UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Y CULTURA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 25 A

¿ CÓMO SE ENSEÑAN Y COMO SE APRENDEN LAS FRACCIONES EN TERCER AÑO DE LA ESCUELA PRIMARIA ?

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN

PRESENTA

RAFAEL ANGULO OLIVAS

DR. CANDELARIO CÁLIX LÓPEZ
DIRECTOR DE TESIS

CULIACAN ROSALES, SINALOA, ENERO DE 2001

Paty 11/03/02

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Y CULTURA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 25 A

¿CÓMO SE ENSEÑAN Y CÓMO SE APRENDEN LAS FRACCIONES EN TERCER AÑO DE LA ESCUELA PRIMARIA?

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

MAESTRO EN EDUCACIÓN

PRESENTA

RAFAEL ANGULO OLIVAS

DR. CANDELARIO CÁLIX LÓPEZ
DIRECTOR DE TESIS

CULIACÁN ROSALES, SINALOA, ENERO DE 2001

Secretaría de Educación Publica y Cultura
Gobierno del Estado de Sinaloa

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Culiacán Rosales, Sinaloa, enero 09 de 2001

C. RAFAEL ANGULO OLIVAS

En mi calidad de Directora de la Universidad Pedagógica Nacional y como resultado del análisis y dictaminación realizados a su trabajo intitulado: **"¿CÓMO SE ENSEÑAN Y COMO SE APRENDEN LAS FRACCIONES EN TERCER AÑO DE LA ESCUELA PRIMARIA?"** opción tesis para obtener el grado de Maestro de Educación en el Campo de la Formación Docente, a propuesta del asesor DR. Candelario Cálix López, manifiesto a usted, que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la institución.

Por lo anterior se le comunica que su trabajo ha sido dictaminado favorablemente y autorizado por el Comité de Posgrado de esta Unidad para presentar su examen de grado.

María Librada Velázquez Paredes

MARIA LIBRADA VELAZQUEZ PAREDES
DIRECTORA DE LA UNIDAD

AGRADECIMIENTOS

EN PRIMER LUGAR AGRADEZCO A MI ASESOR. POR SU PACIENCIA. OPTIMISMO Y PERSEVERANCIA PARA SALIR ADELANTE

A MI ESPOSA POR SER TAN TOLERADA. ABNEGADA Y DE VALIOSA AYUDA MORAL EN TODO MOMENTO

A MI MADRE POR SER TAN POSITIVA Y TENER SIEMPRE PRESENTE EN MÍ: ¡ÁNIMO. TU PUEDES.

A MI TIO. YA QUE GRACIAS A ÉL ESTOY SITUADO EN EL LUGAR ACTUAL COMO MAESTRO.

ÍNDICE

	Páginas
Introducción.	6
Capítulo 1. Definición del objeto de estudio	
1.1 Antecedentes	9
1.2 Justificación	14
1.3 Objetivos	18
1.3.1 Preguntas de investigación	19
1.4 Delimitación	20
Capítulo 2. Revisión de la literatura: la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria	
2.1. Los aportes teóricos y las tradiciones de la enseñanza.	26
2.2. La construcción del conocimiento	33
2.3. Literatura que se refiere a la enseñanza de las fracciones	39
2.4. El conocimiento de la noción de número	42
2.5. La enseñanza de las fracciones en la escuela primaria	44
Capítulo 3. Estrategia metodológica	
3.1. El método cualitativo	61
3.2. La etnografía como enfoque investigativo	63
Capítulo 4. Trabajo de campo y análisis de resultados	
4.1 Análisis de las observaciones realizadas al maestro No. 1	74
4. 2. Análisis de las observaciones realizadas al maestro No. 2	108
4. 3 Algunas consideraciones de las aportaciones de las entrevistas a los profesores 1 y 2.	132
Capítulo 5. Análisis General de los resultados	135
Conclusiones	144
Bibliografía	154
Apéndice	158

INTRODUCCIÓN

Hablar de matemáticas, implica inmiscuirse en un mundo muy amplio de conocimientos, y que de acuerdo a como se les quieren tomar, éstas pueden ser interesantes o complicadas. Pueden representar un reto a vencer y tratar de compenetrarse en ellas, o bien simplemente ignorarlas de variadas formas.

Partiendo de la reflexión anterior, el tema que por hoy nos ocupa está relacionado con un contenido matemático de mucha trascendencia y dificultad para su aprendizaje, específicamente nos referimos a las fracciones, en nuestro caso el objeto de estudio se denomina *cómo se enseñan y cómo se aprenden las fracciones en tercer año de primaria.* La investigación de dicho tema se llevó a cabo de la siguiente manera:

En el capítulo 1, se define el objeto de estudio y se retoman algunas cuestiones del pasado de las fracciones. Dichas cuestiones sirvieron como antecedente del problema planteado, desde la base de que el concepto *fracción* ha jugado un papel muy importante en la vida de los pueblos, sobre todo, se hace referencia a los egipcios. Más adelante aparecen diferentes puntos de vista en torno al manejo de las fracciones. Por ejemplo, Nunes y Bryant (1998) se refieren a las fracciones como elementos engañosos en el aprendizaje del niño. Mialaret (1986) afirma que la introducción de las fracciones se da a partir del modelo denominado *fraccionamiento de la unidad.* Se habla de la intuición y el formalismo como dos formas de abordar las fracciones para su enseñanza y aprendizaje.

En este mismo apartado se justifica el presente estudio aludiendo a la posición privilegiada que guarda la matemáticas en relación con otras áreas del conocimiento. Se manifiesta también la injerencia de la enseñanza tradicional en el abordaje de los contenidos de las fracciones y como contraparte se analizan algunas alternativas didácticas capaces de contrarrestar dicho tradicionalismo.

Se plantean los objetivos a que se pretende arribar, así como algunas preguntas de investigación que cumplen la función de guía, o eje rector del tema de estudio, se delimitan los procesos y las actividades a realizar, tanto en lo que se refiere a los espacios físicos donde se realiza el estudio, sujetos participantes, el método de investigación, las técnicas para la recolección de datos, el tiempo destinado para realizar el proceso de trabajo y la condición social de los involucrados, entre otros.

En el capítulo 2, concerniente a la revisión de la literatura se revisan las aportaciones de los investigadores que han escudriñado el campo de la enseñanza de las matemáticas y en especial el de las fracciones y se incluye la teoría de sustento, se hace un breve recorrido a través del enfoque conductista, se puntualiza la filosofía de esta corriente y su relación con los métodos de enseñanza. Asimismo se tratan las aportaciones de la teoría constructivista y se resalta el hecho de que el alumno debe ser capaz de construir sus propios aprendizajes, propuesta central de este enfoque.

El capítulo 3, tiene que ver con las estrategias metodológicas, por lo que se hace referencia primeramente al método de análisis cualitativo y se realiza una breve descripción del método cuantitativo como una contrastación o forma distinta de realizar investigación, se aclara que el método utilizado en esta investigación es de corte cualitativo y se hacen ver las razones de ello. Posteriormente se presentan las técnicas para la recolección de datos, donde se recurre al enfoque etnográfico para realizar observaciones en el aula. La etnografía queda definida desde distintas posiciones, entre ellas, la de Rockwell(1980), Geertz (1987); Woods (1978), entre otros.

En el capítulo 4, se incluye el trabajo de campo, donde se hace una presentación de la información recabada a través de las observaciones en el aula, se especifican los grupos donde se investigó, el contexto y el total de observaciones realizadas. La presentación se realiza a través de fragmentos de cada una de las observaciones e inmediatamente después de cada fragmento se efectúa un análisis de los posibles hallazgos que se consideran relevantes desde la interpretación muy particular del investigador.

En el capítulo 5, se presenta un análisis general de todas las observaciones, y se realiza una especie de triangulación de la información, *retomando algunos aspectos* sobresalientes que se vinculan con la teoría, los *hallazgos del trabajo de campo* y el *punto de vista* del investigador.

Se incorpora más adelante el apartado de las conclusiones a que se arriba y que tienen que ver con el logro de los objetivos y las preguntas de investigación planteados al principio de este documento.

Finalmente se agrega la bibliografía consultada y en el apéndice se incluyen dos ejemplos completos de las observaciones realizadas.

CAPÍTULO 1

DEFINICIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

1.1 Antecedentes

Haciendo un breve recorrido por el pasado, sobre todo en lo que se refiere al descubrimiento de las matemáticas como ciencia; se puede decir que las fracciones han jugado un papel muy importante en la vida de los pueblos. Por ejemplo, los egipcios al establecer su sistema de fracciones tomaron como punto de partida la unidad, y la dividían en tantas partes como les fuera necesario.

El comercio, caracterizado por el trueque que se utilizaba en esa época a falta de moneda, hizo de los cálculos proporcionales un recurso básico para este pueblo. Así, a través del tiempo, han sobrevivido sus descubrimientos. Se ha encontrado en su herencia cultural una multiplicidad de problemas aritméticos que incluyen procesos de repartición de panes, campos, terrenos, entre otros temas; y por medio de estos repartos construyeron las medidas de equivalencias.

Hasta la fecha, encontramos que la técnica seguida por los egipcios, en lo que se refiere al uso de las fracciones, es difícil de describir. Lo que aquí importa destacar, al comentar el uso de las fracciones, en esta cultura, es que el concepto *fracción* ha estado presente en el curso de la historia del hombre y de las matemáticas, utilizándose de diferentes maneras y a niveles de profundidad distinta.

Ya ubicados en un plano espacial y temporal especifico, se dirá que las fracciones han estado presentes en el curriculum de educación primaria, por lo menos los últimos 50 años en México, durante los cuales, los que llevan a cabo el diseño de planes y programas de estudio, aseguran desde sus concepciones, que los niños son capaces de aprender las fracciones y sus operaciones e incluso dominar su aplicación cuando egresan de la primaria. Pero esto no siempre es así; Nunes y Briant (1998) aseguran que en el caso de las fracciones resultan demasiado engañosas para los niños, a veces parecen haberlas comprendido totalmente, pero en el fondo aparece como un conocimiento totalmente parcelado; es decir, no es mucho lo que los alumnos pueden aprender del tema. Esto es a veces tan engañoso que un estudiante puede pasar año tras año sin haber comprendido el significado de las fracciones y no darnos cuenta de ello.

Retomando un tanto los antecedentes citados, se podría plantear la necesidad de indagar en la realidad escolar; por ejemplo, si el tipo de estrategias de enseñanza cumple con los propósitos que se persiguen en el aprendizaje del niño; y confirmar algunas de las aseveraciones que hacen los investigadores educativos respecto a que puede ser sugerente el uso de ejemplos de la vida cotidiana en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones en la escuela primaria

Nunes y Briant (1998) registran el trabajo realizado por Kerslake (1986), que fue aplicado a niños de 12 a 14 años y que evidenció que los niños tuvieron un elevado desempeño al estimar equivalencias de fracciones en pruebas aplicadas para tal efecto, sin embargo nuevas aplicaciones han demostrado que el conocimiento de los niños a esa edad no es muy confiable, al respecto. (Campos 1995, en Nunes y Briant, 1998).

Habrá que tomar en consideración en lo antes expuesto, que la matemática desde muy atrás, ha sido considerada como una materia compleja, y por lo tanto difícil en su aprendizaje, ya que por sí misma provoca conflictos en la mayoría de los alumnos, muchas de las veces tiene que ver con el temor o el rechazo a darle un lugar entre las demás materias o asignaturas que contiene el curriculum de la escuela primaria. De esta manera el maestro también se ve envuelto la mayoría de las veces en el dilema de cómo enseñar las matemáticas y en particular las fracciones de tal manera que los alumnos las entiendan de manera adecuada.

Por otro lado, el concepto de *asimilación* es un concepto que requiere una discusión seria, ya que el aprendizaje de la matemática pudiera quedar en un plano mecánico creando alumnos pasivos, que sólo se dedican a repetir y memorizar reglas en la solución de un determinado problema matemático. Y por otro lado, se puede enseñar esta materia desde una perspectiva *constructivista* tomando en cuenta el aspecto psicológico del niño, así como el contexto social en que se desenvuelve. Estos enfoques teóricos se irán analizando conforme transcurra el presente trabajo, sin descartar otros tipos de aplicaciones teóricas que tengan que ver con el estudio que por hoy nos ocupa; en este caso. *¿Cómo se enseñan y cómo se aprenden las fracciones matemáticas en el tercer grado de educación primaria?*

Pensando en la forma de enseñanza, Mialaret (1986) afirma que por lo general se introducen las fracciones en la escuela primaria a partir del modelo llamado fraccionamiento de la unidad; así el significado de la fracción ¾ de unidad es 3 partes de una unidad dividida en 4 partes", $^2/_5$ de unidad es 2 partes de unidad partida en 5 partes. La crítica es que a estos algoritmos no les antecede ningún proceso de adquisición de la noción de fracción, en donde por ejemplo, el niño tenga consolidada la noción de número, entre otras cosas. Recuérdese que el estudio se está ubicando en el tercer grado de primaria, muy próximo al primero y segundo grado del mismo nivel, que son grados en donde se debe de abordar la noción de número como un proceso, que es lo más recomendable.

Tomando en cuenta la actividad del maestro en el aula escolar, haciendo alusión a un ejemplo que tiene que ver con las matemáticas e implícitamente con las fracciones, se maneja que el conocimiento de esta materia en su enseñanza, implica hablar de

> *la intuición que capta formas simbólicas, mientras que el formalismo combina signos. La intuición y el formalismo varían en sentido inverso: una tiende hacia el objeto concreto y el otro hacía el signo; el formalismo asocia formas definidas por su coherencia y sus relaciones con el sistema en el que se integran* (Not; 1989: 21)

Entendiendo por intuición al primer acercamiento que se tiene con relación al objeto de conocimiento, en donde el sujeto activa desde su propia perspectiva, la ideas, imaginación y sus estructuras mentales a favor de la apropiación del objeto; para ello hace acopio de su conocimiento cotidiano producto de su experiencia social directa, adquirida en un determinado contexto. Este tipo de conocimiento no es generalizable (Granel 1997). Por su parte, el formalismo tiene que ver directamente con la construcción de reglas en el proceso de aprendizaje, el último escalón de este tipo de conocimiento es cuando se llega a la conclusión construida de manera deductiva.

Tanto la intuición como el formalismo se conciben como formas de orientar y apropiarse del conocimiento matemático y depende en mucho de la *intervención pedagógica* del maestro para inclinarse por alguna de las dos formas de enseñanza, en la segunda fórmula, de ser elegida, el maestro dirigirá sus estrategias de enseñanza pensando en que el alumno se apodere de una secuencia combinada de signos para resolver un determinado problema matemático, evitando en cierta forma que el niño ponga en juego su intuición; por otro lado, no se propicia captar por sí mismo un proceso sobre la adquisición de la fracción, negando un resultado significativo para él, como producto de su propio esfuerzo mental; no sujeto a lo que el maestro le pide en forma de reglas.

La intuición, por el contrario tiene que ver con procesos que el niño elabora en torno a la *asimilación* de la fracción, pero se precisa llegar a la formalización de ese proceso, es decir a la convencionalidad, entonces ambas formas de orientar el conocimiento, no pueden prescindir una de la otra, sin embargo parece apropiado reconocer que tomar como base partir de la intuición acerca al niño a lo que sabe y le incita a incorporar nuevas estructuras del conocimiento a los ya elaborados con anterioridad.

Por otra parte, coincidiendo un tanto con lo anterior, se dice *"que el manejo de las fracciones es fundamentalmente formalista y rígido por parte del niño, lo cual le permite dar respuestas correctas verbalmente o algorítmicamente, pero no le permite conformar los conceptos que sustentan tales respuestas o algoritmos"* (Not; 1989: 21).

Si bien es cierto, las fracciones están contempladas como uno de los temas más controvertidos dentro de la educación primaria; tanto para maestros como para los alumnos inmiscuidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es válido seguir cuestionándose del porqué de sus dificultades, e incluso, muchas de las veces, un acercamiento a su fracaso. Un ejemplo de lo anterior, tiene lugar en la siguiente afirmación: *"las fracciones forman un conjunto de números con propiedades específicas, distintas de las propiedades de los números enteros, y muchos de los problemas se originan por no tener claras esas diferencias"* (Balbuena, et.al.; 1996: 161). En los números enteros es fácil comprender que 3 es menor que 6, 3<6, pero en fracciones $^1/_3$ y $^1/_6$, la confusión por no tener iguales los denominadores hace caer en el error de creer que el que tenga el número de abajo o el denominador más alto, es el que hace la cantidad mas grande, tal confusión se puede aclarar, dibujando enteros iguales superpuestos uno a otro y dividiéndolos en tercios y sextos, de esa manera se puede observar que el tercio es más grande que el sexto.

Tal vez lo anterior guarde relación con problemas didácticos añejos, vinculados con el uso de un determinado método de enseñanza que hasta la fecha no ha mostrado ser el más adecuado, o quizás con dificultades propias del pensamiento infantil. Lo cierto es, que ambas cuestiones se insertan en el cómo se enseña y cómo se aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaria, como caso particular de esta investigación.

1. 2. Justificación

La matemática por su posición privilegiada en los sistemas de enseñanza, situación ganada por la gran amplitud de usos e injerencias que tiene en otras áreas del conocimiento, como por ejemplo: física, química, biología, entre otras, se ha convertido en una especie de controversia para el sujeto, en el sentido de que provoca en una gran mayoría diversas reacciones; por un lado respeto y adversión por no dominarlas, y por el otro, aunque sólo a una minoría les produce placer o pasión por dominar cuando menos algunos aspectos de su amplio campo. Lamentablemente esto último sólo se logra en unos cuantos.

La experiencia particular en el ámbito educativo, al frente de diferentes grados en el nivel primaria, y en las relaciones establecidas con diversos maestros, de distintos niveles y que tienen que ver con la didáctica de la matemática, han evidenciado en cierta forma lo expuesto con anterioridad acerca de esa fobia a la matemática y por ende su fracaso irremediable, lo que provoca entre otras cosas, deserción y reprobación escolar por no poder asimilar dicha materia.

Al hablar de las dificultades por la que atraviesa el alumno al enfrentarse a la matemática no se puede dejar de lado la enseñanza tradicional, entendida ésta como la forma de enseñanza donde el discurso del maestro es protagónico. Existe una apreciación general en al aprendizaje del alumno y se juzga el proceso desde su acción externa. Algunas de sus características es que se basa en un proceso mecánico y obliga al alumno a confiar en la memoria, dejando de lado la comprensión. Por lo general en este tipo de enseñanza no se le pone mucha atención a la comprensión y se confía en la práctica para asegurar que el alumno realice correctamente los algoritmos (Kline; 1983). En el caso específico de las fracciones se pueden asemejar, en su forma de abordarlas a la idea de

> *contrato didáctico* (que es), *... una especie de pacto entre maestro y alumno, mediante el cual, el maestro se compromete a enseñar algo(...) y el alumno acepta este compromiso, es decir, se somete a la voluntad de enseñanza del maestro, poniendo en acción su propia voluntad de aprender* (Brousseau; 1989: 190).

En este esquema el maestro es el que sabe, y el niño solamente recibe el conocimiento ya elaborado.

De acuerdo con lo anterior, es importante investigar el papel que juega el contenido como mediador entre maestro y alumno, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, cómo se concibe éste, y de qué manera se le da tratamiento.

De hecho, el concepto de fracción, es un contenido de la matemática, suficientemente rico, interesante y útil, por lo tanto debería ampliarse su tratamiento dentro del programa matemático, por que esto redundaría en lograr una mayor aproximación a la comprensión del significado de fracción, las múltiples y variadas operaciones en que se ve envuelto este concepto, así como un buen manejo de las mismas.

Se hace necesario entonces la búsqueda de estrategias didácticas acordes a los intereses del niño, a sus conocimientos previos, que propicien formas para encontrar significado a lo que está aprendiendo, lo anterior siguiendo todo un proceso de reflexión sobre una situación didáctica que se preste para ello, y que le permita redescubrir el conocimiento matemático hasta llegar a la formalización del mismo, teniendo como guía al maestro.

Ahora bien, si las formas de enseñanza presentan pruebas palpables de un manejo deductivo de las fracciones en el sexto grado, aunque no de manera generalizada en todos ellos, entonces, se puede pensar que el alumno viene arrastrando deficiencias sobre ese contenido de los grados anteriores hasta el sexto año de educación primaria; por lo tanto, es necesario iniciar con la enseñanza de las mismas fracciones a partir del tercer año de primaría, pero de una forma tal que interese al niño en su aprendizaje.

Lo anterior implícitamente deja entrever la necesidad de adentrarse de una manera más profunda en la investigación acerca de la didáctica de las matemáticas que implica al proceso de enseñanza aprendizaje, y por supuesto al maestro y al alumno, mediando entre ellos un contenido de aprendizaje. Y es en estas relaciones que se establecen entre ellos, en donde se debería de proporcionar una buena dosis de didáctica por parte del maestro, permeada por ideas innovadoras capaces de propiciar en el alumno aprendizajes significativos.

Cabe señalar que para lograr lo anterior, el maestro se puede auxiliar con los mismos resultados que logre, y con la implementación de sus ideas, en la medida que pueda llevarlas a cabo, porque éstas lo pueden impulsar a modificar su estrategia de enseñanza. Se puede apoyar también en observaciones, entrevistas, materiales diversos etc, que tengan información sobre el tratamiento de fracciones para favorecer su investigación. Entonces es pertinente hacerse las siguientes interrogantes:

¿Porqué vale la pena realizar esta investigación ?

¿Qué implicaciones pueden tener los resultados, cualquiera que éstos sean?

¿Quiénes se beneficiarán con la investigación ?

Creemos que es importante realizar la investigación citada, porque en la medida que se comprendan el tipo de dificultades en que se ve envuelto el niño en las situaciones didácticas que tengan relación con las fracciones, así como la metodología empleada por el maestro, entre otras cosas, se puede dar pauta en la implementación de nuevas estrategias de enseñanza que vengan a propiciar la elaboración de conocimientos por parte del niño, pero iniciando como proceso y encaminado hacia su cristalización formal, o sea hacia signos convencionales.

Por otro lado será interesante conocer en parte, las condiciones en las que el alumno se apropia del conocimiento, es decir, el tipo de orientaciones que el maestro le brinda para que logre tal objetivo, el cómo se las ofrece, de manera predeterminadas hacia respuestas que él espera, o motivándolo a que elabore sus propios procesos de aprendizaje. Y aludiendo directamente al alumno, será importante percatarse si su actuación hacia la asimilación de conocimientos es meramente un acto mecánico, porque está siguiendo los pasos que el maestro dicte, o realmente está interesado en llegar a un resultado como producto de su propio razonamiento.

Esta investigación también pretende proporcionar datos valiosos acerca del desenvolvimiento del maestro en el aula escolar, lo que debe permitir y pensar en la implementación de nuevos programas de formación docente que impacten al maestro en relación con la matemática, implícitamente con las fracciones, en donde se tome ésta, no como un obstáculo, sino como una oportunidad de desarrollar la creatividad e inducción.

Con base en lo anterior, se hace necesario un desarrollo continuo del conocimiento propiamente profesional del docente, de carácter psicopedagógico, que le capacite para intervenir, experimentar y reflexionar sobre su propia acción pedagógica; sobre la idea de poder modificarla específicamente en la didáctica de la matemática en su contenido de fracciones.

Por otra parte, *"El carácter profesional de la formación docente requiere la compleja y enriquecedora fusión de la teoría y la práctica; de la esencia, la técnica y el arte; de la sensibilidad y la razón, de la lógica y la intuición"* (Pérez, 1988). Y en la matemática considerada como materia difícil de abstraer estos elementos resultan muy valiosos como alternativas viables de llevarse a la práctica, por tal razón es necesario tomarlos en cuenta.

No es la idea delegar toda la responsabilidad del aprendizaje de los alumnos al maestro, hay que considerar todos aquellos factores relevantes por lo menos, que inciden en el proceso de aprendizaje del niño. Cabe aclarar que desde un recorte particular de la realidad, en el caso de estudio que hoy nos ocupa, se cuestionan, discuten y se proponen algunas alternativas de solución a los problemas muy específicos que influyen en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, sin la intención de afirmar que los puntos tratados tengan un carácter general, más bien pudieran darse algunas semejanzas en relación, con algún otro contexto escolar respecto con la investigación citada.

1.3.-Objetivos

En relación a lo manifestado hasta el momento, el presente trabajo tiene la intención de alcanzar el siguiente objetivo general:

- Identificar, ubicar, analizar y determinar el cómo se enseña y el cómo se aprenden las fracciones en el tercer grado de la escuela primaria.

Para ello se consideran necesarios los siguientes objetivos específicos:

- Conocer el tipo de metodología que emplea el maestro en la enseñanza de las fracciones.
- Describir el tipo de aprendizaje que refleja el niño en el aula escolar en relación con ese contenido.
- Exponer, acorde al aprendizaje arrojado por el alumno con relación a las fracciones, explicaciones que permitan situar más exactamente el cómo aprende el niño en la escuela primaria en el grado mencionado.
- Indagar sobre las *condiciones* que favorecen o desfavorecen que el alumno lleve a cabo su escolarización en el aula, y cómo influyen *éstas* específicamente en el aprendizaje de las fracciones.

1.3.1. Preguntas de investigación

Con la finalidad de coadyuvar al logro de estos objetivos y acordes a la pretensión de la investigación de ir esclareciendo de una forma más concreta el cómo se enseña y se aprenden las fracciones en la escuela primaria en el grado escolar citado, se plantearon algunas preguntas de investigación:

- ¿Qué lugar ocupan las fracciones en la enseñanza de la matemática, en lo que se refiere a las preferencias del maestro y de acuerdo a su creencia o forma de pensar?
- ¿Cuáles son los campos paradigmáticos que nos hablan de la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria?
- ¿Influye la enseñanza tradicional en la enseñanza de las fracciones en la actualidad?
- ¿Qué se entiende, por constructivismo en la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria?

- ¿Qué grado de responsabilidad corresponde al maestro en el fracaso escolar respecto con las fracciones?
- ¿Será cuestión de método el que se asimilen las fracciones de una determinada manera?
- ¿Qué tiempo dedica el maestro en la enseñanza de las fracciones, y que tiempo real marca el programa de estudio?
- ¿Qué posibles factores están incidiendo en el niño para que éste no aprehenda las fracciones adecuadamente?

Estas preguntas fueron el eje que guió nuestra investigación, las cuáles fueron contestada con los datos recabados por medio de la observación, la entrevista, los análisis de teorías que se efectuaron y todas las fuentes de consulta que se consideraron necesarias.

1.4. Delimitación

La presente investigación se realizó en la ciudad de Guamúchil que pertenece al Municipio de Salvador Alvarado, Sinaloa. Esta Ciudad se ubica en la zona centro norte del Estado, al sur se localiza la salida a Culiacán, que se encuentra aproximadamente a 102 Km., de distancia, al norte está la salida a las ciudades de Guasave y los Mochis.

Específicamente en el aspecto social, se puede decir que se denota la presencia de la clase social medía alta, media y baja en lo general. En la primera destacan ganaderos y comerciantes prominentes, en la segunda clase social: profesionistas, licenciados, maestros, ingenieros; en la clase baja, se contemplan hijos de albañiles, carpinteros, trabajadores asalariados en tiendas de autoservicio, entre otros.

Con referencia al aspecto educativo, de manera un tanto general, se dirá que Guamúchil cuenta aproximadamente con 18 escuelas de educación primaria pública, y 5 de educación primaría particulares; 4 secundarias públicas, una preparatoria UAS (Universidad Autónoma de Sinaloa) y otra COBAES (Colegio de Bachilleres del estado de Sinaloa); cuenta también con un Centro de Estudios Superiores, A.C., ESCADER (Escuela de Contabilidad y Administración en Derecho); un CEBATYS (Centro de Bachiller Tecnológico y Superior); un CEAM (Centro de Actualización de los Maestros), con materiales didácticos de avanzada; UPN (Universidad Pedagógica Nacional) con estudios de maestría recién iniciados.

En este panorama, la investigación se enfocó a ¿cómo se enseñan y cómo se aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaría?, y tuvo como espacio de estudio a los alumnos y maestros de dos escuelas primarias de la ciudad de Guamúchil, Sinaloa.

Se estudia un tercer año turno matutino inscrito en una escuela primaria adscrita a la zona escolar 015 estatal, que tiene un total de 28 alumnos, 15 hombres y 13 mujeres. Esta escuela es de organización completa y se compone por un director, 7 maestros de grupo, uno de educación artística; otro de educación física; una maestra de manualidades y el intendente. Esta escuela en su espacio físico tiene 9 aulas, y se labora en 7 de ellas, puesto que hay dos segundos grados; dos direcciones ya que en la escuela se trabajan doble turno: matutino y vespertino; una bodega; una cancha para deportes y eventos cívicos, y un espacio disperso en toda la escuela para áreas verdes. Estos alumnos mencionados, provienen en gran parte de la clase media y el resto de la clase baja.

El grupo 2, de tercer grado, de la otra escuela incluida en el estudio tiene un total de 24 alumnos: 14 hombres y 10 mujeres. Este grupo pertenece al turno vespertino. Dicha institución está también adscrita a la zona escolar 015 estatal, es de organización completa: cuenta con un director, 6 maestros de grupo, uno de educación física, otro de educación artística; una maestra de manualidades y un intendente.

Con relación a la clase social de estos alumnos, se incluyen en su totalidad, en la clase baja. Algunos de ellos están inmersos en problemas por desintegración familiar, situación que no se descarta en el grupo anterior, aunque no es tan evidente como en este grupo. Este tipo de niños, en su mayoría, laboran por la mañana en: talleres mecánicos, como paqueteros en tiendas de autoservicio y en lavadoras de carros.

Como dato complementario, se puede añadir, que las edades de los niños de estos tres grupos en investigación, oscilan entre 8 y 9 años de edad. El personal docente que trabaja en estos grupos escogidos tiene un promedio de 10 años de servicio, su preparación profesional es normal básica y normal superior (maestro del grupo 1). El maestro del grupo 2, cuenta con estos mismos estudios solamente añadiendo los no terminales en UPN (Universidad Pedagógica Nacional).

Este estudio trata de identificar la forma de enseñanza que impera en la educación básica en el grado citado, así como el tipo de aprendizaje que resulta de ella; sin descartar algunos factores que influyen y afectan en cierta forma y medida el producto arrojado del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la relación maestro-alumno, teniendo como mediador al contenido. Tales factores que obstaculizan o favorecen el aprendizaje del niño, pueden estar presentes en él mismo, en el medio social, en la forma de intervención pedagógica del maestro, entre otros, pero a partir de estas premisas anteriores, se tomaron en consideración dos planos en relación con el estudio: psicológico, desde una perspectiva de psicología genética con relación a la construcción del conocimiento, desde una psicología conductista; y otro tipo de estudios que tenga que ver con la psicología, que en cierto momento de la investigación requieran de su recurrencia. Asimismo se incluirá el asunto de la injerencia social en el niño escolar, su medio social, clase a la que pertenece, tipo de relaciones con niños de su edad, con adultos, entre otros, así como las implicaciones positivas o negativas que se relacionen con su aprendizaje escolar, y respecto al maestro, su participación social en la comunidad, colonia o lugar en que está inscrita su práctica docente (al frente del grupo citado); sus concepciones respecto al tipo de hombres a formar, cómo es su relación con el niño en el proceso de enseñanza-aprendizaje, cómo lo considera a éste, pasivo o capaz de construir conocimientos a partir de sus conocimientos previos encauzados por un tipo de didáctica acorde con ello. En si cuáles son sus pretensiones implícitas o explícitas de su didáctica empleadas en el tratamiento de las fracciones y que tipo de aprendizaje se espera.

Al hablar de formas de enseñanza, se incluye el asunto metodológico; y es ahí donde se hará énfasis para situar la didáctica del maestro en un determinado enfoque teórico, de preferencia que inmiscuya a la matemática y a su contenido de fracciones, que de alguna manera ofrecen explicaciones con base a investigaciones realizadas de la acción pedagógica del maestro, así como de los aprendizajes traducidos en conocimientos resultantes

Se pueden dar explicaciones claras también a partir de las situaciones didácticas en las que el maestro involucra al alumno, y el cómo lo hace, en este caso con relación a la matemática, en el contenido de las fracciones, en sus operaciones, conceptos, amplitud del tema; relación con otros tópicos etc. Todo esto girando con referencia al objeto de estudio mencionado con anterioridad.

Por otra parte, se abordó la investigación en el sentido de evidenciar en cierto modo en este recorte de estudio parcelado de la realidad, la intervención pedagógica del maestro en relación con la tradición de alguna determinada forma de enseñanza, posiblemente orientada meramente a la reproducción de contenidos, a la eficacia social del individuo vinculada con el aparato productivo del país, a la idea de pensar en la reconstrucción social, mediante la formación de un individuo crítico y agente de cambio a favor de la reproducción de condiciones sociales impuestas; de un tipo de hombre manejable en cierta medida a conveniencia de un sector de la sociedad.

No se descarta la posibilidad que un estudio de estas características, en donde la matemática en apariencia no tenga nada que ver con lo expuesto anteriormente pueda arrojar resultados significativos que den variadas ideas del quehacer docente desde su accionar en el aula, su enseñanza, y el aprendizaje que resulta de ella; como del impacto de dicha tarea en la individualidad del alumno, es decir, el tipo de conocimiento que adquieran de alguna manera influirá en su formación como individuo destinado a tener una participación en la sociedad, en cierta parte de la economía, política, entre otras ocupaciones posibles.

CAPÍTULO 2

REVISIÓN DE LA LITERATURA: LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA PRIMARIA.

El presente capítulo se refiere a la revisión de la literatura que guarda una estrecha relación con la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria. Después de haber definido el objeto de investigación, se hace necesario adentrarnos en la revisión de la literatura que aborda el tema de las fracciones, además se revisan algunas corrientes teóricas que ofrecen explicaciones acerca de la investigación citada, estas acciones son con la finalidad de confrontàr los hallazgos con las implicaciones que pudieran tener en la realidad, derivando de ello el trabajo que se lleva a cabo en el aula.

Se asume de hecho que cualquier práctica escolar se explica desde alguna corriente teórica *en activo* aunque el maestro no sea consciente de ello. El tema de *cómo se enseña y cómo se aprenden las fracciones*, no es la excepción, las formas epistemológicas y la adquisición del conocimiento de éstas, es un tema que se encuentra trabajado desde múltiples ángulos, lo que significa que como todo el campo referente a las matemáticas, también son motivo de preocupación para los investigadores educativos y los docentes que de alguna manera son conscientes de esa problemática.

Las explicaciones, que exponen diversas teorías con relación a los elementos que entran en juego en la investigación planteada; se presentaron con el propósito de esclarecer, y en la medida que se fueron desprendiendo algunas explicaciones y argumentaciones del cómo aborda la enseñanza el maestro, se conformó una especie de *todo* explicativo relativo al objeto de estudio.

Es indispensable en este apartado, tomar en consideración los objetivos planteados, así como las preguntas de investigación mencionadas con anterioridad, como una forma de guiarse e ir convergiendo en algunos puntos de análisis con otros que surgieron de la misma investigación, con la idea de darle solidez paulatinamente.

2.1. Los aportes teóricos y las tradiciones de la enseñanza.

Al maestro se le ha encomendado una gran tarea, la de preparar a las nuevas generaciones de niños y tratar de conllevarlo a que se acerque a un mundo que día tras día se esta modificando y por consecuencia va dando lugar a nuevas necesidades, las que a su vez guardan estrecha relación con el quehacer educativo.

Si hablamos del quehacer educativo, nos estamos refiriendo al tiempo didáctico empleado por el maestro, al aprendizaje resultante de ello y la implicación del papel del docente, el niño y el saber como mediadores entre ambos y por supuesto, el tipo de relaciones que se establecen entre estos elementos mencionados.

De acuerdo a lo anterior, es importante mencionar algunas teorías, en las que posiblemente, se inscriba la práctica educativa del maestro, de estas teorías destacamos las que han sido más relevantes y que han atravesado de alguna manera el campo educativo.

Iniciamos el análisis tomando como base *la teoría conductista* en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje. La que a su vez abordamos desde la respectiva de B.F Skinner (1970). Al respecto se manifiesta que la actividad del maestro se fundamenta en gran medida en dicha teoría. Diversas generaciones se han formado en el marco de esta tendencia. Skinner es considerado neo-conductista a partir de que todas sus tesis que forman su postura psicológica derivaron de las prácticas realizadas en laboratorio, cuestión central del estímulo-respuesta a que los sujetos (animales) investigados eran sometidos.

