



***LAS FORMAS DE ENSEÑAR LA OPERACIÓN SUSTRACTIVA Y LOS ERRORES
QUE COMETEN LOS NIÑOS EN UNA ESCUELA PRIMARIA OFICIAL.***

TESIS

QUE, PARA OBTENER EL GRADO DE LICENCIATURA EN PEDAGOGIA.

PRESENTA

VIANEY BUSTOS PINEDA

**ASESOR DE TESIS:
MTRO. PEDRO BOLLÁS GARCÍA.**

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

ÍNDICE

	PAGINAS
INTRODUCCIÓN	4
CAPITULO I	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
1.1 Planteamiento del problema	5
CAPITULO II	
MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA	
2.1 Principios y errores de la operación sustractiva	8
2.2 Enseñanza de la operación sustractiva	24
CAPITULO III	
METODOLOGÍA	
3.1 Sujetos	29
3.4 Evaluación	30
3.5 Comparación analítica	32
CAPITULO IV	
ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN EN 3° GRADO.	
4.1 Análisis de las formas de enseñanza de la sustracción	33
4.2 Descripción de los errores cometidos por los alumnos	44
4.3 Análisis de los errores cometidos por los alumnos	57
CAPITULO V	
ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN EN 4° GRADO.	
5.1 Análisis de las formas de enseñanza de la sustracción	60
5.2 Descripción de los errores cometidos por los alumnos	83

5.3 Análisis de los errores cometidos por los alumnos	92
CONCLUSIONES	95
SUGERENCIAS DIDACTICAS	98
ANEXOS	100
BIBLIOGRAFÍA	112

INTRODUCCION

Considerada la resta como una operación compleja, se han llevado a cabo distintas investigaciones centrándose en las dificultades que presentan los alumnos al ejecutar la operación sustractiva tratando de llegar al origen de dichas dificultades.

En este sentido y tratando de establecer si existe algún vínculo entre las formas de enseñar la sustracción y los errores cometidos por los niños en la resolución de esta. Se realizó una investigación en tercero y cuarto grado de una escuela primaria oficial, ubicada en el Estado de México. Los capítulos que conforman dicha investigación se presentan de la siguiente forma, en el capítulo uno se presenta el planteamiento del problema. El capítulo dos, se refiere a los principios, expuestos por diferentes autores principios que consideran como básicos para el aprendizaje y la resolución correcta de la resta, así mismo los errores identificados en diferentes investigaciones realizadas en el nivel primaria y finalmente algunas formas de enseñar la operación sustractiva.

En el capítulo tres se observa la metodología utilizada en la investigación así como los instrumentos y situaciones con que se evaluaron a los sujetos con el propósito de observar el desempeño al ejecutar la resta en sus dos niveles, sustracción sin transformación, su característica es que el minuendo es mayor que el sustraendo, por ejemplo $46 - 22 = 24$ y sustracción con transformación, que corresponden a un nivel de complejidad más elevado por tal motivo, se requiere aplicar un procedimiento diferente ya que en esta algún término del minuendo es menor que el sustraendo, ejemplo $54 - 26 =$. El cuarto y quinto capítulos desarrollan ejemplos de los procedimientos y estrategias utilizadas por los profesores en la enseñanza de la sustracción en cada uno de los grados así como la descripción de los errores cometidos por los alumnos, dichos ejemplos fueron extraídos de las videgrabaciones realizadas en la observación de las clases de matemáticas y la evaluación de los sujetos, también se presenta el análisis de los errores.

CAPITULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

CAPITULO I

LAS FORMAS DE ENSEÑAR LA OPERACIÓN SUSTRACTIVA Y LOS ERRORES QUE COMETEN LOS NIÑOS EN UNA ESCUELA PRIMARIA.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La enseñanza de las operaciones matemáticas implica el manejo de algoritmos, es decir procedimientos convencionales que permitan la resolución correcta de éstas, dichos procedimientos van evolucionando y adaptándose dependiendo del nivel de complejidad de las operaciones planteadas en el aula escolar.

Sin embargo a pesar de la enseñanza de estos procedimientos los niños al resolver operaciones con un nivel de complejidad creciente suelen recurrir a ciertos procedimientos informales, en este tipo de procedimientos, el niño combina o entremezcla los procedimientos convencionales con su propia interpretación o en ocasiones sus conocimientos previos que como consecuencia lo llevan cometer ciertos errores.

En el caso particular de la resta, enseñar la operación sin llevar requiere de ciertos pasos (algoritmos) a diferencia de cuando se plantea una operación con llevar.

