

✓  
"La construcción de las nociones perimétricas  
en los niños del Primer Ciclo de Educación Primaria



**TESIS**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN EDUCACIÓN

**PRESENTA**

**CRUZ SÁNCHEZ VEGA**

**DIRECTOR DE TESIS**  
**M.C. EFRAÍN ALEMÁN GARCÍA**

Culiacán Rosales, Sinaloa, Abril de 1999.

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Y CULTURA  
UNIDAD 25 A**

**LA CONSTRUCCIÓN DE LAS NOCIONES PERIMETRALES  
EN LOS NIÑOS DEL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN  
EDUCACIÓN**

**PRESENTA**

**CRUZ SÁNCHEZ VEGA**

**DIRECTOR DE TESIS**

**M.C. EFRAÍN ALEMÁN GARCÍA**

**CULIACÁN ROSALES, SINALOA, ABRIL DE 1999.**



## DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACIÓN

Culiacán Rosales, Sinaloa, a 22 de abril de 1999.

LIC. CRUZ SANCHEZ VEGA

En mi calidad de Directora de la Unidad 25 A de la Universidad Pedagógica Nacional y como resultado del análisis y dictaminación realizados a su trabajo intitulado: "**LA CONSTRUCCION DE LAS NOCIONES PERIMETRALES EN LOS NIÑOS DEL PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**" opción **TESIS** para obtener el grado de Maestro en Educación en el Campo de la Formación Docente, a propuesta del asesor, M.C. Efraín Alemán García, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se le dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza presentar su examen profesional.

*Maria Librada Velázquez Paredes*  
LIC. MARIA LIBRADA VELAZQUEZ PAREDES  
DIRECTORA DE LA UNIDAD 25 A



## AGRADECIMIENTOS

A mis padres : Francisco Sánchez piña  
y Amalia Vega Bañuelos (+)  
por darme bases firmes desde mi infancia.

A mi esposa Gloria, a mis hijos, Máximo Francisco, Flor y Esmeralda.

A mis hermanos, especialmente para Francisco mi escucha de siempre.

Al maestro Efraín Alemán por su apoyo incondicional.

A la Maestra Elda Lucía González Cuevas, por esas tres horas de discusión que permitieron aclarar ideas acerca de la investigación.

A José Luis, por su valioso trabajo de captura y procesamiento de la información.

Al exilio, que siempre estuvo conmigo a veces amenazante a veces ignorante.

A los exiliados, por pensar y querer ser diferentes (a Reyna Leonor, a Jesús Mario, a Luz Elena, a Eulalio, mi equipo de siempre).

A Lupita Gamboa, gracias por creer en mí.

Al tesón, mi eterno compañero, empuje de siempre para buscar las metas.

A la vida, por darme la oportunidad de llegar hasta aquí.

# ÍNDICE

Página

## INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO I: CONSTRUCCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO.....	4
1.1 Planteamiento del problema.....	5
1.2 Justificación.....	7
1.3 Objetivos.....	9
1.4 Hipótesis de trabajo .....	9
CAPÍTULO II: ELEMENTOS DE TEORÍA GENERAL.....	11
2.1 Antecedentes.....	12
2.2 La construcción del conocimiento matemático.....	16
2.3 La construcción del significado y el papel del contenido en esta construcción.....	17
2.3.1 Principios básicos del constructivismo.....	18
2.3.2 Tipos de conocimiento.....	21
2.4 El conocimiento matemático.....	23
2.5 La formación de conceptos matemáticos en los niños.....	26
2.5.1 Desarrollo de la capacidad de representación.....	26
2.5.2 El niño y el trabajo con magnitudes.....	29
2.6 El aprendizaje de los números.....	32
2.6.1 La construcción de la clasificación y el desarrollo.....	34
2.6.2 La seriación.....	36
2.7 El número y el papel de la correspondencia.....	38
2.7.1 El número.....	38
2.7.2 Estadios de la correspondencia.....	39
2.8 El espacio y el tiempo.....	41
CAPÍTULO III : METODOLOGÍA.....	45
3.1 Sujetos.....	46
3.2 Procedimiento.....	46
3.3 El método clínico-crítico.....	47
3.4 Registro de la información.....	48
3.5 Recursos para la exploración.....	49
3.6 Escenarios.....	49
CAPÍTULO IV: RESULTADOS .....	50
4.1 Niveles de construcción de la medida.....	52
4.2 Niveles de construcción de figuras cerradas.....	58
4.2.1 Las acciones de conteo y su correlación con las figuras cerradas.....	68

4.2.2 La comparación y su correlación con las figuras cerradas.....	80
4.2.3 La medida y su correlación con la construcción de figuras cerradas .....	95
4.3 Análisis del capítulo.....	104
DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	106
CONCLUSIONES.....	112
SUGERENCIAS.....	115
BIBLIOGRAFÍA.....	119
ANEXOS.....	124

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad se requiere de métodos que permitan al individuo la búsqueda, el encuentro y la creación de sus propios conocimientos, todo lo anterior mediado por una investigación constante en aras de confrontar las situaciones problemáticas que enfrenta con la realidad misma. Habría que decir que la investigación debe sustentarse en la idea de construir el conocimiento y no en la idea de asimilar un saber ya establecido como tal.

Los programas actuales para la enseñanza de las matemáticas proponen un enfoque que permita al sujeto un acercamiento con la realidad, para ello los problemas matemáticos que se proponen son derivados del propio contexto en el cual éste se desenvuelve. Con lo anterior se busca que el sujeto encuentre sentido a la construcción de conocimientos matemáticos y vaya desarrollando al mismo tiempo las habilidades necesarias para darles solución por si mismos.

Esta posición metodológica responde a la idea de promover en los sujetos escolares conductas constructivas, de búsqueda, de creación de conocimientos que le permitirán en un futuro no muy lejano enfrentar las exigencias actuales, que no solo son de índole intelectual, sino también psicológicas, biológicas y sociales y lo que dificulta el acercamiento del hombre con el hombre y de este con la ciencia.

Los aprendizajes derivados de la aplicación de este enfoque deben de permitir una rápida adaptación del sujeto a la actualidad que se vive en la ciencia matemática, así como romper con la idea de que las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, es una secuencia de conocimientos arreglados de manera gradual y ordenados (de lo fácil a lo difícil, de menos complejo a los más complejo, por ejemplo). Desde este punto de vista aprender matemáticas significa que los alumnos identifiquen paso a paso procedimientos y conceptos de esta disciplina, principalmente por la resolución de problemas.

Se intenta anteponer un enfoque donde el sujeto que aprende enfrente activamente los problemas, donde tenga la oportunidad de explorar nuevas técnicas matemáticas para la resolución de problemas que la vida le presente.

La presente investigación se ubica dentro de esta tesitura, con ella se intenta encontrar desde la práctica docente, datos que den cuenta del proceso epistemológico que siguen los sujetos escolares del primer ciclo de educación primaria en la construcción de las nociones perimétricas, de uso cotidiano, que aunque resulte paradójico no se sabe ¿Qué son? ni ¿Cómo se generan?.

Para la realización de esta investigación se recurrió al método de exploración clínica. La pretensión central fue la recuperación de las ideas espontáneas surgidas en el propio proceso de acercamiento con los sujetos, a veces derivados de las entrevistas, a veces derivadas de las observaciones individuales de los sujetos tomados como muestra, en momentos en que abordaban estos contenidos.



Esta investigación brindó la oportunidad de observar un procedimiento recurrente para la construcción de las nociones perimétricas, se enfatiza lo anterior, porque en los protocolos revisados pudo encontrarse un mismo procedimiento para ello, este consiste en un invariable punto de inicio: la manipulación física de los objetos, seguido de la comparación entre cada uno de estos, para luego establecer las primeras hipótesis, así como las primeras respuestas.

Se puede afirmar que en estas construcciones, las matemáticas topológicas, también llamadas de partición de orden, son fundamentales para cerrar figuras. Quien no tiene el dominio sobre nociones como abierto, cerrado, lejos, cerca, arriba, abajo, junto a, separado de, etc. presentó dificultades para cerrar las distintas figuras construidas.

Existen tres categorías para la construcción de las nociones perimétricas: una de ellas es el conteo, la segunda es la actividad de comparación, y la medida.

Cada una de ellas presenta características particulares que en el proceso de la construcción de las nociones perimétricas se constituyen en niveles de conocimiento así como en puntos para establecer teorías que permitan dar explicación a este proceso.

**CAPÍTULO I**  
**CONSTRUCCIÓN DEL OBJETO**  
**DE ESTUDIO.**

## **1.1 Planteamiento del problema**

La manera de como la matemática es caracterizada desde hace mucho tiempo, tiene que ver con el aprendizaje de los niños. Un caso se refiere a la discordancia entre lo que se aprende y las estructuras mentales cuando estas son insuficientes, otro radica en una escasez de conocimientos previos que permitan la comprensión.

Otra parte del problema está en relación con las estrategias que se utilizan para la enseñanza; unas veces por el tipo de didáctica y de los recursos que pueden ser pocos o rebuscados. Una más está centrada en el dominio del profesor y la sistematización del conocimiento.

La escuela como institución se basa en un programa educativo para funcionar, le corresponde al profesor operar este programa pero resulta que en el programa muchas de las veces no están tomados en cuenta los intereses, el nivel de desarrollo y las idiosincrasias culturales, de tal suerte que la educación se problematiza cuando hay que cumplir con objetivos, metas y propósitos.

Ha sido mucho más importante terminar un programa que cuidar el proceso de desarrollo cognitivo del sujeto escolar, esto último se refleja en la resolución de una serie de ítems que el alumno tiene que resolver para demostrar que sabe,

no está por demás apuntar que estos ítems están elaborados bajo la óptica del docente, y por lo tanto no impactan la formación instrumental y actitudinal de los sujetos escolares. La enseñanza de las nociones perimétrales no escapa a estas situaciones lo que ha generado un acercamiento erróneo. Su abordaje se centra exclusivamente en un manejo teórico, discursivo, que cae en un proceso de informar más que formar, en el que el docente asume el rol del que sabe que son las nociones perimétrales, como se generan y que por lo tanto está en condiciones de enseñar su proceso. El niño del primer ciclo de la escuela primaria queda relegado al papel de oyente, con la obligación de memorizar el proceso dictado por el que sabe sin derecho a exponer sus ideas así sean las más claras al respecto.

Pareciera que el hecho de que los alumnos de primer ciclo de educación primaria, memoricen un procedimiento algorítmico para encontrar el perímetro de figuras geométricas se tiene el medio por el cual va ir desarrollando espontáneamente estas nociones. Por lo anterior es común que la escuela no explícite las rutinas que componen la adquisición de las nociones perimétrales, ni que estrategias entran en interacción para tal caso. Esto ha generado las siguientes consecuencias, una marcada deficiencia en la comprensión de las nociones perimétrales, un aprendizaje deficiente o muy lento de contenidos. Una y otra tienen que ver con medidas tanto de superficies como de volúmenes y en su defecto una conceptualización hacia las matemáticas de materia difícil, de poca utilidad ¿Cómo puede el alumno del primer ciclo de educación primaria aprender las nociones perimétrales, concebir a las matemáticas de manera distinta, con la forma actual de enseñanza?

La escuela debe cumplir el objetivo principal: de promover habilidades de aprendizaje en los alumnos, que les permitan aprender las nociones perimétricas de manera natural y significativa. Esto sólo se logrará si se parte de referentes o saberes que den claridad al respecto, para develar el proceso real que siguen los sujetos al construir estas nociones.

El presente documento es producto de una exploración a través de una situación experimental, complementada con un interrogatorio del proceso psicogénético que siguen los niños del primer ciclo de la escuela primaria para construir estas nociones. Los datos obtenidos de este proceso, dan un nuevo sentido para intervenir estos contenidos, ya que facilitan al docente una comprensión de las dificultades por las que atraviesa el niño para llegar a construir estas nociones.

## **1.2. justificación**

La educación es ámbito decisivo para el futuro de cualquier nación. Por ello la acción educativa del gobierno y de la sociedad es una de las grandes prioridades. El consenso que existe en la actualidad es la pertinencia de transformar el sistema educativo para que este responda con calidad a los retos actuales en donde el desarrollo cultural y tecnológico es cada vez más veloz. Hoy no se puede seguir manteniendo la enseñanza rutinizada alejada de los avances culturales y tecnológicos.

El programa para la modernización educativa de la educación a través de acuerdo Nacional para la modernización de la Educación Básica (ANMEB) señala las prioridades que el gobierno mexicano a establecido para enfrentar los grandes problemas de rezago educativo, a través de mecanismos tales como reformar el sistema educativo, mejorando la práctica educativa, tanto en su vertiente teórica como metodológica, y abatirlos a corto ,mediano o largo plazo.

El mismo ANMEB señala que el fundamento para la educación básica está constituido por la lectura, la escritura y las matemáticas, que si son bien comprendidas permitirán a los alumnos continuar el aprendizaje a lo largo de su vida, agrega además que en este nivel se aplicarán programas emergentes de reformulación de contenidos y materiales con el propósito de reforzar a lo largo del ciclo de aprendizaje de las matemáticas, subrayando el desarrollo de la capacidad para relacionar y calcular cantidades con precisión y fortalecer el conocimiento de la geometría y la habilidad para plantear claramente problemas y solucionarlos .

Derivado de lo anterior se considera que el aprendizaje de las matemáticas y particularmente las nociones perimétricas, está en relación directa con el desarrollo de habilidades específicas que sólo pueden ser alcanzadas por procesos de intervención didáctica que recuperen las experiencias y las necesidades de los sujetos que se intervienen .

Por ello se puede sustentar que la presente exploración es pertinente, no solo

porque existen pocos trabajos que den cuenta de las nociones perimétricas, sino porque los resultados obtenidos permitirían conceptualizar o conocer el concepto que tienen los sujetos de estas nociones y cuáles son las estrategias que siguen en su construcción. Finalmente quisiéramos dejar en claro que esto es solo una modesta aportación para que los profesores de educación básica formulen intervenciones didácticas significativas que serían una alternativa para incidir en la calidad de la educación actual.

### **1.3. Para el proceso de la investigación se han establecido los siguientes objetivos**

- Indagar cómo construye las nociones perimétricas el sujeto escolar del primer ciclo de educación primaria.
- Mostrar cuáles son las referencias conceptuales que apoyan la explicación que hace el sujeto de las nociones perimétricas.
- Realizar una indagación teórica con el propósito de apoyar la exploración.
- Analizar la problemática que tiene el alumno del primer ciclo para la construcción de las nociones perimétricas.

### **1.4. Hipótesis de trabajo**

- La comprensión infantil de las nociones perimétricas ineludiblemente sigue

la ruta de la psicogénesis.

- La construcción de las nociones perimetales involucra la construcción del concepto de número, las nociones de distancia, longitud y tamaño.
- Involucra a las experiencias que el sujeto porta en forma de saberes en actividades de medición y conteo en donde ha hecho uso de nociones tales como la distancia, la longitud y el tamaño. Esta serie de experiencias le han permitido construir las primeras imágenes perimetales.



**CAPÍTULO II**  
**ELEMENTOS DE TEORÍA**  
**GENERAL.**

## 2.1 Antecedentes

En la búsqueda de antecedentes acerca de la problemática por lo menos en las instituciones a las que se tuvo acceso no se encontraron estudios o investigaciones que dieran cuenta de este tipo de objeto. Los conocimientos que se encontraron están en algunos trabajos como los de Hans Aebli, quien partiendo de las experiencias de Jean Piaget, aplicó un diseño particular para calcular el perímetro, por medio de esto da cuenta de datos que señalan los procesos que siguen los niños pequeños para construir nociones perimétrales.

En las investigaciones utilizó diferentes maneras, en la primera usó la didáctica tradicional, en ésta el proceso provocado era meramente intuitivo, se partía de material gráfico, como un croquis trazado en el pizarrón y complementado con la técnica de la mayéutica\* cerrada para sugerir el razonamiento. Para lograr lo anterior, primero presentó el perímetro del rectángulo, luego abordó la medida de las superficies, en todo el proceso de indagación no hubo un trabajo previo de medición. Como actividad final a lo anterior los niños procedían a medir y a calcular superficies. En la segunda manera puso en práctica los principios didácticos derivados de la psicología de Jean Piaget, con base en estas ideas se trató de provocar una construcción progresiva de las operaciones de medición en los alumnos.

---

\* La mayéutica, Se usaba desde Sócrates para nombrar el arte con el que el maestro mediante su palabra iba alumbrando en el alma del discípulo nociones que este tenía aún sin saberlo. Del experimento de Aebli, la mayéutica se utilizó de este modo, buscando explorar el pensamiento del niño con respecto al cálculo de superficies de pastoreo para ganado.

En estas acciones Aebli recurrió tanto al trabajo individual, cuestionando a los sujetos, al trabajo en equipos para confrontar los hallazgos y discutir todas y cada una de las ideas que surgían de estas actividades. Para generar constantes discusiones partía de problemas significativos para los sujetos, en éstas el profesor sólo intervenía si observaba dificultades, el propósito de participar era el de fortalecer las acciones.

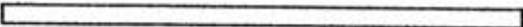
También Piaget, Inhelder y Szeminska; abordaron un trabajo con medición de superficies, para tal efecto mostraron a los niños dos superficies que representaban imaginariamente dos campos en los que pastaban dos vacas. Para evidenciar la conservación de la superficie, colocaron en cada uno de ellos de manera alternada una vaca, hasta llegar a catorce. En el primer campo las cosas se colocaron una encima de la otra, formando un enorme montón, mientras en el segundo se esparcieron, después de esto se cuestionó al niño si las vacas tenían cantidad de hierba para comer.

De manera más reciente Ed. Labinowics, con base en a las ideas de Jean Piaget explora el pensamiento del niños intentando construir el proceso de construcción de nociones como la longitud, que parece ser el referente para acceder a las nociones perimétrales.

También María Teresa Cascallana presenta un ejemplo concreto de estas construcciones en los niños. Utilizando las regletas de Cuisinaire observó que los niños construyen la noción de longitud, comparando, contrastando, y repensando

las acciones. Esta autora señala que el Geoplano es un recurso de enorme valía para el desarrollo de nociones matemáticas, su uso permite al sujeto comparar, contrastar, componer y descomponer figuras a través de la superposición de las mismas. La forma cuadriculada que posee el geoplano hace que el sujeto de manera intuitiva llegue a la noción de superficie.

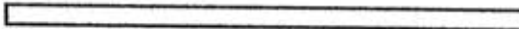
En la obra Desarrollo Humano, Juan Delval aporta algunos hallazgos por cierto con actividades de tipo experimental, que buscaron indagar la conservación de las longitudes en los niños. Para ello recurrió a la utilización de varillas de igual grosor y longitud, cada una de las cuales era colocada encima de la mesa y delante del sujeto, en forma paralela una de la otra cuidando que los extremos o bases de las mismas estuvieran alineados a la misma altura.

A 

B 

Luego presentó a los sujetos las varillas desplazadas de la manera siguiente.

A 

B 

Los desplazamientos que sufrieron las varillas eran realizadas ante la vista de los sujetos, era importante que observaran las acciones que se hacían con las varillas. Después de lo anterior venía una serie de preguntas que buscaban obtener los datos pertinentes que dieran cuenta del proceso de conservación de longitudes.

Los cuestionamientos que utilizó fueron los siguientes ¿ Son las dos iguales o una de las dos es más larga que la otra? o bien recurrió a una analogía, ¿si una hormiga anda por A y esta otra hormiga anda por B? ¿Andan las dos lo mismo?.

