

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
SERVICIOS EDUCATIVOS
DEL ESTADO DE CHIHUAHUA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD 08-A



INTRODUCCIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
FRACCIONES EN EL 2º CICLO ESCOLAR
DE LA ESCUELA PRIMARIA

TESINA: MODALIDAD ENSAYO
QUE PRESENTA

ALMA ISELA ACOSTA

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN EDUCACIÓN BÁSICA

CHIHUAHUA, CHIH., AGOSTO DEL 2000



DICTAMEN DE TRABAJO DE TITULACIÓN

Chihuahua, Chih., a 31 de Agosto del 2000.

**C. PROFR. ALMA ISELA ACOSTA
P R E S E N T E.-**

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo denominado **"INTRODUCCIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES EN EL 2º CICLO ESCOLAR DE LA ESCUELA PRIMARIA "** Opción Tesina Modalidad Ensayo a solicitud de la **LIC. SILVIA OROZCO HIDALGO**, manifiesto a usted, que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E,
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



LIC. LUCIANO ESPINOZA RODRÍGUEZ
PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE TITULACIÓN DE LA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD 081, CHIHUAHUA, CHIH.



S.E.P.
Universidad Pedagógica Nacional
UNIDAD UPN 081
CHIHUAHUA, CHIH.

INDICE

	Página
Introducción.....	5
A - Origen de los Números.....	7
B - Elementos importantes para la introducción de la fracción...	10
1) Enfoque de Planes y Programas.....	12
2) La Evaluación Diagnóstica.....	14
3) Fases para la adquisición de conceptos matemáticos.....	16
C - Análisis de la fracción en una situación problemática.....	17
1) Metodología para construir el concepto de fracción.....	26
2) Secuencia temática.....	27
D - La fracción como cuantificación de repartos equitativos y exhaustivos.....	28
E - Las fracciones equivalentes.....	56
F - Análisis y sugerencias de otras situaciones para el uso del Libro Texto de Matemáticas	64
Conclusiones.....	66
Bibliografía.....	69

INTRODUCCION

Elevar la calidad de la educación se ha convertido en un reclamo por demás profundo en los diferentes sectores de nuestra sociedad, experiencias concretas en lo individual y colectivo, ejemplifican el deterioro del sistema educativo en nuestro país en todos los niveles educativos. Desde los docentes hasta los padres de familia, desde los trabajadores hasta los grupos infantiles y juveniles, con matices diversos por los intereses que defienden, o por el particular enfoque que les otorga su formación cultural, coinciden en la gradual, pero no muy lejana caída de los resultados educativos, e intuyen el peligro que esto representa para la continuidad del proyecto nacional.

La crisis educativa se evidencia en ámbitos del conocimiento y tal es el caso de las matemáticas, donde sus efectos se resienten igual o más que en otras áreas. Las consecuencias y las deficiencias manifestadas en la práctica han dado pie para que variados mecanismos se pongan en marcha en la búsqueda de alternativas que aumenten, de manera óptima, el aprovechamiento escolar.

Los problemas de la educación, en el terreno específico de las matemáticas son planteados a la luz de diversas corrientes de interpretación, y en relación con ellos se proponen desde métodos de estudio, hasta alternativas de solución que pueden llegar a ser viables y adecuadas a los contextos que las definieron.

Por lo que es característico en la mayoría de nuestras escuelas primarias, enfocar la enseñanza de las matemáticas hacia la memorización de conceptos y al dominio de procedimientos, que luego se aplican a

situaciones abstractas las cuales son generalmente ideadas por el maestro u obtenidas de los libros de texto.

Esta forma de enseñanza sólo ha redituado “aprendizajes” fugaces, lo cual resulta evidente al constatar los altos índices de reprobación en matemáticas y en lo específico en el apartado de las fracciones en los primeros ciclos de la educación primaria.

Con este ensayo se pretende proporcionar una alternativa que se contrapone y en algunos casos refuerza, la metodología que sugieren los programas, ficheros y libros de texto proporcionados al maestro por la SEP para propiciar en el niño la adquisición del concepto de fracción y su uso en diversos ámbitos de su cotidianidad, tratando de enfocarlo desde un punto de vista matemático, didáctico y psicológico en donde se respete el concepto o las nociones que el alumno trae y cómo le da utilidad a las fracciones y si las usa como herramienta para solucionar los problemas que se le presenten en lo escolar y extraescolar.

Este trabajo marca la importancia de la introducción del estudio de las fracciones en situaciones de reparto y medición primordialmente, a partir del tercer grado de primaria.

También presenta ejemplos de actividades secuenciadas que sirven como modelo didáctico para diseñar y llevar a cabo experiencias o situaciones que favorezcan la construcción de los conocimientos vinculados con el concepto de fracción en sus diferentes ramificaciones o modalidades dentro del rango de la matemática.

El reto para los alumnos, será en un primer momento realizar repartos equitativos y exhaustivos y en un segundo momento, consistirá en explicar

sus hipótesis y defenderlas hasta lograr convencer a sus compañeros de lo que ellos piensan, así como de irse apropiando paulatinamente de la diversidad de aplicaciones con que cuenta la fracción, primeramente como información, para que sobre la base de su desarrollo construyan sólidamente sus propios conceptos ampliando su conocimiento dentro de este ámbito.

Se manejará una gradualidad en las interpretaciones, así como también, se sugiere utilizar para su aplicación un lenguaje verbal adecuado para denominar a las fracciones, con el propósito de que el alumno se introduzca con ayuda del maestro, poco a poco a lo largo del desarrollo del trabajo con el objeto de estudio y que descubra el significado de los nombres que se le dan a las partes y los aplique también verbalmente. De esta manera los vocablos con los que se denominan a las fracciones tendrán un significado potencial para posteriormente hacer que su avance sea gradual, tanto en la representación gráfica como en la representación simbólica.

El realizar actividades de reparto y medición previos al uso del libro de texto del alumno de tercer grado, auxiliará al docente y al estudiante en forma flexible y diversa a abordar de manera más eficaz el lenguaje oral y escrito de las fracciones aumentando sus conceptos para las operaciones posteriores aplicables a los números racionales en los siguientes grados de su instrucción primaria.

A. ORIGEN DE LOS NUMEROS

En sus orígenes es de suponerse que el hombre primitivo empezó contando con los dedos de las manos las piezas que cazaba para

alimentarse y que almacenaba para el futuro. También utilizó los dedos de los pies y algunas partes de su cuerpo.

Se tiene noticia que hubo pueblos en los que “hombre equivalía a 20” porque 20 son los dedos de un ser humano. En otros “mano” significó cinco, por ser cinco los dedos de una mano, y también se sabe que entre los romanos antiguos se usaba decir *numerare per digitos*¹ que significa “contar con los dedos”, haciendo una correspondencia entre los objetos que se contaban y los dedos que se utilizaban.

Al agrandar sus agrupamientos, el hombre se enfrentó a la necesidad de utilizar objetos que le permitieran conservar el número de objetos y animales que agrupaba; para ello utilizó *huesos, cuentas, cordones*, etc. Entre los primeros instrumentos para contar se encuentran los cordones con nudos que en Perú se conocían como *quipus*.

Una vez al paso del tiempo conforme fue progresando el ser humano, también surgieron nuevas maneras de contar y de medir que establecieron procedimientos menos perecederos, en forma de sistemas numéricos sabiamente estructurados, según las investigaciones realizadas por los antropólogos, que permiten tener una información más verídica posible².

Cuando el ser humano tuvo la necesidad de contar y medir para relacionarse con sus semejantes y el medio que lo rodea, creó la idea de números y su representación simbólica, dando nacimiento a los números llamados *naturales*. Con ellos se ha estructurado un sistema numérico que ha servido de base para crear otros sistemas numéricos, más completos,

¹ GUITEL, G., “*historie comparée des numerations écrites*”, Flammarion, París, 1975.

² PARRA CABRERA, Luis H. “Sistemas de Numeración” Matemáticas I, p. 81.

que han resuelto las dificultades que presentaban cálculos más complejos y de uso más específico como en el caso de las fracciones..

Civilizaciones más antiguas, como la egipcia, ya utilizaban números para representar mediciones y reparticiones de partes de enteros tomados como unidades.

Les era fácil manejar el significado de $\frac{1}{2}$ (mitad), $\frac{1}{3}$ (tercio), $\frac{1}{4}$ (cuarto); pero tenían dificultad para comprender el significado de valores tales como $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{15}$, aunque por excepción sí comprendían el significado de $\frac{2}{3}$ y de $\frac{3}{4}$ y los representaban a su manera³.

En la vida cotidiana el niño empieza a tener contacto con las fracciones desde el momento en que su mamá le da un pan y le dice; –“Compártele a tus hermanos”- otro ejemplo es cuando el niño cuestiona el tiempo de duración de “x “ programa, manifestando su respuesta al decir: *$\frac{1}{2}$ hora, $\frac{1}{4}$ de hora, $\frac{3}{4}$ de hora, o simplemente una hora, etc.*, En el momento de compartir sus alimentos reparte *líquidos, piezas de galletas, piezas de pollo etc.* Aquí es donde se encuentra la relación entre el objeto a repartir y las partes en que lo va a dividir. Como estos y muchos casos más, ejemplifican una gran cantidad de situaciones de reparto que el niño practica y vive dentro de su cotidianidad, lo que permite darnos cuenta que el niño maneja elementos importantes de la fracción desde los tres años de edad aunque de manera muy elemental, utilizando términos como “pedazos”, “trozos”, “partes”, “mitades”, etc., y conforme se le presentan diversas situaciones va evolucionando gradualmente su conocimiento.

³ MANCERA MARTINEZ, Eduardo. Docente de la Maestría de Educación y en la Academia de Matemáticas de la UPN.

B. ELEMENTOS IMPORTANTES PARA LA INTRODUCCIÓN DE LA FRACCIÓN.

La formación inicial de los alumnos constituye el eslabón más importante de este proceso educativo y es aquí donde juega un papel fundamental la construcción de los primeros conocimientos matemáticos, su significado y significativo.

Después de analizar mi labor docente en el área de las matemáticas y específicamente el contenido temático de las fracciones, oriento este trabajo a una organización secuencial de actividades que guíe al alumno de tercer grado a la construcción del concepto de fracción a través del manejo de material concreto, así como ilustraciones, para con ello tratar de llegar a un simbolismo basado en la lógica y experiencia de los estudiantes al terminar las actividades que se propondrán.

Como la fracción es un concepto difícil para los niños, les crea dificultades en su enseñanza ya que los Programas y Libros de Texto vigentes en México elaborados por la SEP, exigen al alumno una variedad de interpretaciones de la fracción; *como parte de una figura, de un conjunto, de una expresión numérica, etc.*, y si el maestro no ha trabajado previamente este tipo de situaciones con las fracciones provocará en el estudiante un conflicto más agresivo y si también sumamos que en nuestro país, en las últimas tres décadas se han dado varios cambios en los diseños curriculares y de alguna manera, esto repercute directamente en el desarrollo de nuevas técnicas de enseñanza, y se refieren a quienes ejercemos la docencia, dando la alternativa de utilizar otras metodologías diferentes a las empleadas que cuando el docente aún era estudiante.

En la actualidad, la reforma del currículum y los nuevos libros de texto para el alumno propician que la mayor parte del trabajo propuesto inicie y termine con actividades que lleven al niño a la noción de fracción en el área de matemáticas, se toma como principal objetivo que el alumno reflexione, construya y aplique los contenidos en su vida cotidiana y que adquieran una formación cultural más sólida y para ello se requiere que el maestro también planeé y organice estrategias adecuadas de aprendizaje que propicien en el educando, el desarrollo de sus propias estrategias para que construya su conocimiento y aprenda permanentemente y con independencia avanzando hacia la solución y salir de un laberinto numérico.

La planificación de las actividades deberá concentrar todos los elementos que se involucran en el proceso educativo, donde el más importante es *el sujeto que aprende*, atendiendo a esto; la puesta en escena de todos los elementos (*situaciones problemáticas, simbolizaciones, actividades, la discusión, etc.*) y sus formas de relacionarse, irán de acuerdo a realizar secuencias didácticas que apoyen y enriquezcan la propuesta contenida en el texto del alumno, pero...