Skinner se refiere a la relación estímulo fisico-repuesta-estímulo afectivo. Traducido lo anterior al proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que se le denomina estímulo físico dentro del laboratorio, en la clase se le conoce como *estímulo discriminativo*, y ello conforma el objeto de estudio del hecho educativo; la respuesta viene a ser la conducta observable, O sea, el aprendizaje y el *estímulo afectivo* es el reforzador de dicha conducta. Mas específicamente podemos deducir que esta corriente educativa al interiòr del espacio áulico opera buscando respuestas observables en el aprendizaje del alumno respecto con algún tema del programa educativo. Entonces el maestro adopta el papel de valorador de esas respuestas que tienen que ver con comportamientos muy particulares del alumno que de alguna manera demuestran entender o no lo enseñado por el maestro, ejemplo:

Una situación típica de enseñanza, basada en el conductismo, es la siguiente: el maestro pide al grupo que arranque una hoja del cuaderno, les indica que la doblen por la mitad y les dice que son medios, después que la vuelvan a doblar; les explica que son cuartos y así sucesivamente. Poco después utiliza el dibujo como una forma de representar las fracciones obtenidas. La ilustración por lo general suele ser, el círculo o el rectángulo. Da los ejemplos y pide a los alumnos que resuelven ejercicios similares, de esa manera el maestro busca confirmar lo enseñado.

Por tanto, el conocimiento que adquiere el alumno desde esta perspectiva teórica deberá tener estrecha relación con el contenido enseñado, el aprendizaje entonces tiene que ver con el cambio de conducta originada por el condicionamiento de la didáctica del maestro. El maestro enseña, el alumno recibe esa enseñanza ya elaborada.

El conductivismo visto desde la idea de Skinner, se encuentra fuertemente cuestionado desde la crítica que Brousseau (1986) hace en referencia al contrato didáctico que el maestro establece ante el alumno, en el cual el primero se compromete a enseñar temas determinados, en este caso del programa, y el segundo adquiere el compromiso de recibirlos y aprenderlos. El alumno somete su voluntad a la voluntad del maestro, perdiendo la perspectiva de los demás componentes que pueden ser factibles de establecerse en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por otra parte Not, habla del formalismo de la matemática, el cual desde su perspectiva *"consiste en no considerar en los objetos estudiados sino sus formas, sus propiedades formales y las contradicciones que ellas autorizan o prohiben" (Not, 1983: 21)*. Dicho de otra manera, se trata de que un conocimiento matemático sea impartido por el maestro, atendiendo estrictamente a la explicación de reglas, pasos que, en consecuencia, seguidos por el alumno lo conduzcan a un resultado.

En el enfoque conductista se deja ver claramente un tipo de enseñanza basada en el *contenido* del programa, donde lo importante es que éste se aborde *"a reglamento"* (Calix, 1994), desde la perspectiva de lo convencional, es decir a partir de los signos, dejando de lado los procesos, que pueden ser elementos que auxilien al maestro a llegar a lo conceptual, pero desde diferente ángulo.

De este hecho se derivan una serie de tradiciones, por lo que es importante rescatar de este enfoque la categoría *contenido*, en términos de ubicar la función o el papel que juega en la didáctica empleada por el maestro para la formación de un determinado tipo de sujeto, y en cierto modo, para evidenciar la *práctica educativa* en que se inscribe. En este caso inclinamos esa inscripción en las diferentes tradiciones educativas manifestadas en la intervención pedagógica del maestro, que tiene que ver también con su formación, y que de acuerdo a Liston y Zeichner, (1993) pueden ser: la tradición *académica*, la tradición basada en la *eficacia social;* la tradición *desarrollista* y por último la tradición *reconstruccionista social.* Tradiciones que de cierta manera se derivan de los paradigmas que les han dado sustento en un tiempo determinado.

Dichas tradiciones son retomadas previendo su posible injerencia en esta investigación relacionado con: *cómo* se enseñan y *se aprenden* las fracciones en el tercer grado de educación primaria, lo que nos permitirá comprender mejor lo anterior.

Para comprender mejor lo anterior, citaremos primeramente la *tradición académica*, basada en el dominio de una materia, es decir, en la posesión de cierto tipo de conocimiento por un individuo particular, en el sentido de que utiliza ese dominio para impartir educación, (Liston y Zeichner, 1993), se puede citar el caso de los maestros que trabajan en CONAFE, que cumplen labores docentes en aquellos lugares con poca población infantil, y generalmente ubicados en regiones serranas.

Traspolando la tradición *académica* al profesor de primaria, en la cual éste domina y trata los contenidos del programa, en el caso específico de las fracciones en matemáticas, la atención se concentra a *qué* se entiende por *contenido* partiendo de lo convencional, sin importar procesos de construcción, por tanto se tiende a la formación de sujetos pasivos, lo cual deja entrever la necesidad de formación profesional para los maestros contemplados en esta tradición, en favor de un cambio de actitud que redunde en abordar de manera diferente el proceso de enseñanza-aprendizaje, en términos de significación para el alumno. (Liston y Zeichner, 1993). Esta tradición guarda estrecha relación con la teoría conductista de Skinner.

Por otro lado, la tradición basada en la *eficacia social*, tiene como prioridad, formar ciudadanos con determinadas características que respondan al aparato productivo (Liston y Zeichner, 1993). Se trata de formar sujetos competentes acordes a las circunstancias sociales, económicas y políticas de un país. Esta tradición, basa su propuesta en el conductismo considerando al profesor como una máquina, en donde éste debe saber hacer ciertas cosas específicas en su enseñanza, y el requisito, es que sean observables.

La orientación de la *eficacia social* trata de justificar la formación intelectual del profesor mediante investigaciones directamente en el aula, y es ahí donde se relacionan las conductas observables de los profesores por medio de una didáctica particular con los resultados conseguidos por los alumnos (Liston y Zeichner, 1993). Se hace hincapié en esta tradición por la posible incrustación que pudiera tener en el tipo de intervención pedagógica que salga a relucir del presente trabajo de investigación.

En tercer lugar, encontramos la tradición *desarrollista*, que centra sus estudios a favor del niño, en donde se trata de respetar el orden natural de la evolución del aprendiz su espontaneidad, para determinar en cierto modo lo que ha de enseñársela (Liston y Zeichner, 1993).

Para lograr lo anterior, se tiene que hacer una cuidadosa observación y descripción de la conducta de los niños, en las diferentes etapas de su evolución, para lo cual, se propone un estudio científico de la conducta de los niños tomando en cuenta su etapa de desarrollo. Considerando esto, se debe hacer una especie de planificación en el ambiente escolar directamente relacionado con el curriculum basado en ese estudio evolutivo.

En esta tradición se critica la enseñanza mecánica y se trata de encauzar el aprendizaje siguiendo procesos, a través de la formación de un docente creativo, imaginativo, con un concepto claro de la filosofía *desarrollista* y de las pautas de crecimiento y desarrollo de los niños, y sobre todo que sienta la necesidad e interés de plasmar estas ideas en su práctica docente (Liston y Zeichner, 1993).

Para finalizar con las tradiciones mencionadas, se aborda la tradición *reconstruccionista social*, que considera al curriculum, y la formación del profesorado, como dos elementos de vital importancia para dirigir acciones hacia una sociedad mas justa.

En dicha tradición, el papel del maestro es favorecer en los alumnos de manera consciente, ideas objetivas y valores que vayan a favor de un nuevo orden social, por ejemplo, la cooperación de los conocimientos de los niños en vez de la competición. Habrá pues, que cultivar, que hacer énfasis en estimular y motivar, un pensamiento crítico de los alumnos acerca del orden social, tomando como referencia, el ya establecido, y con base en él, por ejemplo, hacer planteamientos de cambio a favor de la igualdad y justicia social (Liston y Zeichner, 1993).

Retomando el concepto de *competición*, a este respecto Montserrat (1979) manifiesta que cuando se aborda una lección en clase no se propicia entre los niños otra orientación que no sea la especialmente competitiva, por tanto la cooperación de conocimientos que se puede tener lugar en los niños se deja de lado.

En relación a esto último Montserrat (1979) mediante un estudio valida cómo la cooperación se da entre los niños cuando se les estimula a ella. El estudio estriba en lo siguiente: observar como distintos niños, (en este caso nos abocaremos a los de 8 años), construían una estación de tren y el tipo de cooperación que establecían entre el personal de la estación , es decir la función de cada uno de ellos, su autoridad, entre otras cosas, respecto con la estación.

La pretensión de dicha investigación fue comprobar si el trabajo en grupo impactaba de manera positiva en el aprendizaje del alumno para lo cual planteó a los niños de 8 años, en este caso, preguntas como: ¿Quién manda en la estación? ¿de quién es el tren? ¿Quién decide lo que hay que hacer si se rompe un vagón?

A partir de las respuestas a la interrogantes, llegó a la conclusión de que a esa edad aparece la discusión como medio para acceder a un acuerdo. La discusión tiene que ver con la cooperación de ideas de los niños para llegar a una conclusión determinada en relación a las preguntas. La discusión tiene lugar a partir de retomar el argumento expuesto del último niño en hablar y compararlo con datos que dicho niño no tomó en cuenta y ponerlo de forma contraria al argumento propio (de uno o varios niños).

De cierta manera se plasma en lo anterior la idea de que algunas contenidos, en este caso el de fracciones, se pueden tratar desde la perspectiva de la cooperación , manejando situaciones del medio en que se desenvuelve el niño. Esto enunciado podría tener que ver con el objeto de estudio que por hoy nos ocupa.

Pero para lograr las tareas mencionadas, habrá que pensar en la reconstrucción de la formación del profesorado basada en una orientación reflexiva con relación a la escolarización, y a la sociedad, precisamente para que estén capacitados y encaucen de manera inteligente nuevas concepciones del orden social.

En las dos últimas tradiciones, así como en el estudio de Montserrat se habló implícitamente y explícitamente de constructivismo, desde el punto de vista individual y social, en donde en cierta forma, se manifiestan posiciones contrarias al conductismo.

2.2. La construcción del conocimiento

Moreno y Waldegg (1995) manifiestan que para Piaget, y en general para todos los constructivistas, el sujeto se relaciona con el objeto de conocimiento provisto de ciertas estructuras intelectuales en las cuales se apoya para observar al objeto y obtener de él información, la cual es asimilada por dichas estructuras. Esta información produce cambios en su pensamiento acerca del objeto y por consecuencia acomodaciones de conocimiento, de tal forma que a medida de que el sujeto interactúa con el objeto lo ve de diferente manera a como lo había hecho inicialmente, entonces ahora es otra la información que le es relevante.

A diferencia de la enseñanza tradicional que le otorga primordial importancia al objeto de conocimiento y contempla un papel pasivo al sujeto, en la postura constructivista es la actividad del sujeto lo que se privilegia: *no existe objeto de enseñanza sólo objeto de aprendizaje*.

Diferentes estudios referentes a la manera que los alumnos resuelven problemas matemáticos han conducido a la explicación de carácter constructivista acerca de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un objeto por conocer) originado por la reflexión que el sujeto realiza sobre sus propias acciones.

El conocimiento matemático desde la explicación constructivista, es el resultado de la reflexión de las acciones del sujeto en relación con el objeto de conocimiento que en la medida que interactúa con él, lo transforma y asimismo también lo hace con sus estructuras mentales. Entonces, desde estas ideas la matemática no es considerada meramente como un cuerpo codificado de conocimientos, sino centralmente como una actividad.

El conocimiento desde el punto de vista constructivista no se debe de enseñar aislado del sujeto, ya que en el proceso de conocer el sujeto va encontrando en el objeto diversos significados que le van dando forma a la conceptualización del mismo. Conocer implica actuar, pera también comprender, de tal manera que el sujeto comparta con sus iguales el conocimiento y ayude a la formación de una comunidad. En esta relación de naturaleza social, un papel esencial lo juega la confrontación y negociación de resultados.

La tarea del maestro constructivista se torna mucho más difícil que la de su colega tradicional, ya que el primero tiene que diseñar y presentar situaciones didácticas considerando las estructuras intelectuales del sujeto que le permita asimilar y acomodar significados del objeto de aprendizaje y por consecuencia realizar nuevas operaciones asociadas a él. Mas adelante se tratará de que dichos significados se socialicen mediante la confrontación y negociación con otros alumnos, el maestro y el contenido, tema o texto en cuestión.

La confrontación y negociación tiene que ver con el nivel de desarrollo intelectual del niño, en este caso por necesidades del tema de estudio que nos ocupa. Cómo se enseñan y cómo aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaria. Nos referimos al período denominado por Piaget *operaciones concretas* (7 a 11 años) que es, en donde se localizan los sujetos de estudio que por el momento entraran en discusión.

Se le llama etapa de *operaciones concretas* porque en las operaciones de problemas o maneras de tratar de darles solución por parte del niño, se afecta directamente a los objetos. En este tipo de operaciones interviene el razonamiento del niño, pero no aislado, sino en intercambios de conocimientos con otros niños, lo cual le permite reunir nueva información, retroalimentar la propia, ponerla en relación o correspondencia, entre otras cosas con el objeto de conocimiento con el que esté interactuando pudieran ser fracciones y por supuesto realizar nuevas operaciones producto de su interacción con los demás, para adentrarse en un plano mas comprensivo del objeto de conocimiento. En este periodo de acuerdo con Piaget, se da la *conservación* en diferentes aspectos, ejemplo: conservación de líquidos en el cambio de agua, conservación del volumen, etc.

La teoría constructivista coincide en cierto modo con planteamientos abordados por Brousseau cuando éste hace la crítica al contrato didáctico y manifiesta que cuando hay ruptura de éste el alumno recupera su autonomía y se involucra en una situación que le ha sido devuelta por el maestro, entonces decide qué hacer en función de un determinado objeto de estudio, que si ha sido bien diseñado por el maestro permitirá que el alumno tome conciencia de sus diferentes acciones e incluso las modifique en busca de un objetivo que la propia situación didáctica le permita discernir si ha sido o no alcanzada.

"El carácter paradojal del contrato didáctico se manifiesta en el hecho de que el alumno aprende cuando no hace lo que el cree que el maestro quiere que

haga y por el contrario, no aprende cuando hace lo que cree que el maestro quiere que haga". (Brousseau, 1986: 191).

Es una paradoja y no una contradicción, ya que al final de cuentas, el contrato didáctico da oportunidad a que se dé el aprendizaje mediante momentos continuos de restablecimiento y de ruptura, es decir, el maestro en determinados espacios de la clase da libertad al alumno para que razone, pudiéramos decir, la situación didáctica, y en otros momentos regula la actividad para asegurar el seguimiento del ejercicio. En conclusión entra en juego dos palabras; dependencia y autonomía del alumno respecto del maestro.

No es la intención establecer relaciones arbitrarias entre diversos postulados que versen sobre la enseñanza y el aprendizaje, mas bien se trata de contar con un panorama más o menos amplio y en cierto modo relacionado, que ofrezca explicaciones del estudio, en este caso de un recorte de la realidad.

Por otra parte, los argumentos de Not (1983) guardan cierta similitud respecto a Brousseau en relación al aprendizaje del alumno, él utiliza dos términos: formalización e intuición, el primero ya explicado anteriormente, el segundo tiene que ver con la capacidad de razonar, captar, organizar el conocimiento por parte del sujeto como todo un proceso para acceder a la formalización del mismo.

Not manifiesta que en el proceso que va siguiendo el alumno en su interacción con el objeto de conocimiento forma *ideas iniciales* de él, a éste le llamaremos nivel de formalización uno, dichas ideas se volverán más sólidas a partir de nuevas experiencias producto de su relación con el objeto de conocimiento, es decir captará de forma un tanto diferente pero sin desprenderse de la experiencia anterior. Esto lo conducirá a un nivel de formalización dos y así sucesivamente hasta que el sujeto quede convencido con el aprendizaje. La intuición no puede prescindir del formalismo, el alumno para consolidar el proceso empleado en torno a un contenido de fracciones tiene que arribar a lo concreto, es decir, al algoritmo, o al símbolo convencional.

Ubicados en el plano constructivista, de acuerdo con este enfoque teórico, y abordando directamente el tema de las fracciones, se puede decir que para que el niño asimile el concepto de número fraccionario, se necesita, primeramente que construya la noción de número; después el descubrimiento de los números naturales, y posteriormente los enteros. De acuerdo con esto, se tiene que seguir toda una génesis del conocimiento, partir de un origen determinado para acceder a un concepto y posteriormente a un nuevo concepto.

Las afirmaciones anteriores en cierta forma tiene que ver con ideas que maneja (Gómez, 1995) acerca de la función que debe desempeñar el maestro para que el alumno construya su conocimiento, y argumenta que es necesaria la intervención pedagógica actualizada del docente para enfrentar con mejores estrategias didácticas su función ante el grupo.

Una de las alternativas teóricas, aparte de la ya mencionada, que se propone en favor de la práctica docente, radica en la teoría de Vigotsky quien habla de la *zona de desarrollo próximo* y afirma que ésta. *"es la diferencia entre el nivel de desarrollo real actual. (ZDR) y el nivel de desarrollo potencial, determinado mediante la resolución de problemas con la guía o colaboración de adultos o compañeros más capaces"* (Vigotsky; 1979: 52). Es decir, en las interacciones cuidadosamente planeadas; a partir de aquí, se generan nuevos conocimientos a través de la ayuda que brinda el maestro o un compañero más experimentado, a este proceso es al que se le denomina Zona de Desarrollo

Próximo. La zona de desarrollo real vendrá a ser la base del tipo de ayuda que el niño requiere y que tiene que ver con su conocimiento previo, es decir, los conocimientos y habilidades que ya posea, por ejemplo, al enfrentarse ante una situación problema, en donde puede ampliar su zona de desarrollo real mediante las ayudas que reciba del maestro, si es que no puede resolverlo por sí mismo. El maestro le ayudará a razonar el problema y potenciará el surgimiento de más conocimientos en el alumno, hasta llevarlo a lograr la tarea intelectual que la situación didáctica le exige.

De manera un tanto general, se hace necesario incluir también el aspecto sociocultural desde la posición de Vigotsky quien manifiesta que *"en el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero a nivel social y, más tarde, a nivel individual; primero entre personas (interpsicológica) y después en el interior del propio niño, (intrapsicológica)"* (Ibid.: 45). Se desarrolla la idea de que el conocimiento, el niño, primeramente lo asimila de las relaciones sociales que establece con el adulto y el medio, cuando éstos le imponen lo que debe de hacer para comunicarse en la familia y ante los demás miembros de la comunidad. Esta imposición se da aprovechando las acciones naturales del niño. Posteriormente el niño poco a poco va interiorizando las acciones conjuntas que establece con el adulto y el medio ambiente donde se desarrolla y construye paulatinamente en su mente, su visión del mundo y de las cosas que están en él.

En el caso de las fracciones, se debe tener muy en cuenta el nivel de ayuda que reciba el alumno por parte del maestro, en la interacción que establecen en torno a la enseñanza y aprendizaje de las mismas. Habrá que ser muy cuidadoso en el tipo de ayuda que se habrá de otorgar para que el alumno acceda a un aprendizaje con sentido y acorde a su desarrollo real.

Hasta aquí se aborda la idea de llevar a cabo la investigación desde dos puntos de vista principales: la apropiación de conocimientos de manera individual y la apropiación de conocimientos desde lo social que -de acuerdo a Vigotsky- en un momento dado pueden converger y convertirse en complementarios uno de otro. Sin embargo, no se dejan de lado otras opciones teóricas que pudieran enriquecer el presente trabajo.

Nuestra posición en cuanto a la enseñanza de las fracciones, coincide con los planteamientos de Vigotsky, ya que el maestro debe ser cauto en la forma de presentar los contenidos y planear cuidadosamente las estrategias que le permitirán aportar el tipo de ayuda necesario en cada momento del proceso de enseñanza y aprendizaje.

2.3. Literatura que se refiere a la enseñanza de las fracciones

Antes de adentrarnos propiamente en el aspecto de fracciones se hace necesario retomar algunas cuestiones que tienen implicaciones de alguna forma en ellas.

En lo concerniente a la *intuición* y al *formalismo* como formas de abordar la matemática, Not (1983) manifiesta que el formalismo gira específicamente sobre lo concreto de la enseñanza de la matemática, así se dan casos en la introducción de las fracciones como parte de un conjunto (parte-todo), dibujos fraccionados, fracción convencional escrita, entre otros.

Mientras tanto la intuición tiene que ver con la puesta en juego del niño de su capacidad de razonar, captar, organizar información a partir de sus estructuras mentales, así por ejemplo, cuando se lanza la consigna. ¿cómo repartirías 3 manzanas a cuatro niños por partes iguales? Como veremos mas adelante, el niño en este tipo de interrogantes abiertas por así citarlo es capaz de desencadenar diferentes procesos cognitivos que lo llevarán precisamente a formalizar tal proceso pero de muy variadas formas.

En lo concerniente a cómo se aprenden y cómo se enseñan las matemáticas, Mialaret (1986), argumenta que en la matemática se utiliza un método de paso deductivo lo más próximo posible a la actividad matemática real, a las reglas y algoritmos de la misma. Y por otra parte el método denominado *psicológico,* se le llama así por que parte de las relaciones del niño con su medio. Se puede decir que el primero se inclina hacia el *formalismo,* mientras que el segundo método se orienta hacia el desarrollo cognoscitivo del sujeto.

Por otro lado, se aborda lo relacionado con el concepto de número en diversas fuentes que hablan acerca de él, en donde se trata de evidenciar el proceso que se sigue para su construcción, la importancia que tiene para la investigación, entre otras cosas de interés para la misma.

Algo muy importante que se debe tomar en consideración en esta investigación, es con respecto a lo que hace alusión Carraher (1991) quien afirma que la enseñanza de las matemáticas debería ser, sin duda una área más directamente beneficiada por el conocimiento de las matemáticas de la vida cotidiana, es decir, aprovechar lo que el niño maneja por ejemplo de las fracciones para inmiscuirlo en problemas que tengan relación con este contenido, y de esa manera el niño le pueda encontrar significado a lo que hace.

En algunas reflexiones en torno a la didáctica de la matemática, (Parra 1994:54) manifiesta que una *"situación de enseñanza puede ser observada a través de las relaciones que se juegan entre estos tres polos: maestro, alumno, saber".*

En relación a estos elementos citados se sitúan las reglas del juego que se especifican en relación en lo que esta permitido, a lo que realmente se pide, quiere; que objetivo se pretende alcanzar y que acciones se tienen que hacer para evidencias que se sabe.

Para entender lo anterior Parra (1994) describe tres modelos o formas de relación; maestro, alumno, saber.

El primero denominado *normativo* que tiene como eje central al contenido. En este modelo se trata de comunicar un determinado conocimiento al alumno. Entonces la pedagogía se convierte en un instrumento de transmisor del saber. El maestro demuestra e introduce ejercicios a manera de ejemplo: el alumno debe de estar dispuesto a recibir la información y a reproducirla. Se observa en esto un sistema que va de la regla a las aplicaciones y de los cuestionamientos a las respuestas.

Por otra parte, el segundo modelo llamado *incitativo* enfocado centralmente en el alumno. En éste el maestro interroga al alumno en relación a sus intereses, necesidades, su medio en que se desenvuelve, lo escucha, estimula su curiosidad , lo orienta en el uso de fuentes de la información, atiende a sus peticiones, le indica el uso de algunos medios para organizar la información (fichas) lo motiva nuevamente de forma mas efectiva.

La consecuencia de los anterior es que el alumno busca información en relación a un tema u objeto de conocimiento, lo estructura y le da una forma coherente, posteriormente estudia, aprende regularmente de manera muy cercana a la enseñanza programada.

Por ultimo el modelo denominado *aproximativo* (orientado a la construcción del conocimiento por el alumno).

Parte de concepciones que el alumno porta y propone ponerlas a prueba para acrecentarlas, modificarlas o dar lugar a nuevas construcciones, para tratar de lograrlo, el maestro le presenta una serie de situaciones de enseñanza con diferentes obstáculos e incluyendo variables, organiza las diferentes etapas (investigación, formulación, validación institucionalmente). El maestro es un regulador, organizador de la clase y busca el momento oportuno para ofrecer al alumno los elementos formales del conocimiento (terminología, ideas acerca de la estructura de un tema etc.).

El alumno, se da a la tarea de buscar, ofrecer soluciones, confrontarlas con los demás alumnos, argumentarlas en cierta manera, discutirlas. El conocimiento es generado a partir de su propia lógica.

2.4. El conocimiento de la noción de número

Es necesario puntualizar que para conceptualizar el número fraccionario y sus operaciones se precisa que el niño construya primeramente la noción de número, a continuación se da a conocer la noción de números naturales y posteriormente los enteros.

De acuerdo con Jean Piaget, la noción de número se construye en la etapa de las operaciones concretas. Para dicha construcción se ocupa la noción de *conservación* o sostenimiento de las acciones realizadas por el niño en relación a los objetos, así como la validación de tales acciones. Ejemplo: cuando se le pide al niño que vaya al patio y junte varias piedras, seguramente éstas serán variadas, al momento de estar en el aula, se le lanza la interrogante: ¿cómo podrías agrupar esas piedras?.

Tal vez el niño tomando como referencia la forma de la piedra, realice una primera clasificación, posiblemente prosiga con el color de la misma, el tamaño e incluso, su peso entre otros; pero denotando una característica del objeto que de cierta manera define el tipo de clasificación que realice.

El sujeto puede operar con el objeto y se le da libertad para ello y de esa manera sus acciones intelectuales tendrán significado para él, ya que no seguirá un estereotipo de clasificación emanado del maestro. El niño tiene la tarea de argumentar su actividad, la que dará pauta al maestro para el diseño de situaciones didácticas acordes a la etapa de desarrollo en que se encuentra el niño.

Por otra parte no debe dejar del todo la idea de que el niño en su vida cotidiana utiliza la *clasificación*; por ejemplo: al dividir las canicas a la hora del juego, puede hacerlo por el color algún dibujo en especial; el peso, el tamaño etc.

Con las canicas, el niño evidencia claramente contar con el elemento conservación ya que separa adecuadamente de acuerdo a su pretensión al estar involucrado en el juego.

En esta misma situación de las canicas, el niño utiliza también la *seriación*, ya que establecer un orden, mayor y menor del valor de las canicas respecto con su tamaño: chica, mediana y grande. De esta manera a través de la abstracción de su propia actividad, el niño se aproxima por así mismo al concepto de número.

> *El Concepto de número es el resultado de la síntesis de la operación de clasificación y seriación. Un número es la clase formada por todos los conjuntos que tienen la misma propiedad numérica y que ocupa un rango en una serie considerada a partir también de la propiedad numérica de ahí que la clasificación y la seriación se fusionan en el concepto de número.* (Lerner, 1977: 283).

Se puede deducir entonces que cuando el niño interactúe sobre varios conjuntos de objetos y realice la tarea de agruparlos por analogías o diferencias (clasificación) estableciendo también una organización de ellos ascendente o descendente en relación a una característica o propiedad del objeto (seriación) se afirmará que el sujeto ha construido el concepto de número.

De hecho podríamos ampliar más lo referente al número pero no es la idea profundizar en ello, se trata de contar con el conocimiento necesario de un antecedente indispensable, base sobre el cual, se construye la noción de fracción y sus operaciones.

2.5. La enseñanza de las fracciones en la escuela primaria

Particularmente en lo que se refiere al concepto de fracciones, López Carretero (1985) expone algunas cuestiones interesantes que versan sobre dicho concepto. Manifiesta que la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria se propone a los niños mediante imágenes reales o simbólicas representando al entero y a sus partes. Por ejemplo: el maestro le muestra al alumno una naranja y le explica que se puede dividir en un sinnúmero de partes iguales, pero que al agrupar las partes en que se dividió la naranja se forma de nuevo la naranja entera.

Resulta sencillo hacer una demostración de lo anterior, porque las partes iguales de un entero pueden sobreponerse para comprobar su igualdad, así, 1/5=1/5=1/5=1/5=1/5 o bien 1/5+1/5+1/5+1/5+1/5.

En un muestreo realizado con los alumnos, se evidenció claramente la fragilidad de este tipo de "aprendizaje", ya que al pedirles que representaran 8 mitades tuvieron múltiples conflictos, unos se inclinaron por dibujar 16 enteros partidos por la mitad, otros 8 objetos en mitades y por fin, algunos 4 enteros divididos por la mitad. No se llega a un consenso sobre la resolución del ejercicio, por no tener claro un determinado proceso a seguir.

En otra situación planteada a los alumnos en relación a la suma de fracciones, al desconocer alguna forma para desarrollar, solucionar de manera correcta el ejercicio, optaron por sumar denominadores y numeradores. ¿Pero cuáles son las ideas de los alumnos en torno al concepto de fracción?, para indagarlo, López Carretero (1985) elaboró problemas prácticos de reparto, utilizando diversos objetos a manera de enteros, la tarea consistía en distribuir en partes iguales entre una cantidad determinada de niños sin que quedara por fuera ningún elemento.

Esta actividad como veremos más adelante suscitó diversas técnicas de repartición, que de acuerdo a López Carretero, se ubican en diferentes niveles que corresponden con el proceso de elaboración del concepto fracción logrado por el alumno. De cierta manera, el alumno se enfrenta con una serie de dificultades y aciertos en el proceso que sigue.

Tomando como referencia lo mencionado López Carretero considera tres momentos por los cuales pasa el alumno para acceder al concepto de fracción.

Un primer momento tiene que ver con pérdida de la equivalencia de las partes al fraccionar el entero. Este problema se origina cuando el alumno no puede coordinar el número de partes que ha de obtener del entero, con el número total de partes que se ocupan para repartir. En relación a este conflicto se originan dos actitudes: la no equivalencia entre las partes puede localizarse en el interior de cada entero, ya que el alumno se enfoca en encontrar el número de partes que según él precisa repartir, no importándole la proporción de las mismas. Ejemplo: para repartir 4 dulces entre 5 niños, parte 3 dulces por la mitad y los reparte, después con un dulce y medio de los restantes hace divisiones de la siguiente forma: el entero (dulce) lo divide en 3 partes y el medio en 2, de manera que tiene 5 partes aunque no equivalentes.

Al momento del reparto, el niño dá medio dulce a cada uno de los 5 niños, y con el dulce y medio que resta, reparte un trozo a cada uno de ellos. Por la acción realizada se denota que lo que le importa al niño es el número, no la relación existente entre las partes con el entero ni su equivalencia, por tal razón les llama trozos.

López Carretero (1985) ejemplifica otras situaciones similares a la anterior, en donde los alumnos se enfrentan a obstáculos de cómo fraccionar el entero y mantener la igualdad de sus partes y, operarlos en una situación de reparto.

En un segundo momento las partes son equivalentes al interior del entero, pero se utiliza el fraccionamiento del entero por separado, sin buscar la relación con otra unidad fraccionada. Este momento se caracteriza por el uso de estrategias aditivas en la tarea de reparto, el alumno realiza una serie de particiones sucesivas que sustituyen a la anticipación global del número de partes que se ocupan. Ejemplo: repartir 8 naranjas entre 6 niños, da una naranja a cada niño y fracciona las dos enteras restantes en cuartos y las distribuye entre los 6 niños, sobrándole 2 cuartos, los que divide en tres partes cada uno, o sea 3/12 + 3/12 = 6/12 y los reparte entre los 6 niños.

Los sujetos que se localizan en este momento inician con el establecimiento de equivalencias entre las fracciones ya que componen y descomponen las partes del entero de diversas formas aditivas, encuentran en esta acción regularidades tales como: relación inversa, número de partes mayor, menor tamaño de las mismas; así como la función del numerador y el denominador; algunas equivalencias entre 1/2, 1/4, y 1/8, es decir, las que resultan de la duplicación: 1/2 = 2/4 = 4/8, etc.

En este nivel comparan concretamente fracciones con numerador 1, estableciendo la relación mayor o menor que, ejemplo: 1/2 y 1/3 y otros de diferente numerador y denominador.

En otro ejercicio que tiene relación con la comparación, se le plantea al alumno, quién tomará más cantidad de pan entre dos sujetos, uno que come 3/4 del pan y el otro 4/5 de otra pieza de pan de igual tamaño que la primera. El niño recurre al recurso del dibujo y contesta: comerá más el de 4/5, porque la parte que le queda que no se come es más chica.

En este nivel, de acuerdo con López Carretero, se forman las bases sobre las cuales se construirá la fracción relación.

Por último, en un tercer momento el niño descubre y aplica estrategias multiplicativas en la relación entero y parte, así como entre el conjunto de estos y las partes proporcionales del reparto.

En este nivel se utiliza el método de la anticipación global del número de partes que se ocupan en un determinado reparto. Ejemplo: para repartir 3 dulces a 4 niños, el niño resuelve, hacer 12 partes y dar 3/4 a cada uno.

En otra situación planteada al niño: repartir 4 dulces entre 5 niños, en este ejercicio el niño titubea en cuanto a no decidir si toca 1/5 a cada uno o 4/5, lo que indica su dificultad para coordinar el reparto de la unidad en relación con el número de partes que tiene dar a cada uno.

En este nivel comienza la comprensión de la fracción como revelación al descubrirse que este concepto 1/3, 1/2, 1/5 puede representar diversas cantidades y continua siendo 1/3, 1/2, o 1/5.

Estos tres momentos no ocurren o no se desarrollan de manera lineal ya que mucho tiene que ver el contexto en el que se aplican este tipo de razonamiento. Por otra parte, estos aportes nos orientan hacia una nueva perspectiva del aprendizaje del concepto fracción, en donde se respete el proceso seguido por el alumno y se le motive su actividad mental.

Avila (1991) en un estudio realizado con relación al aprendizaje de las fracciones parte de la hipótesis que manejan los planeadores educativos, los cuales manifiestan que los niños aprenden a operar el concepto fracción en diversas situaciones cuando cursan la primaria.

Dicha suposición pudiera tener cierto grado de validez, ya que el niño si puede aproximarse lo más posible al conocimiento implicado en el concepto fracción, lo que no deja clara tal aseveración es cómo se logra esa concepción.

Se puede deducir del planteamiento de Avila (1991) que al percatarse de lo frágil de las afirmaciones, se aboca a comprobarlas directamente en el espacio áulico con los alumnos y aplica un cuestionario a 4 escuelas del Distrito Federal, involucrando a alumnos de la clase media y alta. Particularmente en 4 grupos que iniciaban sexto grado y los que empezaban primero de secundaria.

La investigación se apoyó en las diferentes interpretaciones acerca del concepto de fracción que aparece en los libros de texto gratuitos, tales como:

a) La fracción como parte de una figura
b) La fracción como parte de un conjunto
c) La fracción como expresión numérica
d) La fracción como porcentaje.
e) La fracción como razón
f) La fracción como concepto de equivalencia

Los resultados arrojados fueron los siguientes:

Los alumnos no presentan problemas en identificar fracciones representadas en círculos o rectángulo, el conflicto surge cuando la figura es diferente, entonces los alumnos ya no sostienen su posición inicial.

Con relación a la fracción como parte de un conjunto el niño no presenta problemas respecto con la fracción cuando en la situación planteada, el numerador es igual al número de objetos que forman un subconjunto, ejemplo: 3/5 de un conjunto de 5 pelotas o 2/6 de un conjunto de 6 paletas, esto por que los subconjuntos constaban de 3 y 2 elementos. Es importante puntualizar que la intención del niño se centra en el numerador y deja de lado el denominador que es el conjunto.

Respecto a las fracciones equivalentes aplicadas a la resolución de problemas, esta modalidad de la fracción se interpretó de la siguiente manera: 7/18> 4/14>2/3, se puede observar que el niño fijó la atención en la idea de que son mayores aquellas fracciones con los números más grandes, lo cual significa, entre otras cosas, que el niño no tiene la concepción de la función que desempeña tanto el numerador como el denominador en esta ocasión en las fracciones equivalentes.

De acuerdo a Avila (1991) los niños conocen mínimamente el concepto de fracción al egresar de la escuela primaria dada las dificultades presentadas en este estudio o recorte de la realidad. La operatividad del alumno en relación con las fracciones se inclina a un manejo formalista y rígido, si ofrece respuestas correctas, verbal o algorítmicamente, pero no conforma los conceptos que dan fundamento a sus respuestas.

De cierta manera Avila (1991) observa la situación que prevalece en la enseñanza de las fracciones desde su investigación y los resultados que ésta arroja y llega a la conclusión de que el problema radica en el método de enseñanza, por lo cual propone una buena calidad de la didáctica del profesor, ya que al fin y al cabo serán éstos los que darán la pauta para una buena formulación de innovadoras estrategias de enseñanza.

Por otra parte Balbuena, et. al. (1988), realizan un trabajo de investigación con un grupo de alumnos de sexto grado enfocado a la enseñanza da la matemática, específicamente en fracciones y algunas de sus aplicaciones.

En su estudio denominado "*descubriendo fracciones*" dan a conocer cuestiones con relación a la fracción que a su juicio debemos contemplar en la escuela primaria. Comienzan el análisis partiendo de la forma en que aparece la fracción en libros de texto y programas, en sus ideas, argumentan que el tema se muestra de la siguiente manera: *concepto de fracción, comparación y equivalencia, operaciones y problemas.*

Se le da mayor importancia a las operaciones por la dificultad que representa la comparación del mecanismo que se tiene que seguir para llegar a la solución. Veladamente estos autores manejan la idea de que las fracciones se implementan a partir de situaciones didácticas concretas que poco o nada tienen que ver con los intereses y necesidades de conocimiento significativo para el alumno.

Las situaciones didácticas presentadas en torno a la fracción, puntualiza Balbuena, et. al. (1998) más que un seguimiento de una clase debiera de ser motivo de reflexión para el maestro, a favor de que éste tenga un panorama más amplio acerca del significado de la fracción.

Se comienza definiendo la fracción como un conjunto de números con propiedades particulares que difieren de las propiedades de los números enteros. Muchos de los problemas surgen por no tener claras dichas definiciones.

