docente, y que daban oportunidad de que expresara con libertad sus experiencias, opiniones y puntos de vista (Ver anexo 2 al final del trabajo). Las profesoras entrevistadas cuentan con una experiencia laboral y preparación profesional diversa, aunque todas cursaron la normal básica. Las

escuelas en que estos docentes trabajan son tanto de turno matutino como vespertino y sólo dos de ellas laboran en los dos turnos.

Tomando como indicador la preparación profesional, se pueden conformar dos grupos, cada uno de tres docentes. El primer grupo sería el de las profesoras que solamente cuentan con normal básica y el segundo el de las docentes que tienen preparación adicional; en este caso las profesoras están cursando la licenciatura en educación en la UPN y han tomado algunos cursos de actualización. De acuerdo con lo expresado por las profesoras podemos distinguir lo siguiente:

En cuanto al parecer general que tienen acerca del libro de texto, las opiniones son muy diversas y en diferente sentido. Entre las maestras que solamente cuentan con los estudios de la normal básica en general las opiniones se refieren al nivel de dificultad, pues expresan opiniones como las siguientes: "les cuesta trabajo a los niños comprender", "a veces es fácil, a veces complicado", "hay problemas que vienen muy enredados o complejos, hay mucho que razonar". Entre las opiniones de las otras tres maestras (las que cuentan con preparación adicional) no se puede notar alguna tendencia en particular, pues cada una de ellas expresa algo distinto, por ejemplo una dice: "No es fácil, porque tienes que trabajar algunas actividades antes de abordarlo", para esta profesora la dificultad radica en que hay que usar otros materiales auxiliares como el fichero, el avance programático, los *Libros del Rincón*, u otros materiales y esto hace más complicado el uso del libro y el trabajo docente. Otra de las profesoras con preparación expresa que el libro "está completo", aunque contiene algunos temas que desde su punto de vista son complejos. A la tercera profesora, aparte de gustarle el texto, le parece adecuado el planteamiento de cada una de las lecciones, es decir, partir de un problema para "después hacer deducciones de los puntos que se quieran tomar". Como se puede notar, si bien es cierto que no todas dan una opinión que haga suponer que el libro les parece del todo adecuado, tampoco existen opiniones desfavorables al respecto.

En cuanto a la utilidad, todas las profesoras coinciden que el texto les es útil, aunque existen algunas diferencias, para una de ellas sólo lo es el 50%, para otra es "El 100% - porque es la afirmación del conocimiento"- mientras que para las demás, el libro es "muy útil". A todas les ha servido para apoyar sus clases, aclarando que es necesario complementarlo con otros materiales y actividades.

Por lo que se refiere a lo que les gusta del libro, hay opiniones muy diversas, pues se refieren a diferentes aspectos contenidos en el propio texto gratuito, entre ellos se mencionan: el contener problemas de la vida cotidiana; el traer ejercicios donde se pueden utilizar materiales de la realidad y que están al alcance; el que trae "cuestionarios con pocas preguntas, pero sustanciosas, que hacen reflexionar"; algunos contenidos de interés personal (ángulos, perímetros, áreas, gráficas, plano cartesiano, etc.); el material con que está hecho; el material recortable del texto, las actividades que se sugieren para trabajar en equipo, las investigaciones que se pide que hagan los niños, los colores de las ilustraciones y finalmente el que siempre se parte de un problema, "pues eso interesa y motiva a los niños".

Estas entrevistas fueron útiles para definir el problema de investigación porque a lo largo de ellas se pudo notar que los temas que más se mencionan son los relacionados con las fracciones, los repartos y los sólidos; cuatro de las profesoras mostraron una gran preocupación por la dificultad que tienen para su enseñanza; las otras dos hablaron de ellos por la relativa facilidad con la que los trabajaron a través del fichero y el libro de texto. Algo muy importante de señalar es que las profesoras que hablan de esa no dificultad son las que conocen y manejan la nueva propuesta.

Justificación

Debido a la gran importancia que en nuestro Sistema Educativo tiene el Libro de Texto Gratuito y los demás materiales que el Estado proporciona para la educación básica (ficheros de actividades, material recortable, libros del maestro), se hace necesaria la investigación acerca de su uso y, sobre todo a partir de instrumentada una reforma curricular. Hoy los materiales que dan cuerpo a dicha reforma se han diversificado, cobrando importancia cada uno de ellos. Sin embargo, a la fecha sólo podemos encontrar investigaciones referentes al uso del libro de texto gratuito de matemáticas, específicamente los de 1º, 3º y 5º grado. En 4º no existen estudios realizados o al menos difundidos sobre ese uso ni sobre la puesta en práctica del nuevo enfoque que se le ha dado a la enseñanza de las matemáticas; teniendo sentido entonces, indagar acerca de lo que ocurre en las aulas en este grado. Y esto, no solamente para saberlo, sino sobre todo para hacer evidentes las dificultades que lleva consigo la incorporación de estas novedades en el salón de clases, para una eventual revisión de los materiales o, incluso, para fundamentar la necesidad de la actualización y preparación de los profesores. Es pues esencial en el proceso de incorporación de la reforma, hacer con base en este tipo de estudios e investigaciones, una evaluación de lo que acontece con los materiales que se proporcionan a los profesores y alumnos, y tomar las medidas pertinentes.

Ahora bien, el tema de fracciones se escogió de acuerdo con los datos recogidos durante las entrevistas, pues como vimos antes hay una clara muestra de interés e inquietud hacia él. El trabajo de tesis versará básicamente sobre el texto gratuito (pues fue el material que las maestras utilizaron en sus clases), sin embargo, no será posible desligar el uso del libro del maestro, pues en él se encuentran los principios en que se fundamenta la nueva propuesta y las sugerencias específicas para trabajar las lecciones. Es necesario aclarar que, no obstante que a las dos maestras se les pidió que en la medida que lo consideraran conveniente usaran del Fichero de actividades didácticas las fichas correspondientes a fracciones, ninguna de las dos lo hizo.

Estrategia metodológica

Inicialmente se pensó que la investigación se llevaría a cabo a través de la observación y registro del desarrollo de 12 clases, que serían trabajadas por dos profesores con características diferentes y suponiendo que se agotaría una lección en cada sesión (en

total se sumarían 24 clases). Este número de clases se modificó por razones que expondré más adelante.

Uno de los profesores debería contar sólo con normal básica y el otro con preparación adicional en educación, solicitando de los dos que conocieran y trabajaran con el nuevo enfoque, en los términos de su propia preparación y experiencia profesional, para tener la oportunidad de contrastar el trabajo de cada uno de ellos, pues investigaciones y estudios realizados acerca del uso, impacto y aceptación, de los libros de texto gratuito, reflejan que entre los factores que llevan a valorar más o menos positivamente los materiales y a incluirlos o no en la clase están la formación y la experiencia profesional (Avila; 1996).

Las fichas y lecciones fueron seleccionadas, como ya expliqué, con base en los resultados obtenidos en las entrevistas que se hicieron previamente a algunos profesores.

La observación y el registro se seleccionaron como estrategias para trabajar la problemática en cuestión, debido a que son las fuentes primarias y más adecuadas para dar cuenta de los procesos que se dan en el aula. A su vez, fue necesario entrevistar a cada una de las profesoras observadas. Estas herramientas metodológicas permitieron la recopilación de los datos que nos interesaban.

Recolección de datos.

La recolección de los datos que en este trabajo se presentan y analizan, se obtuvieron a través del registro de las observaciones realizadas en 2 grupos de 4º grado, en dos escuelas primarias del Distrito Federal durante los meses de octubre, noviembre y diciembre de 1997 y enero, febrero y marzo de 1998. Las profesoras de los grupos reunían las características que antes mencioné (una de las profesoras contaba sólo con normal básica y la otra preparación adicional en educación). Conviene decir que estas dos docentes fueron maestras distintas a las que se entrevistaron al inicio de la investigación.

Al iniciar se solicitó a cada una de las profesoras que trabajaran lecciones cuyo contenido está referido a fracciones, pues como se expuso en su oportunidad este es uno de los contenidos que presenta mayores dificultades tanto en su enseñanza como en su aprendizaje. Inicialmente se programaron 12 lecciones porque se suponía que al desarrollo de cada lección le correspondería una sesión, pero esto no fue así, pues hubo lecciones que requirieron hasta tres sesiones o una sesión de hasta tres horas para ser desarrolladas, por lo cual fue necesario hacer algunos ajustes, finalmente una de las maestras logró trabajar 9 lecciones y la otra 8, dando un total de 26 registros de clase.

La planeación y el desarrollo de las lecciones fueron llevadas a cabo por cada una de las maestras en completa libertad, sin existir ningún tipo de sugerencias o solicitar algún tratamiento especial. Tampoco hubo participación de mi parte, solamente me limité, a observar y registrar lo acontecido en cada una de las sesiones.

Para registrar las observaciones fue necesario usar una grabadora y un cuaderno de notas. Estos instrumentos me permitieron recabar tanto la información hablada como los acontecimientos solamente observables y que resultaba de vital importancia que se registraran para hacer entendible el desenvolvimiento de la clase y la comprensión del proceso. Conforme iba haciendo los registros trataba de realizar a la par su transcripción y ampliación, con la intención de que si no había registrado algún detalle por escrito en mi cuaderno de notas, estuviera en la posibilidad de recordarlo e incorporarlo y así poder recuperar de la manera más fiel lo sucedido durante la observación. De esos registros se desprenden los datos que se analizan y se presentan a lo largo de este trabajo.

Para encontrar a las maestras que amablemente me permitieron observar su trabajo tuve un poco de dificultades, aunque realmente la falta de tiempo fue el principal obstáculo a vencer durante toda la investigación y principalmente durante el desarrollo del trabajo de campo.

Inicialmente pensé realizar las observaciones con maestros del Sector escolar al que estaba adscrita como profesora de primaria; como desconocía quiénes tenían en ese momento cuarto grado, acudí con el Jefe de Sector para solicitarle me facilitara la plantilla de profesores. Al revisarla pude darme cuenta que los maestros que me interesaba observar se encontraban en escuelas muy alejadas, representando esto un grave problema, principalmente porque el tiempo con que contaba para realizar las observaciones era limitado, así que decidí trabajar con una compañera de la escuela donde prestaba mis servicios y buscar a alguien más en otro lugar. Y así fue, acudí con la directora y le expliqué, cuál era el motivo de mi visita, ella me sugirió que observara a la maestra Nora pues consideraba valiosa su experiencia y las características de su forma de trabajar. A la otra maestra la conocí por medio de una de mis compañeras de la Maestría, una vez que me la presentó le solicité, me permitiera observar su trabajo y ella aceptó de buen agrado, aunque al principio se notaba un poco incómoda con mi presencia, después y conforme iba pasando el tiempo se fue acostumbrando, y ya en las últimas sesiones su forma de actuar fue todavía más natural.

Considero importante mencionar que los nombres de las profesoras fueron cambiados por razones obvias.

Las entrevistas se realizaron al finalizar las observaciones, y en los términos que Woods (1989) manifiesta "conversaciones o discusiones, lo que indica mejor un proceso libre, abierto democrático, bidireccional e informal, y en el que los individuos pueden manifestarse tal como son, sin sentirse atados a papeles predeterminados", y efectivamente, no obstante, que sí se hizo uso de una grabadora, las dos profesoras se mostraron muy tranquilas y a gusto al momento de llevar a cabo las entrevistas, pues tenían mucha inquietud por externar sus comentarios acerca de lo que experimentaron a lo largo del proceso.

La primera entrevista la realicé con la maestra Nora, acudiendo a la primaria en la hora destinada a Educación Física, la ausencia de los niños en el salón permitió que la maestra se encontrara un poco más tranquila y se expresara con mayor libertad, aunque

como los comentarios y opiniones fueron muy extensos, se prolongó mucho el tiempo e incluso se ocupó la media hora del recreo y parte de la hora que correspondía a su clase de Historia. Además de contestarme las preguntas que le formulé, me hizo otros comentarios relativos al trabajo observado que le inquietaban.

A la maestra Azalea, tuve que entrevistarla en su casa, pues en esos momentos gozaba de una licencia médica, cuando empezamos a platicar acerca del motivo de mi visita, ella se mostró muy dispuesta a colaborar conmigo, fue una experiencia muy grata, porque su manera de expresar sus opiniones fue muy amena y espontánea, decía lo que pensaba, sin calcularlo mucho; permitiéndome plantearle con mayor confianza todo lo que me interesaba saber acerca de su forma de trabajo.

Para poder analizar estas entrevistas también fue necesario realizar su transcripción.

Análisis de los datos.

Para organizar y el analizar los datos recolectados, fue necesaria la construcción inicial de categorías. Estas se hicieron con base en los planteamientos de la nueva propuesta curricular y con los elementos que de ella se llevaron a la práctica por las maestras observadas. Así, se diseñaron dos concentrados: en el primero se registró la fecha y número de la sesión, la lección, el contenido trabajado, si se usó el texto gratuito, las actividades adicionales a las sugeridas en el texto, el material didáctico, la duración de la sesión, la organización física del grupo y la forma en que los niños se organizaron para trabajar. En el segundo se registró la fecha y número de la sesión; cómo se dio inicio a la clase, abriéndose en esta columna tres posibilidades: con consigna abierta, con consigna cerrada, con un problema; también en este concentrado se tenía que registrar si se usó el texto gratuito y en qué momento.

Para el control del trabajo realizado se hizo otro cuadro en el que se tenía que registrar el número y la fecha de la sesión, la lección, el contenido y la duración.

Estos tres cuadros una vez que se organizaron y analizaron los datos, facilitaron su exposición.

El análisis de los registros dio origen al capítulo en el que se expone la dinámica de trabajo que realizaron la profesora Nora y Azalea y al capítulo denominado "La actividad matemática de los niños en el salón de clases: los niños hacen y dicen".

La dinámica de trabajo de las dos profesoras se refiere esencialmente a la forma en que habitualmente se desenvolvían las clases, tratándose de rescatar los principales rasgos que conforman los estilos de enseñanza cada una de ellas. En cuanto a la actividad matemática, básicamente se centra en mostrar el proceder de los niños ante las diferentes actividades que las maestras promovían, con la finalidad de identificar los procesos a que

dan lugar las situaciones planteadas por las profesoras a propósito del trabajo con las lecciones del libro de texto.

Para el análisis de la dinámica de trabajo de las dos profesoras, se establecieron los siguientes aspectos:

- Estructura general de las clases
- Desarrollo de las clases
- Inicio de las sesiones
- Actividades adicionales
- Uso del libro de texto
- Evaluación del trabajo
- Material didáctico
- Organización del grupo
- Duración de las sesiones

En la actividad matemática, se seleccionaron los pasajes que resultaron interesantes, por el trabajo que realizaron los niños en términos de la nueva propuesta, es decir, aquellos que permitían observar la exposición de argumentos, la elaboración de estrategias personales, la comunicación de resultados, las diferentes soluciones que se le podía dar a un mismo problema, el manejo de contenidos, la utilización del material manipulable, el tipo de actividades que en general realizaban los niños de cada grupo; tratándose de recuperar aquellos que tenían cierta secuencia y que por lo tanto permitían observar los avances que los niños iban logrando.

Las entrevistas fueron trabajadas de la siguiente manera: una vez que se transcribieron, se identificaron las frases significativas de lo que cada una de las maestras decía, a continuación se realizó una clasificación de ellas de acuerdo al contenido del documento de Robert y Robinet denominado "Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza". El análisis se expone en el quinto y octavo capítulo, y se finaliza con la exposición de las conclusiones.

III. LA DINAMICA DE TRABAJO DE LA PROFESORA NORA

Una vez que finalicé la transcripción del total de las sesiones observadas. Hice un primer ensayo de análisis en el que fui identificando algunas particularidades del trabajo de cada una de las profesoras, así como, de los datos que me parecieron relevantes en su acción docente. En las páginas siguientes presentaré el análisis de los datos que se refieren al estilo personal de trabajar con el Libro de Texto Gratuito de Matemáticas de la profesora Nora.

El grupo con el que inicié las observaciones de clase fue el grupo a cargo de la profesora Nora. Esta Profesora cuenta con 21 años de servicio; a partir de la implementación de la reciente reforma educativa ha trabajado tres años con cuarto grado. Esta maestra inició su preparación profesional en la Normal Básica después cursó hasta el sexto semestre de Normal Superior en la especialidad de Historia. Ha tomado diversos cursos de actualización y comenta que en el último que tomó (Técnicas Freinet), "aunque no aprendió mucho", fue el que le despertó la inquietud para cambiar su forma de trabajo. Al iniciar las observaciones la maestra comentó que le ha sido un poco difícil el trabajo con el grupo que actualmente atiende, pues señaló que la mayoría de los niños eran "desatentos" y se "distrían con gran facilidad", además de que eran incumplidos con sus tareas.

En el grupo de la maestra Nora se observaron un total de 10 clases. En las cuales se desarrollaron las siguientes lecciones y contenidos:

LECCION	CONTENIDO
"Cuerdas Resistentes"	Fracciones del metro
"El día de la ONU"	Las fracciones en situaciones de reparto
"Tarjetas de papel"	Las fracciones en situaciones de reparto
"Galletas redondas"	Comparación de fracciones
"Más galletas y más niños"	Comparación de fracciones
"Las golosinas"	Fracciones del kilogramo
"Esferas de plastilina"	Procedimientos informales para sumar fracciones

Estructura general de las clases

Las clases desarrolladas en este grupo constaban generalmente de dos partes. En la primera parte se realizaban actividades adicionales al libro de texto. En la segunda parte se trabajaban las actividades propuestas en la lección correspondiente del libro de texto. Dependiendo del tiempo de que se dispusiera se podían desarrollar estas dos etapas en una o en dos sesiones, por lo cual el libro se usó en 8 de las 10 sesiones registradas. Esto significa que sólo en dos sesiones los niños no hicieron uso del libro de texto.

Las clases fueron estructuradas en todos los casos de la siguiente manera: la maestra daba inicio con el planteamiento de un problema o con una consigna -algunas veces cerrada y otras abierta-, después continuaba trabajando con las actividades planeadas con independencia al texto, es decir, con actividades adicionales. Estas actividades se desarrollaron algunas veces en forma individual, por parejas o por equipos; cuando se concluía con ellas, la maestra solicitaba a los niños sacar su libro de matemáticas.

Una vez que se pasaba al uso del texto, en cada una de las lecciones se principiaba con la lectura (hecha por la maestra o por algún niño o niña) de la introducción y la primera actividad. Al terminar de leer la primera actividad la maestra concedía tiempo a los niños para que la llevaran a cabo. Cuando la maestra lo consideraba necesario agregaba algunas explicaciones sobre el tema del ejercicio en cuestión; de esta manera se continuaba hasta concluir con la lección. Una vez que todos terminaban de contestar, la maestra daba la indicación de que se intercambiaran los libros para ser revisados por los mismos niños bajo su dirección y para que posteriormente ella les asignara una calificación numérica.

Desarrollo de las clases

A continuación explicaré de manera más detallada el proceder de la profesora Nora y de lo que ocurría en su salón de clases.

Inicio de las sesiones.

Como se señaló anteriormente, la mayoría de las sesiones dieron inicio con una pregunta o consigna abierta; a través de esa pregunta o consigna la maestra empezaba a articular las demás actividades. Algunas de las consignas o preguntas abiertas que registré son:

“¿Qué cosas se pueden comprar y medir con el metro?” (Se plantea como parte de una historia que la maestra cuenta y que se refiere a las medidas de longitud, para posteriormente trabajar con una cuerda)

“Cuando vamos a alguna fiesta ¿nos dan un pastel entero?” (Trabajo con fracciones equivalentes: quintos, décimos y veinteavos)

“¿Qué hacemos cuando queremos convidar nuestra torta?” (Inicia el tema de fracciones)

Sólo en 2 de las 10 sesiones observadas, la maestra dio inicio a la clase con una consigna cerrada, una orden más directa, como las siguientes:

“Háganme una perpendicular”

“Hagan un cuadrado”

(El contenido relacionado con las líneas perpendiculares y el cuadrado ya había sido trabajado por la profesora y estas dos actividades se llevaron a cabo en el geoplano)

En tres sesiones la maestra utilizó problemas para iniciar las actividades, como los que a continuación se transcriben:

“Estas hojas que les estoy dando las van a repartir en partes iguales” (La maestra organiza equipos de diferente número de niños y también les da distinto número de hojas; por ejemplo, a un equipo de 8 niños les reparte 3 hojas; a un equipo 4 niños, 3 hojas; a un equipo de 3 niños, 2 hojas; etc.)

“En mi grupo somos 35 niños, cada uno hizo 35 esferas de 50 gramos ¿cuántas esferas hicimos entre todos?”³

Algunas veces la maestra tomaba los problemas del libro y en otras ocasiones ella los elaboraba. Algunos de los problemas elaborados por ella fueron los siguientes:

“Vamos a repartir un pan entre 5 niños, pero a cada uno no sólo le va a tocar un trocito, sino podemos darle 2, 3, 4(...)” (La maestra reparte un pan a cada uno de los equipos y lo que solicita es que se reparta ese pan entre cinco niños, con la observación de que traten de repartirlo de tal manera que a cada uno de los integrantes no sólo le toque de a un quinto <esta expresión no es mencionada>, sino que propongan otras formas de reparto)

“Si un dulce pesa 5 gramos, ¿cuántos necesito para tener medio kilo?”

³ La utilización del planteamiento de problemas no solamente se limitó al inicio de la sesión, también se utilizó cuando se empezaba a trabajar con el libro de texto, pues en algunas de las lecciones se principia con el planteamiento de un problema, por ejemplo en la lección “Las golosinas” se plantea:

“El paquete trae 12 galletas y pesa 180 gramos. ¿Cuántos gramos pesa una galleta?”

Puede verse que, en general, la maestra plantea a sus alumnos situaciones en las que las respuestas no se obtienen de manera directa, inmediata, aunque. En casi todos los casos ellos tienen que desarrollar estrategias personales para resolverlas, pues son preguntas para las que no cuentan con un modelo "oficial" de resolución.

Actividades adicionales incorporadas por la profesora.

Estas actividades permitían a la maestra proporcionar a los niños los elementos que ella consideraba necesarios para llevar a cabo las actividades propuestas en el libro y en consecuencia que se pudiera arribar a las soluciones. Al respecto la maestra comentó que las actividades adicionales las realizaba "como una motivación de lo que hay ahí (en el libro) (...) porque cuando el niño está en blanco no te puede hacer nada desconocido (...) pero si el niño ya tiene la idea, ya lo puede hacer".

La mayoría de las actividades adicionales incorporadas por la maestra se trabajaron en forma previa a la resolución del texto y fueron derivadas de las preguntas y consignas que anteriormente anoté, aunque también se realizaron algunas durante el trabajo con las lecciones.

La gama de actividades adicionales que incorporó la maestra Nora fue muy diversa, pero en todas las sesiones se pudo observar la participación activa de los niños a partir de esas actividades. También pudo notarse que éstas iban encaminadas a cubrir los contenidos planteados en la lección correspondiente. Aproximadamente la mitad de la sesión se trabajaba con estas actividades y la otra mitad con las actividades propuestas por el libro de texto gratuito. Veamos dos breves fragmentos de este tipo de actividades:

- En la lección: "*Cuerdas resistentes*" la maestra pide a los niños que saquen las cuerdas que dejó de tarea el día anterior y que se supone que deben medir lo mismo que lo que aparece en su libro (ver figura anexo 9), les solicita que las midan, la consigna es la siguiente: "Saquen sus cuerdas y médanlas". Los niños las miden por parejas, algunos con la regla, otros con la cinta métrica y otros más con el flexómetro. Una vez que los niños terminan de medir, la maestra pregunta los resultados, algunas de las respuestas fueron: "110 cm, 101 cm, 98 cm, 113 cm, 100 cm, 1 m, 106 cm", después les indica que todos corten las cuerdas de manera que midan un metro, los niños lo hacen.

M: ¿cuántos centímetros midieron (sus cuerdas)?

Nos: 100

M: Entonces un metro tiene 100 centímetros. El símbolo del metro va a ser una eme /m/ y de los centímetros una ce /c/ y una eme /m/, así cm (la maestra anota en el pizarrón 1 metro = 100 cm.) Si yo doblo mi cinta así (dobla a la mitad su cinta) ¿cuánto tengo? (Todos los niños doblan sus cuerdas conforme la maestra lo va haciendo)

Hugo: 50

Na: Medio metro

Mta: ¿50 qué?...

Na: 50 centímetros

No: Metro y medio

M: Su compañero dice que es metro y medio ¿será?

Nos: (a coro) no, no, no

M: Medio... (el tono indica que los niños deben completar la frase)

No: metro

M: Ahora si yo vuelvo a doblar mi cinta ¿cuántos centímetros tendré? la maestra dobla en 4 partes su cinta y los niños también)

Fernando: Es 25 centímetros

Hugo: Sí, es 25 metros

No: 25

M: ¿Qué parte del metro es?

Nos: (a coro) Un cuarto

M: Entonces un cuarto es igual a...

Nos: 25 centímetros

M: Si yo le quito al metro un cuarto ¿Cuánto me queda? (Muestra las $\frac{3}{4}$ de la cuerda)

Na: 75 centímetros

M: ¿Que parte del metro tengo?

Nos: Tres cuartos de metro

M: Si tomamos $\frac{3}{4}$ del metro ¿Cuántos centímetros tenemos?

Hugo: 75 centímetros

M: Ahora todos me van a mostrar medio metro (los niños doblan a la mitad sus cuerdas), ahora un cuarto de metro (los niños doblan en cuatro partes sus cuerdas), ahora tres cuartos de metro (sueltan un cuarto y muestran tres de las cuatro partes que doblaron). Con el metro vamos a medir longitudes. Y tenemos que... (leen entre todos las equivalencias que a lo largo de la clase la maestra fue anotando en el pizarrón):

Unidad de longitud (metro)

1 m. tiene 100 cm.

$\frac{1}{2}$ m. = 50 cm.

$\frac{1}{4}$ m. = 25 cm.

$\frac{3}{4}$ m. = 75 cm.

•También como antecedente de la lección "*Cuerdas resistentes*", se continúa con otra actividad, independiente del texto, consistente en medir la estatura de cada quién con su cuerda (entre dos niños se miden utilizando las dos cuerdas de un metro que cada uno de ellos tiene, deben empezar a medir con una de las cuerdas, esto se hará desde el piso hasta donde llegue el metro y terminar la medición con la cuerda del otro compañero o compañera).

En esta actividad incorporada por la maestra Nora, los niños trabajaron dos contenidos: los centímetros que hay en un metro y la equivalencia entre las fracciones del metro y los centímetros que corresponden a cada una de esas partes.

Considero que esta actividad adicional resultó importante para que los niños pudieran resolver la lección del texto que implica los siguientes ejercicios:

- Cortar una cuerda como la que aparece en la página 26 del libro de texto y medirla. (Véase anexo 9)
- Marcar todos los decímetros que caben en la cuerda dibujada y decir cuántos decímetros mide.
- Marcar los centímetros que hay en un decímetro y anotar cuántos centímetros mide la cuerda.
- Señalar sobre la cuerda (que aparece ilustrada en el libro de texto) $\frac{1}{2}$ metro, $\frac{1}{4}$ de metro y $\frac{3}{4}$ de metro.
- Utilizar el metro que construyó para marcar en el pizarrón o en el piso cinco líneas con las siguientes medidas: $1 + \frac{1}{2}$ metros, $\frac{3}{4}$ de metro, $\frac{10}{8}$ de metro y $1 + \frac{3}{4}$ de metro. Para después ordenar las medidas de menor a mayor.
- Anotar los nombres de tres compañeros que midan más de $1 + \frac{1}{4}$ metros y menos de $1 + \frac{1}{2}$ metros.
- Completar las siguientes expresiones:
 - $\frac{1}{2}$ metro es igual a _____ decímetros
 - 1 decímetro es igual a _____ centímetros
 - 1 metro es igual a _____ centímetros
 - $\frac{1}{4}$ de metro es igual a _____ centímetros
 - $\frac{1}{2}$ metro es igual a _____ centímetros
 - $\frac{3}{4}$ de metro es igual a _____ centímetros
- Comparar $\frac{2}{4}$, 50 centímetros y $\frac{1}{2}$ metro. Explicar el procedimiento utilizado para obtener la respuesta.

De esta manera, la maestra ayudó a los niños a que pudieran resolver una tarea que tal vez sin la realización de las actividades previas hubiera resultado demasiado difícil para ellos.

- La actividad que se describe enseguida se realizó para iniciar el desarrollo de los procedimientos informales para sumar fracciones y se llevó a cabo antes de iniciar la lección "Esferas de plastilina".

Los niños están organizados por equipos y la maestra pasa con cada uno de ellos para asignarles la resolución de un problema, también les da un pliego de papel bond y marcadores, para que ahí lo anoten conjuntamente con su solución y pasen luego a exponerlo.

M⁴: Cuando vayan terminando me lo pasan a pegar y me van a explicar cómo lo resolvieron, rápido ya están los 10 minutos. Ahorita que me lo resuelvan entre todos por favor, el que no participe me

⁴ Se transcribe textualmente lo que dicen maestra y niños, sin tipografía especial. Entre paréntesis se anotan acciones que realizan maestra y niños.

M - significa maestra No - significa niño Na - significa niña (...) significa segmento

avisa (los niños tratan de ponerse de acuerdo y empiezan a trabajar en la resolución de sus problemas. La maestra pasa a los lugares de los niños a revisar) Al resolver deben estar todos. Deben pensar todos (la maestra hace comentarios con los niños de los diferentes equipos) Fijense bien qué les están pidiendo (se dirige a todo el grupo). Ya se tardaron demasiado, bueno ya nos tardamos mucho (los niños siguen hablando, algunos equipos todavía no terminan) (Un equipo que ya terminó pasa a pegar su pliego de papel en el pizarrón) A ver, ya, empezamos 1, 2,... (los niños continúan hablando; el equipo que terminó primero se organiza para pasar a explicar cómo resolvió su problema. Los demás equipos pasan a pegar sus pliegos de papel al pizarrón)...3, el diurex ¿Quién lo tiene? Bueno ya, empezamos...2, 3. A ver, el equipo que terminó primero pásenle por favor (2 niñas pasan a explicarlo) Lean y expliquen que hicieron (...)

Cada uno de los equipos designa a 2 niños para que pasen a explicar, cuando la maestra lo considera conveniente cuestiona a los niños del equipo, ya sea a los que están en sus lugares o a los que están explicando al frente, el resto del grupo algunas veces valida las respuestas, la maestra concluye tomando en consideración esas respuestas; finalmente pide un aplauso para el equipo. Algunos de los problemas y las soluciones que los niños dieron son los siguientes (La manera en que se muestran los resultados se tomó del trabajo que los niños expusieron):

Juan tomó una esfera de $1/2$ kilo y la dividió para hacer dos esferas del mismo peso ¿cuánto pesa cada una?

Resultado

$$1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2 \text{ kg} = 500 \text{ g.}$$

$$2/4 = 1/2 \text{ kg.}$$

Las siguientes plastilinas tienen el siguiente peso: 200 g , $3/4 \text{ kg}$, 125 g , $2/2$, $1/2$. ¿cuántos gramos pesan en total?

Resultado

$$\begin{array}{r} 200 \\ 125 \\ + 750 \\ 1000 \\ 500 \\ \hline \end{array}$$

2575

$$R = 2575 \text{ g.}$$

En el mercado compré una esfera que pesa $3/4 \text{ kg}$. y la otra de $3/4$ de kg . ¿cuántos gramos pesan por las dos?

Operación	Operación	Resultado
750		
+ 750	$3/4 + 3/4 = 6/4$	1500 g.
<hr/>		
1500		Resultado
		6/4

Estas respuestas se obtuvieron mediante el trabajo en equipo. Podemos ver, por una parte, que los diferentes equipos obtuvieron respuestas correctas y, por otra parte, que para obtenerlas, los niños utilizaron estrategias personales de solución ya que la maestra no les indicó qué operación u operaciones debían hacer. También puede verse que los niños tienen un manejo adecuado de las fracciones y su relación con los kilos y los gramos.

Uso del libro de texto y participación de la profesora.

Como ya lo mencioné, la resolución de los ejercicios del libro de texto se hizo en todos los casos después de haber trabajado las actividades adicionales. Enseguida se hace un desglose de la forma en que se llevaron a cabo las actividades propuestas por el libro.

A. Lectura colectiva de la introducción y el primer ejercicio.

La maestra o algún alumno o alumna leían el inicio de la lección y la primera actividad. Pero la lectura no se hacía llanamente, sino que con ella se intercalaban participaciones de la profesora.

Durante la lectura la maestra algunas veces intervenía para ampliar con alguna explicación lo que se les pedía a los niños que hicieran, parece que trataba de asegurarse de que la situación que se planteaba fuera bien comprendida, por ejemplo:

M: Muy bien empezamos, dice: *"Más galletas y más niños"* Raúl, Sonia y Yoatzin volvieron a jugar a los repartos y sucedió algo interesante", que ustedes van a ver y van a resolver. Número 1, *"Observa el dibujo de Sonia para que hagas el de Yoatzin y el de Raúl"*. Dibujo de Sonia (Véase anexo 12) ¿A cuál es el dibujo de Sonia?

Nos: Dos niños, una galleta

M: Una galleta para dos...

Nos: Niños

M: Muy bien, dibujo de Yoatzin y dibujo de Raúl, están en blanco ¿ya lo vieron?

Nos: Sí

M: Ahora vamos a ver la indicación de abajo del cuadro *"Hay el doble de galletas y el doble de niños que en el dibujo de Sonia"* ¿Sí? ¿Ya vieron el dibujo de Sonia?

Nos: Yaaaa

M: Es una galleta y dos niños, ahora van a dibujar en el cuadro de Yoatzin... en el de Yoatzin van a dibujar el doble del de Sonia, rapidito, a dibujar el doble del que tiene Sonia

No: ¿El doble de galletas?

M: Dice: *"Hay el doble de galletas y el doble de niños en el dibujo de Sonia"*, el doble de niños y el doble de galletas

Nos: (algunos) ya maestra, ya maestra

M: Bien claro que dice: *"el doble de galletas y el doble de niños que hay en el de Sonia"*

B. Otras veces la maestra cuestionaba a los niños para cerciorarse de que estaban entendiendo lo que se les preguntaba o se les pedía que hicieran:

Nos: (algunos) ya, ya maestra

M: ¿Tan rápido? espero que lo hagan bien, fíjense bien, el doble

Nos: ya, ya, ya

M: ¿Seguros? ahorita vemos que tal lo hicieron, el doble de galletas y el doble de niños

Nos: (algunos) ya, ya, ya maestra

M: (la maestra pasa a los lugares a revisar) Háganlo pequeñito, porque no caben ¿eh?, hay muy poco espacio, (la maestra se acerca a un niño) el doble de galletas y el doble de niños, ¿cuántas galletas y cuántos niños son? ¿cuánto es el doble de 2?

No: Cuatro

M: ¿Y por que pusiste 3?, ahora el doble de esos niños ¿es qué? (e señala el lugar donde debe dibujarlos) Cuenten bien (se dirige a todo el grupo), ¿listos?, continúennos abajo (...)

- El siguiente fragmento hace evidente la forma en que la maestra se aseguraba de que los niños comprendieran el planteamiento que el libro proponía:

Willy: "Tarjetas de papel" "La maestra de Jaime usa tarjetas de papel de distintos tamaños. Las más grandes son para enviar recados, las medianas para anotar problemas y las más chicas para hacer sorteos"

M: ¿Para que sirvieron las grandes?

Nos: Para mandar recados

M: ¿Las medianas?

Nos: Para anotar problemas

M: ¿Y las chicas?

Nos: Para hacer sorteos

- C. La maestra promovía que los niños realizaran los repartos frente a sus compañeros con la intención de mostrar una forma de resolver los ejercicios, como se puede ver a continuación:

La maestra pasa al frente a 4 niñas y un niño para tratar de hacer el reparto 4 galletas entre 5 niños que se propone en el texto.

M: (...) dice que hay 4 galletas para 5 niños, a ver 4 galletas que tenemos (la maestra saca de la caja 4 galletas) para 5 niños (a las 4 primeras niñas les da una galleta) que quiere decir, que este niño se quedó sin...

Nos: Galletas

M: ¿Cómo le vamos hacer para que este niño tenga su galleta, porque no es posible que se quede viendo (los niños se ríen) ¿qué hacemos? ¿a cómo le vamos a dar?

No: De a cuarto

M: De a cuarto, 4 galletas y 5 niños, ¿a cómo le vamos a convidar a este niño para que también tenga su galleta?

Nos: (algunos) de a medio, de a cuarto, de a cuarto

M: De a un cuarto, a ver le das un cuarto a tu compañerito por favor de galleta

Josefina: (Antes de que cada una niña le corte $\frac{1}{4}$ a su galleta, Josefina interviene) Maestra se formaría una entera

M: Se formaría una....

Nos: entera

M: Exactamente porque son 1, 2, 3, 4, fíjense bien antes de que la corten, si la partimos esta galleta, todos le vamos a cortar un pedacito (muestra una galleta a todos los niños y le corta lo que se supone que es $\frac{1}{4}$, hace lo mismo con las demás) esta un pedacito, a la de ella también le cortamos un pedacito y a esta un pedacito ¿sí? (a la 4ª galleta) y se lo vamos a dar (...) le vamos a dar el trozo que rompimos de Anaid, de Anahi, de Mireya y luego el de Maricela. ¿Cuántos pedazos fueron?

Nos: 4

M: ¿Qué formamos con esos 4?

Nos: Un entero

No: Una galleta entera

M: Una galleta...

Nos: entera

M: Entera ¿y les tocó a partes iguales?

Nos: Nooo

M: Bueno ya les quitamos un pedacito a sus compañeritos y resulta que a este niño le tocaría lo de una galleta, por lo tanto a él le tocaría más que a sus compañeras, porque ellas ya las trozaron ¿salió?

Nos: Noooo

M: No salió, ahora ¿qué piensan ustedes que podemos hacer? fíjense bien, son 5 niños y tenemos 4 galletas (Los niños continúan haciendo proposiciones y opinando al respecto)

D. Otras veces la maestra hacía dibujos en el pizarrón, con la intención de ilustrar las respuestas de los niños, como sucedió en un ejercicio donde tenían que comparar dos fracciones:

M: Número 5: "Sonia, Yoatzin, Raúl y Jaime formaron parejas con otros niños y jugaron adivinar a quién le toca más galleta. Lee lo que dice y averigua, como tú quieras, a quién le toca más" Dice... ¿Quién es esta niña?

Nos: Yoatzin

M: Yoatzin, le tocaron $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$, fíjense bien a Yoatzin le tocaron $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$, luego al niño Raúl o Jaime o no se quién es, le tocaron $\frac{5}{4}$, luego abajo dice: "¿a quién le tocó más?" ¿A Raúl? ¿Por qué? ¿A quién le tocó más a Yoatzin o a Raúl?