¿Cómo y con qué medios logrará el alumno apropiarse de los contenidos?

Tomando en cuenta lo anterior y que el alumno es un ser activo, el cual construye su conocimiento, el maestro deberá ser también activo y de acuerdo a esa descripción será propiciador de situaciones de aprendizaje que para poder ser congruente con esto, deberá tener la claridad en lo que hace, dicho sea de otra manera, que su labor docente es un compromiso el que debe estar cuidadosamente analizado, tanto en sus alcances como en las repercusiones de los elementos que se tomarán en cuenta para planificar su trabajo, *de tal manera que* ;

educar no es solamente un trabajo, por el que se recibe a cambio un salario es entonces un compromiso con seres humanos para solidificar su enseñanza.

1.- Enfoques de Planes y Programas

El **enfoque ideológico** de planes y programas, así como el libro de tercer grado de las matemáticas es el del *estructural funcionalismo*, en el que la sociedad determina el modelo educativo a seguir, donde se tiende a socializar al individuo y prepararlo técnicamente para el desempeño de un rol a través del desarrollo de habilidades, un medio para lograrlo es la escuela, donde el aprendizaje se reduce a información de conocimientos, en el que las habilidades y puntos de referencia están asociados con conocimientos empíricos y de dominio tecnológico y tristemente este enfoque coincide con la realidad en que se lleva a cabo la práctica docente, misma que se reduce en la mayoría de los casos al desarrollo de la habilidad y la destreza, limitando el aprendizaje de los alumnos a meras formalidades y no a la esencia de los objetos de conocimiento.

El **enfoque pedagógico** presentado por el plan de estudios y la guía para el maestro en tercer grado es *el constructivismo*, éste sugiere partir de situaciones problemáticas para el tratamiento de los contenidos que permitan a los alumnos vincular nociones y nuevos conocimientos en el contexto real; donde las situaciones obliguen al niño a usar sus recursos y conocimientos y de esta manera su aprendizaje en el área de las fracciones sea más significativo, aclarando también que hace patente, que el lenguaje escrito es vital para este proceso educativo, pero que se dará paulatinamente con las actividades adecuadas y relacionadas con vivencias e intereses generados en los niños dentro y fuera de la escuela.

Con tal enfoque fue concebido el programa de matemáticas en tercer grado y este trabajo pretende que el alumno del segundo ciclo escolar de primaria reconozca en dicha ciencia un instrumento que le permita conocer, interpretar y transformar su mundo; es decir que encuentre en ella un lenguaje que le ayude a organizar las ideas e informarse sobre su ambiente para plantear y resolver gran diversidad de problemas que surgen en su entorno diariamente y en donde el docente ayudará a desarrollar habilidades intelectuales como en *la clasificación, en la estimación, en la flexibilidad y en la reversibilidad de pensamiento, generalización e imaginación espacial* partiendo de los conocimientos previos con lo que el niño cuenta, y que las actividades diseñadas por el maestro tiendan a enfocarse a que el alumno construya sus conceptos matemáticos, mismos que deberán partir de la manipulación que el alumno haga de los materiales didácticos, así como respetar el tipo de representación que éste lleve a cabo al inicio de cualquier tema, para después llegar a la convencionalidad de conceptos y su representación creando un ambiente de confianza y cordialidad al momento de confrontar algunos resultados obtenidos.

Tal perspectiva implica que el tratamiento de los temas en este caso ***las fracciones y sus operaciones*** se inicie siempre a partir de un problema real del niño y retome su aplicación como punto final a conceptos matemáticos mediante *la actividad corporal, la manipulación, la observación, la comparación, el análisis, la obtención de conclusiones, etc.*, derivados de la problemática planteada y que, una vez elaborados dichos conceptos, los aplique en forma creativa a otras situaciones.

En principio la estrategia metodológica utilizada en las matemáticas, es toda una estructura totalmente conformada y relacionada con la teoría, metodología y prácticas congruentes entre sí y que a su vez se interrelacionan e influyen mutuamente unas a otras en un movimiento continuo y dinámico en donde encamina al alumno y al docente hacia el

modelo de individuo que el enfoque requiere pero con un rango de conceptos más significativos.

Esto es un **todo** cuidadosamente planificado donde las partes tienen su razón de ser y de existir, hablamos pues, que es necesario integrar todos los elementos que la conforman (*evaluación diagnóstica, objetivos, planificación de medios para la enseñanza, metodología, actividades*) para lograr un fin y dar solución a los problemas pedagógicos que se presentan en la escuela primaria.

De este **todo** y de acuerdo al enfoque planteado analizaremos sus partes, iniciando con la evaluación diagnóstica (*conocimientos previos*) y la planificación de las actividades docentes, porque creemos tienen una estrecha relación.

2.- Evaluación diagnóstica

En primer lugar definiremos *qué es evaluación y la finalidad* que se persigue con esta actividad tan cuestionada.

En la teoría del constructivismo, la cual es parte de la psicogenética de Piaget, el concepto de aprendizaje es comprendido **como un proceso mediante el cual el sujeto construye su propio conocimiento**⁴, y a la evaluación le toca dar cuenta de este avance. De acuerdo con los resultados de ésta, el maestro se encuentra en posibilidad de reorganizar su trabajo, con esto queremos decir, que la evaluación desde la perspectiva constructivista y psicogenética, antes que dar cuenta de la acreditación o promoción de un niño, pretende ubicarlo en una realidad concreta con respecto a su nivel cognitivo o fase del proceso en el que se encuentra, entonces la evaluación sirve como referente para poder diseñar una

⁴ DEL VAL, Juan, "Lectura Psicología del Niño" Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. Pp. 195-207

estrategia metodológica que sea acorde con el nivel de las estructuras mentales y cognitivas del individuo.

Cuando los niños presentan períodos de asimilación y equilibración más prolongados, es donde la evaluación cumple su función y se relaciona estrechamente con la planeación, ya que debe tomar en cuenta los elementos; *observación, manipulación, hipótesis, etc.* que trabaja el niño y el análisis que la teoría sustenta y argumenta ampliamente en cuanto a las características de aprendizaje en los niños que deberán ser tomadas en cuenta para la coordinación de las actividades que propicien la construcción del conocimiento⁵.

Con respecto a la evaluación y valoración de los contenidos de las fracciones y su representación deberán ser abordados cualitativamente ya que la comprensión de estos objetivos deberán estar basados en la observación y la manipulación de objetos para poder llegar a un resultado satisfactorio y aprobatorio.

En los espacios para la planificación de las actividades relacionadas con las fracciones, para el maestro es primordial tener un panorama general de lo que va a hacer, con relación a su puesta en práctica de los contenidos curriculares que mínimamente deberá abordar, por ser parte del plan de trabajo, pero esto no es lo que más le debe preocupar, sino el cómo hacerlo más accesible para los alumnos, y así cumplir con el papel de conductor que juega en el proceso educativo.

Dentro de la perspectiva curricular existe el intento de llevar un proceso continuo de transformación de las estructuras cognitivas del niño a partir de una metodología empleada para la enseñanza de un objeto de conocimiento.

Si partimos de un pensamiento concreto; para la resolución de los problemas lógicos, el niño tiene que observar los objetos, tener la posibilidad

⁵ UPN. "Programa de Primaria, planificación general del programa", Evaluación de la Práctica Docente, pp. 95-103

de manipularlos, tocarlos, operar sobre ellos y comprobar por sí mismo el resultado de sus acciones.

3.- Fases para la adquisición de conceptos matemáticos.

Piaget⁶, maneja fases importantes para la adquisición de conceptos matemáticos, una de ellas es la llamada **fase manipulativa**, que permite al alumno tocar e interactuar con los objetos de conocimiento, es necesaria, pero no suficiente, porque menciona que es preciso partir de la manipulación de objetos concretos para poder pasar a las siguientes fases e ir creando un resultado más reflexivo a partir de las relaciones que se establezcan entre los objetos de estudio y el sujeto, para posteriormente continuar con la segunda **fase de lo concreto a lo abstracto**, facilitando el paso a una etapa representativa o simbólica, en la que el niño ya no sólo opera sobre los objetos concretos, sino también lo hace sobre sus representaciones gráficas simbólicas y por último pasa a una tercera **fase más abstracta**, en la que se da la necesidad de pasar del símbolo al signo y operar sobre signos abstractos y arbitrarios, como son los números fraccionarios, el alumno con el proceso anterior, pasa a darle un uso más significativo a las fracciones, no únicamente manejando la fase manipulativa, sino que por medio de sus acciones en el aprendizaje, avance hacia un desarrollo más amplio en el mundo simbólico, siendo éste un paso previo para comprender los signos que se utilizan en los libros de texto, volviéndolo cada vez más hacia la convencionalidad y uso de los números fraccionarios, ejerciendo una función motivadora para el aprendizaje, creando al niño situaciones interesantes en las que su papel sea el de un sujeto activo y no pasivo-receptivo.

⁶ PIAGET, Jean. :La Formación del símbolo en el niño”, Fondo de Cultura Económica, p. 242.

C. ANALISIS DE LA FRACCION EN UNA SITUACION PROBLEMATICA

Este trabajo se deriva de una problemática generada en un grupo de tercer grado de educación primaria con el uso de las fracciones y similarmente se presenta una polémica en cuando a ¿cuál sería la metodología correcta para aplicar el uso de las fracciones en forma adecuada?

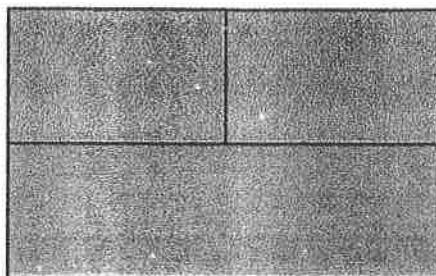
El programa de tercer grado comienza con temas de repartos en donde se tiene curricularmente especial cuidado en propiciar el trabajo con las fracciones en diferentes contextos y en donde se enfatiza significativamente el uso verbal para que los términos sean y resulten familiares para los alumnos de este grado para que a su vez puedan desenvolverse más fácilmente en este campo, pero...

¿el alumno estará en condiciones cognitivas para desarrollar este tipo de ejercicios?

Si el trabajo principal que marca el programa de matemáticas en este grado, se propone acercar al niño a situaciones que lo lleven a dividir uno o más enteros en partes iguales y en diferentes contextos, entonces; retomando la evaluación diagnóstica es necesario plantearle a los alumnos ejemplos de problemas relacionados con su vida cotidiana que impliquen el reparto en diversas situaciones, e ir explorando hasta dónde el niño trae ideas de reparto y buscar las estrategias de cómo podría adquirir nuevos significados o conceptos sobre este tema, y sobre las fracciones en general para dar inicio a actividades, como:

Plantearles a los alumnos un problema de reparto en donde un "pastel"

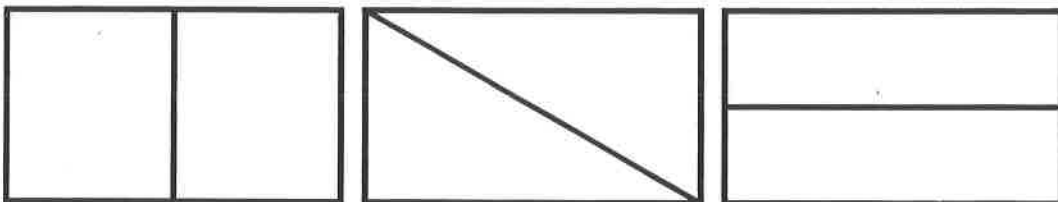
se ha dividido en la siguiente forma (ver dibujo), es importante iniciar con un proceso de cuestionamiento dirigiendoles preguntas sencillas: *¿Cómo se dividió el pastel? ¿Han visto un pastel dividido de esta forma? ¿Lo podríamos nombrar de alguna manera?*



Los alumnos al ser cuestionados utilizaron durante el desarrollo de la actividad los términos “medios”, “cuartos”, “tercios” en forma verbal, a veces adecuada, y otras erróneamente, por ejemplo en el pastel anterior decían que estaba dividido en *tercios*, sin tomar en cuenta que en realidad consistía en $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ de pastel, manifestándose así un interés por salir de su duda en esta situación, es básico que en este tipo de actividades se cuestione al alumno y se le dé la oportunidad de operativizar con materiales concretos la situación y que lleguen por sí mismos a concluir, que efectivamente son $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ que observen que al unirlos nuevamente o al juntar todas sus partes se obtiene un entero. El docente de antemano sabe que fraccionar significa “*dividir un todo*” en partes y que la pareja ordenada ***a, b*** o ***a/b*** en donde ***a*** representa el número de unidades repartidas y ***b*** el número de pedazos producidos en el reparto del ***todo***⁸ esto lo ayudará a manejar adecuadamente el cuestionamiento con sus alumnos.