En el tratamiento de los números enteros se sabe que 5 es menor que 7, (5<7), pero en fracciones 1/5>1/7 se puede pensar en la igualdad de los numeradores y caer en el error de tener como mayor aquella fracción con el denominador más alto, sin embargo se puede constatar que no es así.

Retomando los argumentos de Parra (1994) el error debe ser contemplado como fuente de conocimiento, ya que al maestro le puede ser muy útil en el sentido de que le permite detectar algunos conflictos conceptuales que no tenía presente en su enseñanza, ya que dicho error puede afectar a varios alumnos o incluso a todo el grupo, desde la perspectiva de no tomarlo en cuenta y darle el tratamiento adecuado en relación a la comparación significativa por parte del niño de un determinado objeto de conocimiento.

Gastón (1998) manifiesta que "*que muchos profesores detienen en sus alumnos en el mismo momento en que tienen un camino equivocado. Es preferible dejarlos seguir e inducirlos a juzgar por sí mismos su error.* (Gastón, 1998; 58).

Por su parte Balbuena, et. al. (1998) hace referencia también en la relación que se da entre el conjunto de las fracciones y los números enteros en una manera diferente de nombrarlos y utilizarlas implícitamente, por ejemplo; 3/3, 8/4, 15/5, 8/2; lo que es igual a 1, porque la primera fracción equivale a ese entero. A 2 la segunda; a 3 la tercera y a 4 la cuarta fracción. Lo cierto, es que todos los enteros se pueden utilizar como fracciones, pero no lo inverso.

Continuando son su investigación Balbuena (1998) apoyándose en las opiniones de los alumnos llega a concluir que las fracciones se definen como mitad o distinta cantidad de un entero, se utilizan por ejemplo, cuando se reparte un objeto o cosa, se divide y se ven las fracciones y así se continúa definiendo a la fracción de acuerdo con el aspecto que se retome de ellas.

Con base en lo anterior se desprende la importancia que tiene el respetar los antecedentes de las fracciones, es decir, permanentemente se procesa conceptualizar a los números enteros para seguidamente adentrarse en la comprensión de las fracciones.

Las fracciones tienen variadas aplicaciones al interior de la matemática, ejemplo: *en un recipiente se tienen 9 canicas rojas, 6 amarillas, 2 azules y 1 verde. ¿Cuál es la probabilidad de sacar canica amarilla?.* Respuestas: 6/18, y verde 1/18, etc.

El ejemplo anterior, ilustra de cierta manera la injerencia de las fracciones en múltiples apartados de la matemática, no considerando indispensable definir la fracción, en todos y cada uno de los aspectos de la matemática donde sea operativo este concepto, lo que sí es importante es evitar partir de reglas, ofreciendo explicaciones para la resolución de un determinado ejercicio matemático.

En otro aporte acerca de la fracciones, Nunes y Bryant (1998) manifiestan que éstas son engañosas. En ocasiones los alumnos aparentan entender por completo este tema, incluso hablan muy confiados y seguros de ellas, resuelven situaciones didácticas donde se le presentan, pero no aprecian algunos renglones básicos de este concepto.

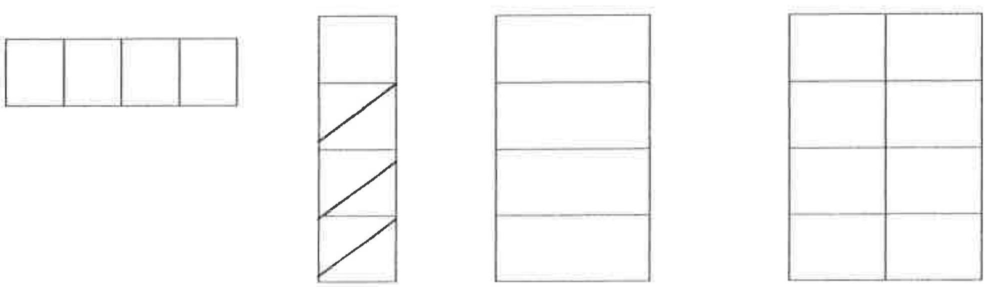
En realidad las apariencias dan lugar a dudas, pueden ser engañosas, tan es así que llegado un momento, nadie puede darse cuenta de ello. Se sabe el caso de alumnos que van pasando un grado de primaria a otro sin dominar los problemas que tienen que ver con las fracciones.

Una forma sencilla de representar las fracciones, consiste en mostrar al alumno enteros fraccionados en partes, coloreando alguna o algunas de esas partes, diferenciándolas del resto de partes del entero. Se le explica al alumno que el número total de partes en que se dividió el entero se le llama denominador y el total de partes pintadas numerador.

Con esta forma de presentación de las fracciones aunado a la explicación y enseñanza de unas pocas reglas respecto con el mismo tema, los alumnos dan la idea de poseer bastante conocimiento en torno a este concepto.

Kerslake (1986) evidencia lo anterior en un estudio que realizo con niños y niñas cuyas edades oscilaban entre 12 y 14 años. Estos alumnos se desempeñaron excelentemente en la estimación de la equivalencia. En el desarrollo de las pruebas todos lo sujetos entrevistados presentaron fracciones equivalentes con relación a los dibujos fraccionados y denotaron estar muy familiarizados con la situación didáctica planteada.

Algunos niños comentaron que si se quitaba la línea los diagramas quedarían iguales, de esa manera se enteraron que las fracciones, eran iguales.



Kerslake(1986)

Nunes y Bryant (1998) manifiestan entre otras cosas que diversas investigaciones han demostrado que podría ser un error pensar que tanto niños como niñas razonan eficazmente las fracciones, al respecto, Campos (1995) respaldado en un estudio con alumnos del país de Brasil argumenta que esta manera de enseñar las fracciones en realidad puede llevar al sujeto a equivocarse. La didáctica empleada en los ejemplos anteriores, motiva a los niños al uso del procedimiento de doble conteo, es decir contar la cantidad total de partes y posteriormente las partes pintadas, sin entender la importancia de este nuevo tipo de número.

La confirmación de esta hipótesis tiene que ver con plantear a niños y niñas fracciones en diagramas que no puedan solucionarse a través del doble conteo y pedirles que razonen tomando en cuenta la relación parte-todo.

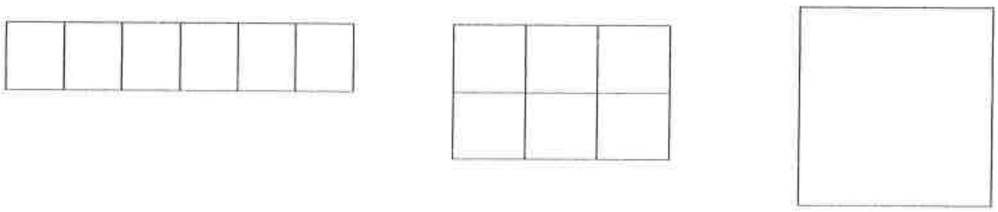
Para confirmar su hipótesis, Campos (1995) y sus colegas dieron tres tipos de pruebas a escolares de quinto grado de primaria. Dichos estudiantes ya habían trabajado con la estrategia de doble conteo.

El primer tipo de ejercicio era igual a los que les habían enseñado y aprendido en la clase. El todo se fraccionaba de manera equivalente y las partes pintadas eran continuas.

El segundo tipo de prueba era un tanto diferente al anterior, pero el alumno podía solucionarlo utilizando el doble conteo: el todo estaba dividido de forma igual en sus partes, pero las partes ilustradas no estaban inmediatas una de la otra en el diagrama.

El tercer tipo de problema, no podía solucionarse utilizando el doble conteo, ya que el todo no se encontraba dividido en partes iguales y los alumnos debían investigar el número de partes a través de un análisis de relaciones parte-todo.

Los problemas presentados tienen que ver con las siguientes figuras:



Campos (1995) y sus colegas dedujeron que:

a) la dificultad de los ejercicios 1 y 2 no diferirían mucho de los ejercicios similares resueltos con anterioridad por los alumnos, en los que también utilizaron el doble conteo.
b) que las situaciones didácticas de clase 3 resultarían más dificiles que las de tipo 1 y 2 dado que no podían solucionarse utilizando el doble conteo.
c) Que el error mas sobresaliente en los ejercicios de tipo 3 tendría que ver con contar dos veces el número de partes en el dibujo y el número de partes pintadas sin realizar ningún ajuste con relación a la desigualdad de las partes trazadas en el diagrama.

Los resultados obtenidos del estudiante comprobaron tales deducciones. Los escolares obtuvieron un desempeño muy cercano a lo perfecto, por la razón de que algunos alumnos, contaron las partes coloreadas para el numerador y las que no lo estaban para el denominador.

El error más constante fue el señalar la fracción que correspondía al proceso de doble conteo, es decir, contar el número total de partes y después las partes coloreadas 56% de los escolares escogió 1/7 como la fracción correspondiente, 12% eligió 2/8; el 4% se inclino a 1/4 como 2/8 ofreciéndolas como respuestas correctas.

Los resultados arrojados comprueban la sospecha de que tanto niños como niñas son capaces de usar el lenguaje de las fracciones, pero sin comprender de manera completa su naturaleza.

En lo que se refiere al plan y programas de estudio las fracciones se introducen a partir del tercer grado de educación primaria, dado las dificultades a las que se enfrentan los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados previos (primero y segundo) donde se proponían.

En lo que concierne al tercer grado, nivel de primaria que nos ocupa, en el área de matemáticas, con relación a las fracciones, en el plan y programa de estudio vigente, (1993) página 58, se contemplan los siguientes temas.

-"Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes.

- Comparación de fracciones sencillas representadas con material, para observar la equivalencia entre fracciones.
- Representación convencional de las fracciones.
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material".

Ubicando directamente las fracciones en el libro de texto de matemáticas tercer grado de educación primaria(1999) mencionaremos algunos ejemplos del tratamiento que se le da a este concepto:

Situación planteada No. 1, (Página 10):

"Luis quiere dividir un pliego de papel en dos partes iguales para forrar dos cajas". Colorea en el dibujo de arriba lo parte que le corresponde a cada una de las cajas.

Situación planteada No. 2, (página 10):

El equipo de Luis compró 3 pliegos de papel para hacer banderitas de México. Para hacer una banderita se necesita una parte verde, una blanca y una roja". Divide cada pliego de papel para que se puedan hacer 4 banderitas del mimo tamaño.

Del tipo de actividades que se mencionan como muestra, existen varias en el tratamiento de las matemáticas en el libro de texto. Siendo un material que, hay que reconocerlo, tiene un enfoque constructivista. La intención es lograr que el alumno a través de la manipulación del material concreto pueda desarrollar su pensamiento lógico matemático.

Como se ha podido apreciar a lo largo de este capítulo, las fracciones se manejan desde diferentes ángulos. Un caso más es el que abordamos aquí. Por ejemplo; la fracción como razón en una escala, en este caso, en una comparación de longitudes. Al ser una relación entre partes, no se dispone de una unidad de referencia, lo que introduce un factor de complejidad añadida. Novilis (1976, en López; 1992), en un estudio de niños de 10 a 12 años, halló que este aspecto de las fracciones se desarrolla más tarde que la relación parte-todo. Esta afirmación está respaldada por otros estudios relativos a la comprensión del concepto de razón, que sugieren que la mayor parte de los adolescentes tienen dificultades para asimilar esta noción. Por ejemplo, los estudios de Piaget et al. [(1968), Karplus et al. (1977) y Hart (1980), en López; 1992] revelan que los niños propenden a recurrir a comparaciones aditivas en circunstancias inadecuadas.

La interpretación de las fracciones como *relación parte-todo* se produce cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes iguales. La fracción (propia) indica la relación existente entre el total, que recibe el nombre de unidad, y el número de partes que se consideran de dicha unidad.

El proceso de partición de la unidad y de comparación de una parte con el todo acompaña de forma natural a los procesos de medida.Recordemos que medir es, en síntesis, comparar con una unidad, arbitrariamente elegida, expresando esa comparación mediante un número. Las fracciones aparecen, de forma prototípica, cuando la cantidad a medir es menor que la unidad.

Por ejemplo, decir que una longitud es de 3 metros, quiere decir que esa longitud se ha comparado con la unidad de longitud arbitrariamente establecida, con el metro, de forma que la longitud medida es 3 veces mayor que un metro. Mientras que 1/3 expresa que la longitud medida
es 3 veces más pequeñas que el metro.

Sobre esta interpretación de la fracción como relación parte-todo, implicando magnitudes continuas (longitud, superficie, etc.), se basan generalmente las secuencias de enseñanza de las fracciones en el ámbito escolar, dada la facilidad de comprensión de esta interpretación.

Hart (1980, en López; 1992), al estudiar una muestra representativa de niños ingleses de 12 y 13 años encontró que un 93% de los niños entrevistados eran capaces de sombrear correctamente un contorno de 2/3 en una figura rectangular aunque esta proporción se reducía al 79% cuando se pedía a los niños que efectuasen la operación inversa, expresando como fracción una región dada.

Payne (1976, en López; 1992) da cuenta de cierto número de estudios relativos a la enseñanza inicial de las fracciones, dirigidos por la Universidad de Michigan, y cita estudios de Galloway (1975) y de H. B. Williams (1975) para demostrar que la concepción básica de relación entre parte y todo puede ser enseñada con éxito a los niños a partir de los ocho años. Los programas de enseñanza recurrían al plegado y recorte de hojas de papel y de pajitas de refresco, que daban después ocasión a utilizar diagramas de regiones. El simbolismo fue introducido más tarde, tras mucho trabajo oral.

Aún así, en los tres estudios, realizados cada uno con alumnos del grupo de edad comprendido entre 8 y 12 años, se encontraron repetidamente diversas dificultades:

a) La comprensión de la necesidad de áreas de igual tamaño.

b) La transición desde el diagrama a la expresión verbal (por ejemplo, tres cuartos) y a la simbolización (por ejemplo, 3/4).

c) La comprensión de fracciones mayores que una unidad.

d) La identificación de una unidad en un diagrama que mostraba más de una unidad.

A pesar de lo dicho, existen considerables pruebas de que este es el aspecto más fácil de aprender; de hecho, son muchos los libros de texto que lo utilizan de forma exclusiva.

En el caso de la consideración de la relación parte-todo implicando magnitudes discretas, los resultados son similares aunque algo inferiores.

Así, Hart (1980) en el mismo estudio sobre esta cuestión, registra:

> *En un envase de 12 huevos hay 5 que están cascados. ¿Qué fracción de huevos del envase está cascada? ¿Qué fracción de huevos del envase no está cascada? encontró que el 70% y el 66% de los niños obtuvieron respuestas correctas a ambas preguntas, respectivamente.* (López, 1992: 3).

Aunque el caso de magnitudes discretas presenta resultados algo inferiores, este modelo conduce de forma natural a la idea de fracción como razón o como operador, de forma que es también muy importante en el terreno didáctico.

Por otro lado, los resultados obtenidos en la interpretación de la fracción como relación parte-todo, que es la interpretación más asequible a los niños, hacen pensar, de acuerdo a las investigaciones tomadas como base, que alrededor de una tercera parte de los estudiantes que ingresan en la educación secundaria no tienen un concepto claro de fracción, esto indica la dificultad que se tiene en la escuela primaria y los obstáculos no superados en la enseñanza de esta parte de las matemáticas: *las fracciones*.

CAPÍTULO 3

ESTRATEGIA METODOLÓGICA

En este capítulo se contemplan los conceptos metodológicos que se utilizaron para la recolección, presentación y análisis de la información en relación con el objeto de estudio. El análisis que se presenta es fundamentalmente de corte *cualitativo* y para la recolección de la información el enfoque que sustenta este apartado es la *observación etnográfica* y la *entrevista.*

3.1. El método cualitativo

Hay que aclarar que el hecho de haber utilizado el enfoque cualitativo en esta investigación, no significa que se desconozca la existencia de otros enfoques, tales como el enfoque cuantitativo; sin embargo, se consideró que para efectos de presentación y análisis de los datos, el método de análisis cualitativo nos proporciona elementos que explican el fenómeno de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de mejor manera, al menos desde la perspectiva que se aborda.

De hecho, los aspecto cualitativo y cuantitativo en la investigación, son motivo de discusión muy amplia. Se habla por parte de algunos autores de ruptura, de complementariedad, de alguna forma de fusión e incluso de enfoques diferentes. Algunas expresiones y frases que manejan diversos autores vienen a resumir la caracterización que se les atribuye, por un lado se dice que la tendencia cuantitativa se sintetiza en lo que el investigador dice que pasa, mientras que la orientación cualitativa se resume en que lo que pasa es lo que los involucrados o participantes manifiestan que sucede. Por ejemplo; un observador no participante en una aula escolar recabando información sobre fracciones, dice: *10 alumnos no resuelven problemas con fracciones equivalentes, lo pude constatar por que miré los ejercicios mal resueltos en su cuadernos.* Esto viene a ser, la parte objetiva de la investigación, es decir el aspecto cuantitativo. El aspecto cualitativo vendría a ser la parte subjetiva de lo observado, lo implícito; es decir, lo que hay detrás de las acciones de los sujetos participantes.

Al definir la investigación cualitativa, ésta "*consiste en descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables. Además, incorpora lo que los participantes dicen... tal y como son expresadas por ellos mismos y no como uno los describe*" (Montero; 1984. En Calix, 2000).

Por tanto, la utilización del *método cualitativo* en esta investigación está apoyada en el modelo que consideran al **"análisis cualitativo"** mediante tres formas de actividades esenciales: el proceso de *reducción de datos*, la *representación de datos* y el *establecimiento de conclusiones*. Estas actividades de análisis, junto con la recopilación de datos forman un proceso interactivo y cíclico.

De acuerdo con las necesidades del proceso de investigación, los *procesos de reducción de datos*, *estructuración y análisis de los mismos*, y la formulación de las conclusiones, se interrelacionan e influyen unos a otros. El análisis cualitativo es un sistema atractivo, los datos así obtenidos son fuente de información y de procesos altamente interconectados que dan sentido al proceso indagatorio (M. y Huberman; 1984: 15).

En lo anterior, estaríamos de acuerdo con Santana (1996) quien afirma que la investigación cuantitativa utiliza un metodología externa (el hecho es visto desde fuera) y la tendencia cualitativa se auxilia de una metodología interna (el fenómeno es visto desde adentro).

Lo cuantitativo se identifica más con el número, lo objetivo, mientras que lo cualitativo tiene que ver con la palabra, lo inductivo, lo holística, la interpretación de casos, lo significativo, entre otros. En este enfoque se centra esta investigación.

El adentrarse en el ámbito cuantitativo y cualitativo, no es con la pretensión de evaluarlos, tampoco es establecer diferencias entre ellos para determinar cual es el mejor; la idea se enfoca a que juicio, el investigador elija su mejor opción de acuerdo con criterios investigativos propios.

Pensamos que de acuerdo a la decisión que asuma el investigador, de cierta manera estará reflejando su compromiso explícito o velado ante su posición respecto a las tendencias cuantitativa y cualitativa.

3.2. La etnografía como enfoque investigativo

Refiriéndonos específicamente a la etnografía en tanto investigación cualitativa, sobresalen los aspectos subjetivos sin menoscabo de lo objetivo (lo que se observa) de hecho no le interesa generalizar ni buscar muestras representativas, más bien contextualizar el fenómeno educativo que se está estudiando. A la etnografía le importa describir las actuaciones de grupos de individuos en un espacio social determinado, no garantiza los resultados en términos de validez ni en confiabilidad, se inclina a reportar información, darle una estructura coherente en razón de una realidad social como sustento de credibilidad y aceptación. La etnografía depende de lo estable de la información, su confirmabilidad es ajena al investigador. La información rescatada analizada y procesada, es confirmable.

De hecho la etnografía guarda múltiples implicaciones con la temática arriba mencionada, las cuales se fueron dilucidando conforme a su avance en las explicaciones que tuvieron que ver con su involucramiento en dicha investigación.

De acuerdo con (Ríos 1991; 36) se considera a la etnografía como un recurso, ya que ésta *"no se restringe bajo una rigidez metodológica, es decir no se corresponde con un método único linealmente"* por tal razón , habría que ser muy cautelosos para llamarle método. Más bien podemos hablar de *tendencias* o en su caso, de *enfoques* metodológicos.

Rockwell (1980) argumenta que la etnografía, se refiere tanto una forma de proceder en la investigación de campo como el producto final de la investigación. lo primero tiene que ver por ejemplo con la negociación que tiene que hacer el investigador con él o los sujetos inmiscuidos en la problemática en cuestión, esto con la idea de penetrar un ese mundo social que rodea a tales personas e iniciar a conocer lo que llevan a cabo en él. Esto por citar un ejemplo. Lo segundo está orientado en otras cosas al análisis de los resultados arrojados producto de las observaciones o registros realizados de todos aquellos eventos importantes considerados por el investigador que sucedieron en el espacio social mediante las interacciones de los sujetos en torno al objeto de estudio en cuestión.

Mas adelante explicaremos de manera amplia estas dos formas de proceder de la etnografía así como algunos otros elementos importantes que se aplicaron que impactaron sobremanera en el desarrollo de la investigación

De acuerdo con Rockwell (1980), la etnografía en una de sus diferentes acepciones se define como una teoría de la descripción. Esto entre otras cosas por detallar de una manera especial sustracciones interactivas de un determinado número de sujetos, adscritos a un medio social específico en relación a una investigación de carácter particular. Desde la posición de este autor, la etnografía se concibe como algo que en su versión mínima puede ser considerada como mera descripción y en su versión máxima como el proceso de construir.

La etnografía es un apoyo muy valioso que puede permitir, con base a extraer de él las recomendaciones más pertinentes respecto a la observación en el aula escolar (versión mínima), la interpretación de expresiones aparentemente sin importancia, pero que pueden encubrir una rica variedad de significados al analizarlos mas profundamente (versión máxima). Tales significados, pueden derivar en explicaciones que permitan entender en cierta medida la activación tanto del maestro como del alumno, inmersos en el proceso de enseñanza aprendizaje, (en nuestro caso, en relación con el tratamiento de las fracciones) así como de algunos factores que influyen para que nos dé un determinado tipo de comportamiento tanto en el maestro como en el alumno; el primero en su tarea de enseñar y el segundo en la de aprender.

Tanto la versión mínima como la máxima tiene que ver indispensablemente con la estructura de la investigación, lo cual viene a ofrecer una visión más o menos amplia de un recorte particular de la realidad social en este caso el enfocado al cómo se enseñan y se aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaria.

Por otra parte, Geertz (1987) considera a la etnografía como una descripción densa de una parte de la realidad social que adjunta a un esfuerzo intelectual, a través de un análisis exhaustivo trata de encontrar explicaciones de los hechos sociales valiéndose de la interpretación de expresiones que cotidianamente suceden, por ejemplo, en el aula escolar, expresiones que aparentemente no guardan ningún tipo de significación, pero sin embargo pueden ocultar una gran riqueza de conocimientos. Dichas expresiones de los sujetos en relación a su actuar son interpretadas en la investigación como una especie de signos que al ser descifrados desde una perspectiva del investigador conducen a la conformación de textos, ideas extraídas de tales signos y al entendimiento de cierta forma de una parte de la realidad social, en caso concreto por esta ocasión la referente a la enseñanza y el aprendizaje de la fracciones en el tercer grado de educación primaria.

Geertz (1987) manifiesta su preocupación por la búsqueda de una ciencia interpretativa de significaciones dado la gran variedad de cambios que suceden en los fenómenos sociales por las características particulares de cada uno de ellos. Geertz deja de lado la idea de una orientación de los significados de los eventos ocurridos en un estudio determinado hacia una ciencia con leyes establecidas, por ejemplo en las ciencias naturales.

De acuerdo con Geertz (1987) lo que distingue a la etnografía como descripción densa no es la técnica ni el procedimiento utilizado para la recabación de datos sino el proceso de análisis continuo que tiene lugar en todo el transcurso de la investigación que lógicamente va paralelo a un esfuerzo intelectual. La labor del etnógrafo es un proceso lento, pero no pasivo, de constantes descubrimientos que van dando la pauta a seguir en torno tal vez a un descubrimiento un tanto inesperado o imprevisto.

Hasta aquí creemos tenemos un panorama general acerca de la etnografía, sus concepciones y algunas implicaciones que afectan directamente la práctica de la misma en relación a la investigación, en este caso basada sobre cómo se enseñan y aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaria. Pero, es sumamente importante delinear la actividad del etnógrafo ante un objeto de estudio en investigación, las acciones previas al estudio, así como aquellas que impactan directamente en el pues bien:

Woods (1987) expresa que para iniciar una investigación es necesario contar con un marco mental adecuado, es decir, tener predispocisión, una actitud mental y psicológica adecuada. La investigación tiene que ver con la indagación a favor de encontrar nuevos conocimientos y comprensión. Entonces, se tiene que ser inquieto, curioso, perspicaz, deseoso de encontrar saberes novedosos, se ha ser atrevido, con espíritu aventurero. Esto con la idea de que no somos portadores de todo el conocimiento.

A continuación, de acuerdo con Woods(1987) es indispensable considerar la medición del problema así como la ordenación de recursos para abordarlos. Por lógica hay que identificar el problema o tema motivo de estudio, en este caso el citado anteriormente, más adelante hay que plantearse algunas interrogantes, ejemplo: ¿Qué incentivo se tiene para llevar a cabo la investigación?; de hecho siempre hay un interés detrás de cualquier tema de estudio, y éste depende de los objetivos a alcanzar del investigador ya sea políticos, económicos, de carácter laboral entre otros. ¿Se puede aproximar a la solución o esclarecimiento de la problemática en cuestión?, ¿Precisa la investigación como soporte de base la observación y/o la entrevista? ¿En qué medidas son accesibles los materiales y la corriente involucrada? ¿A qué tipo de interferencias nos enfrentaremos en la investigación?, ¿podremos sortearlas? Pensamos que éstas y otras preguntas se contestan en el análisis de la información recabada.

Los sondeos realizados, a través de las observaciones, en las escuelas escogidas para realizar la investigación, creemos que sustentan las respuestas a las interrogantes citadas. Por supuesto se tuvo que pensar en la aprobación, permiso o negación para invadir un espacio áulico ajeno y romper con la privacidad del mismo, al tener que irrumpir en el sistema de enseñanza del docente y por consecuencia empezar a conocer el tipo de aprendizaje que se desencadena a través de las interacciones que allí se llevaron acabo.

Contando con las respuestas a las preguntas formuladas con anterioridad, hubo que apelar a los recursos propios con los que se cuenta, entre éstos: cualidades personales de capacidad y habilidades, incluyendo también las características de la situación, de los individuos del espacio social en que se inscriben, las circunstancias en que dan sus clases etc.

Un factor importante a contemplar es el tiempo de enseñar del docente. De acuerdo con Woods (1987) se ha recomendado un ideal del 50% de trabajo de enseñanza. Dicho tiempo sería muy adecuado para el investigador, tendría mayores posibilidades de llevar a cabo la investigación. Lo anterior, considerando interrupciones.

Otro momento que tendría que sortear el investigador, es la negociación de acceso al espacio social que se pretende estudiar.

En ideas de Woods (1987) la negociación tiene como fondo el tratar de venderse uno mismo y ofertarse como una persona respetuosa, digna de credibilidad y que lleva a cabo una actividad de gran valía, esto con la idea de poder ingresar al campo de estudio de su interés particular, e involucrarse con los sujetos de dicho contexto tratando en lo posible de pasar desapercibido.

En el caso particular no fue difícil la negociación ni el acceso al plantel educativo, mucho menos al aula escolar de los grupos de tercer grado, ya que existen relaciones de amistad y confianza con las personas, indicadas para permitir el ingreso a su institución.

Inmerso ya que en el aula escolar la investigación de acuerdo con Woods (1987) tiene dos opciones: una de convertirse en observador participante, y otra la de no participante; a grandes rasgos, la primera se refiere a participar con las experiencias de los otros, en este caso, los alumnos y maestros, adoptar un papel lo más real que se pueda dentro del grupo, compenetrarse con sus intereses o funciones. Esto supone el ingreso a todas las acciones que llevan a cabo los sujetos en estudio, incluso la vigilancia permanente de las experiencias y procesos mentales propios con la finalidad de tener un seguimiento veraz, ordenado de las actividades, interacciones y otros que realicen tanto alumnos como maestros.

En la segunda posibilidad el investigador, solo juega el rol del investigador, observando en sus consideraciones, situaciones de interés, por ejemplo: una explicación de las fracciones equivalentes desde el fondo del salón, una interrupción de otros maestros, permisos constantes de los alumnos a tomar agua o ir al baño.

Por lo pronto el investigador es totalmente ajeno a esos procesos y adopta la *técnica de la mosca en la pared* para tener mayor comodidad, naturalidad para observar todo a la mayoría de las cosas que suceden en el aula escolar, buscando siempre que su presencia no se tome en cuenta.

A medida que transcurre el tiempo en el salón, el investigador va acumulando una gran masa de datos diversos de la actividad de los sujetos en estudio, los cuales en una primera instancia debe considerar como eventos iniciales que por el momento en sí mismos no guardan explicaciones e interpretaciones amplias, mucho menos confiables, sin embargo, cuidadosamente habrá que hacer algunas especulaciones sobre ello sin caer en construcciones teóricas en este momento, habrá que esperar la recurrencia de los eventos el entrelazamiento más o menos continuo y parecido de las acciones de los sujetos para poder adentrarse en el análisis claro y coherente. No estamos diciendo que esto tiene que suceder así, solamente es un ejemplo del cómo proceder con la información obtenida.

Por otra parte, el estar como observador implica de acuerdo con Woods (1987) considerar el tiempo empleado como útil, no caer en cuestiones que vengan a desaprovecharlo, ser constante, exigente con los requerimientos del papel observador en este caso no participante.

Respecto a las técnicas de observación Woods (1987) considera que es importante tomar en cuenta la observabilidad propia en el sentido de que es necesario mimetizarse en el escenario de investigación, perturbar lo más mínimo tener siempre en atención al ojo y al oído y por supuesto la memoria, el contar con estos órganos en buen estado permite una buena captación de los eventos que ocurren en el aula.

A veces se utilizan grabadoras, filmes, fotografías para la obtención de datos, dependerá en mucho de la habilidad del investigador el éxito o el fracaso de una determinada técnica a utilizar.

Con relación a las notas de campo éstas vienen a ser, los aportes realizados durante el día en la observación y nos sirve para refrescar la memoria de lo que se ha visto y se desea registrar: las notas se pueden tomar de diferentes maneras, ejemplo: al estilo periodista, utilizando taquigrafía, resumen rápido, palabras semicompletas, pero que no pierden su esclarecimiento (abreviaturas); diagramas para explicar una escena, etc.

En el estudio presente, cómo se enseñan y se aprenden las fracciones en el tercer grado de educación primaria se utilizó la observación no participante, las notas de campo se tomaron escribiendo de manera muy rápida un tanto distorsionada y utilizando abreviaturas en muchos de los casos, así como palabras semicompletas, esto con la idea de registrar lo más posible para que llegado el momento de pasar a limpio las notas, el registro de observación tuviera más elementos de análisis posteriores, aunado a los eventos rescatados en el aula se anotaron algunas reflexiones, e información extra.

Woods (1987) manifiesta que tal vez se tengan que realizar muchas observaciones en una gran amplitud de situaciones y circunstancias dadas en el espacio de estudio para poder iniciar con el análisis que viene a ser la interpretación de los eventos ocurridos en el aula en este caso desde un enfoque del investigador. Dichos análisis irán paulatinamente clarificando en cierta forma una realidad social en relación al problema, tema en estudio.

De hecho de acuerdo con Woods (1987) el análisis se da simultáneamente con la recogida de datos y con las entrevistas realizadas a los sujetos involucrados en la investigación un primer intento de análisis es el especulativo que tiene que ver con hacer, apuntar algunas reflexiones iniciales en torno a los eventos sucedidos en el aula sin caer en aseveraciones, ni argumentaciones de ninguna índole, más bien, podríamos decir que pueden llegar a ser parte de un análisis interpretativo con más solidez apoyado en varios registros de observación.

Otro momento importante que tiene que ver con el análisis de los datos, es referente a la clasificación y categorización, manifiesta Woods (1987) que llega un momento en que la cantidad o gran cantidad de datos acumulada tiene que ser ordenada de acuerdo a una cierta sistematicidad en general a través de la clasificación y la categorización. En esta etapa, tal vez no se dé la existencia de formación de conceptos, descubrimientos de teorías o incorporación de nuevas ideas. La finalidad es dar al material una estructura, una forma que orienten hacia tales objetivos.

En el caso específico del estudio presente aunado al análisis simultáneo, se procedió a ordenar el material asignado a los eventos ocurridos en el aula una serie de indicaciones que denotaban la acción tanto del maestro como del alumno, más adelante tomando en cuenta la recurrencia de algunos indicadores, así como su relación parecida con el resto de ellos se procedió incluir categorías de análisis e interpretaciones de las mismas pero desde la perspectiva de Ríos (1991) quien manifiesta que durante el análisis los constructos teóricos van surgiendo y adquiriendo validez; en primer lugar no por haber localizado indicadores recurrentes relacionados con los conceptos, sino por el manejo reflexivo que se da entre indicadores y categorías analíticas que las conceptualiza. Es importante respetar la especificidad de los fenómenos a los que hace alusión el constructo, siendo explícitos en las situaciones y las condiciones especiales que los caracterizan, de forma contraria a la estandarización de indicadores que el investigador produce para describir los fenómenos de manera amplia y general.

Por último Ríos (1991) nos destaca un tercer nivel de análisis que tiene que ver con el estudio reflexivo de los escritos analíticos con el objetivo de elaborar el último informe lógicamente con mayor sustento teórico.

Por lo tanto, el hablar de etnografía, precisa contemplar una gran variedad de información versada sobre ella, más no es la idea hacerlo, más bien se pensó encontrar a juicio personal conocimientos etnográficos acordes a la investigación que vinieran a clarificar, soportarla y estructurarla, entre otras cosas. Con esta base, en el próximo capítulo se presenta en detalle la información recabada, se describe y se analiza desde el enfoque cualitativo.

CAPÍTULO 4

TRABAJO DE CAMPO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este capítulo se aboca al análisis de los resultados obtenidos en el estudio de campo. Se incluye el análisis de 20 observaciones realizadas en dos escuelas de la comunidad de Guamúchil, Sinaloa.

Primeramente se analizan las observaciones realizadas al maestro No. 1 y posteriormente se presenta el análisis de las observaciones hechas al maestro No. 2, para tal efecto se estructuran fragmentos representativos, de cada observación tratando de que en cada extracto presentado se haga evidente el *concepto* trabajado por el profesor. después de cada extracto se presenta un análisis, buscando relacionar ambas actuaciones y considerando además, presentar lo más relevante de cada apartado.

Al finalizar el análisis de las observaciones se incluye un análisis general de los resultados, donde se procura encadenar todas las interacciones que se dieron en el aula, la opinión del investigador y las aportaciones teóricas que dan sustento a esta investigación. Con base en ello, creemos que podemos afirmar que se pretende *triangular* la información obtenida entre esos tres elementos que consideramos claves para arribar finalmente a las conclusiones que se derivan del cuerpo del trabajo.

Por otro lado, es necesario comentar que dentro de las cuatro paredes que conforman el aula de Matemática se da una variada gama de intercambios entre quienes participan en las acciones. Se manejan significados y se manifiestan comportamientos aprendidos al actuar con el contenido matemático. Al colocarse como observador se percata uno del protagonista complejo llamado docente, con fuertes tradiciones para actuar en su práctica cotidiana del aula y del protagonista complejo llamado alumno que participa con su silencio o su palabra en la construcción social del conocimiento matemático y escolar en general.

4.1 análisis de las observaciones realizadas al maestro No. 1

¿Qué se escucha más grande, un entero o un medio?

Observación No. 1 (La noción de entero)

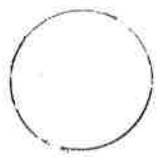
Pregunta indagatoria

Mo. *¿Qué se escucha más grande un entero o dos medio?*

A_{21}. El entero ...

Mo. A ver, pásale al pizarrón, vamos a comprobarlo. (Pasa al A_{21} al pizarrón).

Dibujo y representación convencional



Respuesta parcial

A_{25}. Un dos abajo...

Mo. La parte que da más, tenemos que...

A_2. Colorearla

Mo. A ver Erika, colorea el entero (pasa la niña).

Dibujo realizado por Erika.

Pregunta de comprobación

Mo. ¿Están contentos con lo que hizo Erika con el entero? ...

Aos. Síííííí...

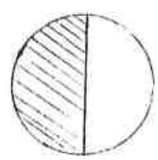
Mo. ¿Qué le falta a Erika que nos represente?

Mo. (Nadie Contesta)

Ao. Falta lo que es un medio ...

Mo. (La A_{20} colorea un medio)

Dibujo

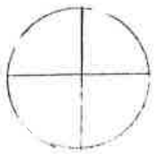
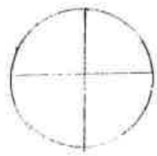


Aos. Pero Erika va a decir que era cierto lo que decía y que un medio era más grande que una naranja

Mo. Nooo...