Na: Es Sonia maestra

M: ¿Sonia? (...) ¿Quién tiene más Sonia o Raúl?, y Sonia tiene $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ y Raúl tiene $\frac{5}{4}$, (...)

David: Ya maestra

M: Hay que trazar su pan, su pastel, su gelatina y uno lo dividen... toman $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ y luego el otro lo dividen y ven cuánto va a tocar, ¿cuántos cuartos tiene un entero?

Nos: (algunos) 4

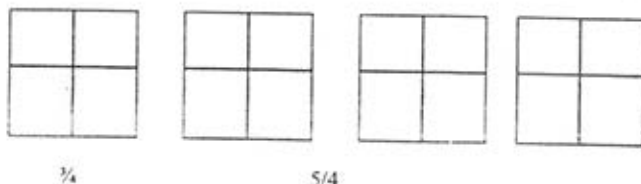
M: Y aquí nos dice que son 5 fíjense bien, son $\frac{5}{4}$, si un entero tiene $\frac{4}{4}$ y aquí está diciendo que tiene $\frac{5}{4}$, ¿Qué pasó ahí?

Na: Se equivocaron

M: (Se ríe) Se equivocaron en el libro, fácil ¿verdad?, si tienes $\frac{5}{4}$ (se dirige a un niño), ¿Qué sucedió? ¿Qué va a ser? (no le contesta)

Adrian: 2 enteros

M: Exacto, va a tomar de un entero 4, más otro pedacito de otro entero, deben ser dos enteros, si un entero tiene 4 tenemos que tener 2 enteros, para que podamos tomar $\frac{5}{4}$, 1, 2, 3, 4 y $\frac{5}{4}$ (la maestra los ilumina en los dos cuadrados que ya había trazado en el pizarrón y dividido en cuartos), ahora la otra niña tiene $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ (la maestra los ilumina por separado, pues trazó 2 cuadrados, uno lo dividió en cuartos y el otro en un medio y dos cuartos) quién tiene más ¿Raúl o Sonia? (...)



E. Conforme van leyendo cada una de las actividades, la maestra va dando tiempo para que las contesten y espera a que la mayoría termine, como se puede ver en el siguiente fragmento, esto ocurrió en 9 de las 10 sesiones observadas

M: ¿Ya? ¿Alguien todavía no termina? Todavía faltan algunos, todavía esperamos (la maestra deja transcurrir algunos minutos) ¿Ya niños?
 Nos: (La mayoría) Yaaa

Es decir, la maestra tomaba en consideración el ritmo propio de los niños para obtener las soluciones. La revisión de las respuestas se hacía cuando eran ellos quienes decían que habían terminado.

F. También permitía en ocasiones que los niños se adelantaran en la lectura del texto o la resolución de los ejercicios, como se muestra a continuación:

M: Un cuarto de hoja a cuántos octavos equivale, pónganse listos.
 Na: Maestra, ellas ya están haciendo de la otra hoja, Marco Antonio y ellos (los señala)
 M: Pues si ya se adelantaron y ya van bien que bueno, ¿ya razonaron ahí?

G. La maestra propiciaba, en un ambiente relajado durante el desarrollo del trabajo con el libro, como se puede ver enseguida:

Los niños y la maestra trabajan una de las actividades del libro de texto en la que se tienen que comparar fracciones. La actividad consistía en determinar en una pareja de niños quién tiene más galleta, el que tiene $\frac{3}{4}$ o el que tiene $\frac{4}{5}$.

M: la última, ¿a quién le tocó más?, me tocaron dice... Jaime
 Nos: Juan, Juan
 M: Juan, es Juan porque nos falta Juan
 Nos: No, es Jaime
 M: Bueno se vamos a poner Juan, lo vamos a bautizar (los niños se ríen) Juan tiene $\frac{3}{4}$ y ... (la maestra espera la respuesta)
 Nos: Carmen
 Fernando: Es Carmelita
 M: Carmen tiene $\frac{4}{5}$ (...) quién tiene más ¿Juan o Carmen?
 No: ¿Quién es el padrino?
 M: Tú, que no trajiste libro (los demás niños se ríen)
 Nos: (Algunos) ya, ya maestra.

H. Se permite que los niños vuelvan a leer si no entendieron. Cuando la maestra se da cuenta que los niños no entienden lo que se les pide en el texto y están en posibilidades de comprenderlo sin más explicaciones, les permite que lo lean nuevamente, como lo hizo en una de las actividades de la lección "Más galletas y más niños":

M: Dibujo de Ramón. Cómo le van hacer ustedes para que le toquen las mismas galletas para tres niños y que les toque lo mismo que les está tocando en el dibujo de Julián, cómo lo van a repartir, me hacen los dibujitos ahí en el cuadrito que no tiene nada, vuelvan a leer para que lo entiendan (...)

I. No restringe el uso de recursos y estrategias para llegar a las respuestas. La maestra permite que los niños hagan dibujos o lo que deseen para obtener las respuestas. Da libertad para realizar la actividad como ellos lo prefieran, utilizando sus recursos personales frente a la situación que se plantea.

M: Pueden hacer sus trazos ahí, si mentalmente no lo pueden hacer, lo podemos hacer gráficamente con sus cuadritos. (ver anexo 11, actividad 4)

Nayeli: ¿Lo podemos dividir?

M: Sí, si quieren lo pueden dividir y ponen las respuestas debajo de los cuadritos. El equipo 1 son dos niños ¿A cómo le tocó a cada niño?, ponen la respuesta abajo.

No: Ya maestra

M: El equipo 2 son 4 niños y tienen 3 hojas, a cómo le toca a cada uno de los niños, a partes igualitas ¿eh?, no sobra ni falta, pueden dividirlo ahí o sacar una hoja, tres hojas y lo dividen... Hagan sus trazos si no lo pueden hacer mentalmente.

J. Mientras los niños resolvían cada uno de los ejercicios, la maestra revisaba en sus lugares y los cuestionaba acerca de sus respuestas.

M: Equipo... espérenme (se dirige al grupo) (la maestra revisa el trabajo a cada uno de los niños, se detiene con una niña) Ahora este en cuánto lo vas a dividir, para cada uno de ellos, ¿cómo se va a llamar? un entero con un...

Na: Con un medio

M: No, con un medio no, con un ...

Na: (No contesta) (La maestra sigue revisando y otra niña le hace una pregunta)

M: Aquí su compañerita hizo una buena pregunta (se dirige a todo el grupo) dice que si hay un entero y le toca a un niño a un entero, pero el otro lo tiene que dividir en cuatro...

No: Les toca a cinco

M: ... y son cuatro niños, va a ser un entero y qué...

Na: Un cuarto

M: exacto, exacto, un entero un cuarto (La maestra prosigue con la siguiente actividad)

Pasajes de este tipo, en que la maestra utiliza las respuestas de los niños para cuestionar y hacer que reflexionen eran frecuentes en la clase de la maestra Zenaida.

K. Se realizan también actividades en las cuales los niños contestan en forma individual y en absoluto silencio, con la dirección de la maestra, como lo ilustra el siguiente ejemplo:

M: Ajá, número uno, a ver, cada quien lo suyo (...)

(los niños contestan su libro en forma individual)

M: Muy bien, ahora continuamos ¿Quién dibujó más galletas? a mi no me respondan cada quién hace lo suyo, ¿Quién dibujó más galletas?

Nas: Ya maestra

M: Continuamos ¿Quién dibujó más niños? (los niños contestan en forma individual y en silencio sus libros) y abajo dice "¿por qué?", ¿por qué le tocan más galletas a cada niño? Por favor Mireya cada quien lo suyo, ya vamos al final y no veo que contestes Mir ya, se supone que lo vamos haciendo todos.

No: Ya maestra

Esto significa que, en muchas sesiones, el trabajo en el libro los niños lo resolvían en silencio, individualmente, como se ve en el pasaje anterior en que la maestra dice "Cada quién lo suyo". Sin embargo, posteriormente, la maestra interroga a los niños para saber cuáles fueron sus soluciones.

L. Cuando la maestra observaba que a la mayoría de los niños le costaba trabajo encontrar la respuesta a algún problema, lo retomaba y trataba de que, con la participación de los niños, encontraran la solución, como en el siguiente fragmento de clase:

M:(...) (pasen) 5 niñas, vamos a resolver este problemita que no fue nada fácil, para ver cómo está el problema, dice que hay 4 galletas para 5 niños, a ver 1, 2, 3, 4 galletas para 5 niños, a ver 4 galletas que tenemos para 5 niños (a cada niña de las que están al frente le da una galleta) que quiere decir, que este niño se quedó sin...

Nos: Galletas

M: ¿Cómo le vamos hacer para que este niño tenga su galleta, porque no es posible que se quede viendo (los niños se ríen), ¿Qué hacemos? ¿a cómo le va a dar? (...) ¿Qué piensan ustedes que podemos hacer?, fíjense bien, son 5 niños y tenemos 4 galletas

Na: Maestra, una la partimos en 5 pedacitos y las otras en medios

M: Pero entonces, ésta la vamos a cortar en 5 dice esta niña

Na: Pero faltaría una

Na: (Otra) Pero quedarían desiguales maestra

M: Exacto, pero ella dice que este para 5 niños, pero ya nada mas nos sobran tres (galletas)

Na: Pero en medios maestra, dijo que en medios

Na: (otra niña) pero sobrarian maestra, sobraría un medio

M: Sobraría un medio ¿cómo le haríamos?, lo partiríamos a mitades saldrían 8, si lo partiéramos en $\frac{3}{4}$ también sobrarian ¿Qué pasaría? ¿a cómo vamos a cortar estas galletas?

José Luis: Todos en quintos

Adrian: Todos en quintos

Nos: en quintos, todos en quintos (varios niños contestan a la vez)

M: ¿A cómo lo dividimos?

Nos: En quintos

M: A ver, vamos a ver, dicen unos niños por ahí que la quinta parte, tenemos una galleta, dos galletas, tres galletas, cuatro galletas (la maestra las dibuja en el pizarrón) ahora su compañero dice que a quintos, a ver, uno, dos, tres, cuatro y cinco (la maestra divide en 5 partes el primer círculo) a ver ¿ya?, vamos a contar, ahora 1, 2...(llegan a entregar un libro) ¿Quién dijo por ahí que a quintos?

José Luis: Yo

M: El dice que a quintos, vamos a ver, tenemos aquí entonces 5, 1, 2, 3, 4, 5, $5/5$, (los otros 3 círculos también los divide en quintos) 1, 2, 3, 4, 5, $5/5$, 1, 2, 3, 4 y $5/5$, vamos a ver, ya niño, pásale por favor (se dirige a Carlos) ¿ya?, empezamos por favor, ahora cómo les vas a repartir tú a estos 4 niños estas 4 galletas que ya están divididas en quintos

Carlos: 4 pedazos

M: A ver, pintale ahí está el amarillo, pintalo rápido chaparrito, rápido como te salga por favor (el niño termina de iluminar las 4 partes) él dice que 4, ahora de azul los otros cuatro para Mireya, a ver rápido tú y tú pinta...van dos con el de él tres y ya, ya así, ya así, 1, 2, 3, 4, (cuenta las partes que ya iluminaron) 1, 2, 3, 4, ahora el siguiente niño...

Nos: Fernando

M: Toma tus cuatro, 1, 2, 3, 4, ahora, por favor, vamos a ver si su compañero estuvo acertado, 1, 2, 3, 4 y 5 niños, y teníamos 4 galletas 1, 2, 3, 4 galletas y su compañerito dijo que le tocaba a quintos, vamos a ver esta es 1, 2, 3, 4, son de esta niña, 1, 2, 3, 4, son de este niño, de esta niña 1, 2, 3, 4; de esta niña 1, 2, 3, 4; y esta niña 1, 2, 3, y 4 ¿está correcto o no?

Nos: Sifí (...)

M: Como pueden observar, no es necesario que salgan de a medios, de a tercios, no, sino que los podemos dividir en quintos, en sextos, en octavos, en novenos, según la cantidad de niños y de cosas que tengamos que hacerlas en fracción, del entero que tengamos

Nos: (Algunos) Sifí

M: ¿Ya vieron? ¿Quién lo había hecho bien?

Fernando: Nadie maestra

M: Nadie, exactamente, porque todos nos dejamos ir por mitades, tercios y medios, ese es uno de los problemas donde cada uno de nosotros tiene que pensar más y analizar las cosas, que bueno..., vamos a darle un aplauso a José Luis que descubrió, a como le tocó a cada niño (los niños aplauden)

Este pasaje es interesante porque evidencia el interés de la maestra por que los niños vayan avanzando en el aprendizaje. Ella está atenta al avance y, a partir de la observación de las respuestas de los niños, incorpora actividades como ésta para que no se rezaguen. Lográndose llegar al conocimiento previsto en el libro de texto. Además, los niños reconocen que ninguno había obtenido la respuesta correcta, pero lo reconocen a partir de la discusión que la maestra coordina entre ellos. Esto también es positivo porque a partir del honesto reconocimiento de sus dificultades es como podrán avanzar realmente en sus conceptualizaciones, de otra forma la maestra erróneamente podría pensar que los niños lograron realizar el reparto.

LL. Cuando algún o algunos niños lograban dar la respuesta correcta a un problema, la maestra reconocía el esfuerzo realizado y lo hacía público, aunque en general a lo largo de las clases se pudo notar que la maestra acostumbra reconocer los aciertos de los niños y sobre todo a quien demostraba poner interés en el trabajo. Veamos el siguiente ejemplo:

M: A ver, ¿ya? por ahí quién ya tiene el resultado ¿nadie?

Mirel: yo, pero me sobran 10

M: ¿cuál fue el resultado?

Mirel: 6

M: ¿Que operación hiciste?

Mirel: primero sumé 4 por 5 y son 20, luego 20 entre 130

- M: pero dice aqui que tiene 130 g.
 Mirel: y me salen 120 y me sobran 10
 M: Muy bien ¿Quién más? dice a que el paquete son 130g. y son 4 paquetes de 5 chicles
 Carlos: yo
 M: a ver ¿Qué hiciste?
 Carlos: 4 por 5
 M: 4 por 5 son 20
 Carlos: 130 entre 20
 M: 130 entre 20, vamos a ver bien su operación de Carlos ¿y cuál fue tu resultado?
 Carlos: 6
 M: bien, vamos a ver si está correcto Carlos, dice: La bolsa de chicles trae 4 paquetes (dibuja una bolsa con 4 paquetes) pero cada bolsa ¿cuántos chicles trae?
 Nos: 5
 M: 5, 1, 2, 3, 4, 5, (dibuja a cada cuadrito 5 circulitos) ahí están los 5 en cada bolsa, pero el problema es que esta bolsa tiene 130 g.
 David: pesa
 M: pesa 130 g. y pregunta ¿Cuánto pesa cada chicle? ¿Qué hacemos? Esta es una bolsa grande que tiene 4 paquetes, cada paquete tiene 5 chicles y por estas bolsas que están adentro pesan 130 gramos, queremos saber cuánto pesa cada chicle, no cada paquete, bueno Carlos dice que 6 gramos (...), primero vamos hacer lo siguiente aquí son dos operaciones ¿sí? Porque dice que hay 4 paquetes y cada paquete tiene ...
 Nos: 5 chicles
 M: Entonces ¿Cuántos chicles tenemos?
 Nos: 20
 M: no, 4 por ...
 Fernando: 5
 M: 4 por 5, tenemos 20 chicles, ahora lo que queremos saber es, cuánto pesa cada chicle si tenemos 130 gramos
 No: Lo dividimos
 M: ¿Entre qué dividimos?
 Nayeli y Anahi: 130 entre 20
 M: 130 entre 20, porque tenemos 20 chicles y queremos saber cuánto pesa cada uno, si son 130, entonces dividimos (la maestra resuelve la división con la participación de los niños) sobran 10 ahora aquí le vamos agregar un cero ¿Sí? Y ponemos un puntito, estas divisiones todavía no las vemos, por eso se les hizo más difícil, ahora tenemos ... ¿100 entre 20?
 Mirel: de a 5
 M: 5 por 0
 Nos: 0
 M: 5 por 2
 Nos: 10
 M: para 10
 Nos: 0
 M: de 6.5 gramos, cada dulce es de 6.5...
 Nos: gramos
 M: Fijense muy bien, ya no pudieron acá porque eran 2 operaciones y le vamos a dar un aplauso a Carlos porque lo hizo bien aunque no llegó a los décimos (...)

M. Algunas veces la maestra da elementos o pequeñas explicaciones para que los niños lleguen con más facilidad a la respuesta, por ejemplo:

M: ... exacto, va a tomar de un entero 4, más otro pedacito de otro entero, deben ser dos enteros, si un entero tiene 4, tenemos que tener 2 enteros para que podamos tomar $5/4$, 1, 2, 3, 4 y $5/4$ (la maestra ilumina en los dos enteros que trazo en el pizarrón los $5/4$), ahora la niña tiene $1/2$ más $1/4$ (la maestra los ilumina), quién tiene más ¿Raúl o Sonia? (...)

N. En general, la profesora permitía e incluso en ocasiones daba la indicación para que se comentara alguna pregunta:

M: "¿En cuál de los repartos crees que le toca más galleta a cada niño?" (...) Lo pueden comentar con sus compañeritos, para ver quién es (...)

Ñ. Generalmente la maestra pasaba a los lugares de los niños a revisar su trabajo, si había algo importante que comentar, lo hacía a nivel grupal, como lo podemos ver en el siguiente ejemplo:

M: (La maestra lee el problema) ... "Si Juan usara sólo esferas de $1/4$ de kilogramo. ¿cuántas tendría que poner en el platillo?"

Nos: (Algunos dicen 2 y otros 3)

M: Ellas (se refiere a 2 niñas) tenían duda y dicen que 2, porque ya está una en el platillo, ya nada más tendría que poner 2 ¿ustedes qué opinan?

Nos: (muchos hablan a la vez) dos, tres, dos, tres

M: Lo que pasa es que ella (Nayeli) me hizo pensar y tiene razón, dice que si Juan usara sólo esferas de $1/4$ de kg. ¿cuántas tendría que poner en el platillo? ya nada más 2, porque ya hay una ¿Sí? ahí ya hay una de $1/4$ ¿no?

Nayeli: y si fueran 3, tendría 4

M: Si fueran 3 ya tendrían 4, entonces nada más son 2, porque ya está una ahí. Pasamos a la siguiente...

Evaluación del trabajo en el libro de texto.

- Para revisar el libro se leían cada una de las actividades y se daban las respuestas correctas ya sea en forma individual o por todo el grupo
- Algunas respuestas, después de ser leídas de la manera en que se ha señalado, son analizadas en el pizarrón, como lo ilustra el siguiente fragmento:

M: (...) si son 4 niños y tienen nada más tres (hojas) ¿a cuánto les tocará cada uno?

Nos: $3/4$

M: $3/4$

No: $2/4$

M: A ver, permítanme, lo voy hacer de la primera forma, son 1, 2, 3, 4 (cuenta los niños)

Anahi: $1/2$ y $1/4$

M: Si lo partimos éste a la mitad, vamos a ver, éste es para este niño, éste es para este, éste para éste, éste para éste (reparte las mitades a cada uno de los niños) y sobra éste (una hoja)

Nos: lo partimos en cuatro, en cuatro, en cuatro

Nayeli: Y le toca de a $1/4$

Nos: (Sugieren de a cuánto les toca, pero como todos hablan al mismo tiempo no se alcanza a entender)

M: A ver, momento, a este niño le toca éste, éste a éste, este pedazo a éste y éste a éste (reparte los 4 cuartos a cada uno de los niños) y entonces, le toca a cuánto...

Nos: a $1/2$

M: a $1/2$ cada niño, más...

Nos: $1/4$

No: Maestra, ¿y si dividió todas las hojas en cuartos?

M: Permíteme vamos por ahí, vamos con la primera, esto es ... ¿le va: tocar a cuánto?

Na: A medio

M: A tres cuartos, si lo pusieron así, así está bien, vamos hacer otra forma, cómo lo hicieron

Na: Maestra

Nos: Yo, yo, yo, yo, este lo dividió todo en 4

M: A ver, otro niño lo dividió en 4, a ver, este lo dividió en 4, este lo dividió en 4, este también en 4 y este en 4 (divide las 4 hojas que dibujó en el pizarrón en 4 partes)

Na: les toca de a $3/4$

M: ¿A cómo les toca?

Nos: Todos a tres cuartos

M: A ver a $3/4$, 1, 2 y 3 para un niño, 1, 2 y 3 para otro niño, 1, 2 y 3 para otro niño y 1, 2 y 3 para otro niño (establece nuevamente las correspondencias entre niños y fracciones) ¿está correcto?

Nos: Síii

También se observa en esta dinámica que la maestra acepta dentro de su clase las diferentes estrategias de solución pues es con base en ellas que se discuten los resultados.

• Hubo ocasiones en que la actividad admitía varias respuestas y entonces la maestra las solicitaba; el grupo participaba en señalar las respuestas incorrectas, en la validación, en las correcciones; algunas veces las hacía la maestra y otras los niños, como se puede ver en el siguiente ejemplo:

M: Dice (el libro): "Divide la hoja para que puedas colorear una tarjeta grande, una mediana y una chica." ¿Quién me puede pasar a mostrar cómo trazó?

Nos: (Muchos quieren pasar al pizarrón) Yo, yo, yo maestra.

M: Momento, a ver, cómo trazaste para sacar la grande, la chica y la mediana?

(Pasa Hugo al pizarrón y dibuja cómo lo hizo)

M: ¿Está correcta?

Nos: Síii

M: ¿Quién hizo otra cosa?

Nos: Yo, yo, yo maestra, yo maestra

M: Ahorita, ahorita, (pasa Efraín y hace su trazo) ¿Está correcto?

Nos: Sí, no (algunos dicen que sí y otros que no al mismo tiempo)

M: Sí, no ¿Sí o no?

Nos: Sí, no (otra vez algunos opinan que sí y otros que no)

M: Esta es la pequeña (lo muestra en el dibujo) si les haces otro aquí, a otro aquí y otro aquí, ¿saldrá otra igual? Saldrían otras, ¿cuántas iguales?

Nos: cuatro

M: Cuatro, saldrían cuatro más (...).

- Sólo en una ocasión la respuesta a cada una de las actividades fue solicitada a todo un equipo, solicitando la aprobación de la respuesta al resto grupo, como se muestra a continuación:

M: (...) ahora equipo de Adrián, léanme el equipo de ustedes
 Equipo de Adrián: (Los niños leen a coro) "¿En cuál de los repartos crees que le toca más galleta a cada niño? Comenta tu respuesta con tus compañeros y maestro."
 M: ¿cuál fue su respuesta? ¿Les tocó a todos...?
 Nos. del equipo: Iguales
 M: ¿Están bien? (al grupo)
 Nos: (del grupo) Síii

- La maestra permite también que los niños participen para en la aclaración de las dudas, esto lo podemos apreciar en el siguiente fragmento:

La duda se presenta a propósito de una respuesta en la que dos hojas son divididas a la mitad pero una con una línea vertical y otra con una línea horizontal.

M: ¿En cuántas partes está dividido el pastel?
 Nos: en dos
 M: ¿Cada uno a cuánto equivale?
 Nos: un medio
 M: A un... (los niños no contestan) ¿y esto? (señala el otro medio)
 Nos: A un medio
 M: No tiene que ver la forma cómo lo cortes (La maestra trata de explicar a Vicente la equivalencia que existe entre las dos reparticiones)
 Nos: Es igual
 M: Vicente si tú tienes un pastel, así y lo partes así (dibuja 2 rectángulos y los divide a la mitad, uno con una línea vertical y otro con una línea horizontal) y tienes otro pastel y lo partes así, ¿Tú crees que sea diferente?
 Vicente: Sí
 M: ¿Es diferente? ¿por qué? ¿este es más grande que este trozo? ¿Son iguales, o no? (Vicente no contesta)
 Hugo: Son iguales, es como si fuera volteado el pastel
 M: Exacto, es como si este es mi pastel y ahora se me ocurre cortarlo así (vertical), yo lo paro así y lo corto así (se refiere al rectángulo dividido con la línea vertical)
 Nos: Es igual, es igual.

- En la única ocasión en que la maestra pidió que el libro fuera resuelto en equipo, después decidió que fuera por parejas "para que todos tuvieran que hacer algo" sugiriendo que los problemas fueran repartidos entre los integrantes del equipo, para después intercambiar sus respuestas. Algunos aceptaron pero otros protestaron porque decían que sus compañeros "no lo hacían bien" y entonces la maestra sugirió que después de hacer el intercambio rectificaran las respuestas que creyeran incorrectas. Cabe comentar que cuando la resolución de las actividades se hizo en equipo, la revisión de los libros prácticamente se limitó a que los niños pusieran paloma o cruz a las respuestas del libro

que les tocó revisar, la maestra o los niños daban la respuesta correcta sin presentar argumentos. Esto ocurrió por ejemplo en el desarrollo de la lección "*Esferas de plastilina*".

En las sesiones en que se usó el texto, al terminar de resolver todas las actividades de la lección, los niños dejaban sus libros en el escritorio, para que inmediatamente después la maestra los repartiera y los mismos niños fueran los que las revisaran bajo su dirección, al terminar con la revisión la profesora anotaba una calificación numérica.

Uso de material didáctico.

Durante las ocho lecciones que se trabajaron en mi presencia en este grupo, pude apreciar que se hizo uso de material didáctico destinado a ser manipulado por los niños, mismo que en todos los casos no se solicita expresamente, ni se proporciona en el libro oficial.

- **Material didáctico utilizado**

A continuación se muestra un cuadro comparativo del material didáctico manipulable que se requiere (y que en algunos casos lo proporciona el texto) en cada una de las lecciones en relación con el que fue usado por la profesora Nora.

LECCION	MATERIAL SOLICITADO	MATERIAL UTILIZADO
La tienda del pueblo	8 tiras de papel	Ninguno
Cuerdas resistentes	Un pedazo de hilo, regla, metro elaborado por los niños	Hilo y/o estambre, cintas métricas, flexómetros, 10 tiras de cartulina de 10 cm de largo
El día de la ONU	Banderas de diferentes países	Geoplano, banderas de diferentes países
Tarjetas de papel	Hojas de papel, ilustraciones que aparecen en el libro	Hojas de papel, ilustraciones que aparecen en el libro
Galletas redondas	Ilustraciones que aparecen en el libro	Trabajo manual con materiales de reuso realizado en casa, galletas, ilustraciones que aparecen en el libro
Más galletas y más niños	Ilustraciones y recuadros para	Pan e ilustraciones y recuadros

	dibujar	para dibujar
Las golosinas	Ilustraciones con datos numéricos, construcción de una balanza y esferas de plastilina	Dulces, galletas, semillas, dos básculas, ilustraciones con datos numéricos
Esferas de plastilina	Ilustración de los problemas	Papel bond, marcadores e ilustraciones de los problemas

El cuadro nos indica, que en la gran mayoría de las clases se utilizó material manipulable para trabajar el concepto de fracción. En unas es prácticamente el que sugiere la Secretaría, en otras, la maestra lo adecuó o lo complementó. Pero se observa un interés por utilizarlo.

Cabe mencionar que el libro de texto en su parte recortable no contiene materiales que apoyen el trabajo con estas lecciones, no obstante lo anterior, en todas se pide ya sea expresa o implícitamente el uso de material manipulable para trabajar las actividades.

Por su parte, la maestra hizo uso de materiales útiles y atractivos en el desarrollo de sus clases, como lo fueron: cintas métricas, flexómetros, geoplanos, juguetes, galletas saladas, pan, básculas, dulces, papel y marcadores.

Asimismo, cabe señalar que, en cuatro ocasiones la maestra se encargó de proporcionar el material a los niños (el pan, las galletas, los dulces y la báscula) y en el resto de las clases los niños lo llevaron. Este material fue usado tanto para llevar a cabo las actividades adicionales como para realizar las actividades propuestas por el texto. Además pudo verse en general que el material no representó grandes dificultades en su manipulación. A su vez, me parece que la maestra tuvo la suficiente habilidad para guiar adecuadamente su uso.

- Imprevistos en el uso del material

Es necesario señalar que cuando se utilizaron las galletas y el pan se presentaron algunos imprevistos como los que se observan a continuación:

Lección: "Galletas redondas"

M: Oigan están hablando mucho, todavía no se las coman (las galletas), porque me tienen que enseñar los pedazos ¿ehhh? (los niños siguen haciendo mucho ruido) Oigan... (algunos equipos ya terminaron de hacer sus repartos) a ver, ¿yaa?

No: Ya maestra

M: Equipo 3, bien ¿ya terminamos todos los equipos? no se puede comer (las galletas) ¿ehhh?

- Na: Maestra ya lo habíamos repartido y esta Anaíd ya se los comió
 Anaíd: No es cierto
 Na: Entonces ¿en dónde están los demás cachitos?
 M: Entonces, ¿no les salió?
 Na: Sí, ya nos salió, le dimos una cuarta parte
 M: Ah, no importa, ¿partiste la entera?
 Nos: (Del equipo) Sí
 M: Bueno, no importa. (...)

Lección: "Más galletas y más niños"

- Fernando: (A la maestra) ¿Nos puede prestar un cúter?
 M: ¿No traen? ¿Ninguno (ningún niño del equipo)?
 Fernando: Ninguno
 M: ¿Qué pasó? ¿Ya?
 No: Maestra ya echaron a perder su pan
 M: ¡Ay no!, tenían que haberse esperado a que les presten otro cúter, oigan qué equipo tiene dos cúter, préstente uno a estos (niños), oigan (les prestan el cúter y empiezan a cortar su pan) ¿por qué no piden? ¿ya? (...) ¿ya se pusieron de acuerdo? (se dirige al equipo que pidió prestado el cúter)
 Nos: (del equipo) ya

Lección: "Más galletas y más niños"

- M: Número 1, ¿Ya? no he dicho que se coman el pan (...)

En general, en todas las sesiones en que se hizo uso del material, los niños trabajaron muy interesados y pocas veces la atención se dispersó, como fue en el caso de las galletas.

- El material se utilizó con libertad

Es importante mencionar que, a pesar de que la mayoría de las veces se daban indicaciones precisas del uso que debía darse al material, la maestra no limitaba ese uso y permitía una libre interacción con él, un claro ejemplo de esta libertad pudo apreciarse cuando se trabajó con las básculas, pues muchos niños no habían tenido oportunidad de manipularla y en esa ocasión pudieron hacerlo sin restricciones.

- Ajustes ante la falta de material

Durante las observaciones se pudo notar, que la mayoría del grupo cumplía cuando se le solicitaba que llevaran sus materiales. Hubo ocasiones (en 3 de las 10 sesiones) en que muy pocos niños no llevaron su material, en una de ellas la maestra se los proporcionó y en 2 hizo los ajustes necesarios para que pudieran trabajar. Esto se puede constatar con los ejemplos que a continuación se mencionan:

Lección: "Cuerdas resistentes"

M: Ahora vamos a medir a dos compañeros (...)

No: Maestra no tengo hilo

M: ¿No tienes hilo? vete con alguien que tenga hilo, ahí mira, con ella (señala a una pareja de niñas) rápido. (los niños realizan la actividad)

M: (...) (Da inicio a la siguiente actividad que la maestra tiene planeada) Ya habíamos trazado nuestro trocitos de cartulina o de papel, ¿sí?, muy bien, (...) (la maestra pasa a los lugares de los niños a revisar, se detiene con uno que no lleva completas sus tiras) hazlo con hojas, ¿no tienes hojas?

No: No (el niño arranca una hoja de su cuaderno)

M: Pero te voy a dar hojas, porque vas acabar tu cuaderno (la maestra busca y saca hojas de su estante) ¿Alguien más no hizo su trabajo? para que le dé hojas.

Nayeli: ¿Me regala una hoja nada más? (la maestra se la da)

No: Maestra, ¿así? ¿Me regala tantito papel?

M: Sí (le da una hoja)

Lección: "Las golosinas"

M: Vamos a ver, tenemos una báscula ahí, por equipos, yo les había pedido una por equipos (normalmente forma 7 equipos) pero como siempre, no cumplen, ¿verdad?, vamos a ver nada más con esas 2 básculas (vamos a trabajar). Mírel, me puedes decir tú ¿Qué es lo que medimos en una báscula? ¿Qué hacemos con la báscula? (...).

Es evidente que el material cobró gran importancia a lo largo de todas las sesiones, pues en general las lecciones parecen estar organizadas de manera que a partir del material manipulable es que los niños pueden construir las conceptualizaciones.

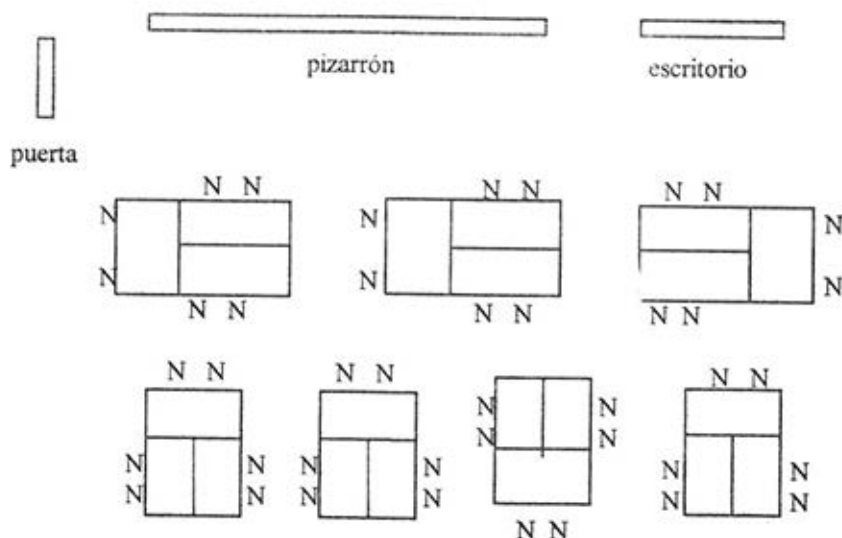
Finalmente cabe mencionar que el costo de los materiales con que se trabajó estuvo al alcance de todos, por lo cual el material no representó un obstáculo para el desarrollo del trabajo. También conviene mencionar, en relación con el material, que en este grupo no se hizo uso de materiales producidos por editoriales privadas, ni aún como fotocopias, durante el tiempo que estuve como observadora.

Organización del grupo.

- La disposición física no corresponde necesariamente a la forma de trabajo

Aquí es importante distinguir entre la manera en que se acostumbraba acomodar el mobiliario y la forma de organizarse para trabajar en la clase. Es decir, los niños podían estar agrupados físicamente <<en equipos>> pero el trabajo pudo haberse realizado en forma individual o por parejas. Al contrario, los niños pudieron estar sentados de dos en dos y de repente al interactuar trabajar en equipos de tres personas o más. La mayoría de las veces los niños se organizaban en equipos físicamente, cada equipo constaba de seis elementos, que

hacían un total de siete equipos, y como sus bancas eran binarias colocaban dos de frente y una al lado como se muestra a continuación:



N= Niño o Niña

Durante cada sesión, empero, la maestra indicaba trabajar hasta de tres maneras: como estaba organizado el equipo, por parejas y en forma individual. El trabajo en forma individual se presentaba generalmente cuando se trataba de contestar el libro (recuérdese que sólo en una lección se solicitó explícitamente resolver en equipos). En general las lecciones fueron contestadas de manera individual o con intercambios entre los compañeros cercanos que la maestra no promovía oficialmente pero que tampoco obstaculizaba.

•Concentrado de las formas de organización física y trabajo intelectual

A continuación se muestra un concentrado en el cual se puede apreciar la organización del grupo y la forma de trabajo durante las sesiones:

SESION (FECHA)	ORGANIZACION	REALIZACION DEL TRABAJO
211097	De 2 en 2	Individual(trabajo con la

		<p>cuerda</p> <p>Equipos de 3 (sólo se levantan de su lugar para medirse)</p> <p>Individual (construcción del metro)</p>
231097	Equipos (6 personas)	<p>Individual (repaso de lo visto en la lección anterior, medición de objetos)</p> <p>Individual (realización de las actividades del libro)</p>
111197	Equipos (6 personas)	Individual (introducción del contenido: numerador y denominador)
181197	Equipos (6 personas)	<p>Individual (trabajo con el geoplano)</p> <p>Individual (contestan el libro)</p>
271197	Equipos	Equipos (repartos de hojas de papel entre un número determinado de niños)
011297	Equipos (6 personas)	<p>Individual (repaso de fracciones equivalentes, cada niño trabaja con su geoplano)</p> <p>Individual (resolución del libro)</p>
020298	De dos en dos Equipos (6 personas)	<p>Individual (introducción al contenido)</p> <p>Equipos (reparten las galletas entre un determinado número de niños)</p>
160298	Equipos (6 personas)	<p>Individual (resuelven el libro)</p> <p>Equipos (repartición de un pan -resolución y exposición-)</p> <p>Individual (resolución del libro)</p> <p>Equipos (revisión del libro, cada uno de los equipos lee la pregunta y la respuesta)</p>

241298	Equipos (2 cada uno de 21 personas)	Equipos (resolución de problemas) Individual (resuelven el libro)
1103 98	Equipos (seis personas)	Equipos (Resolución de problemas y exposición) Equipo y/o por parejas (resolución del libro) Individual (revisión del libro)

En este concentrado puede verse lo que antes había señalado: que la disposición física no corresponde necesariamente a la forma de trabajo intelectual.

- Interés de la maestra porque se realizara un verdadero trabajo en equipo

Es importante mencionar sin embargo, que cuando la maestra tenía planeada alguna actividad para desarrollarse en equipo, procuraba que en ésta efectivamente todos participaran, una muestra de esto la transcribimos a continuación:

Lección: "*Más galletas y más niños*"

M: Bien, por favor todo el equipo tiene que decidir lo que van hacer, no nada más uno u otro y los demás sólo están observando, ¿ya Monserrat? (le llama la atención a la niña) tienen que pedir su opinión a los demás y participar todos, no nada más siempre los mismos ¿entendido?

Nos: Síii

M: Porque los demás nada más están viendo que es lo que hacen sus compañeros (...)

Lección: "*Esferas de plastilina*"

M: Cuando vayan terminando me lo pasan a pegar y me van a explicar cómo lo resolvieron, (...), ahorita que lo resuelvan entre todos por favor, el que no participe me avisa (los niños tratan de ponerse de acuerdo y empiezan a trabajar en la resolución de sus problemas. La maestra pasa a los lugares de los niños a revisar) Al resolver deben estar todos, lo pueden leer todos, deben pensar todos (la maestra hace comentarios con los niños de los equipos). Fíjense bien qué, les están pidiendo (...)