⁸ BLOCK, David. “Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria”. Matemáticas III, pp. 153-157.

A medida que los alumnos avancen en sus respuestas se podrán apreciar los diferentes niveles en el proceso de *adquisición de la conservación de área y de la relación parte todo*. De donde se deriva el siguiente ejemplo, En el caso donde los enteros estaban divididos en medios, cortados en partes pero de diferente forma, hubo alumnos que negaban su equivalencia porque las formas de los pedazos cambian, como se muestra a continuación;



Ante este tipo de situaciones, algunos alumnos aceptaban la equivalencia sólo mediante la comprobación con material concreto. Otros suponían la equivalencia a través de razonamiento compensatorios; ***“son***

iguales, sólo que este  ***es más gordito y este***
 ***es más flaquito”***.

Estas experiencias o “sondeos” permiten comprobar que las situaciones de reparto son importantes para generar las bases sobre las cuales los alumnos pueden abordar determinados aspectos de la noción de fracción. Sin embargo las dificultades que tuvieron los alumnos de tercer grado a lo largo de este cuestionamiento didáctico, nos obliga a reflexionar sobre lo siguiente:

¿Cómo evitar que los niños que utilizan repartos desde sus primeros años de pre-escolar tengan conceptos erróneos sobre mitad, tercio, cuarto en tercer grado?

¿Es pertinente introducir las fracciones de manera formal en los primeros grado de la primaria?

En caso de introducir las fracciones en los primeros años de la escuela primaria *¿Qué situaciones didácticas propician un mayor entendimiento de las fracciones?*

Ante estas cuestiones es necesario realizar siempre ejercicios previos creándole al niño una problemática como la siguiente :

-Reparte;

3 pasteles entre 2 niños

1 pastel entre 2 niños

3 pasteles entre 4 niños

1 pastel entre 3 niños

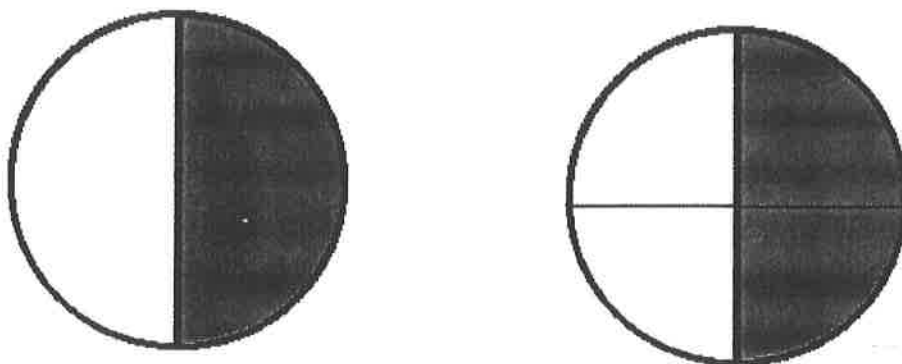
2 pasteles entre 3 niños, etc.

En estos ejemplos se nos muestra claramente que el niño debe construir la conservación de la cantidad y de área, donde habrá de manejar situaciones de descomposición y composición del todo para que comprenda que no importa la forma ni el tamaño de la unidad y que ésta siempre será divisible.

Respecto a la **conservación del todo** J. Piaget (1948) nos dice. –“*el niño piensa que una galleta partida en mitades es más que la galleta entera “porque antes había una y ahora hay dos”*”⁹.

En este caso el niño se centra en el número de partes que conforman el todo, sin tomar en cuenta el tamaño de esas partes. Si comparamos estas dos galletas partidas así;

⁹PIAGET, Jean y otros . “Subdivisión de áreas y el concepto de fracción”, Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria SEP Programa de Actualización Permanente, p. 162.



El niño dice que es más grande la galleta de cuatro partes que la de dos, porque él no le da importancia al tamaño de las partes. Piaget, plantea que hacer particiones por la mitad, es el primer tipo de particiones que logran hacer los niños de los 6 a los 11 años de edad, y partiendo de allí, podrá dividir en cuartos, octavos y así sucesivamente.

Por tal motivo propongo que;

-El alumno en estos casos requiere del material concreto, de la práctica, y de la asesoría del docente, para que realice sus propias construcciones y a su vez constate la equivalencia de los medios mediante las uniones o desintegraciones de los mismos, para conformar la unidad nuevamente. Es importante en estos casos ampliar las experiencias y expectativas del alumno ya que su evolución en este campo depende del interés de él mismo por el aprendizaje.

Con este tipo de actividades continuarán ampliando su experiencia y practicando sus bases o principios al comprobar con sus compañeros sus hipótesis si están en lo correcto o no y crear un aprendizaje más significativo

y práctico para su vida cotidiana en los aspectos de *la noción de fracción* en donde uno de ellos, es el desarrollo de las operaciones mentales que permiten coordinar la equitatividad y exhaustividad en los repartos (en la fracción como parte de una figura plana).

Sin embargo las dificultades que presentan los alumnos a lo largo del desarrollo de su aprendizaje sobre el uso de las fracciones en el tercer grado, obliga a reflexionar sobre la necesidad de organizar una secuencia de actividades para que el alumno construya el concepto de fracción, en diversas situaciones, manejando material e ilustraciones que conllevarán posteriormente al simbolismo.

Entonces los errores que se ocasionan al darle nombre o explicarse algún concepto con respecto a la fracción, nos dan la pauta a meditar que nuestra continuidad inicia a partir de dividir una superficie plana en dos partes, cuatro partes, ocho partes, etc., y propiciar el éxito de los alumnos al realizar repartos entre 2 niños y entre 4, 6 niños, aunque aún no sean conscientes de que este tipo de cortes los lleve a realizar repartos equitativos y exhaustivos, pero sí en el caso de que sobren pedazos en sus repartos, se darán cuenta que si continúan partiendo por la mitad, siempre les va a quedar probablemente un pedazo sobrante y tal vez decidan deshacerse de él, botarlo o tirarlo, pero también buscarán la forma de repartirlo y llegar a dividir con fracciones que implique la repartición en número non.

Puede decirse que para el estudio de este contenido de las fracciones, es importantísimo y necesario que se tome en cuenta la experiencia del alumno, sus antecedentes sobre la noción de fracción antes de iniciar cualquier tema que se encuentre relacionado con esta temática y realizar ejercicios operatorios la cantidad de veces que sean necesarias para poder

valorar hasta dónde llega su aprendizaje y diagnosticar su avance, para así poder diseñar la metodología adecuada a las necesidades del grupo con el que se va a trabajar el proceso de introducción a la fracción y repito, como inicio del reparto con las variables pertinentes y tomando en cuenta su experiencia y práctica de su vida cotidiana. Quizá éste sea uno de los motivos que explican que la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones presente tantas dificultades en todos los niveles educativos, menciono lo anterior porque en la mayoría de las ocasiones los docentes, no nos damos a la tarea de investigar acerca del antecedente del concepto de fracción que el alumno trae, tomado de los diversos ámbitos de la vida dentro y fuera de la escuela provocando un aprendizaje informativo, y monótono..

Por lo que es importante que;

a)– *Se le presente al alumno una mayor diversidad de situaciones cotidianas relacionándolos con la escuela en la partición y repartición de objetos o “pasteles” (hojas de papel) aplicando variables cada vez con mayor dificultad para su desarrollo, siempre y cuando la anterior halla sido comprendida y logrado su objetivo.*

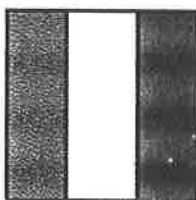
b)– *Evitar situaciones que desvinculen su actividad en la escuela y su quehacer cotidiano porque pueden provocar un conflicto cognitivo en el alumno, ya que desarrollará actividades que carecen de motivación y significado para él.*

c) - *Hacer patente por medio de actividades con un objetivo claro y bien planeado en el uso de la fracción ya que el alumno tiene la tendencia de atribuir a los números fraccionarios las propiedades y reglas aplicables a los números enteros (en el resultado de una partición, en la ubicación de fracciones en la recta numérica, en la equivalencia de fracciones, en el orden*

de las fracciones, en las fracciones propias, impropias y mixtas, etc.), generando no discriminar adecuadamente los conceptos ni definir los símbolos adecuados cuando la situación se lo presente.

d) – *Antes de introducir la noción de fracción con su lenguaje simbólico y si se llega al algoritmo, constatar si el alumno tiene construido el concepto de fracción en diversas situaciones (contextos)*

Tradicionalmente y en la actualidad (algunas veces), el docente inicia esta difícil tarea sin respetar la noción que el alumno trae como experiencia y no lo rescata para enfocarlo hacia un aprendizaje más significativo buscando ejercicios sencillos para dar comienzo al uso de la fracción y utiliza el libro de texto de matemáticas del alumno de tercer grado con ciertas dificultades y ambigüedades, por ejemplo al pasar directamente a la lección “Banderitas de colores”, (Matemáticas. Tercer Grado, pág. 10) en la que se solicita al alumno confeccionar banderitas de México y en donde se toma como base que el niño ya sabe y conoce que nuestra bandera está conformada en tres colores y tres partes iguales y que cada parte tiene un color diferente.



Al indicarles que confeccionen dos banderas del mismo tamaño (semejando a la ilustración) se enfrentarán en la necesidad de partir el material (hojas o pliegos) que se requiera en dos partes iguales, motivando a los alumnos a rediseñar un conocimiento ya asimilado (si se trabajó antes)

para así poder construir sus propias banderas, afinando los detalles para su construcción (intercambiando colores, midiendo, haciendo los dobleces necesarios, particiones hasta llegar a la exhaustividad, etc.) La situación en este caso obliga a seccionar, partir o dividir el material de colores de una manera determinada, observando si las particiones hechas son convenientes o no y en donde pueden confirmar o corregir según se presente la situación.

Llegado el momento, tendrá que dársele nombre a las partes o **fracciones de un todo** por medio del cuestionamiento a los alumnos en forma verbal y manejarlo hasta la exhaustividad, creándose la necesidad de fijar el concepto de fracción y confrontar con sus compañeros sus hipótesis sobre la experiencia obtenida en superficies planas que tienen distinta forma.

En este aspecto se han presentado numerosos estudios sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas sustentando una concepción de aprendizaje según la cual los niños no son simples receptores que acumulan la información que les dan los adultos, sino que aprenden modificando viejas ideas e interactuando con situaciones y problemáticas nuevas.

Y desde este punto de vista el uso de las fracciones en el área de la matemática debe ser, para los alumnos, una herramienta que se crea y evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas. Para aprender, *los alumnos deben hacer matemáticas*, es decir, deben enfrentar numerosas situaciones que les presenten un problema, un reto, una búsqueda de solución y construcción de nuevos aprendizajes.

Para resolver estos problemas el maestro debe permitir que los niños generen recursos propios de solución, que se sustenten en "saberes" previos y que probablemente sean informales al principio. Poco a poco, con la

experiencia y con la ayuda del docente, esos recursos evolucionan hacia los conocimientos ya instituidos y convencionales.

En consecuencia, los conocimientos de las fracciones y en general de las matemáticas, así como los problemas de cualquier índole no pueden separarse. En este trabajo no se tratará de aprender matemáticas para poder aplicarlas a la solución de problemas, sino solucionar problemas a través de las matemáticas, relacionando lo cotidiano con lo escolar basándonos en la experiencia acumulada del alumno sobre el objeto de estudio.

1.- Metodología para construir el concepto de fracción.

Uno de los objetivos principales de este trabajo es el de presentar al niño conceptos de números distintos a los números naturales. No es por lo tanto absolutamente necesario, insistir en el aprendizaje de los símbolos que denotan fracciones, ya que en un primer momento nos interesa solamente ideas fundamentales y no tanto la notación simbólica correspondiente, el alumno siempre dará la pauta para seguir adelante.

