



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 095 D. F. AZCAPOZALCO

**EL FANTÁSTICO MUNDO MATEMÁTICO :
PRODUCTOS NOTABLES**

INFORME DE PROYECTO DE INNOVACIÓN

Que para obtener el Título de :
LICENCIADO EN EDUCACIÓN

PRESENTA

CARLOS SÁNCHEZ TRUJILLO

MÉXICO , D.F.



2000

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México D.F., a 17 de febrero del 2000.

C. PROFRA. CARLOS SANCHEZ TRUJILLO
P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado "EL FANTASTICO MUNDO MATEMATICO: PRODUCTOS NOTABLES"

Opción INFORME DE PROYECTO DE INNOVACIÓN a propuesta del asesor C. PROFRA. JUANA JOSEFA RUIZ CRUZ manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

ATENTAMENTE
"Educar para Transformar"



PROFR. LEONARDO CEJA AVALOS
Presidente de la Comisión de Titulación
de la Unidad UPN 095



S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 095
P. E. AICAPOTZALCO

c.c.p. ASESOR
mme.

DEDICATORIA

**A ti que me brindaste tu apoyo
Y comprensión para la realización**

De este trabajo.

Mil gracias.

Í N D I C E

	Página
1. Introducción.....	7
2. Diagnóstico de la problemática docente.....	9
3. Planteamiento del problema.....	20
4. Elección del proyecto.....	22
5. Diseño de la alternativa de solución.....	24
6. Aplicación y evaluación de la alternativa.....	33
7. Elaboración de la propuesta de innovación.....	36
8. Conclusiones.....	37
Bibliografía.....	39
Anexos.....	42

1.INTRODUCCIÓN

El presente trabajo, tiene como finalidad mostrar al lector, que la matemática no es una ciencia difícil, aburrida e innecesaria, por el contrario, contribuye al desarrollo de nuestra inteligencia y al mismo tiempo, nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea.

Según la experiencia de algunas personas, la matemática es o ha sido la asignatura menos atractiva, martirizante en cualquier ciclo escolar, por lo que la falta de aprecio por esta ciencia ha arrojado resultados negativos. En el nivel preparatoria abierta, esta asignatura cuenta con un porcentaje importante de reprobación y deserción, situación que obstaculiza el acceso de los alumnos a estudios superiores, este fenómeno me llevó a investigar y estudiar más con el afán de buscar soluciones al respecto.

Este trabajo, presenta una propuesta de innovación, como alternativa de solución ante dicha problemática, que busca que el alumno no se apropie del conocimiento matemático por el acto memorístico, sino que tenga una tendencia hacia la construcción y transformación de nuevos conocimientos.

La presente propuesta se realiza bajo el modelo del proyecto de intervención pedagógica, reconociendo los objetos de conocimientos que están presentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje, la lógica de construcción de contenidos escolares, así como la implicación del maestro en su práctica docente.

El trabajo aborda una estrategia didáctica con visión totalizadora e integradora. Une, el aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje significativo, Psicología de la forma (GESTALT), Álgebra (productos notables) y Lógica operatoria (axiomatización).

Todo esto, para elaborar una historieta, cuyo nombre llamaremos “El fantástico mundo matemático” con su serie de productos notables.

2. DIAGNÓSTICO DE LA PROBLEMÁTICA DOCENTE

*La matemática honra el espíritu humano:
LEIBNIZ*

La ley federal de Educación establece que el sistema educativo comprende las modalidades escolar y extraescolar, y que se deberá crear un sistema nacional de certificación de conocimientos, por medio del cual se expedirán diplomas, títulos o grados académicos que acrediten el saber demostrado. En 1973 se empezó a trabajar en el diseño de pruebas que permitan la evaluación y la acreditación de los conocimientos correspondientes a la primaria y al ciclo de educación media.

El Colegio de Bachilleres inicia durante el período escolar 1975 / 76, un sistema de bachillerato abierto, para el cual es asesorado por el Centro para el Estudio de Medios y Procedimientos Avanzados de la Educación (CEMPAE), en coordinación con la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Enseñanza Superior (ANUIES), el Colegio de México y las Universidades Autónoma Metropolitana y Nacional de México.

Centro para el estudio de medios y procedimientos avanzados de la educación (CEMPAE).

Este es un organismo federal descentralizado, de interés público con personalidad Jurídica y patrimonio propio que fue creado por decreto presidencial el 31 de agosto de 1971.

El centro surgió de la consideración de que la única forma de atender a la demanda educacional, cualitativa y cuantitativamente, es con nuevos criterios que, con base en el constante avance científico, tecnológico y cultural, tiendan a desarrollar armónica y plenamente al individuo (1).

Las finalidades del centro son:

- 1. Fomentar, planear, coordinar y controlar la educación extraescolar.*
- 2. Programar la investigación y experimentación educacional del país.*
- 3. Asesorar a los organismos o Instituciones con funciones semejantes.*

Sistema abierto de enseñanza. En este proyecto se diseñó el modelo de enseñanza abierta y se desarrolla una metodología apropiada a las condiciones y recursos nacionales para que con el apoyo de los medios modernos de comunicación social se brinden mayores oportunidades educativas a toda la población.

El trabajo que se ha desarrollado puede dividirse en cuatro fases: Investigación, desarrollo, aplicación y difusión. Los resultados logrados se han plasmado en manuales, puestos a disposición de las instituciones educativas que se inician en estas nuevas formas de enseñanza – aprendizaje. En cuanto al desarrollo se instaló en la ciudad de Monterrey, N.L , un canal de televisión, a fin de producir los materiales audiovisuales, y se contrataron los servicios del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, para la elaboración de contenidos didácticos, así como para la implantación del programa.

En 1990 inicio mi labor docente en el Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, enfocándome al análisis de los planes y programas en el área de Matemáticas del nivel medio superior “**Preparatoria Abierta**”. La finalidad era aportar a mi práctica docente nuevas formas didácticas para impartir asesorías a los alumnos que cursaban esta modalidad. Los logros no fueron muchos porque seguía trabajando de manera rutinaria.

De tal forma que antes de conocer los nuevos paradigmas que orientan el camino de la educación, el acto educativo de mi particular práctica docente era toda una escena repetitiva, sin creatividad, sin saber conducir al educando en su rol como un <<sujeto que aprende>>, que imagina, construye y transforma sus pensamientos en hechos reales.

El sentido del <<para qué educamos>> lo iba comprendiendo conforme analizaba cada una de las teorías educativas y recolectando de ellas respuestas a mis profundas cuestiones acerca de mi práctica docente.

Entretenerme con paciencia en el aprendizaje de las personas adultas y buscar el cómo pretendemos enseñarles me hizo ahondar más en la cuestión del para que de la enseñanza de las matemáticas y el sentido profundo del aprendizaje humano.

Empecé analizando de manera más formal dentro de mi particular marco referencial, el contenido del libro *“Matemáticas 1 primer semestre de preparatoria abierta”* (2). Por ser éste, el que estaba utilizando para dar asesorías.

Se puede observar en el contenido la forma abstracta, convencional y tradicional cómo comúnmente lo observamos en los libros de matemáticas. No permite al sujeto a quién se le dirige una visión global; es árido. No es adecuado para alguien que utiliza el autodidactismo. Este último, es definido como *“aquel que se instruye y asimila el saber por sí mismo: es el protagonista de su misma educación”* (3).

Ante un sujeto autodidacta y que pocas veces asiste a las asesorías, el objeto de estudio matemáticas 1, es complejo por la dificultad que presenta al sujeto para acceder a él. Aquí el sujeto aprehende al objeto a través de lo mecánico – memorístico, recitación y repetición de fórmulas y algoritmos. La dificultad entre el sujeto y el objeto del estudio existe cuando el primero

no se apropia del segundo en forma activa y constructiva. Ni puede construir su propio aprendizaje a partir de su participación dinámica. La experiencia lógica – matemáticas “*consiste en operar sobre los objetos pero sacando conocimientos a partir de acciones y no a partir de los objetos mismos*” (4). Esto nos muestra que aprender no es un acto de memorización o de recepción de estímulo, “*sino un acto de creación por parte del sujeto; es la búsqueda personal de un camino para llegar al conocimiento*” (5).

Al respecto, Mario Villegas, habla en el prólogo “*es conveniente hacer notar que el enfoque moderno de las matemáticas consiste básicamente en procurar que el alumno asimile ideas que luego debe aplicar con técnica desarrollando allí sus habilidades, a diferencia del método tradicional basado en la memorización de fórmulas o reglas, las que al olvidarse hacían nulas todas las habilidades desarrolladas a partir de su aplicación*” (6).

En el libro – objeto de análisis de conocimiento-, se enseña:

- 1°. Que el estudiante adquiera los conocimientos básicos de la teoría de conjuntos y elementos de lógica – matemática, dándole el lenguaje simbólico.
- 2°. Familiarizar al estudiante con la teoría de campo elemental que le permita manipular los números reales y familiarizarlo, también con la terminología de las matemáticas en su enfoque moderno; y
- 3°. Darle la técnica para que logre la destreza y habilidad necesaria en la operación con elementos algebraicos, exponentes, polinomios, factorización y simplificación de fracciones.

Por lo tanto los alumnos se enfrentan con una variedad desconcertante de procedimientos que aprenden de memoria a fin de dominarlos. Casi siempre el aprendizaje es completamente memorístico.

Por otro lado, la variedad de procedimientos sugeridos en el libro están desconectados entre sí, por lo menos tal como se les presenta habitualmente. Raramente están relacionados. Aunque todos estos procedimientos contribuyen al objetivo de lograr que los alumnos realicen operaciones algebraicas en matemáticas superiores, los alumnos comentan que los temas son inconexos, son como páginas arrancadas de un centenar de libros diferentes, ninguna de los cuales expresa la vida, el significado y el espíritu de las matemáticas. Esta exposición del álgebra no se sabe ni donde empieza ni donde acaba.

El contenido del libro ha sido fielmente reproducido por otros libros de texto. La impresión más general sobre los textos tradicionales es que son insufriblemente pesados. La mayor parte de los libros de texto en matemáticas parecen creer que una obra así, debe ser fría, sin ninguna imaginación, mecánica y seca. Estos libros no tienen autor. No sólo están impresos por máquinas, también parecen estar escritos por máquinas.

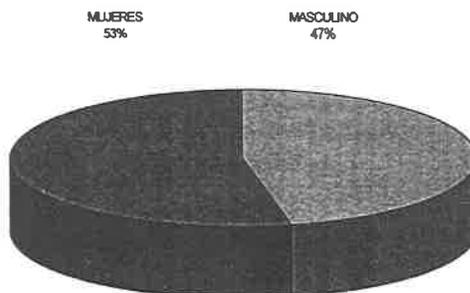
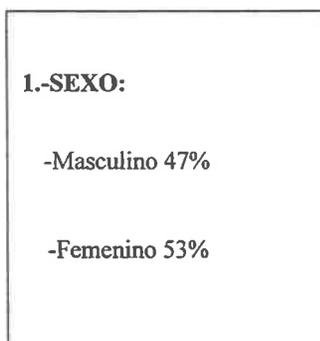
Ahora bien ¿De qué les va a servir este tipo de libros a un autodidacta, si no hay algo más que motive su curiosidad? El autodidacta es un *“sujeto que aprende, no tiene el auxilio de un educador, de un maestro, cuya tarea ya en plano profesional requiere un saber especializado, tanto, ya implícito en los contenidos de quién tiene que educar y que la pedagogía y las ciencias de la educación le suministran”* (7).