Algunos elementos de teoría general que se tomaron como fundamentación conceptual para la presente investigación son algunas posiciones teórico metodológicas de la psicología cognitiva, entre éstas la perspectiva sociocultural (L. S. Vigotsky, 1988 y Bruner, 1984, 1985, 1991) algunas que abordan la lógica matemática (Nemirovsky y Carbajal, 1983, C. Kammi, 1986, Delia Lerner, 1977) la lógica experimental (Hans Aebli, 1958). Todas explican la forma de como el sujeto construye el conocimiento a través de una serie de momentos a los que se denominan estadios del conocimiento.

La psicología cognitiva señala que los organismos son sistemas que reciben, manipulan y transforman información en el sentido del feedback o retroalimentación (que supone que lo que sucede en un organismo modifica o influye sobre su futuro. Delval 1994 52-53). Esta idea era uno de los aspectos que se consideraron para la investigación, de manera específica interesaba el cómo se sucede el acceso, la manipulación y transformación de la información y la relación que tiene esto con las experiencias con las que arriba el sujeto a la escuela primaria. Por esta razón se recurrió a la teoría Piagetana ya que esta asienta la idea de que el conocimiento se sucede de un estado menor a un estado mayor mediado por las invariantes funcionales: la asimilación y la acomodación y el equilibrio.

En este sentido se consideró la pertinencia de la teoría psicogenética que afirma que el conocimiento no es resultado de una copia de la realidad existente sino un proceso dinámico e interactivo por medio del cual la realidad es interpretada y reinterpretada por la mente, construyendo explicaciones cada vez más complejas. Otro referente es la teoría de la asimilación cognoscitiva que esta destaca el papel dinámico del sujeto en los aprendizajes, no ignora la influencia del medio ambiente ni la emisión de conductas como factores esenciales del comportamiento sino que los considera como situaciones que explican los procesos cognoscitivos que presenta el ser humano. En el marco de esta teoría se destaca la teoría del aprendizaje significativo que comprende la adquisición de nuevos significados o a la inversa estos son productos de aprendizajes significativos (D.P. Ausubel y otros 1983, p. 46-47). Desde un punto de vista propio la construcción de las nociones perimetrales deberían ser lo suficientemente significativas para el sujeto porque solo de este modo se tendrían datos reveladores del proceso que se sigue en éstas construcciones.

## **2.2 . La construcción del conocimiento matemático**

Derivado del análisis del proceso psicogenético que siguen los sujetos para la construcción del conocimiento, la idea constructivista aparece cómo un paradigma explicativo de la forma de cómo el sujeto va accediendo de manera paulatina a conocimientos más profundos y abarcativos. Por esta razón no es remoto pensar que en forma constante, los niños que involucra este trabajo construyen nuevos saberes. El mirar, el percibir, el tocar, manipular y transformar la realidad le permite ir alcanzando niveles cognitivos de mayor profundidad.

Desde esta perspectiva, el conocimiento siempre es construcción del sujeto, siempre es contextual, al momento de ir conociendo el sujeto va dando significado a los objetos, dichos significados lo determinan conceptualmente. En esta tesitura hay que comprender que conocer es actuar, pero que el conocer implica también el comprender del niño, y esto último debe sustentarse en una relación con otros sujetos con los que se comparte una negociación de significados. En lo que Adolfo Sánchez Vázquez denomina el enfrentamiento entre uno o más razonamientos, que derivarán en la puesta en común de las ideas.

Partiéndose de la tesis fundamental de la teoría constructivista de que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y primitivas, se propone una explicación que de cuenta de la forma genérica de la construcción de número, medida, etc., “el aprendizaje se realiza a través de la confrontación con situaciones problemáticas nuevas que obligan al alumno a rechazar o a modificar sus concepciones anteriores, a construir nuevos instrumentos intelectuales”<sup>2</sup>

### **2.3 . La construcción del significado y el papel del contenido en esta construcción**

A lo largo del proceso constructivo el sujeto enfrenta situaciones que le obligan revisar y cuestionar su estado de conocimiento y al mismo tiempo

---

<sup>2</sup> Mugny Gabriel, Pérez, Juan. Psicología del desarrollo cognitivo. Ed. Artropos. Pomat, Barcelona España, pag. 266.

reorganizar e incluso reconstruir mucho de lo que ya había construido. En este proceso de construcción el alumno recurre a sus experiencias previas que son los referentes que le permiten explicarse la situación que estudia. “Lo que el sujeto construye son significados, representaciones mentales relativas a esos contenidos”<sup>3</sup> esta búsqueda del sentido es una necesidad cognoscitiva que permite al niño ir entretejiendo toda una red de significados que más tarde le permitan dar concreción a los objetos.

Al aceptar que el niño aprende mediante la construcción de nuevas comprensiones mediante las relaciones con los fenómenos del mundo, se tiene que reparar en las dificultades que representa el desarrollo del conocimiento.

La concepción constructivista del aprendizaje escolar y de la enseñanza alcanza el interés máximo cuando es utilizada como una herramienta de reflexión y análisis, cuando se constituye en un instrumento de investigación teórica y práctica. El mérito de esta concepción estriba no en lo que explica y sugiere sino en los problemas que ayuda a identificar, en la forma en que permite plantearlos y en los enormes elementos que ofrece para tratar de construir explicaciones. Para su aplicación deben conocerse sus principios básicos.

### **2 . 3 . 1 . Principios básicos del constructivismo**

Diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos han llevado a una explicación constructivista, en la que se sostiene que la acción que busca resolver el problema surge a partir de un

---

<sup>3</sup> Ibid p. 269



proceso de reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones. Entonces el conocimiento desde la perspectiva constructivista nunca está separado del contexto ni del sujeto.

En el proceso de conocer el sujeto va asignándole al objeto de conocimiento una serie de significados que lo determinan conceptualmente. Conocer implica comprender de tal forma que permita compartir el conocimiento con sus iguales. Compartir estos conocimientos permite la negociación de significados lo que enriquece el proceso de la enseñanza y el aprendizaje matemático.

Según Allan A. Glattorn,\* los principios básicos del constructivismo son los siguientes:

- El aprendizaje no es un proceso pasivo y receptivo sino un proceso activo de elaboración de significados. Donde el alumno debe de poseer la habilidad para realizar una complicada tarea cognoscitiva que requiere la utilización y la aplicación de conocimientos para resolver problemas.

- El aprendizaje es mejor cuando implica cambios conceptuales modificando los conceptos previos, haciéndolos más complicados y válidos. Se inicia con conceptos sencillos que poco a poco se van ampliando o profundizando.

---

\* ALLAN, A. Glattorn. Principios básicos del constructivismo en cero en conducta. No. 43, año 13, Julio-Agosto, México, 1998, p. 13.

- El aprendizaje es siempre subjetivo y personal. El alumno aprende mejor cuando puede internalizar lo que está aprendiendo, cuando puede representarlo a través de símbolos generados por ellos, metáforas, imágenes, gráficos y modelos.

- Al aprendizaje también se le sitúa o contextualiza. El alumno debe de resolver problemas cuya naturaleza se parezca a las tareas y problemas del mundo real. Alejados de esta contextualización el resolver problemas no tiene significado.

- El mejor aprendizaje comprende conocimientos transformados que se reflejan durante todo el proceso de aprendizaje del alumno.

- El aprendizaje es social. El mejor aprendizaje es el que se desarrolla en la interacción con otras personas, al compartir percepciones, intercambiar información y solucionar problemas en colectivo.

- El aprendizaje es afectivo. Conocimiento y afecto están estrechamente relacionados. En la construcción del conocimiento es sumamente importante el autoconocimiento y la opinión de uno mismo sobre las habilidades propias, la claridad y la solidez de las metas personales, la disposición mental en general y la motivación para aprender.

- La naturaleza del trabajo de aprendizaje es crucial, las mejoras se caracterizan por:

- a).- las dificultades para optimizar el desarrollo del alumno.
- b).- relevancias de las necesidades del alumno.
- c).- autenticidad con respecto al mundo real y el reto, así como la novedad que perciba el alumno.

- El desarrollo del alumno influye en el aprendizaje. Los alumnos tienen etapas de crecimiento psíquico, intelectual, emocional y social que impactan lo que puede ser aprendido y la profundidad de la comprensión. Cada conocimiento que se intente asimilar debe de estar próximo a las etapas de su desarrollo de modo que realicen un esfuerzo por acceder a ellos pero al mismo tiempo presente metas alcanzables por ese esfuerzo.

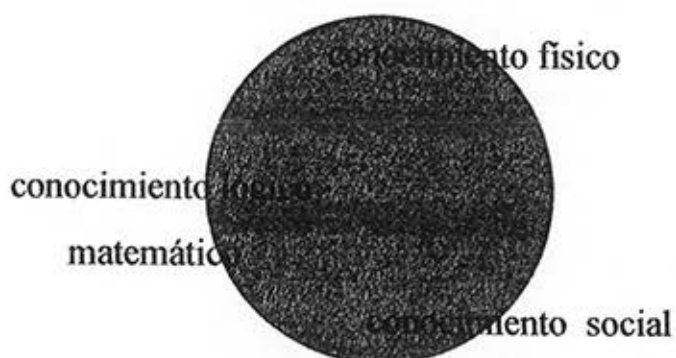
### **2.3.2. Tipos de conocimiento**

Con el contacto directo que tiene el niño con el medio ambiente amplía sus conocimientos. De sus vivencias aprehende diversidad de saberes que le permiten irse explicando el mundo.

Al referirse al conocimiento, Jean Piaget (citado por Cascallana, 1988), habla de tres tipos:

- El físico,
- El social,
- Y el lógico matemático.

Estos conocimientos no se suceden de forma aislada ya que tanto la realidad externa como su comprensión se componen de elementos que interactúan entre sí.



El primero de ellos se construye a través de las abstracciones que el sujeto hace de las características que poseen los objetos y que pueden observarse a simple vista, entre estas características se encuentran el color, la forma, el tamaño, el peso, la altura, el grosor. Para ello es importante que el niño manipule y explore los objetos, ejerciendo sobre ellos una doble acción mental y material. En esta dimensión de construcción los objetos se constituyen en la fuente principal del conocimiento. Al referirse al conocimiento lógico-matemático se señala que éste es producto de la acción reflexiva del sujeto sobre los objetos, en esta dimensión el sujeto poco a poco va organizando las semejanzas y diferencias que va encontrando en la interacción con el objeto y/o los objetos de conocimiento. De este modo estructura clases y subclases, mostrando ya una cierta lógica para

establecer relaciones. El número cardinal su proceso de construcción es un buen ejemplo de este tipo de relaciones.

El conocimiento social es producto de la adquisición de información proveniente del entorno que circunda al sujeto, siendo ésta la que le permite saber, por ejemplo, cuál es el nombre que socialmente se le ha asignado a los objetos físicos o a los números o a las formas de representarlos gráficamente. Cada uno de estos conocimientos aporta valiosos significados que permiten al sujeto ampliar la percepción de la realidad que más tarde le permiten construir redes de significado que le facilitan la construcción de conceptos.

#### **2.4. El conocimiento matemático**

La importancia educativa del aprendizaje lógico-matemático para algunos mentores estriba en la imitación de modelos, en el aprendizaje de las operaciones lógicas, poniendo a los niños a contar a clasificar o a seriar sistemáticamente porque se cree que las acciones anteriores aceleran el ritmo de desarrollo operatorio, sino que es mejor que los niños no empleen este tipo de actividades. Su pensamiento en desarrollo requiere de una mayor ejercitación que le lleve a progresar de manera paulatina a niveles cada vez mayores de conocimientos, pero para ello no se tiene que basar solo en la repetición sistemática.

Lo que hay que hacer es “Actuar, reflexionar sobre la propia acción, adaptar las acciones a la realidad,prever consecuencias de las mismas, codificarlas, operar con los resultados ayuda a construir los esquemas operatorios de la inteligencia,

estructuras operativas, ya sea en pensamientos que se refieren a objetos lógicos y entre aquellos que se deben a la experiencia empírica.

El pensamiento que se refiere a objetos lógicos quedaría contemplado en el llamado formalismo y la experiencia empírica dentro del campo de la intuición. La estructura operativa del formalismo consiste en considerar las propiedades convencionales de los objetos, las construcciones que de ella se autorizan o prohíben sin tomar en cuenta las significaciones empíricas. La intuición se entiende como la representación de las realidades concretas que pueden expresar las formas matemáticas. Por ejemplo la percepción que se tiene del cuadrado como una figura geométrica que siempre se apoya en uno de sus lados y que cuando es vista apoyada en uno de sus ángulos pierde su concepción .

Ambas estructuras son complementarias en la comprensión del conocimiento. Para que exista comprensión es necesario que haya una intuición de donde partir para darle luego una fundamentación formal y por último seguir con un nuevo pensamiento intuitivo. A este respecto se afirma que “el formalismo y la intuición no se excluyen sino por el contrario se complementan. El razonamiento es el desarrollo de una intuición y la intuición obtenida es una concentración del razonamiento y cuando a dicha relación se le enfoca en una situación adecuada, se establece una relación dialéctica”<sup>6</sup>

Todo conocimiento socialmente aceptado debe tener como punto de partida un conocimiento intuitivo que será el antecedente que se tiene sobre determinado

---

<sup>6</sup> Ibidem, p. 32.

objeto de interacción. Habría que reconocer que esta intuición no es estática sino que se incorpora a una experiencia adquirida y que se va desarrollando con el tiempo, a medida de que el conocimiento lógico matemático aumenta.

## **2.5. La formación de conceptos matemáticos en los niños**

### **2.5.1. Desarrollo de la capacidad de representación**

Junto al desarrollo del pensamiento e incluso puede decirse que formando parte de éste se generan en el niño la capacidad de representación. Ambos aspectos se dan conjuntamente como parte de un mismo proceso por lo tanto deben de ser considerados complementarios uno del otro. “La imagen no es el elemento fundamental del pensamiento; constituye más bien su soporte, útil con frecuencia o sin duda pero no es indispensable. Además, en su naturaleza íntima, la propia imagen constituye un acto real”<sup>7</sup>, o sea la construcción de una noción o un concepto.

Este tipo de actitudes, es un modo de interacción donde prevalece la psicomotricidad y los recursos preverbales. Cuando aparecen en los niños las manifestaciones como el lenguaje, el dibujo, el juego, se da un salto cualitativo que les permite referirse a la realidad mediante símbolos lo que va a ampliar su campo intelectual. Por ejemplo, un niño de tres años: que dice mi hermano me molesta, quiero que venga mamá o que juega a ser repartidor de butano o reconoce en un catálogo de juguetes, lo que pedirá a los reyes, no sólo está disponiendo de instrumentos que le permiten expresar de manera más rica

---

<sup>7</sup>AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Kapelusz, Buenos Aires, 1958, p. 90.

matizada de nociones, vivencias, deseos y sentimientos, sino que también, estos instrumentos le ayudan a fijar esas ideas, a operar con ellas, a conocer e interiorizar la realidad, a regular su conducta a dirigir su actividad en el futuro, de este modo va desarrollando su pensamiento.

Algunos pasos o logros que pueden ayudar a explicar el desarrollo de la capacidad de expresión, son los siguientes.<sup>8</sup>

- contraste entre la realidad y la representación noción de significantes y significado.
- utilización de distintos tipos de significantes para representar objetos, personas, hechos y situaciones.
- relación entre los distintos significantes. Análisis de las características de las mismas.
- construcción de sistemas y códigos individuales y grupales.
- iniciación al uso de los sistemas convencionales. Codificación y descodificación.
- el conocimiento de los objetos y materiales en el establecimiento de relaciones cuantitativas.

---

<sup>8</sup> op. cit., p. 42



Para entender el medio que le rodea el niño necesita organizar aquellos elementos que lo componen. Para ello empieza desde muy pronto a explorar perceptivamente todas las cualidades de las magnitudes, discriminando el color, la textura, el peso entre otras cosas, “entre las primeras estimaciones que hacen los niños están relacionadas con la dimensión o cuantificación de la magnitud percibida, es frecuente oír, discutir, sobre quién tiene más o menos en relación con sus golosinas, su edad, el número de hermanos o las posiciones paternas”<sup>9</sup>

La condición necesaria para que algo se pueda cuantificar o medir es precisamente que su dimensión se conserve.

No basta solamente explicar a los niños que una cantidad permanece constante si no se modifica, si es engañado por lo que percibe, haciéndole creer que la cantidad de un líquido depende de la forma y del tamaño del recipiente que lo contiene, antes necesita, a través de la intuición y comprobación, comprender cómo estas percepciones pueden ser neutralizadas con acciones inversas. La concepción de magnitud es de suma importancia para los conocimientos posteriores. Los intentos de medir materiales continuos y discontinuos dan origen a nociones básicas tanto numéricas como métricas. A este respecto se señala que “el aspecto cardinal de los números, la economía de su uso, su exclusividad, la convencionalidad del sistema métrico entre otros son conocimientos que empieza generarse de esta forma”<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> op. cit., p. 41.

<sup>10</sup> op. cit., p. 46.

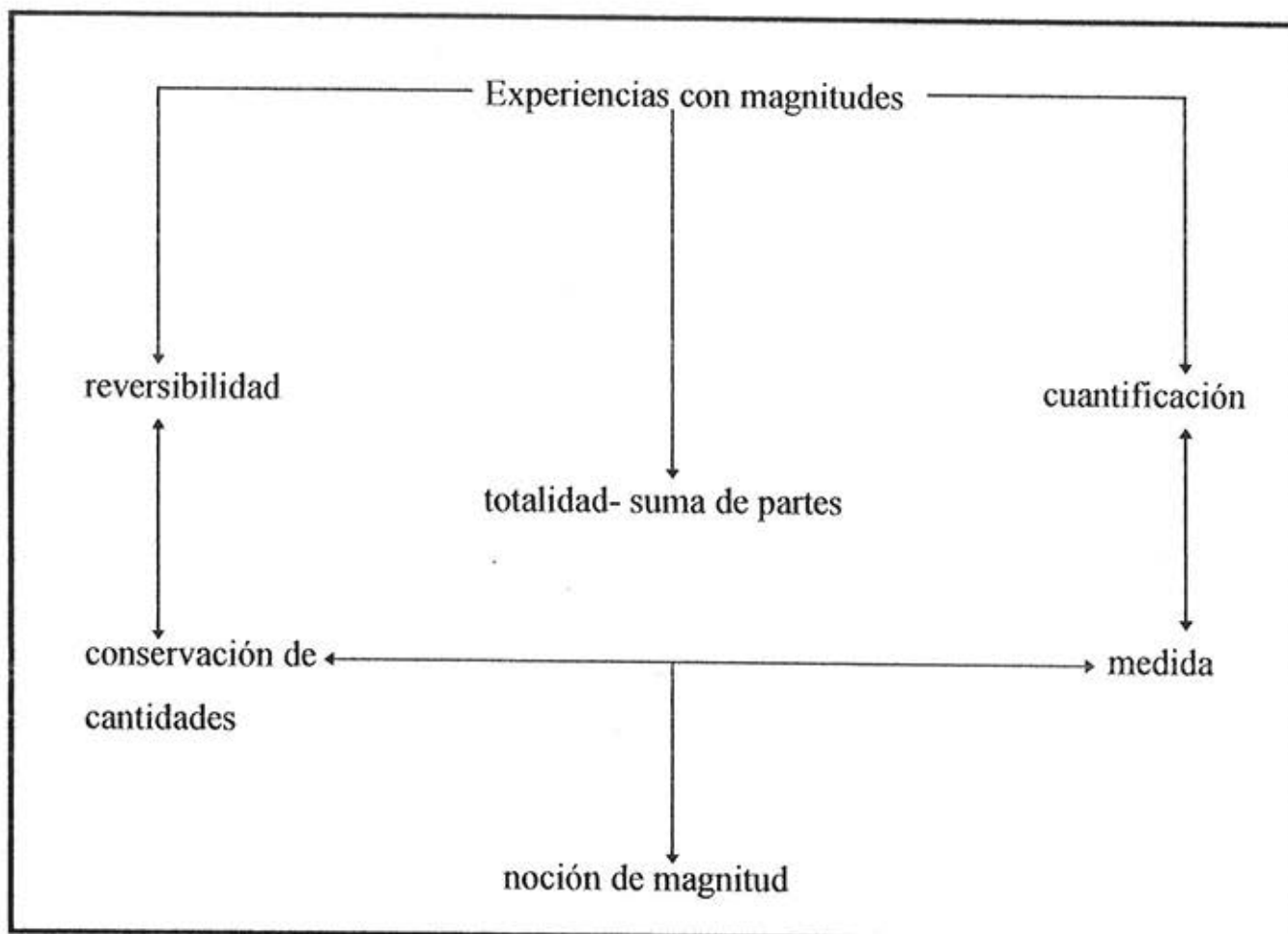
### 2. 5. 2 . El niño y el trabajo con magnitudes

De la aplicación del instrumental diseñado para la búsqueda de datos que permitieran significar como construye el niño las nociones perimétrales se pudo construir un esquema metodológico para el trabajo con magnitudes. Esquema que invariablemente siguen los niños. En este se observa un trabajo continuo con magnitudes, múltiples intentos por cuantificar y medir no solo lo cuantificable sino también, aquello que no se puede medir, ni cuantificar, lo que demuestra la necesidad que tiene el niño por conocer cuánto es, cuánto tiene y cuánto mide, un conjunto, un grupo, una mesa, un lápiz, entre muchas otras cosas.