La idea principal en el desarrollo de la enseñanza de las fracciones o "repartición" (como se le da a conocer al niño en el primer grado) es la relación de partes con un todo. Esta "totalidad" puede estar representada por un objeto que se ha dividido en partes o conjuntos de objetos. Esta última opción debe dejarse para más tarde, cuando el niño haya adquirido nociones más firmes acerca del sistema numérico en general, para evitar confusiones.

Para la enseñanza de los conceptos de números fraccionarios en un grupo de tercer grado, se sigue una metodología análoga a la de los números naturales; vale decir, el trabajo con los niños inicia en el nivel concreto con variadas experiencias, manipulando objetos concretos,

después se pone de relieve ciertas abstracciones que se van alcanzando a un ritmo mucho más lento que el seguido por los números naturales. En el caso específico de este trabajo se debe hacer mucho hincapié en la comprensión de los conceptos fundamentales y del lenguaje relacionado con las fracciones y en menor grado sobre el simbolismo que se utiliza para denotar las fracciones.

El primer paso en la presentación de los conceptos consiste en comprender el significado y el significante del término;

En sí la **fracción** es una parte de un **todo** y es un concepto en el que comúnmente se le conoce también como **quebrado** o **número fraccionario** que, para los niños, implica más dificultades de las que comúnmente suponemos, y no comprende que este **todo** puede ser un objeto divisible y puede ser repartible entre personas o separarse simplemente, pero, más adelante analizaremos algunas de estas dificultades un poco más detalladamente.

2.- Secuencia temática.

Es importante llevar una secuencia temática sobre la fracción tomando algunos de los objetivos que se consideran primordiales dentro del enfoque para así tratar de acercarnos a una metodología más adecuada para la introducción del uso de las fracciones en los alumnos del segundo ciclo escolar.

a.- Que a través de diversas situaciones, que los alumnos realicen repartos, tomando en cuenta la equitatividad y la exhaustividad, propiedades que dan lugar a la fracción como la cuantificación del reparto.

b.- Tratar de que las situaciones propicien que los alumnos se apropien de

los términos “medios”, “tercios”, “cuartos”, “quintos”, “sextos”, etc. interpretándolos como la manera de denominar el resultado de un reparto, y no como la forma de nombrar cualquier pedazo.

c.- Plantearles problemas que propicien el uso de las fracciones con numerador **uno** o **fracciones unitarias** como también son llamadas ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, etc.)

d.- Crear situaciones que susciten la utilización de las **fracciones propias** (fracción menor que la unidad así como también las fracciones impropias las cuales dan origen a las mixtas y luego a las equivalentes..

e.- Plantear problemas de medición de longitudes, superficies, volumen, capacidad, peso o tiempo porque con frecuencia, dan lugar a un fraccionamiento de la unidad con la que se mide, para obtener mediciones más precisas. (*En tercer grado se recomienda trabajar con mediciones de longitudes primordialmente*)

f.- Que el trabajo de medición se lleve al igual que en el reparto, siguiendo el proceso en el que inicialmente aprenden a fraccionar la unidad de medida en medios, cuartos y octavos y posteriormente llegar a fraccionarla en 3, 5, 7 partes.

D. LA FRACCION COMO CUANTIFICACION DE REPARTOS EQUITATIVOS Y EXHAUSTIVOS

Una vez realizadas las actividades tanto de reparto y medición es necesario como docente y como alumnos irnos identificando con los

conceptos para poder sobrellevar el tema de los números fraccionarios, por lo que a continuación se darán a conocer algunas denominaciones utilizables en su uso.

En cuanto **al todo** o el uso de las regiones (áreas) -hojas de papel o pasteles- el alumno puede aprender primeramente en forma verbal que el **denominador** de la fracción denota el número total de las partes iguales (congruentes entre sí) en el que se subdividió la región y el **numerador** el número de partes que de alguna manera han sido destacadas.

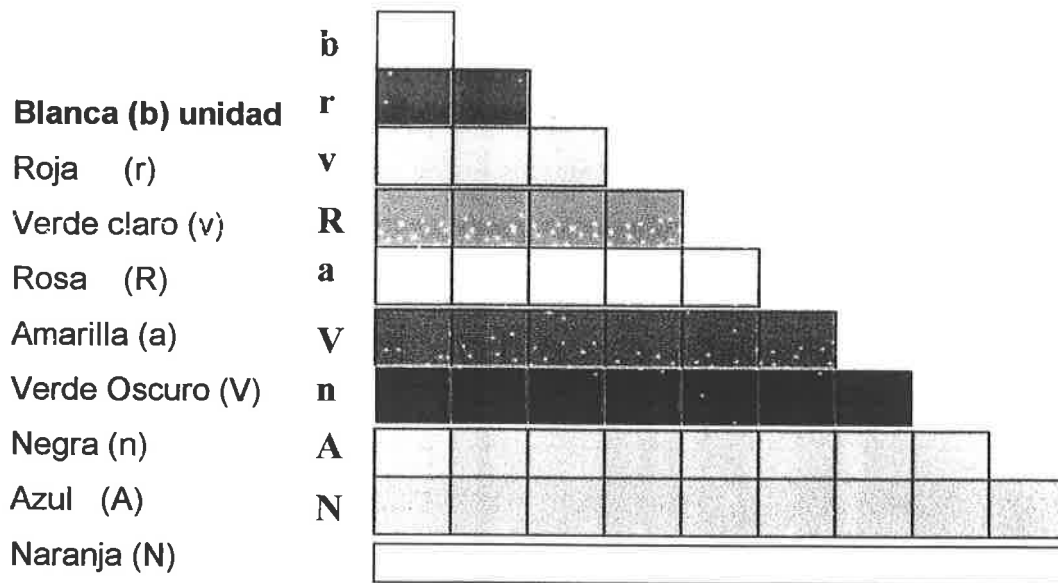
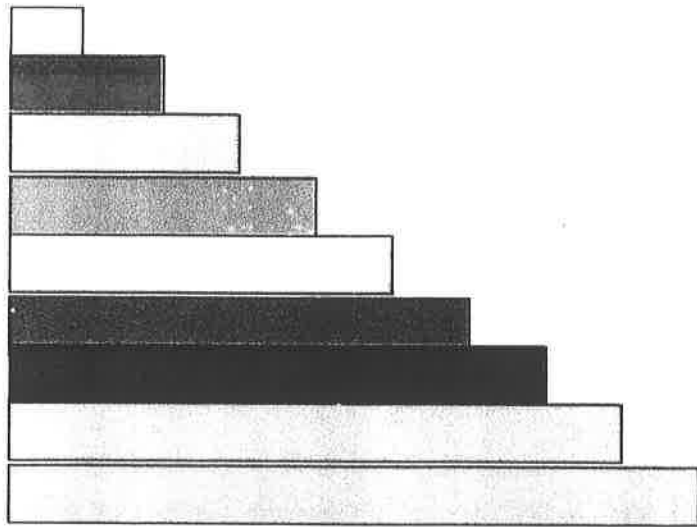
Las actividades siempre deberán estar encaminadas a que el alumno por medio del juego logre apropiarse de los conceptos de **numerador** y **denominador**, así como también del **entero** sin llegar a la representación simbólica del mismo.

Recordemos que en el campo de las matemáticas, como en todas las áreas de aprendizaje, es el niño quien por medio de actividades construye su propio conocimiento y desarrolla paulatinamente su pensamiento lógico-matemático. Ya que desde pequeño, en sus juegos comienza a establecer relaciones entre los objetos (*mide, reparte, fracciona, etc.*), reflexiona ante los hechos que observa; comienza a buscar soluciones para diversos problemas que se le presentan en su cotidianidad.

Para dar inicio a la secuencia de actividades, un adecuado recurso didáctico para desarrollar estas ideas que relacionan las fracciones con la noción de reparto y medida sería construir los **Números en Color** que llevaría relación como ejercicio previo antes de pasar a la confección de las banderitas de México.

Un ejemplo de éste sería;

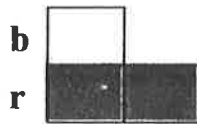
La formación de regletas de madera o tiras de papel de diferentes colores y diferentes longitudes en donde se toma como base una unidad de medida y en las demás ir aumentando su longitud en el doble, triple, cuádruple, etc., (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 o 10 partes iguales), dándole los siguientes colores)



Con las regletas ya construidas se iniciará un cuestionamiento a los alumnos con la pregunta “¿qué es la regleta roja de la blanca?” tiene una

traducción en términos de medida que indica *“qué mide la regleta roja tomando la blanca como unidad.*

Para contestar esta cuestión hacemos un “tren” de regletas blancas de la misma longitud que la regleta roja dada así como lo indica la figura;



“la roja son dos veces la blanca ”

Si la pregunta fuera *¿qué es la blanca de la roja? (¿qué mide la regleta blanca cuando tomamos la roja como unidad?)*, entonces “ la blanca es una de las dos que cubre la roja”. Entonces la relación entre la blanca y la roja es de $\frac{1}{2}$.

En este caso se dice que la regleta blanca es un medio de la roja. Esta situación se puede generalizar. Si consideramos como unidad la regleta amarilla y preguntamos *“¿qué mide la regleta blanca de la amarilla?”*, entonces se puede volver a la regleta blanca y se tiene..



“Cinco veces la blanca es una amarilla”

La regleta blanca es una de las cinco que cubren a la amarilla: así utilizando la misma notación que la anterior;

La relación de la blanca con respecto a la amarilla es de $\frac{1}{5}$

Este tipo de problemas favorecen en principio la puesta en juego progresivo de una medida fraccionada (*de pedazos en función de un entero*)

o *del todo*) mediante dos posibles recursos;

Primero;

El fraccionamiento de la unidad (buscar que fracción del entero es igual al pedazo),

por ejemplo:

El pedazo blanco es igual a $\frac{1}{5}$ del entero (regleta amarilla)

Segundo;

Conmesuración del entero y del pedazo;

(buscar cuántos pedazos alineados coinciden en longitud),

por ejemplo:

“Cinco regletas blancas miden lo mismo que una regleta amarilla o un pedazo naranja es igual a tres pedazos verde claro”

subyace también la idea del cociente.

Como en el fraccionamiento de unidades cuando en **La primera** consta de repartir, se reparten cierto número de enteros, entre cierto número de niños, generando pedazos de distintos tamaños y al tratar de repartir éstos en cantidades iguales a todos los niños.

La segunda, consta de problemas derivados del reparto que hace necesario tener en cuenta la relación (*de igualdad o equidad*) entre el total de enteros que se van a repartir y el total de pedazos obtenidos de ese reparto.

Por ejemplo:

Se tienen varios enteros y varios pedazos producto de un reparto y es necesario averiguar *¿Cuántos enteros, cuántas divisiones o pedazos se hicieron en cada caso y entre cuántos niños se repartieron?* O bien, si se tienen pedazos para construir enteros.

Es importante observar en este caso que cuando la situación lo exige, tener en cuenta la necesidad de que el **todo** que se va a repartir sea **igual** al **todo** después de ser repartido.

Y a través de la resolución de este tipo de situaciones, los alumnos podrá lograr descubrir la equivalencia de fracciones como: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, etc.

Si un litro de leche vale doce pesos ¿" *Cuánto valdrán tres cuartos de litro?*"

El alumno dividirá el litro en cuatro partes (puede tomar las regletas como material) e ir repartiendo los "pesos" a cada cuarto hasta repartirlos todos y así llegar a concluir este problema, claro que en la práctica él encontrará diferentes caminos para llegar al mismo resultado, utilizando la equidad y la exhaustividad.

Otro tipo de situación es;

*En un grupo de niños y de niñas, hay diez niñas y cinco niños. En un momento determinado alguien dice; -¿Qué relación existe entre el **todo** y los niños y qué relación existe entre los niños y las niñas?*

Pueden llegar a contestar;

*"**Hay la mitad de niños que de niñas**" o ("hay el doble de niñas que niños").*

La expresión **mitad** está empleada en esta situación para describir una relación entre dos partes de un conjunto. Se ha realizado una comparación **parte-parte** y como resultado de esta comparación se utiliza una fracción (como parte que se desprende de un todo) para cualquier relación.

