

Universidad Pedagógica Nacional

Tesis

✓ "LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES
EN LA ESCUELA PRIMARIA"

por:

L. Marlene Muñoz Garay



Asesor: Profr. Gabriel Porras Rojas

Toluca Méx., Noviembre 2001.

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

Toluca, Méx., 8 de NOVIEMBRE de 2001

C. PROFR. (A). LORENA MARLENE MUÑOZ GARAY
PRESENTE

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación, en la modalidad TESIS.

titulado "LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA PRIMARIA".

Presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE


LIC. MARIA DE LA LUZ OLGUIN MEJIA
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION



S. E. P.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 15 TOLUCA
DIRECCION



USE.-T-53

ASUNTO: Constancia de terminación
de trabajo para titulación.

Toluca, Méx., 6 de Octubre de 2001

C. LORENA MARLENE MUÑOZ GARAY

PRESENTE.

Comunico a Usted, que después de haber analizado su trabajo de titulación, en la modalidad TESIS, titulado "LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA PRIMARIA".

se considera terminado y aprobado, por lo que puede proceder a ponerlo a consideración de la H. Comisión de Exámenes Profesionales.

ATENTAMENTE

PROFR. GABRIEL PORRAS ROJAS
ASESOR PEDAGÓGICO

Indice

INTRODUCCION	4
CAPITULO I	
FORMULACION DEL PROBLEMA	
Antecedentes	5
Definición del Problema	16
Justificación	20
Objetivos	22
Hipótesis	23
CAPITULO II	
MARCO TEORICO-CONCEPTUAL	24
Pedagogía Tradicionalista	24
Conductismo	26
Constructivismo	29
Pensamiento Preoperacional	34
CAPITULO III	
METODOLOGIA	39
Marco de Referencia	39
Cuestionario	42
Análisis de datos y Presentación de Resultados	46
Descripción de Respuestas	54
Descripción de Respuestas Erróneas	53
IV.- CONCLUSIONES	73
V.- SUGERENCIAS	74
VI.- BIBLIOGRAFIA	75
VII.- ANEXOS	77

INTRODUCCION

Es opinión generalizada dentro y más allá de nuestras fronteras, que las matemáticas suelen ser la materia escolar que más problemas plantea a los niños; más aún en cuanto a Fracciones se refiere. Sin embargo, no se trata sólo de un malestar cognitivo, sino más bien de la configuración de diversos factores causales que con frecuencia actúan estrechamente relacionados entre sí.

En general, la enseñanza de las Fracciones en la Escuela Primaria, deja mucho que desear. El miedo y la ansiedad, ante las tareas matemáticas no sólo constituyen un hecho bastante común entre los escolares, sino que además es uno de los factores más relevantes del fracaso infantil. Por ello, merece un mínimo de atención, aunque sólo sea en ésta introducción y con la brevedad impuesta por los condicionantes externos.

La intervención educativa, en cuanto a las Fracciones se refiere debe ser "real"; ya que el fracaso en la comprensión de éstas, a mi juicio, reside en la incongruencia que existe entre lo que se enseña en la escuela y su aplicación, en la resolución de problemas de la vida diaria.

Finalmente, concluyo insistiendo sobretodo en la necesidad de cambiar costumbres didácticas, para dar paso a orientaciones y actitudes, quizá más complejas y exigentes con respecto al papel que suele habitualmente desempeñar el profesor, pero también más eficaces y sobre todo más acordes con las constantes que definen el aprendizaje y desarrollo del niño, tomando en consideración los momentos que vivimos en la actualidad.

Sin embargo, el interés de este trabajo reside más en los problemas que desarrolla que en las conclusiones, necesariamente provisionales, que se pueden obtener.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Antecedentes

"Antes de situar a las Fracciones en la actualidad, haré un breve repaso de la trayectoria que han seguido en nuestro país a lo largo de las distintas reformas." ¹

Al iniciar el siglo, el objetivo prioritario a perseguir en los primeros niveles con la enseñanza de las Matemáticas era esencialmente relacionar los problemas de la Aritmética Elemental con los problemas que el adulto podría encontrar en su vida cotidiana. La primera enseñanza se centraba en desarrollar actividades rutinarias de cálculo, reservando para cursos posteriores el desarrollo de la Lógica.

Las recomendaciones sobre la enseñanza de la escuela Primaria en nuestro país en los años cuarenta, con la "Ley del 17 de julio de 1945", clasificaban los conocimientos en tres grupos: **Instrumentales**, los que eran considerados indispensables, y en los cuales estaba incluido el cálculo, así como la lectura y la expresión gráfica en sus distintas vertientes. **Formativos**, definidos como la base de la formación moral e intelectual, abarcando ésta última a las Matemáticas. **Complementarios**, aquellos que se creían necesarios para completar la cultura mínima primaria.

Respecto a las fracciones en particular, éstas aparecen diseminadas en los distintos cursos. No se aprecia ninguna indicación específica para su introducción, sino que parece subyacer la idea de que sea la práctica repetitiva la que lleve a su comprensión y a un dominio, de carácter rutinario, de las reglas de cálculo. Y, de hecho, los libros de texto de la época muestran una mayor preocupación en el "cómo" se usan las fracciones que en el "qué" son.

En el primer curso del Período de enseñanza Elemental aparece la iniciación, mediante ejercicios prácticos, a la idea de doble y mitad. En el curso siguiente, después de repasar las ideas de doble y mitad se introduce la idea de triple y tercio, cuarto y octavo. En el tercer trimestre de éste curso se señala también como contenido una idea general del Sistema Métrico Decimal. Así pues, éste precede a la introducción del quebrado (utilizan éste término) y su representación por cifras, que junto con ejercicios de hallar la mitad, el tercio, el cuarto, y el octavo de números dados, se encuentran en los trimestres segundo y tercero del tercer curso.

En cuarto curso, desglosado meticulosamente por trimestres, se encuentran ejercicios de medida y peso de los cuerpos y representación de los números enteros, quebrado y mixtos

¹ Linares, Salvador y Sánchez, M. Victoria, et. al. "Fracciones: La Relación Parte-Todo." Editorial Síntesis. Madrid, España. Pág. 36

resultantes; iniciación a la simplificación y equivalencia de quebrados; simplificación y reducción a común denominador de quebrados comunes, suma de quebrados y, por primera vez, aparece la palabra **fracción** en el apartado <<reducción de fracciones ordinarias a decimales>>. También se incluye la suma y resta de quebrados. La multiplicación y la división se dejan para el Período de Perfeccionamiento.

Es de relevancia destacar que la idea general de quebrado y su representación en cifras ocupa un solo trimestre de un curso, y la iniciación a la simplificación y a la equivalencia otro. Las operaciones aparecen en siete trimestres de los 18 que componen los Períodos Elemental y de Perfeccionamiento. También se observa que los términos quebrado y fracción coexisten.

"En los años cincuenta comenzó en distintos países, principalmente Francia y EE.UU., la introducción de las Matemáticas Modernas, a las que sirvieron de vehículo de desarrollo las corrientes estructuralistas. Se trató de una auténtica revolución de la orientación y de los contenidos de los currículos matemáticos en la escuela."²

Desde un punto de vista formal, podría decirse que se pretendía dotar a los estudiantes de una formación más versátil, de manera que pudieran adaptarse más fácilmente al avance continuo y vertiginoso que estaba teniendo lugar en un mundo cada día más tecnológico y que demandaba una mayor competencia matemática. Había que intentar dotarles de unas estructuras que les permitieran adaptarse a las variadas situaciones que pudieran encontrar en el futuro.

Por un lado, y a un nivel puramente matemático, se había avanzado mucho en el desarrollo de estructuras, así como en la unificación de conceptos. Por otro, se había desarrollado enormemente, el conocimiento acerca de los procesos de aprendizaje de los niños. Estos hechos parecen suficientes para entender las razones que llevaron a abandonar una enseñanza de las Matemáticas Elementales basada en un desarrollo <<utilitarista>>, y se pasase a una enseñanza basada en un desarrollo <<estructuralista>>.

²"La Ley General de Educación de 1970, introduce en los planes de estudio españoles las matemáticas modernas en las cuales los objetivos y directrices metodológicas señalaban que, "una de las funciones fundamentales de las matemáticas es la de ordenar conocimientos y crear estructuras formales que los resuman y expresen. Las estructuras formales están caracterizadas por unas leyes que permiten aplicarles, de modo preciso, unos automatismos, entre ellos el automatismo de la Lógica, que facilita su utilización en problemas variados".³

² Linares, Salvador y Sánchez, M. Victoria. "Fracciones: La Relación Parte-Todo". Editorial Síntesis. Madrid, España. Pág. 40

³ Linares, Salvador y Sánchez, M. Victoria. "Fracciones: La Relación Parte-Todo". Editorial Síntesis. Madrid, España. Pág. 47

Los programas siguen un orden basado en la propia estructuración lógica de las Matemáticas, sin tener en cuenta otros criterios pedagógicos.

En 1971 se publican nuevas orientaciones que introducen algunas precisiones dentro del Área Matemática; los objetivos generales señalan que <<la segunda etapa de Educación General Básica pretende ir hacia una mayor profundidad en el formalismo matemático>>. Se hace preciso desarrollar en el alumno la capacidad de elaborar los sistemas formales necesarios para la resolución de los problemas.

La mayor innovación se manifiesta en el apartado dedicado a la Metodología. Así, en el tema que nos interesa de los números racionales se dice, <<parece conveniente hacer la construcción del conjunto de los números racionales positivos a partir de la noción de operador, llegando a la de número racional mediante la clase de operadores equivalentes>>

En 1981 y 1982 aparecen sucesivamente los programas renovados de educación Preescolar. Ciclo inicial, ciclo Medio y Ciclo Superior. En el Ciclo Inicial, se inicia el trabajo con las fracciones más sencillas (un medio, un cuarto) vinculadas a actividades de medida de magnitudes. El estudio de las fracciones y los decimales se aborda conjuntamente en cuarto curso. Se comienza introduciendo las ideas intuitivas de décimas, centésimas y milésimas, asociándolas a actividades dirigidas a establecer las equivalencias entre los múltiplos y los submúltiplos de las unidades de medida de algunas magnitudes, para a continuación representarlas mediante fracciones decimales, conectando las notaciones de las fracciones decimales con su expresión decimal.

Posteriormente se pasa a la interpretación de la fracción como cociente de dos números, dejando para el curso siguiente su interpretación como operador y como aproximación de una medida, así como la relación entre los distintos conceptos (haciéndose mención de la relación parte – todo).

Las únicas operaciones que se consideran en el Ciclo medio son la suma y la diferencia de fracciones sencillas con el mismo denominador, abordándose en el Ciclo Superior un estudio más general.

En resumen hasta el momento de la trayectoria que ha seguido en nuestro país La Enseñanza de las Fracciones, a lo largo de distintas reformas, puedo decir que, *los programas oficiales son indicaciones a las que el profesor debe dotar de significado. Y es aquí donde aparecen muy diversas opciones, y donde cada uno de nosotros pone en juego sus opiniones, elaborando una selección y ordenación de contenidos individualizada en la doble perspectiva de sí mismo y de sus alumnos.

Sin embargo, a través de la práctica docente he observado algunas irregularidades en la enseñanza de fracciones y sus operaciones, las cuales describo a continuación.

A los educandos en la Primaria y Secundaria, por lo general sólo se les enseña lo que son medios, tercios y cuartos, por ser lo más usual en la vida diaria.

En la Educación Primaria, los alumnos aprenden fracciones sólo cuando se les enseña o cuando es examen de Unidad, pero después de que ha pasado el tiempo se les olvida lo aprendido.

Al parecer, se debe a que los profesores no enseñan el significado de una fracción y sus diferentes interpretaciones, si no que, sólo les enseñan el algoritmo de las fracciones en las diferentes operaciones.

También, los alumnos al dividir un entero en partes, lo hacen sin tomar en consideración si sus partes son iguales o no, y lo representan en figuras desproporcionadas.

En la Educación Primaria, la mayoría de los maestros enseñan fracciones sobre modelos que incluyen rectángulos, cuadrados y círculos, porque les es más fácil, sin tomar en consideración que los alumnos no siempre encontrarán éstos patrones en la vida real; además, no toman en cuenta los conjuntos para la enseñanza de las fracciones, lo que provoca que los niños al ingresar a la escuela secundaria no conozcan en gran parte lo que son las fracciones.

El hecho de que a algunos profesores no les agraden las Matemáticas, provoca que no enseñen el tema de fracciones y sus operaciones, ya que para ellos representa un problema su enseñanza; así mismo, por no tener conocimiento del tema, éste se dá por visto.

Por otro lado, en los Libros de Texto de Educación Primaria editados por la S.E.P. para el Ciclo Escolar 1992- 1993 de Quinto grado de Matemáticas se plantean problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones, los cuales no son fáciles de resolver por los profesores de grupo, por lo tanto menos por los alumnos.

En la Primaria, los Libros de Texto Gratuitos, manejan el concepto de representaciones gráficas a través de rectángulos, cuadrados y circunferencias, lo que ocasiona en los alumnos dificultad de representar una fracción en figuras diferentes a las mencionadas.

De acuerdo con el plan y Programas de Estudio 1993 de Educación Primaria, nos señala que el contenido Fracciones se debe enseñar a partir del Tercer grado para que la comprensión de los alumnos sea mejor: qué es una fracción y cómo se representa gráficamente; antes de ésta reforma, a los niños se les enseñaban fracciones desde el Primer grado de Educación Primaria; del Segundo grado en adelante se les enseñaban las operaciones con este tipo de números.

Además, la Literatura relacionada con el tema aporta las siguientes características del problema:

“ Entre alguna de las deficiencias de la Enseñanza de las fracciones en la Escuela Primaria está la escasa diversidad de interpretaciones de la noción de fracción. Las fracciones se introducen en los Primeros Grados a partir de la interpretación de: Fracción de Unidad con una precipitada introducción al lenguaje simbólico y una marcada tendencia a particularizar esta interpretación...”⁴

“ Las estrategias didácticas, ponen en juego la percepción, visualización e imaginación especial del niño, comprendiendo además las convenciones gráficas del lenguaje simbólico-geométrico en el que se funda la diagramación de las ilustraciones usadas. Pese a ello, la enseñanza no incluye ningún tipo de entrenamiento perceptual que facilite el uso de éstos materiales por parte del estudiante, como tampoco lo introduce en la específica consideración del lenguaje simbólico-geométrico. Por eso, lejos de despejar el camino en el tratamiento de las fracciones, esta práctica didáctica agrega nuevas dificultades.”⁵

En el documento “Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa”, se considera que algunos de los problemas en la Enseñanza de las Fracciones han sido: ⁶

a).- “ Los alumnos identifican fácilmente fracciones representadas en círculos. Cuando las formas de las figuras en que se encuentren representadas las fracciones son diferentes a las mencionadas se tienen problemas para identificarlas y muchos niños fallan al dar la respuesta.

b).- Los alumnos tienen dificultad para identificar una fracción como parte de un conjunto...

c).- Cuando los niños se enfrentan a la necesidad de interpretar una expresión numérica que corresponde a un número racional, parece ser que, en forma verbal, “saben” expresar lo que significa una fracción; así, sabe que $5/7$ “ quiere decir que hay siete partes y se toman cinco”. Destaca aquí el hecho de que, si bien las repuestas en general son correctas, muestran que la interpretación de una fracción se reduce a “ tomar partes de...”

Otra observación al respecto es, que la mayoría de los alumnos sólo son capaces de interpretar correctamente una fracción cuando ésta, es igual o menor que la unidad; es decir, cuando el numerador es igual o menor que el denominador .

⁴ Balbuena, Hugo. Block David. “Las Fracciones, un Estudio Didáctico” Memorias de la Segunda Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Guatemala, Guatemala. Marzo 1988.

⁵ Figueras, O./Filloy, E./Valdemoros, M. “Problemas Detectados a través de la Representación Gráfica de las Fracciones”.

