

10h.7



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD 098 ORIENTE, D. F.

LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA
GEOMETRIA PLANA EN EL PRIMER CICLO DE
EDUCACION PRIMARIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADAS EN EDUCACION PRIMARIA
P R E S E N T A N
CABALLERO VILLA MARIA DEL CARMEN
SANCHEZ SILVA AMELIA



MEXICO, D. F.

JULIO 2000

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México, D.F. a 7 de julio del 2000.

**C. PROFR. (A) MARÍA DEL CARMEN CABALLERO VILLA
P R E S E N T E.**

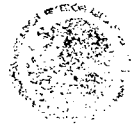
En calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: **LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA PLANA EN EL PRIMER CICLO DE EDUCACION PRIMARIA**

Opción **TESIS**. Plan **85**, Lic.: **EDUCACION PRIMARIA**, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorable su trabajo y se le autoriza a proceder a la impresión, así como presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

PROFR. GONZALO A. GONZALEZ LLANES
PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE TITULACIÓN



UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
D.F. ORIENTE

GAGLL/sfg*

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México, D.F. a 7 de julio del 2000.

**C. PROFR. (A) SANCHEZ SILVA AMELIA
P R E S E N T E.**

En calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: **LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA PLANA EN EL PRIMER CICLO DE EDUCACION PRIMARIA** Opción **TESIS**. Plan 85, Lic.: **EDUCACION PRIMARIA**, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorable su trabajo y se le autoriza a proceder a la impresión, así como presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

PROFR. GONZALO A. GONZALEZ LLANES
PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE TITULACIÓN



S F P
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 098
D.F. ORIENTE

GAGLL/sfg*

DEDICATORIAS

A MIS PADRES

*Por su apoyo tanto económico como moral,
por haberme ayudado con su amor, cariño,
paciencia, comprensión, para lograr esta meta.*

A MIS HIJAS

*Para exhortarlas a que no se dejen vencer
por los obstáculos más difíciles, sino que este
en ellas ese espíritu de superación y lucha
para llegar al final de sus metas propuestas.*

A ALBERTO

*Por fomentar en mi, la fortaleza
de alcanzar este objetivo.*

A TODOS

*Los que me brindaron su
apoyo especialmente a mis hermanas.*

AGRADECIMIENTO

*A mis asesores de tesis que me brindaron
su paciencia, cariño, apoyo y sobre todo por ser magníficos
amigos que me han dado tanto para aprender:*

DRA. MARÍA EUGENIA CORTÉS GUZMÁN
PROFR. ROMEO FROYLAN CABALLERO
PROFR. JAVIER MÁRQUEZ GUTIÉRREZ

MARÍA DEL CARMEN

A DIOS

*Por haberme dado todo: la vida,
Todo lo que soy y lo que tengo;
Ya que sin luz no hubiera
Visto la culminación de una meta más.*

A MIS PADRES

*Con cariño, respeto y admiración
Porque a través de sus enormes
sacrificios. Hicieron de mis anhelos una
realidad.*

A MI ESPOSO

*Por el amor.
Y el apoyo total que siempre
Me ha brindado.*

A MIS HIJOS

*Por ser el motivo que me ha impulsado
Para alcanzar esta meta.*

A MIS ASESORES DE TESIS

Por haber compartido conmigo sus conocimientos.

AMELIA

ÍNDICE

Pág.

Introducción	8
--------------------	---

CAPÍTULO 1 LA DIFICULTAD QUE EL NIÑO DE EDUCACIÓN PRIMARIA PRESENTA PARA RECONOCER LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS

1.1 Antecedentes sobre la enseñanza–aprendizaje de la Geometría Plana	12
1.2 Factores que intervienen para que el niño no conozca las figuras geométricas por sus propiedades	13
1.3 Objetivos de la investigación	14
1.4 Problema detectado en la práctica educativa respecto a la enseñanza – aprendizaje de las figuras geométricas	14

CAPÍTULO 2 TEORÍA PSICOGENÉTICA DE PIAGET

2.1 Concepto de Aprendizaje según la teoría psicogenética de Piaget.....	18
2.2 Etapas del desarrollo intelectual del niño.....	20
2.3 Operaciones infralógicas para la enseñanza de la Geometría	23
2.4 La Psicogénesis de las Nociones Espaciales	25

CAPÍTULO 3 ASPECTOS DIDÁCTICOS DE LA ENSEÑANZA–APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

3.1 Aspectos generales	28
3.2 Modelo de razonamiento de Van Hiele para la enseñanza–aprendizaje de la geometría	31
3.3 Propiedades del Modelo de Van Hiele	38
3.4 Fases de Aprendizaje del Modelo de Van Hiele.....	41
3.5 Entrevista con la profesora Irma Fuenlabrada sobre la enseñanza–aprendizaje de la Geometría.....	45

CAPÍTULO 4
ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA TRABAJAR LA GEOMETRÍA PLANA
EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

4.1. Actividades para la identificación del rectángulo.....	58
4.2. Actividades para la identificación del cuadrado	59
4.3 Actividades para la identificación del triángulo.....	60
4.4 Actividades para la identificación del círculo.....	61
4.5 Actividades para el reconocimiento de otros cuadriláteros	61
4.6 Identificación de líneas rectas y curvas	62
4.7 Elaboración de grecas	64
4.8 Reconocimiento de Líneas, Triángulos, Cuadriláteros y Círculos	70
4.9 Actividades vinculadas con la construcción de figuras geométricas.....	72
4.10 Construcción de motivos de Geométricos	77
4.11 El Geoplano.....	77
4.12 Actividades Complementarias	78
4.13 Reproducción de figuras geométricas.....	80
4.14 Clasificación de figuras	80
4.15 Reproducción de mosaicos.....	81
4.16 Reproducción de figuras en retículas.....	81
4.17 Rompecabezas	96
4.18 Carpetitas de papel	109
4.19 Marcas en masa	110
4.20 Papirolas	110
4.21 Adivinanzas geométricas.....	127
4.22 Juego veo, veo.....	128
4.23 Evaluación.....	128

CAPÍTULO 5
ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

5.1 Tipo de investigación: Documental	131
5.2 Etapas de lectura.....	132
5.3 Forma de registro de la información.....	132
5.4 Recursos de la investigación documental	135

CONCLUSIONES	136
SUGERENCIAS	137
BIBLIOGRAFÍA	139
AUDIOGRAFÍA.....	141

ANEXOS:

1. GEOMETRÍA Y ALGUNOS ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
2. LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS I
3. EXPLORANDO LOS CUERPOS
4. LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS II
5. EL ADIVINADOR
6. EL TANGRAM
7. ¡ADIVINA QUÉ FIGURA ES!
8. ¿DÓNDE ESTÁN Y CUÁNTOS SON?
9. CONSTRUYENDO CUERPOS
10. DE LA MISMA MEDIDA
11. ¿EN QUÉ ORDEN VAN?
12. ROMPECABEZAS I
13. CON SUMAS Y RESTAS

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se aborda el análisis de la enseñanza–aprendizaje de la geometría plana, en el primer ciclo de la educación primaria, en donde el niño inicia el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos y entra en contacto con ellos de manera más objetiva e irá comparando y entendiendo sus propiedades, a medida que avanza en su estudio.

Se considera que entre más cercanos a la realidad del alumno sean los contenidos, más significativo será su aprendizaje. Por lo que se plantea la necesidad de que el Profesor explique de manera objetiva los contenidos de Geometría aplicándola en situaciones reales.

Al enseñar Geometría no sólo se pretende promover aprendizajes significativos, sino también el gusto por esta materia, para que pueda disfrutar el alumno su aprendizaje, por lo cual el profesor debe incluir informaciones y aplicaciones útiles e interesantes para los niños.

Por tanto, la participación del profesor es sustancial para el éxito de este propósito. Y las actividades iniciales que se propongan tiendan a centrar al estudiante en el reconocimiento de las cualidades de las formas, por medio de la observación de los objetos. Posteriormente, se lleva al niño a realizar actividades manuales con diferentes materiales para que elabore figuras y explore sus propiedades.

En la presente tesis se desarrollan los siguientes capítulos:

En el primer capítulo: La dificultad que el niño de educación primaria presenta para reconocer las figuras Geométricas, se hace un planteamiento sobre lo que este problema representa.

En el segundo capítulo: Teoría Psicogenética de Piaget, se desarrolla la fundamentación teórica referida al concepto de Aprendizaje, desde el marco de la Teoría Psicogenética de Piaget; la explicación que dicha teoría aporta, con respecto al proceso que sigue el niño en la construcción de su conocimiento de los contenidos de la Geometría; así como las etapas del desarrollo intelectual del niño y las operaciones infralógicas para la enseñanza de la Geometría como la Psicogénesis de las nociones espaciales.

En el tercer capítulo: Aspectos didácticos de la enseñanza–aprendizaje de la geometría. Se enmarcan los aspectos didácticos para la enseñanza de la Geometría con base en el modelo de Van Hiele y lo propuesto por una especialista en matemáticas, del departamento de Investigación Educativa (DIE–CINVESTAV).

En el cuarto capítulo: Actividades Didácticas para trabajar la Geometría Plana en el primer ciclo de Educación Primaria, se plantean una serie de actividades para la enseñanza de la Geometría, tomando en cuenta el papel del profesor y el empleo de técnicas adecuadas en el proceso de enseñanza–aprendizaje.

Al reconocer la dificultad a la que se enfrenta el profesor para encontrar el material que necesita, a fin de satisfacer las necesidades de las diversas situaciones que surgen de la vida escolar y que demandan un aprendizaje útil y permanente; se presentan estrategias didácticas para favorecer la enseñanza–aprendizaje de la geometría plana, a través de diversas actividades, con las cuales el alumno desarrolla el conjunto de habilidades, capacidades y conocimientos que posee y logra construir y adquirir nuevos conocimientos.

Asimismo, se desea que los alumnos disfruten el aprender matemáticas, y que expresen sus ideas, desarrollen su capacidad de razonamiento, creatividad e imaginación al poner en práctica estas actividades coordinadas por el docente.

Otra razón que se tiene, es proporcionar a los compañeros profesores, ideas que les permitan a partir de situaciones propias de la cultura infantil, presentar una forma agradable de cómo trabajar la geometría plana, con actividades motivantes, que eviten caer en la rutina y lograr así una mejor conducción del proceso de enseñanza–aprendizaje.

En el quinto capítulo: Organización del trabajo Académico se menciona el tipo de investigación, método, etapas de lectura, forma de registro de la información y recursos que se emplearon para el desarrollo de esta investigación documental.

Por último se hace mención de las conclusiones y sugerencias a las que se llegó después de haber concluido esta investigación. Al final se presenta la bibliografía consultada y los anexos elaborados por las responsables de esta investigación.

CAPÍTULO 1

**LA DIFICULTAD QUE EL NIÑO DE
EDUCACIÓN PRIMARIA
PRESENTA PARA RECONOCER
LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS**

CAPÍTULO 1

LA DIFICULTAD QUE EL NIÑO DE EDUCACIÓN PRIMARIA PRESENTA PARA RECONOCER LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS

1.1 Antecedentes sobre la enseñanza–aprendizaje de la Geometría Plana.

En la práctica docente, desarrollada, se ha observado la dificultad que presenta en los alumnos el aprendizaje de la Geometría en relación con el dibujo, el plano y el sólido en tres dimensiones; ya que los estudiantes reconocen las figuras geométricas en determinada posición y creen que se convierten en otras, con tan sólo girarlas; es decir, su identificación procede en función de las imágenes que tienen grabadas en la mente ya que pocas veces se les permite a los alumnos descubrir por sí mismos las relaciones entre éstas, y su entorno.

Se considera que esta limitación es fomentada por algunos profesores tradicionalistas, ya que en ocasiones las figuras geométricas son presentadas en el pizarrón y en el papel, siempre en la misma posición. Además de que las actividades que se llevan a cabo en el proceso de enseñanza–aprendizaje, no fomentan en los alumnos el progreso en la forma de razonar.

También en grados superiores, al abordar ciertos contenidos de aprendizaje, referentes a cuerpos geométricos, se ha observado que el alumno presenta deficiencia al identificar ciertas características propias de los cuerpos; por lo que se considera que desde los primeros grados de educación primaria, se debe partir con un avance sistemático de dichos contenidos; enseñando la Geometría, a partir de lo que el niño conoce para que sea él quien descubra

las relaciones entre éstos y los correlacione con su entorno; permitiéndole el razonamiento y la apropiación del aprendizaje de la Geometría.

1.2 Factores que intervienen para que el niño no conozca las figuras geométricas por sus propiedades.

Con frecuencia, la enseñanza de la geometría plana en la escuela primaria se limita a que los alumnos reconozcan las figuras geométricas y no se les dan los elementos necesarios para que identifiquen realmente por qué es un cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo etc.; es decir, que conozcan estas figuras además de sus formas; también por sus propiedades y características propias.

En otros casos, las técnicas, instrumentos y materiales didácticos que el docente emplea para abordar contenidos relacionados con las figuras geométricas, no son adecuados y suficientes; por lo que las actividades dentro del salón de clases se vuelven poco interesantes para el alumno y carentes de creatividad.

En otras ocasiones, lo que se enseña se queda en el papel; no se traslada a la vida cotidiana del niño; convirtiéndose esta enseñanza en algo inútil, caracterizado por la abstracción y aislamiento, pretendiendo que los alumnos adquieran conocimientos sin relación y sin significado.

Todo esto, trae como consecuencia, que al abordar otros contenidos de aprendizaje relacionados con la geometría, como al trabajar con cuerpos geométricos, el alumno presente deficiencias.

Por lo anterior se considera, que se debe partir desde los primeros grados con un avance sistemático en la enseñanza-aprendizaje de dichos

contenidos; es decir, enseñar la geometría plana a partir de situaciones problemáticas; que le permitan al educando y le propicien, el razonamiento y la apropiación de conocimientos.

1.3 Objetivos de la Investigación.

- Analizar métodos para la enseñanza–aprendizaje de la geometría plana en el primer ciclo de educación primaria y elección de aquéllos acordes a la reforma educativa de 1993.
- Proporcionar una gran diversidad de estrategias didácticas que hagan que el profesor realice una práctica educativa más motivante y significativa para el niño, en la enseñanza de la geometría plana.
- Ofrecer a los docentes de educación primaria este trabajo, como una opción de material de apoyo en la enseñanza de la geometría plana.
- Fortalecer la creatividad del profesor, fundamentando estrategias didácticas innovadoras y adecuadas a las características y nivel en que se encuentren sus alumnos.

1.4 Problema detectado en la práctica educativa respecto a la enseñanza–aprendizaje de las figuras geométricas.

Durante la labor docente de las responsables de esta investigación se ha laborado en la escuela rural, primaria “Lic. Andrés Molina Enríquez” de Jilotepec, Estado de México. Y se ha tenido la oportunidad de trabajar con grupo multigrado, atendiendo los grados de tercero y cuarto. Y aunque es del conocimiento que se requiere de un gran esfuerzo para atender dos grados, se considera de suma importancia que el profesor incluya en su planeación didáctica, actividades motivantes, interesantes y útiles para el alumno.

También se ha observado en este nivel educativo, que la Geometría en general, se trabaja muy superficialmente y en la mayoría de los contenidos que comprende este eje temático, se enseñan conocimientos teóricos que difícilmente se aplican en la práctica. Asimismo, el niño adquiere conocimientos construyendo; entonces se necesita que los educandos construyan para lograr aprendizajes más significativos.

Durante el ciclo escolar 96-97 se tuvo la oportunidad de trabajar con sexto grado y se encontró que los alumnos conocían las figuras geométricas sólo a través de la visualización, pero no por sus características y propiedades más elementales.

Con esto se detectó que no se da una continuidad entre los conocimientos previos de los niños y lo que deben aprender, lo cual es preocupante; ya que para resolver un alto porcentaje de los problemas de la vida diaria, el educando tendrá que tener los elementos suficientes referente a la geometría plana, para darles solución.

Cuando los alumnos preguntan ¿y eso para qué se aprende? - la respuesta la tienen cada uno de los docentes, al proporcionar actividades de enseñanza-aprendizaje prácticas y útiles para los alumnos.

Por lo anterior se espera con esto, ayudar al profesor de educación básica a acrecentar su carácter innovador y actualizador en la enseñanza de la geometría plana.

Particularmente en el primer ciclo de la educación primaria en la enseñanza-aprendizaje de la geometría plana, se pretende que el alumno: desarrolle la capacidad de percepción geométrica, mediante la manipulación;

la observación, el dibujo de figuras y el armado de rompecabezas. Realice actividades que favorezcan el desarrollo de la ubicación del alumno en el espacio y en el tiempo. Ejecute, describa y represente gráficamente trayectos y recorridos. Ubique y reproduzca figuras en retículas cuadradas, trianguladas y punteadas a partir de un modelo; use los conceptos cuadrado, triángulo, rectángulo y círculo al comparar, clasificar, describir y trazar figuras geométricas.

CAPÍTULO 2

TEORÍA PSICOGENÉTICA DE PIAGET

CAPÍTULO 2 TEORÍA PSICOGENÉTICA DE PIAGET

2.1 Concepto de Aprendizaje según la teoría psicogenética de Piaget.

"Piaget planteó un enfoque totalmente nuevo en relación con el desarrollo cognoscitivo de los niños, respecto al modo como obtienen y procesan información acerca del mundo. La cognición incluye la forma en que las personas perciben, aprenden, piensan y recuerdan.

La psicología genética concibe al sujeto como un sujeto consciente, el cual para conocer los objetos debe actuar sobre ellos y, en consecuencia, transformarlos".¹

El conocimiento no se extrae del objeto directamente, ni tampoco es producido por el sujeto divorciado del objeto; para Piaget el conocimiento es producto de una interacción entre el sujeto y el objeto. De este modo, la categoría de acción cobra en la teoría Piagetiana una gran importancia: El conocimiento deviene de la acción y versa sobre las transformaciones. Así lo esencial del sujeto no es contemplar sino transformar.

Se deduce que la concepción del sujeto, dentro de la postura psicogenética es la de un sujeto activo que organiza y reorganiza sus propias actitudes, según sus capacidades intelectuales.

Por tanto, este sujeto consciente, por su misma actividad se convierte, dentro de la psicología genética, en el eje del proceso de aprendizaje.

¹ Aebli, Hans. Una Didáctica Fundada en la psicología de Jean Piaget. s.p.i.

“La psicología genética concibe el aprendizaje como algo más que un simple cambio de conducta y lo explica, solamente con base en el desarrollo psicológico. El aprendizaje, por tanto, está supeditado al desarrollo intelectual del sujeto.

El desarrollo del conocimiento lógico-matemático guarda determinadas características que son propias a todo proceso de desarrollo cognoscitivo en general.

Para Piaget, el avance que va logrando el niño en la construcción del conocimiento obedece a un proceso inherente al sujeto e inalterable en cuanto al orden que sigue en su conformación”.²

Los errores que el niño comete en el intento por apropiarse de un nuevo objeto de conocimiento son elementos necesarios para su proceso, los cuales pueden ser aprovechados por el profesor para propiciar la reflexión y con ello la evolución del sujeto.

Piaget establece tres grandes tipos de conocimiento: El físico, el social y el lógico-matemático:

- El conocimiento físico resulta de la construcción cognoscitiva de las características de los objetos.
- El social es el producto de la adquisición de información proveniente del entorno que circunda el sujeto.

² Gómez, Palacio Margarita. et al. (1987). "Aspectos didácticos de la enseñanza-aprendizaje de la geometría", Desarrollo y Aprendizaje. SEP-OEA. p. 36

- El lógico-matemático, no está dado directa y únicamente por los objetos, sino por la relación mental que el sujeto establece entre éstos y las situaciones.

El sujeto hace suyos una gran cantidad de contenidos, dependiendo de sus estructuras cognoscitivas. Si sus estructuras cognoscitivas son simples, no podrá hacer suyos más que contenidos simples: Pero si el sujeto actúa sobre esos contenidos y los transforma tratando de comprender más y logrando mejores razonamientos entonces ampliará sus estructuras y se apropiará de más aspectos de la realidad

Los tres tipos de conocimiento aquí descritos no se dan en forma aislada, ya que tanto la realidad externa como su comprensión por parte del niño se compone de elementos que interactúan entre sí.

2.2 Etapas del desarrollo intelectual del niño.

Piaget estudia los aspectos del pensamiento y de la conducta de los niños y considera que éstos pasan por etapas definidas. Cada etapa representa un cambio cualitativo de un tipo de pensamiento o conducta, a otro.

La teoría piagetiana tiene las siguientes características: Todos los individuos pasan por las mismas etapas en el mismo orden, aunque el momento en que se presentan varía de una persona a otra.

Las cuatro etapas principales del desarrollo cognoscitivo según Piaget son:

- La sensoriomotora.- Del nacimiento a los 2 años aproximadamente. El bebé pasa de ser una criatura que responde principalmente por medio de

los reflejos, a una que puede organizar sus actividades en relación con el medio ambiente.

- La preoperacional.- De 2 a 7 años aproximadamente. El niño empieza a utilizar símbolos tales como palabras, pero es prelógico en su pensamiento, ya que es muy egocéntrico.
- La de las operaciones concretas.- De los 7 a los 11 años aproximadamente. El niño comienza a comprender y a utilizar conceptos que le ayudan a mejorar el ambiente inmediato.
- La de las operaciones formales.- De los 12 a los 15 años aproximadamente y durante toda la vida adulta. El individuo puede pensar ahora en términos abstractos y manejar situaciones hipotéticas.

La evidencia de las limitaciones en el proceso de aprendizaje y de las incongruencias manifiestas en la actividad de los sujetos ha sido señalada por Piaget, con una relación de las insuficiencias en el desarrollo y madurez, tanto intelectual como biológica del niño.

De acuerdo con esto, tanto la forma en la cual se maneja una determinada información como la manera en que se presenta al sujeto son de capital importancia; y aún lo es más, conocer cómo el niño percibe, reorganiza y aprende.

La teoría de Piaget, incluye la organización mental, o sea, la conceptualización por parte del niño, de una situación específica y el comportamiento que puede observarse.

La adaptación es un doble proceso a través del cual el niño crea nuevas estructuras para relacionarse de manera afectiva con el mundo circundante.

La asimilación consiste en el "entendimiento" de un nuevo objeto, experiencia o concepto dentro de un conjunto de esquemas ya existentes.

La acomodación es el proceso por el cual los niños, modifican sus acciones para manejar nuevos objetos y situaciones.

La asimilación y la acomodación trabajan juntas constantemente para producir cambios en la conceptualización infantil del mundo y en su reacción al mismo. El estado de equilibrio entre la asimilación y la acomodación es necesario para proteger al niño de ser abrumado por nuevas experiencias y nueva información, así como de excederse al intentar acomodarse al ambiente rápidamente cambiante.

Probablemente el trabajo más conocido de Piaget es un estudio sobre la conservación o sea la habilidad para darse cuenta de que dos cantidades iguales de materia permanecen iguales en: sustancia, peso, longitud, número, volumen o espacio; aún cuando se reordene la materia, mientras no se agregue ni se quite nada.

Antes de que los niños dominen lo relacionado con cualquier tipo de conservación, deben pasar por tres estadios. En el primero; los niños son incapaces, la conservación; se centra en un aspecto, se dejan engañar por las apariencias y no pueden darse cuenta del carácter reversible de la operación. En el segundo estadio la conservación es transicional; en él los niños vacilan, acertando algunas veces y fallando otras. En el tercer estadio los niños tienden a concentrarse en más de un aspecto, pero no se dan cuenta de interrelaciones entre dimensiones, tales como altura, amplitud o longitud y espesor.

Jean Piaget aplicó sus amplios conocimientos sobre biología, lógica y psicología, a la observación meticulosa de los niños, y construyó teorías complejas sobre el desarrollo cognoscitivo o para la adquisición de conocimientos.

2.3 Operaciones Infralógicas para la enseñanza de la Geometría.

Piaget distingue las operaciones lógicas, que implican la manipulación de clases y relaciones establecidas a partir de elementos discretos y las operaciones infralógicas, equivalentes a las anteriores pero cuyo punto de partida son las partes de un todo continuo: objeto o infraclase. Las relaciones espaciales son, por lo tanto, de índole infralógicas.

La característica fundamental del espacio euclidiano, para Piaget, está constituido por la métrica, que posibilita la estructuración de un sistema tridimensional de coordenadas y, en consecuencia, la matematización del espacio.

Piaget alude a la dificultad para diferenciar signifiante y significado en el caso de la imagen mental visual, puesto que ambos son de carácter espacial. Esta homogeneidad entre el signifiante; por ejemplo, la imagen de un cuadrado, explica la importancia histórica de la intuición geométrica cuyo valor demostrativo fue sustituido por el manejo de sistemas formales, axiomatizados. Piaget insiste en la naturaleza operatoria de la intuición geométrica que permite superar el estatismo propio de las imágenes, diferencia el espacio físico, considerándolo como abstraído a partir de las acciones ejecutadas sobre los objetos, acciones que pueden imitar y sobrepasar las configuraciones y transformaciones del objeto.

Piaget describe el desarrollo de las operaciones espaciales partiendo del nivel perceptual, caracterizado por espacios heterogéneos. Este es seguido por el nivel sensoriomotor en el que los desplazamientos, unidos a las percepciones, permiten ciertas coordinaciones, que se organizan en un espacio próximo con conservación práctica del objeto pero sin espacio representativo más allá de los límites de la acción.

El nivel del pensamiento intuitivo preoperatorio, es en el que se construyen imágenes espaciales estáticas y la imaginación de algunas acciones relativas a las posibles transformaciones de los objetos, pero sin conservación ni reversibilidad.

El nivel siguiente es el de las operaciones concretas, en el que se organizan las primeras operaciones formales, en él tanto las transformaciones espaciales como las numéricas quedan subsumidas en el interior de sistemas formales, de naturaleza hipotético-deductivas.

Las operaciones espaciales se desligan de las acciones y objetos del espacio físico, pudiendo abarcar todo el universo de posibilidades espaciales.

El Tiempo, Piaget ha consagrado una obra al "desarrollo de la noción del tiempo en el niño". El tiempo se reduce, a series subjetivas vinculadas al propio cuerpo, sin homogeneidad ni transcurso uniforme.

El tiempo dejará de reducirse al tiempo local o a sucesiones indiferenciadas, gracias a la abstracción a partir de las duraciones intuitivas, hasta transformarse en centros de coordinación de las velocidades y, por lo tanto, homogéneo.

2.4 La Psicogénesis de las Nociones Espaciales.

Para abordar este tema nos basaremos en los trabajos de Piaget, quien irrumpe en las viejas polémicas filosóficas relativas del carácter objetivo o subjetivo de la idea de espacio; para demostrar por medio de estudios psicogenéticos, cómo es que los conceptos espaciales se van construyendo progresivamente a partir de la experiencia de desplazamiento del sujeto.

Con respecto al espacio, Piaget muestra que, inicialmente, el sujeto elabora espacios específicos para cada dominio sensoriomotor, heterogéneo y no coordinados entre sí.

Las relaciones topológicas son dadas en la percepción inmediata, sin intervención de actividades complejas necesarias para el establecimiento de relaciones proyectivas y, más aún, para las relaciones métricas. Progresivamente, el niño va logrando una mayor coordinación de sus actividades en el espacio.

La Representación del Espacio en el niño.

Piaget estudia la intuición, como factor en la construcción de la geometría objetiva del espacio.

La intuición geométrica es considerada como de naturaleza operatoria, según una distinción entre elementos figurativos (imágenes) y operativos (acciones interiorizadas) en el curso del pensamiento. Son los aspectos operativos los que, progresivamente, otorgan movilidad a las imágenes, permitiendo la representación de sus transformaciones. Por ejemplo, cuando se le pide a los niños que identifiquen objetos sólo mediante el tacto (percepción exteriorizada), la sistematicidad de los movimientos exploratorios

constituyen un buen índice de la calidad de la imagen que el sujeto se forma del objeto. La motricidad (sea perceptual o manual) aparece como un componente necesario en la elaboración de las imágenes, puesto que el niño reconoce sólo las formas que es capaz de construir con su propia actividad.

La tesis fundamental de Piaget en esta obra es que, en el dominio de la geometría, el orden genético de adquisición de las nociones espaciales es inverso al orden histórico del progreso de la ciencia, es decir, el niño considera primero las relaciones topológicas de una figura, y sólo posteriormente las proyectivas y euclidianas, que son construidas casi de modo simultáneo.

Así, las relaciones topológicas permiten la construcción de una geometría del objeto en una sola forma.

CAPÍTULO 3

ASPECTOS DIDÁCTICOS DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

CAPÍTULO 3 ASPECTOS DIDÁCTICOS DE LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

3.1 Aspectos Generales.

Al considerar que el estudio de la geometría se divide en dos áreas principalmente: el análisis de la forma, y el estudio de la medición; entonces la enseñanza de esta disciplina se debe fortalecer e ir más allá del coloreado y reconocimiento del nombre de las figuras y los cuerpos geométricos que se presentaban en los libros de texto de décadas pasadas.

Tradicionalmente la enseñanza de la geometría partía de las definiciones de punto, recta y plano. A partir de estos conceptos se definían rectas perpendiculares, paralelas, ángulos, figuras y posteriormente los cuerpos.

Actualmente las investigaciones recientes en torno al aprendizaje infantil, han mostrado que el proceso es inverso; es decir, se debe partir de los sólidos, para ir a lo más abstracto, las líneas y los puntos.

La acción que tiene el alumno sobre los objetos es necesaria, pero el aprendizaje de la geometría sobre los objetos es fundamental; así el aprendizaje de la geometría consiste en hacerse preguntas sobre los objetos y en organizar las observaciones y la información recopilada, tomándolas como punto de partida para construir las nociones de figuras, cuerpos y de propiedades que las definen y diferencian.

El actual Plan y Programa de Estudio 1993 se enfoca, en lo que respecta al eje de geometría, del primer ciclo de educación primaria a que los alumnos

adquieran experiencias que les permitan ubicarse en el espacio, a partir de sí mismos y con relación a otros seres y objetos.

Por otro lado, a que aprendan a ubicar figuras en un plano y a la vez a que avancen en el conocimiento de las figuras geométricas; reconociéndolas no solo por su nombre, sino a través de la reflexión sistemática sobre algunas de sus propiedades geométricas; a partir de la observación y el análisis de las formas de su entorno y de las formas que constituyen los diversos cuerpos geométricos.

