

104.5  
113167

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**  
UNIDAD AJUSCO

**EFFECTOS DEL USO DE LA CALCULADORA EN  
EL APRENDIZAJE DE LA DIVISIÓN.  
ESTUDIO EN CUARTO GRADO DE PRIMARIA  
CON BASE EN LA PROPUESTA OFICIAL.**

Tesis que para obtener el grado de:  
**MAESTRO EN DESARROLLO EDUCATIVO**

con línea de especialización en:  
**EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Presenta:  
**ORLANDO GARDUÑO JIMÉNEZ**

Directora de tesis:  
**ALICIA AVILA STORER**



MÉXICO D. F., ABRIL DE 2001.

MUA - 18 - III - 02

## DEDICATORIA Y RECONOCIMIENTOS

.....

Para los maestros y también para los niños.

Quiero agradecer en forma muy especial el valioso apoyo de la Dra. Verónica Hoyos Aguilar, quién al inicio de esta investigación me brindó la asesoría necesaria para la elaboración del proyecto que encauzó finalmente, la realización de esta investigación.

No menos agradecido -y hasta afortunado diría yo- me encuentro con la Mtra. Alicia Ávila Storer quién con su amplia y reconocida experiencia en investigación, me brindó la asesoría pertinente para llevar a feliz término este esfuerzo de investigación.

Mi agradecimiento también para las profesoras de los grupos participantes y para los niños por su entusiasta participación en la realización de las actividades de esta investigación.

## TABLA DE CONTENIDO

### PRIMERA PARTE: CONTEXTO DE APRENDIZAJE DE LA DIVISIÓN

	Pág.
Presentación-----	6
<b>CAPÍTULO I: DE LA INVESTIGACIÓN.</b>	
1) El enfoque para la enseñanza de la Matemática y el papel de los problemas.-----	9
2) Los problemas de la división.-----	11
3) Justificación.-----	12
4) Objetivo de la investigación.-----	17
5) Estrategia metodológica.-----	18
<b>CAPÍTULO II: DE LA DIVISIÓN.</b>	
1) Tipo.-----	23
2) Residuo.-----	25
3) Otras dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la división.-----	28
<b>CAPÍTULO III: DE LOS PROCEDIMIENTOS PARA DIVIDIR.</b>	
1) Introducción.-----	32
2) Los primeros procedimientos para dividir.-----	33
3) Algunas semejanzas entre los procedimientos para dividir de las investigaciones realizadas.-----	36
4) Importancia de los procedimientos para dividir de los 3 reportes de investigación:-----	38
<b>CAPÍTULO IV: LA PROPUESTA OFICIAL PARA LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN Y LA CALCULADORA ELECTRÓNICA DE BOLSILLO.</b>	
1) La propuesta oficial para la enseñanza de la división.-----	46
a) El Plan y programa de estudio 1993.-----	46
b) El Libro para el maestro.-----	48
c) El Fichero de actividades didácticas.-----	51
d) El Libro de texto.-----	52
2) La calculadora electrónica de bolsillo.-----	53
a) Introducción.-----	53
b) Investigaciones realizadas acerca del uso de la calculadora en la escuela.-----	56
c) Uso de la calculadora en la escuela primaria.-----	57

d) Razones para utilizar la calculadora en la enseñanza de la matemática.-----	59
e) Modelo de calculadora utilizada en la investigación.-----	62
f) Introducción de la calculadora.-----	63

## SEGUNDA PARTE: DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

### CAPÍTULO I: EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA.

1) Contexto.-----	66
2) Instrumento de evaluación diagnóstica.-----	66
3) Resultados de la evaluación diagnóstica.-----	69
a) Resolución de problemas.-----	69
i) Por su tipo.-----	70
ii) Por su residuo.-----	73
iii) Por su información.-----	75
b) Manejo del algoritmo.-----	76
iv) Por su número de cifras en el divisor.-----	76
4) Resultados globales de la evaluación diagnóstica.-----	78

### CAPÍTULO II: APLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES.

1) Introducción.-----	79
2) Forma de trabajo-----	80
Sesión 1: Lección “La huerta de don Fermín”.-----	82
Sesión 2: Ficha No. 4 “¿Cuál es el resultado?”.-----	88
Sesión 3: Ficha No. 9 “¿Cómo cuántos?”.-----	92
Sesión 4: Actividad adicional 1.-----	98
Sesión 5: Lección “La camioneta de don Fermín”.-----	100
Sesión 6: Problemas 2, 4 y 5 aplicadas previamente en la evaluación diagnóstica.-----	107
Sesión 7: Lección “Entre 10 y 100”.-----	115
Sesión 8: Actividad adicional 2.-----	121
Sesión 9: Actividad adicional 3 “¿Cuántas veces cabe el __ en __?”.-----	122
Sesión 10: Ficha No. 9 “¿Cómo cuántos?”.-----	125
Sesión 11: Lección “Cajeros y clientes”.-----	131
Sesión 12: Lección “El número premiado”.-----	136
Sesión 13: Actividad adicional 4 “¿Cuántas veces cabe el __ en __?”.-----	141
Sesión 14: Actividad adicional 5.-----	143
Sesión 15: Lección “La máquina de escribir”.-----	145

### CAPÍTULO III: EVALUACIÓN FINAL Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.

1) Instrumento de evaluación final.-----	149
2) Criterio de aplicación del instrumento de evaluación.-----	153



3) Resultados de la evaluación final.-----	153
a) Resolución de problemas.-----	154
i) Por su tipo.-----	154
ii) Por su residuo.-----	157
iii) Por su información.-----	159
b) Manejo del algoritmo.-----	161
iv) Por su número de cifras en el divisor.-----	162
4) Resultados globales de la evaluación final.-----	163
5) Resultados del uso de la calculadora entre ambos grupos de cuarto grado.----	164
<b>CONCLUSIONES.</b> -----	168
SUGERENCIAS PARA COMPLEMENTAR LA PROPUESTA OFICIAL DE ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.-----	173
<b>BIBLIOGRAFÍA.</b> -----	175
<b>ANEXOS:</b>	177
Anexo no. 1 Lección: La huerta de don Fermín-----	178
Anexo no. 2 Lección: La camioneta de don Fermín-----	180
Anexo no. 3 Lección: Entre 10 y 100-----	182
Anexo no. 4 Lección: Cajeros y clientes-----	184
Anexo no. 5 Lección: El número premiado-----	186
Anexo no. 6 Lección: La máquina de escribir-----	188
Anexo no. 7 Ficha no. 4: ¿Cuál es el resultado?-----	190
Anexo no. 8 ficha no. 9: ¿Cómo cuántos?-----	192
Anexo no. 9 Ficha no. 15: El recorrido del tren-----	193
Anexo no. 10 Ficha no. 24: ¿Cuántos repartimos?-----	195
Anexo no. 11 Ficha no. 36: Taller de juguetes-----	197
Anexo no. 12 Lección: Repartos 3º-----	199
Anexo no. 13 Contenidos de la división de 1º a 6º grados en el avance progr. ----	201
Anexo no. 14 Fichero de actividades didácticas de 1º a 6º grados.-----	206

## PRESENTACIÓN

La presente investigación es producto de una serie de inquietudes por resolver un viejo problema que afecta a los estudiantes de la escuela primaria: **el aprendizaje de la división**. Como es sabido por muchos estudiantes y maestros (y hasta por algunos padres de familia), la división es el más complejo de los cuatro algoritmos básicos por lo que, tanto su enseñanza como su aprendizaje implican una serie de dificultades para maestros y estudiantes.

En esta investigación decidí introducir un nuevo recurso tecnológico para apoyar el aprendizaje de la división: **la calculadora electrónica de bolsillo**. El uso de la calculadora se ha generalizado a todos los niveles de la población y en todas las actividades de la vida diaria. Algunas investigaciones realizadas dan cuenta de las ventajas y beneficios que su uso representa para el aprendizaje de contenidos matemáticos.

Por la razón anterior, la calculadora se volvió mi aliado principal para conseguir el objetivo propuesto en esta investigación y los resultados obtenidos fueron gratificantes.

El reporte de investigación se presenta en dos partes. En la primera parte se presenta una revisión bibliográfica acerca de la división por ser el objeto de nuestro estudio, y de la calculadora como el instrumento de apoyo básico que he considerado para su aprendizaje. Es decir, se expone la situación que guardan ambos temas antes de abordar la aplicación de las actividades de esta investigación.

En el capítulo I, se hace un repaso del enfoque que fundamenta la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, así como las razones que motivaron la realización de esta investigación, el objetivo y la estrategia metodológica que seguí durante este proceso.

En el capítulo II se muestran las principales relaciones implicadas en los problemas de división y su algoritmo y que le dan esa complejidad particular que provoca tantos resultados no satisfactorios en su Enseñanza y Aprendizaje.

En el capítulo III se hace un análisis de los procedimientos informales para dividir que los alumnos van desarrollando a lo largo de todo este proceso.

Por último, en el capítulo IV se presenta un repaso general de la propuesta oficial para la enseñanza de la división en la escuela primaria, con el objeto de tener una visión completa de este proceso. Asimismo, se exponen las ventajas que tiene la incorporación de la calculadora en la clase de matemáticas y que otras investigaciones han realizado al respecto.

En la segunda parte de esta investigación, se reporta la aplicación de las actividades correspondientes a la investigación propiamente dicha, así como también el análisis de los resultados obtenidos.

En el capítulo I de la segunda parte, se presenta la valoración de las condiciones conceptuales que en relación con el tema de la división tienen los alumnos del grupo participante en la investigación. Esta valoración se hizo mediante una evaluación diagnóstica.

En el capítulo II se relata la aplicación de las actividades, misma que fue realizada a lo largo de 15 sesiones de trabajo. Durante ellas, se registraron los procedimientos desarrollados por los propios alumnos cuando tuvieron que resolver los problemas de división planteados en las actividades de la propuesta oficial, con el apoyo de la calculadora.

En el capítulo III se describe la evaluación final que fue realizada para valorar en qué medida los alumnos avanzaron en el aprendizaje tanto conceptual como procedimental de la división.

Y finalmente, en el capítulo IV se presentan una serie de conclusiones y sugerencias como producto final de este trabajo de investigación.

El esfuerzo realizado con este trabajo no es la solución definitiva a este problema, sino más bien es sólo un esfuerzo más, cuyo objetivo es contribuir a la solución de esta problemática a través un aprendizaje más fácil, rápido y significativo de la división para los estudiantes de la escuela primaria, -en especial para los alumnos de cuarto grado-.

*PRIMERA PARTE*

**CONTEXTO DEL APRENDIZAJE  
DE LA DIVISIÓN**

## CAPÍTULO I:

### DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1. EL ENFOQUE PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y EL PAPEL DE LOS PROBLEMAS.

Con la firma del Acuerdo Nacional para la modernización de la Educación Básica y la Reforma Educativa cuya aplicación se inició en el ciclo escolar 1993-1994, se estableció que una de las acciones principales en la política del gobierno federal para mejorar la calidad de la educación primaria era la elaboración de nuevos planes y programas de estudio. La elaboración de estos materiales tenía el propósito de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de todas las asignaturas que se imparten en la escuela primaria.

En el caso del área de Matemáticas y con relación a este propósito, el nuevo Plan y Programas de estudio (1993) establece que:

*Para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés.*

Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y la resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos. La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas. Se pretende que la matemática sea para los niños, una herramienta funcional y flexible que les permitan resolver las situaciones problemáticas a que se enfrente.

Tradicionalmente la enseñanza de las operaciones básicas en la escuela primaria, ha girado alrededor del dominio o manejo de los algoritmos convencionales para posteriormente aplicarlos en la resolución de problemas. La enseñanza por separado de la técnica operatoria del algoritmo de la resolución del problema -según reiteran algunos investigadores-, dio como origen la pérdida del significado de las operaciones aritméticas y ha sido identificada como la principal causa de los fracasos escolares tanto en la utilización adecuada de los algoritmos para resolver problemas como de la matemática en general.

El nuevo enfoque para la enseñanza de la matemática –con una concepción didáctica constructivista- plantea la construcción por parte del alumno, del significado y el manejo de los algoritmos básicos a partir de la búsqueda creativa de soluciones a determinados tipos de problemas, usando para ello los conocimientos que poseen e intercambiando experiencias con sus compañeros.

*G. Brousseau, G. Vergnaud, R. Chamay y otros investigadores, afirman que el sentido del conocimiento matemático se construye en la resolución de problemas, y no en la aplicación de técnicas de ejecución de las operaciones, en las que los números no tienen un significado específico.*

Según estos investigadores:

*Un conocimiento adquiere sentido cuando se convierte en una herramienta que permite resolver cierto tipo de problemas.*

Existe en la actualidad una variedad de investigaciones que enfatizan la importancia de que en la enseñanza de las Matemáticas **los alumnos construyan sus conocimientos a partir de la resolución de situaciones-problema**. Este enfoque forma parte ya del conocimiento y del discurso cotidiano del profesor, aunque en la práctica docente, todavía falte mucho por hacer.

Acorde con tal enfoque, el maestro debe promover situaciones didácticas a través de las cuales el niño construya soluciones propias y tengan así sentido para él, los conceptos y procedimientos resultados de un proceso constructivo. El sentido en esta perspectiva, se deriva de reflexionar, analizar, crear y probar las hipótesis propias.

**La resolución de problemas es motor del aprendizaje matemático.** Este es el pilar fundamental que orienta la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Con este enfoque, los problemas son situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución buscada mediante la construcción de nuevos conocimientos. El alumno adquirirá entonces sus aprendizajes, a través de la resolución de situaciones-problema.

¿Qué tipo de problemas deben resolver los alumnos?

Los libros para el maestro de tercer y cuarto grados (1994), proponen la existencia de al menos dos tipos de problemas: a) problemas en los cuales se debe construir la solución (*problemas para descubrir*) y b) problemas en los que hay que aplicar un modelo de resolución ya conocido (*problemas para aplicar*).

*Los problemas para descubrir promueven la búsqueda de soluciones y la construcción de nuevos conocimientos, formalizaciones y habilidades. Un ejemplo de este tipo de problemas son los que se plantean para introducir los algoritmos de las operaciones.*

*En un principio, se pide a los niños que resuelvan ciertos problemas, utilizando sus propias estrategias y recursos, sin imponerles restricciones ni indicarles caminos precisos. Posteriormente se pide al grupo que compare las estrategias y comente cuáles fueron las mejores. Por último, se explica el procedimiento convencional. Éste no se utiliza en las primeras actividades y lecciones en las que se trabaja una operación, sino en la última fase del proceso de aprendizaje.*

*De acuerdo con la secuencia anterior, para llegar al procedimiento convencional de cada una de las operaciones aritméticas los niños deben resolver inicialmente los problemas mediante respuestas creativas que impliquen búsqueda de caminos, ensayos y errores. Este acercamiento paulatino a los algoritmos convencionales proporcionará al alumno la posibilidad de comprenderlos cabalmente y, por otra parte, de desarrollar su capacidad de razonamiento.*

Los problemas para aplicar tienen como característica principal, promover la ampliación y afirmación de aprendizajes, por lo tanto se debe propiciar en mayor medida la resolución de los problemas para descubrir porque en ellos los niños resolverán las situaciones que les permitirán la construcción de soluciones y posteriormente, en los problemas para aplicar tendrán la oportunidad de fortalecer los aprendizajes adquiridos.

## **2. LOS PROBLEMAS DE LA DIVISIÓN.**

Considerando el tema que nos ocupa, se presentan a continuación, algunas de las dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la división.

Enseñar de forma separada los problemas de división y sus técnicas operatorias, impide los procesos de reflexión por parte de los alumnos y favorece en cambio, la reproducción de formas mecánicas de operación.

La enseñanza centrada en el algoritmo ha privilegiado la mecanización del procedimiento por encima de los significados en un contexto que carece de sentido. Esta descontextualización de los aprendizajes es precisamente lo que facilita el “olvido” de lo aprendido, los algoritmos se olvidan porque se aprenden como un sistema de representaciones, en el que los significados -las relaciones y las estructuras de las situaciones problemáticas- están ausentes.

Eva Moreno (1996) menciona que:

*un algoritmo descentrado es entonces una operación que se ha visto desprendida de los significados que ella representa y que por esta razón su aprendizaje no puede ir mas allá de la simple mecanización. El algoritmo como centro de la acción educativa, paradójicamente, permite que éste sea*



*un aprendizaje que se olvida fácilmente, que de inmediato quede “descentrado”.*

En el caso de los problemas de división, Moreno insiste:

*Cuando se intenta enseñar a los niños la división a partir de su técnica operatoria, sin asociar la operación a un contexto que dé sentido y significado a los números, lo que se aprende finalmente es una serie de pasos mecánicos, en los que no se explican porque hay que multiplicar, restar y sumar. Así, es difícil que los niños sean conscientes de los errores que cometen. Éstos se traducen en un resultado incorrecto, invalidado por el maestro al tachar la operación y pedir que la repitan.*

*En cambio, si la operación se enseña partiendo del planteamiento de problemas que impliquen dividir, permitiendo primero que los niños busquen libremente las formas de resolverlos, irán probando estrategias de resolución implementadas por ellos, con los conocimientos que ya poseen. Conforme vayan estableciendo relaciones entre el contexto del problema y las acciones que realizan para llegar a un resultado, irán distinguiendo entre distintas estrategias, cuáles no funcionan y cuáles sí. Éstas evolucionarán de acuerdo a ciertas variables didácticas que el docente incluya en las situaciones.*

Para lograr este objetivo, en la propuesta oficial de la SEP se plantean objetivos específicos que van desde situaciones problemáticas de repartos en los primeros grados, hasta actividades con el algoritmo de la división con divisores de dos cifras en el cuarto grado.

El mejor camino para la enseñanza de la división, debe partir entonces, del planteamiento de problemas de división para que al momento de resolverlos, los alumnos vayan construyendo los procedimientos no convencionales, que les van a permitir arribar poco a poco hacia un procedimiento formal con significado.

### **3. JUSTIFICACIÓN.**

En el marco de esta nueva propuesta de enseñanza, me he interesado por investigar algunas estrategias de acercamiento a la enseñanza y aprendizaje de la división.

¿Cuáles son las razones que me impulsaron para llevar a cabo una investigación con relación a este proceso?. He aquí algunas de ellas.

- A) Tradicionalmente se ha asociado una imagen de dificultad y antipatía hacia la matemática, la cual es compartida por un buen número de estudiantes e incluso



por algunos profesores. Esto lo pude comprobar a lo largo de mi trayecto como estudiante y después como profesor. La idea de que acceder a los contenidos de matemáticas era una empresa realmente difícil era compartida entre mis compañeros de clase en los diferentes niveles que cursé.

- B) A principios de la década de los noventa investigadores como Gilberto Guevara Niebla mostraron en sus estudios sobre calidad de la educación y rendimiento escolar, que existe un bajo aprovechamiento en el área de matemáticas en los alumnos de educación básica. En mayo de 1990, la revista Nexos publicó los resultados de un examen aplicado a 3 248 niños de sexto grado de 175 grupos escolares de 161 escuelas distribuidas por todo el país que dichos investigadores aplicaron. Los resultados fueron alarmantes. Los examinados tuvieron un promedio global de 4.83 puntos sobre diez. Sólo el 16.3% (529 de 3,248) de los examinados obtuvo calificaciones promedio superiores a 6.

El área en que se obtuvieron puntajes menores fue Matemáticas, con promedio general de 4.39 (sobre diez), y fue aprobada por sólo el 15.3% de los alumnos.

- C) En marzo de 1999, docentes de distintos centros de trabajo de la región centro del estado de Guerrero participaron en una evaluación del Curso Nacional de Actualización “*La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*”. En abril del mismo año, el Centro de Maestros No. 1 responsable del ProNAP en esta región, dio a conocer los resultados que por tema obtuvieron estos profesores.

El tema en que los profesores obtuvieron el promedio más bajo fue en el de la división (este promedio es sobre una escala de 10, por lo tanto es reprobatorio).

TEMA	NO. DE REACTIVOS	PROMEDIO
División	5	4.5

- D) Luis Manuel Aguayo (2000) en una investigación realizada sobre los *habitus* en torno a la matemática de los estudiantes de primer y cuarto grados de cuatro escuelas normales del estado de Zacatecas, investigó dos aspectos en relación con el tema de la división: 1) la habilidad para plantear problemas de este tipo y, 2) la habilidad para resolver problemas de división. Como resultado de esta investigación encontró que un gran número de estudiantes ingresan a la escuela normal sin saber dividir y, durante los cuatro años que dura la vida normalista, los estudiantes avanzan muy poco en su habilidad para resolver y plantear correctamente los problemas de división.

Al solicitar a los alumnos de estos grados, que escribieran tres problemas que se resolvieran con una división encontró:

- Una incapacidad para estructurar relaciones que se puedan representar con el algoritmo de la división. Algunos estudiantes plantearon problemas con estructura aditiva, multiplicativa y problemas sin estructura que corresponda a algún algoritmo.
- De los problemas que tienen la estructura adecuada, el 78% de los estudiantes recurren en forma abrumadora a los problemas de reparto y sólo el 10% plantearon problemas de tipo tasativo.
- La mayoría de los problemas observaban la estructura de mayor simplicidad:  $A \text{ entre } B = X$ .

	Sin estructura	Problema Algoritmo reparto	Reparto y agrupamiento	Yuxtaposición de estructuras	No planteó
Recién llegados	8%	78%	3%	8%	3%
Cuasiprofesores	6%	80%	9%	4.2%	0.8%

Figura 1. Resultados de la redacción de problemas de división.

Al solicitarles que resolvieron el problema de división:

*Un barco encalló. Tiene en reserva 11 200 litros de agua. El capitán calcula que la tripulación consume aproximadamente 350 litros diarios ¿Para cuántos días les alcanzará el agua?.*

Encontró dificultades como las siguientes:

- El 25 % de los estudiantes de primer grado y el 50 % de los de cuarto grado emplearon el algoritmo formal, el resto (75 y 50% respectivamente) resolvieron el problema empleando estrategias informales (restas iteradas, sumas iteradas, multiplicaciones aproximadas).
- En términos proporcionales, el 15% de los estudiantes de primer grado y el 30% de los de cuarto grado no resolvieron el problema.
- El 2.2% de los estudiantes del primer grado y el 6.8% de los de cuarto no realizaron ningún procedimiento.

Cuadro No. 22

1º Grado	Una tabla	Restas	División	Sumas	Multipli- cación	Combin- ación	Sin procedimi- ento	TOTAL
SI	1	5	30	11	21	44		112 85%
NO		2	3	2	2	7	3	19 15%
TOTAL	1 0.7%	7 5.3%	33 25%	13 9.9%	23 17.5%	51 38.9%	3 2.2%	
4º Grado								
SI			35		5	20		60 68.9%
NO			9		4	8	6	27 31%
TOTAL			44 50.5%		9 10.3%	28 25.2%	6 6.8%	

Figura 2. Resultados de la solución al problema de división.

*Formados básicamente como resolutores de algoritmos, los estudiantes tienen dificultades para relacionar el significado del problema con la "operación de dividir", al parecer, es por esta razón que desarrollan estrategias de solución que no son sino conocimientos previos, mediante los cuales se construye la noción de división.*

*La utilización de estrategias informales por estudiantes de este nivel (egresados de bachillerato) significa que en su aprendizaje de las matemáticas, las relaciones y los significados de los problemas no tuvieron un papel preponderante, de ahí que la construcción de significados aparezca tardíamente.*

*Los estudiantes de primer grado son capaces en mayor número de solucionar los problemas mediante una búsqueda de estrategias informales, los estudiantes de cuarto grado cierran sus posibilidades utilizando como estrategia casi única el algoritmo convencional. En muchos de estos casos el algoritmo de la división no se resuelve correctamente (Aguayo 2000).*

F) Por último, Elfriede Wenzelburger (1997) nos dice con relación a la división:

*Encuestas realizadas en Estados Unidos (Eric 1981) demuestran que de los primeros nueve años escolares en matemáticas, dos se dedican a la enseñanza y práctica del algoritmo de la división. A pesar de toda esta inversión de tiempo y esfuerzo, los alumnos en diagnósticos nacionales y locales no manejan bien el algoritmo.*

Respecto a la incorporación de la calculadora, la cual constituye el recurso fundamental para la realización de la presente investigación, encontré justificaciones para su uso como las siguientes.

- G) David G. Moursund (1985) expone algunas razones acerca del uso de la calculadora en la clase de matemáticas:

*En los últimos años se ha popularizado el empleo de la calculadora electrónica de bolsillo. Cada día es más frecuente su uso en el hogar, el laboratorio, el taller, la oficina, el aula y donde quiera que es necesario el cálculo, con fines comerciales, técnicos, científicos y aún de entretenimiento. (...)*

*La enseñanza de las Matemáticas, en la escuela elemental y en la media, reconoce cada día más el potencial de la calculadora de bolsillo como una valiosa ayuda didáctica, que puede ser empleada para reforzar y motivar el aprendizaje, la capacidad de análisis y la creatividad. En particular, puede ayudar en el desarrollo de la actividad inquisitiva, así como en la comprensión de los algoritmos computacionales. Permite reducir el tiempo empleado en cálculos laboriosos y la fatiga que éstos causan, y hace posible aumentar la exactitud de los resultados. En la solución de problemas resulta un valioso instrumento.*

*El conocimiento de esta realidad obliga a los educadores a cambiar la mentalidad frente al avance y el impacto de la tecnología contemporánea. Esto significa que los programas y métodos para la enseñanza de las matemáticas deben considerar, en forma adecuada y oportuna estos avances que, como sabemos, son de particular interés para los estudiantes, a la vez que constituyen una exigencia que impone el desarrollo económico y social de la época en que vivimos y a la que no se puede sustraer la escuela.*

Por ello, con el propósito de tratar de mejorar la propuesta oficial de enseñanza - las cuales se han derivado de trabajos de investigación sobre la división- en esta investigación se incorporó la calculadora por las ventajas y beneficios que su uso representa, como una herramienta que ayude a los niños a mejorar los resultados en la resolución de problemas de división. Lo anterior, partiendo precisamente de las estrategias que los niños emplean de forma espontánea al tratar de resolver éstos problemas planteados en el libro de texto.

Lo que se pretende es facilitar el aprendizaje de los alumnos, que les lleve hacia un uso práctico y efectivo del algoritmo convencional de la división, cuyo aprendizaje resulte agradable a la vez que se convierte en una herramienta para resolver problemas de división con significado. De tal forma que, los niños trabajen con entusiasmo e interés y encuentren menores dificultades en su proceso de aprendizaje, pero lo más importante; **que lo puedan emplear correctamente cada vez que les sea necesario.**

Los puntos que presento en este apartado como razones para justificar esta investigación, evidencian no sólo la crisis de la educación matemática sino, en forma específica las dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de la división.

De acuerdo con estudios realizados, la división es un tema que genera grandes dificultades no sólo en el nivel básico, sino hasta en estudiantes normalistas (licenciatura) e incluso entre profesores en servicio.

Es común que un número considerable de alumnos egresen de la escuela primaria sin saber dividir. Con carencias conceptuales y técnicas ingresan a la escuela secundaria. Los profesores de este nivel suelen quejarse de esta situación culpando a los profesores de primaria pero, a su vez hacen muy poco para resolver este problema. Esto permite que la cadena de alumnos mal preparados continúe, y con ello aumenten las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas y se desarrolle una aversión de los alumnos hacia la misma.

Estas son a grandes rasgos las razones que me motivaron a la realización de esta investigación en la cual, después de indagar sobre el proceso de construcción del concepto de división y sus diversos significados, se trabajó con la calculadora electrónica de bolsillo en la resolución de las actividades de la propuesta oficial para el aprendizaje de la división, obteniendo los resultados que se reportan en la segunda parte de este documento.

Cabe mencionar que antes de iniciar esta investigación, ya existían investigaciones que describen las estrategias informales producidas por los niños al resolver problemas de división; por ejemplo: Alicia Ávila (1994), Eva Moreno (1995) y Claudia Broitman (1999) pero en estos trabajos, no se incorporó el uso de la calculadora durante el proceso de resolución de tales problemas. Por ello, considero que la realización de este estudio, puede contribuir de alguna manera a resolver la problemática relacionada con las dificultades para el aprendizaje de la división, pues considero que **el uso de la calculadora puede facilitar el aprendizaje significativo de la división al facilitar la tarea de realizar los cálculos aritméticos con ella.**

#### **4. OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN.**

El objetivo de esta investigación fue:

**Conocer el efecto que la incorporación de la calculadora electrónica de bolsillo puede tener sobre el desarrollo de procedimientos o estrategias espontáneas durante el proceso de aprendizaje de la división por parte de los alumnos de cuarto grado.**



## 5. ESTRATEGIA METODOLÓGICA.

La orientación metodológica propuesta en el Plan y Programa de Estudio 1993 de la SEP, plantea la intención de hacer participar al alumno en la construcción de su conocimiento matemático. Esto está sustentado por las teorías constructivistas. Estas teorías han puesto en evidencia que:

*Los conocimientos que el niño adquiere se construyen a partir de la experiencia propia, de la reflexión sobre la organización de su actividad y no pueden ser adquiridos por la mera transmisión de información.*

Emplear sus propios métodos, permitirá al alumno comprender verdaderamente lo que está haciendo. Así, cada alumno debe iniciar sus aprendizajes aritméticos con el uso de las estrategias construidas por ellos mismos.

Por lo anterior, la estrategia que he seleccionado para realizar esta investigación, parte de dos premisas fundamentales:

- **Las estrategias no convencionales que los propios niños desarrollan al enfrentarse a la resolución de problemas y,**
- **El apoyo en la calculadora electrónica de bolsillo como un recurso didáctico para resolver problemas de división.**

Debo aclarar que lo primero ha sido incorporado por la reforma educativa en el actual Plan y programa de estudios pero se desconoce la forma en que los docentes la están aplicando en su práctica docente y sobre todo, los resultados que dicha propuesta está dando.

Las actividades didácticas correspondientes a esta investigación, contempladas en las lecciones del libro de texto y fichero de actividades didácticas, se aplicaron en un cuarto grado grupo "A". Se aplicaron también algunas actividades adicionales para desarrollar las habilidades de estimación, cálculo mental, manejo de las tablas de multiplicar, etc. Para la realización de estas actividades **cada alumno contó con el apoyo de una calculadora.**

El desarrollo de las actividades estuvo a cargo de la propia profesora del grupo en la forma que usualmente acostumbraba realizar sus actividades docentes.

La perspectiva metodológica utilizada para el diseño de las actividades aplicadas en este trabajo, se inspiró en la escuela francesa de didáctica de las matemáticas que se caracteriza por realizar un análisis sistemático del proceso de enseñanza de la matemática.

La noción de "situación didáctica" propia de dicha escuela, ha derivado en una metodología específica: **la ingeniería didáctica**, que para este caso estuvo representada por las actividades correspondientes a las lecciones del libro de texto y fichero de

actividades didácticas proporcionados por la SEP que abordan la enseñanza de la división en cuarto grado de la escuela primaria.

El esquema experimental estuvo representado por la incorporación de la calculadora para la realización de las actividades didácticas, e incluyó además la observación y el análisis de las actividades y secuencias de enseñanza antes señaladas. Se recuperaron las producciones de los estudiantes y se complementaron con los materiales obtenidos a través de las entrevistas practicadas a los alumnos en los diferentes momentos del desarrollo de las mismas actividades.

La metodología aplicada se ubica entonces en una metodología **experimental** marcada por la incorporación de la calculadora para la realización de las actividades y otra metodología basada en el **análisis de los procedimientos** que los niños fueron desarrollando durante la realización de las actividades planteadas.

Cabe mencionar al enfoque de la **resolución de problemas** como otro de los elementos metodológicos fundamentales para la realización de esta investigación. Los procedimientos desarrollados por los alumnos partieron precisamente de la resolución de problemas de división.

Finalmente, previo a la realización de las actividades se aplicó una evaluación diagnóstica a fin de conocer la situación que con relación al tema de la división tenían los alumnos del grupo. Asimismo, una vez finalizada la realización de las actividades, se aplicó una evaluación final con el objeto de conocer el avance obtenido por el agrupo en el aprendizaje de la división como resultado del trabajo realizado con la calculadora.

Dentro del análisis didáctico se contemplaron cuatro aspectos:

- 1) Análisis a priori
- 2) Ingeniería didáctica
- 3) Experimentación
- 4) Análisis a posteriori

#### 1) **Análisis a priori.**

Se desarrolló un análisis previo general sobre el concepto de división a partir de sus diversos significados y de algunos problemas derivados de su enseñanza. Se analizó la evolución de los primeros procedimientos para dividir que los niños van desarrollando en el aprendizaje de este algoritmo.

Esto tuvo el propósito de conocer el proceso por el cual los niños aprenden a dividir y se identificaron las variables didácticas que intervienen en este proceso para comprender los procedimientos de solución que pudieran derivarse de la solución de estos problemas con el apoyo de la calculadora.

## 2) Ingeniería didáctica.

Como señalé antes, la ingeniería didáctica con base en la cual se realizó la investigación ya estaba elaborada. Ésta estuvo constituida por 6 lecciones del libro de texto gratuito y 5 fichas del fichero de actividades didácticas. Éstas son las actividades correspondientes a la propuesta oficial para abordar la enseñanza de la división en cuarto grado de la escuela primaria.

Lección	Página
La huerta de Don Fermín	28
La camioneta de Don Fermín	40
Entre 10 y 100	62
Cajeros y clientes	104
El número premiado	108
La máquina de escribir	148

Ficha	No.
¿Cuál es el resultado?	4
¿Cómo cuántos?	9
El recorrido del tren	15
¿Cuánto repartimos?	24
Taller de juguetes	36

Durante el desarrollo de estas actividades, se diseñaron 5 actividades adicionales con el propósito de apoyar los aspectos donde los alumnos mostraron mayores dificultades. Tales aspectos fueron la habilidad de estimación, cálculo mental y manejo de las tablas de multiplicar.

## 3) El trabajo experimental

La aplicación de las actividades se realizó a lo largo de 15 sesiones de trabajo con duración de 1 hora y 30 minutos cada una. Ésta se realizó a lo largo del primer semestre del ciclo escolar 1999 - 2000. Consistió en la resolución de problemas de división planteados en las lecciones y fichas de los documentos anteriormente mencionados, contando para ello con una calculadora. Durante la resolución de tales actividades, los niños fueron desarrollando una serie de estrategias producto de sus esfuerzos por resolver los problemas apoyados en la calculadora. Estas estrategias se encuentran reportadas en el Capítulo II de la segunda parte.



#### 4) El análisis a posteriori

Las principales fuentes para llevar a cabo el análisis una vez que se realizaron las actividades fueron dos: los registros de clase y las hojas de trabajo de los niños.

Una vez que los alumnos terminaban de resolver las actividades, pasaban los resultados a sus libros de texto para que fueran calificados por la maestra de grupo. De esta manera, se conservaron los materiales originales para el análisis posterior.

En los registros de clase, se tomó nota de todo el trabajo realizado en el aula durante la realización de las actividades; desde la organización del grupo hasta la evaluación de los trabajos.

Durante el desarrollo de las actividades, se hizo énfasis a los alumnos para que plasmaran en sus hojas de trabajo todas las operaciones que necesitaran realizar para encontrar la solución de los problemas. Esto permitiría “rastrear” el proceso completo que siguieron los alumnos para encontrar las soluciones a los problemas planteados.

Conforme los alumnos terminaban de resolver los problemas, se les practicaba una entrevista para que explicaran con detalle el o los procedimientos que siguieron para resolver las actividades. Se tomaba nota rigurosa de los pasos que seguían durante la ejecución de los procedimientos que resultaban ser nuevos o diferentes de los demás. Estas notas formaron parte de los registros de clase.

En conjunto, las principales actividades realizadas durante la presente investigación fueron las siguientes:

- ✓ Investigación bibliográfica acerca del tema de la división y de la calculadora para conocer e identificar las principales relaciones implicadas en el algoritmo y, las ventajas y beneficios de la calculadora para el aprendizaje y enseñanza de este algoritmo.
- ✓ Desarrollo de las actividades del libro de texto y del fichero de actividades didácticas elaboradas específicamente para la enseñanza del algoritmo de la división.
- ✓ Diseño de actividades adicionales para apoyar aquellos aspectos donde los alumnos mostraban mayores dificultades.
- ✓ Observación y registro de los procedimientos elaborados por los alumnos en la resolución de las actividades.
- ✓ Entrevistas a determinados alumnos para conocer con detalle los pasos del procedimiento que siguieron al resolver los problemas.

- ✓ Análisis de los registros de clase y de las producciones escritas de los alumnos.
- ✓ Redacción del reporte final de la investigación.

## CAPÍTULO II

### DE LA DIVISIÓN

De los algoritmos básicos, el de la división es considerado el más complejo. Esto se debe a que para su ejecución no sólo intervienen los otros algoritmos, sino toda una gama de relaciones que existen entre sus datos y su contexto, los cuales le dan una variedad de significados. Lo anterior implica dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje.

Para Encarnación Castro y colaboradores (1995) el aprendizaje de la división *es el comienzo de la construcción de una nueva estructura*, y las dificultades que su enseñanza implica se deriva de que:

*Comenzar a trabajar en el producto y en la división exige que el niño tenga un nivel de uso y dominio de los números, que conozca su simbolización, todo ello en un grado más complejo que el caso de la suma y la resta.*

Según diversos investigadores, las principales relaciones que cargan de significado el algoritmo de la división son dos: tipo de estructura semántica y residuo. En este capítulo expondré en qué consisten estas relaciones y algunas otras derivadas de su enseñanza. Cabe señalar que las ideas desarrolladas en este capítulo han sido tomadas principalmente de dos documentos: *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*, Taller para maestros ProNAP (Block et. al. 1995) y *La enseñanza de las operaciones en el primer ciclo*; (Broitman C. 1999).

#### 1. TIPO

Por su estructura semántica, los problemas de división se clasifican en 2 tipos: de **reparto** y **tasativos**<sup>1</sup> o de **agrupamiento**. Para explicar en qué consiste cada uno de ellos se presentan los siguientes ejemplos.

*1. Gaby tiene 32 dulces de chocolate y los va a repartir entre sus 5 amigas en partes iguales. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada una?.*

---

<sup>1</sup> Los problemas tasativos y de agrupamiento corresponde al mismo tipo, son dos formas diferentes de llamar al mismo tipo de problema. A partir de aquí, se las llamará únicamente de agrupamiento.

2. Gaby tiene 32 dulces de chocolate y les va a dar 5 a cada una de sus amigas. ¿A cuántas amigas les puede dar dulces?

Ambos problemas son aritméticamente iguales, los dos se resuelven con la operación  $32 \div 5$ . En los dos casos el resultado es 6 y sobran 2. La diferencia se encuentra en la relación establecida entre sus datos.

En el primer problema se conoce la cantidad de partes (5 amigas) y se pide averiguar el valor de cada parte (cuántos chocolates a cada una). En este problema se relacionan magnitudes de distinto tipo (chocolates y niños) y se trata de **repartir** una en la otra:

32 dulces se reparten entre 5 amigas.

Éstos son los problemas de **Reparto**.

En el segundo problema se conoce el valor de cada parte (5 dulces de chocolates a cada amiga) y se pide averiguar en cuántas partes se puede dividir la colección de 32 (cuántas amigas). En este problema se relacionan dos magnitudes del mismo tipo (dulces de chocolate) y se trata de ver cuántas veces cabe la una en la otra:

cuántas veces 5 dulces “caben” en 32

Éstos son los problemas de **Agrupamiento**.

De acuerdo con C. Broitman (1999), en el proceso de aprender a dividir los niños son muy sensibles a estas diferencias. Para los niños que aún no dominan el procedimiento convencional de la división, en los problemas de reparto pueden utilizar el procedimiento de repartir uno en uno pero, en los problemas de agrupamiento, no es posible utilizar este procedimiento porque no se sabe “entre cuántos repartir”. Por eso, los problemas de agrupamiento favorecen tanto el agrupamiento de objetos como la adición iterada o la resta iterada.

Por esta razón (Broitman;1999):

*los problemas de agrupamiento resultan más complejos que los de reparto, precisamente porque se imposibilita la utilización de la estrategia espontánea más sencilla: el reparto de uno en uno.*

Es importante que los docentes planteen y estimulen la resolución de ambos tipos de problemas, especialmente de aquellos problemas para los cuales los alumnos han encontrado mayores dificultades (Broitman;1999).

*El significado que para los niños tenga una operación, está dado principalmente por los problemas que ellos pueden resolver con esa*

*operación. No es necesario que los niños aprendan a distinguir la estructura de los problemas, ni mucho menos que se aprendan los nombres de esas estructuras. Es con la experiencia en la resolución de problemas diversos que ellos van construyendo poco a poco las relaciones necesarias para saber que corresponde a determinada operación. (La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. ProNAP, 1995).*

## **2. RESIDUO.**

El residuo es otro de los aspectos importantes de la división. El contexto en el que está planteado el problema influye en el significado que tiene el residuo.

El residuo de los problemas de división es de dos tipos: **con residuo cero** y **con residuo diferente de cero**. Los problemas con residuo cero no implica mayormente la resolución del algoritmo pero, los problemas con residuo diferente de cero dan origen a una variedad de significados de acuerdo al planteamiento del problema.

### **a) Lo que sobra se reparte**

La existencia de un residuo no es aceptada por algunos niños –sobre todo de los primeros grados- por lo que algunas veces continúan repartiendo los objetos hasta agotarlos totalmente aunque el reparto no resulte equitativo.

*Por ejemplo: Pedro va a repartir 18 canicas entre él y sus 3 hermanitos. ¿Cuántas canicas le van a tocar a cada uno?.*

Algunos niños podrán responder que les tocan 4 canica cada uno y las dos que sobran se las dan a Pedro quedando un reparto de 4, 4, 4, y 6 porque “*El es quién hace el reparto*”; o bien repartir 5, 5, 4 y 4 porque “*A los niños mayores les tocan más*”; etc.

Cuando los repartos no son equitativos, los argumentos que ofrecen para justificar sus respuestas son tan diversos como lo es la imaginación del propio niño, el contexto del problema, la cultura regional etc.

Otro caso puede ser el siguiente.

*Ejemplo: Tenemos 80 pantalones para repartirlos entre 9 personas. A cada una le debe tocar la misma cantidad. ¿Cuántos pantalones le tocarán a cada persona?*

Cuando existe un residuo “grande” (casi igual que el divisor) los niños se resisten a dejar tantos objetos sin repartir (8) sólo porque hace falta uno más para que a todos los toque igual (9 pantalones). Desde el punto de vista de los niños ¡tienen razón!, es mejor

que se aprovechen los 8 pantalones que sobran a que se desperdicien porque sólo hace falta uno.

El maestro debe intervenir a fin hacer explícita la condición de los problemas de división *repartir en partes iguales* sin importar los criterios personales.

#### **b) Lo que sobra, a veces se puede seguir repartiendo y a veces no.**

En el caso anterior se dijo que los niños reparten el residuo dando origen a repartos no equitativos, pero algunas veces, el residuo se puede seguir repartiendo y el reparto sí puede resultar equitativo.

Ejemplo: *Gaby tiene 22 barras de chocolates. Las quiere repartir entre sus 4 amigas en partes iguales. ¿Cuántos chocolates le dará a cada una de sus amigas?*

Gaby le da a cada una de sus amigas 5 barras de chocolate y sobran 2 barras. Entonces parte a la mitad las dos barras que sobran y da una mitad a cada una de sus amigas. El resultado es que a cada amiga le tocan 5 barras de chocolate más una mitad. En este reparto no existe residuo y el reparto es equitativo.

**Pero a veces el residuo no se puede repartir.**

Ejemplo: *Gaby tiene 22 globos. Los quiere repartir entre sus 4 amigas en partes iguales. ¿Cuántos globos le dará a cada una de sus amigas?*

En este caso no es posible seguir repartiendo el residuo porque significa romper -y por lo tanto desperdiciar- los dos globos que sobran. Entonces Gaby tiene dos opciones: 1) seguir repartiendo el residuo aunque resulta en un reparto no equitativo o 2) dejar los dos globos sin repartir. En el último caso, los dos globos son el residuo pero, algunos niños pueden argumentar que hay un “faltante” de dos globos para que a todas les toque igual: de 6 globos.