⁶ Alicia, Avila; Mancera, Eduardo. UPN. “Algunos problemas en el Aprendizaje de las Fracciones (estudio exploratorio en alumnos que finalizan la primaria en el Distrito Federal)”. Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Mérida, Yucatán, México. Abril de 1987.

d).- “ Resulta también destacable el hecho de que las fracciones no son interpretadas como razones por casi ninguno de los niños interrogados.”

e).- En la resolución de un problema que implica el manejo del concepto de Equivalencia, se mostró, por parte de los alumnos, un escasísimo manejo de dicho concepto. Es destacable a éste respecto, que se interpretó como mayor la fracción compuesta por números más grandes

($75 / 100 > 6 / 8$, fue la respuesta más común).

“Es notable también que el manejo de las fracciones es fundamentalmente formalista y rígido por parte del niño, lo cual le permite dar respuestas correctas verbal o algorítmicamente, pero no le permite conformar los conceptos que sustentan tales respuesta o algoritmos.”

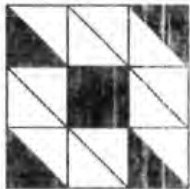
O. Figueras / E. Filloy / M. Valdemoros. mencionan algunas detecciones de concepciones erróneas en las fracciones:⁷

1.- “EL PREDOMINIO DE LA CARDINALIDAD DE LA PARTE”.

Con esta denominación estamos reconociendo aquel tratamiento que el niño otorga a la fracción, por el que tan sólo tomó en consideración al numerador de aquella. Identificamos tres modalidades diversas, al respecto:

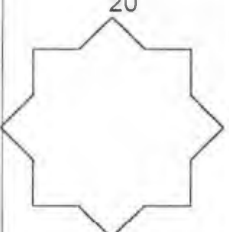
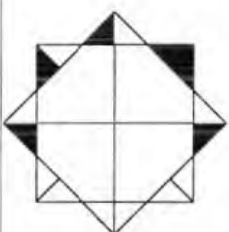
a).- El numerador de la Fracción se impone pero, desplazando al denominador.

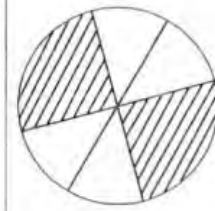
PROBLEMA	RESPUESTA
¿Que fracción es la sombreada? 	La quinta parte de dieciseis

PROBLEMA	RESPUESTA
¿Que fracción es la sombreada? 	$\frac{6}{18}$ la sexta parte de 18

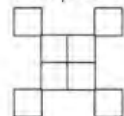
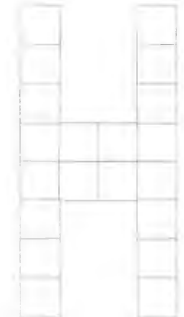
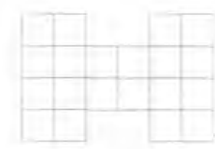
⁷ Figueras, O.Filloy, E. y Valdemoros, M. “Distorsiones que obstruyen la construcción del concepto de Fracción”. Memorias de la Primera Reunión de Centroamérica y el Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa”, Mérida, Yucatán, México. Abril de 1987

b).- El numerador de la fracción es tomado en cuenta, aún cuando el denominador es sustituido por otro.

PROBLEMA	RESPUESTA
En la siguiente figura representa $\frac{5}{20}$ 	


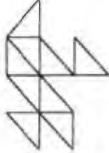
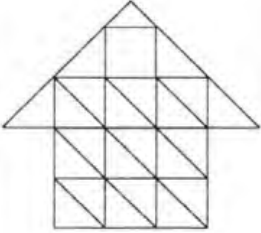
PROBLEMA	RESPUESTA
Dibuja un círculo y representa dos quintos	

c).- El numerador de la fracción dada es desvinculado del denominador y , en ésta ausencia de la relación constituyente de la fracción, el primero es tratado como entero.

PROBLEMA	RESPUESTAS	
Queremos hacer esta figura H Faltan $\frac{20}{28}$ complétala 		

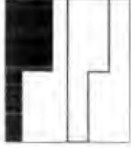
2.- “EL PREDOMINIO DE LA CARDINALIDAD DEL DENOMINADOR”.


Este fenómeno revela la exclusiva consideración del denominador de la fracción dada, al que se le otorga el significado de PARTE.

PROBLEMA	RESPUESTAS
Queremos hacer esta figura  Hay $\frac{9}{16}$ complétala 	

3.- “LA NO CONSIDERACION DEL TODO”.

Asociada a los reactivos en los que el alumno debía indicar el numeral, esta distorsión se constituye a partir de dos modalidades diversas.

PROBLEMA	RESPUESTA
¿Que fracción está sombreada? 	$\frac{1}{3}$


PROBLEMA	RESPUESTA
¿Que fracción es la sombreada? 	$\frac{1}{2}$

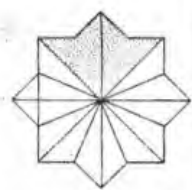
a).- Como un problema que afecta la constitución misma de la fracción, siendo en ella el denominador expresado en términos de complemento del numerador.

b).- Como una presunta lectura incompleta del dibujo presente cuya figura es percibida parcialmente.

4.- “LA DESIGUALDAD DE LAS PARTES”.

Tácitamente las convenciones escolares califican como tales a las subdivisiones donde no hay congruencia. Nuestra interpretación de éste problema es otra , en tanto identificamos como partes desiguales a aquellas en las que no hay conservación del área.

PROBLEMA	RESPUESTA
Use esta figura para representar un tercio.	

PROBLEMA	RESPUESTA
En la siguiente figura representa $\frac{5}{20}$	

En la obra de Virginia Padilla Sánchez, titulada: “Un Estudio Empírico sobre las Dificultades en la Adquisición de los Conceptos sobre Fracciones”, cita a los siguientes autores:⁸

Leen Streefland:

“ Considera que algunas características en la Enseñanza de las Fracciones han sido las siguientes:

- Los números racionales que exceden de 1 y las fracciones en números mixtos, aparecen casi exclusivamente por procedimientos algorítmicos. Así, como también se dan con mucha frecuencia cursos rectos e inmediatos hacia los algoritmos.
- La carencia virtual de contextos significativos tales como dominios de aplicaciones de las fracciones y el uso mayormente aislado de modelos y patrones, los cuales nunca se ofrecen para facilitar los procesos de algoritmización...”

Luis A. Santaló:

“ Opina que las Matemáticas en la Escuela Primaria deben buscar que los alumnos no sólo operen , sino que piensen y empiecen a razonar. El alumno debe saber calcular y saber por qué se calcula , ya que el alumno que sólo se equivoca en el calculo está más preparado para seguir adelante y trabajar muchos problemas, que el alumno que opera mecánicamente , porque éste navegará siempre sin rumbo en el mar de los conocimientos .”

Kieren plantea que;

⁸ Padilla Sánchez, Virginia. “Un Estudio Empírico sobre las Dificultades en la Adquisición de los Conceptos Sobre Fracciones”. Tesis de Maestría, Sección de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados de UPN, México, 1984. Pág. 2

“ El concepto de número racional se divide en cinco subcomponentes:

- ❖ Relación del todo y sus Partes
- ❖ Relación de Medición
- ❖ Razón
- ❖ Cocientes
- ❖ Operadores

Y dice que algunas dimensiones psicológicas que son hipotetizadas para afectar la adquisición de un concepto de número racional y han sido utilizadas. Como son:

- ◆ Modelos de Presentación
- ◆ Características Cuantitativas de los Números
- ◆ Tipo de Cantidades Representativas
- ◆ Familiaridad de los componentes de los Problemas

Por otra parte, en los Planes y Programas de Estudio de Educación Primaria nos mencionan lo siguiente:

“... Para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen, encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a conocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés.”⁹

“... Se aplazó la introducción de las fracciones hasta el tercer grado; y la multiplicación y división con fracciones pasó a la Secundaria. Lo anterior se basa en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados en los que se proponían anteriormente. A cambio de ello, se propone un trabajo más intenso sobre los diferentes significados de la fracción en situaciones de reparto, medición y el significado de las fracciones como Razón y División.”⁷

Así mismo, los Programas de Educación Secundaria establecen que;¹⁰

⁹ SEP, Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica, Primaria, México, 1993. Pág. 50-52

¹⁰ SEP; Plan y Programas de Estudio Secundaria, México 1993. Pág. 38

“ Las fracciones se estudiarán a lo largo de los tres grados de secundaria. En los dos primeros se revisarán las fracciones comunes, sus usos y significados en diversos contextos; así como sus operaciones y los algoritmos para realizarlas. En el tercer grado, la introducción al tema de fracciones algebraicas permitirá revisar las operaciones con fracciones comunes y afianzar la comprensión alcanzada por los alumnos”.

Definición del Problema

Es opinión generalizada dentro y más allá de nuestras fronteras que las matemáticas suelen ser la materia escolar que más problemas plantea a los niños. Pero no se trata solo de un malestar cognitivo que surgiría ante lo espinoso de la tarea matemática, sino más bien de la configuración de diversos factores causales que con frecuencia actúan estrechamente relacionados entre sí. En 1971, Bereiter titulaba un artículo con la pregunta <<¿Tienen que ser las Matemáticas tan horribles?>>, y más tarde, Moser (1984) retoma la misma cuestión interrogándose <<¿Tiene que ser la enseñanza de las Matemáticas tan horrible?>>. Este último autor responde de modo indirecto a la pregunta planteada por Bereiter diciendo escuetamente que en general la enseñanza de las Matemáticas deja mucho que desear, es decir, es horrible.¹¹

Por lo que, además de las variables motivacionales y lingüísticas existentes, es conveniente hacer un análisis cognitivo de las mismas dificultades matemáticas que manifiestan los niños en los diferentes niveles evolutivos.

A través de la práctica docente, he observado algunas irregularidades en la enseñanza de las fracciones y sus operaciones que a continuación describo.

Por lo general en los primeros grados de Educación Primaria, sólo se les enseña a los educandos lo que son medios, tercios y cuartos por ser lo más usual en la vida diaria.

Los alumnos tienen contacto con las fracciones por poco tiempo y aprenden de ellas sólo cuando se les enseña o se les va a evaluar, pero después de que ha pasado el tiempo se les olvidó lo aprendido. Esto parece deberse a que los profesores no les enseñan oportunamente el significado de fracción y sus diferentes interpretaciones, sino que, únicamente les enseñan la representación gráfica y el algoritmo de sus diferentes operaciones.

También, los alumnos al dividir un entero en partes lo hacen sin tomar en consideración si sus partes son iguales o no, y lo representan en figuras desproporcionadas.

Los profesores de educación Primaria enseñan fracciones sobre modelos que incluyen rectángulos, cuadrados y círculos porque les es más fácil, sin tomar en cuenta que los alumnos no siempre encontrarán estos patrones en la vida real.

A su vez, también se presenta el hecho de que algunos profesores al tener deficiente dominio de contenidos matemáticos, no enseñan el tema de fracciones, pues para ellos representa un

¹¹ Bermejo, Vicente. "El Niño y la aritmética. Instrucción y Construcción de las Primeras Nociones Aritméticas". Paidós Educador/96. Pág. 11

problema su enseñanza; así mismo, por no tener dominio del contenido como pasa con otros temas que se dan por vistos.

Por otro lado, en los libros de Texto de Educación Primaria editados por la Secretaría de educación pública (S.E.P.), se plantean problemas de adición y sustracción en grados superiores los cuales no son de fácil resolución por parte de los profesores de grupo y consecuentemente por los alumnos.

Hasta 1993, con el Plan y Programas de Estudio se venía manejando el tema de fracciones desde Primero de Primaria; ahora, se aplaza este tema hasta tercero y la multiplicación y división de fracciones se dejan para la Educación Secundaria, hecho basado en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados propuestos anteriormente. Con este nuevo Plan y Programas de Estudios, a la enseñanza de las Matemáticas se dedicará una cuarta parte del tiempo de trabajo escolar a lo largo de los seis grados.

La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. Este enfoque implica entre otros cambios suprimir como contenidos las nociones de lógica de conjuntos y organizar la enseñanza en torno a seis ejes temáticos: Los Números, sus Relaciones y sus Operaciones; La Medición; La Geometría; Los Procesos de Cambio; El Tratamiento de la Información y Predicción y Azar. La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada contenidos matemáticos, y además, desarrolle habilidades y destrezas, fundamentales para la buena formación básica en Matemáticas.

Formalmente, la enseñanza de fracciones empieza en tercer grado, bajo el eje temático, Los Números, sus Relaciones y sus Operaciones, iniciando con los conceptos de unidad como relación Parte-Todo. Cuando un objeto se divide en partes, de las cuales se requiere tomar algunas, se necesita hechar mano de las fracciones comunes para expresar matemáticamente lo que se hace en la realidad.

En Cuarto grado, se ve el fraccionamiento de longitudes para la introducción de nuevas fracciones (tercios, quintos y sextos) ; equivalencia de fracciones; fracciones de decimales; comparación de fracciones con igual denominador; ubicación de fracciones en la recta numérica; algoritmo de la suma y la resta de fracciones con igual denominador y planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales.

Se continúa en Quinto grado, con fraccionamiento de longitudes dando nuevamente cabida a fracciones tales como séptimos y novenos; equivalencia de fracciones; fracciones con denominador 10, 100, y 1000, como resultado de planteamiento de problemas; fracciones

mixtas; ubicación de fracciones en la recta numérica, planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones, donde denominadores iguales y diferentes, mediante la equivalencia de fracciones; algoritmo de la suma y resta de fracciones utilizando equivalencia; empleo de la fracción como razón y división en situaciones sencillas y cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos.

Se concluye en Sexto grado, con los conocimientos de ubicación de fracciones en la recta numérica; equivalencia y orden entre las fracciones; planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas; conversión de fracciones mixtas, impropias y viceversa; simplificación de fracciones, planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común.

Con frecuencia se usan fracciones para describir procesos cotidianos de cuantificación y medida, situación por la cual se creó un sistema numérico que se ajustará a las necesidades cotidianas y además permitirá ubicar sin ambigüedad las partes de la Unidad. Entonces decimos que, “ las fracciones son el resultado de dividir la unidad en cualquier número de partes iguales, donde a éstas partes se les llama medios, tercios, cuartos, quintos, etc. Posteriormente se debe enseñar su representación, dividir entre un número más grande de partes, iniciar con operaciones de suma y resta con igual denominador y finalmente sumas de dos o más fracciones con diferente denominador y su aplicación en problemas reales.

Debido a la cualidad de las fracciones de permitir la descripción de diversas situaciones y aplicaciones como ocurre todos los días en los periódicos, revistas y programas de televisión, en las conversaciones también es frecuente observar el empleo de algunas fracciones elementales como un medio, dos cuartos, un litro, etc. Por todas sus aplicaciones considero prioritario enseñar este tema con verdadero empeño, ya que en la actualidad el niño desconoce conceptos básicos para ejecutar representaciones, operaciones o aplicación de fracciones a problemas dados.

Es preocupante observar niños que han concluido su educación Primaria y al realizar operaciones con fracciones, cambian los procedimientos que se les enseñan en la escuela por otros que ellos mismos inventan o cambian el procedimiento de una operación por el de otra; carecen de conocimientos de cómo operar en la sustracción y adición con números enteros y fracciones; no saben representar en forma equitativa una fracción; no saben convertir enteros a fracciones en figuras que no sean cuadrados, rectángulos y círculos; no saben representar fracciones mayores de un entero, etc. Esto solo por mencionar algunas dificultades que tienen los alumnos al operar con fracciones.