Por ejemplo, al resolver este tipo de operación el niño puede no presentar errores.

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 2 \\ \hline 43 \end{array}$$

"A cinco le quito dos, me quedan tres y bajo el cuatro".

Pero al resolver una operación donde se requiere pedir "prestado" el procedimiento anterior se tiene que modificar, dando acceso a otro que le permita la resolución de la operación.

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 8 \\ \hline 37 \end{array}$$

Si el procedimiento no se modifica puede suceder que el niño resuelva la operación de la siguiente forma.

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 8 \\ \hline 43 \end{array}$$

"A ocho le quito cinco me quedan tres, se baja el cuatro".

Cuando esta situación se hace presente, cabe preguntarse en qué momento el profesor modifica el procedimiento para introducir otro procedimiento de complejidad creciente, y así mismo, una vez que el profesor modifica el procedimiento cómo enseña la operación sustractiva, "pagando" en el sustraendo o disminuyendo en alguno de los términos (decenas, centenas según sea el caso) del minuendo.

En este sentido nuestro interés se centra en realizar un estudio sobre formas de enseñar el algoritmo y los errores que cometen los niños en la ejecución de la operación sustractiva. Al identificar las formas de enseñar, que sospechamos es variada, se tratará de determinar, si éstas llevan a los niños a cometer errores y las características de éstos.

De acuerdo con lo anterior en esta investigación, tratamos de dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuál es la relación entre las formas de enseñar el algoritmo y los errores que cometen los niños en la ejecución de la operación sustractiva?.

Al establecer esta relación podremos ilustrar al profesor que dentro de éstas formas de enseñar, puede existir alguna que lleve al niño a cometer menos errores y de esta manera sugerirle la pertinencia de enseñar dicha operación con cierto procedimiento que le permitirá evitar algunos de los errores cometidos por los niños y en consecuencia diseñar actividades pertinentes para un mejor aprovechamiento en la enseñanza de esta operación.

OBJETIVO GENERAL

El objetivo de esta investigación consiste en establecer la relación entre las formas de enseñanza de la sustracción y los errores cometidos por los niños.

CAPITULO II
MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA.

En el marco teórico de referencia se desarrollan dos apartados, en el primero se presentan los principios básicos de la sustracción y algunos errores que cometen los niños ante la ejecución de la operación sustractiva, extraídos de investigaciones realizadas. En el segundo apartado se desarrolla la forma de enseñar ésta operación.

PRINCIPIOS Y ERRORES DE LA OPERACIÓN SUSTRACTIVA.

Los niños al ingresar a la escuela llegan con conocimientos construidos fuera de la escuela, los cuales les permiten resolver algunos problemas sencillos de la vida cotidiana, aplicando procedimientos que resultan poco eficientes si se les compara con los procedimientos convencionales que brinda la escuela. Dichos procedimientos se ven reflejados en las operaciones matemáticas elementales suma, resta, multiplicación y división en este sentido se pretende brindar al alumno una comprensión del significado de los números y de los símbolos que lo representan, para utilizarlos como herramientas que posibiliten la resolución de situaciones problemáticas planteadas dentro del aula escolar. (Planes y Programas de estudio, 1993).

En el caso particular de la sustracción, esta ha sido considerada como una operación compleja, pues existen ciertos tipos de tareas sustractivas que plantean ciertas dificultades para los niños. Por ejemplo, en el proceso gradual de complejización se debe tomar en cuenta los distintos factores que intervienen, tanto los que dificultan como aquellos que facilitan la adquisición de esta operación. Así mismo, es necesario conocer los principios básicos de la sustracción para que el niño pueda asimilarlos sin ambigüedades. Esto evitará que sólo memorice los procedimientos para resolver problemas de sustracción, de ser así carecerá de falta de comprensión sobre esta operación. Por esto el aprendizaje de esta operación es un proceso que requiere de un tiempo considerable para que el alumno pueda comprender progresivamente el

sentido de la operación sustractiva. A la vez que se les enseñan a los niños los procedimientos que son aplicables a la resolución de problemas de sustracción también se les debe de enseñar los principios que justifican y explican dichos procedimientos, la interacción de estos (procedimientos y principios) puede facilitar un buen aprendizaje de dicha operación (Bermejo, 1990).