A continuación se presenta la organización de los contenidos escolares en los que respecta al eje de geometría y al primer ciclo de educación primaria, a fin de tener un panorama más objetivo y de cumplir con lo anteriormente establecido:

Organización de los Contenidos

Primer Grado

Ubicación espacial

- Ubicación
 - Del alumno en relación con su entorno
 - Del alumno en relación con otros seres u objetos
 - De objetos o seres entre sí
 - Uso de las expresiones arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda

- Introducción a la representación de desplazamiento sobre el plano

Cuerpos geométricos

- Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos.
- Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, los que ruedan y los que no ruedan)

- Construcción de algunos cuerpos mediante diversos procedimientos (plastilina, popotes u otros)

Figuras geométricas

- Reproducción pictórica de formas diversas
- Reconocimiento de círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en diversos objetos
- Identificación de líneas rectas y curvas en objetos del entorno.
- Trazo de figuras diversas utilizando la regla
- Elaboración de grecas³

Segundo Grado

Ubicación espacial

- Ubicación
 - Del alumno en relación con su entorno
 - Del alumno en relación con otros seres u objetos
 - De objetos y de seres entre sí
- Los puntos cardinales
- Representación de desplazamientos sobre el plano
 - Trayectos, caminos y laberintos
 - Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia

Cuerpos geométricos

- Representación de cuerpos y objetos del entorno utilizando diversos procedimientos

³ SEP. (1993). Plan y Programas de Estudio. Educación Básica Primaria pp. 55-56

- Clasificación de objetos o cuerpos geométricos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas)
- Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos

Figuras geométricas.

- Trazo de figuras diversas utilizando la regla.
- Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas
- Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados)
- Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas⁴.

3.2 Modelo de razonamiento de Van Hiele para la enseñanza–aprendizaje de la geometría.

Origen del modelo de Van Hiele.

Sus autores son los esposos Pierre M. Van Hiele y Diana Van Hiele–Geldof, que en los años 50 eran profesores de Geometría de enseñanza secundaria en Holanda.

A partir de su experiencia docente y de las dificultades de comprensión que observaban en sus alumnos, elaboraron un modelo que explica, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y, cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos para que mejoren la calidad de su razonamiento. Esta teoría la exponen por primera vez en sus tesis doctorales, presentadas en 1957 y dirigidas por el fallecido H. Freudenthal (Hiele, 1990 y Hiele–Geldof, 1984).

⁴ SEP. (1993). Plan y Programa de Estudio. Educación Básica Primaria pp. 56-57

El modelo de Van Hiele llamó la atención de los educadores soviéticos, que se encontraban inmersos en un proyecto de reforma curricular. Después de unos años de intensas investigaciones y experimentaciones, se incorporó el Modelo de Van Hiele como base teórica de la elaboración del nuevo curriculum de enseñanza de la Geometría en la Unión Soviética, cuya implantación definitiva se produce en 1964.

Un ejemplo de los resultados soviéticos lo tenemos en Pyskalo (1968). Por el contrario, en los países occidentales, con excepción de Holanda, se siguió ignorando el Modelo de Van Hiele hasta que I. Wirszup da una conferencia en la reunión del N.C.T.M. (Wirszup, 1976) en la que hace una descripción del curriculum soviético y del Modelo de Van Hiele y alerta a los profesores estadounidenses ante el hecho de que el curriculum de Geometría soviético es más eficaz que el suyo.

La reacción provocada hace que en los años siguientes se realicen diversas investigaciones en EE.UU. en torno al Modelo de Van Hiele y que éste sea objeto de un interés creciente en todo el mundo, tanto desde el punto de vista de la investigación educativa como del de la práctica docente.

Enseguida se describe el Modelo de Van Hiele:

“Este Modelo está formado por dos partes: La primera es la descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que van desde el razonamiento visual de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las facultades de Ciencias. Estos tipos de razonamientos se denominan los niveles de razonamiento. La segunda parte es una descripción de cómo puede un profesor organizar las actividades en sus clases para que los

alumnos sean capaces de acceder al nivel de razonamiento superior, al que tienen actualmente; se trata de las fases de aprendizaje⁵.

Niveles de Razonamiento de Van Hiele.

“Los niveles de razonamiento constituyen la aportación fundamental del modelo. Se establece la forma como se conciben los conceptos geométricos (matemáticos), no es siempre la misma y varía cuando se va progresando en la comprensión de la geometría (de las matemáticas)”⁶.

Primer Nivel.

La consideración de los conceptos de las figuras geométricas es global. No se toman en cuenta los elementos ni las propiedades.

En el caso de los polígonos, al entrar en contacto con ese mundo, la primera apreciación que se tiene para su identificación, tiene lugar mediante una visión de conjunto. Esto permite diferenciar: triángulos, cuadrados, rectángulos, etc., pero sin hacer referencia a sus características matemáticas, tales como igualdad de lados, valor de los ángulos, paralelismo, entre otros.

Al iniciar el aprendizaje en preescolar y los primeros grados de enseñanza primaria, es la forma usual de razonamiento de los niños. En la percepción global que se lleva a cabo en este nivel se pueden incluir atributos que no sean característicos del concepto en cuestión.

⁵ SEP. (1996). “El Modelo de Razonamiento De Van Hiele Como Marco Para el Aprendizaje Comprensivo de la Geometría”. La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria. p. 126.

⁶ Gutiérrez, Angel y Jaime Adela. (1995). “¿Por qué los estudiantes no comprenden la geometría?”. Geometría y Algunos Aspectos de la Educación Matemática. p. 27.

Por ejemplo, si se muestran siempre triángulos, con un lado horizontal o triángulos equiláteros, puede suceder que los niños no identifiquen como triángulos los que están situados en otra posición o de otro tipo.

Esta limitación está fomentada en muchas ocasiones, por el docente y por algunos libros de texto.

Otra característica, es la percepción individual de las figuras; lo que se observa en una figura, no se generaliza a todas las que son de esa misma clase.

También es frecuente que la consideración global del concepto de las figuras geométricas no incluya propiedades fundamentales; de hecho, por lo general las justificaciones se basan en la percepción visual y hace referencia a los objetos reales o simplemente se menciona el nombre del concepto geométrico.

Segundo Nivel.

En este nivel los conceptos se comprenden y manejan por medio de sus elementos. Esto hace posible la identificación y generalización de propiedades como características del concepto en cuestión, pero esas propiedades se utilizan de manera independiente, sin establecer relaciones entre ellas; es decir, no se considera que unas impliquen otras. Para descubrir y comprobar las propiedades se hace una experimentación.

Ejemplo:

Cuando se identifica un cuadrado, se piensa en algo cuya frontera son cuatro líneas, las cuales poseen una serie de características, como ángulos

rectos, igualdad de lados, etc., pero no se aprecia que la igualdad de diagonales es consecuencia de la igualdad de los ángulos.

Para definir un concepto se da una lista de propiedades, en la cual puede que se haya omitido una necesaria o que se haya incluido más de las imprescindibles.

En el primer caso - omisión en la definición de una propiedad necesaria; es posible que, aunque no se verbalice explícitamente, sí se utilice la propiedad omitida, por ejemplo, algunos estudiantes definen rectángulo como “paralelogramo con dos lados más largos que los otros dos”.

Con respecto a esto, deberían considerar figuras como éstas:

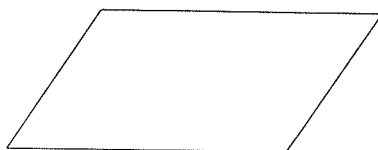


Figura 1

Pero sin embargo saben que estos dibujos no corresponden a un rectángulo porque sus ángulos no son rectos.

En el segundo caso – inclusión en la definición de más propiedades de las suficientes, como los estudiantes de este nivel no se dan cuenta de la relación existente entre las propiedades, no saben cuando es necesario incluir una propiedad y cuando no hace falta. Es frecuente la idea de que una definición, es mejor cuando más propiedades se enuncian.

El razonamiento propio de este nivel incluye el descubrimiento y la generalización de propiedades a partir de la observación en unos pocos casos. Estas formas de trabajo consisten en:

La comprobación en pocos ejemplos, es lo que normalmente se entiende como " demostración ", en este nivel. Por ello si se solicita, por ejemplo, la demostración de la propiedad de que la suma de los ángulos de un triángulo es de 180° , los estudiantes se limitarán a dibujar uno o dos triángulos y medir sus ángulos; (figura 2) o bien dirán que en los triángulos los ángulos miden 60° , 60° y 60° , por lo que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° .

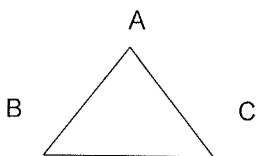


Figura 2

Tercer Nivel.

La característica básica de este nivel consiste en el establecimiento de relaciones entre propiedades. Por ejemplo, se entiende que en el rectángulo existe una relación, entre la igualdad de diagonales y la de ángulos. En las demostraciones el punto de partida es la experimentación, pero se tiene la necesidad de recurrir a alguna justificación general, basada en propiedades conocidas que conduzca directamente al resultado.

En particular, se pueden establecer y buscar implicaciones simples entre resultados. Por ello, estos estudiantes son capaces de comprender y reproducir una demostración formal, no compleja, cuando se les va

explicando paso a paso; ya que entonces tan sólo deben comprender la conexión o implicación directa entre una situación y la siguiente.

Se comprenden y utilizan las definiciones con su sentido matemático, como conjunto mínimo, necesario y suficiente para definir un concepto; por eso ya no se da una lista muy larga de propiedades como definición y se intenta incluir todas las necesarias.

También se aceptan definiciones nuevas de conceptos conocidos, aunque impliquen alguna variación sobre las características previas. Por ejemplo, si el alumno conocía la definición del triángulo isósceles como "triángulo con dos lados iguales y uno desigual" y se le da una variación de ese concepto como triángulo que posee "al menos dos lados iguales", será capaz de utilizar esta nueva definición.

Se comprenden y utilizan clasificaciones no exclusivas, es decir, se establecen las relaciones entre los distintos conceptos a partir de sus definiciones. Por ejemplo, si se define rombo como cuadrilátero con todos sus lados iguales, los estudiantes pueden comprender que todos los cuadrados son rombos, pero no todos los rombos son cuadrados.

La comprensión y la posibilidad de establecer relaciones tiene, entre otras, las consecuencias anteriores. El estudiante del tercer nivel deduce basado en argumentos informales, unas propiedades a partir de otras, por ejemplo: paralelismo, igualdad de lados, perpendicularidad, etc.

Cuarto y Quinto nivel.

En el cuarto y quinto nivel no se desarrolla una amplia explicación, ya que estos niveles de razonamiento se presentan en estudiantes que no cursan la educación primaria.

El cuarto nivel está caracterizado por la comprensión y el empleo del razonamiento formal, aspiración de todo profesor para los estudiantes de enseñanza secundaria.

El quinto nivel se caracteriza porque es posible emplear diversas geometrías, procedentes de distintos sistemas axiomáticos.

Este nivel salvo en algún caso aislado, sólo se desarrolla en la universidad, con una buena capacidad y preparación en geometría.

Es importante resaltar que los niveles de razonamiento no están asignados a una edad de los estudiantes. Algunos no superan nunca el segundo nivel, mientras que otros alcanzan el cuarto a los catorce o quince años. La enseñanza y la experiencia personal son un factor importante en el progreso del razonamiento.

3.3 Propiedades del Modelo de Van Hiele.

La importancia práctica de estas propiedades consiste en que muestran líneas básicas que debe conocer un profesor que desee fundamentar sus clases en este modelo de enseñanza.

Recursividad

Los elementos implícitos en el razonamiento del nivel N se hacen explícitos en el razonamiento del nivel N+1.

Por ejemplo, un niño de preescolar puede distinguir rectángulos, triángulos y círculos por la " forma" de las figuras geométricas (nivel 1). No obstante es evidente que el niño se fija en la existencia y la forma, (o cantidad) de los vértices para esa clasificación; aunque no sea consciente de ello, más adelante, cuando el niño alcanza el nivel 2, si será consciente de que los vértices como elementos diferenciados, son la clave de la clasificación. El cuadro siguiente muestra esa característica.

Cuadro No. 1

NIVEL	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
1	Objetos geométricos	Propiedades matemáticas de los objetos
2	Propiedades matemáticas de los objetos	Relaciones entre propiedades y/o elementos de los objetos
3	Relaciones entre propiedades y/o elementos	Deducción formal de relaciones
4	Deducción formal de relaciones	

En este contexto, el trabajo central del profesor es conseguir que sus alumnos lleguen a ser conscientes del uso que están haciendo de esos elementos implícitos de su razonamiento y aprendan a utilizarlos de manera voluntaria.

Este uso voluntario y correcto es lo que les permitirá alcanzar el nivel de razonamiento superior.

Secuencialidad

No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles, es decir, que no se puede alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado, de forma ordenada, todos los niveles anteriores.

Especificidad del Lenguaje

Cada nivel lleva asociado un tipo de lenguaje para comunicarse y un significado específico del vocabulario matemático; de forma que dos personas que utilicen lenguajes de distintos niveles no podrán comprenderse.

Ejemplo: la palabra "demostrar" tiene significados distintos en los niveles 2,3 y 4, ya que para demostrar una propiedad: un estudiante del nivel 2 verificará que se cumple en uno o varios ejemplos y esto bastará para convencerle. Un estudiante del nivel 3 sabe que debe dar justificaciones generales, pero éstas se basarán en algún ejemplo o en manipulaciones físicas de los cuerpos. Y un estudiante del nivel 4 hará una demostración formal.

Van Hiele puntualiza que si se quiere que los alumnos entiendan realmente, debemos situarlo en su nivel, en vez de pretender que ellos se sitúen en el del profesor.

Continuidad

La experiencia docente dice: que el tránsito entre los niveles de Van Hiele se produce de forma continua y pausada, pudiendo durar varios años en el caso de los niveles 3 y 4.

Localidad

Un estudiante no se encuentra en el mismo nivel de razonamiento en cualquier área de geometría, ya que el aprendizaje previo y los conocimientos que tenga son un elemento básico en su habilidad de razonamiento.

3.4 Fases de Aprendizaje del Modelo de Van Hiele.

Este modelo propone una secuencia cíclica de cinco fases de aprendizaje para apoyar a los estudiantes a progresar de un nivel de pensamiento al siguiente. Estas cinco fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza.

Su carácter cíclico viene dado en razón de que cuando los estudiantes, tras recorrer las cinco fases, consiguen llegar a un nivel de razonamiento superior al que tenían, deben iniciar un nuevo recorrido por las cinco fases para llegar al nivel superior actual. Naturalmente, aunque las fases son las mismas para todos los niveles, los contenidos matemáticos, el lenguaje empleado y la forma de solucionar los problemas son distintos para cada uno de los niveles; lo que permanece es la metodología de trabajo, pero cambia su contenido concreto.

Van Hiele formulo esta propuesta, desde una perspectiva constructivista, en cuanto incluye la idea de que el alumno participa activamente en la construcción de su conocimiento.

Fase primera

Información. Al iniciar a estudiar un tema nuevo, el profesor debe informar a los alumnos sobre cuáles van a ser los problemas que van a resolver.

Esta fase sirve también para que los profesores averigüen los conocimientos previos organizados, cuál es su calidad y en que nivel de razonamiento son capaces de desenvolverse.

No hay que despreciar los conocimientos que puedan haber adquirido los alumnos de forma extra-académica, pues si son adecuados deben servir como punto de partida y si son erróneos, el profesor debe iniciar por modificar esos errores.

Fase segunda

Orientación dirigida: En esta fase los alumnos exploran el campo de investigación por medio del material que les ha dado el profesor. Este material suele estar formado por bloques de actividades dirigidas al descubrimiento y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales del área de estudio en cuestión.

Estas actividades deben estar claramente orientadas hacia sus objetivos, por ejemplo, mediante ciertas cuestiones dadas por el profesor (Como doblar,

medir, buscar una simetría, etc.), de tal forma que las estructuras características se les presenten a los estudiantes de forma progresiva.

La dirección por parte del profesor no significa que le diga al alumno cómo resolver el ejercicio, sino que debe planificar las situaciones que propone a sus alumnos para que ellos puedan establecer las características importantes, básicas del nivel.

Fase tercera

Explicitación. Es fundamental el diálogo entre los alumnos, con intervenciones del profesor cuando se requiera. Sus objetivos son:

1.-Conseguir que las experiencias adquiridas se unan a los símbolos lingüísticos precisos y que los alumnos aprendan a expresarse con precisión (dentro de las características de su nivel de razonamiento), en el transcurso de discusiones en el salón.

2.-Hacer que los alumnos reflexionen en voz alta sobre el trabajo que han estado haciendo, sus soluciones, dificultades, métodos, etc., por medio de un debate.

Los estudiantes enriquecen su conocimiento, pues les obliga a organizar sus ideas, expresarlas, pone de relieve los métodos y resultados incorrectos y afianza los correctos.

En el transcurso de esta fase se forma parcialmente la nueva red de relaciones entre los conceptos propios del área de estudio.

Fase cuarta

Orientación libre. Los alumnos tienen que aplicar sus nuevos conocimientos a la investigación posterior sobre el tema de estudio, el cual es conocido en gran parte, pero el alumno todavía debe afianzar y completar sus conocimientos del mismo. El profesor asigna tareas que preferiblemente puedan desarrollarse de diversas maneras o que puedan llevarlos a distinguir soluciones.

La finalidad de las actividades de los estudiantes es conseguir que profundicen en dichos conocimientos, que se afiancen en su uso, que relacionen unos con otros y que descubran y aprendan algunas propiedades que por su complejidad no pueden ser estudiadas antes.

Fase quinta

Integración. En esta fase el profesor debe resumir en un todo el campo que han explorado los alumnos y lograr que integren lo que acaban de aprender en la red de conocimientos relacionados con este trabajo, proporcionando comprensiones globales, las cuales deben ser una acumulación de lo que ya conoce.

Las cinco fases tienen una secuencia lógica que no se puede alterar, a excepción de la fase tres, ya que hay que entenderla como una dinámica continua, a lo largo de todas las clases de diálogo y de reflexión común para cualquier tipo de actividad, sea de la fase que sea.

Nuestro medio esta formado por formas geométricas en constante movimiento, los niños antes de ingresar a la escuela se han ido apropiando de su entorno a través de la observación de estas formas, de la manipulación de los objetos que los rodean, de la representación de éste a través del dibujo y del movimiento constante que lo caracteriza.

Todas estas actividades constituyen el primer contacto que tienen los niños con el mundo de la geometría. Es necesario que en la escuela se continúe el desarrollo de estas habilidades, a través de actividades en las que los alumnos realicen, describan y representen gráficamente trayectos, actividades en las que observen, manipulen, clasifiquen, describan, construyan y tracen las formas contenidas en su entorno, para que los alumnos descubran paulatinamente las características geométricas que las hacen parecerse y diferenciarse entre sí.

En el siguiente punto hablaremos sobre la entrevista que realizo la SEP a la profesora IRMA FUENLABRADA, quien trabaja en el Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

3.5 Entrevista con la Profesora Irma Fuenlabrada sobre la enseñanza–aprendizaje de la Geometría.

María Esther Ramírez: ¿Cuál es su opinión acerca de la enseñanza de la geometría?

Irma Fuenlabrada:

La enseñanza de la geometría en la escuela primaria ha sufrido algunos cambios, en primer lugar en muchos libros que se manejan en la escuela, aparece el capítulo de la geometría hacia el final del libro. Entonces esto

hace que muchas veces no halla tiempo para abordarlos; en otras ocasiones aunque alcance el tiempo al final de cuentas la enseñanza de la geometría se ha reducido a unas muy poquitas cosas sobre la geometría. Digamos que en términos generales esta enseñanza se han reducido a la enseñanza de los nombres de las figuras geométricas, de los cuerpos geométricos, a enseñarles a los niños el ángulo, el paralelismo, la perpendicularidad, la simetría y ya. Yo creo que no ha pasado de ahí.

Pero digamos, estos contenidos geométricos si bien son validos y son correctos para la escuela primaria, yo creo que lo más grave que ha sucedido es la manera como se han enseñado. Por ejemplo, respecto de las figuras geométricas; aparecen en los libros de alguna manera orientadas sobre los bordes de la página del libro; esto ha ocasionado en los niños una mala conceptualización de lo que es la figura geométrica, al grado que hemos podido ver o encontrar niños de tercer o cuarto grado, que si uno les recorta por ejemplo un triángulo y se los da y uno les pregunta que cómo se llama esa figura, si reconocen que es un triángulo, pero dicen es un triángulo si está puesto así y lo colocan como lo han visto representado en su libro, el caso digamos más grave en este asunto de la manera como son presentadas las figuras en el libro de texto, es por ejemplo el caso de un cuadrado.

En el caso del cuadrado aparece con uno de los lados en paralelo al borde inferior del libro, pero cuando se trata de un rombo, parece que se pone paradito sobre uno de sus vértices y muchos niños piensan que el rombo es un cuadrado, puesto en una posición distinta; y realmente un cuadrado puesto como se ponga sigue siendo un cuadrado.

Otro de los problemas es el asunto del triángulo, en el triángulo se muestra la clasificación de los triángulos; los escálenos, los isósceles, los equiláteros y

luego cuando se maneja un problema de medición de área, se habla de la altura del triángulo; muchos alumnos incluso algunos maestros piensan que el triángulo solamente tiene una altura y resulta que los triángulos tienen tres alturas y cada altura corresponde a cada uno de sus lados que se considere como base; claro que en el caso de un triángulo equilátero, las alturas miden lo mismo para cada uno de los lados del triángulo que se considere como base, pero de todas maneras no hay una reflexión sobre ¿Dónde esta la altura? ¿Qué tipo de línea es?, todo esto digamos se origina porque de alguna manera la geometría se ha presentado de una forma estática.

Algunos maestros muy acertadamente cuando empiezan a trabajar acerca de las figuras, empiezan a plantear a sus alumnos que busquen ciertas figuras en el salón y seguramente los niños dirán que en la ventana se ve un rectángulo y es cierto que se ve un rectángulo, pero si lo pensamos un poquito con más cuidado, no sólo hay un rectángulo, si nos imaginamos una ventana que tiene dos cristales que se abaten, dos ventilas y digamos en el centro que tuviera un vidrio fijo con un marco rectangular, al final de cuentas ahí se pueden reconocer varios rectángulos, más el rectángulo, que forma el marco de toda la ventana.

Este asunto de la geometría toca mucho al desarrollo de la percepción, depende de lo que yo estoy viendo; percibo o no ciertas formas geométricas. Imagínese por ejemplo si tenemos un cuadrado recortado, en el centro tenemos dibujando un círculo color amarillo por decir algo, pude percibir ahí un cuadrado y en el centro un círculo, pero si yo le pido que recorte el círculo, la superficie que queda una vez que se quita el círculo, ya no es un cuadrado porque es una superficie que está limitada efectivamente por cuatro lados rectos iguales, pero tiene un quinto lado que es curvo, entonces eso ya no es un cuadrado, el círculo al ser recortado sigue siendo círculo; es más si usted tiene un rectángulo y está trazada una de las diagonales que es

la línea que va de un vértice a otro que no le es contiguo, uno puede ver ahí dos triángulos o puede ver un rectángulo formado por dos triángulos, si uno recorta por esa diagonal se desaparece el rectángulo y se conservan los dos triángulos; entonces este asunto de la percepción geométrica es muy movable y los libros no pueden darle esa movilidad, ni esa riqueza.

María Esther Ramírez: ¿Cuáles serían esos otros elementos fuera del libro de texto que podría utilizar el maestro para enseñar la Geometría; ya no de una forma estática sino con movimiento?

Irma Fuenlabrada:

Uno de los aspectos muy importantes es primero, que el niño base este trabajo de percepción de las figuras geométricas en el entorno; pero luego, bueno hay que dar una concretización de la figura geométrica, y esto es: tener figuras, muchas figuras recortadas en cartón: cuadradas, triangulares, círculos, cuadrados grandes, chicos, en fin todas las clases de triángulos que hay; de tal manera que los niños los puedan mover en diferentes posiciones.

Pero hay por ejemplo, otro recurso que permite ver este trabajo de transformación de una manera muy interesante y consiste por ejemplo, en hacer tiritas de cartón digamos de un centímetro de ancho y de distintas longitudes de 3, 4, 5, 6, 9 y 10 cm. Lo que usted quiera y luego plantearles a los niños; bueno – queremos construir con estas tiritas un cuadrado, lo primero será que el niño tendrá que tomar cuatro tiritas de la misma longitud; pero luego esas 4 tiras se pueden unir en los extremos, haciendo unos orificios y entonces para que se vea un cuadrado, el niño tiene que colocar estas tiritas de tal manera que las líneas formen los lados del cuadrado, formen un ángulo recto; una vez que se percibe el cuadrado, si se presiona sobre 2 vértices opuestos, ese cuadrado se va a transformar en un rombo y es ahí donde aparece el rombo; ¿por qué aparece el rombo?- uno percibe

algo diferente, en esta nueva figura que se formó, la longitud de los lados se conserva, esa no la hemos cambiado, lo que hemos cambiado al presionar, es la magnitud de los ángulos ya no hay ángulos rectos, ahora hay 2 ángulos obtusos y 2 ángulos agudos y esto es lo que hace al rombo, entonces el rombo es una transformación del cuadrado.

De la misma manera que si yo con esas tiras construyo un rectángulo, tengo que tomar 2 tiras del mismo tamaño y otras 2 tiras también iguales, pero más chicas o más grandes que las que tomé anteriormente y unir las y disponerlas, de tal manera que yo perciba al rectángulo; cuando yo veo el rectángulo es que he colocado los lados, las tiras en ángulos rectos, e igual; si yo presiono los vértices opuestos, ese rectángulo se me transforma en un romboide, el romboide tiene la misma propiedad que el rectángulo en cuanto a la magnitud de sus lados, en cuanto al paralelismo, pero no tiene ángulos rectos y lo que hace al rectángulo ser rectángulo es que sus cuatro ángulos son rectos.

Jugando con éstas mismas tiras, qué le pasa al triángulo; ya que uno está entusiasmado, que uno puede formar ciertas figuras y que si uno presiona por ciertos lados, aquello se transforma; resulta que si yo tomo 3 tiras que me permitan hacer un triángulo, por más que lo presione yo en sus vértices, no se transforma no cambia su forma, el triángulo es una figura rígida, pero tiene otras cosas interesantes que tiene que ver con este asunto de las tiras, si yo tomo una tira por ejemplo, de 8 cm, tomo una tira de 3 cm, una tira de 4 cm, resulta que no se puede formar un triángulo, el triángulo no cierra; entonces los triángulos no se pueden formar con cualesquiera magnitudes, de hecho la suma de 2 lados del triángulo debe ser mayor a la magnitud del tercer lado, sino no cierra.

Nosotros nos hemos encontrado en muchos libros triángulos para problemas de cálculo de área del triángulo y bueno si está dibujado ahí un triángulo, pero las magnitudes de los lados no hacen a un triángulo real, de hecho no forman un triángulo y bueno pues en eso no hay ningún cuidado, los niños igual hacen su cálculo de base por altura entre 2 y calculan ahí un numerito y dicen que ese es el área de un triángulo que de hecho no existe; porque no se ha puesto cuidado sobre eso, porque de hecho no se ha trabajado la geometría.

Hay un problema muy interesante aquí; bueno se podría plantear para aquéllos que estuviesen interesados – si yo tengo un triángulo de cualquier tipo recortado en papel ¿qué cortes puedo hacerle a ese triángulo para formar un rectángulo que tenga la misma superficie que el triángulo original?, o bien dicho de otra manera, tengo el triángulo ¿Qué cortes puedo hacer? para transformarlo en un rectángulo, sin que me sobre nada del triángulo. Resolver este problema empieza por una búsqueda un tanto azarosa si se quiere, pero al final de cuentas la solución a ese problema tiene que ver con la altura de los triángulos. La función de la altura, entonces es un problema muy interesante que los niños lo pueden enfrentar.

Hay otro tipo de recursos que actualmente se están planteando en este plan de modernización, en los nuevos planes y programas de estudio, que al final de cuentas se han visto reflejados en los libros, si se trata ahora de efectivamente empezar a desarrollar la percepción geométrica que no se ha desarrollado o se ha desarrollado muy poco, hay que tener ciertas ideas de como se puede hacer ese trabajo, por que también es cierto; los maestros no conocen esas ideas, nadie se las ha mostrado, hay muy poca bibliografía sobre eso, o bien, la bibliografía no está escrita en español, entonces hay que propiciar que ellos tengan acceso a esta información.



que me permitan comunicar el tipo de desplazamiento y si yo quiero por ejemplo, representar que paso por arriba de la mesa, pues algo tendré que inventarme para que el otro pueda interpretar que hay que pasar por arriba de la mesa.

Todo este trabajo de representar por ejemplo, en un papel; un desplazamiento en ¿qué culmina en la primaria? – En la lectura y la construcción de mapas, en mapas del salón, de la ciudad o de la comunidad donde uno vive; pero bueno, ese es un trabajo que tiene que evolucionar desde el primer hasta el sexto grado porque es útil o ¿qué intención hay o qué utilidad hay de enseñar este tipo de cosas y de propiciar este tipo de conocimiento en los niños?.

Todo lo que son digamos tan inmediato como si usted me invita a su casa; desde luego me puede dar indicaciones verbales de qué es lo que tengo yo que hacer saliendo de aquí para llegar a su casa; pero si yo le pido a usted que me haga un mapa, para empezar cuando usted verbalmente me dice lo que yo tengo que hacer, usted evoca un recorrido que ha ejecutado muchas veces, pero en el momento de comunicármelo, usted hace de lado una serie de cosas que no son significativas para que yo llegue a su casa; entonces empieza a tomar ciertos elementos importantes de la trayectoria que yo tengo que seguir, para que yo pueda llegar; pero si yo le pido que me haga un mapa o un croquis de ¿cómo llegar a su casa? – Usted todavía hace otro nivel de eliminación de ciertas cosas que no son importantes y destaca otras que si son importantes; digamos que el mapa esta mal hecho – le voy a decir porqué, vamos a suponer que entre la salida de aquí de la institución a donde yo voy a tomar el camión hay cierta distancia y usted me las señala con cierto segmento; pero resulta que ése segmento está representado en la hoja de cierto tamaño y cuando yo me voy a bajar del camión, usted me pone una gran línea para llegar a su casa, yo infiero que tengo que caminar

mucho para llegar a su casa y a lo mejor tengo que caminar poquito; al grado de que si yo tenía que caminar poquito y usted me lo represento con una línea muy larga, puedo pasarme de largo y no llegar a su casa, incluso en el mapa usted me tiene que señalar vuelta a la derecha, izquierda, me va a poner ciertos indicadores: hay una tiendita, hay un semáforo, hay una escuela, entonces; este trabajo de la representación es muy importante para la vida diaria y ya no se diga en cuestiones de interpretación de mapas, carreteras y todo esto.