Para conocer más sobre el sujeto que asiste a las asesorías fue necesario con el grupo que atendía, aplicar un cuestionario (anexo 1) para obtener información relevante. Los fines; solucionar la dificultad que el sujeto enfrentaba con la materia de matemáticas 1.

El grupo de estudio estaba formado por 15 alumnos. De los cuales son 8 mujeres y 7 hombres según (Gráfica 1).

Ellos estudiaban la materia de matemáticas 1 primer semestre de preparatoria abierta en el centro educativo <<Prof. Enrique Ramírez y Ramírez>> ubicado en Vidal Alcocer 280 Col. Morelos. El centro educativo tiene como área 600 m² donde con material de concreto se construyó siete salones, una biblioteca, cuatro oficinas administrativas, un auditorio, una sala de exposición, un consultorio, cuatro sanitarios. También se trabaja con primaria y secundaria abierta. Además se promueven cursos de Inglés básico y avanzado, dibujo, escultura, y piano.

GRÁFICA No. 1



Quizá la estructura física y la organización en el interior del centro educativo no sean un indicador relevante para sacar a la luz información necesaria que apoyara la investigación, debido como lo hemos ya mencionado, a que el alumno es responsable de su propio proceso de aprendizaje, pues ellos, no asisten la mayoría de veces a las asesorías y toman como alternativa el estudio en casa.

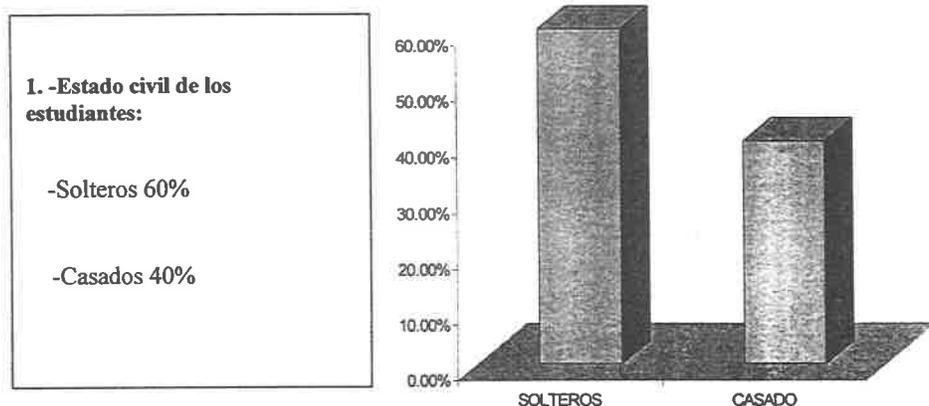
Una vez recopilados los datos por el instrumento diseñado para este fin, se llevó a cabo el procesamiento de datos y la codificación de los mismos. Obteniéndose los siguientes resultados: (gráfica 2).

Podemos observar que el 60% (9) de los alumnos son solteros y el restante casados (6). Con respecto a su ocupación el 46.67% (7) son empleados, amas de casa el 13.33% (2) y con un 40% (6) alumnos que se dedican a estudiar la preparatoria (gráfica 3).

RESULTADOS:

Los resultados de cada una de las preguntas del cuestionario se citan a continuación, acompañados de las gráficas correspondientes:

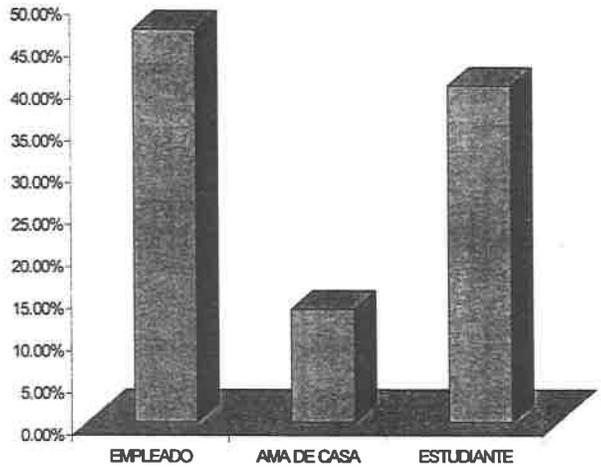
GRÁFICA No. 2 Estado civil de los estudiantes



GRÁFICA No.3 Con respecto a su ocupación

3. -Con respecto a su ocupación:

- Empleado 46.67%
- Ama de casa 13.33%
- Estudiante 40.00%



En referencia a la opinión que tienen los alumnos acerca del aprendizaje de la matemática: a) el 29% (13) de alumnos dice que las matemáticas son solo para científicos y técnicos. b) Un 34% (15) falso que sólo sea para mentes privilegiadas. c) El 31% (14) estimula la actividad humana creativa (gráfica 4).

GRÁFICA No.4 Valoración de las matemáticas

4. -Valoración de las matemáticas:

- Sólo para científicos y técnicos (F) 29%
- Sólo para científicos y técnicos (V) 4%
- Sólo para mentes privilegiadas (F) 34%
- Estimula la actividad humana creativa (V) 31%
- Estimula la creatividad humana creativa (F) 2%



Según la gráfica 5, opinión sobre las matemáticas; para la mayoría 40% (6) son difíciles. En cuanto al tiempo dedicado al estudio del libro de matemáticas en la gráfica 6, el 53% (8) no le dedica ningún tiempo al estudio de las mismas. Con estos indicadores tenemos una tendencia a que el contenido del libro de matemáticas 1 se le dificulte al alumno en su <<apropiación>>.

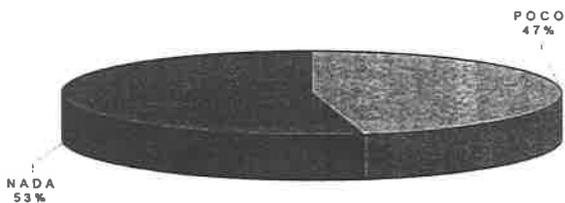
GRÁFICA No. 5 Opinión que tienen los alumnos acerca de las matemáticas:

5. -Opinión que tienen los alumnos acerca de las matemáticas:	
-Interesante a veces	20%
-Útil en algunas cosas	13%
-útil	20%
-Interesante a veces	7%
-Difícil	40%



GRÁFICA No. 6

6. -Tiempo que le dedican al estudio del libro de matemáticas I:	
-Nada	53%
-Muy poco	47%

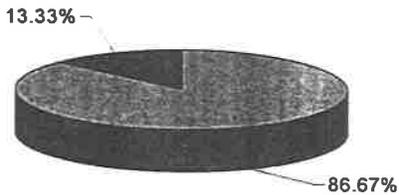


Hoy en día es importante saber matemáticas: El 86.67% (13) de los alumnos contestaron, que es un lenguaje actual. El restante 13.33% (2) como un requisito para terminar la preparatoria.

SEGÚN GRÁFICA No. 7.

7. -Hoy en día es importante saber matemáticas:

- Es un lenguaje que se utiliza en la actualidad 86.67%
- Es un requisito para terminar la preparatoria abierta 13.33%



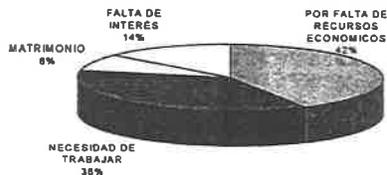
Los motivos principales por los que dejó de estudiar en el sistema escolarizado son:

Por falta de recursos económicos 42% (6), necesidad de trabajar el 36% (5), falta de interés el 14% (3) y el 8% restante por que contrajo matrimonio.

GRÁFICA No. 8 Motivos principales por los que dejó de estudiar en el sistema escolarizado:

8. -Motivos principales por los que dejó de estudiar en el sistema escolarizado:

- Por falta de recursos económicos 42%
- Por necesidad de trabajar 36%
- Por falta de interés 14%
- Matrimonio 8%

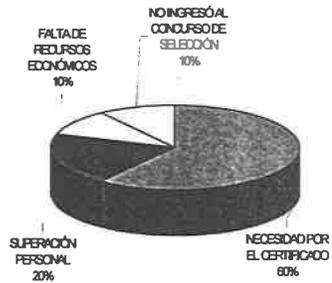


Gráfica No. 9
¿Por qué decidió ingresar a la preparatoria abierta?

9. –Por qué decidió ingresar a la Preparatoria

abierta:

- No ingresó al concurso de selección 10%
- Falta de recursos económicos 10%
- Superación personal 20%
- Necesidad por obtener el certificado 60%



3. PLANTEAMIENTO DE LA PROBLEMÁTICA

“ todo aquello que ha realizado a lo largo de los siglos las mayores inteligencias en relación con la comprensión de las formas por medio de conceptos precisos, esta reunido en una gran ciencia: las matemáticas”.-

Mencionadas algunas de las características del contexto social y educativo. Surge una problemática de << apropiación >> entre los contenidos de la matemática y el sujeto.

Como señala Tecla (1996) *“ la apropiación de los conocimientos sólo puede llevarse a cabo de una manera crítica. Los conocimientos no son dogmas estáticos ni sagrados, tampoco son algo acabado y definitivo; constituyen un proceso y están en constante transformación. Hay que estar confrontando las teorías entre sí y con realidad. La apropiación implica la tendencia hacia la construcción de nuevos conocimientos, no sólo adoptando una actitud crítica ” (8).*

Está problemática surge porque la apropiación y transformación del sujeto de conocimiento no está determinada sólo por la mayor o menor complejidad del objeto de conocimiento sino también por las características del sujeto de conocimiento.

El sujeto (alumno) que inicia un determinado aprendizaje en el sistema abierto, no es un sujeto abstracto sino un ser humano en el que todo lo vivido, su presente, su pasado y su futuro, aun para ser negado, está en juego en la situación.

El proceso de conocimiento queda reducido a la aprehensión del contenido del libro a través de los sentidos, el acto mecánico de apropiación de la realidad, de una realidad inmutable, fragmentada en compartimentos y divorciados de la acción del hombre.

En realidad el contenido interpretado desde el enfoque tradicionalista es el enciclopedismo, *“representado por un gran cúmulo de conocimientos que el alumno tiene que aprender. Este fenómeno se expresa en la fragmentación y abuso del detalle ”(9).*

No se deben fragmentar los contenidos, se debe promover al análisis, síntesis, capacidades críticas y creativas. Se debe buscar relación e interacción con la vida propia del educando y no presentar el contenido como un fragmento independiente y estático.

Debe cambiarse la forma de elaborarse los libros de matemáticas, en este caso refiriéndose a los textos de matemáticas I del sistema abierto.

Por ello considero que la alternativa es:

Elaborar una historieta en matemáticas y sus autoevaluaciones, que sirva como complemento al libro texto - matemáticas 1 de la preparatoria abierta de primer semestre. Su objetivo, que el alumno inscrito al sistema abierto tenga un material accesible y de fácil comprensión para su lectura en forma individual. Que cultive el hábito de leer pacientemente cada uno de los problemas y conceptos matemáticos. Y reconocer su proceso de enlace con el fin de comprenderlos.