Como causas de este problema, podemos mencionar la falta de interés por parte del profesor para impartir éste tema, lo cual trae como consecuencia la indiferencia del alumno. Es considerada también como una posible causa la ausencia o poco uso de éstas en la vida cotidiana, lo cual creemos que es un tanto erróneo, ya que el uso de fracciones es muy común

en la vida diaria, sólo que las usamos de una manera inconsciente por decirlo así y lo podemos observar claramente en casa cuando hay un pastel por ejemplo y son 8 miembros de la familia instintivamente tratamos de dividir el pastel en 8 partes iguales y damos cada una a quien le corresponde sin decir te tocó un octavo de pastel ($1/8$), pero matemáticamente así se expresa y quizá algunos a la fecha, lo desconocen. De aquí que tal vez algunos crean equivocadamente que es poca su funcionalidad.

Justificación

Durante el tiempo que he dedicado a la enseñanza de la Educación Primaria, siempre me ha preocupado la asignatura de las matemáticas como producto del quehacer humano en proceso de construcción sustentado en abstracciones sucesivas. Muchos desarrollos importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos, propios de los grupos sociales, entonces, por qué si surgen de una necesidad algunos le temen.

Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana. Si bien todas las personas construimos conocimientos fuera de la escuela que nos permiten enfrentar dichos problemas, esos conocimientos no bastan para actuar efizcamente en la práctica diaria. Los conocimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas, muchas veces son largos, complicados y poco eficientes, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez. De aquí que, el contar con las habilidades, los conocimientos y la forma de expresión que la escuela proporciona o debe proporcionar permite la comunicación o comprensión de la información matemática presentada a través de medios de distinta índole.

Como consecuencia de esta asignatura, viene un tema tan interesante como son las fracciones, al cual se le ha dado poco interés debido quizá al “poco uso” que se cree que tienen en la vida diaria o a la dificultad que genera su práctica.

Hablando de fracciones, es importante señalar que su uso no es mínimo, por el contrario, es de uso común en la vida cotidiana. Todas las personas hacen un poco de Matemáticas en su vida diaria, cuando cuentan, cuando compran o venden, cuando miden, cuando trazan planos, dibujan muebles o decoran un lugar, cuando construyen casa y también cuando juegan. Así se fueron haciendo las Matemáticas que hoy vemos en los libros, resolviendo problemas que se les han presentado a los hombres y a las mujeres. Por eso la mejor manera para aprender Matemáticas es definitivamente resolviendo problemas. Lo importante es que, cuando los niños se enfrenten a un problema, lo resuelvan como puedan. Poco a poco, con la práctica, con la ayuda de sus compañeros y con la del maestro, deben ir encontrando maneras más sencillas y rápidas para resolverlos.

Sin embargo, no todos percibimos su aplicación en diversas situaciones, es por eso que me he inclinado por éste tema, esperando algún día sea tan importante para todos como lo es en este momento para mí.

En niveles superiores, me he percatado tanto por experiencias propias, como en los altos índices de reprobación en el área de matemáticas, que los cursos impartidos en la educación primaria son muy deficientes.

Creo que estas deficiencias se deben más que nada a la falta de capacitación y actualización del maestro. Por lo tanto, es imprescindible que el docente se dé cuenta de la importancia que tienen las matemáticas, y específicamente el de las fracciones en el campo de la educación, pues dicho tema nos permite resolver problemas en diversos ámbitos de nuestra vida.

En un muestreo referente al tema de fracciones realizado en la Esc. Prim: “20 de Noviembre”, ubicada en la comunidad de San Luis Mextepec, Zinacantepec, Méx., pude constatar el bajo nivel de conocimientos del tema antes mencionado.

El examen fue aplicado a tres grupos. Dos grupos de quinto grado con 35 alumnos cada uno y un grupo de sexto grado con 36 alumnos. La muestra fue elaborada en base al Plan y Programas de Estudio vigente, tomando en cuenta los conocimientos que supuestamente traían los alumnos del grado anterior.

El examen constó de 9 reactivos con preguntas tales como: ¿Qué es una Fracción?, ¿Cuáles son sus partes y qué indica cada una de ellas?, y de ejercicios sencillos como: obtener fracciones equivalentes, representación de fracciones en relación a un entero, etc., y un problema de suma de fracciones en el cual debían convertir el resultado de la suma en una cantidad de dinero.

Los resultados fueron por demás convincentes de la necesidad que hay en la Educación Primaria de enseñar el tema de las fracciones de una manera más clara y eficaz.

Objetivos

La presente obra, enmarcada en lo que se reconoce como Tesis, incluye contenidos relacionados con la Enseñanza de las Fracciones en la Escuela Primaria, los cuales trato de representar por medio de modelos concretos, y no restringirme a considerar la fracción como una razón, como una relación entre una parte y el total de una cierta magnitud.

Los principales objetivos que persigo con éste trabajo son:

- Que hablando de fracciones, al realizar las subdivisiones que deben ejecutarse no siempre tengan lugar dentro de la unidad involucrada;
- Que el alumno descubra contextos significativos, tales como fuentes y dominios de aplicación de fracciones.
- El uso mayormente variado de modelos y patrones, que faciliten los procesos de algoritmización.
- Que tanto las figuras como los símbolos operacionales adquieran un significado definitivo para los alumnos dentro del contexto de los números fraccionarios.
- Que los profesores tomen en cuenta y respeten las nociones que tienen los niños acerca de la subdivisión y las fracciones, sus malentendidos y sus preferencias.
- Guiar hacía una visión de las fracciones que incluya el desarrollo de los muchos aspectos que las fracciones pueden tener.

En resumen, la tendencia más importante, es la referente a la necesidad de hacer las fracciones y sus operaciones significativas para los alumnos.

Hipótesis

La Enseñanza eficaz de las Fracciones en la Escuela Primaria debe ser de calidad, y esto, depende en gran medida de la preparación y dominio que tenga el profesor de este nivel sobre las informaciones que los alumnos necesitan para realizar los aprendizajes que impulsarán el desarrollo de las capacidades deseadas en cuanto a Fracciones se refiere.

Si el profesor tiene dominio sobre dicha temática es capaz de elaborar buenas estrategias, que además sean funcionales para la adquisición de conocimientos sobre Fracciones.

Variable Dependiente: Dominio de conocimientos matemáticos, específicamente de contenidos respecto a Fracciones para su enseñanza.

Variable Dependiente: Estrategias didácticas que partan del uso de materiales con patrones diferentes y sobre todo que sean aplicables a la vida real.

Variable Independiente: Necesidad e interés por el dominio de conocimientos por parte del o (los) profesores.

MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL

La teoría es un marco de referencia que nos permite a los educadores comprender los procesos de adquisición del conocimiento, para estar en posibilidad de brindar al alumno experiencias de aprendizaje acordes a su forma de aprender. Difícilmente podría el docente identificar su lugar como parte del proceso educativo si no posee un sustento teórico y desconoce cuales son los aspectos más relevantes que le permitan entender como se desarrolla y aprende el niño.

A continuación se describen algunas corrientes pedagógicas, las cuales nos darán una idea más clara de la adquisición del conocimiento desde el punto de vista de distintos autores.

1.- Pedagogía Tradicionalista

El modelo tradicional clásico de la instrucción, tiene sus orígenes anteriores a la era cristiana. Fue también el modelo básico de Sócrates y durante siglos el de casi toda la educación religiosa.

Los principios básicos del modelo tradicional son: el docente es una persona que tiene ciertos conocimientos o destrezas, un método de presentación que es el oral en su mayor parte, la evaluación del dominio de la información se realiza por medio de la recitación del alumno, la responsabilidad del aprendizaje recae sobre el alumno receptor.

Sin embargo, considero errónea la idea de preparar alumnos para actuar sólo como receptores en los cuales se vierte la información. Error en los profesores al presentar ésta esperando que los alumnos que supuestamente reciben el conocimiento lo devuelvan para demostrar que lo dominan.

El supuesto principal de conocimientos es el curso en el que se encuentra el alumno, es decir, que si el alumno cursa el Sexto grado, se supone que conoce y domina el contenido de los cinco cursos anteriores. Esto no es una pauta clara de lo que los alumnos saben y de lo que ignoran pues está ampliamente reconocido que los alumnos no son todos iguales.

Lo anterior creo que sugiere que uno de los primeros pasos que el profesor debe dar es averiguar lo que hasta cierto punto sabe cada alumno.

Lamentablemente los instrumentos de diagnóstico al parecer sólo sirven para certificar si el alumno aprueba el curso o la asignatura, no se ahonda en la problemática real del alumno.

En cuanto a la presentación de información por parte del maestro, está basado en sus conocimientos que pueden no estar actualizados y generalmente proporciona pocas oportunidades para una participación abierta del alumno, éste, es sólo receptor; su responsabilidad es “Prestar Atención”, escuchar y aprender la información presentada, cómo hay variaciones en los conocimientos, en la velocidad y estilo de aprendizaje, en el nivel de motivación, etc. El desarrollo y ejecución de una buena presentación, es responsabilidad total del profesor, éste, consciente trata de combinar la representación con demostraciones, discusiones y actividades en la clase, pero generalmente no dispone de tiempo ni de los materiales necesarios.

Respecto a la evaluación, ésta es posterior a las presentaciones y por lo general se hace mediante una aplicación de tests. Los alumnos son evaluados en cada asignatura de cinco a seis veces al año. Por lo regular el profesor es el responsable de la preparación de la prueba y se basa en los contenidos de sus presentaciones y actividades realizadas en el aula. El procedimiento general es desarrollar una prueba de una base razonable para establecer una calificación, pero cuya preparación, administración y evaluación no exija demasiado tiempo. Dentro de éstas limitaciones, el maestro tratará de obtener la suficiente información para certificar que el alumno está preparado para avanzar al siguiente nivel. También espera obtener información que pueda emplearse para modificar y mejorar sus presentaciones. Este proceso de evaluación es difícil y exige mucho tiempo, de los materiales y de la ayuda necesarias para realizar una buena evaluación de sus alumnos.

Este modelo educativo fue originalmente desarrollado para educar a un grupo selecto de alumnos. Requiere un profesor bien entrenado con una amplia gama de conocimientos y destrezas que tenga paciencia y práctica en el trabajo con los alumnos, habilidad para hacer presentaciones amenas, pulidas y bien organizadas, relacionadas con actividades en el aula que ayuden a desarrollar los conocimientos y aptitudes de los alumnos. Debe saber también preparar los materiales de evaluación y utilizarlos para así aumentar la información acerca de cada alumno. Pero principalmente debe disponer del tiempo necesario para cumplir con todas las tareas que le exigen el manejo y el control del aula.

Se dice que el modelo tradicional de enseñanza puede tener éxito sin estar apoyado por un adecuado nivel financiero informativo y de recursos humanos y a un grupo pequeño de alumnos.

Lo anterior no lo considero acertado, ya que la educación debe estar dirigida a la niñez en general, hablando de los niveles básicos, ¿por qué pensar sólo en un grupo pequeño de alumnos?

Los problemas actuales a los que se enfrenta el modelo tradicional son: en primera, estudios realizados en 1966 por Coleman Jencks en 1972 insinúan que aunque, posea todas las condiciones que son necesarias, el modelo tiene poca eficacia, ya que sugiere que solo aquellos alumnos que poseen gran inteligencia y deseos de aprender se beneficiarán con

cualquier modelo. Los alumnos con menor motivación, menor inteligencia o que provienen de niveles socioeconómicos inferiores tienen mayor dificultad para aprender.

Me baso en mi práctica docente para considerar que esto es real, ya que he tenido oportunidad de trabajar en medios donde todos los problemas sociales que plantea Coleman abundan por lo cual no deja de ser una limitante para el alumno en dichas circunstancias.

Conductismo

"El Conductismo es básicamente una teoría que estudia la conducta, cuyos procesos de cambio ocurren como resultado de la experiencia. Esta corriente tiene como base el estudio de los estímulos que producen determinadas respuestas y el condicionamiento que partiendo del estudio del reflejo condicionado realizado por Paulov, puede producir respuestas aprendidas".¹²

El aprendizaje Conductista mira el desarrollo en función de la cantidad de contenidos que puede aprender una persona y pone especial énfasis en la memorización, mecanizaciones y asociaciones, más que en la comprensión .

Para Skinner, el condicionamiento se logra reforzando o premiando la conducta que el sujeto produce espontáneamente y, en el caso de conducta indeseables no reforzándolas negativamente. Aquí sin duda el aprendizaje se fundamenta en la actividad del sujeto, pero lo que lo estructura no es totalmente una acción de la que él tiene la iniciativa casual y por lo tanto, el verdadero regulador del aprendizaje es exterior al sujeto.¹²

" Skinner afirma que un individuo aprende o modifica su comportamiento al observar las consecuencias de sus actos"¹³

Podemos así crear en el sujeto diversas formas de comportamiento al estructurar de manera apropiada el objeto en el que se ejerció su actividad pero esto no es suficiente, también es preciso que se asocie, esta actividad una recompensa para los actos correctos lo cual tienen el efecto de aumentar la fuerza de las reacciones correspondientes . a dicha asociación se les denomina reforzamiento . Esto confirma que el aprendizaje depende esencialmente de la adicción que el docente ejerce en la actividad del sujeto por medio del objeto en el que se coloca y se regula para tales fines. De esta manera, el comportamiento de un alumno puede

¹² Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la actualización del Maestro. Pág. 25

¹³ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 23

llevarse hasta un grado de complejidad considerable al estructurarse su comportamiento en actos simples y agruparlos posteriormente en una larga cadena de actos.

De lo anterior, puedo deducir que, el aprendizaje no podría ser sino una construcción sintética y organizada por el docente conforme a la estructura del comportamiento que él proyecta o desea hacer adquirir al alumno. Lo cual en su mayoría depende de él.

La frecuencia de un reforzamiento incrementa la probabilidad de repetición del acto en cuestión, su ausencia por el contrario disminuye. El reforzamiento intermitente de un acto alarga el período en el que un alumno proseguirá una tarea sin otro reforzamiento.

Creo en el reforzamiento intermitente, siempre y cuando se maneje a través de actividades que el alumno realiza en su vida diaria pero no como una mera repetición de ejercicios.

Los programas educativos, basados en el sistema de Skinner se han concebido para acentuar la necesidad de conocer, es decir, que el alumno debe comprender su respuesta en vez de elegirla entre varias posibilidades la cual, no lo limite a ver que una respuesta es la correcta si no que la construya el mismo. Estos programas propician la actividad del alumno pero para que esto sea eficaz los reforzamientos deben ser abundantes. Es preciso también hacer lo posible para que la probabilidad de obtener una respuesta acertada sea elevada, es aquí donde surge la política de evitar error a toda costa. Skinner reconoce que: “algo aprendemos de nuestros errores”, pero también explica que, “un comportamiento correcto no es simplemente lo que queda cuando se han eliminado los comportamientos erróneos”.

Para Skinner el objetivo de la educación es crear comportamientos y no eliminar comportamientos insatisfactorios, él explica, “no reforzamos la buena pronunciación castigando la mala pobreza. Se trata de construir un almacenamiento de respuestas asociadas a estímulos apropiados y el aprendizaje no avanza sino en la medida en la que el sujeto proporcione respuestas acertadas, reforzadas por el efecto producido. En este almacenamiento de respuestas no debe deslizarse ninguna que sea incorrecta, ya que existe el peligro de que se reproduzca después, con lo cual pondría en jaque los comportamientos que se desea organizar en el alumno.

Otra razón lo mueve a descartar las preguntas de opción múltiple pues las respuestas incorrectas deben descartarse ya que se corre el riesgo de reforzar formas indeseables de comportamiento en el delicado proceso de adquisición, que queremos guiar. Además, el hecho de evitar el error aumenta los esfuerzos pues todas las respuestas o casi todas, son reforzadas precisamente porque son las acertadas.

Esta política aceptada de evitar el error es coherente con el sistema. Los errores cuando los hay simplemente se consignan para una intervención adecuada para corregirlo.