María Esther Ramírez: ¿Y ahora, esto como se vincula con la Percepción Geométrica?

Irma Fuenlabrada:

Decía yo al principio que al final de cuentas la enseñanza de la geometría se ha reducido ha enseñarles a los niños el nombre de las figuras, el nombre de los cuerpos geométricos.

Desgraciadamente los cuerpos aparecen como estos cuerpos de madera que los venden y algunas escuelas los tienen y si no los tienen pues entonces se compran estos cartoncitos donde los niños recortan, hay pestañas y forman el cuerpo geométrico.

Resulta que el cuerpo geométrico esta ahí en el entorno, porque todos los envases son cuerpos geométricos, ahora, hay unos que tienen nombre: una cajita de cerillos puede ser un prisma cuadrado, no se si sea cuadrado; pero bueno puede ser un prisma rectangular. Hay envases de chocolates que tienen la forma de prisma triangular y otros envases de chocolates que tienen la forma de prisma octagonal y hay unos espaguetis que tienen forma de prisma hexagonal.

Estos deberían estar en el salón de clases y todas las cajas que los niños puedan llevar, esos son los cuerpos geométricos, porque sino, el niño piensa que los cuerpos geométricos son esos de madera que tiene el maestro en el salón de clases o esos que construyeron con sus cartoncitos comprados en la papelería y éstos no son los cuerpos geométricos.

Los cuerpos geométricos hay que conocerlos en el entorno y hay que conocer sus propiedades; por ejemplo: uno puede tomar un cuerpo geométrico, sentarlo sobre una hoja de papel, usarlo como modelo para trazar la cara y se le puede plantear a los niños: traza todas las caras que tiene este cuerpo; en este trabajo los niños van viendo que por ejemplo, el cuerpo tiene 2 rectángulos, está formado por 2, 4, 6 rectángulos; pero resulta que dos rectángulos son iguales, otros dos son iguales; de distinto tamaño a los anteriores, los otros dos también son rectángulos pero no son iguales a los anteriores; entonces como que empieza aparecer el paralelismo de las caras donde están puestos estos.

María Esther Ramírez: ¿Cuáles son algunas de las Consecuencias de Enseñar Geometría de esa manera tradicional, que usted ha venido comentando?

Irma Fuenlabrada:

El niño llega a pensar que el prisma rectangular por ejemplo, es prisma rectangular si se pone con la parte más larga hacia arriba, eso es el prisma rectangular, entonces no se permite pensar que es también un prisma rectangular si uno lo sienta sobre otra de las caras, entonces básicamente el problema aquí yo creo que es la inmovilidad que ha tenido la enseñanza de la geometría.

Otro de los elementos que ha quedado mal comprendido por parte de los niños, ha sido el concepto de ángulo. El ángulo se representa con esas dos líneas que convergen en un punto y un semicírculo que las atraviesa, se habla de la amplitud de esas dos líneas, pero realmente lo que nosotros hemos trabajado con los niños y nos ha permitido que hagan buena concepción de lo que es el ángulo, es trabajar con el ángulo como un cambio de dirección.

Si usted esta caminando en línea recta mirando un árbol y yo quiero que ahora a partir de cierto momento empiece a caminar hacia un bote que esta al lado izquierdo del árbol, usted necesariamente debe girar, cambiar de dirección, entre la dirección que llevaba mirando al árbol y la dirección hacia el bote; se produce un giro, se produce un ángulo; esto incluso ha acarreado digamos pues no sé, ideas equivocadas.

Cuando uno mide los ángulos, un grado parece una magnitud muy chiquita hasta como despreciable; pero resulta que si usted esta en el centro del giro y usted traza las 2 líneas; las 2 líneas que marcan el cambio de dirección, una línea apunta hacia donde está el árbol y todo lo que está en esa línea atrás del árbol y el giro lo produce ahí en el centro de giro y pasa a ver ahora el bote que esta del lado izquierdo del árbol, puede ver ese bote y todo lo que pueda estar en esa línea atrás del bote.

Si mientras yo más me alejo del centro de giro, las cosas a las distancias se alejan todavía más, entonces un grado más o un grado menos es muy importante. Esto se puede ver en los lanzamientos de los cohetes a la luna, si sale por decir de una manera muy simple, pues nos imaginamos como sale el cohete ya con dirección a la luna, si no está bien calculado el ángulo de lanzamiento, puede seguirse de largo y no ser captado por la gravedad de la luna, por que a la distancia que esta la gravedad de la luna; es muy

significativo este grado de más o de menos que pudieramos tener en el lanzamiento.

María Esther Ramírez: ¿Quisiera usted hacer alguna sugerencia a los profesores para que impartan de una mejor manera la Geometría?

Irma Fuenlabrada:

Yo creo que tendrían que trabajar mucho sobre actividades fuera del libro, yo comentaba algunas cosas que se podrían hacer. En el libro del maestro de primero aparecen actividades que hay que hacer con la geometría y cómo son estas actividades reflejadas al final de cuentas en un libro, pero básicamente es darle movilidad a la geometría, no pensar que uno puede aprender geometría mirando la lección de un libro.

CAPÍTULO 4

**ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA
TRABAJAR LA GEOMETRÍA
PLANA EN EL PRIMER CICLO
DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA**

CAPÍTULO 4

ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA TRABAJAR LA GEOMETRÍA PLANA EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA.

4.1 Actividades para la identificación del rectángulo.

Las primeras actividades que podemos realizar para que los niños identifiquen al rectángulo, es pedir a los alumnos que observen por ejemplo el pizarrón y digan la forma que tiene, señalar con un marcador su contorno. Continuar diciendo que esa forma la encontramos en algunos objetos que están en el salón, preguntarle que ¿ cómo cuales?.

De manera natural los niños responden que esa figura “ el rectángulo “ aparece en ventanas, puertas, borrador, etc.

En este primer acercamiento los niños conciben a la figura sintéticamente (no analizan sus partes) si se les pregunta el porque algunos objetos tiene forma rectangular; su respuesta por lo general es que porque se parece al pizarrón por ser el objeto que se uso como modelo.

Posteriormente los alumnos identifican al rectángulo como la figura que tiene dos lados chicos y dos grandes.

También se pueden hacer juegos como:

Teléfono descompuesto, un avión cargado de , para este juego se pide a los niños que salgan al patio, que observen y comenten entre ellos , qué objetos tienen forma rectangular. Al regresar al salón el profesor inicia diciendo: este es un avión cargado de formas rectangulares como puertas, ventanas, borrador, cuadernos y los niños continúan hasta que se eliminan los que mencionan formas distintas.

Al trabajar actividades deportivas podemos pedir a los niños que formen figuras rectangulares con diversos materiales, pedir que observen estas figuras en la casa y comunidad, que digan donde se encuentran, que recorten y peguen figuras rectangulares en distintas posiciones.

Para saber si los alumnos ya reconocen esta figura se puede hacer lo siguiente:

Presentar diferentes figuras geométricas (triángulos, cuadriláteros y polígonos) hechos de papel, cartón o algún otro material, colocarlos en algún lugar y pedir a los alumnos que tomen las que tienen forma rectangular y preguntarle porque la escogió.

De igual manera, estas figuras se pueden introducir en una bolsa y pedir a los niños que saquen una –si es rectángulo la deje afuera, – sino, la coloque dentro. También podemos presentar en el pizarrón dibujos como un avión, casa, robot, etc., formando con triángulos, rectángulos o círculos, los alumnos pasan a mostrar que partes del dibujo tiene o son rectángulos y se plantean preguntas.

4.2 Actividades para la identificación del cuadrado.

Para la identificación del cuadrado se pueden realizar actividades similares a las del rectángulo.

Ya que en la escuela no se cuenta con muchos objetos que tengan esta forma, pues solo los encontramos en algunos contornos de ventanas, mosaicos, pisos de salones y patios, es suficiente para que después el alumno observe cuadrados en su casa y en su comunidad.

El profesor puede seleccionar cuatro niños que tengan la misma estatura y decirles que se acuesten en el piso de tal forma que la cabeza de uno toque los zapatos del otro, para formar un cuadrado.

Otra actividad es que los alumnos formen cuadrados con palitos, popotes u otro material y los coloquen en distintas posiciones.

Para verificar si los niños reconocen esta figura, se pueden realizar las mismas actividades del rectángulo.

4.3 Actividades para la identificación del triángulo.

Es un poco difícil encontrar objetos con formas triangulares en la escuela, por lo que podemos inducir al alumno a que las busque fuera del salón de clases, estas podrán encontrarse en la feria, en las bases de los columpios, en las torres del soporte del tendido eléctrico, en algunas construcciones, etc., y al igual que en el rectángulo las actividades pueden encaminarse a la identificación del triángulo, además de que se pueden sacar a los niños al patio y formar triángulos con distintos materiales como cuerdas, palitos, popotes, hilo u otro material y formar distintos triángulos.

Estas actividades las podemos realizar en forma individual o en equipo según se quiera, aunque es más rico en equipo ya que favorece la socialización del alumno.

Para verificar si los alumnos reconocen al triángulo, se puede proceder de la misma manera como en el rectángulo.

4.4 Actividades para la identificación del círculo.

Esta figura le resulta más fácil al alumno reconocer, debido a que ha estado presente en su entorno desde sus primeros juegos; puede relacionarlo con objetos con que se ha divertido como sus carritos, yoyo, en la feria ha disfrutado de la rueda de la fortuna o lanzado aros.

Podemos mostrar a los alumnos algún objeto circular como por ejemplo un aro y pedir a los niños que digan que objeto del salón, de la cocina, de su casa tienen esa forma, que parte de los carros y medios de transporte en general tienen esa forma.

Se pueden realizar actividades deportivas con distintos materiales circulares como llantas, cuerdas, aros; así como también trabajar desplazamientos en forma circular como: caminar, trotar, correr, saltar, caminar de cogito, etc.

Para indagar si los alumnos reconocen esta figura, se les puede proporcionar diferentes figuras geométricas hechas de cartón y pedirles que seleccionen los círculos, los coloque sobre una hoja y dibujen su contorno. También mostrar distintos objetos con base diferente, pedir que seleccionen los que tienen base circular.

4.5 Actividades para el reconocimiento de otros cuadriláteros.

Los distintos trapecios isósceles, rectángulo, escaleno, así como el rombo y el romboide, son figuras geométricas no muy frecuentes de observar en espacios como edificios, parques o en el hogar, resulta más sencillo reconocerlos en motivos decorativos como pueden ser vitrales, estructuras metálicas como rejas o barandales.

Las actividades relacionadas al reconocimiento del rombo pueden encaminarse a actividades manuales como: construir un papalote, hacer marcos fotográficos o bordar servilletas.

4.6 Identificación de líneas rectas y curvas.

Se pueden realizar actividades experimentales como: tensar cuerdas en diferentes posiciones, rectificar trozos de alambre, desenredar cuerdas y tensarlas. En actividades deportivas en las que ellos mismos formen espirales (enrollarse) y después desenrollarse para formar líneas rectas, seguir caminitos en líneas rectas y en líneas quebradas.

De esta actividad, la que ayuda más a identificar rápidamente las líneas horizontales, verticales y oblicuas es el tensado de cuerdas, por que los alumnos participan directamente. También el trabajo con alambre ayuda a que los niños identifiquen las líneas quebradas.

Para estimar si los alumnos ya identifican la línea recta, se pueden sujetar cuerdas en el extremo de una ventana o algún otro lugar a distintas alturas y pasar a los niños a que las tensen y las coloquen en diferentes posiciones: horizontal, vertical o inclinada.

Trazar con gis diferentes tipos de líneas en el piso de la escuela y pedir a los niños que caminen sobre las que son rectas. Lo importante al inicio de esta actividad es que los alumnos reconozcan la línea recta en diferentes posiciones y cuando se juzgue conveniente podemos ir introduciendo los términos de horizontal, vertical e inclinada.

Para la identificación de las líneas curvas, se pueden efectuar algunas actividades semejantes a las líneas rectas, o también solicitar a los niños que

traigan algunos objetos donde son evidentes esas líneas, como en ollas, tazas, jarras, que las toquen y describan con sus manos como es la forma de esos objetos.

Buscar otros que tengan forma curva como los tallos de las flores, troncos y ramas de árboles, pedir a los alumnos que hagan dibujos de ellos, que ondulen cuerdas y describan mediante un dibujo en el pizarrón y en su cuaderno lo que observan al hacer esto.

Que observen la ondulación de algunos objetos como cortinas, banderas movidas por el viento. Que experimenten y observen la curvatura de cuerdas o cables al soportar un peso, así como la ondulación que se produce en el agua al arrojar un objeto en ella.

Para saber si los alumnos reconocen estas líneas, se les puede mostrar objetos cuyos contornos sean rectos y curvos como reglas, vasos, frutas y que seleccionen los curvos. Se puede trabajar el dibujo libre y que los niños pinten las líneas rectas de un color y las líneas curvas de otro.

Otra actividad que podemos trabajar para que los niños identifiquen y construyan líneas rectas, es utilizando una pelota y señalar con ella trayectorias.

Se les indica a los alumnos que se fijen en el camino que sigue la pelota y se lanza en forma vertical.

Se pide a los niños que dibujen en su cuaderno el camino que siguió la pelota.

Se hace un segundo lanzamiento y se cuestiona a los niños diciéndoles que ¿cuál es el camino que sigue la pelota si se rueda en el suelo? Y también los niños lo dibujan en su cuaderno. Comparan sus resultados y la actividad se repite para verificar su trabajo. Posteriormente se les comenta a los niños que las líneas que dibujaron son líneas rectas.

Podemos emplear estambre de varios colores para formar caminitos pegándolo en su cuaderno, formando líneas rectas, curvas y quebradas, proporcionando la reflexión.

Se pueden implementar juegos en el patio, en los cuales se trabaje este tipo de líneas, vinculando contenidos de educación física, donde se trabajen desplazamientos, postura corporal y otros que sean del interés y creatividad del profesor.

4.7 Elaboración de grecas.

Esta actividad consiste primero, en dibujar en el pizarrón diferentes tipos de grecas, para que el alumno las realice en su cuaderno. Si los alumnos presentan dificultad al hacer esta actividad, se sugiere dibujarlas con líneas punteadas en el cuaderno del alumno y que éste las marque con su lápiz, se recomienda utilizar hojas cuadriculadas.

Posteriormente se pide a los niños que calquen diferentes tipos de grecas, ya que esto les ayuda a tener una mayor coordinación motriz en el movimiento de sus manos.

Otra actividad consiste en dibujar en el pizarrón una greca incompleta y que los niños la terminen para que después hagan los mismo pero ahora en su

cuaderno, ya que al estar completando grecas, los niños practican varias veces la traslación de una figura (el modelo para elaborar la greca).

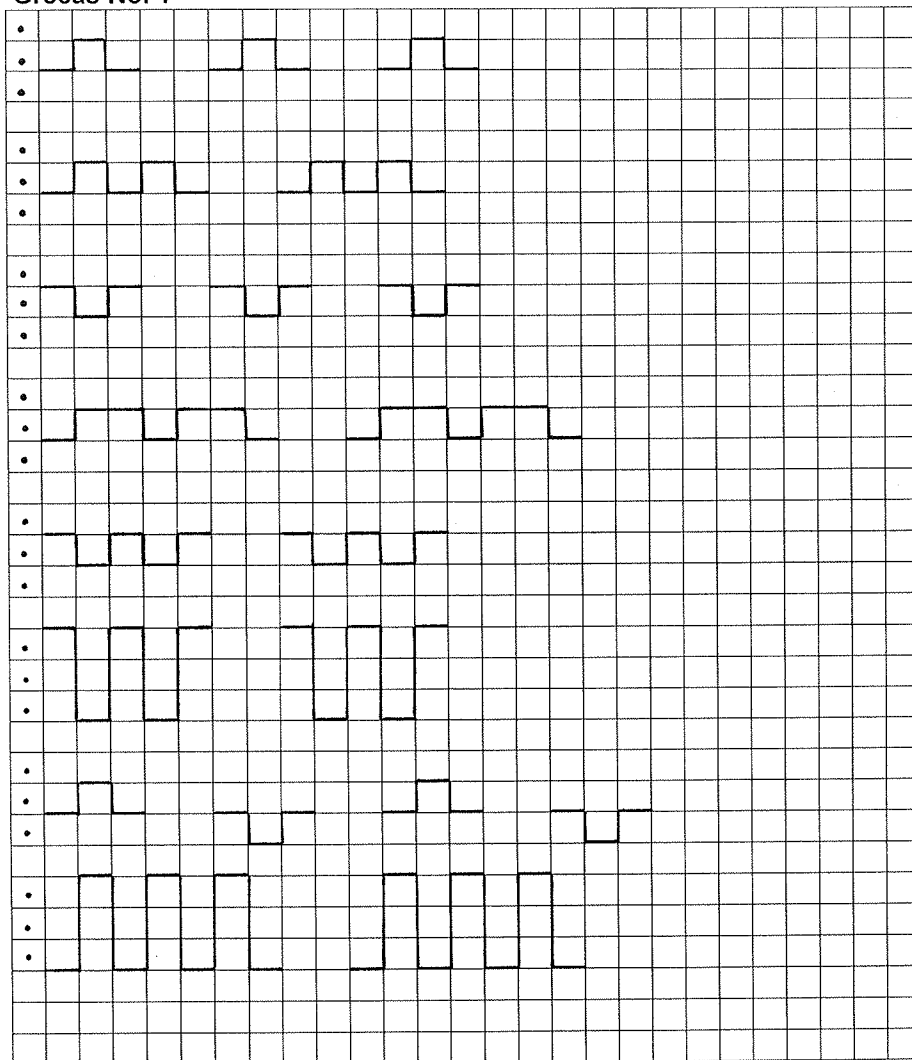
Las grecas pueden ser creadas por los mismos niños estimulando su creatividad e imaginación, lo que contribuye al desarrollo de su intuición geométrica, además de que se pueden usar para adornar el salón.

También se pueden realizar grecas en tela y bordarlas de diferentes colores.

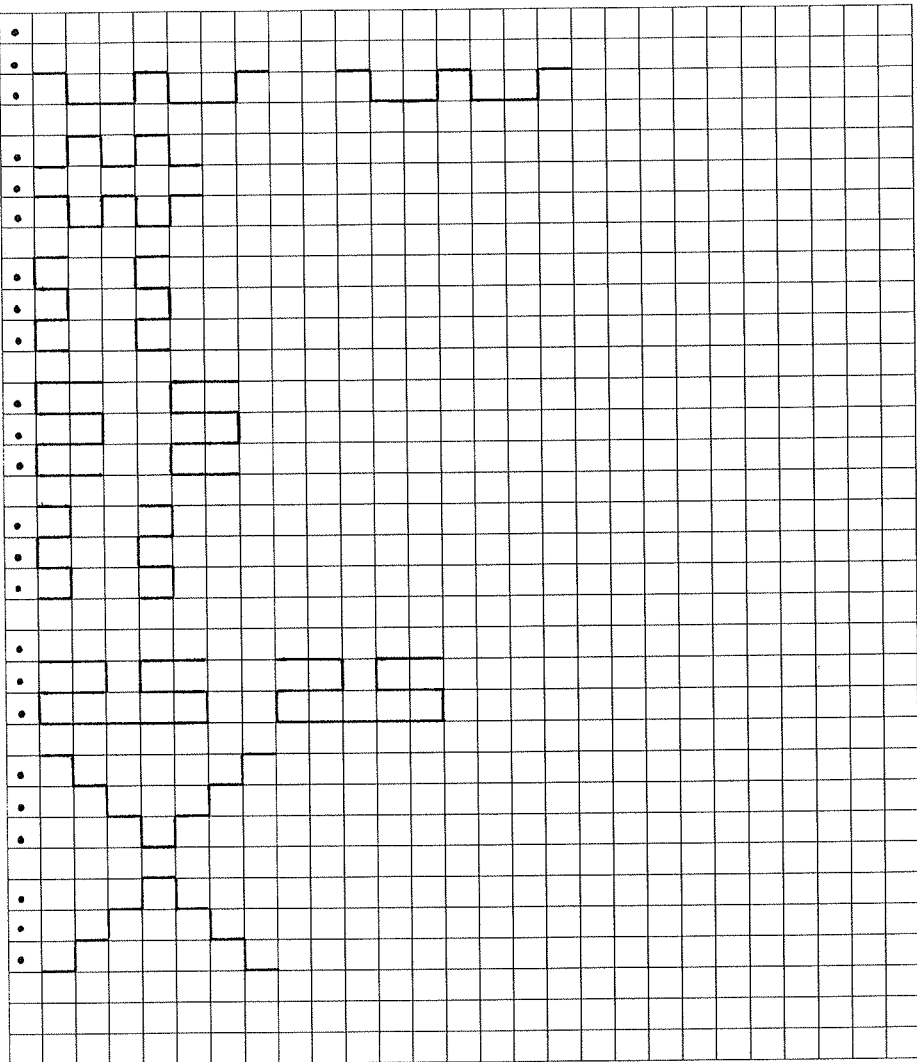
Al hacer estas actividades, los niños van desarrollando su pensamiento lógico al ir analizando patrones geométricos mostrados a través de grecas.

En las páginas siguientes mostramos algunas grecas.

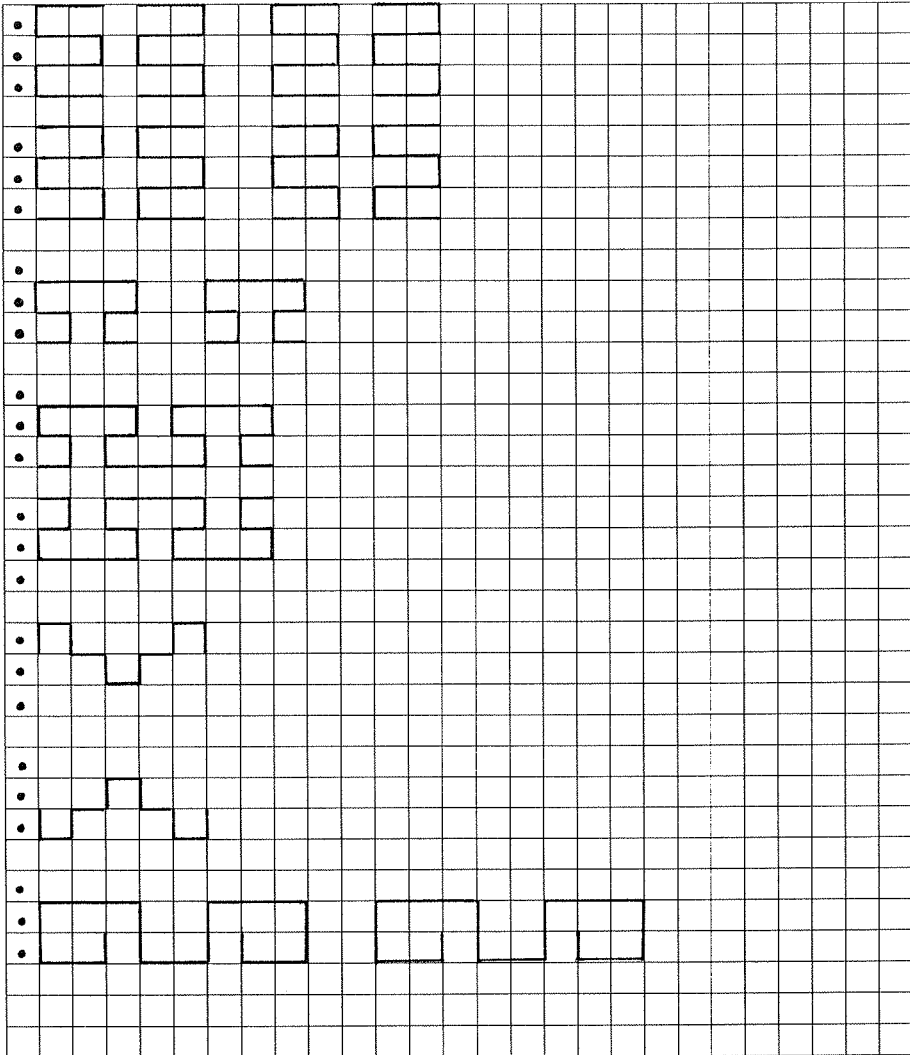
Grecas No. 1



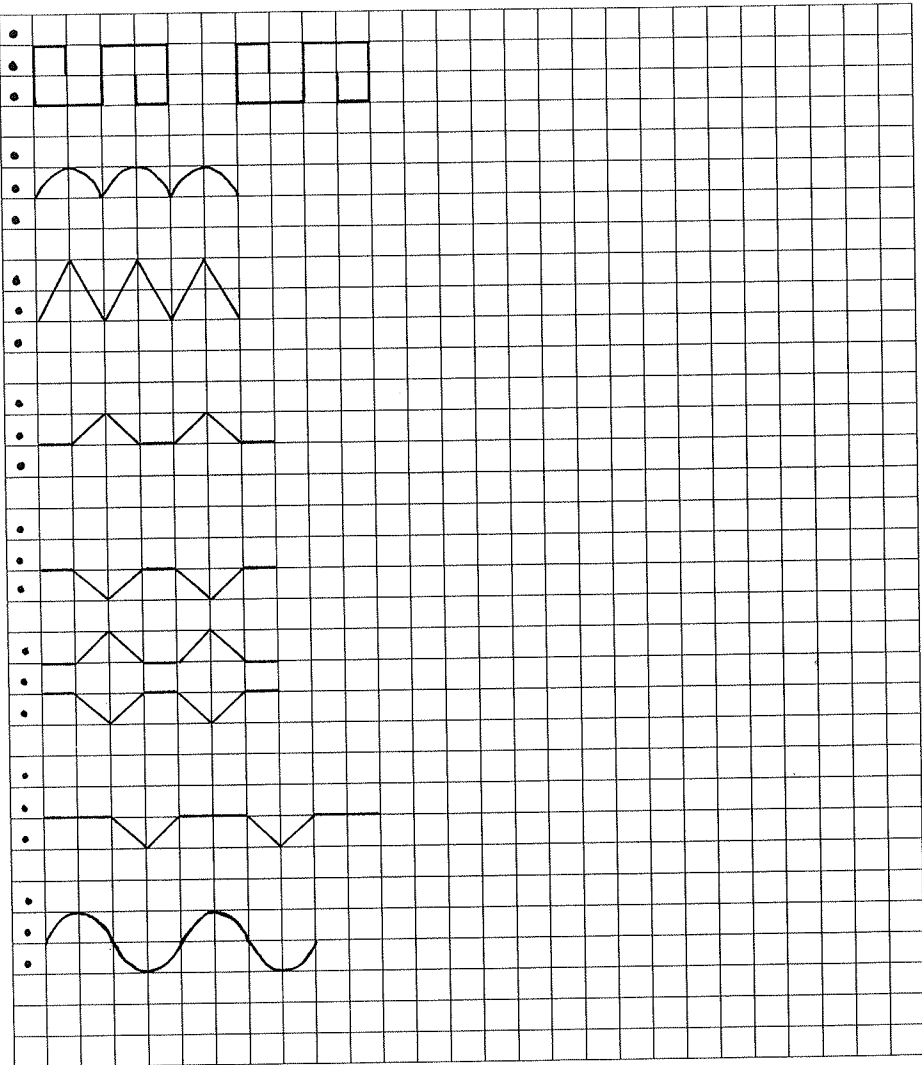
Grecas No. 2



Grecas No. 3



Grecas No. 4



4.8 Reconocimiento de Líneas, Triángulos, Cuadriláteros y Círculos.

La finalidad de esta actividad es que los niños reconozcan patrones en figuras geométricas.

Estas actividades las podemos realizar mediante la construcción de secuencias.

Se recomienda que primero se trabajen secuencias utilizando diferentes objetos.

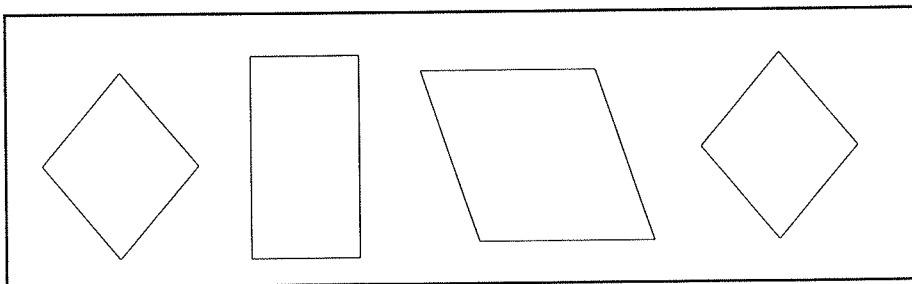
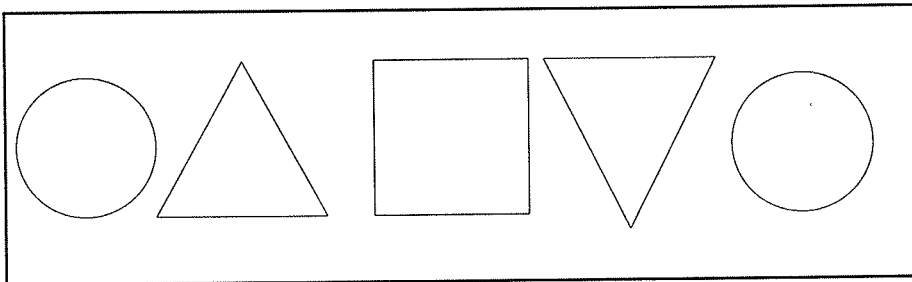
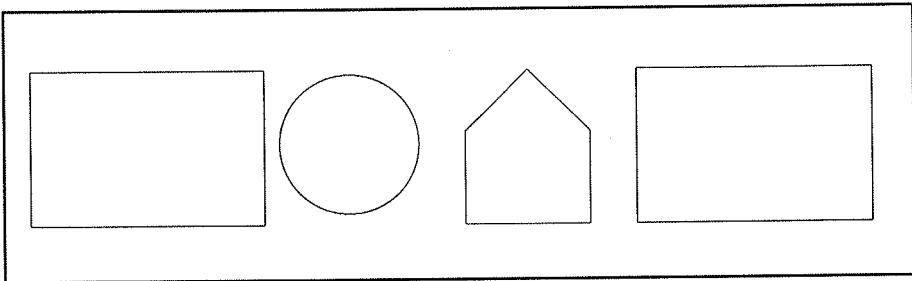
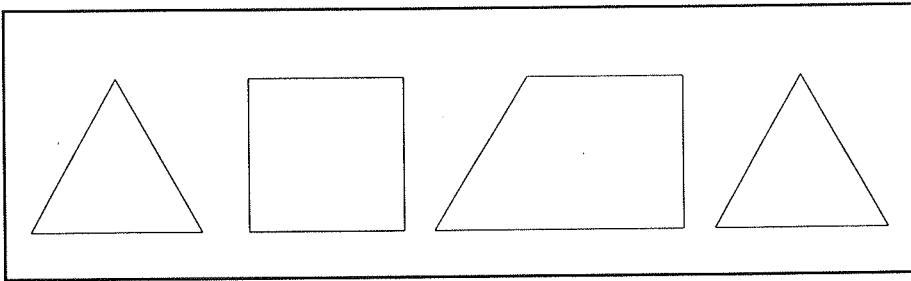
Cuando los alumnos ya trabajan secuencias con materiales diversos, se puede variar la actividad y mostrar o dibujar en el pizarrón una secuencia con dibujos sencillos, por ejemplo, una naranja, una pera, un plátano y volverlos a repetir; entonces pedir a los alumnos que las dibujen en sus cuadernos y completen el renglón.