#### **c) Lo que sobra determina el resultado**

En algunos casos el residuo modifica el resultado o cociente del problema.

Ejemplo: *Los alumnos de los dos cuartos grados suman 80 niños. Van a visitar el Zoológico y para trasladarse van a alquilar algunas combis. En cada combi caben 14 niños. ¿Cuántas combis se necesitan alquilar para transportar a todos los niños al zoológico?*

Al efectuar la operación 80 entre 14 arroja un cociente de 5 y un residuo de 10. Muchos niños podrán decir que se necesitan alquilar 5 combis, sin mirar siquiera el

residuo. Al preguntarles que pasaría con los diez niños que sobran, tendrían que llegar a la conclusión de que es necesario alquilar una combi más para que los 10 niños que sobran puedan ir también al zoológico.

La existencia de este residuo modifica el cociente al ser necesario alquilar otra combi. La respuesta correcta a este problema sería entonces 6 combis y no 5 como lo indica el resultado de la operación.

Otro ejemplo: *Jaime tiene que trabajar 33 horas esta semana. ¿Cuántas horas tiene que trabajar por día si quiere ir solamente 6 días y trabajar todos los días la misma cantidad de horas?*

Al realizar la operación  $33 \div 6$  se obtiene como resultado 5.5. Esto significa que Jaime tiene que trabajar 5 horas y 30 minutos por día. El .5 equivale a la mitad de 1 hora, es decir 30 minutos, y no a la mitad de una décima parte como es más común pensar.

Las aplicaciones “ciegas” del algoritmo llevan a encontrar respuestas incorrectas a los problemas a pesar de haberse elegido el algoritmo adecuado y haberlo resuelto correctamente. Por lo tanto, se hace necesario verificar si el resultado obtenido es en verdad la solución al problema planteado.

Con relación a este aspecto I. Saiz (1994) aclara que:

*La tendencia a la economía, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, favorece el recurso a los “automatismos” (aplicación de algoritmos) que en general son acompañados por una pérdida del sentido, es decir, por la incapacidad de imaginar diferentes opciones, de controlar el resultado etc.*

*Todo esto nos habla de un posible reconocimiento como problema de división a partir de “índices” o palabras inductoras del texto, suficiente para seleccionar la operación y realizarla, pero sin ningún control sobre el procedimiento y sin involucrarse en el problema, lo que permitiría al niño al menos comprobar si el número dado corresponde a la respuesta del problema o no.*

Esto permitirá trabajar en el significado del reparto equitativo que subyace al algoritmo de la división y permitirá a su vez a los niños evolucionar en el dominio o manejo del algoritmo.

Broitman C. (1999), señala al respecto que:

*Cuando los niños dominan el algoritmo de la división, es interesante retomar este tipo de problemas para que tomen conciencia de que no alcanza “con hacer la cuenta” para resolverlo. Frecuentemente se presentan problemas en los que la respuesta está dada por el cociente. En*



*este caso no es suficiente con averiguar el cociente para saber el resultado del problema. Es necesario un paso más: analizar que sucede con el resto.*

Generalmente, los maestros no consideran estos aspectos referentes a los significados del residuo en el momento de enseñar la división. Sin embargo, los alumnos sí centran su atención en ellos.

Estas son a grandes rasgos, sólo algunas de las relaciones más importantes que contienen los problemas de división y que los maestros deben de tomar en cuenta para el planteamiento de este tipo de problemas.

Existen otras relaciones aún más complejas que se encuentran presentes en los problemas de división y que han sido analizadas por investigadores como G. Vergnaud (1985) y Carlos Maza Gómez (1991) pero que, precisamente por su grado de complejidad, no son abordados en este trabajo de investigación.

### **3. OTRAS DIFICULTADES RELACIONADAS CON LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA DIVISIÓN.**

#### **a) Las palabras clave “falsos amigos”.**

Derivada de un modelo de enseñanza, donde la técnica operatoria de los algoritmos se enseña por separada de la resolución del problema, los alumnos enfrentan serias dificultades para que, ante un determinado problema por resolver, elijan el algoritmo adecuado para resolverlo.

Una estrategia muy común entre los niños -que ha sido reportada por algunos investigadores-, consiste en identificar en el planteamiento del problema la palabra “clave”, que les da la pista para saber con que algoritmo va a poder resolver ese problema.

Las asociaciones entre la palabra clave y el algoritmo que le corresponde, que los niños han identificado, son las siguientes:

- “más”, “total”, “aumentó”, el problema es de suma,
- “menos”, “quitó”, “perdió”, “quedan”, el problema es de resta,
- “por”, el problema es de multiplicación,
- “entre”, “repartió”, “tocan a cada uno”, el problema es de división.

Esta estrategia funciona en algunos casos pero no en todos, cuando se plantean los problemas con términos distintos a los usados como “pistas” y, cuando se usan diferentes estructuras semánticas, muchos alumnos no logran seleccionar la operación



adecuada y tratan por medio del ensayo y el error encontrar la operación que resolverá el problema.

Es necesario que los niños reflexionen sobre las relaciones presentes entre los datos del problema, para identificar sin mayores ambigüedades la operación que se requiere aplicar para resolverlo exitosamente. De acuerdo con Brousseau (1994):

*El sentido de los conocimientos matemáticos está dado por las múltiples interacciones del niño con un problema por resolver, por los razonamientos y pruebas a que da lugar, por las formulaciones y formalizaciones que se llevan a cabo para manipularlo y comunicarlo, por los errores o caminos largos que se evita.*

*En la enseñanza, este camino largo ha tendido a ser “ahorrado”, limitando con ello la posibilidad de construir las técnicas como herramientas significativas. Entonces, es posible decir que la dificultad de los alumnos en la selección de una operación, radica en que la lógica de la adquisición de la técnica operatoria excluyó desde el principio toda huella de la trama de los problemas en los que la operación cobra sentido. Esta separación entre las técnicas y los problemas en los que éstas cobran sentido como herramientas es posiblemente el origen mismo de la dificultad para vincularlos en el momento mismo de resolver problemas.*

**b) No-correspondencia de la secuencia fonética con la ubicación de los términos en el algoritmo.**

Esta dificultad se origina por la forma de representar los datos en el algoritmo formal de la división (con la “casita”).

*Ejemplo: Gaby tiene 32 dulces de chocolate y los va a repartir entre sus 5 amigas en partes iguales. ¿Cuántos dulces le tocará a cada una?*

La secuencia de nuestro sistema de escritura es de izquierda a derecha, por lo tanto -según han señalado algunos investigadores (Mariño 1983)-, cuando los niños escriben el algoritmo convencional de la división lo hacen escribiendo las cantidades en el orden establecido en la secuencia fonética. Esto sucede principalmente cuando los niños empiezan a escribir la división con la “casita”. Así, cuando deben representar los datos del problema con el algoritmo convencional, la posición del dividendo y del divisor quedan invertidas:

$$32 \overline{)5}$$

Es necesario propiciar un intenso trabajo de reflexión en los niños, que les permita identificar la posición correcta del dividendo y del divisor dentro del algoritmo convencional, independientemente del lugar que ocupen en la secuencia fonética en el planteamiento del problema.

### c) Los problemas con el cero.

El uso del cero siempre ha implicado dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje en el sistema de numeración y en las operaciones básicas. El concepto de ausencia de cantidad fue difícil de construir para la humanidad y lo sigue siendo para los niños que inician su aprendizaje matemático, sobre todo, en los primeros grados.

Algunas de las dificultades derivadas de la existencia de ceros en las cifras de la división, son las siguientes:

- i. Cuando en un cociente resulta un cero, los niños tienden a no escribirlo y continúan con el procedimiento.
- ii. En otros casos, los niños eliminan el cero sin importar su posición en la cifra, ya sea del divisor o del dividendo (el cero no tiene valor).

### d) Divisores grandes con más de 1 cifra.

Los divisores con más de una cifra provocan ciertas dificultades a los alumnos para la resolución de la operación.

- a. Por ejemplo; en la división  $293 \div 24$ , los niños pueden dividir alternativamente entre los dos números del divisor: 2 y 4.
- b. Sólo tomar en cuenta la primera cifra del divisor e ignoran las demás. Por ejemplo en la división  $775 \div 423$ , al divisor 423 lo transforman en 4.

### e) Los números fraccionarios.

La aparición de números fraccionarios en la división genera grandes dificultades a los niños para poder resolverla.

- a. Cuando el cociente es un número fraccionario, los niños eliminan la fracción y toman únicamente el número entero como resultado. Esto, algunas de las veces conduce a una respuesta incompleta o equivocada.
- b. Cuando el dividendo o el divisor es un número fraccionario, se dificulta considerablemente la ejecución del algoritmo.

Como en el caso anterior, no es posible agotar en este apartado, todas las dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje de la división. La intención es más bien, reconocer a la división como lo que es: **una operación compleja**. Por lo tanto, la

planeación de las actividades encaminadas a su enseñanza debe realizarse cuidadosamente tomando en cuenta éstos y otros aspectos implicados en ella.

Esta breve presentación de la problemática presente en la división, tiene por objetivo a corto plazo, reconocer las dificultades que pudieran presentarse durante la aplicación de las actividades y poder apoyar a los niños en la resolución de los problemas.

## CAPÍTULO III:

### DE LOS PROCEDIMIENTOS PARA DIVIDIR

#### 1. INTRODUCCIÓN.

La lógica infantil obedece a razones, muchas veces diferentes de la de los adultos pero coherentes en resultados. Esto se puede observar en algunas respuestas que los niños dan a ciertas situaciones problemáticas empleando procedimientos informales acordes a su desarrollo conceptual. Las investigaciones realizadas –principalmente en psicología y pedagogía- para conocer cómo los niños construyen sus conocimientos han permitido comprender esta lógica infantil.

Durante sus actividades cotidianas y recreativas; en la calle, en su casa, en la escuela; con sus amigos, etc.; los niños se han visto ante la necesidad de resolver algunas situaciones “problemáticas” dándoles solución, algunas de las veces, de las formas más inesperadas y sorprendentes. En la introducción del Libro para el maestro Matemáticas primer grado, se puede leer unas notas con relación a este proceso:

*Antes de ingresar a la escuela los niños ya tienen ciertas experiencias matemáticas: cuentan sus pequeñas colecciones de objetos y operan con pequeñas cantidades de dinero; usan los primeros números en sus juegos y en otras actividades cotidianas; han visto números escritos en el mercado, la tienda o el calendario; hacen dibujos en los que representan su entorno, su familia su casa, sus muebles, sus juguetes y juegan con objetos de diversas formas. Con estas experiencias han adquirido conocimientos y construido hipótesis sobre algunos aspectos de las matemáticas que son la base sobre la que desarrollarán conocimientos matemáticos más formales.*

Por lo tanto, cuando los niños ingresan a la escuela primaria, no son como hojas de papel en blanco, sino que llevan consigo una gran cantidad de aprendizajes (experiencias) adquiridos como producto de la interacción con su medio ambiente. Estas experiencias constituyen la base para la adquisición de sus aprendizajes escolares.

Así, cuando en la escuela se les plantean problemas, son capaces de encontrar respuestas para los que todavía no conocen el procedimiento convencional, pero que sin embargo, aplicando sus aprendizajes informales, pueden resolver la situación.

*Los niños pueden resolver problemas que los maestros no les hemos enseñado porque han construido, en su experiencia cotidiana, estrategias y*

*conocimientos matemáticos que les permiten resolver muchas de las situaciones que enfrentan* (Ávila A. 1994).

Considerando lo anterior, se presentan a continuación unos esquemas con los primeros procedimientos para dividir que, a lo largo de todo un proceso (que puede durar varios años), los niños van desarrollando para arribar finalmente a la apropiación del procedimiento convencional de la división. Para tal efecto, se toman como base tres reportes de investigación que han desarrollado su trabajo sobre este tema:

- *Los niños también cuentan*, Alicia Ávila Storer (1994).
- *Introducción a la noción de división en la escuela primaria. Un estudio didáctico*, Eva Moreno Sánchez (1996).
- *Las operaciones en el primer ciclo*, Claudia Broitman (1999).

Es conveniente aclarar que, ni todos los niños pasan puntualmente por cada una de las estrategias que se describen a continuación, ni lo hacen en el orden en que son presentadas aquí. Sino más bien, aunque siguen un proceso similar, pueden variar en cada niño y desarrollar o emplear más de una estrategia a un mismo tiempo y/o ignorar otras. Esto depende en buena medida de la situación a la que se enfrenten.

Por último, el desarrollo de los procedimientos para dividir se construye a lo largo de varios años y esto se produce básicamente a partir de la interacción con los problemas de división. Los procedimientos que a continuación se presentan, son utilizados por los alumnos desde el primer grado hasta por incluso alumnos de secundaria. Éstos procedimientos muestran un proceso evolutivo que va de formas rudimentarias de repartir hasta el dominio o manejo del procedimiento convencional.

## **2. LOS PRIMEROS PROCEDIMIENTOS PARA DIVIDIR.**

Los siguientes tres cuadros permiten observar la evolución de los procedimientos para resolver problemas de división que los niños van desarrollando durante su proceso de aprendizaje. Cada cuadro corresponde a cada una de las investigaciones mencionadas anteriormente.

El propósito de presentar estos cuadros, es analizar las semejanzas o igualdades entre los procedimientos que se encuentran reportados en las investigaciones mencionadas. El objetivo es reconocer el “camino” que en forma no convencional siguen los niños en su proceso de aprender a dividir que ha sido reportado por distintos investigadores.

Los procedimientos descritos en la investigación realizada por Alicia Ávila en el capítulo III “*Los niños construyen estrategias para dividir*” son los siguientes:

- |   |
|---|
| <p><b>A).- Estrategias descriptivas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Repartos de uno en uno.</li> <li>➤ Suma iterada del divisor.</li> </ul> <p><b>B).- Estrategias constructivas.</b></p> <p><b>C).- Prueba del cociente hipotético.</b></p> <p><b>D).- Uso del algoritmo convencional.</b></p> |
|---|

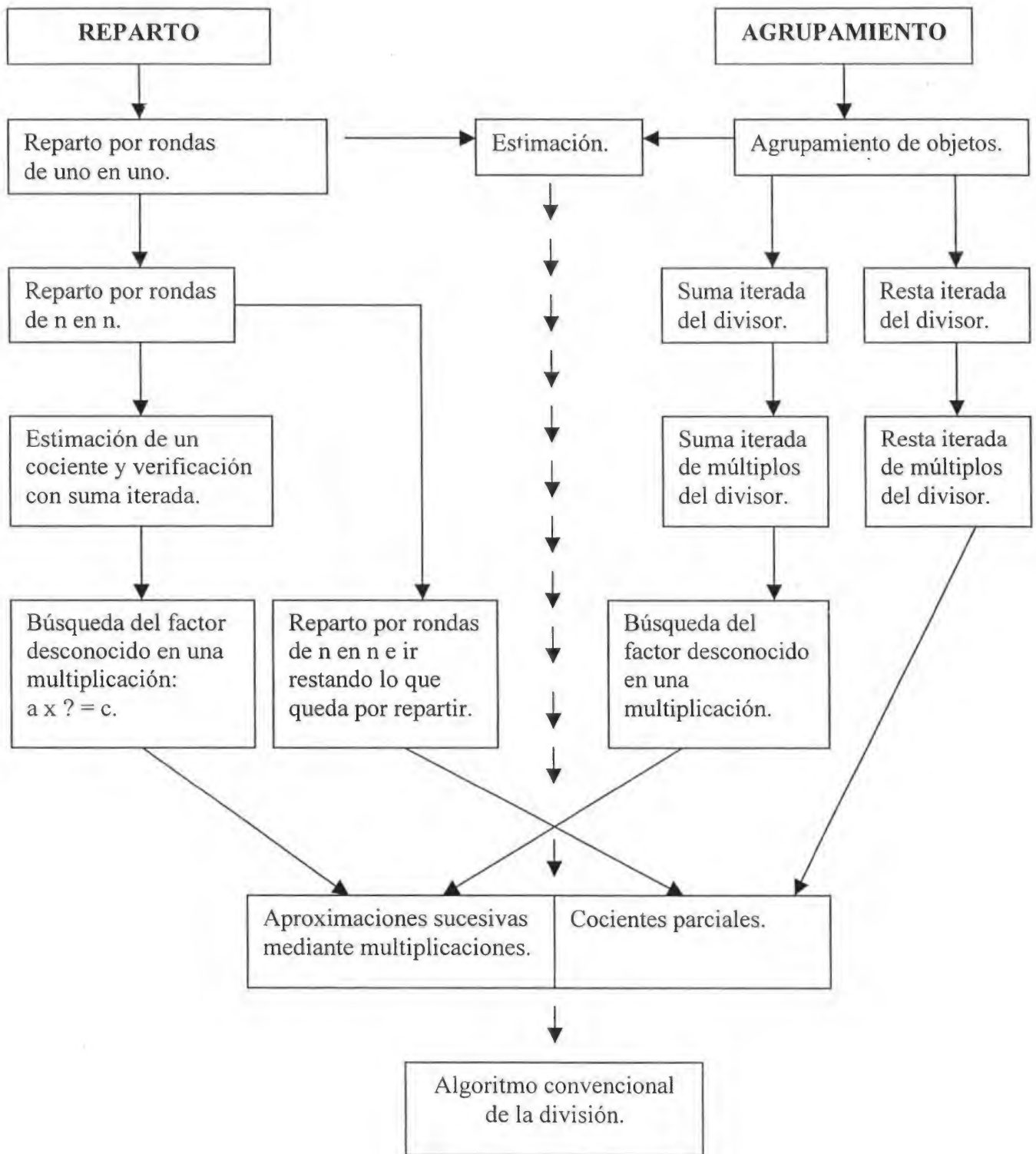
**Cuadro No. 1. Procedimientos para dividir reportados por A. Ávila.**

Los procedimientos descritos en la investigación realizada por Claudia Broitman en el capítulo 5 “*La enseñanza de la división en los primeros grados*” son los siguientes:

- |   |
|---|
| <p><b>A) Reparto uno a uno (conteo, dibujos, unir con líneas).</b></p> <p><b>B) Sumas iteradas.</b></p> <p><b>C) Restas iteradas.</b></p> <p><b>D) Método de probar con números.</b></p> <p><b>E) Método de multiplicar a partir de ...</b></p> <p><b>F) La cuenta.</b></p> |
|---|

**Cuadro No. 2. Procedimientos para dividir reportados por C. Broitman.**

Finalmente, en el siguiente cuadro se presentan los procedimientos descritos en la investigación realizada por Eva Moreno. Lo que distingue a esta investigación de las dos anteriores, es la clasificación mas detallada y por separado que hace de los procedimientos espontáneos de reparto y de agrupamiento. Estos procedimientos, finalmente convergen hacia otros más elaborados que culminan en el aprendizaje del algoritmo formal de la división.



Cuadro 3. Procedimientos desarrollados por los niños para resolver problemas de división reportados en la tesis Eva Moreno.



### 3. ALGUNAS SEMEJANZAS ENTRE LOS PROCEDIMIENTOS PARA DIVIDIR DE LAS INVESTIGACIONES REALIZADAS.

En los cuadros anteriores se muestra en forma evidente la semejanza entre los procedimientos reportados en una y otra investigación.

He clasificado estos procedimientos en tres bloques considerando rasgos que son comunes en cada etapa. En el primer bloque se encuentran los primeros procedimientos que los niños utilizan para resolver los problemas de división. Las estrategias principales son los repartos uno a uno y el uso de dibujos. Estos son los procedimientos más elementales, pero son sin embargo, los que constituyen la base para la construcción de un algoritmo formal con significado.

En el segundo bloque encontramos procedimientos más elaborados donde los cálculos son principalmente numéricos y la estrategia principal es la iteración de cantidades. Finalmente, en el tercer bloque encontramos los procedimientos que son el antecedente inmediato del algoritmo formal: la estimación de cocientes y la búsqueda del cociente por medio de estrategias multiplicativas.

Bloque I). Los procedimientos más alejados de lo formal que emplean los niños para resolver problemas de división y que están registrados en los tres reportes de investigación son los siguientes:

- Ávila A. en las *Estrategias descriptivas*, identifica para los problemas de reparto el procedimiento de *reparto uno a uno* y para los problemas de agrupamiento la *suma iterada del divisor*. En el primer procedimiento, los alumnos se apoyan principalmente en repartos con materiales concretos y en representaciones gráficas (dibujos) y para los problemas de agrupamiento en cálculos escritos.
- Broitman C. identifica los procedimientos de *reparto uno a uno* donde los alumnos se apoyan en conteos, dibujos y unir con líneas; *las sumas iteradas* y *las restas iteradas*.
- Moreno E. identifica en los problemas de reparto: *el reparto por rondas de uno en uno* y en los problemas de agrupamiento: *el agrupamiento de objetos, la suma iterada del divisor y la resta iterada del divisor*.



Bloque II). Cuando los procedimientos anteriores dejan de ser eficaces para resolver los problemas -porque las cifras se vuelven más “grandes”-, los alumnos desarrollan procedimientos más avanzados como los siguientes:

- Ávila A. en las *Estrategias constructivas* identifica la utilización de **múltiplos** y la **duplicación** de cantidades. Estos procedimientos permiten la construcción de estrategias multiplicativas.
- Broitman C. identifica el **método de probar con números** como una estrategia donde los alumnos estiman que pueden dar más de uno a cada uno y hacen repartos en pequeños subgrupos.
- E. Moreno. identifica en esta fase los siguientes procedimientos: para los problemas de reparto el **reparto por rondas de  $n$  en  $n$ , estimación de un cociente y verificación con suma iterada y reparto por rondas de  $n$  en  $n$  e ir restando lo que queda por repartir** y para los problemas de agrupamiento **suma iterada de múltiplos del divisor y resta iterada de múltiplos del divisor**.

Bloque III). Los procedimientos clasificados en el bloque II siguen evolucionando hacia otros cada vez más elaborados, principalmente porque el planteamiento de nuevos problemas exige a los niños ir modificando las estrategias que ya dominan. En esta fase del proceso se encuentran los siguientes procedimientos que son el antecedente inmediato del procedimiento convencional:

- Ávila A. en la *Prueba del cociente hipotético* identifica el procedimiento de la búsqueda de un factor (**hipotetización de un cociente**) que les permita encontrar un resultado igual o aproximado al dividendo a través de una multiplicación.
- Broitman C. en el **método de multiplicar a partir de ...** reporta que los niños resuelven problemas de división a través de la **búsqueda de productos cercanos**.
- Moreno E. identifica el procedimiento **búsqueda del factor desconocido en una multiplicación** (presente en problemas de reparto y agrupamiento) que deriva a su vez en el procedimiento de **aproximaciones sucesivas mediante multiplicaciones** y el procedimiento de **cocientes parciales** que se deriva a su vez del **reparto por rondas de  $n$  en  $n$**  (reparto) y de la **resta iterada de múltiplos del divisor** (agrupamiento).

Clasificados en estos “bloques evolutivos”, resulta obvia la igualdad entre los procedimientos registrados en las tres investigaciones. Si se toma en cuenta que estas investigaciones fueron realizadas en tiempos, contextos y espacios diferentes, se confirma que el proceso de construcción de estructuras matemáticas, sigue un “camino” similar en todos los niños.

#### **4. IMPORTANCIA DE LOS PROCEDIMIENTOS ESPONTÁNEOS PARA DIVIDIR.**

¿Cuál fue la importancia de haber presentado este breve análisis de los procedimientos que van desarrollando los niños en su proceso de aprendizaje del algoritmo de la división?. La respuesta se presenta desde dos perspectivas:

- a) **Conocer e identificar el proceso natural que siguen los niños en su proceso de aprender a dividir, y**
- b) **Justificar –una vez más- la introducción de la calculadora electrónica de bolsillo para apoyar este proceso.**

Expliquemos con mas detalle cada una de estas respuestas.

- a) **Conocer e identificar el proceso natural que siguen los niños en su proceso de aprender a dividir.**

Conocer e identificar los procedimientos espontáneos que los niños van desarrollando durante el proceso de aprendizaje de la división, es importante porque constituyen la base a partir de los cuales se deben diseñar las situaciones didácticas que permitan la evolución de estos procedimientos hacia el aprendizaje convencional de la división con significado.

Numerosas investigaciones han reportado la importancia de que partir de las producciones propias de los niños les permite cargar de significado los algoritmos y así poder utilizarlos correctamente para la resolución de problemas.

Si se pretende que a través de las actividades que se proponen en la escuela, los conocimientos matemáticos sean para los alumnos, las herramientas que les permitan resolver las situaciones problemáticas que se les presenten, esto solo podrá lograrse, cuando los conocimientos escolares se complementen con los procedimientos que ya han desarrollado y que han experimentado con anterioridad. Como lo dice el Libro para el maestro Matemáticas Segundo grado:

*Dichas situaciones, que los niños resolverán al principio con los procedimientos propios son los que darán significado a los conocimientos más formales que la escuela proporciona.*

La relación entre los procedimientos desarrollados por los alumnos y los procedimientos enseñados en la escuela, les permitirá manejar y comprender los algoritmos convencionales.

*De esta manera los alumnos comprenderán que los algoritmos convencionales son herramientas flexibles y adaptables que les permitirán resolver de una forma más económica, es decir, con más facilidad y rapidez, los mismos problemas que resolvían con estrategias largas y muchas veces más complicadas.*

Una recomendación fundamental en relación con el enfoque de la matemática y el aprendizaje de las operaciones básicas es **permitir a los niños utilizar sus propios procedimientos y estrategias**. Esta recomendación se encuentra en el Libro para el maestro Matemáticas Tercer grado.

*En un principio se espera que los alumnos resuelvan los problemas que se les planteen, sin imponérseles restricciones, sumando, contando, haciendo rayitas o dibujos, mediante cálculo mental, u otros procedimientos que utilicen espontáneamente. De esta manera paulatina, a través del diálogo entre los compañeros, el maestro y el libro de texto, los niños encontraran estrategias más económicas y cercanas a las convencionales. Mediante este proceso se espera que las expresiones matemáticas y los algoritmos de cálculo convencionales tengan sentido y funcionalidad para los niños.*

En fin, de esta manera el maestro no sólo podrá conocer este proceso y apoyar al alumno para que adquiera un aprendizaje con significado y sea por lo tanto funcional, sino **respetar** este proceso y no adoptar actitudes de rechazo y algunas veces hasta de desprecio a los esfuerzos que realizan los niños en sus intentos por resolver los problemas empleando procedimientos que el maestro no comprende y que invalida con una “X” ó un *¡Está mal!, ¡Vuélvelo hacer!*.

**b) Justificar la introducción de la calculadora electrónica de bolsillo para apoyar este proceso.**

Tal vez sea prudente aclarar que, el objetivo original de la presente investigación era identificar los procedimientos espontáneos que los niños van construyendo durante el proceso de aprendizaje del algoritmo de la división para que, a partir de ellos, diseñar una propuesta de enseñanza que facilitara el aprendizaje de este complejo algoritmo. Pero, durante el proceso de investigación bibliográfica, encontré que este tipo de investigación ya había sido realizado por las autoras mencionadas anteriormente.

Sin embargo, conservando el interés por el tema y como producto de algunas observaciones realizadas a niños de tercero y cuarto grado al resolver problemas de división, decidí continuar la misma investigación con la variante del uso de la calculadora para resolver estos mismos problemas.

Durante el primer semestre del año escolar 1998-1999 asistí a un grupo de tercer grado de una escuela pública del D. F. a observar cómo los niños resuelven los problemas de división planteados en las lecciones del libro de texto donde se aborda la enseñanza de este contenido.

Ante la situación de resolver algunos problemas de división, los alumnos emplearon procedimientos como los reportados en las investigaciones anteriores: *repartos uno a uno*, *sumas iteradas*, *restas iteradas*, *multiplicaciones*, etc., incluso, hasta intentos del algoritmo formal de la división.

Estos son algunos ejemplos de los procedimientos no convencionales que alumnos de tercer grado utilizaron para resolver un mismo problema.

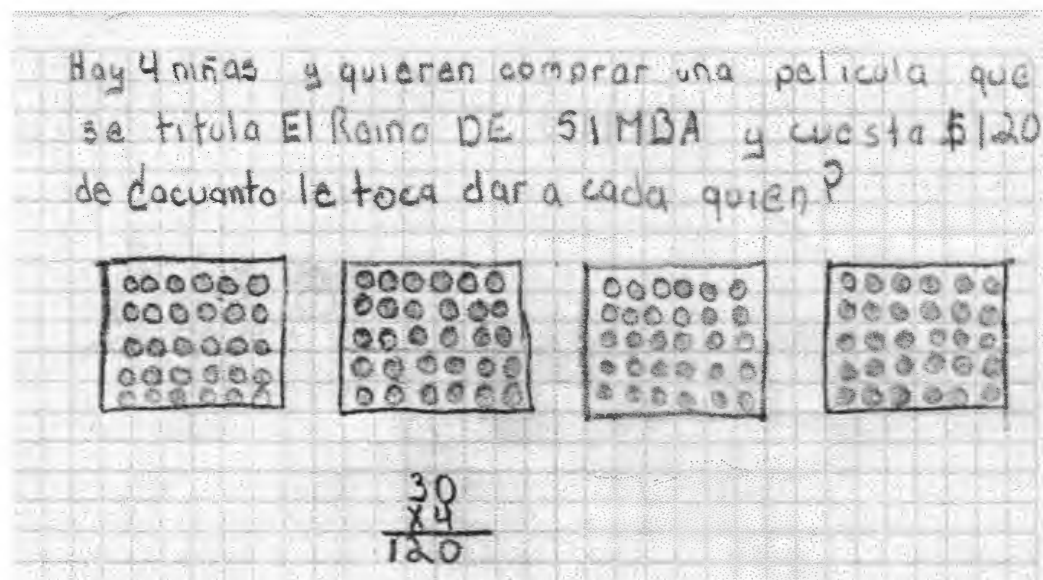


Figura 4. Reparto uno a uno en arreglo rectangular con multiplicación

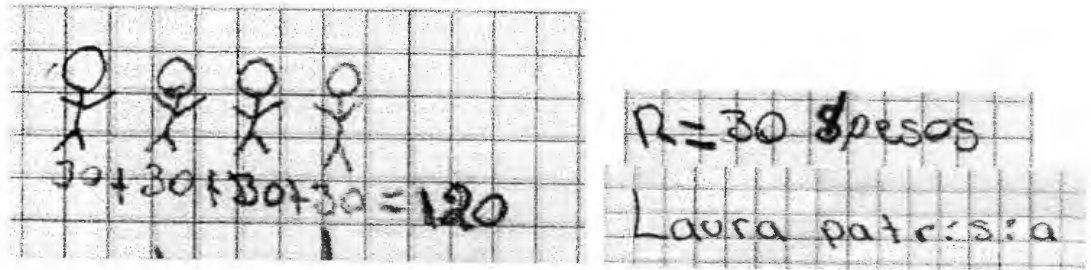


Figura 5. Suma iterada con representación gráfica.

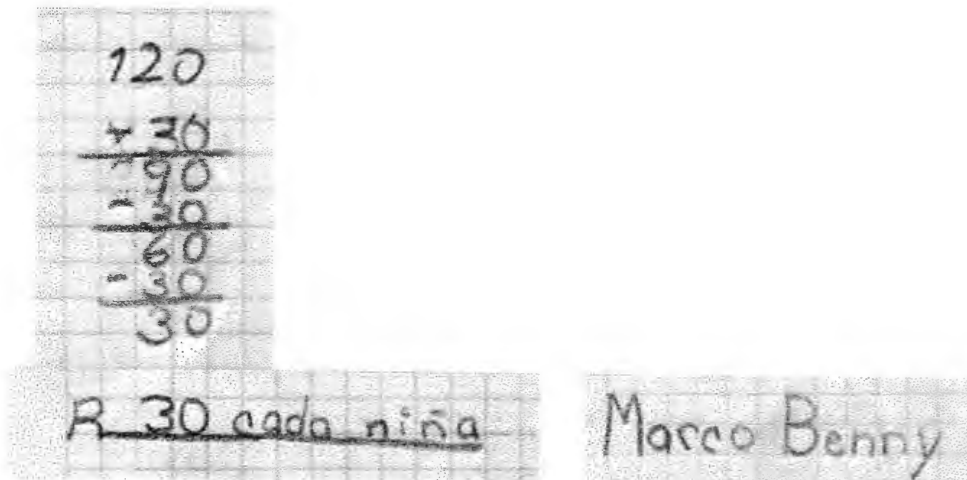


Figura 6. Resta iterada puramente numérica.

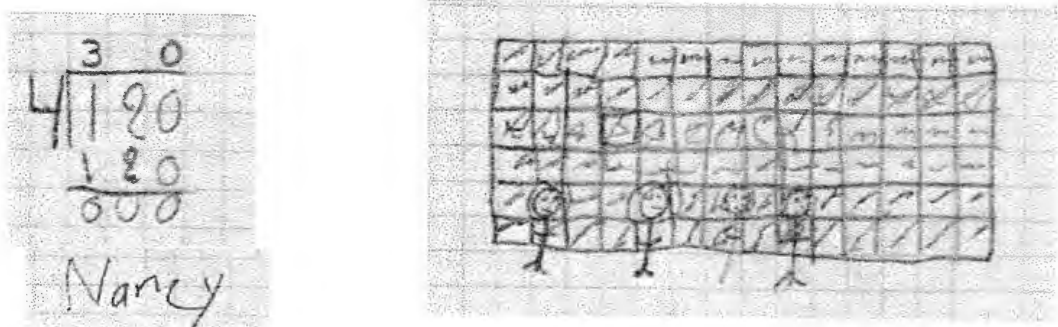


Figura 7. Algoritmo de la división con representación gráfica.

En las hojas de trabajo de los alumnos se encuentran registrados mucho procedimientos como éstos. Los alumnos utilizaron varios de los procedimientos reportados en las investigaciones mencionadas en este capítulo. Ellos no sólo emplearon procedimientos similares, sino que emplearon más de uno al mismo tiempo y en forma combinada.

La utilización de estas formas de solución con las reportadas por diversos investigadores, es muestra de la regularidad en las formas espontáneas para resolver los problemas de división que desarrollan los alumnos durante este proceso.

Es importante notar que los procedimientos más alejados de lo formal, siguen siendo un recurso muy utilizado por los niños, aún cuando algunos ya estén empleando el algoritmo formal. Los algoritmos informales siguen siendo utilizados incluso por alumnos de los grados superiores, cuando el contexto o la complejidad del problema les hace sentir que con esos procedimientos les será más fácil encontrar la solución.

En el segundo semestre del mismo año escolar, realicé otras observaciones en un grupo de cuarto grado. La dinámica y el objetivo fueron los mismos: observar y registrar los procedimientos que los niños emplean en forma espontánea al resolver problemas de división planteados en las actividades de las lecciones del libro de texto que abordan el contenido de la división.

En cuarto grado, los alumnos ya sabían escribir la división con la “casita” pero muchos de ellos, tenían dificultades para aplicarla por lo que, entre los recursos de varios alumnos destacan los procedimientos no convencionales.

En las primeras lecciones de cuarto grado los niños emplearon la suma iterada y la estimación de cocientes por medio de multiplicaciones como los procedimientos favoritos para resolver los problemas. La suma iterada siguió siendo el recurso más valioso para muchos niños que aún no lograban avanzar en el dominio de este algoritmo, y que incluso a finales de cuarto grado todavía no lograban dominar (ver las figuras 6 y 7 de las páginas siguientes).

Tan sólo para resolver una de estas lecciones, los alumnos emplearon aproximadamente dos horas de trabajo, durante las cuales realizaron un sinnúmero de operaciones aritméticas llenando hojas completas de sus cuadernos. Esto finalmente los fatigó a tal grado que confundieron los resultados y les dificultó la resolución correcta de los problemas. Lo que más preocupó a los alumnos durante la resolución de los problemas, fue la ejecución correcta de los algoritmos, por lo que su atención se centró en ello y se olvidaron del contexto del problema. Esto, en muchos de los casos les dificultó encontrar la respuesta correcta de la actividad. El concepto de división se pierde entre operaciones de sumas, restas y multiplicaciones que los niños realizan durante la búsqueda de la solución.







El uso excesivo de los procedimientos informales para resolver los problemas de división, pero sobre todo la numerosa cantidad de operaciones que realizaron en sus hojas de trabajo (“sumas kilométricas” y un “montón” de multiplicaciones), me mostró la conveniencia de apoyar la realización de estas operaciones con la calculadora electrónica de bolsillo para apoyar y agilizar el trabajo de los alumnos.

Considero que la calculadora puede convertirse en un valioso auxiliar didáctico para apoyar tanto al maestro como al alumno en el proceso enseñanza y aprendizaje de la división. Entre las ventajas que su uso representa para los alumnos podemos mencionar las siguientes:

- evita la fatiga al no tener que realizar tantas operaciones escritas,
- libera la realización de cálculos complejos
- tendrán más tiempo para reflexionar en el contexto del problema,
- se despierta su interés y motivación para realizar las actividades,
- habrá agilidad y por lo tanto ahorro de tiempo en la realización de las operaciones,

## **CAPÍTULO IV:**

# **LA PROPUESTA OFICIAL PARA LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN Y LA CALCULADORA ELECTRÓNICA DE BOLSILLO.**

En este capítulo, presento en forma general la propuesta oficial para la enseñanza de la división y algunos aspectos relacionados con la utilización de la calculadora electrónica de bolsillo como un recurso didáctico para la resolución de problemas de división.

### **1. LA PROPUESTA OFICIAL PARA LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.**

El objetivo de presentar la Propuesta oficial para la enseñanza de la división es ofrecer al lector un panorama general, que le permita tener una visión completa del proceso para su enseñanza en la escuela primaria.

Para tal efecto, se presentan los contenidos del Plan y Programa de estudio y del Avance programático, las recomendaciones didácticas del Libro para el maestro, las fichas del Fichero de actividades didácticas y las lecciones del Libro de texto, que abordan la enseñanza de la división de 1° a 6° grados.

#### **a) EL PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIO 1993.**

En primer grado no hay algún contenido específico para la enseñanza de la división sin embargo, los contenidos sobre el concepto de número y las operaciones de suma y resta, constituyen la base de los conocimientos matemáticos necesarios para un posterior aprendizaje de la misma. El contenido más relacionado con la enseñanza de la división es el siguiente:

- *Planteamiento y resolución de problemas sencillos de suma y resta mediante diversos procedimientos sin hacer transformaciones.*

**En segundo grado;** se continúa trabajando sobre los mismos contenidos del grado anterior y se incluye además la operación de multiplicación. El contenido más relacionado con la división es

- *Planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos.*

En este primer ciclo, la actividad básica para el aprendizaje de la división es: la resolución de problemas empleando diversos procedimientos entre ellos el reparto de objetos.

**En tercer grado;** se inicia la secuencia didáctica para la enseñanza y el aprendizaje del procedimiento convencional de la división. Los contenidos relacionados con ella son:

- *Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo, soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación).*
- *Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra.*

**En cuarto grado;** los contenidos relacionados con este mismo tema, son los siguientes:

- *Planteamiento y resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos.*
- *Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras.*

**En quinto y sexto grados;** se plantea a los alumnos la resolución de situaciones problemáticas donde tengan que emplear la división. Las situaciones problemáticas planteadas en estos textos no son específicas para el aprendizaje de la división sino que, para la adquisición de otros conocimientos matemáticos es necesario saber dividir (por ejemplo: calcular áreas y volúmenes). Se supone que los alumnos de estos grados ya saben dividir, pero en muchos de los casos esto no es verdad, es común que una considerable cantidad de niños egresen de la escuela primaria, sin haber adquirido este conocimiento. Esta es una de las razones fundamentales de donde nació la inquietud por realizar una investigación que pudiera de alguna manera, contribuir a la solución de esta problemática que afecta a los estudiantes de nuestras escuelas.

Los contenidos curriculares contemplados en el **Avance programático** que se refieren a la enseñanza de la división, indican una secuencia que inicia en el primer grado y culmina en cuarto grado. En quinto y sexto grado se continúa trabajando este tema pero en forma indirecta.



La secuencia de los contenidos para la enseñanza de la división por grado y por bloque en el Avance Programático, se encuentran en el anexo No. 13.

## **b) EL LIBRO PARA EL MAESTRO.**

❖ En el **Libro para el maestro Matemáticas Primer grado**; en el eje temático: *Los números, sus relaciones y sus operaciones*, se plantean las primeras actividades que constituirán las bases para que los alumnos inicien su aprendizaje de la división:

- *Resolverán problemas sencillos que impliquen sumar y restar con distintos significados (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante) utilizando diversos procedimientos (uso de material concreto, dibujos, conteo, descomposición de números y cálculo mental); además representación simbólica, sumas y restas de dígitos.*

La actividad básica para que los niños inicien la construcción de concepto de división es: el reparto de colecciones.

También se recomienda que el maestro proponga desde un principio problemas de reparto de colecciones en los que no haya sobrante (entre 2, 3, 4 ó 5 niños) o problemas en los que se deba distribuir en partes iguales cierta cantidad de objetos. Por ejemplo, 15 objetos entre 3 niños ó 20 objetos entre 4 cajitas.

❖ **El libro para el maestro Matemáticas Segundo grado**, plantea entre sus propósitos generales que los niños:

- *Resuelvan problemas de multiplicación, problemas de reparto de colecciones y problemas en los que hay que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra (tasativos) mediante procedimientos no convencionales y utilizando cantidades menores que 100.*

El eje temático *Los números, sus relaciones y sus operaciones* continúa:

*...Respecto de los problemas multiplicativos relacionados con la división se continúa trabajando con los problemas de reparto y se incorporan problemas más complejos que incluyen algunos problemas tasativos, es decir, problemas en los que se tiene que averiguar cuantas veces cabe una cantidad en otra, por ejemplo: Tengo 38 naranjas y quiero hacer montones de 6 naranjas cada uno ¿Cuántos montones puedo formar?. Los alumnos resolverán éstos problemas con procedimientos no convencionales (uso de material concreto para hacer agrupamientos, dibujos, conteo, suma iterada, etc.).*

❖ **El libro para el maestro Matemáticas Tercer grado**, plantea entre sus propósitos generales que los niños puedan:

- *Resolver problemas con diversos significados de suma (agregar, unir, igualar), resta (quitar, buscar un faltante), multiplicación (arreglos rectangulares, suma iterada) y división (reparto y tasativos, es decir, ver cuántas veces cabe una cantidad en otra).*
- *Usar significativamente y con eficiencia en la resolución de problemas, los algoritmos de suma y resta con transformaciones de la multiplicación con números hasta de dos cifras y de la división con divisor de una cifra.*

❖ **El libro para el maestro Matemáticas Cuarto grado**, establece entre sus propósitos generales, que el alumno:

- *Desarrolle la capacidad para reconocer, plantear y resolver problemas que impliquen el algoritmo de las cuatro operaciones fundamentales. En el caso de la división, con divisores hasta de dos cifras.*

En las recomendaciones didácticas del eje temático *Los números sus relaciones y sus operaciones*, hay un apartado dedicado a la enseñanza de las *Operaciones y problemas*. Respecto a la división sugiere:

*Desde tercer grado los alumnos pueden resolver problemas de reparto y de agrupamiento, es decir, aquellos en los que se debe determinar cuántas veces cabe una cantidad en otra. Es importante continuar con este tipo de problemas en cuarto grado porque ayudan al alumno a profundizar en los diferentes significados de la división y se afianza la comprensión del procedimiento usual para dividir...*

*Los niños no adquieren conocimientos en pequeñas dosis mediante la información que reciben del maestro. Más bien, lo que les permite construir su conocimiento es el proceso de poner constantemente a prueba sus propias hipótesis en las situaciones que se le presentan. Esta forma de trabajo constituye una de los propósitos más importantes de esta propuesta.*

*En tercer grado los niños llegaron a conocer el procedimiento usual para dividir, pero es necesario un trabajo mucho más amplio para que poco a poco adquieran dominio sobre esta operación. La secuencia de situaciones que se plantea en el libro de cuarto grado comienza con el uso de distintos procedimientos para resolver problemas de división (“La huerta de Don Fermín”, p. 28 y “Entre 10 y 100”, p. 62). Entre una lección y otra el maestro debe proponer otros problemas similares para que los niños*



*sistematicen y afirmen sus conocimientos sobre la multiplicación al resolver problemas de división.*

*Anticipar el resultado de la división, situándose entre 1 y 10, entre 10 y 100, entre 100 y 1 000 (“Entre 10 y 100”, p. 62) hará que el alumno infiera si el resultado de las operaciones efectuadas es absurdo o ilógico. También es recomendable que antes de efectuar las divisiones los alumnos estimen el número de cifras que tendrá el cociente, y verifiquen cada vez si su estimación fue o no correcta.*

❖ **El libro para el maestro Matemáticas Quinto grado**, plantea entre uno de sus propósitos generales que los alumnos sepan:

- *Resolver problemas que involucren números decimales en operaciones de suma, resta, multiplicación (un número natural por un número decimal) y división (dos naturales entre sí con cociente decimal y un número decimal entre un natural).*

En las recomendaciones didácticas del eje *Los números, sus relaciones y sus operaciones*, se encuentra un apartado para clasificar *Los problemas de reparto y los de agrupamiento*.