Después de haber visto varios ejemplos, les voy a poner unos ejemplos, (cambia de actividad, no continúa específicamente con el entero)...o no tiene ganas de hacer

Ao. esto, a ver escriban ...si un pastel lo repartimos entre cuatro

	Mo.	niños. ¿Qué parte le tocaría a cada uno ?
		¿Podemos ver el número uno?
	Mo.	Sí...
		¿Quién quiere pasar?
Participación individual	A_{11}	Yo (Lee el primer problema).
	Mo.	¿Qué parte le toca a cada uno?
Correcta	A_{11}	Un cuarto.
	Mo.	A ver escríbelo (el niño dibuja)
Participación del niño Dibujo	A_{15}	
Dibujo y representación convencional por parte del maestro	Mo.	Un cuarto es esta partecita, y esta otra, y esta otra, y esta ... $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$ 
	Mo.	¿Esto es igual?
Respuesta individual correcta	A_{21}	A cuatro cuartos
Pregunta de comprobación	Mo.	A ver pásale
	A_{21}	Mire $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 4/4$
	Mo	¿A ver, cuántos cuartos es igual a un entero?
Participación correcta	Ao.	Cuatro...

Análisis

El maestro introduce la clase acerca del entero con una pregunta "*dilema*" opcional puesto que da a escoger entero o medio, inmediatamente busca la manera de que se llegue a una respuesta, apoyado en la participación de los alumnos, pasa a uno de ellos quien dibuja un entero en forma de círculo y escribe un medio con números pero sin representarlo, después le pide que coloree el entero, lo hace correctamente, el grupo aprueba su ejercicio, posteriormente represente un medio, terminando esto, el maestro pregunta al grupo a manera de comprobación del ejercicio, al parecer el grupo esta convencido de que la actividad no tiene errores.

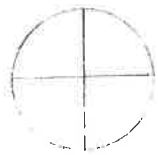
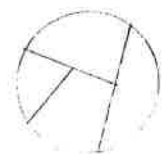
En ésta situación didáctica planteada por el maestro se evidencia por parte de los alumnos, la existencia de conocimientos previos sobre el tema; también un manejo apropiado del dibujo como una forma gráfica de representar en esta ocasión el entero y al medio. El maestro de una forma u otra interacciona con el grupo cuestionándolos.

La actividad parece que quedó completamente comprendida, al menos por el momento, al menos así lo consideró el maestro, ya que sin adentrarse en otro tipo de actividades que tuvieran que ver directamente con la noción de un *entero* y un *medio*, cambia bruscamente de actividad.

El fragmento presentado nos deja ver varias cosas; entre ellas:

a) Que el maestro presenta la discusión del concepto "*entero*" en forma de "*dilema*", ya que muestra las opciones entre "un entero y un medio". Al plantear la pregunta el A_{21} con firmeza responde que "un entero" es más grande.
b) Parece correcto afirmar que el maestro guía el proceso didáctico siguiendo una intencionalidad: dejar claro el concepto retomando el conocimiento que algunos alumnos ya poseen. El proceso avanza entre respuestas parciales y la participación <u>hasta cierto punto</u> activa del alumno. Los alumnos que forman parte del proceso, al pasar a realizar la actividad indicada, cuentan con la "*aprobación*" del grupo, ya que éste los va orientando cuando un detalle se ha pasado por alto. El mismo grupo se denota convencido de que la realización del ejercicio es correcta, y cuando el profesor vuelve a preguntar para confirmar el conocimiento, las respuestas son inmediatas.

Observación #1 (La noción de *cuarto*)

	Mo.	¿"Quién me dice que recuerda acerca de las partes de las cosas?... Yo recuerdo que les decían, ... ¿Cuántos pedacitos tiene una naranja"?
Respuesta de mayoría	Aos.	Cuatro...
	Mo.	¿Quién divide la naranja?
Participación individual	A_{16}	"Yo, maestro" (pasa el niño y dibuja)
Dibujo y representación convencional		 = 1/4
Confirmación del saber	Mo.	Levanten la mano si están seguros del reparto (todos levantan la mano)
	Mo.	¿Cómo se llaman las partes?
	Aos.	Cuartos ...
	Mo.	¿Por qué?
Respuesta de mayoría	Aos.	Por que hay 4 pedacitos
	Mo.	Vamos a ver si es cierto lo que dice Juan, a ver vamos a dividir una naranja en partes iguales (hace el siguiente dibujo)
Dibujo y representación convencional		
Confirmación del saber	Aos.	¿Son cuartos?
	Mo.	No, no

Analisis

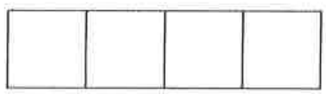
¿Qué encontramos en esta viñeta?

En primer lugar, parece adecuada la forma como el maestro introduce el tema de las fracciones (cuartos) en esta clase, aunque se tiene la impresión de que el tema ya había sido trabajado con anterioridad; tal vez por ello los alumnos mostraron una participación entusiasta y dinámica puesto que parece que se apoyaron en los conocimientos previos. Además se observa que los alumnos al menos han retenido el concepto de cuarto; ya que al confirmar el maestro con un dibujo que no contemplaba partes iguales al interior del entero y los alumnos darse cuenta de ello se manifiesta la idea en el grupo de la asimilación de dicho conocimiento cuarto.

En esta parte de una clase parece ser que el maestro trata de provocar conflictos en el alumno respecto con la enseñanza de la fracción *cuarto*, tal vez con la idea de que el conocimiento parta del alumno y de esa manera quede más convencido de él.

Parece ser cuando menos en esta parte de la clase versada sobre fracciones que la interacción que se genera en al aula, el maestro la propicia con un tipo de estrategia que por el momento no se podría definir, basada en preguntas y respuestas de forma constante.

Observación # 2
Reafirmando la noción de cuarto.

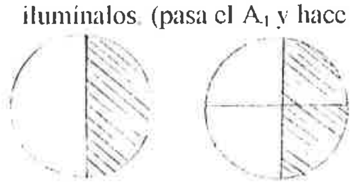
Inicio del ejercicio	Mo.	Voy hacer este cuadrito de diferentes colores y lo voy a repartir así
		
Pregunta del maestro	Mo.	¿En cuantas partes esta divida la figura?
Respuesta global correcta	Aos.	En cuatro ...
Pregunta del maestro	Mo.	¿Hay un cuarto de...?
Respuesta global correcta	Aos.	De piña...
	Mo.	¿Un cuarto de...?
	Aos.	Coco...
	Mo.	¿Un cuarto de...?
	Aos.	Chocolate...
Demostración del ejercicio	Mo.	Vamos a sumar...
		$1/4+1/4+1/4+1/4 = 4/4$
Pregunta del maestro	Mo.	¿Cuántas partes están sombreadas de piña...?
	Aos.	Una...
	Mo.	¿Será el mismo pastel éste y éste? (Señala la parte de piña y coco)
Respuesta Global Incorrecta	Aos.	No...
Respuesta individual correcta	A_{15}	Si...
	Mo.	¿Por qué...?
	A_{15}	Porque está dividido igual...

Analisis

En éste apartado de la clase el maestro trabaja la *fracción cuartos*, inicia la actividad dividiendo el rectángulo en 4 partes iguales, previo a esta parte de la clase ya había explicado en la página anterior en la figura 1 partes de pastel que se iban a repartir: piña, coco, fresa y chocolate pero al parecer no entendieron (los alumnos) como se llamaban las partes que se iban a repartir o manifestaron poco interés en la clase. Un alumno contestó octavo, el maestro manifestó "que poca participación hay, que no les gusta el tema." Inicia preguntando "¿En cuántas partes está dividida la figura?" todos contestan "en cuatro", a partir de esta pregunta sigue una sucesión de cuestionamientos por parte del maestro y respuestas por parte de los alumnos en relación a cada parte fraccionada de la figura, así como el sabor del pastel, se puede apreciar de acuerdo con las respuestas dadas, que los niños tenían conocimientos previos del tema. El maestro les demuestra a sus alumnos la razón de sus participaciones sumando cuarto más cuarto hasta llegar a cuatro. Poco después vuelve a preguntar al grupo sobre las partes sombreadas de piña remitiéndose a la figura uno. Todos contestan correctamente, solamente hay una pequeña confusión cuando el maestro pregunta *"¿será el mismo pastel este y éste?* (señalando la parte de piña y la de coco). La mayoría responde que *no*. Poco después el A_{15} encausa la pregunta y contesta correctamente, la mayoría del grupo hace lo mismo. El maestro les confirma sus respuestas. ¿Hay aprendizaje hasta este momento?

En esta parte de clase se denota un seguimiento basado en preguntas del maestro y respuestas del alumno, mediando la confirmación o demostración de la actividad, al parecer los alumnos dominan el conocimiento referente a la fracción cuartos, tal vez por que ya fue visto o por la relación que se establece en el grupo basado en la confianza que propicia el maestro al grupo o del control que establece en el transcurso de la clase.

Observación # 3
(La noción de equivalencia)

Pregunta del maestro	Mo.	¿Qué son las fracciones para ti? ¿Qué hacemos cuando vemos fracciones? …
Respuestas del alumno	Ao_{15}	Repartimos pasteles, naranjas …
	Mo.	¿Hemos repartido naranjas y pasteles?
	A_{10}	En el pizarrón
	Mo.	¿Qué vimos?
	A_{19}	EL nombre de los mapas…(sin sentido)
	Mo.	Vimos fracciones con las equivalencias ¿Qué es una equivalencia, nadie se acuerda?
Respuesta global negativa	Aos.	No
Pregunta del maestro y representación convencional	Mo.	Si yo tengo medio pastel y tengo dos cuartos de pastel $1/2 = {}^{2}/_{4}$ (escribe las fracciones en el pizarrón) ¿Cuál será más: dos cuartos de pastel o un medio de pastel?
Respuesta global sin reflexionar	Aos.	Dos cuartos de pastel …
	Mo.	A ver, vamos a comprobar lo que dijeron, pásale Erika reparte el pastel en medios, y el otro en dos cuartos, e ilumínalos. (pasa el A_1 y hace lo siguiente)
Dibujo		
Respuesta individual correcta después de ver la figura	A_{20}	Es igual maestro.
	Mo.	¿A quién le va a tocar más?
	A_{20}	Igual …
	Mo.	¿A quién le va a tocar más Erika? …
	A_1	Dos cuartos …
Respuesta individual sin reflexionar	A_{20}	Igual …
	Mo.	A ver ¿ A quién le toca más?
Respuesta individual correcta	A_1	Igual …

Análisis

La actividad se centra en tratar de hacer razonar a Erika en el sentido de que las dos porciones de pastel son la misma cantidad. Al principio, cuando el maestro hace la pregunta *¿Cuál será más*?, los alumnos responden que "*dos* *cuartos*"; sólo después de ver la figura afirman que son porciones iguales a excepción de Erika que sigue aferrada a la idea. Con la insistencia del profesor por fin coincide en que ambas fracciones son iguales. Aunque el concepto buscado es el de *equivalencia,* en ningún momento se hace notar esta situación.

Parece ser que la forma de abordar las fracciones por parte del maestro estriba en gran medida en el cuestionamiento al alumno, una interrogación enfocada a recordar la clase anterior acerca de las fracciones y a realizar actividades de retroalimentación. Se enmarca en esto, en cierto modo, un estilo del maestro de enseñanza cuando menos en los temas en cuestión.

El maestro pregunta, el alumno responde, aunque tal vez no como deseara él, puesto que los niños dan algunas respuestas sin reflexionar, por ejemplo: cuando contestan *dos cuartos* de pastel, se deja entrever la ausencia del concepto de equivalencia. Sin embargo el maestro continúa su clase y emplea el dibujo como un recurso más para inmiscuir al grupo en el concepto de *iguales*.

Registro #3 Grupo 1

Noción de equivalencia

Inicio otra actividad	Mo.	¿A ver niños qué tengo aquí? (el maestro vuelve a otra actividad)
	Aos.	Un metro ...
	Mo.	Yo tengo un metro en mis manos; si estuviera el metro acostado en el pizarrón ¿Qué número iban a poner en un medio?
	Aos.	El 50...
Tabla de equivalencias (El Mo. Escribe la tabla en el pizarrón)		

1/2	1/2								
1/3	1/3	1/3							
1/4	1/4	1/4	1/4						
1/5	1/5	1/5	1/5	1/5					
1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6				
1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7			
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8		
1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	
1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10	1/10

Pregunta del maestro	Mo.	¿En donde esta señalado un medio?
	Aos.	En el 50
	Mo.	¿Si parto la regla por la mitad y las vuelvo a juntar que pasa?
Respuesta individual correcta	Ao_{15}	Se forma un entero
	Mo.	Aquí dice que un medio y un medio es igual a un entero.
	Mo.	Un metro es equivalente a cuantos tercios
		Un metro es equivalente a cuantos cuartos
Respuesta global correcta	Aos.	A cuatro ...
	Mo.	¿Un metro es equivalente a cuantos quintos?
	Aos.	A cinco (sigue el mismo tipo de preguntas hasta llegar a décimos)

Análisis

Con relación al fragmento No. 3; el maestro inicia las actividades relacionadas con la equivalencia de fracciones con una pregunta, la cual es respondida correctamente por el A_{25}. El maestro se apoya con un dibujo esperando tal vez que los alumnos comprendan el tema y lo utiliza primeramente para discutir la idea de entero, previo a esto da un ejemplo de la división de un entero en medios, manifestando que dos medios forman un entero, así continúa viendo las equivalencias, el maestro pregunta, el alumno responde como un especie de *"espejo que le devuelve la imagen"* (Remedi, 1988), aunque a veces un poco desfigurada ya que las respuestas no son las que el maestro desea. .

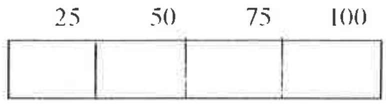
Quizá el ejemplo que el maestro proporciona le sirve de base a los alumnos para responder a cuestionamientos similares. En este fragmento la situación didáctica implementada por el maestro tienen que ver con: el maestro evidencia la forma de realizar la actividad, el alumno da respuestas al parecer predeterminadas, por el maestro. Después de un momento el maestro culmina la actividad, confirmando las respuestas de sus alumnos con una explicación en forma de conclusión de lo ya expuesto. El siguiente fragmento da cuenta de ello:

Registro No.4, Grupo No. 1

¿Se consolida la noción de *fracción y entero*?

Pregunta del maestro	Mo.	Llegamos a la conclusión que las fracciones son partes del entero ¿Qué más utilizamos?
	Ao$_{25}$	El libro…
	Ao$_{20}$	El metro…
	Mo.	El metro, dijimos así…

Dibujo



Pregunta el maestro	Mo.	Esto es un metro ¿cuántos centímetros tiene un metro? (Nadie contesta)
	Mo.	¿Cuántos centímetros serán iguales a un medio de un metro?
Respuesta correcta del grupo	Aos.	Cincuenta centímetros.
	Mo.	Bueno. ¿A cuántos centímetros es igual un cuarto?
	A$_{25}$	A veinticinco centímetros …
	Mo.	¿A cuántas partes equivalen veinticinco centímetros?
Respuesta individual correcta	A$_{25}$	A un cuarto
	Mo.	Si yo les preguntara a cuántos cuartos equivalen setenta y cinco centímetros
Respuesta individual incorrecta	A$_{20}$	A veinte
Respuesta individual correcta	A$_{25}$	A tres partes
Pregunta abierta	Mo.	¿Pero esas partes serán enteros o medio?
Respuesta individual correcta	A$_{25}$	Cuartos
Pregunta del maestro	Mo.	Yo recuerdo que miramos una palabra y esa es *equivalencias*. Si yo tengo un cuarto de metro ¿Cuántas partes sumaría para
	Mo.	tener un metro? (Nadie Contesta). Yo tengo un cuarto de metro ¿A cuántos centímetros equivale?
Respuesta individual incorrecta	A$_{21}$	Cuatro
	Mo.	No estoy preguntando que un cuarto de metro a cuántos centímetros equivale
Respuesta individual correcta	A$_{25}$.	Veinticinco …
	Mo.	¿Cuántos cuartos me faltan para completar el metro?
	A$_{20}$	Veinticinco …
	Mo.	Bueno tengo 25 cm., 1/4 de M.=25cm. ¿Cuánto le falta para tener el metro?

Respuesta individual incorrecta	A_3	Cincuenta …
Respuesta individual incorrecta	A_{23}	Veinticinco …
Conflicto para la búsqueda de respuesta	Mo.	Entonces no es un cuarto de metro lo que hace falta, entonces lo borro (el maestro borra el cuarto).
	Mo.	¿Entonces vamos a poner? …
Respuesta individual correcta	A_{25}	Setenta y cinco …
	Mo.	¿A cuánto equivale setenta y cinco? …
Juego de adivinanzas	A_{21}	Dos tercios …
	A_0	Tres cuartos …
	Mo.	Dice Karely que tres cuartos, ¿Es cierto lo que dice Karely? Tres cuartos de metro es igual a setenta y cinco centímetros y le sumo los veinticinco y tenemos un metro …

Analisis

El maestro inicia la actividad considerando que los alumnos ya "*comprenden*" que las fracciones forman parte del entero, ¿bastará dicha conclusión para dejar claramente asentado de que el alumno ya no tiene dificultades para entender?

El maestro comienza la actividad de manera aparentemente sencilla, pero que nadie asimila, tal vez por que no propició previamente un clima adecuado en el grupo para que este se centrará de manera rápida e interesada a la clase.

Se observa que mientras el maestro maneja una fracción del entero el alumno no presenta dificultades mayores para contestar correctamente pero a medida que el maestro utiliza más de una fracción del entero en este caso tres cuartos, la confusión de los alumnos se hace patente, aunque se logran respuestas correctas por ejemplo el A_{25} dijo a "*tres partes*" en respuesta a la pregunta del maestro relacionada con 25 cm, después el mismo alumno aclaró que eran tres cuartos.

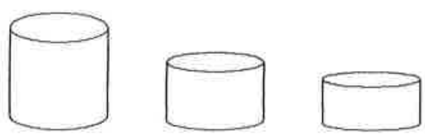
Las consignas lanzadas por el maestro son diversas, pero sin salirse de la centralidad del tema, lo que denota en cierta forma un gran esfuerzo por su parte al tratar de crear conflictos en el alumno hasta que surgen las respuestas que él espera, la clase transcurre entre aciertos y errores, por parte del alumno, algunos de ellos no parecen enlazar las fracciones con la unidad de longitud, *el metro*, se evidencia el hecho de que sus conocimientos previos no son suficientes o por que la didáctica empleada por el maestro no le favorece.

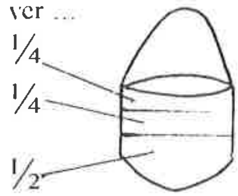
En este apartado, la enseñanza del maestro guarda cierta relación con tres palabras *preguntar, responder y confirmar.* El maestro pregunta, espera respuestas y en determinado momento demuestra como se hace el ejercicio que viene a confirmar algunas respuestas correctas de sus alumnos. La pregunta es: ¿y los que no entendieron la clase qué pasa con ellos?, ¿Seguirán a las siguientes sesiones sobre fracciones con sus problemas de no entendimiento? ¿y los que supuestamente "entendieron" el ejercicio sabrán utilizarlo en situaciones problemas más complejos o del mismo tipo e incluso en su vida cotidiana?

De acuerdo a lo anterior, en este apartado de clase, el maestro al parecer no le toma importancia al hecho de que algunos o varios de sus alumnos no hayan logrado asimilar el tema, ya que el diálogo se dio con muy pocos alumnos.

Registro # 4 grupo #1 Fragmento 2

¿Aplicación de las *fracciones* a *problemas?*

Seguimiento de la actividad.	Mo.	Dibujen en su cuaderno un litro de leche y después vamos a dibujar un medio. después vamos a dibujar un cuarto de litro
		1 litro ½ litro ¼ litro
Dibujo		
	Mo.	Aquí hice un problema miren. háganlo en su cuaderno. como quieran y puedan …
Pregunta del maestro Pista acerca del ejercicio	Mo.	Toño quiere medir un litro de agua con los frascos de 1/2 litro y 1/4 de litro de dos maneras ¿Cómo le ayudarían? Fíjense bien. … Toño quiere medir … Julia dice que no se puede ¿Por qué?

	A_1	Por que no son iguales lo que se le pide ...
	Mo.	Fíjense bien. Toño tiene un balde o una cubeta, donde él va a echar agua, dice Julia que no se puede, pero sí se puede, miren pueden usar los envases de un litro, de medio litro y de un cuarto de litro
Pregunta del alumno	A_1	¿Puedo utilizar dos? ...
	Mo.	A ver pásale al pizarrón y demuéstralo ... Va al pozo y va a llevar un frasco de 1/2 y después uno de un cuarto ...
	Mo.	¿Cuánto va a llevar?...
Explicación por el alumno	A_1	Va a necesitar dos frascos ...
	Mo.	Espérame va a ocupar 1/2 litro y después un cuarto Va a ocupar un 1/2 litro y después un cuarto, y este último lo va a vaciar y lo llena otra vez, y así se va a hacer un litro, a ver ...
Dibujo y demostración por el maestro	A_1	
Respuesta individual correcta	A_1	Estos dos cuartos $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ se hicieron medio litro y el otro medio litro es un litro
	Mo.	¿Qué les parece lo que hizo?
Comentario de argumentación	A_1	Bien.....
Demostración convencional por parte del maestro recompensa y seguimiento del ejercicio	Mo.	Ella dijo que primero vacía medio litro y después $\frac{1}{4}$ de litro y después $\frac{1}{4}$ de litro y ella completó el litro $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 1$
Inducción a la demostración del ejercicio	A_{15} Mo.	Un aplauso para la niña, ella se gana el 10, pero hay otra oferta, por que hay otra manera de hacerlo. Es cuestión de que piensen...si no me lo demuestran hago de cuenta que no he enseñado nada. Yo...
Pregunta del maestro	A_{15} Mo.	¿Cómo le harías tú para hacer un litro de agua con otra medida?
Participación individual Demostración individual correcta		Así $\underset{1/4}{\square} + \underset{1/4}{\square} + \underset{1/4}{\square} + \underset{1/4}{\square} = 1$ litro
Comentario y pregunta	A_7	Fíjense bien como reflexiona la niña, fíjense lo que está

	Mo.	haciendo ¿Cuánto le falta para completar un litro y medio?
Respuesta individual correcta	A_{15}	Medio litro...
Argumento de respuesta	Mo.	Ella va a dibujar el frasco...
Dibujo	A_{10}	Mire... $\frac{1}{2}$.... 1/2
Pregunta para confirmación	Mo.	¿A cuánto es igual lo que hizo?...
Respuesta individual correcta		A un litro y medio
Comentario de argumentación	Aos. Mo. Mo.	Ella llenó el bulito de un litro con 4 cuartos y después llenó un frasco de medio litro y así acompletó...muy bien, voy a borrar y les voy a poner unas tres preguntas en el pizarrón No maestro Bueno los espero Andrés dijo que ella iba a agarrar una medida de un medio y otra de un medio y eso iba a ser igual a un litro de agua y después agarra un cuarto de litro, más otro cuarto de litro, y eso era igual a un medio.
Demostración convencional	Mo.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ litro de agua
	Mo.	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ litro de agua
Control		Alberto siéntate...
Demostración convencional.		El otro ejemplo de Karen (se refiere a la niña dos) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}= 1$ litro de agua...

Análisis

En primer lugar, podemos decir, que parece adecuado la didáctica utilizada por el maestro, ya que el dibujo, por si solo llama la atención del alumno y presenta algunas pistas importantes para resolver el ejercicio. Se muestra además de lo anterior un esfuerzo por parte del maestro, por ubicar al alumno en la idea del ejercicio, de hecho los insta a que piensen en él y traten de resolverlo.

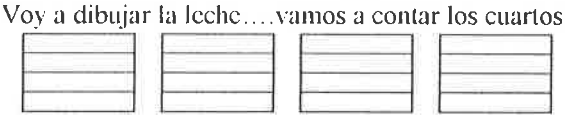
Vemos pues que el A_1 logra contestar acertadamente la interrogante, y el maestro le confirma su respuesta. Se observa también que a la pregunta de un mismo ejercicio, el alumno ofrece diferentes respuestas correctas lo que nos habla de una enseñanza enfocada a que el niño utilice diversos procedimientos para acceder a un mismo objetivo.

Aquí la demostración convencional del ejercicio evidencia de manera más clara la asimilación del conocimiento en este caso del alumno.

Lo que llama un tanto la atención, es lo que el maestro manifiesta en una parte del extracto que dice lo siguiente: *"Si no me lo demuestran hago de cuenta que he enseñado nada"*, la frase por sí sola puede tener varias connotaciones, quizás una de ellas: el maestro propicia al descubrimiento del conocimiento y espera que los alumnos le demuestren su capacidad para razonar el ejercicio por sí solos; o mediante la explicación y solución de un ejercicio, el maestro espera que los alumnos ofrezcan respuestas similares a las ya dadas; o combina estas dos formas anteriores para que el alumno logre su aprendizaje.

Observación # 5 Grupo No. 1

Adivina adivinador...

Pregunta del maestro	Mo.	Llega un señor, y me pide 8/4 de leche, y no sé que hacer; por que no se cuanto darle
Respuesta individual correcta	A_{16}	Dos litros
Demostración del ejercicio	Mo.	Voy a dibujar la leche....vamos a contar los cuartos...
Dibujo		
	Aos.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16 ...
Petición de maestro y pregunta	Mo.	A ver vamos a escuchar a Luis ¿Cuánto le voy a dar?
Respuesta individual correcta	A_{16}	Dos litros
	Mo.	¿Por qué?
Respuesta individual correcta	A_{16}	Por que cada frasco tiene un litro
	Mo.	Llega un señor y me pide doce frascos de leche. ¿Cuántos cuartos le voy a dar Dora? (La niña no contesta)
Respuesta individual incorrecta	A_8	Tres litros...
	Mo.	Por que doce cuartos, es igual a 3 litros (La pregunta no la vuelve a repetir, ni trata de que se llegue a la solución)

	Mo.	Llega un señor y me pide 3 litros de leche. y se tienen que utilizar los frascos de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$. ¿Cómo le harías Andrea para darle la leche? (Pasa la niña 1?
Representación convencional individual correcta.		$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ = 3 litros Es lo mismo que hiciste el otro día Andrea …

Análisis

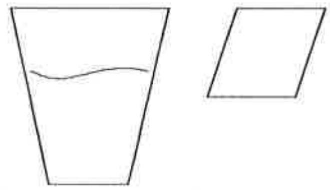
En primer término, el maestro utiliza un tipo de consigna que al parecer invita a que el alumno descubra o construya el conocimiento lo que desconcierta un poco es la respuesta inmediata y correcta que da el A_{16} que hace pensar que el tema o este tipo de ejercicio ya se ha visto en clases anteriores. Más sin embargo, el maestro no toma muy en cuenta esta respuesta e inicia demostrando el ejercicio a través del dibujo y con una pista concreta, ya que divide cada entero en cuartos. Esta acción del maestro tal vez se contradice con su propuesta primera de ejercicio.

El A_{16} contesta correctamente, ¿Lo hizo por que razonó la pregunta y construyó una idea sólida de respuestas? ¿Por qué el maestro le demostró de cierta manera el camino para llegar a la solución exacta? ¿Por qué recordó ejercicios semejantes a éste?

Lo que pudiera quedar de manifiesto, es la idea de que el alumno utiliza sus conocimientos previos para llegar a resultados correctos. Conocimientos tal vez adquiridos en clases anteriores o en el mismo contexto social en que se desenvuelve.

En este fragmento de ejercicio, se denota en gran medida la estrategia del maestro para abordar las fracciones la cual tiene estrecha relación con: pregunta y espera respuestas, demuestra el ejercicio, se apoya en el dibujo e intenta también de que el alumno construya el conocimiento.

Observación #5, grupo 1
¿Serán problemas las fracciones para ti?

Pregunta del maestro	Mo.	¿Qué es más pesado para ti Luisa. un kilo de algodón o un kilo de fierro?
Respuesta equivocada	A_{11}	Uno de fierro…
	Mo.	Todas las clases estamos viendo equivalencias. esto es:
		Algodón fierro
Dibujo	Mo.	(lo dibuja) 
Confirmación de respuesta	Mo.	¿Qué pesará el kilo de algodón o el kilo de fierra. El kg de algodón ocupa gran parte de un costal de algodón. pero el fierro en la mano me cabe…en la balanza el kilo de algodón y el de fierro no se mueven. quedan a la misma distancia . entonces:
Respuesta global correcta	A^{17}	Es igual
Planteamiento de un problema	Mo.	La otra pregunta
Indicación del maestro	Mo.	Pedro sólo tiene un recipiente de dos litros y otro de 5 litros ¿Qué puede hacer para despachar 10 litros de petróleo? Háganlo en su libro: hay muy pocos que participan piensen. … ¿Cómo le van a hacer para despachar?…les voy a dar
Pista para el ejercicio	Mo.	Ideas si de un recipiente de 5. uno de dos y otro de dos. completa 9. le falta un litro. ¿Cómo le va hacer?…Karely dice que va a dar dos veces la medida
Respuesta individual correcta	A_7	De cinco litros…
Pregunta del maestro	Mo.	La siguiente pregunta ¿Cómo puede despachar 12 litros de petróleo?…
	A^{15}	Dos frascos de cinco litro y uno de dos litros…
	Mo.	Aquí está la idea Esther
		5litros 5 litros 2 litros
Dibujo		

Análisis

La consigna utilizada al principio por el maestro se ve un tanto orientada a la reflexión por parte del alumno en torno a que se conduzca a una respuesta coherente y propia. De hecho, de cierta manera el A_{11} la ofrece, más sin embargo el maestro no cuestiona a este alumno para que le argumente, sino que es él mismo quien apoyándose en el dibujo demuestra la respuesta correcta y después pregunta al grupo para confirmare la respuesta.

En otra parte de fragmento de clase, el maestro plantea un problema que al parecer es tomado del libro del alumno. Más adelante ofrece una pista para resolverlo, el A_7 lo hace correctamente, el maestro pasa a otra pregunta sin ahondar demasiado en la respuesta del A_7 tal vez como seguro que el grupo ya entendió el ejercicio. Esto se reafirma de cierta forma cuando el maestro plantea ejercicio similares al anterior y son contestados correctamente.

Como que el interés del maestro estriba en que el alumno le demuestre su aprendizaje por medio de su enseñanza aún no definida pudiéramos decir, esto en el sentido de que a veces da la impresión de que quiere que el alumno construya su propio conocimiento y otras tantas le señala claramente el camino para llegar al resultado.

Observación # 6 grupo 1

"Miren niños... fíjense bien"

	Mo.	Fíjense, para sumar fracciones que tienen el mismo denominador se suman los numeradores, dejando el mismo denominados (dictado)
		Espéreme profe
	A_1	Si la voy esperar, pero fíjese
Demostración convencional por parte de maestro	Mo.	2/8+3/8
	Mo.	Miren niños, fíjense bien….
	A_7	Todavía no
Indicaciones del maestro y pregunta	Mo.	Hoy vamos a aprender a sumar fracciones, en litros, en metros y otras cosas…vamos a aprender a sumar fracciones pero para esto, hay un regla. (lee lo escrito anteriormente) ¿ustedes dirán qué es el denominador y que es el numerador?. Hoy vamos a aprender a sumar fracciones, ¿Para ustedes cuáles son los numeradores?

Respuesta individual correcta	A_{2}	Los de arriba
	Mo.	Los que son iguales. se llaman denominadores. póngales una flechita y señalen los numeradores y los denominadores.
Demostración convencional		Numerador→2/8+3/8←Denominador
Control del ejercicio		Levante la mano el que ya terminó
		Se suman los numeradores. ¿Cuáles son?
Respuesta individual correcta		El 2 y 3…
	Mo.	¿Qué vamos hacer con ellos?…
Respuesta individual correcta	A_{23}	Sumarlos…
	Mo.	¿y el denominador lo voy a sumar o lo voy a pasar igual…
Respuesta global correcta	Aos.	Igual…
	Mo.	Voy a pasar el ocho, eso es lo que se hace con lo denominadores. otra
Demostración convencional	M.	Ejemplo: 3/6+5/6=8/6
	Mo.	Los numeradores. ¿Qué hago con ellos?
Respuesta individual correcta	A_{25}	Sumarlos..
	Mo.	¿Y los denominadores?…
Respuesta individual correcta	A_{25}	Pasarlos igual
Demostración convencional	Mo.	Ahora 5/8+1/8= …
		¿Quién lo hace?
	A_{22}	Yo
¿Ya se te olvidó?…		5/8+1/8=6/16
	Mo.	¿Lo hizo bien Carmelita?
	Aos.	No
Orientación del ejercicio Demostración individual convencional correcta	Mo.	Recuerda que los denominadores no se suman (la niña corrige) 5/8+1/8=6/8

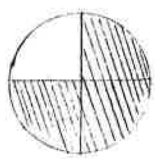
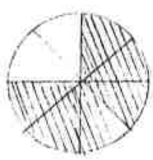
Análisis

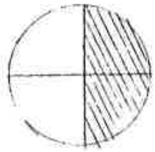
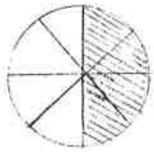
El maestro inicia explicando el ejercicio como lo registra Nunes y Briant (1998) el conocimiento que las alumnos adquieren con relación a las fracciones puede ser engañoso, en este caso parece confirmarse lo que estos autores confirman ya que si la A_{22} no hubiese pasado al pizarrón a realizar el ejercicio todos hubieran pensado que los alumnos habían entendido correctamente la suma de fracciones con igual denominador ya que parecía que los alumnos había comprendido totalmente la situación didáctica planteada por el maestro, su forma de participación así lo demostró. En realidad las apariencias pueden ser tan engañosas que pueden conducir a cualquier maestro a considerar un tema muy bien entendido por los alumnos.

En este segmento también se aprecia que el maestro inicia, la clase empleando la forma clásica; la explicación, la resolución de un ejemplo problema y el dictado de la regla; de esa manera no. se aprecia cual era el conocimiento previo con el que el alumno contaba, ya que él mismo va resolviendo el ejercicio y va sugiriendo el proceso. Las sugerencias y las preguntas son demasiado evidentes, por lo que el alumno tiene poco margen de errores al contestar. Sin embargo, esto no garantiza que esté construyendo conocimiento con respecto a las acciones; al menos en este estadio, este último se demuestra con el ejercicio realizado por A_{22}.

Observación # 6, grupo 1

¿Quién suma fracciones aprenderá al concepto de equivalencia?

Explicación del profesor	Mo.	... Yo decía a ustedes que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ y lo comprobamos con este pastel ¿Este pastel lo voy a dividir en?...
	A_{20}	Cuartos...
	Mo.	Así ...
Demostración con dibujo		
	Mo.	¿Y este otro?...
Respuesta individual correcta	A_{20}	Octavos...
Demostración con dibujo		
	Mo.	¿Son equivalentes...?
Respuesta global correcta	Aos.	Si...

Control	Mo.	Siéntate bien Karely, ¿Tienes sueño?
Demostración convencional	Mo.	Se dice que 2/4= 4/8 voy a partir el pastel
Dibujo		
	Mo.	Y el otro…….
Dibujo		
	Mo.	¿Es cierto que es igual este pastel al otro?
Respuesta global correcta	Aos.	Si …
	Mo.	Todo esto es equivalente si o no y le puedo poner… 8/16 = 16/32 y así…
Tratando de llegar a la representación convencional.	Mo.	Ya no lo vamos a hacer con pasteles, lo vamos hacer con números…comprobación de fracciones y fracciones que son Equivalentes ... Ponga atención lolita (se refiere a la niña 18).
		…Las fracciones $\frac{3}{4}$ y 6/8 son equivalentes por que:
Control y seguimiento del ejercicio		$3 \times 8 = 6 \times 4$ 24 24
		Profe, ¿Vamos a copiar eso?
Control	A_{12}	Si por favor, por eso les pido que pongo atención, por que
	Mo.	esto…
		Ya profe…
	A_{20}	Dejen de escribir, ahorita copien y escuchen las explicaciones
	Mo.	del maestro…decimos antes:
		$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ Hoy dicen que las fracciones son
	A_{10}	$\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ equivalentes por que:
	Mo.	$3 \times 8 = 6 \times 4$ 24 …….24
		¿De dónde sale?…
	Mo.	De las fracciones…
	Aos.	Ya no les voy a decir hasta que me digan de donde salen estas
	Mo.	multiplicaciones.
		¿Así profe?…
	A_{20}	(Señala al 3 y al 8, y al 4 y al 6)

		Karely dice que se multiplican cruzadas y de ahí que sale...
	Mo.	Voy a poner 2/3 y 4/6 son equivalentes por que...
Respuesta individual correcta		Es muy importante que pongan atención...
	Mo.	¿Qué voy hacer aquí para comprobarlo?...
		Cruzados...
	A^{29}	¿Cómo?...
Respuesta individual correcta	Mo.	2 x 6 ...
		2 x 6
Confirmación de respuesta	Mo.	12
	A_{20}	Y ahora..
	Mo.	3 x 4 ...
	A_{20}	3 x 4 ...
	Mo.	12
		Esta muy sencillo (nadie contesta)
	Mo.	