La relación entre la conservación y medida es muy estrecha ya que para comprobar o medir es necesario que lo que se compare se conserve. Habría que entender que también la conservación de una cantidad resulta de la medida de la misma .

El descubrimiento y aprendizaje de estas nociones se produce simultánea y complementariamente y debe ser trabajada a lo largo de varios años de escolaridad infantil. Al trabajar las nociones de magnitud aparece una limitación cognitiva que condiciona su constitución, la relativa a la conservación de las cantidades.

## ESQUEMA METODOLÓGICO PARA EL TRABAJO CON MAGNITUDES.



Fuente: Ana María Viera p. 42.

Durante el trabajo con magnitudes el niño va descubriendo la relación que existe entre la conservación y la medida. Este descubrimiento está relacionado con el trabajo de la enseñanza, de magnitudes, sin embargo, deberá tenerse cuidado para que éste contribuya al desarrollo de la noción de medida.

Algunas de las acciones que realiza el sujeto trabajando con magnitudes son las siguientes: Describe y discrimina conocimientos de distintas magnitudes tales como el peso, temperatura, tiempo, longitud y superficie, contrasta nociones como peso, gravedad, movimiento y quietud, ordena series, de más a menos pesado, de más a menos extenso, compara a través de la cuantificación, utilizando conceptos como mucho, poco, todos, algunos, a partir de la unidad.

Estas experiencias previas tienen su fuente en la actividad sobre los objetos concretos, dicha actividad se presenta como una abstracción reflexiva de la que el sujeto construye una primera noción de medida, basada en la comparación de un objeto con el otro. Experiencia que le permite ir enfrentando nociones de medidas que le generan de manera simultánea la cuantificación, que impacta de manera significativa la conservación de cantidad, misma que dada la edad de los niños está en proceso de formación y que gracias a estas acciones se ve acelerada en su proceso. De este modo se puede uno percatar que la reversibilidad del pensamiento apareció en su aspecto operativo de manera natural, produciéndose actividades de cuantificación.

Durante el trabajo con magnitudes el niño va descubriéndose de manera más concreta la relación tan estrecha que existe entre la conservación y la medida, pero este descubrimiento depende también del trabajo que realice el docente quién deberá proponer las actividades necesarias para trabajar con magnitudes para posibilitar el desarrollo de la noción de medida.

## 2.6. El aprendizaje de los números

En este apartado se pretende señalar cuál es el proceso que siguen los niños para el aprendizaje de las cantidades y de los números, así como cuáles y qué factores intervienen en dicho proceso.

En el proceso de aprendizaje de las cantidades y de los números intervienen factores como:

- los esquemas mentales de los niños.
- la información puesta en juego.
- la experiencia sobre materiales discontinuos.<sup>11</sup>

En el proceso que sigue el niño en la construcción de las cantidades y de los números. Las cantidades aparecen vinculadas a propiedades cualitativas y parecen tener para el niño un carácter continuo.

Para estimar los niños utilizan cuantificadores poco precisos: mucho, pocos o bien agrupan elementos y los ordenan en un intento de cuantificar más fácilmente. En acciones de reparto asigna los objetos comparándolos y relacionándolos entre sí, estableciendo relaciones como más que, igual que. Diferenciando entre las cantidades lo que ocupa de lo que no ocupa.

---

<sup>11</sup> Tomado de García Juárez Marco Antonio. Introducción a la resolución de problemas, teoría y estrategias matemáticas. Primera edición, Ed. Esfinge S.A., México, 1996, p. 9.

Discriminando o reconociendo los elementos como unidades u objetos distintos que independientemente de las cualidades específicas de cada uno, tienen la característica común de ser un elemento de esa colección. Los niños van construyendo los conocimientos numéricos, que no se reducen al conteo de una cantidad sino que se supone contienen aspectos de cardinalidad y ordinalidad que están implícitos.

Desde muy pequeño el niño aprende los nombres de los números, sus ordenamientos, y los emplea de manera mecánica, relacionándolos de algún modo con las colecciones que manipula.

Posteriormente empieza a contar, vinculando su experiencia concreta con los conocimientos previos que posee acerca de los números. En el proceso de este ejercicio descubre alguna de sus leyes, relaciona cada número con un elemento para contar sistemáticamente cada elemento una sola vez, reorganiza la información, la contrasta con los datos derivados de su experiencia, compara colecciones, es capaz de hacer equivalencias estimando cantidades, representa todo lo anterior elaborando significaciones más cercanas a la realidad.

Las actividades de manipulación y la reflexión permiten al niño hacer una progresiva construcción de la noción de cantidad la que se complementa por actividades de representación gráfica apareciendo los números como una forma de representar cantidades.

### 2.6.1. La construcción de la clasificación y el desarrollo

El proceso de desarrollo de la clasificación se realiza en tres períodos sucesivos, estos son los siguientes:

Primer estadio (hasta los 5 años y medio aproximadamente) es cuando los niños inician en la clasificación de los objetos, empiezan a hacer lo que se llama colecciones figurales, ordenando las cosas cuidadosamente de tal forma que aparentemente no tienen nada que ver con sus similitudes y diferencias, es común que el niño forme figuras con los objetos dejando por el momento la clasificación para objetar una completa, en este período deja elementos sin considerar.

Segundo estadio (de 5 y medio a los 7 años aproximadamente) aquí el niño establece colecciones figurales. En el transcurso de este período el niño comienza a reunir objetos, formando pequeños conjuntos. El progreso se observa en que toma para cuando cuenta las diferencias entre los objetos por eso forma varios elementos de cada conjunto que tengan el máximo parecido entre sí, por ejemplo cuando se le dan cubiertos y se le pide que ponga junto lo que va junto, y buscará dos cucharas idénticas sin llegar a poner juntas todas las cucharas y todos los tenedores.

Progresivamente y partiendo de pequeños conjuntos, basados en un criterio único, los reúne para formar colecciones más abarcativas, es decir, reúne subclases para formar clases. Un trabajo de esta naturaleza se puede observar en el ejemplo siguiente: Cuando se le dan rosas y claveles revueltos y se le pide que

ponga juntas flores que tengan las mismas características, pone juntas las rosas y en otro conjunto todos los claveles, progresivamente irá considerando todas las flores. “Esta forma de actuar indica que el niño ha logrado la noción de pertenencia de clase; sin embargo, aún no maneja la relación de inclusión, no puede determinar que la clase tiene, más elementos que la subclase”<sup>12</sup>

Tercer estadio (comprende de los 7 a los 8 años aproximadamente) este tipo de clasificación es semejante a la que maneja el adulto, aquí se llegan a construir todas las relaciones comprendidas en la operación de clasificación, y las acciones de inclusión y pertenencia.

En la inclusión hace referencia a grupos a subgrupos (subclases que pueden encontrarse de una clase mayor (universo a clasificar) y la pertenencia se refiere más a elementos individuales de las clases o subclases .

En este último estadio el niño tiene la capacidad de darse cuenta de que los objetos tienen múltiples atributos y que por lo tanto no pertenecen exclusivamente a una clase, o sea ya clasifica en base a diferentes criterios, lo que le permite agregar o desagregar componentes a las clasificaciones que hace, muchas de estas acciones clasificatorias van acompañadas de actividades de seriación. Cuando el sujeto tiende a clasificar considerando el tono del color, el peso, el tamaño, el grosor, está ya operando con seriaciones.

---

<sup>12</sup> PIAGET, Jean. La representación del mundo en el niño, Madrid, Morata, 1984, p. 44.



## 2 . 6 . 2. La seriación

Esta consiste en ordenar a los objetos por características que los hacen ser diferentes, este ordenamiento puede efectuarse en dos rutas por la vía creciente, de menor a mayor o decreciente, ello dependiendo del criterio que elija quien realiza estas actividades. Seriar es marcar relaciones entre las diferencias que poseen los elementos y objetos, como son el grosor, textura, (del más suave al más áspero, del más grueso al más delgado o viceversa) este proceso se presenta en tres estadios.

Primer estadio (hasta los 5 años aproximadamente ). Aquí hace parejas de tríos, dejando elementos sin considerar. En este estadio el niño no logra ordenar una serie completa de objetos, porque aún no ha construido las relaciones mayor que y menor que.

Segundo estadio (de los 5 a los 6.5 ó 7 años de edad aproximadamente). En este estadio el niño logra construir una serie de 10 elementos por ensayo y error. Lo hace tomando un elemento cualquier y luego otro y lo compara con el anterior, en base a esta comparación toma la decisión de colocarlo en la serie que está formando.

En este estadio el niño no anticipa la serie, sino que procede a construirla a medida que compara los elementos, tampoco muestra un método sistemático para elegir cual va primero.

Tercer estadio (a partir de los 6 ó 7 años aproximadamente). En este período el niño tiene ya la capacidad de realizar una serie creciente o decreciente con cierta sistematización. En las series que construye empieza a considerar, cuando un elemento es menor al que sigue y mayor al anterior, o bien que un elemento puede ser mayor que otro y si se invierte la relación puede ser menor que el otro, esto a través de la acción mental, conocida como reversibilidad del pensamiento. Un ejemplo de ello se puede observar en lo siguiente: 4 es mayor que 2, invirtiendo 2 es menor que 4.

Cuando el sujeto considera que un elemento puede ser mayor o menor que otro ha desarrollado la noción de la transitividad. Esta última consiste en poder establecer una relación entre dos elementos que no han sido comparados previamente, pudiendo deducir cual es la relación que hay entre el primero y el último.

Otra noción que se desarrolla es la reversibilidad esta se entiende como la operación inversa de una operación esto es si se establecen relaciones de mayor a menor, se pueden establecer relaciones de menor a mayor, o también puede decirse que en caso de la suma le corresponde una resta, este tipo de acciones posibilita el desarrollo de la conservación numérica, que finalmente permite construir el concepto de medida. Tanto la clasificación como la seriación son acciones que presentan una relación directa con la construcción de las nociones perimetales. Seriación y clasificación junto con la correspondencia producen génesis de la noción de número.

## **2.7. El número y el papel de la correspondencia**

### **2.7.1. El número**

En este apartado habría que preguntarse ¿Cómo es que el niño se va apropiando del concepto de número? ¿Cuál es el proceso que sigue para su adquisición? ¿Desde qué referencias lo hace?. Sin pretender una revisión exhaustiva de este proceso, se señala que en términos generales el número es construido con base en abstracciones sucesivas que realiza el niño de la propia realidad que le rodea. En esta realidad el niño suele seleccionar aquellos elementos que requiere para contar, escoge lo que necesita para enfrentar a la vida y realiza por ordenamientos en base a su interés personal.

Estas operaciones le permiten ir construyendo el concepto de número. Le dan la posibilidad de clasificar y seriar todo, lo que la realidad le presenta. El concepto número se presenta pues como resultado de la síntesis de las acciones descritas anteriormente, como la clase formada por todos los conjuntos que tienen la misma propiedad numérica y que ocupan un rango en la serie. De esta forma va estableciendo relaciones y la inclusión de clases, esta última significa, por ejemplo que el 2 está en el 3, en el 4, el 9 en el 10, etc.

La evidencia de las conservaciones numéricas se apoyan en el establecimiento de la correspondencia término a término. Se puede distinguir dos tipos de correspondencia término a término: la correspondencia espontánea y la provocada. La primera de ellas se observa cuando el niño es llamado a evaluar una cantidad de objetos dados, por medio de objetos de la misma naturaleza que

el hace corresponder, por ejemplo si un jugador pone de cuatro a seis canicas en el suelo, su compañero querrá poner el mismo número, y aún sin saber llegará a componer una colección equivalente. La segunda se trata de correspondencia provocada por circunstancias exteriores, por ejemplo, se le puede pedir al niño que reparta un lápiz para cada niño, un cuaderno para cada niño, este tipo de correspondencia implica una correspondencia dinámica uno a uno.

Habría que señalar que las conservaciones numéricas no se presentan en forma espontánea, sino que pasan por aproximaciones sucesivas y cada vez más profundas a las que se denominan estadios .

### **2 . 7 . 2 . Estadios de la correspondencia\***

Primer estadio, que tentativamente va de los 4 a los 5 años aproximadamente. En este período se presenta la comparación cualitativa con característica global y sin correspondencia término a término, ni equivalencia duradera, en este se asientan las bases para el siguiente estadio.

Segundo estadio, que va de los 5 a los 6 años aproximadamente, en este se efectúa la correspondencia uno a uno término a término, pero generalmente del tipo intuitivo y sin una equivalencia duradera, que poco a poco deja de ser intuitiva e inestable numéricamente.

---

\* Véase PIAGET, Jean. La representación del mundo en el niño. Madrid, Morata, 1984.

Tercer estadio, que va desde los 6 años hacia adelante, aproximadamente. En este período puede hablarse ya de una correspondencia operacional, cualitativa o numérica, las equivalencias de los conjuntos obtenidos son duraderos.

La constitución de las conservaciones se llevan a cabo sector por sector, según un orden que incluye desfasamientos y por consiguiente, en sucesión temporal. Estos desfases son horizontales ya que las mismas estructuras se aplican a contenidos diferentes. Estas estructuras lógico-aritméticas siguen una evolución que las conduce a una reunión dentro de las clasificaciones multiplicativas alrededor de los 9 ó 10 años. Por esta razón, algunas adquisiciones concernientes a las conservaciones son más tardías.

El orden de aparición de las diferentes conservaciones es el siguiente :

Edad	conservaciones
7 años	conservación de las equivalencias cuantitativas. conservación de longitudes conservación de las superficies.
7 a 8 años	conservación de la sustancia.
8 a 9 años	conservación del peso, conservación del volumen especial, el volumen interno.
11 a 12 años	conservación del volumen físico. conservación del volumen espacial.

Fuente: Jean Marie Dolle p. 145-146

La conservación numérica tiene su estructura en la correspondencia término a término, en la comparación que realiza el niño de un conjunto de elementos con otro conjunto de elementos, y sin la cual no puede desarrollar dicha conservación, en la que las nociones de tiempo y espacio cumplen un rol muy importante ya que

que tienen un fuerte impacto en el desarrollo del esquema corporal. Este último es determinante en el manejo del tiempo y el espacio.

## **2. 8 . El espacio y el tiempo**

A la vez que desarrolla la lógica de clases y de relaciones se van organizando el espacio y se adquieren las nociones, dentro, fuera, delante, detrás, detrás de, que serán la base de los conocimientos geométricos posteriores. Con las nociones espaciales van asociadas las temporales, tal construcción del concepto del tiempo es un proceso lento y gradual que el niño realiza a partir de sus propias secuencias temporales. A este respecto se señala que : “las estructuras lógico-matemáticas incluyen las estructuras de orden con las relaciones (seriaciones). Estas se aplican a las estructuras topológicas, a las operaciones infralógicas: como son las acciones de conservación y dominio espacial”.<sup>13</sup> Las operaciones infralógicas constitutivas de los objetos como tales se refieren a las conservaciones físicas (de las cantidades de materia, de peso, de volumen) y a la constitución del espacio (con las correspondientes conservaciones de rectas, superficies, perímetros, horizontales, verticales, etc).

---

<sup>13</sup> Ibid, p. 164.

Que se dividen en		
Operaciones Infralógicas	Topológicas (partición de orden)	Operaciones físicas. Operaciones espacio tem- porales.  1.- Seccionamientos, cer- canía. 2.- Desplazamientos, di- ferencias de orden, colocación. 3.- Medida                    medida                                Conservaciones                                         físicas                                                     El continuo
	Proyectivas (Plano espacial)	
	Euclidianas (Métricas)	
		Se aplican al objeto como tal y a sus partes o a sus relaciones espacio temporales internas, conservaciones en presencia de imágenes, construcción del espacio, símbolos con imágenes

Adaptado de Dolle 1993 p. 69.

De lo anterior se deriva la idea de que el espacio sensoriomotriz se desarrolla a partir de un espacio topológico hacia un espacio que se vuelve proyectivo y euclidiano a la vez. "...la topología constituye el capítulo más elemental de la

geometría. Ignora rectas, la distancia, los ángulos, etc., y se refiere únicamente a los cuerpos elásticos y deformables, pero sin rasgos ni recubrimientos.”<sup>14</sup>

El espacio topológico es el primero que se construye. De él se derivan el espacio métrico o euclidiano y el espacio proyectivo, que se construyen de forma paralela aunque son a la vez distintos y solitarios.

Entre los 2 y los 7 años domina el espacio topológico, a partir de los 7 años, el espacio métrico o euclidiano y el espacio proyectivo se constituyen al mismo tiempo y en forma paralela con respecto al espacio proyectivo. “El espacio proyectivo comienza cuando el objeto o su figura ya no son considerados en sí mismos, sino desde un punto de vista de los demás”<sup>15</sup> lo que supone “una coordinación entre objetos distintos en el plano espacial”.<sup>16</sup>

El espacio euclidiano se construye paralelamente al espacio proyectivo. Este proceso obliga al sujeto a coordinar los objetos entre sí en relación con un marco de conjunto o en relación con un sistema estable de referencia, que exige desde un principio, la conservación de las superficies y distancias.

También es preciso aclarar que éste espacio se apoya en la noción de desplazamiento y que el estudio de estos desplazamientos conduce a la medida.

---

<sup>14</sup> Ibid, p. 168.

<sup>15</sup> Cascallana María Teresa, op. cit., p. 168.

<sup>16</sup> Ibid, p. 168.