*Desde tercer grado, los alumnos pueden resolver problemas de reparto y de agrupamiento, es decir, aquellos en los que se debe determinar cuántas veces cabe una cantidad en otra. Es importante continuar con este tipo de problemas en quinto grado porque ayudan al alumno a profundizar en los diferentes significados de la división.*

*No es conveniente enseñarles a los alumnos los nombres de los distintos problemas, ni realizar actividades de clasificación de los mismos.*

...(Se presentan tres ejemplos de problemas, dos de agrupamiento y uno de reparto)...

*El objetivo de plantear problemas de reparto y de agrupamiento es que los alumnos puedan diferenciar cada una de las acciones e identificar la división como la operación que permite resolverlos, promoviendo así el uso del algoritmo convencional.*

❖ **El libro para el maestro Matemáticas Sexto grado**, plantea entre uno de sus propósitos generales que los alumnos puedan:

- *Resolver problemas que involucren números decimales en operaciones de suma, resta, multiplicación (un número natural por un número*

*decimal) y división (dos naturales entre sí con cociente decimal y un número decimal entre uno natural).*

En las recomendaciones didácticas del eje *Los números, sus relaciones y sus operaciones*, se encuentra un apartado llamado *Noción de Múltiplo y divisor*.

*En este grado se introducen las nociones de múltiplo y divisores de un número. El propósito es que los alumnos comprendan dichas nociones a partir de la resolución de problemas y del conocimiento que ya tienen de la multiplicación y la división. Es decir, al plantearles los problemas que implican el cálculo de los múltiplos o de los divisores de un número, debe permitirse que los alumnos los resuelvan con sus propias estrategias. De esta manera, resolviendo una variedad de problemas los alumnos encontrarán procedimientos más sencillos y comprenderán, en el contexto de los problemas, las nociones de múltiplo, múltiplo común y divisor común. Éste sería el momento para que el maestro, junto con ellos, introduzca y analice procedimientos más formales que permitan encontrar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos o más números.*

*En la lección “A contar cubos” se plantea la noción de múltiplos de un número a través de la resolución de problemas de cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades cúbicas. La noción de divisores de un número se presenta en la lección “Manualidades con cubos y prismas”, a través del análisis del resultado de una división realizada con la calculadora.*

También se presenta el mismo apartado *Problemas de reparto y agrupamiento* del quinto grado y los mismo ejemplos.

### **c) EL FICHERO DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS.**

Este material constituye un recurso de apoyo para el maestro y contiene una serie de fichas que son en última instancia, sugerencias de actividades didácticas que el maestro puede trabajar antes, durante o después de las actividades del libro de texto.

Es importante que los alumnos realicen estas actividades para que avancen en la adquisición de sus conocimientos matemáticos y puedan comprender y resolver los problemas que se le planteen.

El maestro puede modificar las fichas para adecuarlas al contexto en que se desempeña, a su experiencia y a las características de sus alumnos.

En el anexo No. 14 se presenta la secuencia didáctica para el aprendizaje de la división en los ficheros de 1º a 6º grados.

#### d) EL LIBRO DE TEXTO.

En las siguientes lecciones de los libros de texto del alumno, se encuentran las actividades para que los niños construyan y desarrollen su concepto de división.

En el primer ciclo, estas actividades están estrechamente relacionadas con el concepto de número, operaciones de suma y resta, actividades de clasificación y actividades de reparto.

En el segundo ciclo se aborda en forma específica y directa la enseñanza del algoritmo de la división, partiendo de los procedimientos informales desarrollados durante el primer ciclo, hasta la enseñanza del algoritmo convencional con divisores de 1 y 2 cifras.

En el tercer ciclo ya no se aborda en forma directa la enseñanza del algoritmo de la división pero, se plantean situaciones donde los alumnos tienen que poner en práctica este conocimiento que se supone ya dominan. Los problemas que implican la división en este ciclo, incluyen la división de dos números naturales entre sí con cociente decimal y un número decimal entre un natural.

Entre las lecciones que en los libros de texto abordan la enseñanza de la división podemos enumerar las siguientes:

<b>Lecciones 1°</b>		<b>Página</b>
1	Que a todos les toque lo mismo	85
2	¿Alcanzan las ruedas?	86
3	¿Cuántos camiones se necesitan?	95

<b>Lecciones 2°</b>		<b>Página</b>
1	Los osos de peluche	56
2	La cooperativa escolar	112
3	Las tunas	156

<b>Lecciones 3°</b>		<b>Página</b>
1	¿Cuánto tendrá cada quién?	114
2	Traemos fruta del monte	120
3	La biblioteca	146
4	Hilos de colores	152
5	Repartimos los billetes	156
6	Repartos	164
7	¡Primero los billetes de diez!	168

Lecciones 4°		Página
1	La huerta de Don Fermín	28
2	La camioneta de Don Fermín	40
3	Entre 10 y 100	62
4	Cajeros y clientes	104
5	El número premiado	108
6	La máquina de escribir	148

Lecciones 5°		Página
1	Compras en el mercado	115
2	Feria matemática	132
3	El dibujo sorpresa	182

Lecciones 6°		Página
1	Contar cubos	42
2	Manualidades con cubos y prismas.	67
3	La construcción.	74

## 2. LA CALCULADORA ELECTRÓNICA DE BOLSILLO.

### a) INTRODUCCIÓN.

Las ideas principales de la presente introducción provienen del documento *Extratexias. La calculadora en la educación básica (1999)*<sup>2</sup>.

El enfoque establecido para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas propone partir de situaciones problemáticas, en donde los alumnos deberán echar mano –en un principio- de herramientas propias para encontrar la solución. La confrontación de las estrategias utilizadas llevará a la construcción de nuevos conocimientos y estrategias ya conocidas.

Partir de situaciones problemáticas permite desarrollar habilidades matemáticas como: flexibilidad del pensamiento, reversibilidad del pensamiento, cálculo mental, estimación, imaginación espacial, generalización, clasificación y otras.

---

<sup>2</sup> Este documento es un mecanograma sin fecha ni autores que me fue facilitado en 1999 en el centro de maestros que se encuentra ubicado en la Escuela Nacional de Maestros, México D. F.

Entre las destrezas matemáticas encontramos: uso adecuado de instrumentos de dibujo, uso adecuado de instrumentos de medida y el uso adecuado de instrumentos de cálculo.

Así mismo, trabajar bajo este enfoque favorece las actitudes: gusto por hacer matemáticas, trabajo en equipo, colaboración con sus compañeros, respeto por las ideas de los demás, adquirir seguridad y confianza en sí mismo.

Para que el alumno desarrolle sus destrezas matemáticas, es necesario que las actividades que se propongan involucren el uso adecuado de instrumentos de dibujo, de medida y de cálculo.

Uno de los instrumentos de cálculo que se sugiere como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje en la educación básica es la calculadora.

En los últimos años se está llevando a cabo una revolución en la educación basada en la tecnología electrónica: calculadoras, computadoras, televisión, videocasetes, videodiscos, etc. tiene un impacto significativo para el proceso de Enseñanza y Aprendizaje. En este caso, nos referiremos a uno de ellos en especial: la calculadora electrónica de bolsillo.

El desarrollo de la ciencia y de la tecnología, ha permitido desde hace algunas décadas el uso de una herramienta que nos facilita y agiliza la realización de operaciones que superan la capacidad de cálculos mentales: la calculadora. No sólo quienes realizan estudios de matemáticas superiores la manejan, sino personas hasta con escasa escolaridad realizan operaciones con gran eficiencia.

A pesar de ello en la Educación básica, la calculadora ha sido rechazada por algunos profesores, por considerar que va a sustituir la adquisición y comprensión de los algoritmos. Otros, permiten a sus alumnos usar la calculadora hasta que dominen los algoritmos convencionales, sin embargo, no debemos escapar de esta realidad impidiendo el uso de ella a nuestros alumnos. El desarrollo en la ciencia y la tecnología produce cambios en la forma de vida del ser humano y por tanto también en la educación, ésta debe ser acorde a las necesidades y exigencias del mundo actual, donde la educación cumpla con una prioridad fundamental: integrar al individuo a la sociedad donde sea partícipe de la dinámica que surge de la evolución de la ciencia y la tecnología.

Entre los propósitos fundamentales de los Planes y Programas vigentes sobre la enseñanza de las matemáticas, está el desarrollo de habilidades que propicien en el alumno aprendizajes significativos que le permitan acceder a nuevos saberes. Así como a integrarlos y aplicarlos en su vida diaria.

El uso de la calculadora no obstaculiza el desarrollo de habilidades, por el contrario las favorece, contribuyendo a la comprensión de nuevos conceptos matemáticos, y aplicarlos creativamente.

Investigaciones realizadas sobre el uso de la calculadora en la escuela han mostrado que, al contrario de lo que se cree, el uso frecuente de la calculadora, apoyándose en el cálculo mental y la estimación de resultados, desarrolla la flexibilidad de pensamiento, en la selección de procedimientos y estrategias para la resolución de problemas porque le permite al niño centrarse en la elección del método de solución y en la interpretación de resultados y no en la operatoria aritmética. La estimación de resultados y la comprobación de ellos en la calculadora es una actividad interesante y benéfica para la construcción de conocimientos, generando la confrontación y el desafío o el reto entre los educandos. El maestro puede aprovechar esta actividad para incrementar el dominio de las relaciones numéricas, el desarrollo de destrezas y actitudes positivas hacia la matemática.

Como recurso didáctico, la calculadora permite que el niño explore, investigue, descubra las relaciones que hay entre los números, conozca las propiedades de las operaciones, construir y generalizar sus conocimientos matemáticos. Como docentes diseñar una gran variedad de juegos o actividades en las cuales los niños prueben, comprueben y consoliden sus conocimientos aritméticos, porque al buscar una estrategia ganadora obligamos a los niños a pensar y, a desarrollar su pensamiento lógico matemático.

El uso constante de la calculadora no sólo desarrolla destrezas, sino que además permite al niño desarrollar diversas estrategias, que con el tiempo aprende a aplicarlas sistemáticamente, controlar los errores frecuentes de tecleo; vigilar constantemente la pantalla; registrar resultados parciales, estimar resultados razonables, o distinguir cuándo es conveniente realizar cálculos mentalmente; cuándo usar lápiz y papel y cuándo usar la calculadora.

La calculadora es más que una herramienta de cálculo: es un auxiliar didáctico muy valioso para la clase de matemáticas de cualquier grado de educación básica, sólo se necesita elegir los momentos y las actividades adecuadas para su uso.

La calculadora se puede integrar a cualquier clase de matemáticas tanto en primaria como en secundaria, para enriquecerla y facilitar el desarrollo de ciertos conceptos y procedimientos matemáticos que de otra manera serían aburridos, largos y complicados.

Las Matemáticas han despertado sentimientos encontrados; mientras que la gran mayoría mantiene hacia ellas una mezcla de sentimientos tanto de respeto como de aversión, formada durante los años escolares y producto de no haber sido capaces de dominarla sino de sentirse dominados por ellas, para otros, son lo más bello del mundo. Se ha ido comprobando que el uso de la calculadora en la clase de matemáticas no sólo ha mejorado el aprovechamiento de los alumnos, sino también ha fomentado una actitud positiva hacia las matemáticas.



## b) INVESTIGACIONES REALIZADAS ACERCA DEL USO DE LA CALCULADORA EN LA ESCUELA.

Algunas de las investigaciones que se han realizado con relación al uso de la calculadora en el nivel básico, como un instrumento de apoyo para los aprendizajes matemáticos de los niños, son las siguientes:

- i. **“La calculadora en la educación básica”** Extratexias 1999. Este es un documento elaborado por un grupo de maestros que tiene como propósito, promover el uso de la calculadora para la enseñanza de contenidos matemáticos a nivel básico.

En este documento se presentan una serie de actividades que tienen como temas principales: 1) Combatir algunos de los mitos que motivan la resistencia de algunos maestros para que sus alumnos usen la calculadora, 2) El desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas de los alumnos, 3) La construcción de conceptos y procedimientos matemáticos con significados para los alumnos y 4) Juegos para divertirse y explorar las potencialidades de la calculadora para el aprendizaje de la matemática.

- ii. **“Aprendiendo matemáticas con calculadora”**. Este trabajo fue encabezado por Grecia Gálvez en 1994 dentro de las acciones de un programa tendiente a mejorar la calidad de los aprendizajes de los alumnos.

Es un documento dirigido a docentes que han decidido incorporar la calculadora como material didáctico en su salón de clases. Este material contiene una serie de actividades de aprendizaje matemático con calculadora para los distintos niveles de la Educación Básica, organizados de acuerdo a los temas del Plan y Programa de estudio. Contiene además un apartado de actividades recreativas y de exploración de otros temas complementarios.

- iii. El documento **“Uso de Calculadoras en el Aprendizaje Matemático en la Escuela Primaria”** forma parte del proyecto: *“La computación en la Escuela Primaria”*, desarrollado bajo la responsabilidad de Irma Sáiz en 1985.

Fue un curso-taller dirigido a maestros de primaria que tuvo como objetivo cuestionar el rechazo generalizado al empleo de la calculadora en la escuela primaria mediante la presentación de actividades diversas relacionadas con los temas de los programas de Matemáticas a nivel Primaria, para los que se hacía necesario una reflexión sobre el problema planteado y/o sobre el funcionamiento de la calculadora antes de poder emplearla eficazmente.



Las actividades estuvieron relacionadas con cuatro temas principales: 1) Sistema de numeración, 2) Operaciones aritméticas, 3) Manejo de la calculadora y 4) Resolución de problemas.

Estos son sólo algunos de los trabajos que en el nivel básico se han realizado para destacar los beneficios que la calculadora tiene para la enseñanza de la matemática. En el caso de la secundaria, existe una mayor variedad y cantidad de éste tipo de trabajos pues las necesidades para el tratamiento de los contenidos matemáticos a este nivel así lo requiere. Los trabajos realizados a nivel medio superior y superior donde el trabajo con calculadoras sofisticadas se ha vuelto indispensable, son abundantes.

### c) USO DE LA CALCULADORA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

El nuevo Plan y programa de estudio reconoce el potencial de la calculadora para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos en la educación primaria. Al respecto, el Libro para el maestro Matemáticas Quinto grado menciona:

*Hoy en día la calculadora es un instrumento de fácil acceso y bajo costo. Es importante que se favorezca su uso, con distintos fines: a) para verificar de manera rápida el resultado de un cálculo; b) para resolver problemas con cálculos complicados, cuando lo que interesa es centrar la atención en la estrategia de resolución; y c) para experimentar con los números (por ejemplo, si tengo 3 096 y quiero que el 0 se convierta en 5 y el 9 en 2, ¿qué número debo sumar?).*

*La introducción de la calculadora en las clases de matemáticas no pretende sustituir la enseñanza y el ejercicio del cálculo numérico. El propósito es que con el apoyo de la calculadora, los alumnos resuelvan diferentes actividades que les permitan desarrollar diversas estrategias para afianzar y profundizar el conocimiento y el uso de operaciones.*

El fichero de actividades didácticas propone que los niños realicen actividades usando la calculadora desde el segundo grado.

#### Segundo grado

Ficha No.	Nombre	Propósito
3	La calculadora (I).	Que los alumnos aprendan a utilizar la calculadora como herramienta para verificar resultados.
29	La calculadora (II).	Que los alumnos utilicen la calculadora como herramienta para formar números y verificar resultados.

### Quinto grado

16	Operaciones en la calculadora.	Que los alumnos utilicen la calculadora para resolver problemas.
----	--------------------------------	--

### Sexto grado

26	Operaciones con la calculadora.	Que los alumnos conozcan las funciones de algunas teclas de la calculadora.
35	Problemas difíciles para la calculadora.	Que los alumnos resuelvan problemas de multiplicación y división de números naturales con la calculadora.

Entre algunas de las lecciones del libro de texto que solicitan la ejecución de algunas actividades con la calculadora encontramos las siguientes:

### Quinto grado

Pág.	Nombre de la lección
48	Retos con números. Act. "Juegos con calculadora"

### Sexto grado

113	Un viaje imaginario.
169	Censos.

Aunque sólo estas fichas y lecciones exigen de manera específica la utilización de la calculadora, el maestro puede proponer a sus alumnos la utilización de la calculadora para resolver problemas planteados en otros temas o actividades.

Sin embargo, pese a lo anterior, algunos maestros (y padres de familia) presentan una resistencia para que sus alumnos usen la calculadora. Entre los argumentos para no utilizarla encontramos los siguientes:

- los alumnos no piensan si usan la calculadora,
- no comprenden la ejecución de los algoritmos,
- se vuelven dependientes a la máquina, etc.

Éstas y otras creencias similares son totalmente falsas, ya que si las actividades son adecuadamente planeadas pueden propiciar la reflexión, el análisis, la comprensión, los significados, etc., que se derivan de las relaciones planteadas en el problema y que la calculadora puede contribuir a desarrollar al momento de resolver el problema con su apoyo.

Para reforzar lo anterior G. Gálvez (1994) menciona:

*En los informes de Estados Unidos y de Japón se hace referencia al temor de padres y profesores a que, al disponer de calculadoras en la clase, los niños no lleguen a adquirir las habilidades básicas de cálculo. Sin embargo, las investigaciones revisadas coinciden en que el uso de la calculadora no sólo, no perjudica la adquisición de las habilidades de cálculo, sino que incluso, puede contribuir a mejorarlas y favorece también el aprendizaje de nuevas ideas matemáticas.*

Hacen falta entonces, cursos y talleres de capacitación para que los docentes de primaria prueben y comprueben los beneficios y las ventajas que se pueden derivar del uso de la calculadora para la enseñanza de la matemática y se decidan así, incorporarla en el desarrollo de las actividades de la clase.

#### **d) RAZONES PARA UTILIZAR LA CALCULADORA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.**

Las razones para utilizar la calculadora para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos están basadas en las investigaciones que se han realizado desde hace varios años y que han aportado evidencia de los beneficios que pueden obtenerse del uso de la calculadora en la clase de matemáticas.

El Comité de Asuntos Didácticos del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) de los Estados Unidos de América, identificó desde 1976 las siguientes justificaciones básicas para el uso de las calculadoras en la clase de matemática:

- 1. Estimular a los estudiantes para que sean inquisitivos y creativos al experimentar con ideas matemáticas.*
- 2. Reforzar el aprendizaje de los hechos y propiedades numéricos básicos.*
- 3. Desarrollar la comprensión del algoritmo del cálculo.*
- 4. Servir como una herramienta de apoyo que promueva la independencia del estudiante en la solución de problemas.*
- 5. Utilizarla para resolver problemas que hayan sido previamente demasiado laboriosos o imprácticos para hacerse con papel y lápiz.*
- 6. Reducir el tiempo requerido para resolver cálculos difíciles.*

Los maestros de Extratexias (1999) exponen las siguientes razones para utilizar la calculadora en la clase de matemáticas:

- *Porque la calculadora es una herramienta valiosa en el aprendizaje de las matemáticas.*
- *Porque puede ayudar a mejorar la actitud de los alumnos hacia las matemáticas porque los capacita para hacer cálculos relacionados con problemas de la vida real con mayor exactitud y con menor fatiga.*
- *Porque por medio de la calculadora pueden desarrollarse en los alumnos habilidades matemáticas como la flexibilidad y reversibilidad del pensamiento, la estimación, la generalización y el cálculo mental.*
- *Porque propicia en los alumnos el desarrollo del sentido numérico de una manera agradable al tener un control inmediato al predecir resultados de diferentes operaciones.*
- *Porque es una herramienta útil para la exploración de ideas y modelos matemáticos ya que puede ser utilizada para descubrir patrones que lleven a la construcción o desarrollo de algún concepto o procedimiento matemático.*
- *Porque por medio de tareas apropiadas puede propiciarse la creatividad y la reflexión del alumno.*
- *Porque puede generar una variedad de problemas que propicien la observación y análisis de información, indispensables en el hacer matemáticas.*
- *Porque permite a los niños centrar su atención en las estrategias que deben usarse al resolver un problema descargándoles del trabajo mecánico de hacer operaciones.*
- *Porque permite hacer cálculos con números grandes o números pequeños sin invertir mucho tiempo para ello.*

Saiz I. y colaboradores (1985) menciona tres razones para justificar que los alumnos usen la calculadora para resolver problemas.

1. *Si se trata de un problema en el que los datos son demasiado numerosos o bien de un problema donde hay un gran número de cálculos a efectuar.*

2. *Si se trata de un problema en el que los datos son números enteros o decimales con muchas cifras.*
3. *Si se trata de un problema en el que el principal objetivo no es verificar la habilidad de los alumnos para efectuar ciertos cálculos mentalmente o por escrito. En ciertos problemas, lo más importante y lo más difícil para los alumnos es comprender y organizar los datos, decidir que clase de operaciones hacer y en que orden, etc. Es decir, encontrar una secuencia lógica de resolución, correcta y eficaz, que les permitirá llegar a una respuesta aceptable. En este caso, la utilización de la calculadora puede aportar un apoyo importante, ya que los alumnos contarán con un instrumento de cálculo rápido y preciso y se podrán concentrar mejor en la lógica de resolución del problema.*

El maestro Tenoch E. Cedillo (2000) sostiene que:

*Actualmente ya no se puede sostener la creencia de que el uso de la calculadora puede inhibir el desarrollo de habilidades aritméticas básicas (Hembree y Dessart, 1986, 1992; Shuard, 1992; Ruthven, 1992; Brodin, 1992). Otros estudios han mostrado el potencial del uso de la calculadora como apoyo en la resolución de problemas, en particular, se ha encontrado que el uso de la máquina favorece que los estudiantes se concentren en los procesos de solución al hacer descansar el cálculo aritmético en la calculadora. Otro aspecto favorable a este respecto es que la disponibilidad de la calculadora en el aula permite que los problemas propuestos sean "más realistas", ya que el apoyo que brinda la máquina ayuda a que el profesor introduzca en el planteamiento de problemas datos numéricos que no se restringen al manejo de números enteros, aspecto que en el ambiente del lápiz y el papel limita artificialmente las soluciones que dan contexto a un problema matemático (Shumway, 1990; Shuard, 1992).*

Elfriede Wenzelburger (1993) quién se destacó por su trabajo en educación matemática, dice respecto al uso de la calculadora:

*La calculadora electrónica es un excelente recurso didáctico que hace mucho más que las operaciones básicas. Usarla como "calculadora" nada más, sería desperdiciar una oportunidad de hacer que la matemática sea más atractiva para muchos estudiantes, pues la máquina es una memoria electrónica que nos libera de cálculos tediosos y del uso de tablas anticuadas. Con ella es posible la experimentación con patrones numéricos, exploración de relaciones funcionales, desarrollo de conceptos y resolución de problemas con datos reales.*

*La investigación educativa ha comprobado que la calculadora puede mejorar el aprovechamiento de los estudiantes que la utilizan en el salón de clases. El mejoramiento general de los niveles de aprendizaje aparentemente es el resultado de un aumento de capacidad de los*

*estudiantes para realizar sus cálculos matemáticos, y escoger adecuadamente las estrategias a seguir en la resolución de problemas.*

*Pero la calculadora puede enriquecer el estudio de las matemáticas únicamente si logramos aplicarlas correctamente en las situaciones didácticas donde es conveniente.*

En opinión de Grecia Gálvez (1994);

*El sistema educativo debe asumir la responsabilidad de enseñar a utilizar la calculadora para que los alumnos desarrollen una apreciación realista de las posibilidades que brinda, como instrumentos de cálculo y de las limitaciones que presenta.*

Entre las ventajas que la escuela puede aprovechar con el uso de la calculadora menciona:

*La calculadora puede ayudar a la comprensión de los conceptos matemáticos, a la adquisición de habilidades para desempeñar eficientemente en la resolución de problemas, y al desarrollo del interés y la confianza en la propia capacidad de manejar datos cuantitativos, estimula el cálculo mental y la estimación.*

*Cuando se dispone de calculadora en el aula se puede ampliar significativamente el ámbito numérico en el que los niños se manejan con seguridad. Pueden trabajar con datos reales con mayor frecuencia, en vez de limitarse a ejemplos que simplifican la realidad. Al resolver problemas, no necesitan hacer cálculos con lápiz y papel que les resulten demasiado complejos; economizan tiempo, aumenta su eficiencia y pueden centrar su atención en la estrategia de resolución y en la interpretación de resultados.*

Y así, podría seguir citando más y más trabajos realizados sobre las ventajas y beneficios que tiene el uso de la calculadora en la clase de matemáticas y de cualquier manera, llegaríamos a la misma conclusión: **la calculadora es un recurso fundamental para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.** Por lo tanto, considero suficiente lo expuesto hasta ahora para justificar la incorporación de la calculadora para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

#### e) **MODELO DE CALCULADORA UTILIZADA EN LA INVESTIGACIÓN.**

Existen en la actualidad calculadoras muy sofisticadas que realizan una variedad de complejas funciones matemáticas, pero la calculadora utilizada en esta investigación, fue una de las más sencillas y económicas.



El modelo de la calculadora utilizada fue: HL-812L que se vende incluso en puestos callejeros. Aunque lo más recomendable es utilizar una calculadora de mejor calidad para garantizar un buen funcionamiento de la misma.

El costo por unidad fue de \$6.00. Estas fueron adquiridas con recursos propios y se pueden comprar en cualquier papelería o negocio similar. Al final de la investigación le obsequié a cada alumno la calculadora con la que trabajó.

Las funciones utilizadas fueron los cuatro algoritmos básicos y la constante. Con estas funciones -que cubre hasta la calculadora más sencilla- me fue posible llevar a cabo la aplicación de las actividades correspondientes a esta investigación. Por lo tanto, su adquisición para sean utilizadas en la clase no implica mayores dificultades.

En la tercera sesión, dediqué un espacio de tiempo para mostrar a los alumnos el manejo de la calculadora pero, descubrí que ya tenían el conocimiento suficiente acerca del uso de sus funciones básicas y no hubo mayores dificultades para empezar a utilizarla en la resolución de los problemas. Es decir, los alumnos ya habían adquirido -en forma extraescolar- las habilidades básicas para el manejo de la misma, por lo que llegué a la conclusión de que la calculadora forma parte de por sí, de su experiencia cotidiana.

## **f) INTRODUCCIÓN DE LA CALCULADORA.**

¿Cuál puede ser el momento más oportuno para introducir la calculadora para el aprendizaje de la división?

En los tres primeros grados de la educación primaria, los niños ya han aprendido a sumar, restar, multiplicar y en el último semestre del tercer grado a dividir. Es importante aclarar que en el caso de la división, tienen un conocimiento incipiente del algoritmo formal, muchos niños no han logrado dominarlo.

Es decir, cuando los alumnos ingresan a cuarto grado, ya conocen las bases o reglas del cálculo básico. Así, la introducción de la calculadora en este grado, no provocará el temor de algunos maestros y padres de familia, de que al usar la calculadora para resolver los problemas, los alumnos no podrán aprender ni comprender el desarrollo o ejecución de los algoritmos básicos, pues la calculadora entorpecería u obstaculizaría este proceso.

¿Por qué introducir la calculadora en cuarto grado y no desde el tercer grado en que se inicia la enseñanza formal de la división?.

Por eso, en este momento en que los alumnos ya conocen aunque no dominen los algoritmos básicos -especialmente el de la división-, es en que considero oportuno que manipulen la calculadora para emplearla en la resolución de las diferentes operaciones



aritméticas que son necesarias para resolver el algoritmo de la división. Si los alumnos ya conocen las reglas de cálculo básico y la operatoria de los algoritmo también básicos, se evitará el temor de algunos maestros y padres de familia, de que el uso de la calculadora vaya a impedir que sus alumnos (o hijos) adquieran estas habilidades, considerada como las más elementales y obligadas de aprender en la escuela primaria.

## *SEGUNDA PARTE*

### **DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN**

## **CAPÍTULO I:**

### **EVALUACIÓN- DIAGNÓSTICA**

#### **1. CONTEXTO.**

La Escuela Primaria donde se llevó a cabo la aplicación de las actividades es una escuela pública que se encuentra ubicada en una comunidad llamada Mochitlán en la región centro del estado de Guerrero.

Mochitlán es una comunidad de aproximadamente 10 000 habitantes que en su mayor parte se dedican a las labores del campo. Es cabecera municipal de un pequeño municipio colindante con Chilpancingo –capital del estado de Guerrero-. La distancia de Mochitlán a Chilpancingo es de 20 Kilómetros y el tiempo de traslado es de aproximadamente 30 minutos.

Esta comunidad cuenta con las siguientes instituciones educativas: 2 Jardines de niños, 4 Escuelas Primarias, 1 Escuela Secundaria General y 1 Colegio de Bachilleres.

El grupo de alumnos con quienes se llevaron a cabo las actividades didácticas de la experiencia, son los del Cuarto Grado Grupo “A”, que cuenta con un total de 22 alumnos, de los cuales 13 son niñas y 9 son niños. La edad promedio es de 9 años.

#### **2. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA.**

La elaboración y aplicación de un instrumento de diagnóstico es importante porque permite identificar los recursos cognoscitivos con que cuentan los niños antes de llevar a cabo la aplicación de las actividades con quienes se realizará la investigación. Este conocimiento proporcionará las probabilidades de que el tema objeto de nuestro estudio sea aprendido, a la vez que, permitirá ponderar los resultados del trabajo que se vaya a realizar.

El examen de diagnóstico se aplicó el 24 de septiembre de 1999. En esta fecha, aún no se había abordado ninguna de las lecciones que tratan el tema de la división en este grado.

Con esta evaluación, se pretendió conocer en forma específica los aprendizajes previos que tienen los niños para acercarse a los problemas de división y el manejo que

tienen de este algoritmo, una vez que han concluido el tercer grado y antes de continuar con su aprendizaje en el cuarto grado.

La evaluación diagnóstica fue realizada con el siguiente instrumento:

NOMBRE: \_\_\_\_\_

GRADO Y GRUPO: \_\_\_\_\_

*Para Contestar las siguientes preguntas, puedes hacer cuentas, dibujos o lo que te parezca necesario.*

- 1. La mamá de Rosa compró una caja que contiene 63 lápices para repartirlos entre sus 3 hijos, ¿cuántos lápices le tocará a cada uno, si la mamá quiere que a cada quién le toque igual número de lápices?.*
- 2. Si se reparten 260 dulces entre 16 niños cuidando que a cada niño le toque lo mismo que a los demás. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno?.*
- 3. Juanito quiere comprar una caja de colores que cuesta \$36 para eso está ahorrando \$9 cada semana. ¿En cuántas semanas podrá comprar sus colores?.*
- 4. Para vender las gomas para borrar en oferta, Don Luis las pone en cajitas de 15 gomas, si tiene 316 gomas ¿cuántas cajitas va a necesitar?.*
- 5. Durante los últimos 15 años don José ha hecho paquetes de cuadernos para venderlos en su tienda. En cada paquete coloca 14 cuadernos. Si tiene 593 cuadernos en total, ¿cuántos paquetes completos puede formar?.*
- 6. El papá de Luis compró en oferta 5 paquetes de útiles escolares, si en total pagó \$190 ¿cuál es el costo de cada paquete?.*
- 7. Ricardo tiene que hacer bolsitas con 7 chocolates cada una. Si tiene 97 chocolates en total ¿cuántas bolsitas con 7 chocolates tendrá al final?.*
- 8. Los niños del equipo de Pedro quieren comprar un diccionario que cuesta \$128. Si en el equipo hay 3 niñas y 5 niños, ¿cuánto le tocará poner a cada uno considerando que todos tienen que aportar la misma cantidad de dinero?.*

*Resuelve las siguientes operaciones.*

$$7 \overline{) 273}$$

$$12 \overline{) 420}$$

$$23 \overline{) 350}$$

$$9 \overline{) 170}$$

$$14 \overline{) 596}$$

$$150 \overline{) 1200}$$

Los aspectos que se evaluaron con este instrumento fueron:

- a) **La habilidad en la resolución de problemas y,**
- b) **La habilidad en el dominio o manejo del algoritmo convencional.**

Con respecto al inciso a), se plantearon 8 problemas donde el objetivo era conocer el grado de habilidad que tenían de los alumnos para *resolver problemas de división* y en el inciso b) se plantearon 6 operaciones de división, donde lo que se pretendía era conocer el *dominio o manejo del algoritmo convencional*.

Los problemas fueron elaborados tomando en cuenta 4 tipos distintos de variables didácticas con el objeto de reconocer o identificar la mayor cantidad posible de estrategias que los niños pudieran emplear al resolver los diferentes problemas. Las variables son definidas por Brousseau como:

*caracteres cuyo valor, presencia o ausencia influyen sobre las posibilidades de reconocimiento o de resolución de un problema de división.* Saiz I. (1994).

Las variables didácticas que se contemplaron para la elaboración de los problemas de división contenidos en esta evaluación diagnóstica, fueron las siguientes:

- i) **Tipo:** reparto y agrupamiento.
- ii) **Residuo:** residuo cero y residuo diferente de cero.
- iii) **Información:** sólo la necesaria y con información irrelevante.
- iv) **Número de cifras en el divisor:** 1, 2 y 3 cifras.

PROBLEMA	TIPO	RESIDUO	DIVISOR	INFORMACIÓN
1	reparto	0	1 cifra	sólo la necesaria
2	reparto	Ø	2 cifras	“
3	agrupamiento	0	1 cifra	“
4	agrupamiento	Ø	2 cifras	“
5	agrupamiento	Ø	2 cifras	irrelevante
6	reparto	0	1 cifra	sólo la necesaria
7	agrupamiento	Ø	1 cifra	“
8	reparto	0	1 cifra	irrelevante

Cuadro No. 1: Variables didácticas que se contemplaron para la elaboración de los problemas de la evaluación diagnóstica.

- i). Entre los problemas planteados, cuatro implicaban la división en situación de reparto y cuatro en situación de agrupamiento. Esto, tuvo el propósito de averiguar que tipo de problemas resolvían mas fácilmente los alumnos y cuales les causaban mayor dificultad y poder definir así, los aspectos adecuados o necesarios para el planteamiento de este tipo de problemas durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la división.
- ii). Cuatro problemas consideran entre sus resultados residuo cero, y cuatro residuo diferente de cero. Esto tuvo el mismo propósito anterior.
- iii). Se plantearon dos problemas que contenían información irrelevante. El propósito fue averiguar si los alumnos eran capaces de identificar los datos innecesarios y por lo tanto, no los tomaban en cuenta para la resolución del problema, o sí por el contrario, consideraban necesarios todos los datos y los utilizaban para resolver el problema. Esto naturalmente les llevaría a un resultado incorrecto del problema.
- iv). Al final de la evaluación, se plantearon seis operaciones de división con el propósito de conocer el grado de dominio que tenían los alumnos del algoritmo convencional. En estas operaciones hubo 2 con una cifra como divisor, 3 con dos cifras como divisor y 1 con tres cifras en el divisor -aunque ésta última no corresponde al programa de tercer grado- el propósito fue explorar si había entre los alumnos, algunos capaces de resolverlas.

### 3) RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA.

Los resultados obtenidos en el examen de diagnóstico, fueron analizados enfocando la atención en los dos aspectos principales: **Habilidad en la resolución de problemas** y **Dominio del algoritmo convencional**.

#### a) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Los resultados en este aspecto, se presentan con base en cada una de las variables consideradas en el planteamiento de los problemas: **tipo, residuo, información y número de cifras en el divisor**. Estos resultados fueron los siguientes.



i) **POR SU TIPO.**

*De reparto.* A esta variable corresponden los problemas 1, 2, 6 y 8.

n = 22		Problema 1 (residuo 0 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 2 (residuo Ø 2 cifras div. inf. nec.)	Problema 6 (residuo 0 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 8 (residuo 0) (1 cifra div.) (inf. irrelev.)	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	14 <sup>3</sup>	1	13	11	39
	Incorrecta	8	21	3	2	34
Multipl.	Correcta	-	-	1	-	1
	Incorrecta	2	2	5	4	13
Suma	Correcta	1	-	-	-	1
	Incorrecta	1	2	-	3	6
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	1	1	-	1	3
Sin operar <sup>4</sup>	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	1	5	6

**Cuadro 2. Resultados de los problemas de reparto.**

*De agrupamiento:* A esta variable corresponden los problemas 3, 4, 5 y 7.

n = 22		Problema 3 (residuo 0, 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 4 (residuo Ø, 2 cifras div. inf. nec.)	Problema 5 (residuo Ø, 2 cifras div. inf. irrelev.)	Problema 7 (residuo Ø, 1 cifra div. inf. nec.)	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	5	6	2	9	22
	Incorrecta	1	8	11	4	24
Multipl.	Correcta	6	-	-	-	6
	Incorrecta	5	6	3	5	19
Suma	Correcta	3	-	-	-	3
	Incorrecta	4	7	10	4	25
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	2	3	2	-	7
Sin operar	Correcta	1	-	-	1	2
	Incorrecta	-	1	-	-	1
Sin resolver		1	1	1	3	6

**Cuadro 3. Resultados de los problemas de agrupamiento.**

<sup>3</sup> En operaciones distintas a la división, algunos niños realizaron más de una operación para resolver un mismo problema, por esa razón, el total de operaciones por problema excede, en algunos casos, al número de alumnos (22).

<sup>4</sup> No muestran la operación realizada, únicamente escribieron el resultado.

Considerando los resultados en forma general; en los problemas de reparto, hubo un total de 41 resultados correctos, 56 incorrectos y 6 problemas sin resolver. Mientras que en los problemas de agrupamiento, hubo un total de 33 resultados correctos, 76 incorrectos y 6 problemas sin resolver.

El algoritmo de la división fue empleado 119 veces en total: 73 veces en los problemas de reparto (39 correctas y 34 incorrectas) y 46 en los problemas de agrupamiento (22 correctas y 24 incorrectas).

Es evidente que para los niños fue más fácil identificar al algoritmo de la división como la operación adecuada para resolver los problemas en situaciones de reparto que en situaciones de agrupamiento. Por otro lado, el mayor número de divisiones correctas se ubicaron dentro de los problemas de reparto.

De esto se concluye que; **para los niños es más fácil resolver los problemas de división tipo reparto que los problemas de división tipo agrupamiento.** Esta conclusión no es nueva, pues ya ha sido dada a conocer por algunos investigadores (A. Ávila 1994, E. Moreno 1996, entre otros).

En los problemas de reparto, algoritmos distintos al de la división fueron empleados en 22 ocasiones, mientras que en los de agrupamiento fueron utilizados en 51 ocasiones (más 3 que no realizaron ninguna operación, sólo dieron el resultado). Esto significa que en este último tipo de problemas, los niños estuvieron más confundidos respecto a la operación adecuada para resolver los problemas, pues utilizaron en un mayor número de ocasiones algoritmos diferentes a la división. Esto quedó confirmado también, porque algunos niños emplearon más de una operación en su intento por resolver el problema. Sumas, restas o multiplicaciones aparecen a veces junto a una división, unas veces como un recurso de verificación y otras como intentos para encontrar la solución del problema.

Es importante mencionar que algunos niños resolvieron correctamente algunos problemas utilizando operaciones como la multiplicación o la suma a pesar que el algoritmo más conveniente era el de la división. Por ejemplo Jessica resolvió así el problema 3:

3. Juanito quiere comprar una caja de colores que cuesta \$36, para eso está ahorrando \$9 cada semana. ¿En cuántas semanas podrá comprar sus colores?. 4

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 9 \\ 9 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 9 \\ \hline 36 \end{array}$$

Beatriz Elena para resolver el problema No. 1 hizo intentos empleando la división, la multiplicación y la suma; y para resolver el problema No. 2, utilizó las cuatro operaciones básicas. A pesar de ello, en todos los casos no ejecutó correctamente los algoritmos y los resultados que obtuvo no fueron correctos.

Handwritten work for problem 1:

$$\begin{array}{r} 260 \\ \times 16 \\ \hline 1360 \\ 260 \\ \hline 3960 \end{array}$$

$$16 \overline{)260}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 16 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 16 \\ \hline 60 \end{array}$$

Yareli resolvió correctamente el problema 6 empleando el algoritmo de la división pero, lo verificó de una manera inusual: con una adición iterada (o tal vez procedió en forma inversa).

6. El papá de Luis compró en oferta 5 paquetes de útiles escolares, si en total pagó \$190 ¿cuál es el costo de cada paquete? R=38.00

Handwritten work for problem 6:

$$\begin{array}{r} 38 \\ 38 \\ + 38 \\ 38 \\ 38 \\ \hline 190 \end{array}$$

$$5 \overline{)190}$$

Finalmente, algunos niños escribieron el resultado correcto de algún problema sin que terminaran totalmente la aplicación del algoritmo. Este es el caso de Zulema.

1. La mamá de Rosa compró una caja que contiene 63 lápices para repartirlos entre sus 3 hijos, ¿cuántos lápices le tocará a cada uno, si la mamá quiere que a cada quién le toque igual número de lápices? R= les toca de 21 lápices.

Handwritten work for problem 1:

$$\begin{array}{r} 21 \\ 3 \overline{)63} \\ \hline 03 \end{array}$$

ii) **POR SU RESIDUO.**

*Con residuo cero.* A esta variable corresponden los problemas 1, 3, 6 y 8.

n = 22		Problema 1 (reparto 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 3 (agrup. 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 6 (reparto 1 cifra div. inf. nec.)	Problema 8 (reparto 1 cifra div. inf. irrelev.)	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	14	5	13	11	43
	Incorrecta	8	1	3	2	14
Multipl.	Correcta	-	6	1	-	7
	Incorrecta	2	5	5	4	16
Suma	Correcta	1	3	-	-	4
	Incorrecta	1	4	-	3	8
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	1	2	-	1	4
Sin operar	Correcta	-	1	-	-	1
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Sin resolver		-	1	1	5	7

**Cuadro 4.** Resultados de los problemas con residuo cero.

*Con residuo diferente de cero.* A esta variable corresponden los problemas 2, 4, 5 y 7.

n = 22		Problema 2 (reparto 2 cifras div. inf. nec.)	Problema 4 (agrup. 2 cifras div. inf. nec.)	Problema 5 (agrup. 2 cifras div. inf. irrelev.)	Problema 7 (agrup. 1 cifra div. inf. nec.)	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	1	6	2	9	18
	Incorrecta	21	8	11	4	44
Multipl.	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	2	6	3	5	16
Suma	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	2	7	10	4	23
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	1	3	2	-	6
Sin operar	Correcta	-	-	-	1	1
	Incorrecta	-	1	--	-	1
Sin resolver		-	1	1	3	5

**Cuadro 5.** Resultados de los problemas con residuo diferente de cero.

Considerando los resultados en forma general; en los problemas con residuo cero hubo un total de 55 resultados correctos, 42 incorrectos y 7 problemas sin resolver. Mientras que en los problemas con residuo diferente de cero, hubo un total de 19 resultados correctos, 110 incorrectos y 5 problemas sin resolver.

El algoritmo de la división fue empleado 119 veces en total: 57 veces en los problemas con residuo cero (43 correctas y 14 incorrectas) y 62 en los problemas con residuo diferente de cero (18 correctas y 44 incorrectas).

Considerando el número de divisiones correctas, existe una diferencia amplia entre los dos tipos de problemas. Entonces, se puede concluir que; **para los niños es más fácil resolver los problemas de división con residuo cero que los problemas de división con residuo diferente de cero.** Lo anterior, tampoco es una conclusión novedosa.