Las figuras de las secuencias pueden variar hasta llegar a formas geométricas complicadas en distintas posiciones; también es factible hacerlas con triángulos equiláteros, isósceles y escalenos o bien mediante la combinación de algunos de ellos en diferentes posiciones.

Otras secuencias que se pueden realizar es combinando triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, rombos, etc., según sea el avance de los alumnos.

Otra actividad es que los niños completen secuencias al ir llenando espacios con las figuras geométricas faltantes.

A continuación presentamos algunas secuencias que el profesor puede utilizar para trabajar con sus alumnos y crear otras similares.



4.9 Actividades vinculadas con la construcción de figuras geométricas.

El propósito fundamental de estas actividades es que los niños construyan figuras geométricas, las identifiquen en distintas posiciones y reconozcan algunas de sus propiedades.

Las primeras construcciones se pueden hacer mediante el doblado y rasgado de papel. En el primer grado, el doblado de papel se realiza básicamente como un recurso consistente en doblar y rasgar papel; en el segundo grado ya se hace hincapié en algunas técnicas específicas.

Las construcciones con el doblado y rasgado de papel tienen grandes ventajas para la enseñanza de otros temas, por ejemplo, se pueden realizar clasificaciones de los triángulos en equiláteros, isósceles y escalenos; experimentar y comprobar que los lados opuestos de un rectángulo son iguales. Al realizar estas comprobaciones, de manera natural se introduce a los niños en el manejo de los ejes de simetría de esas figuras.

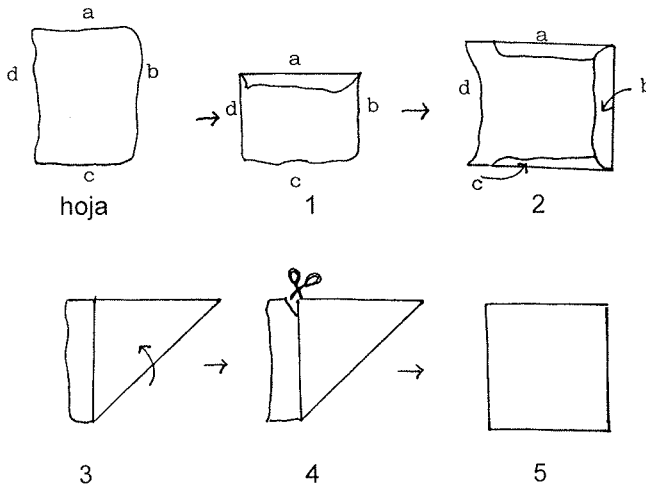
Los materiales que se necesitan son hojas de papel periódico, papel estraza o cartoncillo. Se describe a los alumnos cómo se van construyendo las figuras al ir doblando el papel y posteriormente rasgarlo. Una vez mostrado del procedimiento, podemos solicitar a los niños que elaboren algunas figuras chicas y grandes y las vayan clasificando según el número de lados, en triángulos y cuadriláteros y por la igualdad de sus lados en rectángulos y cuadrados.

Una forma de verificar esta igualdad es que los alumnos midan con un hilo la longitud de los lados y lleguen a la conclusión de que algunos de ellos son iguales. Al hacer la clasificación podemos preguntarle al niño el por qué lo hizo de esa manera.

La primer figura geométrica que pueden construir los alumnos es un cuadrado con una hoja de papel que tenga un contorno irregular.

El procedimiento es el siguiente:

1. Doble el lado **a** formando una línea recta horizontal.
2. Doble de la misma manera el lado **b** y **c** para obtener una figura regular.
3. Doble de manera diagonal el lado **b** con el lado **a**, formando un triángulo.
4. Recorte sobre el borde como se muestra.
5. Figura terminada.

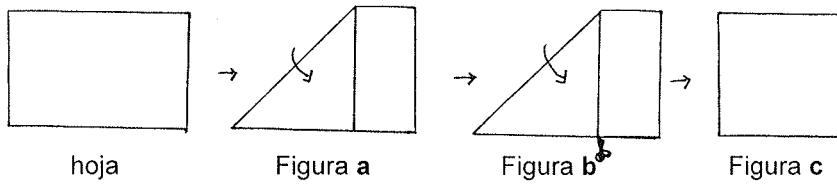


Si la hoja de papel es rectangular, el cuadrado resulta más sencillo

Instrucciones.

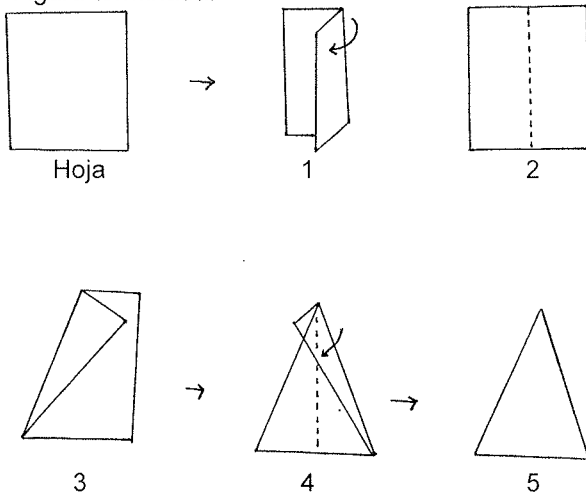
1. Doble la hoja de papel de manera diagonal como se muestra en la figura **a**.

2. Recorte sobre el borde el sobrante de la hoja como se muestra en la figura **b**.



Para la construcción de un triángulo isósceles podemos usar una hoja rectangular y hacer lo siguiente:

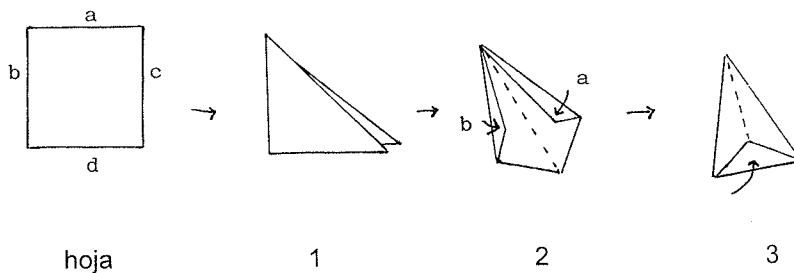
1. Ya que se tiene la hoja rectangular, doble a la mitad.
2. Marque bien el eje de simetría mediante el doblar y desdoble la hoja.
3. Doble en forma diagonal hacia atrás, tomando como referencia el eje de simetría.
4. Repita la actividad anterior, pero ahora del lado opuesto.
5. Figura terminada.



También podemos utilizar una hoja cuadrada donde el doblado básico toma como referencia una de las diagonales del cuadrado.

El procedimiento es el siguiente:

1. Doble el cuadrado en forma diagonal como se muestra en la figura 1.
2. Doble hacia adentro el lado **a** y el lado **b** tomando como referencia el eje de simetría marcado en el doblado.
3. Doble hacia arriba como se muestra en la figura No. 3.

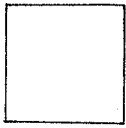


Para la construcción del triángulo equilátero se necesita una hoja en forma de cuadrado conforme se muestra en la siguiente gráfica.

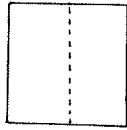
Instrucciones:

1. Doble a la mitad y desdoble la hoja.
2. Doble hacia arriba tomando como referencia el vértice y corte donde se indica.
3. Doble hacia adentro.
4. Desdoble la hoja y doble como se muestra en la figura 4 tomando como referencia el eje de simetría y el vértice.
5. Vuelva a doblar por donde se marcaron los dobleces, para obtener la figura 5.
6. Doble hacia arriba.

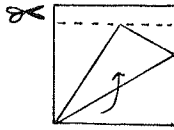
7. Doble hacia el centro.
8. Figura terminada.



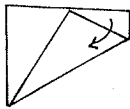
hoja



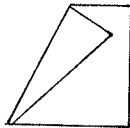
1



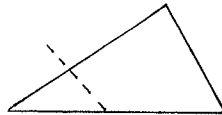
2



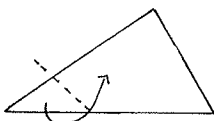
3



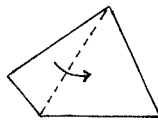
4



5



6



7



8

La construcción de trapecios y rombos se puede ir formando con la combinación de triángulos, rectángulos o cuadrados. Por ejemplo: formar un rombo con la unión adecuada de dos triángulos equiláteros o dos isósceles del mismo tamaño; el trapecio isósceles con un cuadrado o un rectángulo y dos triángulos rectángulos o bien, al doblar una punta del triángulo equilátero lo podemos obtener.

Cuando los niños reconocen el procedimiento para la construcción de las figuras geométricas, es conveniente que realice varias de varios tamaños, las coloreen y las peguen en sus cuadernos, acomodándolas en cierta forma, por ejemplo, formar pinitos con triángulos, un trenecito con rectángulos y círculos y todo aquello que el niño pueda formar manifestando su creatividad.

4.10 Construcción de motivos Geométricos.

El propósito de estas actividades es reafirmar los conocimientos estudiados anteriormente y contribuir al desarrollo de la creatividad del alumno.

Los niños pueden elaborar figuras con distintas formas geométricas utilizando el doblado de papel. Por ejemplo, construir un muñeco exclusivamente con cuadrados y rectángulos, otro con cuadrados y triángulos equiláteros, otro con triángulos isósceles de diferente tamaño. Se sugiere que cada una de estas figuras el niño las pegue en su cuaderno, les dibuje un ambiente determinado, les ponga un nombre o les escriban un título a sus dibujos.

Se pueden armar paisajes y contar por ejemplo, cuantos círculos, cuadrados o triángulos contiene.

Haciendo uso del doblado de papel, los alumnos pueden construir figuras y pegarles una pestaña, como por ejemplo , un avión, barco, palomas, casas, etc., y armar con ellos una pequeña compañía de teatro y realizar algunas funciones.

4.11 El Geoplano.

Los materiales que se necesitan para su construcción son una tabla de madera cuadrada de 20 cm de lado y clavos chicos. Sobre la tabla se trazan líneas paralelas a sus lados con una separación de 2 cm entre cada una de ellas. Con estas líneas se forma una cuadrícula y en cada una de sus intersecciones se clavan los clavos.

Con hilos o ligas de colores se forman distintas figuras: triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos y trapecios de diferentes tamaños. Además de estas figuras, los niños pueden formar líneas rectas en distintas posiciones y crear figuras con la combinación de triángulos, rectángulos, cuadrados, trapecios y rombos.

Los alumnos pueden formar por ejemplo, un triángulo con ligas y posteriormente hacer otros colocados en distintas posiciones, a su derecha o izquierda, arriba o abajo, de cabeza, lo que equivale a realizar algunas traslaciones o rotaciones de la figura. Esto ayuda a que los alumnos las vayan reconociendo en diferentes posiciones.

4.12 Actividades Complementarias.

4.12.1 Construcción de figuras geométricas con tiras de madera o cartón.

Esta actividad consiste en que los alumnos construyan figuras geométricas con tiras de madera o cartón de diferentes tamaños. Por ejemplo, a tres tiras de madera se les hacen hoyos en sus extremos y se unen con algún tornillo, clavo o se amarran con hilo resistente.

Los alumnos pueden experimentar la rigidez del triángulo (no se deforma) . También pueden experimentar que no siempre es posible trazar un triángulo con cualesquiera tres maderitas; la razón es que la suma de las longitudes de dos lados de un triángulo siempre es mayor que la longitud de su tercer lado. Razón que por el momento no es conveniente manejar con los alumnos.

Al construir un cuadrilátero, se puede mostrar a los alumnos que es posible variar la forma de la figura, por ejemplo un rectángulo, y obtener otra distinta, un paralelogramo. Nuevamente, en esta actividad, se necesita tener presente que para la construcción del cuadrilátero la suma de las longitudes de tres lados debe ser mayor que la longitud de la cuarta.

Podemos pedir a los alumnos que realicen algunos movimientos y transformen un cuadrado en un rombo y viceversa, un rectángulo en un paralelogramo y viceversa. Que expliquen lo que observan al realizar estos movimientos.

4.12.2 Calcado de figuras geométricas.

Esta actividad ayuda principalmente a que el alumno vaya reconociendo los lados de un polígono.

Se sugiere que los niños calquen figuras formadas con rectángulos, triángulos o cuadrados.

4.12.3 Collage.

El profesor solicita a sus alumnos recortes de periódico, revistas o papel de colores para construir las figuras geométricas y hacer con ellas un collage.

Se puede pedir que rellenen con ellas un avión, un barco, una figura humana o bien que realicen un diseño libre.

4.13 Reproducción de figuras geométricas.

Se sugiere que los alumnos dibujen cuadrados, rectángulos y círculos tomando como molde las caras de diversos objetos (cajas, botes, empaques, etc.).

Esta actividad la podemos trabajar en equipos y a cada uno de ellos le hacemos entrega de tres o cuatro objetos con formas diferentes. Cada alumno elige un objeto, apoya sobre una hoja una de sus caras y dibuja el contorno.

Cuando todos terminan, los equipos intercambian los objetos y los contornos de las caras. Los alumnos toman después una de las hojas y buscan entre todos los objetos el que se utilizó para hacer el dibujo.

Esta actividad la podemos repetir varias veces, hasta que los alumnos identifiquen tres o cuatro caras con forma diferente.

4.14 Clasificación de figuras.

Los alumnos del primer ciclo de educación primaria están en posibilidad de clasificar figuras por tamaños, por el número de lados, por el número de vértices (puntas o esquinas), separando las que tienen todos sus lados rectos (derechitos) de las que tienen lados curvos (redonditos), las que se parecen y las que no se parecen, etc.

Aunque los alumnos llamen puntas o esquinas a los vértices de las figuras, es conveniente que se utilice, de manera natural, del término correcto, señalando que estas puntas o esquinas también se llaman vértices. Con el tiempo los niños irán empleando este término adecuadamente.

Estas actividades permitirán que al finalizar el curso, los alumnos reconozcan cuadrados, triángulos, rectángulos y círculos en objetos del entorno y que utilicen los términos adecuados para nombrar los distintos elementos que constituyen una figura, a la vez que reconozcan algunas de sus características.

4.15 Reproducción de mosaicos.

Esta actividad favorece el desarrollo de la percepción geométrica con actividades en las que los niños visualizan y reproducen figuras geométricas que se forman con triángulos, en los libros de texto se plantean muchos modelos referentes a este trabajo.

Esta actividad se hace compleja al emplear en el dibujo además de las líneas horizontales y verticales, el trazo de líneas inclinadas.

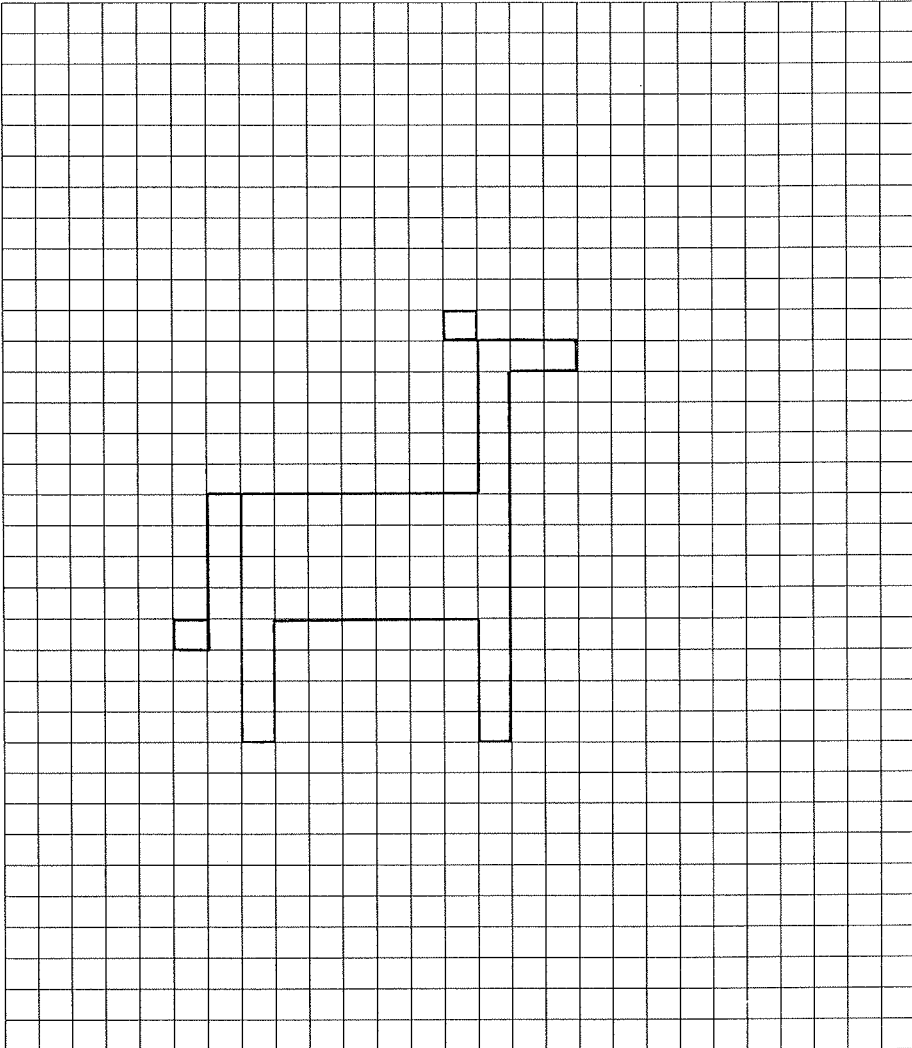
4.16 Reproducción de figuras en retículas

(hojas cudriculadas, trianguladas o punteadas)

Para los alumnos del primer ciclo de educación primaria, esta actividad no resulta muy sencilla al inicio. Les es difícil, por ejemplo, ubicar el cuadrito por el que deben empezar a hacer su trazo.

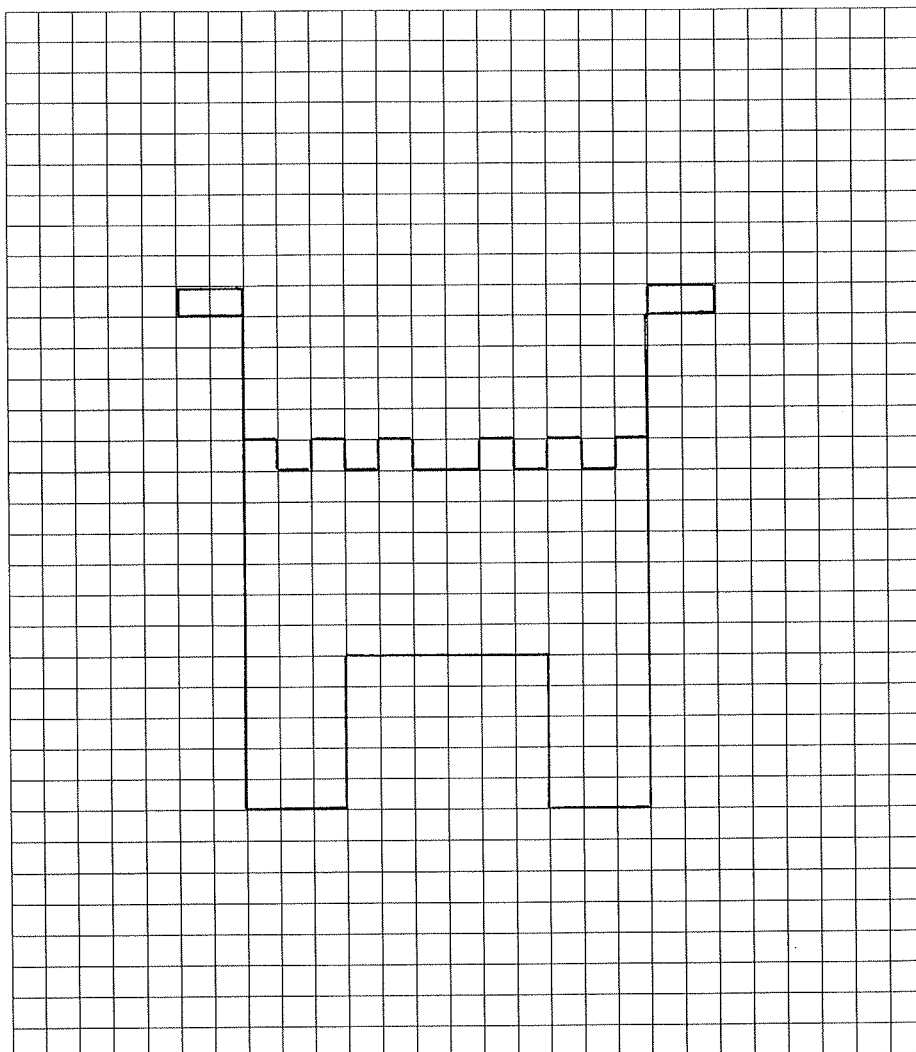
Es necesario que en los primeros ensayos se les ayude trazando una de las líneas del dibujo para que ellos puedan continuar. En las páginas siguientes mostramos algunas figuras en retículas, ya que estas actividades también favorecen el desarrollo de la percepción geométrica en los niños. El profesor puede partir de estos modelos y diseñar otros, para que sus alumnos los reproduzcan en retículas cuadriculadas o punteadas.