Sin coordenadas es imposible la existencia de medidas, a su vez para que este presente es básico que exista el desplazamiento de la unidad sobre la cosa u objeto por medir, de ahí la necesidad obligada de la conservación de las longitudes durante actividades que impliquen medición, esta conservación depende de las de distancia a partir de los 7 años de edad. Este tipo de conservaciones se completa por la conservación de los volúmenes espaciales a partir de los 9 años de edad.

Estas ideas aclaran cómo se presenta el proceso de construcción de las nociones perimetales, los desplazamientos de la unidades sobre los objetos, son los primeros intentos sistemáticos de medidas perimetales, son a su vez los primeros indicadores del proceso psicogenético que siguen los sujetos del primer ciclo de educación primaria en la construcciones de éstas.

# **CAPÍTULO III**

# **METODOLOGÍA**

## METODOLOGÍA

La presente investigación se guió con la perspectiva clínica. Para efectos de la exploración se recurrió a una situación experimental complementada con un interrogatorio para obtener los datos que permitieran verificar las hipótesis planteadas.

La situación experimental y el interrogatorio clínico contempla la realización de figuras cerradas y la medida de las mismas y ver la relación que tienen con la construcción de las nociones perimetales, así como con los antecedentes previos que al respecto posee el sujeto.

### 3.1. Sujetos

La muestra se integró por 20 estudiantes de primero y segundo grado de educación primaria provenientes de dos escuelas públicas, las cuales se ubican geográficamente en zonas urbanas de características similares.

### 3.2. Procedimiento

Para realizar la exploración se recurrió a una situación experimental acompañado por un interrogatorio bajo la perspectiva del método clínico-crítico de Jean Piaget.

Al iniciar la exploración se partía de algunas hipótesis, tales como la existencia de una comprensión gradual en los sujetos del primer ciclo de educación primaria de las nociones perimétricas. Comprensión que se vehiculizaba a través de acciones como medición, conteo, comparación. Algunas preguntas en el interrogatorio fueron ¿Qué es medir? ¿Cómo mides? ¿Qué es perímetro?. En el proceso del interrogatorio se generaron otras preguntas que sirvieron para contrasugerir al sujeto y observar si su pensamiento se sostenía. El propósito era provocar un conflicto cognitivo en el sujeto que le condujera a la reflexión de sus respuestas. De este proceso se obtuvieron elementos de juicio para el objeto de la investigación. Cada uno de las respuestas fueron tratadas como indicadores de pensamiento infantil de este modo se construyeron la serie de datos que se presentan.

### **3.3. El método Clínico -crítico**

El método clínico crítico de Jean Piaget consiste en una conversación abierta con los niños tratando de seguir el curso de su pensamiento, cuidando de no sugerir las respuestas. Aquí lo fundamental consiste en ir verificando las hipótesis que se formulan a lo largo del proceso exploratorio, e ir variando la intervención a partir de las respuestas que se van obteniendo.

Es de suma importancia que el investigador verifique en el proceso que las respuestas dadas por los sujetos sean consistentes, alejadas de la espontaneidad o de la fabulación. Lo más interesante en este proceso es obtener respuestas que sean sostenidas por el sujeto después de ser sometidos a contrasugerencias.

El método clínico -crítico se utilizó atendiendo a estas sugerencias.

En dos momentos se recurrió al método clínico, inicialmente durante la aplicación de la situación experimental para indagar que noción tenían y como construían figuras cerradas los sujetos. Posteriormente para el análisis de las respuestas arrojadas por el interrogatorio, con el propósito de construir el proceso psicogenético que siguen los niños para construir las nociones perimetales.

### **3.4. Registro de la información**

Para registrar la información se recurrió a técnicas como la entrevista clínica y la observación, también se utilizaron. Grabaciones Fonográficas para registrar evidencias orales de los sujetos. Los momentos en que se realizaron estas grabaciones fue en un período de dos meses. La duración de estas osciló entre 10 y 20 minutos dependiendo de las respuestas de los sujetos explorados.

Los datos fueron concentrados en tablas y cuadros que permitieron procesar la información para obtener datos para confrontar las hipótesis establecidas para efectos de la investigación.

El análisis de la información se facilitó gracias al uso de la construcción de protocolos que se hizo, a partir de la exploración clínica, ello permitió profundizar en el análisis tanto individual como grupal.

### **3.5. Recursos para la exploración**

Los materiales utilizados en esta investigación fueron:

- El geoplano, definido como un recurso didáctico de fácil manejo y que permite introducir diversos conceptos geométricos en forma manipulativa. Su facilidad de manejo permite que el niño pase de manera rápida de una actividad a otra lo que mantiene a los alumnos activos en la realización de ejercicios.
- Varillas de madera. De la misma medida y del mismo peso.

### **3.6. Escenarios**

La investigación se realizó en dos escuelas primarias públicas ubicadas en zonas urbanas de la ciudad de Culiacán, Sinaloa; México.

# **CAPÍTULO IV**

## **RESULTADOS**

## RESULTADOS

En este capítulo se plasman los resultados obtenidos en el transcurso de la investigación. En ellos se da cuenta del proceso que siguen los niños de 6, 7, 8, y 9 años para construir las nociones perimétricas, este trayecto no parte de un nivel cero, hasta llegar a la construcción de dichas nociones sino que invariablemente el niño avanza en niveles progresivos cada vez más acabados y sistemáticos.

Este proceso tiene relación con las experiencias cotidianas que el sujeto ha tenido con objetos y elementos matemáticos que conforman su contexto, estas experiencias han posibilitado la apropiación de formas particulares de los elementos y objetos, lo que le permite ir construyendo las primeras imágenes, distintas formas, pesos, tamaños y medidas; algunas de las cuales están determinadas por las fronteras o límites o bien por los espacios que ocupan los objetos. Estas acciones le permiten ir significando aspectos como la medida, el tamaño, que son propios de las nociones perimétricas.

A lo largo de este proceso psicológico van apareciendo múltiples y variadas conceptualizaciones construidas por el niño con base a una actuación dinámica, armando, desarmando, destruyendo, construyendo, en una palabra creando sus propias formas de entender el mundo. Apareciendo diversas categorías conceptuales en el pensamiento. Esto permite ir clasificando las



construcciones en marcos conceptuales más amplios que finalmente originan la construcción de verdaderas redes conceptuales. De esta forma las categorías explicadas en el presente capítulo son las siguientes; el conteo, la comparación y la medida.

Dicha explicación permite clarificar una posible ruta epistemológica seguida por los niños de estas edades, en la construcción de nociones perimetales. En esta ruta es posible observar un esquema teórico de construcción que tiene su punto de partida y llegada en las experiencias concretas de los niños mediadas por una actuación dinámica de construcción y creación individual.

En este esquema se observa un sistema constante de constructos hipotéticos, derivados de percepciones intuitivas del sujeto, comprobadas algunas de ellas a través de acciones de comparación de una varilla con respecto a otra. Este proceso es un método sustentado en una constante construcción de respuestas hipotéticas, en las que los aprendizajes se producen permanentemente por la búsqueda de soluciones. Las hipótesis son el elemento estructurante del aprendizaje de las nociones perimetales, en ellas que parecen tener una incidencia importante tanto la medida como la construcción de figuras cerradas que se presentan de manera evolutiva, lo que hacía de su construcción como un crecimiento intelectual del sujeto.

#### **4.1. Niveles de construcción de la medida**

Los niños de 6, 7, 8 y 9 años de edad tomados como muestra operativizan la

medición a través de acciones como la de comparar objetos o cosas entre sí, mostrando capacidad para medir un conjunto de tres o más objetos, de acuerdo a la problemática que vive y experimenta.

Para investigar la medición por comparación se utilizaron varillas de distintas medidas y color, desde luego esto facilitó el efecto comparativo entre cada varilla.

Con respecto a la medida de figuras estos sujetos de manera sistemática comparaban el espacio que ocupaba cada varilla o bien con las otras. Este procedimiento inminentemente estratégico apareció de manera recurrente de manera que cada vez que se le pedía a los sujetos que hicieran algo similar a lo que construían. Otros sujetos al solicitárseles que midieran las figuras recurrieron a actividades de conteo de las varillas que utilizaron para construirlas. El conteo (de las varillas) fue una de los criterios más sólidos para la construcción de la medida.

De la observación de estas dos acciones recurrentes, extraídas del análisis de las entrevistas, puede señalarse que en la medida de las figuras se encuentran dos niveles cognitivos distintos.

Estos niveles son los siguientes:

1er Nivel, que hace referencia al espacio que ocupa la varilla. Un número de 8 casos de 20, lo que representa un 40% del total de la muestra.

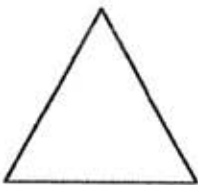
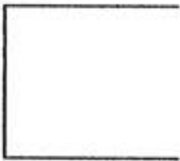
2do Nivel, en éste se hace uso del conteo de las varillas para decidir su tamaño. 12 casos, que representan el 60% del total de la muestra.

Véase ahora algunos eventos como ejemplos de estos niveles.

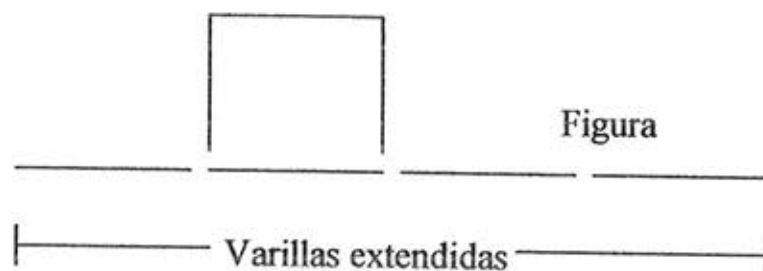
**1er Nivel:**

EXPERIMENTADOR

PEPE (8: 6)

<p>¿Conoces esta figura?</p>  <p>¿Cómo se llama?</p>	<p>“Triángulo y me se otro que se llama cuadrado.”</p>
<p>¿Cómo se forma?</p> 	<p>“Así... me falta un palito.”</p>
<p>¿Cómo medirá más así <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> como cuadrado?</p>	<p>“Así <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .”</p>


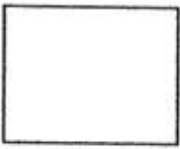
El espacio que ocupan las varillas extendidas supera las bases de las figuras construidas. El pensamiento del niño se centra en el espacio ocupado. Mentalmente yuxtapone ambas imágenes para medirlas.

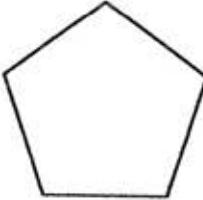


## 2do Nivel

EXPERIMENTADOR

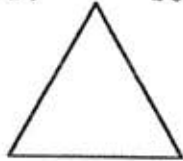
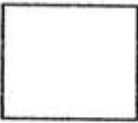
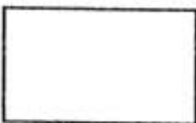
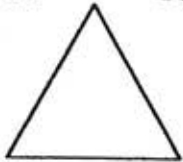
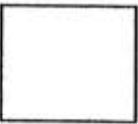
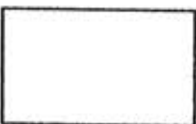
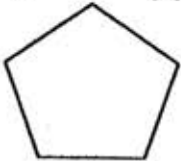
JOEL (6: 4)

¿Puedes hacerme una de las figuras que formaste?	"Si."
Hazla	<p>Hace</p> 
¿Puedes hacerme otra?	<p>Hace</p> 

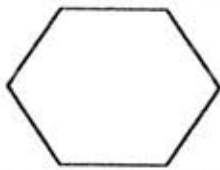
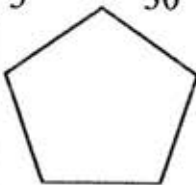
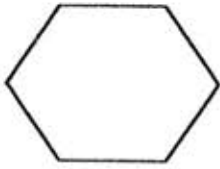
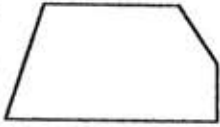
¿Cómo se llama?	“Cuadrado”
¿Cuál es el más grande?	“El cuadrado”
¿Que hiciste para saber que era el más grande?	“Porque esta (cuenta) tiene 1, 2, 3, y este tiene (cuenta) 1, 2, 3, 4.”
<p>Haz otra figura.</p> <p>¿Cuál es más grande de las tres?</p> <p>¿Que hiciste para saber cual es más grande?</p>	 <p>“Esta (la figura de 5 varillas)”</p> <p>“Las medí”</p>
¿Y qué les mides?	“Esto (señala cada una de las varillas)”

Estos dos niveles permiten observar que en los niños de estas edades existe un procedimiento definido para medir, significado por una postura de creación y recreación y reflexión individual que se aleja de lo estático, de lo figurativo, para caer en lo operativo, en el que el sujeto a través de una abstracción reflexiva construye el significado de la medida. Esta abstracción reflexiva tiene su base en la comparación sistemática que hace el niño, entre una varilla y otra, entre una figura y otra.

Figuras que representaron en construcción menor dificultad para los sujetos.

	N.	%	N.	%	N.	%	N.	%
1er.	10	100	5	50	5	50		
								
2do.	10	100	5	50	5	50	5	50
								

Figuras que representaron menor dificultad en su construcción para los sujetos, al momento de construirlas.

	N.	%	N.	%	N.	%
1er.	1	100	3	30	—	
						
2do.	2	20	—		1	10
			—			

Fuente: Registros de las entrevistas.

#### 4.2. Niveles de construcción de figuras cerradas

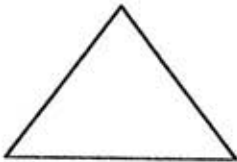
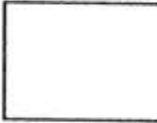
En los registros se encontró que los niños construyen distintas figuras, con mayor facilidad cuando parten de objetos manipulables en dos sentidos: visual (definido como el modo en que el niño recibe la percepción del objeto, que se constituyen como algo fundamental para construir la figura) y concreta (entendida como la manipulación física de los objetos por parte del niño).

Respecto a la formación de figuras cerradas que constituyó un referente central para ir comprendiendo la ruta psicogenética que el niño sigue en la



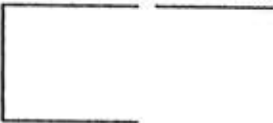
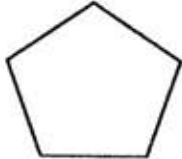
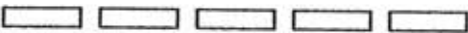
construcción de las nociones perimetales, sucede que en un primer intento el sujeto tenía dificultades para lograrlo, pero pudo realizarlo después de algunos intentos, esto conduce a pensar que el sujeto de 6, 7, 8, y 9 años de edad, no domina su propio espacio, las nociones de partición de orden, tales como abierto, cerrado, lejos, cerca, arriba, abajo, dentro, fuera, lleno, vacío, entre otras, que se encuentran cercanamente relacionadas con su ubicación en la realidad de la que forma parte.


En los mismos registros se encontró conceptos que hacen referencia a medidas; estos son lo siguientes: largo, chico, grande, mediano, más grande, ancho, que parecen tener relación con el proceso de construcción de figuras cerradas. Un 40% de la muestra total dan cuenta de este tipo de conceptos.

Veamos el siguiente evento

EXPERIMENTADOR	JOEL (6: 7)
¿Conoces esta figura?	 "Sí"
¿Cómo se llama?	"Triángulo y se otro que se llama cuadrado."
¿Cómo se forma?	 "Así, me falta un palito."

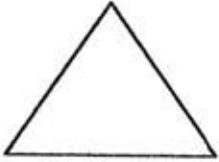
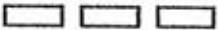


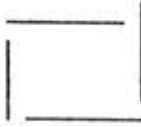
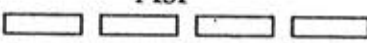
<p>¿Cómo medirá más así  como cuadrado?</p>	<p style="text-align: center;"></p>
<p>¿Porqué crees que medirá más?</p>	<p style="text-align: center;">“¿Porqué está más grande?”</p>
<p>Si te doy otro palito como le puedes hacer para que se peguen todas las puntas</p>	<p style="text-align: center;"> “falta uno”</p>
<p>¿Puedes hacerlo con esos cinco?</p>	<p style="text-align: center;"></p>
<p>¿Qué es?</p>	<p style="text-align: center;">“Una casita”</p>
<p>¿Cómo medirá más?  ¿Cómo casita?</p>	<p style="text-align: center;">“Como casita”</p>

¿Porqué?	“Porque está bien largo.”
<p>Contrasugerimos de la manera siguiente.</p> <p></p> <p>¿Este cómo está?</p> <p>(Aquí la percepción del niño se enfocaba en la altura de la figura construida con las cinco varillas)</p>	<p>“Cortito”</p>

EXPERIMENTADOR

JUAN (8: 3 )

¿Sabes como se llama está figura?	 <p>“Triángulo”</p>
<p>¿Cómo medirá más? ¿Así?</p> <p></p> <p>¿Cómo triángulo?</p>	<p>“Así”</p>
¿Porqué?	<p>“Porque así se ve más grande que el triángulo”</p>

<p>Para saber que es más grande ¿qué tienes que hacer?</p>	<p>Medir.</p>
<p>Si te doy otra ¿cómo le puedes hacer para que se junten las puntas?</p>	<p>Hace</p> 
<p>¿Cómo medirá más, así  <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>  como cuadrado?</p>	<p>Así</p> 
<p>¿Porqué?  Y si ponemos así, ¿cómo esta?  <input type="text"/> <input type="text"/></p>	<p>Porque está más grande.</p> <p>Chico.</p>

Después de que los sujetos construyeron figuras cerradas se les cuestionó acerca de cómo podían saber de qué forma eran éstas, con respecto a otras figuras. De los registros se rescataron los siguientes datos que dan cuenta de tres niveles para la construcción de figuras cerradas.

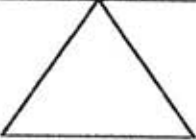
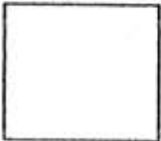
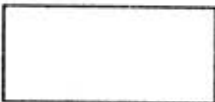



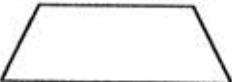
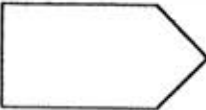
**1er Nivel.** En este nivel el niño requiere de los objetos concretos, con el propósito de manipularlos y abstraer de éste, aquello que requiere y para ello recurre al conteo como una acción fundamental.

**2do Nivel.** Es donde el niño se centra en una característica representativa del objeto, que puede ser el color, la forma o el tamaño que se constituyen en las características objetales que le permiten establecer la comparación.

**3er Nivel.** Aquí el niño demuestra en forma clara una dependencia de los objetos, así como algunas dificultades para realizar operaciones mentales de medición, sin tener la imagen ante la vista. Además da cuenta del uso de conceptos como largo, más largo, corto, cortito, relacionados con acciones de medir las figuras observadas o construídas.

Cada uno de estos niveles son períodos de apropiación de la noción de las figuras cerradas. Para la cual en primer término el sujeto parte de los objetos concretos y después se observa un intento de prescindir de ellos. Aunque estos últimos intentos presentan grandes dificultades porque de manera sistemática el sujeto recurre a las imágenes concretas.