El siguiente párrafo nos da cuenta de que el trabajo en equipo era del agrado de los niños:

M: (...) pues ahorita vamos a resolver un problema, por filas porque no nos organizamos por equipos, para ver... (los niños la interrumpen porque quieren trabajar por equipo) pero cada quién me va a resolver su problema. ¿Sí? a ver qué equipo es el más listito (se refiere a la fila)

Nos: ¡Equipos, equipos, equipos! (a coro)

M: Pero vamos a tardar en organizarnos, bueno ya, esta fila nada más voitea así las bancas, rápido para hacer un equipo (todos los niños empiezan acomodar sus bancas) (...)

Conviene decir, que aunque la maestra no diera la indicación en forma expresa de que se trabajara en equipo, sí se permitía el intercambio espontáneo entre los compañeros, solamente cuando indicaba que el trabajo debía realizarse en forma individual, trataba de que así fuera.

Duración de las sesiones.

La duración de las sesiones fue muy distinta: la más corta fue de 1 hora y la más larga de 3 horas; la mayoría duró de entre 1 hora y media y 2 horas. Sin embargo, lo prolongado del tiempo no afectó el interés de los niños pues en la mayoría de las sesiones la maestra logró conservarlo hasta el final. De cualquier manera, sí es conveniente señalar que, al menos en este grupo, se necesitó bastante tiempo para desarrollar las lecciones relacionadas con el concepto de fracción. Tal vez los resultados compensen el tiempo invertido.

IV. LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN EL SALÓN DE CLASES: LOS NIÑOS DE LA MAESTRA NORA HACEN Y DICEN

Introducción

Uno de los principales propósitos de la nueva propuesta para la enseñanza de las matemáticas es precisamente la construcción por parte de los alumnos de procedimientos y estrategias en la resolución de situaciones problemáticas; el maestro debe evitar los procedimientos únicos de solución y permitir que el niño con sus recursos y conocimientos construya sus propias estrategias de solución. "Los problemas en este enfoque tienen un sentido más amplio (del que tradicionalmente se les ha otorgado), corresponde a situaciones ricas que le permitan al niño usar los conocimientos adquiridos y desplegar diversos recursos, de tal manera que se promueva la construcción de nuevos conocimientos. (SEP, 1992, p. 11)

A continuación se muestra una selección de la actividad matemática que en el transcurso de las clases registradas los niños realizaron en aula. En estos fragmentos se puede observar cómo los niños logran distintas cosas: elaborar sus propios procedimientos y estrategias de solución; argumentar sus respuestas (aunque en algunas ocasiones con mayor claridad y amplitud que en otras); hacer reflexiones y obtener conclusiones que permiten la comprensión y adquisición del conocimiento. Así mismo, es posible observar cómo los niños logran un manejo adecuado de los contenidos matemáticos.

Es importante señalar además que la actividad en clase también consistía a veces en seguir consignas precisas para la realización de las actividades. Mostraremos enseguida una selección de todos los tipos de actividad que se realizaron en las clases. Las actividades se presentan de acuerdo con las diferentes lecciones del libro de texto ya que es nuestro interés analizar los procesos que se provocan con cada una de las situaciones planteadas en él.

1. LECCIÓN "CUERDAS RESISTENTES"

Medición de estaturas. La actividad que se presenta a continuación se lleva a cabo antes de resolver la lección y consiste en la medición de estaturas de los compañeros:

M: Ahora vamos a medir a dos compañeros, pasen Nayeli y Efraín (Pasan al frente y el niño mide a su compañera utilizando las cuerdas que pertenecen a cada uno de ellos, cada uno de los niños cuenta con una cuerda que mide 1 metro, la maestra los ayuda: indica que primero se va a medir con una de las cuerdas, esto se hará desde el piso hasta donde alcance y después se va a completar

con la mitad de la otra cinta, la cual va a ser medida posteriormente con la cinta métrica y de esa manera van a saber cuánto mide la niña) (Una vez que Efraín termina de medir a su compañera con la segunda cinta, de acuerdo con las indicaciones de la maestra, ésta señala hasta donde llegó y después el niño mide el trozo de estambre con la cinta métrica) ¿Cuánto mide Nayeli? (la maestra se dirige a Efraín).

Efraín: 1.35.

M: Un metro con treinta y cinco centímetros. (la maestra pide al resto de los niños que se midan con el mismo procedimiento). Ahora ustedes se van a medir, de la misma forma que lo hizo Efraín con su compañera.

(Los niños empiezan a formar sus equipos para medirse, hacen mucho ruido).

En esta actividad no obstante que resultó de mucho interés para los niños, ellos no tuvieron oportunidad de sugerir procedimientos para medirse, pues la maestra dio indicaciones precisas para hacerlo. Sin embargo, podemos destacar algunas preocupaciones que ellos externaron, por ejemplo: si para la medición debían considerar los tacones de sus zapatos o si era necesario quitárselos. La decisión fue distinta en cada equipo, y se tomó en conjunto.

Medir con el decímetro. En la siguiente actividad, que corresponde a la misma lección, la maestra pide que midan en decímetros algunos objetos (los niños ya habían trabajado el contenido relacionado con el concepto de decímetro)

M: (la maestra pregunta) Hugo, ¿cuánto midió tu banca?

Hugo: 10 decímetros con 9 centímetros, ya casi iban 11 (decímetros)

M: Ahora me van a medir lo ancho de su banca

Nos: 40

M: ¿Cuántos decímetros son?

Nos: 4

M: Felicitas, ¿cuántos decímetros mide tu banca?

Felicitas: 49

M: No, ¿cuántos decímetros son? (la niña no contesta) ¿Quién le ayuda a su compañera?

No: 4

M: 53 centímetros es igual ¿a cuántos decímetros?

Nos: a 5

M: y sobran ...

Nos: 3 (centímetros)

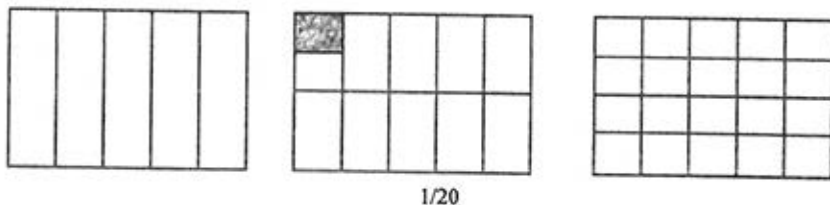
En esta actividad, la maestra en ningún momento solicitó que se propusieran procedimientos para realizar esa medición, sin embargo, tampoco indicó cómo hacerlo (tal vez porque la sencillez de la tarea no lo requería). El requisito que sí definió fue que al dar a conocer sus resultados lo hicieran en decímetros. Pudo apreciarse el entusiasmo con el que los niños llevaron a cabo estas actividades, al hacer uso de sus cintas métricas, metros, reglas y "metros de albañil" (flexómetros).

2. LECCIÓN “EL DIA DE LA ONU”

Identificación de fracciones equivalentes: la maestra ilustra e interroga. Esta lección tiene por objetivo que los niños identifiquen cuáles banderas están divididas en mitades, tercios, cuartos, quintos y sextos. (Véase anexo 10). Las siguientes actividades anteceden al uso del libro de texto.

En el pizarrón hay dibujados tres rectángulos de aproximadamente las mismas medidas (lo anterior porque la maestra no midió los lados de las figuras); uno está dividido en quintos, otro en décimos y otro en veinteavos. La maestra trata de hacer comprender a los niños que entre más grande sea el denominador, la parte que representa la fracción es más pequeña, también hace uso de fracciones equivalentes.

M: (...) a ver pásale Carlos, ilumíname $1/20$ (Carlos pasa e ilumina la mitad de $1/10$)



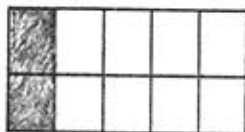
M: Iluminó la mitad ¿estará correcto? (dirigiéndose al grupo)

Nos: Sí

M: Fíjense ahora, (...), muy bien, ya lo iluminó, ese es un...

Nos: veinteavo

M: Y éste es...el que había iluminado es un... (con anterioridad una niña pasó a iluminar un quinto en el rectángulo de los décimos, es decir, dos décimos)



Nos: quinto

M: Un quinto fíjense, porque es el mismo trocito de aquí, ¿sí notan la diferencia que hay?

Nos: Sí (...)

Obtención de conclusiones: se mantiene la guía de la maestra. Posteriormente la maestra solicita una conclusión respecto a todas las fracciones que se trabajaron ($1/2$, $2/4$, $3/6$, $4/8$, $8/16$ y $9/18$)

M: Qué observas tú allí (le está preguntando a Alain) Ya me dijiste que esta dividido en diferentes fracciones. Pero ¿qué pasó?, a la larga ¿qué sucedió?

Nayeli: Que son diferentes

M: Que son diferentes, pero a la vez qué.

Areli: Que un medio es igual a $2/4$, y $2/4$ a $3/6$, y $3/6$ a $8/8$ ($4/8$), y $18/18$ ($9/18$) a $8/16$.

M: Muy bien, a ver ¿ya? ¿alguien más? Carlos, ¿puedes decirme ya?, qué observas Carlos, aquí por favor (se refiere a los rectángulos que están dibujados en el pizarrón)

Carlos: Que están divididas en diferentes fracciones pero que tienen el mismo valor.

Estos dos últimos fragmentos permiten observar cómo los niños obtienen conclusiones respecto de las fracciones equivalentes, a partir de las actividades que realizaron. Para hacerlo, van respondiendo a los cuestionamientos que la maestra les plantea.

Nayeli explica por qué no son tercios: observación acerca de la no igualdad de las partes. El fragmento que sigue forma parte del trabajo realizado con el texto y corresponde a la misma lección. La maestra trata de que los niños comprendan la frase que dice Sonia (es uno de los personajes que aparece en el texto)

M: Pasamos a la siguiente: "Sonia dice que todas las banderas divididas en tres partes, están divididas en tercios" ¿Chile esta dividida en tercios? (Véase en el anexo 10 la figura de la página 48)

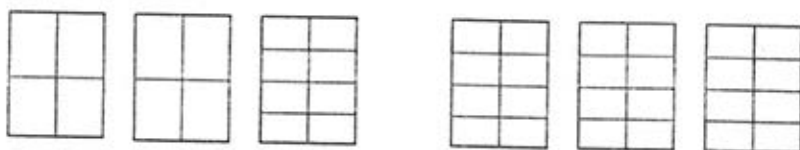
Nos: Sí

Nayeli: No maestra, unos lados están mas grandes y otros están más pequeños

Este pequeño argumento que la niña expresa, realmente es un razonamiento inicial que se asocia con una condición fundamental del concepto de fracción: la igualdad de las partes. Esta noción, expresada por Nayeli, probablemente ayudará a los demás niños a desarrollar con posterioridad un manejo adecuado del concepto de fracción (en su representación de modelo "del pastel").

3. LECCIÓN "TARJETAS DE PAPEL"

Reparto de hojas: argumentación de respuestas con base en la equivalencia de fracciones. El siguiente fragmento corresponde a la actividad cuatro de la lección mencionada (ver anexo 11). Es una actividad que se realiza en grupos pequeños. Al equipo que estoy observando la maestra les da 3 hojas para que las repartan entre 8 niños. Los integrantes del equipo inician el trabajo para saber qué fracción le corresponde a cada quién. Después de comentar e ilustrar a través de dibujos (que enseguida se ilustran) las posibilidades, discuten si les toca de $1/4$ más $1/8$ ó a $3/8$.



Cuando la maestra se acerca a revisar el trabajo del equipo, Josefina (una de las integrantes del equipo) le explica que de una hoja salen 4 partes, de otra hoja otras 4 y de la última 8 y a todos les tocaría lo mismo, es decir, a cada niño le tocarían $1/4$ y $1/8$ (la maestra asiente solamente con la cabeza y se retira para continuar revisando a los demás equipos). (Después de que la maestra se retira los niños continúan comentando):

Nayeli: (les dice a sus compañeros) Nos toca a un chiquito y un grande ($1/4$ y $1/8$)

Ma. de los Angeles: No, la maestra dijo partes iguales

Josefina: (reparte a cada uno de los niños como lo explicó a la maestra a $1/4$ más $1/8$) ¿Vieron? no sobró ninguna

Nayeli: (Esta niña reafirma lo realizado por su compañera) A todos nos tocó igual.

No: Si la partiéramos así (el niño parte por la mitad los cuartos para obtener octavos y reparte a cada uno tres octavos) hagan de cuenta que nos tocó a 3 partes iguales.

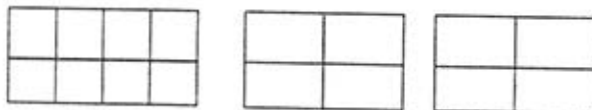
Comunicación de resultados. Una vez que todos los equipos terminan de realizar sus repartos, la maestra pide a los equipos que expliquen cómo llevaron a cabo su repartición. Al tocarle el turno al equipo de Josefina ella se encarga de explicar.

M: Siguiendo equipo 8 niños 3 hojas. ¿Cuánto le tocó a cada uno?

Josefina: de a $1/4$ y $1/8$

M: ¿Cómo dividieron sus hojas?

Josefina: 2 hojas en cuartos y una en octavos, nos dieron 8 octavos y 8 cuartos (la maestra dibuja las tres hojas y las divide como lo dice la niña)



Esta es una actividad en la que la maestra dio libertad para que los niños generaran y utilizaran sus propias estrategias. La actividad permite ver las diferentes formas de proceder y de solución respecto a una misma situación; también permitió, ilustrar el resultado del reparto y las posibilidades de argumentar y defender las respuestas por parte de los niños. Sin embargo, también es evidente que existe dificultad para interpretar la frase “repartir en partes iguales” pues como lo expresa María de los Angeles, para ella no resulta adecuado dar a cada quien $1/4$ y $1/8$, porque $1/8$ y $1/4$ no son partes iguales, creo que para esta niña lo correcto hubiera sido dar a cada quien, por ejemplo, $3/8$; porque los octavos entre sí, sí son partes que representan la misma porción.

4. LECCIÓN "GALLETAS REDONDAS"

Reparto de galletas y justificación de respuestas. Esta actividad se realizó antes de que los niños hicieran uso de su libro de texto. Al iniciar, la maestra reparte las galletas e indica a los niños que debe hacerse un reparto. El reparto correspondiente debe hacerse de acuerdo al número de galletas y niños que la maestra indica. Después, se presentan las respuestas.

M: (...) equipo número uno, les tocó tres galletas para 4 niños, ¿a cómo les tocó?

Nas: $1/2$ y $1/4$

M: Un medio y un qué...

Nas: y $1/4$

M: Ellas dicen que les tocó de $1/2$ más $1/4$ (lo anota en el pizarrón) ¿está correcto?

Nos: (algunos) ¡nooo!

M: ¿Sí o no?

Nos: ¡Nooo!

M: A ver el equipo de allá, el 5, vamos a resolver su problema de ellas, porque ellas nos dicen que al equipo número 1 les di 3 galletas para 4 niños, y ellos dicen que les tocó de $1/2$ más $1/4$, ¿está correcto?

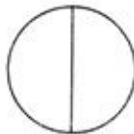
Nos: (algunos dicen si y otros no)

M: Primero acá, ella dice que no está correcto, ¿por qué crees tú que no está correcto? (la maestra se dirige a una de las niñas, la niña se queda callada y no dice nada, entonces la maestra continúa).

M: ¿Alguien no está de acuerdo? ¿Todos están de acuerdo que está en lo correcto?

Nos: Sííí (Nayeli se pone de pie y con sus dibujos que hizo en su cuaderno, los cuales muestra desde su lugar a sus compañeros y a la maestra, realiza su explicación)

Nayeli: A este le toca uno, dos, tres, cuatro (señala uno por uno los medios), uno, dos tres, cuatro (señala también los cuartos).



M: Muy bien, ella ya lo hizo en el cuaderno para ver si de verdad están correctas sus compañeras, si está correcto, les toca a cada uno a $1/2$ más $1/4$, como dice su compañera, (...), para que ellos pudieran repartir esas galletas tuvieron que hacerlo así, porque de lo contrario no salía o al menos que el otro niño le cortara la galleta un cuarto, un cuarto, un cuarto y así se juntara para el otro, y el otro y el otro le tocarían $3/4$ ¿sí? Ahora $1/2$ más $1/4$ ¿cuánto sería?

Nos: (muy pocos) tres...

M: Tres...

Nos: (algunos) cuartos

En relación con la respuesta del equipo, se generó un pequeño debate. Resultó importante porque eso permitió que las niñas expresaran argumentos para justificar la validez de su respuesta. La niña recurrió a los dibujos como una estrategia de solución y a su vez para justificar su respuesta ante el grupo. Al final, la maestra retoma los argumentos de la niña y podemos decir que los "oficializa".

5. LECCIÓN "MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS"

Reparto de pan: uso libre de fracciones equivalentes. En la siguiente actividad (que también se realiza en equipo) los niños debían repartir un pan entre 5 personas, esto con la indicación de que les debe tocar a más de una parte (un trozo) a cada quien (es decir, a una fracción distinta a $1/5$). Una vez que terminan de realizar los repartos, la maestra pregunta por el resultado del reparto.

M: El siguiente equipo, el de María de los Angeles (la maestra dibuja un pan en el pizarrón) ¿En cuántas partes lo dividieron?

Nos del equipo: en 10

M: Su pan de ellos lo repartieron en 10, ¿a cómo le tocó a cada niño?

Nos: A dos ...

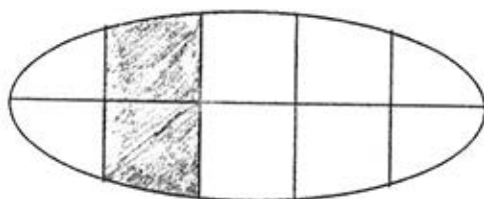
M: ¿A dos qué?

Mario: diezavos

M: Dos diezavos o ¿dos qué?

Nos: Décimos.

M: A dos décimos, entonces fueron 5 niños...(la maestra divide el dibujo en 10 partes, dibuja 5 niños e ilumina dos décimos)



$$1 = 10/10$$

$$2/10 \text{ para cada niño}$$

La maestra continúa interrogando a otro equipo.

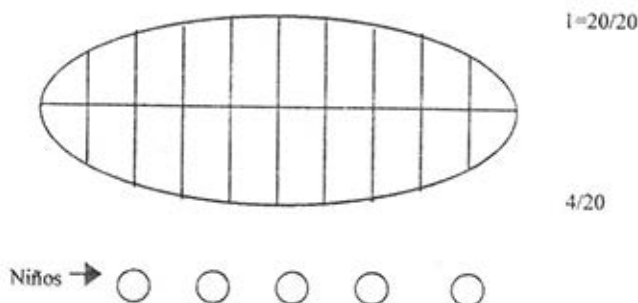
M: (...) A ver el equipo de acá, ¿a cómo les tocó?

Adrián: a veinteavos

M: ¿En cuántas partes partieron ese pan?

Adrian: en 20

M: en 20 partes partieron estas niños su pan (la maestra dibuja el pan y los niños, después lo divide en 20 partes)



- M: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... (termina de dividir el pan en las 20 partes) estas niños quisieron cortarlos en más pedazos ellos los cortaron en 20 partes ¿cómo se va a llamar cada uno de estas? (lo señala) un...
- Nos: Veinteavo
- M: Un veinteavo, según ellos un veinteavo, muy bien ¿a cómo les tocó a cada niño?
- Nos: (pocos) a 4
- M: A ...
- Nos: (algunos) cuatro
- M: ¿A cuatro qué?
- Nos: veinteavos
- M: A cuatro veinteavos. Muy bien, entonces estas niños también son 5 (dibuja los 5 niños) ¿sí? en veinte...
- Nos: ...avos
- M: Y le tocó a cada niño ¿cuántos?
- Adrian: a 4 veinteavos
- M: ¿4...? (el tono de la maestra indica a los niños que deben completar)
- Nos: veinteavos

La actividad anterior la propuso la maestra para complementar las propuestas en la lección correspondiente. Resultó una actividad provechosa, sobre todo por la restricción que la maestra menciona al plantear el problema, "Debe de tocar más de un trozo". Esa restricción obligó a los niños a buscar soluciones en las que tenían que utilizar fracciones equivalentes. En la discusión se observó que los niños establecieron de manera muy natural la equivalencia entre $1/5$, $2/10$ y $4/20$.

6. LECCIÓN "LAS GOLOSINAS"

Calcular el número de dulces necesarios para tener 250 gramos: uso de estrategias diversas. Entre los problemas que la maestra planteó en forma oral y que iban dirigidos a todo el grupo para iniciar el trabajo con esta lección tenemos el siguiente: ¿Cuántos dulces de 6 gramos necesito para tener 250 gramos?

Efraín: 43 (con anterioridad a la intervención de Efraín la maestra y los niños ya habían revisado algunas de las respuestas propuestas para este problema, sin llegar todavía a la solución correcta, entre esas respuestas estaban, por ejemplo, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, etc.)

M: ¡Ay Efraín! si con 42 se pasa

Na: Con 43 más (se refiere a que con 43 dulces se pasa más de 250 que con 42)

M: A ver, vamos a ver qué sucede aquí

Mirel: Se pasa

M: A ver Carlos

Carlos: toca a 41 y $\frac{2}{3}$

M: 41 y $\frac{2}{3}$ dice su compañero, ¿pero entonces tengo que partir el dulce? A ver, vamos a ver, si aquí se pasa y aquí le falta... (...) (La maestra continúa con otro ejemplo y ya no retoma la respuesta de Carlos)

Este pasaje nos da la oportunidad de observar que los niños dan respuestas bastantes aproximadas a la solución del problema, así como la capacidad que los demás compañeros tienen para externar sus puntos de vista sobre la respuesta del compañero, y en este caso tratar de explicarle por qué es errónea su respuesta, tomando como base los resultados propuestos y revisados con anterioridad.

La respuesta que Carlos propone al problema planteado (41 y $\frac{2}{3}$) es sumamente interesante y habla de la evolución de su pensamiento en relación con las fracciones y del uso que hace del concepto de fracción ante una situación problemática, pues ofrece una solución correcta (a pesar de que la situación planteada difiere de la realidad). Sin embargo, (y me parece que desafortunadamente), su respuesta no es retomada por la profesora, quien cambia enseguida de actividad.

Calcular cuántas cajas de chocolates se necesitan para tener un kilogramo: explicitación de las posibles estrategias de solución. En el fragmento que a continuación se transcribe y que pertenece al trabajo con el libro de texto, los niños exponen la solución del siguiente problema: "Un kilogramo es igual a 1 000 gramos ¿Cuántas cajas de chocolates se necesitan para tener un kilogramo?" (en el texto aparece el dibujo de una caja de chocolates de 100 gramos)

M: Un kilogramo es igual a 1000 gramos, ¿verdad Monserrat? ¿Cuántas cajas de chocolates se necesitan para tener un kilogramo?

Nos: 10 (cada uno de los niños ya había resuelto el problema en su libro y con sus propias estrategias)

M: ¿qué hicimos? ¿qué operación hicieron?

Alain: Suma

M: Pudieron haber sumado, ¿qué sumaste? (dirigiéndose a Alain)

Alain: 10 más 10, más 10, más 10

M: 10 más 10, más 10, no, sumaste 100 más 100 ¿Cuántas veces sumaste 100?

Alain: 10 veces

M: ¿Qué otra cosa podemos hacer? para no estar sume y sume, a ver niños ¿qué les pasa?, nadie veo que conteste ni nada, todos están pasivos, a ver, en lugar de estar sumando 10 veces 100...

Nos: multiplicación, multiplicar (al mismo tiempo)

M: lo vamos a simplificar, ¿cómo lo hacemos?
 Nos: multiplicar, multiplicar
 M: 10 por ...
 Nos: (algunos dicen 10 y otros dicen 100)
 M: ¿10 por 20?
 Nos: No, 10 por 100
 M: 100 por ...
 Nos: 10 (la maestra anota $100 \times 10 = 1000$)
 M: y nos da ... 1 000, entonces un kilogramo es igual a 1 000 gramos ¿Cuántas cajas de chocolates?
 Nos: 10

En este fragmento, puede verse que de acuerdo con la nueva propuesta, la maestra permitió que los niños usaran una estrategia personal (como fue la suma) para obtener la respuesta. También les es solicitado expresar la forma en que obtuvieron la respuesta, aunque parece ser que es más importante para la maestra el resultado que los procedimientos. Alain, uno de los niños, dice que resolvió utilizando la suma. Hubiera sido interesante que la maestra permitiera a otros niños expresar sus estrategias pero ella parecía tener interés en que se utilizara la multiplicación y en que se precisara cuál era el resultado correcto. Entonces ella orientó el interrogatorio para poder llegar a esos puntos y dejó de lado otras posibilidades de discusión.

7. LECCIÓN "ESFERAS DE PLASTILINA"

Explicar el resultado: establecimiento y justificación de equivalencias entre fracciones del kilo. La maestra da inicio a la clase dando a cada uno de los equipos un problema diferente anotado en una hoja de papel; da la consigna de resolverlo en equipo. También pide que el problema, la forma como lo resolvieron y el resultado, sea anotado en el pliego de papel bond que les repartió. Una vez que terminan todos los equipos, los niños pasan al pizarrón a pegar sus respectivos pliegos y a explicar sus resultados. El equipo de Efraín pasa al frente a explicar el resultado.

M: El siguiente equipo pásenle por favor, Fernando y Efraín, a ver, ya. (En el pliego aparece lo siguiente)

En el mercado compré una esfera que pesa $\frac{3}{4}$ kg. Y la otra de $\frac{3}{4}$ de kg. ¿Cuántos gramos pesan por las 2?

Operación	Operación	Resultado
$\begin{array}{r} 750 \\ + \underline{750} \\ 1500 \end{array}$	$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$	1500 Resultado $\frac{6}{4}$

Efraín: (Lee en voz alta el problema) *En el mercado compré una esfera que pesa $\frac{3}{4}$ de kilogramo y la otra de $\frac{3}{4}$ de kg. ¿Cuántos gramos pesan por las dos?*

M: A ver, fuerte

Fernando: 75 más 75 (Fernando es otro integrante del equipo)

M: ¿Cómo que 75? (los niños se ríen) oigan ya, ya, Francisco

Fernando: 750 más 750 dan un kilo y medio

M: ¿Perdón?

Fernando: kilo y medio

M: ¿Qué dices? ¿qué son kilo y medio? ¿está correcto? ¿sí o no? (la maestra se dirige a todo el grupo)

Nos: (algunos niños del grupo dicen sí y otros no)

M: ¿sí o no?

Nos: ¡Síiii!

M: ¿Por qué kilo y medio? Mario, sí está correcto (Mario también es del equipo), pero dime ¿por qué son kilo y medio? ¿por qué dices tú que son kilo y medio? si ahí son 1 500, ¿por qué? ¿1500 qué? o ¿kilo y medio es igual a qué?, ándale Mario (Mario no contesta)

M: Que te ayude tu equipo

Na: Porque sumamos 750 gramos más 750 gramos y nos da 1500, pero estamos en kilos, entonces se dice medio kilo

M: Kilo y ...

Nos: medio

M: muy bien, a ver, ¿cómo lo explicarías tú? (a Mario)

Mario: 750 y 750 suman 1500 en total son kilo y medio

M: Kilo y medio, porque kilo y medio es igual a 1500. Muy bien hasta ahí, Mario pásame a explicar la siguiente operación, qué hiciste, que es, una... (lo dice en un tono que indica complementar la frase)

Na: ¡suma de fracciones!

M: suma de ...

Nos: fracciones

Mario $\frac{3}{4}$ más $\frac{3}{4}$ es igual a $\frac{6}{4}$

M: a $\frac{6}{4}$, y ustedes creen que sea lo mismo ¿1500 gramos a $\frac{6}{4}$?

Nos: ¡Nooo!

M: ¿Y entonces está mal?

Nos: (algunos) ¡Nooo!

M: está bien, porque sumé 3 más 3 son 6, 4, ya dijimos que se pone el mismo 4, entonces $\frac{6}{4}$ y 1500 gramos es su equivalencia ya lo vimos en un entero, (...) el resultado, a ver dime el resultado por favor

Fernando: kilo y medio

M: no, no, no, dime bien el resultado

Fernando: Resultado kilo y medio y el otro resultado $\frac{6}{4}$

M: Ajá, y kilo y medio es igual a qué?

Fernando: kilo y medio es igual a ...

M: ¿A qué?

Fernando: a 1500 g.

M: 1500 gramos, aquí dice 1500 gramos (se refiere al resultado que los niños anotaron en la hoja de papel bond), (...)

Esta fue la última de las lecciones que observé trabajar en el grupo de la maestra Nora. La discusión (guiada por la profesora) nos permite apreciar la relativa facilidad con que los niños que participaban en ella, utilizaban los conocimientos desarrollados a lo largo de la secuencia. No es sencillo que los niños establezcan la equivalencia entre kilo y medio,

1500 gramos y $\frac{6}{4}$. Y, al menos los niños que participaron expresando o discutiendo sus resultados muestran que lograron establecerla.

V. LAS REPRESENTACIONES QUE GUIAN LA PRACTICA DE LA PROFESORA NORA

La entrevista que aquí se analiza se realizó una vez que finalizaron las observaciones y registros de clase en el grupo y se hizo en forma personal a través de preguntas abiertas, con la finalidad de que la profesora expresara con libertad sus opiniones y puntos de vista, de manera que pudiéramos descubrir en ello sus representaciones.

- **Opiniones sobre la propuesta para la enseñanza de las fracciones**

A decir de la profesora, siguiendo la propuesta oficial los niños aprendieron “mucho mejor”, “maduraron”, eran capaces de sacar conclusiones y empezaban a formarse un criterio propio, también su capacidad de razonamiento y análisis se acrecentó.

Con respecto al tipo de trabajo que llevaba a cabo durante las sesiones observadas, la profesora notó que a los niños “les encantaba, les gustaba” pues, “era otro tipo de trabajo”: usaban material, jugaban, hacían otras cosas, el trabajo no era tedioso, no se daba lo mismo todos los días, además el niño ahora hacía las cosas conociendo el porqué de ellas. Sin embargo, la profesora deja entrever que ahora que se terminó la secuencia de fracciones ha dejado de trabajar con la propuesta pues dice “yo creo que se puede hacer mucho, mucho más si siguiera yo con la misma técnica con que empecé o que cuando tú estabas presente (se refiere a las ocasiones en que se realizaron los registros de clase), se lograría mucho más, nada más que el tiempo también es insuficiente”.

El texto en general le parece muy bueno, porque se relaciona en todo, aunque antes ella no lo llevaba así, “daba un tema por acá y este no me gusta, este como que se me hace difícil este *lo boto*, entonces al niño se le complica más, porque no tiene las nociones, las bases” explica que no se puede tratar un tema si no se ha visto el anterior, “no se podría resolver el libro, costaría mucho más trabajo”.

La propuesta que ofrece el texto para trabajar las fracciones, continúa la maestra, contiene un buen seguimiento “porque empiezan de lo más sencillo y ya se va complicando”. Por ejemplo: a través de dibujos, los niños ya saben cuánto es $\frac{1}{4}$ de 10, las fracciones equivalentes y las fracciones mixtas, por ejemplo representar $5\frac{1}{2}$.

La lección de fracciones que le pareció más difícil fue la de “Las galletas”, el reparto le ocasionó mucha confusión y se salió del tema, no pudo conservar un orden, la razón por la cual sucedió esto, es que pensó que era fácil darlo y no hubo preparación alguna, al momento de dar la clase vio que no era así. Sin embargo, la maestra manifiesta que ninguna

de las lecciones de fracciones fue fácil. Llamando la atención la frase “lo difícil viene después, porque ya en un problema ya es otra cosa”.

Sin embargo, la maestra no sugiere ninguna modificación al libro de texto, solamente comenta que hay algunas lecciones que vienen muy complicadas, junto con otras bastante accesibles (como por ejemplo las de cuerpos geométricos).

Finalmente señalaremos que, la maestra afirmó que la experiencia obtenida durante las clases registradas fue compartida con sus demás compañeras y utilizada como referente para el desarrollo de los mismos contenidos en los otros grupos y que después de finalizar las observaciones continuó trabajando de la misma manera, aunque no en todas las actividades; y que en un futuro le gustaría seguir haciéndolo, “aunque a la mejor lo pensaría”.

- **El uso de los materiales oficiales.**

La maestra, expresa que sus alumnos serían capaces de resolver sin su ayuda el texto gratuito, siempre y cuando ya hubieran visto el tema. A su vez, señala que ha habido ocasiones en que ella no ha interpretado correctamente las instrucciones y ha aceptado, e incluso se ha enojado, cuando los niños no se percatan del error y tampoco se lo hacen saber.

Durante la resolución de las actividades propuestas en el libro, si la maestra nota que existe mucha dificultad, pide que lo cierren y entonces hacen ejercicios en el pizarrón y en su cuaderno, cuando nota que ya son suficientes, vuelven al libro. Con base en esta perspectiva es que las actividades adicionales que la maestra trabajaba antes de resolver el libro las hacía porque ella pensaba que era difícil trabajar directamente con dicho material, eran para introducir el tema “como una motivación de lo que hay en el texto”. Ella aclara sin embargo, que existen lecciones que sí se pueden trabajar directamente “cuando son muy sencillas”, si ya el niño tiene la idea puede resolver el libro, “pero cuando el niño está en blanco no te puede hacer nada desconocido”.

- **Sus concepciones sobre las matemáticas.**

La maestra Nora expresa que concibe a las matemáticas como “lo más importante de la vida, porque en todo momento vas a necesitar de ellas”, agregando que los maestros de primaria son los responsables de enseñar cómo aplicarlas pues es su deber saber hacerlo. En forma personal manifiesta “tenerles pánico”, ya que desde que cursó la primaria les empezó a tener temor además de que se le dificultaban mucho, y piensa que quizá fue la forma de enseñanza la que originó que no “aprendiera nada de matemáticas”. Menciona también que no le desagradan pero sí se le hacen muy difíciles, pues no cuenta con la firmeza que los conocimientos matemáticos requieren.

Un elemento más que la maestra parece asociar a las matemáticas es el razonamiento. Con respecto al razonamiento la profesora expresa que implica un análisis, comprensión, que el niño llegue por sí solo, ella piensa que encierra todo: "analizar o razonar es poder llegar por ellos a una conclusión, a una meta, a una solución", porque para llegar a una conclusión pues tienes que razonar.

- **El concepto de fracción.**

Acerca del concepto de fracción, lo concibe como la división, el reparto de un entero, de un objeto, de una figura. Lo anterior, aplicándolo en diversos contextos como lo es en conjuntos, en medidas de peso, una fracción es una parte de algo de un todo, trabajándolas básicamente con dibujos.

- **Concepciones sobre el aprendizaje.**

La profesora expresa que lo que los niños aprendan de matemáticas es para que lo apliquen en su vida diaria, si aprenden a razonar en matemáticas, podrán hacerlo en las demás asignaturas. Opina también que la importancia del material didáctico "es definitiva", al niño le gusta, lo palpa, lo ve, razona "más", facilita el aprendizaje. Lo que la maestra expresa puede constatarse con su forma de actuar, pues en 8 de las 10 sesiones hizo uso de material manipulable.

Finalmente, piensa también, que los niños no pueden resolver solos el libro (u otros problemas o situaciones) "si están en blanco", sólo cuando la lección es muy sencilla. Pero para eso está el profesor que es quien ha de explicarles. Aquí se observa una concepción en la cual la maestra no considera la posibilidad de que los niños puedan resolver situaciones nuevas a través de sus conocimientos construidos previamente, así como fuera de la escuela, representando esto una limitante al trabajo con la nueva propuesta.

- **El trabajo en equipo.**

Del trabajo en equipo la profesora opina que "se necesita más tiempo, más organización", que debe ser constante esta forma de trabajo, porque cuando se deja de trabajar de esa manera y después se retoma se presenta el problema de la indisciplina. Las ventajas que encuentra en esta forma de organización radican en que los niños más adelantados sirven de motivación a los "atrasados", el maestro se convierte en guía, el trabajo se aminora, en equipo trabajan mejor, aunque es más trabajo algunas veces para el

maestro porque se tiene que revisar o exponer, entonces los demás tienen que escuchar, opinar y proponer.

Le agrada el trabajo en equipo aunque dice no llevarlo a cabo por las condiciones materiales en que se encuentra el salón. Cabe comentar que, no obstante lo anterior, considera que en los hechos el aprendizaje no debe ser individual, pues en las clases pudo apreciarse que permitía el libre intercambio de ideas.

- **Opiniones sobre sus alumnos.**

En cuanto al nivel de conocimientos que los alumnos alcanzaron una vez que se concluyó con el trabajo de las lecciones de fracciones, la maestra opina que los alumnos cuentan con la capacidad de resolver situaciones de un nivel medio de dificultad, porque lograron desarrollar habilidades que les permitirían hacerlo.

Acerca de las conclusiones a las que llegaron algunos de los niños, cree que es muy bueno porque comenta que "ahora sí te hacen conclusiones solos, te hacen sus resúmenes, ya les pones $5/2$ y ya el niño llega a su conclusión de que deben ser mas enteros". Agrega que no esperaba eso de los niños y que la dejaron sorprendida.

Las principales dificultades que la maestra identifica cuando los niños resuelven problemas son las siguientes: "el razonamiento y que no leen", en consecuencia no entienden lo que van a hacer.

- **El papel del profesor.**

En años anteriores, comenta la maestra, "les daba todo", los niños nada más copiaban y hacían las actividades. Ahora ha optado porque ellos lo hagan, lo interpreten, la profesora piensa que el papel del profesor a lo largo de la clase, consiste en guiar principalmente la actividad de los alumnos, no obstante, aclara que es lo que piensa que se debe hacer, mas no es lo que hace.

En cuanto al rol que el profesor debe desempeñar, en el discurso hay una nueva concepción, ella dice: "*El maestro debe ser un guía*", y efectivamente en algunos periodos deja a los niños actuar solos, pero en la práctica sigue conservando también la idea de que el maestro es quien habla y explica. Aun cuando permite que los alumnos interaccionen con libertad, su participación es menor en relación con la que la maestra lleva a cabo. Debe señalarse, sin embargo, que la idea de que el detentor en la clase es solamente el profesor es notorio que empieza a ser superada.

- **La parte afectiva del aprendizaje.**

Otro aspecto que se hizo evidente en las respuestas de la maestra Nora fue el psicoafectivo y el social. Al respecto expresa que “de todos los años (que ha trabajado)”, cree que éste es el que le ha dado la mayor satisfacción, porque logró que sus relaciones afectivas con los niños fueran muy buenas, hubo más confianza, no solamente para con ella sino entre los compañeros del grupo. Ahora, los entiende más, se “ha adentrado más a ellos”, ya no los regaña como antes y los trata con más cariño, los entiende y ha identificado cambios radicales en la conducta de algunos niños que pensaba que se quedarían.

Es importante mencionar que la maestra, según nos dice, ha dejado atrás al menos parcialmente, la idea de que el detentor del saber en la clase es el maestro y ha dado paso a que los niños incluso la corrijan cuando las actividades no se han explicado correctamente o se ha dado una interpretación errónea. Habla de que ahora reconoce en sus alumnos capacidades más allá de las que había supuesto.