Reticula cuadriculada No. 1



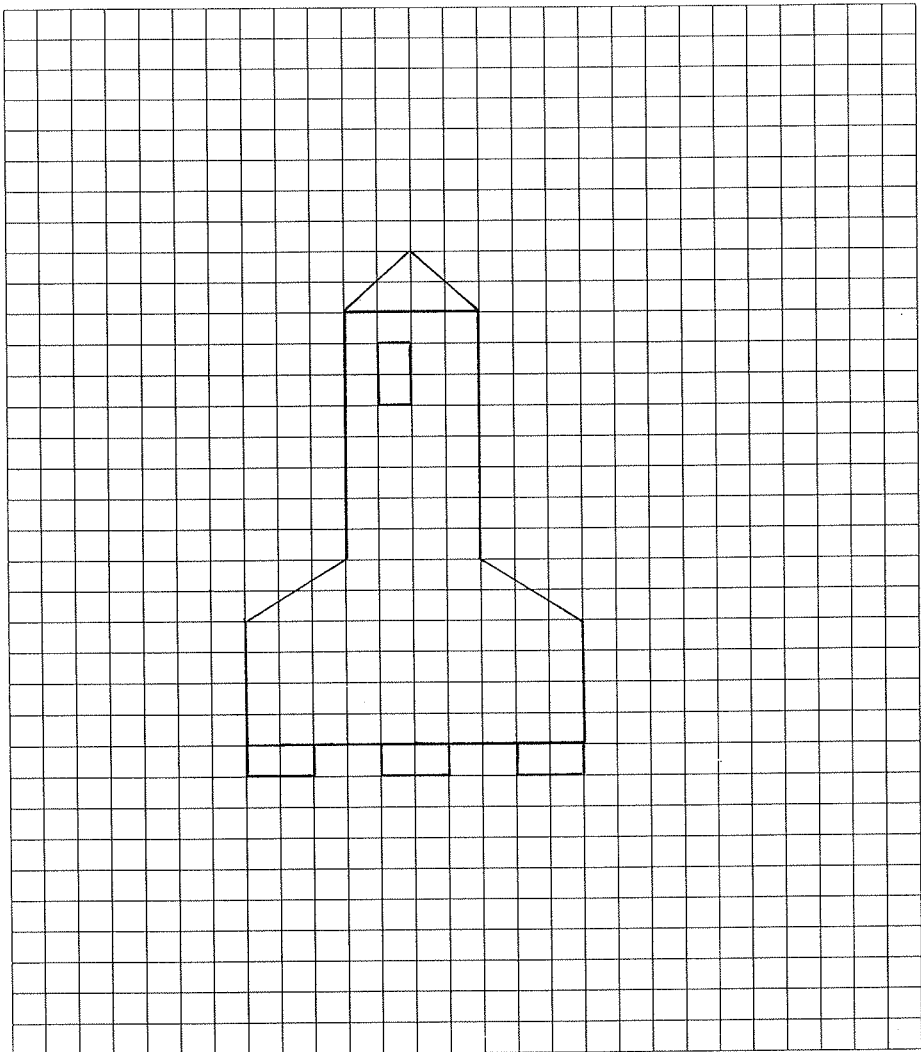
La Jirafa

Retícula cuadrada No. 2



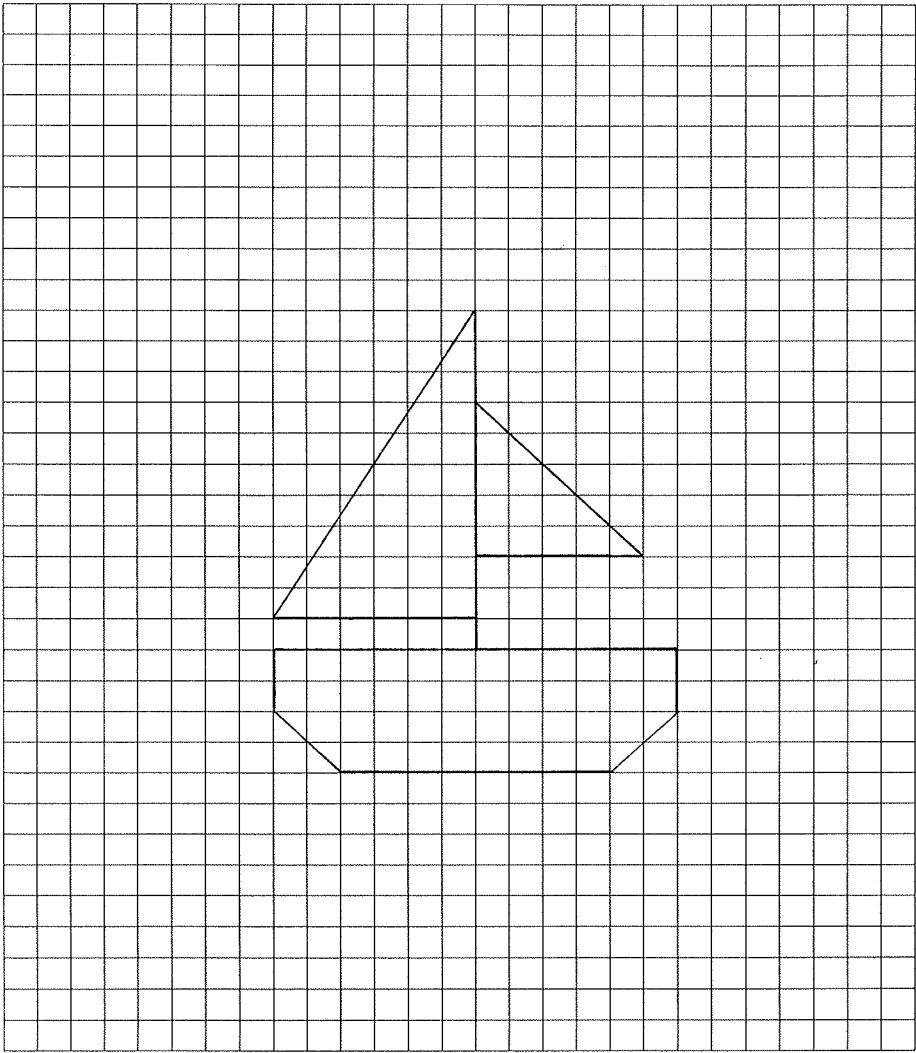
El castillo

Retícula cuadriculada No. 3



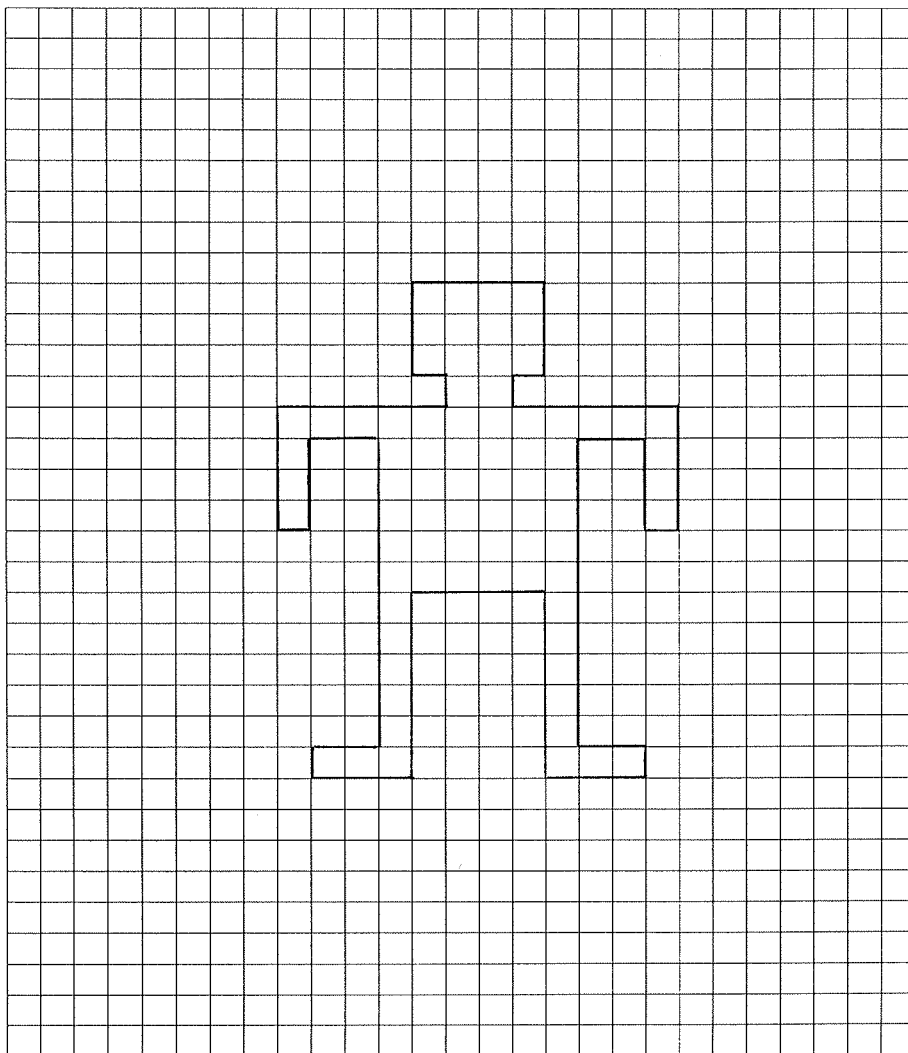
El cohete

Reticula cuadriculada No. 4



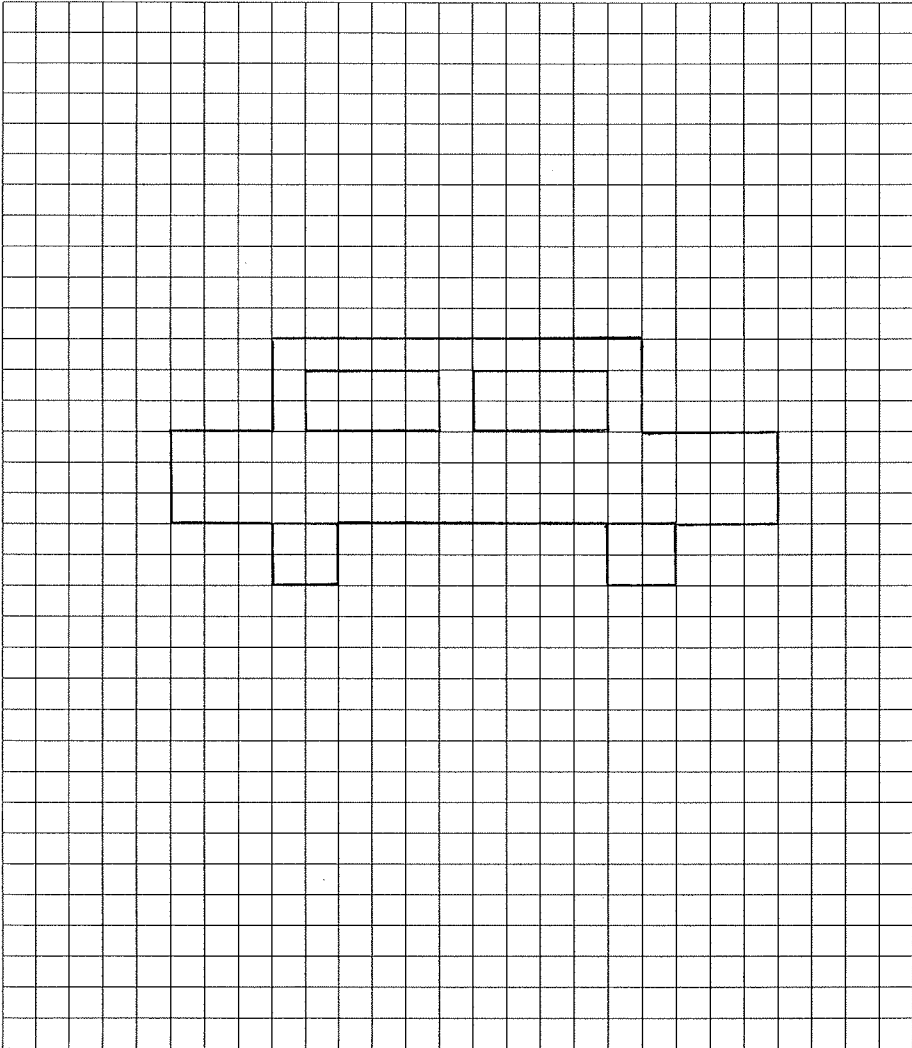
El velero

Retícula cuadriculada No. 5



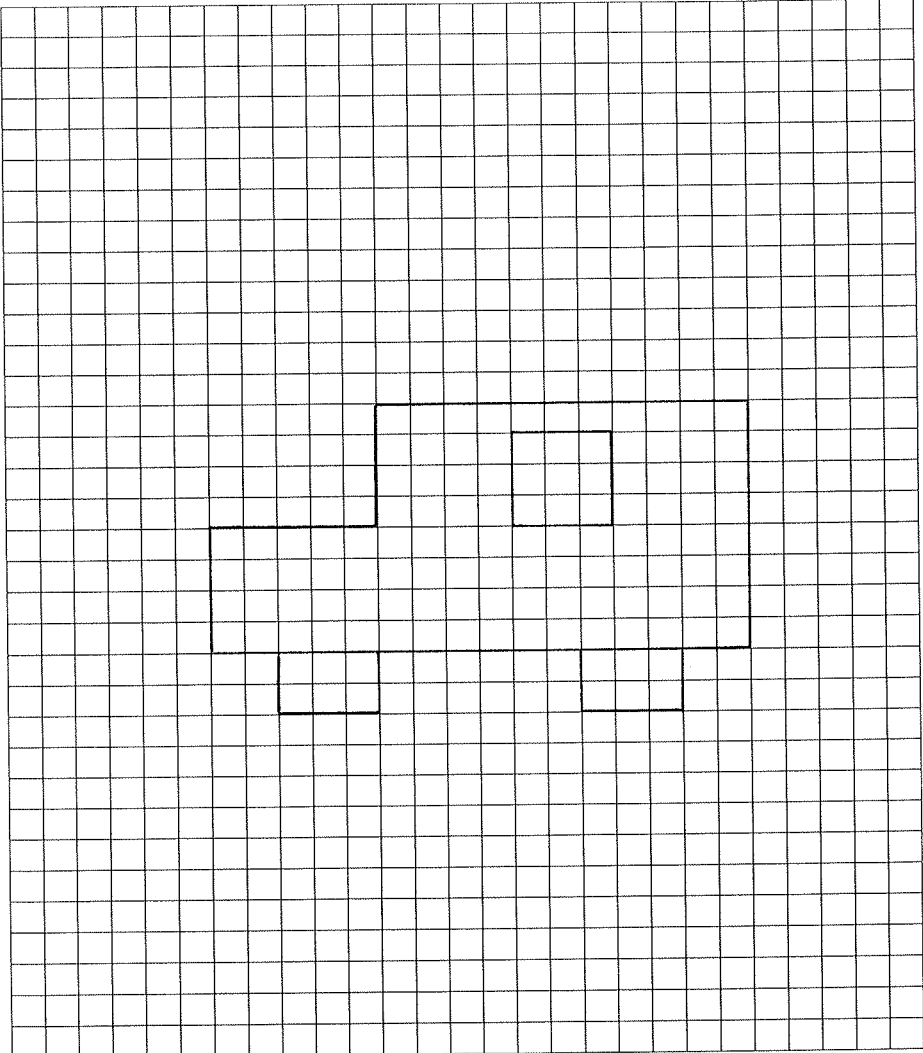
El robot

Retícula cuadriculada No. 6



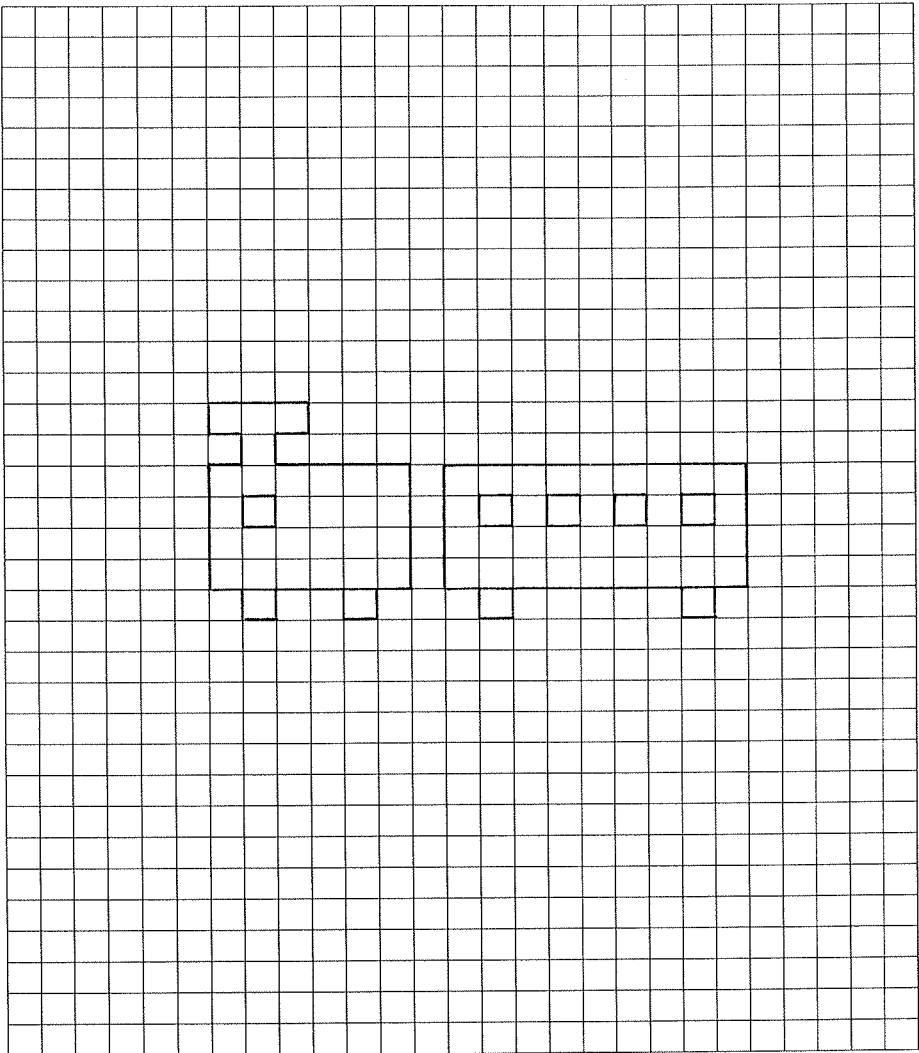
El coche

Reticula cuadriculada No. 7



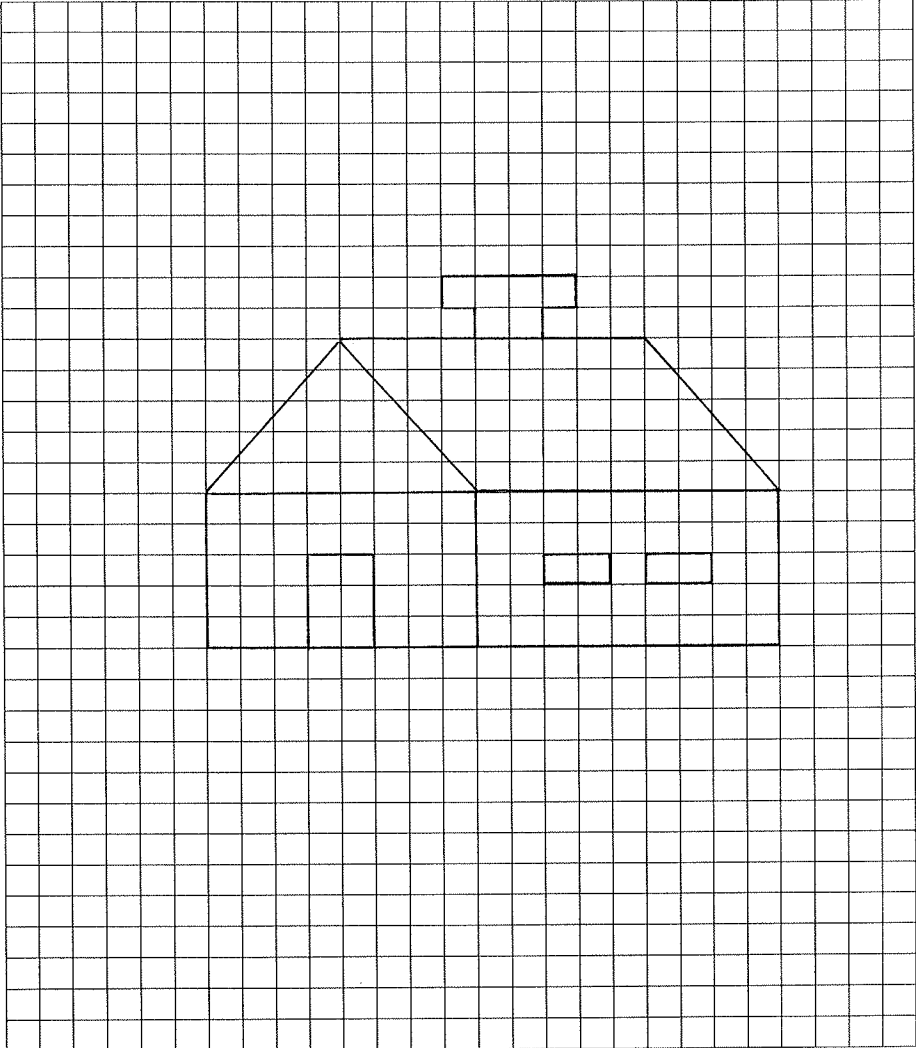
La camioneta

Reticula cuadriculada No. 8



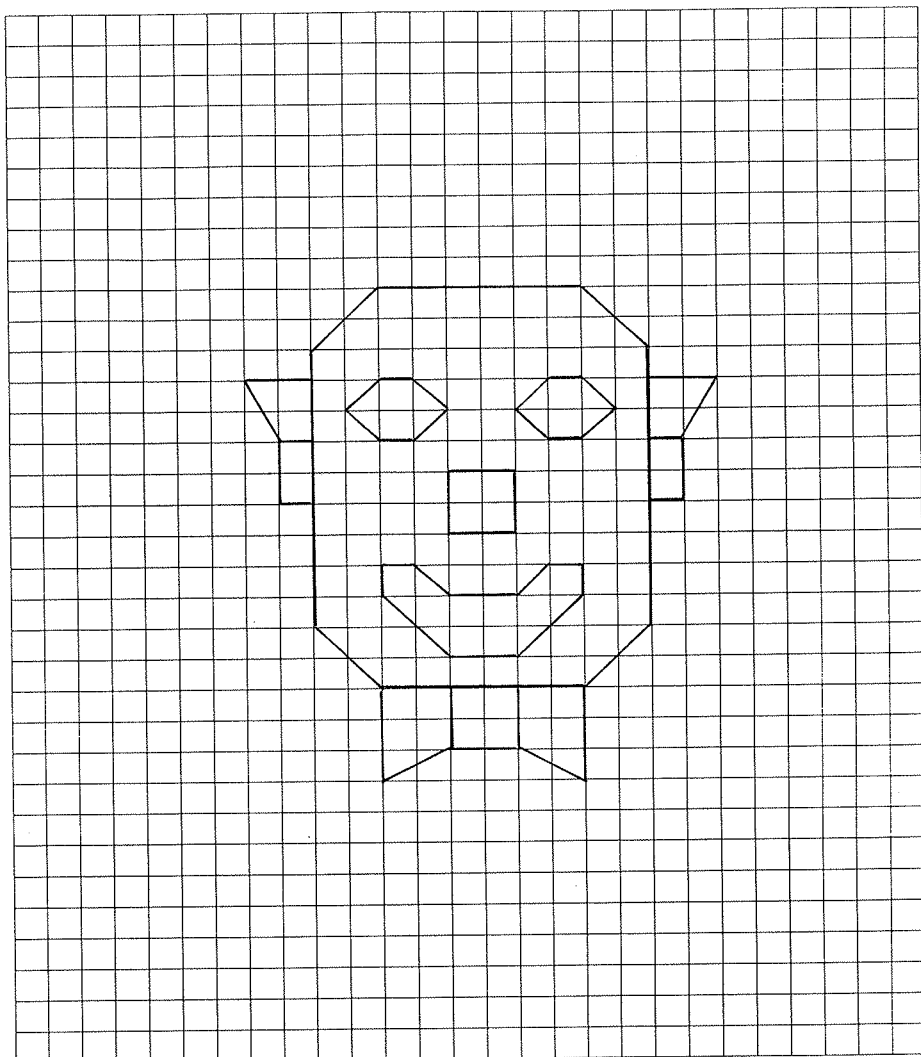
El Trencito

Retícula cuadriculada No. 9



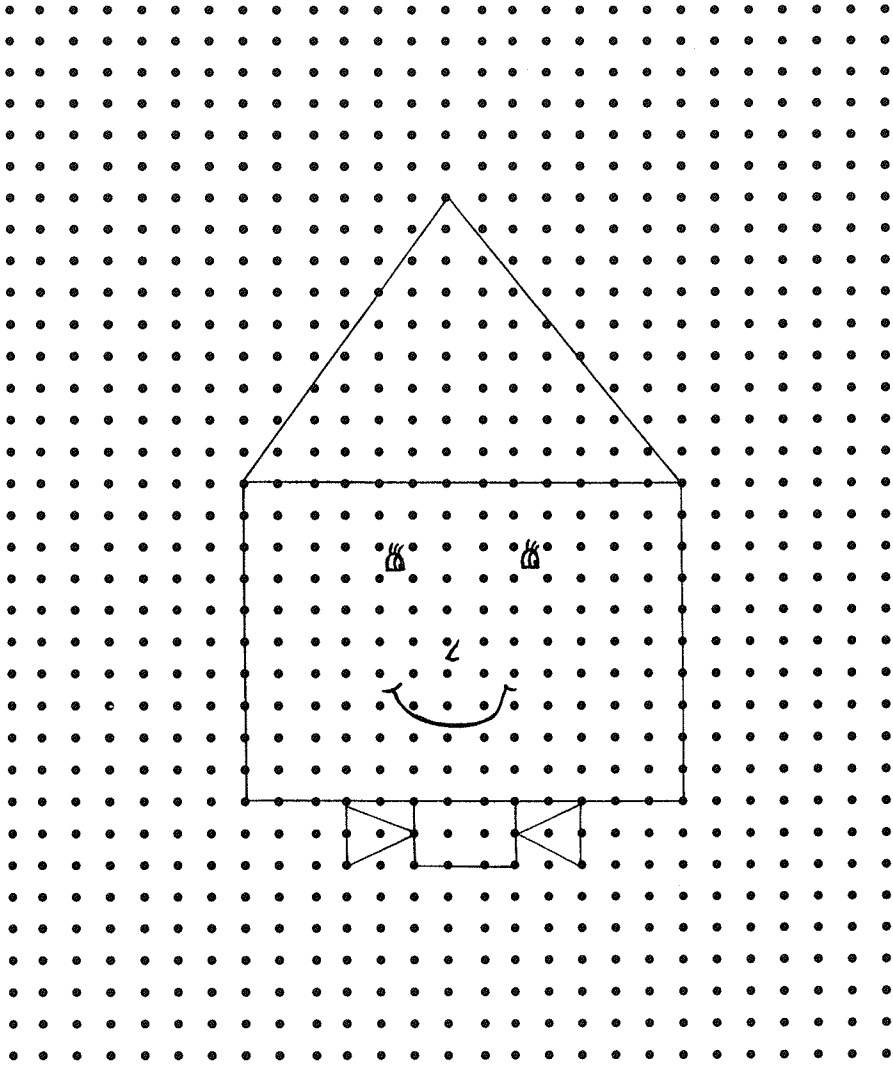
La Casita

Retícula cuadriculada No. 10



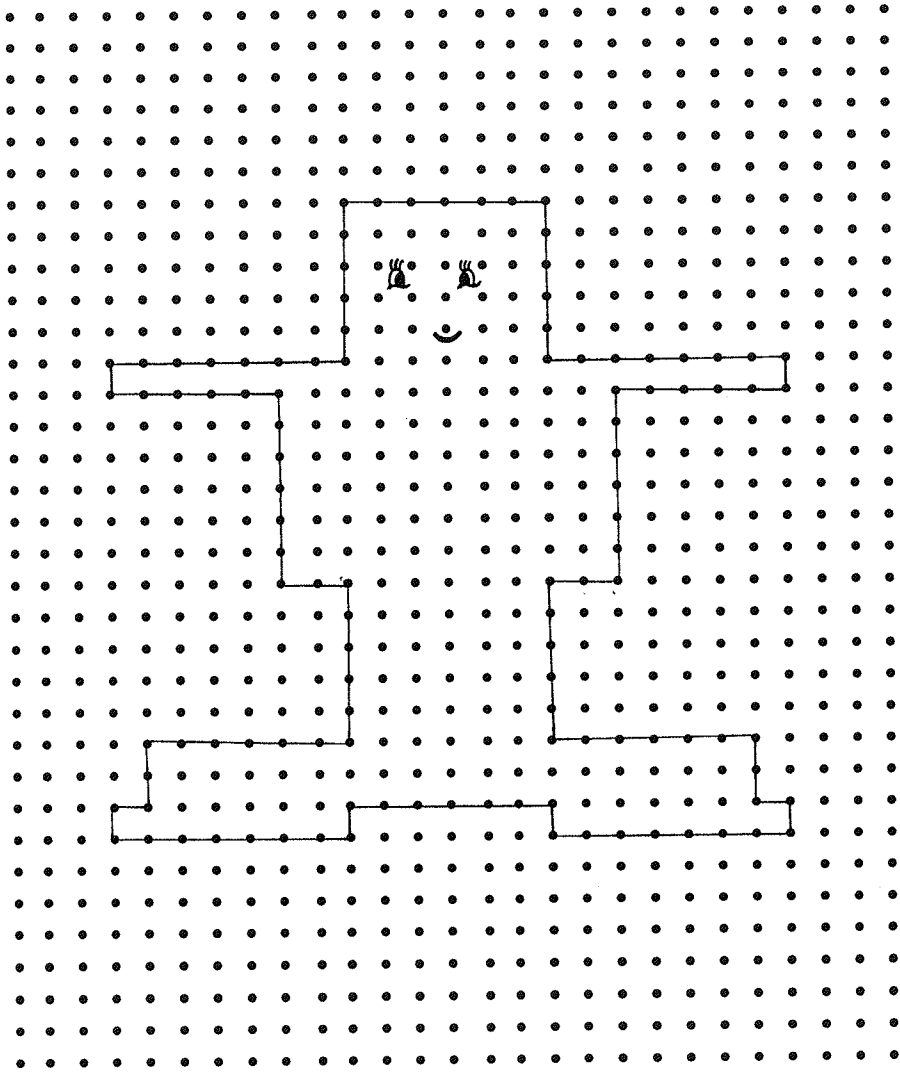
La Cara.

Retícula punteada No. 1



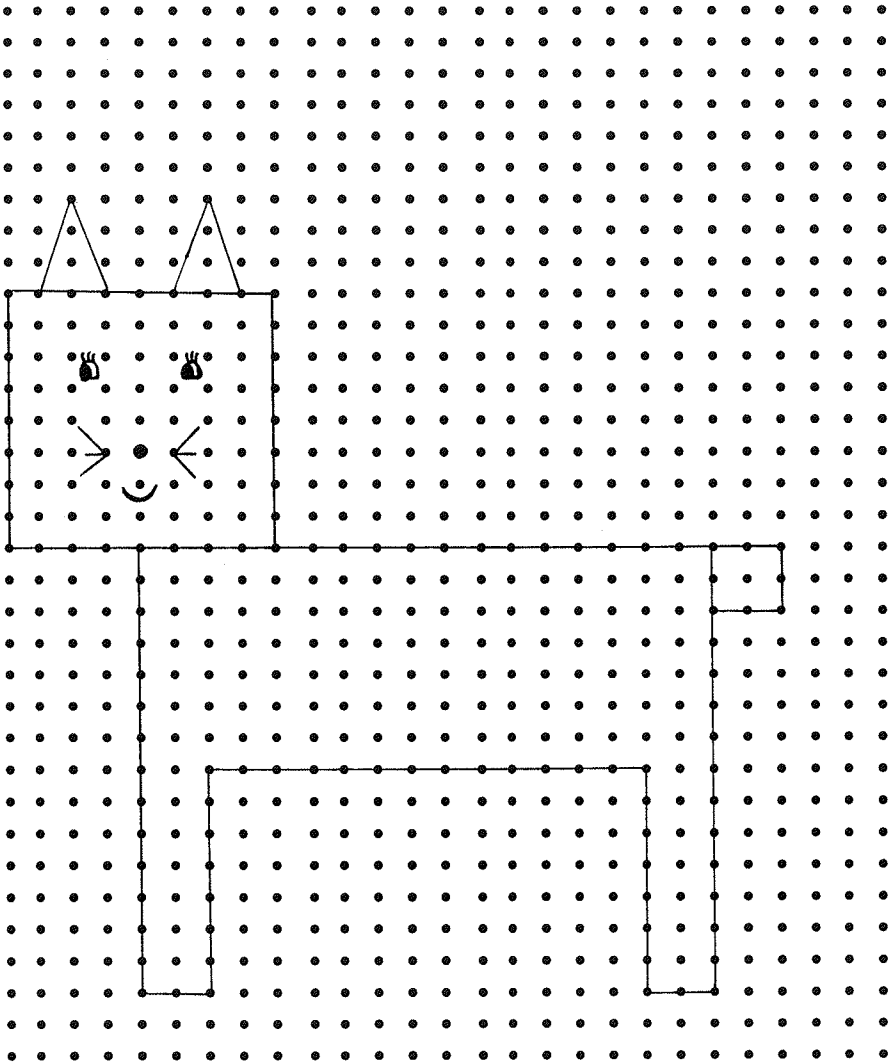
El payasito

Reticula punteada No. 2



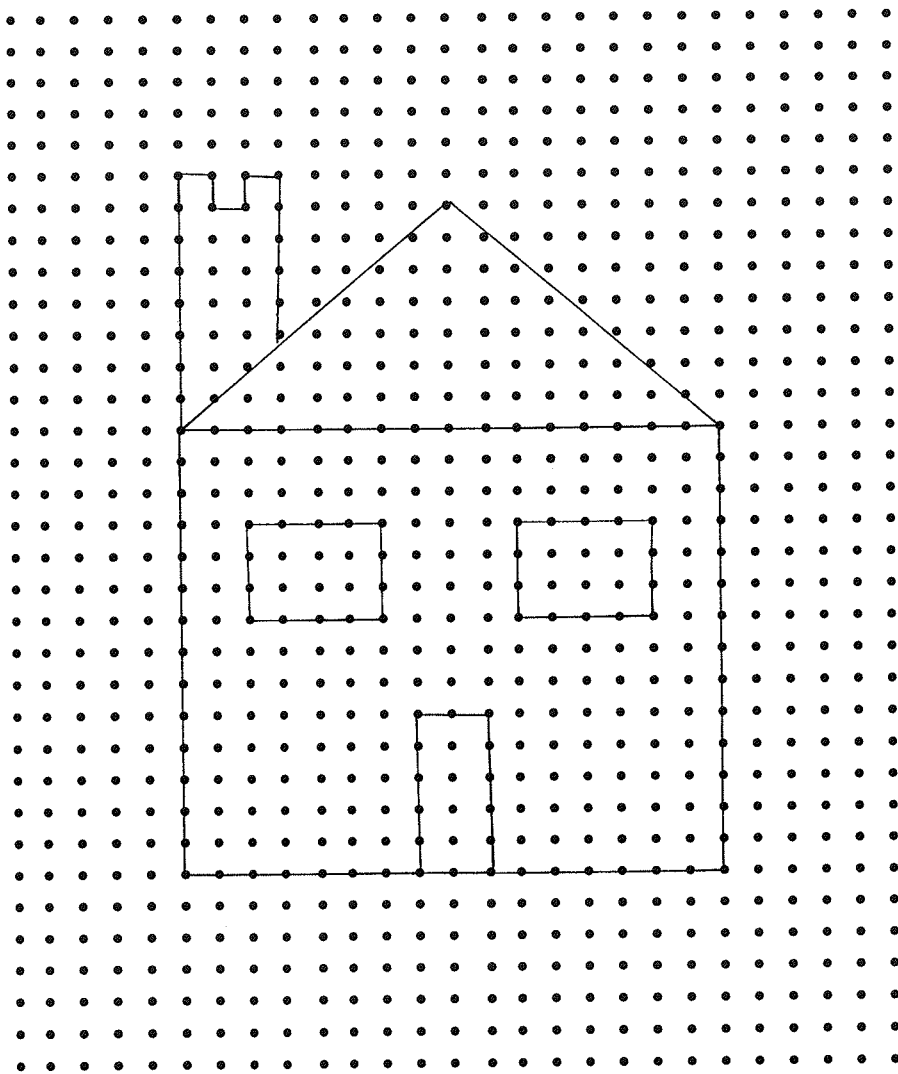
El muñeco

Retícula punteada No. 3



El gato

Retícula punteada No. 4



La casa

4.17. Rompecabezas.

"El armado de rompecabezas además de contribuir al desarrollo de la ubicación espacial favorece el desarrollo de la percepción geométrica de los alumnos.

Los cortes de las piezas de los rompecabezas que se proponen para el primer ciclo de educación primaria en algunos casos tienen formas diferentes y en otros son iguales. Cada rompecabezas contiene una imagen que los alumnos deberán reproducir al ubicar las piezas en un lugar determinado.

Ensamblar piezas de distintas formas es más fácil que ensamblar piezas de la misma forma, ya que en el primer caso, el alumno cuenta con dos indicadores: la imagen y la forma de los cortes, que le permiten saber si la pieza está o no colocada en el lugar correcto.