## Figuras que formaron cerrando las varillas.

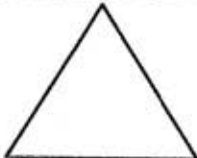

Figura	PRIMER GRADO		SEGUNDO GRADO	
	N	%	N	%
	10	100	10	100
	5	50	6	60
	5	50	9	90
	5	50	5	50
	0	00	2	20
	—	—	1	10
	1	10	—	—
	1	10	—	—

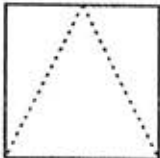
Fuente: registro de la entrevistas.

En relación a la interrogante ¿qué les observas o mides? Los niños de 6, 7, 8 y 9 años construyen las nociones perimetales, desde las actividades de comparación de las figuras y objetos entre sí, hasta el señalamiento físico de lo que observa o mide en una figura al que llama contorno, línea, raya o en su defecto todo alrededor de.

Estos resultados permiten plantear que el niño de estas edades construye las nociones perimetales desde la significación de los espacios de partición de orden; es decir, del dominio de los espacios topológicos, luego a través de las acciones de comparación de las figuras entre sí, centrándose o no en una característica específica de los objetos con los que interacciona y luego construyen sus propias alternativas conceptuales de comparación o medida de figuras.

A continuación se ven algunos ejemplos.

EXPERIMENTADOR	ISAAC (8: 4)
¿Qué figura es esta?	
¿Te habías equivocado?	Cuadrado... se llama triángulo.
¿Fórmame la que dijiste que se llama cuadrado?	Hace lo siguiente
	

¿Qué hiciste?	El cuadrado.
¿Cuál será el más grande de los dos?	Esta (se refería al cuadrado)
¿Y que hiciste para saber que una es más grande que la otra?	Las mido. 

En este sentido lo que hace el sujeto es yuxtaponer las imágenes de las figuras construidas de manera que percibe la medida de una con respecto a la otra. Percepción que en un primer momento parte de la intuición y que posteriormente se concreta en la comparación por yuxtaposición de ambas figuras.

Veáanse los siguientes eventos.

EXPERIMENTADOR

JOEL (6: 4)

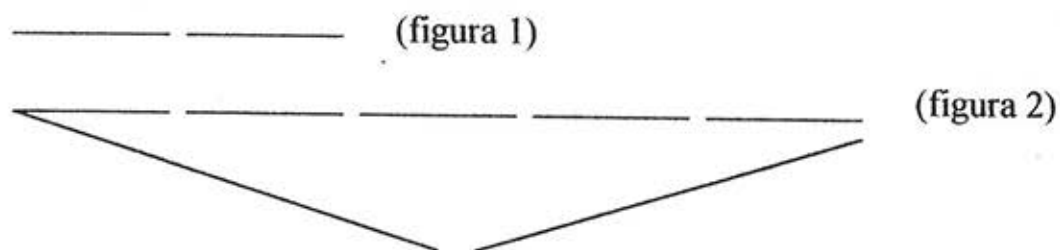
¿Las tres miden igual?	Mueve la cabeza en sentido negativo
¿Hay una más grande?	Si el café

<p>¿Que hiciste para saber que uno era más grande?</p>	<p>Los vi.</p>
--	----------------

La observación se constituye la estrategia a través de la cual el sujeto mide los objetos que utiliza para construir distintas figuras.

La observación le permite percibir la diferencia entre un objeto y otro, entre una figura y otra, en una figura extendida, los extremos son lo más importante, ya que permiten acciones de comparación.

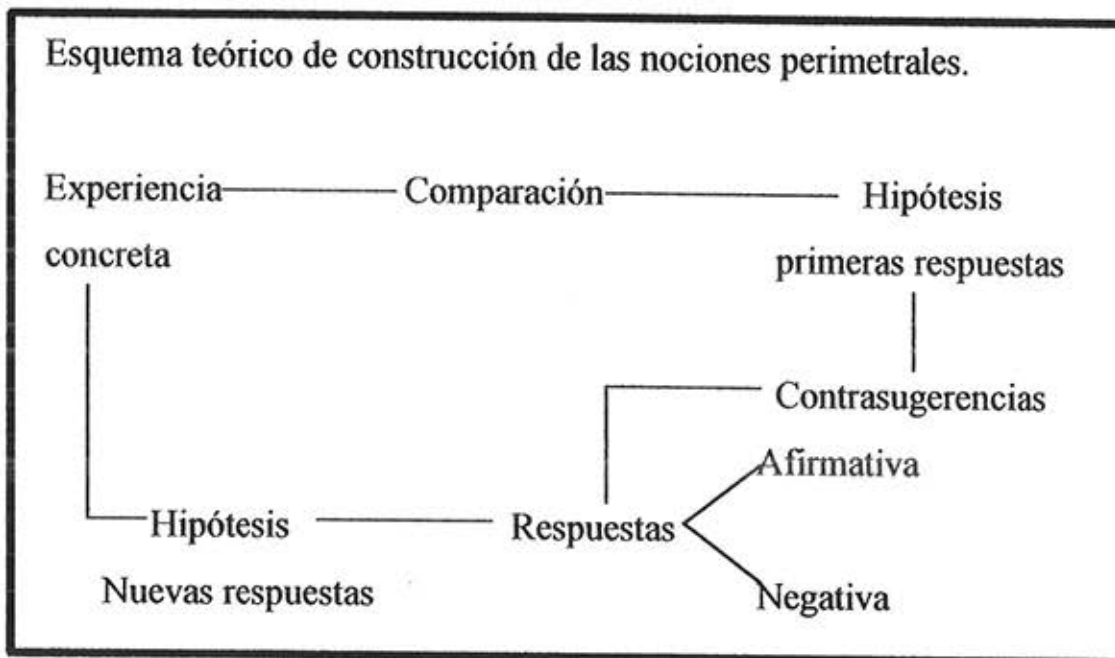
De modo que en una situación como la siguiente.



Estos son los puntos de atención en los que se enfoca su atención

Para el niño, la figura 1 es de menor medida que la figura 2, sigue un modelo de construcción en el que parte de la experiencia concreta del manejo de las varillas, posteriormente mide a través de la constante comparación estableciendo sus propias hipótesis en la búsqueda de las respuestas a sus interrogantes.





Fuente: Registro de las entrevistas.

Del análisis de los datos aquí vertidos se deriva la existencia de tres acciones fundamentales con base en los cuales el sujeto del primer ciclo de educación primaria construyó las figuras cerradas, el conteo, la comparación y la medida, cada una con características específicas lo que permite afirmar que su construcción tiene un proceso evolutivo. Ahora se va a describir cada una de ellas

#### **4.2.1. Las acciones de conteo y su correlación con las figuras cerradas**

En el contexto de la investigación esta categoría se entiende como el señalamiento que hace el niño de cada una de las varillas que utiliza para la actividad.

Este señalamiento se presenta de la manera siguiente: cada número pronunciado, guarda una relación biunívoca con un objeto, en este caso varilla, de esta forma cada elemento contado se va separando tanto física como mentalmente del conjunto de elementos "no contados", el niño realiza una gran variedad de procesos de abstracción para realizar el conteo. De este modo establece una relación entre los conceptos empleados para designar a los números y a los elementos de un determinado conjunto, la cantidad de conceptos coincide con la cantidad de elementos.

El conteo implica algo más que recitar nombres: significa hacer pares de nombres, de números con objetos, significa el establecimiento abstracto de la correspondencia uno a uno y no solamente el hacer pares de dos conjuntos de objetos. Se precisa el concepto en relación al objeto pero como una construcción de totalidad lo que precisa que existe una correlación entre el conteo y la construcción de figuras cerradas.

El proceso de la revisión de protocolos de la exploración dejó en claro que los sujetos de la muestra recurren al conteo en un alto porcentaje, por ejemplo de la muestra total (20 casos) un número de 12 casos que representan un 60% de la misma hacen uso de éste, de los 8 restantes 4 se centran en la extensión de la figura y 4 utilizan conceptos como contorno, línea raya, para definir el tamaño de la figura construida. Lo que permite decir que en esta categoría se pueden encontrar tres grandes niveles de conocimiento a los que hemos llamado, **objetal**, **de fronteras** y **objetal frontera**.

El nivel objetal, esta caracterizado por una serie de acciones de conteo de las varillas por parte del niño, ello con el propósito de determinar el trabajo de las figuras construidas.

El nivel de fronteras, está caracterizado por aquellas acciones en donde el niño no utiliza el conteo como actividad obligada para determinar o conocer tamaños, sino que se centra en considerar los extremos, su percepción es de una imagen total de la figura.

El tercer nivel de conocimiento denominado objetal-frontera, está compuesto por aquellas acciones en donde el sujeto considera a la figura total, señalando con la mano tanto la orientación de la figura como el total de las varillas a las que cuenta de forma muy rápida y en conjunto, parece no reparar en la individualidad de cada una de las varillas.

Respecto al primer nivel de conocimiento, encontramos que en esta categoría existe una construcción de un esquema de dos componentes: elemento-palabra e incluso esta relación se lleva a través de la acción física de señalar los objetos. El 60% de los casos revisados hace uso de esta actividad para las acciones de medición.

En el segundo nivel de conocimiento de esta categoría, el 40% de 20 casos revisados, se centra en una característica específica de la figura, o sea, en sus fronteras o límites. Se inclina a operar con imágenes concretas y estáticas de la

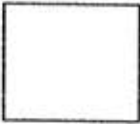

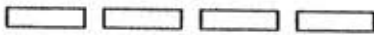
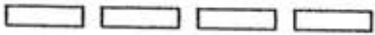

realidad y no con los meros signos abstractos. Cuando el sujeto se centra en determinada característica del objeto, deja de lado muchas otras que en conjunto definen y significan al objeto. "Asimila solo aspectos superficiales, solo aquello que le resulta sensible".<sup>17</sup>

Respecto al tercer nivel de conocimiento, los registros dan cuenta de lo siguiente, un 20% de los casos revisados se encuentran dentro de este grupo, es decir, se mueven entre dos niveles. Que utilizan alternadamente o incluso en un mismo momento.


<b>Niveles de conocimiento</b>	<b>Sujeto</b>	<b>%</b>
Objetal	12	60
Fronteras	4	20
Objetal-Fronteras	4	20
Total	20	100

Utilizando las entrevistas (en algunos casos solo fragmentos) con la intención de explicar ampliamente cada una de ellas se a ejemplificar cada una de las categorías.

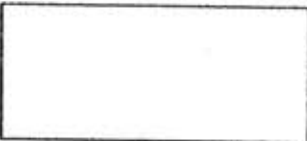

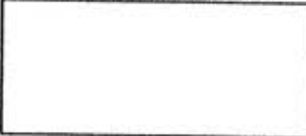

<sup>17</sup> Citado por Hans Aebli en Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. 1958, p. 126.

EXPERIMENTADOR	ANA LIZETH (6: 8 )
<p>¿Conoces esta figura?</p> 	 <p>Menciona el nombre: "Cuadrado"</p>
<p>¿Cómo medirá más, como cuadrado o así?</p> 	<p>"Así"</p> 
<p>¿Porqué?</p>	<p>"Porque está más larga que el cuadrado."</p>
<p>¿Y esta cómo estará?</p> 	<p>"Más chiquita que esta."</p>
<p>¿Qué haces para saber que uno está más chico que el otro?</p>	<p>"Cuento los palos." (Se refiere a las varillas usadas)</p>

En el proceso del conteo de las varillas, el sujeto va señalando con sus manos cada una de éstas, de las observaciones registradas podemos señalar que en las acciones de conteo se estableció una relación entre lo hablado y lo señalado, por ejemplo si el niño nombra el número 4, la varilla ocupada en el lugar número cuatro en un orden progresivo, en la figura construida.

EXPERIMENTADOR	AMALIA (8: 6 )
<p>Vamos a hacerlo como hace rato. Hasta acá. Fijate bien.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>¿Cómo medirá más así?</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>o como papalote.</p>	<p>“Como papalote.”</p> 
<p>¿Porqué?</p>	<p>“Porque el papalote está más ancho”</p>
<p>¿Esto como será?</p> <p>(Señalábamos a lo largo la figura formada con nuestro dedo)</p> <p>Y éste como es</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	<p>“Más chiquito.”</p>
<p>¿Cuál de los dos es más grande?</p>	<p>“Este.” (señalaba a la figura de dos varillas)</p>
<p>¿Cómo sabes cual es más grande?</p>	<p>“Porque estas son dos.” (Cuenta las varillas)</p>

Recurre al conteo físico para encontrar la medida de las figuras, en el conteo va estableciendo una relación biunívoca entre el objeto y el número. En esta relación el sujeto muestra un dominio de la sucesión numérica de la decena.

EXPERIMENTADOR	BRENDA (7: 4 )
 ¿Y esa figura cómo se llama?	Silencio (solo me mira)
¿No la conoces?	Dice: "rectángulo"
¿Cómo medirá más, así  o si la hacemos así? 	Silencio.
Volvemos a repetir la pregunta. ¿Cómo medirá más, así o como rectángulo?  ¿Porqué?	"Así"   "Porque esta más larga" (Este indica con sus dedos los extremos de la figura)

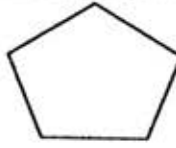
<p>¿Y ésta cómo está? (colocamos dos varillas) <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	<p>“Chica.”</p>
<p>¿Y que hiciste para saber que una está más grande y la otra más chica?</p>	<p>Silencio. “Tiene más palos.” (conteo, señalando con su dedo cada varilla)</p>

El sujeto se centra en considerar las fronteras de las figuras para determinar la medida de la figura, dependiendo cuantas varillas se hayan utilizado, para ser chica o grande, o más grande.

Véase otro ejemplo de lo anterior.

EXPERIMENTADOR

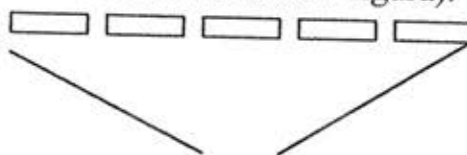
DAMARIS (6:2)

<p>¿Cómo se llama?</p>	 <p>“Casita.”</p>
<p>¿Cómo medirá más así <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>o cómo casita?</p>	<p>“Así porque esta más larga.” <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>



¿Qué hiciste para saber que era más larga?

“Las miré” (esta expresión verbal se acompañó de señalamientos de los extremos de la figura).



Esto es lo que mira.

¿Y para qué los miras?

“Para saber cual es más largo.”

Se observa la persistencia del sujeto en considerar los extremos o límites de la figura construida, no hay un señalamiento individual de cada varilla, el sujeto las incluye en la figura total. Puede observarse un pensamiento de tipo inclusivo, es decir, posee la capacidad de incluir los objetos en conjuntos más grandes.


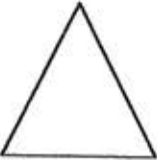
Ejemplos del tercer nivel: Objetal-Fronteras

EXPERIMENTADOR

MARIA TERESA (6: 7 )

¿Puedes hacerme aquí las figuras que hiciste?

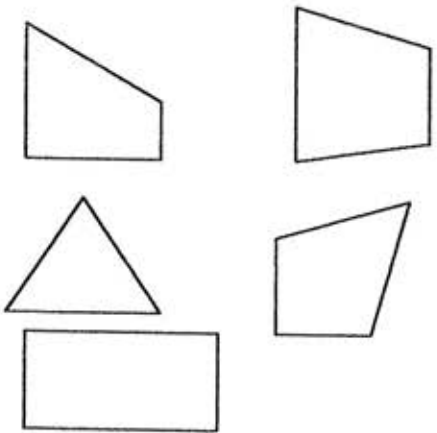
--	--


	<p>Primero hace</p>  <p>Luego.</p>
<p>¿Cuál es más grande?</p>	<p>“Esta.”</p> 
<p>¿Qué es lo que haces para saber que esta más grande?</p>	<p>“Medirlas.”</p>
<p>¿Y qué les mides?</p>	<p>“Esto” (señala los bordes de de las figuras, considerando los materiales que utilizó para construirlas.</p>

En este evento se observa que el sujeto recurre a dos acciones para encontrar la medida de las figuras, una primera acción se centra en la consideración de la figura total sin considerar los objetos utilizados para construirla, una segunda acción se caracteriza por un conteo mucho muy rápido de las varillas.

En esta combinación el sujeto demuestra que ya posee en sus estructuras mentales algunas imágenes perimetrales producto del contacto continuo con figuras geométricas y con acciones de medición que realiza en su vida cotidiana.

Ahora véase otro evento que explica este nivel.

EXPERIMENTADOR	ELVIA ( 6: 2 )
<p>Haz las figuras que quieras aquí.</p> <p>Si.</p>	<p>Hago las que quiera.</p> <p>Hace.</p> 
<p>¿Cómo se llama esta? (Señala el triángulo)</p>	<p>“Triángulo.”</p>
<p>¿Esta la conoces? (Señala el cuadrado)</p>	<p>“ Sí “</p>

¿Cómo se llama?	“Cuadro.”
¿Cuál será más grande?	“¿Esta?” (señala el triángulo)
¿Cómo se llama?	“Triángulo.”
¿Qué hiciste para saber que era más grande que el cuadrado?	“Las miré.”
¿Que les miraste?	“Todo esto.” (Señala de manera rápida las ligas y se centra en las figuras totales) 

El recurso que utiliza el sujeto para medir las diversas figuras construidas es la observación. En base a observar las figuras determina el tamaño de las mismas principalmente comparándolas con otras.

#### **4.2.2. La Comparación y su correlación con las figuras cerradas**

En esta categoría denominada comparación de varillas, se implican todas las acciones que realiza el sujeto con todas las varillas. Con las varillas realiza acciones que tienen el objetivo específico de construir una medida con respecto a una varilla. El medio para esta acción es la manipulación de las varillas para luego colocarlas frente a frente, es decir, pone una junto a la otra.

Situación que también se presenta en la construcción de figuras cerradas ya que cuando el sujeto compara una varilla con respecto a la otra le asigna una nomenclatura que las caracteriza, estas son las siguientes, grande, más grande, corta, cortita ,etc; que a su vez caracterizan a la propia figura que construye.

Se puede decir que la comparación se realiza en base a la similitud de la varilla con respecto a otra varilla o bien en agruparlas sin considerar sus propiedades. Ambas acciones comparativas pueden entenderse como niveles de conocimiento para la comparación.

En porcentajes se hablaría de lo siguiente, un 80 % de la muestra que representa 16 casos del total de la muestra realizan acciones de comparación a través de la similitud, el 20% que representa 4 casos del total de la muestra utilizan a la agrupación para comparar.

Comparar en este contexto adquiere significado de cotejar, de apreciación, de semejanzas o diferencias de varias cosas, de encontrar la igualdad y proporción

correspondiente entre cosas que se comparan, en este caso las distintas varillas que se utilizan en las actividades.

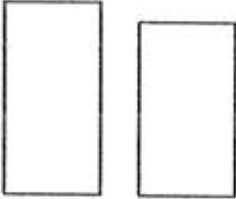
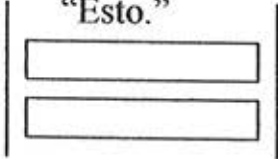
Categorías evolutivas	niveles de conocimiento	%
comparación	similitud	80
	agrupación	20

Fuente: registro de las entrevistas.

Los eventos que se presentan tienen el propósito de sustentar los hallazgos que se desprenden de los análisis de los protocolos realizados con los niños. Aclarando que lo que se presenta son solos pequeños eventos desprendidos de eventos mucho más amplios y que no parece conveniente presentarlos en su totalidad porque dificultarían el análisis.