- **Los cursos de actualización y la evolución de sus formas de pensar y actuar.**

La opinión que la maestra tiene respecto a los cursos de matemáticas (que actualmente se ofrecen por parte de la SEP), es en el sentido de que “siente que son nuevas y con más opciones y posibilidades”, ofrecen otra perspectiva para aplicar las matemáticas, y aun cuando cuenta con bastante experiencia lamenta el no haber tomado cursos en su momento, pues le faltan pocos años para retirarse del servicio. Ella cree que es en los últimos años donde ha aprendido “mucho más que en los primeros”. Y agrega que en el último curso que tomó sobre Técnicas Freinet aunque “no me gustó, si me ayudó a sacar mis conclusiones” y dijo “bueno se puede hacer esto, sí se puede hacer lo otro y si yo lo diera así bueno serían unos alumnos excelentes, me motivó, me motivó a buscar nuevas opciones” e iniciaría otro tipo de trabajo, basado básicamente en la resolución de problemas.

- **El proceso “vivido” por la profesora Nora**

En relación con el proceso vivido durante las clases registradas, la maestra manifiesta que la mayoría de las veces no planeaba las actividades que desarrollaría, pero su experiencia docente le daba opciones para empezar y continuar, aun cuando algunas veces “no tenía ni idea de lo que iba a hacer”. Reconoce que la vivencia fue “muy buena y muy importante” para ella, porque fue un reto, donde hubo aprendizaje tanto de ella misma como de los alumnos, siendo esto último lo más satisfactorio.

La maestra considera que el haber aceptado trabajar con la propuesta de enseñanza de las fracciones le “sirvió muchísimo”, porque había temas que antes no daba o que dejaba para después y en realidad no los retomaba, debido a que se le hacían muy difíciles.

Por otro lado, la maestra agrega que, independientemente de esta experiencia, a partir del ciclo escolar 96-97 hubo un cambio en su manera de trabajo, dice que “siente que logró una maduración como docente” y al analizar desde esa perspectiva su desempeño en años anteriores concluye que ha sido deficiente. Comenta que en su “nueva forma de trabajo” ya utiliza los libros de texto gratuito en la clase, pues en años anteriores “casi nunca los usaba”, lo que hacía era solicitar a sus alumnos que los resolvieran de tarea aún sin haber dado la clase correspondiente, o “eran para cuando no había cosas que hacer o no tenía ganas de trabajar”. Agrega que ahora en clase analizan, reflexionan, utilizan material didáctico y esto hace más fácil captar las cosas y sobre todo el aprendizaje se torna más sencillo. Ahora piensa que es necesario todo un proceso para que los niños puedan resolver solos el libro de texto, “primero hay que dar el tema bien y ya que está bien explicado ya se van al libro”; a veces les lee y explica cuando es un poquito “así complicado”, para que lo razonen bien y ya después los niños lo resuelven; ahora es muy difícil que diga “¿sabes qué?, me lo traes de tarea”.

La maestra externa que antes de esta experiencia ella “creía que el libro no servía”, era algo que tenía que llevar por obligación, mas no porque valiera la pena. Ahora, en cambio, ya no opina en el mismo sentido, porque, entre otras cosas, ha empezado a ver cómo se relacionan unos temas con otros.

- **Las modificaciones en las representaciones de la maestra Nora durante el proceso.**

El proceso que vivió a lo largo de las observaciones lo califica como de aprendizaje y también como “una gran oportunidad” para poner en práctica sus saberes, los que a veces no son practicados “por falta de tiempo, por flojera...” mostrando cierto arrepentimiento en los casos en los que por no realizar una planeación, las clases resultaron tediosas o con resultados pocos satisfactorios.

Al inicio del año escolar catalogaba al grupo como “terrible”, pues “al principio estaba decepcionada en todos los aspectos, los niños estaban muy mal, tenía muchos problemas con ese grupo”, sin embargo, al final del curso piensa que lograron alcanzar un nivel aceptable, que en una escala numérica los ubicaría entre siete y ocho.

Con base en lo descrito anteriormente; se puede notar que existe una transformación en los elementos periféricos de la representación de la profesora Nora, en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo habla de un nuevo rol del maestro y del alumno; ya no usa los libros de texto por obligación, sino porque considera que facilitan el aprendizaje, incluso califica su práctica como una “nueva forma de trabajo”. Me parece en cambio que el nudo central es relativamente estable. Es muy notorio que la enseñanza clásica predomina en su desenvolvimiento como docente aún cuando implementa actividades

propias de la resolución de problemas. Ella piensa que el rol del maestro y del alumno ya no es el mismo, ya que ambos deben participar activamente y aunque no lo hace por completo considera que el maestro debe ser una guía y los alumnos los encargados de la realización de las actividades que los llevarán al aprendizaje de los conocimientos matemáticos. Sin embargo, en su acción y su verbalización, ella combina las dos formas de hacer: el maestro debe aún explicar, ayudar a los niños "a tener ideas" y luego, puede dejarlos hacer. Y reconoce que ellos pueden hacer, pero no, si desconocen absolutamente el contenido a tratar.

Cabe señalar también que en sus declaraciones se perciben contradicciones respecto de la adopción de una nueva forma de trabajo al mencionar que el trabajo que llevó a cabo durante las observaciones le gustaría seguir haciéndolo en un futuro "aunque lo pensaría".

Es muy claro que su sistema de trabajo está bien determinado aún cuando tiene la intención y disposición de acoger la propuesta. Cuando expresa que ya se quiere meter en problemas deja ver que el nudo central no ha sido afectado, al menos no de manera definitiva, pues sigue considerando a los "problemas" como la principal forma de aplicación de los conocimientos de los alumnos, no obstante que en todas sus clases hizo uso de situaciones-problema. Al intentar llevar a la práctica "otro tipo de trabajo" solamente hay una transformación en los elementos periféricos y no en el nudo central, pues ella sigue acercando a los niños, aunque en menor medida que antes, a los conocimientos mediante sus explicaciones.

En relación con otras de las entradas que sugieren Robert y Robinet, y que se hicieron evidentes a través de la entrevista, tenemos la Epistemológica; a este respecto la maestra considera que las matemáticas deben enseñarse y aprenderse básicamente para resolver problemas cotidianos, pues en la vida diaria están presentes en todo momento.

En cuanto a la entrada Pedagógica, la maestra tiene bien claro su objetivo: primero se tiene que dar "bien" el tema y el niño tiene que aprenderlo para después poder aplicarlo. Ella concede a los niños capacidad intelectual, capacidad de razonar y de hacer y resolver cosas independientemente. Pero esta capacidad tiene su límite, debe estar precedida de guías y ayudas del profesor.

Finalmente, la presencia del investigador influyó en el desenvolvimiento del proceso, pues la maestra se sintió comprometida a cumplir con la secuencia de lecciones que se le solicitó, esta experiencia le dio la oportunidad de "ver como se relaciona todo", a utilizar el libro y sobre todo a apreciar los logros de sus alumnos.

VI. LA DINÁMICA DE TRABAJO DE LA PROFESORA AZALEA

El segundo grupo en el que realicé las observaciones estaba a cargo de la maestra Azalea. Ella cursó la Licenciatura en Educación, en la Escuela Nacional de Maestros hace 3 años y desde ese momento empezó a prestar sus servicios.

Con el grupo de esta profesora se observó un total de 16 sesiones de clase que corresponden al trabajo de las siguientes lecciones y contenidos:

LECCIÓN	CONTENIDO
"La tienda del pueblo"	Las fracciones $1/2$, $1/4$, $1/8$ y $1/16$ en situaciones de medición de longitudes
"Cuerdas Resistentes"	Fracciones del metro
"El día de la ONU"	Las fracciones en situaciones de reparto
"Tarjetas de papel"	Las fracciones en situaciones de reparto
"Galletas redondas"	Comparación de fracciones
"Más galletas y más niños"	Comparación de fracciones
"Las golosinas"	Fracciones del kilogramo
"Esferas de plastilina"	Procedimientos informales para sumar fracciones

Estructura general de las clases

Las clases que se observaron en este grupo por lo regular se desarrollaban de la siguiente manera: la maestra solicitaba a los niños que sacaran su libro y lo abrieran en la página de la lección que se iba a trabajar, después la maestra o algún niño o niña leía la actividad, la maestra agregaba alguna explicación y enseguida pedía que la resolvieran, mientras los niños hacían su trabajo la maestra acudía a los lugares de los niños a revisar, aquí podían suceder dos cosas:

a) Que los niños no tuvieran dificultades y estuvieran en la posibilidad de llevar a cabo la actividad; en este caso la maestra solamente hacía correcciones a nivel personal a quien lo necesitara, esperaba a que la mayoría terminara y entonces empezaba a solicitar las respuestas, las que generalmente deberían ir acompañadas de un argumento. La maestra retomaba las respuestas y las ilustraba en el pizarrón y/o con material didáctico; después, a través de cuestionamientos la maestra encaminaba a los niños hacia la elaboración de una conclusión. Posteriormente la maestra formulaba una conclusión más amplia, tomando en consideración lo ejemplificado gráficamente y lo dicho por los niños.

b) Cuando se daba cuenta que los niños tenían dificultades para realizar la actividad, entonces explicaba nuevamente y a través de cuestionamientos a los niños e ilustraciones que hacía en el pizarrón y/o con material didáctico, se trabajaba nuevamente la actividad, (la maestra en muy escasas ocasiones daba la respuesta) también en este caso la maestra formulaba una conclusión final.

En los dos casos la maestra pedía y revisaba que los niños anotaran las respuestas y el "por qué" en su libro, generalmente estos argumentos tenían que ser elaborados en forma personal.

Una vez que se resolvía de esta manera la primera actividad del libro, se continuaba con la siguiente, trabajándose de la misma manera hasta concluir con el total de actividades de la lección. Debido al tratamiento que les daba, la maestra ocupó hasta 3 sesiones para agotar todas las actividades de una sola lección, como ocurrió en "*Más galletas y más niños*".

Es conveniente mencionar que el libro de texto se usó en 15 de las 16 sesiones observadas. La única sesión en donde no se utilizó el libro de texto, se dedicó al repaso de división de figuras en fracciones, pues los niños presentaban dificultades para el dominio de este contenido.

Desarrollo de las clases

Enseguida se expondrá de una manera más detallada el modo en que habitualmente trabajaba la maestra Azalea.

Inicio de las sesiones.

La maestra inició la mayor parte de sus clases planteando problemas, aunque también lo hizo con consignas o preguntas (en dos ocasiones cerradas y en dos abiertas). Las consignas o preguntas cerradas fueron las siguientes:

“¿Crees que la cuerda mida más o menos de un metro?” (En el texto aparece el dibujo de la cuerda)

“¿Cuántas tarjetas grandes obtuvo?” (En el libro aparece una ilustración con las tarjetas grandes)

“Tienen que sombrear o dibujar en la parte de la figura que señala la fracción” (la maestra dibujó en el pizarrón varias figuras regulares y a un lado de ellas anotó las fracciones)

Con cada una de las consignas anteriormente transcritas se dio inicio a tres sesiones distintas.

Las consignas abiertas que se registraron, se transcriben a continuación:

“Divide las siguientes figuras en partes iguales” (La maestra traza algunas figuras regulares en el pizarrón sin dar indicaciones específicas para realizar la tarea)

“Repartir una hoja a 2 personas”

Los problemas que se utilizaron para dar inicio a las demás sesiones fueron tomados del libro de texto. Algunos de estos problemas se mencionan a continuación:

“¿Cuáles banderas están divididas en partes del mismo tamaño?”

“¿En cuál de los tres repartos le tocará más galleta a cada niño?”

“¿Cómo se dividieron las 4 galletas entre los 5 niños?”

“El paquete trae 12 galletas y pesa 180 gramos ¿Cuántos gramos pesa una galleta?”

“En mi grupo somos 32 niños cada uno hizo tres esferas de 50 gramos ¿Cuántas esferas hicimos entre todos?”

Actividades adicionales.

La profesora trabajó este tipo de actividades conjuntamente con las actividades que el libro de texto propone. Las llevaba a cabo cuando lo consideraba necesario y se enfocaban al contenido de la actividad que se estaba trabajando. Enseguida se muestra un ejemplo.

- Interrogar para aclarar la noción de “doble”, en la lección “*Más galletas y más niños*” se pide que dibujen el doble de galletas y el doble de niños que en el dibujo de Sonia (en el dibujo de Sonia aparecen dos niños y una galleta). Como esto no era muy comprensible para los niños la maestra optó por implementar las actividades que a continuación se presentan:

M: Isaac ¿no vas a dibujar el doble de galletas? (empieza a revisar el trabajo en cada uno de los lugares de los niños)

Isaac: Sí

M: ¿No entiendes qué es doble? (la maestra sigue revisando) Dibuja, dibuja lo que tú entiendas por el doble, vamos a dibujar el doble de galletas y después vamos a dibujar el doble de niños, eso es lo que tenemos que hacer. Primero dibujamos el doble de galletas y después dibujamos...

Na: el doble de niños

M: El doble de niños (la maestra sigue revisando no sólo dibujen el doble de galletas, también tienen que dibujar el doble de niños ¿Sí? ¿Quién tiene 10 años? (algunos niños levantan la mano)

Tania: Yo

M: Tania tiene 10 años y si yo tengo el doble de la edad de Tania, ¿Cuántos años tengo?

Nas: (tres) 20

M: 20, ¿será? ¿verdad que no? Tú qué dices Gabi

Gabi: ¿el doble?

M: El doble, ¿Cuánto será el doble?, ella tiene 10 años y yo tengo el doble, ¿Cuánto será el doble? les voy a explicar, ¿Se acuerdan que hicimos nuestro dibujo de simetría? ¿Sí? ¿se acuerdan o no?

Nos: (algunos) Sí

M: Bueno, sacar el doble es como si yo tengo aquí algo y lo doblo (hace el ademán con sus manos), ¿sí? ¿se acuerdan de su dibujo de simetría?, Cuando le hacía así, si yo tenía aquí dos bolitas y le hacía así, ¿Cuántas bolitas me quedaban?

Nos: Dos

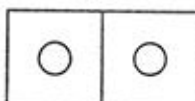
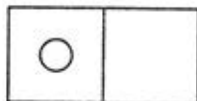
M: Dos de este lado y...

Nos: Dos del otro

M: Dos del otro, eso es tener el doble, como si yo doblara ¿sí? entonces vamos a ver ahí, si yo tengo una galleta... Julieta ¿Cuál será el doble?

Julieta: ¿la mitad?

M: ¿La mitad de la galleta?, es como si yo tuviera aquí una galleta, aquí tengo una galleta el doble, es como si yo doblara esto aquí así y lo desdoblara (dobla una hoja a la mitad y explica que de un lado tiene una, la dobla y al desdollarla del otro lado aparece otra) ¿Cuántas galletas me quedarían? (Julieta no contesta)



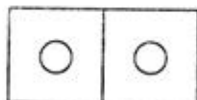
No: dos

M: ¿Cuántas galletas tiene Sonia?

Nos: Una

M: Fijense, el doble, lógico que no se saca así pero esta es una forma para que ustedes puedan entender el doble, esta es una galleta que tiene Sonia (dibuja en el pizarrón un rectángulo, lo divide a la mitad y en una mitad dibuja un círculo; después en una hoja doblada a la mitad dibuja un

círculo con gis y trata de que se pase al otro lado al doblarla nuevamente) Yoatzin tiene el doble, ¿si se entiende? entonces.... es que con pintura saldría mejor, es como si tuviera el doble ¿Cuántas galletas se ven aquí? Karina, sólo que no es pintura (se refiere a que como el círculo lo hizo con gis no se pasó muy claro del otro lado), no pinta mucho ¿Cuántas galletas ves aquí tú? (lo muestra)



Karina: 2

M: El doble de 1 es...

Nos: Dos

M: ¿Cuántas galletas tuvimos que haber dibujado?

Nos: Dos

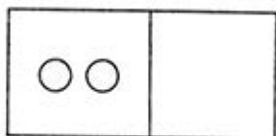
M: ¿Cuántos niños tenemos?

Nos: Dos

M: ¿Cuántos niños tenemos?

Nos: Dos

(La maestra saca de su estante pintura, en la mitad de una hoja pinta dos círculos, la dobla y al dedoblarla aparecen del otro lado otros dos círculos, entonces le pregunta a Selene)



M: Ahora sí, ¿Cuánto crees que sería el doble de 2? Selene

Selene: 4

M: ¿Qué?

Selene: 4

M: ¿Crees que serían 4? ¿Tú cuántos crees que sería el doble de 2?, tú Julieta

Julieta: 4

M: (...) ahora vamos a ver ¿Cuál sería el doble de estos niños? ¿Cuál es el doble? (muestra la hoja con los cuatro círculos)

Nos: 4

M: Entonces, ¿Cuántas galletas tuve que haber dibujado?

Nos: 4

M: ¿Cuántas galletas tuve que haber dibujado?

Nos: 2

M: ¿Y Cuántos niños tuve que haber dibujado?

Nos: 4 (...)

M: ¿Sí entendieron eso del doble?

Nos: Síiii

M: Vamos hacer una prueba, a ver... el doble de cuatro...Catalina

Catalina: 8

M: ¿El doble de 3?... Marcos
 Marcos: 6
 M: ¿El doble de 4? Angel
 Angel: 8
 M: ¿El doble de 5? Jaime
 Jaime: 10
 M: ¿El doble de 6? Julieta
 Julieta: 12

Una de las principales intenciones de la maestra era que la mayoría de los niños entendieran el porqué de la respuesta, pues como se puede apreciar en una parte del fragmento que antecede, ella no da por cierta la respuesta desde el principio, aunque era correcta. La razón de hacer esto ella la externó en la entrevista argumentando que si desde el principio se aceptaba la respuesta correcta se bloqueaba el trabajo intelectual de los demás niños y de esta manera ella propiciaba que los demás siguieran intentando encontrar la solución a la problemática planteada. Conviene sin embargo, señalar que en este caso la relación que la maestra intentó establecer con la simetría, en algún momento, en vez de ayudar confundió a los niños.

Uso del libro de texto y participación de la maestra.

Como ya se mencionó, el libro de texto se usó en 15 de las sesiones observadas y su uso dio lugar a una gran variedad de acciones.

Por lo general la maestra o algún niño o niña iniciaban la lectura del libro:

M: Bueno, vamos a repartir galletas, dice "*Galletas redondas*". Elizabeth, ¿haces el favor de leer?

Elizabeth: "*Raúl, Sonia y Yoatzin juegan a los repartos. Cada quien dibuja un reparto y trata de adivinar en cuál le tocará más galleta a cada niño*"

Una vez que se inicia con la lectura, se continúa con las actividades propuestas, las cuales como ya se mencionó se van realizando una por una; así es que entonces, la maestra o algún niño o niña leían la actividad.

A. Explicación de las indicaciones y tareas sugeridas en el texto. Después, dependiendo de la complejidad de la actividad, la maestra agregaba alguna explicación, algunas veces breve y en otras muy amplia, como se puede apreciar a continuación:

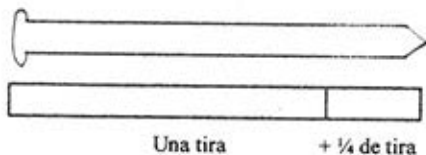
M: (La maestra lee en la página 15 del libro de texto) "*El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide 1 más 1/4 de tira. Utiliza el procedimiento de Rosa para encontrar la tira con la que se midió el clavo y táchala*" ¿Cuál método dice que vamos a utilizar?

No: El de la niña de las trenzotas

M: No. Dice: "Yo construí una tira igual a la que está dibujada y con ella medí los clavos" (procedimiento de Rosa). Ahora hagan la tira A, B y C, y vean con cuál se construyó. (Los niños arrancan hojas de su cuaderno para construir las tiras) Midan en forma directa en el libro (...) ¿Ya Cinthia? ¿ya Vero? Me tienen que decir cuál tira es igual... ¿Ya Carlos? Levanten la mano los que ya (la levantan muy pocos, están muy distraídos copiando y recortando, incluso algunas las están haciendo nuevamente) vamos a esperar un poquito más, Cinthia ¿ya lo hiciste? Vamos a hacer otros más ahorita. Recórtelas y las ponen encima de A, de B y de C. A ver muchachos ¿ya tienen sus tres tiras?, cada tira la ponen encima de A, B y C.

Cinthia: Ya maestra

M: Miren vamos a volver a leer el enunciado, porque se están confundiendo con la tira. Miren dice: "El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide una tira más $\frac{1}{4}$ de tira. Utiliza el procedimiento de Rosa...", es decir, hacer las tiras, para encontrar la tira con la que se midió el clavo y tacharla, es decir, la tira A es la tira A más un cuarto de tira, la tira B es la tira B más un cuarto de tira B, la tira C es la tira C más un cuarto de tira C, ¿Sí entienden eso? (el grupo sigue distraído trazando y recortando) La medida no es de la tira hecha, sino es de una tira más ... (lo ejemplifica con un dibujo en el pizarrón). Fijense ahí lo dice el enunciado, vean todos el enunciado de arriba, dice... vean todos donde estoy leyendo, "el dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide una tira, ya sea A, B o C", ¿Sí? pero mide una tira más $\frac{1}{4}$ de la tira(...) es una tira más un cuarto de tira, ¿sí se entiende?, es decir, tenemos la tira, es como si este fuera mi clavo (en el pizarrón dibuja un clavo) ¿ya?, así, ¿sí?, entonces mi clavo..., fijense bien muchachos, (...) supongamos que mi tira (...) mi clavo..., fijense bien Carlos, mi clavo mide una tira, esta es mi tira, supongamos que esta es mi tira, mi clavo mide hasta aquí una tira (lo señala en el clavo que dibujó en el pizarrón y lo marca) pero además, mide $\frac{1}{4}$ de tira más. Es decir, la tira con la que estoy midiendo no es la que se acerca más a la longitud de mi clavo, sino es aquella a la que yo voy a marcar 1 tira y $\frac{1}{4}$ de tira más, ¿ya me entendieron? Ahora, qué es eso de $\frac{1}{4}$ de tira más ¿Pablo y Catalina saben? Qué es eso de $\frac{1}{4}$ de tira más (...)



B. Cuestionar a los niños para que ellos "llegaran" a la respuesta. En un principio se pedía que el libro se contestara en forma individual, posteriormente y dependiendo de las circunstancias, la maestra podía esperar hasta que la mayoría de los niños terminara de contestar y revisar o bien empezarlos a cuestionar y tratar de que ellos llegaran a la respuesta solicitada, permitiendo que los niños participaran en la validación de las respuestas, como lo podemos apreciar a continuación:

Nos: "Tarjetas de papel"

M: "La maestra de Jaime usa tarjetas de papel de distintos tamaños. Las más grandes son para enviar recados, las medianas para anotar problemas y las más chicas para hacer sorteos.

1. La maestra partió tres hojas, una para tarjetas grandes, otra para tarjetas medianas y otra para tarjetas chicas. ¿Cuántas tarjetas grandes obtuvo?" En silencio no me lo digan contesten eso.

Cinthia: Maestra, ¿Cuántas tarjetas le salen de cada una?

M: Sí. En la primera ¿cuántas tarjetas grandes salieron? (se dirige a Angel)

Angel: 28

M: ¿Cuántas tarjetas grandes?
 Angel: 4
 M: Ponle ahí cuatro tarjetas (le indica a Angel) ¿Cuántas tarjetas medianas? Yadira
 Yadira: 8
 M: ¿Es cierto Angel?
 Angel: No
 M: ¿Sí salieron 8?
 Angel: Sí
 M: A ver Suri
 Suri: No
 M: A ver, cuéntalas
 Suri: (Las cuenta) Sí
 M: ¿Cuántas tarjetas chicas? (se dirige a Gabi)
 Gabi: 16
 M: ¿Es cierto Isaac?
 Isaac: (las Cuenta del 1 al 16)
 M: ¿Sí salieron?
 Isaac: sí

C. Dirigir para asegurarse de que los niños llegaran a la respuesta correcta. La maestra, al revisar en los lugares de los niños no solamente se limitaba a ver el trabajo, sino que los cuestionaba acerca de lo que estaban haciendo y, si lo consideraba conveniente, daba indicaciones y cuestionaba de manera que los niños hicieran correctamente el trabajo, como puede verse en el siguiente fragmento:

M: Ahí abajo dice reparto de Raúl (la maestra pasa a los lugares de los niños a revisar), pongan ahí cuánto le toca a cada niño de los de Raúl, (se dirige a Cinthia) ¿Cuánto le toca?
 Cinthia: Un medio más un cuarto(...)
 M: Les tocó tres cuartos a los de Raúl, ahora hagan sus divisiones con los de Sonia, guarden ya las galletas de Raúl esas ya están repartidas, (...) ¿Cuántas galletas vamos a repartir? Miriam
 Miriam: 4
 M: Entre cuatro niños a ver divídelos (la maestra hace la indicación a Miriam)(los demás niños empiezan a realizar sus repartos, la maestra sigue revisando en los lugares)
 Na: Ya maestra
 M: Ahí abajo pónganle cuánto le tocaron a los de Sonia, cuántos le tocaron a los de Sonia, pónganle ahí abajo.
 Na: Ya maestra
 M: (Se acerca a Miriam) ¿A cómo les tocó?
 Miriam: A un cuarto
 M: A poco nada más les tocó de este pedacito (le muestra el cuarto que la niña recortó) pero ¿y ésta? (le es muestra el círculo completo)
 Miriam: Una entera
 M: Entonces, a una entera...
 Miriam: Un cuarto (...)
 M: ¿Nada más les tocó de un cuarto? (a Jazmin, porque escribe en su libro un cuarto, aunque el reparto lo hizo correctamente: un entero y un cuarto) esto fue lo que le diste a cada niño (le muestra un entero y un cuarto) ¿Cuánto le estás dando? ¿un cuarto? No sólo le estás dando esto (le muestra un cuarto) le estás dando esto (un entero un cuarto), es esto? ¿a esto cómo le llamarías? un ...
 Jazmin: Entero

M: Ajá y...

Jazmin: un cuarto

M: Entonces no sólo les estás dando un cuarto, sino un entero y un cuarto

D. Promover que los niños expresen el "por qué". La maestra enfatiza con mucha insistencia a los niños, que al contestar su libro deben anotar el porqué de la respuesta, como se ve a continuación:

Lección: "El día de la ONU"

M: (...) Es que escuchen bien lo que dice Sonia: "Que todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios" ¿sí?

Nos: Sí (algunos)

M: Levanten la mano los que digan que sí tiene razón Sonia (la mayoría levanta la mano) (La maestra dibuja un rectángulo en el pizarrón. Vamos a ver, tú qué dices (...) Karina, tú que dices Karina "¿que todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios?")

Karina: Que sí

M: ¿Sí? ¿que todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios? Y por qué no levantaste la mano ahorita que dijimos eso ¿sí? ¿todas están divididas en tercios?

Karina: Sí

M: ¿sí? ¿todas están divididas en tercios?

Karina: Las que están divididas en tres partes

M: ¿están divididas en tercios? ¿Sí o no?

Nos: Sí (algunos)

M: A ver quién todavía dice que no. Tú Miriam, tú qué dices Miriam; vamos a ver qué dice Miriam ¿que sí o que no Miriam? Si están divididas todas las banderas en tres ¿están divididas en tercios? ¿sí? ¿Tú qué dices Daniel?. ¿Que no? ¿Tú también dices que no?

Daniel: No

M: ¿Alguien más dice que no? Tú Valencia, qué dices, ¿que eso no es cierto? Por qué Valencia, ¿Por qué no es cierto? por qué no será cierto que todas las banderas divididas en tres, no están divididas en tercios ¿Eh Valencia? Acuérdate que cuando digamos que sí o que no, es por que pensamos algo, ¿No sabes por qué?

Valencia: No

M: A ver, Adriana dínos por qué, por qué, dices que no.

Adriana: Porque la de Chile no está dividida en tres partes iguales

M: ¿Dónde está (la bandera de Chile)?

Cinthia: ¿Aquí está! (se la muestra en su libro a la maestra) aquí está

M: Por qué no, dice esta... dice esta Adriana que Chile está dividida en tres partes, pero que esas partes no son tercios, ¿será cierto eso Suri? Tú que dices Suri ¿son tercios o no son tercios? un tercio, dos tercios, tres tercios (Cuenta las partes de la bandera de Chile)

Suri: No

M: ¿Por qué no?

Suri: porque unos están más grandes

M: Porque unos están más grandes que otros, tú me lo dijiste desde la primera, si son partes iguales qué...

Suri: Sí son (tercios) (...)

Na: Maestra no me cabe

M: ¿No te cabe? escríbele aquí (le indica en donde) A ver vamos a oír por qué puso Yadira, tú a quién pusiste que le toca más galletas, ¿Tú qué pusiste? ¿a quién le toca más galleta? a los de Raúl, a los de Sonia o a los de Yoatzin.

Yadira: A los de Sonia

M: ¿Por qué?

Yadira: Porque aquí hay 5 galletas y 4 niños y a cada niño le toca una entera y la otra la parten en cachitos, la dividen en 4 y ya se la dan a cada uno.

M: ¿Y a poco todo eso pusiste ahí?

Yadira: No

M: Pues ponle, si no les alcanza (el espacio) pónganle arribita, abajo de los niños de Yoatzin, ahí síganle escribiendo ¿Tú qué pusiste Ignacio, a quién le tocan más galletas?

Ignacio: A los de Sonia

M: ¿Por qué?

Ignacio: Porque son 4 y les toca 1 a cada uno y la que sobra se la van a repartir en 4.

M: Bueno, Pablo ¿Por qué? ¿Tú qué pusiste?

Pablo: Porque son más galletas que niños

M: Porque son más galletas que niños, ¿quién más? tu Anaíd ¿qué pusiste?

naid: Que..., porque los de Sonia tienen más galletas

M: Que los de Sonia tienen más galletas, tu qué pusiste Tania

Tania: Yo puse que les tocaba a 1 entero y $1/4$ a cada quien

M: ¿A los de quién?

Tania: A los de Sonia

M: ¿Y a los demás?

Tania: No

M: ¿No? Bueno...(...)

E. La Profesora promovía consensos y solicitaba opiniones en contra y a favor de alguna respuesta, pero también ofrece elementos para justificar la solución, lo anterior lo podemos ver a continuación:

M: ¿Es más grande $3/4$ que $4/5$?, levante la mano quién dice eso, es más grande $3/4$ que $4/5$ (algunos niños levantan la mano) bájénla, ustedes que no levantaron la mano ¿Qué? ¿Son iguales?

Nos: Sí (muy pocos)

M: Levante la mano quién dice que $3/4$ y $4/5$ son iguales, ¿Quién dice que $4/5$ es más grande?, ¿por qué Miriam? ¿por qué $4/5$ es más grande?

Miriam: Es más grande $3/4$

M: ¡Ah! pues yo dije que $4/5$ y tú levantaste la mano, tu qué dices Julio

Julio: Que es más grande $3/4$, (la maestra divide en cuartos un círculo que estaba dividido en quintos, de tal manera que se nota perfectamente hasta dónde llegan los $4/5$ y los $3/4$ y los anota)

Nos: (hacen una exclamación de asombro)

M: ¿Qué pasó?

Na: ¿Qué pasó?

No: Que en ese hay dos chiquitos y que el otro nada más lo dividíamos en partes más chicas

M: Que fíjense, que sí es cierto que los quintos son partes más chiquitas, que los quintos son partes más chiquitas, tiene toda la razón porque estoy repartiendo mi galleta entre 5 niños, pero estoy tomando 4 partes y si yo junto 4 partes me llevo un poquito más todavía ¿Sí se entiende? aquí en
 ...cerca más o menos así (divide un círculo en 5 partes y señala hasta donde llegan los $4/5$ y

los $\frac{3}{4}$, después ilumina la diferencia). ¿Si se fijan? tomar $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ (los señala) tomo un pedacito más (...)

F. La maestra establece una relación cordial con el grupo y hace ameno el trabajo permitiendo usar la imaginación, como se puede apreciar en las siguientes transcripciones:

Lección: "Galletas redondas"

Para trabajar esta lección, la maestra solicita como material didáctico círculos pequeños.

M: Saquen sus circulitos y abran su libro en la página 82 ¿De qué son sus galletas?

Nos: (Van diciéndole a la maestra uno por uno) naranja, fresa, limón, etc.

M: (los niños llevan círculos de colores) Las blancas son de coco y las azules ¿de qué son?

Suri: De chicle

M: ¿Las blancas son de coco o de anís?

Selene: las mías son de coco (a su compañera)

Lorena: las mías son de fresa

Selene: ¿Cuántas te salieron?

Lorena: Creo que 24

M: Bueno, vamos a repartir galletas, dice: "Galletas redondas", Elizabeth ¿haces favor de leer?(...)

G. La profesora alienta el que los niños compartan sus ideas

M: A ver ¿ya saben cómo?, platiquen con su compañero cómo le harían, ¿cómo le harías tú? (Angel), platiquen con su compañero cómo le harían, ¿cómo le harías tú? (a otra niña)(...)

H. También promueve y da libertad en la creación de estrategias de solución:

M: Bueno esa niña dice: "Me tocaron $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ " y el otro dice que le tocaron $\frac{5}{4}$, ¿tú cómo le harías? Jazmin, para averiguar a quién le tocó más o a quién le tocó menos

Jazmin: Sumándolos

M: Y cómo los vamos a sumar, ¿sabemos sumar así?

Jazmin: No

Cinthia: Aquí no se puede

M: ¡Ah! entonces no sabemos sumar así (la maestra se refiere al algoritmo de la suma de fracciones), pero sabemos hacerlo de otra forma, ¿o no sabemos hacerlo de otra forma? ¿Qué pasó Mayolo?

Mayolo: Lo podemos hacer con dibujos

M: Mayolo dice que lo podemos hacer con dibujos ¿Creen que lo podamos hacer con dibujos? Tu Anaid, qué piensas ¿que si lo podemos hacer con dibujos?

Anaid: Sí

M: ¿Sí? ¿Cómo lo haríamos? Tú Daniel cómo le harías para saber a quién le toca más, si a la niña que dice que le tocó $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ o al otro que le tocó $\frac{5}{4}$, ¿Tú cómo lo harías?

Daniel: Con las galletas

M: Con las galletas, también lo podríamos hacer con las galletas ¿Sí o no?

Nos: (algunos) Síii

M: ¿Sí o no?

Nos: Síii

Esther: Maestra pero es que no trajimos las galletas

M: Bueno si no trajeron las galletas ¿Cómo lo podemos hacer? Tú Angel ¿cómo lo vas hacer? ¿trajiste las galletas? Tu cómo lo vas hacer Angel para saber a quién le tocó más a la niña que dice que le tocó $1/2$ más $1/4$ o al niño que le tocó $5/4$, tú cómo lo vas hacer Angel para saber a quién le tocó más (el niño no contesta) (...) ¿cómo le vamos hacer? (se dirige a un niño y se acerca a él)

No: Una mitad son $2/4$ y...

M: Pues hazlo, ajá una mitad son $2/4$

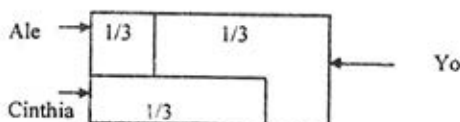
No: son $2/4$ y un cuarto son $3/4$ y aquí son $5/4$...

M: Bien, sí, ya te entendí, sígueme (la maestra sigue revisando) ¿Tú cómo vas le vas hacer para saber cuál es más $1/2$ más $1/4$ ó $5/4$?, ¿Cómo le vamos hacer?, es que no sabemos sumar así, entonces hay que hacerle de otra forma, (a otro niño que sumó $1/2 + 1/4 = 2/6$) ay sí que forma de sumar es esa (...)

I. Ilustrar para que los niños logren comprender lo que preguntan en el texto. La maestra por medio de un contraejemplo que hace referencia a la igualdad trata de hacer comprender a los niños lo que se les pregunta en el libro de texto.

Después de discutir si todas las banderas (véase pág. 48 en el anexo 10) divididas en tres partes están divididas en tercios, la maestra continua con la siguiente actividad:

M: Sí son tercios, pero si no son partes iguales..., ahora voy a dividir mi bandera, bueno que en lugar de bandera es chocolate, y la voy a dividir entre Alejandra, Cinthia y yo, ¿sí? este pedacito se lo voy a dar a Alejandra, este se lo voy a dar a Cinthia (va dividiendo la figura y va señalando las partes que les toca a cada una) y lo demás me lo voy a quedar yo



Nos: (Todos) ¡ahhhh!

Na: ¡Ah, eso no!

M: ¡Ah! le estoy dando un tercio, según esto $1/3$ y $1/3$

Nos: Nooo

M: ¿Está dividido en tres partes?

Nos: Nooo

Cinthia: Es como si estuviéramos viendo la bandera de Chile, que a uno le dan más espacio, a otro menos espacio

M: Tu qué dices Suri ¿son tercios o no son tercios?

Suri: No

M: Suri ¿está dividido en tres o no está dividido en tres?

Na: (otra) Sí, pero...

Angel: Unos son más grandes que otros

M: Entonces, no pueden ser tercios, cuál sería lo que necesitaríamos para que realmente fueran tercios

Nos: yo maestra, yo maestra, dividiríamos (todos hablan a la vez)

M: Este... a quién le voy a preguntar

Nos: A mí, a mí

M: Aldeni ¿Qué necesitaríamos para que fueran tercios? me dicen que estos no son tercios (señala el dibujo en el pizarrón), tú qué piensas ¿son tercios o no?

Aldeni: No

M: ¿por qué no Aldeni? digo... Anaíd

Anaíd: Porque unos están chicos y el de usted es el más grande

M: pues sí era mi chocolate (lo dice riéndose) ¿no? ¿qué puedo hacer para que realmente sean tercios?

Anaíd: Dividirlo en tres partes iguales

M: A ver, ven a dividirlo más o menos en tres partes iguales, porque no tenemos regla para dividir

Cinthia: ¡ah! pues mejor hágalo donde está cuadrículado maestra (del pizarrón)

M: Ay sí Cinthia, vente vamos hacerlo donde está cuadrículado, para que Cinthia no nos regañe, por que Cinthia luego nos regaña (la maestra traza el rectángulo y Anaíd lo divide en tres partes iguales)

M: ya Cinthia

Cinthia: ¡ay maestra!

M: Ahora sí ¿verdad? ¿estos cómo se llaman? (los señala)

Nos: Tercios

M: Entonces, Sonia tenía razón de que ¿todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios?

Nos: Nooo (...)