Sin embargo, para favorecer la producción de la respuesta acertada se eligen por lo general los elementos de tal manera que de un punto a otro hay repetición, luego el proceso se densifica y se torna fatigado para el alumno. Por otra parte la respuesta acertada es sugerida por toda clase de procedimientos. A veces, la pregunta se refiere a informaciones que acaban de darse provocando una repetición casi inmediata, otras veces, se sugiere la resistencia esperada recurriendo a medios puramente artificiales yendo a las relaciones de sentido (sinónimos y antónimos) a los criterios de forma (indicación del principio o del fin o del número de letras de la palabra que hay que escribir), pasando por la utilización de dibujos o grafías o de subrayadas que indican unos la forma no verbal de la respuesta, otros la palabra que hay que utilizar para expresarlo. De esta forma, se minimiza la actividad mental del alumno al que se le propone.

En síntesis el conocimiento operante y la utilización del reforzamiento que implica el conductismo, son factores de eficacia para las respuestas, pero pueden ser factores de alineación del alumno y por tanto, no es un proyecto educativo que se preocupe por la autonomía intelectual del alumno. El educando es manipulado desde el exterior, al grado de poder actuar sin tener conciencia de lo que orienta su actividad ni de los objetivos reales hacia las que se ordena esta actividad. Obligando a evitar el error, se priva al educando del carácter educativo del error y se encuentra al maestro reducido a disminuir la actividad del alumno la fragmentación exagerada de los contenidos y la construcción sintética de los procesos desconciertan al alumno y se corre el riesgo de estereotipar sus operaciones, con lo que éstas se vuelven inadecuadas para las simplificaciones que sugieren la reflexión.¹³

¹³ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 21

Constructivismo

Para Piaget, el aspecto más importante de la psicología reside de la comprensión de los mecanismos del desarrollo de la inteligencia es decir, para él la construcción del conocimiento ocupa el lugar más importante.¹⁴

El principio fundamental del Constructivismo, es el proporcionar un criterio al pensamiento. Encontrar detrás del enunciado verbal de la teoría su verdadero significado en la práctica. Buscar favorecer la acción del niño en el sentido de que sea agente de su propio aprendizaje apoyándose el educador en situaciones vitales y en los intereses del niño.

Dentro de éste enfoque, el niño aprende mejor las cosas cuando se le enseñan relacionadas; entrelazadas unas adquisiciones con otras e íntimamente ligadas, con objeto de que formen un bloque interrelacionado que se grabe en su inteligencia, concretamente en la memoria, pero en una memoria de tipo operativo que las adquisiciones penetren en su interior más que como simple conjunto memorístico, como vivencias, como algo vivido y adquirido con la práctica. El valor de la vivencia es fundamental en esta concepción de aprendizaje.

"Según Piaget, el individuo recibe dos tipos de herencia intelectual: por un lado, una herencia estructural y por otro una herencia funcional. La herencia estructural parte de las estructuras biológicas que determinan al individuo en su relación con el medio ambiente."¹⁵

Esta herencia nos lleva a percibir un mundo igual para todos. Pero es gracias a la herencia funcional que se van a producir distintas estructuras mentales, que parten de un nivel muy elemental hasta llegar a un estado máximo. Este desarrollo se llama génesis y por esto, a la teoría que estudia el desarrollo de las estructuras mentales se le denomina psicogenética.¹⁶

Desde el punto de vista constructivista, aprender significativamente quiere decir poder atribuir al material objeto de aprendizaje. Ausubel (1963) acuñó el término aprendizaje significativo para diferenciarlo del aprendizaje de tipo memorístico y repetitivo. A partir de ahí, el concepto de aprendizaje significativo se ha desarrollado hasta constituir el ingrediente escolar. La significación del aprendizaje radica en la posibilidad de establecer una relación sustantiva y no arbitraria entre lo que hay que aprender y lo que ya existe como conocimiento en el sujeto.

Lo anterior supone que los esquemas de conocimiento no se limitan a la simple asimilación de la nueva información, sino que, implica siempre una revisión, una modificación y un enriquecimiento para alcanzar nuevas relaciones y conexiones que aseguren la significación de

¹⁴ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 22

¹⁵ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus Primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 26

¹⁶ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 27

lo aprendido. De esta manera se realiza el cumplimiento de la funcionalidad y la memorización comprensiva de los contenidos.

Un aprendizaje es funcional cuando una persona puede utilizarlo en una situación concreta para resolver un problema determinado y que además dicha utilización puede extenderse al abordaje de nuevas situaciones para realizar nuevos aprendizajes. Bajo esta perspectiva, la posibilidad de aprender siempre está en relación con la cantidad y calidad de los aprendizajes previos y de las relaciones que se han establecido entre ellos. Por esto, cuanto más rica y flexible es la estructura cognoscitiva de una persona, mayor es tu posibilidad de realizar aprendizajes significativos.

La concepción de aprendizajes significativos supone que la información es integrada a una amplia red de significados. La memoria aquí, no es sólo un cúmulo de recuerdos de lo aprendido, sino un acervo que permite abordar nuevas informaciones situacionales. Lo que se aprende significativamente es memorizado significativamente.

Para que las situaciones de enseñanza y aprendizaje consigan la realidad del aprendizaje significativo, es necesario que el contenido por aprender sea significativo, es decir: que sea coherente, claro y organizado, sin arbitrariedades ni confusiones.

La segunda condición para que se produzca el aprendizaje significativo tiene que ver con las posibilidades cognoscitivas del sujeto que aprende. Es decir, es necesario que el sujeto tenga los conocimientos previos pertinentes que le permiten abordar el nuevo aprendizaje.¹⁷

Por último, para que sea posible el aprendizaje significativo es necesaria una actitud favorable a su relación. Este aprendizaje implica una actividad cognoscitiva compleja que ya hemos comentado. Esto exige que el alumno esté suficientemente motivado para enfrentar las situaciones y llevarlas a cabo con éxito. Es de gran importancia que el maestro aproveche las motivaciones a veces momentáneas de los niños. El maestro debe saber aprovechar cada evento que despierte interés en los niños y los motive para dibujar, escribir un cuento o relatar una experiencia. De esta manera el aspecto emocional se une al cognoscitivo en la actividad del aula.

Con el fin de poder realizar lo anterior, el maestro debe tener suficiente libertad para hacer flexibles sus programas y adaptados al interés que en ese momento surja.

Al hablar de motivación en esta corriente, no debemos confundirnos con el modelo educativo que considera toda conducta como una respuesta asociada a una situación externa positiva, aunque en que casos especiales el uso moderado de controles e incentivos externos, pueden

¹⁷ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 22

llegar a ser totalmente exitosos. Si no que los niños comprendan que lo más importante es su propia actividad y que su única recompensa es la actuación el nivel alto, que se sientan satisfechos con sus propios logros y no hacer cosas sólo para complacer a sus maestros, que tengan confianza en sus propios testimonios internamente controlados y que no miren inexpresivamente al maestro en busca de aprobación o desaprobación. Que los niños se sientan libres para moverse en situaciones que a ellos les parezcan estimulantes. En síntesis, respetar las capacidades individuales del niño y sus diferencias y dejar las situaciones bajo su control.

En términos de comportamiento, el niño provee su propio esquema de recompensas y esfuerzos internos. El maestro es un motivador y no una persona que inculca conocimiento.

La originalidad de la Teoría Psicogenética radica al estudiar cómo se realiza el desarrollo de las estructuras mentales, cómo podemos propiciarlo y, en cierto sentido estimularlo.

Para Piaget, el conocimiento es una actividad que se despliega continuamente, donde el contenido y diversidad de la experiencia estimulan la formulación de nuevos conceptos mentales. Este conocimiento es resultado de LA ADAPTACION, o sea una modificación gradual del esquema existente que tome en cuenta la novedad o exclusividad de cada experiencia. La adaptación es un proceso de dos partes que, se denominan invariantes funcionales, llamadas así porque sin funciones que, varían durante toda la vida, ya que permanentemente tenemos que organizar nuestras estructuras para adaptarnos. Estas invariantes funcionales son: el de Asimilamiento y el de Acomodación.¹⁸

LA ASIMILACIÓN, es la continuidad de conocer, el resultado de incorporar el medio al organismo y de los cambios que el individuo tiene que hacer sobre el medio para poder incorporarlo. Por ejemplo, al leer un texto se analiza y se comprende y se asimila en la medida en que es comprendido y lo que no es importante del texto, se olvida. Pero a su vez, la lectura modifica al individuo. Por ejemplo, el niño tiene que leer primero cosas muy sencillas con un trama fácil. A medida que crezca su intelecto podrá entender tramas más complicados. El hombre culto puede leer artículos o libros irán modificando al individuo y le darán cada vez más elementos para comprender ideas más complejas. Así, la mente se irá desarrollando, se irán acomodando ideas, lenguajes y argumentos cada vez más difíciles. A esta modificación que permitió la Asimilación la llamamos ACOMODACION.¹⁹

Estos movimientos de Asimilación y Acomodación se repiten constantemente. Esa repetición tiene como resultado facilitar la Adaptación. "A este enlace de invariantes funcionales se le denomina esquemas de acción". Estos esquemas de acción se automatizan y las acciones se realizan rápidamente, un claro ejemplo de esto es, cuando el niño empieza a escribir se tiene

¹⁸ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Págs. 102--103

¹⁹ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". Biblioteca para la Actualización del Maestro.. Págs. 28-29

que adaptar al lápiz y al papel y a la forma de las letras. Cuando lo ha logrado escribe rápidamente sin pensar cómo se hace cada letra. Lo mismo sucede en cualquier aprendizaje gran parte de nuestra vida esta formada por esquemas de acción.²⁰

"Durante el aprendizaje, la creación y modificación de esquemas de acción será lo que determine su aplicación y progreso. Finalmente la generalización de dichos esquemas se traducirá en un aprendizaje real y significativo. Cuando los esquemas de acción son aplicados a situaciones idénticas, lo único que tiene que hacer el sujeto es repetir el esquema y de esta manera, la acción se automatiza."²¹

Una de las aportaciones más importantes de Piaget a la psicología y a la educación en general fue estudiar los esquemas de acción que caracterizan los diferentes estudios o etapas de desarrollo del individuo ya que para él, el desarrollo se hace por escalones sucesivos, por estudios y por etapas.²²

Los primeros esquemas son sólo perceptivos y motores. Al crecer, el niño va introduciendo diferentes acciones en forma de imágenes mentales. Luego podrá simbolizarlas y no sólo recordar una acción, sino también traducirlas al lenguaje.

"Piaget describió el desarrollo del niño organizado bajo un determinado título, que son los esquemas que caracterizan cada una de las etapas que presenta desarrollo".²³ En ellas se describen de acuerdo como se adapta al medio, qué tipo de esquemas utiliza, cómo van emergiendo nuevos esquemas y de qué manera al combinarlos, se pueden obtener esquemas nuevos, cómo surgen nuevas funciones y nuevas maneras de enfrentarse a nuevas situaciones.

Período Sensorio-Motriz²⁴

El primer período es el Sensorio-Motor que comprende desde el nacimiento hasta los 18-24 meses de edad aproximadamente y se divide en seis estadios.

El primer estadio es aproximadamente un mes. En este tiempo el niño ejercita los reflejos con los que nace, succión y presión su visión es muy general y su exploración de objetos con la vista especialmente en los contornos.

²⁰ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 29

²¹ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 30

²² Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 104

²³ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 31

²⁴ Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 105

El segundo estadio va de uno a cuatro meses. El niño descubre ciertos movimientos que le permitirán coordinar determinados esquemas. Por ejemplo, descubrirá la relación boca-mano, ojo-oído, mano-pie. Se sabe que el niño descubre esa relación porque comienza a ejercitar movimientos que antes no hacía y se entretiene repitiéndolos.

En el tercer estadio, que va de los cuatro a los ocho meses, el niño descubre que haciendo un movimiento puede producir un espectáculo interesante. Al sentarse tiene posibilidades de controlar su medio. Después comienza a desplazarse, esto le permitirá desarrollar una capacidad incipiente de intencionalidad.

El cuarto estadio va de los ocho a los doce meses aproximadamente. En él se dan los primeros actos de inteligencia práctica, es decir, la intencionalidad se deja sentir: utiliza medios con el fin de llamar la atención del adulto.

El quinto estadio, que comprende de los doce a los quince meses, el niño se dedica a experimentar todo: arrojar objetos, usar juguetes, etc. En este estadio empieza a distinguir el NO además, se relaciona con la gente que más le simpatiza e imita sobre todo los gestos.

El sexto estadio comprende de los quince a los veinticuatro meses. El niño comienza a anticipar, utilizar instrumentos para lograr un objetivo y comienza a comunicarse con enomatopeyas. Esto nos deja ver que el niño va adquiriendo la capacidad de representarse cosas mentales y que utiliza la imitación deferida o el juego simbólico.

Por otra parte, el niño encuentra juegos nuevos no sólo por ensayo-error, sino por esquemas combinados que le permiten proveer, calcular e inventar soluciones. Esta conducta es una inteligencia en acción que Piaget denomina "Capacidad de invención de nuevos medios por combinación mental".

Período Preoperacional²⁵

El período preoperativo va de los dos a los siete u ocho años. Se le llama así por que en él se preparan las operaciones (estructuras del pensamiento lógico-matemático) que se caracteriza por la reversibilidad. Lo más importante de este período es la construcción del mundo, es decir, construir su idea de lo que le rodea. Aprende a transformar las imágenes estáticas, en activas y con ello a utilizar el lenguaje y los diferentes aspectos de la función semiótica que subyacen en todas las formas de comunicación.

Dentro de este período se dan los diferentes sistemas de REPRESENTACIÓN: La percepción, imitación, la imagen mental, el juego, el lenguaje y el dibujo. Todo esto tiene repercusión sobre la enseñanza-aprendizaje. Esta representación consiste en la posibilidad de utilizar significantes para referirse a significados. La utilización de significados abre posibilidades al pensamiento y a la capacidad de actuar sobre la realidad. El sujeto no tiene que actuar materialmente sobre la realidad, sino que puede hacerlo simbólicamente (señales, signos).

La percepción, es la sensación que permite que algo llegue a nuestra mente en forma significativa esta puede ser simple o compleja según las sensaciones que intervienen en ella. Para que las operaciones se den requieren de la presencia del estímulo de cualquiera de nuestros cinco sentidos.

Al percibir algo, nuestra mente lo capta y se apropia de ésta percepción reproduciendo o limitándola interiormente. Esta imitación internalizada da lugar a lo que se denomina IMÁGENES MENTALES, que son los registros internos que vamos almacenando. Estas pueden estar unidas a la memoria y a través de ellas podemos reconocer un objeto que ya hemos visto. A esto se le denomina memoria de reconocimiento.

La imagen mental surge como parte de la imitación diferida que es la sucesora de la imitación actual la cual se presenta en el período preoperatorio. Esta imitación diferida puede ser de acciones y también verbal. El niño imita voces, ruidos, sonidos y palabras, aunque aún no sabe bien lo que significan, posteriormente, el niño aprenderá que a cada imagen corresponde un nombre gracias a la imitación interiorizada en la cual interviene el pensamiento y la memoria.

El juego simbólico resulta un gran apoyo para el aprendizaje. Existen distintos tipos de juego: juego simbólico, de reglas y de dísticos.

El juego simbólico comienza antes de los tres años, pero se consolida hacia los cuatro años cuando el niño ya maneja bien el lenguaje y su realidad está mucho más estructurada; es el juego que le permite representar papeles. Así va introduciendo imágenes a otros sujetos y estructurando su realidad de esta forma.

²⁵ Meece, Judith, "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 106

El juego de reglas sustituye al anterior. En el comienzo por imitar a los mayores pero aún no entiende lo que es una regla; posteriormente las hace a su conveniencia y más tarde las acepta y si cambian, deben ser aceptadas por todos los que participan.

El juego educativo tiene la finalidad de despertar el interés en trabajar temas que abordados de otra forma resultan muy aburridos.