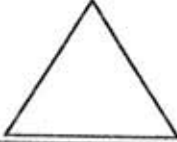
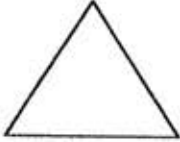
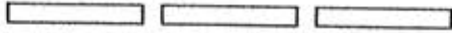
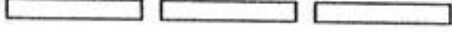
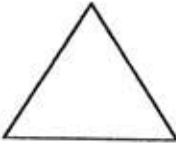
### COMPARACIÓN

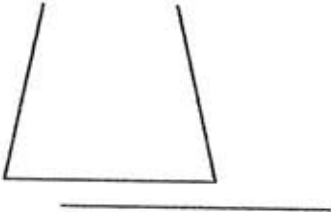

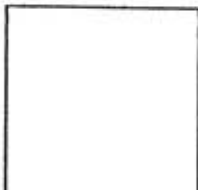
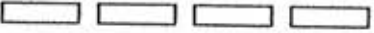
EXPERIMENTADOR	FRANCISCO (7: 6)
Te voy a enseñar algo, tú me dices que es (varilla).	“Un palito.”
¿Cómo es ese palito?	“Color brillosito.”
Te voy a prestar este otro	Lo toma.

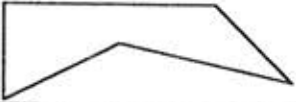
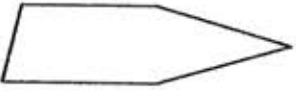

<p>¿Son iguales?</p>	<p>“No.”</p>
<p>¿Porqué?</p>	<p>“Uno es un color y el otro es de otro.”</p>
<p>Junta los varillas de la forma siguiente.</p>  <p>¿Porqué lo juntaste?</p>	<p>“Para ver si están iguales de grandes.”</p>
<p>¿Y están iguales?</p>	<p>“No.”</p>
<p>¿Y cómo sabes que no están iguales?</p>	<p>“Porque las estoy midiendo.”</p>
<p>¿Y que mides?</p>	<p>“Esto.”</p>  <p>(las fronteras de las varillas)</p>



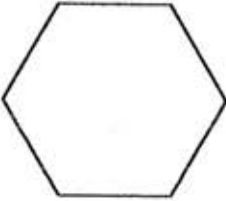
<p>¿Y este otro cómo será?</p> <div data-bbox="223 235 455 281" style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div> <p>(se le muestra otra varilla)</p>	<p>“Rojo.”</p>
<p>¿Es igual que los otros?</p>	<p>“No.”</p> <p>(Vuelve a juntarlos)</p> <div data-bbox="817 642 1179 842" style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px; margin-right: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px; margin-right: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px;"></div> </div>
<p>¿Porqué las juntas?</p> <p>¿Y están iguales?</p>	<p>“Para ver si están iguales.”</p> <p>“No, este, está más chico y éstos dos están más grandes”</p>
<p>¿Cómo le podemos hacer para que queden juntas las tres puntas... ¿Cómo le harías?</p>	<p>“Apenas que traiga otro igual que estos.”</p>
<p>Con esos tres nada más</p>	<p>“Apenas que les corte aquí”</p> <div data-bbox="862 1644 1305 1877" style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <hr style="width: 300px; margin-bottom: 10px;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px; margin-right: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px; margin-right: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 80px;"></div> </div> </div>



<p>¿Y sin cortarle?</p>	<p>Silencio.</p>
<p>Busca que se junten las puntas.</p>	<p>Hace lo siguiente.</p> 
<p>¿Conoces esta figura?</p>  <p>Fíjate que vamos a hacer (Hacemos lo siguiente)</p> 	<p>Triángulo.</p>
<p>¿Cómo medirá más, así</p>  <p>o como triángulo?</p> <p>¿Porqué?</p>	 <p>Como triángulo</p> <p>Porque así se pegan las puntas.</p>


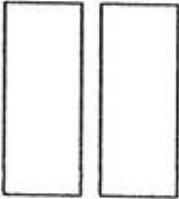
<p>Te voy a dar otra varilla, junta todas las puntas.</p>	
<p>¿Cómo le puedes hacer para que queden juntas las puntas?</p>	<p>Con otro palito.</p>
<p>Con esos nada más.</p>	<p>Intenta de nuevo.</p> 
<p>Toma otra varilla.</p>	<p>Hace lo siguiente.</p> 
<p>¿Conoces esa figura?</p>	<p>Cuadrado.</p>
<p>¿Cómo medirá más, así    o como cuadrado?</p>	<p>Como cuadrado.</p>

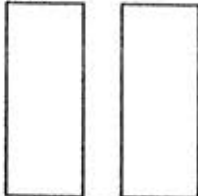

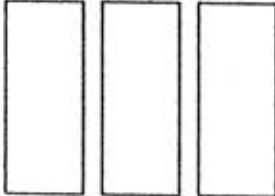
¿Porqué?	Porque se juntan las ocho puntas.
Te doy otra (varilla)	La toma.
¿Cómo le puedes hacer para que se junten las puntas?	<p>Hace lo siguiente.</p> 
¿Qué figura es?	<p>No sé. Es como un carro. Luego hace.</p>  <p>Como un zapatito.</p>
¿Porqué?	Porque ahí se juntan las 10 puntas.
Si te doy otro varilla, como le harías para que se juntaran las 10 puntas.	<p>Hace lo siguiente.</p> 

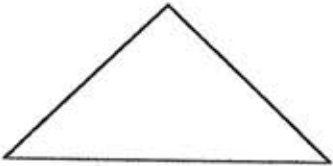
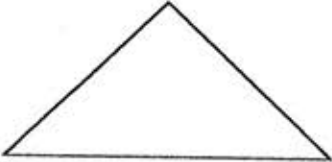
<p>¿Sabes cómo se llama esta figura?</p>	<p>Hexágono.</p>
<p>¿Cómo medirá más, así</p>  <p>o si la extendiéramos.</p> 	<p>Así.</p> 
<p>¿Porqué?</p>	<p>Porque ahí caben las doce puntas.</p>
<p>¿Cómo supiste que son doce puntas?</p>	<p>Conté de dos en dos. Es igual que la tabla del 2.</p>





EXPERIMENTADOR

RUTH NOHEMI (6: 4)

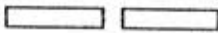
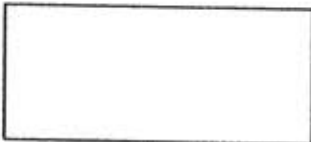
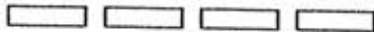
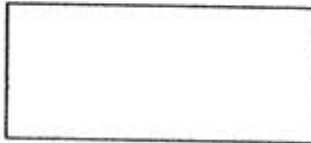
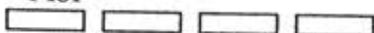
<p>Se le muestra una varilla. ¿Sabes qué es?</p>	 <p>“Unos palos.”</p>
<p>¿Y cómo es ese palo?</p>	<p>“Anaranjado” (toma otro) “El rojo es este.”</p>
<p>¿Son iguales?</p>	<p>“No.”</p>
<p>¿Cómo son?</p>	<p>“Uno es anaranjado y otro rojo.” Junta las varillas</p> 
<p>¿Porqué las pusiste así?</p>	<p>Para ver cual está más grande</p>
<p>¿Cuál esta más grande?</p>	<p>El anaranjado.</p>

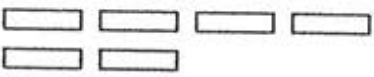
<p>¿Y cómo sabes que está más grande el anaranjado?</p>	<p>“Porque los medi.”</p>
<p>¿Cómo los mediste?</p>	<p>“Así” </p>
<p>Se le proporciono otra varita ¿Y esta cómo será?</p>	<p> “Blanco.”</p>
<p>¿Será igual que los otros?</p>	<p>“No.”</p>
<p>¿Porqué?</p>	<p>“Son de diferente color” Colocó las figuras así </p>

<p>¿Porqué las pones así?</p>	<p>Para ver cual es más grande. el anaranjado está más grande el rojo está más chiquito.</p>
<p>¿Qué hiciste para saber, cuál era el más grande o el más chico?</p>	<p>Medirlos.</p>
<p>¿Para que se junten éstas puntas con éstas como le haríamos?</p>	
<p>¿A esta figura tú sabes cómo se le llama?</p>	<p>Triángulo</p>
<p>¿Cómo medirá más?</p> <p><input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p>¿Cómo triángulo?</p> 	<p>Así.</p> <p><input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/></p>

¿Porqué?	Porqué así se ve más grande que el triángulo.
¿Para saber si es más grande que tienes que hacer?	Medir.
¿Si te doy otra (varilla) como la puedes hacer para que se junten las puntas?	(hace la figura siguiente) 
¿Cómo se llama?	Cuadrado.
¿Cómo medirá más? así  ¿Cómo cuadrado? 	Así 
¿Porqué?	Porque está más grande.



<p>Si ponemos así</p>  <p>¿Cómo estará?</p>	<p>Chico.</p>
	<p>Toma otras varillas y las coloca con las otras formando otra figura.</p> 
<p>¿Qué figura es?</p>	<p>Rectángulo.</p>
<p>¿Cómo medirá más, así</p>  <p>o así?</p> 	<p>Así</p> 

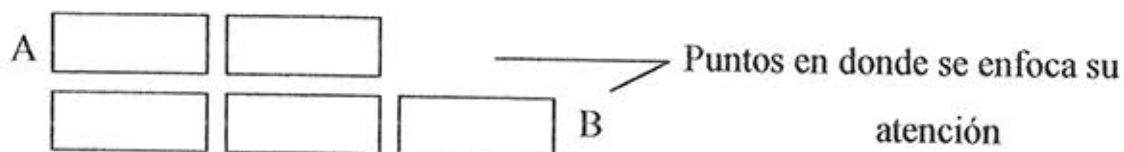
¿Porqué crees?	Porque está más grande que el rectángulo.
¿Para saber cuando algo es más grande que hacemos?	Podemos medir.
¿Cómo supiste que uno era más grande y otro más chico?	<p>Hace lo siguiente.</p> 

Es pertinente hacer una reflexión acerca de los datos desprendidos en el proceso del análisis de los eventos registrados.

En ambos casos los referentes de los sujetos, son las representaciones que tienen de las figuras trazadas. Parte de los conceptos como chico o más grande para hacer comparaciones entre las varillas o figuras construidas.

La técnica de la observación y el uso de los conceptos señalados permiten a los sujetos percibir la diferencia entre una figura y otra. En esta acción los

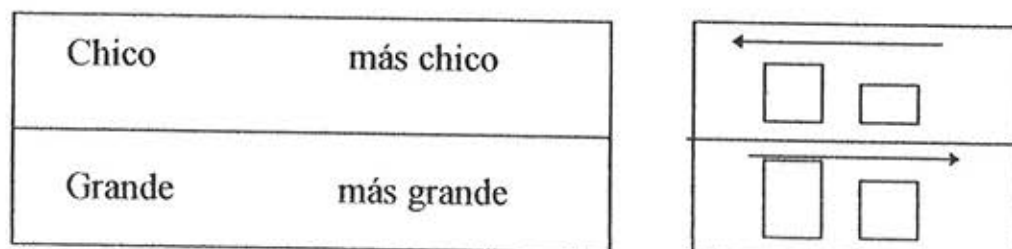
extremos son lo más importante porque le posibilitan establecer las comparaciones .



La figura A es más chica que la figura B. El concepto medir, se entiende como comparar, dicha concepción se sostiene en la acción de observar los extremos de la figura o bien en la línea que da forma a ésta. Este va confirmando la correlación existente entre la comparación, las actividades de conteo y la construcción de figuras cerradas.

Es posible señalar que cuando introduce el concepto como más grande o más chico, da forma a sus acciones de comparación a través de la similitud entre las varillas. También es posible señalar que esta comparación se presenta a través del agrupamiento entre los objetos, considerándose siempre los conceptos que introduce. De esta manera se observan dos modos de hacer esta "medición".

Un primero, en forma descendente, del menor al más menor, en el segundo, lo hace de modo ascendente, grande, más grande.



Las acciones de comparación permiten al sujeto ir desarrollando de manera progresiva y natural la noción de medida.

#### 4.2.3 LA MEDIDA Y SU CORRELACION CON LA CONSTRUCCION DE FIGURAS CERRADAS

En esta categoría se encontró que el niño de 6 a 9 años de edad "mide" a través de la acción de comparar y de contar la serie de varillas utilizadas. Estas se consideran rutas hacia la construcción de las nociones perimetales, además se formulan concepciones tales como líneas, raya, contorno, alrededor con los objetos. Las concepciones que son componentes de los niveles de conocimiento

las nociones perimetales. A partir de esto se establecen dos niveles de conocimiento. El primer nivel de conocimiento se caracteriza porque el niño utiliza conceptos tales como contorno, alrededor y raya. Conceptos que para efectos de investigación son entendidas de manera similar.

Con respecto a los conceptos usados en el primer nivel, puede decirse que constituyen las bases con las que el niño construye las nociones perimetales. Constituyen a su vez los límites o fronteras de las figuras y los puntos de partida hacia la construcción de una imagen de determinado territorio.

Se observa además en este nivel de conocimiento que el niño tiende a considerar:

- La extensión de la figura, y
- Los límites de la figura

La extensión de la figura depende de la línea, considerada ésta como la dimensión espacial, además como límite de la figura y el contexto, la línea es límite o división de nación, una provincia, las regiones o distritos y también es lindero de un predio etc. Queda debidamente sustentado que el sujeto en este nivel ya ha construido en sus estructuras mentales ya construida una imagen de perímetro.

Dicha imagen se origina desde los múltiples elementos que componen su idea de mundo, mediados por una actuación dinámica, de esta forma el niño va construyendo un pensamiento particular sobre el perímetro cada vez más progresivo y complejo, lo que le permite irse adaptando a las exigencias convencionales que el mundo exige.

El niño al llegar a la escuela trae en sus estructuras mentales valiosos elementos conceptuales derivados de una actuación dinámica sobre el mundo o sobre todo que quiere conocer. A partir de esto es posible señalar que para construir un concepto, el niño ineludiblemente requiere de una acción dinámica sobre aquello que quiere conocer, lo que le posibilita desarrollar su pensamiento. Posteriormente a esto desarrolla formas para expresar sus construcciones conceptuales, a través del lenguaje, tanto oral como vía iconos, esta última definida en los términos de expresión gráfica del pensamiento.

El segundo nivel del conocimiento que se plantea para esta categoría, está caracterizado por el uso de dos conceptos, por un lado “contorno”, que se define como “territorio o conjunto de parajes de que está rodeado un lugar”<sup>18</sup> y también

---

<sup>18</sup> Gran diccionario de la lengua española. p. 96.

como “un conjunto de líneas que limitan una figura o composición”<sup>19</sup> y por el concepto alrededor que se entiende como “contorno” y como una frase propositiva que significa que significa usarse en “sentido recto - viaje alrededor del mundo - o en sentido figurado, denotando aproximación”.<sup>20</sup>

Estos conceptos dan cuenta de las rutas que sigue el sujeto en cuestión en la construcción de las nociones perimetales. Con esto el niño demuestra conocer que las figuras que construye tiene fronteras de demarcación, que conoce que si dicha frontera se extiende, la figura también y que si ésta se contrae su tamaño tiende a disminuir. Con esta lógica la frontera de demarcación constituye la medida de la figura, que es a su vez, la imagen de perímetro que el sujeto tiene en su estructura mental, a esto último es a lo que se llama el significado, que el sujeto elabora desde las bases de algo que ya existe en él.

Si se observa el siguiente cuadro:

Niveles de conocimiento	1°	%	2°	%
Primer nivel Línea Raya	8	80	3	30
Segundo nivel Contorno Alrededor	2	20	7	70

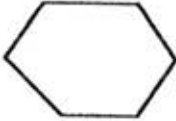
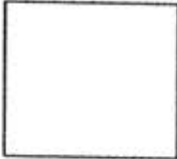
<sup>19</sup> Diccionario de dudas de la lengua española. p. 28

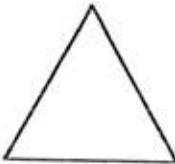
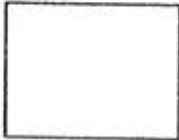
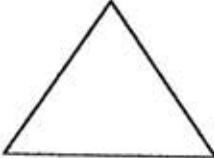
<sup>20</sup> Gran diccionario de la lengua española. p. 220.

Se aprecia la relación que existe entre los distintos conceptos que aparecen en cada nivel de conocimiento, queda más clara, que el niño a esta edad, hace uso de éstos, tiene en su estructura mental ya construida la imagen del perímetro. Lo que confirma la existencia de una correlación del concepto de medida, mediado por el uso recurrente de conceptos como línea, raya, contorno, alrededor, con la construcción de figuras cerradas. Hasta este punto se han analizado las ideas que los niños portan en relación al perímetro, a continuación se presentan algunos eventos de la medida del perímetro, usándose en el experimento el geoplano.

EXPERIMENTADOR

FRANCISCO (7:6)

<p>se partió de la siguiente figura .</p>  <p>¿Cómo supiste que son doce puntas?</p>	<p>“Conté de 2 en 2, es igual a la tabla del 2.”</p>
<p>¿Me puedes hacer las figuras que hiciste aquí?</p>	<p>“Sí.”</p> <p>Hace.</p> 

	<p>Luego</p> 
¿Cuál es más grande?	“El triangulo”
¿Porqué?	“Este tiene tres ligas y este una”
<p>¿Quiere decir que si a éste le pongo 4 ligas es mayor?</p> 	<p>“No.”</p> <p>“Este está más grande”</p> 
¿Cómo sabes que está más grande?	“Por esto” (señala el contorno de la figura)
¿Y a todo eso cómo se le llama?	“Raya”



Ricardo sostiene la misma hipótesis que Francisco. Véase el ejemplo.

EXPERIMENTADOR

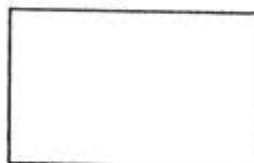
RICARDO (7: 4 )

¿Puedes hacerme las figuras  
aquí?

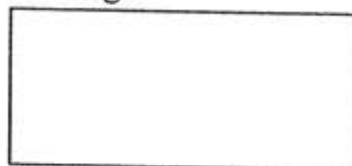
Primero hace



Luego

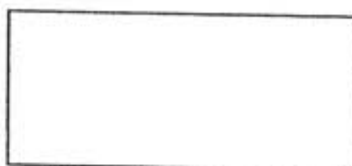


Luego



¿Cuál es más grande?

“Ésta”

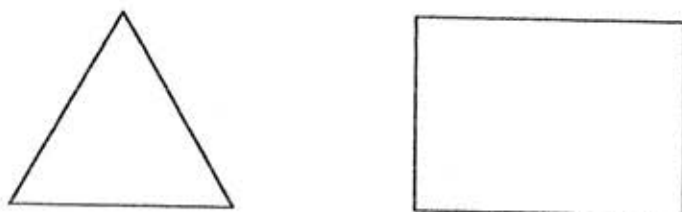


¿Porqué?	“Porque esta más grande”
¿Qué es lo que haces para saber que está más grande?	“Medirlas”
¿Y qué les mides?	“Esto” (señala los bordes)
¿A todo esto, no sabes cómo se le llama?	“Raya”

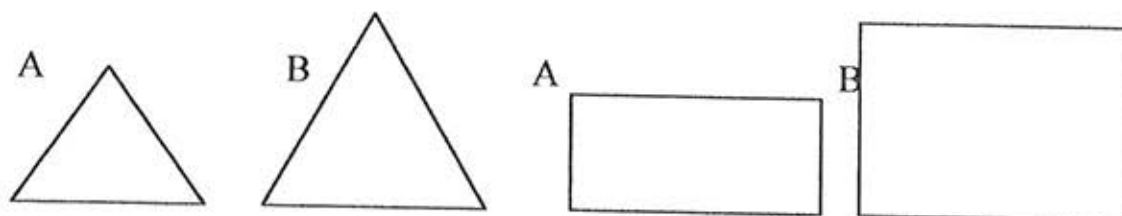
En ambos casos, se recurre al conteo para totalizar las puntas encontradas en las figuras y para determinar el tamaño de la figura (contando el número de ligas utilizado para construirla).