4.ELECCIÓN DEL PROYECTO

*la matemática, de modo general es
fundamentalmente la ciencia de las
que son evidentes por sí mismas.-
FELIX KLEIN.*

Con la posibilidad de transformar la práctica docente y de construir un proyecto que contribuya a solucionar el problema de << apropiación del contenido >> por parte del sujeto, hemos de abordar el proyecto de intervención pedagógica.

“ En el marco de estos propósitos se formula el proyecto de intervención pedagógica como estrategia que abordará los proyectos, los procesos de formación reconociendo la especificidad de los objetos de conocimientos que están presentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje, la lógica de construcción de los contenidos escolares, así como el trabajo de análisis de la implicación del Maestro en su práctica docente ”(10).

La intervención recupera de forma fundamental lo que se ha venido mencionando como la implicación del sujeto en los procesos de enseñanza – aprendizaje. También se reconoce de qué el docente tiene una actuación mediadora de intersección entre el contenido escolar y su estructura con las formas de operarlo frente al alumno.

El proyecto de intervención pedagógica se *“ limita a abordar los contenidos escolares. Este recorte es de orden teórico metodológico y se orienta por la necesidad de elaborar propuestas con*

un sentido, más cercano a la construcción de metodologías didácticas que se imparten directamente en los procesos de apropiación de los conocimientos en el salón de clases''(11).

En esta propuesta de intervención pedagógica, se pretende que al alumno del primer semestre de preparatoria abierta se le facilite conocer e interpretar parte del libro, matemáticas I; refiriéndose específicamente, sería demasiado extenso trabajar con la teoría de conjuntos y álgebra, por ello nos limitaremos a abordar de manera prioritaria solo un tema de álgebra: **productos notables**.

Hemos seleccionado este tema, que es parte de la currícula, porque permite integrar sus partes en un todo. Se pueden detectar dentro de una maraña de letras y números abstractos, ayuda a solucionar expresiones algebraicas más complicadas. Y se pueden operar a través de la axiomatización, (12) *ésta presenta la inmensa ventaja de querer explicitarle todo, y de reunir la materia formal en un número mínimo de proposiciones primeras; estas son admitidas entonces, sin demostración (axiomas), pero permiten seguir paso a paso la construcción ulterior, de la cual soporta todo el peso.*

166255

5. DISEÑO DE LA ALTERNATIVA DE SOLUCIÓN

*La ciencia, por el camino de la exactitud, sólo
tiene dos ojos: la Matemáticas y la Lógica.-
DE MORGAN*

RECUPERACIÓN DE ELEMENTOS TEÓRICOS PARA LA ELABORACIÓN DE UNA HISTORIETA.

Número y forma han sido los pilares sobre los cuales se ha construido el enorme edificio de la Matemática. Sobre aquél se erigieron la aritmética y el Álgebra; sobre éste, la Geometría y la Trigonometría. En plena edad moderna, ambos pilares se unifican en maravillosa simbiosis para presentar la base del análisis. Del número – en su forma concreta y particular – surgió la aritmética, primera etapa en la historia de las matemáticas. Más tarde cuando el hombre superó ese concepto, para ajustarlo a una más compleja mentalidad, dio un paso en firme en el desarrollo del pensamiento matemático: el **Álgebra**.

El álgebra elemental se ocupa del “ *estudio de los números, de sus propiedades y de su estructura*” (13). Se utilizan letras y símbolos para dar generalidad a las expresiones. Entre estas letras se pueden definir operaciones o leyes de composición lo que da lugar a las estructuras algebraicas de gran importancia.

Algunos autores definen las matemáticas como “ *expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética*” (14). Las matemáticas “ *es una creación de la mente*” (15) WILLIAM F. WHITE dice “*es el lenguaje de precisión, es el vocabulario indispensable de aquello que conocemos*” (16). G. H. HOWISON, la matemática “ *es aquella forma de inteligencia con cuyo auxilio traemos a los objetos del mundo de los fenómenos hacia el control de la concepción de la cantidad*” (17). Podemos decir que la matemática es utilizada por el hombre para interpretar algunos aspectos de la naturaleza.

Las matemáticas no se limitan a satisfacer la necesidad de dar una interpretación simbólica de la realidad, sino que:

*Encuentra un método

*Alcanza puntos de vista cada vez más elevados, abstractos y generales.

Se puede crear un modelo simbólico a partir de una realidad, que le permita interpretarla, obtener resultados y volver a esa realidad. Después crear un conjunto de proposiciones primeras o axiomas que permitan, mediante un proceso de deducción, llegar a caracterizar un sistema o una estructura.

Llamaremos estructura “ *toda relación lógica susceptible de desempeñar alternativa o simultaneidad, el rol de forma y contenido*” (18). Llamaremos operación “ *la transformación reversible de una estructura en otra, ya sea por modificación de la forma o bien por sustitución con relación al contenido*”(19).

Las proposiciones primeras o axiomas que pueden ser reducidas en cuatro, según, Whitehead y Russel, De Hilbert y Acremann (20).

Ax. I : $\vdash (p \vee p) \supset p$

Ax. II : $\vdash p \supset (p \vee q)$

Ax. III : $\vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$

Ax. IV : $\vdash (p \supset q) \supset [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$

Toda axiomática se basa, una vez definidas las expresiones formadas en:

1. Proposiciones primeras o axiomas.
2. Reglas formuladas de modo de asegurar precisamente esta deducción.

Estas reglas permiten transformaciones y se hayan relacionadas entre sí, al igual que lo están a las reglas que es posible derivar enseguida de los axiomas mismos.

De acuerdo con Piaget “*la estructura operativa implica nueve aspectos distintos*” (21).

I. El encaje de la parte en él todo. Toda proposición forma parte de un todo constituido por ella misma. Axioma I I .

II. El encaje de la parte en sí misma (o del todo en sí mismo). Una proposición es aquella que se implica a sí misma. Axioma I .

III. La conmutatividad de la reunión de las partes. El axioma III (pvq) (qvp) expresa este tercer principio fundamental según el cual la reunión de los elementos p y q en un solo todo (pvq) es independiente del orden y presenta en consecuencia la propiedad conmutativa.

IV. El orden de los encajes, expresa una sucesión de encajes de la parte en el todo, concebido este todo como una nueva parte en un todo de rango superior. Estos encajes implican pues un orden, al cual corresponden a las inclusiones igualmente ordenadas $p \subseteq q \subseteq r \subseteq s \subseteq \dots$, etc.

V. La intersección de las partes (o de las totalidades). Entre las proposiciones existen partes comunes. Axioma II y IV.

VI. La transitividad de los encajes. El axioma IV expresa así, en su forma más general, la transitividad de los encajes de la parte en el todo.

VII. La complementariedad o reversibilidad simple.

VIII. La reciprocidad. Axioma III, representa la reversibilidad aplicada a las relaciones: o bien

traduce directamente la equivalencia, o bien expresa una complementariedad con relación a la equivalencia.

IX. La sustitución no podría evidentemente formularse como axioma, pero como es indispensable para la deducción, se le ubica entre las reglas.

Con esto, se aspira a que los estudiantes consigan elaborar técnicas generales para actuar ante situaciones de problemas reales, así como desarrollar estrategias mentales de tipo lógico que les permita aproximarse a campos de pensamiento y de la vida y no sólo parcelas de cálculo como simples ejercicios, o la aplicación de fórmulas para casos particulares.

La construcción actual de las matemáticas está realizada sobre dos campos esenciales que son “ *él Álgebra y La Topología* ” (22). La primera que es, la que nos interesa: Estudia las estructuras algebraicas y su hilo conductor es el concepto de función, también retoma la idea de operación. Jean Piaget, entiende por operación, “*una acción interiorizado, componible y reversible* ”(23). Así la acción de reunir **Productos Notables** es una operación porque varias reuniones sucesivas equivalen a una sola reunión (composición) y las reuniones pueden ser invertidas y transformadas.

Esto quiere decir, no basta con enseñar al alumno una operación algebraica con un simple procedimiento o regla; también se requiere que él descubra las propiedades de relación que enlazan a cada uno de los elementos o términos algebraicos para realizar la operación; la axiomatización, permite a través de la interpretación lógica partiendo de axiomas, descubrir las relaciones que enlazan a las estructuras algebraicas.

Las matemáticas son “ *un descubrimiento de relaciones y la expresión de dichas relaciones en forma simbólica (o abstracta)*” (24). Las matemáticas están al alcance del alumno si son comunicadas de tan diversas maneras y son descubiertas por ellos mismos.

Aprendizaje por descubrimiento.

Retomando ahora el aprendizaje por descubrimiento; el enfoque de Piaget en la educación matemáticas “*supone una interacción activa con el entorno, permitiendo así al individuo la construcción del conocimiento y la comprensión* ” (25). Este tipo de aprendizaje, en la Psicología de la forma, depende de qué el alumno establezca para construir y comprender “ *las conexiones y advierta relaciones* ” (26).

Con esto, se unen las partes (temas) en forma global (todo) para que el alumno empiece a explorar, descubrir las redes algebraicas - unir un término algebraico con otro -. Aprender descubriendo no quiere decir descubrir totalmente lo desconocido hasta ahora; quiere decir, descubrir algo por sí mismo.

El aprendizaje por descubrimiento aprovecha y fomenta la expectación que produce la regularidad y las relaciones recíprocas. Conduce precisamente al descubrimiento de otras características de los sucesos y a métodos eficaces para lograrlo. La práctica de descubrir por sí mismo le enseña al sujeto a adquirir una información que resulta más accesible y útil para la solución de problemas.

Aprendizaje significativo.

Según Ausubel (27), para que el aprendizaje significativo tenga lugar, tienen que darse tres condiciones:

1) Los nuevos materiales que van a ser aprendidos deben ser potencialmente significativos; es decir, suficientemente sustantivos y no arbitrarios para poder ser relacionadas con las ideas relevantes que posea el sujeto.

2) La estructura cognoscitiva previa del sujeto debe poseer las necesarias ideas relevantes para que puedan ser relacionadas con los nuevos conocimientos.

3) El sujeto debe manifestar una disposición significativa hacia el aprendizaje, lo que plantea la exigencia de una actividad activa y la importancia de los factores de atención y motivación.

Esta teoría sostiene el aprendizaje significativo, se produce al relacionar al encajar las nuevas ideas con las ya existentes en la estructura cognitiva del sujeto.

Género literario: LA HISTORIETA

Se introduce la literatura (28) *“como específica provisión para deleitar, distraer o inquietar. La literatura fundamentalmente, palabra escrita, la utilizaremos como fuente inagotable de conocimientos para dar solución en forma creativa, crítica e imaginativa a la problemática”*.

La literatura puede prestar sus textos para rendir servicio y apoyo a otras asignaturas, en este, caso la Matemática.

Se retoma el papel interdisciplinario de la literatura. *“ toda enseñanza es tanto más eficiente cuanto mayor dominio lingüístico y científico, se consagre en la explicación de la doctrina y la creación literaria es de suyo, creación lingüística ”*(29).