Para Piaget, el lenguaje depende de la capacidad que el niño adquiere hacia los dos años de vida para diferenciar el significado del significante de manera que las imágenes interiorizadas de algún objeto, persona o acción, permiten la evocación o representación de los significados, poco a poco y con ayuda del medio externo, las imágenes se van acompañando de sus correspondientes sonoros.

El primer lenguaje que aparece en el niño es un lenguaje egocéntrico que no tiene aún un significado social. En él se distinguen tres categorías: Repetición (ejercitación de emisiones vocales). Monólogo (se habla a sí mismo) Monólogo Colectivo (habla con otras personas sin intercambiar puntos).

El lenguaje se socializa cuando el niño comienza a dialogar en forma adaptiva y crítica. Es aquí donde surgen las preguntas de los ¿por qué?.

Piaget considera que el lenguaje esta subordinado al pensamiento, puesto que se apoya sobre la evocación simbólica. Al evolucionar el lenguaje evoluciona también la construcción del tiempo espacio y casualidad lo cual permite al niño situar sus acciones en el presente, pasado y futuro.

El dibujo es otra de las formas mediante las cuales el niño es capaz de iniciar la representación de su realidad. Esto implica un conocimiento cognoscitivo importante que permite al niño reflejar su comprensión en lo que concierne a la realidad que lo rodea. Como elemento pedagógico, el dibujo tiene un enorme valor pues para el niño resulta una forma de representación mucho más natural que la escritura. Esto, debido a que el dibujo aproxima más el significante al significado, mientras que en la escritura la representación es totalmente arbitraria.

De esta manera, quedan más o menos esbozados los elementos de la representación del conocimiento.

El período de las operaciones concretas comienza hacia los seis o siete años y terminan a los once años aproximadamente. En él, el niño comienza a usar ciertos principios de lógica para explicar la experiencia. Estos principios todavía están estrechamente ligados a realidades concretas y observables. Este pensamiento lógico exige el dominio de la representación simbólica de la etapa anterior. Para que el niño sea capaz de invertir una operación, es

necesario que sea capaz de haber mantenido la imagen del objeto tal como era antes de acción, seguir como fue la transformación y en forma mental desandar el camino de la transformación para que el objeto regrese a su forma original. Este no es posible sin facultades de representación.

En esta etapa se desarrollan tres clases de conocimiento lógico: La Clasificación, La Conservación y La Combinación.²⁶

Clasificación:

Para clasificar un grupo de objetos el niño necesita, saber coordinar dos dimensiones que forman el concepto de clase. Necesita percibir los criterios que definen la clase y ser capaz de seleccionar todos los objetos que concuerdan con los criterios de selección, sin omitir ninguno.

En esta etapa los niños tienden a clasificar asociando un objeto con el que lo antecede incluso se intentan agrupar objetos de un mismo tipo, la apariencia del primer objeto influye en ellos para escoger el siguiente. También comienza a identificar los principios de inclusión en la clase y de extensión de la clase, aplicando correctamente los criterios de selección a todos los objetos presentes. Cuando los niños saben manejar las operaciones mentales necesarias para clasificar, necesitan aún la información sobre qué criterios deben aplicar a qué objetos.

Conservación:

La conservación consiste en ser capaz de darse cuenta que el cambio en el contorno de la materia no altera la masa, el volumen ni el peso de la materia. Un problema típico de la conservación es la comparación de dos bolas de plastilina.

Primero, se le muestra al niño dos bolas iguales de plastilina, después una de ellas se transforma en una barra delgada; se le pide que compare la bola que no se modificó con la barra delgada, pidiéndole que diga si ambas son iguales. Este tiende a conservar el sentido de identidad existente entre ambas que permanece a través de las transformaciones.

Para lograr una conceptualización sistemática de conservación es necesario saber coordinar tres operaciones: La identidad, la reversibilidad, la reciprocidad.

La identidad es la apreciación de que ambas figuras siguen siendo iguales.

La reversibilidad es la operación que desanda el camino andado. Aquí el niño no necesita ver hacer la operación para poderla imaginar.

²⁶ Meece, Judith, "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág.113-118

La reciprocidad; la plastilina transformada es más larga, pero es más delgada, que la intacta.

Al iniciarse esta etapa, los niños son capaces de utilizar alguna de las tres operaciones, pero no las tres. Por el contrario, al final de la etapa, las tres operan en un agrupamiento sincronizado de operaciones y se aplica la adquisición de estas operaciones en la flexibilidad que dá para resolver problemas. Estas tres operaciones se pueden manipular para trazar diferentes propiedades y obtener el mismo resultado.

Combinación:

Un tercer grupo de operaciones que se desarrollan en ésta etapa se expresan con los símbolos matemáticos: + combinar, - separar, * repetir, / dividir ordenar y = sustituir. La consideración de los números como símbolos de cantidad es básica para éstas operaciones. Cada elemento de un grupo es una unidad y el conjunto de unidades se representa por número. En la etapa preoperacional los niños son capaces de contar, pero no usan números para simbolizar cantidades. Es en la etapa operacional concreta que se manifiesta la habilidad para clasificar y observar, cuando el niño usa números y operaciones de combinación. En especial, reconocer los números como unidades y contar con un sistema de ordenamiento de unidades y la realización de asociación entre las unidades van formando un subtema lógico de habilidad numérica.

Período de las Operaciones Formales.²⁷

Aproximadamente entre los once y los doce años de edad inicia la etapa operacional formal en la cual, el período de las operaciones concretas comienzan a ser traspuestas del plano de la manipulación concreta, al plano de las meras ideas y se expresan únicamente por el lenguaje, sin apoyo de la percepción ni de la experiencia.

Este período aporta al pensamiento un poder completamente nuevo que logra liberarlo de lo concreto y le permite edificar a voluntad, reflexiones y teorías. Este período también es conocido como hipotético-deductivo, ya que es capaz de deducir las conclusiones que hay que sacar de puras hipótesis, sin necesidad de utilizar la observación directa. El sujeto se hace capaz de razonar correctamente sobre proposiciones en las que no cree o no creen aún, es decir, a las que es considerada en términos de hipótesis y puede sacar las consecuencias necesarias de verdades simplemente posibles.

Con la generalización de las operaciones de clasificación y de las relaciones de orden, pero en el plano formal se alcanza lo que se denomina la combinatoria, es decir, realizar combinaciones, permutaciones, etc.

²⁷ Gómez Palacio, Margarita. et. al. "El Niño y sus primeros años en la Escuela". S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro. Pág. 32

Con la generalización de las operaciones de clasificación y de las relaciones de orden, pero en el plano formal se alcanza lo que se denomina la combinatoria, es decir, realizar combinaciones, permutaciones, etc.

La extensión y el esfuerzo del pensamiento están dadas sin lugar a duda por la combinación, ya que apenas construida permite combinar entre sí objetos o factores, e incluso ideas o proposiciones, lo que se traduce en una nueva lógica. Esta nueva lógica es capaz de generar de manera sistemática todos los casos posibles con pocos elementos y puede además utilizar distintas estrategias para ir variando factores.

Los esquemas operatorios formales son las operaciones combinatorias, las proporciones, la coordinación a dos sistemas de referencia, la relatividad de los movimientos, la noción de correlación, las compensaciones multiplicativas que permiten comprobar la conservación del volumen, y las formas de conservación que van más allá de la experiencia.

En base al estudio de las etapas del desarrollo de Piaget, el desarrollo intelectual, es un camino progresivo en busca de una mayor dependencia de principios lógicos y de una independencia cada vez mayor, respecto de la realidad inmediata. Conforme se va produciendo el desarrollo, el sujeto va interiorizando más y más la realidad, consiguiendo así independizarse de las relaciones fácticas y logrando subordinar los datos fácticos a modelos de relación que ha construido en la mente.

Metodología

MARCO DE REFERENCIA

Se llevó a cabo una prueba que consta de un cuestionario. Éste, aplicado en dos escuelas primarias; antes de la aplicación se llevaron a cabo las entrevistas correspondientes con los directores para autorizar la ejecución de dicha prueba, que más adelante se describe.

El cuestionario fue aplicado a 36 estudiantes de Educación Primaria en el sexto grado.

Los cuestionarios se aplicaron en las escuelas primarias “20 de Noviembre” y “Manuel Saavedra”, ubicadas en las comunidades de San Luis Mextepec y la Col. Emiliano Zapata respectivamente; ambas, pertenecientes al Municipio de Zinacantepec, Estado de México.

Veinte cuestionarios aplicados en la Esc. Prim. “20 de Noviembre”, donde el 60% eran mujeres y el 40% hombres, los estudiantes ya habían recibido en su enseñanza, Las Fracciones y sus Operaciones”.

A quince alumnos se les aplicó el cuestionario en la Esc. Prim. “Manuel Saavedra”, de los cuales el 27% fueron mujeres y el 73% hombres, a ellos, su profesor aún no les había impartido el tema correspondiente a Fracciones y sus Operaciones.

Cabe hacer la observación que el cuestionario se le aplicó a la totalidad de los alumnos de cada uno de los grupos.

La edad de todos los alumnos evaluados, con dicho cuestionario oscila entre los 11 y 14 años.

Las poblaciones donde fueron aplicados son vecinas entre sí, se localizan a 7 y 3 kilómetros respectivamente de la Cd. de Toluca, Estado de México.

También haré mención de que éstas localidades son urbanas, donde la mayoría de los padres de familia se dedican al comercio, algunos, son profesionistas y un mínimo porcentaje son analfabetas.

El cuestionario fue elaborado con preguntas que los alumnos a mi cargo manifestaron haber tenido mayor dificultad para resolver fracciones; y con la finalidad de saber qué tanto saben los alumnos de sexto grado de primaria sobre el tema expuesto.

CARACTERISTICAS

La primera parte está formada por seis reactivos (1.1 a 1.6); se presentan figuras en diferentes partes.

También se pide que en figuras dadas, divididas en diferente número de partes iguales, el alumno coloree, en cada figura la fracción que se indica.

Además, se pide que en una figura plana familiar susceptible a ser sometida a divisiones No usuales, el alumno represente una fracción determinada.

En esta parte las figuras que se presentan son figuras planas conocidas, con divisiones usuales y no , presentando patrones usuales también.

Es notorio que se emplea un lenguaje común en cada uno de los enunciados.

La segunda parte consta de nueve ítems (2.1 a 2.9); se presentan figuras planas no familiares y simétricas y se pide que colorean una o alguna de sus partes.

También se pide al estudiante diseñar una figura requerida, efectuar la partición y sombrear las partes que corresponden a las fracciones indicadas; dicho procedimiento se hace con figuras conocidas.

Además, se atrae la atención de los alumnos en el diseño de una figura a escoger, en la determinación de la partición y en la indicación de sombreado de la fracción de la unidad; también se incluye la posibilidad de representar una colección de objetos que son sometidos a partición.

En dos de éstos reactivos se presenta a los alumnos “recuperación del todo”; dado que, formulada una fracción, la labor del infante debe concentrarse en un proceso inverso de constitución del todo, dicha fracción expresa la constitución presente de la figura a completar; o bien, lo que ésta falta para reproducir el modelo.

Dichos reactivos se representan en modelos de una figura no familiar, de forma simétrica y no.

La tercera parte está formada por tres reactivos (3.1 a 3.3) donde se pide al alumno que compare fracciones.

La última parte está formada por diez ítems, donde en los cuatro primeros, los niños deben realizar adiciones de fracciones con igual denominador y la adición de una fracción con una parte entera; en los tres siguientes reactivos los alumnos deben realizar sustracciones con un entero y una fracción y viceversa; además una sustracción de fracciones; en los dos reactivos

subsecuentes se presentan multiplicaciones de dos fracciones, y de un entero con una fracción; el último reactivo representa una división de dos fracciones.

El cuestionario quedó estructurado de la siguiente manera.

Cuestionario

EXAMEN SOBRE FRACCIONES

NOMBRE DE LA ESCUELA _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

INDICACIONES: Lee correctamente cada una de las preguntas e indicaciones y contesta correctamente lo que se te pide.

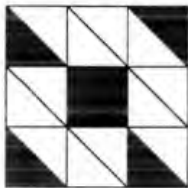
1.1. ¿Qué fracción esta sombreada?



1.2 ¿Qué fracción está sombreada?



1.3 ¿Qué fracción está sombreada?



1.4 Sombrea cuatro octavos

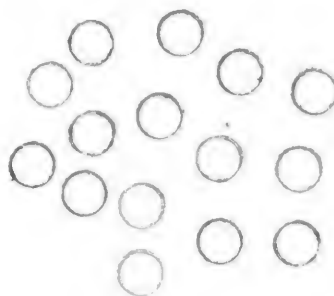
1.5 Sombrea 6/8

1.6 Usa la siguiente figura para representar $\frac{1}{3}$

2.1 Dibuja un cuadrado y representa dos quintos 2.2 Dibuja un círculo y representa $\frac{5}{12}$

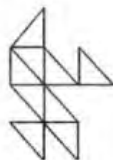
2.3 En un dibujo representa $\frac{7}{12}$ 2.4 En una figura representa $\frac{11}{9}$

2.5 En la siguiente figura representa $\frac{3}{10}$ 2.6 Encierra $\frac{1}{3}$ de las canicas



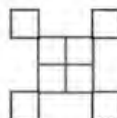
2.7 Queremos hacer esta figura

Hay $\frac{9}{16}$; complétala



2.8 Queremos hacer esta figura. **H**

Faltan $\frac{20}{28}$; complétala



2.9 Dibuja una colección de objetos, y representa una séptima parte 3.0 Compara por medio de los signos $>$, $<$ o $=$ las siguientes fracciones

3.1 $\frac{3}{4}$ _____ $\frac{1}{4}$

3.2 $\frac{3}{5}$ _____ $\frac{2}{6}$

3.3 $\frac{8}{7}$ _____ $\frac{108}{98}$

4.0 Realiza las siguientes operaciones con fracciones

4.1 $1/3 + 2/3 =$

4.2 $3/5 + 3/6 =$

4.3 $4/9 + 2/3 + 3/5 =$

4.4 $4/5 + 1 =$

4.5 $2 - 3/4 =$

4.6 $8/2 - 3 =$

4.7 $3/4 - 6/9 =$

4.8 $1/3 \times 2 =$

4.9 $3/5 \times 6/3 =$

4.10 $5/4 : 3/9 =$

El examen original no tenía numeración como aquí se presenta.

La numeración utilizada en ésta, tiene por objeto hacer la referencia correspondiente en las páginas subsecuentes.

APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO.

Para la aplicación del cuestionario se dieron las siguientes condiciones:

Primeramente se colocó a los alumnos de una manera diferente a la que habitualmente estaban acostumbrados; esto se realizó de manera aleatoria, en las escuelas se sentó a un hombre y una mujer, porque los mesabancos son binarios.

Una vez que los alumnos estaban colocados, se les repartieron los cuestionarios y se les leyó cada uno de los ítems, por si algún reactivo estaba mal escrito o los alumnos no entendían alguna pregunta. Todos los reactivos que salieron borrosos se escribieron o dibujaron en el pizarrón para su mejor comprensión.

Para que los alumnos contestaran el cuestionario se les dio la indicación de que utilizaran lo que fuera necesario para contestar, sin especificar de alguna manera los materiales para su realización; así mismo, se les dijo que las operaciones las realizaran según el método que superan o les hubieran enseñado.

También se mencionó que el examen se contestará en absoluto silencio y que al concluirlo se lo entregarán al aplicador y abandonarán el aula; para evitar que los cuestionaran, o ellos les dieran las respuestas a sus compañeros.

La aplicación del cuestionario en dichas escuelas se realizó a las 9:00 hrs. hora de entrada en ambas escuelas. Se escogió este horario porque los alumnos vienen más despejados y relajados mentalmente, y así se pudieran concentrar mejor para contestarlo.

Algunos alumnos contestaron en una hora el cuestionario, pero en su mayoría lo concluyeron en un promedio de dos horas a dos horas y media, sobre todo en la escuela donde a los alumnos todavía no se les impartía el tema de fracciones y sus operaciones.