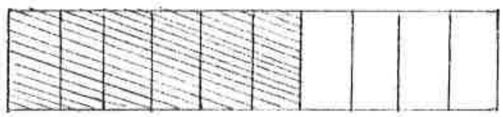
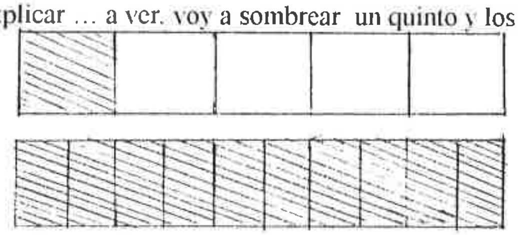
Análisis

En esta observación de una clase acerca de las fracciones, parece sencillo el trabajo que realizó el maestro ya que algunos alumnos dieron la idea de haber comprendido correctamente el concepto de equivalencia de fracciones, específicamente cuando el maestro las trabaja utilizando el recurso del dibujo, el ejemplo típico de presentar las fracciones dividiendo el entero en pastel y coloreando determinadas partes que se quieren enseñar para diferenciarlas del resto, retomando algunas ideas de las ya manejadas anteriormente, consideramos que debido a esta presentación y la enseñanza de las reglas par calcular fracciones los estudiantes dan la impresión de saber mucho acerca de éste.

En un proceso como el descrito es muy difícil comprobar si realmente los alumnos, comprendieron el concepto estudiado ya que si bien es cierto que manipularon números no hubo una confirmación que relacionará su entero inmediato y las actividades realizadas en clase. Esta omisión, como lo afirma Martí (1996) ya que es conveniente, según este autor, relacionar las actividades propuestas en clase con las vivencias cotidianas del alumno como un proceso primario en la enseñanza de las matemáticas, en este caso de la fracciones. Por otro lado el maestro se nota muy recurrente en sus explicaciones, esto no fuera incorrecto si poco a poco permitiera la participación del alumno en la construcción del conocimiento mediante la utilización de otro tipo de estrategias donde se incluyera material didáctico manipulable (Dominó, ficha, ruleta, entre otros) hay que recordar que los alumnos son de tercer año y que su etapa según Piaget se ubica en el periodo de las operaciones concretas donde el alumno todavía requiere la manipulación de objetos reales, concretos (Labinowicz 1996). En este caso pareciera ser que a pesar de la crisis del maestro que "*todo esta muy sencillo*" los alumnos no respondieron al cuestionamiento ¿Significa que entendieron? No es muy conveniente afirmar que hubo comprensión de los conceptos ya que no existe un patrón de conducta que haga notar el nivel de representación interna que ha logrado el alumno. Gómez, (1996) afirma que esto depende mucho de las representaciones externas que el sujeto logra abstraer del objeto.

Observación # 7, grupo 1

Con una condición...	Mo.	Vamos hacer un recordatorio de la clase pasada, voy a esperar que callen para hablar yo...¿Quién me platica lo que vimos sobre las fracciones la última vez?
	A_{21}	Vimos los litros de leche, crema y petróleo
	Mo.	Yo recuerdo que vimos una cuentas que se cruzaban ¿Cuáles fueron?
Jugando a las adivinanzas	A_{19}	Suma de fracciones...
	A_{6}	Resta de fracciones...
	A_{20}	Numeradores...
	Mo.	Vimos numeradores y vimos el denominador, Karely, si yo pongo 3/5 ¿cuál es el numerador?
	A_{10}	¿EL numerador?... (no contesta)
	Mo.	¿Y el denominador?...
Respuesta individual correcta	Aos.	El de abajo
	Mo.	Yo recuerdo que mirábamos...3/5+6/10 = 30/30 ... ¿Cómo se

		llama esta comprobación de fracciones, fracciones de qué, … lo que es igual ,… cómo se llama, fracciones qué? … (nadie contesta) Fracciones equivalentes …
	A_4	Ya hemos recordado todo lo de la clase anterior, ahora yo les
	Mo.	voy a poner: iluminar y escribe las fracciones equivalentes, vamos hacer un rectángulo así:
Dibujo y demostración convencional		
	Mo.	Bien un quinto….
	A_3	Todavía no profe…
Control	Mo.	Por favor guarden silencio…
Comentarios fuera del tema	A_{16}	¿Viste la película de anoche? …
	A_{17}	¿Era de dinosaurios? …
	A_{16}	Y cuando le echaron la vaca …
	A_{17}	Salió hecho huesitos …
Control	Mo.	Cristina ponte a trabajar (se refiere al A_{20})
	Mo.	También hay que hacer éste …
Seguimiento del ejercicio Respuesta disparada		 = 6/10
	Mo.	Voy a explicar el primero, un quinto es equivalente a ¿Cuántos décimos? …
	A_{21}	A 10 décimos …
	Mo.	Dice Cristina que a 10 décimos … no escriban, … les voy a explicar … a ver, voy a sombrear un quinto y los 10 décimos
Dibujo		
	Mo.	¿Son iguales?
	Aos.	No
Explicación final …	Mo.	Las fracciones equivalentes tienen que ser iguales, aquí me doy cuenta que no hemos aprendido nada

Análisis

En este apartado, el maestro inicio el discurso tratando de retroalimentar los contenidos vistos con anterioridad pensando que los alumnos retienen los conceptos manejados, sin embargo, él mismo acepta al final que el alumno no ha desarrollado un aprendizaje significativo, de acuerdo a esto es válido cuestionarlo.

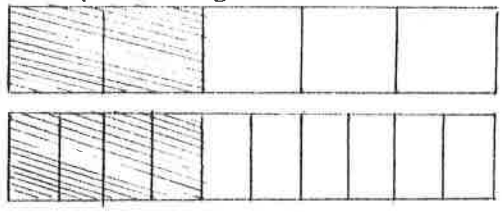
¿De qué manera aprenden los alumnos las fracciones? Cuando menos en estas clases observadas se evidencia el hecho de que el aprendizaje es engañoso, no hay construcción de conocimientos, posiblemente tenga que ver con la forma de enseñanza del maestro, tal vez no se corresponda el conocimiento impartido y el proceso de enseñanza que se utiliza con el nivel de desarrollo lógico matemático del alumno.

Habría que hacer una revisión respecto a ver qué tanto influye la edad mental del sujeto con relación a este tipo de conocimiento, y qué peso podrían dársele a una especie de material didáctico manipulable para el sujeto, aunque hemos visto que el maestro hace esfuerzos considerables para que el alumno aprenda, en este sentido parece una limitante la forma como conduce la enseñanza de las fracciones y la falta de material objetivo. Parece que cuando el maestro recurre al dibujo y los alumnos lo visualizan, se acercan un poco al concepto de fracción desde sus construcciones particulares. Sin embargo para la mayoría de los alumnos esta construcción parece ser mínima.

Observación # 7, grupo 1

La equivalencia a través del dibujo.

Demostración convencional.	Mo.	Mira Karely aquí tenemos... $\frac{1}{2}$=2/4=4/8 ...¿El primer pastel lo voy a partir? ...
Respuesta global.	Aos.	Por la mitad...
	Mo.	(Lo dibuja el maestro) ... ¿Y el segundo?
	Aos.	En 4 partes...

	Mo.	¿Cuántas partes voy a iluminar?
Respuesta global.	Aos.	Dos… (El maestro dibuja la figura) (las ilumina el maestro).
	Mo.	¿Y del tercero?
Respuesta global.	Aos.	Cuatro…
	Mo.	¿Así?… (Dibuja, parte y sombrea cuatro)
Dibujo.		¿Qué fue lo que marqué en cada entero?
	Aos.	La mitad…
	Mo.	Eso significa que son equivalentes. ¿Ya entendiste Karely?
Respuesta global.		Lo hemos repetido muchas veces….
	A_{10}	Ya me enredé …
	Mo.	Fíjense bien Karely, ¿Cuántos quintos tengo aquí (señala dos quintos).
	Aos.	Dos…
		Los dos quintos son iguales a cuatro décimos…
Dibujo.		
	Mo.	A ver pásale Karely. ¿Un $1/4$ es equivalente a cuántos octavos?…
Respuesta individual correcta.		(pasa la A_{10} y coloca 2 tiras de dos octavos encima de la tira de un cuarto).
Confirmación de respuesta.	Mo.	Ahí está comprobado que un cuarto es igual a 2 octavos. A ver un medio a cuántos cuartos es igual.
	A_{12}	A dos cuartos.
	Mo.	Ahí te van los dos cuartos Karely… (La niña coloca los dos cuartos encima de la tira de un medio).
	Mo.	Ven un medio es igual a dos cuartos…

Análisis

El maestro inicia el ejercicio ilustrando de manera convencional la equivalencia de fracciones, posteriormente, se apoya en el dibujo. Al parecer, el alumno entiende la clase y el maestro da por hecho que así es. Sin embargo la A_{10} manifiesta lo contrario, entonces el maestro maneja ejemplos en donde la niña tiene que apoyarse en la superposición de tiras fraccionadas, en este caso se utiliza una tira de dos octavos y la superpone encima de la un cuarto. Con esta acción, el maestro concluye que el conocimiento ya fue asimilado.

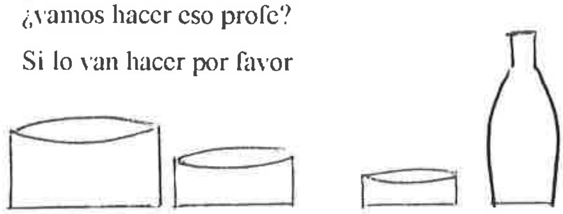
Al parecer, la estrategia utilizada por el maestro, en este caso de preguntar constantemente y de cierta manera mantener la atención del alumno en sus explicaciones le resulta, aunado a que maneja ejemplos sencillos por medio del dibujo.

El "contrato" está dado, parece prudente comentar que el proceso de trabajo seguido por el maestro es una especie de compromiso recíproco, si falla una de las partes el proceso se desvirtúa; lo que sucede constantemente en el proceso áulico. El alumno no es capaz de comprender el significado de las fracciones y a veces el maestro pierde la motivación del grupo cuando se dedica a tratar de enseñar a un solo alumno. Parece que este fue el caso en este extracto. El maestro fue insistente para que Karely tratara de entender los conceptos manejados, pese a ello, esta alumna no logra asimilar la clase.

En este caso el grupo se convierte en espectador y el conocimiento no circula, esta situación se repite constantemente en el aula lo que quiere decir que en la enseñanza de las fracciones el proceso se complica de tal manera que los alumnos no logran comprender los conceptos. Al menos así lo evidencian estas observaciones. ¿Sucederá esto en todos los grupos de este nivel?. Por otro lado, la falta de material didáctico adecuado es evidente.

Observación # 8, grupo 1

"Profe; ¿le vamos a sumar... ?"

Introducción a la clase.	Mo.	A ver niños vamos a recordar la clase anterior ¿qué vimos acerca de fracciones? (nadie contesta)... Vimos. unos problemas acerca de que los maestros venden naranjas. las compraban. también vimos la
Recordatorio de la clase anterior.		comprobación de equivalencias. suma de fracciones equivalentes. resta y qué más (...) Algo más niños. Hoy vamos a ver: escriban resolución de problemas de fracciones. (...). Contesta lo que a continuación se te pide.
Inicio del ejercicio.	Ao.	¿vamos hacer eso profe?
	Mo.	Si lo van hacer por favor
Dibujo		
Seguimiento del ejercicio.		
	Mo.	Queso Grande $48.00 — Queso mediano $32.00 — Queso chico $16.00 — Litro de crema $24.00
Pregunta.	Mo.	¿Ya copiaron todo? (...) yo voy a escribir aquí... Queso.... Grande ... $48.00
		$\frac{1}{2}$ de queso grande = $________
¿Es de sumar o qué...?	A_{12}.	¿Profe le vamos a **sumar**?
	Mo.	Ahorita vemos.
		
Dibujo.		Queso Mediano $32.00 — Queso chico $16.00
		$\frac{1}{2}$ de queso mediano = $__________
		$\frac{1}{2}$ de queso chico = $____________
		$\frac{1}{2}$ de crema = $__________
	Mo.	¿Qué vamos hacer con estos quesos. los van a sumar. restar . dividir?...

Participación	Aos.	Dividir.
	Aos.	Dividir entre dos (...).
	Mo.	A ver niños vamos a ver, un queso grande. ¿Cuánto vale? ...
Preguntas y respuestas	Aos.	$ 48.00 ...
	Mo.	Y si yo compro la mitad ¿Cuánto me va a valer? ...
Respuesta global correcta.	Aos.	$ 24: 00
	Mo.	$ 24.00 ... por que es la mitad de 48 ...También puedo poner ...(dirige y explica la resolución de la operación de dividir). ¿El queso mediano, cuánto cuesta?
	Aos.	$ 32.00 ...
	Mo.	Y el medio, ¿Cuánto cuesta? ...
	Aos.	$ 16.00 ...
	Mo.	A ver ... (Hace la operación) (dirige y explica la operación de dividir)...Entonces el queso mediano, ¿cuánto cuesta?
	Aos.	$ 16.00 ...
Una invitación	Mo.	¿Y si lo van haciendo ...?

Análisis

Por principio de cuentas, se trata de un repaso a manera de retroalimentación. El maestro trata de reafirmar los conceptos de: *entero, medio* y *cuarto*, a través de la resolución del problema auxiliándose del dibujo.

En este fragmento notamos que el maestro pudo haber hecho la clase más dinámica, parece ser que los alumnos estaban un tanto motivados. Sin embargo la didáctica del maestro no da oportunidad a que fluyan las ideas del alumno de manera más libre, da la impresión de que se desespera y opta por demostrar el ejercicio, ya que los alumnos se muestran un tanto confundidos por la actitud a desarrollar, por ejemplo cuando hace la pregunta, él mismo sugiere la respuesta o da la respuesta *"cuesta $ 24.00 pesos porque es la mitad"* en ese momento también afirma *"también puedo poner..."* parece conveniente reconocer que en este momento se pierde la heurística de la construcción del conocimiento al coartar con la respuesta directa del maestro, la participación activa del alumno.

Por tanto, las respuestas correctas del alumno, tal vez tengan que ver con las pistas concretas que el maestro le proporciona, quedando la duda de la influencia de los conocimientos previos del alumno. Se demuestra así, que la forma de plantear las preguntas por parte del maestro no da posibilidad al alumno de construir conocimientos. En efecto, se nota una especie de precipitación pues se demuestra el conocimiento sin dar tiempo a que los alumnos puedan elaborar sus propias respuestas.

Esto nos remite a la propuesta de Brousseau (1986) quien afirma que deben de existir varios momentos en el proceso de una clase: *primero*, un momento a-didáctico, es donde el alumno trabaja sólo los contenidos, sin la intervención del profesor, cuando éste se da cuenta que el alumno no avanza debe de intervenir, a este *segundo* momento Brousseau le denomina el momento didáctico, el alumno avanza con la ayuda del profesor. En este momento se manifiesta otra situación denominada situación didáctica; se trata de hacer que el alumno entienda el significado; *tercer* momento de la intervención.

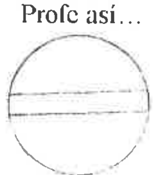
Observación # 9, grupo 1

"Ahora voy a revisar los cuadernos... "

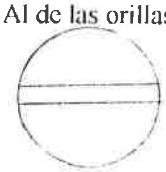
Inicio del ejercicio.	Mo.	Ahora vamos hacer un ejercicio en donde vamos a recordar varias cosas acerca de las fracciones. Escriban en su cuaderno. (…). Vamos a ser una reflexión de todo lo que hemos visto. si pongo una pregunta que no hayamos visto. me dicen. escriban.
El problema.		*Si una naranja se divide en 3 partes iguales, cada parte es ____ de naranja.* (al mismo tiempo que les dicta el problema lo escribe en el pizarrón).
¿Se acuerdan …?	Mo.	Las fracciones se forman con_____ y ____. Aquí en la dos. … las fracciones se forman con. … ¿se acuerdan

		del que va abajo y el que va arriba? …
		Denominador y numerador.
	Mo.	Ya Cristian, estás platicando quiere decir que ya terminaste (se refiere al A_{19})… Número tres ¿el número que va arriba en una fracción se llama? (…) __________.
	Mo.	Número cuatro, si se divide un entero en octavos, debe dividirse en __________ iguales… Voy a revisar los cuadernos (pasa a revisar los cuadernos).
		Todos deben de ir en la cinco, qué milagro que tú vas en la uno (se refiere a A_{27})…
Autoridad pedagógica…		Estas son preguntas que ustedes ya han visto. Número seis, en la fracción 4/8 el denominador es el número ________.
		Numero siete, nada más nos faltan dos, si se dividen tres enteros en cuartos resulta___________ cuartos (…)
	Mo.	Ultimo ¿Cómo se llaman las fracciones que tienen el mismo valor? _______________. (…)
	A_{12}	A ver Martha, pásale al pizarrón y dinos como hiciste la
	Mo.	pregunta número uno …
¿Qué está pasando …?	A_{12}	Un tercio maestro ...
	Mo.	¿Por qué un tercio? A ver divide el entero en tercios (no lo divide).
Pregunta con apremio	Mo.	A ver si yo divido esta naranja, para Juan Pedro y José, ¿a quién le toca más?

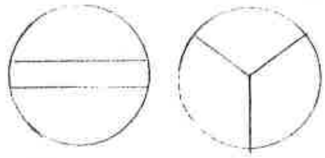
	A_{12}	A José…
	Mo.	Entonces no esta dividido en partes iguales.
	Ao.	Profe así…
Por fin …		



Una comparación	Mo.	¿A quién le toca más? Al de las orillas o al del medio.
Respuesta global correcta.	A_{12}	Al del medio. ¿Así…?
	Mo.	



	Mo.	Bueno esta correcto…
Pregunta de indagación	Mo.	¿Quién puede partir una naranja en forma diferente en partes iguales?
Ya se volvieron a enredar…	Aos.	Profe yo lo partí así …
	Mo.	¿Son partes iguales? …
Por fin… son o no son	Aos.	Sí ...
	Mo.	Pregunto, ¿será equivalente esta naranja a ésta y ésta.



	A_{os}.	No…
Afirmación no convencida.	Mo.	¿No son equivalentes?
		Si.
		¿Por qué?
	A_{12}.	Por que son iguales (Así queda la respuesta).
	Mo.	¿Quién desea hacer la número dos?, las fracciones se forman con: va a pasar José …
		(pasa el A_{16} y escribe numerador y denominador).
Comprobación	Mo.	¿Está correcto lo que hizo José?
	A_{11}	Si.
	Mo.	¿Quién pasa a escribirme una fracción, la que ustedes
	A_{11}	quieran?
	Mo.	Yo. (la niña escribe 3/5).
	A_{11}	¿Cómo se llama esta fracción?…
	Mo.	Tres quintos….
		¿Cómo se llama el número de arriba?…
		Numerador…
		¿Y el de abajo?…
		Denominador…
		Escríbanlos… (la niña los escribe correctamente).

Análisis

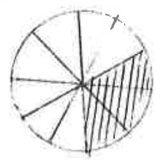
En este fragmento el maestro realiza una especie de repaso con relación a tercios, cuartos, quintos, octavos, numerador, denominador y equivalencia. Después de las preguntas de complementación se evidencia un manejo digamos inadecuado del concepto tercio, esto por la afirmación que hace el maestro *"Bueno está correcto"* dicha frase es riesgosa dado que con ella el alumno puede quedar convencido de que su ejercicio está correcto, aun cuando en el dibujo dividido hay ausencia de partes iguales. Más adelante el mismo alumno a pesar de la afirmación del maestro, hace un dibujo que se aproxima bastante a lo que son tercios, al dividir una figura. No obstante después de comparar dos figuras hechas por el alumno llegan a la conclusión de que son equivalentes, lo que en ningún momento es correcto.

En relación al manejo del concepto numerador y denominador al parecer desde la perspectiva de una didáctica directiva no hubo dificultades. Lo que no garantiza la existencia de aprendizaje significativo.

Registro # 10, grupo 1

La fracción decimal: un dilema más.

Iniciación del ejercicio — Mo. Escribe la parte y la fracción decimal a las siguientes figuras:

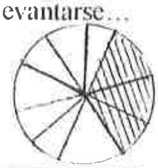


=Fracción ______ y ______ Fracción decimal

Dibujo.

Mo. Voy hacer el primer ejemplo …váyanlas haciendo por favor sin levantarse…

Dibujo.

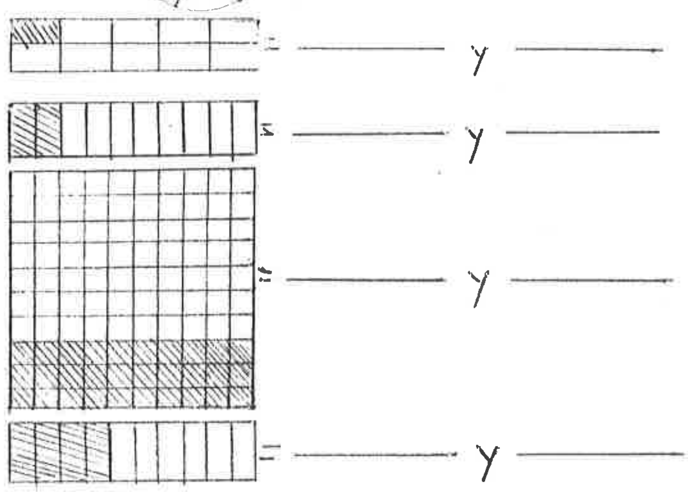


=Fracción 3/10 y Fracción decimal 0. 3

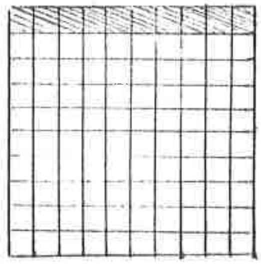
Dibujo.

Dibujo

Dibujo



Dibujo

	Mo.	¿Aquí. cuántos cuadritos tengo coloreados?...
	Aos.	10...
Dibujo.		
Pregunta.	Mo.	¿Entonces qué son, si son cien cuadritos?..
Respuesta global correcta.	Aos.	¿Diez centésimos...?
	Mo.	¿ Y aquí? ..(señala 50 cuadritos)
Respuesta global correcta.	Aos.	La mitad...
	Mo.	¿Y cuánto es la mitad?..
Respuesta global correcta.	A_7	Cincuenta...
	Mo.	¿Cincuenta de los 100 cuadritos?...
Respuesta individual correcta.	Aos..	Cincuenta centésimos...
	Ao.	¿Y el de abajo cuántos son?...
Respuesta global correcta. Pregunta del alumno.	Mo.	Son cien, lo que importa, es que sepan que son 100 cuadritos (...). A ver niños todas están mal la primera, (se refiere al A_1) ....
	A_6.	¿La primera cómo está partida...?
	Mo.	En diez y tiene coloreadas tres, son tres décimos, ya está
Pregunta del alumno. Respuesta del maestro. Control y demostración del ejercicio.	Mo.	hecha... Niña, ¿qué no miras el ejemplo que te estoy poniendo aquí?... (señala el 3/10) tú tienes treinta décimos.
	Mo.	Cristian ya terminó. nada más éste no es cinco décimos, es cuatro décimos (se refiere al A_{28})...Nada más Cristian lo ha hecho bien... También Arely las sacó bien todas (se refiere ala A_3).

Análisis

En esta clase el maestro pretende "aterrizar" en el aprendizaje de las fracciones ¿por qué hasta el final se utiliza la parte gráfica?. Se ha demostrado por algunos investigadores, tales como Piaget, Bruner, Block, entre otros, que la supresión de la imagen y el símbolo trae consecuencias nefastas en la enseñanza y esta situación parece que los maestros de matemáticas lo desconocemos, los autores mencionados proponen una enseñanza donde el símbolo y las imagen queden estrechamente relacionados siguiendo cualquier orden, pero a veces preferenciando la *imagen, símbolo* y *concepto* lo que permite ir de lo inductivo a lo deductivo construyendo el conocimiento precisamente a partir de la imagen, este planteamiento parece bueno al menos en los primeros niveles de la enseñanza básica.

No obstante, se han realizado investigaciones en los niveles de secundaria sobre todo en la enseñanza de la geometría (Calix, 2000; Hernández, 2000) y de acuerdo a los resultados obtenidos, los investigadores han sugerido el uso de la imagen en estos niveles escolares. Por tanto, se puede considerar que el uso de estas herramientas puede ser factible en cualquier nivel de la escuela básica, siempre y cuando conlleve un propósito bien definido por parte del profesor.

4. 2. Análisis de las observaciones realizadas al maestro No. 2

Observación No. 1 Grupo No. 2

¿Qué es mas grande un entero o dos medios?

Comentario de indagación	Mo.	Dice nacho que es más mucho un entero que dos medios. ¿Tú que dices? Se refiere al A_1)
Pregunta		
	Ao.	Qué es más mucho…
Pregunta individual confusa		
Pregunta	Mo.	¿Tú dices que es más mucho un entero que dos mitades?...A ver vamos a comprobarlo (une las dos
Comprobación de respuesta.		mitades de papel, y le demuestra al niño su error). A ver Ismael pasa a escribir un medio (pasa el niño al
Participación individual correcta.		pizarrón y escribe una mitad).
	Mo.	¿Qué es esto?, ahí dice una mitad con letra…A ver Irene aquí esta cerquita, escribe una mitad con
Control.		número…Guarden silencio (el niño A_7 escribe $\frac{1}{2}$).
Explicación del ejercicio.		… Una mitad y también se le conoce como un medio…¿Quién puede pasar a escribir como se lee
Pregunta.		esto?...Si lo lees una mitad y escríbele una mitad…
	Ao.	Una mitad o un medio.(escribe delante de la fracción $\frac{1}{2}$,

		una mitad).
	Mo.	Cristian vete a tu lugar (...) ¿Qué opinan de lo que hizo Miguel? ¿Cuál de los dos esta correcto?
	Ao.	Los dos...
Control	Mo.	¿Porqué una mitad es igual a un medio?...Ahora vamos a suponer ¿Cuánto tengo aquí?
	Ao.	Dos medios ...
	Mo.	A ver tu niña Isabel pásale a escribir con número.
Respuesta global correcta.		(A_2 escribe 2/2 en el pizarrón) ...(el A_{11} pasa a escribir delante de 2/2 dos medios)
Confirmación de respuesta	Mo.	Vamos a suponer quisiéramos juntar este medio ¿Cómo lo vamos hacer?...Si yo quisiera pegarlos. pero así como lo escribieron ustedes en el pizarrón.
Pregunta.	Mo.	Haciendo una resta pudiera juntar...Dejen las naranjitas para la hora de recreo.(Llamado de atención)... No me he explicado bien por que no me han entendido...
Respuesta global correcta	Mo.	¿De qué estas platicando Pedro?
Participación del alumno	Ao.	De una pistola (...)
	Mo.	A ver Pedro tenemos dos mitades...A ver tengo aquí...
	Ao.	Un medio. (el maestro enseña las hojas divididas por la mitad).
	Mo.	¿ Y acá?...
Ejercicio	Ao.	Otro medio
	Mo.	¿Si yo tengo 2 mitades de naranja cómo las puedo juntar? Esta media naranja con esta media naranja me da...
Seguimiento del ejercicio.	Ao.	Un entero...

Análisis

En primer lugar, se demuestra que el maestro intenta que el alumno asimile la idea de equivalencia a través de la comparación *entero* y *dos medios*. En principio, el A_1 responde, pero su respuesta evidencia la carencia de conocimientos previos relacionados con el tema. El maestro recurre al recurso de la comprobación del ejercicio, tratando de encauzar el aprendizaje del alumno.

De hecho, el maestro propicia la participación del grupo y trata de que se mantenga la atención en la clase. Se nota que al continuar el trabajo a través de la participación de los alumnos, el tema se facilita a la hora de la clase, tal vez porque el maestro lo explica con demostraciones usando las hojas divididas para tal efecto, o quizá por la abundancia de interrogantes planteadas.

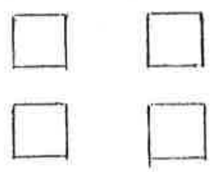
Da la impresión, de que la enseñanza del maestro gira en torno al cuestionamiento en busca de que el alumno reflexione lo que se le pregunta. Sin embargo, también se nota que no deja mucho espacio para que el alumno realice dicha reflexión, ya que un detalle que salta a la vista es que inmediatamente, el maestro quiere demostrar la forma correcta de efectuar el ejercicio, cabe aclarar que esta situación no se presenta de manera continua en el recorte de clase citado, pero tiene lugar en él.

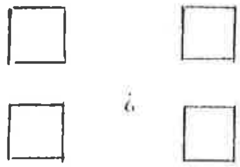
Respecto al aprendizaje del alumno, se observa que el maestro logra centrarlos en gran medida en el entendimiento de la equivalencia entero-dos medios; sin embargo, al final persisten dudas en el alumno dado el comentario siguiente del maestro: "*No me he explicado bien, porque no me han entendido*"

Observación 1 grupo 2

Buscando la igualdad a través de la comparación.

Pregunta.	Mo	¿Qué es más mucho un entero a tres cuartos?...¿Qué es más mucho $\frac{3}{4}$ o 1/1 ?
	Ao.	Es más mucho una mitad...
Pregunta.	Mo.	¿Cuál es más mucho el entero o tres cuartos?
Respuesta individual confusa.	Ao.	El entero...
Pregunta	Mo.	¿ Por qué?...A ver dejen de hacer ese ruido, acomódense donde estaban. (la A_{13} no contesta).
Respuesta individual correcta.	Ao.	Es más mucho un entero, por que le falta un cuartito...
Concluyendo...	Mo.	Entonces llegamos a la conclusión de que un entero es más mucho que tres cuartos.

	Mo.	Greisi, ¿un medio es más mucho que los tres pedacitos?.
		¿Cuál es más mucho los $3/4$ o un medio?
Respuesta individual argumentada.	Ao.	Los tres cuartos…
	Mo.	¿Por qué?
Confirmación de respuesta.	Ao.	Por que son tres pedazos…
	Ao.	Nomás por que mira que son tres pedazos, ya dice eso. (Acerca de lo que dijo Greisi)
Pregunta.	Mo.	Pero ya aclaró ella que un medio tiene dos pedazos y los otros son 3…¿Cómo pudiéramos representarlo con numero?…Levante la mano el que quiera participar, alguien que no haya participado.(pasa el A_{12})… Vamos a dibujar aquí esto…
Respuesta individual correcta Dibujo		
	Mo.	Ismael escribió con letra, ¿está correcto? (el niño
Respuesta individual confusa.	Ao..	(Escribió un cuarto).
		(pasa el A_7 y escribe):
Dibujo		 = 4/4
Pregunta de indagación	Mo.	¿ Por qué escribiste eso?
	A_7	Por que son 4 cuartos…
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	¿ A ver cuánto es aquí? (señala donde dice con letra un cuarto)(..) ¿Cómo pudiéramos sumarlos cuartos, así como sumamos los medios?
Dibujo.		 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$
Participación individual correcta.	Aos.	Un medio más un medio es igual a dos medios…
	Mo.	A ver vamos a leer la otro, ¿qué le falta?
		Vamos a poner el signo, el signo Nacho, el signo,… no sabe ni lo que estamos pidiendo. (el niño escribe

		el signo de interrogación).
Dibujo y representación convencional.		
Pregunta.	Mo.	¿De qué manera le pudiéramos hacer para juntar estos cuartos? (…).
Respuesta individual argumentada.	A_{18}	Así maestro…
Dibujo y representación convencional.		 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
	Mo.	Así lo vamos a dejar. ¿Mónica cómo lo leerías?
	A_1	Un cuarto
	Mo.	A ver todos
	Aos.	Un cuarto más un cuarto, más un cuarto; más un cuarto igual…
	Mo	A ver Isidro pásale (pasa el A_4 y escribe 4/4).
Participación del alumno. Respuesta individual correcta.		$\frac{1}{4}$+1/4+1/4+1/4 = 4/4
	Mo.	Pablo, ¿Cuál será más mucho, esta cantidad o ésta). Señala un cuarto y los cuatro cuartos) …

Análisis

La estrategia utilizada por el maestro basada en el cuestionamiento parece que despierta el interés del alumno desde que este lo hace buscando el confrontamiento para que se dé lugar a respuestas del grupo acordes a lo que se pregunta.

Por otra parte, la enseñanza del maestro en lo general, al parecer se satisface con respuestas correctas esporádicas, ya que por ejemplo: cuando el A_8 contesta acertadamente el maestro concluye que ese ejercicio ya ha sido entendido. Más adelante sucede algo parecido a lo comentado, esta vez apoyado en la participación del A_{14}.

Posteriormente, el maestro se aboca a tratar de que el alumno asimile el concepto de *cuarto* y *medio* como parte de un entero es decir, la relación parte todo apoyándose en el dibujo, esto de cierta manera parece desvinculado del tema inicial.

¿Se "comprenderá" el ejercicio en el grupo?

¿El maestro quedó convencido de lo anterior?

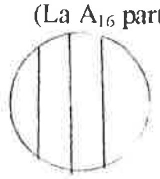
¿Se podrá sostener el "aprendizaje" del alumno en situación didáctica similares a las planteadas?

¿Tendrá que ver el cómo está aprendiendo el alumno para que el conocimiento le sea útil, duradero, o todo lo contrario?

Se han encontrado situaciones que tienen que ver con el aprendizaje, y se puede tener la impresión de que el alumno está aprendiendo, pero esto no es muy fácil de demostrarlo como atinadamente lo comenta Nunes y Bryant (1998). Debemos aceptar que cada sujeto reelabora su propio aprendizaje desde su propio mundo de significaciones (Remedi 1983). En el caso del aprendizaje de las fracciones no es la excepción, habrá alumnos que entendieron muy bien, mientras otros posiblemente no hayan entendido nada.

Observación 2 Grupo 2

Seguimos con reparto…

Ejercicio. Pregunta.	Mo	La mamá de Nacho trajo un pastel y lo va a repartir entre sus 4 hijos, ¿Cuánto le tocará a cada uno? … Vamos a ver ¿Qué harían en este caso si fuera la mamá de Nacho?.
Participación del alumno.		(A_6 pasa y dibuja un círculo representando el pastel). Repartir en pedazos.
	A_{17}	(La A_{16} parte el dibujo de la siguiente manera):
Dibujo.		

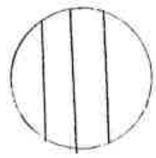
Pregunta. Mo. ¿Qué estas haciendo? ¡ah!,… lo estás partiendo de otra manera (se refiere a la A_3) (…) ya tenemos aquí

Seguimiento del ejercicio. el pastel, estuvo en lo correcto Karla en partirlo en 4 pedazos. Levante la mano el que este de acuerdo con esto.(se refiere al trabajo de la A_3)…¿Cuántos pedazos le tocarán a los hijos?.

A_3 4 pedazos…

Mo. A ver para un hijo, …éste para otro, otro y otro.

Dibujo.



Pregunta. Mo. ¿Cuánto le tocara a cada uno?

Respuesta global correcta. Aos. Un pedazo.

Mo. Dice Rosario que le toca un cuarto a cada uno, ¿está de acuerdo?

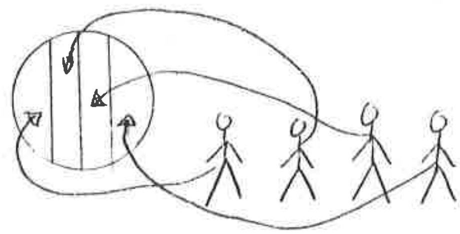
A_7. Sí, le toca un pedazo a cada uno…

Mo. ¿Cuánto le toca?

Respuesta individual correcta. A_7. Un cuarto

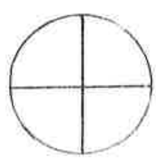
Mo. ¡Ah!, está partido en cuatro pedacitos…

Dibujo



Mo. A ver Elena, anota ahí en las rayita lo que le toca a cada uno (La A_6 anota $\frac{1}{4}$)…Muy bien alguien decía por ahí que el pastel podía dividirse en otra forma. Karla lo va a partir de otra manera (pasa la A_{15} y dibuja):

Dibujo.



Pregunta.

Mo. ¿Qué hizo Claudia?…

Respuesta global correcta. Aos. Lo partió en 4 partes…

Mo. ¿Cada parte qué es?…

	Aos.	Un cuarto…
Pregunta.	Mo.	¿Qué parte es esto Guadalupe?…
	A_{13}	Un cuarto…
	Mo.	¿Qué parte es esta Sergio?…
	A_{10}	Un cuarto…
	Mo	¿En cuántas partes partimos el entero?…
	Aos.	En 4 partes….