Sí la literatura se concibe en el mundo matemático, proporciona en el alumno nuevas formas de conocerlo, y al mismo tiempo por los caminos de la imaginación y narración vaya descubriendo y explorando el fantástico mundo abstracto, lógico y simbólico que se desarrolla en esta ciencia.

De esta manera intentando enfocar el fragmento literario: la historieta, hacia presumibles conexiones con los contenidos del álgebra y en especial con el tema “ productos notables ” es una alternativa a la problemática de apropiación que enfrenta el alumno con el contenido del libro matemáticas 1.

La historieta (30), “*constituye una de las variedades más difundidas de la trama narrativa con base icónica: Combina la imagen plana con el texto escrito y los elementos verbales e icónicos se integran a partir de un código específico*”.

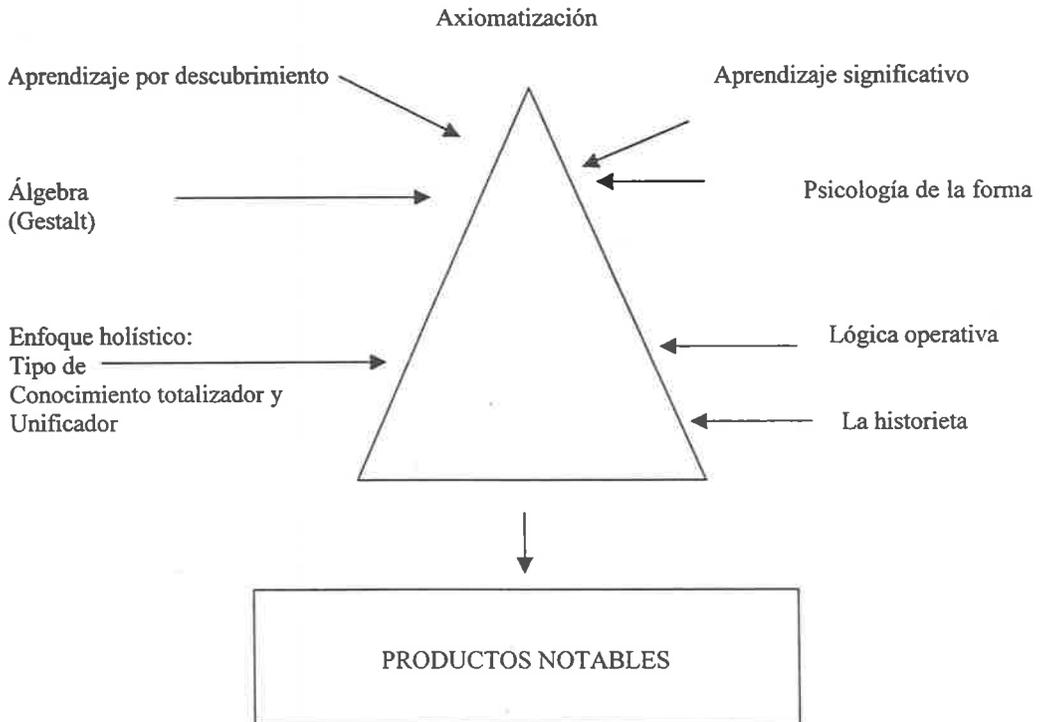
Con este tipo de texto se buscará la participación activa del lector; evitando caer en el acto memorístico.

El empleo de la historieta, textos que combinan lo lingüístico con lo icónico son aptos para transmitir mensajes a los lectores.

ESTRATEGIAS DE TRABAJO.

Las estrategias didácticas constituyen una de las partes más importantes del proyecto de intervención pedagógica, en razón de que estas unirán los elementos teóricos mencionados, que permitan elaborar un complemento didáctico que apoye al alumno en la apropiación del tema: productos notables”.

Elementos teóricos



Lo icónico como recurso didáctico de la historieta nace tanto de la evidencia de una representación visual (a base de fotografías, dibujos o esquemas) sintetizan y engloban en breve espacio los múltiples rasgos, elementos o características que configuran un producto notable. La percepción es inicialmente global; resulta pues, más eficaz en un plano didáctico presentar en una historieta el tema productos notables. Como conocimiento matemático, totalizador y unificador en una representación globalizada; pudiendo descender posteriormente al análisis de los aspectos que lo construyen.

Una vez seleccionados los elementos teóricos, éstos, son organizados y tejidos de manera guiada por un personaje llamado << Omega>>.

La historieta, titulada “EL FANTÁSTICO MUNDO MATEMÁTICO ” serie: productos notables, queda estructurada de manera siguiente:

- La presentación de conceptos**
- Problemas**
- Personajes**
- Lo icónico**
- El arreglo de la imagen didáctica**
- Lenguaje económico**

6.APLICACIÓN Y EVALUACIÓN DE LA ALTERNATIVA

*Las leyes de la naturaleza son sólo
Pensamientos de Dios.- KEPLER*

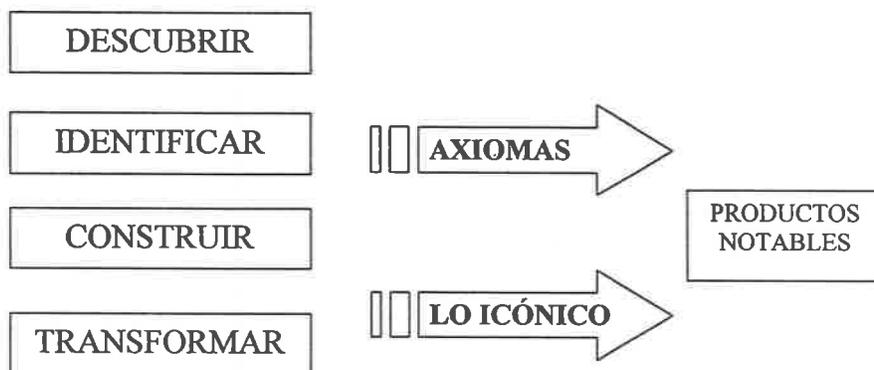
Aprender y enseñar es un proceso que no se limita al espacio del aula, sino que se forma de todas las actividades que realizamos los seres humanos. Aprendemos y enseñamos en la relación que establecemos con el ambiente en donde nos desenvolvemos.

Este proceso de enseñanza-aprendizaje es al mismo tiempo un proceso de comunicación en donde recibimos información del exterior, lo comparamos con la que tenemos y la reestructuramos para tener un nuevo concepto sobre las cosas. Sin embargo este proceso no es tan simple, pues está permeado con la información anterior, es decir, con nuestra historia.

Las situaciones a las que nos enfrentamos son estímulos reales que en el proceso enseñanza-aprendizaje son muy significativas. Por lo tanto, es muy útil aprovecharnos para explicar contenidos académicos; puesto que así, es más fácil que los alumnos comprendan tanto el concepto, como la aplicación práctica del conocimiento adquirido.

Para que el alumno, se apropie del concepto matemático “productos notables” y comprenda su aplicación en la solución de problemas, es necesario abarcar las siguientes tareas:

1. - Hacer lectura de la historieta “El fantástico mundo matemático”, para:



2.- Con el mapa algebraico (anexo 2), hacer actividades según se indican en el mismo, y verificar respuestas (anexo 3).

3.- Observa, descubre y aplica (anexo 4) es otra de las actividades; realizarlas según las indicaciones, y verificar respuestas (anexo 5) .

De la historieta, titulada “El fantástico mundo de las matemáticas” con su serie de productos notables y sus autoevaluaciones, se hicieron revisiones pertinentes en su contenido, basándonos y apoyándonos en los elementos teóricos seleccionados para estructurar la historieta. Estos, proponen que la enseñanza, es un proceso de descubrimiento y construcción, y no sólo descubrir una regla que posibilite transferencias lejanas hacia otras situaciones.

Dentro de las dificultades que me encontré al elaborar la historieta, están las de transformar las expresiones algebraicas no por reglas fijas como al principio se había utilizado, sino por axiomatización. A partir de esto, me di a la tarea de investigar varias fuentes para encontrar elementos matemáticos que me solucionaran los impedimentos.

El diseño, la imagen y los argumentos fueron cambiando constantemente durante todo el proceso, incluyendo la participación de los propios alumnos para mejorar la elaboración de la historieta.

En fin, la historieta – trabajo de investigación -. Surgió de una relación con la teoría y mi práctica, para llevar a cabo una didáctica distinta que transforme los viejos procesos de enseñanza –aprendizaje.

7. ELABORACIÓN DE LA PROPUESTA DE INNOVACIÓN

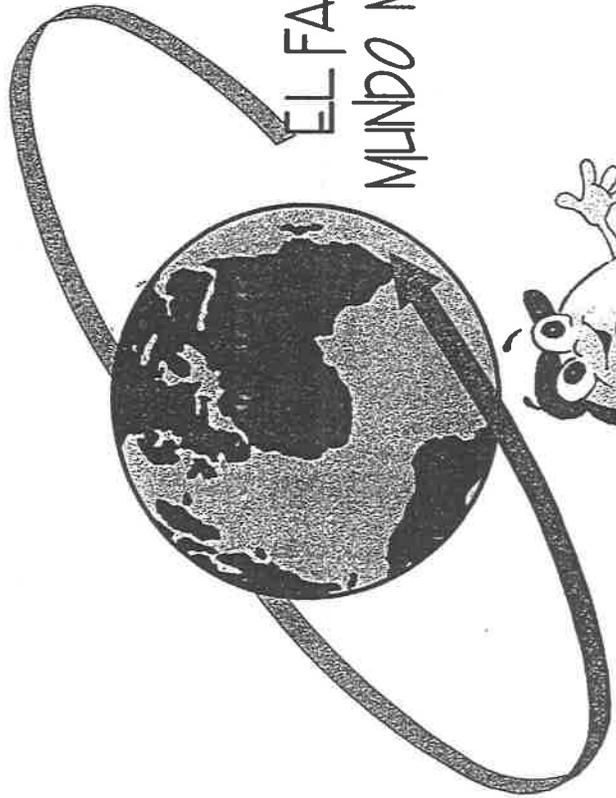
La matemática es la más simple, la más perfecta y la más antigua de las ciencias.
JACQUES HADAMARD

La historieta . . .

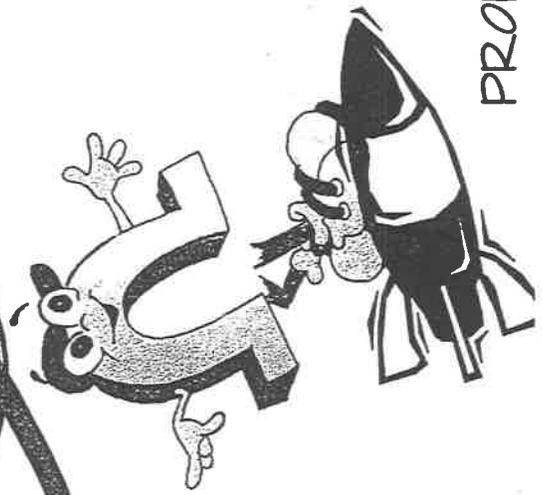
El fantástico mundo matemático . . .

Productos notables . . .