Algoritmos distintos al de la división fueron utilizados en 84 ocasiones: 39 en los problemas con residuo cero y 45 en los problemas con residuo diferente de cero. En este último tipo de problemas, los niños estuvieron mas confundidos respecto a la operación adecuada para resolver los problemas, pues recurrieron en un mayor número de ocasiones a los algoritmos diferentes a la división.

Algunos niños resolvieron correctamente algunos de los problemas utilizando la multiplicación o la suma (en los problemas con residuo cero) a pesar que el algoritmo adecuado era el de la división. Otros en cambio, continuaron empleando más de un algoritmo entre sus intentos por resolver los problemas.

iii) **POR SU INFORMACIÓN.**

*Con información irrelevante.* A esta variable corresponden los problemas 5 y 8.

n = 22		Problema 5 (agrupamiento residuo Ø 2 cifras div.)	Problema 8 (reparto residuo 0 1 cifra div.)	Total
Operación utilizada	División			
	Correcta	2	11	13
	Incorrecta	11	2	13
Multipl.	Correcta	-	-	0
	Incorrecta	3	4	7
Suma	Correcta	-	-	0
	Incorrecta	10	3	13
Resta	Correcta	-	-	0
	Incorrecta	2	1	3
Sin operar	Correcta	-	-	0
	Incorrecta	-	-	0
Sin resolver		1	5	6

**Cuadro 6. Resultados de los problemas con información irrelevante.**

En los problemas con información irrelevante el algoritmo de la división fue utilizado por 13 de los 22 niños en cada uno de los dos problemas. Es decir, la mitad más uno de los niños reconocieron al algoritmo de la división como la operación adecuada para resolver los problemas y lo plantearon correctamente, sólo que algunos de ellos (11 en el problema 5 y 2 en el problema 8), ejecutaron incorrectamente el algoritmo.

Algunos niños que resolvieron incorrectamente estos problemas, los interpretaron adecuadamente, tomaron únicamente aquellos datos que eran necesarios para resolver el problema eliminando los que eran innecesarios pero, cometieron algún error durante el proceso de ejecución del algoritmo. Otros en cambio tomaron todos los datos para resolver el problema lo que naturalmente los condujo a un resultado equivocado. Tal es el caso de Anayeli quién resolvió así el problema 5.

5. Durante los últimos 15 años don José ha hecho paquetes de cuadernos para venderlos en su tienda. En cada paquete coloca 14 cuadernos. Si tiene 593 cuadernos en total, ¿cuántos paquetes completos puede formar?  $R=622$

$$\begin{array}{r} 593 \\ + 15 \\ \hline 622 \end{array}$$



Por lo anterior, se concluye que **no obstante la información irrelevante, los alumnos son capaces de resolver problemas que contienen datos innecesarios pero con mayores dificultades.**

#### b) MANEJO DEL ALGORITMO.

Como última parte del examen de diagnóstico, se plantearon seis operaciones de división: 2 con divisores de una cifra y 3 con divisores de dos cifras, ambas con dividendos de 3 cifras. Además se incluyó una última operación con 3 cifras en el divisor y 4 en el dividendo, ésta tuvo el propósito de explorar las potencialidades o capacidades de los alumnos para resolver operaciones con cifras más grandes y que además incluye varios ceros.

El propósito de que los niños resolvieran estas operaciones ya fue mencionado al principio: conocer hasta que grado los niños dominan el procedimiento convencional del algoritmo de la división cuando están iniciando el cuarto grado de primaria.

Los resultados globales se muestran en el siguiente cuadro (n = 22).

Divisor de:	Operaciones	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
1 cifra	$273 \div 7$	14	7	1
	$170 \div 9$	13	5	4
2 cifras	$420 \div 12$	-	19	3
	$350 \div 23$	3	15	4
	$596 \div 14$	2	16	4
3 cifras	$1\ 200 \div 150$	-	9	13
<b>Total</b>		<b>32</b>	<b>71</b>	<b>29</b>

Cuadro No. 7. Resultados en el manejo del algoritmo.

Las operaciones en las que los alumnos tuvieron mayor número de resultados correctos fue en las divisiones con una cifra en el divisor, seguido de las que tenían dos cifras en el divisor y una dificultad total para resolver las divisiones con tres cifras en el divisor.

En esta mismo orden, el número de operaciones sin resolver creció conforme aumentó el número de cifras en el divisor.

#### iv) POR SU NÚMERO DE CIFRAS EN EL DIVISOR.

Considerando el número de cifras en el divisor, se obtuvieron los siguientes porcentajes:

Divisor de:	Correctos	Incorrectos	Sin resolver	Total
1 cifra	61.36 %	27.27 %	11.36 %	99.99 %
2 cifras	7.57 %	75.75 %	16.66 %	99.98 %
3 cifras	0.0 %	40.90 %	59.09 %	99.99 %

**Cuadro No. 8. Porcentajes de las operaciones con divisores de 1, 2 y 3 cifras.**

El número de resultados correctos disminuyó conforme aumentó el número de cifras en el divisor. En la columna de resultados correctos, se observó una dificultad creciente para realizar correctamente las operaciones con 1 cifra en el divisor (61%) hacia las de 2 cifras en el divisor (7%). Hubo una total incapacidad por parte de los alumnos para resolver la operación con 3 cifras en el divisor.

También se pudo observar un incremento en el número de resultados incorrectos (del 27 al 75%) al resolver las operaciones de 1 a 2 cifras en el divisor.

En las operaciones con 3 cifras en el divisor no hubo un sólo resultado correcto, el 40% intentó resolverlas sin ningún éxito y más de la mitad (el 59%) ni siquiera lo intentó.

Finalmente, el número de alumnos que dejaron sin resolver las operaciones fue aumentando conforme aumentaba también el número de cifras en el divisor (y en el dividendo).

De todo lo anterior se concluyó que el 61% de los alumnos dominaban las divisiones con 1 cifra en el divisor, el 7%, con 2 cifras en el divisor y, ninguno dominaba las operaciones con tres cifras en el divisor. Este último resultado no estaba fuera de lo esperado, ya que en tercer grado de acuerdo con el Plan y Programas de estudio, las operaciones de división deben ser con números de dos cifras entre una cifra.

A medida que las operaciones se complicaban aumentando el número de cifras en el divisor, aumentaban también las dificultades de los alumnos para resolverlas correctamente.

**En conclusión, para los niños es más fácil resolver operaciones con una cifra en el divisor que las que tienen 2 o más cifras en el divisor.**

En estas condiciones se encontraban los alumnos de este grupo, al momento de continuar en cuarto grado, con su proceso de aprendizaje de la división.

#### **4. RESULTADOS GLOBALES DE LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA.**

Después de haber analizado los resultados de la evaluación diagnóstica que se le practicó a los alumnos del Cuarto grado grupo "A", se llegó a las siguientes conclusiones:

- **Habilidad para la resolución de problemas;**

- Los niños demostraron una mayor habilidad para resolver los problemas de reparto y una mayor dificultad para resolver los problemas de agrupamiento.
- Demostraron también una mayor habilidad para resolver las operaciones con residuo cero y una mayor dificultad para resolver las operaciones con residuo diferente de cero.
- La información irrelevante que contienen los problemas confundió aproximadamente al 50% de los alumnos, no obstante son capaces de identificarla como innecesaria para resolver los problemas.

- **Dominio del algoritmo convencional**

- En las operaciones con una cifra en el divisor, aproximadamente el 61% de los alumnos demostró habilidad para operar con este algoritmo.
- En las operaciones con dos cifras en el divisor, sólo el 7% demostró habilidad para operar con este algoritmo, la mayoría de los alumnos no los resolvió correctamente.
- En las operaciones con tres cifras en el divisor, ninguno de los alumnos pudo resolver correctamente este algoritmo.

En estas condiciones conceptuales y procedimentales con respecto a la división se encontraban al inicio del año escolar 1999-2000, los alumnos con quienes se llevó a cabo la aplicación de las actividades didácticas para la realización de esta investigación.

## CAPÍTULO II:

### APLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

#### 1. INTRODUCCIÓN.

Una recomendación fundamental acorde con el enfoque de la matemática en tercer grado es: *permitir a los niños utilizar sus propios procedimientos y estrategias*. Los alumnos deben resolver situaciones problemáticas de división donde puedan emplear los recursos informales tales como: repartos con materiales u objetos, sumando, restando, contando, haciendo rayitas o dibujos, mediante el cálculo mental u otros procedimientos que utilicen espontáneamente.

Poco a poco, a través de las situaciones didácticas diseñadas por el maestro y las contempladas en el libro de texto y materiales de apoyo; además del diálogo entre los compañeros y el maestro, los niños irán desarrollando procedimientos más formales esperando que al final del tercer grado sean capaces de resolver problemas de reparto o de agrupamiento utilizando el algoritmo formal con divisores de una cifra. Mediante éstos procedimientos, se espera que las expresiones matemáticas y los algoritmos de cálculo convencionales tengan sentido y funcionalidad para los niños (Libro para el maestro SEP 1994).

En cuarto grado, los alumnos continuarán su aprendizaje del algoritmo de la división y como éste es aún incipiente se les debe permitir seguir empleando las estrategias informales que consideren necesarias para la resolución de los problemas. Estas estrategias se darán a conocer al grupo para determinar cuáles llevaron a la solución del problema y cuáles no. Comparar las estrategias pertinentes favorece que los alumnos observen que unas son más sencillas que otras, es decir más económicas, ya que éstas le permitirán llegar con mayor facilidad a la solución del problema.

Lo anterior, les permitirá evolucionar en sus procedimientos de resolución hacia el procedimiento convencional afianzándose en su comprensión y profundizando en los diferentes significados de la división: *repartir y agrupar*.

Las lecciones planteadas en el libro de texto de cuarto grado, para abordar la Enseñanza y el Aprendizaje de la división son las siguientes:

La huerta de Don Fermín	p. 28
La camioneta de Don Fermín	p. 40
Entre 10 y 100	p. 62
Cajeros y clientes	p. 104
El número premiado	p. 108
La máquina de escribir	p. 148

**Cuadro 1. Lecciones del Libro de texto que abordan la enseñanza de la división en Cuarto grado.**

En estas lecciones se proponen actividades que van desde el uso de distintos procedimientos para dividir, hasta el uso del algoritmo convencional de la división. Durante todo este proceso, se requiere de un trabajo amplio para que los alumnos adquieran poco a poco un dominio del algoritmo formal de la división, por lo que en el libro para el maestro se recomienda que entre una lección y otra, el maestro proponga otros problemas similares para que los niños sistematicen y afirmen sus conocimientos sobre las demás operaciones al resolver problemas de división.

## **2. FORMA DE TRABAJO.**

Al inicio del año escolar, se aplicó una evaluación diagnóstica con el objeto de evaluar dos aspectos en los alumnos de cuarto grado que participaron en la experiencia: 1) la capacidad para resolver situaciones problema de división y 2) la habilidad en el manejo o dominio del algoritmo convencional de la división.

La forma en que se desarrollaron las actividades fue la siguiente; en el cuarto grado grupo "A", se trabajaron las lecciones del libro de texto y las actividades del fichero de actividades didácticas que se deben de trabajar con estas lecciones. Además, durante el desarrollo de la investigación, se diseñaron y aplicaron cinco actividades adicionales para desarrollar las habilidades de: estimación, cálculo mental, manejo de las tablas de multiplicar, etc. Para la realización de estas actividades **los alumnos contaron con el apoyo de una calculadora.**

Al final de la aplicación de las actividades, se aplicó una evaluación (en el mes de mayo de 2000), para valorar en que medida, la calculadora contribuyó para que los alumnos de este grupo aprendieran a dividir.

Los problemas planteados en la evaluación final consideraron los mismos aspectos de la evaluación diagnóstica: **resolución de problemas** y **manejo del algoritmo convencional**. Con relación al primer aspecto se contemplaron las mismas variables didácticas: **tipo, residuo, información y número de cifras en el divisor.**

El desarrollo de las actividades estuvo a cargo de la propia profesora del grupo, en la forma que usualmente acostumbraba trabajar. Mi presencia en el grupo fue para repartir las hojas de trabajo a los alumnos y para registrar lo que sucedía durante el desarrollo de las actividades. Al término de la clase, los niños pasaban los resultados a

sus libros de texto para que fueran calificados por la maestra. De esta manera, fui recabando los materiales que me dieron la información para la redacción de este reporte de investigación.

Para respetar la planeación de la maestra de grupo, se llegó al acuerdo de que se trabajarían las lecciones en los tiempos en que conforme a su planeación correspondiera trabajar las actividades de esa lección. Al ser tan sólo 6 lecciones para abordar el tema de la división en todo el ciclo escolar, hubo semanas en que no se trabajó con alguna lección del libro de texto. Durante esos espacios de tiempo, se aplicó algunas de las actividades del fichero de actividades didácticas o alguna de las actividades adicionales.

El desarrollo de las actividades didácticas se realizó los días viernes de cada semana de 9:00 a 10:30 A.M. Cuando por alguna razón no se laboró alguno de estos días; las actividades se realizaron el siguiente viernes o se pospusieron.

El análisis del trabajo de cada sesión, se realizó con base en cinco aspectos:

- A) Propósito de la actividad,*
- B) Organización del grupo,*
- D) Variables didácticas de los problemas,*
- C) Resultados, y*
- E) Uso de la calculadora.*

A continuación se presenta el análisis de todas y cada una de las sesiones que conformaron la experiencia.



## Lección “La huerta de Don Fermín”

Octubre 1 de 1999.

En la lección *La huerta de Don Fermín*<sup>5</sup> (Anexo 1), los alumnos se enfrentaron por primera vez en este grado a resolver algunas situaciones problemáticas de división.

### A) *Propósito de la actividad*

Los contenidos programáticos de esta lección, establecen que los alumnos utilicen:

- *Diversos procedimientos para resolver problemas de división, y*
- *Resolución e invención de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.* (Avance Programático p. 13).

El objetivo principal de esta primera lección, fue registrar los diversos procedimientos que los alumnos vienen utilizando para resolver problemas de división.

Las actividades 1, 2, 3 y 5 son las que en esta lección, implican directamente el algoritmo de la división. Estas actividades son las siguientes:

*Act. 1 Para llenar los costales, don Fermín cuenta de cinco en cinco. Cada vez que cuenta 100 mameyes, pone una marca en un mamey tierno que tiene a su lado (el mamey tiene 12 marcas). ¿Cuántos montones de cinco tiene que contar don Fermín para poner una marca? \_\_\_\_\_*

*Act. 2 Don Fermín llenó uno de los costales con 325 mameyes, ¿Cuántos montones de 5 mameyes metió en el costal? \_\_\_\_\_*

*Act. 3 Don Fermín calcula que cosechó 1 000 mangos. En cada caja piensa meter 150 mangos. Averigua si le alcanzan 6 cajas para empacar todos los mangos.*

*Act. 5 El martes, don Fermín recibió \$280 por la venta de plantas de mango (a \$5 cada planta). ¿Cuántas plantas vendió? \_\_\_\_\_*

---

<sup>5</sup> Para efectos de análisis, únicamente se consideraron aquellas actividades que involucran directamente al algoritmo de la división y se ignoraron aquellas otras que implicaban operaciones distintas a la misma. Esto se aplicó en todas las lecciones del libro de texto indicadas en el cuadro No. 1.

### B) Variables didácticas de los problemas.

Al clasificar las actividades de esta lección con base en las variables didácticas consideradas para el análisis de los problemas de división, se obtuvo el siguiente cuadro.

Actividad	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
1		X	X		X		X	
2		X	X		X		X	
3 <sup>6</sup>		X		X			X	
5	X		X		X		X	

Cuadro 2. Variables didácticas de las actividades 1, 2, 3 y 5 de la lección: *La huerta de don Fermín*.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 niños. Por afinidad se integraron en 6 equipos de trabajo; 4 de cuatro elementos y 2 de tres elementos. Se acomodaron las bancas de tal forma que los niños de cada equipo quedaran frente a frente y se procedió al inicio de las actividades.

La maestra del grupo inició la clase dando la indicación de abrir el libro en la página 28, un alumno del grupo empezó con la lectura de los problemas de la lección. Después se repartieron las hojas de trabajo para que los niños iniciaran la realización de las actividades y registraran en ellas sus respuestas.

### D) Resultados

El siguiente cuadro muestra los resultados correctos e incorrectos de los problemas así como los procedimientos utilizados por los alumnos durante su resolución.

---

<sup>6</sup> Esta actividad se resuelve con la multiplicación  $150 \times 6$ , pero también se puede resolver con la división,  $1000 \div 150$ . Si se resuelve de esta manera, contradice los contenidos del Plan y Programa de estudio 1993, que establece que los divisores en este grado deben ser con 2 cifras.

Actividad		1	2	3	5	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	1 <sup>7</sup>	7	-	12	20
	Incorrecta	4	3	7	-	14
Multipl.	Correcta	6	-	4	6	16
	Incorrecta	17	11	1	6	35
Suma	Correcta	6	-	2	3	11
	Incorrecta	3 <sup>8</sup>	2	6	-	11
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	3	-	3
Sin resolver		-	-	-	-	2

**Cuadro 3. Resultados de las actividades 1, 2, 3 y 5 de la lección: *La huerta de Don Fermín*.**

El algoritmo formal de la división fue utilizado en 34 ocasiones (20 correctas y 14 incorrectas). En las actividades 1 y 3 los niños registraron una mayor dificultad para resolver correctamente los problemas empleando el algoritmo de la división.

En la actividad No. 1, los alumnos cometieron errores en el residuo parcial del algoritmo.

En la actividad No. 3, siete alumnos ejecutaron correctamente el algoritmo  $150 \div 6$ , sólo que los datos no eran los adecuados para resolver el problema planteado.

<sup>7</sup> Casi la totalidad de los niños emplearon más de 1 operación para resolver cada problema. Por esa razón, el total de operaciones realizadas excede la cantidad de alumnos (21).

<sup>8</sup> Este resultado corresponde a 3 sumas iteradas en forma horizontal que quedaron inconclusas.

En la actividad 5, Angélica María volvió a utilizar este procedimiento. Escribió la serie de 5 en 5. Nótese que al llegar a 100 reinició otra vez la serie de 5's, y así sucesivamente hasta llegar otra vez al 100. Esto debió obligarla a llevar una doble cuenta: ir sumando el 5 cada vez e ir contando cuántos cincos ya llevaba escritos teniendo siempre presente la cantidad que no debía rebasar (280).

5 - 10 - 15 - 20 - 25 - 30 - 35 - 40 - 45  
 50 - 55 - 60 - 65 - 70 - 75 - 80 - ~~85~~ - 90 - ~~95~~  
 100 - 5 - 10 - 15 - 20 - 25 - 30 - 35 - 40 -  
 45 - 50 - 55 - 60 - 65 - 70 - 75 - 80  
~~85~~ - 90 - 95 - 100 - 5 - 10 - 15 - 20 - 25 -  
 30 - 35 - 40 - 45 - 50 - 55 - 60 - 65 -  
 70 - 75 - 80

Los niños del equipo *Los lobos negros* escribieron el 5 en forma horizontal 20 veces. Esto implicó ir sumando el 5 cada vez que lo escribían para no pasarse del 100 y luego contar cuántos cincos escribieron. Tal como lo hizo Daniel Arafat.

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

**En conclusión**, los procedimientos mas alejados de lo formal que los niños emplearon para resolver los problemas de división de las actividades 1, 2, 3 y 5 de la lección *La huerta de Don Fermín* fueron: Series numéricas, Sumas iteradas, Restas, y Multiplicaciones.

En este orden:

- Hubo un uso limitado del algoritmo de la división (34 veces de 84 posibles) como el procedimiento más conveniente para resolver los problemas.
- Hubo una amplia variedad de procedimientos no convencionales que los niños utilizaron para resolver los problemas de división. Estos abarcaron desde el conteo hasta la multiplicación.

### *E) Manejo de la calculadora*

Para cumplir con el propósito de esta lección, no se les proporcionó a los niños la calculadora para la realización de las actividades, ya que el objetivo era identificar las estrategias informales que en forma espontánea pudieran emplear los alumnos para resolver los problemas de división cuando se encontraban iniciando el aprendizaje de este algoritmo en el cuarto grado.

## Ficha No. 4 ¿Cuál es el resultado?

Octubre 8 de 1999.

En sesión se trabajó con la ficha No. 4 *¿Cuál es el resultado?*, (Anexo 7) del Fichero de actividades didácticas, la cual está diseñada para trabajarse con la lección *La huerta de don Fermín*.

### A) *Propósitos de la actividad*

Los propósitos de la ficha son:

- *Que los alumnos desarrollen la habilidad para estimar el resultado de problemas que implican dividir.*
- *Que calculen el resultado exacto de varios problemas mediante diversos procedimientos.*

La aplicación de esta ficha tuvo un doble propósito: por un lado, favorecer en los niños la habilidad de estimación y, por otro lado, identificar los diversos procedimientos que emplean cuando se enfrentan a resolver problemas de división.

Esta ficha contiene 4 problemas de estimación:

- a. *Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuales se plantarán en cinco terrenos iguales. En cada terreno se debe plantar la misma cantidad, ¿cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno?*  
3 arbolitos                      24 arbolitos                      120 arbolitos
- b. *Se empacarán 3 000 naranjas. En cada costal se pondrán 60 naranjas, ¿cuántos costales se llenarán?*  
5 costales                      50 costales                      500 costales
- c. *Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería. Cada tubo mide 6 metros de largo, ¿cuántos tubos se necesitan?*  
42 tubos                      45 tubos                      44 tubos
- d. *Para cercar el terreno de la escuela se necesitan 168 postes. En la comunidad hay 12 familias que deben aportar la misma cantidad de postes, ¿cuántos postes debe dar cada familia?*  
10 postes                      18 postes                      14 postes



### B) Variables didácticas de los problemas

Al clasificar los problemas de esta ficha con base en las variables didácticas consideradas, se obtuvo el siguiente cuadro:

Problema	TIPO		RESIDUO <sup>9</sup>		DIVISORES		INFORMACION	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
A	X		X		X		X	
B		X	X			X	X	
C		X	X		X		X	
D	X		X			X	X	

Cuadro 4. Variables didácticas de los problemas de la ficha No. 4: ¿Cuál es el resultado?

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 22 niños. Organizados en parejas -tal como estaban en sus propias mesas de trabajo-, los niños resolvieron los primeros cuatro problemas de esta ficha.

Enseguida se dieron las indicaciones para realizar la actividad. En primer lugar, los alumnos eligieron una de las tres opciones presentadas en cada problema trazando un círculo alrededor de ella (los niños utilizaron bolígrafo para evitar correcciones). En segundo lugar, realizaron las operaciones que consideraron adecuadas para resolver cada problema y verificar de paso, la exactitud de su estimación.

### D) Resultados

Los resultados de las estimaciones de los cuatro problemas que escribieron en sus hojas de trabajo son los siguientes:

Problemas		A	B	C	D	Total
Estimación	Correcta	21	13	16	5	55
	Incorrecta	1	9	6	17	33

Cuadro 5a. Resultados de las estimaciones de los problemas de la ficha No. 4: ¿Cuál es el resultado?

Las estimaciones correctas que los alumnos efectuaron para calcular los resultados, fueron decreciendo a medida que los rangos numéricos de las opciones se iban haciendo más estrechos. En los problemas C y D, la diferencia entre los números de los rangos

<sup>9</sup> Cuando los problemas presentaban una sola característica en la variable, no se contrastaron los resultados entre ellos.

1. Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuales se plantarán en cinco terrenos iguales. En cada terreno se debe plantar la misma cantidad, ¿Cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno?

3 arbolitos      24 arbolitos      120 arbolitos

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 24 \\ + 24 \\ + 24 \\ + 24 \\ \hline 120 \end{array}$$

### E) Manejo de la calculadora

En esta actividad todavía no se les había proporcionado la calculadora a los niños porque, se continuaba en la etapa de averiguar los recursos informales que pudieran utilizar para resolver los problemas de división.

**En conclusión;** los procedimientos que utilizaron los alumnos para resolver los cuatro problemas de esta ficha, fueron 3: división, multiplicación y suma.

Entre los procedimientos que se pueden considerar como los procedimientos más alejados de lo formal, que utilizaron en la primera lección y que volvieron a utilizar en esta sesión fue la suma iterada.

## Ficha 9 ¿Cómo cuantos?

Octubre 15 de 1999.

A partir de esta actividad se **le proporcionó a cada niño una calculadora** para que la utilizaran en la forma que les pareciera más conveniente para resolver los problema. Por lo anterior, el trabajo de esta sesión se desarrolló en dos partes: los primeros 20 minutos se dedicaron al manejo de la calculadora y el resto de la clase, se dedicó al desarrollo de las actividades correspondientes a esta sesión.

### I) El manejo de la calculadora<sup>11</sup>

Una sola condición se les exigió cumplir a los alumnos para que usaran la calculadora (se les repitió constantemente durante las primeras sesiones de trabajo).

**No se vale escribir como resultado el número que aparezca en la pantalla de la calculadora. Es necesario escribir la operación completa, de tal manera que se pueda visualizar todo el proceso de ejecución del algoritmo.**

Por ejemplo, para la división:  $350 \div 25$

Los niños pueden oprimir las teclas:  $350 \div 25 =$

En la pantalla se puede leer el resultado: 14

Este número es el cociente, pero como no es válido escribir únicamente los números del resultado que arroje la pantalla de la calculadora, es necesario realizar todos los cálculos aritméticos implicados en la operación. **La calculadora puede ser utilizada entonces, únicamente para realizar las operaciones parciales, de tal modo que en su hoja de trabajo escriban la operación completa con todos sus números y resultados parciales.**

---

<sup>11</sup> Por ser esta la primera sesión donde se introdujo la calculadora, presento un apartado especial para explicar la forma en que se utilizaría la calculadora para resolver los problemas. En el resto de la sesión se aplicaron las actividades correspondientes a la ficha No. 9.

Así  $350 \div 25$  debe aparecer en sus hojas de trabajo de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 14 \\ 25 \overline{) 350} \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

De la misma forma, si va a multiplicar, por ejemplo:  $25 \times 14$

**También se debe escribir toda la operación completa y no únicamente el resultado que muestre la pantalla.** Así, los niños deben escribir la operación en forma desarrollada:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 14 \\ \hline 100 \\ 25 \\ \hline 350 \end{array}$$

Esta explicación requirió aproximadamente de 20 minutos. Se realizaron cuatro ejemplos más en el pizarrón –uno por cada una de las cuatro operaciones básicas- para que quedara entendida la forma en que debería ser utilizada la calculadora para realizar las operaciones que consideraran convenientes.

Aquí debo hacer dos precisiones importantes: la primera, es con relación al **impacto que causó a los niños el hecho de tener una calculadora en las manos para trabajar con ella en la clase**; y la segunda, es con respecto al **conocimiento que los niños ya poseían en este momento sobre el manejo de la calculadora**.

Con relación al primer punto, cuando los niños recibieron la calculadora con la cual resolverían las actividades, pude percibir una variedad de emociones:

- Un estado de alegría general. Se les veía contentos y emocionados presionando teclas al azar y probando el funcionamiento de la calculadora. Podría decirse que tenían un juguete en las manos.
- Algunos niños no creían que se les permitiría usarla en el trabajo de la clase.

Respecto a la segunda precisión, de alguna manera, los niños habían tenido ya acercamientos a esta herramienta tecnológica en su casa, en la calle o en otro lugar. Muchos de ellos ya tenían conocimientos de cómo usarla y no hubo dificultades para que la utilizaran como un recurso que les ayudaría a realizar las operaciones necesarias para encontrar la solución de los problemas; de hecho ya la conocían:

- Hubo un intercambio de “conocimientos” entre los propios niños acerca de cómo utilizar la calculadora, algunos les explicaban a otros con menos

experiencia en su uso, como “hacer las cuentas” utilizando las diferentes teclas de la calculadora.

- Casi todos los niños sabían como usar las diferentes teclas de la calculadora: la de los números, la de encender y apagar la calculadora, las de los signos de las cuatro operaciones básicas, el punto decimal y el signo igual. Algunos niños me preguntaron cómo funcionan las teclas: MRC M- M+ %  $\sqrt{\quad}$  les dije que posteriormente les enseñaría como usarlas.
- Algunos niños empezaron a “formar palabras” como: *OSO, LOBO, BOBO*, etc., narrando un cuento con cifras numéricas al tiempo que las escribían en la calculadora y luego la voltearon para poder leer esos números por su semejanza con algunas letras del alfabeto.

**En conclusión**, la calculadora no resultó ser un objeto desconocido para los alumnos sino que al contrario, **la mayoría de ellos sabían lo suficiente acerca de sus funciones básicas**. Por otro lado, **la calculadora despertó el interés y el gusto para realizar las actividades con ella**, esto motivó aún más la participación de los alumnos en la realización de las actividades.

## II) Aplicación de la actividad.

Después de lo anterior, se continuó con la otra parte del trabajo de la sesión de este día. En esta ocasión se aplicó la ficha No. 9 *¿Cómo cuántos?*, (Anexo 8).

### A) *Propósito de la actividad*

Esta ficha debe realizarse con la lección *La camioneta de don Fermín*. El propósito de esta ficha es:

- *Que los alumnos estimen resultados de problemas que impliquen dividir y utilicen las multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos.*

Para cumplir con este propósito, los problemas planteados en esta ficha se aplicaron antes de la lección.

Un propósito importante relacionado con la calculadora en esta sesión fue observar las formas en que los niños la utilizaban para resolver estos problemas.

En esta sesión, únicamente se resolvió el primer problema de la ficha porque se gastó tiempo en la actividad anterior (I. El manejo de la calculadora) y además, este problema implica en realidad 4 problemas. Éste problema es:

1. José trabaja en una fábrica empacadora de jabones. En cada caja pone 16 jabones.

A. ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 192 jabones? \_\_\_\_\_

B. ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 224 jabones? \_\_\_\_\_

C. ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 384 jabones? \_\_\_\_\_

D. ¿Cuántas cajas necesitan para empacar 480 jabones? \_\_\_\_\_

### B) Variables didácticas de los problemas

Al clasificar los problemas de esta ficha con base en las variables didácticas consideradas para el análisis de los problemas de división, se obtuvo el siguiente cuadro:

Problema	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
A		X	X			X	X	
B		X	X			X	X	
C		X	X			X	X	
D		X	X			X	X	

Cuadro 6. Variables didácticas de los problemas de la ficha No. 9: ¿Cómo cuántos?

En este caso, todos los problemas corresponden a la misma variable.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 alumnos. El grupo se organizó en 6 equipos de trabajo, 3 equipos de cuatro elementos y 3 equipos de tres elementos.

Siguiendo la misma dinámica de trabajo de la sesión anterior, se pidió a los alumnos que en primer lugar, escribieran con bolígrafo la estimación del número de cajas que se necesitarían para empacar la cantidad de jabones requerida, y en segundo lugar, que procedieran a realizar las operaciones necesarias para verificar sus estimaciones y encontrar el resultado de cada problema.



### D) Resultados

Los resultados de las estimaciones que los alumnos realizaron a los cuatro problemas planteados en esta situación, se muestran en el siguiente cuadro.

Problema		A	B	C	D	Total
Estimación	Correcta	10	10	10	10	40
	Incorrecta	11	11	11	11	44

Cuadro 7a. Resultados de las estimaciones de los problemas de la ficha No. 9: ¿Cómo cuántos?

Las estimaciones correctas corresponden a los niños de los equipos: *Los Amigos*, *Los Delfines* y *Los Abanicos*.

Cuando los niños terminaron de realizar las estimaciones, procedieron a realizar las operaciones para resolver los problemas. Los resultados fueron los siguientes:

Problema		A	B	C	D	Total
Operación utilizada						
División	Correcta	4	10	11	6	31
	Incorrecta	7	4	3	5	19
Multipl.	Correcta	10	7	7	10	34
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Suma	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	-	-	0

Cuadro 7b. Resultados de los problemas de la ficha No. 9: ¿Cómo cuántos?

Los procedimientos utilizados para resolver los problemas de esta ficha fueron únicamente dos: la división y la multiplicación. La división fue utilizada en 50 ocasiones: (31 correctas y 19 incorrectas) y la multiplicación fue utilizada en 34 ocasiones (todas exitosamente).

En el caso de las divisiones incorrectas, los errores se cometieron en los residuos parciales. Es importante notar que aunque el residuo era incorrecto, todos los cocientes estaban correctos. Esto se debe a que hicieron la división con la calculadora obteniendo de esta forma el cociente pero, cometieron algún error en los cálculos parciales de la misma.

### *E) Manejo de la calculadora*

El equipo *Las 3 estrellas* fue el único que utilizó la calculadora como un recurso para encontrar el resultado. Multiplicando el divisor (16) por la cifra que contemplaron en su estimación, comprobaron que no era el resultado correcto, entonces multiplicaron sucesivamente por varios números hasta que encontraron el número (cociente) que buscaban; es decir, el número que multiplicado por el divisor les daba una cantidad igual al dividendo.

El resto de los equipos no utilizó la calculadora para ejecutar la operación. Realizaron la operación en su cuaderno como ellos sabían y, una vez terminada la operación, verificaron el resultado con la calculadora. Es decir, emplearon la calculadora como un recurso para verificar sus resultados, una vez que habían realizado la operación con lápiz y papel.

## Sesión 4

### Actividades adicionales 1<sup>12</sup>

Octubre 22 de 1999

En esta sesión se trabajó la primera de las actividades adicionales. Se les plantearon a los niños dos problemas que tenían como propósito fortalecer exclusivamente la habilidad de estimación y continuar averiguando el uso potencial que los niños podían darle a la calculadora.

Los problemas de esta sesión fueron los siguientes:

1. *Si un patio en forma de rectángulo tiene 12 mosaicos a lo ancho y en total tiene 360 mosaicos, ¿cuántos mosaicos tendrá a lo largo?*

*Menos de 20                      entre 20 y 40                      más de 40*

2. *Lupe puso 450 globos en 15 bolsitas, de manera que en cada bolsa hubiera igual número de globos. ¿Cuántos globos habrá puesto en cada bolsa?*

*Menos de 20                      entre 20 y 40                      más de 40*

Este día asistieron 18 niños. La resolución de los problemas se realizó en forma individual.

La dinámica de trabajo siguió siendo la misma; primero, los niños encerraron con bolígrafo el resultado que a su juicio respondía correctamente el problema y posteriormente procedieron a realizar las operaciones para resolverlo.

Los 18 alumnos que asistieron este día a clases, utilizaron el algoritmo de la división con un 86% de casos correctos. No se presentó ningún caso donde se utilizaran otros algoritmos.

---

<sup>12</sup> Por actividades adicionales consideremos el planteamiento de situaciones problemáticas que no corresponden a las planteadas en los materiales oficiales –libro de texto y fichero de actividades didácticas– pero que fueron elaboradas a partir de ellas con un doble propósito. Por un lado, fortalecer las habilidades de estimación, cálculo mental, manejo de las tablas de multiplicar, etc. y favorecer así el aprendizaje del algoritmo de la división y por otro lado, trabajar con otros algoritmos para que los alumnos no relacionaran mi presencia con el planteamiento exclusivo de problemas de división.

El elevado número de ocasiones que la división fue resuelta correctamente pudo deberse a dos cosas: 1) al uso de la calculadora, y a que 2) los problemas tenían residuo cero.

Las operaciones no tuvieron mucha dificultad, ya que los residuos parciales de las mismas eran únicamente ceros. El cociente lo encontraron con el apoyo de la calculadora.

La calculadora fue utilizada básicamente para verificar si la operación que habían realizado en su hoja de trabajo estaba correcta.

## Sesión 5

### Lección “ La camioneta de Don Fermín”

Noviembre 3 de 1999.

En esta sesión se desarrollaron las actividades de la lección *La camioneta de don Fermín* (Anexo 2).

#### A) *Propósito de la actividad*

Los contenidos programáticos de esta lección, establecen que los alumnos utilicen:

- *Diversos procedimientos para resolver problemas de división,*
- *Estimación de resultados, y*
- *Resolución de problemas sencillos, elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.* (Avance Programático p. 14).

De acuerdo a estos objetivos, en esta lección se evaluaron los diversos procedimientos que los alumnos emplearon al resolver problemas de división, su habilidad de estimación y su habilidad en la resolución de problemas.

Los problemas que en esta lección implican el algoritmo de la división son las actividades 2, 3 y 5. Estas son las siguientes:

*Después de varios años de acarrear la fruta en burros, don Fermín se animó a comprar una camioneta.*

*Fue a la ciudad y visitó un lugar donde venden autos usados.*

*Don Fermín compró la camioneta modelo 1982 (cuesta \$9 800). Para pagarla, le dieron el siguiente crédito: \$500 de enganche y el resto en 12 pagos mensuales.*

*Act. 2. Anota sí o no en las siguientes preguntas según lo que creas que va a pagar don Fermín cada mes.*

*¿Pagará menos de \$10 mensuales? \_\_\_\_\_*

*¿Pagará entre 10 y 100 pesos mensuales? \_\_\_\_\_*

*¿Pagará entre 100 y 1 000 pesos mensuales? \_\_\_\_\_*

*¿Pagará más de 1 000 pesos mensuales? \_\_\_\_\_*

*Act. 3. Averigua, como tú quieras, cuánto va a pagar don Fermín cada mes. Anótalo en tu cuaderno.*

Act. 5: Como las llantas de la camioneta ya estaban muy gastadas, don Fermín decidió comprar 4 llantas nuevas.

¡Las mejores llantas \$ 425 cada una! (grita el señor de la gorrita).

¡Oferta! Llévese las 4 llantas por sólo \$1 596 (llantas en oferta).

¿Cuáles llantas salen más baratas, las que anuncia el señor de la gorrita o las que están en oferta? \_\_\_\_\_.

Don Fermín compró las llantas que están en oferta. ¿Cuánto le costó cada llanta?

\_\_\_\_\_

### B) Variables didácticas de los problemas.

Al clasificar las actividades de esta lección con base en las variables didácticas consideradas para el análisis de los problemas de división, se obtuvo el siguiente cuadro.

Actividad	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
2 <sup>13</sup>	Estimar el rango entre el que se encuentra el resultado							
3	X		X			X	X	
5	X		X		X		X	

Cuadro 8. Variables didácticas de las actividades 2, 3 y 5 de la lección: *La camioneta de don Fermín*.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 19 niños. Por afinidad los niños se integraron en 4 equipos de trabajo; 4 de cuatro elementos y 1 de tres elementos.

Se acomodaron las bancas de tal forma que los niños de cada equipo quedaran frente a frente y se dio inicio a la realización de la actividad.

La maestra del grupo inició la clase dando la indicación de abrir el libro en la página 40. Un niño del mismo grupo realizó la lectura de la actividad. Después se repartieron las hojas de trabajo donde los niños registraron sus respuestas.

<sup>13</sup> La actividad 2 no se puede clasificar con base en estas variables porque representa una actividad de estimación y no el planteamiento de un problema de división.

#### D) Resultados

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Actividad		2	3	5	Total
Operación utilizada	Correcta	16	-	-	16
	Incorrecta	3	-	-	3
División	Correcta	-	15	15	30
	Incorrecta	-	3	3	6
Multiplicación	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	-	1	1	2

Cuadro 9. Resultados de las actividades de la Lección: “La camioneta de don Fermín”.

En la actividad No. 2; 16 niños estimaron correctamente y 3 estimaron incorrectamente. El alto porcentaje de estimaciones correctas pudo deberse a la amplitud de los rangos de las opciones presentadas.

En las actividades 3 y 5; la división fue empleada en 36 ocasiones. Los cocientes de todas las operaciones fueron correctos. Los errores de las operaciones incorrectas se apreciaban en los resultados parciales y en el divisor (un niño no lo escribió y otro escribió otra cifra).

La mayoría de los niños realizaron junto al algoritmo de la división su comprobación mediante una multiplicación. La multiplicación fue utilizada en sólo 2 casos como procedimiento único para resolver los problemas.

#### E) Manejo de la calculadora

En esta sesión, los alumnos empezaron a utilizar la calculadora con una mayor variedad de procedimientos. A continuación se describen algunos de ellos.

Beatriz Elena del equipo *Las Niñas* resolvió el problema de la actividad número 3, utilizando la calculadora con un procedimiento al que he llamado: **La división del cociente correcto**. La asignación de este nombre, obedece a la razón de que esta niña al obtener el resultado con la calculadora, lo escribió completo en el espacio correspondiente al cociente. Esto le aseguró que este cociente era el correcto porque lo “encontró” con la calculadora y “la calculadora no se equivoca”. Así pudo continuar con el resto de la operación.



Dividió directamente en la calculadora  $9\ 300 \div 12$ , en la pantalla apareció el número 775. Escribió este resultado como el cociente de la operación.

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \end{array}$$

Enseguida multiplicó el primer dígito del cociente (de izquierda a derecha), por las unidades del divisor:  $7 \times 2 = 14$ , luego realizó la sustracción: 23 menos 14 igual a 9 (estas operaciones las hizo sin la calculadora).

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \\ 9 \end{array}$$

Después multiplicó este mismo dígito del cociente por las decenas del divisor:  $7 \times 1 = 7$ , más 2 que se “llevan”, son 9, siguió con la sustracción: 9 menos 9, igual a 0.

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \\ 09 \end{array}$$

Luego bajó el siguiente cero obteniendo un residuo parcial de 90.

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \\ 090 \end{array}$$

Repitió este mismo proceso con el segundo dígito del cociente:  $7 \times 2 = 14$ , para 20, son 6, escribió el 6 abajo el cero y “lleva” 2.

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \\ 090 \\ 6 \end{array}$$

Enseguida multiplicó este mismo dígito del cociente por las decenas del divisor:  $7 \times 1 = 7$ , más 2 que lleva son 9, para 9, igual a 0.

$$12 \overline{) 9\ 300} \begin{array}{r} 775 \\ 090 \\ 06 \end{array}$$

Bajó la última cifra del dividendo obteniendo un residuo parcial de 60.

$$\begin{array}{r} 775 \\ 12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ 060 \end{array}$$

Multiplicó la última cifra del cociente por las unidades del divisor:  $5 \times 2 = 10$ , realizó la sustracción, 10 para 10 igual a 0. Escribió el 0 abajo del 0.

$$\begin{array}{r} 775 \\ 12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ 060 \\ \underline{0} \end{array}$$

Y finalmente multiplicó esta misma cifra del cociente por las decenas del divisor:  $5 \times 1 = 5$ , más 1 que lleva son 6, para 6 igual a 0.

$$\begin{array}{r} 775 \\ 12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ 060 \\ \underline{00} \end{array}$$

Y así terminó la operación.

Es decir, esta niña (y muchos más) utilizaron la calculadora para obtener el cociente. Escribieron este resultado en la parte correspondiente al mismo y continuaron con el proceso sin apoyarse más en la calculadora.

Getsemaní utilizó un procedimiento al que denominé *la división del cociente pausado*.

Este nombre se debe a que no escribió el cociente completo, sólo escribió el primer dígito del mismo que aparecía en la pantalla (de izquierda a derecha) y siguió con las operaciones parciales que corresponden a ese primer dígito. Posteriormente volvió a teclear la operación completa y escribió únicamente el segundo dígito del cociente, volvió a realizar las operaciones parciales y al terminar tecló nuevamente toda la operación y escribió el tercer dígito del cociente, realizó las operaciones parciales y finalizó la operación.

Esta niña realizó la operación en la calculadora pero, no escribió el cociente completo desde la primera vez, sino que solo escribió el primer dígito.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 12 \overline{) 9300} \end{array}$$

Efectuó el mismo procedimiento que Beatriz Elena para los pasos que seguían obteniendo un resultado parcial de 90.

$$12 \overline{) 9300} \\ \underline{090}$$

Después volvió a teclear nuevamente toda la operación:  $9300 \div 12 = 775$ , y escribió únicamente el segundo dígito. Obtuvo así un cociente parcial de 77.

$$12 \overline{) 9300} \\ \underline{090}$$

Otra vez realizó el proceso anterior hasta obtener un residuo parcial de 60.

$$12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ \quad 060$$

Finalmente tecleó nuevamente toda la operación:  $9300 \div 12 = 775$  y escribió el último dígito del cociente.

$$12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ \quad 060$$

Realizó los pasos finales del proceso y terminó la operación. Esta quedó de la siguiente forma.

$$12 \overline{) 9300} \\ \underline{090} \\ \quad 060 \\ \quad \quad 0$$

Estas son los dos procedimientos que se registraron para resolver la división  $9300 \div 12$ , empleando la calculadora.