Para comprender perfectamente la operación de sustracción, Resnick y Omanson, citados por Bermejo, proponen cuatro principios: 1) La composición aditiva de las cantidades es un principio básico para poder operar con cantidades. Ya que toda cantidad y todo número están compuestos por otras cantidades, por ejemplo, cinco no sólo es un cardinal de cinco elementos pues representa también el resultado de componer varias cantidades, tres y dos, cuatro y uno. 2) Los valores convencionales de la notación decimal, este principio se refiere a la posición que ocupa cada número dentro del sistema decimal, antes o después de otro número, por ejemplo 45 o 54. Sin olvidar que en dicho sistema cada posición hacia la izquierda representa un valor diez veces mayor que el anterior, (unidades, decenas, centenas etc.), Cabe mencionar, que es aquí, donde los niños cometen errores con frecuencia al realizar operaciones que presentan el número "0", el cual a pesar de tener un valor nulo, al ocupar una posición incide en el valor de los otros números, por ejemplo, 102, el valor del 1 se refiere a las centenas, el "0" ocupa la posición de las decenas y el 2 ocupa el lugar de la unidades, algunos autores han llegado a relacionar la comprensión de este principio con los tipos de errores cometidos por los niños. 3) La realización de los cálculos con las partes, presupone también que toda cantidad está compuesta de otras cantidades, éste se refiere a descomponer los dos términos de la sustracción en unidades, decenas, centenas etc. para después restar las unidades del sustraendo con las del minuendo asimismo las decenas, centenas etc. por ejemplo:

$$869-536 = (800+60+9)-(500+30+6) = (800-500)+(60-30)+(9-6)$$

Por último, como es difícil que los niños de los primeros cursos comprendan el significado de los números negativos es necesario tomar en cuenta el cuarto principio, recomposición y conservación de la cantidad del minuendo. Se refiere a recomponer el minuendo siempre que algunos de sus términos o columnas sean menores que la correspondiente en el sustraendo, al

aplicar este principio se evita la aparición de números negativos, se recomponen las columnas necesarias del minuendo, pero se conserva el valor total de este término de la resta, por ejemplo:

$$846-569=(700-500)+(130-60)+(16-9)$$

A continuación presentamos investigaciones donde se trabajaron algunos de los principios anteriormente enumerados.

Una investigación realizada por Resnick y Omason, en España con niños de tercero grado de primaria, sobre el conocimiento adquirido en la convención del sistema decimal y el principio de conversión y recomposición.

Los niños demostraron éxito al emplear materiales el cual no se manifestó sin el uso de los mismos, esto hace suponer, que en la resolución de tareas escritas no tendrían resultados satisfactorios. Con respecto al principio de recomposición, de igual manera mostraron una buena comprensión de este principio en la realización de las tareas con uso de modelos, sin embargo fracasaron cuando se trataba de llevadas en la operación escrita, aún ejecutando adecuadamente los procedimientos conocidos. "Parece que, los niños saben que pueden descomponerse los numerales y operar columna por columna, pero no parece que comprendan que al hacer esto, están descomponiendo realmente cantidades" (Bermejo, 1990. p. 155).

Brown y Burton, citados por Bermejo, denominan a los errores como errores sistemáticos, los cuales residen en la utilización errónea de las estrategias o los procedimientos de resolución, según Resnick la causa de éstos serían los aspectos sintácticos, ya que no se respeta el sistema de base diez que guía los intercambios que se ejecutan en la resolución de la resta. Los errores se cometen por la falta de atención a los principios antes mencionados, de esta manera los niños operarían con los símbolos escritos sin tomar en cuenta el significado real de éstos. Para Bermejo (1990), los errores podrían deberse a un desconocimiento de los principios, por ejemplo, los niños que principian en esta operación, y por otra parte se debe a la falta de aplicación de alguno de estos principios en la resolución del problema planteado.

Problemas Verbales.

Los problemas verbales han sido considerados como un método para desarrollar en los niños la comprensión de lo que están haciendo en los primeros estadios del aprendizaje aritmético. Al respecto, se han realizado diferentes investigaciones donde se reportan que, variables como la familiaridad del vocabulario y la complejidad sintáctica, repercuten en la capacidad de los niños para resolver problemas verbales aritméticos. Brindando un indicio para acercarse a los orígenes de ciertos tipos de dificultades (Langford, 1987).

Los estudios de Carpenter y Moser, citados por Langford, al investigar los procesos que utilizan los niños para afrontar problemas verbales. Se pudo apreciar que niños mayores que resuelven correctamente operaciones, al plantearles el problema de forma hablada fracasan al querer interpretar el problema en una operación. Cuando se presenta el problema verbal y se permite utilizar modelos, incluso los niños pequeños son capaces de resolver el problema ya que no se les ha inducido a traducir los problemas verbales a una forma simbólica.