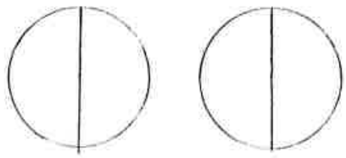
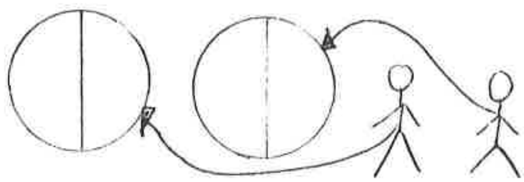
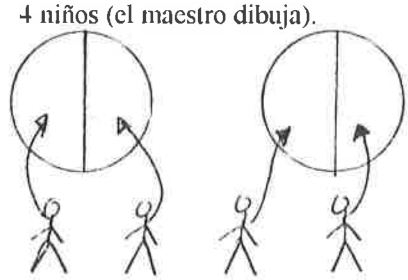
Análisis

El maestro inicia el ejercicio con un problema cotidiano e inmediatamente cuestiona al grupo, como invitándolo a la reflexión de la situación planteada. N_6 pasa y representa el pastel dividiéndolo en 4 partes, aunque no iguales al interior del entero tal vez realizó la actividad por el manejo de la idea de *pedazo* que pudiera ser un antecedente del concepto *fracción*. La forma de hacerlo hace que la representación no sea la más adecuada.

Más adelante se maneja la idea *cuarto*, pero se vuelve a la palabra *pedazo*, como no importando la igualdad de las partes, simplemente tomando como correcta la cantidad dada y el reparto realizado.

En otra parte de la actividad la división del entero se lleva a cabo atendiendo a la igualdad de sus partes al interior el mismo. Lo que hace pensar que los alumnos tienen conocimiento del concepto *cuarto*, *igualdad*, y *entero*. Sin embargo, sería difícil precisar el nivel de asimilación con el que cuentan, ya que la actividad realizada sólo es una muestra de la realidad que impera en el grupo.

Observación 2 grupo 2
¿Quién se comió las galletas…?

Actividad	Mo.	El papá de Luis fue al centro y compro dos galletas, las va a repartir entre sus 4 niños. ¿Cuánto le tocara a cada niño?…Lo que le toque, ¿De qué va a ser?.
	A_{18}	De galleta…
	Mo.	Son dos galletas atentos.
Respuesta individual correcta.		(El A_7 me muestra el cuaderno en donde tiene anotado: *le toca un medio a cada niño*) (…).
	Mo.	A ver ¿Quién quiere explicar el problema?
	A_9.	Yo…(La A_9 pasa y dibuja en el pizarrón).
Dibujo.		
	Mo.	¿Quieres explicar lo que hiciste?
Pregunta.	A_9.	Agarré las galletas y las partí por la mitad, y les di una mitad a cada niño.
Explicación individual de la actividad.	Mo.	A ver Javier explica lo que hizo Belen (pasa el A_{19} y dibuja en el pizarrón la siguiente).
Dibujo.		
Respuesta individual correcta	A_{19}.	A los 4 niños, les doy una mitad.
Observación del maestro.	Mo.	Belén lo hizo así, pero lo que no pensó ella es que eran 4 niños (el maestro dibuja).
Dibujo.		
	Mo.	Se te olvido que son medios, tú escribiste cuartos.(se refiere a la A_9).
	A_9	Maestro se me fue el rollo…

Análisis

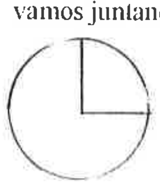
Primeramente, el maestro plantea un problema de respuesta al parecer enfocado a la elaboración de un proceso quizás simple pero al final constructivo, al menos se observa esa tendencia.

La A_9 da una idea precisa de reparto apoyada en el dibujo, el maestro indica a la explicación del ejercicio y aclara un pequeño error basándose también en el dibujo.

Se manifiesta en este ejercicio una intencionalidad didáctica encaminada a la construcción del conocimiento a través de la participación interesada del alumno plasmada en sus acciones, por ejemplo–el niño divide al entero en medios y de la idea de que el reparto es a cuatro niños, lo deja implícito aunque no haya la correspondencia de un medio a cada niño. Esta actividad, en cierto modo, ubica al niño en un nivel de conocimiento con relación al tratamiento de las fracciones. Hay indicios de un aprendizaje significativo.

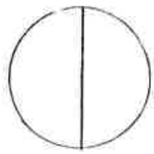
Registro 5, grupo 2

Cuartos y medios juntos.

Seguimiento del ejercicio.	Mo.	Bueno como les dije Panchita y José andaban ahí en la fiesta y después de que bailaron y les dieron pastel a cada uno le dieron un pedazo de pastel. José le dio a Panchita vamos juntando los pasteles.(…) Este era el pastel.
Seguimiento del ejercicio.		
Dibujo.		
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	Esto le toca a José (señala un cuarto del entero).
Interrupción.	A_2.	Profe el Martín les esta tirando bolitas a Panchita…
	Mo.	¿Cuánto creen que le dieron a Panchita? Yo creía que era sobrina de la de la fiesta y le dieron. 
Dibujo.		

	Mo.	¿Cuánto le dieron a Panchita?
	Aos.	Un medio…
	Mo.	¿Asi?

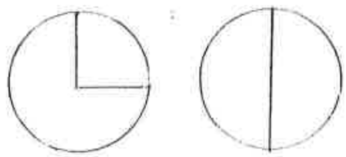
Dibujo y representación convencional.



1/2

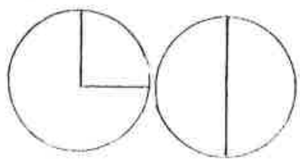
	Mo.	Dijo José que si lo juntaban.

Dibujo y representación convencional.



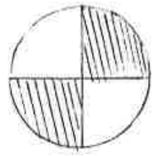
Pregunta.		1/4 1/2
	Mo.	¿Quién salió ganando?
Respuesta individual.	A_1	José
Pregunta.	Mo.	¿Por_qué?
Respuesta individual incoherente.	A_{11}.	Por que él tenía menos…
	Mo.	Entre los dos ¿Cuánto lograron reunir?…
	A_2.	Un cuarto y medio.
	Mo.	Si en 4 partes lo partimos son cuartos, si lo partimos en 8 partes son octavos…¿Cuánto lograron reunir?
Respuesta individual confusa.	A_2.	Tres cuartos.
	A_{15}.	Un cuarto y medio.
Explicación del ejercicio.	Mo.	Se puede leer tres cuartos, este lo vamos a partir.
	A_{15}	En cuartos.
	Mo	Y esto se convierte en tres cuartos.

Dibujo y representación convencional



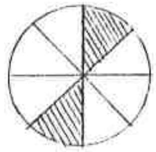
1/4 + 1/2 = 3/4

	Mo.	Andaban en la fiesta también Greici y Martín y a ellos también le dieron su parte de pastel entonces ellas pensaron lo mismo…¿Qué pensaron? (nadie
	Mo.	contesta)…Vamos a ver, de este pastel; a Greici del dieron:



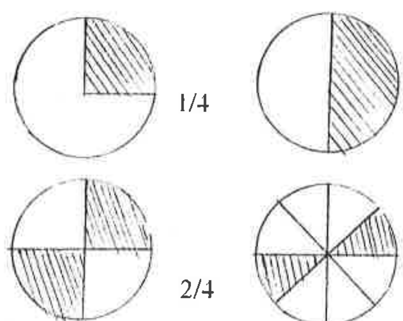
= 2/4

	A_{10}	Dos cuartos…
	Mo.	Vamos a ver, ¿y a Martín?.



= 2/8

Pregunta de indagación	Mo.	¿ A quién le darían más? a Greici o a Martín…A Martín, ¿Cuánto le dieron?
	Aos.	Dos octavos…
	Mo.	¿ Y a Greici?
	Aos.	Dos cuartos.
	Mo.	Levante la mano los que digan que a Greici le dieron más (todos la levantan)…José, ¿Me puedes explicar?
	A_{14}.	Dos octavos a Martín …(no continúa explicando)
	Mo.	Bueno los pedacitos son más chiquitos no se dejen engañar por el número que ven aquí *2/8* (…) ¿A quién le toca más pastel de las dos parejas? Vean los dibujos.



1/4 1/2 = 3/4

2/4 2/8 =

	A_2	Profe yo sé cuanto es…
	Mo.	¿Cuánto es?
	A_2	Son igualitos (…)
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	Dice Yovany que el toca más a Greici y a Panchita.
Explicación individual.	A_8	La parte por la mitad a Panchita y a Greici y le queda lo mismo a las dos…
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Magdalena dice que es igual. Alberto dice que les tocó lo mismo. Rosario dice que igual Guadalupe

dice que José y Panchita (...)

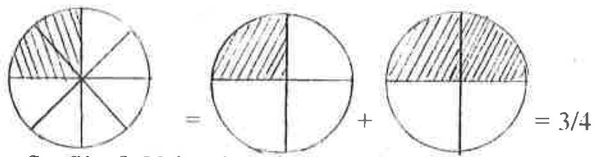
Respuesta Correcta

A_2 Por que dos octavos son igual que un cuarto y acá tengo 2 cuartos. Entonces son 3 cuartos...

Mo. A ver ¿qué dijo el niño? (señala al A_{18}) párate aquí para que escuches...

A_2 Mire aquí dos octavos es igual a un cuarto y estos dos cuartos son tres cuartos.

Dibujo y representación convencional correcta.



Mo. ¿Se fijan? Valen lo mismo y tienen lo mismo las parejas.

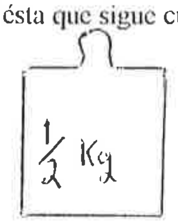
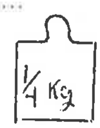
Análisis

El maestro inicia el ejercicio con un problema de la cotidianeidad apoyado en el dibujo y cuestionando al grupo, con la intención de darle seguimiento a la actividad que transcurre al principio sin que los alumnos presenten dificultades. El problema tiene lugar cuando el maestro pregunta: *¿entre los dos cuánto lograron reunir?* Las respuestas son en general confusas, fuera un tanto de lugar; de ahí la explicación a la connotación dada. El A_2 responde adecuadamente, sin embargo su contestación no impacta al grupo. El maestro se centra en demostrar el ejercicio y tácticamente lo deja por entendido y pasa a otro ejercicio parecido en donde vuelve a utilizar el dibujo como auxiliar y fracciones con distinto denominador, aquí podría radicar el conflicto del alumno puesto que puede contar con la idea de agrupar fracciones pero con igual denominador, pero cuando se trata de trabajar con fracciones de diferente denominador se evidencia el hecho de que requiere de más conocimiento, o los conocimientos previos que posee le son insuficientes. Otra situación más que tiene lugar es la del concepto del *denominador,* dado el comentario del maestro. *Bueno los pedacitos son más chiquitos, no se dejen engañar por el número que ven aquí. Se refiere a la fracción 2/8*, y específicamente al denominador ocho, ya que para el alumno, el número ocho es mayor que 2 y 4, desde sus conocimientos previos. Lo que no sucede en el caso de las fracciones. Parece que el abordaje que el maestro hace tiene rasgos de eficacia al ir conduciendo al grupo hacia el análisis de la figura y descubriendo la relación entre ambas fracciones.

Quizás la tenacidad del maestro lleva al alumno a ofrecer respuesta correctas. Sin embargo, también se aprecia poco conocimiento del maestro o cuando menos no se tiene una idea precisa de la didáctica a emplear; ya que el docente no deja grandes espacios para la reflexión de las preguntas, se empeña de manera muy insistente en encauzar los resultados. Al final concluye el ejercicio y de acuerdo a su comentario *¿se fijan? Valen lo mismo, tienen lo mismo las parejas*, lo que lo hace suponer que el tema fue comprendido. El ejercicio parece muy complicado para el alumno tal vez, por que no coincide con su nivel de madurez intelectual.

Registro 6, Grupo 2

"Hay kilos y medios kilos… "

	Mo.	¿Quién conoce estas pesas? (refiriéndose al dibujo hecho en el pizarrón) ¿Cuánto pesa?…
Dibujo.	A_{18}	Un kilo…
	Mo.	No oigo.
Respuesta global correcta.	Aos.	Un kilogramo.
	Mo	¿Y ésta que sigue cuánto pesará?
Dibujo.		
	Aos.	Medio kilogramo…
	Mo.	Podemos hacer un más chiquita…¿Cuánto pesará?
	Aos.	Un cuarto….
	Mo.	¿Así?. 
Dibujo		

	Mo.	Un kilogramo. ¿Cuántos gramos tiene?
Respuesta individual correcta.	Aos.	1000…
Pregunta.	Mo.	Muy bien ahora Martín, ¿Cuánto pesará esto de medio kilogramo (se refiere al A_4).
Respuesta individual confusa.	A_4	Un medio…
Respuesta dada por el maestro. Pregunta.	Mo.	Por que un medio, por que esto es mil y por lo tanto, la otro pesará 500 grs…A hora, ¿la de un cuarto de kg. Es igual?…….a 250 grs. (…)
	Mo.	A hora ya sabemos que un medio vale 500 grs. Y que un cuarto vale 250 grs. El problema fue cuando
	Mo.	la niña leyó: Luis compro un kilogramo de:
	A_{11}	De chicles…
Confirmación del ejercicio.	Mo.	No están poniendo atención. La pregunta que le hacían a la niña que no podía contestar era, ¿cuántos gramos compró?
	Mo.	A ver Nacho de acuerdo a la pregunta. ¿Cuántos gramos compró en total? (se refiere al A_7)…no le digan…
Respuesta individual.	A_7	Ciento doce gramos por todo…
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	No, no…
	A_{17}	Yo le saque 100.
	Mo.	Ofelia esta de acuerdo con la respuesta (se refiere a la A_{16}).
	A_{16}	Lo veo mal, no lo sumó (…)
	Mo.	Yo pienso que Ofelia no había visto esto a ver Panchita…
	A_9.	Mil gramos…
	Mo.	¿Cuántos serán en total?…
	A_{13}	Mil quinientos gramos …
	A_3	Ya lo saqué….
	A_{11}	Ochocientos cincuenta……

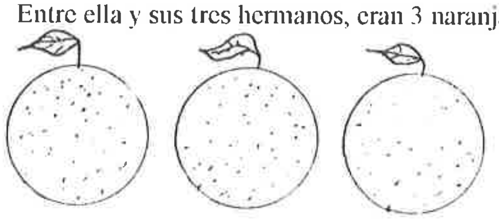
Análisis

El maestro inicia el ejercicio con un ejemplo que tiene que ver con las actividades cotidianas del alumno, y se apoya en el dibujo. Se observa al principio que el alumno no tiene grandes dificultades para contestar correctamente los cuestionamientos hechos. Para aprender en referencia al entero no tiene problemas éstos empiezan cuando pregunta el maestro en relación al medio y sin preocuparse al parecer por implementar una estrategia didáctica que logra motivar a la construcción del conocimiento por parte del niño, explicar la respuesta. No se destaca la existencia de respuestas acertadas, pero tal vez son producto de la directividad del maestro. La clase se pierde al parecer en constantes confusiones del alumno. Al final surge como ya es notorio en este tipo de trabajos, una especie de adivinanza en la respuesta de los alumnos, lo cual demuestra que existe confusión en sus apreciaciones.

La situación de clases observada es típica del trabajo cotidiano del maestro, inicia con el proceso de explicación, luego le siguen una serie de preguntas y respuestas, para tratar de ubicar al grupo en el contenido escolar.

Registro 7 grupo 2

¿Cuánto le toca a cada uno?

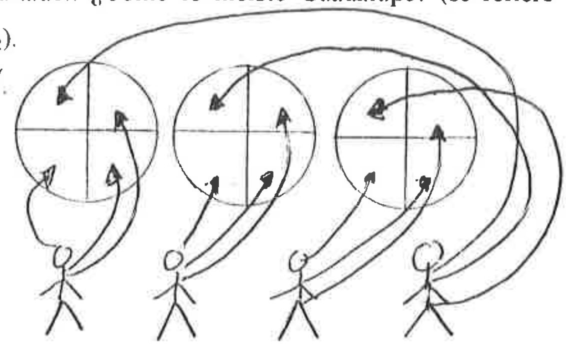
Respuesta individual.	Mo.	Ofelia quiere repartir tres naranjas entre sus tres hermanos, ¿Cuántos hermanos tiene Ofelia?
	Ao.	Tres hermanos.
	Mo.	Entre ella y sus tres hermanos, eran 3 naranjas.
Dibujo.		
Explicación del ejercicio y pregunta.	Mo.	Háganlo tienen que ser partes parejas ¿Cuánto le tocó a cada uno?
Respuesta individual correcta.	A_8.	En cuartos.
	Mo.	Esto se puede dar como proceso, aunque este ejemplo no viene en el libro.
	A_2.	4 pedazos a cada uno.
	Mo.	Claudia ya lo resolvió (se refiere a la A_{15})... Vean en cuántas partes van a dividir el entero.
Respuesta individual confusa.	A_8.	Son tres.
	Mo.	No son cuatro, voy a dibujarle aquí a los niños.

Explicación del ejercicio.

Mo. Tienen que ser las mismas partes para todos...A ver Guadalupe lo va a explicar por que trajo correcto el resultado.. ¿Cómo lo hiciste Guadalupe? (se refiere a la A_{12}).

Así.

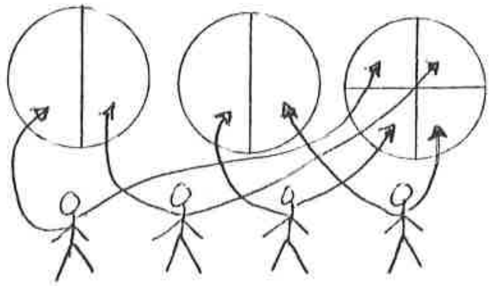
Dibujo.



Mo. (va señalando un cuarto para cada niño) (...).

A ver Gilberto, vean lo que está haciendo Gilberto.

Dibujo.



Análisis

En este ejercicio, nuevamente el maestro se apoya en el dibujo y utiliza un ejemplo común, el de los naranjas, común en el sentido de que todos de alguna manera relacionan este objeto con alguna actividad cotidiana.

El maestro va dirigiendo la actividad, pero no le dice concretamente al alumno que es lo que debe hacer para resolver la situación problemática planteada.

Se puede observar en este fragmento algo muy interesante. El niño es capaz de construir su conocimiento si se le propicia una ayuda adecuada para ello, como lo manifiesta el A_{12} y A_{11}. En esta actividad resuelta por parte de estos alumnos se refleja un proceso en la adquisición del conocimiento, vemos pues como el A_{12} hace una relación correcta con el total de niños y las partes iguales a repartir, nada más reparte partes iguales a los niños pero utilizando medios y cuartos. De aquí la idea de la existencia de distintos niveles de conocimiento con referencia al aprendizaje de las fracciones.

¿Hasta donde la pista indica al proceso o evidencia claramente lo que tienen que hacer los alumnos sin razonarlo pudiéramos decir?. Habría que ser muy cuidadoso en la forma de plantear la enseñanza.

Registro 8 grupo 2 fragmento 1

¿Nos va a poner de Doña Lolis que no sabía sacar cuentas?

Introducción del ejercicio. — Mo. ¿Saben por que no viene la señora a vender? por que no sabe hacer cuentas (el maestro hace la siguiente tabla en el pizarrón).

Dibujo y representación convencional.

Kilo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Medio kilo	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Cuarto de kilo	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Mo. El otro día Doña Lolis me estaba preguntando, me estaba diciendo que si un kilo de lo que traía ¿a

Mo. cuántos medios kilogramos equivaldría?

A$_1$. Nos va a poner de Doña Lolis que no sabía sacar cuentas.

Seguimiento del ejercicio. — Mo. La pregunta de Doña Lolis era que ella traía un kilo de viejitas, pero no sabían cuantos medios kilos podía acompletar ...¿Cuántos medios kilos acompletaría?...

Respuesta global confusa. — Aos. Dos kilogramos...

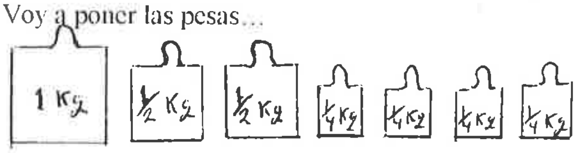
Respuesta individual correcta. — A$_{16}$. Dos medios Kg.

Mo. Y si convirtió Doña Lolis ese kilo que traía ¿Cuántos cuartos le salieron?...

Aos. Cuatro cuartos...

Mo. Voy a poner las pesas...

dibujo



Pregunta.	Mo.	¿Esto qué es? (señala la pesa de 1 Kg.)
Respuesta global correcta.	Aos.	Un kilogramo.
	Mo.	¿y estos dos, a cuántos equivalen? (señala las pesas de medio Kg.)
Respuesta global correcta.	Aos.	A un Kg.
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	¿y estas cuatro? (señala las pesas de un cuarto de Kg.).
	Aos.	A un Kg.
	Mo.	Para ayudarle a Doña Lolis, le hicimos esta tablita, ¿cómo la leeríamos Samuel ?

Dibujo y representación convencional.

Kilo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Medio kilo	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Cuarto de kilo	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Respuesta individual.	A_3.	Un kilo, y dos medios kilogramos y cuartos de kilogramo.
Lectura del ejercicio.	Mo.	A si lo leyó Doña Lolis, a ver todos un kilogramo es igual a dos medios de Kg. Y a cuatro cuartos de kilogramo (todos leen junto con el maestro) (…). Nacho, si ella dijo que tenía un Kg. Es igual:
	A_{12}	A dos Kg. (…)
	A_{13}	Medio Kg.…
Pregunta.	Mo.	¿Un medio Kg. Es igual que medio Kg.?
Respuesta individual confusa.	A_{13}.	A dos medios Kg.
	Mo.	A ver Adilene, dos kilogramos.
Respuesta individual confusa.	A_6	Como ahorita, ay profe...
	Mo.	A ver Cristian.
Respuesta individual correcta.	A_{11}	Dos kilogramos igual a dos cuartos a no que diga a dos medios.
	Mo.	A ver vamos a escuchar a Rosario.
Respuesta correcta	A_4	Dos kilogramos es igual a 4 medios de kilogramo y 8 cuartos de kilogramo…

Análisis

Lo primero se muestra un tipo de enseñanza directiva apoyada en una tabla, si se le da seguimiento al ejercicio enteros, medios y cuartos relacionados con el kilogramo los alumnos repiten lo que el maestro predeterminadamente espera, al menos así parece. No se denota la presencia de aprendizajes significativamente. Más bien el alumno parece estar sometida a la enseñanza del maestro, ejemplo : *"a ver todos, un kilogramo es igual a dos medios de kilogramo y a cuatro cuartos de kilogramo"* (todos leen con el maestro). Esta información la va obteniendo de la tabla, la cual le sirvió de base para el ejercicio. Lo mejor pudo haber sido que los alumnos por sí mismo establecieran las equivalencias.

Registro 9 grupo 2 fragmento 1

¿Qué es lo que pretendemos lograr?

Iniciando el tema...	Mo.	Miren lo que les decía, parece que es cierto lo que comenté al principio, a veces voy a comprar mandado: me da 1/2 Kg. De azúcar, me da 2/4 de frijol, y si lo junta, ¿Cuánto es? ¿Quién pasa a escribir un medio de azúcar?
	A_4	1/2 de azúcar (...)
	Mo.	¿Qué es lo que pretendemos lograr?
Respuesta individual correcta.	A_{15}	Juntar los cuartos de azúcar con el medio de frijol, pero aparte vamos a tratar de juntar diferentes cosas (...).
	Mo.	Miren los va a juntar Miguel (pasa el N6).
Representación convencional.	A_6	Ya profe... 1/2 + 1/4 + 1/4 = ...
Pregunta.	Mo.	¿Cómo le hago para unirlos, tengo que sumarlos uno + uno + uno, me daría tres medios + cuarto + ¿cuarto se puede juntar?
	Aos.	Sí...
	A_7.	No...
	Mo	¿Cómo le puedo hacer?
	A_5.	Una cuenta (...).
	Mo.	¿Qué les parece si esto lo convierto a cuartos? ¿Cuántos cuartos tiene un medio?
Respuesta global confusa.	Aos.	Dos cuartos...
	Mo.	Dos cuartos ó...
	Aos.	Un medio...
Pregunta.	Mo.	¿Ahora que puedo hacer? 1/4 +1/4=...¿juntar qué?
	Aos.	Los cuartos de frijol.
Demostración del ejercicio	Mo.	¿Asi?... 1/4 +1/4+1/4+1/4= ... Ahora ya tengo

Pregunta y demostración del ejercicio.		puros cuartos ¿y ahora que hago?
	A_2.	Contarlos.
	Mo.	Un cuarto más un cuarto…
Respuesta global correcta.	Aos.	Dos cuartos.
Pregunta.	Mo.	¿Más un cuarto…?
	Aos.	Tres cuartos.
	Mo.	¿Más un cuarto…?
Respuesta global correcta.	Aos.	Cuatro cuartos…
Demostración del ejercicio	Mo.	Ahora si nos da un entero. 1/4+1/4+1/4+1/4=4/4=1

Análisis

El maestro trata de involucrar a los alumnos en la suma de fracciones de distinto denominado, lo que al parecer le resulta una tarea muy difícil y opta por demostrar el ejercicio haciendo que los alumnos sigan sus indicaciones, tal vez hizo tal cosa pensando que así se llegaría más rápido al resultado o porque de alguna manera no supo despertar el interés de los alumnos en la clase, o porque los conocimientos previos del alumno no le eran suficiente para entender el tema en cuestión.

Registro 9 grupo 2 fragmento 2

¿Cómo se llama el de arriba y cómo se llama el de abajo?

	Mo.	Muy bien, miren, ¿saben como de llama este número de arriba?
Respuesta global negativa.	Aos.	No.
Respuesta dada por el maestro. Explicación de respuesta dada por el maestro.	Mo.	Vamos a ponerle nombre, se llama numerador, y el de abajo, se llama *denominador*…Fíjense bien, el denominador dice en cuantas partes esta dividido el entero, y el numerador me dice cuantas partecitas tengo…¿Cómo se llama el de arriba?
	Aos.	Numerador.
Pregunta.	Mo.	¿Y el de abajo?
	Aos.	Denominador.

Análisis

Este ejercicio de cierta forma pone de manifiesto que no hay un seguimiento lógico en torno a la enseñanza de las fracciones, desde la idea de que conceptos tales como numerador y denominador debieron haberse tratado mucho antes de involucrar a las fracciones en diversas situaciones didácticas como se puede observar en fragmento de clases anteriores.

Aún más, la enseñanza de dichos conceptos se lleva a cabo de manera tradicional en el sentido de que el maestro informa, y el alumno pasivamente recibe.

Registro 10, grupo 2

Dice Luis Alberto que no está correcto…

Ejercicio.	Mo.	Vamos a ver frutas, un niño trajo una piña, un niño trajo una naranja; otro niño trajo un plátano y otro un mango, otro un limón ¿otro qué tengo?
Respuesta individual.	Aos.	Un fresa.
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	Falta un pepino y por último una lecherita (en total habla de doce).
Dibujo.		
	Mo.	Quiero decirles que de esas cosas se consumió un medio. ¿Quién pasa a encerrarme las que quedaron?
Participación individual confusa.		(pasa el A_2 y encierra 5 cosas, tal vez lo hizo por el ejercicio anterior)
Pregunta.	Mo.	¿Esta correcto?
	A_{18}.	No.
	Mo.	Dice Luis Alberto que no está correcto…Pásale. (pasa el A_8 y encierra 6 cosas)
Comentario para conflicto.	Mo.	Entonces quiere decir que un medio del total que son 12 son…
Participación individual correcta.	Aos.	Seis…
	Mo.	Pero las dejaron para el siguiente día y dijeron los

Confirmación de respuesta.		niños: *vamos a comernos un medio de lo que les quedó.* (borra 6 cosas del frutero)... De lo que nos quedó, vamos a consumir un medio de lo que les había quedado. ¿Cuánto les quedaría?
Respuesta global correcta.	Aos.	Dos.
Seguimiento del ejercicio.	Mo.	Pero consumieron cuánto, entonces nos quedaron seis, ahora si consumieron un medio de lo que les había quedado ¿Cuánto les quedó?
	A_3	Le quedarían tres...
	Ao.	Le dijeron...
	Mo.	No queremos un medio, lo que queremos es un cuarto.

Análisis

Parece adecuada la forma como el maestro trabaja la idea de medio y cuarto a partir del entero (todas las frutas) el grupo no parece tener dificultad para compenetrarse con la clase sobre todo con el concepto medio, donde quizás faltaron explicaciones, pistas, etc.; fue el concepto cuarto.

Los cuestionamientos del maestro, guardan cierta idea de crear un conflicto en el alumno para que éste por sí sólo descubra el conocimiento, ejemplo: "*dice Luis Alberto que no está correcto*".

Sin embargo, da la impresión de que el maestro no se atreve del todo a implementar estrategias didácticas de corte constructivista, ofrece pequeñas pinceladas de ella como se muestra en este fragmento de clase y en algunos otros anteriores.

Registro 10 grupo 2

¿Por último Cuartos. uuuf...?

	Mo.	En base a lo que hemos analizado y quiero que vean lo siguiente: Los jugadores de béisbol llevaron
Dibujo.		

Seguimiento del ejercicio y pregunta.	Mo.	Cuatro pelotas…A la hora de irse, los jugadores, uno de ellos dijo: *yo me voy a llevar un medio.* ¿Cuánto se llevaría Nacho?…
Respuesta individual incorrecta.	A_7.	Dos…
Pregunta.	Mo.	Y si se hubiera llevado un cuarto, ¿Cuánto se llevaría?
	A_7.	Las cuatro….
	Mo.	¿Cuánto te llevarías César si te llevaras un cuarto? (no contesta el A_{10}).
Respuesta del maestro.	Mo.	El se llevaría una, fíjate bien…Oigan y si Martín se llevara un medio ¿Cuánto se llevaría?
	Aos.	Dos.
Pregunta.	Mo.	Arturo tú dices que una. ¿por qué?
	A_3.	Por que son 4 …
	Mo.	¿y si se llevaran un cuarto?
	A_3.	Media pelota.
	Mo.	¿Esta correcto lo que dice Arturo?
Respuesta global correcta.	Aos.	No
Pregunta.	Mo.	¿Por qué?
	A_{11}	Por que son 4 y cada pelota es un cuarto.
	Mo.	Algunos me doy cuenta que no han aprendido nada …

Análisis

El maestro inicia la clase apoyándose en el dibujo, de hecho el ejercicio se centra en los conceptos *medio* y *cuarto* tomando como base el entero, en este caso cuatro pelotas.

Es interesante la forma como plantea las preguntas, parece ser que intenta propiciar el conocimiento. Sin embargo, se aprecia gran dificultad en los niños por entender el tema, lo que se demuestra de alguna manera en la respuesta que ellos brindan a cada pregunta del maestro, quien a su vez trata de centrar la atención con expresiones tales como: *"él se llevaría una, fíjate bien"*. El alumno confunde el cuarto cuando lo tiene que obtener de una situación didáctica como lo planteado, al menos eso es lo que se evidencia, ejemplo: *"y si se hubiera lleva un cuarto, ¿cuánto se llevaría?"*. A_7: "*Las cuatro*". *"Y si se llevara un cuarto"* A_3: "*Media pelota*".

Por otra parte, no se está descartando la no existencia de respuestas correctas e incluso bien argumentadas, por ejemplo; A_{11}: *"por que son cuatro y cada pelota es un cuarto"*. Este tipo de respuestas nos muestra en cierta forma que el niño es capaz de originar sus propias conclusiones, que cuentan con capacidad propia para razonar el conocimiento, sin embargo algo falla en la mayoría de los estudiantes; cuestión que deja ver claramente las dificultades por las que atraviesan tanto los alumnos para aprender matemáticas, como el profesor para enseñarlas; la enseñanza y aprendizaje de las fracciones no escapa a este hecho.

4.3. Algunas consideraciones de las aportaciones de las entrevistas a los profesores 1 y 2.

La entrevista que se aplicó a los profesores observados, tuvo la intención de corroborar o contrastar algunas de las actuaciones que se reflejaron en las observaciones. La opinión de los maestros se presenta de manera extractada en este apartado.

De hecho se incluye la entrevista etnográfica sin pretender un rigor exhaustivo en su abordaje, sino que se recurre a ella con la idea de realizar una especie de contraste entre las afirmaciones que pueda sustentar el investigador con base en las observaciones y la opinión de los maestros involucrados que den cuenta de sus acciones en el aula.

Pregunta	Respuestas maestro No. 1	Respuestas maestro No. 2
1.- ¿Me puedes describir con tus propias palabras lo que entiendes por *fracción?*	*"Contenido o actividad para una clase de quinto o sexto grado".*	*"Son situaciones de reparto, dividir. Son situaciones de aprendizaje, que mal encaminadas su aprendizaje se torna muy difícil.*
2.- ¿Crees que es importante la enseñanza de las fracciones en el tercer año de primaria?	*"Si, porque son un contenido que se tiene que realizar pensando que se tienen que utilizar en un presente o en un futuro"...*	*"Las fracciones pueden derivar otro tipo de algoritmos o de operaciones. Por ejemplo, la división".*
3.- ¿De qué manera abordas la enseñanza de las fracciones, es decir qué método utilizas?	*"Primero observo que nociones tienen los alumnos acerca de las fracciones se hacen ejemplos en el pizarrón, de reparto en partes iguales y en problemas.*	*"Un problemas de la vida diaria y después con material concreto. Por ejemplo, una hoja doblada y después y después con cuartos y continuamos doblando"...*

4.- ¿Crees que influye la enseñanza tradicional en tu forma de trabajar los contenidos de las fracciones?	*"Tiene algo que ver pero no de la misma forma. Ahora se pretende que el niño llegue solo al conocimiento".*	*"Influye, pero no todo lo tradicional es malo, si retomas ideas buenas de lo tradicional aplicadas a la vida práctica del alumno, puedes tener buenos resultados, pero si retomas lo tradicional en el sentido mecánico los alumnos se forman pasivos."*
5.- Ya que tocas el tema, dime, ¿Qué entiendes por constructivismo?	*"Que el niño tiene que aprender por sí solo. Por ejemplo a dividir en una situación de reparto en partes iguales"*	*"Cuando el niño construye su propio trabajo, que divide, que parte un material determinado"*
6.- ¿Crees que es cuestión de estrategia el que las fracciones se asimilen de una determinada manera?	*"Sí, porque hay maestros que tienen mejor o peor estrategias para manejar el contenido de las fracciones"*	*"Sí, porque depende de las estrategias. Pero no debemos basarnos en una sola estrategia"*
7.- ¿Qué factores crees que inciden mayormente para que el niño no aprenda las fracciones adecuadamente?	*"El poco interés del niño hacia ellas, porque no sabe en qué las va a utilizar, la forma de plantear las fracciones por el maestro tal vez no sea de interés. Si tú le traes material, un dibujo, dividido en partes iguales y le explicas... "*	*"La forma de enseñanza, pocas bases de los grados inferiores, muchas veces el maestro del grado anterior no se preocupa porque los niños consoliden el aprendizaje de las fracciones"*
8.- ¿ Qué lugar ocupan las fracciones con relación a la importancia que le atribuyes en el contenido escolar?	*Por ser de matemáticas lo tomaría como un punto importante de la misma materia.*	*"Cómo un eje más que se debe de dar".*

Análisis

Como se puede constatar en la respuesta de los maestros podemos extraer las siguientes cuestiones:

El maestro No. 1, propone que las fracciones deben de iniciarse partiendo de un problema de la vida diaria, por ejemplo de un problema de reparto y además, utilizando material concreto. Además de lo anterior considera que la enseñanza de las fracciones debe de apoyarse en diferentes situaciones a favor de la construcción del conocimiento por parte del niño. Reconoce a las fracciones como un tema difícil cuando éste es mal abordado por el maestro en su enseñanza. Retoma elementos de la enseñanza tradicional, pero sin entrar en precisiones. Reconoce además, que actualmente hay una búsqueda de nuevas formas de enseñanza, pero no muestra su posición al respecto.

El maestro No. 2, en sus aseveraciones, cae de cierta forma en una contradicción. Ya que por un lado nos habla de que hay que apoyarse en los conocimientos previos del niño al proponer ejercicios de reparto en partes iguales y que además logre construir sus propios conocimientos. Admite que para lograr resultados, las estrategias juegan un papel importante en la enseñanza. Por otro lado admite que no todo lo tradicional en la enseñanza es malo. Acepta además, que para motivar al niño se debe de manejar el material concreto. Reconoce que las fracciones son parte importante de las matemáticas, por lo que deben de enseñarse adecuadamente.

Podemos afirmar que tampoco entra en precisiones en sus respuestas, más bien se sitúa en una posición contradictoria respecto a su enseñanza; si bien es cierto, el reconocimiento de los chicos mejora y pueden resolver un problema con fracciones cuando aparece el dibujo del objeto cortado en porciones. Pero cuando tienen que hacer las operaciones sin imágenes, se les complica el panorama: *"La enseñanza de las fracciones está muy ligada a la imagen"*.(Lanza, 1993: 14). Hay que reconocer que a medida que los alumnos avanzan en la escuela van arrastrando lo que no saben. Los docentes enseñan la parte del programa que les corresponde sin tener en cuenta que no hay dónde apoyar los nuevos conocimientos en el niño.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS GENERAL DE RESULTADOS

En este apartado, se representa un análisis general acerca de los resultados más representativos surgidos de las observaciones presentadas en el apartado anterior.