La mayoría de los niños utilizaron la calculadora para comprobar su operación multiplicando cociente por divisor, asegurándose de esta manera, que realizaron su operación correctamente.

**En conclusión**, la principal dificultad que los niños encontraron para resolver las operaciones de división fue la estimación del cociente, es decir, del número de veces que el divisor cabe en el dividendo. Los niños tuvieron dificultades para estimar correctamente, por eso, el principal uso que le dieron a la calculadora fue para obtener el cociente y poder continuar así con la ejecución del algoritmo.

## Sesión 6

### Problemas 2, 4 y 5 (aplicados previamente en el examen de diagnóstico)

Noviembre 12 de 1999.

En esta sesión, se volvió a plantear a los alumnos, los problemas del examen de diagnóstico donde los niños obtuvieron el menor número de respuestas correctas.

#### A) *Propósito de la actividad*

El objetivo de que los niños resolvieran nuevamente los problemas del examen de diagnóstico donde tuvieron mayor dificultad, fue para observar si después de 5 sesiones de trabajo, habían experimentado algún avance que indicara un aumento en la habilidad de los niños para resolver estos problemas.

Asimismo, se solicitó que realizaran nuevamente las 6 operaciones de división que venían al final de esta evaluación diagnóstica, con el mismo objetivo anterior: identificar algún avance en la habilidad del manejo del algoritmo convencional.

Estos problemas fueron:

2. *Si se reparten 260 dulces entre 16 niños cuidando que a cada niño le toque lo mismo que a los demás. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno?*
4. *Para vender las gomas de borrar en oferta, Don Luis las pone en cajitas de 15 gomas, si tiene 316 gomas ¿cuántas cajitas va a necesitar?*
5. *Durante los últimos 15 años don José ha hecho paquetes de cuadernos para venderlos en su tienda. En cada paquete coloca 14 cuadernos. Si tiene 593 cuadernos en total, ¿cuántos paquetes completos puede formar?*

$$7 \overline{) 273}$$

$$12 \overline{) 420}$$

$$23 \overline{) 350}$$

$$9 \overline{) 170}$$

$$14 \overline{) 596}$$

$$150 \overline{) 1200}$$

### B) Variables didácticas de los problemas

Al clasificar estos problemas con base en las variables didácticas ya conocidas, se obtuvo el siguiente cuadro:

Problema	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACION	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
2	X			X		X	X	
4		X		X		X	X	
5	X			X		X		X

Cuadro 10. Variables didácticas de los problemas del examen de Diagnóstico.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 niños. La resolución de estos problemas y de las operaciones se realizó en forma individual porque correspondían al examen de diagnóstico.

### D) Resultados

Con el propósito de comparar con más claridad los resultados de los problemas, se presentan dos cuadros; el primero con los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica aplicada en el mes de septiembre, y el segundo, con los resultados obtenidos en esta sesión:

Problema		2	4	5	Total
Operación utilizada	Correcta	1	6	2	9
	Incorrecta	21	8	11	40
Multipl.	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	2	6	3	11
Suma	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	2	7	10	19
Resta	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	1	3	2	6
Sin operar	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	-	1	-	1
Sin resolver		-	1	1	2

Cuadro 11a. Resultados de los problemas 2, 4 y 5 del examen de diagnóstico aplicado el 24 de Septiembre de 1999.

Problema		2	4	5	Total
División	Correcta	19	17	11	47
	Incorrecta	2	4	7	13
Multipl.	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	5	5
Suma	Correcta	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	3	3

Cuadro 11b. Resultados de los problemas 2, 4 y 5 del examen de diagnóstico aplicado el 12 de Noviembre de 1999.

En la resolución de estos problemas se pudieron apreciar cuatro puntos:

1. Aumentó el uso del algoritmo de la división en 11 casos (de 49 en la evaluación diagnóstica a 60 en esta sesión).
2. Aumentó ampliamente el número de divisiones correctas en 38 casos (de 9 en la evaluación diagnóstica a 47 en esta sesión).
3. Disminuyó considerablemente el número de divisiones incorrectas en 27 casos (de 40 en la evaluación diagnóstica a 13 en esta sesión).
4. Disminuyó también considerablemente la utilización de operaciones distintas a la división en 28 casos (de 36 en la evaluación diagnóstica a 8 en esta sesión).

Es decir, después de cinco sesiones de trabajo sobre el tema de la división, se observó una amplia diferencia que indicó un avance considerable en la habilidad de los alumnos para resolver estos problemas.

En cuanto a la habilidad en el manejo del algoritmo formal, los resultados fueron los siguientes:

Divisor de:	n = 22	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
1 cifra	$273 \div 7$	14	7	1
	$170 \div 9$	13	5	4
2 cifras	$420 \div 12$	-	19	3
	$350 \div 23$	3	15	4
	$596 \div 14$	2	16	4
3 cifras	$1\ 200 \div 150$	-	9	13
<b>Total</b>		<b>32</b>	<b>71</b>	<b>29</b>

Cuadro 12a. Resultados de las operaciones del examen de diagnóstico aplicado el 24 de Septiembre de 1999.



Divisores de:	n = 21	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
1 cifra	$273 \div 7$	12	9	-
	$170 \div 9$	16	4	1
2 cifras	$420 \div 12$	15	5	1
	$350 \div 23$	9	11	1
	$596 \div 14$	12	8	1
3 cifras	$1\ 200 \div 150$	10	10	1
<b>Total</b>		<b>74</b>	<b>47</b>	<b>5</b>

Cuadro 12b. Resultados de las operaciones del examen de diagnóstico aplicado el 12 de Noviembre de 1999.

En este aspecto se destacan tres puntos:

- 1.- Aumentó considerablemente el número de resultados correctos en el manejo del algoritmo de la división en 42 casos (de 32 en la evaluación diagnóstica a 74 en esta sesión).
- 2.- Disminuyó considerablemente el número de resultados incorrectos en 24 casos (de 71 en la evaluación diagnóstica a 47 en esta sesión).
- 3.- Disminuyó considerablemente las operaciones sin resolver (de 29 en la evaluación diagnóstica a 5 en esta sesión y que correspondieron al mismo alumno).

Es decir, después de cinco sesiones de trabajo sobre el tema de la división, se observó un avance sustancial en el manejo del algoritmo (de un 24% en la evaluación diagnóstica a un 58% en los resultados de esta sesión).

### **E) Manejo de la calculadora**

Antes de describir los procedimientos de división que se registraron en esta sesión, debo mencionar lo siguiente: en ningún momento mencioné a los alumnos que hacer cuando la calculadora arrojará un cociente con decimales, hasta esta sesión no se había presentado problema alguno y yo, no me había percatado de este detalle.

Cuando en algún resultado apareció un punto decimal, por iniciativa propia, los niños eliminaron el punto y los decimales como parte del cociente y solamente escribían los números enteros, pero en esta sesión el resultado que Miguel Ángel escribió en su hoja de trabajo me hizo reflexionar en ello.

2.- Si se reparten 260 dulces entre 16 niños cuidando que a cada niño le toque lo mismo que a los demás. ¿Cuántos dulces le tocarán a cada uno? R=16.25

$$\begin{array}{r} 16.25 \\ 16 \overline{) 260} \\ \underline{100} \\ 38 \\ \underline{16} \\ 66 \end{array}$$

El hecho de que los niños eliminaran el punto y los decimales como parte del cociente, demostró el conocimiento que tenían de las relaciones entre los números, así como también del manejo que poseían de la calculadora.

Debo aclarar que fueron únicamente dos los niños que durante la aplicación de las actividades escribieron sus resultados con decimales (tal como aparece en la calculadora). No retomé esta situación para discutirla con todo el grupo, sino únicamente con estos dos niños porque el resto del grupo eliminó el punto y los decimales del resultado por iniciativa propia.

Enseguida presento algunos ejemplos de los procedimientos que los niños utilizaron para resolver los problemas con la calculadora. Estos ejemplos, son aquellos que siguieron algún procedimiento diferente de los ya anteriormente descritos.

Yareni Yael, empleó un procedimiento al que he llamado *la división tomando como dividendo los residuos parciales*. Lo llamo así porque Yareni no tecleó el dividiendo completo, sino únicamente los dígitos que son apenas mayores que el divisor. Escribió el resultado que aparece en la pantalla y siguió con las operaciones intermedias para obtener el residuo parcial. Enseguida tecleó ese residuo parcial entre el divisor para obtener el segundo dígito del cociente y volvió a realizar las operaciones parciales para finalizar la operación.

Por ejemplo, para la división  $260 \div 16$  primero dividió  $26 \div 16$ , la pantalla de la calculadora mostró el resultado: 1.625. Escribió como cociente el número 1 e ignoró los decimales.

$$1 \overline{) 16} \begin{array}{r} 1 \\ 260 \end{array}$$

El siguiente paso, consistió en multiplicar  $1 \times 6 = 6$  (cuando los números que multiplicaba eran pequeños, no utilizaba la calculadora). Enseguida realizó la sustracción; “6 para 6 igual a 0”, y escribió el 0 abajo del 6.

$$16 \overline{) 260} \\ \underline{0}$$

Luego multiplicó  $1 \times 1 = 1$ , y de la misma forma “1 para 2, igual a 1”, enseguida escribió el 1 abajo del 2 y bajó el siguiente cero del dividendo, obteniendo un residuo parcial de 100.

$$16 \overline{) 260} \\ \underline{100}$$

En el siguiente paso tecléo en la calculadora el residuo parcial:  $100 \div 16 = 6.25$ . Nuevamente, ignoró los decimales y escribió el 6 en el cociente obteniendo un cociente parcial de 16.

$$16 \overline{) 260} \\ \underline{100} \\ 16$$

Repitió el procedimiento,  $6 \times 6 = 36$ , (se apoyó en la calculadora). Realizó la sustracción diciendo: “36 para 40 igual a 4” escribió el cuatro y dijo: “llevamos 4”.

$$16 \overline{) 260} \\ \underline{100} \\ 4$$

Continuó: “ $6 \times 1 = 6$ ”, “más 4 que llevamos son 10”, “10 para 10 igual a 0” y “¡Acabé!”.

$$16 \overline{) 260} \\ \underline{100} \\ 04$$

Para comprobar si la operación estaba correcta, multiplicó con la calculadora el cociente por el divisor:  $16 \times 16 = 256$ , sumó el residuo: 4, y obtuvo 260. Así, quedó convencida de que la operación estaba correcta y, que por lo tanto, la respuesta correcta era: 16 dulces.

Anayeli empleó el procedimiento de *suma iterada del divisor* porque procedió sumando tantas veces el divisor hasta acercarse al dividendo para encontrar el cociente.

Por ejemplo, para dividir  $596 \div 14$ , siguió el siguiente procedimiento. Sumó el divisor 3 veces con la calculadora  $14 + 14 + 14 = 42$ . Enseguida contó con sus dedos cuánto le faltaba para 59. Al darse cuenta de que faltaban 17 y, que por lo tanto el 14 cabía otra vez, supo entonces que el 14 cabía 4 veces en el 59 (y que sobraban 3). Escribió el 4 como cociente.

$$14 \overline{) 596} \quad \begin{array}{r} 4 \end{array}$$

Siguió un procedimiento similar al de Yareni Yael (anteriormente descrito) para obtener un residuo parcial de 36 (a pesar de que ya sabía que sobraban 3 y de que solo tendría que bajar el 6).

$$14 \overline{) 596} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 036 \end{array}$$

Fiel a su procedimiento, sumó el divisor 2 veces y obtuvo 28, lo sumó una tercera vez, pero inmediatamente lo descartó porque el resultado (42) rebasaba al dividendo (36). Escribió el número 2 y obtuvo 42 como cociente.

$$14 \overline{) 596} \quad \begin{array}{r} 42 \\ 036 \end{array}$$

Siguió el mismo procedimiento que Yareni Yael para obtener el residuo final 8, y así terminó con la operación.

$$14 \overline{) 596} \quad \begin{array}{r} 42 \\ 036 \\ 8 \end{array}$$

Es de llamar la atención que teniendo a su disposición la calculadora con las teclas  $\times$  y  $\div$  no las haya utilizado para realizar las operaciones.

Por último explicaré el procedimiento de Edgar. A este procedimiento lo llamé *división por multiplicaciones sucesivas* porque para encontrar el cociente fue multiplicando el divisor sucesivamente por diversos números hasta llegar al dividendo en forma aproximada o exacta. Este número era el cociente.

Por ejemplo, para la división  $170 \div 9$  procedió de la siguiente manera. A primera vista se dio cuenta que el divisor 9 cabía sólo una vez en el 17 por lo que no necesitó hacer ninguna multiplicación y escribió el primer dígito del cociente.

$$9 \overline{) 170}$$

Multiplicó  $1 \times 9 = 9$ , y contando con sus dedos a partir del 9 hasta el 17, escribió el residuo parcial. Bajó el siguiente cero obteniendo un residuo parcial de 80.

$$9 \overline{) 170} \\ \quad 80$$

Enseguida empezó a buscar (con la calculadora) el número que multiplicado por el divisor se aproximara más al 80. Multiplicó el 9 por 5, por 7 y como los resultados no se aproximaban al 80 los iba descartando; cuando lo multiplicó por 8, el resultado (72) le hacía dudar de ser el número que buscaba, así que multiplicó por el siguiente número que era el 9, este resultado (81) le permitió darse cuenta de que se había pasado, por lo que el número que buscaba era el anterior: el 8. Lo escribió en el lugar que le correspondía para formar un cociente parcial de 18.

$$9 \overline{) 170} \\ \quad 18 \\ \quad 80$$

Enseguida multiplicó  $8 \times 9 = 72$  y contando con los dedos a partir del 72 hasta el 80, encontró el residuo final: 8. De esta manera terminó la operación.

$$9 \overline{) 170} \\ \quad 18 \\ \quad 80 \\ \quad \quad 8$$

## Sesión 7

### Lección entre 10 y 100

Noviembre 26 de 1999.

3). En esta sesión se desarrollaron las actividades de la lección *Entre 10 y 100* (Anexo

#### A) *Propósito de la actividad*

Los contenidos programáticos que corresponden a esta lección son:

- *Uso de la multiplicación para aproximarse al resultado de una división.*
- *Estimación de resultados.*
- *Resolución de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.*
- *Comprobación de resultados en problemas.* (Avance programático p. 19).

Las actividades 4 y 5 son las que en esta lección se consideraron para el análisis de la división. Estas actividades fueron las siguientes:

4. *Observa los siguientes dibujos, para resolver los problemas que vienen después. Sólo tienes que tachar la respuesta correcta.*



1. *Un tomo de la enciclopedia científica cuesta:*  
 Menos de \$ 10 *Entre \$ 10 y \$ 100*  
 Entre \$ 100 y \$ 1 000 *Más de \$ 1000*
2. *Un tomo de la enciclopedia cultural cuesta:*  
 Entre \$ 10 y \$ 30 *Entre \$ 30 y \$ 600*  
 Entre \$ 60 y \$ 80 *Entre \$ 80 y \$ 100*
3. *Un cuento infantil cuesta:*  
 Menos de \$ 10 *Entre \$10 y \$ 20*  
 Entre \$ 20 y \$ 30 *Entre \$30 y \$ 40*
4. *Un disco compacto cuesta:*  
 Menos de \$ 10 *Entre \$ 10 y \$ 20*  
 Entre \$ 20 y \$ 30 *Entre \$ 30 y \$ 40*
5. *Calcula los siguientes precios, como tú quieras, para que compruebes si las respuestas anteriores son correctas.*

Precio de un tomo de la enciclopedia científica \_\_\_\_\_  
 Precio de un tomo de la enciclopedia cultural \_\_\_\_\_  
 Precio de un cuento infantil \_\_\_\_\_  
 Precio de un disco compacto \_\_\_\_\_

### B) Variables didácticas de los problemas

En la actividad 4 los problemas son de estimación, por eso, únicamente clasifiqué los problemas de la actividad 5 con base en las variables didácticas consideradas para el análisis de los problemas de división.

Activi- dad	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrele- vante
4	Estimar el rango entre el que se encuentra el resultado							
5	X		X		X	X	X	

Cuadro 13. Variables didácticas de las actividades 4 y 5 de la lección: *La camioneta de don Fermín.*

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 niños. Los problemas fueron contestados en parejas tal como se encontraban sentados en sus mesas de trabajo.



Los niños realizaron las primeras 3 actividades en su libro de texto. Después procedieron a realizar la actividad núm. 4.

#### D) Resultados

La actividad No. 4 consistió en estimar el valor de los artículos presentados en la ilustración. Los alumnos tenían que escoger una de las 4 opciones presentadas como respuestas.

Como se hizo costumbre, los niños encerraron su estimación empleando bolígrafo y posteriormente -en la actividad No. 5- realizaron las operaciones para conocer el valor unitario de cada artículo.

Los resultados de las estimaciones a los cuatro problemas de la actividad 4 son los siguientes:

Actividades	1	2	3	4	Total
Correcta	4	12	7	11	34
Incorrecta	17	9	14	10	50

Cuadro 14a. Estimaciones de las actividades 4 de la lección: *Entre 10 y 100.*

El número de estimaciones correctas fue menor que el de las estimaciones incorrectas. Esto pudo deberse a que la diferencia entre los rangos de las opciones presentadas era reducida.

Al realizar las operaciones para encontrar el valor unitario de cada artículo, los **alumnos utilizaron únicamente el algoritmo de la división**. Los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes.

Actividades	1	2	3	4	Total
Correcta	16	17	18	16	67
Incorrecta	5	4	3	5	17

Cuadro 14b. Resultados de las actividades 4 y 5 de la lección: *Entre 10 y 100.*

Al respecto conviene mencionar dos cosas:

- 1) Los cocientes de todas las operaciones estaban correctos (seguramente porque los obtuvieron con la calculadora), los errores se registraron en los cálculos parciales de la misma, y
- 2) Junto a cada operación de división realizaron su comprobación por medio de una multiplicación.

### E) Manejo de la calculadora

La forma en que los alumnos utilizaron la calculadora para resolver los problemas de esta lección, son parecidos a los anteriores procedimientos. Explicaré con cierto detalle dos de los procedimientos que mostraron una pequeña diferencia.

Luz Yormery empleó un procedimiento similar al que utilizó Yareni Yael (ver página 111). La diferencia fue sólo una pequeña variante, la cual consistió en que mientras Yareni empezó dividiendo el primer par de cifras del dividendo (cuidando que fuera mayor que el divisor) Luz Yormery inicio dividiendo cifra por cifra del dividendo.

En la operación  $1116 \div 12$ , Yormery procedió de la siguiente forma. Aunque resultaba evidente que el divisor no cabía en la primera cifra del dividendo, tecléo  $1 \div 12$  y obtuvo 0.0833333. Escribió el 0 como el primer dígito del cociente (ignorando el punto y los decimales).

$$12 \overline{) 0 1116}$$

Enseguida tomó la segunda cifra del dividendo y tecléo  $11 \div 12 = 0.9166666$ . Escribió otro 0 como segundo dígito del cociente (seguía sin percatarse que el 12 no podía caber en el 11).

$$12 \overline{) 001116}$$

Tomó ahora las 3 primeras cifras del dividendo y tecléo  $111 \div 12 = 9.25$ . Escribió el 9 como tercer dígito del cociente.

$$12 \overline{) 0091116}$$

El siguiente paso fue multiplicar  $9 \times 2 = 18$ , “para 21 faltan 3”, escribió el 3 y “lleva 2”.

$$12 \overline{) 0091116} \\ \quad \quad \quad 3$$

Enseguida multiplicó  $9 \times 1 = 9$ , y “2 que lleva”, son 11, “para 11 igual a cero”.

$$12 \overline{) 0091116} \\ \quad \quad \quad 03$$

Bajó el 6 y obtuvo un residuo parcial de 36.

$$12 \overline{) 1116} \begin{array}{r} 009 \\ 036 \end{array}$$

Finalmente tecleó las cuatro cifras del dividendo, es decir el dividendo completo,  $1116 \div 12 = 93$ . De esta manera obtuvo el cuarto dígito del cociente, es decir, el cociente completo.

$$12 \overline{) 1116} \begin{array}{r} 0093 \\ 036 \end{array}$$

Continuó de la misma manera, multiplicó  $3 \times 2 = 6$ , efectuó la sustracción y obtuvo un residuo de 0. Volvió a multiplicar  $3 \times 1 = 3$ , efectuó la sustracción una vez más, y obtuvo otro 0, lo que resultó un residuo total de 0.

$$12 \overline{) 1116} \begin{array}{r} 0093 \\ 036 \\ 00 \end{array}$$

Rosario empleó un procedimiento al que he llamado *división con el resultado en la pantalla* que podría considerarse el mismo que el de *división del cociente correcto* (ver página 102). Rosario obtuvo el cociente con su calculadora, la diferencia consistió en que no lo escribió en su hoja de trabajo, sino que lo mantuvo visible en la pantalla de la calculadora mientras realizaba la ejecución del algoritmo. Esto implicó que Rosario no pudiera utilizar más su calculadora pues necesitaba estar viendo el resultado (cociente).

En la división  $865 \div 5$ , tecleó los datos y su pantalla le mostró el resultado: 173. Rosario no volvió a utilizar más su calculadora para no borrar este resultado. De esta manera, Rosario no tuvo que hacer estimaciones para encontrar el cociente. Realizó entonces las siguientes operaciones sin la calculadora; escribió el primer dígito del cociente, lo multiplicó por el divisor, efectuó la sustracción, bajo el siguiente número y obtuvo un residuo parcial de 36.

$$5 \overline{) 865} \begin{array}{r} 1 \\ 36 \end{array}$$

Miró en la pantalla de la calculadora el segundo dígito del cociente y lo escribió después del primer dígito formando un cociente parcial de 17. Luego lo multiplicó por el divisor, efectuó la sustracción, bajo el siguiente número y obtuvo un residuo parcial de 15.

$$\begin{array}{r} 17 \\ 5 \overline{) 865} \\ \underline{36} \\ 15 \end{array}$$

Una vez más, volvió a mirar la pantalla de su calculadora y escribió el tercer dígito del cociente, lo multiplicó por el divisor, efectuó la sustracción y escribió el residuo final.

$$\begin{array}{r} 173 \\ 5 \overline{) 865} \\ \underline{36} \\ 15 \\ \underline{0} \end{array}$$

Estos procedimientos en realidad, no revelaron novedad en el uso que los niños dieron a la calculadora para resolver los problemas de división. A partir de esta fecha, se pidió a los niños que junto a cada operación de división realizaran su “comprobación” por medio de una multiplicación con la condición señalada en la sesión 3 (ver página 93).

## Actividad adicional 2

Diciembre 3 de 1999.

En esta sesión se aplicó la segunda actividad adicional. El propósito de esta actividad fue trabajar con el algoritmo de la multiplicación para que los alumnos no relacionaran mi presencia con el planteamiento exclusivo de problemas de división.

Por lo anterior, consideré innecesario un análisis detallado del desarrollo de esta actividad para no ampliar innecesariamente este reporte de investigación.

En esta actividad los niños hicieron primeramente una estimación del producto de la operación. Por este motivo, las cifras involucradas no fueron complejas. Uno de los objetivos fue facilitar la estimación mediante una estrategia multiplicativa -multiplicar las decenas y luego agregar los ceros-, o también duplicando los productos de la operación anterior. Después escribieron la multiplicación -completa- con el apoyo de la calculadora.

$10 \times 5 = \underline{\quad}$

$50 \times 5 = \underline{\quad}$

$100 \times 5 = \underline{\quad}$

$20 \times 5 = \underline{\quad}$

$40 \times 5 = \underline{\quad}$

$200 \times 5 = \underline{\quad}$

$10 \times 6 = \underline{\quad}$

$50 \times 6 = \underline{\quad}$

$100 \times 6 = \underline{\quad}$

$20 \times 6 = \underline{\quad}$

$40 \times 6 = \underline{\quad}$

$200 \times 6 = \underline{\quad}$

$50 \times 10 = \underline{\quad}$

$60 \times 10 = \underline{\quad}$

$70 \times 10 = \underline{\quad}$

$55 \times 10 = \underline{\quad}$

$65 \times 10 = \underline{\quad}$

$75 \times 10 = \underline{\quad}$

$80 \times 10 = \underline{\quad}$

$90 \times 10 = \underline{\quad}$

$100 \times 10 = \underline{\quad}$

$85 \times 10 = \underline{\quad}$

$95 \times 10 = \underline{\quad}$

$110 \times 10 = \underline{\quad}$

## Sesión 9

### Act. adicional: 3 ¿Cuántas veces cabe el \_\_ en \_\_?

Enero 14 de 2000.

El objetivo de esta actividad fue fortalecer la habilidad de estimación de los niños. Para ello, primero llenaron una tabla con series numéricas y posteriormente la utilizaron como tabla de Pitágoras, para encontrar el cociente o el número de veces que una cantidad cabe en otra.

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
<i>6</i>									
<i>7</i>									
<i>9</i>									
<i>11</i>									
<i>12</i>									
<i>13</i>									
<i>15</i>									
<i>110</i>					<i>660</i>	<i>770</i>	<i>880</i>		
<i>120</i>									
<i>130</i>									
<i>140</i>									
<i>150</i>									
<i>200</i>									

La maestra del grupo dio la indicación de completar las series numéricas.

Primero completaron las series sin la calculadora, posteriormente verificaron con ella la exactitud de sus resultados. En el llenado del cuadro algunos niños cometieron algunos errores que posteriormente corrigieron al utilizar la calculadora.

La actividad principal después de haber completado las series numéricas consistió en lo siguiente:

Se ubicó un número cualquiera al centro de la tabla, por ejemplo: 770; luego desplazando la mirada en forma horizontal hacia la izquierda, se llegaba al número ubicado en la primer columna, en este caso 110. Entonces se lanzó al grupo la siguiente pregunta: *¿Cuántas veces cabe el 110 en el 770?*, los alumnos encontraron que desplazando la mirada en forma vertical hacia arriba, el primer número de la fila era la respuesta, en este caso: 7. Es decir, el 110 cabe 7 veces en el 770.

Luego les preguntaba: y si tengo 769, *¿cuántas veces cabe el 110?*. Esto tenía el propósito de hacerlos reflexionar que aún cuando faltaba sólo una unidad, el 110 ya no podía haber 7 veces, sino 6.

La pregunta siguiente era entonces, *si cabe 6 veces ¿Cuánto sobra?*. Los niños tenían que restar al divisor: 110, la unidad que hacía falta y de esa manera encontraban el residuo: 109.

Otra variante a esta actividad era agregando una unidad más al 770; y *si tengo 771 ¿cuántas veces cabe el 110?*. La respuesta era 7, a lo que seguía la pregunta *¿Cuánto sobra?*, los niños fácilmente encontraban el resultado contando las unidades existentes después del 770.

Repetí estas mismas preguntas aumentando o disminuyendo cantidades que los niños podían identificar fácilmente y responder rápida y correctamente.

Por ejemplo, en el mismo caso del 770:

**Cantidades menores al dividendo:**

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 765?*

tenían que buscar el cociente ubicándolo en la fila superior.

*¿Cuánto sobra?*

tenían que restar 5 unidades al divisor para encontrar el residuo.

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 760?*

*¿Cuánto sobra?*

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 700?*

*¿Cuánto sobra?*

**Cantidades mayores al dividendo:**

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 775?* Los alumnos tenían que buscar el cociente ubicándolo en la fila superior.

*¿Cuánto sobra?*

Los alumnos tenían que restar al 775 los 770 para obtener el residuo ó, contar a partir del 770 los números existentes hasta el 775.

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 780?*

*¿Cuánto sobra?*

*¿Cuántas veces cabe el 110 en el 800?*

*¿Cuánto sobra?*

Esta fue una actividad que permitió a los niños identificar cocientes y obtener residuos en forma rápida y efectiva. Observando la tabla daban las respuestas con seguridad pues controlaban visualmente las cantidades.

Se siguió practicando este ejercicio seleccionando otras cantidades dentro de la tabla y planteando las mismas preguntas. Esta actividad gustó mucho a los niños ya que



participaron con entusiasmo.

### *Manejo de la calculadora*

Las formas en que los alumnos completaron las series numéricas con el apoyo de la calculadora fueron diversas.

**Rosario**, en la fila del 7 empezó sumando 7 unidades cada vez al último resultado presionado las teclas de la calculadora en la forma siguiente:

$7 + 7 = 14$ ,  $+ 7 = 21$ ,  $+ 7 = 28$ ,  $+ 7 = 35$ , etc. hasta terminar la serie. Posteriormente de alguna manera Rosario encontró la función de la constante.  
 $7 + + = 14$ ,  $= 21$ ,  $= 28 = 35$ , etc.

**Axel** completó esta serie de la siguiente manera: tecléo  $7 - - 7 = 0$ , presionando dos veces la tecla menos (encontrando de esta manera la constante). Luego continuó presionando la tecla igual y descubriendo la serie numérica del 7, en números negativos.

Luego trató al revés y encontró que con el signo + (más) “también se puede”.

$7 + + 7 = 14$ ,  $= 21$ ,  $= 28$ ,  $= 35$ , etc.

**Ezequiel** repitió los resultados de las filas 11, 12, 13 y 15 para completar las filas de los números 110, 120, 130 y 150, sólo les agregó un cero.

**Zulema** completó la fila del 13 multiplicándolo por una unidad cada vez:

$13 \times 1 = 13$ ,  $13 \times 2 = 26$ ,  $13 \times 3 = 39$ ,  $13 \times 4 = 52$ , etc.

**Beatriz Elena** en la fila del 15, fue sumando este número en dos partes -sin la calculadora-; primero sumó 10 y al resultado le sumó 5:

$15 + 10 = 25 + 5 = 30$ ,  $+ 10 = 40 + 5 = 45$ ,  $+ 10 = 55 + 5 = 60$ , etc.

De alguna manera y rápidamente, se generalizó el descubrimiento de la constante (procedimiento de Rosario y Axel), constituyendo una actividad interesante y agradable para los alumnos (a pocos niños les tuve que explicar cómo usar la constante).

## Ficha 9 ¿Cómo cuántos?

Enero 21 de 2000.

En esta ocasión se trabajaron los problemas 2 y 3 de la ficha No. 9 *¿Cómo cuántos?* (Anexo 8) que habían quedado sin resolver cuando se aplicó el problema 1 en la sesión 3 del 15 de octubre.

### A) Propósito de la actividad

El propósito que corresponde a esta ficha ya fue mencionado en su momento:

- *Que los alumnos estimen resultados de problemas que impliquen dividir y utilicen las multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos.*

Los problemas 2 y 3 de esta ficha fueron los siguientes:

2. *Víctor tiene 1 472 conejos y los quiere poner en 46 jaulas del mismo tamaño. ¿Cuántos conejos debe meter en cada jaula?.* \_\_\_\_\_
3. *Enrique vende pasteles a 15 pesos cada uno. El viernes reunió 270 pesos, el sábado 360 pesos y el domingo 420 pesos. ¿Cuántos pasteles vendió cada día?.* \_\_\_\_\_

### B) Variables didácticas de los problemas

Al clasificar estos problemas con base en las variables didácticas consideradas para el análisis de los problemas de división, se obtuvo el siguiente cuadro.

Actividad	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
2	X		X			X	X	
3 <sup>14</sup>	X		X			X	X	

Cuadro 15. Variables didácticas de las actividades 2 y 3 de la lección: *La camioneta de don Fermín.*

<sup>14</sup> Este problema incluye tres operaciones:  $270 \div 15$ ,  $360 \div 15$  y  $420 \div 15$ . Las 3 tienen residuo cero.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 15 niños. El grupo se organizó en 4 equipos de trabajo; tres equipos de 4 niños y un equipo de 3 niños.

Se le entregó a cada niño una hoja de trabajo con los problemas impresos en ellas. Enseguida se les pidió que averiguaran el resultado como ellos quisieran o pudieran.

### D) Resultados

Los resultados que los niños dieron a cada uno de estos problemas fueron los siguientes:

Problema / Operación utilizada		2	3			Total
		$1472 \div 46$	$270 \div 15$	$360 \div 15$	$420 \div 15$	
División	Correcta	14	10	4	8	36
	Incorrecta	-	2	8	2	12
Multipl.	Correcta	1	2	2	3	8
	Incorrecta	-	-	-	1	1
Suma	Correcta	-	1	1	1	3
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Resta	Correcta	-	-	-	-	0
	Incorrecta	-	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	-	-	0

Cuadro 16. Operaciones utilizadas para resolver los problemas 2 y 3 de la ficha No. 9: *¿Cómo cuántos?*.

El problema 2 fue resuelto exitosamente por todos los alumnos del grupo. Todos los niños emplearon el algoritmo de la división a excepción de Daniel que utilizó la multiplicación para encontrar el resultado del problema.

El problema 3 presentó mayor dificultad entre los niños para encontrar el resultado correcto. Se registró un número alto de operaciones incorrectas en la segunda operación ( $360 \div 15$ ). Los errores se cometieron en los residuos finales, las operaciones mostraban un residuo de 20 en vez de 0.

Dos niños no emplearon el algoritmo de la división. Resolvieron correctamente todos los problemas utilizando la multiplicación.

Finalmente el procedimiento más alejado de lo formal fue el que utilizó Ezequiel. Él utilizó una adición iterada, sumó el 15 dieciocho veces, el resultado fue 270, en esta misma fila de 15's agregó seis veces otros 15's y el resultado de la suma fue 360, volvió a sumar otros cuatro 15's y encontró el último resultado: 420.

3. Enrique vende pasteles a 15 pesos cada uno. El viernes reunió 270 pesos, el sábado 360 pesos y el domingo 420 pesos. ¿Cuántos pasteles vendió cada día?

270	viernes	360
+15	18 pasteles	<u>715</u>
+15	800	+15
+15	24	+15
+15	domingo	+15
+15	28	<u>420</u>
+15	1	
+15	18	270
+15	+24	+360
+15	28	420
+15	<u>70</u>	<u>1050</u>
+15		
+15		
15		
+15		
+15		
+15		
15		
15		
15		
<u>360</u>		

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$$

NOMBRE: Fraquel Quiza y Valenzuela

Por último, debo mencionar que junto a cada operación de división apareció su comprobación mediante un procedimiento de multiplicación. Estas multiplicaciones también cumplieron con la misma condición que la división: **No escribir únicamente el resultado que dé la calculadora, sino toda la operación para observar la ejecución completa del algoritmo.**

Al utilizar la calculadora de esta manera, se fortaleció el manejo y dominio del algoritmo de la multiplicación.

### E) Manejo de la calculadora

**Daniel** fue el único niño que resolvió el problema 2 ( $1472 \div 46$ ) mediante el procedimiento: *división por multiplicaciones sucesivas*. Daniel multiplicó sucesivamente el divisor por diferentes números hasta encontrar el resultado:

$$46 \times 1 = 46; \quad 46 \times 10 = 460, \quad 46 \times 20 = 920, \quad 46 \times 30 = 1\,380$$

Con la última operación, Daniel se dió cuenta que se acercaba al resultado y empezó a agregar una unidad más al “cociente”

$$46 \times 31 = 1\,426, \quad 46 \times 32 = 1\,472$$

Esta última operación le permitió encontrar el resultado.

**Ociel** no sabía con qué operación iba a encontrar el resultado así que, con su calculadora intentó primero con una suma, el resultado no le pareció adecuado, probó con una resta y el resultado tampoco le convenció. Trató una vez más con la multiplicación cuyo resultado tampoco le satisfizo, y finalmente intentó con la división. Esta vez el resultado sí le convenció por lo que pasó a escribir esta operación en su cuaderno.

Este proceso refleja el orden con el que los niños fueron aprendiendo las operaciones básicas en la escuela primaria.

Los dos procedimientos que siguen, ofrecieron un avance en el uso de la calculadora para resolver operaciones de división.

En el problema 3, **Ociel** dividió con la calculadora  $270 \div 15 = 18$ , verificó este resultado multiplicándolo inmediatamente por el divisor:  $15 \times 18 = 270$ . Al obtener como resultado al dividendo, estuvo seguro de que el 18 era el número que buscaba (cociente) para resolver la operación. Entonces resolvió las tres situaciones del problema realizando la división en la calculadora pero escribiendo las 3 multiplicaciones en su cuaderno (y que de hecho constituía la comprobación de las divisiones).

Este procedimiento demostró que los niños habían encontrado la relación inversa que caracteriza a la multiplicación y la división.

Los niños resolvieron estos problemas usando únicamente la calculadora. Esto constituyó un avance en el dominio tanto de la calculadora como del algoritmo de la división porque los niños han descubierto un camino rápido y seguro para encontrar el cociente en forma correcta.

Ezequiel para resolver el problema 2, empleó el procedimiento *la división de cocientes parciales por divisor total*. Este procedimiento consistió en que una vez obtenido el primer dígito del cociente no lo multiplicó cada vez por cada una de las cifras del divisor, sino que lo multiplicó por las dos cifras al mismo tiempo. Luego dividió el divisor entre el residuo parcial para continuar con el mismo proceso, lo que le permitió terminar más rápidamente la operación.

Para la operación  $1\ 472 \div 46$ , Ezequiel se dió cuenta inmediatamente que el divisor no cabía en las dos primeras cifras del dividendo, por lo que consideró un dividendo con las tres primeras cifras:  $147 \div 46 = 3.1956521$ . De esta manera obtuvo el primer dígito del cociente.

$$46 \overline{) 1472} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline \end{array}$$

La diferencia de este procedimiento es que Ezequiel no continuó el proceso multiplicando por separado las dos cifras del divisor:  $3 \times 6$ , y luego  $3 \times 4$ , con sus respectivas operaciones parciales; sino que multiplicó directamente el cociente parcial por las dos cifras del divisor:  $3 \times 46 = 138$ . Enseguida efectuó la sustracción:  $147 - 138 = 9$ .

$$46 \overline{) 1472} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

Luego bajó el 2 y obtuvo un residuo parcial de 92.

$$46 \overline{) 1472} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 92 \\ \hline \end{array}$$

Enseguida dividió  $92 \div 46 = 2$ , y escribió este resultado como segundo dígito del cociente.

$$46 \overline{) 1472} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 92 \\ \hline \end{array}$$

Después multiplicó  $2 \times 46 = 92$ , aunque ya era obvio que el resultado iba a ser 0, Ezequiel realizó la sustracción:  $92 - 92 = 0$

$$46 \overline{) 1472} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \hline 92 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Como puede verse, este procedimiento le permitió resolver más rápidamente la operación. Otra ventaja de este procedimiento es que se podían realizar operaciones con cifras más “grandes” lo que implicaría un mayor dominio de cifras más complejas así como de la propia calculadora.

A partir de este momento les sugerí a todos los niños que realizaran las operaciones de esta manera: multiplicando los cocientes parciales por la cifra completa del divisor -sean 2 o 3 cifras- y continuar con el procedimiento a partir de este resultado.



## Sesión 11

### Lección: Cajeros y clientes

Enero 28 de 2000.

En esta sesión se trabajaron las actividades de la lección *Cajeros y clientes* (Anexo 4).

#### A) *Propósito de la actividad*

Los contenidos programáticos que corresponden a esta lección fueron:

- *Introducción al algoritmo de la división, mediante el reparto de dinero.*
- *Estimación de resultados en problemas de reparto.*
- *Comprobación de resultados mediante el cálculo.* (Avance programático p. 25).

Se realizaron algunas modificaciones a esta lección con el fin de aprovechar la experiencia de las actividades anteriores, que a su vez estuvieran relacionadas con las actividades de la presente lección.

Las actividades fueron preparadas con base en la siguiente estructura:

1. Actividad de estimación.
2. Actividad para repartir en 3 formas diferentes la cantidad estipulada en cada uno de los cuatro cheques, con monedas de 1 peso y billetes de 10, 50, 100, 200 y 500 pesos.
3. Actividad para repartir en 12 bolsas las cuatro cantidades de la actividad anterior.
4. Actividad para hacer el reparto de la actividad anterior, con una división y su respectiva comprobación mediante una multiplicación.

Estas actividades son las siguientes:

*Observa las cantidades escritas dentro de cada cheque y sigue las instrucciones en cada caso.*

**BANCO DE  
MOCHITLÁN GRO.**

1.- *Subraya la respuesta donde crees que quedará el resultado si se reparte esta cantidad en 12 partes iguales.*

*Menor que 10    entre 10 y 50    entre 51 y 100    entre 101 y 500    entre 501 y 1 000    mayor que 1 000.*

2.- *Escribe 3 maneras diferentes en que puedes pedir correctamente \$ 2 426 con billetes de 10, 50, 100, 200 y 500 pesos y monedas de un peso.*

*Primera:* \_\_\_\_\_

*Segunda:* \_\_\_\_\_

*Tercera:* \_\_\_\_\_

3.- *Escribe cuanto debe ponerse en cada bolsa para que haya la misma cantidad en cada una cuando repartes los \$ 2 426.*



4.- *Por último, escribe la operación como una cuenta de división y compruébala con una multiplicación.*

Esta misma actividad se realizó con las 4 cantidades (cheques): \$2 426, \$3 514, \$2 844 y \$5 426.

**B) Variables didácticas de los problemas**

La actividad 1 fue un problema de estimación; la actividad 2 fue una situación de reparto con billetes y monedas, la actividad 3 fue un problema de reparto, la actividad 4 fue la realización de las operaciones para resolver las operaciones de la actividad anterior. Las operaciones de esta última actividad (cantidades de los 4 cheques), son las que clasifiqué con base a las variables didácticas que se han venido manejando.

	TIPO	RESIDUO		DIVISORES	INFORMACIÓN
	Reparto	Cero	Diferente de cero	2 cifras	Sólo la necesaria
$2\ 426 \div 12$	X		X	X	X
$3\ 514 \div 12$	X		X	X	X
$2\ 844 \div 12$	X	X		X	X
$5\ 426 \div 12$	X		X	X	X

Cuadro 17. Variables didácticas de la actividad 4 de la lección: *Cajeros y clientes.*

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 20 niños. Se integraron 5 equipos de cuatro elementos. Las mesas de trabajo se acomodaron de tal forma que pudieran trabajar frente a frente.

### D) Resultados

Los resultados de cada una de las actividades de esta lección, están registradas en el siguiente cuadro.

Actividad 1								
	1er. cheque		2do. cheque		3er. cheque		4to. cheque	
	12 426 ÷ 12		3 514 ÷ 12		2 844 ÷ 12		5 426 ÷ 12	
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
Estimación	9	11	14	6	11	9	9	11
Actividad 2								
Primera	19	1	19	1	20	0	16	4
Segunda	18	2	16	4	16	4	14	6
Tercera	18	2	18	2	14	6	9	11
Actividad 3								
	16	4	18	2	18	2	17	3
Actividad 4								
División	19	1	18	2	18	2	17	3
Multip.	19	1	17	3	16	4	16	4

Cuadro 18. Resultados de las actividades de la lección: *Cajeros y clientes*

Los resultados de la actividad No. 1, mostraron que los niños siguieron teniendo dificultades para realizar actividades de estimación. Apenas un poco más de la mitad de los niños del grupo (53%) estimó correctamente. **Esto indicó la necesidad de implementar más actividades tendientes a desarrollar esta habilidad en los alumnos.**

En la actividad No. 2, el 82% de los niños pudieron resolver correctamente la actividad. Esta actividad no resultó tan difícil porque cada equipo de alumnos contaron con material concreto para hacer los repartos: billetes de diferentes denominaciones y monedas de un peso.

En la actividad No. 3, el 86% de los niños resolvió correctamente el problema. Quizá porque todavía disponían del material concreto (los billetes didácticos) y lo utilizaron para realizar los repartos.

Finalmente, en la actividad No. 4, el 90% de los alumnos resolvieron correctamente la división de la actividad No. 3. Todos los niños realizaron junto a ella, la multiplicación que comprobaba haber realizado correctamente la división, registrándose un 85% de operaciones correctas.

### E) Manejo de la calculadora

De los procedimientos registrados en esta sesión, el único que presentó alguna diferencia, es el que utilizó Zulema. A este procedimiento lo he llamado *la división abreviada* porque el procedimiento se realizó rápidamente. Zulema efectuó la división en la calculadora, el resultado (cociente) lo multiplicó por el divisor y el producto lo restó al dividendo. De esta manera con sólo tres pasos terminó de realizar la operación aunque este proceso no fue del todo correcto.