J. La maestra procuraba que el trabajo se hiciera efectivamente en equipo:

M: Levante la mano el equipo que todavía no (termina), voy a esperar un minutito. Bueno traten de hacer sólitos con su equipo toda la parte de abajo de su libro. Vean bien, lean bien y traten de contestar bien, ahorita vamos a comprobar si sus respuestas son correctas. A ver tenemos tres compañeritos más, si lo vamos hacer sólitos, entonces no trabajen en equipo. Organicense y trabajen en equipo.

Evaluación del trabajo.

- En ninguna de las sesiones observadas la maestra asignó una calificación numérica en el libro, su interés se centraba, como puede apreciarse en los diversos fragmentos hasta aquí transcritos en que los niños reflexionaran y a través de cuestionamientos arribaran a la solución, dando oportunidad de corregir las respuestas incorrectas, como ella lo sugiere en el siguiente párrafo en forma expresa:

M: Corrijanse, ¿para qué se borran (cuando me acerco a sus lugares)? si ni siquiera se los califico (...) (la maestra se refiere a que cuando revisa el trabajo en los lugares de los niños no acostumbra asentar alguna calificación numérica)

- En todas las sesiones la maestra revisaba constantemente los avances de los niños, poniendo especial interés en que las respuestas incorrectas fueran reflexionadas y en consecuencia corregidas, como se puede apreciar a continuación:

En la siguiente actividad se tenía que comparar $\frac{3}{6}$ y $\frac{3}{5}$, para determinar a cuál de los dos niños (que aparecen en la lección, véase anexo 12) le tocó más galleta.

M: ¿Tú dices que al niño le tocó más? ($\frac{3}{6}$) ¿por qué?

Yadira: Porque es más que $\frac{3}{5}$

Yadira: Porque $\frac{3}{6}$ es más que $\frac{3}{5}$

M: Porque $\frac{3}{6}$ es más que $\frac{3}{5}$ ¿y cómo sabes que $\frac{3}{6}$ es más que $\frac{3}{5}$? ¿qué pasó? ¿cómo sabes que $\frac{3}{6}$ es más que $\frac{3}{5}$? ¿eh? Yadira, ¿cómo sabes?, ¿Tú Jaime qué pusiste?

Jaime: que al niño

M: Que al niño, a ver, ¿por qué?

Jaime: Porque el 6 es más grande que el 5

M: ¡Ah! Porque el 6 es más grande que el 5, o sea, que si yo le doy a alguien, fijate bien, si yo le doy un medio y a otro le doy $\frac{1}{4}$, ¿a quién le estoy dando más Jaime?

Jaime: A $\frac{1}{2}$

M: $\frac{1}{2}$, pero si el dos es más chiquito, y el uno es igual, fijate $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ (anota en el pizarrón $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y dibuja la fracción del círculo que le correspondería) el 2 es más chiquito y el 4 es más grande, a ver, ¿qué pasó ahí? Tú a quién pusiste, Ariana.

Ariana: Al niño

M: ¿Por qué?

Ariana: Porque tiene más que la niña

M: ¿El niño tiene más? ¿ $\frac{3}{6}$ es más que $\frac{3}{5}$? ¿sí?

Ariana: Sí

M: ¿Y cómo comprobaste eso?

Ariana: Porque... (la maestra la interrumpe)

M: No necesariamente estás mal Jaime, pero no necesariamente estás bien

Ariana: Porque arriba es igual el 3

M: Ajá, y abajo es más grande el 6, pero pasa lo mismo con lo que estoy diciendo, $\frac{1}{2}$, abajo quién tiene más, ¿ $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$? Fijate en el pizarrón, $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$ ¿quién tiene más? (...)

Uso de material didáctico.

En todas las sesiones se hizo uso del pizarrón y gis, pues la maestra acostumbraba ilustrar sus explicaciones y que los niños participaran activamente, ya sea participando solamente en forma oral o pasando también al pizarrón. Además de estos materiales hizo uso de los que se solicitan en el libro de texto.

- Material didáctico utilizado

Enseguida se muestra un cuadro comparativo en el que se muestra cada una de las lecciones el material didáctico que se requiere en ellas, así como, el que fue usado por la profesora observada.

LECCIÓN	MATERIAL SOLICITADO	MATERIAL UTILIZADO
La tienda del pueblo	8 tiras pequeñas de papel	Tiras pequeñas de papel
Cuerdas resistentes	Un pedazo de hilo Regla Metro elaborado por los niños	Hilo y/o estambre Regla
El día de la ONU	Banderas de diferentes países	Banderas de diferentes países
Tarjetas de papel	Hojas de papel Ilustraciones que aparecen en el libro	Hojas de papel Ilustraciones que aparecen en el libro
Galletas redondas	Ilustraciones que aparecen en el libro	Círculos de papel, regla, colores, tijeras Ilustraciones que aparecen en el libro
Mas galletas y más niños	Ilustraciones y recuadros para dibujar	Hojas, pintura Ilustraciones y recuadros para dibujar Círculos de papel
Las golosinas	Ilustraciones con datos numéricos Construcción de una balanza y esferas de plastilina	Dibujos Ilustraciones con datos numéricos
Esferas de plastilina	Ilustración de los problemas	Círculos de papel Ilustración de los problemas

Conviene mencionar que no obstante la sencillez de los materiales utilizados por esta profesora, resultaron atractivos y útiles a los niños.

- Problemas e imprevistos en el uso del material

La elaboración de las tiras de papel (realizada por los niños) representó un problema para la maestra y para el grupo, pues los niños concentraron su atención en la elaboración de dichas tiras, además de consumir una parte importante del tiempo destinado al desarrollo de la lección.

El que los niños no llevaran sus respectivos metros o cintas métricas para medir sus cuerdas una vez que las cortaron, provocó que se perdiera mucho tiempo y un poco de desorden (pues la maestra contaba únicamente con dos "metros" de madera).

- Aciertos en la elección del material

El recorte de las tarjetas fue una actividad muy atractiva para los niños, incluso algunos equipos obtuvieron las 16 tarjetas de una forma distinta a como se propone (véase anexo 11) (los niños de un equipo doblaron la hoja por la mitad, colocándola a lo largo, y luego la dividieron en ocho partes, a lo ancho, obteniendo de esta manera las 16 partes; otro equipo la dividió en 16 partes sin marcar ninguna línea por el centro, ni a lo largo ni a lo ancho). Por otra parte, los trazos que se deben hacer en la hojita pequeña que aparece en la parte interior de la página 64 del libro de texto (Ver anexo 11), se trabajaron en el pizarrón, resultando esto más apropiado e interesante. También es importante reconocer que la dinámica aplicada para el reparto de las hojas a un número determinado de niños, resultó de gran interés para los niños, pues pudo apreciarse mucho entusiasmo en la participación de los niños.

Los círculos resultaron ser un material muy útil y manejable, también adaptable a diferentes situaciones, pues este material se usó en 4 lecciones, además de ser muy económico y más manipulable para fracciones que las galletas. El uso que la maestra le dio fue desde ponerle sabor a las galletas de acuerdo a su color, hasta imaginar que eran unas esferas y repartir 3 a cada uno de los 32 niños que se mencionan en uno de los problemas para lograr su mejor comprensión.

Organización del grupo.

Como se mencionó en el apartado correspondiente al trabajo de la profesora Nora, es importante distinguir por una parte la organización del grupo y por otra la forma de trabajo, aunque en este grupo resultó muy difícil establecer de una manera clara en qué parte de la sesión se trabajaba en forma individual y en qué parte a nivel grupal. Por lo que toca al trabajo en equipo solamente en una ocasión se organizó físicamente al grupo de esa manera y en dos se dio la indicación para que el trabajo se realizara en equipo.

La forma de trabajo fue muy heterogénea, pudiéndose apreciar el trabajo netamente individual, la participación de la mayoría de los niños, la insistencia de la maestra en revisar y cuestionar a nivel personal, la participación de los niños en el uso del pizarrón y la realización de las actividades del libro en forma personal, escribiendo sus propios pensamientos una vez comprendido lo que les solicitaban como puede observarse en los fragmentos que se transcribieron anteriormente.

A continuación se muestra un concentrado en el cual se puede apreciar la organización del grupo y la forma de trabajo durante la sesión:

SESION	ORGANIZACION	REALIZACION DEL TRABAJO
171097	De 2 en 2	Individual y en grupo (trabajo con el libro)
201097	De 2 en 2	Individual y en grupo (trabajo con el libro) Individual y en grupo (trabajo con su cuaderno)
241097	De 2 en 2	Individual y en grupo (trabajo con su cuaderno)
031197	De 2 en 2	Individual y en grupo(trabajo con el libro) Por parejas, equipos de 3 (trabajo con la cuerda)
251197	De 2 en 2	Individual y en grupo(trabajo con el libro)
281197	Equipos	Individual (Primera actividad) Equipos (Repartos) Individual y grupal (Siguiete actividad)
031297	De 2 en 2	Individual, por equipos, parejas y grupal
210198	De 2 en 2	Individual y grupal
220198	De 2 en 2	Individual y grupal
030298	De 2 en 2	Individual y grupal
040298	De 2 en 2	Individual y grupal
100298	De 2 en 2	Individual y grupal
120298	De 2 en 2	Individual y grupal
130298	De 2 en 2	Individual y grupal
180298	De 2 en 2	Individual y grupal
030398	De 2 en 2	Individual y grupal

El mobiliario del salón estaba constituido por bancas binarias y en la única ocasión en que se organizaron en equipos, los niños voltearon sus bancas para formar equipos de cuatro integrantes.

Duración de las sesiones.

La duración de las sesiones observadas en este grupo conservó un margen más o menos estable pues solamente se observaron 2 sesiones de 40 minutos y 3 de 2 horas, las restantes fueron de entre 1 hora y 1 hora con 20 minutos.

VII. LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN CLASE: LOS NIÑOS DE LA MAESTRA AZALEA HACEN Y DICEN

En este apartado expondré la actividad realizada por los niños durante las clases. Igual que en el grupo de la maestra Nora, seleccioné las actividades y participaciones de los niños que me parecieron relevantes porque muestran las formas de razonar, de resolver y de argumentar que los niños lograron en el transcurso del procesos que observamos. Lo anterior se expone de acuerdo con las distintas lecciones que fueron trabajadas.

1. LECCIÓN "CUERDAS RESISTENTES"

Proposición de estrategias para medir las cuerdas. Los niños tienen abierto su libro en la página donde aparece la ilustración de una cuerda (véase anexo 9, pág. 26), la maestra les solicita sacar la cuerda que les pidió el día anterior para que la corten del mismo tamaño de la que aparece en la ilustración. Para realizar esta actividad pide que opinen cómo lo harían.

M: Quiero que corten la cuerda que yo les pedí o el estambre que yo les pedí...(…) del mismo tamaño del que está aquí (muestra y señala la ilustración de su libro).

No: Yo maestra.

M: Tú, cómo le harías Anaíd, ¿tú cómo le medirías? ¿Cómo? a ver, enséñame, ¿cómo lo medirías?

Anaíd: (muestra a la maestra y a los niños que están cerca) sobreponiendo el estambre en la cuerda de la ilustración).

M: ¡Ah!, lo sobrepondrías, ¿tú cómo lo medirías Valencia?

Valencia: Igual (que Anaíd)

M: ¿También así?, lo sobrepondrías, ¿qué más?, tú Miriam, ¿cómo lo medirías? (Muestra como lo sobrepondría)

M: ¿Y tú Pablo?

Pablo: También lo sobrepondría.

M: ¿Lo sobrepondrían? ¿Todos lo sobrepondrían?

Nos: Síii.

M: ¿Nadie tiene una mejor idea? ¿Sí? Pamela, ¿crees que hay otra mejor idea? ¿Sí? (La niña no contesta y Fernando dice que sí). ¿Sí Fernando? ¿qué otra mejor idea habrá?

Fernando: Ir midiendo cachito por cachito y donde llegue pondría el dedo y ... cortarle ahí.

M: ¿Ah, pero es lo mismo que sobreponerlo no?

Fernando: Sí.

Marcar decímetros. En otra actividad que corresponde a la misma lección, en el libro se solicita a los niños marcar los decímetros en la ilustración de la cuerda. Por esto, la maestra pregunta por el procedimiento que seguirían para hacerlo.

M: (La maestra trabaja con anterioridad el concepto de decímetro, y para iniciar esta actividad solamente menciona lo que en el libro se dice acerca del decímetro en relación con el metro) Tiene

10 decímetros un metro, que es lo que nos dice nuestro libro, ahora en su cuerda que está ahí marquen los decímetros ¿cómo lo vamos hacer?

No: Con regla.

Fernando: ¿Maestra esto es un centímetro? (señala un centímetro en su regla)

M: ¿Cuál es un centímetro? (El niño muestra en su regla el centímetro) Sí eso es un centímetro, de aquí, acá (la maestra lo muestra nuevamente a todos en una regla)

Na: Maestra, ¿cómo lo vamos hacer?

M: ¿Cómo lo van hacer? A ver... Liz, vamos a ver, ¿cuál sería la forma más fácil de hacerlo?

No: Con regla

M: ¿Con regla? ¿Y en las curvitas, cómo lo van hacer? A ver vamos a ver la idea de Pablo.

Pablo: con la regla marcar un decímetro y cuando ya tengamos el decímetro (la maestra lo interrumpe para llamar la atención a un niño)

M: Fernando.

Pablo: Con rojo lo marcamos (se refiere a marcar el decímetro en su cuerda)

M: ¿Y luego?

Pablo: ... (inaudible en la grabación)

M: ¿Creen que sea mejor así? o mejor lo medimos con regla

Nos: asíii (como dijo Pablo).

M: ¿Y lo vas a ir midiendo, y lo vas a ir marcando? (se dirige a Pablo)

Pablo: (asiente con la cabeza)

M: Okey, hagan eso por favor, marquen sus decímetros en la cuerda, márquenlos y si pueden sigan contestando, no tardo nada (la maestra sale del salón).

Los niños realizan la actividad de diferentes maneras: algunos van midiendo decímetro por decímetro, con el decímetro que marcaron en su cuerda, otros lo hacen con regla y no solamente marcan los decímetros, sino también los centímetros. Al regresar, la maestra les indica que pueden salir al recreo.

El trabajo con esta lección permitió a los niños proponer diferentes estrategias para llevar a cabo la actividad y escoger alguna, aunque no fue posible que los niños comentaran cómo desarrollaron sus mediciones ni sus resultados, tampoco pudieron determinar cuál estrategia era la más adecuada.

2. LECCIÓN "EL DIA DE LA ONU"

Los niños explican por qué no son tercios. En una de las actividades de esta lección se solicita que los niños den su punto de vista respecto de lo que Sonia dice (Sonia es uno de los personajes que aparecen en una de las actividades de la lección)

M: (continúa leyendo el libro) "*¿Estás de acuerdo con lo que dice Sonia? ¿Todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios?*"

Nos: Síii. (algunos).

M: Tu Tania qué dices, ¿que sí?, a ver Tania explícanos por qué sí.

Tania: Porque las tres partes son iguales y se convierten, entonces se convierten en tercios. (...)

M: ¿Sí Fernando?, a ver explícanos por qué, por qué sí.

Fernando: Porque son tres partes iguales. (...)

M: (La maestra continúa cuestionando a los niños) ¿Por qué no? dice esta... Adriana que Chile está dividida en tres partes, pero que esas partes no son tercios. ¿será cierto eso Suri? Tú que dices Suri, ¿son tercios o no son tercios? un tercio, dos tercios, tres tercios.

Suri: No.

M: ¿por qué no?

Suri: Porque unos están más grandes.

M: Porque unos están más grandes que otros, tú me lo dijiste desde la primera, si son partes iguales que ... (la maestra espera que la niña complete la frase)

Suri: Si son (tercios)

Como se puede apreciar, las opiniones y argumentos de los niños son muy importantes en el desarrollo del contenido que se está trabajando, los cuales no se hacen esperar y se comparten a nivel grupal. Comparando con los argumentos que observamos en el otro grupo, podemos decir que aquí los niños expresaron muchas más opiniones y razones para decir si ciertas partes de la banderas eran tercios. Tal vez esto se debió a la forma de interrogarlos y dejarlos participar de la maestra.

Fundamentar por qué sí es (o no es) un cuarto. La maestra continúa trabajando en la misma lección y plantea el siguiente problema: "¿Es cierto que la parte blanca en la bandera de Paquistán es $1/4$? ¿Por qué?" (véase anexo 10)

M: (Al plantear la pregunta algunos niños contestan que sí y otros que no) ¿No es $1/4$? ¿Entonces qué es?, es $1/4$ sí o no, sí o no es $1/4$. ¿Quién me lo va a fundamentar?

Na: Sí.

M: Si es un cuarto, ¿Por qué es un cuarto?

Na: Sí, yo.

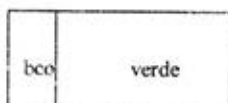
M: Quiero que me digan por qué sí o por qué no, ya ven por qué es muy importante fundamentar, no se vale sólo decir sí y no, sino decir sí por esto o no por esto, a ver vamos a ver Pablo.

Pablo: No es un cuarto, porque no está dividida en cuatro partes iguales.

M: ¿Y por eso no es $1/4$?

Pablo: No.

Cinthia: Yo digo que sí, porque si usted mide esta parte (se refiere a la parte blanca) y lo vuelve a dividir (se refiere al resto de la bandera, es decir, que toda la bandera sea dividida en cuartos) sí se puede dividir en cuatro partes.



M: ¿Sí entendieron lo que dijo Cinthia?

Nos: Sí, nooo (algunos dicen sí otros no).

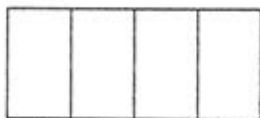
M: A ver, vamos a ver otra vez Cinthia, dice Cinthia, vamos a ver le tenemos que entender todos para ver si es cierto, a ver otra vez Cinthia.

Cinthia: Tenemos que medir la parte blanca y luego medir la otra (la parte verde) y ver si se puede repartirla en tercios (se refiere a dividir la parte verde en los tres cuartos restantes, para que con la parte blanca se completen los 4 cuartos) para que, para que la dividamos y ver si la parte blanca es un cuarto.

M: ¿Y si se pudo? según tú, fíjense lo que está sugiriendo Cinthia, vamos a ver lo que está sugiriendo Cinthia. (...)

M: Si yo le pongo aquí esta parte, quedó siendo $1/4$, ¿sí o no?

(La maestra divide en 4 partes la bandera de Paquistán, de la cual a la parte blanca le corresponde $1/4$ y a la parte verde $3/4$)



Nos: Sí (la mayoría).

M: Por qué, por qué, Elizabeth, quedó siendo $1/4$, ¿sí o no? Liz.

Elizabeth: Sí, porque está dividida en cuatro partes.

M: Porque esto verde correspondía a tres de estas igualitas, entonces es $1/4$, $2/4$, $3/4$, $4/4$ (las tres últimas fracciones que la maestra señala y menciona los niños las repite.) La parte blanca entonces sí era...

Nos: $1/4$.

Este pasaje deja ver que el interés principal de la maestra se centra en que los niños son quienes debe dar solución a la problemática planteada; para esto, da libertad en la proposición de estrategias de solución, el intercambio de ideas y opiniones. Así mismo, ella no valida directamente las respuestas y sí promueve que los niños sean quienes expresen su opiniones al respecto. Se nota que la maestra es muy insistente en la solicitud de argumentos, los cuales se dan permanentemente. Destaca entre los argumentos de los niños el decir que un cuarto sí lo es porque el entero se pudo dividir en otras tres partes iguales a la parte blanca de la bandera que aparece en la ilustración, obteniéndose cuatro partes iguales.

3. LECCIÓN "TARJETAS DE PAPEL"

Reparto de hojas con estrategias personales: distintas expresiones para una misma fracción. En esta lección se sugiere que se repartan un número determinado de hojas entre un número determinado de niños (véase anexo 11).

Para llevar a cabo la actividad planteada en la lección, la maestra pide que pasen al frente unos "modelos" (el número de niños será el que esté indicado en el libro), a quienes se les repartirán las hojas, también escoge a una pareja para efectuar el reparto; el resto del grupo también debe realizar sus repartos.

M: A ver, ¿ya saben cómo?, platicuen con su compañero cómo le harían, cómo le harías tú (a Angel), platicuen con su compañero cómo le harían, cómo le harías tú (a otra niña) a ver tú Suri como le harías: estas tres (hojas) entre estas cuatro, a ver divídela, cómo la vas a dividir. Se supone que las dejé de tarea ¿eh Marcos?, ¿cómo lo harías? (la maestra pasa a los lugares de los niños a preguntar cómo lo harían) ¿Ya? Divídelas (a Isaac) Si no paso a decirles que las dividan no lo hacen. ¿Ya? A ver ¿Ya? ¿cómo quedaron las hojas?(a Yadira y Selene)

Yadira: De tres maestra

M: A ver váyanlas a repartir ahorita que terminen de cortar, a ver, divídelas, ándale Ariana, a ver vamos a ver qué les dan, ¿qué les dieron?

(las niñas pasan a entregarles a cada uno de "los modelos" $1/2$ y $1/4$)

Daniel: Una hoja y media

M: ¿Una hoja completa y media?

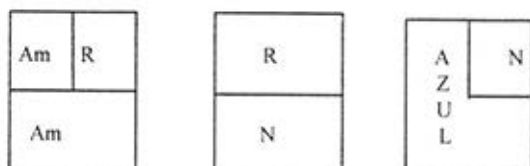
Na: Una hoja un cuarto, un cuarto

M: ¿Este es un cuarto? ¿A poco esta es una hoja? ¿Qué les dieron, a ver?

Julio: Un medio y un cuarto

M: A ver, vamos a ver modelos. (La maestra dibuja en el pizarrón las 3 hojas, del tamaño de las que repartió) Ahora lo que me van hacer ustedes es que cada uno me van a dibujar la parte que les dieron

(La maestra saca gises de colores de su estante y se los da a cada niño)
los niños dibujan en el pizarrón)



M: No todos lo dividieron así, no a todos les dieron un medio y luego les dieron un cuarto, ¿qué hicieron otros?

Cinthia: Yo les di un cuarto

M: Ella les dio un cuarto de hoja a cada quien, ¿tú Esther?

Esther: Les di $3/4$

M: les diste $3/4$, o sea cada hoja la dividiste en cuántas partes?

Esther: en tres partes

M: ¿Cada hoja en tres partes?

Esther: no una hoja la dividí en 4

M: Cada hoja en cuartos, ¿y cuál era más fácil, dividir cada hoja en cuartos? Tú que tienes ¿un medio? ¿Sí se fijan? Los que dieron tres cuartos darían lo mismo que esto o darían más, o menos de tres cuartos, será esto o más, Isaac será menos de $1/4$ o más (la maestra le muestra a Isaac un medio y un cuarto de hoja) (la maestra continúa explicando la equivalencia entre $1/4$ y $1/2$ más $1/4$) (...)

Para realizar otro de los repartos que es propuesto en la misma actividad de la misma lección, la maestra pide que pasen 8 niños al frente, después escoge a una pareja de niñas y les indica que deben repartir en partes iguales esas tres hojas.

M: (Al terminar de hacer el reparto y cortar las tres hojas, la maestra pide a la pareja que pasen a repartir las fracciones a cada uno de los niños que están al frente) Pásenle, vamos a ver cuántas les dan

Las niñas encargadas del reparto les entregan la parte que les corresponde (a cada niño le entregan dos fracciones, las que al final son identificadas como $1/4$ y $1/8$)

M: ¿cuánto les dieron?

(Los niños muestran la parte de la hoja que les dieron)

M: Pero ¿qué es eso? (se dirige a los niños que están al frente)

No: parece $1/3$

M: eso parece ¿qué? $\frac{1}{3}$ y un qué?

Na: $\frac{1}{4}$ (de las que están al frente)

Cinthia: Son tercios

M: a ver, ¿son tercios? qué son, qué les dieron, acomódenlo en la hoja, a ver, qué les dieron

No: Son $\frac{1}{2}$

(La maestra les da una hoja para que acomoden sus fracciones y verifiquen qué parte de la hoja les dieron)

Nas: Nos dieron más de $\frac{1}{3}$

M: A ver, qué les dieron, ¿les dieron más de un tercio?

Nos: Sííí, nooo

Nos: Un cuarto (los 8 niños tratan de saber cuánto les dieron y ponen las hojas completas en el piso, para acomodar sobre ellas sus fracciones)

M: No, yo quiero saber qué les dieron, a ver esto (muestra una de las partes de la hoja que le entregaron a un niño) dicen ellos que es un cuarto ¿y el otro? (se refiere a la otra parte de la hoja que le dieron al niño), ayúdenles a ver qué es el otro. (Los niños se muestran muy entusiasmados e interesados en la realización de las actividades)

Cinthia: Es $\frac{1}{4}$

M: Entonces ¿qué les dieron?

Na: $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{4}$

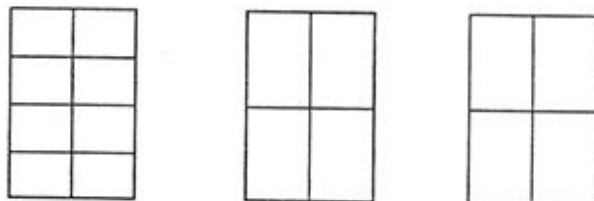
M: ¿Qué les dieron?

Nos: (los que pasaron al frente) $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{4}$

M: ¿Un octavo y un cuarto? ¿eso fue lo que les dieron a cada quién?

Nos: (los que están al frente) Sííí.

Enseguida la maestra dibuja las hojas en el pizarrón y explica cómo las acomodaron para saber que eran $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$.

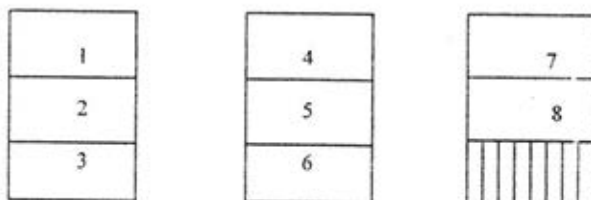


Una vez que concluyen, la maestra pregunta a los demás niños del grupo quién lo hizo de otra forma y Ana explica que repartió a cada uno de los niños a $\frac{1}{3}$ más $\frac{1}{24}$.

M: (Al pasar a revisar en cada uno de los lugares algunos niños comentan con la maestra sus resultados) ¿Sí? pero había otra forma, ¿quién lo hizo de otra forma? (la maestra se dirige a todo el grupo)

Ana: Yo

M: Ana, Ana nos va a decir, fíjense la forma en que lo hizo Ana, es algo así como que fuera de lo común, ven Ana, pasa a decirnos, (la maestra dibuja las tres hojas en el pizarrón y la niña pasa y divide las dos primeras hojas en tercios) hay más o menos... se supone que son iguales, cuántas llevamos, 1, 2, 3, 4, 5, 6 (la maestra cuenta los seis tercios) ¿que más hiciste Ana? (la niña divide en tres partes la hoja restante) a ver, como llevábamos 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (la maestra numera 8 tercios) ¿y luego Ana? (Ana divide en ocho partes el tercio que sobra)



M: siéntate (la niña se sienta y la maestra explica el proceder de la niña) Ana lo dividió en partes iguales, a cada quien le dio $1/3$, 1, 2, 3, $1/3$, 4, 5, 6, a cada quien le esta dando $1/3$, 7, 8 y 9 (señala cada uno de los tercios) es decir, estas dos también son tercios (se refiere a los dos tercios de la última hoja) y el último tercio que quedaba ¿qué hizo?

Nos: lo dividió en octavos

M: Lo dividió en 8 partes, resulta que Ana les dio $1/3$ con este pedacito (lo señala) pero ustedes saben ¿qué valor tiene este pedacito?

Nos: (muy pocos) Sí, un octavo

M: Un tercio más que...

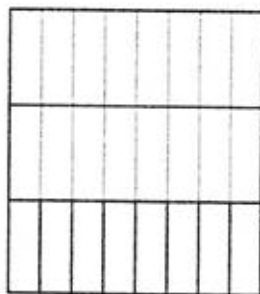
Nos: (algunos) $1/8$

M: ¿ $1/8$?, no

Esther: $1/4$

Nos: $1/7$, $1/6$, $1/2$

M: No, no, no tampoco, piénsenle, vamos a suponer que toda esta dividida en partes iguales (la maestra divide con líneas punteadas los otros dos tercios, en ocho partes cada uno, tomando como referencia la división que la niña hizo) ¿un qué? 1, 2, (la maestra va señalando cada una de las partecitas)



Nos: (la maestra los va señalando y los niños cuentan en voz alta) 3, 4, 5, ..., 22, 23, 24

M: Un tercio más un...

Nos: (Algunos) veinticuatro

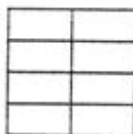
M: cuatroavo, ah, ya, ya lo dijimos, eso fue lo que dio Ana, pero hay otra forma y estuvo bien, porque si lo dividió en partes iguales, porque a cada quien le dio $1/3$ y $1/24$, o como se diga, así chiquito, ¿sí se entiende? hay otra forma de hacerlo, cómo vamos hacerlo ¿ya? ¿ya se fijaron que si

estuvo bien?

Nos: (algunos) Sí

Otros niños pasan al pizarrón a mostrar la forma en que repartieron las 3 hojas a los 8 niños.

M: (...) ¿Nadie tiene otra? ¿deveras, deveras?, ¿tú Pablo tienes otra? ven Pablo, (...) (Pablo pasa al pizarrón y divide cada una de las tres hojas en octavos)



No: Nos copió Pablo

M: Ah ¿y por qué no pasabas a decir que había otra?

Isaac: ¿esa era maestra? (la maestra no le responde)

M: ¿Qué fue lo que nos dio Pablo?

Nos: (algunos) $3/8$

M: o sea, $1/8$ de una, mas $1/8$ de la otra, mas $1/8$ de la otra, nos da en total...

(la maestra va señalando en cada una de las hojas)

Nos: $3/8$

Estos fragmentos permiten apreciar diversas cuestiones:

- Al problema de repartir tres hojas entre 8 niños, se le dan distintas soluciones:

- La primera da por resultado un octavo y un cuarto

$$1/8 \text{ y } 1/4$$

- La segunda propone repartirles un tercio y un veinticuatroavo, siendo importante mencionar, que para que los niños pudieran llegar a saber que la parte más pequeña representaba un veinticuatroavo, fue necesaria la intervención de la maestra, además de que ésta es una respuesta que llama la atención, porque aun cuando la niña no supo expresar verbalmente el nombre que correspondía a la más pequeña de las partes, propuso una solución poco común para su edad.

$$1/3 \text{ y } 1/24$$

- La tercera, repartir a cada quien tres octavos.

$$3/8$$

- Aunque la maestra propone de manera general la forma de saber qué fracción le dieron a cada quien "(La maestra les da una hoja para que acomoden sus fracciones y verifiquen qué parte de la hoja les dieron)", deja en completa libertad para que los niños sean quienes obtengan y justifiquen sus respuestas.

- Las estrategias que los niños ponen en marcha para solucionar la situación que se les plantea, como puede apreciarse, son de diversa complejidad y son realizadas con los recursos que cada alumno posee y de acuerdo a las exigencias del problema planteado. Pero, también es importante destacar que las estrategias y resultados nuevamente se presentan a toda la clase y luego se explican y argumentan. En todo ello, la maestra tiene un importante papel ya que, no inhibe a los niños ni juzga tajantemente los resultados obtenidos, al contrario, invita a que se compartan y expliquen, a que se den argumentos, a que se comprendan y se razonen e incluso apoya con la división de la hoja en 24 partes.

- El papel que cumple la maestra en estas actividades es el de animadora, pues no permite que el interés en la actividad decaiga, por el contrario la forma en que propone la realización de las actividades mantiene y acrecenta el interés y entusiasmo. Permanentemente revisa el trabajo de los niños para percatarse de sus dificultades, aciertos y "errores". Los invita a expresar sus soluciones y exige que presenten argumentos. En ocasiones, también es cierto, ella toma el papel de protagonista y es quien explica y justifica algunas de las soluciones.

4.LECCIÓN "GALLETAS REDONDAS"

Determinar a quién le tocaron más galletas: comparación de fracciones de distinto denominador. En una de las actividades del libro de texto, los niños deben determinar en cuál de los tres repartos le toca más galletas a cada uno de los niños: Raúl debe repartir 3 galletas a 4 niños, Sonia debe repartir 5 galletas a 4 niños y Yoatzin 2 galletas a 4 niños (véase anexo 6, actividad 1).

M: ¿Tú también dices que a Yoatzin? ¿A quién le tocaron más galletas?, Angel dice que a Raúl, que tiene tres galletas y 4 niños; Suri dice que a Sonia, que tiene 5 galletas y 4 niños, y yo digo que a Yoatzin, y Guerrero también, que tiene 2 galletas y 4 niños ¿A quién realmente le tocaron más galletas? a ver Selene (ella levanta la mano)

Selene: A los de Sonia.

M: ¿Por qué será a los de Sonia, Selene?

Selene: Porque hay 4 niños y 5 galletas, entonces les toca de a una galleta a cada niño y de un cachito.

M: De una galleta, fíjense en los de Sonia, dice Selene que les toca de una galleta más un cachito, a los de Raúl ¿cuánto les tocaría? (se dirige a Angel) ¿Les tocaría a una galleta completa y un cachito?

Nos: Nooo.

M: ¿Qué les tocaría? Angel, ¿sí les alcanza para darles una galleta y un cachito?

Angel: Sí

M: Dice Angel que sí alcanza, si yo tengo tres galletas y se las voy a dar a cuatro niños, dice Angel que si les toca a más de una galleta, ¿Cuáles son tus galletas Angel? ¿No las trajiste?

Angel: No (...)

(la maestra continúa cuestionando al grupo)

M: ¿A quién les toca más galleta a los de Sonia (5 galletas y 4 niños), a los de Raúl (3 galletas y 4 niños) o a los de Yoatzin (2 galletas y 4 niños)? A ver Guerrero, ¿a quién les toca más galletas: a los de Sonia, a los de Raúl o a los de Yoatzin?

Guerrero: A los de Sonia

M: ¿Por qué a los de Sonia?

Guerrero: O sea, como dijo Denise

M: Pero, ¿cómo dijo Denise?

Guerrero: Tiene Sonia 4 niños y tiene 5 galletas a cada uno le va a dar 4.

M: ¿A cada uno le va a dar 4 galletas?

Guerrero: No, a cada uno le va a dar uno cada uno

M: ¿Una galleta?

Guerrero: Y luego se va a agarrar una y la va a partir en 4 y le va a dar un cachito a cada quien (...)

M: ¿No te cabe? escríbele aquí (le indica donde) A ver vamos a oír por qué, puso Yadira, ¿tú a quién pusiste que le toca más galletas?, ¿tú qué pusiste, a quién les toca más galletas a los de Raúl, a los de Sonia o a los de Yoatzin?

Yadira: A los de Sonia.

M: ¿Por qué?

Yadira: Porque aquí hay 5 galletas y 4 niños y a cada niño le toca una entera y la otra la parten en cachitos, la dividen en 4 y ya se la dan a cada uno. (...)

M: Ahora vamos con el reparto de Raúl, Angel a cuánto les toca a los niños de Raúl

Angel: Les toca de a cero

M: Pero es que no les toca de a cero porque a fuerzas las repartes, sino que tienes tres galletas y esas 3 galletas las divides con cuatro niños y no les toca de a cero, les toca a un cachito de galleta o les toca a un pedazo de galleta ¿sí? A ver ustedes escríbanle ahí en cuál de los tres repartos les tocará a menos galleta, a qué niño y escríban por qué. A ver Adriana, tu dínos, en cual de los tres repartos le tocará menos galleta a cada niño

Adriana: En el de Yoatzin

M: ¿Por qué?

Adriana: Porque hay más niños que galletas

M: Porque hay más niños que galletas, pero por ejemplo en el de Raúl hay mas niños que galletas

Adriana: En el de Yoatzin toca a 1/2 galleta y en el de Raúl a media y un cuarto

M: Ajá, toca menos en el de Yoatzin. ¿Tu qué pusiste Jazmin?

Jazmin: Yo le puse que a Yoatzin

M: A Yoatzin, ¿por qué?

Jazmin: Porque tiene más niños que galletas, galletas nada más tiene dos

M: Ajá, tú qué pusiste Ana

Ana: Yo puse que a Yoatzin

M: ¿Por qué?

Ana: Porque les va a tocar un medio a cada niño

M: Ajá, tu qué pusiste Ricardo?

Ricardo: Que hay más niños que galletas

M: ¿Que hay más niños que galletas? Pero también en el de Raúl hay más niños que galletas

Ricardo: Yoatzin tiene dos galletas y cuatro niños

M: Bueno dice (la maestra lee el libro) "¿En cuál de los repartos le tocará más de una galleta a cada niño?" contéstenlo Juventino, ¿en cuál de los repartos le tocará más de una galleta a cada niño y por qué?

Juventino: a los de Sonia

M: ¿Y por qué?

Juventino: porque tiene más galletas

M: Que qué, tiene más galletas que, qué...(Juventino no contesta) o mas galletas comparado con qué, Juventino, Miriam contéstame esa pregunta, ¿a quien les tocará mas de una galleta?

Miriam: a los de Sonia

M: ¿Por qué?

Miriam: Porque les va a dar a 1 un entero y un cuarto (...)

Es indudable que la argumentación es indispensable en esta nueva forma de enseñanza, y los fragmentos que anteceden nos permiten constatarlo; pues para la comprensión y aprendizaje de los contenidos matemáticos es muy importante que los niños reflexionen y hagan explícito lo que están pensando al buscar las soluciones.

Al parecer, a la maestra no le importa el tiempo empleado en preguntar a la mayor cantidad de niños posible, el por qué de su respuesta, aceptando incluso términos que utilizan cotidianamente los niños (porque algunos niños no sabían todavía como nombrar a ese "cachito") como decir cachito en lugar de un cuarto.

Repartir cuatro galletas a cinco niños: uso y justificación de estrategias. En otra de las actividades de la misma lección se pide que los niños repartan 4 galletas a 5 niños (véase anexo 6, actividad 4, dibujo de Sonia) Una vez que la mayoría termina de realizar sus repartos, Daniel trata de explicar a la maestra cómo hizo la repartición de las 4 galletas entre los 5 niños, ya que después de plantearles el problema la maestra los dejó en completa libertad para solucionarlo.

M: Y al final cómo le podemos... ¿tú, cómo le hiciste Daniel?

Daniel: Yo le multipliqué 4 por 5 y me dieron 20 y luego dije ¿cómo voy a dividir 4 entre 20? y me di cuenta como dividir entre 5

M: ¿Por qué multiplicaste 4 por 5?

Daniel: Porque el resultado es 20

M: Pero, ¿por qué multiplicaste 4 por 5?, ¿4 veces 5? y ¿por qué 4 veces 5?

Daniel: Porque aquí tengo 5 niños y si lo multiplico por 4 me dan 20

M: Pero, ¿20 qué?, ¿20 niños o 20 galletas?