En cambio, en el caso de los rompecabezas con piezas iguales los alumnos sólo pueden saber si la pieza está bien colocada observando las imágenes. Por ejemplo, si las piezas son 6 cuadros iguales, éstos se pueden ensamblar uno junto al otro en cualquier posición, sólo que la imagen del modelo se reproducirá cuando estén colocados en el lugar adecuado."⁷

La profesora Irma Fuenlabrada y otros autores de la propuesta *Juega y Aprende Matemáticas*, sugieren que se utilicen dos dibujos de cada rompecabezas, uno recortado y otro como modelo, además que los cortes sean a veces regulares y otras veces irregulares.

⁷ SEP. (1994) Libro para el Maestro Matemáticas. Primer Grado. p. 42

Nosotros consideramos que el maestro puede diseñar una gran variedad de rompecabezas e incluso trabajar con ellos en el tiempo de recreo, para que los niños jueguen y se diviertan.

Asimismo, creemos que se pueden correlacionar este tipo de actividades, con contenidos de otras asignaturas como por ejemplo, formar con cuadrados, rectángulos o triángulos; rompecabezas donde las imágenes representen por decir una planta, alimentos, la figura de un personaje histórico, el cuerpo humano, el escudo nacional, una forma de prevenir un accidente (rompecabezas No. 2), un medio de transporte (rompecabezas No. 4), un animal vivíparo (rompecabezas No. 5) y otros, tantos como el maestro quiera haciendo uso de su creatividad.

A continuación mostramos algunos modelos de rompecabezas.

Rompecabezas No. 1

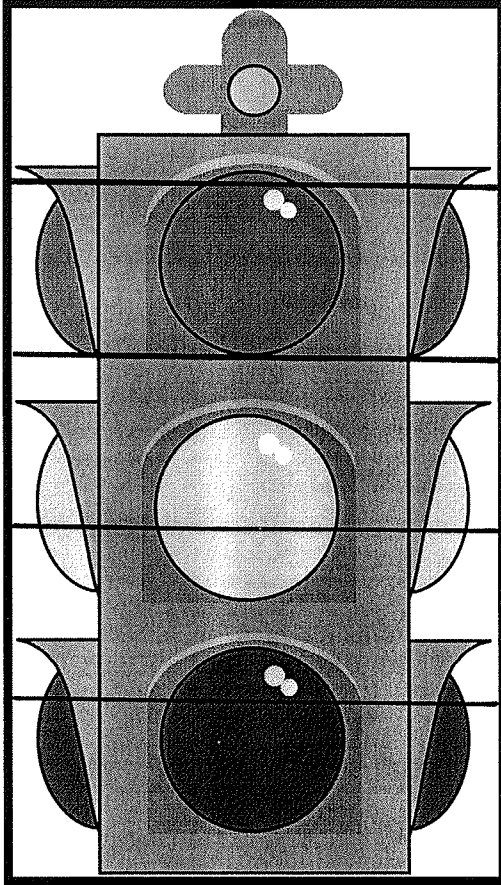
El salón de clases



En este rompecabezas se ensamblan piezas de igual forma y mediante la observación de la imagen, el docente puede trabajar el contenido referente a la interpretación de las relaciones espaciales (adelante de, atrás de, a la derecha de, a la izquierda de, enfrente de).

Rompecabezas No. 2

El semáforo



Este rompecabezas es un apoyo para trabajar el reconocimiento de la importancia de establecer y practicar medidas en la prevención de accidentes.

En el se ensamblan rectángulos.

Rompecabezas No. 3

El deportista

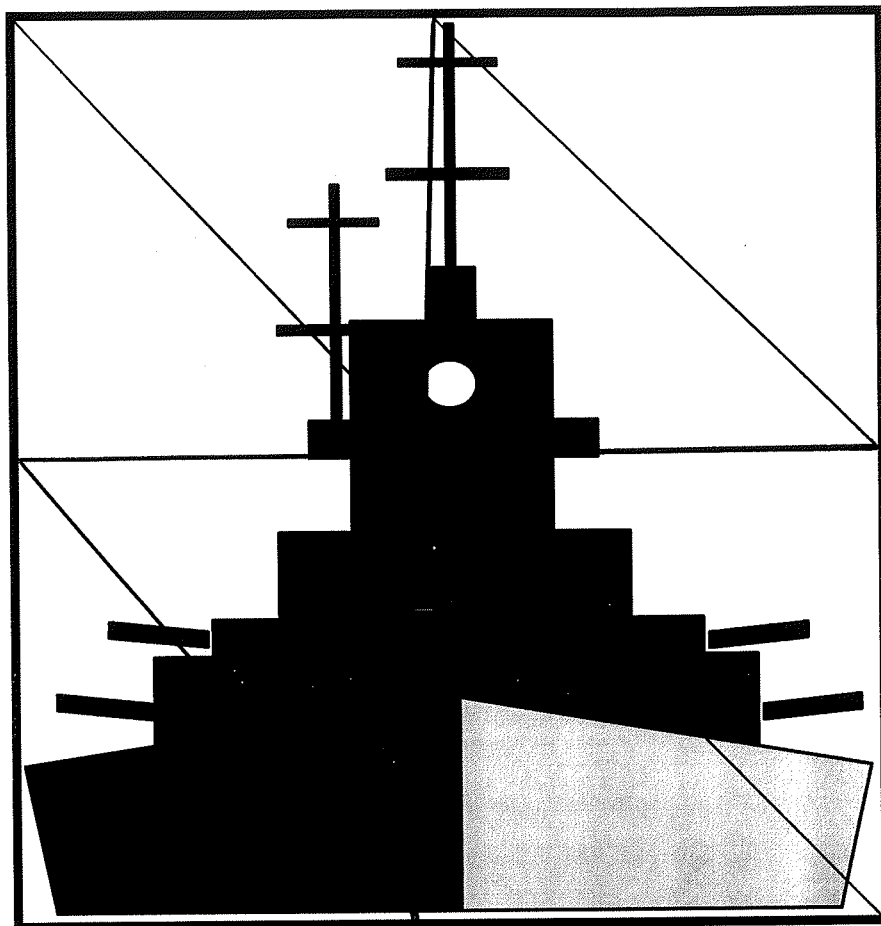


En este rompecabezas el alumno ensambla piezas de formas distintas.

El profesor puede hacer resaltar la importancia del deporte en el desarrollo del Ser humano.

Rompecabezas No. 4

El barco

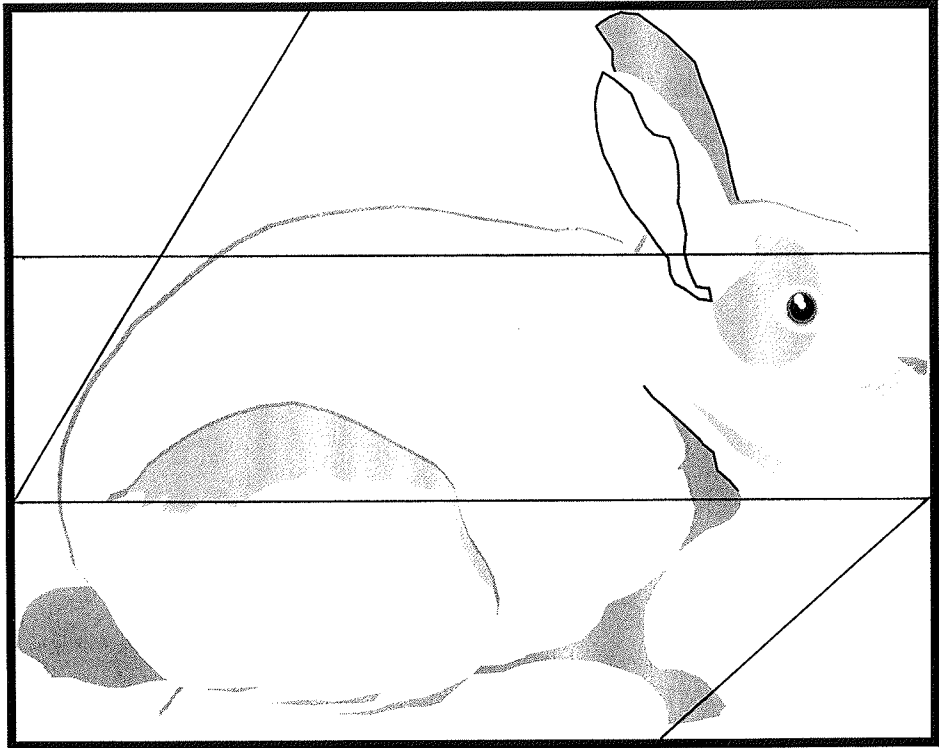


Este rompecabezas es un apoyo para trabajar contenidos referentes a medio de transporte marítimos, considerando la importancia que éstos representan para el hombre.

En el se ensamblan triángulos.

Rompecabezas No. 5

El conejo.



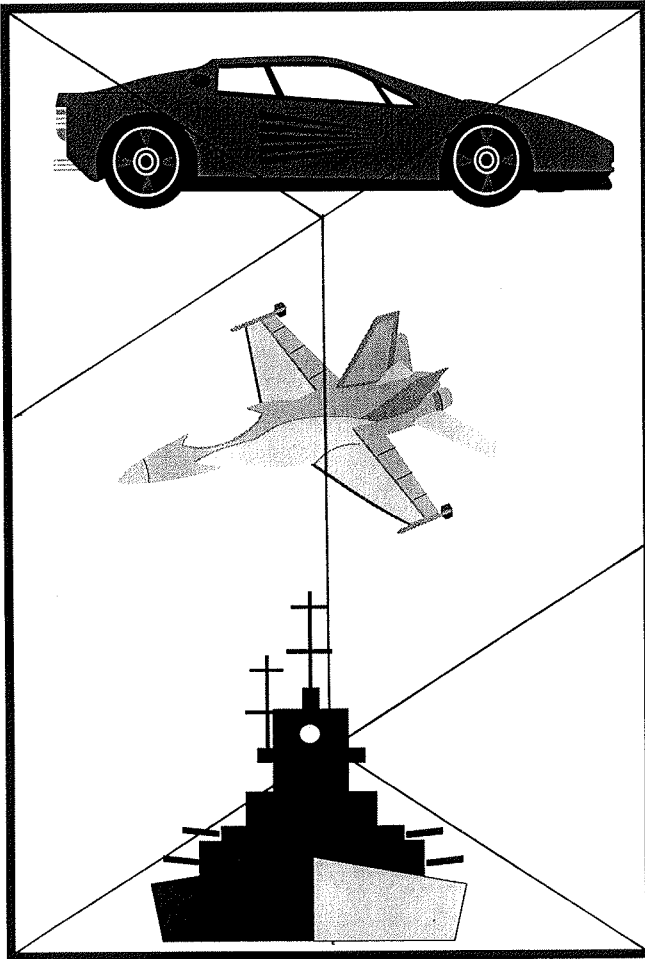
Este rompecabezas se presenta debido a que en el Primer ciclo de educación primaria, se trabajan contenidos referentes a los animales, dentro de los cuales se analiza el nacimiento de los mismos. Animales ovíparos y animales vivíparos.

En el se ensamblan triángulos y trapecios.

Rompecabezas No. 6

Medios de Transporte.

Nos sirve como apoyo para trabajar los tipos de medios de transporte. Se ensamblan triángulos y romboides.

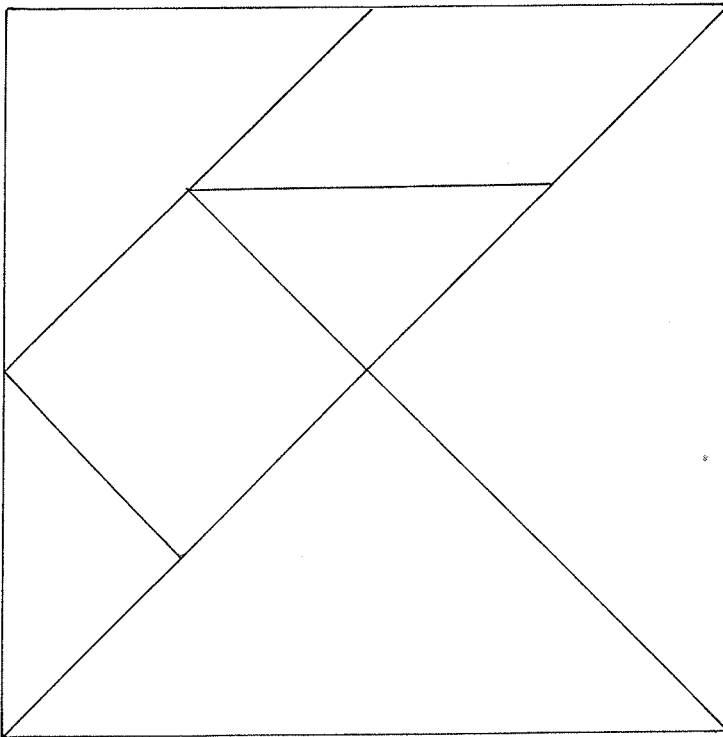


4.17.1 Tangram.

El tangram consta de siete figuras geométricas; un romboide, un cuadrado, y cinco triángulos de diferentes tamaños.

Con estas piezas los niños reproducen los modelos que se presentan en su libro de texto y algunos otros que el maestro les proporcione. Se forman peces, patos, casitas, tantos como el propio alumno pueda imaginar.

Modelo del tangram.



Otra actividad que se realiza con las piezas del tangram, es que los niños formen figuras geométricas, estas actividades constan de dos partes.

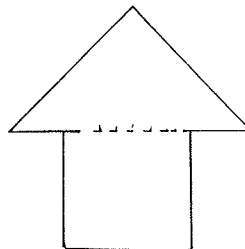
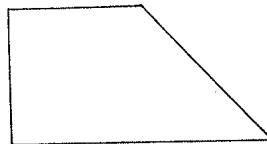
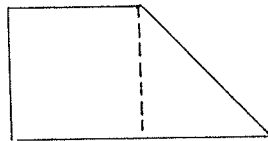
“En la primera parte los niños dibujan y arman rompecabezas con dos piezas del tangram.

En la segunda parte arman rompecabezas con todas las piezas del tangram, usando un modelo en el que está indicada la ubicación de todas las piezas.

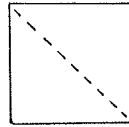
Figuras formadas con dos piezas.

Primera parte.

- 1.- El profesor organiza a los niños en parejas.
- 2.- Entrega a cada pareja un tangram y hojas blancas.
- 3.- Uno de los niños de cada pareja se voltea para que no vea lo que hace su compañero.
- 4.- El otro niño de la pareja toma dos piezas cualesquiera del tangram y las junta para formar una figura.
- 5.- Sobre una hoja blanca marca el contorno de esa figura.
- 6.- Enseña la figura al niño que se volteó.
El niño que se volteó debe decir cuáles

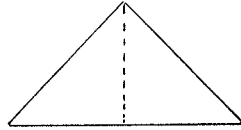


piezas usó su compañero para formar la figura. Si adivina gana un punto, si no, se anota un punto el compañero que hizo el contorno de la figura.



7.- para continuar el juego el niño que se volteó es quién hace la figura.

8.- El juego termina cuando cada niño haya dibujado diez contornos.



9.- Gana el niño que haya acumulado más puntos.

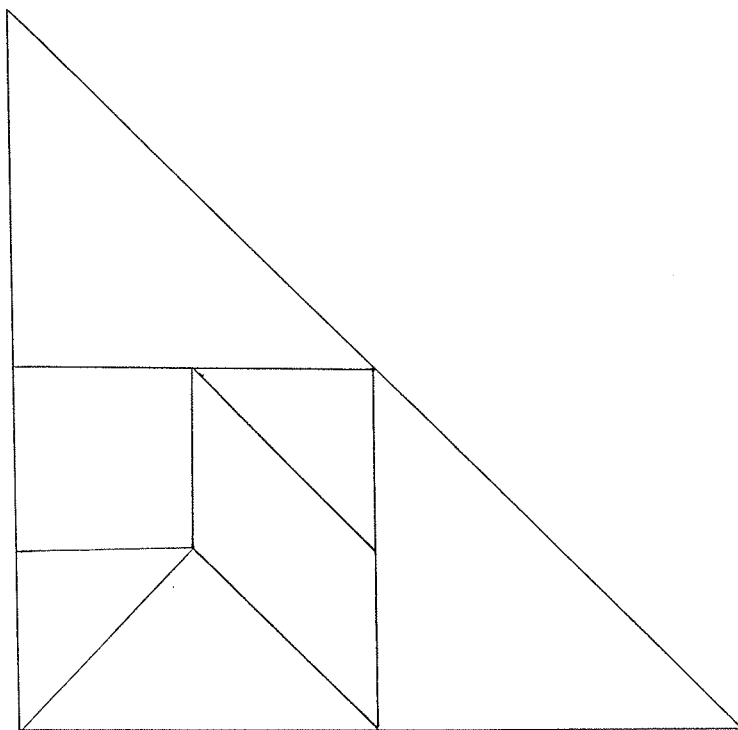
Figuras formadas con todas las piezas del Tangram.

Segunda parte.

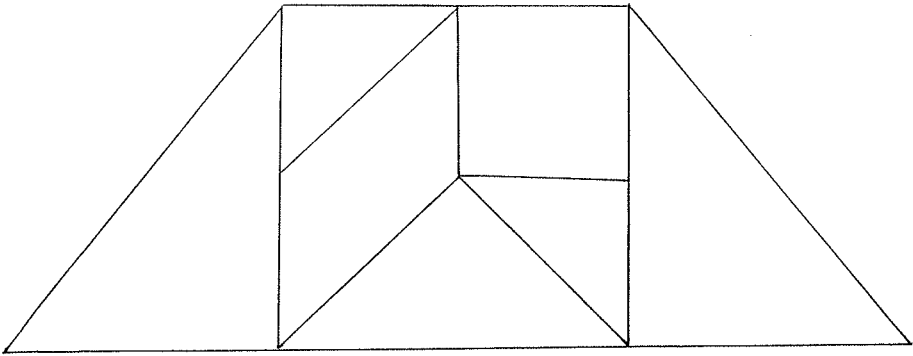
1. El profesor organiza al grupo en parejas y entrega a cada una un tangram y uno de los modelos que aparecen en las páginas siguientes.
2. Cada pareja trata de colocar dentro del modelo todas las piezas del tangram. Cuando lo logran, intercambian su modelo con el de otra pareja.
3. Cuando los niños logran armar los modelos, el juego termina."⁸

⁸ SEP. (1991) Irma fuenlabrada. Et. al. Juega y Aprende Matemáticas. pp. 10-11

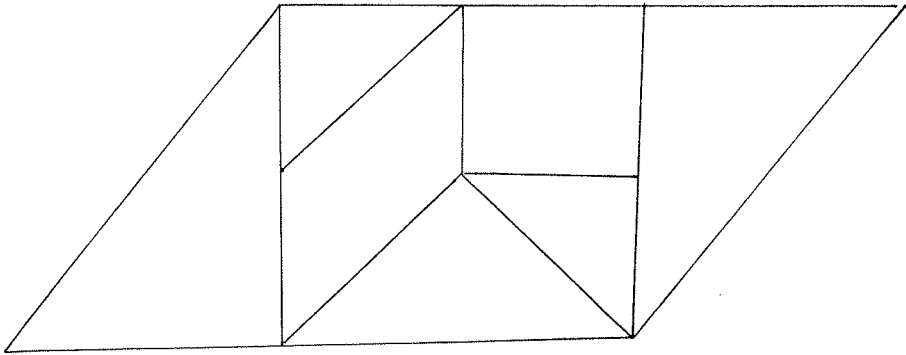
Las figuras geométricas que se forman con el tangram, aparte del cuadrado son las siguientes.



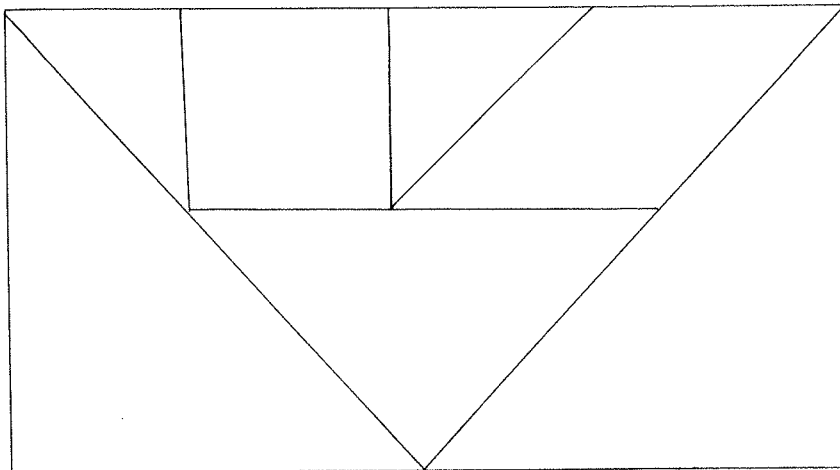
Triángulo



Trapezio



Romboide



Rectángulo

4.18 Carpetitas de papel.

En esta actividad se entrega una hoja de papel a cada niño y se le dice que con ella se va a hacer una carpetita, se va cuestionando a los niños con la pregunta ¿qué forma tiene la hoja?, escuchamos respuestas y continuamos explicándoles que para hacer la carpetita vamos a tener que doblar varias veces la hoja para que quede a la mitad.

Preguntamos - ¿por dónde tendremos que doblar la hoja para que quede a la mitad?.

Una vez que los niños hayan encontrado varias soluciones como: doblar en forma diagonal, vertical u horizontalmente, se propone el doblez, hacemos reflexionar a los niños acerca de la forma obtenida, que en algunos casos

será cuadrada y en otros rectangular, preguntándoles - ¿ cómo saben que es un cuadrado?, - ¿por qué no es un rectángulo?. Finalmente se hacen los cortes a la hoja y se desdobra.

4.19 Marcas en masa.

Esta actividad consiste en que los niños sobre una tabla o cartón extiendan masa y en ella marquen figuras geométricas, haciendo uso de diversos objetos.

Después de hacer las marcas se les pedirá a los niños que digan los nombres de cada una de las figuras, y posteriormente las dibujen en su cuaderno.

No hay que perder de vista la confrontación de las ideas y la comparación de las figuras geométricas.

4.20 Papirolas.

El doblado es la ocupación manual froeliana por excelencia y debe darse con suma cautela, eligiendo modelos fáciles, de rápida ejecución y con idea de movimiento, a aquéllos que van a formar parte de un armado o trabajo de conjunto para no caer en la ejercitación fría sin significado alguno para el niño.

Se inicia con ejercicios preparatorios que serán doblados simples y en forma progresiva se va aumentando el grado de dificultad.

En estos primeros doblados se vigila especialmente la manera de marcar los dobleces ya que este ejercicio no es fácil en sus comienzos.

En el doblado se manipula el papel coordinando la vista y la mano, al mismo tiempo desarrollando en el niño su creatividad y coordinación.

Sus pasos técnicos son los siguientes:

- Incentivar a los alumnos.
- Proporcionar el material para que se familiarice con él.
- Realizar el doblado mediante la técnica combinada.
- Iniciar con los doblados básicos utilizando cuadrados, rectángulos y círculos de tamaño adecuado.
- Doblar un cuadrado en forma horizontal.
- Doblar un cuadrado en forma vertical.
- Doblar un cuadrado en forma diagonal.
- Doblar un círculo en forma horizontal.
- Doblar un círculo en forma vertical.
- Doblar un rectángulo en forma horizontal.
- Doblar un rectángulo en forma vertical.
- Doblar un rectángulo en forma diagonal.
- Realizar los doblados con los niños marcando muy bien los pliegues con la uña.
- Proporcionar al niño material completo.
- Ambientar el doblado agregando elementos complementarios para no caer en la ejercitación fría.

Se sugiere usar papel flexible de color o también papel de desecho, iniciar con doblados simples y en forma progresiva ir aumentando el grado de dificultad, que el niño realice doblados libres de acuerdo a su edad, respetar la creatividad del niño y vigilar la formación de hábitos, que haya proporción de los doblados de un conjunto.

EL HONGUITO

Propósito.

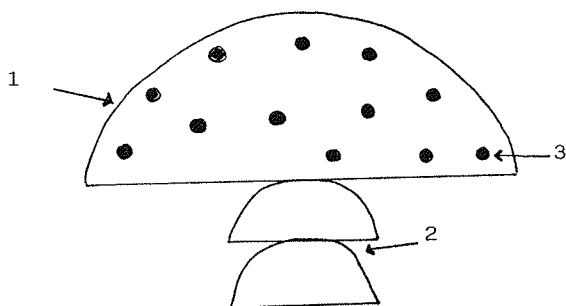
- Que los alumnos trabajen el doblado básico por mitad, utilizando círculos.

Material.

- Un círculo grande rojo y dos pequeños amarillos de papel lustre o américa.
- Resistol.
- Pincelín.

Procedimiento.

1. Doble el círculo grande a la mitad.
2. Intercale los dos círculos pequeños doblados a la mitad.
3. Por último con un pincelín coloque las manchas negras.



EL SOL

Propósito.

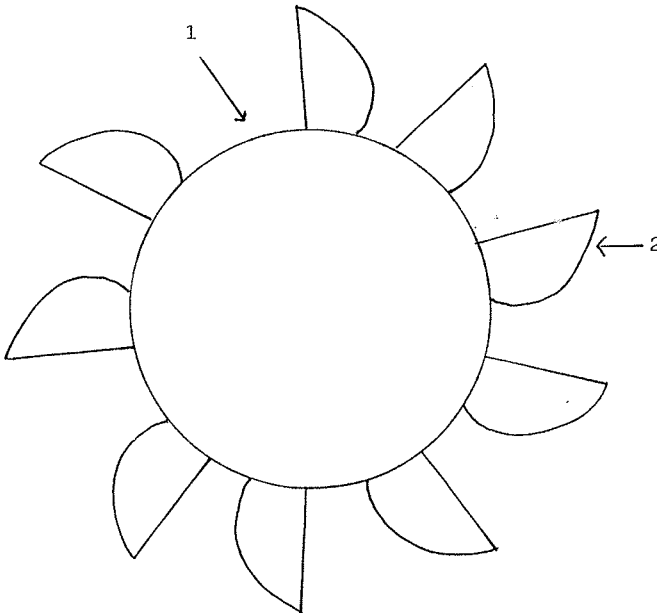
- Que los alumnos trabajen el doblar básico por mitad, utilizando círculos.

Material.

- Un círculo grande de color amarillo.
- Nueve círculos pequeños (3 amarillos, 3 naranjas, 3 rojos).
- Resistol.

Procedimiento.

1. Pegue el círculo grande sin doblar en una hoja o en cartulina, ya que éste será el sol.
2. Los círculos pequeños dóblelos a la mitad y péguelos alrededor del círculo amarillo.
3. Intercale los colores para formar los rayos del sol.



EL PAYASO

Propósito.

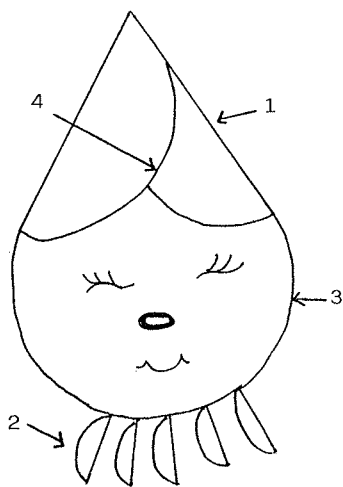
- Que los alumnos apliquen el dobléz básico por mitad, utilizando círculos.

Material.

- Dos círculos amarillos y uno blanco del mismo tamaño.
- Cinco círculos más pequeños de diversos colores.
- Resistol.
- Pincel

Procedimiento

1. Doble los dos círculos amarillos (estos pueden ser de cualquier color).
2. De la misma manera proceda con los pequeños.
3. El blanco no lo doble pues servirá para su cara y a la vez se tomará como punto de partida para la escarola y el gorro.
4. Para formar el gorro intercale los círculos grandes.



LA ABEJITA

Propósito.

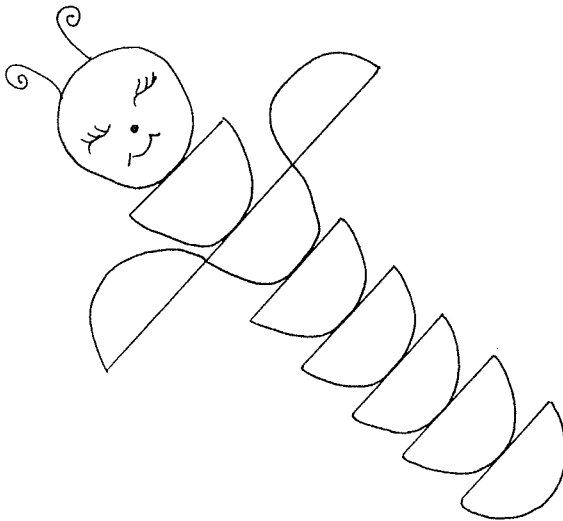
- Que los alumnos trabajen el doblado básico por mitad, empleando círculos.

Material.

- Seis círculos de color amarillo.
- Cuatro círculos de color café
- Resistol.

Procedimiento.

1. Doble los cuatro círculos de color café y los cinco amarillos por mitad para elaborar el cuerpo y las alas.
2. Una vez doblados los círculos alterne los colores para formar el cuerpo, comenzando por el color café y luego un amarillo.
3. Separe dos círculos para la forma de las alas de la abeja.
4. El círculo que sobra no lo doble, dibújale la carita.



LA LOCOMOTORA

Propósito.

- Que los alumnos trabajen el doblado básico por mitad, utilizando círculos y cuadrados.

Material.

- Tres rectángulos y tres cuadrados de colores de papel lustre o américa.
- Tres círculos de igual tamaño y cinco de manera graduada.
- Resistol.
- Hojas de papel.

Procedimiento.

1. Doble los cuadrados por mitad de manera diagonal, de ellos se obtendrán triángulos como se observa en la figura 2.
2. Doble a la mitad los tres rectángulos.
3. Posteriormente pegue sobre la hoja de base para colocar los tres círculos semejantes que serán las ruedas y los otros restantes acomódelos simulando el humo.

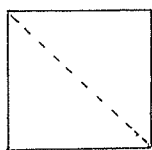
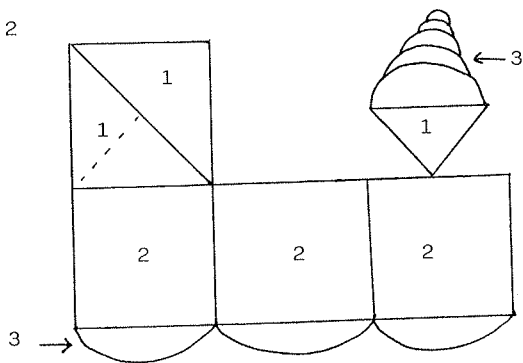


Figura 2



LA CATARINA

Propósito.