En la primera operación  $2\ 426 \div 12$ , Zulema procedió de la siguiente manera:

Con la calculadora realizó la operación  $2\ 426 \div 12 = 202.16666$ , escribió el cociente de la operación (eliminado los decimales).

$$12 \overline{) 2\ 426} \begin{array}{r} 202 \\ \hline \end{array}$$

Zulema multiplicó directamente el cociente por el divisor:

$$202 \times 12 = 2\ 424$$

Con el producto de la multiplicación en la pantalla presionó la tecla  $-$  (menos) y luego el dividendo de la operación:  $2\ 426$ . El resultado es un número negativo:  $-2$ .

Escribió este número como el residuo y así dio por finalizada la operación.

$$12 \overline{) 2\ 426} \begin{array}{r} 202 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

Este procedimiento es demasiado sintético. Zulema no efectuó los cálculos parciales que le hubieran arrojado un resultado como este:

$$12 \overline{) 2\ 426} \begin{array}{r} 202 \\ \hline 0026 \\ \hline 02 \end{array}$$

De cualquier manera, el procedimiento que siguió Zulema es un indicador de que

estaba dominando ya el proceso de aplicación del algoritmo y aprovechó con ventaja la calculadora para resolver rápidamente las operaciones.

Tal vez este procedimiento fue resultado de la indicación de la sesión anterior: multiplicar cada dígito parcial del cociente por la cifra completa del divisor y no de una por una.

Los demás alumnos siguieron empleando procedimientos como los anteriormente descritos. Zulema fue la única que presentó un procedimiento diferente a los que han sido mencionados.

La sugerencia de multiplicar el cociente parcial por el divisor completo, no tuvo una respuesta aceptable por parte de los niños. La mayoría de ellos siguieron multiplicando cada dígito del cociente por cada una de las cifras del divisor. No se dieron de cuenta de las ventajas de esta sugerencia; tanto para terminar mas rápidamente la operación como para evitar errores al realizar un menor número de operaciones parciales.

## Lección: El número premiado

Febrero 4 de 2000.

En esta sesión se abordaron las actividades de la lección: *El número premiado* (Anexo 5).

### A) Propósito de la actividad


Los contenidos programáticos que corresponden a esta lección son:

- *El algoritmo de la división, con divisores hasta de dos cifras.*
- *Estimación de repartos de dinero en la resolución de problemas.*
- *Comprobación de resultados en estimaciones y solución de problemas.*  
(Avance programático p. 26).

Las actividades 1, 2 y 3 de esta lección fueron similares a las de la sesión anterior. Además las tres actividades implicaban la misma operación ( $5\ 625 \div 24$ ). Por las razones anteriores, y porque las actividades 4, 5, 6 y 7, constituían la “novedad” en esta lección, se decidió aplicar éstas últimas en el trabajo de esta sesión.

Estas actividades son:

- 4** Observa cómo resolvieron la división en algunos equipos. Comenta los procedimientos con tus compañeros y con tu maestro.




Primero dimos 100 a cada uno, en total fueron 2 400 y sobraron 3 252. Después...

Equipo de Yoatzin

$$100 + 100 + 10 + 20 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-2\ 400} \\ 3\ 252 \\ \underline{-2\ 400} \\ 852 \\ \underline{-240} \\ 612 \\ \underline{-480} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$




Primero dimos 200 a cada uno, en total fueron 4 800 y sobraron 852. Después...

Equipo de Sonia

$$200 + 30 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-4\ 800} \\ 0\ 852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$



Primero repartimos 56 billetes de 100. Dimos 2 billetes de 100 a cada uno, en total fueron 48 billetes de 100. Después...

Equipo de Raúl

$$235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-4\ 8} \\ 0\ 85 \\ \underline{-72} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

5. En el equipo de Yoatzin repartieron todo el dinero en cinco rondas. En la primera ronda le dieron \$ 100 a cada uno, en total repartieron \$ 2 400 y sobraron \$ 3 252. En la segunda ronda le dieron otros \$ 100 a cada uno, en la tercera le dieron \$ 10 a cada uno.
- ¿Cuánto le dieron a cada uno en la cuarta ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto repartieron en total en la cuarta ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto sobró después de repartir en la cuarta ronda? \_\_\_\_\_
6. Observa el procedimiento del equipo de Sonia
- ¿En cuántas rondas repartieron todo el dinero? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto le dieron a cada uno en la segunda ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto repartieron en total en la segunda ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto sobró después de repartir en la segunda ronda? \_\_\_\_\_
7. Observa lo que hicieron en el equipo de Raúl
- ¿Cuánto le dieron a cada uno en la segunda ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto repartieron en total en la segunda ronda? \_\_\_\_\_
- ¿Cuánto sobró después de repartir en la segunda ronda? \_\_\_\_\_

**Practica:**<sup>15</sup>

$$8 \overline{) 3207}$$

$$18 \overline{) 836}$$

$$27 \overline{) 5239}$$

$$35 \overline{) 7528}$$

$$40 \overline{) 9721}$$

$$51 \overline{) 10003}$$

**B) Variables didácticas de los problemas**

Las actividades 1, 2 y 3 de esta lección, se desarrollaron directamente en el libro de texto del alumno. El resto de las actividades, no fue posible clasificarlas con base a las variables didácticas porque la actividad 4 es sólo un ejemplo de la propuesta oficial de la división por cocientes parciales y restas escritas, las actividades 5, 6 y 7 son preguntas de reflexión en torno a esta propuesta.

Al final de esta lección, se proponen 3 operaciones de división para que los alumnos practicasen la división (con la propuesta anteriormente mencionada). Con el objeto de que los alumnos tuvieran más oportunidad para practicar la ejecución del algoritmo de la división, anexé otras 3 divisiones. Es decir, los niños resolvieron entonces 6 operaciones de división.

<sup>15</sup> La fila de las 3 últimas operaciones no forman parte de la lección. Las agregué para tener mas elementos que observar respecto al manejo del algoritmo y al uso de la calculadora.



ACTIVIDAD		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
		Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
Práctica	$3\ 207 \div 8$		X	X		X	
	$2\ 836 \div 18$		X		X	X	
	$5\ 239 \div 27$		X		X	X	
	$7\ 528 \div 35$		X		X	X	
	$9\ 721 \div 40$		X		X	X	
	$10\ 003 \div 51$		X		X	X	

Cuadro 19. Variables didácticas de las divisiones de práctica de la lección: *El número premiado*.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 niños. Se integraron 5 equipos de trabajo: 4 equipos de cuatro integrantes y 1 de cinco. Los niños colocaron las mesas de trabajo en la forma acostumbrada.

El trabajo se inició con la realización de las actividades 1, 2 y 3 en el libro de texto. Después se les entregó una fotocopia de la página 109 del libro de texto (que corresponde a esta lección) para que trabajaran en ella.

### D) Resultados

La actividad 4, ofrece tres ejemplos de la división:  $5\ 625 \div 24$  por el procedimiento de *cocientes parciales y restas escritas*. En las actividades 5, 6 y 7, los alumnos respondieron algunas preguntas con relación a este procedimiento. El siguiente cuadro nos muestra que los alumnos resolvieron exitosamente estas actividades.

Resultados	ACTIVIDAD									
	5			6				7		
	A	B	C	A	B	C	D	A	B	C
Correctos	21	21	21	20	21	21	21	21	21	21
Incorrectos	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-

Cuadro 20. Resultados de las actividades 5, 6 y 7 de la lección: *El número premiado*.

En los resultados de estas actividades, los alumnos no tuvieron dificultades para resolver correctamente cada una de las preguntas. La única excepción la hace un niño en la pregunta A de la actividad 6, quién respondió que el equipo de Sonia repartió el dinero en 4 rondas.

En la última parte de esta actividad, los alumnos resolvieron 6 operaciones de división.

Los resultados fueron los siguientes:

	$3\ 0207 \div 8$	$2\ 836 \div 18$	$5\ 239 \div 27$	$7\ 528 \div 35$	$9\ 721 \div 40$	$10\ 003 \div 51$
Correctos	21	21	21	20	18	18
Incorrectos	-	-	-	1	3	3

Cuadro 21. Resultados de las divisiones de practica de la lección: *El número premiado*.

Los resultados incorrectos que se registraron, fueron en las operaciones que se anexaron a este ejercicio de práctica.

El elevado número de operaciones correctas (119 de 126), pudo deberse a que junto a cada división, los alumnos efectuaron su comprobación mediante una multiplicación.

Me llamó la atención, el hecho de que solamente una niña haya utilizado el procedimiento de cocientes parciales y restas escritas -que se propone en el libro de texto- para resolver estas operaciones, el resto de los alumnos utilizó el procedimiento formal que se venía manejando a lo largo del curso.

Al cuestionar a los niños el motivo por el que no resolvieron las operaciones como estaba en el ejemplo del libro, respondieron con frases como las siguientes: “no la conocemos”, “la maestra no, nos las enseñó”, etc.

De cualquier manera, lo anterior me llevó a la siguiente **conclusión**: si al final del Tercer grado, en la lección *Repartos* p. 164-165, se introduce el procedimiento de división por cocientes parciales y restas escritas, considero que debería dársele continuidad a este procedimiento de ejecución del algoritmo. desde el inicio del Cuarto grado y no casi al término de éste.

Cuando en cuarto grado aparece la propuesta de este procedimiento (penúltima lección), los alumnos casi han terminado de realizar las actividades correspondientes al aprendizaje de la división en este grado con el procedimiento convencional. Por lo tanto, les confunde que se les presente un nuevo procedimiento para dividir cuando han estado utilizando otro, que es más rápido (aunque más complejo).

Posteriormente cuando los alumnos hayan comprendido este procedimiento (después de tres o cuatro lecciones) estarán en condiciones de continuar su aprendizaje de la división con un procedimiento más económico y práctico: el convencional.

### *E) Manejo de la calculadora*

En la ejecución de las operaciones de práctica del algoritmo de la división, los niños no mostraron algún procedimiento nuevo o diferente a los mencionados anteriormente.

La sugerencia de multiplicar el cociente parcial por las 2 o 3 cifras del divisor, siguió sin ser aceptada por la mayoría de los alumnos del grupo. Los niños prefirieron seguir multiplicando cifra por cifra, sin importarles que les tomara más tiempo y que tuvieran que realizar una mayor cantidad de cálculos parciales.

Si esta sugerencia se hubiera planteado desde el primer momento en que se enfrentaron a resolver operaciones con divisores de dos cifras, probablemente se hubieran registrado otras formas de uso de la calculadora y posiblemente con mejores resultados.

### Sesión 13

#### Actividad adicional 4 ¿Cuántas veces cabe el \_\_\_ en \_\_\_?

Febrero 11 de 2000.

En esta sesión, se desarrolló la actividad adicional *¿Cuántas veces cabe el \_\_\_ en \_\_\_?* La cual se desarrolló en la sesión No. 9 (ver página 125). La diferencia consistió en las cantidades implicadas.

El objetivo de esta actividad fue estimular la habilidad de estimación. Para ello, los niños completaron una tabla con series numéricas que posteriormente utilizaron como tabla de Pitágoras para encontrar los cocientes.

La tabla en cuestión es la misma de la sesión 9, únicamente se modificaron los números de las series que completaron y se incluyeron más filas para tener un cuadro con cifras hasta el millar.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4									
7									
9									
11									
15									
20									
30									
50									
80									
120									
150									
200									
250									
350									
500									
610									
700									
850									
1 000									

Este día asistieron 19 niños. La actividad fue realizada en forma individual.

Después de haber completado las series numéricas, los niños intercambiaron sus hojas de trabajo con su compañero de mesa para verificar con la calculadora los errores

cometidos. Cada vez que encontraban un número equivocado lo señalaban con un asterisco para que el dueño de la hoja los corrigiera.

La actividad principal, fue el planteamiento de una serie de preguntas similares a las de la sesión No. 9.<sup>16</sup>

### *Manejo de la calculadora*

Respecto al uso de la calculadora, los niños utilizaron principalmente la constante (ver el procedimiento de Rosario y Axel, página 124) para completar las series pero, también siguieron utilizando procedimientos como contar con los dedos, hacer multiplicaciones en su cuaderno y agregar ceros. Es decir, no siempre recurrieron a la calculadora para realizar los cálculos.

---

<sup>16</sup> Para no extender innecesariamente este capítulo no describiré la actividad ya que prácticamente fue la misma de la sesión No. 9.

Sesión 14

Actividad adicional 5

Febrero 18 de 2000.

En esta sesión se aplicó la quinta actividad adicional que consistió en una serie de actividades de diferentes temas. El propósito fue “distracer” a los alumnos con el planteamiento de actividades que implicaran algoritmos distintos al de la división.

Estas actividades fueron las siguientes:

*Encuentra que número debe multiplicarse, para que dé el número que está expresado como resultado.*

$$\begin{array}{l} 38 \times \square = 380 \\ 20 \times \square = 500 \\ 0 \times \square = 800 \\ 25 \times \square = 750 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square \times 30 = 450 \\ \square \times 15 = 225 \\ \square \times 50 = 750 \\ \square \times 50 = 2,500 \end{array}$$

*Escribe cuántos números tienes que contar para llegar al resultado si completas las siguientes series.*

$$\begin{array}{l} 10 \dots \dots \square 400 = \underline{\hspace{2cm}} \\ 20 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \\ 40 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 25 \dots \dots \square 850 = \underline{\hspace{2cm}} \\ 50 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \\ 10 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 50 \dots \dots \square 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \\ 100 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \\ 200 \dots \dots \square = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

*Qué número está situado a igual distancia de:*

$$\begin{array}{ccc} 80 \quad \underline{\quad} \quad 100, & 150 \quad \underline{\quad} \quad 200, & 360 \quad \underline{\quad} \quad 400, \\ 500 \quad \underline{\quad} \quad 600, & 725 \quad \underline{\quad} \quad 775, & 935 \quad \underline{\quad} \quad 945 \end{array}$$

*Encuentra la decena más próxima.*

$$\begin{array}{l} 9 \quad \underline{\quad} \\ 26 \quad \underline{\quad} \\ 63 \quad \underline{\quad} \\ 78 \quad \underline{\quad} \\ 89 \quad \underline{\quad} \end{array}$$

*Encuentra la centena más próxima.*

$$\begin{array}{l} 301 \quad \underline{\quad} \\ 523 \quad \underline{\quad} \\ 675 \quad \underline{\quad} \\ 824 \quad \underline{\quad} \\ 909 \quad \underline{\quad} \end{array}$$

*Encuentra el millar más próximo.*

$$\begin{array}{l} 1525 \quad \underline{\quad} \\ 3678 \quad \underline{\quad} \\ 4526 \quad \underline{\quad} \\ 7862 \quad \underline{\quad} \\ 9361 \quad \underline{\quad} \end{array}$$

Los procedimientos que utilizaron los alumnos para resolver esta actividad con el apoyo de la calculadora, son los mismos que han utilizado anteriormente. Parece que ya han agotado todos los procedimientos de su uso en la resolución de problemas. No obstante, su entusiasmo por utilizar la calculadora como un recurso para resolver los problemas no ha disminuido.

Los niños se siguieron mostrando entusiasmados y motivados por usar la calculadora para resolver los problemas y continuaron usándola para encontrar la solución de los problemas que se les planteaban.

Debido a que esta actividad tuvo como propósito que los alumnos resolvieran problemas diferentes a la división para que no se relacionaran mi presencia con este tipo de problemas, no se registraron los procedimientos que utilizaron.



## Lección: La máquina de escribir

Febrero 25 de 2000.

En esta sesión, se llevó a cabo la aplicación de las últimas actividades de la lección del libro de texto que aborda el tema de la división en el cuarto grado (Anexo No. 6). Por lo tanto, con esta sesión se dio por finalizada la aplicación de las actividades de esta investigación.

### A) *Propósito de la actividad*

Los contenidos programáticos que corresponden a esta actividad son:

- *Resolución de problemas sencillos, utilizando los algoritmos de la división y la sustracción, elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.*
- *Elaboración de tablas de registro. (Avance programático p. 32).*

La actividad No. 1 no se consideró para este análisis porque implicaba el algoritmo de la resta. Las actividades que se aplicaron en esta sesión fueron las siguientes:

2. *Según el anuncio, las máquinas se pueden pagar al contado o en pagos mensuales. En la máquina que tiene la letra C, los pagos mensuales son de \$60.00. ¿Cuántos pagos mensuales de \$60.00 se necesitan para completar \$1 149.00? \_\_\_\_\_  
¿De cuánto sería el último pago? \_\_\_\_\_*
3. *Completa la siguiente tabla:*

<i>Tipo de máquina</i>	<i>Costo rebajado</i>	<i>Pago mensual</i>	<i>Número de mensualidades</i>
<i>A</i>	<i>\$ 519</i>	<i>\$ 30</i>	<i>17 de \$ 30 y una de \$ 9</i>
<i>B</i>			
<i>C</i>			
<i>D</i>			
<i>E</i>			
<i>F</i>			

4. *Para comprar la máquina C, los padres de familia van a rifar una grabadora que costó \$ 200.00. Si venden cada boleto a \$ 20.00, ¿cuántos boletos*

necesitan vender para recuperar el costo de la grabadora y obtener el dinero para la máquina? \_\_\_\_\_

Si el precio de cada boleto fuera \$ 10.00, ¿cuántos boletos necesitarían vender? \_\_\_\_\_

¿Cuántos boletos tendrían que vender si el precio de cada boleto fuera de \$ 5.00? \_\_\_\_\_

¿Cuántos boletos tendrían que vender si el precio de cada boleto fuera de \$ 15.00? \_\_\_\_\_

### B) Variables didácticas de los problemas

En esta lección, las únicas actividades que constituían el planteamiento de un problema de división son las actividades 2 y 4. Por lo tanto, estas actividades son las que se clasificaron con base en las variables didácticas que he venido utilizando. La actividad 4, es una situación problemática que implicaba en realidad 4 problemas.

Activi- dad	TIPO		RESIDUO		DIVISORES		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrup.	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
2		X		X		X	X	
4	X		X			X	X	
	X		X			X	X	
	X		X		X		X	
	X			X		X	X	

Cuadro 22. Variables didácticas de las actividades 2 y 4 de la lección: *La máquina de escribir.*

En las actividades 3 y 5, los alumnos completaron unas tablas de registro mediante la realización de operaciones de división.

### C) Organización del grupo

Este día asistieron 21 niños. Las actividades las realizaron con su compañero de mesa. Algunos niños trabajaron en forma individual.

Después de leer en forma grupal el catálogo de precios de las máquinas de escribir, se procedió a la realización de las operaciones para resolver las actividades.

### D) Resultados

Los alumnos no terminaron de resolver los problemas, parece ser que esta actividad resultó más difícil que todas las anteriores. Ninguno de los alumnos resolvió la actividad No. 5.

Problema Operación utiliz.		2		3				4				
		A	B	B <sup>17</sup>	C	D	E	F	A	B	C	D
División	√	18	15	14	11	10	7	8	-	-	-	-
	X	-	3	1	2	3	4	3	-	-	-	-
Multipl.	√	2	2	4	4	4	4	4	1	1	1	1
	X	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sin operar	√	-	-	-	-	-	-	-	5	8	6	3
	X	-	-	-	-	-	-	-	8	2	3	6
Sin resolver		-	-	1	3	3	5	3	6	9	10	10

Cuadro 23. Resultados de las actividades 2, 3 y 4 de la lección: *La máquina de escribir*.

Esta sesión requirió más tiempo del planeado para que los niños resolvieran los problemas. Por eso, las dos últimas actividades (4 y 5) no pudieron ser concluidas por los alumnos.

### E) Manejo de la calculadora

Para resolver la actividad No. 2, **Angélica María** utilizó la función de la **constante** de su calculadora. Tecleó el 60 y enseguida presionó dos veces el signo + para activar la constante y empezó a presionar el signo =. Fue contando cada vez que presionaba el signo igual hasta llegar al 1 140. Así descubrió que tenía que hacer 19 pagos de \$ 60.00 y que solo faltaban \$ 9.00. Por lo tanto, el último pago sería de \$9.00.

“Así hicimos las series” me dijo Angélica. (ver página 124).

**Jormery y Jessica** emplearon también la función de la constante para encontrar el cociente y el residuo. Siguieron el mismo procedimiento que Angélica María: fueron restando el 60 tantas veces (19) hasta que sólo quedó 9.

**Daniel** -al igual que en otras ocasiones- estuvo multiplicando con su calculadora el 60 en forma sucesiva por diversos números. De esta manera se fue aproximando hasta encontrar que al multiplicar el 60 por el 19 le daba el resultado más aproximado al 1149.

Otros niños del grupo, dividieron convencionalmente con la calculadora siguiendo procedimientos como los ya descritos en sesiones anteriores.

¿Por qué algunos niños utilizaron la función de la constante para resolver los problemas de esta actividad?. Este hecho, pudo significar un retroceso en su proceso de

<sup>17</sup> Esta actividad inicia en la letra B, porque la letra A es ejemplo que ya viene resuelto en el libro de texto.

aprendizaje de este algoritmo porque, este procedimiento equivale a una resta o a una suma reiterada.

Las dificultades de los problemas y la presencia de decimales en los cocientes, parecen ser la variable que obligó a los alumnos a cambiar de estrategia y regresar a la utilización de procedimientos alejados de lo convencional, como son las sumas y restas reiteradas.

## CAPÍTULO III:

### EVALUACIÓN FINAL

El objetivo de la evaluación final fue valorar el Aprendizaje de la división logrado por los alumnos del Cuarto grado grupo "A" con el apoyo de la calculadora electrónica de bolsillo.

Una vez terminada la aplicación de las actividades, se dejó pasar un tiempo razonable entre la última sesión y la aplicación de la evaluación final. Se procuró que los alumnos no tuvieran reciente el trabajo realizado –para que no acudieran a la memoria a corto plazo en la resolución de los problemas de esta evaluación–, y poder evaluar así un aprendizaje más significativo.

La última sesión de trabajo se realizó el 25 de Febrero y la evaluación final se practicó el 18 de Mayo de 2000. Entre ambas actividades transcurrió un período de tiempo de 2 meses y 22 días (incluyendo el período de vacaciones de primavera) durante el cual no se abordó más el tema de la división.

#### 1. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.

Sabemos bien que con la sola aplicación de una evaluación escrita no se puede obtener toda la información para valorar adecuadamente el producto de esta experiencia. Sin embargo, la evaluación final no fue el único recurso tomado en cuenta para esta valoración, los registros de clase, las observaciones del desarrollo de las actividades, las hojas de trabajo de los alumnos y las entrevistas practicadas a los alumnos para explicitar la forma en que utilizaron la calculadora; arrojaron información suficiente para que junto con los resultados de la evaluación final se pudiera emitir conclusiones acerca de la pertinencia del uso de la calculadora electrónica de bolsillo como un recurso didáctico para el aprendizaje de la división; tanto en la resolución de problemas como en el dominio del algoritmo convencional de la división.

El instrumento de evaluación final tuvo como base el mismo instrumento aplicado en la evaluación diagnóstica. Únicamente se modificaron el contexto de algunos problemas y los valores de las cifras implicadas, cuidando que los problemas fueran equivalentes a los planteados en la prueba inicial. Se procuró que las cifras numéricas correspondieran al nivel trabajado por los alumnos a finales del cuarto grado.

El instrumento de evaluación aplicado, fue el siguiente:

## EVALUACIÓN FINAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_

GRADO Y GRUPO: \_\_\_\_\_

Contesta las siguientes preguntas haciendo las operaciones que te parezcan necesarias.

1. Luis y Antonio están acomodando huevos en unos casilleros. Si a cada casillero le caben 5 filas de 6 huevos;  
¿Cuántos huevos caben en un casillero? \_\_\_\_\_  
¿Cuántos huevos caben en 15 casilleros? \_\_\_\_\_
2. Doña Hortensia compró una caja de chocolates para repartirlos entre sus 7 nietos de manera que a todos les toque lo mismo. Como la caja de chocolates contiene 84  
¿Cuántos chocolates le tocará a cada uno? \_\_\_\_\_
3. Si se reparten 350 canicas entre 18 niños de tal manera que a cada niño le toque igual cantidad de canicas ¿Cuántas canicas le tocarán a cada niño? \_\_\_\_\_
4. A la comunidad de San Miguel llevaron 999 arbolitos para reforestar el campo. El comisario municipal, reunió a 49 padres de familia y a cada uno de ellos les entregó algunos arbolitos para que los sembraran, ¿Cómo cuántos arbolitos crees que le tocarán a cada padre de familia?. Subraya la respuesta que creas conveniente sin hacer operaciones.  

10	20	30	40	50
----	----	----	----	----
5. El dueño de la papelería está vendiendo en oferta las gomas para borrar a \$15 cada bolsita. Si mete 24 gomas en cada bolsita ¿cuántas bolsitas va a necesitar para empacar 400 gomas? \_\_\_\_\_
6. Si de Mochitlán a Chilpancingo hay 20 Kilómetros,  
¿Cuántos Km. se recorren en una vuelta completa? \_\_\_\_\_  
¿Cuántos Km. se recorren en 10 vueltas? \_\_\_\_\_
7. Desde hace 10 años Don Nicanor hace paquetes de plumones para venderlos en su papelería. Si en cada paquete pone 32 plumones, y si tiene 666 en total, ¿Cuántos paquetes de 32 plumones podrá formar? \_\_\_\_\_

8. *A una fiesta de cumpleaños van a asistir 37 niños que fueron invitados y todos van a recibir su aguinaldo. Si a cada aguinaldo le meten 14 tipos de dulce ¿cuántos dulces van a necesitar para hacer todos los aguinaldos?*

---

*Si compraron 700 dulces en total ¿cuántos aguinaldos podrán llenar?*

---

9. *Los alumnos del cuarto "A" van a ir al zoológico de Chilpancingo. Los gastos de transporte y almuerzo suman \$ 1 495 ¿Con cuánto debe cooperar cada uno si son 10 niños y 12 niñas?. Además, el maestro del grupo también va a cooperar.*

$$9 \overline{)345}$$

$$8 \overline{)273}$$

$$18 \overline{)235}$$

$$36 \overline{)432}$$

$$52 \overline{)676}$$

$$345 \overline{)2760}$$

Los aspectos que se evaluaron fueron los mismo de la evaluación diagnóstica:

- a) **Habilidad en la resolución de problemas, y**
- b) **Habilidad en el dominio del algoritmo convencional.**

Los problemas fueron elaborados con base en las mismas variables didácticas que se vinieron manejando a lo largo de la experiencia.

- i) **Tipo:** reparto y agrupamiento,
- ii) **Residuo:** cero y diferente de cero,
- iii) **Información:** sólo la necesaria y con información irrelevante y,
- iv) **Número de cifras en el divisor:** con 1, 2 y 3 cifras.



PROBLEMA	TIPO		RESIDUO		DIVISOR		INFORMACIÓN	
	Reparto	Agrupamiento	Cero	Diferente de cero	De 1 cifra	De 2 cifras	Sólo la necesaria	Irrelevante
1	Multiplicación							
2	X		X		X		X	
3	X			X		X	X	
4	Estimación							
5		X		X		X		X
6	Multiplicación							
7		X		X		X		X
8		X	X			X		X
9	X		X			X	X	

Cuadro No. 1. Variables didácticas que se contemplaron para la elaboración de los problemas.

- i) Entre los problemas planteados 3 implicaban la división en situación de reparto y 3 en situación de agrupamiento. Esto tenía el propósito de valorar cuáles de ellos resolvían más fácilmente los alumnos y cuáles les causaban mayor dificultad.
- ii) Tres problemas consideran entre sus resultados residuo cero y 3 residuo diferente de cero. Esto tuvo el mismo propósito anterior.
- iii) Se plantearon 3 problemas con sólo la información necesaria y 3 con información irrelevante. Esto tuvo el propósito de averiguar si los alumnos eran capaces de identificar los datos innecesarios y por lo tanto, no los tomaban en cuenta para la resolución del problema, o si por el contrario, consideraban necesarios todos los datos y los utilizaban para resolver el problema. Esto, naturalmente se reflejaría en los resultados.
- iv) Como parte final de la evaluación se plantearon 6 operaciones de división; 2 con una cifra en el divisor, 3 con dos cifras en el divisor y 1 con tres cifras en el divisor. El propósito de esta actividad fue conocer el grado de habilidad logrado por los alumnos en el manejo del algoritmo convencional.

Debo aclarar que en esta evaluación se plantearon los problemas 1, 4 y 6 que no corresponden a problemas de división. Esto tuvo el propósito de que los alumnos resolvieran problemas con otras operaciones y no se percataran de que todos los problemas se resolvían con una división. Si los alumnos se daban cuenta de esto, se corría el riesgo de que no reflexionaran en la estrategia y operación más convenientes para resolver los problemas, y que en forma mecánica trataran de resolver los problemas con la misma operación que se venían resolviendo todos ellos: la división.

## 2. CRITERIOS DE APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.

Con el propósito de averiguar de una forma más real, clara y precisa el aprendizaje de la división, se aplicó la siguiente estrategia para la resolución de la evaluación final.

La mitad de los alumnos del grupo resolvieron la evaluación final con el apoyo de una calculadora y la otra mitad no. Esto tuvo por objetivo averiguar si los alumnos que aprendieron a dividir con la calculadora eran capaces de aplicar este conocimiento cuando no tuvieran una a la mano.

El criterio para seleccionar a los alumnos que utilizaron la calculadora y a los que no, fue el siguiente: se solicitó a la Profesora del grupo la lista de los alumnos con las evaluaciones bimestrales practicadas hasta el momento. La lista contenía cuatro evaluaciones; la de diagnóstico y la de los tres primeros bimestres (en la semana en que se aplicó esta evaluación final, los profesores estaban evaluando el cuarto bimestre). Promedíé estas cuatro evaluaciones y reordené la lista del grupo del promedio más alto al más bajo.

Con esta lista en la mano, fui repartiendo las calculadoras en forma alternada: al primer niño de la lista le di una calculadora, al segundo no; al tercero sí, al cuarto no; al quinto sí, al sexto no; etcétera, quedando distribuidas en dos grupos homogéneos (considerando su promedio de aprovechamiento).

Los alumnos que resolvieron los problemas con la calculadora se sentaron en el lado izquierdo del salón y los que no la utilizaron se sentaron al lado derecho.

El tiempo que los alumnos tuvieron para resolver los problemas fue el mismo que se trabajó en el desarrollo de las actividades durante las sesiones de trabajo: de 9:00 a 10:30 A.M.

El promedio de los alumnos que utilizaron la calculadora fue 8.6, y el promedio de los alumnos que no la utilizaron fue 8.5. La diferencia en este caso (1 décima), considero no fue importante para que los resultados se inclinaran a favor uno u otro grupo de alumnos.

## 3. RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN FINAL.

Los resultados obtenidos en la evaluación final fueron analizados enfocando la atención en los dos aspectos de costumbre: **habilidad en la resolución de problemas** y **habilidad en el dominio del algoritmo convencional**.

a) **HABILIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**

Los resultados se presentan con base a cada una de las variables consideradas en el planteamiento de los problemas: **tipo, residuo, información y número de cifras en el divisor** y además con base al **uso de la calculadora por la mitad de los alumnos del grupo en el momento de resolver los problemas**. Los resultados obtenidos fueron los siguientes.

i) **POR SU TIPO.**

*De reparto.* A esta variable corresponden los problemas 2, 3 y 9.

Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 2 (res. 0 1 div. inf. nec.)	Probl. 3 (res. Ø 2 div. inf. nec.)	Probl. 9 (res. 0 2 div. inf. nec.)		Probl. 2	Probl. 3	Probl. 9	
División	√ <sup>18</sup>	9	7	6	22	8	5	3	16
	X	1	3	3	7	1	6	3	10
Multipl.	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	1	1	-	-	3	3
Suma	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	1	1
Resta	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	-	0
Sin operar	√	-	-	-	0	2	-	-	2
	X	-	-	-	0	-	-	1	1
Sin resolver		-	-	-	0	-	-	-	0

Cuadro No. 2. Resultados de los problemas de reparto.

<sup>18</sup> El signo √ indica que la operación fue correcta y el signo X indica que la operación fue incorrecta.

*De agrupamiento.* A esta variable corresponden los problemas 5, 7 y 8.

Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 5 (res. Ø 2 div. inf. nec.)	Probl. 7 (res. Ø 2 div. inf. nec.)	Probl. 8 (res. 0 2 div. inf. nec.)		Probl. 5	Probl. 7	Probl. 8	
División	√	5	9	7	21	0	5	0	5
	X	1	1	2	4	3	6	6	15
Multipl.	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	4	-	1	5	4	-	4	8
Suma	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	3	-	1	4
Resta	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	1	-	-	1
Sin operar	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	-	0	-	-	-	0

Cuadro No. 3. Resultados en los problemas de agrupamiento.

Considerando los resultados en forma general; en los problemas de reparto, hubo un total de 22 resultados correctos y 8 incorrectos entre los niños que utilizaron la calculadora, y 18 resultados correctos y 15 incorrectos entre los niños que no la utilizaron. Mientras que en los problemas de agrupamiento, hubo un total de 21 resultados correctos y 9 incorrectos entre los niños que utilizaron la calculadora, y 5 resultados correctos y 28 incorrectos entre los niños que no la utilizaron. La diferencia se inclinó a favor de los niños que usaron la calculadora.

La división fue empleada 100 veces en total. El mayor número de estas veces corresponde a los niños que utilizaron la calculadora (29 veces en los problemas de reparto y 25 en los problemas de agrupamiento) con relación a los que no la utilizaron (26 veces en los problemas de reparto y 20 en los de agrupamiento).

Considerando exclusivamente los resultados correctos del algoritmo de la división, siguió existiendo una diferencia amplia a favor de los niños que usaron la calculadora (22 en los problemas de reparto y 21 en los de agrupamiento) de los que no la utilizaron (16 en los problemas de reparto y 5 en los de agrupamiento).

Los niños que usaron la calculadora emplearon algoritmos distintos a la división en tan sólo 6 ocasiones (1 en los problemas de reparto y 5 en los de agrupamiento), mientras que los que no la utilizaron, emplearon otros algoritmos en 17 ocasiones (4 en los problemas de reparto y 13 en los de agrupamiento).

Muchos de los resultados incorrectos de algunas operaciones de división, se cometieron durante la ejecución de las operaciones parciales, los resultados (cocientes) - en su mayoría- estaban correctos.

Todos los resultados de las operaciones distintas a la división que los niños utilizaron para resolver los problemas, fueron incorrectos. El error no estuvo en la aplicación del algoritmo, sino en la interpretación y manejo de los datos para encontrar la solución del problema.

**En conclusión, estos resultados permiten afirmar lo siguiente.**

**Con relación a la resolución de problemas:**

- **Para los niños fue más fácil resolver los problemas de reparto** (22 resultados correctos entre los niños que utilizaron la calculadora y 16 entre los que no la utilizaron) **que los de agrupamiento** (21 resultados correctos entre los niños que utilizaron la calculadora y 5 entre los que no la utilizaron).

Considero importante destacar la diferencia entre los resultados correctos de los problemas de reparto y los de agrupamiento. Esta diferencia fue mínima (1) entre los alumnos que utilizaron la calculadora mientras que entre los que no la utilizaron fue amplia (11).

**Con relación al uso de la calculadora:**

- **Los niños que utilizaron la calculadora recurrieron con más frecuencia al algoritmo de la división para resolver los problemas, y**
- **El mayor número de resultados correctos se registraron entre estos niños.**

ii) **POR SU RESIDUO.**

*Con residuo cero.* A esta variable corresponden los problemas 2, 8 y 9.

Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 2 (reparto 1 div. inf. nec.)	Probl. 8 (agrup. 2 div. inf. irrel.)	Probl. 9 (reparto 2 div. inf. nec.)		Probl. 2	Probl. 8	Probl. 9	
División	√	9	7	6	22	8	0	3	11
	X	1	2	3	6	1	6	3	10
Multipl.	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	1	1	2	-	4	3	7
Suma	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	1	1	2
Resta	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	-	0
Sin operar	√	-	-	-	0	2	-	-	2
	X	-	-	-	0	-	-	1	1
Sin resolver		-	-	-	0	-	-	-	0

Cuadro No. 4. Resultados de los problemas con residuo cero.

*Con residuo diferente de cero.* A esta variable corresponden los problemas 3, 5 y 7.

Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 3 (reparto 2 div. inf. nec.)	Probl. 5 (agrup. 2 div. inf. irrel.)	Probl. 7 (agrup. 2 div. inf. irrel.)		Probl. 3	Probl. 5	Probl. 7	
División	√	7	5	9	21	5	0	5	10
	X	3	1	1	5	6	3	6	15
Multipl.	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	4	-	4	-	4	-	4
Suma	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	3	-	3
Resta	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	1	-	1
Sin operar	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	-	0	-	-	-	0

Cuadro No. 5. Resultados de los problemas con residuo diferente de cero.



iii) **POR SU INFORMACIÓN.**

*Con sólo la información necesaria.* A esta variable corresponden los problemas 2, 3 y 9.

n = 21 Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 2 (reparto res. 0 1 div.)	Probl. 3 (reparto res. 0 2 div.)	Probl. 9 (reparto res. 0 2 div.)		Probl. 2	Probl. 3	Probl. 9	
División	√	9	7	6	22	8	5	3	16
	X	1	3	3	7	1	6	3	10
Multipl.	√				0				0
	X			1	1			3	3
Suma	√				0				0
	X				0			1	1
Resta	√				0				0
	X				0				0
Sin operar	√				0	2			2
	X				0			1	1
Sin resolver					0				0

Cuadro No. 6. Resultados de los problemas con sólo la información necesaria.

*Con información irrelevante.* A esta variable corresponden los problemas 5, 7 y 8.

n = 21 Operación utilizada		Con calculadora n = 10			Total	Sin calculadora n = 11			Total
		Probl. 5 (agrup. res. 0 2 div.)	Probl. 7 (agrup. Res. 0 2 div.)	Probl. 8 (agrup. res. 0 2 div.)		Probl. 5	Probl. 7	Probl. 8	
División	√	5	9	7	21	0	5	0	5
	X	1	1	2	4	3	6	6	15
Multipl.	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	4	-	1	5	4	-	4	8
Suma	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	3	-	1	4
Resta	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	1	-	-	1
Sin operar	√	-	-	-	0	-	-	-	0
	X	-	-	-	0	-	-	-	0
Sin resolver		-	-	-	0	-	-	-	0

Cuadro No. 7. Resultados de los problemas con información irrelevante.



Considerando los resultados en forma general; en los problemas con sólo la información necesaria, hubo un total de 22 resultados correctos y 8 incorrectos entre los niños que utilizaron la calculadora, y 18 resultados correctos y 15 incorrectos entre los niños que no la utilizaron. Mientras que en los problemas con información irrelevante, hubo un total de 21 resultados correctos y 9 incorrectos entre los niños que utilizaron la calculadora, y 5 resultados correctos y 28 incorrectos entre los niños que no la utilizaron. La diferencia se inclinó a favor de los niños que usaron la calculadora.

La división fue empleada 100 veces en total. El mayor número de ellas por los niños que utilizaron la calculadora (29 veces en los problemas con sólo la información necesaria y 25 en los problemas con información irrelevante) que por los niños que no la utilizaron (26 veces en los problemas con sólo la información necesaria y 20 en los problemas con información irrelevante).

Considerando exclusivamente los resultados correctos del algoritmo de la división, existió una diferencia amplia a favor de los niños que usaron la calculadora (22 en los problemas con sólo la información necesaria y 21 en los problemas con información irrelevante) con relación a los que no la utilizaron (16 en los problemas sólo la información necesaria y 5 en los problemas con información irrelevante).

Los niños que usaron la calculadora emplearon algoritmos distintos al de la división en 17 ocasiones, mientras que los que no la utilizaron, emplearon otros algoritmos en 45 ocasiones. ¿Cuál sería la razón por la que los niños que no usaron la calculadora utilizaron el algoritmo de la división con menor frecuencia?, ¿Será porque sin la calculadora se les dificultó aún más la ejecución del algoritmo?.

Los niños que usaron la calculadora para resolver los problemas, se sintieron más seguros de emplear y aplicar correctamente el algoritmo más difícil por ellos conocido: el de la división.

Nuevamente, todos los resultados de las operaciones distintas a la división que los niños utilizaron para resolver los problemas, fueron incorrectos. Los errores se cometieron en la interpretación y manejo de los datos.

**En conclusión, estos resultados confirmaron que:**

**Con relación a la resolución de problemas;**

- **Para los niños es más fácil resolver los problemas con sólo la información necesaria** (22 resultados correctos entre los niños que utilizaron la calculadora y 18 entre los que no la utilizaron) **que los que contienen información irrelevante** (21 resultados correctos entre los niños que utilizaron la calculadora y 5 entre los que no la utilizaron).

La diferencia entre los resultados correctos de los problemas con sólo la información necesaria y los problemas con información irrelevante siguió

siendo mínima (1) entre los alumnos que utilizaron la calculadora mientras que entre los que no la utilizaron se amplió nuevamente (13).

**Con relación al uso de la calculadora se continuó con la misma tendencia;**

- Los alumnos utilizaron con más frecuencia el algoritmo de la división, y
- Registraron un mayor número de resultados correctos.

#### b) MANEJO DEL ALGORITMO.

En esta parte, se presentan los resultados de las 6 operaciones que tuvieron el propósito de evaluar la habilidad alcanzada por los alumnos en el dominio del algoritmo convencional. Estos resultados se presentan con base en dos variables: **al número de cifras en el divisor** y, **al uso de la calculadora por la mitad de los alumnos del grupo** (para resolver estas operaciones en la evaluación final).

Los resultados globales se muestran en el siguiente cuadro:

Operaciones	Con calculadora n = 10			Sin calculadora n = 11		
	Correctos	Incorrectos	Sin resolver	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
345 ÷ 9	8	2	-	7	3	1
273 ÷ 8	8	2	-	8	2	1
235 ÷ 18	8	2	-	6	4	1
432 ÷ 36	7	2	1	5	4	2
676 ÷ 52	9	-	1	4	5	2
2 760 ÷ 345	5	4	1	4	4	3
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>12</b>	<b>3</b>	<b>34</b>	<b>22</b>	<b>10</b>

Cuadro No. 8 Resultados en el manejo del algoritmo.

De los alumnos que usaron la calculadora el 75% resolvió correctamente, el 20% incorrectamente y el 5% no resolvió; en cambio, entre los alumnos que no la utilizaron el 51% resolvió correctamente, el 33% incorrectamente y el 15% no resolvió. Los resultados indicaron una diferencia a favor de los alumnos que usaron la calculadora.

De las operaciones sin resolver, se registraron 3 entre los niños que usaron la calculadora y 10 entre los que no la usaron. Esto permite pensar que estos últimos, no terminaron de resolver los problemas porque consumieron más tiempo en la ejecución de los cálculos aritméticos con lápiz y papel. También, ésta pudo ser la razón de los resultados incorrectos porque, al ejecutar los cálculos a mano existen mayores posibilidades de equivocarse.

De los 12 resultados incorrectos de los alumnos que usaron la calculadora, 10 cometieron los errores en los residuos parciales de la operación (el cociente estaba correcto) y 2 cometieron el error tanto en el cociente como en los residuos parciales. En cambio, de los 22 alumnos que no la utilizaron sólo 3 encontraron el cociente en forma correcta, el resto cometió algún error tanto en la obtención del cociente como en los residuos parciales.

**En conclusión esto ofrece evidencias para suponer que la calculadora contribuyó para que los alumnos obtuvieran los cocientes en forma correcta. Este resultado indica por otra parte que la estimación de los cocientes constituye un problema fundamental para la resolución correcta del algoritmo de la división. Por lo tanto, existe la necesidad de implementar una mayor cantidad de actividades de estimación para fortalecer esta habilidad en los alumnos y puedan calcular así, los cocientes más fácilmente sin necesidad de utilizar una calculadora.**

La calculadora fue importante no sólo para la obtención de cocientes, sino de hecho en toda la aplicación del algoritmo. Por un lado, la amplia diferencia de resultados correctos entre los alumnos que usaron la calculadora y por el otro lado, el alto número de resultados incorrectos y de operaciones sin resolver entre los alumnos que no la utilizaron, así lo confirman.