La aplicación la realizamos dos personas, para la mejor observancia y evitar que los alumnos copiaran; para realizar esto, uno se colocaba en la parte posterior del salón y el otro enfrente y de vez en cuando caminábamos en dirección opuesta para observar como contestaban algunos alumnos.

Análisis de datos y presentación de resultados.

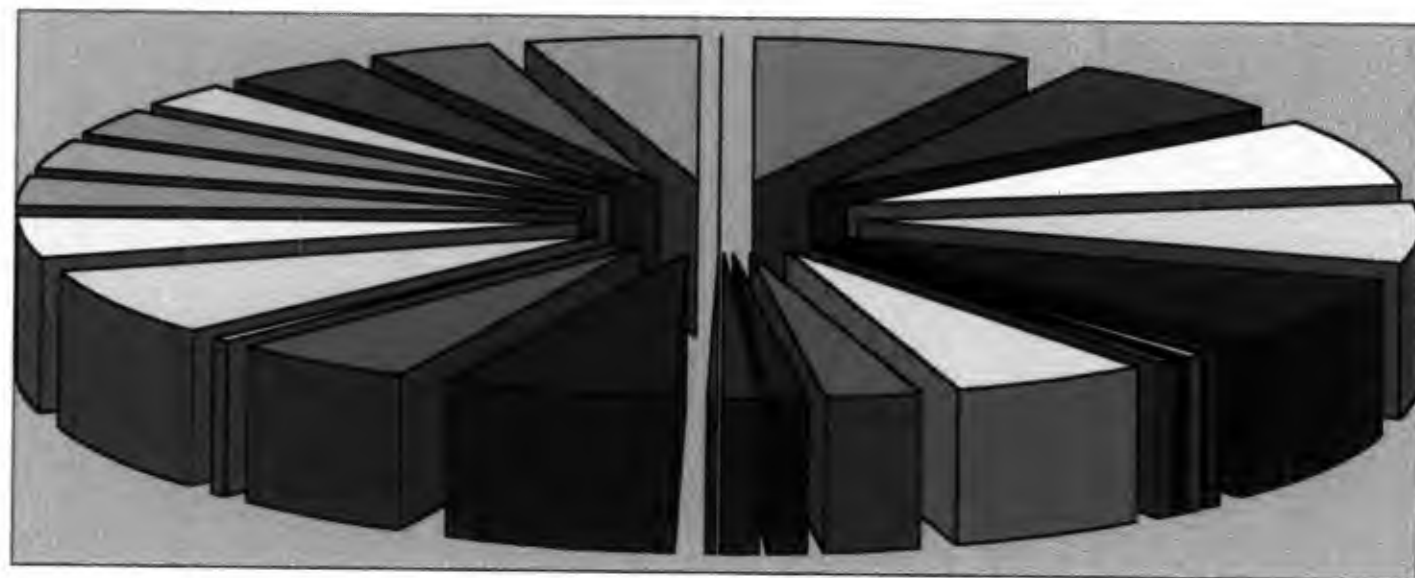
CONCENTRADO DE RESPUESTAS

Después de haber aplicado los cuestionarios se encontraron y organizaron los datos que se resumen a continuación.

TABLA DE CONCENTRADO DE LOS ACIERTOS Y PORCENTAJES POR ESCUELA (1)

PREGUNTAS	ESC. 1		ESC. 2		PROMEDIO	
	A	%	A	%	A	%
1.1	15	100	17	85	32	91
1.2	12	80	13	65	25	71
1.3	14	93	14	70	28	80
1.4	13	86	15	75	28	80
1.5	15	100	20	100	35	100
1.6	0	0	6	30	6	17
2.1	1	6	4	20	5	14
2.2	1	6	6	30	7	20
2.3	1	6	6	30	7	20
2.4	1	6	0	0	1	2
2.5	11	73	5	25	16	45
2.6	5	33	3	15	8	22
2.7	2	13	6	30	8	22
2.8	2	13	2	10	4	11
2.9	1	6	1	5	2	5
3.1	12	80	17	85	29	82
3.2	10	66	14	70	24	68
3.3	1	6	2	10	3	8
4.1	14	93	7	35	21	60
4.2	9	60	4	20	13	37
4.3	6	40	2	10	8	22
4.4	6	40	3	15	9	25
4.5	6	40	2	10	8	22
4.6	5	33	0	0	5	14
4.7	7	47	1	5	8	22
4.8	7	47	1	5	8	22
4.9	9	60	8	40	17	48
4.10	0	0	0	0	0	0

PORCENTAJE DE ACIERTOS POR ESCUELA



- 1.1
- 1.2
- 1.3
- 1.4
- 1.5
- 1.6
- 2.1
- 2.2
- 2.3
- 2.4
- 2.5
- 2.6
- 2.7
- 2.8
- 2.9
- 3.1

TABLA DE CONCENTRADO DE LOS ERRORES Y PORCENTAJES POR ESCUELA (2)

PREGUNTAS	ESC. 1		ESC. 2		PROMEDIO	
	E	%	E	%	E	%
1.1	0	0	3	15	3	8
1.2	3	20	7	35	10	28
1.3	1	6	6	30	7	20
1.4	2	13	0	0	2	5
1.5	0	0	0	0	0	0
1.6	15	100	14	70	29	82
2.1	14	93	16	80	30	85
2.2	14	93	13	65	27	77
2.3	14	93	13	65	27	77
2.4	14	93	16	80	30	85
2.5	4	26	11	55	15	42
2.6	10	66	17	85	27	77
2.7	13	86	14	70	27	77
2.8	13	86	17	85	30	85
2.9	11	73	11	55	22	62
3.1	3	20	3	15	6	17
3.2	5	33	6	20	11	31
3.3	13	86	18	90	31	88
4.1	1	66	13	65	14	40
4.2	6	40	16	80	22	62
4.3	9	60	18	90	27	77
4.4	8	53	17	85	25	71
4.5	9	60	18	90	27	77
4.6	9	60	20	100	29	82
4.7	7	47	19	95	26	74
4.8	8	53	19	95	27	77
4.9	4	27	12	60	16	45
4.10	15	100	20	100	35	100

PORCENTAJE DE ERRORES POR ESCUELA

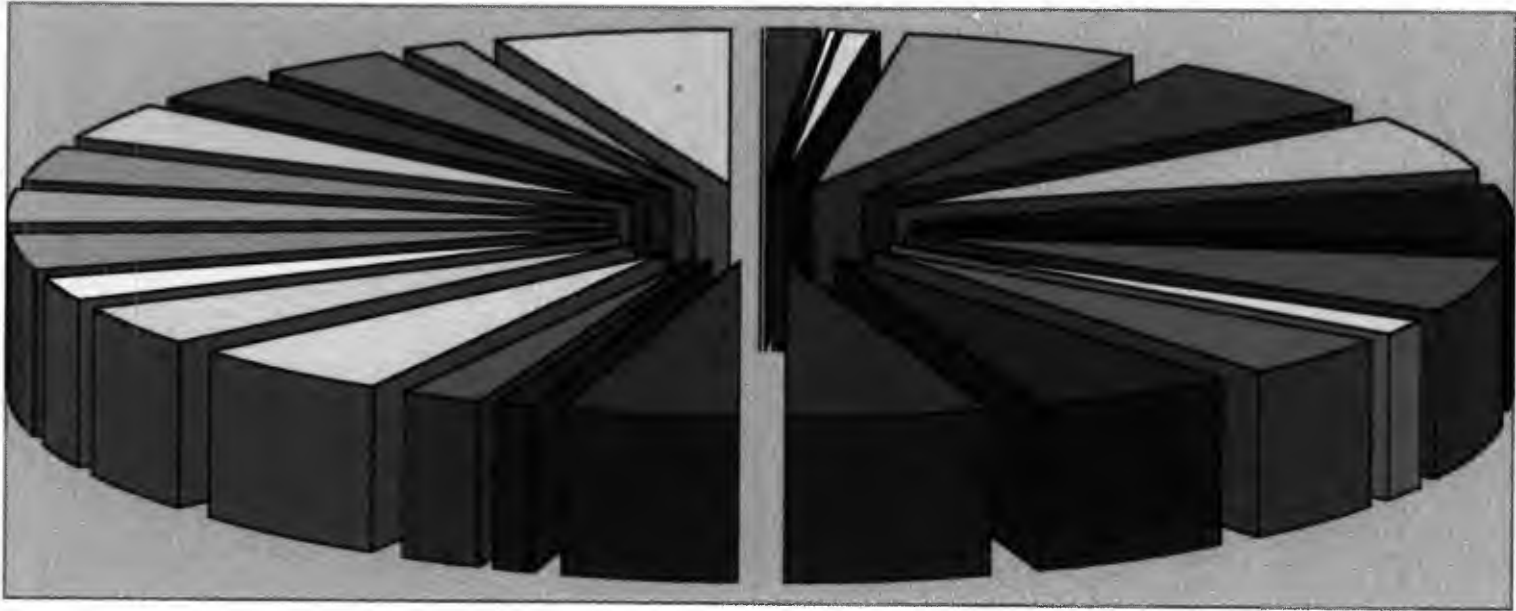


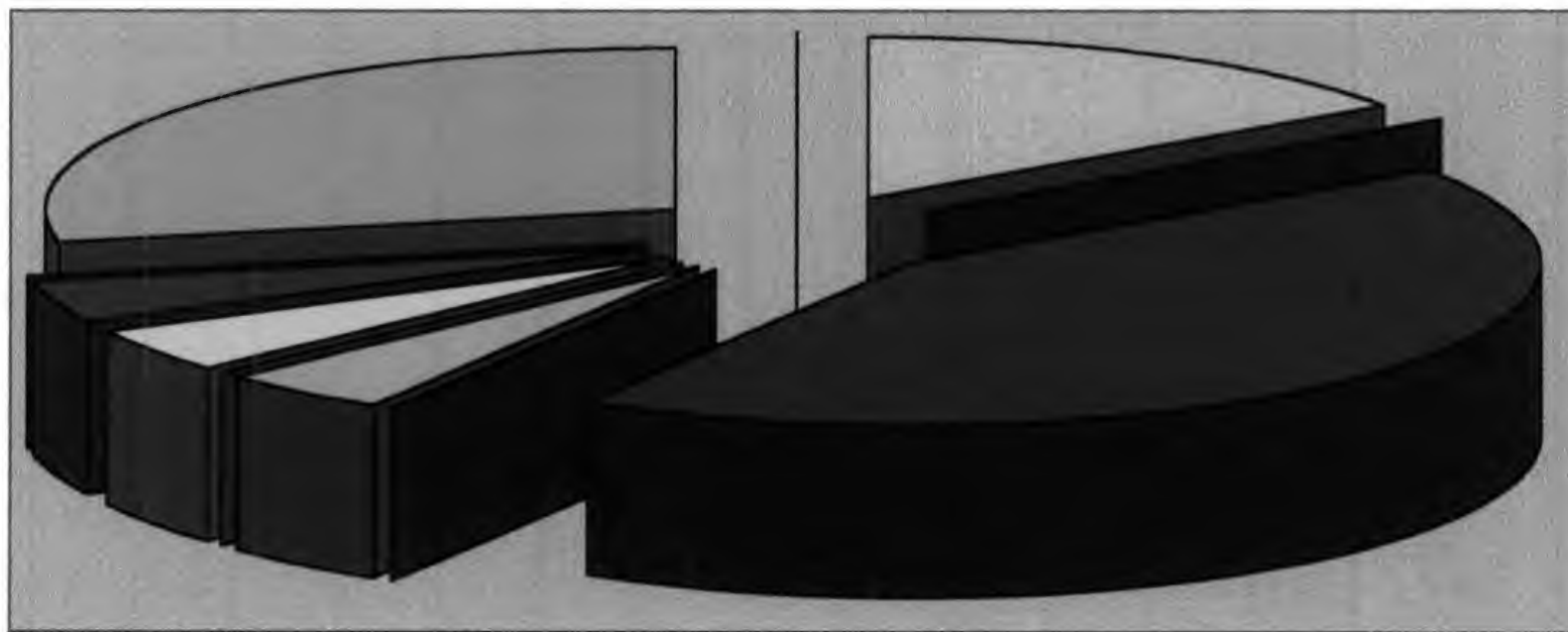
Tabla 2

TABLA DE CONCENTRADO DE LAS OMISIONES Y PORCENTAJES POR ESCUELA
(3)

PREGUNTAS	ESC. 1		ESC. 2		PROMEDIO	
	O	%	O	%	O	%
1.1	0	0	0	0	0	0
1.2	0	0	0	0	0	0
1.3	0	0	0	0	0	0
1.4	0	0	0	0	0	0
1.5	0	0	0	0	0	0
1.6	0	0	0	0	0	0
2.1	0	0	0	0	0	0
2.2	1	7	1	5	2	5
2.3	0	0	1	5	1	2
2.4	0	0	4	20	4	11
2.5	0	0	4	20	4	11
2.6	0	0	0	0	0	0
2.7	0	0	0	0	0	0
2.8	0	0	1	5	1	2
2.9	3	20	8	40	11	31
3.1	0	0	0	0	0	0
3.2	0	0	0	0	0	0
3.3	0	0	0	0	0	0
4.1	0	0	0	0	0	0
4.2	0	0	0	0	0	0
4.3	0	0	0	0	0	0
4.4	1	2	0	0	1	2
4.5	0	0	0	0	0	0
4.6	1	2	0	0	1	2
4.7	1	2	0	0	1	2
4.8	0	0	0	0	0	0
4.9	2	13	0	0	2	5
4.10	0	0	0	0	0	0

PORCENTAJE DE OMISIONES POR ESCUELA

Tabla 3

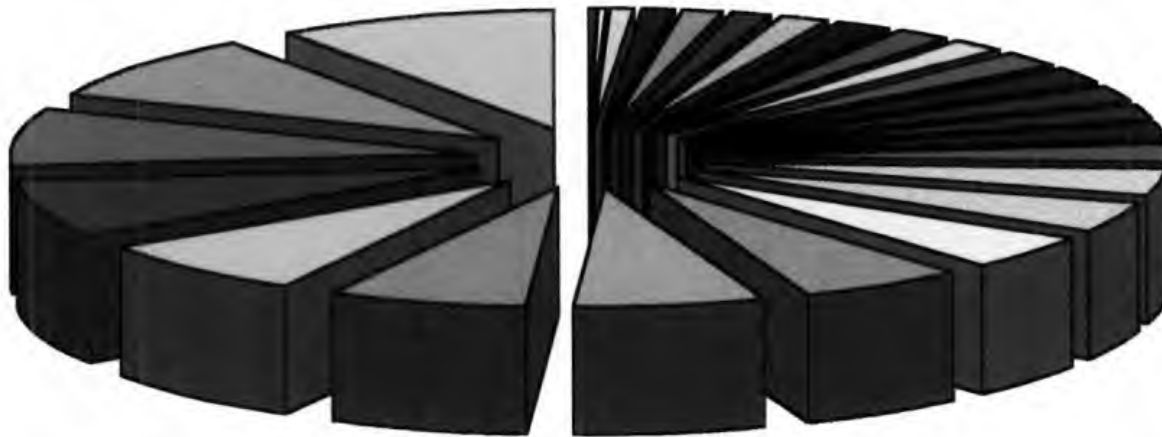


■ 1.1	■ 1.2	■ 1.3	■ 1.4	■ 1.5
■ 1.6	■ 2.1	■ 2.2	■ 2.3	■ 2.4
■ 2.5	■ 2.6	■ 2.7	■ 2.8	■ 2.9
■ 3.1	■ 3.2	■ 3.3	■ 4.1	■ 4.2
■ 4.3	■ 4.4	■ 4.5	■ 4.6	■ 4.7
■ 4.8	■ 4.9	■ 4.10		

PREGUNTAS ORDENADAS DE LA MÁS DIFÍCIL A LA MÁS FÁCIL (4)

Nº	PREGUNTA	PORCENTAJE DE ACIERTOS
1	4.10	0
2	2.4	2
3	2.9	5
4	4.6	14
5	2.8	11
6	2.1	14
7	2.2	20
8	1.6	17
9	2.3	20
10	4.3	22
11	2.7	22
12	4.7	22
13	4.5	22
14	4.4	25
15	3.3	8
16	4.8	22
17	2.6	22
18	4.2	37
19	4.9	48
20	2.5	45
21	4.1	60
22	3.2	68
23	1.2	71
24	1.3	80
25	3.1	82
26	1.1	91
27	1.4	80
28	1.5	100

PROCENTAJE DE ACIERTOS



4.10	2.4	2.9	3.3	2.8
2.1	4.6	1.6	2.2	2.3
2.6	2.7	4.3	4.5	4.7
4.8	4.4	4.2	2.5	4.9
4.1	3.2	1.2	1.3	1.4
3.1	1.1	1.5		

Descripción de respuestas

A continuación se presentan las preguntas ordenadas de la más difícil a la más fácil según resultados de examen, de las preguntas del cuestionario original; lo cual servirá para hacer una descripción y el análisis de algunas respuestas, errores y posibles estrategias de los alumnos.