También en ambos casos los sujetos dan cuenta de saber cuando una figura es más grande que otra, para ello parten de considerar las líneas que marcan las fronteras entre una figura y otra.

Los dos casos llaman a estas Fronteras-Rayas.



Esto da como resultado, que desde la visión de ambos sujetos.



Las figuras B son de mayor tamaño que las clasificados como A porque sus rayas son de mayor extensión.

En este apartado se revisaron algunos datos que permiten decir que los sujetos del primer grado poseen un amplia experiencia en nociones matemáticas, producto de una interacción constante con este tipo de contenidos a las que recurren para construir las nociones perimetales.

Los intentos de medición, de conteo, el uso de palabras, conceptos, figuras e ideas tienen como punto de origen la vida cotidiana del sujeto, la vida común en la que de forma recurrente se va experimentando este tipo de contenidos y con los que de forma obligada tiene que convivir. Cada una de estas acciones presentan

características evolutivas particulares que sirven para afirmar que las nociones perimétricas son construidas por el sujeto por medio de un proceso psicológico.

De manera específica la revisión y análisis de los protocolos permitieron derivar algunos conceptos y acciones entre ellos el conteo, la medida y la comparación, a las que se les denominó categorías de análisis, mismas que fueron revisadas a través de una lectura analítica; solo de este modo pudieron obtenerse datos reales y lo bastante argumentados para observar el proceso que siguen los sujetos del primer ciclo de educación primaria al construir las nociones perimétricas. El conteo apareció como una de las acciones fundamentales para actividades de medición apoyándose por medio de la comparación.

En este proceso apareció de manera recurrente, en el sujeto, una visión global de la figura y en el uso de conceptos de medida, línea, contorno, etc. Ello demuestra que en las estructuras mentales del sujeto, del primer ciclo, existen ya las primeras imágenes mentales de las figuras, sin necesidad de la imagen concreta. La revisión de los datos permitió observar la existencia de una correlación bastante significativa, para el objeto de estudio, entre las acciones de conteo y medida y la construcción de figuras cerradas. Lo que confirma la hipótesis de que en la construcción de las nociones perimétricas se involucran las experiencias que el sujeto ha tenido con estas actividades.

### 4.3 Análisis del capítulo

El que se muestran en esta investigación una serie de eventos disgregados de los protocolos de las entrevistas aplicadas a los sujetos de la muestra, tiene los propósitos siguientes.

Dada la naturaleza de la investigación realizada, aparece como necesario para sustentar los hallazgos que aquí se plasman, el mostrar las acciones, las conductas y los comportamientos que los sujetos tuvieron en la realización de las actividades o al dar las respuestas a las interrogantes que se les fueron planteadas en las entrevistas. De no realizarse lo anterior los resultados vertidos en el documento final carecen de apoyo real, quedando como datos extraídos de la experiencia del investigador y no de la actividad de los entrevistados. En la recuperación del dato tal y como se cree que sucedió. Solo después de este proceso se vertieron los comentarios.

Se hace necesario dar una explicación de la información para clarificar su comprensión. Debido que a lo largo del proceso de la investigación fueron apareciendo diversas categorías de análisis, las que en el contexto de este reporte fueron intituladas niveles de conocimiento, los eventos parecen obligados no sólo para ejemplificar las acciones de los sujetos, sino también para dejar en claro como piensan estos, lo que un proceso psicológico que siguen los niños en la construcción de estos niveles de conocimientos.

Otro aspecto es que los sujetos de la muestra, según los análisis de los protocolos, siguen en esquema metodológico específico particular para construir

conceptos matemáticos. Este es un esquema que se sustenta en las experiencias que los sujetos han tenido con los elementos matemáticos en su vida cotidiana por ejemplo, el uso de los números para hacer transacciones (compra y venta), el utilizar medidas arbitrarias para saber el tamaño de los objetos, cosas, etc., el contacto de diversas figuras geométricas, incluso desde pequeños suelen asignar valores a las monedas relacionándolas muchas veces con el tamaño de la figura o bien con los símbolos que se observa en las mismas.

Esta serie de contactos de los niños con los elementos de la realidad le dan la posibilidad de construir de manera más significativa las nociones perimetales, porque al traer ya en sus esquemas mentales las imágenes perimetales sólo requiere dotarles de sentido, lo que logra al construirlo siguiendo su propio esquema metodológico.

## Discusión de los resultados

Los resultados de este proceso exploratorio tiene que ver con la construcción de las nociones perimetales de los alumnos del primer ciclo de educación primaria. Se indaga las rutas evolutivas que sigue el sujeto en la construcción de estas nociones. También se explora la relación existente entre las experiencias que posee el alumno respecto al conteo y la medida y en general en la construcción de las nociones perimetales. Además se analiza la problemática que tienen los alumnos del primer ciclo de educación primaria para construir este tipo de nociones.

Las nociones usadas por los niños permiten proponer que las categorías evolutivas, muestran las rutas evolutivas en la construcción de las nociones perimetales.

Los resultados obtenidos en el proceso exploratorio y la aplicación del interrogatorio clínico a los sujetos del primer ciclo de educación primaria, que componen la muestra, dan cuenta de tres categorías evolutivas que permiten explicar el proceso de construcción de las nociones perimetales. Éstas son el conteo, la comparación y la medida, cada una de ellas con características específicas, que en el contexto de la investigación fueron nombradas niveles de conocimiento.

En la categoría el conteo se encontraron tres niveles de conocimiento, el objetual en el cual el sujeto se concentra en los objetos concretos sin importar otras situaciones que pudieran estar presentes. En este nivel se interesa más por un contacto directo con las varillas que forman la figura construida. Un total de 20 casos que representan el 60% de la muestra total se ubican en este nivel.

El fronteras, que un nivel en el cual se observó que los sujetos se centran en los aquellos espacios que las distintas figuras que va construyendo va ocupando. Es decir ahora ya no se centra en el manejo concreto de las varillas sino en el lugar que ocupa esta en el espacio donde está colocada, la percepción de la figura empieza a ser global. Lo anterior le permite tener contacto con nuevas imágenes perimétrales. En este nivel se localizan 4 casos que representan un 20% de la muestra.

El tercer nivel es el que hemos llamado objetual-fronteras, en éste los sujetos se mueven entre el manejo directo de los objetos y la observación del espacio que ocupa la figura. Aquí se aparece el conteo acompañado de la observación de la líneas que demarcan la figura construida. Queda claro que el sujeto maneja dos criterios el total de la varillas y el espacio que ocupa la figura construida en base a las varillas. Un total de 4 casos que representan el 20% de la muestra se ubican en este nivel.

En relación a la comparación se establecieron dos niveles evolutivos: la comparación por similitud y la comparación por agrupación. En relación con la similitud el 80% que representan 16 casos del total de la muestra se ubican en



este nivel evolutivo. Un total de 4 alumnos que representan el 20% de la muestra se ubican en el nivel evolutivo denominado agrupación. En principio los sujetos comparaban las distintas varillas una a una, incluso colocándolas sobre una misma línea de base, por ejemplo la mesa en donde se realizó la exploración, posteriormente afirmando que las figuras eran o no iguales por el número de varillas utilizadas en su construcción.

Respecto a la categoría, medida, en esta se puede hablar de dos niveles evolutivos, un primero en cual el sujeto hace uso de conceptos como línea y raya, al que se ha denominado tónica, en el cual se ubican el 55% de los casos revisados, que representan 11 de la muestra total. Un segundo que se caracteriza por el uso de conceptos como contorno y alrededor, llamado unicidad con un 45 de los casos revisados, que representan 9 sujetos de la muestra total. Desde estos dos niveles puede decirse que el sujeto de la muestra tiene en sus estructuras mentales imágenes perimetales.

Otra parte de los resultados es la relación entre las experiencias del sujeto y las construcciones de las nociones perimetales. Con relación a la correlación que existe entre las experiencias previas del sujeto con la construcción de las nociones perimetales puede afirmarse que esta si existe, ya que el uso de conceptos como línea, raya, contorno y alrededor, sólo pueden derivarse de un uso recurrente. Es decir su utilización da cuenta de un contacto previo, que bien puede ser cuando juega, cuando toca y compara diversos objetos, cuando observa lo que tiene y es capaz de decir que tiene menos o más, cuanto le falta para completar lo que quiere, etc.

En relación a la categoría denominada el conteo puede afirmarse que es la actividad fundamental para que el sujeto mida las figuras construídas. La actividad de el conteo permite al niño medir sus construcciones comparando las figura por el número de varillas que las componen. A partir de los resultados obtenidos se puede afirmar que las experiencias con actividades de conteo son importantes para comparar las figuras, si no existe un trabajo sistemático con estas actividades difícilmente el sujeto puede medir las figuras. Esta categoría está en una relación de complementariedad con las siguientes categorías analizadas, la comparación y la medida.

El sujeto construye las figuras geométricas a partir de aquellas que ya conoce, es decir, tiene ya cierto conocimiento que le facilita las construcciones, sin embargo, éstos pocas veces se consideran por el profesor del primer ciclo de educación primaria, para realizar la enseñanza de las nociones perimétrales, cuando diseña las intervenciones al respecto, lo hace ignorando lo que sabe el niño, es decir, parte de la idea de que el sujeto no conoce absolutamente nada, de este modo, le obliga a seguir un proceso de aprendizaje que por lo general no es el adecuado para el niño, y lo que más importa es que memorice rápidamente una serie de datos, fórmulas, ideas y conceptos que no tienen significado para el niño y por esta razón no tienen un impacto real en la formación actitudinal e instrumental que se busca para éste, por el contrario, esto lo va limitando para que por sí mismo busque respuestas a las problemáticas que le presenta la vida cotidiana en la que se desenvuelve.

Finalmente se exponen las dificultades de los alumnos del primer ciclo de educación primaria en la construcción de las nociones perimétricas. Los resultados dan cuenta de problemáticas que enfrentan los sujetos de la muestra en la construcción de las nociones perimétricas, tales como la dificultad para cerrar figura, lo que es producto de un trabajo deficiente con las llamadas nociones topológicas. El sujeto no utiliza de manera correcta conceptos como abierto, cerrado, arriba, abajo, a un lado, a un lado de, debajo, debajo de, lejos, cerca, etc.

Otra dificultad fue que se desconocía el nombre de las figuras construidas, por ejemplo, de la muestra 14 sujetos, que representan el 70% de total de la muestra dijeron no tener conocimiento de la figura, si bien es cierto esto no era parte de nuestro objeto de estudio, si está relacionado con este porque cada figura era medida y comparada por el niño sin saber cual era su nombre y resulta un tanto paradójico porque se supone que los sujetos ya han tenido un trabajo escolar al respecto, a partir de los resultados se puede afirmar que existe un trabajo deficiente al con la geometría.

A partir de estas ideas pueden acotarse dos situaciones lo bastante claras, la primera es que se puede sostener mediante las evidencias registradas en los protocolos que no hay un trabajo lo bastante significativo en la enseñanza, tanto de las nociones perimétricas como de las figuras geométricas para que sean aprendidas por los sujetos precisamente porque no les encuentran una utilidad en la vida cotidiana. Y la segunda se puede argumentar a partir de los resultados obtenidos en la investigación la enseñanza y el aprendizaje se producen alejados de la realidad, de forma discursiva y mecánica, donde la memorización y la

aplicación de reglas algorítmicas para la solución de las problemáticas le resta importancia a la participación de alumno. Esto vehiculiza a los alumnos del primer ciclo de educación primaria para que tengan un acercamiento deficiente y poco significativo con las nociones perimetales en tanto no les encuentran aplicabilidad en la vida cotidiana.

## CONCLUSIONES

A partir de los resultados puede afirmarse que las hipótesis planteadas para la investigación se comprobaron, en las circunstancias y condiciones del paradigma constructivista, especificándose en seguida algunas de las ideas concluyentes.

La hipótesis inicial, la que habla de la construcción de las nociones perimetales sigue una ruta psicogenética, se comprueba, a través de los resultados del interrogatorio clínico y el trabajo experimental registrados en los protocolos de investigación. Los resultados derivados de la investigación dan cuenta de que los sujetos del primer ciclo de educación primaria pasan por una serie de momentos evolutivos hasta llegar a la construcción de las nociones perimetales.

### Síntesis de las categorías evolutivas.

Categorías evolutivas	niveles de conocimiento		%
conteo	objetal		60
	Frontera		20
	objetal-frontera		20
comparación	similitud		80
	agrupación		20
medida	tópica	línea raya	55
	unicidad	contorno alrededor	45

En el proceso de construcción de las nociones perimetales se involucran: el concepto de número, nociones como la distancia, la longitud y el tamaño; lo que parece favorecer estas construcciones. En la configuración de figuras cerradas utiliza el conteo, la comparación y la medida que permite manejar nociones como la longitud, el tamaño y la distancia, que también facilitan la medición de las figuras que construye. En esto último tiene incidencia la experiencia que posee el alumno. Esto también prueba las dos últimas hipótesis planteadas para esta investigación, las que hablan de que en esta construcción se involucra el concepto de número, las nociones de distancia, longitud, y tamaño, así como las experiencias que el sujeto porta en actividades propias de medición y conteo, en donde ha utilizado conceptos como la distancia, la longitud y el tamaño. Además en las construcciones perimetales se involucran el concepto de número, nociones como la distancia, la longitud y el tamaño y a la existencia de una correlación de estas construcciones con las experiencias que porta el sujeto.

El análisis de los resultados también hacen evidente una falta de trabajo tanto de los maestros como de los alumnos, dado que éstos últimos no comprenden el significado de las nociones perimetales, mucho menos conocen como se generan, precisamente porque su aprendizaje es producto una enseñanza sostenida en una metodología caracterizada por el copiado y la memorización, en la que muy pocas veces se recupera los conocimientos y las experiencias de los sujetos escolares. Lo anterior conduce a que la enseñanza -aprendizaje de las nociones perimetales sea deficiente y poco significativa ya que no tiene aplicabilidad en la vida cotidiana.

Se puede afirmar que los niños desde los 7 años conocen aspectos de medición en base a lo arbitrario, entendida como la reducción de sus habilidades básicas a meras recetas, en lugar de convertirse en reglas para el razonamiento, la única alternativa para los alumnos es intentar entender las matemáticas escolares como una serie de procedimientos necesarios, a los 8 años trabajan ya las medidas convencionales y son capaces de construir figura cerradas que son el referente próximo de las nociones perimétrales.

## Sugerencias.

Teniéndose como punto de partida los resultados del proceso de exploración y buscando establecer una relación con las exigencias educativas actuales se proponen algunas sugerencias para el aprendizaje de las nociones perimetales.

La enseñanza - aprendizaje de las nociones perimetales tiene que ir mas allá de lo que ha ido hasta hoy. Ya no se le puede seguir abordando de manera mecánica, la actualidad exige la revisión reflexiva del proceso evolutivo que siguen los sujetos escolares del primer ciclo de educación primaria en la construcción de las nociones perimetales. De este trabajo reflexivo pueden derivarse aspectos como el diseño de actividades de intervención didáctica adecuadas, para impactar el proceso de construcción de las nociones mismas, para proponer una didáctica para el aprendizaje de las nociones .

En el sistema educativo del nivel básico es frecuente la implementación de diversos cursos y talleres para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en los que se busca que el docente recupere el cúmulo de experiencias que posee al respecto, por ejemplo cómo ha trabajado, con qué materiales, que aprendizajes ha obtenido en la enseñanza del contenido matemático, de manera que estas experiencias se discutan en colectivo, y constituyan en una actividad que genere nuevas alternativas para la problemática. En estas discusiones pocas veces se ha incluido la revisión de las nociones perimetales, en su proceso evolutivo, es decir no se ha ido más allá de lo que marcan los programas escolares. Por décadas el maestro ha enseñado un determinado contenido matemático mediante la



explicación de los algoritmos convencionales asociados con los contenidos programáticos. Los alumnos tienen que estar muy atentos para memorizarlos, después el maestro les propone una serie de ejercicios y algunos problemas en los que tiene que aplicar los algoritmos memorizados. Ejercicios que son retomados del propio libro de texto. Lo que menos importa es el proceso que sigue el alumno para construir los resultados, lo importante es que el alumno de cuenta de resultados exactos.

Los conocimientos donde están incluidos las nociones perimetales son incorporados en el aula a través de un proceso discursivo con exigencias de memorización de algoritmos y una repetición mecánica de ejercicios ausentes de reflexión.

La aplicación mecánica de algoritmos como los siguientes:  $L \times 4, L \times 5, L \times 6 \dots L \times n$ , si las figuras tienen los lados de la misma medida,  $2A + 2B$  si la figura tiene los lados de la misma medida de dos en dos, etc., el hecho es que el sujeto de cuenta de un manejo algorítmico de forma mecánica y resulta que de igual manera lo aplica en la vida cotidiana.

Lo anterior sirve de argumento para sugerir la necesidad de que para la enseñanza se atienda el profesor del primer ciclo de educación primaria la ruta de comprensión epistemológica de las nociones perimetales y desde ahí diseñar las estrategias más adecuadas para la intervención, esto puede ser el punto de partida para tener una enseñanza y aprendizaje matemático significativo, para estimular las habilidades que son necesarias en el aprendizaje permanente.

El hecho de abordar la enseñanza de las nociones perimétricas implica la necesidad de que el sujeto escolar del primer ciclo de educación primaria, tenga los apoyos necesarios, así como las condiciones, los materiales y las orientaciones que le permitan llevar a cabo el proceso de construcción por el camino más adecuado en relación a su nivel de desarrollo cognitivo y que a su vez le den la posibilidad de ir accediendo a una formación de tipo procedimental y actitudinal que le faciliten un acercamiento significativo a las nociones perimétricas, porque como se afirma “no hay manera de apropiarse del conocimiento sin comprender su modo de comprensión, es decir sin ser reconstruido”<sup>21</sup>

Los programas de formación y actualización de profesores deben de incluir momentos de análisis epistemológico de contenidos, en particular matemáticos, en los que se reflexione sobre el proceso que siguen los sujetos para construir el conocimiento matemático. Estos momentos deben estar alejados de lo meramente discursivo que de la memorización de algoritmos que no impactan en nada la formación instrumental y actitudinal del sujeto y acercarse más a la idea de innovar la enseñanza matemática. Esto toma importancia si se busca incidir con calidad en la educación que se oferta en las escuelas del país, y específicamente en el estado de Sinaloa.

---

<sup>21</sup> Emilia Ferreiro. Psicogénesis y educación. Departamento de investigaciones educativas. Centro de investigaciones y estudios avanzados del I.P.N. México. 1985. Pág. 10

### **Como última acotación.**

La enseñanza de las nociones perimétricas deben tener su argumentación teórica y práctica en un análisis epistemológico que considere las experiencias que posee el alumno cuando arriba a la escuela primaria y que definitivamente caracterizan el acercamiento de este con las nociones perimétricas.