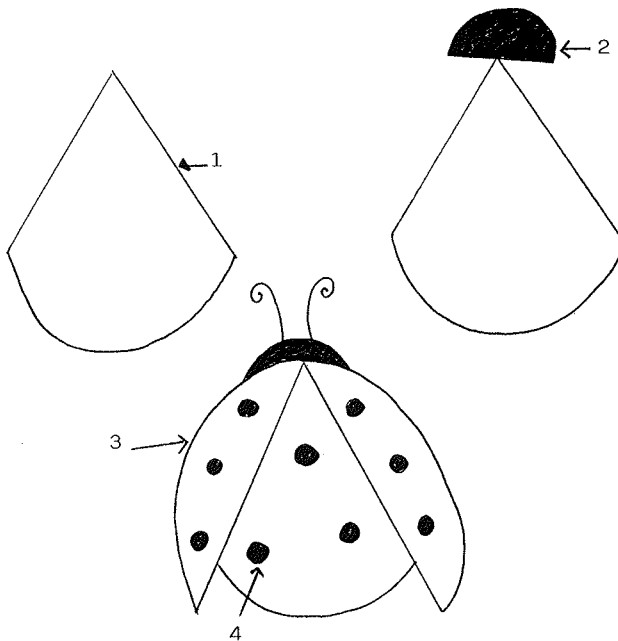
- Que los alumnos trabajen la proporción en sus doblados.

Material.

- Dos círculos rojos y un amarillo de igual tamaño.
- Un círculo pequeño y nueve más chiquitos de color negro.
- Resistol.

Procedimiento.

1. Doble dos pequeñas partes del círculo amarillo formando una V.
2. Doble el círculo negro a la mitad y péguelo en la punta de la V.
3. Doble a la mitad los círculos rojos y péguelos sobre la línea de la V.
4. Por último pegue los círculos pequeñitos.



EL PERRITO

Propósito.

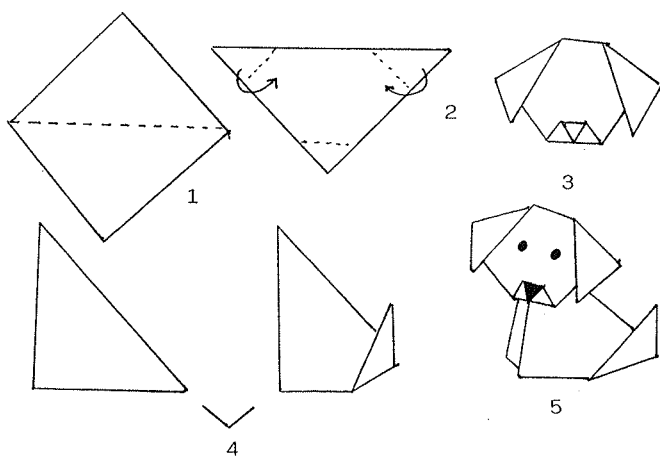
- Que los alumnos observen las distintas formas geométricas que se obtienen al ir doblando el papel.

Material.

- Papel lustre o américa o cualquier papel flexible
- Resistol.

Procedimiento.

1. Doble un cuadrado a la mitad formando un triángulo.
2. Posteriormente doble las dos esquinas hacia el frente formando las orejas.
3. Para su boca y nariz aplique el plegado en la orilla que resta formando un triángulo y en seguida el otro.
4. Para formar su cuerpo se requiere otro cuadrado, doble como el primer paso de la cabeza sólo que a éste aplique únicamente el dobléz en una esquina, llevándolo hacia arriba para formar la colita, tal como se muestra en la figura.
5. Por último una ambas figuras para formar el perrito.



EL REHILETE

Propósito.

- Que los alumnos construyan mediante el doblado de papel, su propio juguete.

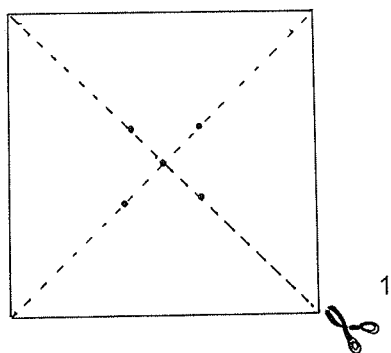
Material.

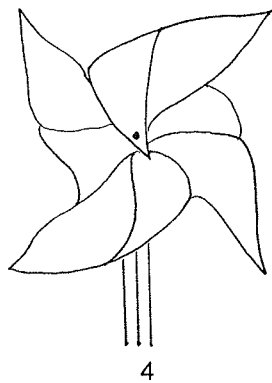
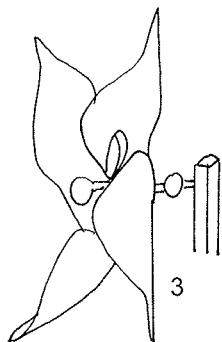
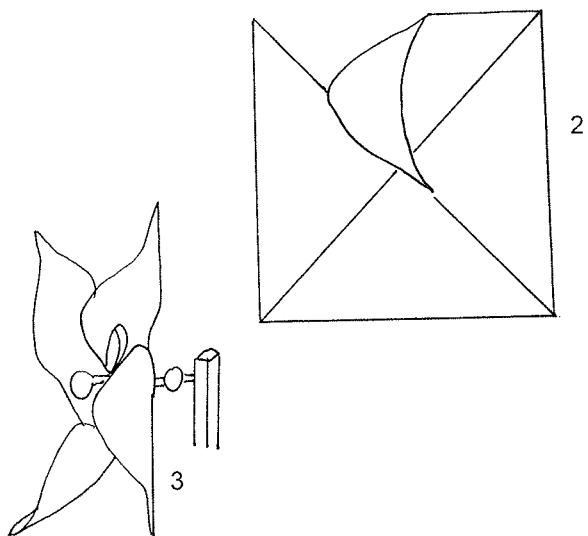
- Un cuadro de papel lustre o américa.
- Un alfiler.
- Un palito de paleta.
- Dos discos de cartulina de 1cm de diámetro, o de cartón.

Procedimiento.

1. Doble el papel en dos diagonales, corte las líneas aproximadamente hasta sus dos terceras partes; ya cortadas.
2. Una las esquinas al centro.
3. Ponga el alfiler al centro de uno de los discos de cartón, enseguida atraviese las cuatro esquinas y remate del otro lado con el otro disco.
4. Para terminar, clave la punta del alfiler en un extremo del palito de paleta.

¡Y listo para que de vueltas soplándole!

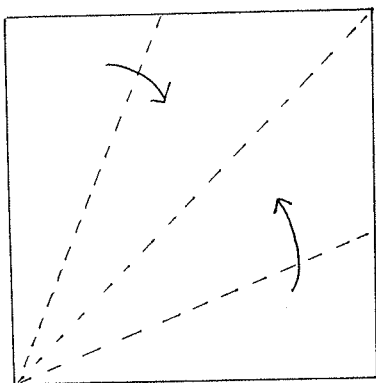




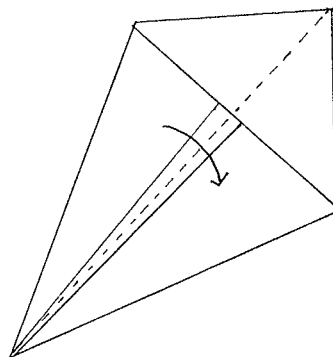
EL PATO

Propósito.

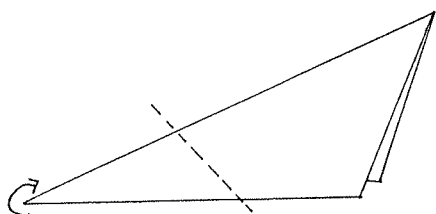
- Que los alumnos reconozcan las formas geométricas que se van obteniendo al ir doblando el papel y hagan uso de elementos complementarios para ambientar su trabajo.



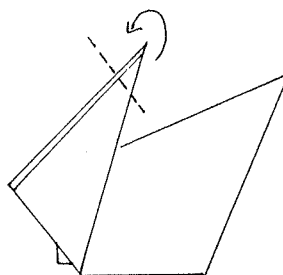
1. Marca el eje diagonal y dobla los costados hacia el centro.



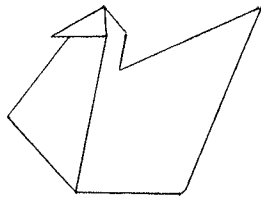
2. Dobla por el eje hacia adentro.



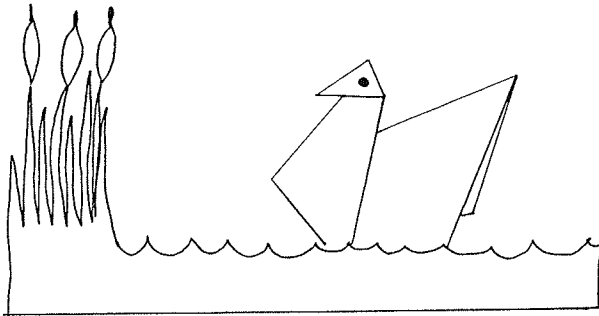
3. Marca primero y luego voltea el doble por fuera.



4. Marca primero y voltea el doble hacia fuera.



5. Figura terminada

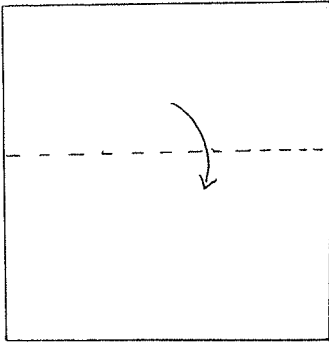


6. ¿Qué te parece si ponemos una familia de patos en la laguna?

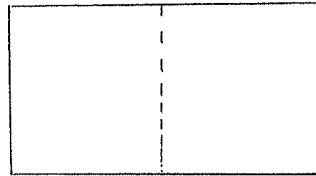
LA CASA

Propósito.

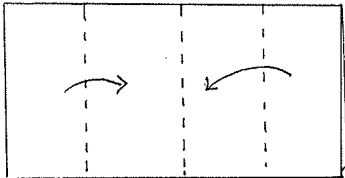
- Que los alumnos interpreten correctamente las instrucciones para el doblado del papel y manifiesten su creatividad.



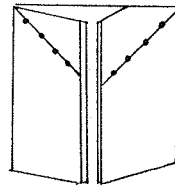
1. Dobla a la mitad.



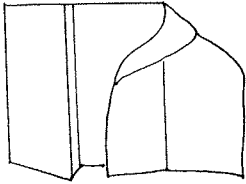
2. Marca ahora la mitad.



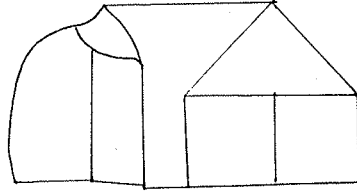
3. Dobla hacia el eje del centro.



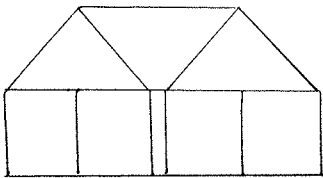
4. Marca las diagonales.



5. Abre y empuja.



6. Empuja y abre.



7. Ya quedó terminada.

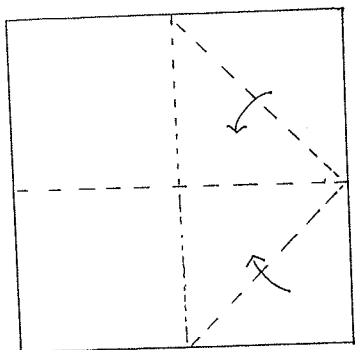


8. Trata de hacer varias casitas y acomódalas para formar un pueblito. Píntales puertas y ventanas.

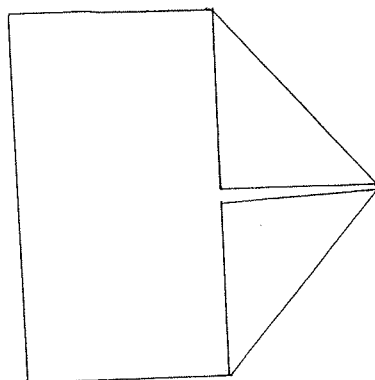
EL PERICO

Propósito.

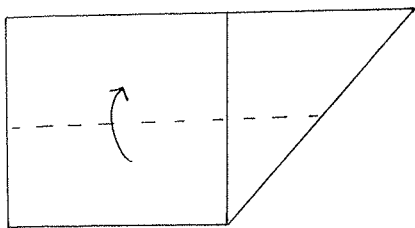
- Que los alumnos identifiquen las formas geométricas que se obtienen en cada punto y manifiesten su creatividad.



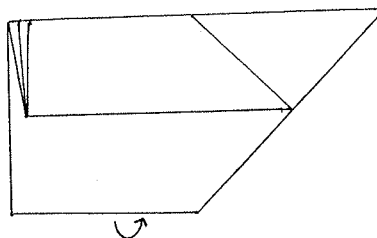
1. Marca los dos ejes y dobla dos triángulos hacia el centro.



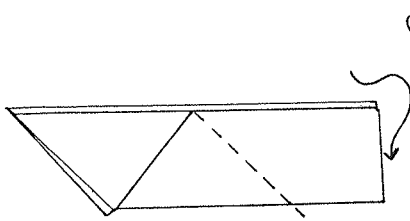
2. Dobla una mitad sobre la otra.



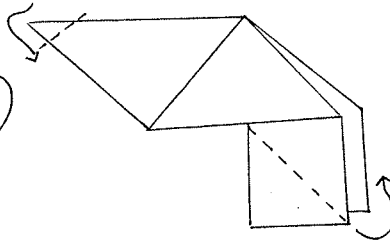
3. Dobla otra vez esta cara por la mitad.



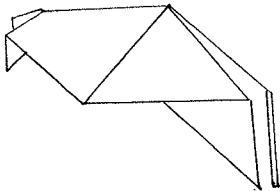
4. Dobla. Voltea la figura y dobla la otra cara.



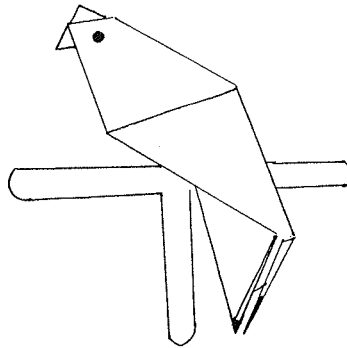
5. Marca primero y volteas el doblado hacia adentro.



6. Marca primero y volteas el doblado hacia adentro.



7. Ya quedó terminado.



8. Dibújale los ojos y las plumas y lo pones en una percha.

4.21 ADIVINANZAS GEOMÉTRICAS.

Después de decirle a los niños la adivinanza, se dibujará la figura geométrica, para verificar que tiene las propiedades indicadas en la adivinanza y se irá cuestionando a los niños.

1. Tengo mis ángulos rectos y mis lados paralelos, tengo dos más cortos que los otros dos gemelos.
2. De todos los cuadriláteros que habitan la geometría soy uno que tiene cuatro ejes de simetría.
3. Tres puntos son suficientes y aparezco en muchas formas, por más fuerza que le apliquen, nunca jamás lo deformas.
4. No tengo lados iguales, ni tampoco soy simétrico, 2 diagonales yo tengo y soy figura geométrica.
5. Voy a darte algunos datos por si no me has encontrado: tengo mis lados iguales, pero no soy un cuadrado.

El maestro y los alumnos pueden crear otras adivinanzas geométricas y jugar con ellas en el salón de clases.

4.22 Juego Veo, veo.

Esta actividad al igual que la anterior apoya la reafirmación.

Se repartirán a los niños diferentes figuras geométricas (las estudiadas) el mismo color y se les pedirá que las clasifiquen considerando alguna de sus propiedades.

Después se distribuirán en diferentes lugares del salón de clases, de manera que todos las puedan ver. A continuación; algunos de los niños elige una figura geométrica y dice: veo, veo; los demás niños contestan ¿qué ves? – Una figura geométrica– ¿cuántos lados tiene? 4 –¿iguales o diferentes? – iguales.

Los niños seguirán preguntando hasta que obtengan la información necesaria para adivinar el nombre de la figura geométrica.

4.23 Evaluación

En el primer ciclo de educación primaria, las actividades que se presenten favorecen más el desarrollo de nociones geométricas que el conocimiento de la terminología.

Las actividades que se presentan han sido elaboradas de manera que los niños vayan adquiriendo los conceptos geométricos mediante el uso de diversos materiales, con los que les permitan comprender las propiedades o características de las figuras geométricas, es por ello que en este ciclo se debe trabajar con diversos objetos que estimulen su intuición geométrica y, solamente después de este tipo de actividades, se sugiere pasar a representaciones como los dibujos de diferentes figuras geométricas.

En las actividades correspondientes a este ciclo, los niños trabajan con el reconocimiento del triángulo, el cuadrado, el rectángulo y otras figuras.

Se ha recomendado que los niños las reconozcan en diversas posiciones, porque esto favorece el análisis de sus propiedades.

Se recomiendan actividades grupales, porque ellas estimulan las relaciones del niño y esto favorece el reconocimiento de estrategias y la comprensión de los conceptos geométricos.

CAPÍTULO 5

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

CAPÍTULO 5

ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

5.1 tipo de investigación: Documental

Para obtener información sobre un mismo problema se pueden emplear métodos y técnicas distintos; sin embargo lo relevante de la investigación radica en seleccionar los adecuados dependiendo de la naturaleza del fenómeno, los objetos del estudio y la perspectiva de análisis.

Los métodos y las técnicas son las herramientas metodológicas de la investigación, ya que permiten implementar las distintas etapas hacia la consecución de los objetos formulados.

En su acepción más amplia del método es la manera de alcanzar un objetivo o bien, se le define como determinado procedimiento para ordenar la actividad (Ludin Rosental, diccionario filosófico p. 313).

La técnica es un conjunto de reglas y operaciones para el manejo de los instrumentos que auxilian al individuo en la aplicación de los métodos.

La técnica debe adecuarse al método que se utiliza existiendo una relación entre ambos.

Para la realización de esta investigación, se aplicó el método de análisis de contenido, ya que éste, identifica y describe de una manera objetiva y sistemática las propiedades lingüísticas de los textos con la finalidad de obtener conclusiones, a través de la aplicación de las siguientes fases:

- a) Preparación teórica. Se eligieron las técnicas adecuadas con relación al tema. (Visitas a bibliotecas, fonotecas y filmotecas. Elaboración de fichas bibliográficas y fichas de investigación o de trabajo).
- b) Determinación de la relevancia de un texto. A partir del tema o problema de la investigación, se puso de manifiesto el universo del cual se obtuvieron los textos relevantes. Este universo estuvo constituido por todos los textos que contenían información referente a nuestro tema.
- c) Determinación de las unidades lingüísticas. Se tomaron como unidades lingüísticas, los libros y materiales de apoyo los cuales se clasificaron y se seleccionaron para analizar los contenidos de nuestro interés.

5.2 Etapas de lectura

1ª. Se realizó una revisión del índice de todos los libros disponibles que trataban sobre el tema de nuestro interés.

2ª. Se realizó una lectura selectiva y analítica de los apartados respectivos a fin de recoger las ideas, tesis o señalamientos que se consideraron básicos para desarrollar el trabajo.

3ª. A medida que se avanzaba en la lectura se subrayaron las frases o ideas más relevantes.

5.3. Forma de registro de la información

Para realizar el acopio de los contenidos que se encuentran en las fuentes documentales nos auxiliamos de las fichas de trabajo, las cuales constituyeron una de las partes medulares de la investigación, por lo que fue

necesario la consulta de una bibliografía suficientemente amplia y adecuada que nos proporcionará la información indispensable para fundamentar este trabajo, por medio de una lectura eficiente, analítica y crítica de los textos.

Partes de la ficha de trabajo

1. Datos para identificar la fuente. En el ángulo superior izquierdo de la tarjeta se anota sólo el nombre del autor, el título de la obra y las páginas que hayan sido transcritas, parafraseadas o resumidas, etc., si el título es muy largo puede anotarse la primera parte de éste y escribirse enseguida tres puntos suspensivos. Los datos completos aparecen en la bibliografía.
2. Tema: En el ángulo superior derecho se registra el nombre del tema y subtema, si lo hay, al que corresponde la ficha, de acuerdo con el plan de trabajo.
3. Texto: Es el cuerpo de la ficha y ocupa la mayor parte de la tarjeta; en caso de que el texto requiera de más espacio, pueden utilizarse dos o tres tarjetas más, según las necesidades, en cada una se anotan de nuevo los datos de la fuente y el tema; se enumeran.

En las fichas de trabajo se puede escribir también un comentario o una crítica sobre las ideas del autor, así como relacionarlas con información obtenida tanto de la misma fuente como de otras que permitan fundamentar, debatir o complementar las ideas o datos de la obra que se analiza.

Para evitar la confusión con las aportaciones del autor, es conveniente aislar nuestro comentario y crítica colocándolos entre paréntesis después de citar

al autor o colocar una línea en la ficha de trabajo antes de presentar nuestro punto de vista, si no alcanza el espacio, es preferible hacerlo al reverso.

La importancia de la ficha de trabajo reside, pues, en que no sólo sirve para extraer citas textuales o para sintetizar ideas, sino que se le emplea además para ir almacenando las ideas sobre el tema que el investigador posee antes de analizar la obra o que surge como resultado de su revisión y análisis. De esta manera la ficha de trabajo se convierte en la memoria del investigador al permitirle almacenar todos aquéllos conceptos, datos o elementos básicos para desarrollar el trabajo.

Permite al investigador tener presente tanto las ideas de otras personas como las suyas propias sobre el tema que trabaja y las cuales se han derivado, fortalecido, formulado o cambiado con los nuevos conocimientos y experiencias obtenidas sobre el problema.

La ventaja de emplear fichas de trabajo es precisamente poder ordenar y clasificar el material recopilado en función del tema, que pretendemos estudiar, lo cual nos permite tener a la vista y debidamente clasificada toda la información que consideramos de interés respecto al problema.

Esto sin duda nos facilita el trabajo de redacción, ya que el manejo de la información es rápida por estar ésta, mejor sistematizada; además nos ayuda a que no se nos dispersen u olviden datos o ideas que no recordemos con precisión.

Una vez consultados los documentos necesarios, se recopila la información suficiente en fichas de trabajo mediante un proceso que consiste en hacer una lectura, analítica y crítica de los textos, para posteriormente estas fichas

organizarlas y analizarlas, facilitándonos así, la redacción del trabajo para finalmente presentarlo (Anexo 1).

5.4 Recursos de la investigación documental

Recursos Técnicos. Libros de consulta, folletos, libros de texto, libros de apoyo para el maestro, plan y programas 1993, proyecto, audio cassette, ficheros de actividades didácticas de matemáticas primer y segundo grado.

Material de oficina

- Papelería

Medios

- Máquina de escribir, transporte y computadora.

Recursos Humanos:

Investigadores

- Caballero Villa María del Carmen
- Sánchez Silva Amelia

Asesores

Dra. María Eugenia Cortés Guzmán
Profr. Romeo Froylan Caballero
Profr. Javier Márquez Gutiérrez

CONCLUSIONES

Las conclusiones derivadas de esta investigación son las siguientes:

- La enseñanza de la Geometría en el primer ciclo de la escuela primaria se ha realizado dentro de un marco estático, apoyado generalmente en los recursos visuales que proporciona el material impreso.
- Los aprendizajes y los conocimientos previos que tengan los alumnos son un elemento básico para incrementar sus habilidades de razonamiento.
- Las actividades que realicen los alumnos deben estar encaminadas a la reflexión, y al mejoramiento de su comprensión.
- El lenguaje que utilice el maestro debe estar acorde al nivel de razonamiento del alumno.
- El aprendizaje y la creación geométrica están al alcance de todo alumno.
- Las actividades que el maestro realice dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje deben estar acordes al nivel conceptual del niño y enfocados al interés de los mismos.
- La Geometría debe trabajarse con movimiento en donde se manifieste la creatividad del niño.

SUGERENCIAS

Las personas responsables de esta investigación recomendamos lo siguiente:

- Los alumnos deben involucrarse activamente en el aprendizaje de la geometría.
- Tener presente que un aprendizaje significativo de la geometría, no se reduce a imágenes grabadas; sino a que los alumnos aprendan a identificar las características propias de las figuras y cuerpos geométricos.
- Podemos correlacionar los contenidos de otras asignaturas con la geometría.
- Que se trabajen actividades interesantes y útiles en las que el niño identifique figuras geométricas en objetos de su entorno y desarrolle su expresión oral con las personas que lo rodean.
- Trabajar con diversos materiales que estimulen la intuición geométrica de los alumnos, para posteriormente pasar a la representación como los dibujos de diferentes figuras.
- Que los niños reconozcan las figuras geométricas en diversas posiciones, ya que esto favorece el análisis de sus propiedades.
- Realizar actividades grupales, ya que estas estimulan las relaciones sociales de los alumnos.

- Que durante el ciclo escolar, el docente trabaje actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de las formas.

BIBLIOGRAFÍA

- Aebli, Hans. *Una didáctica fundada en la Psicología de Jean Piaget*. s.p.i.
- Albalat, Horacio. (1995). *Papirolas I*. 2ª ed. SEP, Libros del Rincón. Petra Ediciones, México. 23 p.
- Fuenlabrada, Irma. et. al. (1992). *Juega y Aprende Matemáticas* 2ª ed. SEP. Libros del Rincón. México. 96 p.
- Gómez, Palacio Margarita. et. al. (1987). *Desarrollo y Aprendizaje*. SEP-OEA, México. 200 p.
- Gutiérrez, Angel y Jaime Adela. (1995). *Geometría y Algunos Aspectos de la Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica. 43 p.
- Newman, Barbara M. (1991). *Desarrollo del niño*. Editorial Noriega, Ginebra. 120 p.
- SEP. "El Maestro y el Desarrollo del Niño". Proyecto Dotación de Recursos Didácticos, *Guía Técnico Pedagógica*.
- SEP. (1996). "El Modelo de Razonamiento De Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría". *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela Primaria*. México. 191 p.
- SEP. (1994). *Fichero Actividades didácticas Matemáticas Primer Grado*. México.
- SEP. (1995). *Fichero Actividades didácticas Matemáticas Segundo Grado*. México.

SEP. (1992). **Guía para el Maestro Primer Grado Educación Primaria.** Fernández Editores, México. 126 p.

SEP. (1996). "La descripción de las figuras geométricas en el aprendizaje de la Geometría". **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.** México. 191 p.

SEP. (1994). **Libro para el maestro Matemáticas. Primer Grado.** México. 70 p.

SEP. (1993). **Plan y Programas de estudio. Educación Básica Primaria.** Fernández Editores, México. 162 p.

UPN. (1985). **La Matemática en la escuela II.** Antología, México. 330 p.

UPN. (1985). **Técnicas y Recursos de Investigación I.** Antología, México. 243 p.

AUDIOGRAFÍA.

María Esther Ramírez. Serie "El conocimiento en la Escuela"

Entrevista con la Profra. Irma Fuenlabrada, quien trabaja en el Departamento de investigaciones Educativas del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. (DIE-CINVESTAV-IPN).

México, 1995.

Controles Técnicos. David Tapia.

Coproducción. Subsecretaría de Educación Básica y la Universidad Pedagógica Nacional.

ANEXOS

ANEXO 1

GEOMETRÍA Y ALGUNOS ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JAIME, Adela

¿Por qué los estudiantes no comprenden . . . , p. 23

El hecho de seleccionar el modelo de Van Hiele como núcleo central se debe a que existen diversas investigaciones y se han formulado varias explicaciones sobre cómo aprenden los niños y sobre cómo va evolucionando el pensamiento cuando los niños pasan a jóvenes y luego a adultos, pero centrado en la geometría, el modelo más específico y que se ajusta es el que formuló Van Hiele.

Este modelo surgió a raíz de los problemas cotidianos que se presentan en el aula de matemáticas. Los Van Hiele reflexionaron sobre la situación que se les presentaba, aunque se les presentaba varias veces y de forma distinta.

En ocasiones los alumnos no sabían seguir el proceso de resolución de un ejercicio y otras no entendían lo que el profesor les pedía. A partir de la observación de lo que sucedía, los Van Hiele, diseñaron un modelo que se conoce como "EL MODELO DE VAN HIELE".

Pierre Van Hiele fue el diseñador teórico y su esposa Dina Van Hiele, desarrolló una aplicación práctica del modelo con unas lecciones de geometría. Lo publicaron en 1957 en sus tesis doctorales y en 1976 Wirszup dio la voz de alerta a los Estados Unidos sobre su interés. Desde entonces casi todas las investigaciones sobre geometría, incluidas las de diseño curricular lo tienen en cuenta.

GEOMETRÍA Y ALGUNOS ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JAIME, Adela

¿Por qué los estudiantes no
comprenden . . . , p. 27

El modelo de Van Hiele incluye dos aspectos:

1. Descriptivo: Explica como razonan los estudiantes, a través de cinco "niveles de razonamiento". Estos son la aportación fundamental del modelo, por que establecen la forma como se conciben los conceptos geométricos (matemáticos no es siempre la misma y varía cuando se va progresando en la comprensión de la geometría de las matemáticas).
2. Prescriptivo. Da la pauta a seguir en la organización de la enseñanza para lograr que los estudiantes progresen en la forma de razonar, esto es a través de cinco fases de aprendizaje.
 1. Información.
 2. Orientación dirigida.
 3. Explicitación.
 4. Orientación libre.
 5. Integración.

Niveles de Razonamiento

Primer Nivel.

La consideración de los conceptos es global. Cuando el niño entra en contacto con el mundo de los polígonos, la primera apreciación para su identificación tiene lugar mediante una visión de conjunto.
(Comentario: en este nivel, el niño logra diferenciar las figuras geométricas, pero no hace referencia a sus características).

**GEOMETRIA Y ALGUNOS
ASPECTOS GENERALES
DE LA EDUCACION MATEMÁTICA**

JAJME, Adela

¿Por qué los estudiantes no comprenden . . . , p. 28

Segundo Nivel:

En este nivel es posible identificar y generalizar propiedades como características del concepto en cuestión.

Pero esas propiedades se utilizan de manera independiente, sin establecer relaciones entre ellas, no se toma en cuenta que unas implican otras.