A este respecto, Resnick y Omason, citados por Bermejo, proponen un modelo de simulación, este presenta una serie de reglas las que suponen cómo debe escribirse el problema planteado, el orden a seguir con respecto a la ejecución de la operación a realizar, según esto, el niño que siga este modelo tiene la posibilidad de resolver y corregir la operación, pero existe el inconveniente de no comprender en si la operación sustractiva (Véase figura 1).

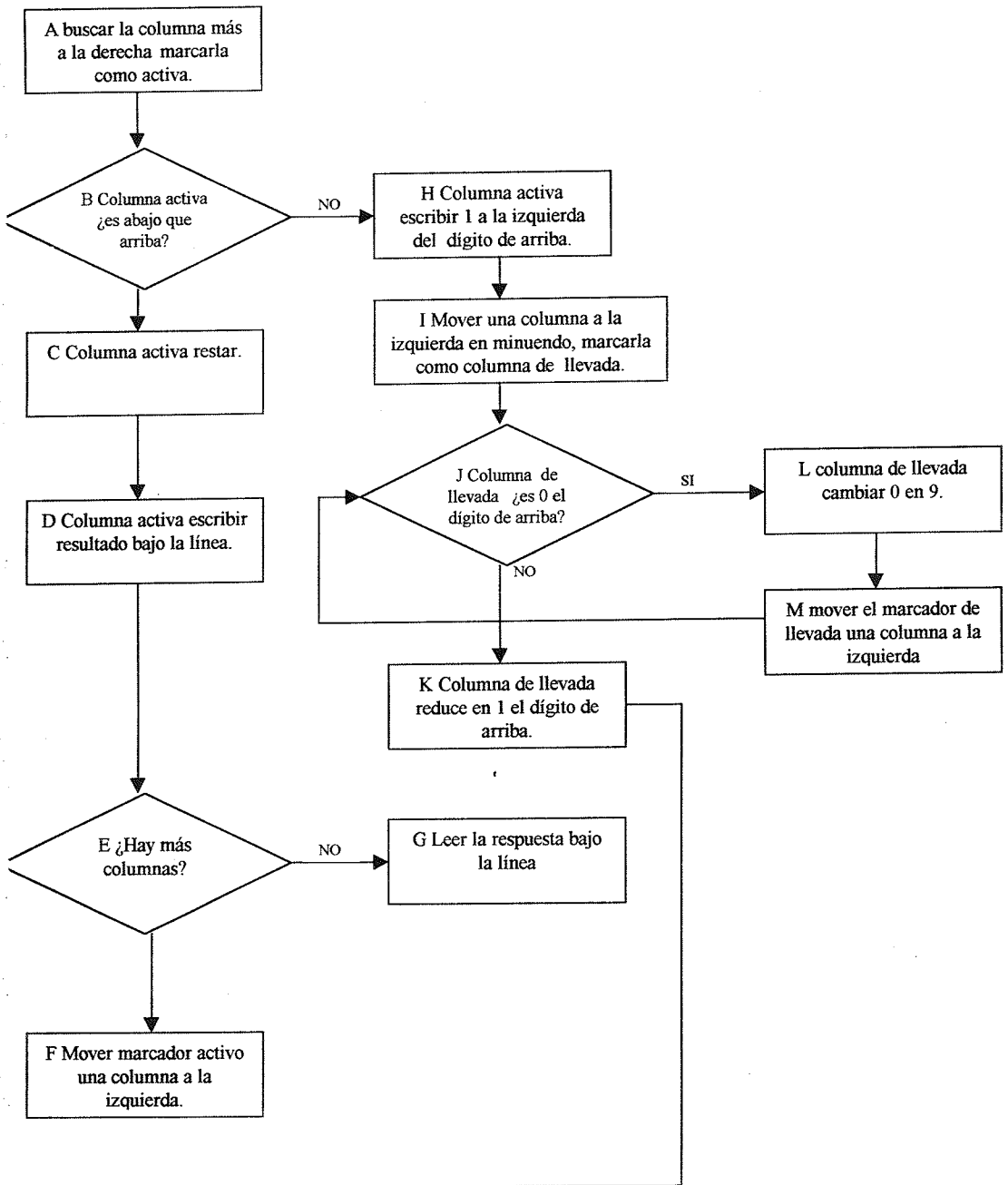


Figura No. 1 Algoritmo Sintáctico de Sustracción. (Variante de Resnick)