A las nociones perimétricas se les debe entender y abordar como contenidos de aprendizaje que pueden ser construidos por los alumnos siguiendo un esquema metodológico propio y que por esta razón no se requiere imponer a los sujetos una metodología rigurosa para su construcción.

# **BIBLIOGRAFÍA**

## BIBLIOGRAFÍA

### LIBROS

- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Edit. Kapelusz, Buenos Aires, 1958. pp 189.
- BENITEZ, René. Matemáticas, teoría y práctica. Edit. Trillas, México, 1994. 210 pp.
- CARDENAS, Curiel y otros. Matemáticas primer curso. Edit. Progreso S.A., México, 1986. 254 pp.
- CASCALLANA, Ma. Teresa. Iniciación a la matemática. Edit. Santillana, España, Editores 1988. 226 pp.
- DELVAL, Juan. El desarrollo humano. Editores Siglo XXI, Madrid, España, 1998. 636 pp.
- Crecer y pensar. Edit. Laia, Barcelona, España, 1984. 375 pp.
- Diccionario de la lengua española. Décimonovena edición, Madrid, 1970. 519 pp.
- DOLLE, Jean M. Para comprender a Jean Piaget. Ed. Trillas, 1993. 223 pp.
- DOMAHIDE, C. Banks L.; M. Carretero; J. Palacios. El método clínico en psicología en Marchesi, et. (comp.) Psicología evolutiva I. España, Alianza Psicología, 1989. 484 pp.
- GARCÍA, Juárez Marco Antonio. Introducción a la resolución de problemas. Teoría y estrategias matemáticas. Primera Edición, Editorial Esfinge S.A. ,México ,1996 .57 pp.
- Gran diccionario de la lengua española. Ed. Patria, México D.F. 1994. 856 pp.

- KOLMOGOROF, Aleksandrov Laurentiev. Las matemáticas: su contenido, método y significado. 2da. Edición, Alianza Editorial, Madrid, 1976. 383 pp.
- BRUNER , Jerome . Realidad mental y mundos posibles. Ed. Gedisa . Madrid. 1986. 186 pp.
- KRUTESKII, U. A. Una investigación sobre las habilidades matemáticas. En antologías para la actualización de los profesores de enseñanza de las matemáticas. UNAM y De. Porrúa S.A., México, 1988. 101 pp.
- LABINOWICS. Introducción a Jean Piaget. Pensamiento, aprendizaje y enseñanza. Addison Wesleg, Edit. Iberoamericana, 1987. 309 pp.
- LINAZA, J.(comp). Bruner, acción, pensamiento y lenguaje. Alianza Editorial, Madrid, 1989. 209 pp.
- NEMIROVSKY, Miriam y Carvajal. Anexo 1. Contenidos de aprendizaje. México, UPN-SEAD, 1988. 88 pp.
- PIAGET, Jean. La representación del mundo en el niño. Madrid, Morata, 1984.
- . La formación del símbolo en el niño. Fondo de cultura económica, México, 1994. 401 pp.
- . Psicología y pedagogía. Ariel, México, 1988. 208 pp.
- . Seis estudios de psicología. Barcelona, Editorial Seix Barral, 1984. 227 pp.
- PIMM, David. El lenguaje matemático en el aula. Editores Morata, C.U. Madrid, 1990. 228 pp.

- RESNICK, Lauren B; Ford Wendy. **La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.** Ediciones Paidós, Barcelona, España, 1990. 315 pp.
- SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. **Guía para el maestro segundo grado. Educación primaria.** México, 1992. 128 pp.
- . **Estrategias Pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, Fascículo 1,2 y 3.** México, 1988. 266 pp.
- . **Guía para el maestro, primer grado. Educación primaria.** México, 1992. 126 pp.
- . **Propuesta para el aprendizaje de las matemáticas manual/primer grado.** México, 1991. 72 pp.
- . **Plan y programas de estudio. Educación primaria** .México . 1993. 163 pp.
- VERGNAUD, Gérard. **El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.** Editorial Trillas, México, 1995. 275 pp.
- VIERA. A. M. **Matemáticas y medio. Ideas para favorecer el desarrollo cognitivo infantil.** Ed. Diada, Sevilla, España, 1981. 320 pp.

## ANTOLOGÍAS

- NOT, Luis . **El conocimiento matemático. En Antología la matemática en la escuela I.** México . 371 pp.

- UPN . La construcción del conocimiento matemático en la escuela. Licenciatura en educación plan 1994. Corporación Mexicana de impresión, febrero , 1996. 151 pp.
- VELÁZQUEZ y otros. Problemas y operaciones de suma y resta en Antología la matemática en la escuela III. UPN, México, 1988. 271pp.

### REVISTAS

- ALLAN, A. Glattorn. Principios básicos del constructivismo en cero en conducta. N° 43, año 13, Julio- Agosto, México. 1998. 110 pp.

### FOTOCOPIAS.

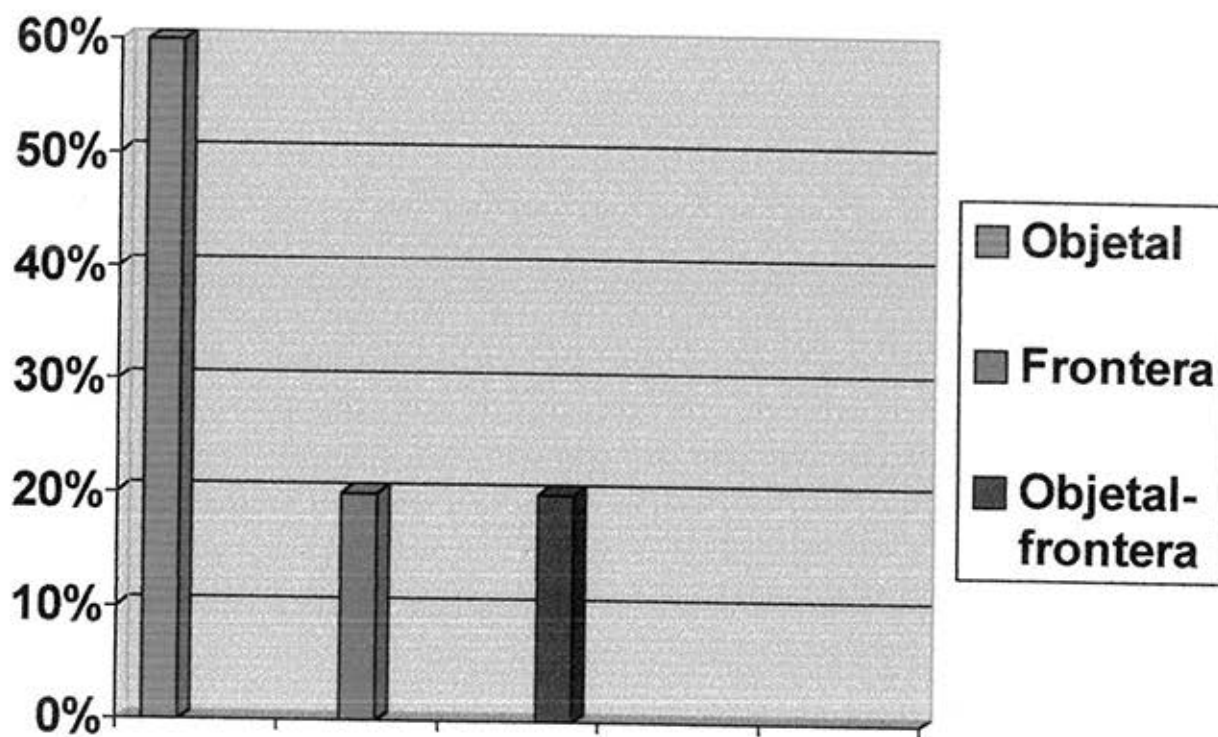
- CASTORINA , José A.; A. Lenzi y Susana Fernández. El proceso de la elaboración de un diseño experimental en psicología genética. La noción de autoridad . S/F; S/E. 139-145 pp.
- Alcances del método de exploración crítica en psicología genética. S/F, S/E, 83-118 pp.
- FEERREIRO, Emilia. Psicogénesis y educación. Departamento de investigaciones educativas. Centro de investigaciones de estudios avanzados del IPN. México .1985. 10 pp.
- LERNER, Delia. Clasificación, seriación y concepto de número. Venezuela, Consejo Nacional del Niño. División de primera y segunda infancia, 1977. 60 pp.



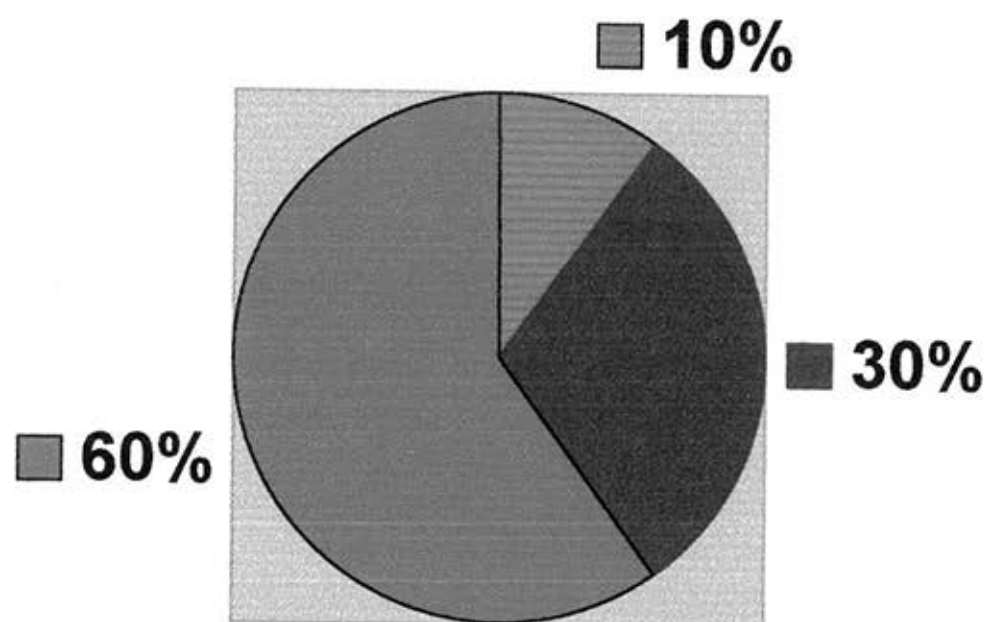
# **ANEXOS**

## Clasificación de niveles en la categoría conteo

Se considera la muestra total.

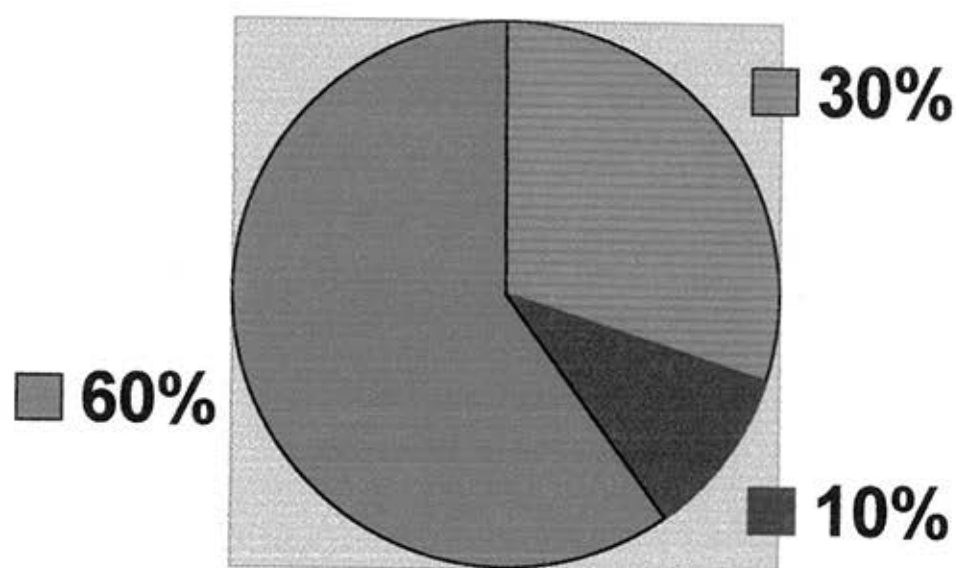


**El modo de cómo el sujeto del primer año utiliza el conteo.**



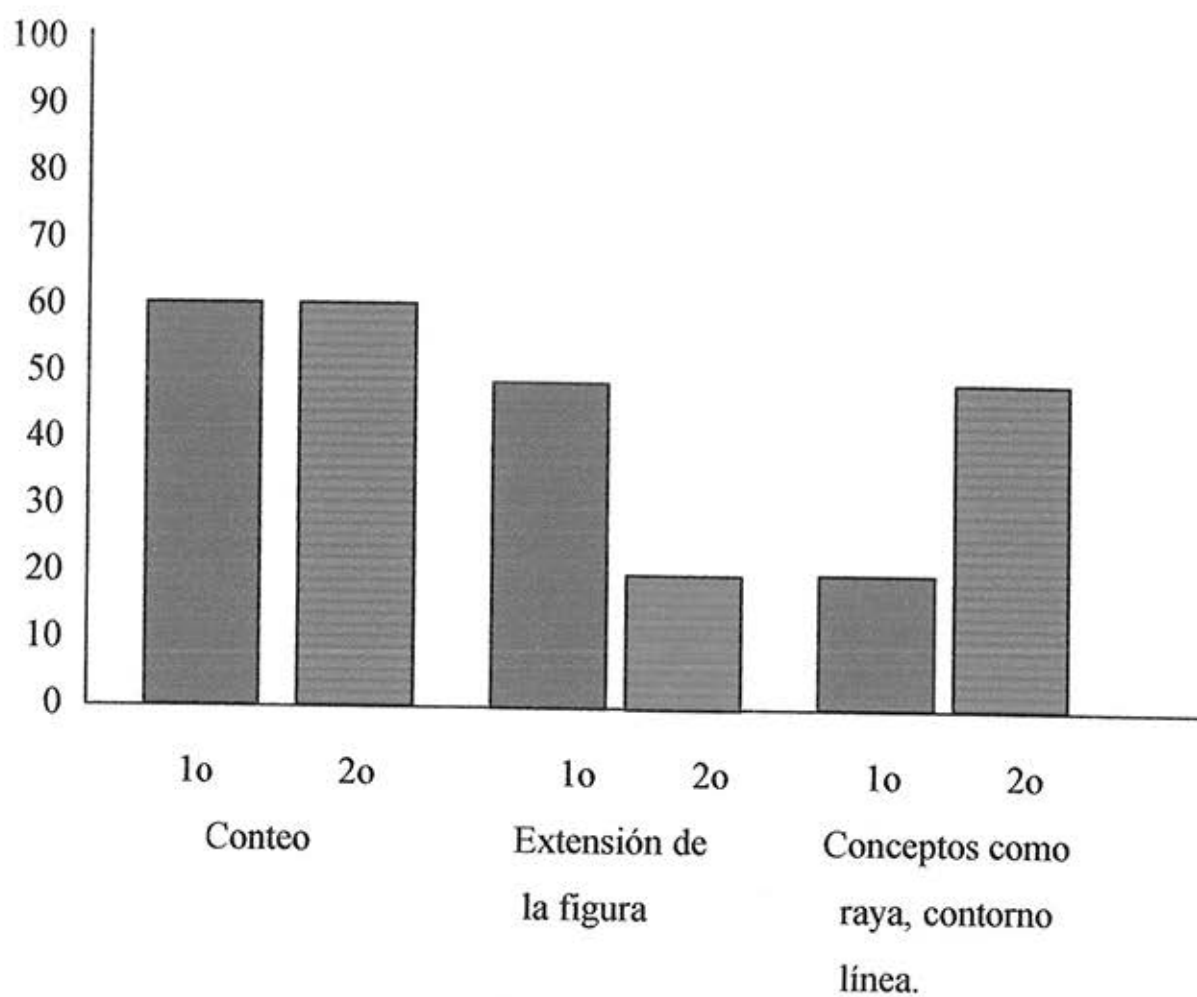
- Considera conceptos como contorno, línea, raya.
- Centrados en la extensión de la varilla.
- Uso del conteo

### Uso del conteo por alumnos del segundo grado.

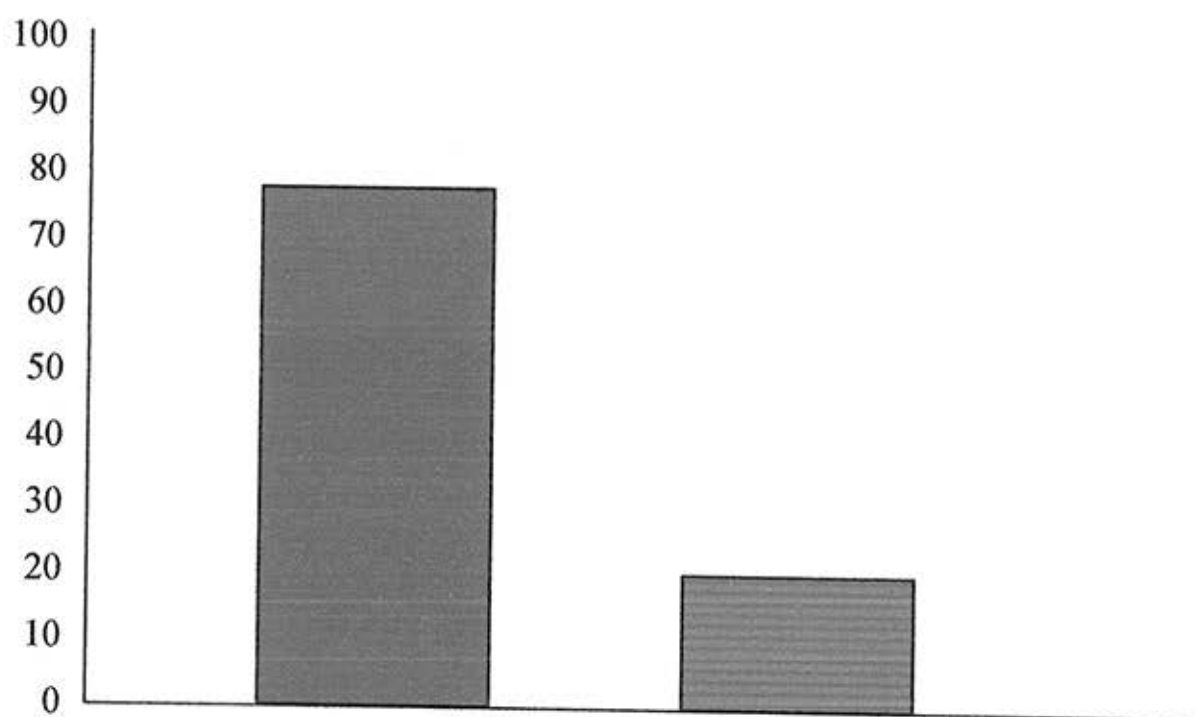




- Aquellos que consideran conceptos como contorno, línea, raya, etc.
- Centrado en la extensión de la figura.
- Uso del conteo

**Tabla comparativa entre los alumnos de primer año y segundo año en el uso del conteo.**



### La medición a través de comparar las varillas.



-  Recurren a la comparación.
-  No recurren a la comparación.