Sin embargo, si estamos utilizando el mismo "ente matemático" para referimos a dichas situaciones, es de suponer que tengan algo en común, en donde el alumno habrá de realizar y de reflexionar para encontrar o concluir que ;

la fracción es una relación entre una parte y el todo.

Desde una perspectiva escolar nos podríamos plantear la siguiente situación; si identificamos uno de los contextos en el que la idea de fracción tiene sentido (*contexto significativo*) y desarrollamos el proceso de enseñanza (*concepto, relaciones, equivalencia y orden, operaciones, significado y algoritmos*) con dicha interpretación ¿*cabría esperar que los niños fueran capaces de trasladar esa comprensión y destrezas conseguidas a interpretaciones y contextos diferentes?*

Debemos tomar en cuenta que la capacidad de " *trasladar esa comprensión*" en los niños se da, porque el alumno tiene claro el concepto de fracción en esa situación, ya que la práctica, la experimenta, la vive y también sabe representarlo con diagramas y de forma numérica, pero esto no implica que pueda resolver todos los problemas que se le presenten en otras situaciones, algunas investigaciones relacionadas al proceso de enseñanza aprendizaje de las ideas de fracción han empezado a indicar, que para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de

todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcione a los niños una adecuada experiencia con la mayoría de las interpretaciones.

De todas maneras, alcanzar el concepto de fracción con todas sus relaciones, conlleva un proceso de aprendizaje a largo plazo. La variedad de estructuras cognitivas a las que las diferentes

interpretaciones de las fracciones están conectadas, condiciona este proceso de aprendizaje. En otras palabras, **al concepto global de fracción no se llega de una vez totalmente.** (Kieren, 1976)¹⁰

Desde las primeras experiencias de los niños con mitades, tercios y cuartos (*relación parte-todo*) vinculadas a la habilidad de manejar el mecanismo de dividir (*repartir*), y la habilidad de manejar la inclusión de clases (*clasificación*), hasta el trabajo con las razones y la proporcionalidad en grados superiores, los induce a utilizar vocablos con los que se denominan las fracciones rescatando un significado para operativizarlos posteriormente y del cual desde tercer grado propicie que los alumnos reflexionen en sus respuestas y hagan explícito lo que están pensando y en

¹⁰KIEREN, T.E., "On the Mathematic cognitive and instructional foundation of racional numbers" (Traducido por FIGUEROA, O., Sección de Matemática Educativa. Pp. 506-508.

la medida en que se le permita expresarse, dejarán ver como se manejan o problematizan las fracciones en diferentes contextos.

El **“todo”** en un contexto **continuo** (*unidad formada por un solo objeto se le llama modelo unitario o continuo*) o un contexto **discreto** (*una colección finita de objetos aislados “separados” que forman una unidad, se le llama modelo unitario discreto*) se divide en partes “congruentes” (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de “objetos”¹¹).

La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios **“todos”** o **enteros**).

El **“todo”** recibe el nombre de **unidad**. Esta relación parte todo depende directamente de trozos iguales. *la habilidad de dividir un objeto en partes iguales.*

La **fracción** aquí es siempre **“fracción de un objeto”**

Para una comprensión operativa de este subconstructo se necesita previamente el desarrollo de algunas habilidades como:

¹¹ BEHR, et al. “Las fracciones, diferentes interpretaciones”, Matemáticas I, pp. 378-380.

- Tener interiorizada la noción de inclusión de clases (*según la terminología de Piaget*) como en el caso de las regletas de papel en donde existió la necesidad de buscar pedazos para conformar la unidad o un **“todo”**.
- La identificación de la unidad (*qué “todo” es el que se considera como unidad en cada caso concreto*)
- La de realizar divisiones (*el “todo” se conserva, aún cuando lo dividamos en trozos, conservación de la cantidad*) y,
- Manejar la idea de conservación de área (*en el caso de las representaciones continuas*)

Quando el alumno aprende a distinguir los objetos manifestando algunas características propias del objeto como son; su tamaño, color, textura, etc., realiza la inclusión de clases (*como sería en el caso de la fracción al acomodar las regletas necesarias y conformar la unidad*) al efectuar la clasificación de los objetos para formar un conjunto, grupo o unidad¹².

Los números fraccionarios pueden representar con exactitud la parte de la unidad que se considera como un **todo** y que se tiene que dividir en partes exactamente iguales para utilizar únicamente una porción o parte de ella (conmesuración).

¹² KIEREN (1976). BEHR, et al . (1983) idem.

El total de las partes se consideran como una **unidad**, como una **colección** o como un **área**.

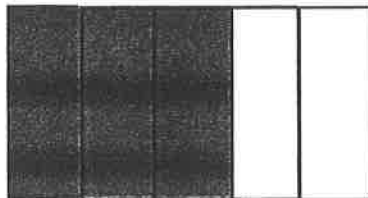
En un **contexto continuo**, en el que las representaciones más frecuentes suelen ser diagramas circulares o rectangulares, en donde la fracción indica las partes que se toman en relación al número de partes en que se ha dividido la unidad.

En un área de dimensión circular en donde la unidad fue dividida en cinco partes (*quintos*)

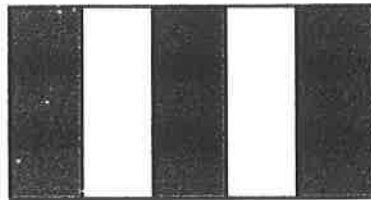


-De las cinco partes del *todo* se han sombreado *tres*

-3 de las 5 partes, se le denomina "*tres quintos*"



ó bien en un área de dimensión rectangular en donde la unidad fue dividida en cinco partes (*quintos*) y que a su vez pueden ser seguidas o salteadas las partes sombreadas.



-De las cinco partes del todo, se han sombreado tres"

3 de las 5 partes, se le denomina "tres quintos".

Si la unidad la representamos en un área cuadrangular.

entonces;



$1 \frac{3}{4}$ es la parte sombreada,

siendo $1 \frac{3}{4}$ la **forma mixta** de la fracción y su representación simbólica es la siguientes; $1 + \frac{3}{4}$ y como referencia el libro de texto del alumno

plantea problemas dentro de su contenido en donde se reparte más de un entero.

Por ejemplo:

Problemas en donde se tiene que repartir 3 chocolates entre 4 niños (Lección "El Gato" Libro Matemáticas Tercer Grado p.64) o situaciones en los que se reparten 5 obleas entre 4 niños (Lección "Compartir con los amigos" p. 134)¹³

Los problemas que propician el uso de las fracciones con numerador mayor que uno y de los números mixtos cuando el número de enteros repartidos es mayor que el número de elementos entre los cuales se reparten.

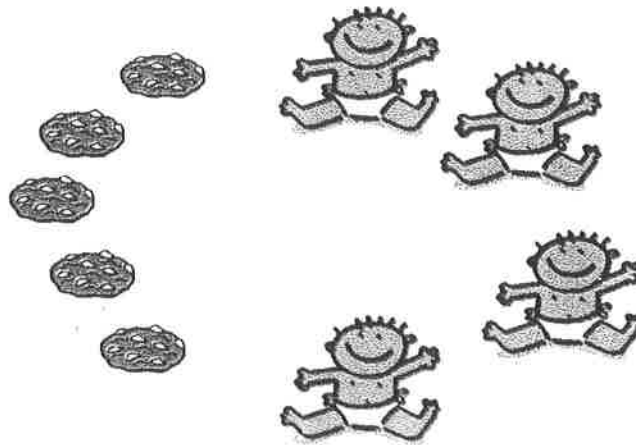
Da como resultado que al repartir **5 obleas entre 4 niños**, a cada niño le corresponde **1 oblea más $\frac{1}{4}$ de oblea**.

En donde:

$\frac{5}{4}$ es una fracción impropia tomando como numerador **5** (obleas) y denominador **4** (niños) y en donde el numerador es mayor que el denominador.

¹³ SEP. Libro de Texto del alumno. Matemáticas Tercer Grado, p. 64 y 134.

En su representación grafica sería;



Dibujar las 5 obleas y los 4 niños.

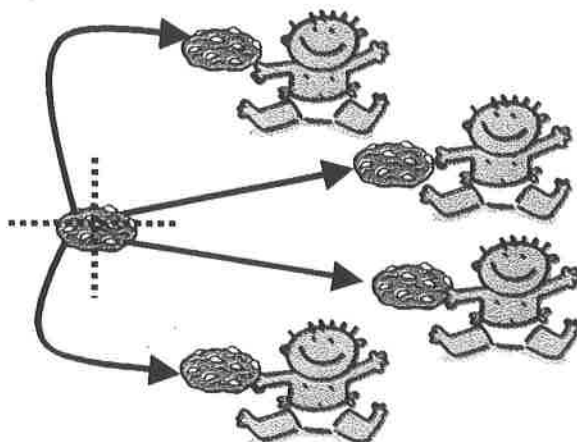
En el libro de texto estas actividades se manifiestan ya con su razonamiento abstracto y simbólico y en donde el alumno ya debe estar preparado para concluir y llegar al objetivo, pero se puede dar el caso de que el alumno no esté listo para este tipo de reparto y habrá necesidad de iniciar con los materiales concretos e ir contestando en donde corresponde en su libro, por lo que es necesario e importante partir del cuestionamiento como lo hemos hecho en los ejercicios anteriores.

Se puede introducir de la siguiente manera;

Supón que se tienen que repartir, en partes iguales 5 obleas entre 4 niños"

¿Qué harías?

¿Puedes representarlo?



Es necesario continuar con el interrogatorio hasta obtener lo que necesitamos de la actividad.

¿En cuántas partes partirías o dividirías cada oblea?

-Si te salen cuatro partes iguales ¿qué nombre le darías a cada fracción, pedazo o parte de oblea?

-Si repartes toda las obleas ¿Qué fracción o cantidad de partes le corresponden a cada niño?

-¿A cada niño le tocó más de una oblea?

-¿Sobraron pedazos o partes?, etc.

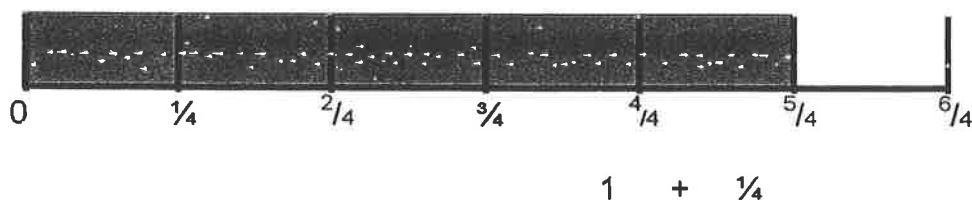
Es muy importante utilizar un lenguaje oral al momento de realizar el ejercicio con los alumnos hasta que lleguen a repartir todas las obleas e introducir la conclusión continuando de la misma manera;

-¿Les corresponden a los niños una oblea o más de una?

Con este tipo de razonamientos el alumno realizará su práctica hasta llegar a la exhaustividad y la comprensión de lo que se le pide al hacer sus repartos y representarlo de maneras diferentes como en el caso de la recta numérica;

Siendo este otro ejemplo para representar la **fracción mixta**

Si quisiéramos representar en la recta numérica una fracción mixta como **un entero y un cuarto.**

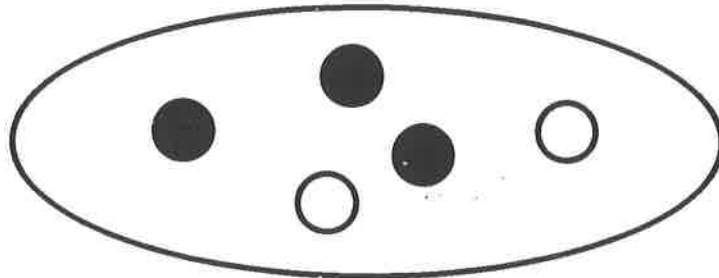


El alumno sentirá la necesidad de introducir nuevos conocimientos a su aprendizaje y manifestará un conflicto cognitivo al ver que *los cuartos de un entero* no son suficientes y tendrá que buscar nuevas alternativas de solución a este tipo de situaciones o contextos.