Riley, Greeno y Heller citados por Bermejo, proponen otro modelo de simulación que intenta unificar los conocimientos conceptuales así como de procedimiento. En este distinguen tres tipos de conocimientos en la resolución de un problema: a) esquema del problema, que permitirá comprender las relaciones semánticas existentes en el mismo, consiste en representar los elementos y sus relaciones mediante estructuras de redes semánticas, b) esquema de acción, que representa las acciones implicadas en la solución de la tarea, relacionando los procedimientos que guiaron a la solución del problema con la representación de la situación problema y c) conocimiento estratégico, que planifica soluciones ante los problemas, supone los procedimientos más relevantes para solucionar el problema planteado. Dentro de estos conocimientos se proponen tres niveles para solucionar distintas clases de problemas como los de cambio, combinación y comparación. En el primer nivel, los niños sólo son capaces de representaciones externas del problema por medio de objetos físicos y modelos. En el segundo nivel los niños realizan representaciones directas de las acciones expresadas en el problema y en el tercer nivel los niños cuentan con la capacidad de construir una representación de las relaciones existentes que conforman las partes del problema, gracias a la eficiencia parte-todo, éste se refiere a que una cantidad puede en ocasiones ser parte y otras todo.

Brias y Larkin, citados por Bermejo, también proponen un modelo en el que describen tres niveles, los dos primeros coinciden con el modelo de Riley, la diferencia radica en el tercer nivel que se caracteriza por la presencia del esquema de equivalencia, resultando más restrictivo que el esquema parte-todo. En opinión de Bermejo, estos modelos presentan ciertas limitaciones, pues no toman en cuenta la representación del comportamiento infantil, sólo describe algunos aspectos de lo que realmente ocurre en el niño, dejando de lado otros que pudieran ser tan importantes o más que los descritos, el modelo no toma en cuenta el papel que desempeñan los hechos numéricos. Ni recopila el proceso de selección que lleva al niño a elegir una u otra estrategia para la solución del problema planteado.

Otros autores abordan la dificultad de dichos problemas, desde el aspecto sintáctico, que consiste en el número de palabras, la secuencia de información con la presencia de palabras significativas. En este sentido Bergeron y Herscovics (1990), describen las siguientes variables: a) la localización del lazo de información que describe al número desconocido en torno al cual

se plantea el problema, independientemente de que se ignore el primero, segundo o tercer número de la ecuación, b) la relación entre el orden en el texto y el orden de los eventos descritos en el mismo; por ejemplo, ahora Raúl tiene ocho canicas, después de haber recibido tres de su hermano. ¿Cuántas canicas tenía Raúl al principio?. Desde el aspecto semántico, los mismos autores consideran las siguientes variables: a) la presencia de algunos detalles léxicos que sirven como palabras clave para ciertas operaciones, b) el conocimiento por parte del niño de la situación descrita. Bermejo opina que el estudio de los problemas verbales ha permitido facilitar la comprensión de los procesos que se incluyen para resolver los problemas aritméticos.

A continuación, presentamos la estructura de los problemas, propuesta por Carpenter y Moser, (Cfr. Bermejo, 1990)

Problemas de cambio.

Estos problemas se caracterizan por la presencia de una acción que modifica la cantidad inicial, ya sea incrementándola o disminuyéndola.

Ejemplo: Lulú tenía 11 muñecas. Le presto 5 a Mary ¿Cuántas muñecas le quedan ahora?

Operación: $11 - 5 = ?$

Como se puede observar la incógnita se ubica en el resultado de la sustracción, pero igualmente puede encontrarse en otro de los términos por ejemplo en el sustraendo.

Ejemplo:

Paco tenía 15 canicas, le dio algunas a Juan. Ahora le quedan 8 canicas ¿Cuántas canicas le dio a Juan?

Operación: $15 - ? = 8$

Problemas de Combinación.

Este tipo de problemas (al igual que los problemas de comparación) implica relaciones estáticas. No existe ningún tipo de acción que produzca un cambio (es decir, incremento o decremento) de la cantidad inicial. En éstos problemas existen situaciones en que se presentan dos cantidades disjuntas que pueden considerarse de manera aislada o como parte de un todo (parte-parte-todo).

Ejemplo: En un juguetero hay 12 carros, 7 son rojos y el resto son azules ¿Cuántos carros azules hay?

Operación: $12 - 7 = ?$

Problemas de Comparación.