#### iv) POR SU NÚMERO DE CIFRAS EN EL DIVISOR.

Considerando el número de cifras en el divisor, se obtuvieron los siguientes resultados que se expresan en porcentajes:

Divisor de	Con calculadora n= 10			Sin calculadora n = 11		
	Correctos	Incorrectos	Sin resolver	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
<b>1 cifra</b>	80.00%	20.00%	0.00%	68.18%	22.72%	9.09%
<b>2 cifras</b>	80.00%	13.33%	6.66%	45.45%	39.39%	15.15%
<b>3 cifras</b>	50.00%	40.00%	10.00%	36.36%	36.36%	27.27%

Cuadro No. 9. Porcentajes de las operaciones con divisor de 1, 2 y 3 cifras.

Es posible afirmar que, a medida que aumenta el número de cifras en el divisor, aumentan también las dificultades de los alumnos para resolver correctamente estos algoritmos. Esta dificultad se vio más incrementada entre los alumnos que no usaron la calculadora.

Esto significa que, a mayor complejidad en los cálculos (al incrementar el número de cifras en el divisor o en el dividendo), la calculadora se vuelve una herramienta más útil para resolver este algoritmo.

#### 4. RESULTADOS GLOBALES DE LA EVALUACIÓN FINAL.

En el siguiente cuadro se presentan los resultados generales que en la **habilidad para resolver problemas división** alcanzaron los alumnos.

Problemas	Con calculadora n = 10		Sin calculadora n = 11	
	Correctos	Incorrectos	Correctos	Incorrectos
2	10	-	10	1
3	8	2	6	5
5	5	5	-	11
7	10	-	5	6
8	8	2	-	11
9	7	3	3	8
<b>Total</b>	<b>48</b>	<b>12</b>	<b>24</b>	<b>42</b>

Cuadro No. 10. Resultados en la *resolución de problemas*.

Los resultados correctos de los alumnos que usaron la calculadora superaron en un 50% a los resultados correctos de los alumnos que no la utilizaron. De acuerdo con estos resultados, se llegó a la siguiente conclusión:

**La calculadora jugó un papel importante para que los alumnos que la utilizaron resolvieran todos los problemas con un alto número de resultados correctos.**

Respecto a las operaciones que utilizaron los alumnos para resolver los problemas, se obtuvieron los siguientes resultados.

Problemas	Con calculadora n = 10				Sin calculadora n = 11			
	División		Otras operaciones		División		Otras operaciones	
	Correcta	Inc.	Correcta	Inc.	Correcta	Inc.	Correcta	Inc.
2	9	1	-	-	8	1	2	-
3	7	3	-	-	6	5	-	-
5	5	1	-	4	-	3	-	8
7	10	-	-	-	5	6	-	-
8	8	1	-	1	-	6	-	5
9	6	3	-	1	3	3	-	5
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>9</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>2</b>	<b>18</b>

Cuadro No. 11. Operaciones utilizadas por los alumnos para resolver los problemas.

Nuevamente, el número de resultados correctos de los alumnos que utilizaron la calculadora superó en un 50% (más uno) a los alumnos que no la utilizaron.

En conclusión, la calculadora fue determinante para que los alumnos:

- 1) Eligieran en un mayor número de ocasiones al algoritmo de la división como la operación adecuada para resolver los problemas,
- 2) Obtuvieran un mayor número de resultados correctos, y
- 3) Resolvieran todos los problemas.

El siguiente cuadro muestra los resultados que en el dominio del algoritmo convencional lograron los alumnos del grupo.

Operaciones	Con calculadora n = 10			Sin calculadora n = 11		
	Correctos	Incorrectos	Sin resolver	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
345 ÷ 9	8	2	-	7	3	1
273 ÷ 8	8	2	-	8	2	1
235 ÷ 18	8	2	-	6	4	1
432 ÷ 36	7	2	1	5	4	2
676 ÷ 52	9	-	1	4	5	2
2 760 ÷ 345	5	4	1	4	4	3
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>12</b>	<b>3</b>	<b>34</b>	<b>22</b>	<b>10</b>

Cuadro No. 12. Resultados en el manejo del algoritmo.

El número de resultados correctos fue más alto entre los niños que utilizaron la calculadora. Por lo tanto, el número de resultados incorrectos y de operaciones sin resolver fue considerablemente menor.

De estos resultados se deriva la siguiente conclusión:

**La calculadora fue un recurso fundamental para que los alumnos ejecutaran correctamente el algoritmo de la división, permitiéndoles además, una mayor disponibilidad de tiempo para tratar de resolver todas las operaciones dejando por lo tanto, un número menor de operaciones sin resolver.**

## 5. RESULTADOS DEL USO DE LA CALCULADORA ENTRE AMBOS GRUPOS DEL CUARTO GRADO.

Con el propósito de tener conclusiones más provechosas acerca de los beneficios que el uso de la calculadora representó para los alumnos del Cuarto grado grupo "A" en el aprendizaje de la división, también se aplicó la evaluación final a los alumnos del cuarto grado grupo "B" con el mismo criterio de aplicación que al otro grupo (ver página 153). Es decir, se sacaron los promedios de aprovechamiento de cada alumno y

se formaron dos grupos homogéneos (considerando estos promedios), a la mitad de ellos se les entregó una calculadora para resolver los problemas de la evaluación final y a la otra mitad no.

En este grupo, los resultados de los alumnos que usaron la calculadora fueron más altos que los de los alumnos que no la usaron. Sin embargo, lo interesante de estos resultados fue la diferencia encontrada entre los alumnos del cuarto "A" **que no usaron la calculadora para resolver la evaluación final** (pero que trabajaron con ella durante ella aplicación de las actividades) y los alumnos del cuarto "B" **que si la usaron** (pero que no trabajaron con ella durante la aplicación de las actividades).

Problemas	Sin calculadora 4º "A" n = 11		Con calculadora 4º "B" n = 10		
	Correctos	Incorrectos	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
2	10	1	8	2	1
3	6	5	5	4	2
5	-	11	-	10	1
7	5	6	3	7	1
8	-	11	2	8	1
9	3	8	1	8	2
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>42</b>	<b>19</b>	<b>39</b>	<b>8</b>

Cuadro No. 13. Resultados en la resolución de problemas entre los alumnos del cuarto "A" sin calculadora y los del cuarto "B" con calculadora.

En la resolución de los problemas, los resultados correctos de los alumnos del cuarto "A" -que no usaron la calculadora- fueron más altos que los alumnos del cuarto "B" que sí la usaron.

Esto es evidencia de la importancia del papel que jugó la calculadora para el aprendizaje de la división. Por lo anterior, se puede afirmar que: **tener una calculadora a la mano para resolver un problema no es garantía para resolverlo correctamente, sino de saber utilizarla adecuadamente. La calculadora en sí, no resuelve el problema, es necesario conocer el proceso de aplicación o de ejecución del algoritmo. La calculadora sólo puede apoyar en la realización de los cálculos aritméticos parciales implicados en la ejecución del algoritmo.**



Con relación a las operaciones que utilizaron los alumnos para resolver los problemas, los resultados entre los alumnos del cuarto "A" y los del cuarto "B" fueron los siguientes:

Problemas	Sin calculadora 4° "A" n = 11			Con calculadora 4° "B" n = 11		
	División		Otras operaciones	División		Otras operaciones
	Correcta	Incorrecta		Correcta	Incorrecta	
2	8	1	2	6	2	3
3	6	5	0	5	2	4
5	0	3	8	0	2	9
7	5	6	0	3	2	6
8	0	6	5	2	3	6
9	3	3	5	0	6	5
<b>Total</b>	<b>21</b>	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>33</b>

Cuadro No. 14. Operaciones utilizadas por los alumnos del cuarto "A" sin calculadora y los del cuarto "B" con calculadora.

El número de veces que fue reconocido el algoritmo de la división como la operación adecuada para resolver los problemas por parte de los alumnos del cuarto "A", fueron superiores sumando 46 (21 correctos y 25 incorrectos) con relación a los alumnos del cuarto "B" que obtuvieron 33 (16 correctos y 17 incorrectos).

Estos resultados me llevaron a la siguiente conclusión: **la calculadora jugó un papel decisivo para que los alumnos del cuarto "A" desarrollaran su habilidad en la resolución de problemas, al tener más tiempo para reflexionar en la estrategia más conveniente para resolver el problema como consecuencia de descargar los cálculos aritméticos en la calculadora.**

Finalmente, los resultados obtenidos en la ejecución de las operaciones de división fueron los siguientes:

Operaciones	Sin calculadora 4° "A" n = 11			Con calculadora 4° "B" n = 11		
	Correctos	Incorrectos	Sin resolver	Correctos	Incorrectos	Sin resolver
345 ÷ 9	7	3	1	5	6	0
273 ÷ 8	8	2	1	6	5	0
235 ÷ 18	6	4	1	0	10	1
432 ÷ 36	5	4	2	2	7	2
676 ÷ 52	4	5	2	0	9	2
2 760 ÷ 345	4	4	3	1	7	3
<b>Total</b>	<b>34</b>	<b>22</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>44</b>	<b>8</b>

Cuadro No. 15. Resultados en el manejo del algoritmo de la división entre el cuarto "A" sin calculadora y el cuarto "B" con calculadora.



El número de divisiones correctas por parte de los alumnos del cuarto "A" fue ampliamente superior con relación a los del cuarto "B", a pesar de no contar con una calculadora para realizar los cálculos. Por lo tanto, estos resultados hacen suponer que los alumnos del primer grupo adquirieron una mayor habilidad en el dominio del algoritmo de la división (y también de la calculadora), como consecuencia del trabajado realizado con la calculadora a lo largo de la aplicación de las actividades de esta investigación..

Estos resultados mostraron en forma general que, los alumnos del 4º "A" lograron un mejor dominio de la división tanto en la *habilidad para la resolución de problemas* como en la *habilidad para el manejo del algoritmo convencional de la división*.

En otro orden de ideas, se puede argumentar que el alto número de resultados correctos por parte de los alumnos que utilizaron la calculadora no tiene "chiste", porque el uso de la calculadora facilita considerablemente la ejecución del algoritmo de la división. Sin demeritar del todo esta objeción, es conveniente recordar la condición establecida para la ejecución de los algoritmos: escribir la operación en forma completa.

Respetar esta condición, implicó que los alumnos tuvieran que realizaran todos los pasos correspondientes a la aplicación o mecánica del algoritmo. En este sentido, la calculadora no podía ayudarles para "decirles" cuál era el paso siguiente cada vez que avanzaban en la ejecución del algoritmo. Por lo tanto, se desprende que los alumnos adquirieron un mayor dominio de la ejecución de la técnica del algoritmo como consecuencia de descargar la realización de los cálculos aritméticos en la calculadora.

## CONCLUSIONES

Las conclusiones que se derivan de esta investigación, informan de los resultados obtenidos por los alumnos de cuarto grado en la resolución de problemas de división y la ejecución de su algoritmo, durante el desarrollo de las actividades de la propuesta oficial, –apoyados con una calculadora–.

1. En primer lugar destaca el impacto que causó entre los niños la entrega de una calculadora para que realizaran las actividades:

a) **Casi la totalidad de los niños ya tenían conocimientos previos acerca de las funciones básicas de la calculadora. Estos conocimientos eran suficientes para utilizar correctamente la calculadora en la resolución de los problemas que se les plantearon.**

Los conocimientos previos que ya poseían los alumnos acerca del funcionamiento de la calculadora los habían adquirido en forma extraescolar.

b) **La calculadora no resultó ser un objeto desconocido para los alumnos, sino que formaba parte ya de su experiencia de vida, por lo tanto, no les dio “miedo” utilizarla en la clase sino que por lo contrario, despertó su interés y los motivó para realizar las actividades con ella.**

2. Los niños utilizaron espontáneamente la calculadora para resolver los problemas de división desarrollando una variedad de procedimientos. Éstos procedimientos fueron los que describo a continuación, agrupándolos según el uso que se dio a la calculadora.

### **I. Como un recurso para verificar sus resultados:**

- a. Multiplicando el divisor por diferentes números en forma sucesiva, hasta encontrar el resultado o aproximarse a él.
- b. Realizando la división con papel y lápiz (sin la calculadora) y al terminar, ejecutando esta misma operación con la calculadora para comprobar si el resultado estaba correcto.

## II. Como un recurso para encontrar el resultado:

a. **La división del cociente correcto.**

El cociente se obtiene con la calculadora: Se teclean las cifras completas del dividendo entre el divisor y se obtiene el cociente en la pantalla. Éste se escribe completo en el cuaderno, en la parte que corresponde y después se procede a realizar la ejecución de los siguientes cálculos del algoritmo teniendo como referente el *cociente correcto*.

b. **La división con el resultado en la pantalla.**

Se realiza la división con la calculadora y el resultado (cociente) se mantiene visible en la pantalla mientras se ejecutan los cálculos parciales del algoritmo con lápiz y papel.

Este procedimiento es una variante del anterior.

c. **La división del cociente pausado (escribe el cociente cifra por cifra).**

El dividendo se obtiene con la calculadora como en el caso anterior, pero sólo se escribe el primer dígito del cociente que aparece en la pantalla. Enseguida se realizan con la calculadora las operaciones parciales que corresponden a esa primera cifra. Luego se vuelve a teclear la operación completa y se escribe en el lugar correspondiente el segundo dígito del cociente que aparece en la pantalla. Se continúa con el mismo procedimiento hasta terminar la operación.

d. **La división tomando como dividendo los residuos parciales.**

Se teclean las cifras del dividendo apenas mayores que el divisor para obtener el primer dígito del cociente. Luego se realizan los cálculos que siguen y se obtiene un residuo parcial. Enseguida se tecléa este residuo parcial y se divide entre el divisor para obtener la segunda cifra del cociente. Se continúa de esta manera hasta terminar la operación.

e. **La división por suma iterada del divisor.**

Se suma con apoyo de la calculadora, tantas veces el divisor hasta aproximarse o llegar al dividendo. Luego se cuentan las veces que se sumó el divisor y este último número es el cociente.

f. **La división por multiplicaciones sucesivas.**

Se multiplica sucesivamente el divisor por diversos números hasta aproximarse o llegar al dividendo. El cociente es la cifra que multiplicada por el divisor y que en forma exacta o aproximada se acerca más al dividendo

g. **La división de cocientes parciales por divisor total.**

Se toma las dos o tres primeras cifras del dividendo (cuidando que sean mayor que el divisor) y se dividen entre el divisor completo. Al cociente así obtenido, se le multiplica directamente por el divisor completo y no de una por una cifra. Luego se toma como dividendo el residuo parcial y se continúa con el mismo proceso. De esta manera se agiliza considerablemente la realización de la operación.

h. **La división abreviada.**

Se toma el dividendo completo y se divide entre el divisor; el resultado (cociente) se multiplica por el divisor y a este producto se le resta el dividendo obteniendo así, el residuo final. Aunque la operación parece ser correcta (cociente y residuo son correctos), se pierden parte de los cálculos parciales y con ello, la sistematización del procedimiento convencional del algoritmo.

Estos son a grandes rasgos, los procedimientos desarrollados por los alumnos para resolver las operaciones de división planteados durante la aplicación de las actividades.

Es importante notar que con estos procedimientos se evitaron las largas listas de sumas, restas y multiplicaciones que los niños realizan para resolver los problemas de división y que pudimos observar antes de que la calculadora estuviera a su disposición.

3. La calculadora contribuyó a que los niños accedieran con más facilidad al algoritmo formal de la división y adquirieran una mayor habilidad en su manejo.

Así, podemos decir que la calculadora cumplió con el objetivo de apoyar a los niños en la realización de los numerosos cálculos aritméticos que realizaban con lápiz y papel para concentrarse en la estrategia o procedimientos más convenientes para resolver los problemas. Ello les permitió resolver los problemas con mayor rapidez y evitar tanto una mayor cantidad de resultados incorrectos - al "responsabilizar" a la calculadora de los cálculos aritméticos - como el dejar problemas sin resolver.

4. La calculadora –como recurso tecnológico- no puede dar "ideas" a los niños acerca del procedimiento pertinente para resolver determinado problema. Su uso sólo pudo favorecer una mayor habilidad en el dominio o ejecución del algoritmo formal.

Tener una calculadora a la mano para resolver problemas de división no es garantía suficiente para hacerlo correctamente. La calculadora en sí, no resuelve el

problema, es necesario conocer el proceso de aplicación de las operaciones pero sobre todo, comprender el problema. La calculadora únicamente puede apoyar para la realización de los cálculos aritméticos implicadas en el algoritmo.

5. La calculadora alivió la tarea del cálculo favoreciendo la reflexión sobre el significado de los conceptos y los procedimientos desarrollados por los propios alumnos.
6. El uso de la calculadora, propició que los alumnos recurrieran con mayor frecuencia al algoritmo de la división, como la operación conveniente para resolver los problemas, pues su aplicación no representaba mayores dificultades al contar con la calculadora para realizar los cálculos aritméticos implicados en su ejecución.

Asimismo, decreció considerablemente el número de problemas y operaciones sin resolver, pues el uso de la calculadora para la ejecución de los cálculos, permitió un ahorro de tiempo, sobre todo en la ejecución de cálculos complejos (de cifras grandes) mismo que se dedicó para la resolución de los problemas y ejecución de las operaciones.

7. La condición señalada desde el principio con relación al uso de la calculadora fue la siguiente: escribir el procedimiento completo de la ejecución del algoritmo. Así, la calculadora sirvió únicamente para realizar los cálculos aritméticos intermedios necesarios en la aplicación del algoritmo (multiplicación, suma y resta) en forma correcta y rápida. Este fue el uso básico que los niños le dieron a la calculadora y como éste era un conocimiento que ya tenían y manejaban desde los primeros grados, la calculadora lejos de ser un obstáculo para el aprendizaje de la división, fue un recurso que apoyó no sólo su aprendizaje sino que además, también fortaleció el aprendizaje de los otros tres algoritmos básicos.
8. De los procedimientos desarrollados espontáneamente por los alumnos al resolver problemas de división y que reporté en las páginas 34 y 35, sólo dos de ellos fueron repetidos por los alumnos al resolver las actividades con el apoyo de la calculadora: sumas iteradas y multiplicaciones sucesivas.

Esto significa que la calculadora se convirtió en un eje que propició un cambio en el desarrollo de procedimientos espontáneos para dividir.

Entre los procedimientos más elementales desarrollados sin la calculadora están el uso de dibujos, unir con líneas, el conteo, el reparto uno a uno, el agrupamiento de objetos, el reparto de  $n$ , en  $n$ , etc. Estos procedimientos no pueden ser realizados con la calculadora. En cambio, ésta propició el desarrollo de otros procedimientos “nuevos” o diferentes que entre sus virtudes tienen las siguientes: evitar la

realización de hojas completas de operaciones aritméticas, utilización más frecuente del algoritmo de la división, mayor cantidad de resultados correctos al efectuar con la calculadora los cálculos aritméticos, economía de tiempo en la realización de las actividades, etc. De lo anterior se desprende que la calculadora representó un recurso para el desarrollo de nuevos procedimientos para dividir, que mostraron ser efectivos.

Si después de leer el presente trabajo, algún docente siente por lo menos la inquietud por experimentar con la calculadora para el desarrollo de las actividades en la clase de matemáticas, me sentiré satisfecho por el esfuerzo realizado.

## SUGERENCIAS PARA COMPLEMENTAR LA PROPUESTA OFICIAL DE ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN.

Las siguientes sugerencias se plantean con la intención de complementar la propuesta oficial de enseñanza de la división a fin de mejorar este proceso.

1. La primera y fundamental sugerencia, -derivada del presente trabajo- es que: **los maestros de grupo incorporen la calculadora electrónica de bolsillo para la enseñanza y el aprendizaje de la división.**

La calculadora no es un objeto desconocido para los alumnos, por lo tanto, si ésta forma parte de su realidad, debe incorporarse al proceso educativo por las ventajas que su uso representa en el aprendizaje de contenidos matemáticos.

La calculadora puede ser aprovechada para la enseñanza no sólo de la división, sino de otros contenidos matemáticos e incluso, puede ser utilizada en todos los grados de la escuela primaria.

2. Al final del Tercer grado, en la lección *Repartos* p. 164-165, se introduce el procedimiento de división por *cocientes parciales y restas escritas* (ver anexo No. 12), considero que debería de continuarse con este procedimiento desde el inicio del Cuarto grado y no abandonarse, tal como ocurre en la propuesta actual.

Lo anterior porque –según ví en la experiencia que aquí reporto- resulta desconcertante para los alumnos que, después de una secuencia en la que no se les sugiere procedimiento alguno, al final del grado -cuando casi están dominando la ejecución del procedimiento convencional de la división (dominio que se logró con apoyo de la calculadora)- se les propone el procedimiento de *división por cocientes parciales* (cf. Libro de Cuarto Grado; p. 207). A esas alturas, parece ser un procedimiento nuevo que los niños no relacionan con sus aprendizajes sobre la división y significa más un retroceso que un avance en el dominio del algoritmo convencional de esta operación.. Por esta razón, quizá ha sido rechazada su utilización tanto por parte de los alumnos como por parte de los maestros (cf. Garduño; 2000)<sup>19</sup>.

3. Otra sugerencia importante es el fortalecimiento de la habilidad de estimación. Los niños mostraron dificultades para realizar estimaciones de los resultados de los problemas. La adquisición de esta habilidad no sólo es básica para el aprendizaje de la división, sino para todos los contenidos matemáticos. Por lo tanto, sugiero

---

<sup>19</sup> Entrevistas aplicadas a los docentes del centro de trabajo de la zona donde se llevó a cabo la aplicación de esta investigación.



que los programas y los materiales enfatizen más la estimación de los probables resultados antes de desarrollar la actividad. Asimismo, sugiero que se diseñen más actividades de estimación para que sean incluidas en las lecciones del libro de texto.

4. La flexibilidad del Plan y Programa de estudio permite al docente planear sus actividades de acuerdo a las necesidades y características del medio y de sus alumnos, por lo tanto, él decide los tiempos para abordar las lecciones que tratan el tema de la división. Sin embargo, muchos docentes desarrollan los contenidos respetando el orden en que las lecciones son presentadas en el libro de texto. Esto ha implicado intervalos de tiempos a veces largos y a veces cortos para tratar la enseñanza de la división. Por ejemplo; entre las lecciones “Entre 10 y 100” y “Cajeros y clientes” hay 42 páginas de diferencia en el libro de texto, mientras que entre las lecciones “Cajeros y clientes” y “El número premiado” hay tan sólo 4 páginas de diferencia.

Sugiero una distribución más homogénea de las lecciones que abordan el tema de la división para que los alumnos no olviden el procedimiento de ejecución del algoritmo convencional cuando haya pasado mucho tiempo sin abordar este contenido o por el contrario, acudan a la memoria a corto plazo cuando tenga poco tiempo de haber trabajado sobre el tema.

5. Considero conveniente que desde que se inicie la enseñanza del procedimiento convencional de la división, se sugiera como requisito su comprobación mediante una multiplicación. Esto no sólo fortalecería la habilidad en el manejo de este algoritmo sino que también aseguraría la realización correcta de la división.
6. Una vez que los alumnos han avanzado en el dominio del algoritmo convencional, (en la tercera o cuarta lección) considero conveniente que se sugiera a los alumnos multiplicar los cocientes parciales por la cifra completa del divisor. Esto tendría dos ventajas: 1) terminar más rápidamente la ejecución del algoritmo y 2) evitar errores al realizar un menor número de operaciones parciales.

Los divisores con dos o tres cifras implican multiplicaciones más complejas que con la calculadora pueden ser realizadas sin mayores problemas.

## BIBLIOGRAFIA

- AGUAYO, Rendón Luis Manuel. Matemáticas y Educación Normal. Los habitus en torno a una ciencia. Facultad de matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas – Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho”. México 2000.
- ARTIGUE, Michelle, Douady Régine, Moreno Luis, Gómez Pedro. Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Editorial Iberoamérica. México 1995.
- AVILA, Storer Alicia. Los niños también cuentan. Procesos de construcción de la Aritmética en la escuela primaria. Libros del Rincón SEP. México 1994.
- BLOCK, David, Fuenlabrada Irma, Balbuena Hugo, Ortega Leove. Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir. Propuestas para divertirse y trabajar en el aula. Libros del Rincón SEP. México 1994.
- BROITMAN, Claudia. Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo en el aula. Ediciones Novedades Educativas. Argentina 1999.
- CASTRO, Encarnación, Luis Rico, Enrique Castro. Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Editorial Iberoamérica México 1995.
- CEDILLO, Tenoch E. Potencial de la calculadora en el desarrollo del sentido numérico. Un estudio con niños de 11 – 12 años. Universidad Pedagógica Nacional. México 2000.
- FUENLABRADA, Irma, Block David, Balbuena Hugo, Carvajal Alicia. Juega y aprende matemáticas. Actividades para divertirse y trabajar en el aula. Libros del Rincón SEP. México 1991.
- GÁLVEZ, Grecia. “Aprendiendo Matemáticas con la Calculadora” MECE Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación 1992-1997. Ministerio de Educación. República de Chile 1994.
- GÁLVEZ, Grecia. “La calculadora de bolsillo, un material didáctico para el aprendizaje de la matemática” en David Block S. (coordinador) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria Lecturas. SEP Programa Nacional de Actualización Permanente. México 1995.
- GUEVARA, Niebla Gilberto. Encuestalia: México: ¿Un país de reprobados? En NEXOS No. 162. México 1991.

- MARIÑO S., Germán: ¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? ¿Constataciones y propuestas? Editorial Dimensión Educativa. Bogotá 1983.
- MARTINEZ, Falcón Norma Patricia. Desarrollo de procedimientos para dividir. Un estudio didáctico. Tesis de maestría DIE-CINVESTAV-IPN. México 1997.
- MAZA, Gómez Carlos. Enseñanza de la multiplicación y división. Editorial Síntesis. España 1991.
- MAZA, Gómez Carlos. Multiplicar y dividir. A través de la resolución de problema. Visor Distribuciones. España 1991.
- MORENO, Sánchez Eva. Introducción a la noción de división en la escuela primaria. Un estudio didáctico. Tesis de maestría DIE-CINVESTAV-IPN. México 1996.
- MOURSOUND, G. David. Uso de la calculadora en el salón de clase. Editorial Limusa. México 1985.
- SAIZ, Irma. “Dividir con dificultad o la dificultad de dividir” en Cecilia Parra e Irma Sáiz (comps.) Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. Editorial Paidós. México 1994.
- SAIZ, Irma. La computación en la escuela primaria. Parte I. Uso de la calculadora en el aprendizaje matemático en la escuela primaria. DIE-CINVESTAV-IPN. México 1985.
- SANTOS, Trigo Luz Manuel, Sáchez Sánchez Ernesto. Perspectivas en educación matemática. Editorial Iberoamérica. México 1996.
- VERGNAUD, Gérard. El niños, las Matemáticas y la realidad. Editorial Trillas. México 1991.
- WELZELBURGER, Elfriede. Calculadora electrónica. Editorial Iberoamérica. México 1993.

### **Documentos oficiales:**

- Plan y Programa de estudio 1993. SEP México 1993.
- Avance Programático de 1° a 6° grados. SEP México 1993.
- Libros para el maestro Matemáticas de 1° a 6° grados. SEP.
- Fichero de actividades didácticas Matemáticas de 1° a 6° grados. SEP México 1993.
- Libro del alumno Matemáticas de 1° a 6° grados. SEP México 1993.

# ANEXOS

## II. LA HUERTA DE DON FERMÍN

Don Fermín vive en el pueblo y tiene una huerta con muchos árboles frutales. Durante la cosecha, corta la fruta y la empaca para llevarla a la ciudad.



- 1** Para llenar los costales, don Fermín cuenta de cinco en cinco. Cada vez que cuenta 100 mameyes, pone una marca en un mamey tierno que tiene a su lado. ¿Cuántos montones de cinco tiene que contar don Fermín para poner una marca?  
¿Cuántos mameyes ha contado don Fermín, según las marcas que hay en el mamey tierno?
- 2** Don Fermín llenó uno de los costales con 325 mameyes, ¿cuántos montones de 5 mameyes metió en el costal?
- 3** Don Fermín calcula que cosechó 1 000 mangos. En cada caja piensa meter 150 mangos. Averigua si le alcanzan 6 cajas para empaacar todos los mangos.

En la huerta de don Fermín también hay un vivero con distintas plantas frutales.  
Observa el dibujo y trata de resolver los problemas que siguen.



- 4 El lunes, don Fermín vendió 8 plantas de mamey, 15 de aguacate, 24 de mango y 13 naranjos. ¿Cuánto dinero reunió?
- 5 El martes, don Fermín recibió \$ 280 por la venta de plantas de mango. ¿Cuántas plantas vendió?
- 6 El miércoles, don Fermín obtuvo \$ 75 por la venta de varias plantas. ¿Qué plantas pudo haber vendido?

Explica a tus compañeros cómo resolviste los problemas y observa cómo los resolvieron ellos.

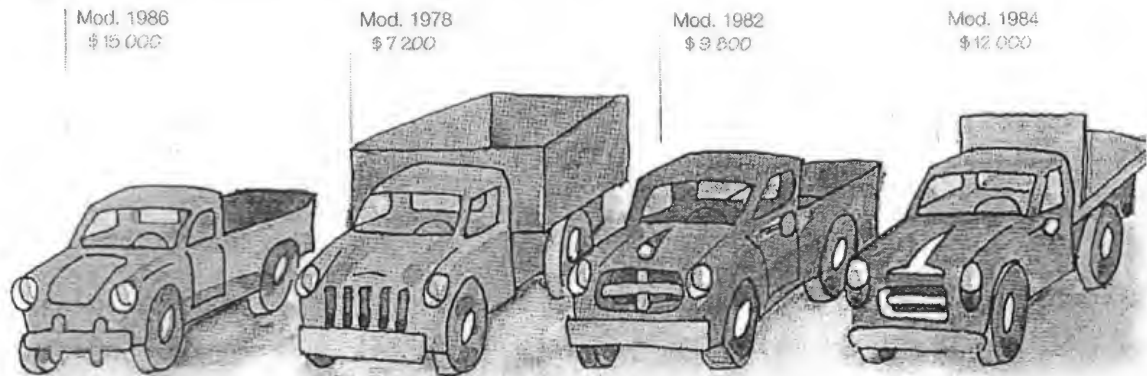
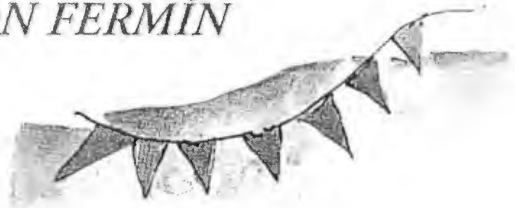
- 7 Inventa un problema que se pueda resolver con la información que hay en el dibujo de esta página. Resuelve el problema y dáselo a un compañero para que también lo resuelva.

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

## 17. LA CAMIONETA DE DON FERMÍN

Después de varios años de acarrear la fruta en burros, don Fermín se animó a comprar una camioneta.

Fue a la ciudad y visitó un lugar donde venden autos usados.



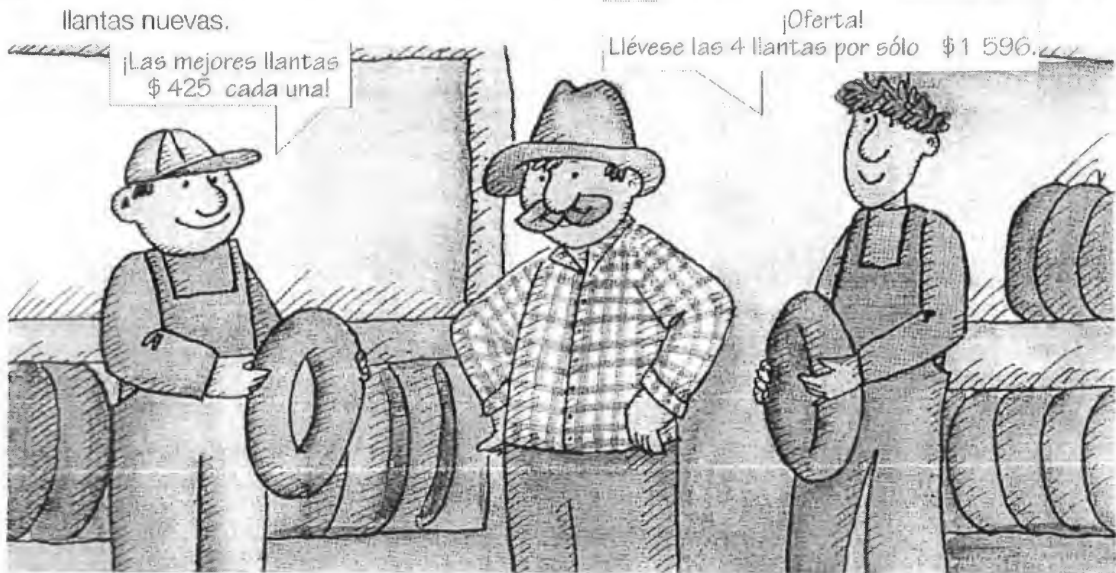
- 1 Don Fermín compró la camioneta modelo 1982. Para pagarla, le dieron el siguiente crédito: \$ 500 de enganche y el resto en 12 pagos mensuales. ¿Cuánto quedó a deber don Fermín después de dar el enganche?
- 2 Anota sí o no en las siguientes preguntas, según lo que creas que va a pagar don Fermín cada mes.
  - ¿Pagará menos de \$ 10 mensuales?
  - ¿Pagará entre 10 y 100 pesos mensuales?
  - ¿Pagará entre 100 y 1000 pesos mensuales?
  - ¿Pagará más de 1000 pesos mensuales?
- 3 Averigua, como tú quieras, cuánto va a pagar don Fermín cada mes. Anótalo en tu cuaderno.
- 4 Para saber cuánto debía pagar don Fermín mensualmente, sus sobrinos empezaron a hacer lo siguiente:

Paco	Jorge	René
$\begin{array}{r} 500 \\ +500 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 600 \\ \times 12 \\ \hline 1200 \\ 600 \\ \hline 7200 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ 12 \overline{) 9300} \\ \underline{-84} \\ 09 \end{array}$

Jorge quiere encontrar un número que multiplicado por 12 dé 9 300. El 600 no es. ¿Crees que sea el 700? Ayúdale a Jorge a encontrar el número que busca.



- 5** Como las llantas de la camioneta ya estaban muy gastadas, don Fermín decidió comprar 4 llantas nuevas.



¿Cuáles llantas salen más baratas, las que anuncia el señor de la gorrita o las que están en oferta?

Don Fermín compró las llantas que están en oferta. ¿Cuánto le costó cada llanta?

- 6** Al regresar de la ciudad, don Fermín iba muy contento con su camioneta. Observó las agujas en el tablero y cómo cambiaban los números del cuenta-kilómetros.

Al salir de la ciudad el

cuenta-kilómetros marcaba así: 

0	0	7	4	5	6	0
---	---	---	---	---	---	---

Al llegar al pueblo

marcaba así: 

0	0	7	4	9	8	5
---	---	---	---	---	---	---

¿Cuántos kilómetros recorrió don Fermín desde la ciudad hasta el pueblo?

- 7** Don Fermín también observó el movimiento de la aguja que indica cuánta gasolina hay en el tanque.

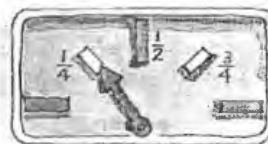
Al salir de la ciudad la aguja marcaba así:



VACÍO

LLENO

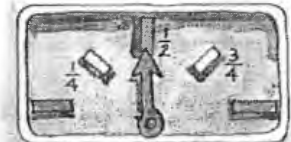
Después de tres horas marcaba así, y llenó el tanque otra vez:



VACÍO

LLENO

Al llegar al pueblo, marcaba así:



VACÍO

LLENO

¿Gastó más de un tanque de gasolina o menos de un tanque?

¿Cuánta gasolina gastó desde la ciudad hasta el pueblo?

Compara tus resultados con los de otros compañeros.

## 8. ENTRE 10 Y 100

Sonia y sus amigos se divierten mucho cuando realizan juegos de cálculo mental.



- 1** Reúnete con tu equipo y utilicen el material recortable 4 para realizar el siguiente juego. Sólo necesitan las tarjetas de un compañero para todo el equipo.

- Coloquen las tarjetas sobre la mesa, sin encimarlas y con la operación hacia arriba.
- Por turnos, cada quien señala una tarjeta y sin escribir ninguna operación trata de adivinar entre cuáles números está el resultado de la división señalada. Para eso debe decirse alguna de las siguientes frases:

El resultado está entre 10 y 100.

El resultado es mayor que 1 000.

El resultado es menor que 10.

El resultado está entre 100 y 1 000.



- En seguida, el jugador voltea la tarjeta para ver si acertó. Si el jugador acierta, se queda con la tarjeta, si no, la devuelve. Por ejemplo, Jaime señala y dice:

El resultado está entre 100 y 1 000.

- El juego continúa hasta que se acaban las tarjetas.
- Gana el jugador que se queda con más tarjetas.



- 2** Observa la tarjeta que señaló Sonia y lee lo que dijo. Anota sobre el espacio azul si se quedará con la tarjeta o la devolverá.

El resultado es menor que 10.

- 3** Después de jugar varias rondas, pueden hacer el mismo juego con la siguiente modificación: en vez de adivinar entre qué números está el resultado, deben adivinar cuántas cifras tiene. Cuando terminen de jugar, guarden sus tarjetas para utilizarlas en otras ocasiones.

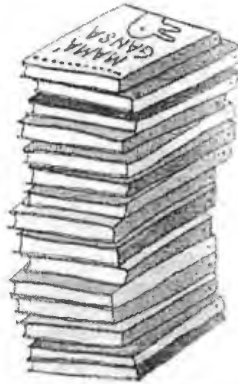


- 4 Observa los siguientes dibujos, para resolver los problemas que vienen después. Sólo tienes que tachar la respuesta correcta.



ENCICLOPEDIA  
CIENTÍFICA

\$ 865



CUENTOS  
INFANTILES

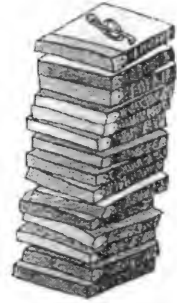
15 TÍTULOS

\$ 120



ENCICLOPEDIA  
CULTURAL

\$ 1 116



COLECCIÓN  
MÚSICA RANCHERA

\$ 525

- Un tomo de la enciclopedia científica cuesta:

Menos de \$ 10

Entre \$ 100 y \$ 1 000

Entre \$ 10 y \$ 100

Más de \$ 1 000

- Un tomo de la enciclopedia cultural cuesta:

Entre \$ 10 y \$ 30

Entre \$ 60 y \$ 80

Entre \$ 30 y \$ 60

Entre \$ 80 y \$ 100

- Un cuento infantil cuesta:

Menos de \$ 10

Entre \$ 20 y \$ 30

Entre \$ 10 y \$ 20

Entre \$ 30 y \$ 40

- Un disco compacto cuesta:

Menos de \$ 10

Entre \$ 20 y \$ 30

Entre \$ 10 y \$ 20

Entre \$ 30 y \$ 40

- 5 Calcula los siguientes precios, como tú quieras, para que compruebes si las respuestas anteriores son correctas.

Precio de un tomo  
de la enciclopedia  
científica

Precio de un tomo  
de la enciclopedia  
cultural

Precio de un  
cuento infantil

Precio de un  
disco compacto

## 8. CAJEROS Y CLIENTES

Este es otro de los juegos favoritos de Jaime y sus amigos.



Páguese a: Jaime  
 La cantidad de: \$ 2 426  
 \_\_\_\_\_  
 Firma



**1** Observa los dibujos y firma los cheques en los que se pide la cantidad correcta.

Quiero 3 billetes de 1 000, 51 de 100 y 4 monedas de 1.



Páguese a: Nacho  
 La cantidad de: \$ 3 514  
 \_\_\_\_\_  
 Firma

Quiero 35 billetes de 100 y 14 monedas de 1.



Páguese a: Miguel  
 La cantidad de: \$ 3 514  
 \_\_\_\_\_  
 Firma

Quiero 3 billetes de 1 000, 51 de 10 y 4 monedas de 1.



Páguese a: Laura  
 La cantidad de: \$ 3 514  
 \_\_\_\_\_  
 Firma

**2** Reúnete con tu equipo. Tomen 8 hojas de papel y pártanlas en dieciseisavos. Hagan 10 billetes de 1 000, 51 de 100, 51 de 10 y 16 monedas de un peso.

Usen los billetes para comprobar si firmaron correctamente los cheques.

**3** Observa el cheque de Yoatzin. Escribe tres maneras diferentes en que puede pedir la cantidad correcta de billetes y monedas.

Páguese a: Yoatzin  
 La cantidad de: \$ 2 844  
 \_\_\_\_\_  
 Firma

Primera:

Segunda:

Tercera:



## 10. EL NÚMERO PREMIADO

Los compañeros del grupo de Raúl participaron en un sorteo. Tuvieron tan buena suerte que se ganaron un premio.



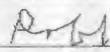
- 1** El dibujo de abajo es un cheque en el que se muestra la cantidad que ganó el grupo de Raúl.



**BANCO DE LA BUENA SUERTE**

Páguese a: Al portador \$ 5 652.00

Cinco mil seiscientos cincuenta y dos pesos.

  
Firma

En el grupo de Raúl hay 24 niños en total y se quieren repartir el premio en partes iguales. ¿Cuánto crees que le toque a cada niño? Subraya la frase correcta.

Menos de \$ 100

Entre \$ 100 y \$ 200

Entre \$ 200 y \$ 300

Más de \$ 300

- 2** El maestro dijo a los niños que para saber cuánto le tocará a cada quién, traten de resolver la siguiente división.

$$24 \overline{) 5\ 652}$$

¿Cuál es la cantidad que se va a repartir?

¿Entre cuántos niños se va a repartir esa cantidad?


Recuerda que al cambiar el cheque, la cantidad se puede pedir de distintas maneras.

¿Tú cómo pedirías la cantidad en un banco para poder repartirla?

- 3** Averigua, como tú quieras, cuánto le toca a cada uno.



- 4 Observa cómo resolvieron la división en algunos equipos. Comenta los procedimientos con tus compañeros y con tu maestro.




Primero dimos 100 a cada uno, en total fueron 2 400 y sobraron 3 252. Después...

Equipo de Yoatzin

$$100 + 100 + 10 + 20 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-2\,400} \\ 3\,252 \\ \underline{-2\,400} \\ 852 \\ \underline{-240} \\ 612 \\ \underline{-480} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$




Primero dimos 200 a cada uno, en total fueron 4 800 y sobraron 852. Después...

Equipo de Sonia

$$200 + 30 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-4\,800} \\ 0\,852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$



Primero repartimos 56 billetes de 100. Dimos 2 billetes de 100 a cada uno, en total fueron 48 billetes de 100. Después...

Equipo de Raúl

$$235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-48} \\ 085 \\ \underline{-72} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

- 5 En el equipo de Yoatzin repartieron todo el dinero en cinco rondas. En la primera ronda le dieron \$ 100 a cada uno, en total repartieron \$ 2 400 y sobraron \$ 3 252. En la segunda ronda le dieron otros \$ 100 a cada uno, en la tercera ronda le dieron \$ 10 a cada uno.

¿Cuánto le dieron a cada uno en la cuarta ronda?

¿Cuánto repartieron en total en la cuarta ronda?

¿Cuánto sobró después de repartir en la cuarta ronda?

- 6 Observa el procedimiento del equipo de Sonia.

¿En cuántas rondas repartieron todo el dinero?

¿Cuánto le dieron a cada uno en la segunda ronda?

¿Cuánto repartieron en total en la segunda ronda?

¿Cuánto sobró después de repartir en la segunda ronda?

- 7 Observa lo que hicieron en el equipo de Raúl.

¿Cuánto le dieron a cada uno en la segunda ronda?

¿Cuánto repartieron en total en la segunda ronda?

¿Cuánto sobró después de repartir en la segunda ronda?