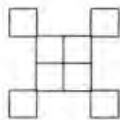
4.10 $5/4 : 3/9 =$ _____

2.4 En una figura representa $11/9$

2.9 Dibuja una colección de objetos y representa una séptima parte

4.6 $8/2 - 3 =$ _____

2.8 Queremos hacer esta figura **H** faltan 20/28, complétala.




2.1 Dibuja un cuadrado y representa $2/5$

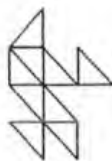
2.2 Dibuja un círculo y representa $5/12$

1.6 Usa la siguiente figura para representar un tercio

2.3 En un dibujo representa $7/12$

4.3 $\frac{4}{9} + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} =$ _____

2.7 Queremos hacer esta figura  Hay 9/16, complétala



4.7 $\frac{3}{4} - \frac{6}{9} =$ _____

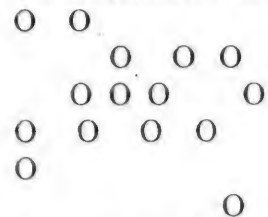
4.4 $2 - \frac{3}{4} =$ _____

4.5 $\frac{4}{5} + 1 =$ _____

3.3 $\frac{8}{3}$ _____ $\frac{108}{98}$ (>, < o =)

4.8 $\frac{1}{3} \times 2 =$ _____

2.6 Encierra $\frac{1}{3}$ de las canicas



4.2 $\frac{3}{5} + \frac{3}{6} =$ _____

4.9 $\frac{3}{5} \times \frac{6}{3} =$ _____

2.5 En la siguiente figura representa $\frac{3}{10}$



4.1 $1/3 + 2/3 =$ _____

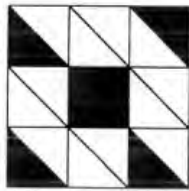
3.2 $3/5$ _____ $2/6$ ($>$, $<$ ó $=$)

1.2 ¿Qué fracción está sombreada?



RESPUESTA: _____

1.3 ¿Qué fracción está sombreada?



RESPUESTA: _____

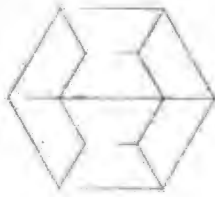
3.1 $3/4$ _____ $1/4$ ($>$, $<$ o $=$)

1.1 ¿Qué fracción está sombreada?

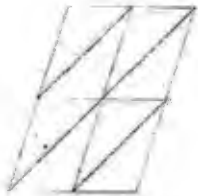


RESPUESTA: _____

1.4 Sombrea $\frac{4}{8}$



1.5 Sombrea $\frac{6}{8}$



Descripción de respuestas erróneas

En esta parte se describen algunas de las respuestas erróneas más comunes, dadas por los alumnos en forma decreciente, partiendo de la pregunta que tuvo más errores.

4.1 $5/4 : 3/9 =$

RESPUESTAS

a) $5/4 : 3/9 = 15/36$

Parece que el alumno aplica el procedimiento para realizar una multiplicación de fracciones donde se multiplican numerador por numerados y denominador por denominador

b) $5/4 : 3/9 = 15/45$

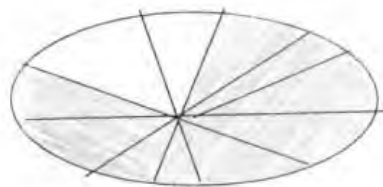
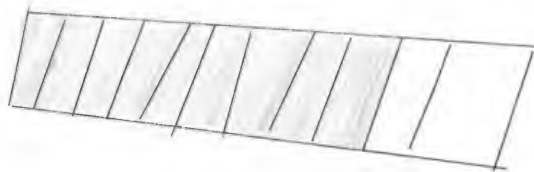
Al parecer en esta respuesta el alumno multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la fracción que se obtiene multiplicando el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda

c) $5/4 : 3/9 = 8/13$

Los alumnos realizan al parecer, la suma de numerador con numerador y denominador con denominador. Confunden el signo de la división con el de la adición (lo cual produce error en el resultado)

2.4 En una figura representa once novenos

RESPUESTAS



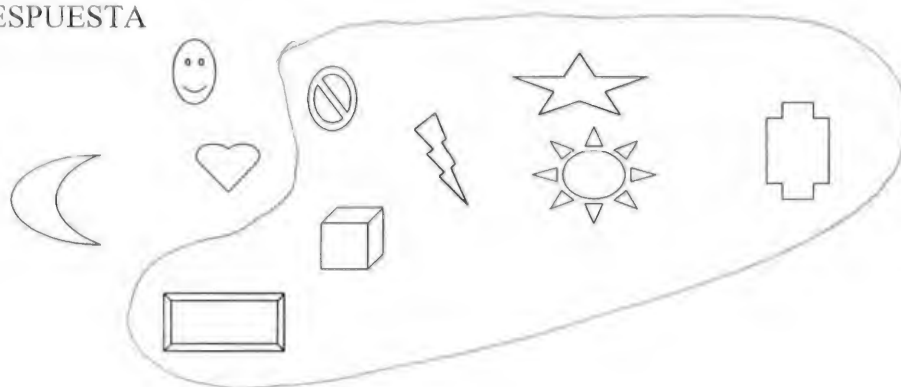
Los alumnos solo utilizan círculos y rectángulos como modelos físicos.

Al parecer el alumno coloca el denominador como numerador y el numerador como denominador, y entonces representa $9/11$ en lugar de $11/9$.

Este error, tal vez se deba a que los alumnos no tienen idea de lo que es una fracción impropia. Además, la partición la realizan de manera irregular.

2.9 Dibuja una colección de objetos y representa una séptima parte

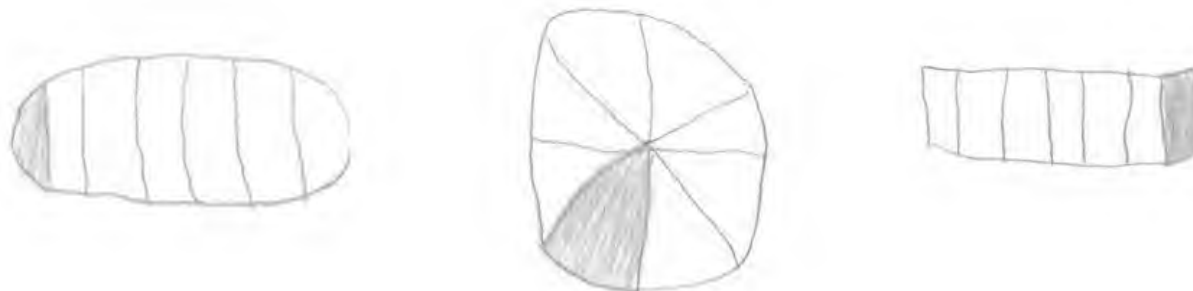
RESPUESTA



Al parecer, el alumno confunde los séptimos con los décimos, y toma 7 objetos de los 10 existentes en la colección.

Esto tal vez se deba a que los alumnos no están acostumbrados al lenguaje matemático.

OTRAS RESPUESTAS



Parece que el alumno entiende parcialmente lo que se le pregunta y representa $1/7$ en una figura que es a lo que está acostumbrado y no usa una colección de objetos.

$$4.6 \quad 8/2 - 3 = 2/2 = 1$$

RESPUESTAS

$$a) \quad 8/2 - 3 = 8/2 - 3/0 = 5/2$$

En esta respuesta, parece ser que el alumno realiza el siguiente procedimiento: $8/2 - 3/0 = 5/2$, donde coloca el denominador de los enteros el número cero, en lugar del número uno y resta numerador con numerador y denominador con denominador.

$$b) \quad 8/2 - 3 = 24/2 - 6/2 = 18/2$$

Parece que el alumno multiplica $3 \times 8 = 24$ y el producto lo coloca como numerador de la primera fracción y conserva como denominador el número dos; después multiplica $3 \times 2 = 6$ y el producto lo coloca como numerador de la segunda fracción y vuelve a colocar el número dos como denominador y realiza la operación.

$$c) \quad 8/2 - 3 = 24/2$$

Aquí el educando aplica el procedimiento para la multiplicación de una fracción por un entero.

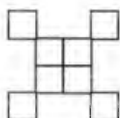
$$d) \quad 8/2 - 3 = 8/2 - 3/1 = 8+6/2 = 14/2$$

En esta respuesta se observa que el alumno cambia el signo de la sustracción por el de la adición

2.8 Queremos hacer esta figura

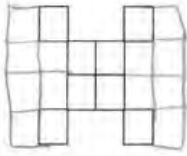
H

falta 20/28, complétala



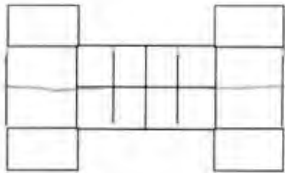
RESPUESTAS

a)



Parece que el alumno solo toma en consideración el numerador de la fracción

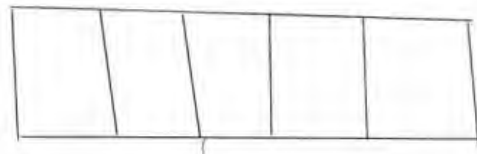
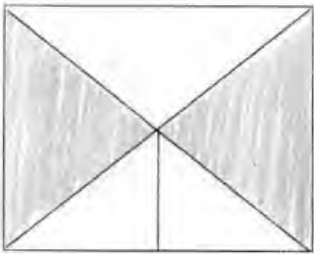
b)



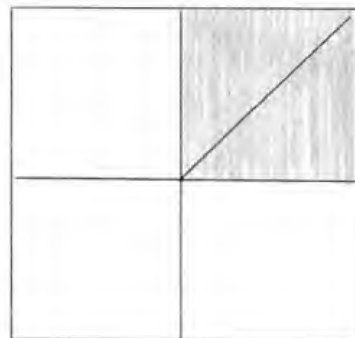
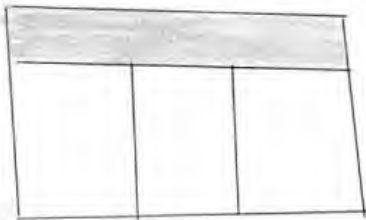
Solo completa la figura sin relacionarla con la fracción dada

2.1 Dibuja un cuadrado y representa $2/5$

RESPUESTAS



1/5

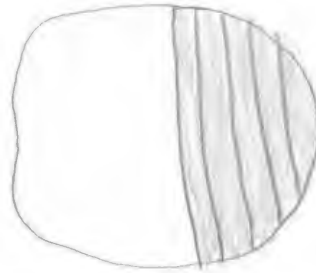


Los alumnos dibujan un rectángulo; en dos de las figuras y en las otras dibujan un cuadrado. la partición es irregular porque no toman en consideración el área de la figura.

Parece ser que esto surge a raíz de que los profesores al dibujar una figura lo hacen de una manera desproporcionada; es decir, no utilizan un juego geométrico para el trazo de las figuras y al realizar su partición lo hacen arbitrariamente.

2.2 Dibuja un círculo y representa $5/2$

RESPUESTAS

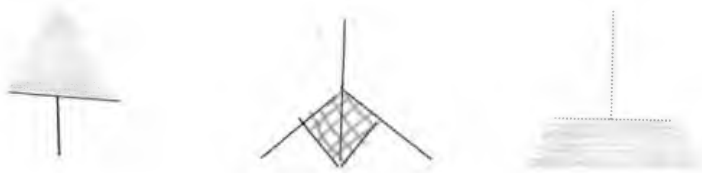


Aquí los alumnos hacen una circunferencia sin compás realizando una partición irregular.

Parece ser que los educandos tienen la idea de lo que es una fracción, pero no saben representarla adecuadamente.

1.6 Usa la siguiente figura para representar $1/3$

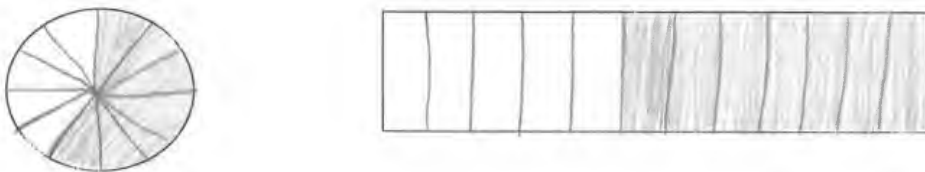
RESPUESTAS



En estas respuestas los alumnos realizan una partición donde las partes son desiguales; es decir, no toman en consideración que hay que conservar el área de cada una de ellas.

2.3 En un dibujo representa $7/12$

RESPUESTAS



Se observa en estas respuestas que los alumnos entienden que hay que dividir un entero en doce partes y pintar o sombrear 7; y en general lo hacen bien. El error es, que tanto los trazos de las figuras como la partición son irregulares.

$$4.2 \quad 4/9 + 3/5 + 2/3 = 77/45$$

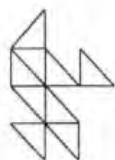
RESPUESTAS

$$4/9 + 3/5 + 2/3 = 9/17$$

En esta respuesta los alumnos suman numeradores con numeradores y denominadores con denominadores y obtienen $9/17$

Al parecer desconocen el algoritmo de la adición de fracciones con diferente denominador.

2.7 Queremos hacer esta figura  Hay 9/16, complétala



RESPUESTAS



Observo que a los alumnos se les dificulta completar figuras no usuales y, además pierden el modelo que se les indica y lo distorsionan.

$$4.7 \quad \frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

RESPUESTAS

$$a).- \frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{3}{5}$$

En esta respuesta los educandos restan numerador con numerador y denominador con denominador, donde tampoco toman en consideración el signo de los operadores.

Se puede decir que los alumnos confunden la sustracción de números naturales con la de las fracciones, por estar más familiarizados con la primera.

$$b).- \frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{27}{24}$$

Se puede ver que aquí confunden el algoritmo de la sustracción con el de la división (también pudiera ser que confunden el signo de la sustracción con el de la división).

OTRAS RESPUESTAS

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{9} = \frac{23}{36} - \frac{12}{36} = \frac{39}{36}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{3}{27}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{6}{9} = \frac{2}{9}$$

En estas tres últimas respuestas no alcanzo a comprender que procedimiento utilizaron los estudiantes.

$$4.5 \quad 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

RESPUESTAS

$$a).- \quad 2 - \frac{3}{4} = 2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Los alumnos al parecer no saben convertir los enteros a una fracción y toman como denominador del entero el cero y realizan la sustracción de los numeradores; en este caso $2 - 3 = (?) 1$ y la diferencia la colocan como numerador de la respuesta; y el denominador, parece ser que lo obtienen de la diferencia de 4 y 0 y lo colocan como denominador, sin tomar en consideración el signo tampoco.

$$b) \quad 2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Al parecer el numerador de la segunda fracción le restan 2 y al denominador también le quitan 2 y obtienen como resultado $\frac{1}{2}$.