Se juzga pertinente ofrecer una especie de seguimiento de las acciones de los sujetos participantes en el problema que nos atañe, con el propósito de ir paulatinamente esclareciendo el tipo de implicaciones que tienen, tanto el maestro como los alumnos, con relación a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

En los primeros análisis realizados en torno a los fragmentos de información número 1, específicamente en relación a las categorías: *comparación* entre un medio un entero y la noción de cuarto. La enseñanza aparenta inducir al alumno al proceso de construcción del conocimiento, incluso el maestro apela a los conocimientos previos del alumno cuando manifiesta *"¿quién me dice que recuerda acerca de las partes de las cosas?"*. La enseñanza y el aprendizaje con relación a las fracciones parece "productiva", al menos así se muestra en la parte de la observación citada.

Partiendo de la consideración que por ser la primera observación el análisis, esta enmarcado por la especulación, consideramos difícil pensar en que el conocimiento trabajado sobre fracciones, se sostenga en situaciones didácticas diversas sobre lo mismo, si el maestro no busca consolidar estos aprendizajes involucrando al alumno en dicha situaciones.

Al respecto se notan ciertas similitudes con el trabajo de Nunes y Bryant (1998), quienes manifiestan que las apariencias en relación a las fracciones son engañosas. En ocasiones los alumnos parecen entender totalmente algunos aspectos sobre fracciones, pero pasa todo lo contrario. Por ejemplo en la observación número 2, reafirmando la *noción de cuarto*, el maestro demuestra la razón de las participaciones de los alumnos sumando cuarto más cuarto hasta llegar a cuatro, más adelante el maestro pregunta "¿será el mismo pastel éste y éste?" señala la parte de piña y coco, la mayoría de niños del grupo responde que no, sin embargo las fracciones son equivalentes. Esto deja entrever la fragilidad de las adquisiciones de conocimiento que hace el niño respecto con las fracciones. Más adelante se encauza a los niños hacia las respuesta correcta por otro alumno, lo cual no significa que se haya comprendido la idea.

El fragmento del registro número 3, grupo 1, referente a la noción de *equivalencia*, viene a corroborar la idea de lo engañoso del aprendizaje de las fracciones ya que habiéndose trabajado en el registro número 1, la noción de medio y cuarto y reafirmarse la fracción cuarto en el fragmento de la observación número 2, al trabajarse como elementos que pueden ser *equivalentes*, los alumnos no comprendieron la clase, hasta que el maestro se las demostró apoyándose en el dibujo. El concepto de equivalencia quedó ausente.

La demostración del ejercicio tiene que ver en cierta forma con el enfoque conductivista , que de acuerdo con Skinner (1970), dicha tendencia gira entre otras cuestiones en buscar respuestas observables. Transpolando esto nos referimos al maestro que busca predeterminadamente respuestas en el alumno que le demuestren aprendizajes acordes con su estilo de enseñanza.

Cuando el maestro vuelve a retomar el concepto equivalencia en otro fragmento de la observación número 3, grupo 1, opta por partir de un ejemplo y con base en él, apoyándose en una tabla, el maestro dirige la actividad, pregunta y el alumno responde en base a sus indicaciones. Como si existiera una especie de compromiso entre ellos para hacerlo, esta situación nos remite a las ideas de Brousseau (1988) quien manifiesta que entre el maestro y el alumno existe un tipo de contrato didáctico en el cual el maestro se compromete a enseñar contenidos e informarlos, y el alumno a recibirlos pasivamente como argumenta Remedi (1988) el alumno responde como una especie de espejo que le devuelve la imagen.

En el fragmento de análisis de la observación número 4, grupo 1, se denota el esfuerzo del maestro para guiar a los alumnos hacia el objeto de conocimiento con la unidad de longitud el metro.

El maestro justifica su actividad con dos o tres participaciones individuales concretas se evidencia en este fragmento que no se crearon las condiciones más o menos propicias respecto al planteamiento del ejercicio. En alusión a esto Parra (1994) propone en su modelo llamado aproximativo (orientado a la construcción del conocimiento) que al alumno se le deben de presentar una serie de situaciones de enseñanza con diversos obstáculos, en donde el maestro se convierta en un regulador y organizador de la clase en espera del momento propicio para ofrecer al alumno cuestiones formales del conocimiento (terminología, ideas en relación a la estructura de un tema etc.).

En el fragmento de observación número 4, grupo 1, parte 2, así como en la primera parte del registro 5, del mismo grupo suceden situaciones similares a la anterior citada. El maestro intenta que el alumno construya el conocimiento, pero se impacienta por así decirlo y opta de alguna manera por demostrar el conocimiento. La estrategia de enseñanza utilizada por el maestro no está definida.

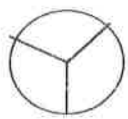
En los fragmentos de la observación 6, se denota con gran claridad que el maestro dicta las reglas de la clase, explica, el alumno responde de acuerdo a la pretensión del maestro. Las sugerencias y las preguntas son demasiado evidentes y el alumno tiene poco margen de error. El maestro se nota muy recurrente en sus explicaciones, cuestión que no se consideraría incorrecta si facilitara la participación del alumno en la construcción del conocimiento es a través de otro tipo de estrategias que lo permitan donde incluyera material didáctico manipulable, hay que recordar que los niños en estudio se demuestran de acuerdo con Piaget en la etapa de las operaciones concretas donde el alumno todavía requiere la manipulación de objetos concretos.

Hasta el registro7, grupo 1, se evidencia con mas amplitud la idea de que los alumnos no han desarrollado un tipo de aprendizaje significativo. Sin embargo, en un fragmento del registro 7, se registra un tipo de actividad que tiene que ver con la manipulación de material. Ejemplo: *"Ahí te van los dos cuartos Karely... "* (la niña coloca los dos cuartos encima de la tira de un medio). "(pasa la A_{10} y coloca 2 tiras de dos octavos encima de la tira de un cuarto)". Al realizar correctamente la actividad parecería ser que los alumnos demuestran un manejo adecuado de los fracciones, sin embargo varias investigaciones han demostrado lo contrario, por ejemplo, Campos (1995) quien en estudios hace una crítica a un tipo de enseñanza de las equivalencias como la anterior mencionada y manifiesta que el método de la enseñanza en este caso el utilizado por el maestro en investigación, conduce a los alumnos a utilizar una especie de *procedimiento de doble conteo*, en otras palabras a contar el número de total y después las partes coloreadas, en el caso específico de superposición el alumno toma en cuenta el número de partes de tiras, su tamaño y el número total de partes así como su tamaño donde las va a colocar. El alumno tiene un referente concreto que le permite establecer sin mucha dificultad la equivalencia de las partes.

En otro tipo de prueba que no podía resolverse por medio del doble conteo, en donde el todo no estaba explícitamente dividido en partes iguales y los estudiantes debían indagar al número de partes a través de un análisis de la relación parte-todo se notaron las dificultades de manera convincente, el error mas recurrente fue contar dos veces el número de partes en el dibujo y el número de partes ilustradas sin hacer ningún ajuste o reacomodo por la desigualdad de las partes indicadas claramente.

Desde esta perspectiva de investigación el aprendizaje es engañoso ya que si se cambia la situación didáctica en un grado de dificultad de mayor elaboración del conocimiento, el aprendizaje sobre la equivalencia de fracciones no se sostiene en su gran mayoría.

En los fragmentos de análisis 8 y 9, del grupo 1, se observa muy marcadamente un tipo de enseñanza directiva, el maestro explica, el alumno no responde y se demuestran los ejercicios. Se hace notorio una situación en el caso del manejo del *concepto tercio*, ejemplo: *"preguntó: ¿sería equivalente esta naranja a ésta?"*



"Así por que son iguales. (Así queda la respuesta)".

Se puede apreciar que en el dibujo de la izquierda las partes no son iguales al interior del entero, en el segundo si desde esta idea la equivalencia no tiene lugar entre ambas figuras. De acuerdo a López Carretero (1984) en el proceso que se sigue para la adquisición del conocimientos del *concepto fracción* se siguen niveles o momentos característicos para ello. Un primer momento tiene que ver con la pérdida de la equivalencia de las partes al fraccionar la unidad. De cierta manera, esta apreciación se denotó en los dibujos presentados acerca de tercios en el fragmento de la observación número 9; La respuesta quedó: *"por que son iguales"*. Los alumnos dieron por equivalentes los dibujos sin tomarse en cuenta que una de ellos no lo era, ni al interior del entero ni en correspondencia al fraccionamiento correcto del otro dibujo.

En la observación número10 se trabaja un tema que no viene contemplado en el plan y programas de estudio de 1993 vigente, creemos que no corresponde al nivel intelectual del niño desde la propuesta de Piaget. este tema se trabaja en quinto y sexto grado de la educación primaria. Asi lo marca el documento citado.

El ver este tema abordado nos da la impresión que el maestro dejó por "comprendidos" los anteriores, dado que el grado de dificultad de éste es mayor.

Todo lo anterior gira en análisis de fragmentos de observación del grupo número 1. Trataremos de alguna manera dar lugar a la contrastación con análisis realizados respecto del grupo de estudio número 2 sin ser arbitrarios para ello.

Se observa que el maestro del grupo en la observación número 1 no recurre a los conocimientos previos del alumno, se dedica a demostrar la clase lo que coincide en parte con algunos análisis surgido del grupo número 1.

En la observación número 2, *seguimos con reparto,* el maestro indica la clase con un ejercicio que logra en parte que el niño desde sus conocimientos previos resuelva la situación. El niño divide un entero en 4 partes aunque no iguales, y las reparte, tomando como correcta la cantidad dada en la forma de reparto utilizada de acuerdo con López Carretero (1984) el sujeto busca el número de partes que ocupa para repartir sin importarle el tamaño de las mismas y les denomina trozos; Se evidencia el intento de un proceso de construcción, aunque incompleto, en estas acciones.

En alusión a la observación número 2, en otra parte se plantea la noción de *medios*, de ella el maestro propone otra situación de reparto que motiva a la construcción de conocimientos, el ejemplo es: *"Luis fue al centro y compró dos galletas, las va a repartir entre sus cuatro niños ¿cuánto le tocara a cada niño"?* el A_9 dibuja las galletas, dos círculos y divide cada uno por la mitad y explica: *"Agarré las galletas y las partí por la mitad y les di una mitad a cada niño"*. en esta parte de la observación se da la existencia de procesos de construcción de la fracción y coinciden en gran forma con el planteamiento que hace López Carretero (1984) quien manifiesta que en un tercer momento en relación del concepto fracción, el niño encuentra la relación entre el entero y sus partes, así como las partes iguales a repartir.

El método que utiliza es una anticipación global del número de partes que ocupa, tomando en consideración los enteros que tiene para repartir. Parte y reparte en partes iguales.

En el registro número 5, grupo 2, los eventos ocurridos tienen que ver con el método utilizado por los alumnos de *doble conteo*, situación que se presentó en el registro número 7, del grupo 1, que de alguna manera ya se explicó.

En el registro número 6 el maestro explica, pregunta y confirma el saber enseñado, lo que no sucede en el registro número 7, ya que plantea un problema similar al observado en el fragmento del registro número 2 del grupo 2, el cual es el siguiente: *"Ofelia quiere repartir tres naranjas entre sus tres hermanos"*. Se considera que Ofelia se incluye en el reparto serían 3 naranjas a 4 niños. El reparto A_{12} lo hace muy similar al anterior salvo la diferencia de que en este problemas son *cuartos* no *medios*. Surge en este fragmento del registro, en el caso de Gilberto, otra forma de reparto, que de acuerdo con López Carretero (1984) se ubica en el segundo momento de construcción en torno al concepto *fracción*, en el cual se conserva la equivalencia en el fraccionamiento del entero, usando prioritariamente la fracción unitaria. Es decir cada entero lo fracciona por separado sin que exista relación entre mas de un entero fraccionado. En el caso de Gilberto, los dos primeros enteros los divide en medios a sea en 4 medios y los reparte por partes iguales a los 4 niños; por último parte el otro entero en 4 cuartos lo reparte en forma igual que los medios. Este tipo de acciones son correctas y evidencian un segundo nivel de construcción del concepto de fracción.

En el registro número 8, grupo 2, se muestro un tipo de enseñanza directiva apoyada en una tabla, si bien es cierto, se le da seguimiento al ejercicio: *enteros*, *medios*, y *cuartos* pero, los alumnos se dedican a repetir lo que el maestro predeterminadamente espera. En el registro número 9, parte 1, sucede algo parecido a lo anterior, en la misma observación pero en el fragmento número 2, se observa, una contradicción; se manejan conceptos como numerador y denominador explicando la función de cada uno de ellos, cuestión que debió haberse tratado desde el principio.

En el registro número 10, en ambos fragmentos, el maestro intenta que el alumno construya, sin embargo no encuentra la manera de que lo haga y el niño cae en diversas situaciones de confusión y errores que no le son aclarados, ni aprovechados para suscitar en él, el interés por la obtención de un conocimiento significativo.

Para finalizar este apartado se recalca la participación del alumno y la participación del maestro en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en tercer año de la escuela primaria. Se nota un tipo de interacción más encaminada hacia el aprendizaje muy dirigido hacia los conceptos; aunque los profesores pretenden encausar a los alumnos a procesos de construcción del conocimiento, se observa que les cuesta trabajo dejar de lado la directividad del trabajo pedagógico.

Con relación a las respuestas que los maestros otorgaron en las entrevistas, se puede apreciar que aunque hay un reconocimiento implícito por parte de ellos con relación a las formas de enseñanza y además de que aceptan que se deben de usar formas de trabajo distintas para que el niño se apropie de los conocimientos por su propia cuenta y que se debe de utilizar material didáctico concreto; en la práctica no se refleja esta situación por parte de los maestros observados.

Sabemos por los resultados de las observaciones que los maestros casi nunca utilizaron material concreto y que su enseñanza, se encaminó más hacia los procesos tradicionales que a los procesos de innovación pedagógica, como pudo haber sido el trabajo desde la perspectiva constructivista. Se demuestra con ello, que es muy difícil tratar de mejorar en la enseñanza, si no se tiene bases sólidas que den cuenta de nuevas actuaciones de los profesores.

La valoración positiva obtenida en la fase del estudio de campo nos hace plantear un programa para la formación de profesores de matemáticas con algunas modificaciones con respecto a los ya instrumentados, y que esencialmente mantengan los principios, componentes y fundamentos del constructivismo en la enseñanza. Este tipo de programas deben de dirigirse a todos los docentes que enseñen matemáticas en los diferentes subsistemas de la enseñanza básica (primaria y secundaria); con la finalidad de suscitar en los maestros el interés por llevar a la práctica ideas innovadoras que coadyuven a un mejor desempeño del alumno en el aprendizaje de ésta ciencia.

CONCLUSIONES

Este capítulo se organiza en cuatro secciones; la primera se estructura en torno a las nociones y estrategias que desarrollaron los estudiantes, con relación al *aprendizaje* de la fracciones; la segunda parte se aboca a las intervenciones del profesor en la *enseñanza* de este mismo tema; la tercera parte se aboca al papel que juegan los *procesos didácticos* como herramienta que media el aprendizaje; entre el maestro y el alumno; en la cuarta sección se discuten algunas consideraciones finales con relación a las posiciones didácticas adoptadas en este estudio.

Se considera que entre la forma de *aprendizaje*, la forma de *enseñar* y los *procesos didácticos* utilizados por el profesor, se da cuenta clara de *"cómo se enseñan y como se aprenden las fracciones en el tercer grado de la escuela primaria";* motivo central de esta investigación.

Para definir estas tres situaciones planteadas se parte del análisis de los objetivos propuestos en este estudio, posteriormente se toman en cuenta las preguntas de investigación sin descartar las posturas teóricas ni las implicaciones metodológicas que conlleva un trabajo de esta naturaleza.

Respecto al aprendizaje de los alumnos

En primer lugar, se confirma, al menos en el contexto observado, que el aprendizaje de las fracciones en los alumnos es engañoso, existen elementos en las clases observadas que así lo evidencian, además, esto se corresponde en parte, a los argumentos presentados por Nunes y Bryant (1998) quienes afirman que si bien es cierto que los alumnos dominan algunos elementos de las fracciones, no los sostienen cuando se les involucra en situaciones distintas en la vida real, aunque guarden relación con los contenidos vistos en la clase. Los ejemplos de equivalencia del registro No. 3, son testimonio de este hecho. En el ejemplo cuatro encontramos el siguiente fragmento: M_o *"Si yo les pregunto a* *cuántos cuartos equivalen setenta y cinco centímetros".* A_{20} *"a veinte".* M_o *"yo tengo un cuarto de metro. ¿a cuántos centímetros equivale"?* A_{21} *"A cuatro".* Estas respuestas justifican las afirmaciones que hemos hecho con anterioridad, ya que las respuestas fueron incorrectas. Sólo se aprecian respuestas correctas cuando el profesor dirige las clase, la mayoría de las veces cuando el alumno tiene que buscar las formas de participación su respuesta es errónea y a veces carente de sentido. El maestro no aprovecha la situación de errores, continúa su clase. Lo anterior tiene que ver con el argumento de Mialaret (1986) cuando afirma que muchos maestros frenan el aprendizaje de sus alumnos cuando su respuesta es errónea. Al contrario, -afirma- es conveniente estimularlos para que aprovechen el error como un cuestionamiento de su propio aprendizaje.

Con respecto a la actitud hacia las matemáticas, los estudiantes pocas veces muestran una actitud positiva; hay cierta predisposición acerca de algunos temas, en particular con respecto al aprendizaje de las fracciones. Sin embargo en esta investigación no se notó un rechazo tan generalizado al respecto, los alumnos se involucraban en el proceso de manera positiva.

Tal vez una de las razones, de la cual fuimos conscientes, fue el hecho de que el estudiante posee pocos conocimientos del tema. En la comparación de fracciones se notó que los alumnos tenían algunas dificultades para identificarlas e inclusive para construirlas. sin embargo también se observó que los alumnos reconocen algunos términos de una fracción y que pueden realizar algunas simplificaciones sencillas. Por ejemplo: A_o. "*Mire* $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ *= 4/4";* M_o *¿A ver, cuántos cuartos es igual a un entero"?* A_o *"cuatro".* (Obs. No. 1).

Por otra parte, cabe reconocer que al no practicar los procesos realizados en el aula referente a los contenidos tratados, y a pesar de que en ocasiones los contenidos se trabajan en años anteriores, los niños olvidan los procedimientos para el tratamiento de las fracciones. También es notorio que aunque en algunas veces logran construir algunos procesos de manera adecuada, también es cierto que en muchas ocasiones pierden el significado de algunos vocablos, esto se nota frecuentemente en nuestro caso. M_o *¿"Cuál será más: dos cuartos de pastel o un medio de pastel"?* A_{os} *"Dos cuartos de pastel ... "*. M_o *"A ver, vamos a comprobar lo que dijeron... "*. (Obs. No. 2). La realidad muestra que el aprendizaje de las matemáticas se caracteriza, en la mayoría de los casos, por el olvido temprano del alumno trátese del tema que sea en esta materia; tal y como lo describe Tyler (1982), el olvido se da, ya que el conocimiento adquirido no se practica en la vida cotidiana. Si esto es así, entonces tenemos que considerar lo siguiente:

- El aprendizaje de los alumnos del grupo 1 y 2 observados, en lo que tuvo que ver con el concepto de equivalencias no fue más allá de la operación de doble conteo.

- Se presentó a los alumnos enteros fraccionados en partes, se pintaron algunas de sus partes, se explicó al alumno que el número total de partes se llama denominador y las partes coloreadas numerador. Con esta forma de explicación y la realización de ejercicios similares, el alumno da la idea de poseer muy buen conocimiento respecto al tema de fracción, sin embargo al avanzar en el trabajo de aula encontramos que no se puede afirmar que esta sea su realidad; ya que se observan retrocesos al participar y no reconocer los conceptos aunque hayan sido tratados con anterioridad.

El aprendizaje de los estudiantes se ve motivado cuando son guiados hacia la indagación y el redescubrimiento, encontrándole significado a lo que hace, ejemplo: (Se trata de repartir cuartos) M_o. *"Háganlo, tienen que ser partes parejas ¿Cuánto le tocó a cada uno"?* A_o *"En cuartos"*. M_o *"Esto se puede dar como proceso,... Claudia ya lo resolvió (se refiere a la A_{15})... Vean en cuántas partes van a dividir el entero"*. A_{os} *"4 pedazos a cada uno... "*. La forma de reparto se realiza de forma diferente por algunos alumnos pero se obtiene el mismo resultado. La situación se dio porque el maestro no impuso una sola forma de resolución. Parece conveniente anotar que cuando los alumnos cuentan con cierta libertad en su trabajo áulico demuestran que pueden tener algunas iniciativas en la resolución de los contenidos de las fracciones.

Este pasaje en nuestras observaciones tiene que ver muy estrechamente con las argumentaciones de López Carretero (1985) cuando argumenta que los alumnos transitan por varios niveles en la resolución de problemas con fracciones. Los alumnos aquí ejemplificados los podemos situar en un tercer momento de reflexión, el último respecto a la adquisición del concepto de fracción en situaciones de reparto. De esta manera podemos encontrar alumnos que transitan por los niveles uno y dos; que son inferiores en la construcción de las abstracciones de reparto. Pero esto lo desconoce el maestro de matemáticas, por lo que su visión se reduce a explicar y lograr resultados muy parcializados.

- La forma de apropiación realizada por algunos niños son muestra clave de lo que pueden lograr si la enseñanza de las fracciones es guiada, propiciando la indagación y la inventiva del alumno. Una buena dosis de didáctica por parte del maestro iniciando privilegiando la intuición del alumno hasta llegar al formalismo podría ser de provecho. En este sentido coincidimos con Not (1983) cuando afirma que este tipo de procesos redundaría en aprendizajes significativos por parte del sujeto escolar.

Respecto a la enseñanza del maestro

- En el proceso de enseñanza el maestro pregunta, el alumno responde, el maestro confirma el saber, dándole una especie de seguimiento al ejercicio. Esta situación prevaleció en la mayoría de las clases observadas.

- La didáctica de los maestros (1) y (2) observados, se orienta de manera más patente hacia un estilo de enseñanza basado en la teoría conductista del conocimiento. Se aprecian algunos matices acerca de la propuesta constructivista en la enseñanza, sin embargo ninguno de los dos profesores logró darle forma y significado al proceso. Basado en este paradigma. guardamos las reservas del caso, en el sentido de precisar el nivel de aplicación que cada maestro logra cuando trata de poner en práctica situaciones novedosas de enseñanza, ya que en las clases observadas se evidencia poco este hecho.

- Lo que si parece evidente es el hecho de confirmar algunas argumentaciones teóricas en la actuación del maestro, entre ellas las realizadas por Brousseau (1986), cuando se refiere al contrato didáctico. Este autor postula cuatro apartados interesantes en un momento áulico; a) La situación a-didáctica. b) La situación didáctica, c) El contrato didáctico y, d) La transposición didáctica En estas observaciones se evidencia con mucho más fuerza la situación didáctica de forma directiva por parte del docente, dejando de lado casi en su totalidad algunas de las otras situaciones marcadas por el autor, en la parte del contrato didáctico el alumno se compromete a aprender y el maestro se compromete a enseñar; pero de manera muy restringida ya que sólo se concreta a dar y recibir información.

Por otro lado encontramos coincidencias con los planteamientos de Not (1983) acerca de la rigurosidad con que se enseñan las matemáticas, lo que tiene que ver con atenerse exclusivamente a la aplicación de reglas que conducen al alumno a un resultado ya previsto por el maestro con antelación. Este procedimiento, el más común para resolver los conflictos, tiene grandes riesgos: puede darse un deslizamiento en el contrato didáctico, puesto que el algoritmo se convierte en el objeto del conocimiento; el profesor lo presenta y el alumno lo recibe, esperando ser capaz de aplicarlo. En este deslizamiento metamatemático el contrato cambia a una discusión y negociación sobre el algoritmo. El profesor quisiera enseñarle al alumno a buscar; éste espera que se le den los algoritmos (Brousseau, 1986).

- Las enseñanza de los maestros observados, sin precisar en qué porcentaje, se sitúa en la tradición académica, la cual en argumentos de Liston y Zeichner (1993) se basa en el dominio de una materia. Los maestros citados dan muestras de ello y en gran parte ofrecen el contenido de las fracciones partiendo o arribando rápidamente a ejercicios convencionales, a pesar de que intentan partir de situaciones de la vida diaria. Y aún más, en las respuestas a las entrevistas evidencian el hecho de que se requieren nuevas formas de enseñanza, pero a su vez se resisten a dejar el trabajo tradicional y correr el riesgo con las innovaciones. Lo que demuestra una especie de inmadurez didáctica de parte de ellos. Esta misma inmadurez se refleja en el aprendizaje del alumno, en el cual se va delineando también un sujeto inmaduro en sus acciones, sintiendo temor hacia los riesgos, lo cual a su vez frena cualquier tipo de innovación que pueda tener lugar al intentar hacer las cosas de diferente manera; ya que no se le otorgan las condiciones para ello.

Otro aspecto importante que habría que retomar es que tiene que ver con la igualdad de oportunidades en el salón de clases. La igualdad se debe de dar en el aula considerando las necesidades de aprendizaje de todos los niños, sin discriminación para alguno de ellos por cualquier tipo de problemas; la selectividad debe de anularse y prevalecer la democracia en el grupo. No obstante en algunos de los fragmentos citados el maestro justifica su clase con dos o tres participaciones correctas y se aboca a los alumnos que denotan una mayor rapidez de aprendizaje. (Gálvez, 1994).

Con relación a los procesos didácticos empleados por el maestro.

Las formas de enseñar tienen mucho que ver con los resultados que se obtienen, esto ha quedado demostrado en este estudio; el método utilizado por los profesores parte de situaciones deductivas en lugar de privilegiar las intuiciones particulares de cada sujeto. Lo anterior se puede constatar en los registros de observación realizados, por otro lado el trabajo por equipos, nunca se evidencio, siendo un recurso interesante para el desarrollo didáctico de un tema. Las binas, las triadas de alumnos u otro tipo de agrupaciones son estrategias para tratar el desarrollo de lo valioso y útil que resulta el trabajo compartido. Esto lo recomienda con mucho énfasis Montserrat (1979).

El esfuerzo observado en los dos maestros, nos hace pensar en la necesidad de una *vigilancia epistemológica* (Bachelard, 1990) más estrecha en relación a su quehacer y la forma de estimular la construcción del conocimiento matemático. En términos de la formación docente, una permanente actualización en torno a saberes prácticos y metodologías de enseñanza que coadyuven a su trabajo docente, conciliando intereses, creencias y necesidades, con la realidad del proceso de enseñanza y las formas de apropiación de los alumnos.

El profesor juega obviamente un papel significativo en la creación y manejo de estos espacios de análisis y discusión del trabajo escolar. Debe más que nada, buscar estrategias para que pueda asumir un papel de guía, moderador, incitador y facilitador de la discusión en clases y debe hacer esfuerzos para evitar asumir el papel tradicional de transmisor de información. El debe buscar que la discusión se construya sobre una base racional en la que las distintas posiciones que tengan lugar puedan ser contrastadas con base en argumentos suficientemente sólidos y que den cuenta del aprendizaje significativo de los niños.

Para concluir este apartado creemos que una buena aplicación cuidadosa de las recomendaciones que se hacen con base en la observación etnográfica, así como aquellos aspectos que se llevan a la práctica, proporcionan una estructura coherente y sólida a estudios de carácter cualitativo como el presente.

La teoría, por su parte constituye una pilar fundamental en la interpretación de los hechos científicos que emanan de la investigación educativa, ya que proporciona saberes explicativos en un marco de referencia más amplio y resultados emergidos del objeto de estudio que justifican una conceptualización más precisa.

Un argumento que nos parece interesante, es el que desarrolla Delval (1989), al tratar las matemáticas, las cuales desde su parecer, no deben enseñarse en los primeros niveles como algo formal, abstracto, ya que el niño no será capaz de comprenderlas. Lo primero que se tiene que hacer es tratar de proporcionar en el niño la necesidad de esta área del conocimiento. Mientras el alumno en este caso, no vea en un primer momento la utilidad de las nociones matemáticas y después su necesidad, la enseñanza será una tarea infructuosa y jamás despertará el interés de los niños.

Por otro lado la relación que se debe establecer entre el ambiente escolar y el contexto en que se desenvuelven los alumnos no forma parte de las expectativas de los profesores observados, ya que en ningún momento se aprovecha las actividades que desarrollan los alumnos en su medio social. Por ejemplo, niños que están involucrados en distintas ocupaciones (mecánicos, carpinteros, autoservicios, etc.), para motivarlos en el aprendizaje de las fracciones retomando el conocimiento que traen del medio.

Lo anterior deja de lado, en gran parte, los planteamientos de Vigotsky, ya que desde esta perspectiva el sujeto guarda estrecha relación con su medio social, lo que no se aprecia el trabajo escolar de los profesores observados.

Algunas consideraciones finales

Se ha evidenciado, en parte, la necesidad de una posición hacia la enseñanza de las fracciones matemáticas que las considere como una construcción abierta a la experimentación, a la formulación y contrastación de conjeturas y a la búsqueda de un consenso basado en la discusión. Veíamos que el aporte de la interacción entre el profesor y el estudiante alrededor del conocimiento matemático gira en torno a una enseñanza más centrada hacia la directividad en el proceso didáctico. En contraste, vemos la enseñanza centrada en nuevas formas de trabajo áulico como punto de partida de la capacidad del estudiante para identificar, definir, analizar, simplificar y resolver problemas complejos, buscando su propia construcción. En este sentido, debemos buscar la creación de espacios dentro de los cuales los estudiantes puedan desarrollar algunas de las capacidades que nosotros no pudimos lograr cuando aprendimos matemáticas, como estudiantes de esta materia. Estas visiones deben de lograr que el niño vea las matemáticas como una herramienta para comprender el entorno y como un elemento importante de la cultura del individuo. No verlas exclusivamente como un cuerpo de conceptos estructurados en el que es posible justificar plenamente las afirmaciones que se hacen, ni como un conjunto de reglas y procedimientos con los que se pueden resolver ejercicios matemáticos específicamente diseñados para esas reglas y procedimientos.

Hemos reconocido que, desde un comienzo, asumimos una posición constructivista con respecto al aprendizaje de las matemáticas. Esta posición expresa la importancia que le damos a la discusión y análisis de contenidos en el salón de clase y al papel que se asigna al docente en la argumentación y a la búsqueda del consenso dentro de esta discusión.

Buscamos que el estudiante viva una experiencia gracias a la cual pueda desarrollar las destrezas y habilidades que se hacen parte de los objetivos del curso. Por otra parte, hemos propuesto, con base en argumentos teóricos sólidos el trabajado basado en una visión intuitiva de los procesos de comprensión que se encuentran involucrados en la construcción de las nociones que conllevan al aprendizaje de las fracciones. Hay que reconocer, sin embargo que nos hemos preocupado poco (aún en la actualidad) por indagar juiciosamente acerca de los obstáculos y dificultades cognitivos que pueden estar involucrados en este tipo particular de aproximación a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas. (caso de las fracciones) Finalmente, vemos al estudiante como alguien que ha odiado las matemáticas, que tiene una formación matemática deficiente y que esta muy poco interesado por el tema. Esta visión debe de evolucionar con el tiempo y la motivación del estudiante debe dejar de basarse en esquemas lúdicos para concentrarse tanto en la relación que el curso puede tener con las necesidades académicas y profesionales del estudiante, como en la participación del estudiante en los diversos aspectos curriculares del mismo y la relación que estos deben de tener con relación a su contexto.

Las más modernas teorías del aprendizaje plantean la necesidad de partir de las exigencias del sujeto que aprende, como el fin de que ajustándose a ellas podamos conducirlo a mayores niveles de desarrollo. Cuando el profesor facilita la ayuda puntual y continua que permite ir paso a paso consiguiendo nuevos niveles de desarrollo cognitivo, afectivo y social, el proceso de enseñanza y aprendizaje sufre un ajuste, es una especie de *andamiaje* (Bruner, 1986*)*, en el que el profesor al mismo tiempo que se adapta al grado de desarrollo de sus alumnos, le va planteando nuevos retos y exigencias con el fin de que por sí mismos vayan progresando en la interminable escalera del aprendizaje. Por lo tanto, la actual polémica sobre los niveles de aprendizaje y sobre la importancia de los contenidos, se resuelve bajo el principio de autonomía: exigencia de que nuestros alumnos trabajen, participen, actúen y adquieran el papel de protagonistas de su propio aprendizaje. El mejor profesor es aquel que no es necesario, (Fernández, 1992) o aquel que es capaz de asumir las enseñanzas que le ofrecen sus alumnos proporcionándoles permanentemente nuevos retos y exigencias para que se hagan cada vez más autónomos.

Estas posiciones con respecto al estudiante y a su proceso de aprendizaje de las matemáticas se han expresado también en una posición con respecto al papel del profesor dentro del proceso de enseñanza. Dado que se busca que el estudiante viva una experiencia al relacionarse con el conocimiento matemático, el profesor ha jugado, en general, un papel de creador de situaciones dentro del salón de clase que dan lugar a esta vivencia. De esta forma, el profesor, teniendo una gran libertad para diseñar estos espacios de acuerdo a sus visiones y capacidades, se convierte en un guía, un facilitador y un moderador de una discusión en la que se valora la formulación de conjeturas, la diversidad de posiciones y las capacidades de comunicación dentro de un proceso de argumentación en la búsqueda de un consenso en la forma de *cómo se enseñan y cómo se aprenden las fracciones en el tercer grado de la escuela primaria.*

BIBLIOGRAFIA

Avila Storer, Alicia. (1987).En antología UPN, la matemática en la escuela III. *Algunos problemas en el aprendizaje de las fracciones*. México.

Bachelard, Gaston. (1990). *La formación del espíritu científico*. Edit. Siglo XXI, 16ª. Edición. México.

Balbuena, Hugo. (1984). *Descubriendo las fracciones.* En antología UPN. 1988. México.

Block, David. (1987) En antología de UPN: la matemática en la escuela II-I. *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*. México, 1987.

Bruner, Jerome. (1986). *El habla del niño.* Edit. Paidós, España.

Brousseau, Guy. (1976). *Efectos y paradojas del contrato didáctico.* En antología UPN, 1989. México.

Brousseau, Guy. (1986) *Fundamentos y métodos de la Educación Matemática.* Documento electrónico. Colombia.

Cálix L., Candelario. (1994). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria y la influencia del método inductivo-deductivo en los resultados.* (Tesis de maestría). Centro de Investigaciones y Servicios educativos de la Universidad Autónoma de Sinaloa. México.

Cálix L., Candelario. (1995). *La teoría y el método en la enseñanza de las matemáticas en los sistemas de educación básica.* CISE- UAS. México.

Cálix L., Candelario. (2000). *Las gráficas y tablas de funciones como herramientas para la solución de ecuaciones lineales y cuadráticas: una alternativa basada en la calculadora gráfica.*(Tesis doctoral) Escuela Normal de Sinaloa. México.

Campos, Tania. (1998). En: *las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*. Edit. Siglo XXI. México.

Carraher, Terezinha. Et. al. (1991): *En la vida -diez, en la escuela cero.* Edit. siglo XXI

Delval, Juan. (1989). *Crecer y pensar.* Edit. Laia. España.

Fernández P., Miguel. (1992).*La educación que necesitamos.* Logse, España.

Gálvez, Grecia. (1994) *La didáctica de las matemáticas.* Paidós, México.

Geertz, Clifford. (1987)-"La interpretación de las -culturas" Ed. Gedisa, México.

Gómez Palacios, Margarita. (1995) El niño y sus primeros años en la escuela. Ed. SEP. México.

Hart, N. (1980). *La fracción como parte todo.* En López, 1992. Documento electrónico. España.

Karplus, T. et. al. (1977). *Las fracciones.* En López. 1992. Documento electrónico. España.

Kerslake, D. (1998). En: *las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño.* Edit. Siglo XXI. México.

Kline, Morris. (1983). *El fracaso de la matemática moderna* Ed. Siglo XXI.

Lanza, Hilda. (1997) "Evaluación educativa: dificultades con matemáticas". *Las fracciones, una pesadilla para los chicos argentinos.* En: Periódico, *Clarín Digital.* Viernes 16 de mayo de 1997, Buenos Aires, Argentina.

Lerner, Delia, (1977). *Clasificación seriación y concepto de número.* Caracas, División de primera y segunda infancia.

Liston D.P. y Zeichner K.M. (1993) Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización.- España Ed. Morata Fundación Paideia.

López C., Asunción. (1984). *¿Porqué y cómo enseñar fracciones?* Cuaderno de Pedagogía 148. Ed. y distribuciones universitarias, S.A. Barcelona.

López, Francisco. (1992) *La fracción como parte todo.* Documento electrónico. España.

López, Francisco. (1992). *Las matemáticas en el antiguo Egipto: aritmética de fracciones.* Documento electrónico. España.

López, Francisco. (1992). *las matemáticas en el antiguo Egipto: fracciones.* Documento electrónico. España.

Mialaret, Gastón. (1986*). Las matemáticas: cómo se aprenden cómo se enseñan*. Edit. Aprendizaje Visor. México.

Miles y Huberman (1984).*Qualitative data analisis.* En Calix, 2000. México.