El descubrimiento y la comprobación de propiedades se llevan a cabo mediante la experimentación.

Tercer Nivel:

Este nivel se caracteriza porque en él se establecen relaciones entre propiedades. Por ejemplo. Se comprende que en el rectángulo existe una relación entre la igualdad de las diagonales y la de ángulos.

(Comentario: en el segundo nivel, los niños identifican las figuras geométricas, vamos a pensar que ellos reconocen un cuadrado, en este sentido, sólo tienden a pensar en cuatro líneas, pero no aprecian que la igualdad de los ángulos, es consecuencia de la igualdad de los lados. Ya en el tercer nivel se da esta comprensión. El cuarto nivel y quinto nivel no competen al nivel primaria, por lo que no se explican).

GEOMETRÍA Y ALGUNOS ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JAIME, Adela

¿Por qué los estudiantes no
comprenden . . . , p. 32-34

Las propiedades del modelo de Van Hiele son:

Secuencialidad. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles.

Especificidad del lenguaje. Cada nivel tiene un lenguaje propio.

Paso de un nivel al siguiente. Los Van Hiele plantean que un individuo comienza razonando según las características del primer nivel y llega el momento en el que ve la geometría de otra manera, desde la perspectiva del segundo nivel; con los otros niveles el cambio sería análogo.

Investigaciones hechas han mostrado que no es así, sino que hay un período durante el cual aparece el razonamiento en una persona de dos niveles consecutivos.

Localidad. El nivel de razonamiento en una persona es local, es posible que razone a ciertos niveles en un concepto, y a otro nivel en otro concepto.

Instrucción. No existe una edad en la cual se alcance cada uno de los niveles, es decir, la instrucción recibida en el aula, no es la única que influye en la forma de comprender un concepto, juegan un papel muy importante en las situaciones ajenas a la vida escolar en las que el individuo se encuentra con el concepto a considerar o con otros relacionados.

ANEXO 2. LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS I

Propósito.

- Que los alumnos observen las formas contenidas en las caras de algunos cuerpos.
- Reproduzcan gráficamente las formas de las caras.
- Identifiquen cuadros, triángulos y círculos.

Material.

Para cada equipo: cuatro cajas o empaques cerrados: un cilindro (lata de leche, sopas, chiles o botes de avena) y tres prismas (una caja de zapatos, un envase de cartón de leche, una cajita de medicina, etc.).

Bloque I y II

Versión 1

El grupo se organiza en equipos (de tres niños) y a cada uno se le entrega el material. Después se toma un empaque y se muestra por una de sus caras para que los niños busquen entre los objetos uno que tenga una cara semejante.

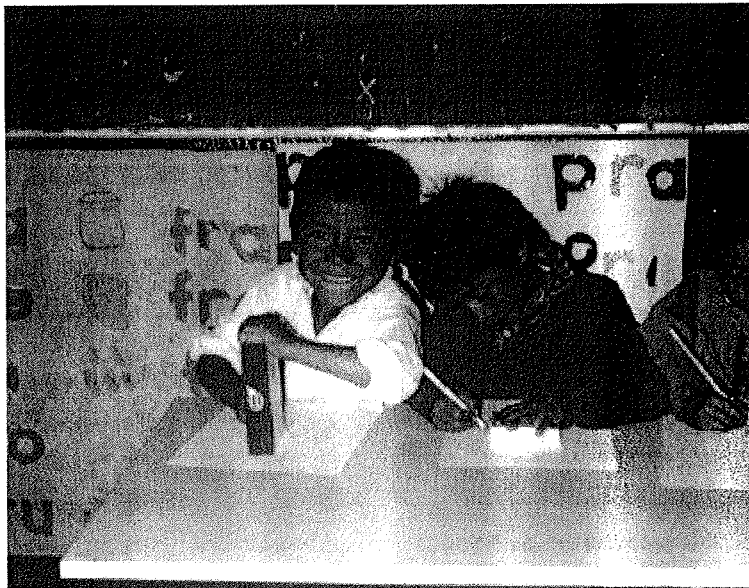
Hace lo mismo con los empaques que tengan caras en forma de rectángulo, círculo y triángulo, si es que se tiene uno con esta característica. Se les dice cómo se llaman las figuras y cada que se haga referencia a ellas se muestra para que poco a poco todos los niños las identifiquen por su forma y nombre.

Versión 2

A cada equipo se le entrega tres o cuatro objetos con formas diferentes. Cada alumno elige un objeto, apoya sobre una hoja una de sus caras y dibuja el

contorno. Cuando todos terminan, los equipos intercambian los objetos y los contornos de las caras.

Los alumnos toman después una de las hojas y buscan entre los objetos el que se utilizó para hacer el dibujo.



Representación del como los niños reproducen gráficamente las formas contenidas en algunos objetos como lata, empaques ó cajas. (cuerpos geométricos).

ANEXO 3. EXPLORANDO LOS CUERPOS

Propósito

- Que los alumnos observen y clasifiquen algunos cuerpos geométricos.

Material.

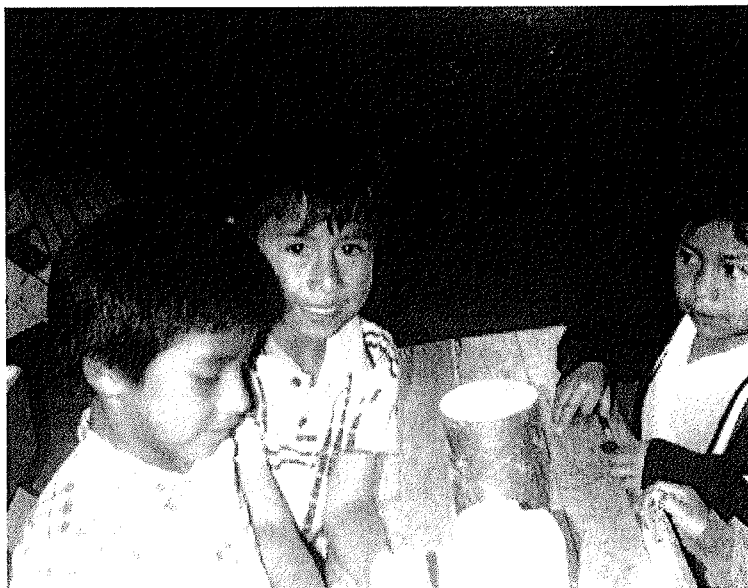
Para cada equipo: Tres prismas de diferente tamaño y forma (cajas), tres cilindros (botes), una pelota.

Bloque II

Se distribuye el material entre los equipos para que agrupen los cuerpos que se parecen. Se hace un recorrido de un equipo a otro y se pregunta: ¿En qué se parecen los cuerpos que han puesto juntos? ¿En qué son diferentes del otro montón?.

Es probable que los alumnos separen los objetos utilizando diversos criterios. Por ejemplo: los cuerpos que ruedan y los que no ruedan; los que tienen vértices (puntas, picos o esquinas), y los que no tienen vértices, los que tienen aristas (filos, orillas o bordes) de los que no tienen. Si los alumnos no usan ninguno de los criterios señalados, se les sugiere que separen los cuerpos que tienen vértices de los que no tienen.

Se recomienda usar desde el principio el término vértice, para que poco a poco les sea familiar.



En esta actividad los alumnos observan y clasifican algunos cuerpos geométricos

ANEXO 4. LAS FIGURAS GEOMETRICAS II

Propósito.

- Que los alumnos observen algunas características geométricas de diversas figuras y las clasifiquen.

Material.

Para cada equipo: tres juegos de figuras (material recortable para actividades, número 25 del libro de texto 1°).

Bloque II y III

Se organizan equipos de 4 o 5 niños. A cada equipo se le entregan tres juegos de figuras para que separen las que se parecen de las que no se parecen.

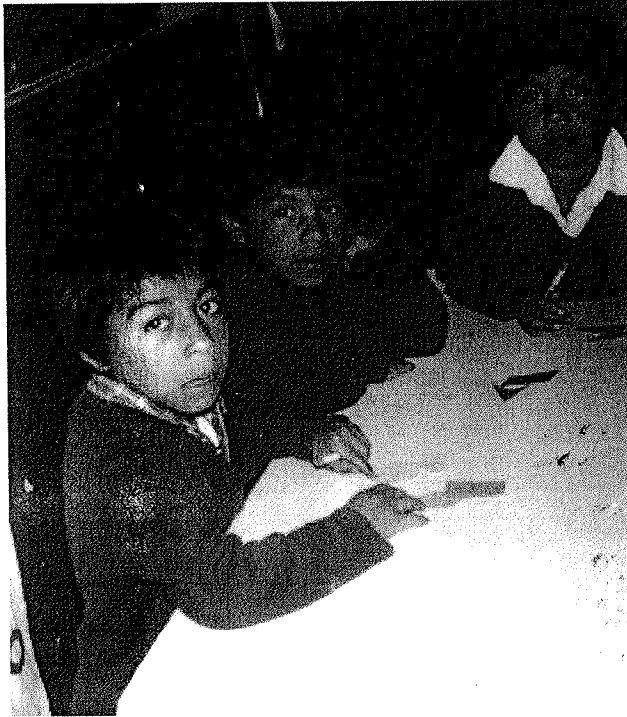
Es conveniente recorrer los equipos y preguntar cuáles son las semejanzas y diferencias entre las figuras, con el fin de percatarse de las características en las que se fijan los niños para hacer las clasificación.

Si los niños tienen alguna dificultad, puede elegirse alguno de los criterios siguientes:

- Separen todas las figuras que son del mismo color.
- Separen las figuras que tengan la misma forma.
- Separen las que tienen todos sus lados rectos de las que tienen lados curvos.
- Separen los triángulos grandes de los chicos, los cuadrados grandes de los chicos.
- Separen las figuras que tienen 3 vértices (puntas, esquinas o picos), de las que tienen 4, 5, 6 y 0.

Cuando los alumnos terminen de clasificar, digamos por color, se hacen preguntas como las siguientes: ¿Todas las figuras rojas tienen la misma forma? ¿En qué se parecen? ¿En qué son diferentes?.

Debe permitirse al resto del grupo que exprese si está o no de acuerdo con las respuestas de sus compañeros y por qué.



Representación de la clasificación de figuras geométricas que los alumnos realizan, empleando distintos criterios.

ANEXO 5. EL ADIVINADOR

Propósito.

- Identifiquen diversas figuras geométricas a partir de algunas de sus características.

Bloque III, IV y V

El maestro hace algunas preguntas orales para que los alumnos traten de buscar las respuestas.

¡Adivina adivinador! ¿Cómo se llama la figura que tiene 3 lados?

¡Adivina adivinador! ¿Cómo se llama la figura que tiene 2 lados grandes y 2 chicos?

Para saber si las respuestas fueron correctas, los alumnos pueden observar las figuras geométricas.

Cuando los alumnos den diferentes respuestas, se analiza cuáles son correctas, cuáles no y porqué.

ANEXO 6. EL TANGRAM

Propósito.

- Que los alumnos recubran superficies con figuras iguales y descubran que unas figuras caben dentro de otras.

Material.

Por pareja: un tangram (material recortable para actividades, número 29, primer grado).

Bloque III

Las parejas deben acomodar dos triángulos chicos encima del cuadrado para ver si es posible formar con ellos uno igual. Si los niños tienen problemas, se les ayuda acomodando uno de los triángulos.

Después se les pide que encima del triángulo mediano acomoden dos triángulos chicos para formar uno que sea igual al primero. Cuando terminen, se hacen preguntas como: ¿Cuántos triángulos chicos caben en el cuadrado?, ¿cuántos caben en el triángulo mediano?, ¿se podrá cubrir el triángulo grande con triángulos medianos?, después se les pide que lo intenten.



En esta actividad los alumnos recubren superficies con figuras geométricas iguales y descubren que unas caben dentro de otras.

ANEXO 7. ¡ADIVINA QUÉ FIGURA ES!

Propósito.

- Que los alumnos describan oralmente algunas características geométricas de diversas figuras.

Material.

Para cada equipo: un juego de figuras (material recortable para actividades, número 25 del libro de texto 1°).

Bloque III, IV y V

En equipos de 3 niños, se les entrega un juego del material. Un equipo elige una figura sin que nadie lo vea y la describe oralmente para que los demás digan de qué figura se trata. No se vale decir el color de la figura. Por ejemplo, si escogieron el pentágono, puede decir: tiene todos sus lados derechos (rectos). Tiene 5 lados. Tiene 5 picos (vértices).

Cuando todos los equipos crean saber cuál es la figura, la muestran y la comparan con la que eligieron sus compañeros.

En otras sesiones, se puede plantear la misma actividad de la siguiente manera: un equipo elige una figura y los demás, por turnos, hacen una pregunta para averiguar cuál es. Pueden preguntar:

¿Es grande? ¿tiene lados rectos o curvos? ¿tiene picos (vértices)? ¿Tiene tres lados?, etc.

El equipo que eligió la figura sólo puede contestar sí o no.

En el pizarrón se anotan las preguntas y las respuestas. Cuando todos los equipos crean saber cuál es la figura que eligieron sus compañeros, la comparan con la del equipo que la escogió.



En esta imagen se muestra el trabajo que realizan los niños al describir en forma oral algunas características de las figuras geométricas.

ANEXO 8. ¿DÓNDE ESTÁN Y CUÁNTOS SON?

Propósito

- Que los alumnos identifiquen entre diversas figuras rectángulos, círculos, cuadrados, trapecios, romboides y triángulos.

Bloque V

Los alumnos observan las figuras con las que construyeron los dibujos de la casita y la muñeca de la página 124 del libro de texto y contestan algunas preguntas: ¿Cómo se llaman las figuras que se usaron para ponerle cabeza y manos a la muñeca? ¿Cómo se llaman las figuras de los brazos? ¿Cómo se llama la figura que está arriba de la falda de la muñeca? ¿En donde le pusieron otros cuadrados? ¿Qué figuras se usaron para ponerle los zapatos? ¿Cuántos cuadrados tiene la casita? ¿Cuántos triángulos? ¿Cuántos círculos? ¿Cuántos rectángulos?.

Después completan el cuadro de debajo de los dibujos, deben escribir el número de figuras que se usaron para formar la casita y la muñeca respectivamente.



Representación de la actividad que los alumnos de primer grado realizan en su libro de texto pág. 124. En donde identifican las figuras geométricas con que se elaboraron los dibujos que se presentan.

ANEXO 9. CONSTRUYENDO CUERPOS

Propósito.

- Que los alumnos desarrollen su capacidad de percepción geométrica.

Material.

Para cada equipo. Botes y cajas de formas y tamaños diferentes.

Para cada niño, plastilina, barro o masa y una tabla o cartón para amasar y modelar.

Bloque I y II

El grupo se organiza en equipos de cuatro o cinco niños. Cada equipo toma del rincón de las matemáticas tres cajas y dos botes.

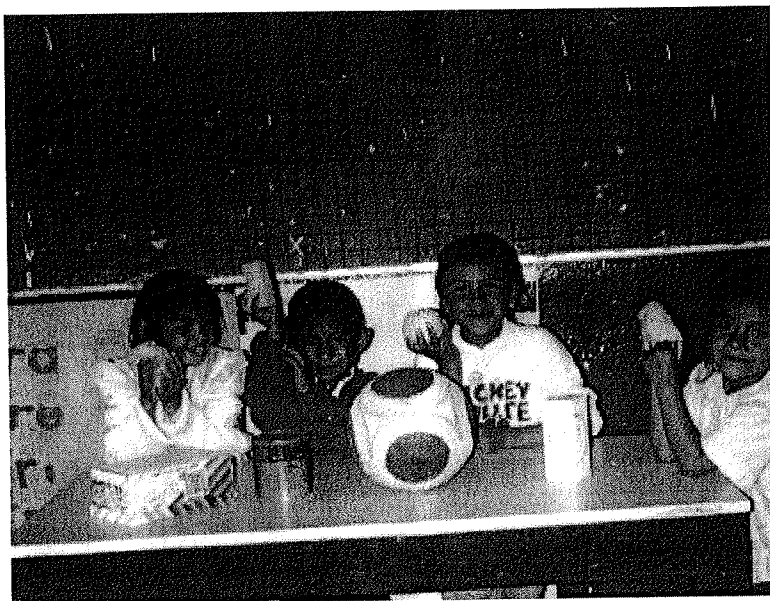
Por turnos, cada alumno elige una caja o bote, lo observa y dice a sus compañeros cuántos vértices (picos o esquinas) y cuántas aristas (bordes, orillas o filos) tiene.

Observan las caras de los botes y las cajas y dicen si el objeto tiene cara con forma de cuadrado, rectángulo, triángulo o círculo. Cada equipo coloca sobre su mesa los botes y las cajas. Separan las que tengan caras cuadradas, cara con forma de rectángulo, triángulo y círculo.

En una tabla como la que se muestra, escriben los nombres de los objetos que tienen cara con la forma que se indica en cada columna.

Cosas que tienen cara en forma de círculo.	Cosas que tienen cara en forma cuadrada	Cosas que tienen cara en forma de triángulo	Cosas que tienen cara curva	Cosas que tienen cara en forma de rectángulo.
Bote de avena	Caja de medicina	Caja de chocolate	Bote de avena	Caja de medicina caja de chocolates caja de zapatos

Después, cada niño escoge una caja o un bote y lo reproduce con plastilina, masa o barro. Cuando terminan, el maestro pide que algunos niños muestren a sus compañeros la caja o el bote que escogieron y lo que modelaron. Los invita a que argumenten por qué se parece o por qué no.



Representación de la actividad que los alumnos realizan al reproducir algunos objetos con caras distintas.

ANEXO 10. DE LA MISMA MEDIDA

Propósitos.

- Que los alumnos construyan y comparen figuras diferentes, cuya medida del contorno sea constante.
- Que observen las propiedades geométricas de diversas figuras.

Material.

Por cada pareja, un cartón de 30 X 25 cm. aproximadamente, 10 "chinchas" y un listón angosto de 40 cm. de largo.

Bloque I y II

Versión 1

El maestro organiza al grupo en parejas. Muestra los listones que van a utilizar y les hace notar que todos son del mismo tamaño. Entrega un listón a cada pareja y les pide que unan sus extremos.

Después, con el listón unido por sus extremos, forman un rectángulo sobre el cartón y lo sujetan con las "chinchas". Si no tienen el cartón pueden formar el rectángulo con sus dedos.

Cuando terminan muestran a las otras parejas el rectángulo que formaron. El maestro les hace preguntas como las siguientes:

¿Todos formaron un rectángulo?

¿Quiénes formaron una figura diferente al rectángulo?

¿Por qué la figura que formaron Laura y Gabriel no es un rectángulo?.

Les da tiempo para que las parejas que no lograron hacer el rectángulo rectifican su figura y después, hace preguntas como las siguientes:

¿Todos los rectángulos son iguales? ¿Por qué?

¿En que son diferentes?

¿Cuántos lados tienen los rectángulos?

¿Los lados del rectángulo de Juan son del mismo tamaño que los del rectángulo de Susana?

¿Cómo son?

Si una hormiga caminara por la orilla del rectángulo de Susana y otra hormiga lo hiciera por la orilla del rectángulo de Alejandro, ¿Cuál hormiga caminaría más?

¿Por qué?

El maestro permite que los niños expresen lo que piensan al respecto. Si no concluyen que las dos hormigas caminarían lo mismo porque los dos rectángulos fueron construidos con listones del mismo largo, no trate de convencerlos. En otras sesiones el maestro puede sugerir la construcción de diferentes figuras con materiales de la misma longitud.

Versión 2

Todos los equipos tienen un listón de la misma longitud unido por sus extremos. El maestro pide que un equipo forme un triángulo, otro un cuadrado, otro un rectángulo, etc. Cuando las figuras estén construidas plantea preguntas como las siguientes:

¿En qué se parecen el rectángulo y el cuadrado?

¿En qué se parecen el rectángulo y el romboide?

¿En qué se parece el triángulo que hizo el equipo 4 y el triángulo que hizo el equipo 6?

¿En qué son diferentes?

¿Cómo son los lados del cuadrado y cómo son los del rectángulo?

Después puede propiciar nuevamente una discusión en la que los alumnos reflexionen sobre la medida del contorno de las figuras, con preguntas como las siguientes:

Si una hormiga caminara por la orilla de todas las figuras, ¿En cuál caminaría más?, ¿En cuál caminaría menos?, ¿Por qué?



En esta fotografía se muestra la actividad que los niños realizan, construyendo diversas figuras geométricas empleando listones de la misma medida, a fin de analizar y comparar los resultados obtenidos.

ANEXO 11. ¿EN QUÉ ORDEN VAN?

Propósito.

- Que los alumnos identifiquen y describan oralmente algunas propiedades geométricas de figuras planas.
- Que identifiquen por su nombre al rectángulo, al cuadrado, al triángulo, al trapecio, al rombo, al círculo, al hexágono y al pentágono.

Material.

Para cada equipo un juego del material recortable "figuras geométricas" de su libro de texto 2°.

Bloque II y III

Se organiza al grupo en parejas, cada una toma del Rincón de las matemáticas un sobre con las figuras geométricas. El maestro pide que saquen del sobre las siguientes figuras: círculo, rectángulo, triángulo rojo, triángulo azul, trapecio azul, romboide, rombo, hexágono, pentágono, triángulo morado y cuadrado. Después pide que acomoden esas figuras en una fila en el orden que quieran.

Cuando terminan, el maestro les explica que en el pizarrón escribirá algunas instrucciones para que las lean y reacomoden las figuras en el lugar que se indica. Cuando no sepan cuál es la figura que deben acomodar pueden buscarla por su nombre, que está escrito al reverso de cada figura.

El maestro, junto con sus alumnos, lee cada instrucción y también acomoda las figuras en un lugar en dónde los alumnos no puedan ver cómo lo hace.

Da el tiempo necesario para que identifiquen la figura y la coloquen en el lugar que se solicita.

Mientras ejecutan las instrucciones, recorre los equipos y observa como lo hacen. Si algunos alumnos tienen dificultad, trata de ayudarlos sin indicarles directamente en qué lugar las deben acomodar:

Busquen el círculo y pónganlo en el primer lugar de la fila.

El trapecio colóquenlo arriba del círculo.

Coloquen el romboide entre el trapecio y el círculo.

Pongan el pentágono a la derecha del círculo.

Tomen el cuadrado y colóquenlo debajo del pentágono.

Ahora, busquen el triángulo que tiene sus tres lados del mismo tamaño y pónganlo arriba del cuadrado y debajo del pentágono.

Busquen el hexágono y colóquenlo en medio del cuadrado y el triángulo.

El rectángulo acomódenlo entre el círculo y el hexágono.

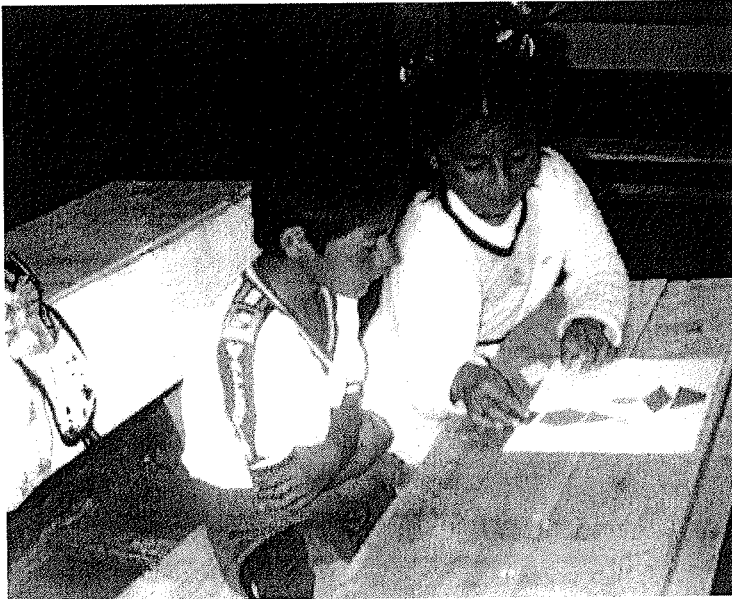
Arriba del hexágono coloquen el triángulo que tiene todos sus lados de diferente tamaño.

Acomoden el rombo arriba del pentágono.

El triángulo que tiene dos lados del mismo tamaño pónganlo entre el papalote y el rombo.

Cuando terminan verifican si colocaron bien sus figuras comparándolas con las que el maestro acomodó.

Se repite la actividad en otras sesiones, sólo que son los alumnos quienes dan las instrucciones para acomodar las figuras.



En esta fotografía se muestra la actividad que los niños de primer ciclo de Educación primaria realizan al acomodar las figuras geométricas, siguiendo ciertas instrucciones.

ANEXO 12. ROMPECABEZAS I

Propósito.

- Que los alumnos construyan cuadrados, triángulos, rectángulos, trapecios, rombos, pentágonos y hexágonos con triángulos y cuadrados pequeños.
- Que observen que con un mismo número de cuadrados y triángulos pequeños pueden construirse otras figuras con diferente forma.

Material.

Para cada niño, un juego de los materiales recortables “Triángulos amarillos” y “los cartoncitos” libro de texto 2°.

Bloque II y III

Versión 1

Se organiza al grupo en equipos de cuatro alumnos. Cada alumno toma del Rincón de las matemáticas un sobre con los 88 triángulos amarillos. Construyen con ellos la figura que quieran y la intercambian con un compañero para que reproduzca el dibujo que recibió. Cuando terminan comparan la figura geométrica que construyeron.

Versión 2

A cada equipo se entrega una hoja con el dibujo de la figura A. Cada alumno calca en otra hoja la figura para que todos tengan un modelo. Después se les pide que con cuatro triángulos amarillos construyan sobre el dibujo la figura A.

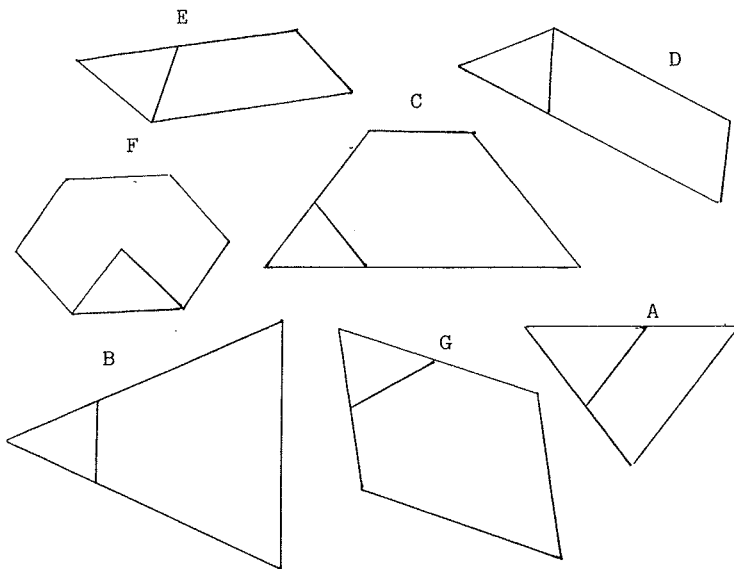
En otra sesión el maestro entrega a cada equipo una hoja con la figura B, y pide que la construyan con nueve triángulos amarillos.

En sesiones diferentes el maestro calca en varias hojas (una para cada equipo) una de las siguientes figuras: C, D, E o F, y repiten la actividad.

Versión 3

Se utilizan las tiras y los cuadritos de "Los cartoncitos". En sesiones diferentes los alumnos construyen cuadrados y rectángulos con un determinado número de cuadritos.

También se solicita que cada equipo construya, con las tiras y los cuadritos, el cuadrado más grande que puedan hacer.



Modelos de figuras geométricas que sirven de apoyo para que los alumnos construyan otras iguales, utilizando su material recortable "Triángulos amarillos" libro de texto 2°.



En esta actividad los niños construyen figuras geométricas, empleando el material recortable del libro de texto 2° "Triángulos amarillos" y "Los cartoncitos".

ANEXO 13. CON SUMAS Y RESTAS.

Propósito.

- Que los alumnos utilicen la regla para trazar figuras con líneas rectas.

Material.

Una retícula punteada para cada equipo.

Bloque II

El maestro dibuja en el pizarrón una retícula punteada como la que se muestra y explica que al primer puntito que está hasta arriba, a la izquierda, le toca el 1, y que al que está abajo le toca el 11.

Pide que entre todos averigüen por qué les toca ese número. Después señala cualquier punto de la retícula que no tenga número y les pregunta: ¿Qué número le tocará a este puntito? Hace lo mismo con otros puntitos.

Cuando los alumnos se den cuenta de que a cada punto le corresponde un número de la serie del 1 al 100, el maestro escribe en el pizarrón las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ + 13 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 43 \\ + 20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 78 \\ - 10 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$$

Pide que un niño resuelva la primera suma, que localice en la retícula el punto correspondiente al resultado obtenido (15) y lo marque con color. Otro niño resuelve la segunda operación, localiza el punto que corresponda al resultado (33), lo marca con color y con una línea une los dos puntos que hasta ese

momento se han localizado. Se continúa de la misma manera hasta resolver todas las operaciones y unir todos los puntos, obteniendo como resultado un pentágono irregular.

Cuando terminan el maestro hace preguntas como las siguientes:

¿Cuántos lados tiene la figura que se formó?

¿Cuántos vértices (picos , puntas) tiene?

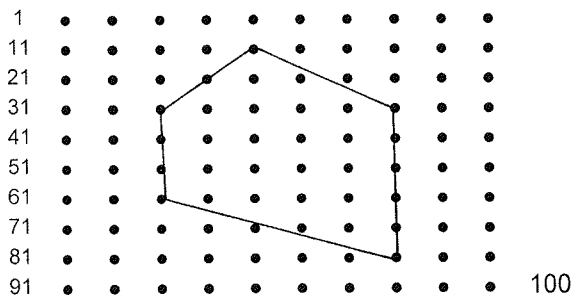
¿Cómo se llama la figura? Si no lo saben el maestro se los dice.

Después pide a los alumnos que en su cuaderno de cuadrícula dibujen una retícula punteada como la del pizarrón y que copien, abajo de ella, las operaciones siguientes:

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 22 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \\ + 23 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 58 \\ - 10 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$$

Por turnos cada niño del equipo resuelve una operación, localiza el punto correspondiente, lo marca y une los puntos conforme resuelve cada operación.

Cuando terminan comparan la figura que formó cada equipo.



Representación de una retícula punteada, donde se trazan figuras geométricas, mediante operaciones de suma y resta.