Daniel: No, 20 cachitos de galleta, que son a 5

M: No, no te entiendo Daniel ¿por qué multiplicar 4 por 5?, ¿tu lo hiciste igual Pablo?

Pablo: No

M: ¿No? bueno espérame... o bueno ¿tú le entiendes?

Pablo: Si, o sea que multiplico 4 veces 5 y le salió 20, y vio si el resultado salía 20 y lo dividió en 5

M: Créame que no entiendo, ¿para qué el 20?, ¿20 qué?, o sea 4 veces el 5, ¿por qué estoy repitiendo 4 veces el 5? o ¿por qué estoy repitiendo 5 veces el 4?, no entiendo, Carlos (la maestra le da la palabra)

Carlos: Es que él multiplicó 4 galletas por 5 niños.

M: pero, ¿por qué?, ¿por qué multiplico 4 galletas por 5 niños?, no estoy repitiendo 4 veces... o sea estaría repitiendo 4 veces qué, ¿4 veces 5 niños? o estoy repitiendo 5 veces 4 galletas, bueno te dio 20 ¿y luego?

Daniel: Le voy a poner mas fácil

M: A ver

Daniel: haga de cuenta que tengo 4 galletas, las quiero dividir todas en 5, las dividi, me salieron 20

M: Te salieron 20 partecitas, pero lo primero que hiciste fue multiplicar o dividir las galletas

Daniel: Sí, me quedo pensando, si multiplico 4 por 5 me dan 20 y si las divido en 5 me dan 20, entonces ya las dividi y las recorté, y luego puse una partecita, otra parte, otra parte, otra parte y otra parte, entonces las reparto entre los 5 niños y son 4 partecitas para cada niño

M: Ya te entendí, pero no, lo que pasa es que tú me dijiste que multiplicaste, pero recuerda que multiplicar es repetir una serie de veces, tú si estabas multiplicando algo, 5... repetimos 4 veces el número 5 ¿por qué? porque aquí está una vez el número 5, dos veces el número 5, tres veces el número 5 y 4 veces el número 5, pero tu primer paso, Daniel, fue dividir en 5 partes cada galleta, ya que dividiste en 5 partes cada galleta, para contar cuántos pedacitos tenías, en lugar de sumar $5 + 5 + 5 + 5$, multiplicaste 4 por 5 y te dieron 20 pedacitos, y estos 20 pedacitos repartidos entre los 5 niños te dieron a 4 pedacitos por niño

Daniel: Sí

La gran insistencia que la maestra demuestra para tratar de comprender la forma de proceder de Daniel, resulta importante, pues por una parte obliga al niño a esforzarse para ordenar y dar claridad a sus razonamientos y por la otra interesa al grupo para que comprendan lo que hizo. Haciéndose evidente el avance que los niños han logrado en su capacidad para elaborar sus argumentos.

Reparto de más galletas: anticipación de un resultado mayor o menor que uno. El siguiente fragmento forma parte de la misma lección y la actividad propone resolver los cuestionamientos de acuerdo con lo que se ilustra en el libro: Raúl debe repartir 4 galletas a 4 niños, Sonia debe repartir 4 galletas a 5 niños y Yoatzin debe repartir 4 galletas a 3 niños.

M: Guarden sus galletas, las vamos a volver a sacar, pero ahorita guárdenlas. Ahora dice en el (ejercicio) número 4 "En otra ronda, Raúl, Sonia y Yoatzin hicieron estos dibujos. Dibujo de Raúl. Dibujo de Sonia. Dibujo de Yoatzin." (En el libro aparecen tres dibujos en el primero cuatro galletas y cuatro niños -dibujo de Raúl-, en el segundo cuatro galletas y cinco niños -dibujo de Sonia- y en el tercero cuatro galletas y tres niños -dibujo de Yoatzin-). Todavía sin hacer los repartos pertinentes, fíjense, todavía sin hacer los repartos, nada más observen, observen qué dibujo Raúl, observen bien qué dibujó Sonia y observen bien qué dibujó Yoatzin, y dice la primer pregunta ¿En cuál reparto..., no me la contesten, la contestan después en su libro, "¿En cuál reparto le tocará más de una galleta a cada niño?" más de una galleta, más de una galleta, hazlo tú Yadira, no te estés asomando, más de una galleta, en cuál reparto les tocará más de una galleta, bajen la mano (les indica a los que ya terminaron y levantan la mano), más de una galleta, a ver vamos a escuchar lo que dice Yadira, en cuál les tocará a más de una galleta, en los de Raúl, en los de Sonia o en los de Yoatzin.

Yadira: en los de Raúl

M: Tú dices que en los de Raúl les va a tocar más de una galleta, ¿por qué? (Yadira no contesta) ¿Por qué tú dices eso?

Yadira: en los de Yoatzin

M: Ya no en los de Raúl (Yadira dice con la cabeza que no), a ver en los de Yoatzin, por que tú dices que en los de Yoatzin les va a tocar mas de una galleta

Yadira: Porque hay 4 galletas y hay 3 niños, y cada niño le toca una galleta y la que sobra se la reparten

M: Tú qué dices Angel?

Angel: Igual

M: ¿Igual? ¿por qué? (Angel contesta pero en voz muy baja y no se escucha) ¿por qué? todos queremos escuchar ¿verdad? ¿Por qué Angel?, ¿por qué dices que les va a tocar a más de una galleta con los de Yoatzin?

Angel: porque sobra 1

M: Porque sobra 1, ¿y por qué, crees que sobre 1?, porque hay más que, más que, (Angel no contesta)

Suri: Más galletas que niños

M: Hay más galletas que niños, a ver luego dice: "*¿En cuál reparto le tocará menos de una galleta a cada niño?*", fíjense muy bien en los dibujitos y díganme ustedes en cuál creen que les toque menos de una galleta a cada niño, a ver Jazmín

Jazmín: a los de Sonia

M: ¿A los de Sonia? ¿Por qué?

Jazmín: porque son más niños que galletas

M: Porque son más niños que galletas, y la última "*¿En cuál reparto le tocará exactamente... siéntense (a los que piden la palabra para contestar y se paran)... una galleta a cada niño?*" exactamente a una galleta a cada niño

Nos: yo, yo, yo.

M: no digan yo y menos los de allá (a los de la fila que está junto a la puerta porque ellos, según comentarios de la maestra, ya dominan más o menos el conocimiento) porque ya les estuve preguntando mucho, en cuál reparto les tocará exactamente a una galleta a cada niño, Julieta

Julieta:(no contesta)

M: una galleta a cada niño ¿en los de Raúl, en los de Sonia o en los de Yoatzin?, en cuál, una galleta exactamente, sin que sobre nada, en cuál dices tu Julieta, por favor no te quedes callada, en cuál les toca de exactamente una galleta sin que sobre ni que falte nada.

Julieta: A los de Raúl

M: ¿Por qué?

Julieta: Porque tiene 4 niños y 4 galletas

M: Y ya con eso, ¿ya no le sobra ni le falta?

Julieta: No

Este fragmento, al igual que otros, muestra una de las habilidades intelectuales que la nueva propuesta metodológica pretende que los niños desarrollen y que se refiere a la anticipación de resultados, en este caso el resultado tenía que expresarse con una fracción menor, igual o mayor que la unidad, considerando el número de galletas en relación con el número de niños. Cabe mencionar que la siguiente actividad propone que los niños realicen físicamente el reparto de las galletas para comprobar sus resultados.

Obtención de conclusiones acerca de la relación entre el numerador y el denominador: una regla a comprobar. Este fragmento corresponde a una de las actividades finales de la lección que se está trabajando. En ella una de las niñas del grupo hace una observación muy interesante.

M: (La maestra lee en el libro de texto). A ver dice: "*Realiza los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzin. Escribe, con una fracción o con varias, lo que le tocó a cada niño en cada reparto*". En el reparto de Raúl ¿cuánto les tocó a cada niño? eran 4 galletas y 4 niños, ¿cuánto le tocó en el reparto de Raúl

a cada niño? Jazmín

Jazmín: Una maestra

M: ¿Por qué una?

Jazmín: porque son 4 niños y 4 galletas

M: ¿Porque son 4 niños y 4 galletas? Bueno. En el reparto de Sonia ¿cuánto le tocó a cada niño?, son 4 galletas y 5 niños. Jaime... (algunos niños quieren contestar)

Jaime: $4/5$

M: ¿por qué?

Jaime: Porque las galletas las dividieron en quintos, y a cada uno le iban dando una

M: Hasta que dieron $4/5$

Tania: ¿Se dan cuenta que en los $4/5$ hay 4 galletas y 5 niños?

M: ¿Ya oyeron lo que dice Tania? ¿que si nos damos cuenta, que qué?

Tania: que hay 4 galleta y 5 niños y la fracción es $4/5$

M: Que hay 4 galletas y 5 niños, dice Tania que si nos dimos cuenta que hay 1, 2, 3, 4 galletas (las cuenta en el pizarrón) y 5 niños y que nuestra fracción ¿cuál es Tania?

Tania: $4/5$

(la maestra establece la relación en el pizarrón)

$\frac{4}{5}$



N N N N N

No: Yo no me di cuenta

M: ¿Se dieron cuenta? (...) Yo digo que es coincidencia

No: Sí es coincidencia

M: ¿O será así? A ver, porque dice Catalina que en el primero también nos pasó lo mismo, dice Catalina que en el primero ¿cuántos son Catalina?

Catalina: 4 galletas y 4 niños

M: Y qué, paso aquí, pero aquí les tocaba de a una galleta (la maestra dibuja la primera repartición y anota que a cada niño le tocó a un entero)

1



N N N N

Na: Igual

M: A ver, esta Alejandra nos está diciendo del otro, vean el dibujito del otro, de la primer página, ¿la de Raúl?

Alejandra: Ajá

M: ¿Qué tiene la de Raúl cuántas galletas son?

Nos: 3

M: ¿Y cuántos niños son?

Nos: 4

M: ¿Y cuál fue la fracción que les tocó?

Nos: (muy pocos) $\frac{3}{4}$

M: ¿Cuál es Cinthia?

Cinthia: $\frac{3}{4}$

M: ¿Sí les tocó $\frac{3}{4}$? (se oyen comentarios acerca de las respuestas que tienen) a ver vean su libro, ¿Sí, seguros? en este de Raúl ¿cuántas galletas les tocó? (La maestra establece la relación entre las galletas, los niños y la fracción)

$$\frac{3}{4} \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

N N N N

Nos: (algunos) $\frac{3}{4}$

M: ¿ $\frac{3}{4}$?

No: Pero es que maestra

M: O les tocó $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$

Esther: A mí me tocó un medio un cuarto maestra.

M: Pero es que Angel dice que les tocó $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ ¿Qué les salió $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$? $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ ó $\frac{3}{4}$.

Nos: (responden al mismo tiempo, algunos dicen $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y otros $\frac{3}{4}$)

M: Pero qué decíamos ¿que un medio y un cuarto qué?

Nos: (algunos) eran $\frac{3}{4}$

M: Fijense, a ver Tania, dínoslo

Tania: Que nosotros cuando tuvimos $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ lo convertimos en puros cuartos y nos salieron 3

M: Y nosotros dijimos, Jazmín (le llama la atención) $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ lo convertimos en cuartos y ¿cuántos nos dio?

Nos: Tres (la maestra interrumpe)

M: Jazmín

Jazmín: 3

M: ¿3 qué?

Jazmín: cuartos

M: Sí, porque el... este anaranjadito (muestra uno de los cuartos de color naranja), ese no lo tomamos, entonces serían uno, dos, tres...(muestra los tres cuartos por separado).

Nos: cuartos

M: Entonces fijense, también nos salió $\frac{3}{4}$, es decir 3 galletas y 4 niños (muestra la correspondencia en el dibujo del pizarrón) A ver vamos a ver en el otro, ¿qué otro hay?

(La maestra pide a los niños que propongan otros ejemplos en donde sea posible establecer la relación entre el numerador y el número de galletas, y el denominador y el número de niños; solicitando además los razonamientos pertinentes. Después con todas las anotaciones que hizo en el pizarrón formaliza la proposición inicial realizada por Tania).

M: Si reparto 5 galletas entre 4 niños les toca a $\frac{5}{4}$, si reparto 4 galletas entre 5 niños les toca a $\frac{4}{5}$ (va señalando los repartos que anotó en el pizarrón) si reparto 2 galletas entre 4 niños les toca a $\frac{2}{4}$, si reparto 4 galletas entre 4 niños les toca a $\frac{4}{4}$, si reparto 3 galletas entre 4 niños les toca de a $\frac{3}{4}$ y si reparto (la maestra se queda callada porque en el pizarrón se acaban los ejemplos y los niños se empiezan a reír)

$$1 \frac{1}{4} = \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc = \frac{5}{4}$$

$4/5$  $1=4/4$  $3/4$  $1/2 = 2/4$ 

Aunque inicialmente se menciona que es una observación la que expresa una niña del grupo, finalmente creo que su observación significa una verdadera construcción personal de conocimiento en relación con las fracciones cuando éstas representan el resultado de un reparto. Pero además, la participación de esa niña desencadenó lo que también puede considerarse como una construcción grupal del conocimiento, pues los niños participaron en la justificación de la aseveración inicial en los diferentes supuestos que la maestra presentó, pudiéndose apreciar el avance que los niños han logrado en la adquisición del concepto en cuestión. Se trabajó la idea de que: el numerador de la fracción indica entre cuántos niños se va a repartir y el denominador indica la cantidad de objetos que se van a repartir. Siendo obvio que es necesaria la intervención de la maestra para una cierta formalización de la idea que espontáneamente surgió en el grupo. Probablemente en clases posteriores se retome el tema y se llegue a la formalización.

5. LECCIÓN “MAS GALLETAS Y MAS NIÑOS”

Repartir la misma cantidad de galleta: justificación de la equivalencia entre $1/2$, $2/4$ y $4/8$. En esta parte de la actividad cada uno de los niños debe fundamentar el por qué de su respuesta y anotarlo

M: (lee la actividad 3 de la página 94) (...) Dice: “*Julián dice que en el Reparto de Sonia, en el de Raúl y en el de Yoatzin, le toca la misma cantidad de galleta a cada niño* (en los repartos a Sonia le tocó $1/2$, a Yoatzin $2/4$ y a Raúl $4/8$). *¿Estás de acuerdo con lo que dice Julián?*” ¿Tú qué pusiste Jazmín?

Jazmín: Que sí

M: ¿Por qué?

Jazmín: Porque les toca lo mismo

M: Que sí, ¿porque les toca lo mismo? ¿Tú qué pusiste Pamela?

Pamela: Que... (la maestra la interrumpe)

M: No borres Angel

Pamela: Que sí, porque a los tres les toca de a $1/2$

M: ¿Así lo escribiste?

Pamela: Sí

M: A ver, léemelo

Pamela: Que sí, porque a los tres les toca de a $1/2$

M: ¿Tú qué, pusiste Mayolo?

Mayolo: Que sí, porque les toca lo mismo

M: Porque les toca lo mismo, ¿tú qué pusiste Angel?

Angel: porque les tocan partes iguales

M: ¿Que sí, porque les tocan partes iguales? ¿Y tú qué pusiste Suri?

Suri: Que sí

M: ¿Por qué?

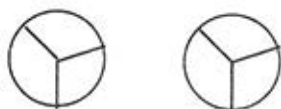
Suri: Porque los tres son iguales.

Nuevamente nos encontramos con la argumentación, como una parte importante en el proceso de la adquisición de conceptos matemáticos en este grupo. También podemos decir que en este caso los argumentos son breves y los que dicen los distintos niños son casi iguales. La respuesta del primer niño orientó las siguientes. Los niños no dieron argumentos más allá de "son iguales". Probablemente la maestra podría haber promovido que los niños dieran argumentos distintos acerca de la equivalencia de fracciones. No lo hizo, pero puede verse, sin embargo, que los niños tienen capacidad de argumentar cuestiones matemáticas, por supuesto, en el nivel que su desarrollo intelectual se los permite.

Juventino, Ricardo y Angel, reparten más galletas: Angel avanza en sus conceptualizaciones. La maestra pide a tres niños que pasen al pizarrón para realizar la actividad propuesta en el libro y que consiste en repartir 2 galletas entre 3 niños.

M: (la maestra dibuja en el pizarrón las dos galletas y los 3 niños) entonces así ya está bien. Ayúdale a Julián a repartir sus galletas, por favor (Angel pasa al pizarrón, divide las galletas en medios y las reparte, se da cuenta que le sobra $1/2$ y borra, luego las divide en 4, vuelve a borrarlas, las dibuja y las divide en quintos, las vuelve a borrar) (...) (llega un maestro hace algunos comentarios con la maestra y se retira, después la maestra sale y pide a Juventino y a Ricardo que pasen al pizarrón a realizar los repartos, Angel sigue intentando realizar el reparto)

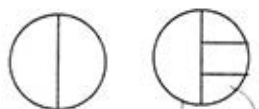
Juventino



N N N

$2/3$

Ricardo



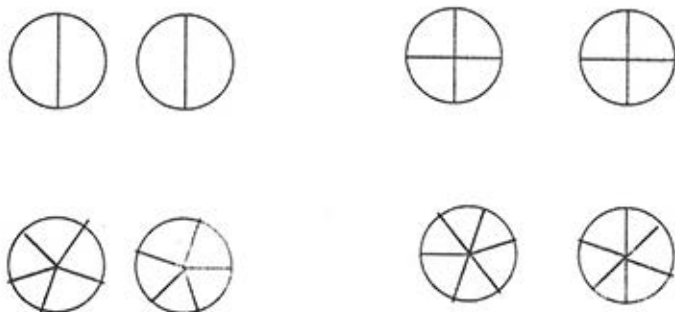
N N N

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

(Juventino hace el reparto en tercios y Ricardo divide los dos círculos en medios y después el 2o. medio del 2o. círculo lo divide en 3 partes, Ricardo se sienta y después regresa a iluminar y a establecer la correspondencia con los niños)

Cuando la maestra regresa se acerca a Angel y le pregunta qué piensa hacer, él le dice que va a dividir cada uno de los círculos en seis partes, la maestra le ayuda a dividirlos y él se encarga de repartir cada una de las partes, primero reparte $\frac{3}{6}$ a cada uno de los niños, al darse cuenta que le sobran otros $\frac{3}{6}$, reparte un sexto más a cada uno de los niños. Cuando la maestra le pregunta cuántos sextos le tocan a cada uno de los niños, Angel responde que a cuatro, antes de continuar con la siguiente actividad la maestra concluye que Juventino repartió a $\frac{2}{3}$ a cada uno de los niños, Ricardo a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$ y Angel $\frac{4}{6}$.

Repartos de Angel



Por la interrupción debida a la entrada de otro profesor, no fue posible que la maestra ni los niños cuestionaran los repartos de Angel. Sin embargo, es obvio que los procesos de pensamiento de este niño han evolucionado, pues en vista de que no consideraba acertadas las soluciones que se proponía a sí mismo (ni la maestra, ni los niños intervinieron en la validación de sus respuestas) intentó varias formas de repartir las galletas. Así mismo cabe mencionar que en la primera lección que se refieren a repartos, Angel pensaba: "les toca de a cero", cuando la maestra le pidió que repartiera 3 galletas a 4 niños:

Lección "Galletas Redondas"

Angel: Les toca de a cero

M: Pero es que no les toca de a cero porque a fuerzas las repartes, sino que tienes tres galletas y esas 3 galletas las divides con cuatro niños y no les toca de a cero, les toca a un cachito de galleta o les toca a un pedazo de galleta ¿si? (la maestra continúa preguntando a otros niños) A ver ustedes escribanle ahí en cuál de los tres repartos les tocará a menos galleta, a qué niño y escriban por qué. A ver Adriana, tú dinos, en cual de los tres repartos le tocará menos galleta a cada niño.

Comparando fracciones: aplicación y puesta en común de distintas estrategias. En la siguiente actividad los niños tienen que determinar, dado un par de fracciones, cuál de ellas es mayor. Al respecto, el libro propone que los niños lo averigüen como ellos quieran.

M: Bueno esa niña dice "*Me tocaron $1/2$ más $1/4$* " y el otro niño dice que le tocaron $5/4$, tu cómo le harías Jazmín para averiguar a que le tocó más o a quién le tocó menos

Jazmín: Sumándolos

M: Y cómo lo vamos a sumar, ¿sabemos sumar así? (se refiere a que las fracciones que se van a sumar tienen distinto denominador)

Cinthia: aquí no se puede

M: ¡Ah! entonces no sabemos sumar así, pero sabemos hacerlo de otra forma, ¿o no sabemos hacerlo de otra forma? ¿qué pasó Mayolo?

Mayolo: lo podemos hacer con dibujos

M: Mayolo dice que lo podemos hacer con dibujos ¿creen que lo podamos hacer con dibujos? Tu Anaíd qué piensas, ¿que sí lo podemos hacer con dibujos?

Anaíd: Sí

M: ¿Sí? ¿Cómo lo haríamos? Tu Daniel cómo le harías para saber a quién le tocó más, si a la niña que dice que lo tocó $1/2$ más $1/4$ o al otro que le tocó $5/4$, ¿tú cómo le harías?

Daniel: Con las galletas

M: Con las galletas, ¿también lo podríamos hacer con las galletas? ¿sí o no?

Nos: (algunos) Sí

M: ¿Sí o no?

Nos: Sí

M: (...) ¿tu cómo le hiciste Julio? Fíjense cómo le hizo, Julio ni siquiera dibujó, fíjense cómo le hizo

Julio: Yo lo saqué porque $1/2$ tiene $2/4$ y más otro cuarto son $3/4$ y aquí eran $5/4$.

En este fragmento es posible apreciar algunas formas alternativas de proceder, al no conocer ni manejar la forma convencional de hacerlo (por medio del algoritmo). Pero además, cómo los niños se han habituado a hacerlo y cómo otros muestran que son capaces ya de actuar sobre las expresiones simbólicas, sin necesidad de utilizar el material manipulable. Esta es otra de las muestras de avance intelectual en los niños de este grupo.

6. LECCIÓN "LAS GOLOSINAS"

Determinar cuántos gramos pesa una galleta: proposición y prueba de estrategias para obtener el valor de la unidad. La maestra plantea el primer problema que aparece al inicio de la lección: El paquete trae 12 galletas y pesa 180 gramos ¿Cuántos gramos pesa una galleta? Mientras revisa en cada uno de los lugares de los niños, los cuestiona acerca de la forma en que piensan que pueden resolver el problema.

M: (...) Vamos a ver el problema número uno: "*El paquete trae doce galletas... ¿Cuál paquete) ¿ya lo vieron? ¡ah!, ya, y pesa...*"

Nos: 180 gramos

M: "*¿Cuánto pesa una galleta?*" ¿Qué haríamos para saber, cuánto pesa cada galleta? Tú qué sugieres Suri, nuestro paquetito pesa 180 gramos, aquí está (la maestra dibuja el paquete de

galletas y también cada una de las doce galletas), ya, trae 12 y pesa 180 gramos ¿cuánto pesará cada galleta? ¿cómo le hago? a ver, qué idea podemos dar, (...) qué hago Miriam

Miriam: pesando una

M: ¿Pesando una? Pero es que no podemos abrir el paquete para saber cuánto pesa

No: Le podemos ir quitando

M: Vamos quitando, ¿a 180 qué le quito?

No: lo que pesa una galleta

M: Pero es que no podemos abrir el paquete, el paquete va a estar cerrado y tú me tienes que decir cuánto pesa cada galleta, Elizabeth ¿qué hago? (la niña no responde) Ramón ¿qué hago? (Ramón no contesta) no voy a permitir que se queden callados, me tienen que dar una respuesta, todos me tienen que dar una respuesta de cómo le hago para saber cuánto pesa una galleta (la maestra pasa a los lugares a revisar) qué hago con esos 180 gramos ¿eh, Marcos? ¿Cómo sé cuánto pesa una galleta? ¿Cómo se cuánto pesa una galleta? (Marcos no contesta)

Alejandra: 15 gramos

M: ¿Y cómo sabes que 15 gramos? ¿Cómo le contaste?

Alejandra: de 15 en 15

M: De 15 en 15 hasta llegar a qué,...

Alejandra: a 180 (la maestra sigue revisando en los lugares de los niños)

M: A ver Esther, ¿180 menos 2? (la maestra cuestiona las operaciones que la niña realiza)

Esther: No, es esta (la niña le señala la operación)

M: A 180 le quitamos 1, si le quito uno ¿ya se lo que pesa?

Esther: No

M: ¿Entonces? Mayolo (el niño no dice nada) muchachos, yo lo hago, ustedes no lo hagan, díganme si sumo o que hago, no puedo abrir el paquete eso es lo único que no puedo hacer ¿qué hago? piénsenle, porque si es necesario yo no les voy a dar la respuesta de esta pregunta, ustedes me tienen que decir qué hago, tengo 180 gramos y esas corresponden a mis 12 galletitas, ¿cómo saber cuánto abarca mi galletita de esos 180 gramos?

Daniel: Multiplicando 16 por 12 y el resultado que salga es 180, entonces pesa 16 gramos

M: O sea que si yo le doy un valor de 16 gramos a cada galleta

Daniel: Ajá

M: ¿Cuántas veces estaría repitiendo el 16 gramos?

Daniel: 12

M: Entonces sería 12 veces 16 (lo anota en el pizarrón) a ver (la maestra resuelve la multiplicación 16 por 12), si yo tuviera galletitas de 16 gramos cada una al tener 12 yo tendría 192 gramos

entonces sería 12 veces 16

12 veces 16

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

M: ¿Tú qué crees Suri?, ¿que mis galletitas pesen más o menos?

Suri: Menos

M: ¿Que pesen menos de 16? ¿Cómo le hacemos Ramón?, no estás esperando la respuesta Ramón, ¿cómo le estabas haciendo?

Ramón: Multipliqué (la maestra revisa su multiplicación)

M: este Ramón estaba haciendo esto: 12 veces 180 (lo anota en el pizarrón) Esto es igual a tener doce paquetes (la maestra dibuja 12 paquetes en el pizarrón y anota el 180 dentro de cada paquete),

lo que tú estabas haciendo (se dirige a Ramón) era repetir 12 veces 180, (señala cada uno de los paquetes) una vez 180, 2 veces 180... 12 veces 180, ¿tú crees que este resultado me va a decir cuánto pesa una galletita? ¿sí lo crees Ramón?

12 veces 180

$$\boxed{6 \bigcirc 7}$$

$$\boxed{3 \bigcirc 10}$$

$$\boxed{1 \bigcirc 2}$$

$$\boxed{4 \bigcirc 11}$$

12 veces 18

$$\boxed{2 \bigcirc 9}$$

$$\boxed{5 \bigcirc 12}$$

Ramón: No

M: ¿Por qué no? tú me estás repitiendo... cuando multipliques recuerda que estás diciendo veces, 12 veces 180, y aquí sólo tenemos un paquetito con 180, no tengo 12 paquetitos con 180 ¿Qué pasó entonces ahí? ¿qué puedo hacer?

No: Yo maestra

M: A ver ¿tú qué estabas haciendo? que lo estás borrando con tanto esmero, (a Miriam) ¿también estabas multiplicando 180 por 12? Recuerden que antes de escoger una operación, tienen que pensar qué me está dando esa operación ¿sí? Tienen que pensar, bueno, para qué estoy ocupando esa operación ¿estoy repitiendo 12 veces 180? ¿sí es el planteamiento de mi problema Miriam? ¿estoy repitiendo 12 veces 180?

Miriam: no

M: ¿Verdad que no? ¿Tú qué estabas haciendo?

Carlos: estaba haciendo una división, a ver si 15

Luis: Maestra yo así lo hice pero me salió 15 (mediante el algoritmo de la división)

M: ¿Y tú crees que esté bien?

Luis: Todavía no

M: Tú que estás borrando ¿qué habías hecho?

No: Estaba yo haciendo una división?

M: ¿Y ya no te salió? ¿qué hago?

Luis: Yo multipliqué 15 por 12 y me salió 180

M: Pero cómo sacaste el 15 ¿lo pensaste?

Luis: Hice una división

M: Hiciste primero una división

Luis: Luego el 15 lo multipliqué ... (la maestra lo interrumpe y deja de prestarle atención)

M: ¿Ya? ¿quieren saber cómo se hace?

Nos: Sí

M: ya, que nos diga Yadira cómo se hace, ¿sí Yadira? A ver, Ana nos va a decir qué se hace ¿qué se hace Ana?

Ana: Yo multipliqué 12 por 15

M: Bueno, la pregunta del millón ¿de dónde salió el 15? Si yo les estoy diciendo que 180 gramos con 12 galletas ¿de dónde sacaron ustedes ese 15?

No: Quién sabe maestra

M: Quién sabe maestra, a ver, Ana nos va a decir de dónde lo sacó

Ana: de 12 por 16 y luego le quité 1 y me salió 15

M: O sea, estuvieron buscando más o menos el número, a ver Pablo

Pablo: Yo lo hice al tanteo

M: Al tanteo se llama, cuando yo estoy buscando el número a ver cuál es, y yo digo a ver vamos a ver si la galleta pesa 20 gramos, al tanteo eso es ir viendo si eso podía pesar mi galleta o no hacerlo. (La maestra y los niños realizan varias multiplicaciones hasta llegar a la multiplicación 15 por 12 y obtener 180. Sin embargo los sigue cuestionando respecto de por qué multiplicar 15 por 12)

M: A ver, Angel nos va a decir, cada una pesa...

Angel: 15 gramos

M: ¿Por qué? (Angel le explica en voz baja a la maestra cómo lo hizo y le muestra su trabajo, el niño dibuja 12 palitos y a cada palito le asigna el valor de 15) O sea, que si lo haces, cada palito vale 15, y si te sale 180 ¿Por qué dicen ustedes que pesa 15 gramos cada galleta?

Suri: Porque yo hice la operación 15 por 12

M: ¿Y por qué 15 por 12? De la forma que quieran compruébenme que cada galleta pesa 15 gramos

Nos: (pocos) yo, yo, yo ya lo comprobé

M: ¿Tú qué hiciste Adriana?

Adriana: Una división

M: ¿Qué dividiste Adriana?

Adriana: 12 entre 180

M: 12 galletas entre ... no, 180 entre 12 galletas, ¿eso fue lo que tú hiciste Adriana? (la maestra anota 180 entre 12) ¿Quién ya sabe hacer estas divisiones? (muy pocos levantan la mano) cada quien compruebe cómo sale (la maestra revisa en los lugares de los niños) (la maestra se acerca a Cinthia) A ver, cómo lo comprobaste, tú hiciste una multiplicación, ¿por qué me estás multiplicando 15 por 10?, digo 15 por 12, ¿por qué?

Cinthia: 15 por 12, porque es el número de galletas que tengo

M: pero si yo multiplico 18 por 10 me sale 180, entonces cada galleta pesa 18 gramos, fijate si cada galleta pesa 18 gramos me da 180 (la maestra anota la multiplicación en el pizarrón) ¿estoy bien?, cada galleta no pesa 15, según esta operación cada galleta pesa 18 y mi paquetito completo pesa 180 gramos, a ver ¿qué pasa aquí?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 10 \\ \hline 180 \end{array}$$

Cinthia: porque el paquete no tiene 10 galletas tiene 12

M: Ajá, entonces aquí está diciendo que de un paquete de 10 galletas que pesara 180, cada galleta pesaría 18 gramos, pero no es el caso de nuestro paquete de galletas ¿verdad? cuál es el caso de nuestro paquete de galletas, ¿cuántas galletas tiene nuestro paquete?

Cinthia: 12

Durante el desarrollo de esta actividad, la maestra fue demasiado insistente tanto para solicitar a los niños expresar sus estrategias de solución, como para pedir que los niños argumentaran su respuesta. Logrando que los niños hicieran uso de sus propios recursos, algunos utilizaron el algoritmo de la división, otros lo hicieron mediante aproximaciones lo que la maestra llamó "al tanteo", otro más a través de dibujos. También al ejemplificar sus procedimientos "erróneos" la maestra dio oportunidad a los niños de que reflexionaran acerca de su proceder y por sí mismos concluyeran que su respuesta no era correcta. Además este fragmento también nos permite observar que la niña a la que la maestra

questionó casi al final de esta actividad, hizo una reflexión cuidadosa acerca del planteamiento del problema en cuestión, por lo cual, pudo responder acertadamente.

VIII. LAS REPRESENTACIONES QUE GUIAN LA PRACTICA DE LA PROFESORA AZALEA

- El proceso "vivido"

Acerca del proceso que vivió durante las clases observadas, la maestra Azalea comenta que ella "sentía que los niños sí aprendían", siendo necesario ir poquito a poco. Así mismo, ella identifica como problema el que, aunque la mayoría "salía adelante", otros "se quedaban atrás".

La solicitud que se le hizo para llevar a la práctica la propuesta le "sirvió muchísimo", pues en algunas ocasiones ha hecho a un lado esta forma de trabajo debido a la lentitud del proceso, agregando, "que en algunas lecciones los alumnos construían su conocimiento, pero en otras hacía uso del método tradicional". Por otra parte, según nos dice, la permanencia de la observadora le fue muy útil, porque en años anteriores sí aplicaba el enfoque pero sólo esporádicamente. Entonces, cuando empezó a trabajar más sistemáticamente se dio cuenta de que a pesar de que se lleva mucho tiempo sí se puede llevar a cabo y sirve de mucho para "sacar el conocimiento al final". La maestra agrega que tiene que haber un seguimiento para conseguir resultados, "no sólo una lección aislada hacerlo y a la otra volver al mecanicismo".

Todo el seguimiento le permitió aprender y ver cómo los niños iban razonando, descubriendo, sacando y encontrando la respuesta, así mismo, pudo darse cuenta que sí se puede construir el conocimiento. También piensa que se debe hacer lo anterior, pues casi siempre se tiene en teoría "que el alumno construya su propio conocimiento", y sin embargo, en el salón no se hace, porque cuesta trabajo y es muchísimo tiempo, aunque en ocasiones pensaba "bueno ya terminamos de soñar ahora regresemos a la realidad, apréndete esto de memoria, haz esto (...)"

Por lo que toca al sentir de la maestra respecto de la solicitud que se le hizo para trabajar con las lecciones seleccionadas, ella dice que se sintió con una responsabilidad muy fuerte, muy grande, se sentía muy presionada: "me sentía mal conmigo, me sentía mal contigo, porque no estaba dando todo". Al principio pensó que eran muchas lecciones, cuando empezó a ver que en cada lección se tardaba mucho tiempo pensó: "cuándo vamos a terminar, qué estamos haciendo, no vamos a llegar a ningún lado, los niños necesitan otra cosa". A veces se desesperaba mucho y sobre todo al principio, era como un conflicto decir: "tengo que terminar, voy a dejar a mi grupo (por una licencia médica), quiero que avance el grupo, el grupo está muy mal, y todavía me tengo que tardar tres horas para que los alumnos no entiendan nada, porque fue lo que pasó en las primeras lecciones, fue un compromiso, fue una responsabilidad, fue frustrante no hacerlo bien, como yo quería".

Durante el proceso pudo darse cuenta de los errores en cada lección, al final, siguió pensando que eran muchas lecciones pero que las terminaron bien (ella y los alumnos) no obstante que a ella no le gustan las matemáticas, es algo que da porque lo tiene que dar, es un compromiso. Al final concluyó que no quedó satisfecha con el trabajo que realizó, "le faltó muchísimo".

Por otro lado, la maestra comenta que si no se hubieran llevado a cabo las observaciones de clase, ella hubiese adoptado la actitud de "no entendiste, lo siento, o sea, yo ya expliqué". Aunque en un principio el compromiso era conmigo al final el compromiso fue con los alumnos, ella ya quería, (aunque nadie la observara) y aunque fuera otro tema, que todos entendieran y que todos usaran su razonamiento lógico matemático y le dieran su resultado utilizándolo.

Fue muy útil la solicitud que se le hizo para que fuera observada, porque de ahí surgió la necesidad de paciencia. La maestra pensaba: "quiere ver cómo lo damos y empecé a adquirir el conocimiento de que todos lo entendieran y luego el momento de que aunque tu no estuvieras, yo tenía ya ese compromiso que todos lo entendieran. Sin la observación las clases hubieran sido diferentes, al final la diferencia fue esa, que el compromiso dejó de ser por las observaciones, al final el compromiso se tornó a los niños y ya, es muy lento, muy tardado y muy frustrante, porque no se tiene la paciencia, lamentablemente a los maestros se nos acaba la paciencia, y los niños sí lo pueden hacer, nos tardamos pero lo construyen".

• El proceso y el aprendizaje de los niños

La maestra menciona que los niños construían el conocimiento, que éste no era memorístico, ellos descubrían las respuestas, las iban formando, "de repente decían ¡ah! es esto y lo podían explicar y sabían el por qué. Llegaba el momento en que no se lo habían aprendido de memoria pero lo habían razonado".

Sin embargo la profesora agregó que, debido a que no había ejercicios ni se continuaba trabajando con lo mismo, llegaba el momento en que al tratar de retomar un cierto aprendizaje se tenía que empezar nuevamente con el proceso de construcción, "como que no se quedaba fijo todo ese proceso que habían hecho".

La maestra expresa que le gusta mucho que el alumno construya su conocimiento, cree que es lo que se tiene que hacer y no solamente que se aprenda muchas cosas de memoria aunque manifiesta que es muy difícil. Comenta que a sus alumnos les costó mucho trabajo construir porque estaban acostumbrados solamente a memorizar; hace hincapié en que "si desde primer año se les hubiera enseñado a construir su conocimiento, otra cosa sería..." Además considera importante que desde los primeros años, a los niños no solamente se les enseñe a sumar, sino también a aplicar, para que al llegar a cuarto (grado) el maestro pueda disponer de ese recurso. Piensa en un futuro hacer que los niños construyan

el conocimiento no sólo en matemáticas, sino en las demás materias y ver si puede iniciarlo con los pequeñitos, para que el alumno se acostumbre a construir su conocimiento, ya después lo siga haciendo él solo en los demás grados.

Respecto a las conclusiones a las que llegaron los alumnos, la maestra esperaba más, pero al darse cuenta del trabajo que costaba, las últimas conclusiones que le dieron la dejaron muy satisfecha, al principio pensaba que todos iban a llegar a la solución, entonces ella esperaba mucho del grupo, de repente se dio cuenta que no, pero poquito a poco el grupo fue avanzando, hasta que las últimas lecciones ya quedaba más satisfecha con sus conclusiones, con lo que ellos habían hecho, esperaba más porque no tenía un parámetro y porque no pensó que fuera tan difícil. De acuerdo a la forma de reaccionar del grupo considera que lo que recibió al final fue mucho, pues al inicio del proceso no reaccionaban, necesitaban muchísimo tiempo y de repente empezaron razonar, ya no necesitaban tanto tiempo, daban otras salidas que ni el libro proponía, y eran lógicas y estaban bien.