Montserrat, Benlloch. (1979). *El aprendizaje de la cooperación.* En cuadernos de pedagogía No. 49. México.

Moreno A. Luis, y Waldeggs Guillermina (1995). Con*structivismo y educación matemática.* Editorial SEP. México.

Moreno A., Efraín. El proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones en la escuela primaria. Ed. lamer, Guadalajara Jalisco. 1993.

Not, Luis. (1983). *El conocimiento matemático.* En: las pedagogías del conocimiento. En antología UPN, 1989. México.

Novilis, M. (1976). *Las fracciones.* En López. 1976. Documento electrónico. España.

Nunes, T. y Bryant, Peter. (1998). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño* Edit. Siglo XXI. México.

Payne, R. (1976). *La fracción como parte todo* .En López, 1992. Documento electrónico. España.

Parra, Cecilia. Et, al, 1994: Didáctica de las matemáticas. Apuntes y reflexiones. Edit. Paidos. Educador

Pedagogía, Revista. *"El profesor, ese desconocido"* Autonomía y formación para la diversidad de Pérez Angel, El profesor Ideal" de Anaya Santos, Gonzalo", Barcelona, 1988. Ed. Fontanalba, S.A.

Remedi; Eduardo. (1988). *El aula universitaria: lugar de observación.* UANL. Monterrey. México.

Ríos Pérez, José Abelardo.(1991*). "La microetnografía. una opción metodológica apropiada para el estudio y transformación de la práctica educativa.* Revista Pedagógica No.3, UPN, Sinaloa, México.

Rockwell, Elsie.(1980). *La relación entre etnografía teoría en la investigación educativa.* (Documento interno DIE-CINVESTAV-IPN. México.

Ruiz, Larraguível, Estela.1996. En: antología UPN, teorías del aprendizaje. *Reflexiones en torno las teoría y perfiles educativos*, No. 2, julio-septiembre, México, CISE-UNAM.

Santana, Denis. (1996). *La investigación etnográfica.* Documento electrónico. Venezuela.

SEP. (1993). *Libro de texto del alumno. Matemáticas tercer grado de educación primaria.* Ciclo escolar, 2000-2001. México.

SEP. (1993). *Plan y programas de estudios. educación básica.* Edit. SEP. México.

Skinner, B. F. (1970).*Tecnología de la enseñanza.* Edit. Labor. Barcelona.

Tyler, Ralph. (1982) *Principios básicos del currículum.* Edit. Troquel, 4ª. Edición. Argentina.

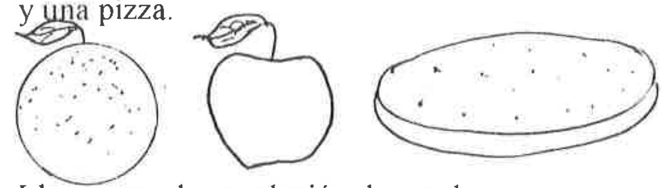
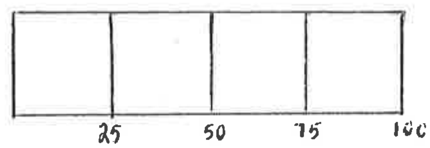
UPN. (1983). *El concepto de número. Construcción espontánea y consecuencias pedagógicas.* Anexo 1, México.

Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona, Grijalbo.

Woods, Peter. (1987). *La escuela por dentro, la etnografía en la investigación educativa.* Edit. Paidós. Barcelona.

APENDICE

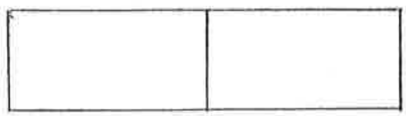
Observación No. 4
Grupo No. 1
Maestro No 1
Introducción a los números enteros y a las fracciones medios y cuartos.

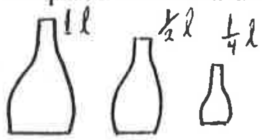
Introducción al ejercicio	Mo.	Nosotros cuando iniciamos, miramos las partes de una naranja, una manzana y una pizza.
Dibujo		
Respuesta del maestro	Mo.	Llegamos a la conclusión de que las fracciones son partes del entero.
Pregunta abierta	Mo.	¿Qué mas utilizamos?
Respuesta individual	A_{25}	El libro.
Respuesta individual	A_{20}	El metro.
	Mo.	El metro, dijimos así…
Dibujo		
Pregunta	Mo.	Esto es un metro, ¿cuántos centímetros tiene un metro? (nadie contesta)
Pregunta	Mo.	¿Cuántos centímetros serán igual a un
Respuesta correcta		medio de un metro?
Pregunta	Mo.	Cincuenta centímetros
	Mo.	Bueno, ¿a cuántos centímetros equivale un cuarto?
Respuesta individual	A_{20}	A veinticinco centímetros
correcta	Mo.	¿A cuántas partes equivalen veinticinco centímetros?
Respuesta individual	A_{25}	A un cuarto
correcta	Mo.	Si yo les preguntara a cuántos cuartos equivalen setenta y cinco centímetros?
	A_{20}	A veinte
Respuesta individual correcta	A_{29}	A tres partes…

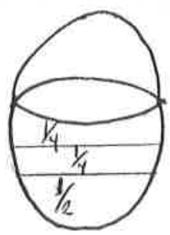
Pregunta	Mo.	¿pero esas partes serán enteros o medios?
Respuesta individual correcta	A_{29}	Cuartos.
	Mo.	Yo recuerdo que mirábamos una palabra, y esa era equivalencia
Pregunta	Mo.	Si yo tengo un cuarto de metro ¿cuántas partes sumaría para tener un metro? (nadie contesta)
Pregunta	Mo.	yo tengo un cuarto de metro, ¿a cuántos centímetros equivale?
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Cuatro.
	Mo.	No estoy preguntando que un cuarto de metro a cuántos centímetros equivale
Respuesta individual correcta	A_{12}	25…
Interrupción	I.	No tienen una regla de casualidad (pregunta un niño de otro grupo nadie contesta y se va).
Pregunta	Mo.	¿Cuántos cuartos me faltan para acompletar el metro?
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Veinticinco
Pregunta con ejercicio convencional	Mo.	Bueno tengo 25cm=1/4 y ¼ de M= 25cm, ¿cuánto le falta para tener el metro?
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Cincuenta
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Veinticinco
Conflicto para la búsqueda de respuesta	Mo.	Entonces no es un cuarto de metro lo que hace falta, entonces lo borro (el maestro borra un cuarto)

Pregunta	Mo.	¿entonces que vamos a poner?
Respuesta individual correcta	A_{28}	Setenta y cinco
Pregunta	Mo.	¿A cuántos equivale setenta y cinco?
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Dos tercios
Respuesta individual correcta	A_9	Tres cuartos
Confirmación del ejercicio	Mo.	Dice Karely que tres cuartos, ¿es cierto lo que dice Karely? y tres cuartos de metro es igual a setenta y cinco centímetros y le sumo los veinticinco y tenemos un metro.
Introducción al ejercicio	Mo	Bien, esto fue para recordar que vimos las equivalencias, pero podemos trabajar de diferentes maneras, no hemos visto suma de fracciones. Hoy vamos a ver las fracciones de un litro, ¿donde lo usan ustedes?
Respuesta individual	A_9	En el estomago
Pregunta abierta	Mo.	¿Me puedes explicar por qué?
Respuesta individual correcta	A_9	Por que tomo un litro de agua diario
Pregunta	Mo.	¿Cómo sabes tú que tomas un litro?
Respuesta individual	A_9	Siento que me lleno
Pregunta	Mo.	Ella tiene la medida de litro de agua en el estómago, ¿quién le dijo eso?
Respuesta individual correcta.	A_9	Mi papi y mi mami
		Dice esta niña que todos la utilizamos en la panza (señala la niña diez)
Pregunta	Mo.	¿Todos utilizaremos la misma medida?

Respuesta global	Aos..	Nooo...
	Mo.	Unos se toman un litro, otros se un medio, otros dos litros.
Pregunta	Mo.	Ven apara acá Cristian, y tú Valentín, aquí esta Cristian y Valentín, ¿tomarán la misma agua?
Respuesta global	Aos.	Nooo...
Pregunta	Mo.	¿Cuántos tacos se comerá Cristian?
Respuesta individual	A	Cuatro.
Pregunta	Mo.	¿Y tu Valentín?
Respuesta individual	A_{14}	Dos tacos
	Mo.	Cristian me dijo que se tomaba un litro de agua, y Valentín medio litro
Pregunta	Mo.	¿Cuántos se toman entre los dos?
Respuesta individual correcta	Mo.	Un litro y medio
Pregunta	Mo.	Karely se toma un litro y medio, ¿tomará más, menos o igual que Cristian y Valentín?
Respuesta global correcta	Aos.	Igual...
	Mo.	Abran su libro de matematicas en la página 20
Seguimiento del ejercicio	Mo.	¿Ya todos tienen la página 20, búsquenla por favor?
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Bien dice ahí en la página 20, levante la mano el que la tenga en la página 20
Pregunta	Mo.	Dice, Mónica compró un metros de listón para sus dos trenzas, ¿para cuántas trenzas, a ver las mujeres saben más cuántas trenzas?

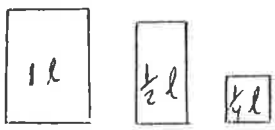
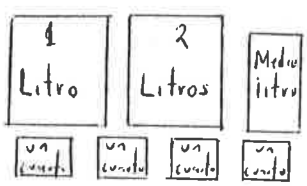
Respuesta global correcta	Mo.	Dos
Pregunta	Mo.	Ella lo corto ¿cómo? Un medio Cincuenta centímetros Por la mitad
	Mo.	Vamos viendo las respuestas y ustedes me dan la suya
Respuesta individual correcta	A_8	Un medio
Respuesta individual correcta	A_{20}	Por la mitad
Respuesta individual correcta	A_{15}	Las tres
Confirmación del ejercicio	Mo.	Antonio dice que las tres por que son iguales, bueno vamos a comprobarlo
	Mo.	A ver, vamos a dibujar de nuevo el metro, me dio calor, ¿será por tantas pastillas que estoy tomando?
Dibujo		
Confirmación del ejercicio	Mo.	Ya lo partí en 50 cm y ya lo partí por la mitad, ¿será igual lo partí por la mitad, obtuve un medio y lo dividí en 50 cm?
Respuesta abierta	Mo.	¿Cómo lo partiría el listón?
Respuesta individual incorrecta	A_{28}	Así
Dibujo		
Pregunta	Mo.	¿Está bien lo que hizo Cristian?
Respuesta individual correcta	A_5	No…
	Mo.	Dice Andrea que no por que Cristian dejó más campo para acá que para allá, pero Cristian lo partió bien

Pregunta	Mo.	¿Cómo lo partiría en 50 cm?
Respuesta individual correcta	A_{25}	por aquí (señala la mitad del dibujo)
Pregunta de indagación	Mo.	si dijéramos litro, dijéramos cm
	Aos.	Nooo...
	Mo.	El litro no se basa en cm
Intervención	Int.	Buenos días, vengo a recoger el ahorro 8:40 A.M
	Mo.	Bien niños miren, los niños son Toño, Itzel, Pedro
Control		Cállate y siéntate por favor (se dirige al niño 7)
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Dicen ustedes que los litros se miden con el estómago, pero yo me doy cuenta cuando mando a la niña a la tienda, trae un litro de:
	Mo.	Leche
Control para realizar el ejercicio	Mo.	Pon atención Juan Carlos (se dirige al niño 27)
Seguimiento del ejercicio	Mo.	dibujen en su cuaderno un litro de leche y después vamos a dibujar un medio, y después vamos a dibujar un cuarto de litro
Dibujo		
	A_{26}	Asco, yo no lo dibuje bien
	A_9	Asi lo dibuje yo
Comentario de motivación	Mo.	Muy bien Karely
Control del ejercicio	Mo.	Nadamas levante la mano el que vaya terminando (la levantan unos cuantos)
	Mo.	bueno vamos a esperar a los demás

Lectura del ejercicio y pregunta abierta	Mo.	A qui hice un problema miren, háganlo en cuaderno, como quieran y puedan Toño quiere medir 1/1/2 litro de agua con los frascos de ½ litro y ¼ de litro de dos maneras. ¿Como le ayudaría,
	Mo.	Fíjense bien, Toño quiere medir
Pregunta	Mo.	Julia dice que no se puede por que
Respuesta individual confusa	A_1	Por que no son iguales lo que se pide
Pista acerca del ejercicio	Mo.	Fíjense bien Toño un balde o una cubeta, donde él va a echar el agua, dice Julia que no se pudo pero si se puede, miren, pueden usar los envases de un litro de medio litro y un cuarto de litro.
Pregunta del alumno	A_1	Puedo utilizar dos
Invitación para realizar ejercicios similares	Mo.	A ver pásale al pizarrón y demuéstralo
Participación individual	A_1	Va al pozo, y va a llevar un frasco de ½ y después uno de un cuarto
Pregunta	Mo.	¿Cuánto va a llevar?
Respuesta individual confusa	A_1	Va a necesitar dos frascos
Control para realizar el ejercicio	Mo.	Espérame va a ocupar un medio litro y después un cuarto
	A_1	Va a ocupar un ½ litro y después ¼, y este último lo va a vaciar y lo lleno otra vez, así se va hacer un litro.
Dibujo y demostración convencional	Mo.	A ver 
Respuesta individual correcta	A_1	Estos dos cuartos ¼+1/4 se hicieron medio litro y el otro medio es un litro

	Mo.	¿Qué les parece lo que hizo?
	Aos.	Bien …
Comentario de argumentación	Mo.	Ella dijo que primero vacía medio litro, y después ¼ de litro y después ¼ de litro, y ella le acompletó el litro
Demostración convencional		1/2+1/4+1/4=1
Recompensa	Mo.	Un aplauso para la niña, ella se gana el 10, pero hay otra oferta, por que ha otra manera de hacerlo.
Seguimiento del ejercicio		Es cuestión de que piensen
Inducción a la demostración del ejercicio	Mo.	Si no me lo demuestran, hago cuenta que no, he enseñado nada
	A_{15}	Yo
Pregunta	Mo.	¿Cómo le harías tu para hacer un litro de agua con otra medida
	A_{15}	Asi
Demostración individual correcta		 1/4+1/4+1/4+1/4= 1 litro
Comentario y pregunta	Mo.	Fíjense como reflexiona la niña, fíjense bien lo que esta haciendo, ¿Cuánto le falta para acompletar un litro y medio?
Respuesta individual correcta	A_7	Medio litro
Argumentación de respuesta	A_{15}	Mire:
Dibujo		 = 1/2
Pregunta para confirmación	Mo.	¿A cuánto es igual lo que hizo?

Respuesta individual correcta	A_{10}	A un litro y medio
Comentario de argumentación	Mo.	Ella llenó el bulito de un litro con 4 cuartos y después llenó un frasco de un medio y así acompletó
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Muy bien, voy a borrar y les voy a poner unas tres preguntas en el pizarrón
	Aos.	No maestro
	Mo.	Bueno los espero
Respuesta individual correcta	Mo.	Andrea dijo que ella iba a agarrar una medida de un medio y otra de un medio y eso iba a ser igual a un litro de agua y después agarra un cuarto de litro, más otro cuarto de litro, y eso era igual a un medio
Demostración convencional		½ + ½ = 1 litro de agua ¼ + ¼ = ½ litro de agua
Control	Mo.	Alberto siéntate
	Mo.	El otro ejemplo de Karen (se refiere a la niña dos)
Demostración convencional		¼ + ¼ + ¼ + ¼ = 1 litro de agua
	Mo.	Y el otro
Demostración convencional		½ = 1 ½ litro de agua
Control del ejercicio	Mo.	Levanten la mano los que ya terminaron, el maestro trata de explicar cuantas veces sea necesario, pero para que estén platicando eso no se hace.
Control	Mo.	Rosalva como estas parada, no vas a terminar en toda la mañana (se refiere a niña 12)

Ejercicio y pregunta de confirmación	Mo.	Hay va el otro problema. Toño quiere llenar tres litros de agua con las tres mismas medidas, ¿cuáles son las medidas que estamos utilizando?
Respuesta individual parcial	A_6	El medio y el cuarto
Respuesta correcta	Mo.	No, son tres medidas el litro, el medio y el cuarto, también de 3 diferentes maneras, ¿Cómo le harías para ayudar a Toño. Ahí está.
	A_{30}	Esta bien grande
Recompensa	Mo.	El que me lo demuestre le vamos a dar recreo antes de tiempo, y les voy a recordar antes de tiempo, les voy a recordar medidas, las medidas son:
Dibujo		
	Mo.	Esas son las medidas que estamos usando
	A_{26}	Vamos a copiar eso
	Mo.	Si quieres
Indicación del maestro	Mo.	Tienen que utilizar las tres medidas, llenarlas y echarlas a la cubeta
Pregunta del alumno	A_5	Profe puedo utilizar dos?
	Mo.	Tenemos que encontrar las tres medidas
	Mo.	Karely encontró ya una forma, a ver
Control	Mo.	¿Quién es el que esta haciendo así? Lo voy a sacar del salón (el A_{29} golpea el mesabanco)
Respuesta individual incorrecta	A_{15}	Maestro mire 

Dibujo

A_{19} No se miran las letras

A_{21} Ya maestro

Mo. Bueno, orita va a pasar Luis Alberto

Seguimiento del ejercicio

Mo. A ver cuanto va a juntar de agua siganme, un litro mas dos litros

Aos. Tres litros

Mo. Mas medios litro

Mo. Tres y medio

Mo. Mas un cuarto
(nadie contesta)

Mo. ¿Tres litros tres cuartos mas un cuarto?

Mo. Cuatro litros

Mo. Mas un cuarto

Mo. Cuatro litros un cuarto

Mo. Mas un cuarto

Mo. Cuatro litros un cuarto

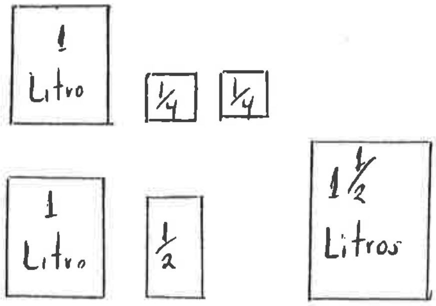
Mo. Tienen muchas ideas deferentes todos: miren, Alberto hizo:
(se refiere al A_{21})

Dibujo y demostración convencional correcta

$$\boxed{\begin{matrix}1\\ \text{Litro}\end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix}1\\ \text{Litro}\end{matrix}} + \boxed{\tfrac{1}{2}} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{4} = 3 \text{ Litros}$$

Mo. Al que voy a vigilar es a Cristian, a ver Cristian, el hizo:

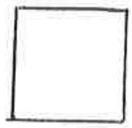
		½ + ½ + 1/1 + ½ + ½ = 3 (se refiere al A_{28})
	Mo.	Yo pienso que es que no podía hacerlo, creo que no quería hacerlo
	Mo.	A ver Roberto, no estas trabajando ni por que estas con el maestro se te pega al lado (se refiere al A_{25}, le revisa el cuaderno)
	Mo.	¡Ah!, si estas trabajando
Pregunta abierta	Mo.	¿Con qué mas podemos trabajar?
Respuesta individual	A_{21}	Con los árboles
Pregunta abierta	Mo.	¿Cómo trabajaríamos con los árboles?
Respuesta individual	A_{21}	Con la raíz, el tallo, las flores y hojas
	Mo.	Por lo que ven
Dibujo		
Ejercicio y pregunta	Mo.	Si este es un naranjo, y tiene 20 naranjas, y las voy a repartir a 4 niños, ¿Cuánto le tocaría a cada uno de ellos?
Respuesta individual incorrecta	A_{21}	Un quinto
	Mo.	No
	A_{29}	Son 20 naranjas
Seguimiento del ejercicio	Mo.	¿En qué vamos?, bueno: Dibuja en el rectángulo de la derecha los envases que faltan para que haya la misma cantidad que en el rectángulo de la izquierda
Interrupción	Int.	(Niña 2 y Niño 8, salen)

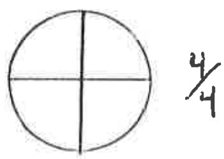
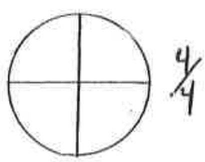
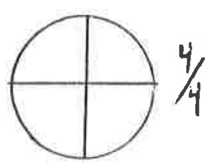
Dibujo		
	Mo.	No van a escribir lo que hice, lo van hacer de diferentes maneras
Pregunta individual	A_{24}	Profe ¿Esto que es?
Respuesta del Maestro	Mo.	A ver Niños van a platicar o a trabajar, tienen rato platicando (pasan niños a revisar con el Maestro)
	Mo.	(Rafael, es tu especialidad matematicas, yo le tengo cierto miedo)
Respuesta individual confusa	A_{26}	1/4 1/3 1/2 1/7
Respuesta individual confusa	A_{23}	1/4 y un litro
	Mo.	Lo dejamos hasta aquí...

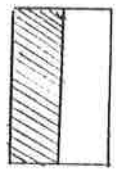
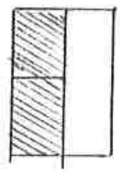
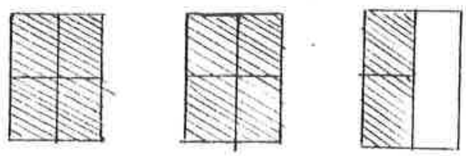
REGISTRO 7, GRUPO No. 2

Introducción a la noción de enteros, medios y cuartos.

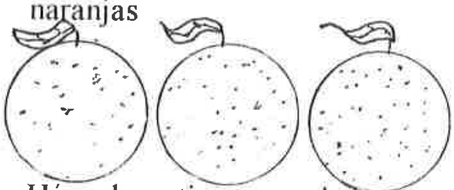
Introducción al Tema	Mo.	Miren quiero comentarles una cuestión que me parece fundamental, se acuerdan del tema donde miramos gramos, creo que el problema fue la conversión de kilos a gramos, ¿Qué se les dificultó?
	A_8	En donde era convertir los kilos a gramos
	A_{13}	Convertir los kg. a gramos
	Mo.	Yo me di cuenta o posiblemente los enredé cuando vimos aguacates y queso
	Mo.	El día de hoy vamos a ver un tema parecida para ver que fue lo que se les dificultó
Pregunta	Mo.	¿Cuál fue el problema, alguien lo recuerda?
Participación individual	A_8	Adilene fue al abarrote y compro dos Kg. de aguacate y medio de queso
Pregunta	Mo.	Hasta lo vamos a dejar para no confundirse con los gramos, la pregunta va a ser, ¿Cuántos cuartos en total compró Adilene?
	Mo.	Vamos a echar un vistazo ahí a ver Claudia (se refiere a la A_{16} que lee el problema)
Respuesta individual confusa	A_{16}	A mi me salió uno y medio
Pregunta	Mo.	No ¿Cuántos cuartos?
Respuesta individual confusa	A_{16}	Seis cuartos
	A_{11}	¿Le mandó a la abuela?
Pregunta individual Respuesta del Maestro	Mo.	Ahora no le mandó a la abuela
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Vamos a suponer que estas son
Dibujo		

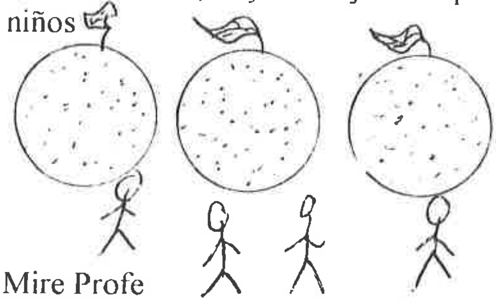
Pregunta	Mo.	¿Cuánto de aguacate compró?
Respuesta individual	A_{12}	Dos Kg.
Dibujo		
	Mo.	¿Qué nos falta?
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Vamos hacer mas cuadritos para no confundirnos
Dibujo		
Pregunta	Mo.	¿Cuánto llevó de queso?
Respuesta individual correcta	A_7	Medio Kilogramo
	Mo.	Lo partimos todo
	A_{11}	La mitad
Pregunta	Mo.	¿Cuál es la pregunta?
Respuesta individual correcta	A_{16}	¿Cuántos cuartos compró Adilene?
	Mo.	Levante la mano el que diga que son 6 cuartos (levantan la mano 7 niños)
	Mo.	Miguel dice que once (se refiere al n18)
Respuesta individual confusa	A_{17}	Dos kilos y medio
	Mo.	Estoy de acuerdo con dos kilos y medio, pero la pregunta es cuántos cuartos
Respuesta individual correcta	A_9	Diez cuartos
Respuesta individual correcta	A_7	Diez cuartos

Pregunta	Mo.	¿Quién quiere comprobarme que son diez?, ¿Lo sabes César?
Respuesta individual confusa	A_3	Por que ahí tiene 5 aguacates y acá otros 5
	Mo.	A ver Miguel
Confirmación individual correcta	A_{18}	Un Kg. Tiene 4 cuartos y el otro también tiene 4 cuartos y el medio tiene 2
Pregunta	Mo.	Walter, ¿Cuántos cuartos tiene este kilogramo?
Respuesta individual confusa	A_1	2 cuartos
Pregunta	Mo.	¿Un entero cuántos cuartos tiene?
Respuesta global correcta	Mo.	Cuatro cuartos
Pregunta	Mo.	¿Quién quiere pasar a partir?
Participación individual correcta	A_7	A ver Maestro
Dibujo y representación convencional		
Confirmación del ejercicio	Mo.	Entonces
Dibujo y representación convencional		
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Vamos a ver Yovany el siguiente, ¿Cuántos cuartos son?
Participación correcta	A_{10}	
Dibujo y representación convencional		

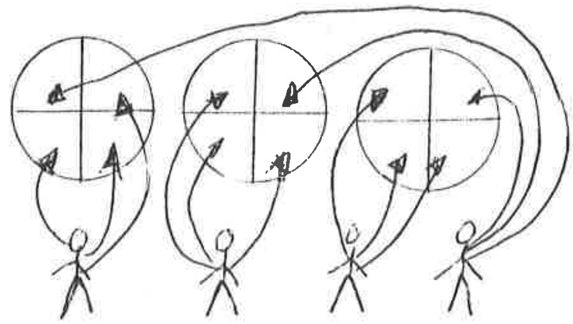
Pregunta	Mo.	Gilberto, ¿Cuántos cuartos son?
Participación individual confusa Dibujo	A_{11}	
Aclaración del ejercicio	Mo.	Recuerda que todo lo estamos convirtiendo a cuartos
Demostración del ejercicio Dibujo y representación convencional	Mo.	Dos cuartos 
Pregunta	Mo.	¿Cómo lo haríamos para juntarlos?
Demostración individual del ejercicio Dibujo	A_8	Por que 4 y 4 son ocho y estos dos diez 
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Vamos a leerlo:
Demostración convencional		4/4 + 4/4 + 2/4 = (leen junto con el maestro)
Control	Mo.	Los voy a agarrar de la oreja cada vez que se levanten de esa manera
Seguimiento del ejercicio	Mo.	A ver alter acomplételo
Demostración individual del ejercicio	A_1	Así 4/4 + 4/4 + 2/4 = 10
Pregunta	Mo.	¿Cómo le hiciste para acompletar 10?

Pregunta	Mo.	Ahí no mas dice diez pueden ser diez enteros, ¿qué te falta?
Pregunta individual	A_4	¿Los escribo con número?
Respuesta afirmativa del Maestro	Mo.	Si
Pregunta individual	A_4	¿En dónde?
Pregunta	Mo.	Yovany ven para acá, ¿Qué fue lo que dije?
	Mo.	Alguien que no haya pasado
	A_{17}	Yo maestro
Participación individual correcta		(El A_{17} escribe 10/4)
Demostración convencional del ejercicio	Mo.	A ver: $4/4 + 4/4 + 2/4 = 10/4$ (los alumnos leen junto con el Maestro)
Confirmación del ejercicio	Mo.	Levante la mano el que entendió esto (la levantan once niños)
	Mo.	Guadalupe pasa a borrar 14:30 P.M.
Pregunta	Mo.	Nada mas en el abarrote podemos comprar cuartos, medios, ¿qué otras cosas podemos partir en el medios?
Respuesta global	Mo.	Manzanas, Plátanos
	A_{18}	El pizarrón
	A_{10}	Hasta la puerta
Explicación del ejercicio y pregunta	Mo.	Entonces llegamos a la conclusión que todo entero se puede dividir en medios y cuartos. ¿Qué les gustaría que dividiéramos?
Respuesta individual	A_8	Manzanas
Respuesta individual	A_{12}	Sandías

Pregunta	Mo.	¿Quién fue al abarrote?
Respuesta global	Mo.	Yo, yo, yo
	Mo.	Al super
	Mo.	Yo, yo, yo
Inicio del ejercicio y pregunta	Mo.	Vamos a anotar: Ofelia fue al super y compró, ¿Qué compraría?
Respuesta individual	A_{17}	Papas
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Tres naranjas las quiere repartir, ¿Cuántos hermanos tiene Ofelia?
Respuesta individual	A_6	Tres hermanos
Seguimiento del ejercicio	Mo.	Entre ella y sus tres hermanos, eran 3 naranjas
Dibujo		
Explicación del ejercicio y pregunta	Mo.	Háganlo, y tienen que hacer partes parejas, ¿Cuánto le tocó a cada uno?
Respuesta individual correcta	A_8	En cuartos
Justificación de la clase	Mo.	Esto se puede dar como proceso, aunque este ejemplo no viene en el libro
Respuesta individual confusa	A_{20}	4 pedazos a cada uno
	Mo.	Claudia ya lo resolvió (se refiere a la A_{15})
Explicación del ejercicio	Mo.	Vean en cuantas partes van a dividir el entero Una naranja a cada
Respuesta individual confusa	A_8	Son tres

Explicación del ejercicio	Mo.	No, son cuatro, voy a dibujarles aquí a los niños
Dibujo		
	A_{20}	Mire Profe (no alcance a observar como lo realizó)
Pregunta	Mo.	¿no tienen que ser las mismas partes para todos?
Respuesta individual incorrecta	A_3	Profe, tres pedazos de cuatro
	A_{14}	Mire
	Mo.	Son puras rayas eso
Pregunta	Mo.	Nacho ¿ya terminaste?
	A_4	No
Interrupción	Mo.	Entonces por que estas peleando
Control	Mo.	A ver vamos a ver, quiero verlos a todos sentados, no has terminado Guadalupe, ya iba Cristian a decirte (se refiere a los niños 12 y 8)
Pregunta	Mo.	a ver Guadalupe, ¿Cómo sabes que salió esto? (se refiere ala niña A_{12}) si lo puedes explicar dime como lo hiciste
Control y confusión	Mo.	a ver niño, ¿tu lo hiciste sola o te ayudaron? No quiero que vuelvas a copiar, ya ya, ya, todo mundo, lo esta trayendo bien, pero no se si compiaron
Pregunta	Mo.	A ver, Guadalupe lo va a explicar, por que trajo correcto el resultado. ¿Cómo lo hiciste Guadalupe (se refiere a la A_{12})
Respuesta individual correcta	A_{12}	Así

Dibujo



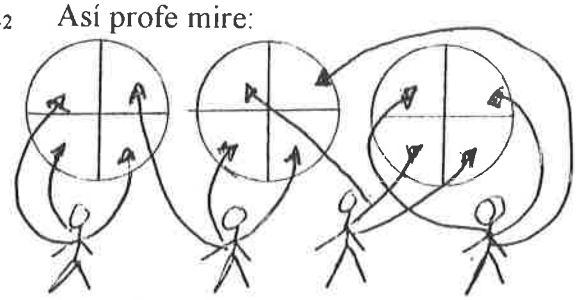
(va señalando un cuarto para cada niño)

Mo. Greisi te salió bien, me lo puedes explicar

Respuesta individual correcta

A$_2$ Así profe mire:

Dibujo



(va señalando un cuarto para cada niño)

Mo. Muy bien ya te entendí

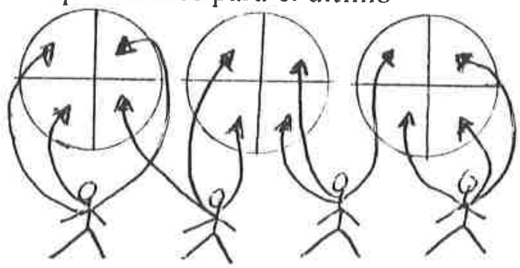
A$_{18}$ yo lo explico

Mo. Pasa pues

Respuesta individual correcta y explicación

Mo. De aquí le doy a uno, y me sobre uno, agarro dos acá, le acompleto a otro, agarro estos dos y uno de acá y le doy a otro, y aquí me quedan tres para el último

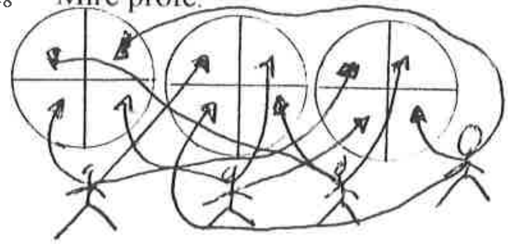
Dibujo

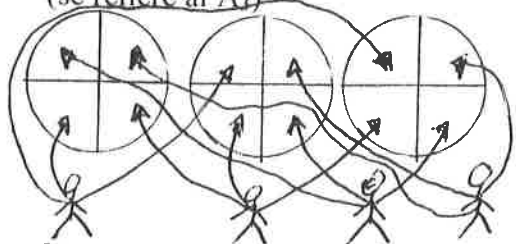
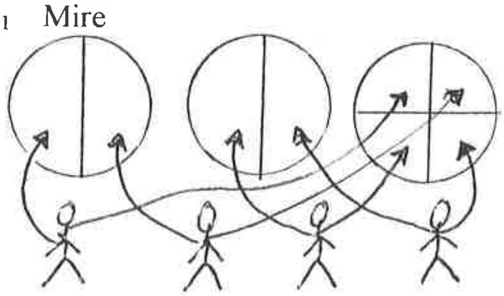


Repuesta individual correcta

A$_8$ Mire profe:

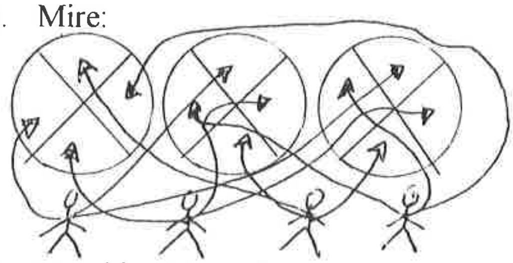
Dibujo



Explicación individual del ejercicio	A_8	Le damos tres del entero a cada uno, y en cada uno me sobra una parte, entonces son tres partes las que me sobran, y esas se las damos al otro niño
Respuesta individual correcta	Mo.	Samuel va a empezar a explicarlo (se refiere al A_1)
Dibujo		
Explicación del ejercicio y pregunta	Mo.	Vamos a ver ya termino Samuel, dejen explicar lo que hizo Samuel según yo. Dijo Samuel que le iba a dar un cuarto para cada uno, a este le doy este cuarto, este le voy a dar otro cuarto a este otro cuarto, a este otro cuarto de un entero agarro los otros enteros y hago lo mismo ¿Cuántos cuartos repartió?
Respuesta individual correcta	A_7	Cuatro cuartos
Demostración convencional del ejercicio	Mo.	Y así repartes en las otras naranjas, de cada naranja, le toco un cuarto a cada niño $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
Interrupción	A_{17}	Me deja ir al baño
	Mo.	Apúrate
	Mo.	A ver Gilberto, vean lo que esta haciendo Gilberto
Respuesta individual correcta	A_{11}	Mire
Dibujo		
Confirmación del ejercicio	Mo.	Entonces quiere decir que le tocó a cada uno 1 ¼

	A_8	Es lo mismo Profe
	Mo.	¿Por qué Guadalupe? (No puede explicar laA_{12})
Pregunta y control	Mo.	Entonces un ½ + ¼ , ¿Cuánto es?. Quiero verlos a todos sentados, levante la mano el que este poniendo atención (todos la levantan)
Pregunta	Mo.	Fíjense nada mas lo que hizo Gilberto, el repartió por medios, y el dijo ½+ ¼ =, ¿a cuánto equivale esto en cuartos? ¿a cuántos cuartos equivale un medio?
Respuesta global correcta	Mo.	A dos cuartos
Pregunta	Mo.	Mas un cuarto es igual
Respuesta global correcta	Mo.	Tres cuartos
	Mo.	O sea que viene siendo lo mismo
	Mo.	A ver Magdaleno
Respuesta individual correcta	Ao.	Mire:

Dibujo



Ejercicio y pregunta

Respuesta individual

	Mo.	Muy bien Magdaleno
Respuesta individual	Mo.	A ver, Magdaleno fue al mercado y compró ¿qué venden en el Mercado?
Respuesta individual	A_{16}	Carne
	A_{15}	Queso
Seguimiento del ejercicio	A_9	Leche
	Mo.	Y compró tres kilos de filete, y un kilo y medio de carne. Si los quiere dividir a su mamá y a su abuelita. ¿Cuánto le tocara a cada uno?... Bien... Pueden salir a recreo...