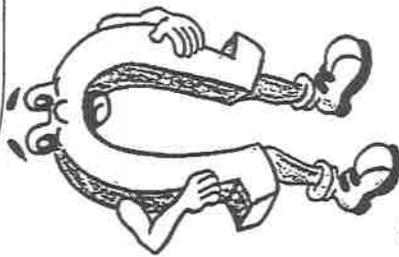


EL FANTÁSTICO
MUNDO MATEMÁTICO



PRODUCTOS NOTABLES

¿ Por qué la mayoría de la gente dice que la Matemática, es el coco de todos ? Yo creo que no, al contrario es maravillosa.



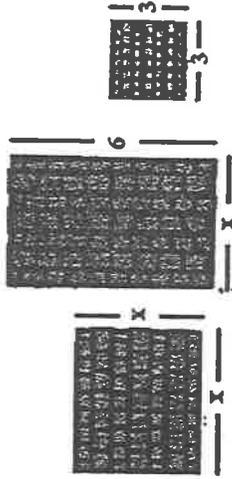
¿ Sabes, por qué digo esto ?

Porque diariamente en nuestras actividades las utilizamos. Observa:

Con la ayuda de la propiedad distributiva, que funciona como una mano que reparte y la factorización que funciona como cajas para guardar y agrupar, resolveremos un problema que me dejaron.



Si la suma de las áreas de tres bardas rectangulares que es lo que se ilustra es de 64 m^2 ¿Cuál es el valor de x ?



Solucion: El área de la primera barda cuadrangular es x^2
El área de la segunda barda rectangular es de $6x$
El área de la tercera barda cuadrangular es 9

Y como la suma de estas áreas es de 64 , podemos establecer la ecuación:

$$x^2 + 6x + 9 = 64$$



Este es un T.C.P. (Trinomio cuadrado perfecto)

Construyendo y transformando, nos da:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$



Este es el cuadrado de un Binomio.

Por consiguiente podemos escribir la ecuación:

$$x^2 + 6x + 9 = 64$$

En la forma: $(x + 3)^2 = 64$

Aplicando un axioma: Si cantidades iguales se elevan a una misma potencia, o si a ambas se les extrae una misma raíz, los resultados son iguales.



$$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{64}$$

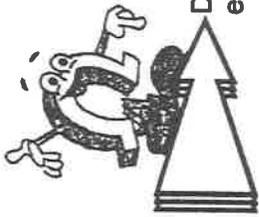
$$x + 3 = \pm 8$$

$$x + 3 - 3 = \pm 8 - 3$$

Aplicando el inverso aditivo de 3:

$$x = 5 \text{ o } x = -11$$

Como no hay distancias negativas, el valor real que resuelve el problema es $x = 5$.



Después de resolver el problema y conocer el valor de x , me pregunto:

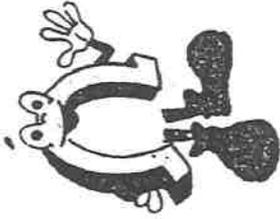
¿Por qué se le llama T.C.P.? y ¿Por qué construyendo y transformando, éste, se llega al cuadrado de un binomio?

Quitémonos la curiosidad:

¡ CUIDADO !

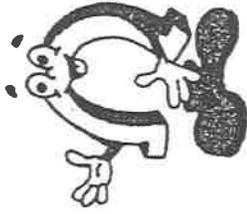
ÉSTE ES UN GENUINO LIBRO MATEMÁTICO

¡ Proyectado especialmente, para cualquier persona que recuerde un poco de álgebra de secundaria y tenga curiosidad por saber cómo es la familia "PRODUCTOS NOTABLES". Y un premio extra: quien pueda recorrer todo este libro matemático ¡tendrá ya asegurado los primeros pasos a una parte del conocimiento algebraico !



¡Hola! Me llamo "OMEGA"

Quiero decirte que estás a punto de conocer a una familia muy querida por los matemáticos.



Ellos, la nombran "Productos Notables".

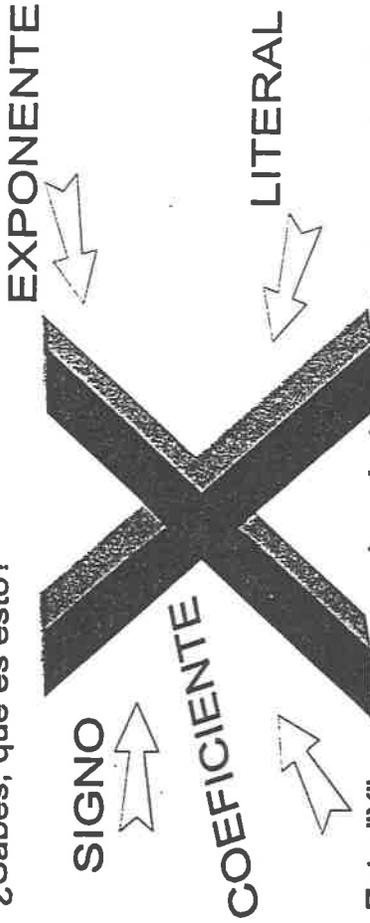


¿Sabes, por qué? Te lo diré: los llaman así, porque son ciertos personajes

"Productos" que ayudan a simplificar y a resolver con razonamiento lógico y matemático algunos problemas que surgen en nuestra vida diaria.

Ahora empezamos el viaje

¿Sabes, qué es esto?



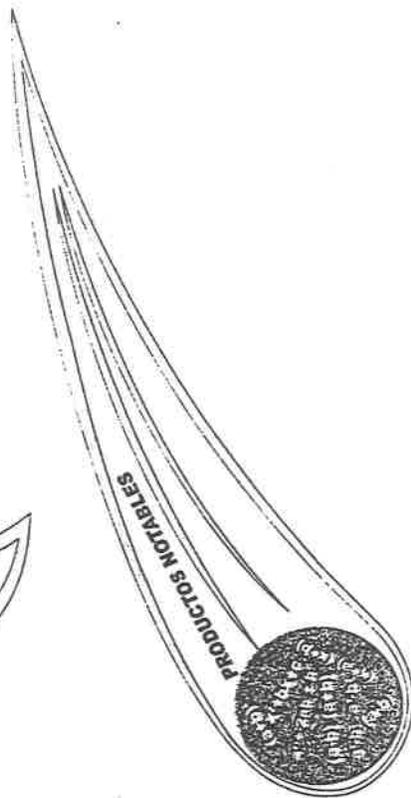
Esta "X" es el personaje más importante de esta familia. Siempre estará acompañada de un signo, coeficiente y exponente; a estos dos últimos en ocasiones los acompaña un amigo invisible cuya identidad está plenamente identificada con la Unidad.

Así, unidas estas cuatro partes es lo que llamamos en el mundo matemático "Término Algebraico", y es conveniente reconocerlo para poder comprender a los productos notables. De otra manera cóncelo.

$3x^2$, $4z^3$, y

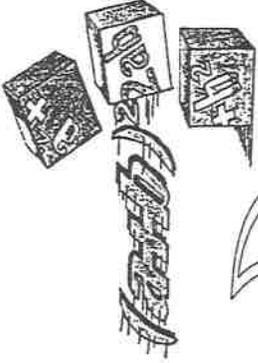
* Además de la "x" puede ser cualquier otra letra, diferente de "o" por que se confunde con el cero (y, w, z, etc.).

- Nosotros poseemos una facultad muy importante la de "Construir y Transformar". Gracias a esto podemos tener blindajes distintos, sin que se den cuenta de que somos nosotros -
- Sigue leyendo más y encontrarás algunos secretos matemáticos que nunca te habrías imaginado y que seguramente con esto podrías localizarnos dentro del mundo matemático y ante todo utilizarnos para resolver problemas matemáticos -



- Hemos llegado.

Prepárate a descubrir, este maravilloso mundo de las matemáticas.

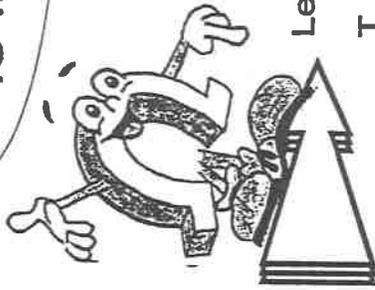


¡ HOLA! Te diré mi nombre me llamo "el cuadrado de un binomio" pero también, me dicen T.C.P. , que quiere decir Trinomio Cuadrado Perfecto

Le llaman " el cuadrado de un Binomio " porque contiene dos términos algebraicos, tiene un signo en medio y además estos dos términos se elevan al cuadrado en un conjunto de asociación.

Así: Términos $(a + b)^2$ ← Exponente cuadrático
Algebraicos $(a + b)^2$ ← signo

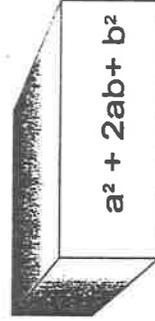
¿ y por qué
le llaman T.C.P. ?



Le llaman
T. C. P.



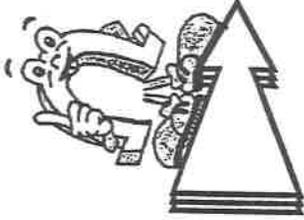
Porque se viste de otra forma



¡Yo soy un....
"TRINOMIO CUADRADO PERFECTO"

Esto quiere decir que
el cuadrado de un Binomio
y

el trinomio cuadrado
Perfecto, son uno mismo
pero con diferente apariencia



Le llaman T.C.P. porque contiene
un término lineal y dos términos
cuadráticos.

Los términos cuadráticos siempre
deben de estar en los extremos y
el término lineal en la parte media.

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Diagram illustrating the structure of a quadratic trinomial: $a^2 + 2ab + b^2$. The terms are labeled as follows:

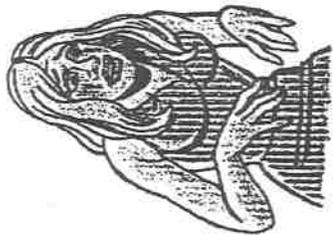
- a^2 is labeled "Término Cuadrático" (Quadratic Term).
- $2ab$ is labeled "Término Lineal" (Linear Term).
- b^2 is labeled "Término Cuadrático" (Quadratic Term).

" Todo término cuadrático tiene raíz Cuadrada"

NOTA: No todos los trinomios que tienen términos cuadráticos son T.C.P.

Ejemplo: $x^2 + 7x + 4$

ENTENIDO



Compañero estudiante: Para saber si es un T.C.P. lo que tenemos que hacer es lo siguiente:



PASOS

- 1.- Identificar si el Trinomio tiene en sus extremos términos cuadráticos, si no, no te esfuerces; no es T.C.P.

2.- Si ya averiguaste que en sus extremos tienen términos cuadráticos, entonces extrae la raíz de ambos términos y multiplica las raíces por el factor 2.

3.- Si el resultado es parecido al término lineal, entonces es un T.C.P.

$$\text{Así: } a^2 + 2ab + b^2$$

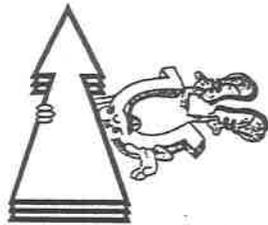
↓ La raíz del término cuadrático es "a" ↓ Término lineal ↘ La raíz del término cuadrático es "b"

AMBAS RAÍCES
MULTIPLICADAS POR 2

$$2(a)(b) = 2ab$$



" Este resultado se parece al término lineal "



Como el resultado del
producto se parece
al T. lineal, entonces
es un T.C.P



¡Qué fácil
no !