- **Los retos del nuevo enfoque.**

En relación con los principales retos para el alumno y para el maestro de acuerdo con el nuevo enfoque opina que es importante en primer lugar romper con el esquema de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno está acostumbrado a que la maestra llega, da el conocimiento y le dice como se resuelve. En la nueva propuesta al alumno no se le da nada, él lo tiene que ir sacando, solamente se le dan pistas, bases, apoyo, se le encamina, pero nunca se le da la respuesta, nunca se le dice, si el alumno plantea algo, él mismo debe de descubrir si está bien o está mal, y el alumno no está acostumbrado a pensar, el alumno está acostumbrado únicamente al tache, además de que no hay un seguimiento entre un grado y otro. En cuanto al maestro es mucho más fácil llegar, explicar, poner muchos ejercicios y revisárselos, a estar haciendo, que el alumno lo razone, a estar supervisando, controlando al que ya lo razonó, poniéndole otra cosa más difícil, y al que todavía no lo razona, darle otra idea, otro material, idear otra forma porque ya le explicaste "cien mil veces", para que el alumno entienda debe tener más preparación el maestro, tener más paciencia, saber encaminar más al alumno, ser una verdadera guía y que el alumno haga realmente lo que tiene que hacer, "que construya el conocimiento".

- **Los resultados del proceso y la opinión sobre los alumnos.**

Esta docente piensa que después de haber terminado el trabajo con las lecciones seleccionadas los niños todavía no contaban con la capacidad de resolver el texto solos, sin la ayuda del maestro, debido a que las lecciones en el libro están "como aisladas", pues cada lección tiene un planteamiento diferente, es un problema diferente, cambia la estructura del problema, contiene factores diferentes, independientemente de que el alumno haga una, es muy difícil que la que sigue la resuelva solo, hay que empezar a razonar otra vez con ese

planteamiento, a pesar de que retoman el contexto, los personajes y las situaciones, nunca hay una lección igual, aunque algunas se conectan.

Según nos dice, en algunas ocasiones en que la profesora dio inicio con el razonamiento del contenido de la lección, trató de dejar algunas cosas de tarea, fue entonces como se dio cuenta que los niños no podían hacerlo, que el libro es realmente para manejarse con el maestro, el alumno difícilmente lo podría manejar y resolver solo, por otra parte, el alumno tiene problemas de lectura de comprensión, no es capaz de leer bien, algunos alumnos sí lo podrían hacer solos, pero los demás no, si así guiándolos, a veces trataba de que ellos solos lo hicieran y proporcionándoles muchas pistas, el alumno no sabía ni qué tenía que hacer, realmente el libro está algo complicado para que el alumno lo resuelva solo, sobre todo porque el planteamiento es diferente al de los libros anteriores, en el que sí era posible que el maestro dijera "me resuelven de la 20 a la 50 y lo podían resolver".

Antes de iniciar la secuencia la profesora no lo pensaba así, pues menciona que había tenido la oportunidad de manejar el libro de cuarto, pero de una forma más tradicional, sí hacía pensar al alumno, pero no tanto, no hasta que ellos llegaran a la respuesta, porque al final les planteaba algunas cosas y los ayudaba a dar con la respuesta y después hacían ejercicios, por eso es que tenía la esperanza de que algunas lecciones las pudieran resolver solos, por lógica, todavía en el transcurso de las observaciones de vez en cuando indicaba que las hicieran de tarea y en el momento de revisar se daba cuenta que no podían, a pesar de que parecía algo sencillo, "sí se puede decir: con los conocimientos que tú ya tienes inténtalo, tú piensa en tu casa trata de hacerla", pero nunca para decir "ahora sí ya saquen la tarea vamos a revisar y te pongo cero", a pesar de que estos alumnos ya manejaron el libro de tercer año que tiene la misma temática, la maestra menciona que sería más fácil trabajar con el libro de cuarto si el alumno hubiera cumplido con el de tercero, pero como no se maneja así y se sigue dando con el enfoque tradicionalista, no funciona, esta experiencia la vivió el año anterior, pues el libro, lo dio con otro enfoque y no funcionó, "como que tenemos el libro con enfoque nuevo y lo seguimos dando con el mismo enfoque".

- **El aprendizaje y el razonamiento.**

En las ocasiones en que los alumnos daban la respuesta poco tiempo después de haber planteado el problema, la maestra trataba de que ésta no se generalizara, haciéndolos dudar o preguntando el por qué. Ella adoptaba esa actitud, debido a que el hecho de dar la respuesta correcta truncaba el razonamiento a los demás, ella considera que lo importante para el grupo era todo el seguimiento, no tanto la respuesta, era lograr que la mayoría de los alumnos razonara y lo expresara, a ella no le importaba mucho que le dieran el resultado, simplemente quería que le dieran "su lógica", el por qué era así construido dentro de su lógica, su resultado estaba bien para ellos, hasta que uno se los comprobaba, "la respuesta correcta se tenía que esperar hasta el final de la clase, porque sí es importante obtenerla,

pero es más importante el camino que se recorre para llegar a ese resultado, lo que se necesitaba es que todos pensaran y razonaran, si no tenemos ese camino de razonamiento, para qué me sirve la respuesta, siendo precisamente lo que hace el mecanicismo quita y bloquea el razonamiento, nada más da el resultado y lo importante es el resultado, los niños más avanzados, muchas veces no tienen ese procedimiento, sino que lo sacan por mecanicismo, se saltan el proceso lógico y lo sacan mecánicamente, en lugar de usar dibujitos u otros recursos, usaban inmediatamente la operación, y sí daban el resultado”.

Esta profesora, externa que el material didáctico es muy importante, pues propicia que el niño manipule, haga, ella casi no ocupó material, lo que hacía en sus clases era basarse en el pizarrón y en los fosforescentes que llevaban los niños, sin embargo, aclara que siempre lo ha ocupado, pero en este año, lamentablemente no lo hizo.

- **El aprendizaje de las fracciones.**

Para trabajar fracciones considera que el material didáctico es importantísimo, indispensable, no se pueden ni se deben dar sin material, por lo menos individual, no se puede prescindir, sin embargo, agrega (los maestros) “nos hemos atrevido a dar fracciones sin material”, mencionando que en el pizarrón es muy difícil que se vea la diferencia entre un cuarto y un quinto, en cambio con el material se ven muy diferentes. Es por esto que llega un momento en que el alumno piensa que la división es como sea, porque además esas divisiones no se hacen exactas en el pizarrón. Explica que hubo materiales muy buenos para fracciones, como los círculos de cartón que los niños llevaron y que ocupó en la lección de “Las galletas”, pues las siguieron utilizando a pesar de que ya era otra lección distinta.

- **El papel del profesor.**

Con respecto al papel que debe asumir el profesor de matemáticas al inicio, durante toda la clase y al final, según lo que le dejó esta experiencia es el de ser siempre una guía, “porque hay que guiar al alumno para que vaya construyendo su conocimiento, darle pistas, más motivación, más pistas para que lo pueda hacer, una vez que lo construyó, pues ya, qué hace el maestro, si ya lo construyó, para qué dárselo”. Otra de las funciones que le corresponden al maestro es el de tratar de que haya una ayuda mutua, que los niños compartan la manera cómo lo hicieron.

Opina que el maestro es el que da los elementos que le faltan y que necesita el alumno para resolver, debe estar pendiente de las “pistas” que va a dar, identificar cuál es el error más frecuente y “sobre eso irse”. Cuando notaba que muchos niños se estaban equivocando, los conflictuaba, para hacer que ellos mismos analizaran sus respuestas, los hacía “caer de forma tangible en el error”, les sugería, cuando daban una respuesta muy absurda les sugería también cosas absurdas, para que ellos llegaran al momento de decir bueno esto no es y que

rechazaran esa respuesta errónea. Una vez superado ese error frecuente, debe seguir construyendo, conflictuar, dar pistas, dar elementos, guiar, esta ahí para escuchar, para encaminar, para darles la vuelta. De repente cuando el alumno está encasillado en alguna respuesta se le tiene que dar algo que lo haga cambiar para que se de cuenta que esa no es la respuesta, pero no tienes que darle el resultado, porque el alumno teniendo el resultado se bloquea, aquí el papel del docente es ser un guía, el maestro no tiene por qué dar la respuesta, ni el procedimiento, al final el alumno tiene que sacar el procedimiento. Al respecto la maestra comenta que en las escasas ocasiones en que dio la respuesta, cuando ella decía "ya te la di, ahora tú dime ¿por qué?".

- Opiniones sobre el texto y la propuesta de la Secretaría.

La propuesta general de matemáticas en el texto.

En el momento de resolver el libro su interés principal era que los niños razonaran y que llegaran a la construcción de su conocimiento por ellos mismos. Vivir ese proceso le permitió ver que hay una secuencia en la propuesta, "las lecciones están así como que unidas, y la lección de atrás tiene que ver con la que sigue".

En cuanto al libro comenta que le faltan un poco más de ejercicios, le falta también aterrizar un poquito más, además, le parece que el texto "se queda" en razonamiento, aunque aclara que ella "no solicita esa ejercitación que eran los libros de antes".

Además, el tiempo empleado en cada lección era mucho, no daba tiempo de ejercitar cada lección de la misma forma en el cuaderno. Ella cree que en las lecciones no deben meter tantos contenidos nuevos, porque el alumno esta nuevo en esto, además si el maestro de primero, segundo y tercero lo manejaran, el libro estaría perfecto, pero deben de ser realistas, el maestro de primero no lo hace, ni el de segundo, ni el de tercero, entonces al llegar de repente el de cuarto y querer trabajar la propuesta es demasiado para los niños.

Finalmente, la maestra también piensa que podrían dar más material recortable, proporcionar un auxiliar como el de primero.

Sobre la propuesta de fracciones y sobre el texto la maestra opina que le gusta, terminó "fascinada", al darse cuenta que los niños construyen su conocimiento. Ella cree "que es una satisfacción increíble, el haber hecho que razonaran, lo que logró en la clase, aunque cree también, por otra parte, que el libro no le ayudó para ver los resultados, porque..., no es posible pasar de una temática que le costó tres horas que razonaran, a otra distinta, desde cero", por ello, nos dice la maestra, "deberían de retomar un poquito los temas y no cambiar el contenido de las lecciones".

La lección que le pareció más difícil fue "*La tienda del pueblo*". "En ella no se pudo cumplir con el objetivo, le costó mucho trabajo que el niño entendiera, trató de dar ejercicios y ejercicios después, y de que lo manejaran en el cuaderno, el niño no entendía el concepto, esa lección fue muy complicada porque a pesar de muchos ejercicios no se pudo aterrizar... ese concepto para ser de las primeras lecciones estuvo fatal, en sí, todos los conceptos, todas las lecciones tuvieron algo de dificultad, todas las lecciones tuvieron algo de complicado". La del clavo, fue la más difícil, está muy compleja y además esta muy adelante, el alumno apenas está ensayando, empezando a razonar, algo que tal vez no había hecho, daban una unidad y se tenía que medir un clavo que midiera un tercio de esa unidad, esa unidad más un tercio, eso fue lo más difícil, la maestra cree que no se consiguió.

Al término de las observaciones la maestra pudo notar en sus alumnos una lógica muy avanzada, una lógica matemática más sólida, más formada, ya era más fácil decirle vamos hacer esto y lo otro.

- **La parte afectiva de las matemáticas.**

En este nuevo enfoque se le da un sentimiento al alumno, el maestro también es una persona, en cambio en el tradicionalismo, el alumno solamente escribe y hace, no se le da el valor a cada alumno, en lo personal la maestra trataba de interesarse en los alumnos problemáticos.

- **Planeación y estructura de la clase**

Sobre la forma en que estructura su clase, la maestra manifiesta que sus clases no tienen una estructura determinada y que improvisa mucho, pues los mismos niños le van dando el camino de esa improvisación, además de que le gusta resolver las cosas como van surgiendo, porque cree que tiene los conocimientos y la capacidad para hacerlo así.

Al referirse a la motivación, la maestra comenta que ésta la da cada grupo, cada momento y cada circunstancia, que no se puede planear, porque debe salir de los niños, en sus clases era: "consigue tú la respuesta y ahí vas, y ya mero" tratando de que en sus clases fuera constante. Agrega que para conseguir que el niño construyera su propio conocimiento, el mismo libro va dando el seguimiento, y aunque es muy pesado "te va llevando de la mano, la planeación la hacía pero sobre la marcha, como iban, sirviendo de aliciente el compromiso que contrajo para ser observado su trabajo. Expresa que cuando sentía que le faltaban elementos para continuar su clase, o "que no sabía por donde darle, que la tenía que preparar y leer, la paraba y al otro día o a la otra semana la retomaba" y sí prepara su clase en el sentido de que revisaba el material que iba a ocupar.

Su objetivo en todas las lecciones estuvo muy claro, que el alumnos “sacara” la respuesta, “a ver como le hacía, pero él la tenía que sacar y dársela, y las que están mal, bueno pero ¿por qué están mal?” El tener claro su objetivo cree que es lo que hace fácil trabajar de la manera que lo hizo, porque no se pierde el enfoque, “para qué estás enseñando matemáticas, para que razonen y para darles herramientas de resolver problemas de la vida real”

En relación con su trabajo en los años anteriores comenta que en sus dos primeros años casi no construyó conocimiento, hasta su tercer año, los hizo construir conocimiento se dio cuenta “y ahorita que cosa tan más palpable queremos, que si construyen su conocimiento, si pueden construirlo” aunque son muchas cosas las que no hay que pasar por alto, al final el maestro se da cuenta que sí se puede, que los alumnos sí razonan, si construyen y sobre todo que sí se avanza.

- **El trabajo en equipo.**

Del trabajo en equipo opina que le gusta, debiendo acomodar al grupo científicamente, pues no se puede nada mas decir “fórmense en equipo y ya”, porque muchos niños dan la respuesta con cierta rapidez y eso impide que los otros razonen, entonces se deben acomodar a los equipos conforme a su capacidad, para que dentro del equipo nadie se adelante y les de la respuesta a los demás, bloqueándoles todo el análisis, todo lo que ellos estén haciendo, sino que entre ellos mismos se ayuden, el trabajo en equipo sí sirve pero cuando la capacidad de los del equipo es del mismo nivel, se debe ver qué es lo quieres, cuál es el objetivo y en este caso específico de matemáticas ponerlos por nivel, para que entre ellos se ayuden, para que entre ellos se den pistas, se den la respuesta, pero nunca se bloqueen ese trabajo de construir el conocimiento, porque si se pone al mejor con el peor, le bloquea todo el análisis al darle la respuesta, entonces ya no razona.

- **Las matemáticas y para qué enseñarlas.**

Las matemáticas para esta profesora son una ciencia que brinda las herramientas para solucionar de la forma mas fácil y correcta, más exacta, los problemas que se presenten, hablando de las matemáticas problemas prácticos, reales, y en otros niveles, problemas filosóficos, científicos, astronómicos. Cabe sin embargo señalar que, para dar esta respuesta, ella dio varios rodeos, necesita pensar para poder dar la respuesta, pero ésta es precedida de la siguiente expresión: “No, esa..., ahí si me agarraste... es muy filosófica (...)”

Sin embargo, considera que el objetivo de las matemáticas, es siempre brindar las herramientas para solucionar problemas, eso siempre es lo que ella plantea, enseñar matemáticas a un niño para darle herramientas y que él pueda solucionar problemas, no

enseñar a sumar, restar, multiplicar y a usar el punto decimal, no, el objetivo de las matemáticas es el poder resolver problemas prácticos.

El significado que la maestra da a que los niños aprendan matemáticas es importantísimo porque les ayuda a resolver problemas de su vida cotidiana, además de ser la ciencia que se va al razonamiento, se enseñan matemáticas para que el alumno eche a funcionar su cerebro, los estimulas a que ellos razonen, piensen, formen su conocimiento, es muy importante enseñar a un niño a sumar, pero también es muy importante un niño enseñar a aplicar esa suma, a cómo utilizarla, que el alumno sepa cuándo debe de utilizarla, es la herramienta pero además es el utilizar el cerebro para esa aplicación de esa herramienta que le estas dando.

- **Concepto de fracción.**

Acerca de lo que es una fracción, la maestra expresa que es una parte del todo, claro que están las fracciones mixtas que incluyen mas de una parte del todo, (es también) el dividir una unidad en partes iguales.

- **Principales dificultades en el aprendizaje.**

Las principales dificultades que los niños presentan al resolver problemas radican por una parte en que no hay un seguimiento (a lo largo de su educación primaria) para razonar, en el caso específico de cuarto grado estamos como si empezáramos con niños de primero para razonamiento. Por otra parte, los niños no tienen las herramientas matemáticas necesarias para realizar ese razonamiento, aún cuando ya aprendieron en primero y segundo, a sumar y restar el alumno no las sabe aplicar en un problema, no están acostumbrados, ellos ya están condicionados al sistema tradicional, no a que ellos son los que tienen que dar la respuesta, no están acostumbrados a la metodología, (...) ellos quieren que el maestro les diga qué tienen que hacer. Así mismo la única que está interesada en hacerlo es la maestra, ni al director, ni a los alumnos, ni a los padres, a nadie le importa, a la única que le importa hacerlo es a la maestra, entonces, tienes todo en contra y todos los alumnos lo tienen en contra también, entonces yo creo que son todos esos factores: el social, la comunidad, no hay seguimiento, a los maestros no nos importa su historial académico, todo eso hace que el alumno no pueda resolver las cosas.

Después de terminar la secuencia, la maestra comentó que ese grupo en particular, tenía todavía muchas deficiencias, que les faltaba y les costaba mucho en cuestión de razonamiento; porque además de que es cuarto grado ya es muy tarde, en el sentido de que nunca razonaron y ni mecánicamente tienen los conceptos, le faltan muchas herramientas y muchos conocimientos (al grupo), por eso no se puede dejar que trabajen solos, si hubiera sido un grupo en circunstancias normales, hubiera sido más fácil, y ahorita podrían hacerlo, la maestra cree que se tiene que seguir trabajando con ellos.

• **La transformación de las concepciones de la profesora durante el proceso.**

Acerca del trabajo que realizó la maestra, ella reconoce que sus opiniones se fueron modificando a lo largo del proceso, porque a pesar de que trabajaba esa construcción de conocimiento, todavía era de las que daba la respuesta ocasionalmente, aunque nunca dio procedimientos, solamente daba "pistas", y no ha sido tan "tradicional" siempre, entonces sí fue cambiando su postura "sentía que el maestro tenía que ser guía, pero que a la vez era un ir y venir, de lo moderno, de lo nuevo, de las nuevas teorías, de las buenas teorías, a lo tradicionalista", justificado esto, principalmente por los exámenes que se aplican periódicamente a los niños. Otro elemento que contribuyó a ese cambio fue el darse cuenta que poquito a poquito, se puede y se debe de hacer así (como se sugiere en la propuesta) que se debe de dejar a un lado lo mecánico, los exámenes, desligarse completamente de todo lo que hace caer en el mecanicismo, aunque esto es muy difícil porque llegan distintos tipos de presión. Sería fabuloso que toda la primaria de repente manejara la propuesta porque habría seguimiento, sin embargo quien empieza debe luchar contra director, inspección, padres de familia, contra todo. Sobre todo hay que pensar que estás haciendo las cosas bien, saber que es por el bien de los alumnos, que les va servir lo que se les está dando. Es muy difícil hacer a un lado lo mecánico, porque hubo ocasiones en que ya habían razonado y los niños no captaron, entonces a veces se tenía que desligar de todo eso y darles lo mínimo de elementos que no habían adquirido en primero, segundo y tercero, para poder avanzar.

Me parece que esta maestra se encuentra en la búsqueda y consolidación de una forma de enseñanza. Existe una cierta confusión en cuanto a la manera de enseñar las matemáticas, no se apoya en la experiencia, pues es corta la que posee y probablemente el ir "contracorriente" la lleve de pronto al abandono de la nueva propuesta y a retomar las concepciones que son compartidas por muchos de los enseñantes. Sin embargo conviene señalar que, en general, coincide su discurso con su práctica, pues reconoce que en algunas ocasiones ha tenido que recurrir al "mecanicismo", no obstante que el proceso que vivió le permitió "darse cuenta que si es posible que los niños construyan su propio conocimiento". De acuerdo con lo que expresa, está convencida de que la mejor forma de enseñanza es aquella en la cual el maestro propicia las situaciones que permiten al niño construir sus propios conceptos. También es muy claro que lo importante para esta docente es todo el proceso intelectual que el niño debe desarrollar para obtener la respuesta a una determinada situación-problema y no únicamente la respuesta, igualmente los argumentos de los niños son muy valiosos para ella.

Es muy obvio para esta profesora la situación que guardan quienes tratan de acoger la nueva propuesta, pues existen determinantes sociales que la hacen dudar acerca de su proceder.

Por lo que respecta al rol del maestro y del alumno, es claro que lo tiene perfectamente definido y pudo apreciarse también que coincide su discurso con la práctica, el profesor es un guía y el encargado de llevar a cabo los razonamientos es el alumno, así como, el que construye el concepto.

Su nudo central, empieza a orientarse hacia la resolución de problemas como una de las formas viables para la enseñanza de las matemáticas. Creo que su escasa experiencia es la que permitirá una posible transformación o incluso apenas una constitución tanto de su nudo central como de los elementos periféricos.

A través de la entrevista pudo percibirse la presencia en sus concepciones de las entradas que Robert y Robinet proponen. En la entrada epistemológica la maestra permite ver que las matemáticas son concebidas como herramientas para la resolución de problemas cotidianos. En la entrada pedagógica, se inclina más por la resolución de problemas como teoría general del aprendizaje que por lo que ella llama "tradicionalismo" y es muy insistente en que los niños deben argumentar el por qué de sus respuestas. A lo largo del proceso que vivió según lo expresa pudo darse cuenta que para la puesta en práctica de esta nueva propuesta la constancia tiene un valor especial y ésta pudo estar presente por el compromiso contraído, de otra forma, quizá la maestra hubiese abandonado este tipo de trabajo, siendo importante mencionar que quedó satisfecha con los avances obtenidos y a su vez quedó convencida que sí el posible llevarla a la práctica. Mencionó también que el libro permite llegar a esa construcción del conocimiento aunque le faltan ejercicios de "aterrijaje". En la entrada psico-afectiva, se interesa por el alumno en lo personal, como ser humano, no solamente como aprendiz. En la entrada psicológica la relación entre el maestro y el alumno es distinta, el niño es parte activa fundamental en el proceso de enseñanza - aprendizaje, dejando de ser solamente un receptor, para convertirse en un constructor de sus aprendizajes. La entrada cognitiva está presente de manera clara pues ya hay una conciencia acerca de lo que se espera del alumno en lo que respecta a su desempeño escolar dentro del aula durante el desarrollo de la clase, sus intervenciones son el motor fundamental para el desenvolvimiento de las actividades y la solución de las situaciones- problema, inclinándose por un aprendizaje socializado y no individual. Por último, en la entrada social hay una clara visión acerca de las determinantes que obstaculizan la práctica con base en la nueva propuesta y que a la vez se toman como justificantes para actuar de determinada manera, por ejemplo, hacer a un lado el razonamiento para regresar al mecanicismo debido a las presiones que administrativamente se tienen en el centro de trabajo.

CONCLUSIONES

Del trabajo realizado por las dos profesoras observadas se puede concluir que cada una tiene de acuerdo con su experiencia y preparación profesional, un estilo muy particular de llevar a cabo sus clases y la nueva propuesta curricular. Entre las particularidades que se pueden distinguir tenemos que:

- Las dos profesoras llevaron a cabo, en diferentes momentos, actividades adicionales a las propuestas en los nuevos materiales curriculares. La maestra Nora las realizó como actividad previa al trabajo con el libro de texto, aunque también implementó algunas durante la resolución del mismo. La maestra Azalea las proponía solamente cuando lo consideraba necesario (cuando había dificultades para que los niños comprendieran la actividad propuesta en el libro) y esto lo hacía en el transcurso del trabajo con cada una de las lecciones.
- El libro de texto se usó con mayor intensidad y se tomó como vertebrador de las clases en el grupo de la maestra Azalea; la maestra Nora, aunque lo usó en casi todas las sesiones, no lo hizo con la misma intensidad y sólo lo abordó después de realizar las actividades adicionales.
- En ambos casos pudo notarse la influencia de la investigadora, en el sentido que las maestras se sintieron responsables de llevar a cabo la secuencia de lecciones solicitadas y apegarse en la medida de sus posibilidades a realizar el trabajo en términos de la nueva propuesta para la enseñanza de las matemáticas. Lo anterior, una vez terminada la secuencia, permitió a las maestras valorar positivamente tanto el enfoque curricular como el libro de texto; haciéndose evidente la disposición que tienen ambas maestras, aunque no en la misma medida, para optar por esta "nueva forma de trabajo".
- El fichero de actividades no fue utilizado por ninguna de las dos maestras, aun cuando se solicitó hacerlo cuando se considerara conveniente. Basándome en las observaciones y en los resultados de las entrevistas, considero que entre las causas que motivaron ese no uso, están las siguientes: en el caso de la maestra Nora, al parecer confiaba más en las actividades adicionales que ella planeaba que con las propuestas en el fichero, debido a que sólo en una de las sesiones dio inicio con el libro de texto y en las demás lo hizo con actividades planeadas por ella; también por que en ningún momento mencionó conocerlas y haberlas puesto en práctica en años anteriores (en los tres ciclos escolares anteriores al 97-98 impartió 4º grado). Por lo que respecta a la maestra Azalea, tal vez por falta de tiempo, pues las actividades adicionales no fueron tan sistemáticas y estuvieron presentes en sus clases sólo cuando lo consideraba necesario aunque también esta maestra no hizo ninguna mención acerca del contenido y utilidad del fichero.

- En ocasiones la maestra Nora delimitaba la forma de realizar las actividades, daba y ejemplificaba los procedimientos precisos que debían utilizar los niños. Generalmente, solicitaba que ellos expusieran la manera en que realizaron las actividades, después de que las llevaban a cabo o cuando se revisaban a nivel grupal las soluciones. También parece que en ocasiones tenía prisa por llegar a un resultado o a una estrategia de resolución, teniendo preferencia por el procedimiento formal más que por los procedimientos personales de los niños. Pero parece que al avanzar el año escolar, les fue dando a los niños más libertad para realizar las actividades, les planteaba situaciones que se hacían en equipo y les señalaba que ellos las resolverían solos. Esto lo podemos ver por ejemplo cuando les pide repartir pan o cuando les da los problemas en hojas de papel.
- En la forma de trabajo de la maestra Azalea, se puede notar que se da completa libertad para elegir las estrategias que los niños consideraran convenientes, sin discutir si era la más adecuada o no por su cercanía con las formas convencionales. Además, ella es muy insistente en solicitar tanto la comunicación de estrategias de solución como la proposición de argumentos y la opinión de los niños al respecto.
- En cuanto a la creación de procedimientos personales y libertad en el intercambio de ideas se pudo observar que para la maestra Azalea éstos eran muy importantes, pues eran parte fundamental de la clase, al igual que la argumentación o como la maestra la llama la “fundamentación” de las estrategias y las respuestas, pudiendo ser aquella expresada oralmente o por escrito. En ocasiones, al exponer sus estrategias y resultados, aun ante una respuesta correcta, la maestra hacía dudar a los niños que la proponían o la planteaba a otro niño. Esto resultaba provechoso, pues los niños se veían en la necesidad de revisar los argumentos propios y de sus compañeros para poder dar alguna opinión. Se pudo apreciar también, que quien estaba seguro de lo que decía mostraba firmeza en sus respuestas. Al respecto se pudo notar un avance significativo a lo largo del proceso: los niños expresaron progresivamente argumentos más interesantes y completos.
- En el grupo de la maestra Nora, también se les permitió a los niños presentar sus respuestas al resto de los compañeros, aunque no siempre a todos. Y por lo que respecta a los argumentos y justificaciones, aunque si se daban, no existía mucha exigencia en tal sentido por parte de la maestra. Hubo situaciones que podrían haberse aprovechado para propiciar una mayor confrontación y discusión de los resultados y las estrategias, y sin embargo, no fueron aprovechadas lo suficiente por la maestra.
- Es evidente que para la maestra Nora no es fácil asumir el nuevo rol que al maestro se le asigna en la propuesta, pues a lo largo de las observaciones pudo verse que conserva la idea de que el maestro es el detentor del saber, porque si los alumnos “están en blanco” no pueden ser capaces de resolver situaciones nuevas; que prefiere los procedimientos formales a los personales elaborados por los niños, aunque hubo momentos en que dio oportunidad a sus alumnos de expresar sus estrategias y procedimientos; también dejó ver que las calificaciones numéricas son parte importante de la clase, tal vez un poco más que

la evaluación permanente. En cambio, en la maestra Azalea pudo notarse una mayor facilidad para asumir el nuevo rol, exigir una mayor participación de sus alumnos y restarle peso a las calificaciones numéricas inclinándose más por la evaluación permanente. Lo anterior, probablemente porque tiene pocos años de servicio y porque su estancia en la normal coincide con la iniciación y puesta en marcha de la *Reforma*, lo que permitió a esta profesora asignarle otro significado a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas, muy distinto al que tradicionalmente se le ha dado.

- Pudo notarse en ambos grupos una apreciación especial en el uso y manejo del material manipulable. El uso de material concreto en ambos grupos permitió a los niños trabajar de una manera significativa y espontánea (en general ninguna de las maestras indicaba un uso rígido del mismo, sino que se permitía trabajar con él de manera libre); esto facilitó los aprendizajes. Por otra parte, las maestras acostumbraban ilustrar en el pizarrón o con material concreto lo que los niños sugerían para la mejor comprensión de las ideas expresadas por ellos. En ocasiones la maestra Azalea, a partir de las ilustraciones sobre el pizarrón, ayudaba a concretar y completar sus razonamientos iniciales a los niños.
- Las respuestas correctas e incorrectas eran retomadas por las dos maestras, con la finalidad de que los niños las analizaran y reflexionaran. Sin embargo, los cuestionamientos se llevaron a cabo con más frecuencia en las clases de la maestra Azalea. Esta maestra demostró una gran habilidad para percatarse de los "errores" de los niños, así como, de las dificultades que se les presentaban, retomando las situaciones y explicándolas en el pizarrón, haciendo participar, reflexionar y analizar, no sólo a quien se encontraba en la situación concreta que había dado pie a su participación, sino a todo el grupo. Algo que también llama la atención es el gran interés que esta maestra mostraba al solicitar, ya sean sus opiniones o argumentos al mayor número de niños que le era posible, sin preocuparle aparentemente el tiempo empleado en ello.
- La insistencia que la maestra Azalea mostraba porque los niños fundamentaran sus respuestas no pudo verse en la misma medida en las clases de la maestra Nora. Ni la forma en que se llevaba a cabo la validación de aquéllas. La validación de los resultados en el grupo de la maestra Nora, algunas veces la hacía la propia maestra y otras daba oportunidad a los niños para que externaran su opinión respecto de los resultados obtenidos. En el grupo de la maestra Azalea, en cambio, la mayoría de las veces quienes validaban eran los niños. Probablemente por esto, las argumentaciones que se expresaron en uno y otro grupo fueron también diferentes.
- Algo que tiene muy claro la maestra Azalea es el rol que juegan tanto el maestro como el alumno, ella se muestra muy interesada en la construcción de los conceptos matemáticos por parte de los niños; en ese sentido sus participaciones son fundamentales en el desenvolvimiento de sus clases, ella se encarga básicamente de guiarlos y proponerles actividades que los conduzcan a esa construcción. En cambio, en las clases de la maestra Nora puede notarse que quien decide con más frecuencia el rumbo es la maestra; en

general ella da indicaciones precisas de cómo se deben llevar a cabo las actividades y los niños se encargan de ejecutarlas. Aunque pudo notarse también que en ocasiones la maestra cambiaba su postura y permitía el uso de estrategias personales y el libre intercambio de ideas, así como una mayor participación por parte de los alumnos.

- En la mayoría de las clases los niños de los dos grupos se mostraron muy interesados y participativos.
- El que las maestras permitieran la confrontación y discusión de las ideas de los niños permitió conocer el porqué de sus respuestas.
- No obstante las limitaciones que pudieron provocarse en uno de los grupos porque la argumentación no se aprovechó al máximo o porque no siempre los niños validaban sus conocimientos, creo que se lograron avances significativos en los razonamientos de los niños, en comparación con los expresados en las primeras lecciones.
- En el grupo de la maestra Azalea, los niños lograron avances significativos en el manejo de las fracciones, pues por ejemplo, llegaron a descubrir que en el resultado de un reparto se puede identificar el número de unidades que se repartieron y el número de elementos entre los que se hizo el reparto, estando en la posibilidad de anticipar el resultado mediante el análisis de los datos del reparto (los términos de la fracción que lo expresa). También mediante el desarrollo de la secuencia de las lecciones lograron realizar a nivel intuitivo comparaciones entre fracciones, por ejemplo, a partir de dibujos y del espacio que ocupan las fracciones fueron capaces de concluir (sin llegar al uso de los algoritmos) que ciertas fracciones eran equivalentes. También se pudo observar un avance importante en sus procedimientos de resolución, pues pasaron del uso de material manipulable al uso significativo de expresiones simbólicas.
- En las clases observadas se pudo apreciar que la enseñanza a través de la resolución de problemas, específicamente en el caso de las fracciones, genera aprendizajes nuevos para los alumnos, pues las situaciones-problema permitieron desarrollar situaciones de búsqueda y construcción de soluciones, en las que fue necesario la elaboración y confrontación de estrategias y procedimientos, así como la realización de actividades que promueven la reflexión, discusión, argumentación, comprobación de hipótesis, el análisis y la elaboración de conclusiones.
- Si se compara el trabajo que se realizó en cada uno de los grupos, se puede decir que quien lleva a la práctica con mayor intensidad los principios de la nueva propuesta para la enseñanza de las matemáticas es la maestra Azalea, aunque no se puede negar que también la maestra Nora lleva a cabo actividades propias de esta nueva metodología, logrando avances (si así se puede decir) en su aceptación y manejo de la nueva propuesta, ya que a medida que se avanzó en el desarrollo de las lecciones y las actividades,

observamos que da mayor libertad a los niños, les permite y les solicita hablar y participar más, y les plantea situaciones interesantes.

- Finalmente podemos concluir que esta investigación refleja la manera muy particular de proceder de dos docentes con distinto nivel de preparación y experiencia, variables que al parecer sí son determinantes para acoger la nueva propuesta metodológica, así como el uso que se le da al texto gratuito de matemáticas. Mostrándose a lo largo del proceso una disminución en la dificultad para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones con esta nueva metodología.
- En forma personal y con base en mis observaciones y experiencia puedo decir que sí es posible que los niños construyan sus propias conceptualizaciones y lleguen a los conocimientos matemáticos formales a través de la resolución de problemas. Siendo obvio mencionar que esto se podrá lograr en la medida que al niño se le proporcionen las herramientas necesarias que le permitan desarrollar sus habilidades y razonamientos matemáticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Avila, Alicia. Los usos reconocidos de los Textos de Matemáticas. UPN. México, 1996. pp. 22.

Avila, Alicia y José Luis Cortina. Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas. UPN. México, 1995. pp. 45.

Avila S., Alicia y Mancera M. Eduardo. La fracción: una expresión difícil de interpretar. En Revista de la Universidad Pedagógica Nacional. Vol. 6. No. 17. Enero - Marzo, 1989. México.

Balbuena, Hugo y David Block. Las Fracciones: un estudio didáctico. Universidad Pedagógica Nacional. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., en Memorias de la Segunda Reunión Interamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Guatemala, 1988.

Brousseau, Guy. Los roles del maestro. Francia, 1994.

Carvajal J., Alicia L. El uso del nuevo libro de texto de primer grado. Una mirada a las matemáticas en la escuela. México, 1996. pp. 15-20.

Charnay, Roland. "Aprender (por medio de) la resolución de problemas", en PARRA, Cecilia e Irma Saiz (comps). Didáctica de las matemáticas. Paidós, Argentina, 1994. pp. 51-63.

Freudenthal, Hans. Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Traducción, notas e introducción de Luis Puig. México, 1983.

García Herrera, Adriana P. Los usos del libro de texto en la práctica docente cotidiana de tercero y cuarto grado de primaria: un estudio cualitativo. Tesis de Maestría. México, 1996. pp. 253.

Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, Fichero. Actividades didácticas. Matemáticas. Cuarto grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1995.

Jackson, Philip W. La vida en las aulas. Marova, España, 1975.

J. Alarcón B., F. R. Meneses R. Las fracciones, un dominio de significación múltiple: análisis de problemas de multiplicación y división de fracciones elaborados por profesores. En reunión V Reunión Interamericana y del Caribe sobre formación de Profesores e investigación en Matemática Educativa. Tegucigalpa, 1991.

Medina, Patricia. El tejido y la trama de la trayectoria de vida y profesional de los docentes: una propuesta metodológica para el reconocimiento de la construcción social de los espacios educativos públicos. (Mimeo-Tesis Doctoral en proceso) UNAM. México, 1997.

Mochón, Simón. Fracciones: Algo más que romper un todo. Documento interno del de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, México, S/F.

Orton, Anthony. ¿Cuáles son las exigencias cognitivas en el aprendizaje de las matemáticas? En: Didáctica de las matemáticas. MEC/Morata: Madrid, 1990.

Peterson. Teoría de la Aritmética. Limusa. México, 1996.

Resnick, Lauren y Ford, Wendy. Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. MEC/Paidós: Barcelona. 1990. 313 pp.

Rockwell, E. (1994). "La etnografía como conocimiento local". M. Rueda Beltrán, G. Delgado Ballesteros y Z. Jacobo (coords). La etnografía en educación. Panorama, prácticas y problemas. México: Centro de Investigaciones y Servicios Educativos UNAM.

Rockwell, Elsie. Palabra escrita, interpretación oral: los libros de texto en la clase. *Infancia y Aprendizaje*. No. 55.

Robert, Aline y Robinet, Jacqueline (1989) *Representations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*. IREM de Paris.

Santos Trigo, Luz Manuel. Didáctica. *Prospectivas en Educación Matemática*. Iberoamérica; México, 1996.

Secretaría de Educación Pública (1991). Programa para la Modernización Educativa. *Información para los maestros*. México, 1991.

Secretaría de Educación Pública (1972 a). Plan de Estudios y Programas de Educación Primaria. México, 1972.

Secretaría de Educación Pública (1974). Matemáticas. Libro para el maestro de cuarto grado. México. 1974.

Secretaría de Educación Pública. Plan y programas de estudio para la educación primaria, Tercer grado. Secretaría de Educación Pública, México, 1977. pp. 217.

Secretaría de Educación Pública. Educación Básica. Primaria. Plan y programas de estudio, Secretaría de Educación Pública, México, 1993. pp. 164.

Secretaría de Educación Pública, Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1993. pp. 41.

Secretaría de Educación Pública, Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1994. pp. 55.

Secretaría de Educación Pública. La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, Lecturas. Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

Secretaría de Educación Pública. La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, Segunda parte. Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

Woods, Peter. La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa. 1ª. Edición, Editorial Paidós. Barcelona, España. 1989, 217 pp.