Practica:

$$8 \overline{) 3\,207}$$

$$18 \overline{) 2\,836}$$

$$27 \overline{) 5\,239}$$



## 11. LA MÁQUINA DE ESCRIBIR

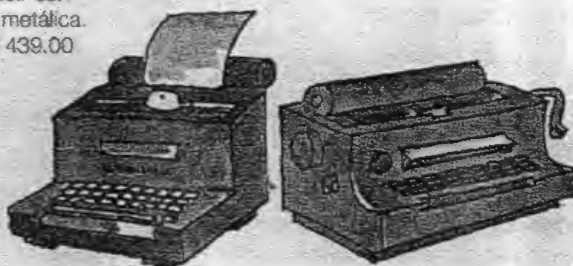
Los padres de familia de la escuela de Juan organizaron una rifa porque quieren comprar una máquina de escribir para la escuela.

La directora consiguió un catálogo en el que se anuncian estas máquinas:

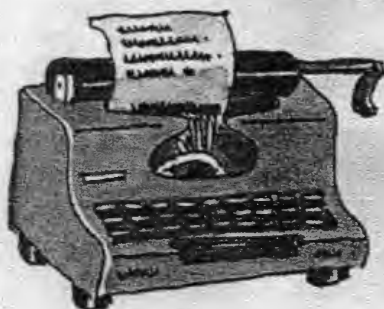


E) Máquina de escribir, escritura tipo elite, mando encolumnador.  
De \$ 999.00 a \$ 749.00  
Mensual \$ 40.00

D) Máquina de escribir con estuche, carrocería metálica.  
De \$ 589.00 a \$ 439.00  
Mensual \$ 30.00



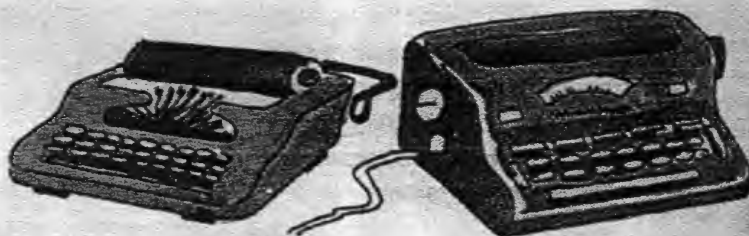
F) Máquina de escribir electrónica, memoria para corrección y anulación de palabras automático.  
De \$ 1 249.00 a \$ 949.00  
Mensual \$ 50.00



A) Máquina de escribir, rodillo de 24.7 cm.  
De \$ 699.00 a \$ 519.00  
Mensual \$ 30.00

B) Máquina de escribir portátil, con estuche.  
De \$ 539.00 a \$ 399.00  
Mensual \$ 20.00

C) Máquina de escribir, electrónica, memoria de revisión de textos.  
De \$ 1 499.00 a \$ 1 149.00  
Mensual \$ 60.00



Utiliza la información del catálogo para resolver los siguientes problemas:

1. Todas las máquinas tienen descuento; por ejemplo, el precio normal de la máquina que tiene la letra **A**, es de \$ 699.00 y el precio rebajado es de \$ 519.00. ¿En cuál de las seis máquinas se descontó una cantidad mayor?   
¿En cuál de las máquinas se descontó una cantidad menor?
2. Según el anuncio, las máquinas se pueden pagar al contado o en pagos mensuales. En la máquina que tiene la letra **C**, los pagos mensuales son de \$ 60.00. ¿Cuántos pagos mensuales de \$ 60.00 se necesitan para completar \$ 1 149.00?   
¿De cuánto sería el último pago?

**3** Completa la siguiente tabla:

Tipo de máquina	Costo rebajado	Pago mensual	Número de mensualidades
A	\$ 519	\$ 30	17 de \$ 30 y una de \$ 9
B			
C			
D			
E			
F			

**4** Para comprar la máquina **C**, los padres de familia van a rifar una grabadora que costó \$ 200.00. Si venden cada boleto a \$ 20.00, ¿cuántos boletos necesitan vender para recuperar el costo de la grabadora y obtener el dinero para la máquina? \_\_\_\_\_

Si el precio de cada boleto fuera \$ 10.00, ¿cuántos boletos necesitarían vender? \_\_\_\_\_

¿Cuántos boletos tendrían que vender si el precio de cada boleto fuera \$ 5.00? \_\_\_\_\_

¿Cuántos boletos tendrían que vender si el precio de cada boleto fuera \$ 15.00? \_\_\_\_\_

**5** Completa la siguiente tabla. En cada renglón tú eliges el precio de un boleto.

Tipo de máquina	Precio rebajado	Precio de la grabadora	Total	Precio de un boleto	Cantidad de boletos
A	\$ 519.00	\$ 200.00	\$ 719.00	\$ 10.00	72
B					
C					
D					
E					
F					

## ¿Cuál es el resultado?

- Que los alumnos desarrollen la habilidad para estimar el resultado de problemas que implican dividir.
- Que calculen el resultado exacto de varios problemas mediante diversos procedimientos.



1. El grupo se organiza en parejas. Se escriben en el pizarrón los siguientes problemas:

a. Mandaron a la comunidad 120 arbolitos de mango, los cuales se plantarán en cinco terrenos iguales. En cada terreno se debe plantar la misma cantidad. ¿cuántos arbolitos se plantarán en cada terreno?

3 arbolitos      24 arbolitos      120 arbolitos

b. Se empacarán 3000 naranjas. En cada costal se pondrán 60 naranjas, ¿cuántos costales se llenarán?

5 costales      50 costales      500 costales

c. Para traer el agua a la comunidad se necesitan 270 metros de tubería. Cada tubo mide 6 metros de largo, ¿cuántos tubos se necesitan?

42 tubos      45 tubos      44 tubos

d. Para cercar el terreno de la escuela se necesitan 168 postes. En la comunidad hay 12 familias que deben aportar la misma cantidad de postes, ¿cuántos postes debe dar cada familia?

10 postes      18 postes      14 postes

Se explica a los alumnos que, antes de resolverlos, de los tres resultados de cada problema escojan el que creen es el correcto.

Anotan en un papel el resultado que escogieron para cada problema y se lo entregan al maestro. Después buscan una manera de resolver el primer problema para verificar si su elección fue acertada.

Cuando la mayoría termina de resolverlo pasan al pizarrón dos o tres parejas que encontraron el resultado correcto por diferentes procedimientos y se los explican a sus compañeros. Es importante que todos los alumnos conozcan las diferentes formas en que se pueden resolver los problemas. Conviene que también pase al pizarrón alguna pareja que se equivocó.

20 x 5 = 100,  
faltan 20  
arbolitos...



para que con ayuda de sus compañeros encuentre el error y lo corrija.

Finalmente, el maestro dice qué equipos acertaron en el resultado anotado antes.

Si se lleva mucho tiempo la resolución y el análisis del primer problema, se recomienda resolver en otras sesiones los demás problemas.

2. Se organiza al grupo en equipos de cuatro alumnos y se les explica que van a ejercitar el cálculo mental.

a. Se anota en el pizarrón un problema como el siguiente y debajo de él un cuadro como el que se muestra:

Don Gregorio tiene 426 naranjas y las quiere poner en 6 costales. ¿Cuántas naranjas debe meter si quiere la misma cantidad en cada costal?

A	B	C
Está entre 0 y 10	Está entre 10 y 100	Está entre 100 y 1000

b. Les explica a los alumnos que cada equipo va a escoger una opción: A, B o C, en la que crean se ubica el resultado, que tienen poco tiempo y no es necesario que encuentren el resultado exacto. Mientras los alumnos se deciden por una opción, el maestro cuenta hasta 20.

c. Cuando el maestro termina de contar cada equipo anota la opción que escogió en un papelito y se la entrega al maestro. Todo el grupo busca la manera de encontrar el resultado; para lo cual se pueden apoyar en multiplicaciones como las siguientes:

$$20 \times 6 = 120$$

$$30 \times 6 = 180$$

$$40 \times 6 = 240$$

$$50 \times 6 = 300$$

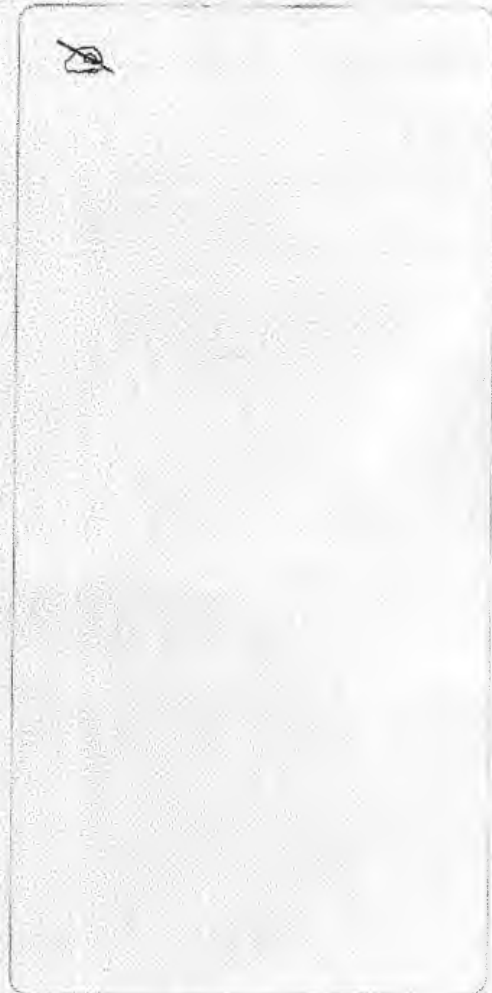
$$60 \times 6 = 360$$

$$70 \times 6 = 420$$

$$71 \times 6 = 426$$

La finalidad de estas actividades es propiciar que los alumnos calculen mentalmente los resultados de multiplicaciones en las que una de las cifras tiene ceros. Así, en la división  $426 \div 6$ , se puede saber que el número 70 ya es una buena aproximación al resultado, porque  $70 \times 6 = 420$ . Sin embargo, a 420 le falta "un poco" para 426, entonces debe aumentarse "un poco" a 70 para acercarse más.

Cuando encuentren el resultado, el maestro anota en el pizarrón la letra de la opción que cada equipo escribió para ver qué equipos acertaron y ganan un punto. Después de cuatro o cinco problemas, gana el equipo que haya obtenido más puntos.





9

## ¿Cómo cuántos...?



Esta actividad debe realizarse en varias sesiones, dependiendo del tiempo que tarden los alumnos en resolver cada problema.

Se organiza al grupo en equipos de cuatro niños. Se anotan en el pizarrón los siguientes problemas para que los copien en sus cuadernos. Se pide que averigüen los resultados como ellos quieran.

- Que los alumnos estimen resultados de problemas que impliquen dividir y utilicen las multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos.

1. José trabaja en una fábrica empaquetadora de jabones. En cada caja pone 16 jabones.

¿Cuántas cajas necesita para empaquetar 192 jabones?

¿Cuántas cajas necesita para empaquetar 224 jabones?

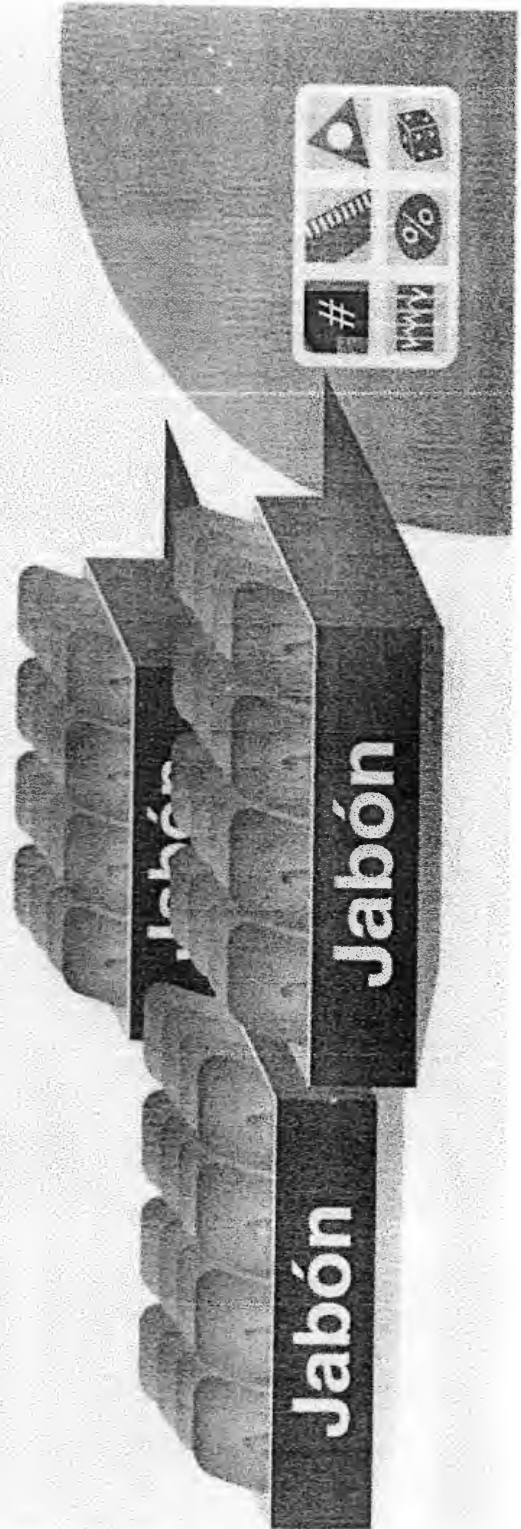
¿Cuántas cajas necesita para empaquetar 384 jabones?

¿Cuántas cajas necesita para empaquetar 480 jabones?

2. Víctor tiene 1.472 conejos y los quiere poner en 46 jaulas del mismo tamaño. ¿Cuántos conejos debe meter en cada jaula?

3. Enrique vende pasteles a \$15 cada uno. El viernes reunió \$270, el sábado \$360 y el domingo \$420. ¿Cuántos pasteles vendió cada día?

Es importante que cuando la mayoría termine de resolver cada problema, un representante de cada equipo pase a decir sus resultados y a explicar el procedimiento que utilizó. Si hay diferencias en los resultados, entre todos averigüen qué equipo se equivocó e identifiquen el error.



## El recorrido del tren

- Que los alumnos resuelvan e inventen problemas a partir de la información contenida en una ilustración.



1. El grupo se organiza en equipos de dos a cuatro alumnos.

Se presenta a los alumnos un mapa como el que se muestra, dibujado en el pizarrón o en una cartulina. Se pide que lo observen y digan lo que se imaginan que es.

Después de que dan sus opiniones se explica que el mapa representa el recorrido que sigue un tren eléctrico en un parque. En el mapa se puede ver que en cada kilómetro hay una estación en donde la gente puede comprar sus boletos y subirse o bajarse del tren.



Se escriben en el pizarrón las siguientes preguntas para que los alumnos las copien y las contesten en sus cuadernos:

¿Cuántos kilómetros recorre el tren en una vuelta?

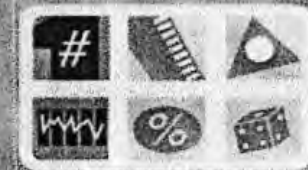
¿Cuántos kilómetros recorre en la mitad de una vuelta?

¿Cuántos kilómetros recorre en siete vueltas?

¿Cuántas vueltas dio el tren después de recorrer 110 kilómetros?

Manuel se subió en el kilómetro 2 y se bajó después de recorrer 83 kilómetros. ¿Cuántas vueltas dio? ¿En qué kilómetro se bajó?

Cuando terminan de resolver los problemas, un representante de cada equipo expone algunos de los resultados y explica el procedimiento que utilizaron para encontrarlo. Todo el grupo analiza los procedimientos y los resultados obtenidos y dice si está o no de acuerdo.

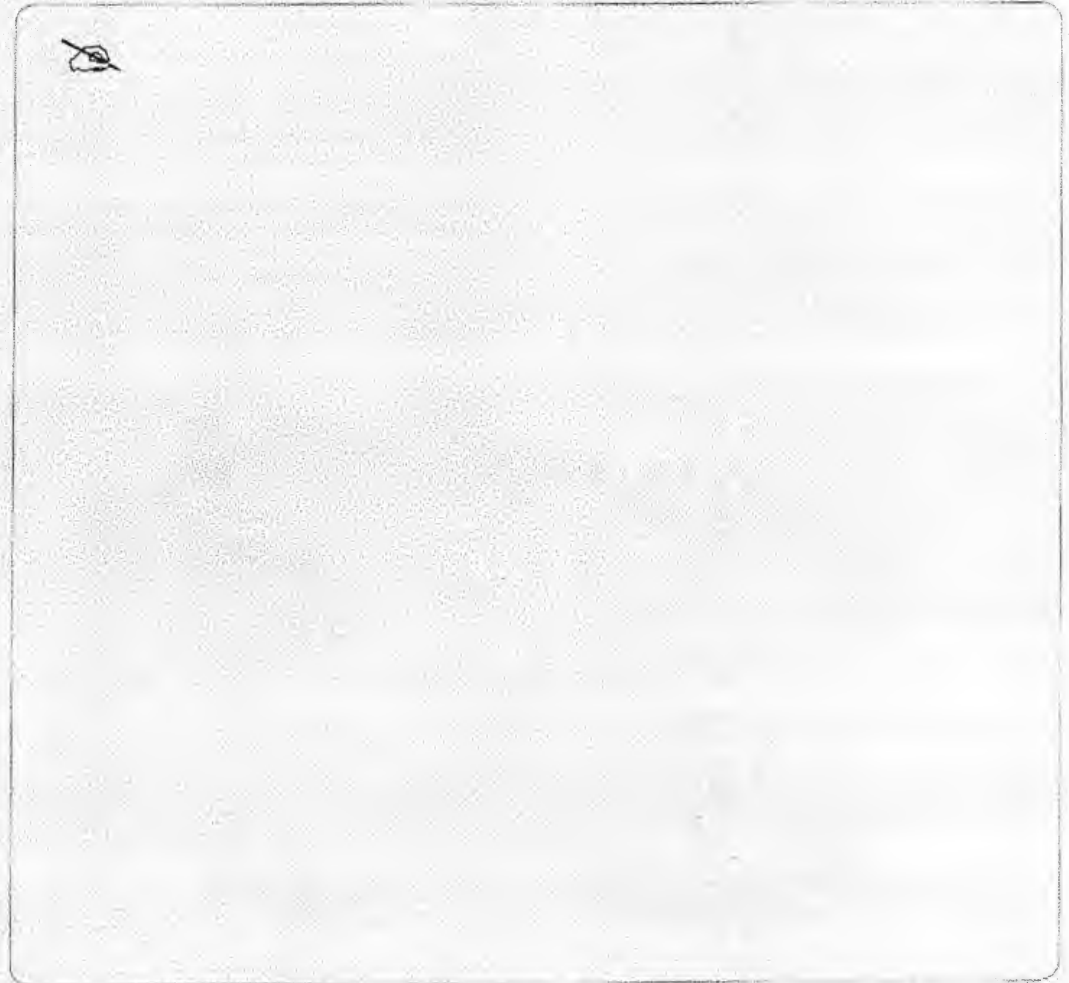


2. En la clase siguiente, organizados en equipos y utilizando el mismo mapa del recorrido del tren, se pide a los alumnos que inventen tres problemas con la información que contiene el mapa y los resuelvan.

3. En otra sesión se organiza al grupo en equipos. Les pide que inventen un problema que pueda resolverse con una división y lo escriban en una hoja suelta sin poner la operación. Intercambian el problema que inventaron con otro equipo para que lo resuelva.

Cuando la mayoría de los equipos lo haya resuelto, pasan al frente, lo leen, hacen en el pizarrón la operación con la que lo resolvieron y anotan el resultado. La pareja que inventó el problema dice si está de acuerdo; si no, explica por qué.

Si la revisión de los problemas se lleva mucho tiempo, se continúa en otra sesión.





## ¿Cuánto repartimos?

- Que los alumnos se aproximen a la manera usual de dividir al estimar resultados y resolver problemas de reparto.

### Materiales

Por equipo, los billetes que se utilizaron para resolver la lección “Cajeros y clientes” del libro de texto (p. 104), y 20 bolsitas de plástico



1. Se organiza el grupo en equipos de cuatro alumnos. Se traza en el pizarrón una tabla como la que se muestra al reverso y se escribe el siguiente problema:

Deben repartirse \$2 940 en 12 bolsitas de manera que en cada una quede la misma cantidad.

a. Se pide que lean el problema y que antes de resolverlo digan entre qué números creen que estará el resultado. No se vale hacer operaciones escritas y las aproximaciones deben decir las lo más rápido posible. El maestro registra en la tabla las estimaciones que den los equipos.

Cuando terminan, se entrega a cada equipo las 12 bolsitas y la cantidad de dinero que se tiene que repartir. Les pide que realicen el reparto. Mientras realizan la actividad, el maestro observa cómo lo hacen.

Para hacer el reparto, los alumnos tendrán necesidad de cambiar algunos billetes. Es conveniente que el maestro tenga disponible el “dinero” necesario para hacer los cambios.

b. Cuando la mayoría de los equipos termina, anotan en el pizarrón sus resultados. El maestro selecciona dos o tres equipos que utilizaron procedimientos diferentes para hacer el reparto. Pide que pasen al pizarrón y expliquen a sus compañeros como lo hicieron.

Algunos de los procedimientos utilizados por los alumnos podrían ser:

Poner en cada bolsita cantidades iguales hasta que ya no se pueda y después cambiar algunos billetes.

Sin utilizar el dinero, encontrar la cantidad total que debe tener cada bolsita mediante el ensayo y el error con multiplicaciones.

Sin utilizar el dinero, asignar una cantidad para cada bolsita, sumarias y el resultado restarlo a la cantidad original. Si todavía les queda dinero asignan una cantidad mayor.

Esta actividad puede repetirse en diferentes sesiones, variando la cantidad a repartir y el número de bolsitas.



2. Una variante de esta actividad consiste en plantear el siguiente problema: Tengo 15 bolsitas, en cada una puse ₡ 126, ¿cuánto dinero repartí?

Antes de resolver el problema se pide a los equipos que digan una aproximación, la escriban en un papelito y lo entreguen al maestro.

Después les pide que busquen una manera de encontrar cuánto dinero se repartió.

Mientras los niños resuelven el problema, el maestro recorre los equipos para ver cómo lo hacen. Si observa que algunos equipos no saben qué hacer para resolverlo, les entrega a éstos las 15 bolsitas y los billetes y monedas necesarios.

Cuando la mayoría de los equipos ha terminado, un representante de cada uno pasa a decir su resultado y a explicar el procedimiento utilizado.

Por último, el maestro abre los papelitos con las estimaciones de los equipos para ver cuál se acercó más al resultado correcto.

Esta actividad puede repetirse varias veces cambiando las cantidades.

	ENTRE 0 Y 10	ENTRE 10 Y 100	ENTRE 100 Y 1 000
Equipo 1			X
Equipo 2		X	
Equipo 3			X
Equipo 4			X
Equipo 5	X		
Equipo 6		X	
Equipo 7			X
Equipo 8		X	



## Taller de juguetes

- Que los alumnos, a partir de la información de una ilustración, resuelvan e inventen problemas que impliquen dos o más operaciones.



Antes de realizar esta actividad se copia en un cartoncillo la información de la ilustración y se pega en un lugar visible.

El grupo se organiza en equipos de cuatro alumnos. El maestro anota los siguientes problemas en el pizarrón para que los alumnos los resuelvan a partir de la información contenida en el cartoncillo.

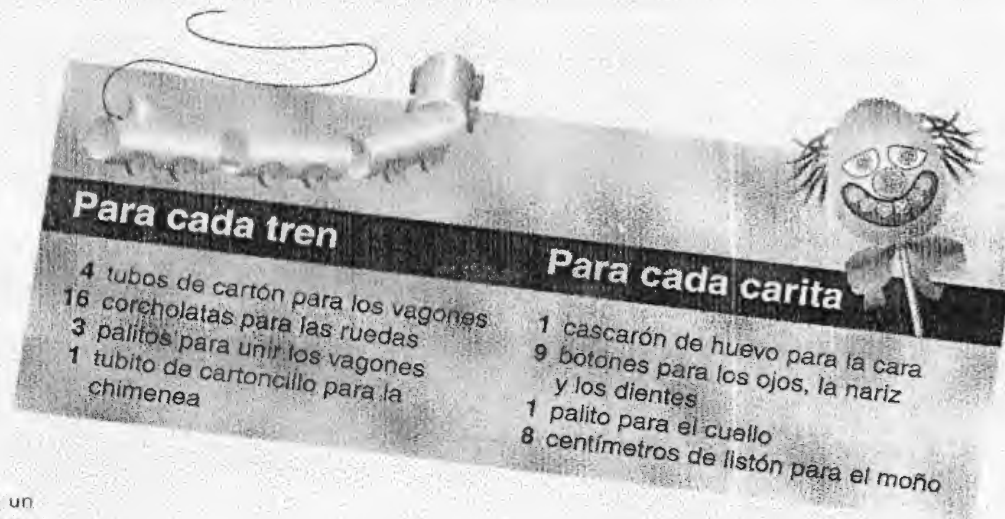
1. Luisa y Ernesto tienen un taller de juguetes; este mes construirán trenes y caritas de payaso.

Luisa y Ernesto quieren hacer ocho caritas de payaso, ¿cuántos cascarones y cuántos botones necesitan?

Luisa y Ernesto tienen 60 centímetros de listón, ¿cuántos moños pueden hacer?

Luisa tiene 21 tubos de cartón, ¿para cuántos trenes le alcanzan?

Ernesto tiene 27 palitos, ¿para cuántos trenes alcanzan? ¿Cuántas corcholatas necesita para hacer cuatro trenes?



2. Luisa y Ernesto harán víboras chicas de tres piezas, víboras medianas de cinco y víboras grandes de siete piezas cada una.

¿Cuántas víboras chicas pueden hacer con 23 piezas?

¿Cuántas víboras medianas pueden hacer con 49 piezas?

¿Cuántas piezas necesitan para hacer ocho víboras grandes?

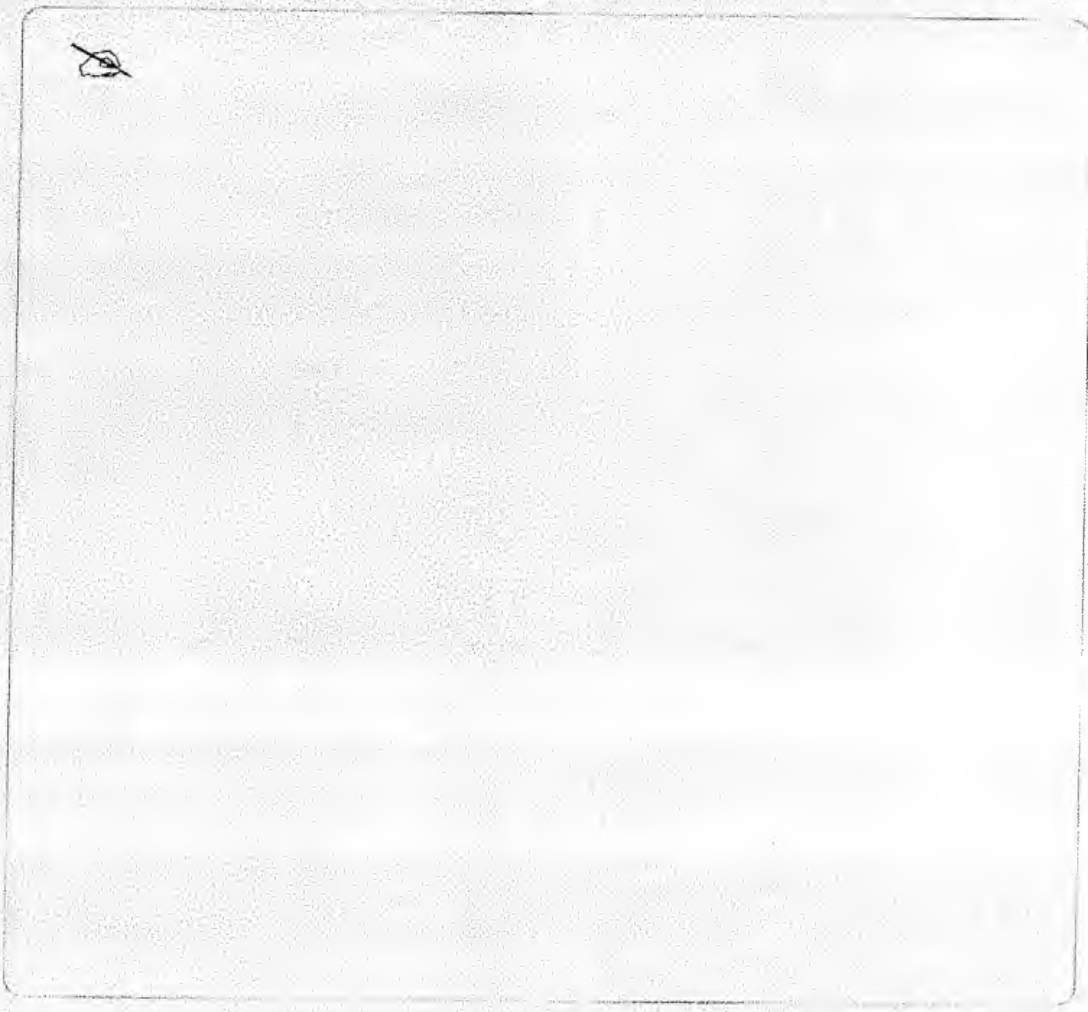
Luisa y Ernesto tienen 100 piezas y quieren hacer víboras de los tres tamaños, ¿cuántas víboras de cada tamaño podrán hacer?

En otra sesión se pide que resuelvan las operaciones que vienen en la última parte de la página 177 del libro de texto.



Después, cada equipo elige una de las operaciones que resolvieron e inventan un problema que se resuelva con ella. Escriben el problema en una hoja sin anotar la operación y lo intercambian con otro equipo. Cuando terminan, un representante de cada equipo lee el problema y dice su resultado. Si no hay acuerdo, entre todos revisan si el error estuvo en la forma de escribirlo o de resolverlo.

Esta actividad se puede repetir en diferentes sesiones utilizando otras operaciones. Algunos de los problemas que inventen los niños pueden anexarse a este *Fichero de actividades didácticas*.



# 3

## REPARTOS

Llegó el momento de repartir las utilidades de la cooperativa. Al equipo de Toño, Meche, Paco y otros cinco amigos le tocó \$ 72. ¿Qué harán con ese dinero?

**1** Los ocho niños deciden repartirse el dinero de manera que le toque la misma cantidad a cada uno. Fíjate en el procedimiento que utilizan para hacer la división  $72 \div 8$ :

VEAN CÓMO LO HICE:  
ANOTO DENTRO DE LA CASITA LA CANTIDAD QUE VOY A REPARTIR AFUERA DE LA CASITA ANOTO LA CANTIDAD ENTRE LA QUE VOY A REPARTIR:  
 $8 \overline{)72}$

LUEGO BUSCO EN LA TABLA DE MULTIPLICAR, EL NÚMERO QUE COMPLETE ESTA MULTIPLICACIÓN  
 $8 \times \square = 72$ .  
ANOTO EL NÚMERO ARRIBA DE LA CASITA:  
 $8 \overline{)72}^9$

COMO  $9 \times 8$  SON 72  
HAGO UNA RESTA PARA VER CUÁNTO SOBRA:  
9 TOCA A NUEVE Y SOBRA CERO.  
 $8 \overline{)72}^9$   
 $\underline{-72}$   
0

Observa la forma que utilizaron los niños para repartir  $72 \div 8$ ; luego haz lo que se indica abajo:

$$8 \times \boxed{9} = 72$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8 \overline{)72} \\ \underline{-72} \\ 0 \end{array}$$

Subraya con rojo el número que indica lo que se va a repartir.  
Subraya con azul el número que indica entre cuántos se va a repartir.  
Subraya con verde el resultado del reparto.

**2** Resuelve las siguientes divisiones usando la casita. Recuerda: adentro va el número que se va a repartir. Puedes buscar los resultados en la tabla de multiplicar.

$21 \div 3 =$

$60 \div 6 =$

$49 \div 7 =$





**3**

Otro día Toño y Luis estaban platicando:

CON MI PROCEDIMIENTO ES FÁCIL REPARTIR 96 ENTRE 4, REPARTO PRIMERO LAS DECENAS. ES COMO REPARTIR LOS BILLETES DE \$10. LES TOCA 2 DECENAS A CADA UNO Y LAS COLOCO ARRIBA DEL 9.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{) 96} \\ \underline{-8} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

OYE, PERO TE SOBRA UNA DECENA.

LA DECENA QUE SOBRO LA CONVIERTO A UNIDADES; ES COMO CAMBIAR UN BILLETE DE \$10 POR MONEDAS DE \$1, SE LAS SUMO AL 6 Y QUEDAN 16.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{) 96} \\ \underline{-8} \phantom{0} \\ 16 \end{array}$$

DESPUÉS BUSCO EL RESULTADO EN LA TABLA DE MULTIPLICAR:  $4 \times 4 = 16$  Y LO PONGO ARRIBA DEL 6 QUE SON LAS UNIDADES:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 4 \overline{) 96} \\ \underline{-8} \phantom{0} \\ 16 \\ \underline{-16} \\ 0 \end{array}$$

Utiliza el procedimiento que usó Luis para hacer los siguientes repartos. Compruébalos con tus billetes y monedas del material recortable.

$5 \overline{) 75}$

$7 \overline{) 84}$

$8 \overline{) 112}$

$6 \overline{) 90}$

$7 \overline{) 105}$

Observa las siguientes divisiones, luego haz lo que se indica.

$5 \overline{) 60}$

$9 \overline{) 81}$

$8 \overline{) 116}$

$10 \overline{) 10}$

$6 \overline{) 98}$

$7 \overline{) 115}$

Marca con rojo las divisiones que creas que tienen un resultado mayor que 10. Marca con azul las divisiones que creas que tienen un resultado menor que 10.

¿En qué te fijaste para dar tus respuestas? *Discútelo con tus compañeros.*

Comprueba si acertaste haciendo las divisiones en tu cuaderno.

## ANEXO No. 13. AVANCE PROGRAMÁTICO

### Primer grado

#### Bloque III

Contenido	Ficha	Texto
Reparto de colecciones hasta de 30 objetos en los que no haya sobrante, utilizando diversos procedimientos.	17	
Reparto de colecciones hasta de 30 objetos en los que no haya sobrante, utilizando diversos procedimientos (correspondencias uno a uno u otros).	17	85
Reparto de colecciones mediante correspondencias uno a uno, uno a dos, uno a tres, y uno a cuatro.	41	86

#### Bloque IV

Reparto de colecciones hasta de 30 objetos en los que no haya sobrante, utilizando diversos procedimientos (correspondencias uno a uno, dibujos, etc.).	17	
Reparto de colecciones mediante correspondencias uno a uno, dos a uno, tres a uno, cuatro a uno.	41	

#### Bloque V

Reparto de colecciones hasta de 30 objetos en los que no haya sobrante, utilizando diversos procedimientos (correspondencias uno a uno, dibujos, etc.).	17	
Reparto de colecciones utilizando correspondencias uno a uno, dos a uno, tres a uno, cuatro a uno, seis a uno.	41	

### Segundo grado

#### Bloque II

Resuelva problemas de suma y resta con números menores que 1000, utilizando material concreto. Problemas que impliquen la operación de multiplicación, de reparto de colecciones y problemas en los que se debe averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra (tasativos) con números menores que 100, utilizando procedimientos no convencionales.

Contenido	Ficha	Texto
Resolución de problemas de reparto de colecciones mediante correspondencias dos a uno, tres a uno, cuatro a uno, entre otras.	28 47	
Resolución de problemas de reparto con números menores que 30 mediante diversos procedimientos: dibujo, conteo por agrupamientos, correspondencias dos a uno, tres a uno, cuatro a uno, etc.	47	56



### Bloque III

Resuelva problemas de reparto de colecciones y problemas en los que se necesita averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra (tasativos) utilizando procedimientos no convencionales (Bloque IV, V)

Resolución de problemas de reparto de colecciones mediante correspondencias dos a uno, tres a uno, cuatro a uno, etc.	28	
---	----	--

### Bloque IV

Resolución de problemas multiplicativos de reparto y de los que hay que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra, mediante diversos procedimientos: conteo, dibujos, agrupamientos, correspondencias tres a uno, cuatro a uno, cinco a uno, etc.	28	112-113
---	----	---------

### Bloque V

Resolución de problemas de reparto y problemas en los que se tiene que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra, utilizando procedimientos no convencionales.	47	156-157
Resolución de problemas de reparto y problemas en los que se tiene que averiguar cuántas veces cabe una cantidad en otra, apoyándose en una imagen y utilizando diversos procedimientos.		158-159

## Tercer grado

### Bloque III

Uso del algoritmo convencional de la suma y multiplicación para resolver problemas; aplique diversos procedimientos para resolver problemas de reparto de objetos; estime resultados de cálculo diversos y los verifique utilizando material manipulable u otros procedimientos.

Contenido	Ficha	Texto
Resolución de problemas de reparto mediante procedimientos no convencionales (cálculo mental, suma, multiplicación, dibujos, con material u otros que los niños utilicen espontáneamente) y estimación de resultados.	42	114-115 y 120-121

### Bloque IV

Se aproxime al algoritmo convencional de la multiplicación de dos cifras por una cifra mediante la descomposición de arreglos rectangulares; se aproxime al algoritmo convencional de la división asociada a problemas mediante reparto de "dinero"; estime el resultado de divisiones hasta con números de dos cifras entre una cifra.

Uso de la multiplicación para resolver problemas de división. Representación de problemas de reparto mediante expresiones como $9 \times \underline{\quad} = 45$ y $45 \div 9 = 5$ . Estimación de resultados de problemas de división.	51	146-147
---	----	---------

Resolución de problemas de reparto con números de dos cifras entre números de una cifra; estimación de resultados. Representación de problemas de reparto mediante expresiones como $18 \div 2 = 9$ .		152-153
Resolución de divisiones asociadas a problemas, con el apoyo de “billetes”, “monedas” y el cuadro de multiplicaciones; cálculo mental y estimación de resultados.	52	156-157

#### Bloque V

Resuelva problemas de reparto, con y sin residuo, utilizando el algoritmo convencional de la división, con el apoyo de la multiplicación; estime el resultado de divisiones con números de dos y tres cifras entre números de una cifra.

Resolución de problemas de división, utilizando el algoritmo convencional, con números de hasta dos cifras entre una cifra y con cociente de una y dos cifras; estimación de resultados	57	164-165 y 168-169
---	----	-------------------------

### Cuarto Grado

#### Bloque I

Desarrolle la capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento, para reconocer, plantear y resolver problemas que impliquen el algoritmo de alguna de las cuatro operaciones fundamentales (Bloque II).

Contenido	Ficha	Texto
Diversos procedimientos para resolver problemas de división Resolución e invención de problemas sencillos, elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.	4	28-29
Distintos procedimientos para resolver problemas de división. Estimación de resultados. Resolución de problemas sencillos, elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.	9	40-41

#### Bloque II

Use la multiplicación para aproximarse a un cociente

Uso de la multiplicación para aproximarse al resultado de una división. Estimación de resultados. Resolución de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración. Comprobación de resultados en problemas.	15	62-63
---	----	-------

### Bloque III

Desarrolle la habilidad de estimar y verificar resultados, en problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, con divisores hasta de dos cifras.

Introducción al algoritmo de la división, mediante el reparto de dinero. Estimación de resultados en problemas de reparto. Comprobación de resultados mediante el cálculo.	24	104-105
El algoritmo de la división, con divisores hasta de dos cifras. Estimación de repartos de dinero en la resolución de problemas. Comprobación de resultados en estimaciones y solución de problemas.		108-109

### Bloque IV

Desarrolle la habilidad de estimar y verificar resultados, en problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, con divisores hasta de dos cifras.

Resolución de problemas sencillos, utilizando los algoritmos de la división y la sustracción, elaborados a partir de la información que aporta una ilustración.		148-149
---	--	---------

## Quinto Grado

### Bloque III

Contenido	Ficha	Texto
Estimación del resultado de una división.	41	115-118

### Bloque IV

Resuelva problemas que impliquen multiplicación de naturales por decimales y división de decimales entre naturales.

Problemas que impliquen multiplicación de naturales por decimales y división de decimales entre naturales.	48 y 49	132-141
--	------------	---------

### Bloque V

Resuelva problemas de suma, resta, multiplicación y división de decimales.

Problemas de suma, resta, multiplicación y división que impliquen el uso de naturales o decimales.		182-188
--	--	---------

## Sexto Grado

### Bloque III

<b>Contenido</b>	<b>Ficha</b>	<b>Texto</b>
Múltiplos de un número. Planteamiento y resolución de diversos problemas cuya solución implique dos o más operaciones.	9	42-46
Divisores de un número. Máximo común divisor de dos o mas números.	18	67-73
Múltiplos de un número. Uso del máximo común divisor en la resolución de problemas.	19	74-80

## ANEXO No. 14. FICHERO DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

### Primer grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
17	Todos deben tener lo mismo	* Que los alumnos resuelvan problemas de reparto de colecciones, en partes iguales, entre 2, 3, ...8 niños.
41	¿Cuántas ventanas se pueden hacer?	* Que los alumnos resuelvan problemas mediante la correspondencia dos a uno, tres a uno, etc.

### Segundo grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
28	Patatas y gallinas	* Que los alumnos utilicen correspondencias dos a uno, tres a uno, cuatro a uno, en la resolución de problemas de multiplicación.
47	¿Cinco en cada caja?	* Que los alumnos agrupen los objetos de unas colección en colecciones pequeñas. * Que calculen el total de objetos a partir del número de grupos formados.

### Tercer grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
42	¿Cuántos a cada quién?	* Que los alumnos anticipen el resultado de algunos repartos sencillos y los verifiquen al realizarlos.
51	Repartos y estimaciones	* Que los alumnos estimen los resultados de problemas de división.
52	¿Mayor o menor que diez?	* Que los alumnos estimen si el resultado de algunos repartos es mayor o menor que 10, como una técnica que facilitará la realización de divisiones con dividendos de 2, 3 o más cifras.
57	Problemas de división	* Que los alumnos resuelvan y formulen problemas de división.

### Cuarto grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
4	¿Cuál es el resultado?	* Que los alumnos desarrollen la habilidad para estimar el resultado de problemas que implican dividir. * Que calculen el resultado exacto de varios problemas mediante diversos procedimientos.

9	¿Cómo cuántos?	* Que los alumnos estimen resultados de problemas que impliquen dividir y utilicen las multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos.
15	El recorrido del tren	* Que los alumnos resuelvan e inventen problemas a partir de la información contenida en una ilustración.
21	¿Quién alcanza el número?	* Que los alumnos utilicen la suma, la resta, la multiplicación y la división para expresar cantidades.
24	¿Cuánto repartimos?	* Que los alumnos se aproximen a la manera usual de dividir al estimar resultados y resolver problemas de reparto.
36	Taller de juguetes	* Que los alumnos, a partir de la información de una ilustración, resuelvan e inventen problemas que impliquen dos o mas operaciones.

### Quinto grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
41	Realizando divisiones	* Que los alumnos desarrollen diversas estrategias para calcular en cociente entero entre dos números naturales.
45	Las botellas y los vasos	* Que los alumnos resuelvan una situación de proporcionalidad que implica la comparación de capacidad, uso de fracciones, la multiplicación y la división como operaciones inversas.
48	El reparto de dinero	* Que los alumnos resuelvan problemas de división al realizar problemas de reparto de dinero.
49	División con decimales	* Que los alumnos estimen y calculen el resultado de un problema de división con decimales.

### Sexto grado

No. de ficha	Nombre	Propósitos
9	¿Quién soy múltiplo o divisor?	* Que los alumnos comprendan las nociones de múltiplos y divisores de un número, a partir de la resolución de problemas.
18	Divisiones exactas y no exactas	* Que los alumnos resuelvan problemas con el máximo común divisor entre dos o más números. * Que desarrollen la habilidad de resolver rápidamente una división exacta entre dos números naturales. * Que encuentren la relación entre el dividendo y el divisor, el cociente y el residuo.
35	Problemas difíciles para la calculadora	* Que los alumnos resuelvan problemas de multiplicación y división de números naturales con la calculadora.