COMO YA SÉ IDENTIFICAR
ALGUNOS DE LOS INTEGRANTES
DE LA FAMILIA, QUISIERA SABER
¿COMO SE TRANSFORMA
DE UNA MANERA A OTRA?



DEMOSTRACIÓN 1

El Cuadrado de un Binomio a un T.C.P.

Demostración

DESARROLLO

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a(a+b)+b(a+b)$$

$$= a^2+ab+ba+b^2$$

$$= a^2+ab+ab+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

RAZONES

Exponentes

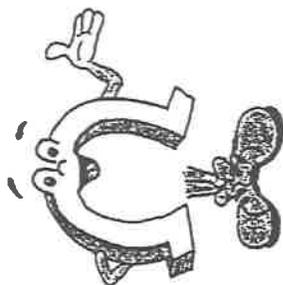
Distributiva

Distributiva y Exponentes

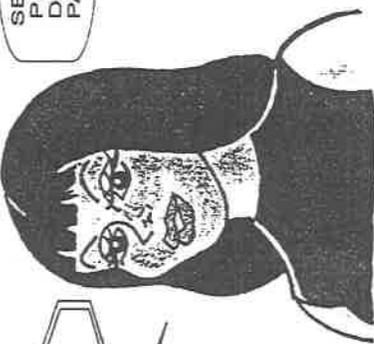
Commutativa

Asociativa

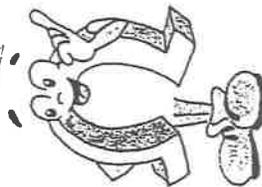
Simplificando



¡ QUÉ
DESCUBRIMIENTO !



SE APLICARON
PROPIEDADES (AXIOMAS)
DE LOS NÚMEROS REALES
PARA TRANSFORMAR



DEMOSTRACIÓN II

Un Trinomio cuadrado perfecto en un Binomio al cuadrado

Demostración

DESARROLLO

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$

RAZONES

$$2ab=ab+ab$$

El todo es igual a la suma de sus partes

$$a^2+2ab+b^2 = a^2+ab+ab+b^2$$

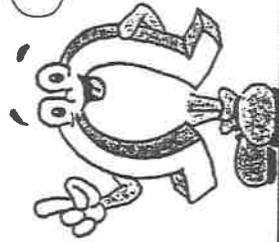
sustitución

$a+b$	$+$	$(ab+b^2)$	Asociativa
$a+b$	$+$	$a(ab+b)$	Factor común
a^2+ab	$+$	$ab+b^2$	Commutativa
$a^2+2ab+b^2$	$+$	$(a+b)(a+b)$	Factorización

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$

Exponentes

FACTORIZANDO SE LOGRA TRANSFORMAR



¿ QUIÉN ES ÉSTE ?



$$a^2 - b^2$$

ME LLAMAN " DIFERENCIA DE CUADRADOS "
CONSTRUIDO Y TRANSFORMADO ME CONOCEN
COMO "BINOMIOS CONJUGADOS " .

Le llaman "Diferencia de Cuadrados "
porque contiene dos términos cuadráticos
relacionados por el signo menos .El signo
siempre está colocado entre los términos
cuadráticos.



Así: a^2

↔ signo menos

b^2

Primer término cuadrático

Segundo término cuadrático

POR LO QUE VEO
ÉSTE TAMBIÉN TIENE
DOS PERSONALIDADES..



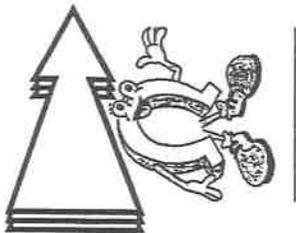
¡ CLARO !



" "

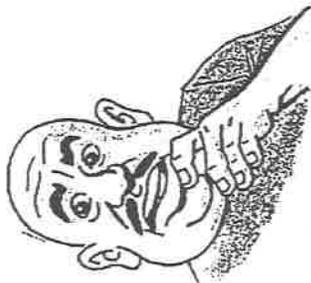
¿ Y POR QUÉ
SE LLAMAN
" BINOMIOS CONJUGADOS " ?





Se llaman BINOMIOS CONJUGADOS porque se visten de otra manera.

¿Y CÓMO SE VISTE?



Se viste de la siguiente manera:

Es el producto de dos binomios donde uno es la suma y el otro la diferencia de las raíces de los términos cuadráticos.

Así:

$$(a-b)(a+b)$$



RAÍZ DEL PRIMER TÉRMINO CUADRÁTICO



RAÍZ DEL SEGUNDO TÉRMINO CUADRÁTICO



RAICES

NOSOTROS SOMOS BINOMIOS CONJUGADOS

¿Y CÓMO
SE TRANSFORMA
DE UNA MANERA
A OTRA ?



DEMOSTRACIÓN III

Binomios Conjugados a una diferencia de cuadrados

Demostración

DESARROLLO

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2$$

$$= a^2 - ab + ab - b^2$$

$$= a^2 - 0 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

RAZONES

Distributiva

Distributiva y Exponentes

Commutativa

Inverso aditivo

Simplificando (Neutro aditivo)





DEMOSTRACIÓN IV

Una diferencia de cuadrados en binomios conjugados

Demostración

DESARROLLO

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2 \cdot b^2 = a^2 + 0 - b^2$$

$$= a^2 - ab + ab - b^2$$

$$= (a^2 - ab) + (ab - b^2)$$

$$= a(a-b) + b(a-b)$$

$$a^2 \cdot b^2 = (a+b)(a-b)$$

RAZONES

Neutro aditivo

Inverso aditivo

Asociativa

(Distributiva) Factorización

Factorización

$$\begin{array}{r} a+b \\ a-b \\ \hline a^2+ab \\ -ab-b^2 \\ \hline a^2+0-b^2 \end{array}$$

También se realiza de la siguiente manera:

$$\overbrace{(a-b)(a+b)}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot a = a^2 \\ (-) \cdot (+) = - \\ (b) \cdot (b) = b^2 \\ a^2 - b^2 \end{array}$$

¿y éste
quién
es?



$$x^2 + bx + c$$

Yo soy un "trinomio no perfecto"
pero si me visto de otra manera
me dicen "Trinomio con un
término común"

Soy un trinomio no perfecto
porque consto de 3 términos:

$$x^2 + bx + c$$

↑ término cuadrático
↑ término lineal

↑ término independiente

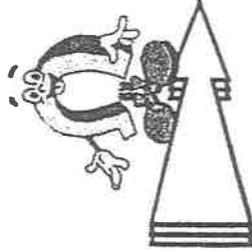
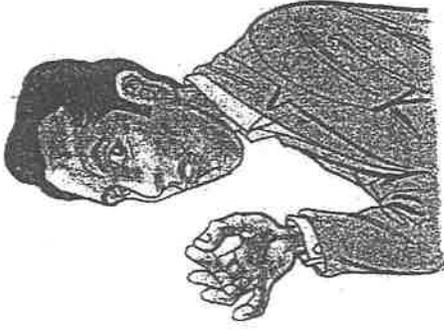
(Este término no tiene raíz)

y si me visto de otra manera
me encontrarán así:
 $(x+a)(x+b)$

 Binomios con un término común X

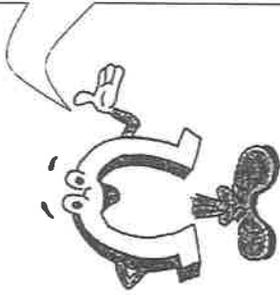
$(x+a)$  $(x+b)$
término común términos independientes

¿PARA TRANSFORMARSE DE UNA MANERA A OTRA, SE APLICAN ALGUNAS PROPIEDADES Y POSTULADOS DE LOS NÚMEROS?



Compañero estudiante: te enseñaré. Descubre como puedes pasar de un trinomio no perfecto a Binomios con un término común o viceversa.





DEMOSTRACIÓN V

El producto de dos Binomios con un término común a un Trinomio



Demostración

DESARROLLO

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$

$$= x^2 + xb + ax + ab$$

$$= x^2 + (xb + ax) + ab$$

$$= x^2 + (bx + ax) + ab$$

$$= x^2 + x(b+a) + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

RAZONES

Distributiva

Distributiva y Exponentes

Asociativa

Conmutativa

Factorización

Conmutativa

DEMOSTRACIÓN VI

Un Trinomio no perfecto
a unos binomios
con un término común

Demostración

DESARROLLO

$$x^2 + x(b+a) + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 + x(b+a) + ab = x^2 + xb + xa + ab$$

$$= (x^2 + xa) + (xb + ab)$$

$$= x(x+a) + b(x+a)$$

$$x^2 + x(b+a) + ab = (x+a)(x+b)$$

CONSTRUYENDO Y TRANSFORMANDO

RAZONES

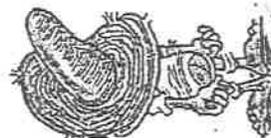
Distributiva

Asociativa y Conmutativa

(Distributiva) Factorización

Factorización

ME ESTOY APRENDIENDO LAS REGLAS



NO SON REGLAS,
SON DEMOSTRACIONES

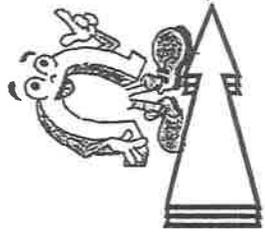
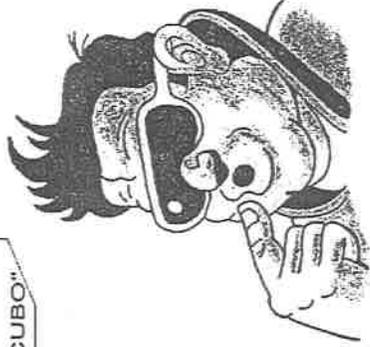
PERSONALIDADES QUE NO TIENEN DOBLE PERSONALIDAD

TRABALENGUAS

$$(a+b)^3$$

Me llamo Binomio al Cubo

CÓMO ESTÁ VESTIDO UN "BINOMIO AL CUBO"



Un Binomio al cubo está vestido de la siguiente manera:

$$(a + b)^3$$

Primer término

signo

Exponente al cubo

Segundo término

MI PREGUNTA ES:
¿SE PUEDE VESTIR EL
BINOMIO AL CUBO DE
OTRA MANERA?



Sí; observa la siguiente

DEMOSTRACIÓN VII

El Cubo de un Binomio

Demostración

DESARROLLO

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$= (a+b)(a+b)^2$$

$$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

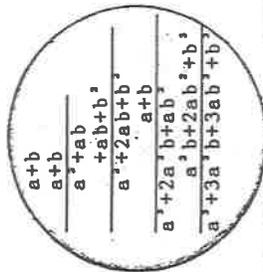
$$= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= (a^3 + 2a^2b + ab^2) + (a^2b + 2ab^2 + b^3)$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



RAZONES

Exponentes

Exponentes

Demostración I

Distributiva

Distributiva y Exponentes

Commutativa

Simplificando
términos semejantes

YO CREO QUE
ES ALGO
QUE TIENE
2 PERSONALIDADES
AL MISMO TIEMPO

ALGO MISTERIOSO



$a^3 + b^3$
SUMA DE CUBOS
PERFECTOS

$a^3 - b^3$
DIFERENCIA DE
CUBOS PERFECTOS

SON DOS
EXPRESIONES
ALGEBRAICAS

¿QUIÉNES
SON ?