Si utilizamos para los diagramas la magnitud longitud, al dividir segmentos en partes iguales también estaremos utilizando **la fracción mixta (más de una unidad).**

-La fracción indica las partes que se toman en relación al número de partes en que se ha dividido el segmento.

Otra situación como ejemplo de *contexto discreto* puede representarse de la siguiente manera;



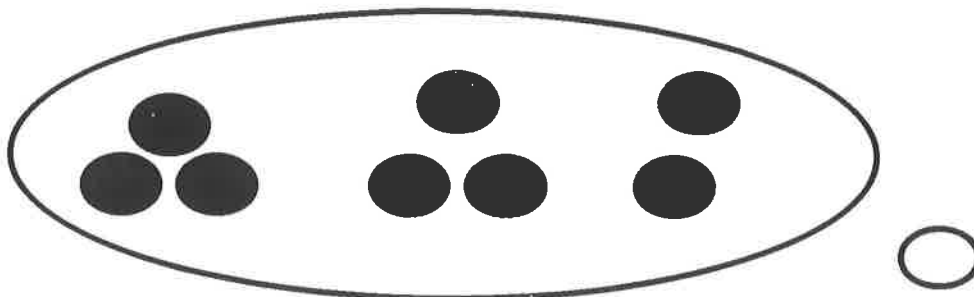
Aquí el "**todo**" está formado por el conjunto global de cinco bolas, tres de las cuales son negras, " $\frac{3}{5}$ " indica la relación entre el número de bolas negras y el número total de bolas.

Si por otra parte representamos *el todo* por



Conjunto de 3 piezas

Entonces en la situación (*Tres conjuntos de tres bolas cada uno*)



8 iluminadas

Entonces se dice que;

Dos enteros y dos tercios representa la parte sombreada

$2 \frac{2}{3}$ representa la parte sombreada

Es interesante resaltar que si se utilizan ejemplos de contextos discretos se fuerza a que el niño amplie su esquema de la relación **parte-todo** .

-Otro ejemplo sería en **una colección de lápices**. En donde la caja contiene diez lápices y se desea utilizar alguno de ellos, es necesario utilizar números fraccionarios si consideramos que **la caja con sus diez lápices** , es la **unidad**, porque es **todo** lo que quiero repartir

La caja es una unidad con diez lápices iguales

En fracción son $\frac{10}{10}$



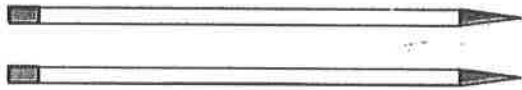
Un lápiz de la caja

En fracción es $\frac{1}{10}$



Dos lápices de la caja

En fracción es $\frac{2}{10}$



Seis lápices de la caja

En fracción es $\frac{6}{10}$

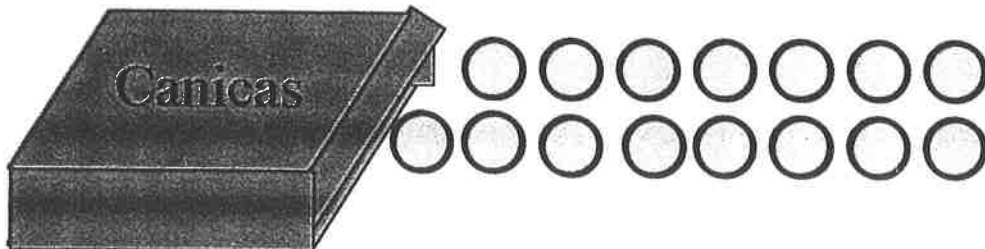


En otro ejemplo:

En una caja de quince canicas, la caja representa la unidad o total a repartir.

La repartición se puede hacer con raciones si se toma en cuenta que:

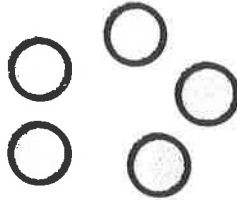
Caja contiene 15 canicas.



Significa que **la unidad** la forman las **15 canicas**.

Unidad: caja con 15 canicas

En fracción son $\frac{15}{15}$



5 canicas

En fracción son $\frac{5}{15}$

de la caja

cinco de quince = cinco quinceavos



7 canicas

En fracción son $\frac{7}{15}$

de la caja y

Si preguntamos al alumno *¿Cuántas canicas quedarían en la caja?*

Y en base a su experiencia en la resta podrá llegar al resultado correcto y probablemente dirá

“ quedan $\frac{8}{15}$ de la caja ”.

Se desprende de esta situación, utilizarlo como problema y plantearle al alumno. *“Separa dos quintos de la cantidad de canicas que tienes en una*

caja con 15 elementos”

-¿Cuántas canicas obtuviste por los $\frac{2}{6}$?-

Repasando diremos que desde la antigüedad hasta nuestros días, los números fraccionarios están compuestos por dos números naturales que reciben un nombre de acuerdo con su función. Así, en los ejemplos presentados se tiene que en la caja de lápices, en donde;

Los numeradores son los números **1, 2 y 6** (tomados del ejercicio de los lápices); que indican las partes de un **todo o unidad** que se están tomando para representar el número fraccionario.

Se escriben arriba de la pequeña raya del quebrado o fracción.

El denominador 10 (tomado del ejercicio de los lápices) señala las divisiones que se han hecho del **todo o unidad**. Las partes o divisiones siempre **se escriben debajo de la raya del quebrado o fracción**.

Se le nombraría a

Un lápiz	dos lápices	seis lápices
$\frac{1}{10}$ = numerador 10 denominador	$\frac{2}{10}$ = numerador 10 denominador	$\frac{6}{10}$ = numerador 10 denominador

Una fracción se puede representar simbólicamente con dos o tres letras

que llamamos **literales**, para generalizar su representación. Así, cualquier número natural que tome las funciones de numerador se presenta por **a**, y cualquier otro número natural diferente de cero que tome las funciones de denominador se representa por **b**¹⁴.

Por lo tanto;

a/b representa una fracción, si **b** desigual a 0

Al utilizar los números fraccionarios, se ha demostrado sus ventajas en la obtención de cálculos más exactos y en el análisis de su estructura, han formado un nuevo sistema numérico más completo.

Observemos las siguientes ilustraciones **en áreas o modelos continuos**:

Nota: El docente en esta parte de ejercicios olvida algunos conceptos importantes complicando más aún el aprendizaje de este contenido para el manejo de algunos casos especiales

- a) *tomar las partes en el lugar que desee,*
- b) *tomar todas las partes*

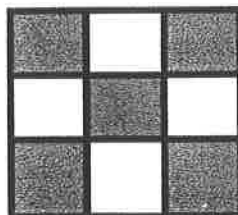
¹⁴ AVILA STORER, Alicia y MANCERA MARTINEZ, Eduardo. "Algunos problemas en el aprendizaje de las fracciones" La Matemática en la Escuela III. p 15 y 167.

c) *o ninguna como se ejemplifica a continuación.*

Total de regiones: **9**

Iluminadas: **5**

Relación: **5 de 9**

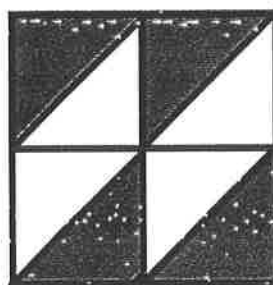


Su representación como fracción; $\frac{5}{9}$

Total de regiones; **8**

Iluminadas: **4**

Relación: **4 de 8**



Su representación como fracción ; $\frac{4}{8}$

Total de regiones; **30**

Iluminadas: **15**

Relación: **15 de 30**



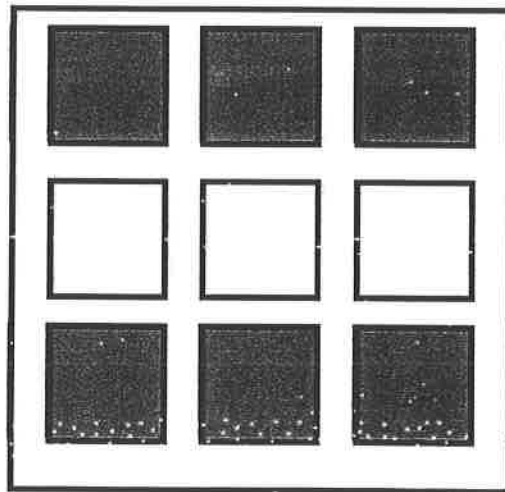
Su representación como fracción; $\frac{15}{30}$

Ilustraciones con regiones separadas

Este tipo de situaciones desconciertan a los alumnos y permite la apatía del docente en su enseñanza, evitándo incorporarlas al conocimiento del alumno.

Las partes se dan como conjunto en donde tiene que colorear o fraccionarlas según se le pida al alumno como en las siguientes regiones;

Total de
regiones: **9**
Iluminadas: **6**
Relación: **6 de 9**
*Su representación
como fracción:*
 $\frac{6}{9}$



Total de
regiones; **6**
Iluminadas: **4**
Relación: **4 de 6**
*Su representación
como fracción:*
 $\frac{4}{6}$



En casos especiales

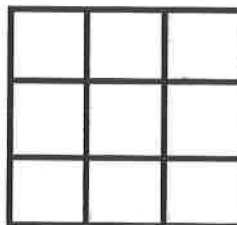
Estos casos se consideran especiales porque el alumno está acostumbrado a repartir no considerando que le quede toda la figura o que tenga que repartir en su totalidad el todo o más de una unidad manifestando su conocimiento de la **fracción mixta**.

Total de regiones; **9**

Illuminadas: **0**

Relación: **0 de 9**

Su representación como fracción; $0/9$

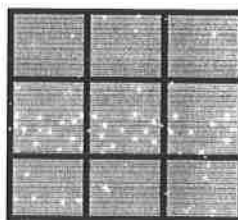


Total de regiones; **9**

Illuminadas: **9**

Relación: **9 de 9**

Su representación como fracción; $9/9$



Total de

regiones: **9**

Illuminadas: **22**

Relación: **22 de 9**

Su representación

Como fracción:

$2\frac{2}{9}$



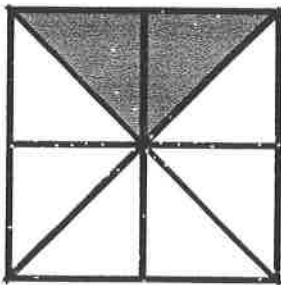
Con los números fraccionarios se puede representar también el cociente de dos números naturales.

En donde se manifiesta la diferencia entre las fracciones propias e impropias.

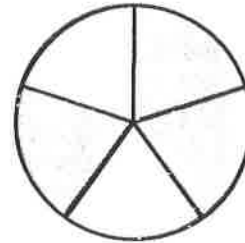
Las fracciones $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{16}{20}$, etc. tienen en común que los **numeradores son números menores** que los **denominadores** es decir;

Una fracción es propia: *si el numerador es menor que el denominador.*

Como los siguientes ejemplos;



$\frac{2}{8}$



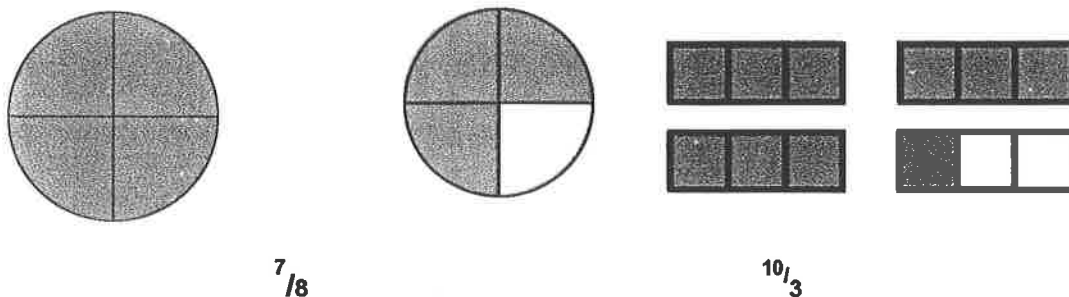
$\frac{3}{5}$

En donde se observa que el área, la región o la unidad fue fraccionada e iluminada no en su totalidad sino solo una parte de ella.

Si por el contrario a lo anterior el *numerador es igual o mayor* que el

denominador se le llama **fracción impropia**¹⁵, observándose en los siguientes casos (ejercicio previo de las banderas).