BIBLIOGRAFIA

Avila, Alicia. Los usos reconocidos de los Textos de Matemáticas. UPN. México, 1996. pp. 22.

Avila, Alicia y José Luis Cortina. Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas. UPN. México, 1995. pp. 45.

Avila S., Alicia y Mancera M. Eduardo. La fracción: una expresión difícil de interpretar. En Revista de la Universidad Pedagógica Nacional. Vol. 6. No. 17. Enero - Marzo, 1989. México.

Block S., David. Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria. Tesis de Maestría. México, 1986.

Brousseau, Guy. Los roles del maestro. Francia, 1994.

Carvajal J., Alicia L. El uso del nuevo libro de texto de primer grado. Una mirada a las matemáticas en la escuela. México, 1996. pp. 15-20.

Charnay, Roland. "Aprender (por medio de) la resolución de problemas", en PARRA, Cecilia e Irma Saiz (comps). Didáctica de las matemáticas. Paidós, Argentina, 1994. pp. 51-63.

Delval, Juan. El desarrollo humano. Siglo XXI de España Editores. Madrid, 1994.

Freudenthal, Hans. Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Traducción, notas e introducción de Luis Puig. México, 1983.

García Herrera, Adriana P. Los usos del libro de texto en la práctica docente cotidiana de tercero y cuarto grado de primaria: un estudio cualitativo. Tesis de Maestría. México, 1996. pp. 253.

Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, Fichero. Actividades didácticas. Matemáticas. Cuarto grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1995.

Medina, Patricia. El tejido y la trama de la trayectoria de vida y profesional de los docentes: una propuesta metodológica para el reconocimiento de la construcción social de los espacios educativos públicos. (Mimeo-Tesis Doctoral en proceso) UNAM. México, 1997.

Mochón, Simón. S/F. Fracciones: Algo más que romper un todo. Documento interno del de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, México.

Orton, Anthony. ¿Cuáles son las exigencias cognitivas en el aprendizaje de las matemáticas? En: Didáctica de las matemáticas. MEC/Morata: Madrid, 1990.

Peterson. Teoría de la Aritmética. Limusa. México, 1996.

Ramírez Jordán, Marcela y Rodolfo Fonseca López (coords.) Escribir la oralidad. Manual del recopilador. México: Consejo Nacional de Fomento Educativo. México, 1992.

Resnick, Lauren y Ford, Wendy. Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. MEC/Paidós: Barcelona. 1990. 313 pp.

Rockwell, Elsie. Palabra escrita, interpretación oral: los libros de texto en la clase. Infancia y Aprendizaje. No. 55.

Robert, Aline y Robinet, Jacqueline (1989) Representations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. IREM de Paris.

Santos Trigo, Luz Manuel. Didáctica. Prospectivas en Educación Matemática. Iberoamérica; México, 1996.

Secretaría de Educación Pública (1991). Programa para la Modernización Educativa. Información para los maestros. México, 1991.

Secretaría de Educación Pública (1972 a). Plan de Estudios y Programas de Educación Primaria. México, 1972.

Secretaría de Educación Pública (1974). Matemáticas. Libro para el maestro de cuarto grado. México. 1974.

Secretaría de Educación Pública. Plan y programas de estudio para la educación primaria, Tercer grado. Secretaría de Educación Pública, México, 1977. pp. 217.

Secretaría de Educación Pública, Educación Básica. Primaria. Plan y programas de estudio, Secretaría de Educación Pública, México, 1993. pp. 164.

Secretaría de Educación Pública, Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1993. pp. 41.

Secretaría de Educación Pública, Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado, Secretaría de Educación Pública, México, 1994. pp. 55.

Secretaría de Educación Pública. La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, Lecturas. Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

Secretaría de Educación Pública. La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros, Segunda parte. Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

Woods, Peter. La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa. 1ª. Edición, Editorial Paidós. Barcelona, España. 1989, 217 pp.

ANEXOS

2. EL MERCADO

La mamá de Flor va a comprar jitomates. No sabe cuál está más barato, pues doña Lupe lo vende por montón y don Cipriano lo vende por kilo.



1 Discute con tus compañeros lo siguiente: ¿Cómo podrá saber la mamá de Flor dónde está más barato el jitomate?

La mamá de Flor decidió comprar 2 kilos de jitomate en el puesto de don Cipriano, ¿cuánto pagará por los 2 kilos?

2 Don Cipriano comenzó a hacer unas tablas con las cantidades que debe cobrar. Ayúdale a terminarlas.

jitomate	
kg	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
\$	3 12 21

sandía	
kg	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
\$	12 26 48

¿Cuánto cuestan 12 kg de jitomate? ¿Y 16 kg?

¿Cuánto cuestan 14 kg de sandía? ¿Y 20 kg?

¿Cuánto cuestan 11 kg de jitomate más 9 kg de sandía?

3 La mamá de Flor fue al puesto de don Candé y compró estos paquetes:

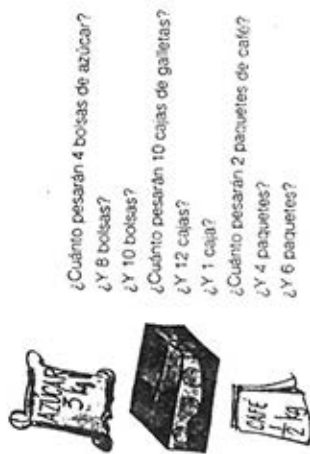


Lista de precios	
arroz	\$ 3 el kg
azúcar	\$ 2 el kg
frijol	\$ 3 el kg
manteca	\$ 6 el kg
queso	\$ 6 el kg
café	\$ 6 el kg
huevo	\$ 4 el kg

¿Cuánto pesan en total los paquetes que compró la mamá de Flor?

¿Cuánto pagó la mamá de Flor a don Candé?

4 Observa las siguientes ilustraciones y luego contesta.



¿Cuánto pesarán 4 bolsas de azúcar?

¿Y 8 bolsas?

¿Y 10 bolsas?

¿Cuánto pesarán 10 cajas de galletas?

¿Y 12 cajas?

¿Y 1 caja?

¿Cuánto pesarán 2 paquetes de café?

¿Y 4 paquetes?

¿Y 6 paquetes?

5 Completa las siguientes tablas:

$\times 7$	1	2	4	6	8	12	14	16	19	20
		14	28	56	84	112				

$\times 5$	3	6	9	12	17	25	27	30
		45	75	105				

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

ANEXO 2

GUION PARA LA REALIZACION DE LAS ENTREVISTAS QUE PERMITIERON DEFINIR EL PROBLEMA

- ¿Qué le ha parecido el libro de matemáticas de 4o. grado?
- ¿Cuál es el área que más le gusta?
- ¿Qué temas o ejes de matemáticas no le agradan?
- ¿Qué tan útil le ha sido en sus clases?
- ¿Qué tanto le ha servido para apoyarlas?
- ¿Qué le gusta de él?
- ¿Qué es lo que no le gustó de él?
- ¿Hay algún ejercicio que les haya gustado especialmente a los niños?
- ¿Qué le pareció no adecuado?
- ¿Cómo lo ha utilizado?
- ¿Tuvo alguna dificultad para utilizar el texto? (Para sí y con los niños)
- ¿Cómo usa el fichero?
- ¿Usted sabe que relación guarda el fichero con los libros de texto?
- ¿Cuáles fichas le fueron de mayor utilidad?
- ¿Qué fichas no le gustaron?
- ¿Con qué frecuencia utiliza el Libro del Maestro?
- ¿Qué opina de las recomendaciones didácticas que hace el Libro del Maestro para el manejo del nuevo enfoque?
- ¿Usted utilizó o utiliza algún otro material?

- ¿Cómo lo utilizó o utiliza?
- ¿Los niños tienen alguno de esos materiales?
- ¿Qué encuentra en esos materiales que no encuentre en los libros de la SEP.
- ¿Qué le parece el nivel de dificultad del libro?
- ¿Cómo mejoraría este libro?
- ¿Qué puntos le parecen fundamentales en el nuevo enfoque?
- ¿Qué lecciones son las mejores para Usted?
- ¿Cuáles son las lecciones que menos le gustaron?
- ¿Cuáles lecciones le parecen más difíciles?
- ¿Ha tomado cursos sobre el nuevo enfoque?
- ¿Cuál es su preparación profesional y su antigüedad?

Los giros

- Que los alumnos adquieran la noción de ángulo mediante giros de media vuelta, un cuarto de vuelta y octavos de vuelta.

Materiales

Una reproducción en papel del recortable 7 del libro de texto, para cada alumno.



Esas actividades se llevan a cabo después de leer la lección "La vuelta al mundo" del libro de texto (p. 78).

1. Se organiza al grupo en equipos de cuatro alumnos y se dan las siguientes instrucciones:
 - a. Utilizando el material recortable 7, dibujan en la mitad de su hoja una línea de salida y una de llegada. Indiquen el tamaño del giro que quieren. No escriban la medida del giro.
 - b. Cuando terminan revisan el giro que dibujó cada uno para ver si están bien. En cada dibujo deben anotar el nombre o el número de su equipo.
 - c. Una representación de cada equipo lleva los dibujos de los giros a otro equipo para que los midan y escriban abajo de ellos cuánto miden.

d. Cuando la mayoría de los equipos termina, un representante de cada equipo pasa al frente, muestra los dibujos y las medidas que anotaron. El equipo que muestra los dibujos dice si está de acuerdo o no.

2. Otra versión de la misma actividad consiste en mandar a recoger en las medidas de algunos giros, para que los niños de otro equipo dibujen los giros que correspondan a esas medidas.

3. En otra ocasión se dibuja en el pátio un círculo que tenga de radio un metro y se divide en 16 partes. En pedacitos de papel se escriben los nombres de los siguientes animales: Pájaro, vaca, pata, perro, gato, león, conejo, elefante, y se colocan en el círculo como se muestra en la ilustración.

a. Se elige a un niño para que se pare en el centro del círculo viendo hacia donde está la palabra "perro", con las brazos extendidos hacia afuera y con las palmas de las manos juntas.



elefante

pato

conejo

perro

león

gato

perro



Poliedros I

- Que los alumnos construyan plantillas de poliedros y asocien sus características.

Materiales

Para cada equipo, medio pliego de cartoncillo, un juego de geometría, pegamento y tijeras.

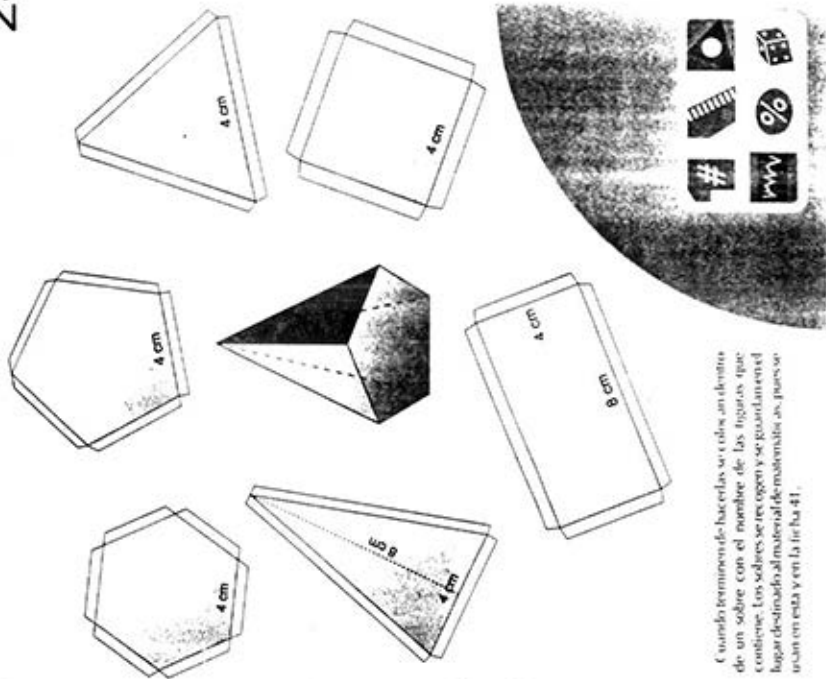


Esta ficha puede llevarse a cabo después de trabajar la lección "Representamos poliedros" del libro de texto (p. 106).

1. Se organiza al grupo en equipos de cuatro alumnos. Se reparte el material y se explica que entre todos construirán algunas figuras irregulares. El maestro dibuja en el pizarrón las figuras que se muestran y explica que se llaman así porque tienen "pestañas" para poder unirlas y construir con ellas algunos poliedros regulares y otros irregulares.

Se indica a cada equipo que figura le toca construir y cuántas debe hacer cada integrante del equipo, para tener en total 200 figuras de cada una. Asimismo, se indican las medidas que deben tener.

En esta sesión cada alumno elabora sólo cinco figuras y las que le faltan las hace de tarea para el día siguiente. Mientras los alumnos trazan las figuras el maestro pasa a todos los equipos para verificar que las medidas sean correctas.



Cuando terminen de hacerlas se coloca an dentro de un sobre con el nombre de las figuras que contiene. Los sobres se recogen y se guardan en el lugar destinado al material de matemáticas, pues se usan en esta y en la ficha 41.

4. LA TIENDA DEL PUEBLO

En la tienda del pueblo hay de todo un poco, así, las personas no tienen que ir tan lejos para comprar lo que necesitan.



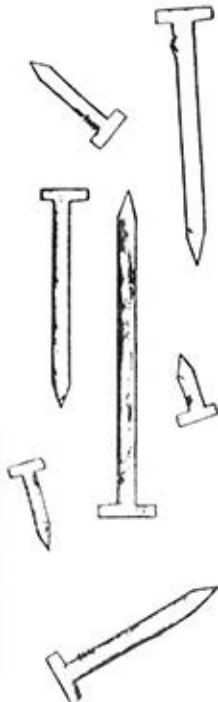
- 1** Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una caja de papel para meterlos.

La tira era de este tamaño:

En la tienda Juan pidió clavos de tres tamaños:

de una tira
de media tira
de una tira más un medio de tira

El dueño de la tienda le mostró clavos de varios tamaños para que Juan escogiera



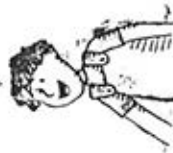
Marca los clavos que debió escoger Juan.

- 2** Observa como algunos niños encontraron los clavos que debió escoger Juan.

"Yo marqué la longitud de la tira en la caja de una caja de papel y ahí pude medir los clavos."

"Yo construí una tira igual a la que está dibujada y con ella medí los clavos."

"Yo nada más al tamaño si cuáles eran."



Y tú, ¿cómo supiste cuáles clavos debió escoger Juan?
Comenta tu respuesta con otros compañeros y con tu maestro.

- 3** El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide $1 + \frac{1}{2}$ tiras. Utiliza el procedimiento de Rosa para encontrar la tira con la que se midió el clavo y táchala.



- 4** Según el dueño de la tienda, la broca mide $1 + \frac{1}{8}$ de largo. ¿Con cuál de las tres tiras se midió?



- 5** Averigua cuánto miden el clavo, el tornillo y la broca, usamos como unidad de medida la tira dibujada.



- ¿Cuánto mide el clavo?
¿Cuánto mide el tornillo?
¿Cuánto mide la broca?

- 6** El dibujo de abajo es una tira dividida en partes iguales.

¿En cuántas partes está dividida?

Colorea de rojo $\frac{1}{2}$ de la tira, de azul $\frac{1}{4}$ de la tira, de verde $\frac{1}{8}$ de la tira y de amarillo $\frac{1}{16}$ de la tira.



¿Qué parte de la tira quedó sin colorear?

18. GALLETAS REDONDAS

Raúl, Sonia y Yoatzin juegan a los repartos. Cada quien dibuja un reparto y tratan de adivinar en cuál le tocará más galleta a cada niño.

- 1** Observa los dibujos. Cada dibujo muestra un reparto de galletas entre niños. Luego trata de contestar las preguntas.

Dibujo de Raúl



Dibujo de Sonia



Dibujo de Yoatzin



- ¿Quién dibujó más galletas?
 ¿Quién dibujó más niños?
 ¿En cuál de los tres repartos le tocará más galleta a cada niño?
 ¿Por qué?
 ¿En cuál de los tres repartos le tocará menos galleta a cada niño?
 ¿Por qué?
 ¿En cuál de los repartos le tocará más de una galleta a cada niño?
 ¿Por qué?

- 2** Realiza los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzin para que compruebes tus respuestas. Escribe con una o con varias palabras cuántos le toca a cada niño en cada reparto.

Reparto de Raúl

Reparto de Yoatzin:



Reparto de Sonia:

- 3** Ordena de menor a mayor los resultados que encontraste.

- 4** En otra ronda, Raúl, Sonia y Yoatzin hicieron estos dibujos.

Dibujo de Raúl



Dibujo de Sonia



Dibujo de Yoatzin



- ¿En cuál reparto le tocará más de una galleta a cada niño?
 ¿En cuál reparto le tocará menos de una galleta a cada niño?
 ¿En cuál reparto le tocará exactamente una galleta a cada niño?

- 5** Realiza los repartos de Raúl, Sonia y Yoatzin. Escribe, con una fracción o con varias, lo que le tocó a cada niño en cada reparto.

Reparto de Raúl:

Reparto de Yoatzin:

Reparto de Sonia:

- 6** Ordena de menor a mayor los resultados que encontraste.

- 7** Lee lo que dicen Raúl, Sonia y Yoatzin:

Si hay más galletas que niños, a cada niño le toca más de una galleta.

Si hay menos galletas que niños, a cada niño le toca menos de una galleta.

Si hay igual cantidad de galletas y niños, a cada niño le toca exactamente una galleta.

Dibuja en tu cuaderno tres repartos: uno que corresponda a lo que dice Raúl, otro a lo que dice Sonia y otro a lo que dice Yoatzin. Realiza cada reparto.

17. HACEMOS RECETAS



En la escuela de Sonia van a hacer gelatinas de limón. Los paquetes que compraron son como el de la ilustración.



- Lee lo que dice el paquete y contesta:

 - ¿Para cuántas personas alcanza un paquete?
 - ¿Cuántas tazas de agua fría se necesitan para preparar gelatina para 6 personas?
 - ¿Cuántas tazas de agua caliente?
 - ¿Cuántos puños de azúcar?
- Si se quiere hacer gelatina para 12 personas, ¿cuántos paquetes se necesitan?

 - ¿Y para 18 personas?
 - ¿Y para 24?
- Anota las cantidades que se necesitarían para hacer gelatina para 12 y 24 personas.

Para 12 personas:	Para 24 personas:
gelatina	gelatina
agua caliente	agua caliente
agua fría	agua fría
azúcar	azúcar
pasas	pasas

En la escuela de Sonia hicieron tortas para la kermés. A los niños de su clase les tocó preparar las siguientes tortas:

$\frac{1}{2}$ rta de huevo cocido :	Torta especial:
1 bolillo	1 bolillo
1 rebanada de queso	2 rebanadas de queso
1 rebanada de pepino	1 cucharada de frijoles
$\frac{1}{2}$ cucharadita de cebolla picada	salsa picante al gusto
2 rebanadas de chile	

Ayúdalos con los cálculos y anota las cantidades que se necesitan para hacer 4 tortas:

$\frac{1}{2}$ rta de huevo cocido:	Tortas especiales:
bolillos	bolillos
huevo cocidos	queso
jitomate	pepino
cebolla picada	frijoles
chile	salsa picante

Anota las cantidades que se necesitan para hacer 8 tortas:

$\frac{1}{2}$ rta de huevo cocido:	Tortas especiales:
bolillos	bolillos
huevo cocidos	queso
jitomate	pepino
cebolla picada	frijoles
chile	salsa picante

Opera la receta para hacer pan de naranja, fíjate que es para cuatro personas. Anota las cantidades que se necesitan para dos personas:

Ingredientes para 4 personas	Ingredientes para 2 personas
2 tazas de harina de trigo	
2 huevos	
1 vaso de jugo de naranja	
2 tazas de azúcar	
2 tazas de aceite comestible	
2 cucharadas de polvo para hornear	

Compara tus respuestas y procedimientos con los de tus compañeros.

8. LOS QUELITES



En el grupo de Flor se preparan para la convivencia de fin de curso, algunos niños prefieren las verduras comestibles.

1 En las siguientes fotografías se muestran algunas de las principales verduras que hay en México.



¿Qué verduras hay en el lugar donde vives?

¿Cuáles has probado?

2 Las siguientes recetas están hechas a base de verduras. Encuentra las cantidades necesarias para 3 raciones y para 12 raciones.

VERDOLAGAS CON QUESO

Ingredientes	6 raciones	12 raciones
Verdolagas	$\frac{1}{2}$ kg	
Queso Chihuahua	$\frac{1}{2}$ kg	
Tomate verde	$\frac{1}{2}$ kg	
Cebolla	1 pieza	

TACOS DE QUELITE

Ingredientes	6 raciones	12 raciones
Aceites	250 gramos	
Agua	$\frac{1}{2}$ taza	
Jugo de limón	$\frac{1}{2}$ taza	
Ajónjolí tostado	$\frac{1}{2}$ de taza	
Hoja de aguacate	1	
Chile verde	al gusto	
Aguacate	2 piezas	
Tortillas	12 piezas	

ENSALADA VERDE

Ingredientes	6 raciones	3 raciones	12 raciones
Lachuga	1 pieza		
Berros	$\frac{1}{2}$ kg		
Peraji	2 ramitas		
Ajo	1 diente		
Apio	4 ramas		
Queso panelá	$\frac{1}{4}$ de kg		
Aguacate	1 pieza		
Aceite de oliva	$\frac{1}{2}$ de taza		
Consomé de pollo	1 cucharada		
Limón	1 pieza		

3 La siguiente tabla muestra el valor nutritivo de una receta. Comprueba si las sumas en las columnas de calorías, proteínas y fibras son correctas. Si son incorrectas escribe a un lado el resultado correcto.

ENSALADA DE BERROS (1 RACIÓN)

Alimento	Peso bruto	Peso neto	Calorías	Proteínas	Fibras
Queso fresco	42 g	42 g	53	6.4 g	0.0 g
Berros	83 g	68 g	18	2.4 g	0.2 g
Cebolla	17 g	15 g	6	0.2 g	0.1 g
Limón	35 g	21 g	6	0.2 g	0.0 g
Aguacate	83 g	44 g	63	0.7 g	0.8 g
Aceite de oliva	1 g	1 g	9	0.0 g	0.0 g
TOTAL			153	9.9 g	1.2 g

¿Por qué crees que el peso bruto y el peso neto son iguales en algunos alimentos y en otros no? Conviértelo con tus compañeros y tu maestro.

4 En la siguiente tabla, calcula las sumas en las columnas de calorías, proteínas y fibra.

VERDOLAGAS CON QUESO (1 RACIÓN)

Alimento	Peso bruto	Peso neto	Calorías	Proteínas	Fibras
Verdolagas	83 g	69 g	18	1.5 g	2.0 g
Queso Chihuahua	42 g	42 g	192	12.1 g	0.0 g
Tomate	83 g	71 g	17	0.7 g	0.5 g
Cebolla	17 g	15 g	6	0.2 g	0.1 g
TOTAL					

¿Qué tiene más proteínas, una ración de ensalada de berros o una de verdolagas con queso?

10. CUERDAS RESISTENTES

En la tienda del pueblo se venden cuerdas de distinto grosor.

1 ¿Crees que la cuerda dibujada abajo mide más de un metro o menos de un metro?

2 Recorta un pedazo de hilo del tamaño de la cuerda dibujada. Comenta con un compañero cómo puedes hacerlo.

Extiende el hilo y usa tu regla para saber cuánto mide.



¿Cuánto mide el hilo que recortaste?
¿Cuánto mide la cuerda dibujada?

3 En un metro hay 10 decímetros. Marca todos los decímetros que caben en la cuerda dibujada, empezando en el punto rojo.

¿Cuántos decímetros mide la cuerda?

4 Marca los centímetros que hay en un decímetro empezando en el punto rojo.
¿Cuántos centímetros mide la cuerda?

5 Señala sobre la cuerda $\frac{1}{2}$ metro, $\frac{1}{4}$ de metro y $\frac{3}{4}$ de metro.

6 Utiliza el metro que construiste para marcar en el pizarrón o en el piso cinco líneas con las siguientes medidas: $1 + \frac{1}{2}$ metros, $\frac{3}{4}$ de metro, $\frac{1}{4}$ de metro, $\frac{10}{10}$ de metro y $1 + \frac{3}{4}$ metros.



7 Ordena de menor a mayor las medidas del ejercicio anterior.

8 Anota los nombres de tres compañeros que midan más de $1 + \frac{1}{4}$ metros y menos de $1 + \frac{1}{2}$ metros.



9 Compara las siguientes expresiones:

$\frac{1}{2}$ metro es igual a
1 decímetro es igual a
 $\frac{1}{4}$ de metro es igual a
 $\frac{1}{2}$ metro es igual a
 $\frac{3}{4}$ de metro es igual a



decímetros
centímetros
centímetros
centímetros
centímetros

10 Rosa, Carmen y Flor se hicieron cada quien una falda.

Rosa utilizó $\frac{1}{2}$ de metro.
Carmen 50 centímetros.
Flor $\frac{1}{2}$ metro.



¿Cuál de las tres niñas gastó más tela?
Explica cómo obtuviste la respuesta.

Recuerda:

Un metro es igual a 10 decímetros.

Un metro es igual a 100 centímetros.

Un decímetro es igual a 10 centímetros.

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

I. EL DÍA DE LA ONU

Para festejar el día de la ONU se realizó un festival en la escuela. Al grupo de Jaime le tocó hacer banderas de algunos países.



Puerto Rico



Indonesia



Kuwait



Colombia



Tailandia



España



Paquistán



Panamá



México



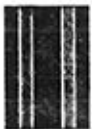
Costa Rica



Nicaragua



Suecia



Uganda



Chile



Jordania



Congo

3. Completa la siguiente tabla.

País	Todas sus partes son:			
	mitades	tercios	cuartos	quintos
Puerto Rico	no	no	no	no
Tailandia				
México				
Uganda				
Indonesia				
España				
Costa Rica				
Chile				
Kuwait				
Paquistán				
Nicaragua				
Jordania				
Colombia				
Panamá				
Suecia				
Congo				

4. ¿Es cierto que la parte blanca en la bandera de Paquistán es $\frac{1}{4}$?

¿Por qué?

¿Qué fracción de la bandera de Chile está coloreada de rojo?

¿Qué fracción de la misma bandera tiene color blanco?

¿Y qué fracción tiene color azul?

5. Observa las banderas de la página anterior y escribe:

el nombre de un país que tiene una bandera con franjas horizontales

el nombre de un país que tiene una bandera con franjas verticales

el nombre de un país que tiene una bandera con dos franjas perpendiculares

el nombre de un país que tiene una bandera con una franja inclinada.

1. Los niños compraron varios pliegos de papel blanco, trazaron una bandera en cada pliego y desdobló las colorearon.

¿Cuántos colores diferentes utilizaron?

¿Cuántas banderas están divididas en partes del mismo tamaño?

¿Cuáles están divididas en tres partes iguales?

2. Sonia dice que todas las banderas divididas en tres partes, están divididas en tercios.

¿Estás de acuerdo con lo que dice Sonia? Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

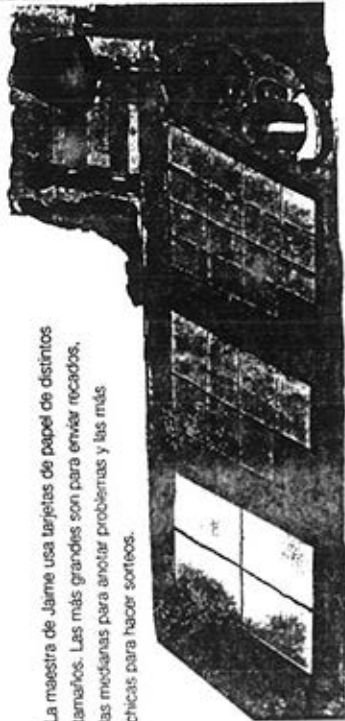
¿Es cierto que la bandera de Chile está dividida en tercios?

¿Por qué?



9. TARJETAS DE PAPEL

La maestra de Jaime usa tarjetas de papel de distintos tamaños. Las más grandes son para enviar recados, las medianas para anotar problemas y las más chicas para hacer sorteos.



- 1** La maestra pidió tres hojas, una para tarjetas grandes, otra para tarjetas medianas y otra para tarjetas chicas.

¿Cuántas tarjetas grandes obtuvo?
 ¿Cuántas tarjetas medianas?
 ¿Cuántas tarjetas chicas?

Utiliza tres hojas y recorta tarjetas de los tres tamaños para comprobar tus respuestas.



- 2** El dibujo de la derecha representa una hoja entera.

Divide la hoja para que puedas colorear una

tarjeta grande, una mediana y una chica.

¿Cuántas tarjetas medianas se obtienen

si se parte una tarjeta grande?

¿Cuántas tarjetas chicas se obtienen

si se parte una mediana?

¿Cuántas tarjetas chicas se obtienen

si se parte una grande?



- 3** Completa las siguientes expresiones. Si necesitas, usa una hoja.

La tarjeta grande es $\frac{1}{2}$ de la hoja.

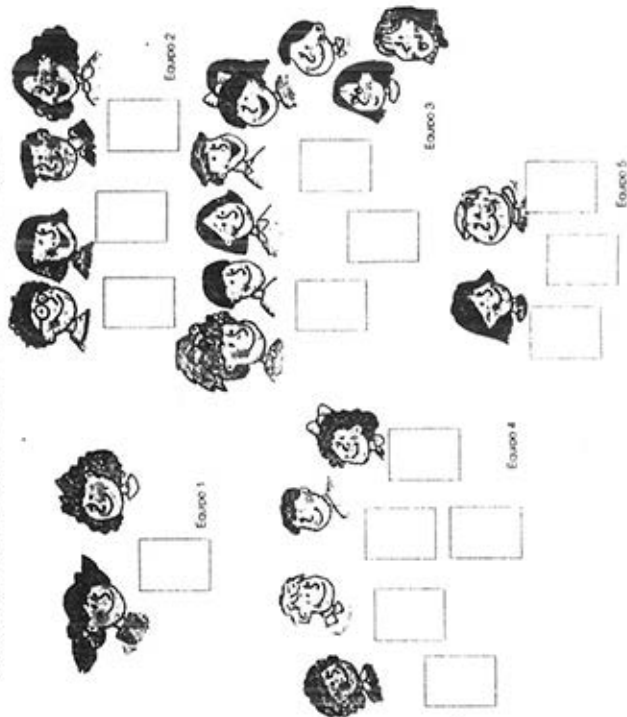
La tarjeta mediana es _____ de la hoja.

La tarjeta chica es _____ de la hoja.

Un cuarto de la hoja es igual a _____ octavos de la hoja.

Un octavo de la hoja es igual a _____ dieciséisavos de la hoja.

- 4** La maestra formó equipos de dos niños, de cuatro niños y de ocho niños. Después entregó algunas hojas a cada equipo para que se las repartieran en partes iguales.



Divide los rectángulos para indicar lo que le toca a cada niño en su equipo.

¿Cuántas hojas tiene el equipo 2?

¿Entre cuántos niños se repartieron?

¿Cuánto le tocó a cada niño?

Completa los datos que faltan en la siguiente tabla.

Equipo	Hojas	Niños	A cada niño le tocó
1	1	2	$\frac{1}{2}$
2			
3			
4			
5	3	2	$1 + \frac{1}{2}$ hoja

3. MÁS GALLETAS Y MÁS NIÑOS

Raúl, Sonia y Yoatzin volvieron a jugar a los repartos y sucedió algo interesante.

- 1 Observa el dibujo de Sonia para que hagas el de Yoatzin y el de Raúl.

Dibujo de Sonia



Dibujo de Yoatzin



Dibujo de Raúl



Hay el doble de galletas y el doble de niños que en el dibujo de Sonia.

¿En cuál de los repartos crees que le toca más galleta a cada niño? Comienza tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

- 2 Al realizar sus repartos, Sonia encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{2}$ de galleta. Yoatzin encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ de galleta.

Raúl encontró que a cada niño le toca $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ de galleta. Realiza los repartos para ver si encuentran lo mismo que Sonia, Yoatzin y Raúl.

- 3 Julián dice que en el reparto de Sonia, en el de Raúl y en el de Yoatzin, le toca la misma cantidad de galleta a cada niño. ¿Estás de acuerdo con lo que dice Julián? ¿Por qué?

- 4 Julián y Ramón quieren dibujar repartos en los que le toque la misma cantidad de galleta a cada niño. Dibuja el reparto de Ramón.

Dibujo de Julián



Dibujo de Ramón



Sonia, Yoatzin, Raúl y Jaime formaron parejas con otros niños y jugaron a adivinar a quién le toca más galleta. Lee lo que dicen y averigua, como tú quieras, a quién le toca más.

$$\text{Me tocaron } \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



¿A quién le tocó más?

$$\text{Me tocaron } \frac{5}{4}$$



$$\text{Me tocaron } \frac{3}{5}$$



¿Por qué?

$$\text{Me tocaron } \frac{3}{6}$$



¿A quién le tocó más?

¿Por qué?

$$\text{Me tocaron } \frac{4}{5}$$



$$\text{Me tocaron } \frac{6}{10}$$



¿A quién le tocó más?

¿Por qué?

$$\text{Me tocaron } \frac{2}{4}$$



¿A quién le tocó más?

¿Por qué?

$$\text{Me tocaron } \frac{4}{5}$$



II. LAS GOLOSINAS

Durante el recreo, Raúl y sus amigos se pusieron a ver la información que hay en la envoltura de algunas golosinas. Observa los dibujos para que puedas resolver los problemas que vienen después.



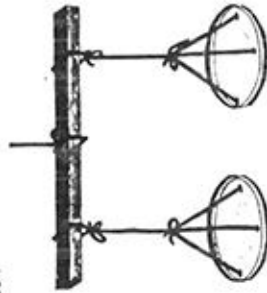
1. El paquete trae 12 galletas y pesa 180 gramos. ¿Cuántos gramos pesa una galleta?
2. ¿Cuántas paletas pesan lo mismo que el contenido de un litro de cacahuites?
3. Un kilogramo es igual a 1 000 gramos. ¿Cuántas cajas de chocolates se necesitan para tener un kilogramo?
4. ¿Cuál de las golosinas dibujadas pesa $\frac{1}{4}$ de kg?
5. ¿Cuántas bolsas de dulces pesan un kilogramo?
6. La bolsa de chicles trae 4 paquetes y cada paquete contiene 5 chicles. ¿Cuánto pesa un chicle?
7. ¿Cuántos gramos pesa un caramelo?

- 8** Reúnete con tu equipo y entre todos juntan una o varias golosinas que en total pesen 50 gramos. Sólo tienen que buscar en los envases el **Contenido neto**. Si no logran reunir 50 gramos, procuren tener 25 ó 10 ó 5 gramos.

- 9** Consigan el material necesario para construir una balanza más grande y resistente que la que construyeron en la lección "El peso de un peso".

Necesitan:

- Dos tapas de bote de leche o de pintura para los platos. Con un clavo se hacen tres agujeros en cada tapa.
 - Un pedazo de madera o de alambre grueso de aproximadamente 40 centímetros del largo.
 - Nueve pedacitos de hilo de 15 centímetros cada uno.
- Armen la balanza como se ve en el dibujo.



- 10** Hagan tres esferas de plastilina que pesen 50 gramos cada una. Para pesarlas utilicen las golosinas que consiguieron. En un platillo colóquen las golosinas, y en el otro platillo colóquen la plastilina hasta que la balanza esté en equilibrio.

- 11** Con dos esferas de 50 gramos hagan una de 100 gramos.

- 12** Con las esferas de 100 gramos y de 50 gramos que hay en todo el grupo, hagan una esfera que pese $\frac{1}{2}$ de kilo, otra que pese $\frac{1}{4}$ kilo y otra que pese 1 kilo.

- 13** Lee lo que dicen Sonia y Raúl:

Fara hacer la de $\frac{1}{2}$ de kilo, juntamos ocho de 100 g y una de 50 g.



Y en tu grupo, ¿cómo hicieron la esfera de $\frac{1}{2}$ kilo?

Fara hacer la de 1 kg, juntamos ocho de 100 g y cuatro de 50 g.



Recuerda:

$$1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g} \quad \frac{1}{2} \text{ kg} = 500 \text{ g} \quad \frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

5. ESFERAS DE PLASTILINA

Flor y sus amigos hicieron esferas de plastilina, pesaron objetos e inventaron problemas.

- 1 Lee los problemas que dicen los niños y trata de resolverlos.

En mi grupo somos 32 niños, cada uno hizo tres esferas de 50 gramos. ¿Cuántas esferas hicimos entre todos?

En mi grupo hay 8 equipos. Cada equipo hizo 12 esferas de 50 gramos cada una. ¿Cuántos gramos pesan en total las 12 esferas?

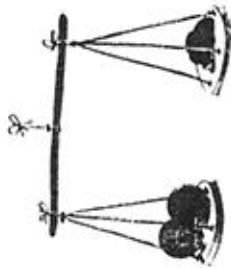


- 2 En el dibujo de abajo están todas las esferas de plastilina que hicieron los amigos de Flor.



¿Cuántos gramos pesan en total?

- 3 ¿Cuánto pesa la piedra que se ve en el dibujo?



En el dibujo se ve que la piedra pesa $\frac{1}{2}$ kg más $\frac{1}{2}$ kg.

$\frac{1}{2}$ kg más $\frac{1}{2}$ kg es igual a $\frac{2}{2}$ kg, o bien, 1 kg.

El resultado también se puede obtener con una suma de fracciones: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

ANEXO 14

- 4 Observa las pesas que usó Juan para pesar la fruta.

¿Cuántas esferas de $\frac{1}{4}$ de kg pesan lo mismo que una estera de $\frac{1}{2}$ kg?

Si Juan usara sólo estereras de $\frac{1}{4}$ de kg, ¿cuántas tendría que poner en el platillo?

Usando la suma de fracciones se tiene:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

- 5 ¿Cuánto pesan los zapatos de Ramón?

Escribe la suma de fracciones que corresponde a este problema:

La caja de gises pesa $\frac{1}{2}$ de kg más 100 gramos. ¿Cuántos gramos pesa en total la caja de gises?

- 7 Juan y Ramón comparan el peso de la fruta con el peso de los zapatos.

¿Qué pesa más?

¿Cuál estera tienen que poner en el platillo para que la balanza se equilibre?

Observa que:

Peso de los zapatos más peso de la estera es igual a

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

peso de la fruta

Peso de la fruta menos peso de los zapatos es igual a

$$\frac{2}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

peso de la estera

Juan cogió una estera de $\frac{1}{4}$ de kg y la dividió para hacer dos estereras del mismo peso.

¿Cuánto crees que pesó cada una?