¡Correcto!

Uno es la diferencia y el otro es la suma de cubos perfectos.

Para transformar de otra manera
descubre lo siguiente:

DEMOSTRACIÓN VIII

Diferencia de Cubos Perfectos

Demostración

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

DESARROLLO

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)$$

$$= a^3+ab^2+ab^2 - a^2b - ab^2-b^3$$

$$= a^3+ab^2+ab^2 - a^2b - ab^2-b^3$$

$$= a^3+ab^2+ab^2-ab^2-ab^2-b^3$$

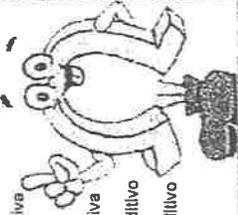
$$= a^3+ab^2-ab^2+ab^2-ab^2-ab^2-b^3$$

$$= a^3+0+0-b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$



$$\begin{array}{r} a^3+ab+b^2 \\ a-b \\ \hline a^3+a^2b+ab^2 \\ -a^2b-ab^2-b^3 \\ \hline a^3+0+0-b^3 \end{array}$$



RAZONES

Distributiva

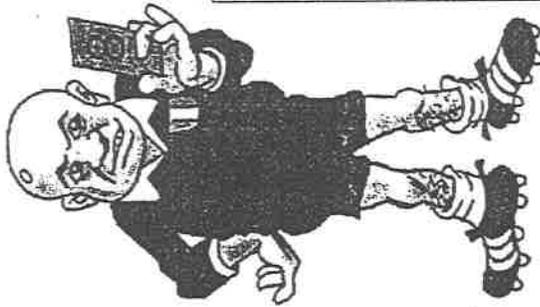
Distributiva y Exponentes

Commutativa

Commutativa

Inverso aditivo

Neutro aditivo



DEMOSTRACIÓN IX

Suma de Cubos Perfectos

Demostración

DESARROLLO

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$$

$$= a^3-ab^2+ab^2 + b^3+ab^2-ab^2$$

$$= a^3-ab^2+ab^2 + b^3+ab^2-ab^2$$

$$= a^3-ab^2+ab^2+ab^2-ab^2+b^3$$

$$= a^3-ab^2+ab^2+ab^2-ab^2+b^3$$

$$= a^3+0+0+b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$



$$\begin{array}{r} a^3-ab+b^2 \\ a+b \\ \hline a^3+a^2b+ab^2 \\ +a^2b-ab^2-a^2b \\ \hline a^3+0+0+b^2 \end{array}$$

RAZONES

Distributiva

Distributiva y Exponentes

Commutativa

Commutativa

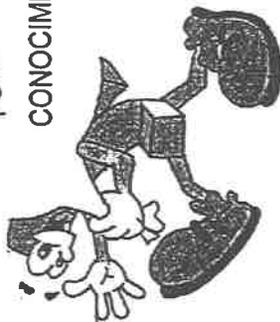
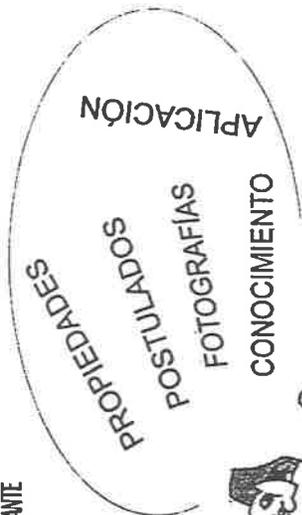
Inversos aditivo

Neutro aditivo

POR HOY, TERMINAMOS DE VISITAR A ESTA FAMILIA, QUE A PESAR DE TODO ES MUY INTERESANTE.

ME GUSTO SU DOBLE PERSONALIDAD Y SU MANERA DE TRANSFORMARSE. ES POR ESO QUE EN ESTE COSTAL ME LLEVO FOTOGRAFÍAS PARA PODER LOCALIZARLOS ALGUN DÍA, ASI COMO LAS PROPIEDADES Y POSTULADOS PARA TRANSFORMAR A CADA UNO DE LOS PRODUCTOS NOTABLES Y UTILIZARLOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS QUE SURJAN EN LA VIDA DIARIA

**¡OJALÁ COMPANERO ESTUDIANTE
TU HAGAS
LO MISMO
QUE YO !**



¡ Hasta pronto !

F I N

MAPA ALGEBRAICO

NOMBRE MATEMÁTICO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
BINOMIO AL CUBO	
BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN	
BINOMIOS CONJUGADOS	
DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS	
CUADRADO DE UN BINOMIO	
DIFERENCIA DE CUADRADOS	
SUMA DE CUBOS PERFECTOS	
T.C.P.	
TRINOMIO NO PERFECTO	
TÉRMINO	
POLINOMIO	

RESUELVE-COLOCANDO EN EXPRESIÓN ALGEBRAICA LA LETRA QUE CORRESPONDA AL NOMBRE MATEMÁTICO

RESPUESTAS

BINOMIO AL CUBO

-J-

BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN

-F-

BINOMIOS CONJUGADOS

-L-

DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

-G-

CUADRADO DE UN BINOMIO

-K-

DIFERENCIA DE CUADRADOS

-E-

SUMA DE CUBOS PERFECTOS

-D-

T.C.P.

-C-

TRINOMIO NO PERFECTO

-I, A-

TÉRMINO

-H-

POLINOMIO

-I, A-

**OBSERVA
DESCUBRE Y
APLICA**



$\text{Area} = a \cdot b$
 $\text{Perímetro} = 2(a + b) = 2a + 2b$
 Si el perímetro = 26;
 Entonces $2(a + b) = 26$
 $a + b = 26/2$
 $a + b = 13$

Problema: Aplicando algunas propiedades de los números, transforma la expresión $(X - 8)(X - 5)$ en $X^2 - 13X + 40$

- 1 -
¿Qué propiedad de los números se está aplicando en la expresión algebraica?

- 3 -
¿Cómo se llama esta expresión?

El perímetro de un terreno que servirá para construir una fábrica de zapatos es de 26 m y su área es 40 m^2 . ¿Cuáles son las dimensiones de ese terreno?

Si el perímetro mide 26 m, entonces la base y la altura del terreno suman 13 m. Si llamamos X a uno de los lados, el otro medirá $13 - X$

Como el área es de 40 m^2 , tendremos que:

$X(13 - X) = 40$ o bien $-X^2 + 13X - 40 = 0$
 $-1(-X^2 + 13X - 40) = -1(0)$
 $X^2 - 13X + 40 = 0$

- 2 -
¿Esta expresión es un...?

La ecuación $X^2 - 13X + 40 = 0$
 Factorizando esta expresión
 $(X - 8)(X - 5) = 0$

Soluciones $x_1 = 8$ $x_2 = 5$
 Las soluciones del rectángulo son: 8m. y 5m.

TRANSFORMANDO EXPRESIONES

RESPUESTAS

1. _____
2. _____
3. _____

RESPUESTAS

1.- DISTRIBUTIVA

2.- TRINOMIO

3.- BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN

TRANSFORMANDO EXPRESIONES

$$\begin{aligned}(X - 8) (X - 5) &= X (X - 5) - 8 (X - 5) \\ &= X^2 - 5X - 8X + 40 \\ &= X^2 - 13X + 40\end{aligned}$$

8.CONCLUSIONES

-La elaboración del presente documento representó una rica experiencia pedagógica ya que me permitió construir un nuevo concepto en el proceso de Enseñanza – Aprendizaje en función del conocimiento matemático dentro de la modalidad abierta a nivel preparatoria.

-La aplicación de algunos elementos teóricos marcaron la pauta para la elaboración de una historieta que permitiera evitar el acto memorístico en el proceso de Enseñanza – Aprendizaje.

-Abordar nuevas y variadas estrategias didácticas proporcionan a los alumnos experiencias provechosas para favorecer el aprendizaje.

-Resulta obvio que una práctica docente exige una estrecha relación entre la docencia y la investigación. Y que el docente necesita actualizarse constantemente, la velocidad con que crece el cuerpo del saber, no permite que la práctica se estanque y dogmatice.

-El trabajo de investigación me ayudó a entender los objetivos, el fin y la misión que tengo como maestro.

-Él cumplimiento que debo de conservar con la comunidad, en la escuela, en el aula y principalmente con él alumno.

-Finalmente, puedo mencionar que elaborar una historieta en el género matemático; exige creatividad, imaginación, empeño y dedicación.

-Abriéndose nuevas fronteras a la didáctica. Una alternativa más para el proceso de Enseñanza – Aprendizaje con los alumnos que cursan matemáticas I, en preparatoria abierta.

-Una nueva forma de aprender matemáticas y de aplicar literatura.

BIBLIOGRAFIA

1. JIMÉNEZ, Amador. La política Educativa Mexicana en el período 1970-1975. México 1976.
Antología SEP. Filosofía y política de la Educación. P. 167.
2. VILLEGAS, Mario y Francisco René. Preparatoria Abierta. Matemáticas I. México, SEP, 1983.
3. LARROYO, Francisco. Diccionario Porrúa de Pedagogía. México, Ed. Porrúa, 1982. P.98
4. CASCALLANA, Ma. Teresa. Iniciación a la Matemáticas.
Materiales didácticos. España. Ed. Santillana aula XXI, 1988. P.27.
5. ÁVILA, Alicia. Reflexiones para la elaboración de un curriculum de matemáticas en la Educación Básica. SEP. P.334.
6. VILLEGAS, M. En el prólogo de Preparatoria Abierta Matemáticas I. México, SEP, 1983. P.11.
7. LARROYO, Francisco. Op. Cit. P.98.
8. TECLA, Alfredo. La Educación Prometeica. México, Editores talleres abierto, 1996, P.91.
9. PANSZA G, Margarita. Fundamentación de la Didáctica. Tomo 1. Ed., México, Gernika, 1999,
P.163.
10. RANGEL, Adalberto y Teresa de Jesús Negrete. Proyecto de Intervención Pedagógica, en
Antología básica. Hacia la innovación, P.87 A. SEP-UPN. México 1995.
11. Ibid. P. 88.
12. PIAGET, J. Ensayo de la Lógica Operatoria. Tr. María Rosara Morales de Spagnolo. Buenos
Aires, Ed. Guadalupe, 1977. P. 439.
13. Diccionario de las ciencias de la Educación. Madrid, Ed. Santillana, 1995 (c 1993). P. 70.
14. LARA, Miguel. Lecturas Universitarias. Antología de Matemáticas, 7. México, UNAM, 1971.
P. 70.