En estos casos sobrepasa la unidad y es necesaria otra nueva unidad



para completar la fracción impropia de $\frac{7}{8}$ y $\frac{10}{3}$.

Cualquier fracción que represente una división exacta cuyo dividendo sea múltiplo del divisor puede considerarse como **fracción aparente o entera**

Como en estos casos;

$$\frac{9}{3}=3 \quad \frac{24}{6}=4 \quad \frac{4}{1}=4 \quad \frac{6}{5}=1 \quad \frac{125}{5}=5 \quad \text{etc.}$$

Se le llama **fracción aparente** cuando el numerador es *múltiplo del denominador*, cumpliéndose la propiedad de que;

“ el numerador entre el denominador es igual a un número entero “

El alumno una vez llegando a la exhaustividad de estas actividades *propias e impropias* puede llegar a **concluir que toda fracción impropia puede transformarse en número mixto o viceversa, ya que contiene más de**

¹⁵KAPELUSZ MEXICANA, “Sistemas de Numeración”, pp. 135-142.

una unidad y a la vez parte de una de ellas. Es decir, ésta se obtiene dividiendo el numerador entre su propio denominador.

El **cociente** representará los enteros, el **residuo** será *el numerador* y el **divisor** *el denominador* de la fracción restante.

Ejemplo;

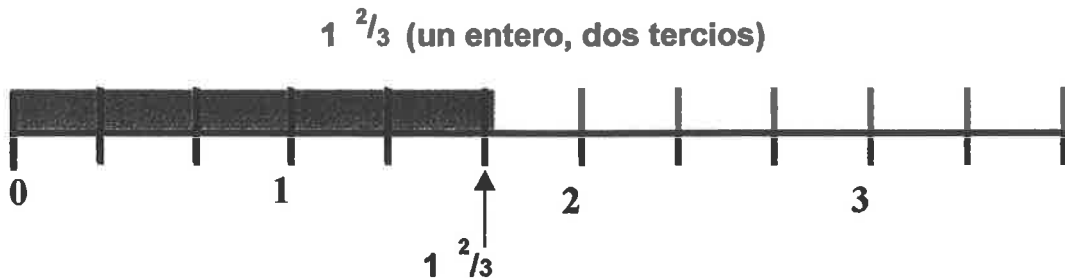
En $\frac{13}{4}$, por ser $13 : 4$ resulta $3 \frac{1}{4}$

fracción impropia **cociente** **fracción mixta (entero y fracción común)**

Cuando la fracción es **impropia** es necesario, para localizar su posición en la recta numérica, convertirla en **número mixto** (*entero y fracción*), contar las unidades enteras y dividir el siguiente entero según el denominador de la fracción y tomar las necesarias.

Ejemplo:

Para la representación de $\frac{5}{3}$ se transforma en mixto $1 \frac{2}{3}$.



En el eje o recta, se cuenta una unidad del 0 al 1 al 2 al 3 según sea necesario para posteriormente dividir cada una en tres partes iguales, ya que el denominador nos está indicando que tenemos que fraccionar cada unidad en tercios o tres partes y de las cuales se tomarán 5.

E. LAS FRACCIONES EQUIVALENTES.

Uno de los aspectos más importantes para la comprensión de las fracciones también es la **noción de equivalencia**. A lo largo del programa de tercer grado se presentan situaciones que propician el uso de situaciones de equivalencia y que se pueden aprovechar para resaltar dicha noción.

Para los niños representa de igual manera una dificultad ya que no aceptan fácilmente la equivalencia entre dos fracciones. Para ellos no es evidente que $\frac{1}{2}$ es igual a $\frac{2}{4}$ manifestando "*son iguales si están pegados, pero si se separan, aquí hay más porque hay dos pedazos*"¹⁶.

Es importante ante esta problemática plantearles situaciones a los alumnos donde comparen fracciones que se asimilen, para que así tengan la posibilidad de confrontar sus ideas con las de otros compañeros y por qué no, con la situación misma.

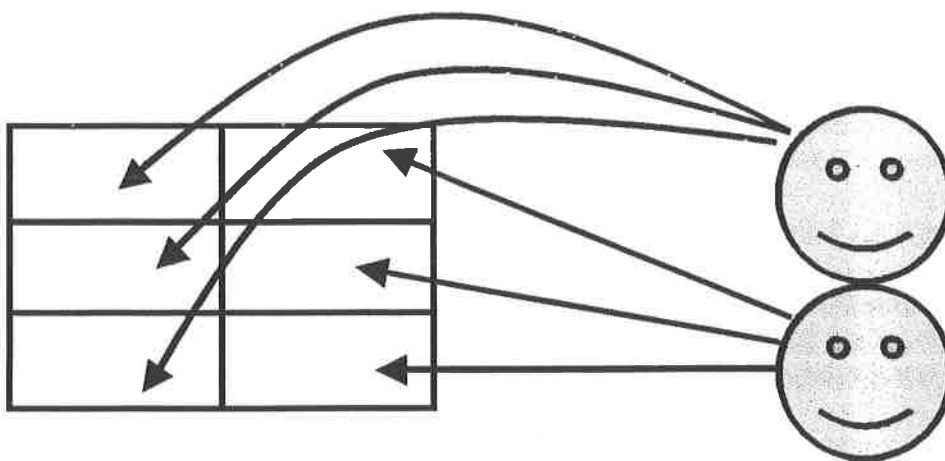
¹⁶ UPN, APÉNDICE, "Varios Estudios de las Matemáticas", Matemáticas en la escuela III, pp. 111-121.

Su aprendizaje se dará en el momento en que construye su conocimiento en el proceso de poner constantemente a prueba sus propias hipótesis en las situaciones que se le presenten y acceder a un proceso evolutivo de aproximaciones o a zonas del desarrollo próximo .(Vygotsky)¹⁷

Una vez logrado el objetivo de la igualdad de fracciones se podrá pasar a resolver el ejercicio de su libro de texto “Las trenzas de Mónica”, (Matemáticas. Tercer grado, página 20) o bien el problema de repartir un pastel entre cuatro niños (Lección “Un paseo en el zoológico”, página 50)

En los problemas de reparto, dependiendo de las reparticiones que se hagan, pueden surgir distintas *expresiones aditivas* que representan el mismo valor como se muestra a continuación.

Repartir “tres chocolates entre 2 niños”



¹⁷VYGOTSKY, L.S. “Zonas del desarrollo próximo a una nueva aproximación”. Antología, Desarrollo del niño y aprendizaje escolar, p. 295.

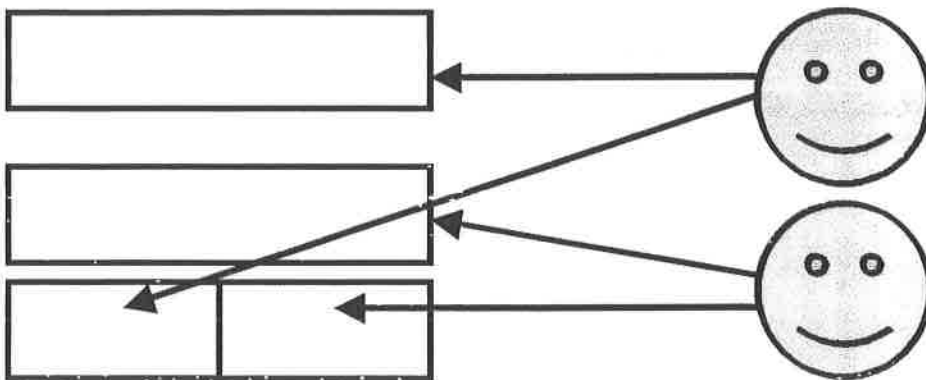
Los niños tienen una imaginación para resolver sus problemas que estas serían unas posibles soluciones.

“A cada niño le toca $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{2}$ de chocolate”

“tres medios de chocolate” o “ $\frac{3}{2}$ de fracción”

o bien;

“A cada niño le toca 1 y $\frac{1}{2}$ chocolate”.



Es importante resaltar que, en todas las situaciones donde aparece la noción de equivalencia, deben realizarse actividades en las que se manipule material para verificar los resultados de los niños. No se pretende introducir a los alumnos de tercer grado en el uso de expresiones formales o reglas para encontrar fracciones equivalentes, las mencionadas con anterioridad son para explicar con más aproximación y lógica acerca de la introducción y elección de actividades acordes al tema de las fracciones equivalentes, algunas de éstas se darán a conocer en grados superiores al tercero.

En la **equivalencia de fracciones** el alumno manifiesta ya una cierta facilidad de comprensión para llegar al resultado, porque su manipulación con objetos y su representación en esquemas gráficos le ayuda a comprender estas actividades al dividir un *cuadro en cuatro partes iguales* e ilumina cada una de esas partes de diferente color. Sabe que cada parte coloreada representa la fracción de $\frac{1}{4}$.

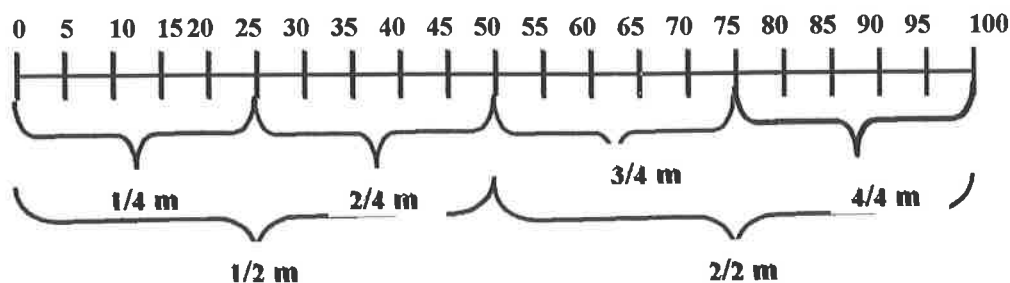
Al dividir otro cuadro de igual tamaño de diferente manera (por ejemplo en dos partes iguales) coloreándolo de diferentes colores que el anterior nombrando a cada una de estas partes $\frac{1}{2}$ y hacer la comparación de la misma parte coloreada en cuartos y las coloreadas en medios notará por medio de la observación que $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Otra situación de equivalencia de fracciones sería que dividiera el metro en $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y poder comprobar su equivalencia en la comparación de sus partes.

La idea de fracción equivalente también la podemos manejar aunada a la **noción de medición** ligada a la longitud con medidas no convencionales ya que permite apreciar mejor la utilidad de las medidas convencionales.

Será entonces recomendable utilizar el **trabajo de medición** con **unidades no convencionales** como son la *cuarta de la mano, un lápiz, un*

clip, etc., así como **unidades convencionales** como el centímetro, el decímetro y el metro para después realizar ejercicios como este;



$$1/4 \text{ m} = \boxed{25 \text{ cm}} \quad 2/4 \text{ m} = \boxed{50 \text{ cm}} \quad 1/2 \text{ m} = \boxed{50 \text{ cm}} \quad 3/4 \text{ m} = \boxed{75 \text{ cm}}$$

Este es un tipo de ejercicio para comparar y buscar soluciones próximas a la correcta, ubicando la fracción lo m posible.

Como las fracciones $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ tienen el mismo valor por ser del mismo tamaño se llaman fracciones equivalentes.

Concluyendo; cuando se multiplica en numerador y el denominador por un mismo número resulta una fracción equivalente.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \text{ (Se multiplicó el numerador y el denominador por 2)}$$

Comparando simbólicamente con los siguientes ejercicios

Dividirlos en; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$,

UNIDAD

Medios Octavos

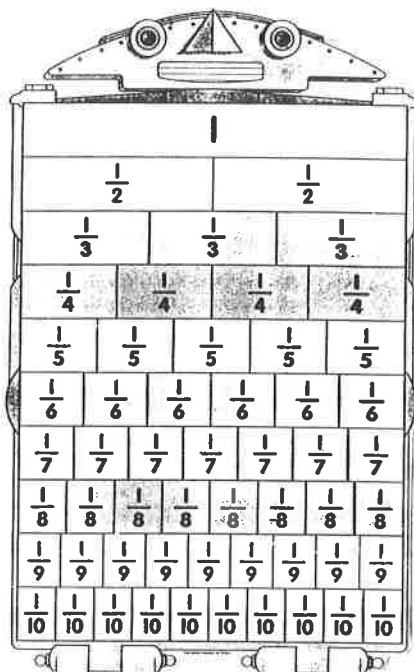
Tercios Novenos

Cuartos Décimos

Quintos

Sextos

Séptimos



En tercer grado se recomienda trabajar con mediciones de longitudes (como los ejemplos mencionados anteriormente) dando con frecuencia el fraccionamiento de la unidad con la que se mide, para obtener mediciones cada vez más precisas.