OTRAS RESPUESTAS

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{2}{8}$$

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{2}{2}$$

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

A estas respuesta no le pude dar una interpretación

$$4.4 \quad \frac{4}{5} + 1 = \frac{9}{5}$$

RESPUESTAS

$$a) \quad \frac{4}{5} + 1 = \frac{5}{5}$$

Al parecer el alumno suma el numerador del primer sumando con la parte entera y el resultado lo coloca como numerador de la respuesta; y como denominador de la respuesta solo pasa el

del primer sumando. O también pudiere ser que se coloque como denominador de la parte entera cero y sume 5 y 0 y el resultado lo coloque como denominador de la respuesta.

$$b) \frac{4}{5} + 1 = \frac{4}{5}$$

Parece que el alumno no le interesa la parte entera o bien, multiplica los operadores

$$c) \frac{4}{5} + 1 = \frac{4}{5} + \frac{5}{5} = \frac{9}{10}$$

Realiza la adición de numerador con numerador y denominador con denominador como si realizara una adición de números naturales.

$$3.2 \quad \frac{8}{7} \quad \underline{\quad} > \quad \underline{\quad} \quad \frac{108}{98}$$

RESPUESTAS

$$\frac{8}{7} \quad \underline{\quad} < \quad \underline{\quad} \quad \frac{108}{98}$$

Parecer ser que, el alumno cree que la fracción que está formada por números mayores que los de la otra, es mayor.

$$4.8 \quad \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

RESPUESTAS

$$a) \quad \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{6}$$

Aquí el alumno aplica el principio de fracciones equivalentes, donde el numerador y el denominador son multiplicados por un mismo número; en este caso por 2

$$b) \quad \frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{6}$$

El alumno le coloca como denominador al entero, el denominador de la primera fracción y aplica el algoritmo de la división.

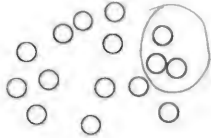
$$c) \quad \frac{1}{3} \times 2 = \frac{6}{3} = 2$$

Podría pensarse que el alumno primero multiplica 2×3 y el producto obtenido lo colocó como numerador de la respuesta; y para determinar el denominador de la respuesta solo pasa el denominador de la fracción original

2.6 Encierra 1/3 de las canicas

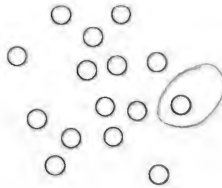
RESPUESTA

a)

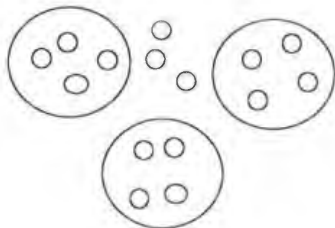


El alumno solo toma en consideración el denominador y encierra en grupos de tres canicas, sin tomar en consideración que las 15 canicas representan un entero

b)



El alumno solo toma en consideración el denominador; por lo que encierra únicamente una canica



c)

Al parecer el niño suma el numerador y el denominador de la fracción y encierra las canicas de cuatro en cuatro

$$4.3 \quad 3/5 + 3/6 = 33/30$$

RESPUESTAS

$$a) \quad 3/5 + 3/6 = 6/11$$

Aquí, el alumno sumó el numerador con el otro numerador y la suma obtenida la coloca como numerador de la respuesta y, después suma denominador con denominador y la suma la colocó como denominador de la respuesta, como si realizara una adición de números naturales.

$$b) \frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{15}{18}$$

Al parecer el alumno realiza el siguiente procedimiento:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = 3 \times \frac{5}{3} \times 6 = \frac{15}{18}$$

OTRA RESPUESTA

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{18}{15}$$

El alumno realiza el procedimiento de la división en lugar de la adición (o quizá confunda el signo de la operación).

$$4.9 \quad \frac{3}{4} \times \frac{6}{3} = \frac{18}{15}$$

RESPUESTAS

$$a) \frac{3}{5} \times \frac{6}{3} = \frac{30}{9}$$

El educando multiplica el primer denominador por el segundo numerador y el producto lo coloca como numerador de la respuesta; y el denominador lo obtiene multiplicando el primer numerador por el segundo denominador.

$$b) \frac{3}{5} \times \frac{6}{3} = \frac{9}{30}$$

Aquí, confunde el procedimiento de la división por el de la multiplicación

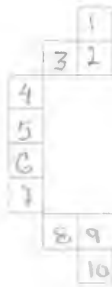
2.5 En la siguiente figura representa $\frac{3}{10}$



RESPUESTAS

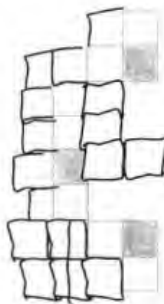


El alumno solo considera el denominador de la fracción haciendo a un lado el numerador de la misma.



Aquí el alumno solo divide pero no ilumina o sombrea

Al parecer, el alumno no entiende la indicación y solo distorsiona la figura original, buscando completar un entero



4.1 $1/3 + 2/3 = 3/3 = 1$

RESPUESTA

$$1/3 + 2/3 = 3/3$$

Aquí el alumno suma numerador con numerador y denominador con denominador, como si realizara dos adiciones de número naturales.

3.3 $3/5 \underline{\quad} > \underline{\quad} 2/6$

RESPUESTA

$$3/5 \underline{\quad} < \underline{\quad} 2/6$$

Los educandos solo comparan los denominadores sin tomar en consideración los numeradores

1.2 ¿Qué fracción está sombreada?



RESPUESTAS

a) $1/5$

El alumno tomó como un todo las cinco partes sombreadas y solo toma una

b) $16/5$

El niño invierte los componentes de la fracción

OTRAS RESPUESTAS

c) $5/15$

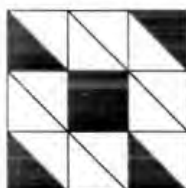
d) $5/3$

e) $5/6$

f) $3/5$

1.3 ¿Qué fracción está sombreada?

70



RESPUESTAS

a) $6/9$

Aquí al parecer, el alumno tomó como numerador las partes sombreadas y las no sombreadas las tomó como denominador (equivocadamente)

b) 6 partes

Solo considera las partes sombreadas y al parecer, se le olvida considerar toda la figura.

OTRAS RESPUESTAS

c) $1/9$

d) $3/18$

1.1 ¿Qué fracción está sombreada?



RESPUESTAS

a) $\frac{1}{2}$

Al parecer el alumno toma una parte de la figura. En este caso toma la mitad y la considera como un entero; de donde, pudo deducir que la parte sombreada era $\frac{1}{2}$

RESPUESTA

b) $1/3$

c) Un tercio

Tal parece que el educando toma la parte sombreada como el numerador de la fracción y el resto de la figura o partes de ella las toma como denominador.

1.4 Sombrea $\frac{4}{8}$

RESPUESTA



CUENTA MAL

1.5 Sombrea $\frac{6}{8}$

RESPUESTA



Tal parece que, el niño solo toma en consideración el denominador sin importarle el numerador

CONCLUSIONES

1. Los educandos al realizar las operaciones con fracciones, cambian los procedimientos que se les enseñan en las escuelas por otros que ellos mismos inventan y adaptan a lo que está haciendo; o también, cambian el procedimiento de una operación por el de otra.
2. Los alumnos que cursan el sexto grado de educación primaria carecen de conocimientos sobre: el algoritmo de la división, y también de cómo operar en la sustracción y adición con números enteros y fracciones.
3. En general, los alumnos tienen noción de fracción; pero, no saben representar en forma equitativa una fracción, es decir, no toman en consideración que al dividir una figura, un entero o un conjunto, las partes deben ser iguales tomando en consideración su área o sus elementos, si no que lo realizan de una forma irregular.
4. Los alumnos tienen dificultad en la adición y sustracción de una fracción con uno o varios enteros; porque no saben convertir un entero a fracción, lo que les ocasiona tener graves errores.
5. Los alumnos tienen dificultad en la lectura de las figuras diferentes del círculo y rectángulo. Donde al estar divididas de manera diferente a la usual, contestan cosas diferentes a las esperadas.
6. Los alumnos de primaria tienen problemas en la representación de fracciones que el entero y en conjuntos; en las fracciones mayores que el entero, el principal problema es que invierten las partes; y en los conjuntos, toman el denominador como un todo y no como una parte del conjunto.

SUGERENCIAS

1. En la enseñanza de fracciones es necesario que el profesor a través de juegos y problemas con significado implemente la enseñanza, para despertar interés en el educando y por este medio logren comprender lo que significa una fracción.
2. Que en la enseñanza de fracciones, el alumno manipule objetos, recorte y pegue, para que así, pueda identificar con mayor rapidez si una fracción es propia, impropia o mixta.
3. Se sugiere que el maestro realice los trazos de las figuras con los instrumentos que forman el juego geométrico, realice las particiones con trazos adecuados y correctos, para que los alumnos sigan el ejemplo; y así, tengan menos problemas para representar fracciones en figuras poco usuales (triángulos, hexágonos, estrellas, rombos; entre otros).
4. La enseñanza de las fracciones se debe realizar a través de figuras usuales y no usuales, para que el alumno tenga un panorama más general de cómo se representan fracciones; pero, antes de esto, el maestro debe dejar bien claro en el educando qué es una fracción propia, impropia y mixta, para que éste a su vez, las sepa representar gráficamente sin ningún problema.
5. En la enseñanza de las fracciones es necesario retomar lo que dice el programa vigente: que se enseñen fracciones a través de problemas prácticos y que estén acordes con la realidad que el niño vive, para que éste, tenga mayor interés en aprender lo que son fracciones y sus operaciones en aplicaciones reales.
6. Que el maestro conozca las diferentes etapas y aspectos del proceso de "matematización de lo real", por medio del cual es posible conducir al niño para que dé sentido a los conceptos matemáticos y comprenda sus propiedades.
7. Usar objetos reales como representaciones gráficas de los objetos para que los niños aprendan a representar la parte o partes y el todo.
8. Enseñar a manipular el esquema parte-todo, mostrando a los niños cómo identificar los datos y la incógnita como partes o todo de una tarea numérica, y construyendo la representación adecuada del problema. Para ello sugiero usar primero representaciones gráficas pertinentes, pasando después a aplicar dichos conocimientos a tareas numéricas.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Balbuena, Hugo; Block David. "Las fracciones, un estudio didáctico". Memorias de la segunda reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Guatemala, Guatemala, Marzo 1988.
- 2) Figueras, O./Filloy, E./Valdemoros, M. Problemas detectados a través de la representación Gráfica de las Fracciones.
- 3) Avila, Alicia; Mancera, Eduardo, UPN. "Algunos problemas en el aprendizaje de las fracciones (estudio exploratorio en alumnos que finalizan la primaria en el Distrito Federal)". Memorias de la primera reunión Centroamericana y del Caribe sobre la formación de profesores e Investigación en Matemática educativa. Mérida, Yucatán, México, Abril de 1987.
- 4) Figueras, O.; Filloy, E. y Valdemoros, M. "Distorsiones que obstruyen la construcción del concepto de fracción". Memorias de la primera reunión de Centroamérica y el Caribe sobre la formación de Profesores e Investigación en matemática Educativa, Mérida, Yucatán, México, Abril 1987.
- 5) Padilla Sánchez, Virginia. "Un estudio empírico sobre las dificultades en la adquisición de los conceptos sobre fracciones.." Tesis de maestría, Sección de Matemáticas Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados de IPN, México, 1984.
- 6) SEP; Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica, Primaria, México, 1993
- 7) SEP; Plan y Programas de Estudio Secundaria, México, 1993
- 8) Figueras, O./Filloy, E./Valdemoros, M. Algunos significados asignados por los niños al modelo egipcio: Fracciones de la Unidad. Sección Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México, Marzo 1985.
- 9) Llinares, Salvador y Sánchez, M. Victoria. Fracciones: La relación Parte-Todo. Editorial SINTESIS. Madrid, España.
- 10) Bermejo, Vicente. El Niño y La Aritmética. Instrucción y construcción de las Primeras nociones aritméticas. Paidós Educador.
- 11) Bereiter. Artículo "¿Tienen que ser las Matemáticas tan horribles?" (1971)

- 12) Moser. ¿Tiene que ser la enseñanza de las Matemáticas tan horrible? (1984)
- 13) Vergnaud Gérard. "El Niño, las Matemáticas y la Realidad" Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la Escuela Primaria. Trillas.
- 14) Meece, Judith. "Desarrollo del Niño y del Adolescente". Compendio para Educadores. S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro.
- 15) Gómez Palacio, Margarita, et. Al. "El Niño y sus Primeros años en la Escuela" S.E.P. Biblioteca para la Actualización del Maestro.

ANEXOS

ESCUELA N° 1
ESCUELA PRIMARIA "MANUEL SAAVEDRA", COL EMILIANO ZAPATA,
ZINACANTEPEC, MEXICO

N°	NOMBRE	SEXO	ACIERTOS	%
1	ALVARADO CRUZ MARIBEL	F	9	32
2	ALVARADO GAMBOA SERGIO	M	11	39
3	ALVARADO PALMA JOSUE	M	17	60
4	AZOTEA HERNANDEZ HERMELINDA	F	20	71
5	CARRANZA LOPEZ MIGUEL ANGEL	M	8	28
6	CRUZ LINARES JAVIER	M	17	60
7	DIAZ HERNANDEZ VICTOR MANUEL	M	12	43
8	DIAZ ROMERO SONIA	F	13	46
9	DOLORES OROZCO ULISES	M	11	39
10	FONSECA LEONIDES EDUARDO	M	9	32
11	FRANCES BETANCOURT BRAULIO	M	11	39
12	GOMEZ DE LA CORTINA ARMANDO	M	14	50
13	HUERTA BETANCOURT FABIOLA	F	11	39
14	JIMENEZ OLIVARES RENE	M	12	43
15	LOPEZ GAMBOA ERICK	M	13	46
PROMEDIO			12.5	
FEMENINO		4		27%
MASCULINO		11		73%

(NO HABÍAN VISTO EL TEMA)

ESCUELA N° 2
 ESCUELA PRIMARIA "20 DE NOVIEMBRE" SAN LUIS MEXTEPEC
 ZINACANTEPEC, MEXICO

N°	NOMBRE		SEXO	ACIERTOS	%
1	MEJIA	GONZALEZ NAYELLI	F	10	35
	ADELAIDA				
2	MIRANDA	BETANCOURT ARACELI	F	7	25
3	OLIVARES	OROZCO ANABEL	F	6	21
	KARINA				
4	OROZCO	ALVARADO BLANCA	F	8	29
	ESTHELA				
5	OROZCO	CRUZ IMELDA	F	7	25
6	OROZCO	GARCIA RODRIGO	M	11	39
7	OROZCO	PEREZ MARIANA	F	7	25
8	OROZCO	QUINTANA ANGEL	M	10	35
9	PEREZ	EMBATE DIANA ABIGAIL	F	8	29
10	PEREZ	ESQUIVEL VICTOR	M	7	25
11	QUINTANA	GONZALEZ GABRIELA	F	6	21
12	QUINTANA	GONZALEZ YAZMIN	F	14	50
13	RAMIREZ	DE LUZ RENE ALBERTO	M	14	50
14	REYES	FONSECA JUAN MANUEL	M	13	46
15	RIVAS	JIMEENZ SALVADOR	M	6	21
16	VILCHIS	CRUZ JULIA	F	10	35
17	VILLALBOS	AZOTEA SANDRA	F	8	29
18	VIVANCO	BETANCOURT OLIVIA	F	12	43
19	YAÑEZ	EMBATE ALVARO	M	11	39
20	ZUÑIGA	RIVERA ROGELIO	M	8	29
PROMEDIO		9.2			
FEMENINO		12	60%		
MASCULINO		8	40%		