15. Diccionario de las Ciencias de la Educación. Madrid, Ed. Santillana; 1995 (c 1993). P. 910.
16. TAHAN, Malba. El hombre que calculaba. 2 Ed. Tr. Basilio Losado. España, Ed. Noriega, 1990. P. 170.
17. Idem.
18. PIAGET, J. Op. Cit. P. 63.
19. Ibid. P. 79.
20. Ibid. P. 326.
21. Ibid. PP. 326-338.
22. Diccionario de las ciencias de la Educación. Madrid, Ed. Santillana, 1995 (c 1993). P. 911.
23. Idem.
24. ORTON, Anthony. ¿Pueden los alumnos descubrir las matemáticas por sí mismos?. En Antología básica los problemas matemáticos en la escuela. P. 87. SEP-UPN. México 1994.
25. Idem.
26. ORTON, Anthony. Op. Cit. P. 91.
27. GUTIERREZ, Martha y José Serrano. Bases para una teoría de la enseñanza y Psicología de la Educación en Antología básica Psicología y Educación. P. 169. SEP-UPN. México 1995.
28. MEDINA, Arturo. Didáctica de la literatura en Antología básica El aprendizaje de la lengua en la escuela. P. 249. SEP-UPN. México 1994.
29. Ibid. P. 251.
30. KAUFMAN, Ana María. Caracterización Lingüística de los textos Escogidos en Antología básica. Alternativas para la enseñanza de la lengua en el aula. P. 110. SEP-UPN. México 1994.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

LANGDON y Snape. El fascinante mundo de las matemáticas, Editores, Grupo, Noriega, México, 1992.

MARTÍNEZ, Jorge. Manual de la Didáctica de la matemática, Ed. Centro de didáctica, UNAM, México, 1995.

PIAGET, Jean. Psicología, Lógica y Comunicación, Tr. Noelia Bastard, Nueva Visión Buenos Aires, 1970. 185 P

PIAGET, Jean. La enseñanza de las Matemáticas, vers. Español de Adolfo Maillo y Alberto Arspun. Madrid.

AGUILAR. 1965. 181 P. (colección Psicología y Educación).

PIAGET, Jean. Psicología y Pedagogía. Ed. Sarpe, Madrid, 1983. 326 P. (Los grandes pensadores).

TAMAYO y Tamayo, Mario. El proceso de la Investigación científica. Ed. Limusa.. México, 1990.

A N E X O S

1.Cuestionario

2.Mapa algebraico

3.Respuestas del mapa algebraico

4.Observa, descubre y aplica

5.Respuestas de observa, descubre y aplica

AUTOEVALUACIONES

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AZCAPOTZALCO

“ C U E S T I O N A R I O ”

DIRIGIDO: A LOS ALUMNOS QUE CURSAN LA MATERIA DE MATEMÁTICAS I PRIMER SEMESTRE DE PREPARATORIA ABIERTA.

EL CUESTIONARIO ESTA DISEÑADO PARA OBTENER TU OPINIÓN SOBRE EL CURSO. QUEREMOS AVERIGUAR CÓMO SE PUEDE MEJORAR. NECESITAMOS SABER QUÉ CAMBIOS AYUDARÍAN A ELLO.

DATOS PERSONALES

I.-SEGÚN EL CASO COLOCA UNA “X” RESPECTIVAMENTE, DENTRO DEL PARÉNTESIS.

SEXO:	ESTADO CIVIL:	OCUPACIÓN:
MASCULINO ()	SOLTERO ()	ESTUDIANTE ()
FEMENINO ()	CASADO ()	EMPLEADO ()
		AMA DE CASA ()

EDAD: _____

VALORACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

II.-DI SI ES FALSO O VERDADERO LO SIGUIENTE, COLOCANDO UNA “V o F” RESPECTIVAMENTE DENTRO DEL PARÉNTESIS.

- LAS MATEMÁTICAS ES PARA MENTES PRIVILEGIADAS ()
- SÓLO LOS CIENTÍFICOS Y LOS TÉCNICOS ENCUENTRAN UTILIDAD EN LAS MATEMÁTICAS. ()
- LAS MATEMÁTICAS ESTIMULA LA ACTIVIDAD HUMANA CREATIVA ()

III.-SUBRAYA LA RESPUESTA QUE TE PARESCA MÁS ADECUADA:

OPINIÓN QUE TIENEN LOS ALUMNOS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS:

- MUY DIFÍCIL -DIFÍCIL -INTERESANTE -INTERESANTE A VECES -ABURRIDA
- ÚTIL -ÚTIL EN ALGUNAS COSAS -INÚTIL

IV.-CONTESTA BREVEMENTE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

¿CUÁNTO DE TU TIEMPO LIBRE DEDICAS AL ESTUDIO DEL LIBRO DE LAS MATEMÁTICAS I ?

V.-SUBRAYA LA FRASE QUE PARA TI SEA VERDADERA.

HOY EN DÍA ES IMPORTANTE SABER MATEMÁTICAS:

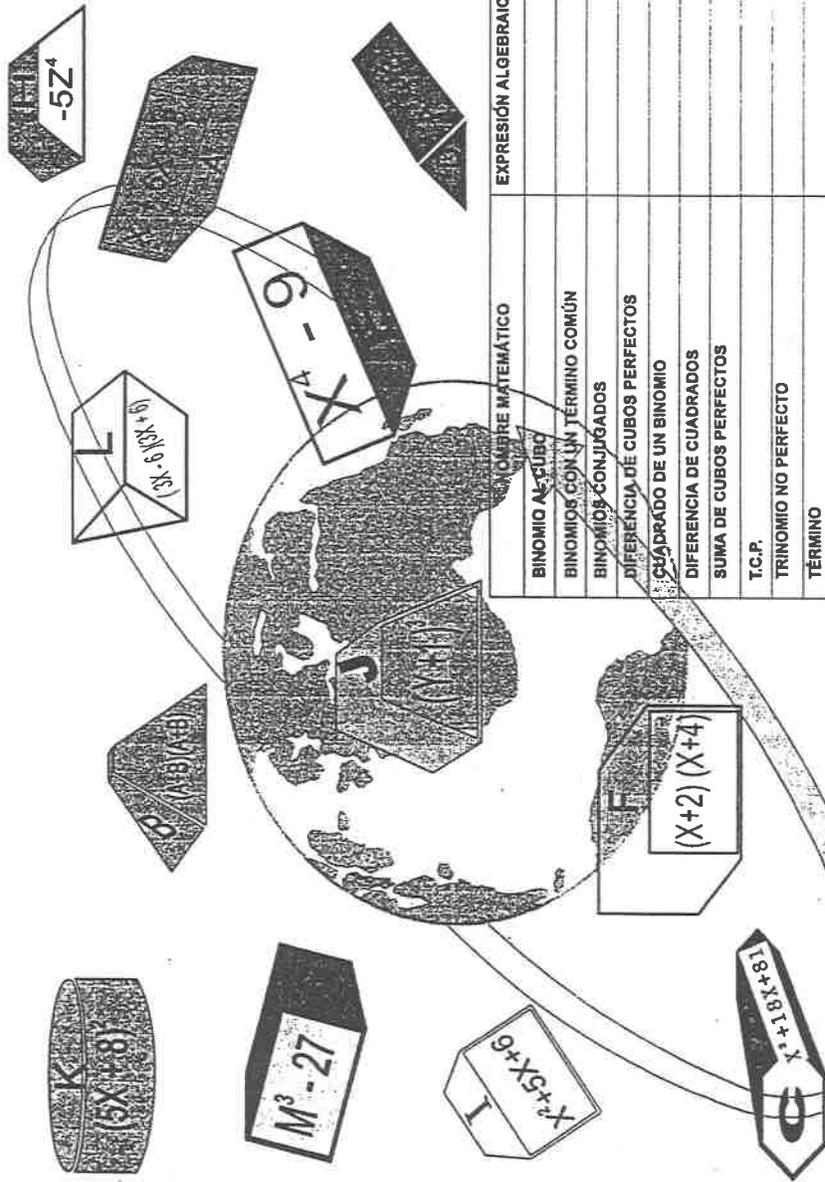
- ÚNICAMENTE PARA PROFESIONISTAS
- PARA TODOS, PORQUE ES REQUISITO PARA TERMINAR LA PREPARATORIA.
- PARA TODOS, PUES ES UN LENGUAJE ACTUAL
- ÚNICAMENTE PARA LA MENTE PRIVILEGIADA
- ÚNICAMENTE PARA QUIENES DESEAN SOBRESALIR

SITUACIÓN ACADÉMICA

VI.-CUÁLES SON LOS MOTIVOS PRINCIPALES POR LOS QUE DEJÓ DE ESTUDIAR EN EL SISTEMA ESCOLARIZADO.

VII.-¿POR QUÉ DECIDIÓ INGRESAR A LA PREPARATORIA ABIERTA ?

MAPA ALGEBRAICO



NOMBRE MATEMÁTICO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
BINOMIO AL CUBO	
BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN	
BINOMIOS CONJUGADOS	
DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS	
CUADRADO DE UN BINOMIO	
DIFERENCIA DE CUADRADOS	
SUMA DE CUBOS PERFECTOS	
T.C.P.	
TRINOMIO NO PERFECTO	
TÉRMINO	
POLINOMIO	

RESUELVE-COLOCANDO EN EXPRESIÓN ALGEBRAICA LA LETRA QUE CORRESPONDA AL NOMBRE MATEMÁTICO

RESPUESTAS

BINOMIO AL CUBO

- J -

BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN

- F -

BINOMIOS CONJUGADOS

- L -

DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

- G -

CUADRADO DE UN BINOMIO

- K -

DIFERENCIA DE CUADRADOS

- E -

SUMA DE CUBOS PERFECTOS

- D -

T.C.P.

- C -

TRINOMIO NO PERFECTO

- I, A -

TÉRMINO

- H -

POLINOMIO

- I, A -

**OBSERVA
DESCUBRE Y
APLICA**



Area = a . b
 Perímetro = 2 (a + b) = 2a + 2b
 Si el perímetro = 26;
 Entonces 2 (a + b) = 26
 a + b = 26/2
 a + b = 13

Problema: Aplicando algunas propiedades de los números, transforma la expresión (X - 8) (X - 5) en X² - 13X + 40

- 1 -
 ¿ Qué propiedad de los números se esta aplicando en la expresión algebraica ?

- 3 -
 ¿ Cómo se llama esta expresión ?

Como el área es de 40 m², tendremos que:
 X (13 - X) = 40 o bien - X² + 13X - 40 = 0
 - 1 (-X² + 13X - 40) = - 1 (0)
 X² - 13X + 40 = 0

- 2 -
 ¿ Esta expresión es un... ?

La ecuación X² - 13X + 40 = 0
 Factorizando esta expresión
 (x - 8) (x - 5) = 0

Soluciones x₁ = 8 x₂ = 5
 Las soluciones del rectángulo son: 8m. y 5m.

TRANSFORMANDO EXPRESIONES

RESPUESTAS

1. _____

2. _____

3. _____

RESPUESTAS

1.- DISTRIBUTIVA

2.- TRINOMIO

3.- BINOMIOS CON UN TÉRMINO COMÚN

TRANSFORMANDO EXPRESIONES

$$\begin{aligned}(X - 8) (X - 5) &= X(X - 5) - 8(X - 5) \\ &= X^2 - 5X - 8X + 40 \\ &= X^2 - 13X + 40\end{aligned}$$