Podemos concluir que al igual que en el reparto también en la medición se sigue el mismo proceso en el que inicialmente aprenden los niños a fraccionar la unidad de medida en medios, cuartos y octavos para posteriormente llegar a fraccionar en tercios, quintos y séptimas partes o hasta obtener las que se requieran, para luego ordenarlas por tamaños hasta formar de nuevo la unidad, al notar que los pedazos son diferentes puede decir “me tocó un medio más un cuarto más un octavo”, provocando

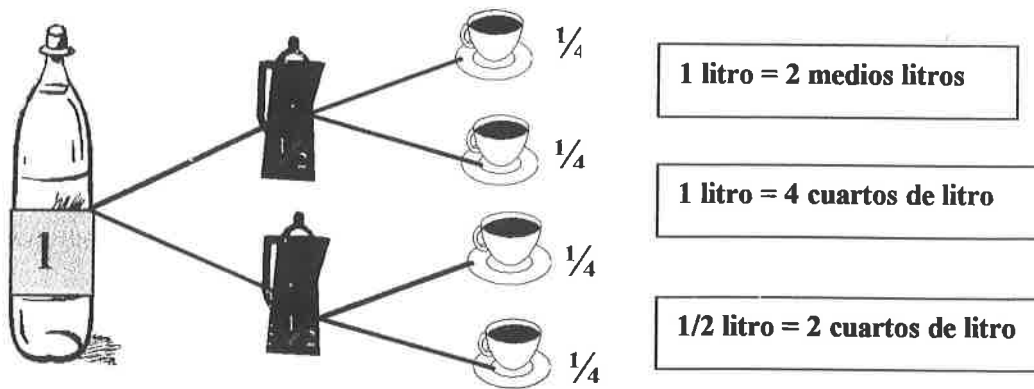
unir los segmentos iguales e irlos colocando donde correspondan con respecto a la unidad, hasta darle una forma ordenada, obteniendo un significado real de las fracciones.

Desde este punto se puede llevar al niño a la idea de sumar fracciones en forma verbal o si el grupo lo requiere simbólicamente.

En la medición es importante iniciar llevando a cabo aproximaciones estimativas, midiendo con objetos no convencionales para después confrontarlas con la medición más exacta utilizando primeramente el auxilio de un cordón o cinta, dándole la importancia a la medición y crear la necesidad de utilizar medidas exactas como la *regla graduada y el uso de la recta numérica*, ayudando particularmente a la ubicación exacta de las *fracciones propias e impropias* así como la localización también de las *fracciones mixtas* en una recta.

Otras actividades importantes que conviene desarrollar con actividades acordes a la comprensión y nivel cognitivo del alumno de tercer grado es la **ordenación y el cálculo de números** que son resultado de mediciones, por ejemplo cuando se comparan dos o más longitudes, peso o capacidades auxiliándose de algunas construcciones de unidades hechas por ellos mismos como; el metro, decímetro, centímetro, el centímetro cuadrado, el litro, $\frac{1}{2}$ litro, $\frac{1}{4}$ de litro, etc.

Ejemplo:



Estos ejercicios fortalecen y enriquecen los conocimientos construidos.

Es importante observar y cuestionar a los alumnos y nunca dejar de conocer las hipótesis que están manejando para confrontarlas con sus compañeros y así mismo crear un concepto nuevo convencional para todos.

El básico saber, cómo se presentan los contenidos, es decir, si la metodología de trabajo, puede transmitirse desde la autoridad del profesor, por su mayor conocimiento a unos alumnos pasivos, o bien, si esos contenidos deben alcanzarse como descubrimiento propio a partir de actividades significativas para el alumno y potencializadas por el maestro.

La clave de una metodología adecuada que potencie el desarrollo cognitivo del niño radica, en consecuencia en crear situaciones educativas que hagan enfrentar al alumno con problemas cotidianos y con la necesidad de resolverlos. Estas situaciones les darán confianza en sí mismos, para

aventurarse a dar sus propias soluciones y obtener así un cambio real en sus estructuras mentales.

F. ANÁLISIS Y SUGERENCIAS DE OTRAS SITUACIONES PARA EL USO DEL LIBRO DE TEXTO DE MATEMATICAS

Analizando el libro de texto la actividad "Juguetes de madera" en donde se le presentan al alumno algunos ejercicios difíciles para su comprensión, ya que se llega a él sin conocimientos previos y sin el trabajo con material concreto, es importante operativizar situaciones similares acerca de este objetivo y desarrollarlo hasta llegar a la exhaustividad, ya que en este tipo de situaciones los alumnos se enfrentan a la necesidad de medir longitudes en la que no siempre las unidades de medida empleadas caben un número exacto de veces, por lo que se requiere utilizar unidades de medida más pequeñas que "quepan" cierto número de veces en la "unidad grande".

Al principio, para resolver el problema de la precisión que marca el libro de texto es necesario que los alumnos en actividades previas al ejercicio del libro utilicen unidades de medida "extras"(arbitrarias), cada vez más pequeñas;

Por ejemplo:

Utilizando; el metro, el decímetro, sus manos, los dedos de sus manos, lápices, clips, etc.

Cuando el alumno ha realizado actividades midiendo con unidades arbitrarias se da cuenta que en ocasiones sobran partes de la unidad, propiciando con esto fraccionar la unidad de medida y seguir haciendo las mediciones usando las siguientes expresiones “ Use 4 medidas completas y $\frac{1}{4}$ de otra más” o “ Utilice 3 y $\frac{1}{2}$ de medidas”

En el Fichero de Matemáticas para el maestro se puede auxiliar con ejercicios previos al libro de texto del alumno con las fichas¹⁸:

Situaciones de reparto

4, Repartos I

8, Partes y dobleces

18, Repartos II

Situaciones de medición

29, El reloj y el autobús

30, Litros y recipientes

31, Dibujos para una misma fracción

46, Midiendo tiras

47, ¿Cuántos por un kilo?

59, Fracciones de un litro

¹⁸ SEP. Fichero de Actividades Didácticas. Matemáticas Tercer Grado, pp.4-59.

CONCLUSIONES

Se ha hecho énfasis en este trabajo de la importancia de conocer y construir el conocimiento de fracción a partir de experiencias significativas para el alumno, además del rescate del legado que el sujeto aporta, al llegar a la escuela primaria, este conocimiento previo es muy importante para iniciar al niño en el lenguaje formal de la asignatura ya que se abordan conceptos desde este nivel primario para conllevarlos en su vida cotidiana y además de repercutir en otras áreas del conocimiento, cada una de ellas exige gran atención y cuidado en su tratamiento, nos referimos al aspecto que se vincula con el análisis del reparto y de la medición en las fracciones.

Este trabajo también muestra, que el concepto de fracción es suficientemente rico, útil e interesante como para dedicarle un tiempo considerable dentro del Programa de Matemáticas y se puede asegurar que, sin una comprensión del significado de los conceptos de la fracción, es muy difícil lograr un buen manejo de las operaciones formales y convencionales en los grados posteriores al tercer año de primaria.

Es prematuro e infructuoso introducir la noción de fracción a nivel simbólico, incluyendo la equivalencia basada en cuerpos o superficies en los primeros dos grados de la educación primaria, como se ha venido planteando en los currículos oficiales. Los alumnos, como se ha demostrado

en la práctica en las aulas con maestros "tradicionales" no tienen aún los elementos indispensables, en particular la conservación de área, para poder abordar este conocimiento.

El aplazamiento de este contenido de las fracciones hasta tercer grado permite a los alumnos abordarlo en un momento en el que tendrán los elementos necesarios para acceder a él.

De la confrontación de procedimientos y la interacción del alumno con sus compañeros, se rescatan las soluciones más correctas y más adecuadas, creando un aprendizaje con significado y significativo sin que sea el maestro el que imponga su resolución, sino que participa como guía e instructor activo.

El alumno busca argumentos con los que intentan convencer a sus compañeros de lo que piensa. Esta búsqueda les permite reflexionar y avanzar en la elaboración de sus hipótesis a través de la experiencia, de las discusiones, de las demostraciones con material y de los argumentos basados en la reflexión que los propios alumnos hicieron sobre "x" problema.

Creo además que es conveniente se inicie la introducción de este contenido a partir de problemas de reparto con material concreto como los que se trabajaron en este proyecto, previamente al uso de la representación

simbólica, para que el alumno conciba el resultado obtenido de un reparto como una fracción del todo repartido, reconozca poco a poco las equivalencias entre los diferentes tipos de repartos, asocie estos resultados con las denominaciones establecidas para posteriormente pasar a la representación simbólica de las fracciones que en ese momento tendrán un significado para los alumnos y logren apropiarse de conceptos básicos relacionados con el uso de las fracciones.

BIBLIOGRAFIA

AVILA, A., MANCERA E. "La fracción; una expresión difícil de interpretar".

En: Pedagogía, Revista de la Universidad Pedagógica Nacional, Educación Matemática. Vol. No. 17 (enero-marzo), México, 1988.

AVILA STORER, Alicia y MANCERA MARTINEZ, Eduardo. "Algunos problemas en el aprendizaje de las fracciones" La Matemática en la Escuela III. México, 1987, p.15 y p.167.

DAVILA, M. Situación de reparto: una introducción a las fracciones. Tesis Lic. Universidad Pedagógica Nacional. SEP, México, 1991

BARROSO MEJIA, Ma. de la Paz. Matemáticas. Primer Curso. Ed. Santillana, México, 1997.

PIAGET, Jean. "La formación del símbolo en el niño". México, Fondo de Cultura Económica, México, 1980, pp. 242

PIAGET, Jean y otros "Subdivisión de áreas y el concepto de fracción" Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria SEP Programa de Actualización Permanente, Londres, 1960, p. 162.

VYGOTSKY. L.S. "Zonas del desarrollo próximo una nueva aproximación". En: Antología, Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. p.295

BLOCK, David.,"Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria". Antología Matemáticas III, 1987.México, 1987, pp. 153-157

KIEREN, T.E., "On the Mathematic cognitive and instructional foudation of racional numbers" (Traducido por FIGUERAS, O., Sección de Matemática Educativa, 1976, pp.506-508.

MANCERA MARTINEZ, Eduardo. Docente de la Maestría de Educación y en la Academia de Matemáticas de la UPN.

BEHR, et al, "Las fracciones, diferentes interpretaciones", Matemáticas I, 1983, pp. 378-380.

DEL VAL, Juan, "Lectura Psicología del Niño", Desarrollo del niño y aprendizaje escolar, Tomo II, Madrid, Alianza, 1983, pp.195-207

GUITEL, G., "Historie compareé des numerations écrites", Flammarion, París, 1975.

PARRA CABRERA, Luis H. "Sistemas de Numeración" Matemáticas I , Kapelusz Mexicana, México D.F., 1993, p. 81.

SEP. Fichero de Actividades Didácticas. Tercer Grado. México, 1994.

SEP. Guía para el maestro. Tercer grado. México, 1992.

SEP. Planes y Programas de Estudio para la Educación Primaria. México, 1993, pp. 52-55 (Sociedad Civil se tomó en cuenta para su elaboración)

UPN. Análisis de la Práctica Docente. México, 1990. 223 p.

UPN. Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. México, 1990. 366p

UPN. La Matemática en la Escuela I. México, 1988

UPN -La Matemática en la Escuela II. México, 1988. 366 pp.

UPN-Teorías del Aprendizaje. México, 1990. 450 pp.

UPN. Programa de Primaria, Planificación General del Programa. Evaluación de la Practica Docente México. 1981. pp. 95-103.

UPN, APÉNDICE, "Varios Estudios de las Matemáticas", Matemáticas en la escuela III, USA, SMSA, 1966, Capítulo 18, pp. 11-121.

KAPELUSZ MEXICANA, "Sistemas de Numeración, México, D.F. , 1993, pp. 135-142