Este tipo de problemas supone la relación de dos cantidades disjuntas, ya sea para determinar la diferencia existente entre ellas, o bien para encontrar una de las cantidades conociendo la otra y, así determinar la diferencia existente.

Ejemplo: Lolis tiene 9 pastelillos. Meche tiene 3 menos que Lolis ¿Cuántos pastelillos tiene Meche?

Operación: $9 - 3 = ?$

Una variación de este tipo de problema, pero con la incógnita en el minuendo.

Ejemplo: Meche tiene 11 pastelillos, pero tiene 6 menos que Lucy ¿Cuántos pastelillos tiene Lucy?

Operación: $? - 11 = 6$

Problemas de Igualación.

Constituye una mezcla de los problemas de comparación y de cambio dado que hay una acción que tiene que aplicarse a uno de los conjuntos, basada en la comparación de dos conjuntos disjuntos.

Ejemplo: Sam tiene 9 dardos, Cesar tiene 4 dardos ¿Cuántos dardos deberá lanzar Sam para que le queden los mismos que a Cesar?

Operación: $9 - 4 = ?$

Una variación de este tipo de problema pero con la incógnita en el sustraendo.

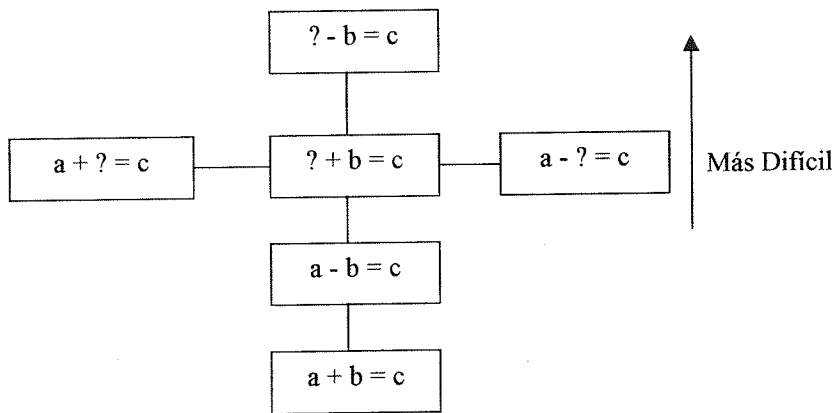
Ejemplo: Sam tiene 9 dardos, si lanza 4 le quedarían los mismos que tiene Cesar ¿Cuántos dardos tiene Cesar?

Operación: $9 - ? = 4$

Desde el punto de vista educacional es necesario conocer las dificultades que contienen cada tipo de problema (Bermejo, 1990) A este respecto Riley, Greeno y Heller, citados por Bermejo han encontrado diferentes niveles de dificultad en la resolución de tareas sustractivas, con niños de preescolar, de primero y tercer grado de primaria, los problemas de cambio resultan más sencillos de resolver que los de combinación y éstos más que los de comparación. Cuando se ignora el primer número presentado en el planteamiento del problema, la dificultad aumenta en cada tipo de problema. Desde la perspectiva de Nesher, citado por Bermejo, es conveniente considerar aspectos lingüísticos tales como: argumentos, adjetivos, agentes, ubicación, tiempo, verbo y los términos relacionales, sin olvidar la presentación de los datos en la formulación verbal de los problemas, ya que estos afectarán la dificultad de los mismos. La presentación del tipo de problema pondrá en juego las estrategias y aún más los procesos cognitivos que utilizará el niño, para lograr resolver el problema planteado (Bermejo, 1990).

Otros autores han tratado de encontrar los agentes que causan ciertas dificultades, desde la ubicación de la incógnita, de esta manera la estructura del problema aumenta su grado de dificultad progresivamente.

Maza (1989), propone el siguiente esquema donde se aprecia el grado de dificultad dependiendo de la ubicación de la incógnita.



El esquema anterior muestra que en aquellas consignas donde la incógnita se encuentra en el resultado existe menor complejidad, en este caso en el primer nivel la suma resulta más sencilla en comparación con la resta. Mientras que las consignas donde el resultado se ubica en la incógnita ya sea del primero o segundo sumando así como en el sustraendo la dificultad aumenta a diferencia de la última consigna donde el resultado se ubica en el minuendo y que por consecuencia cuenta con un mayor grado de complejidad en relación a las otras consignas.

Para resolver los problemas de sustracción los niños se ven obligados a utilizar diferentes estrategias de conteo dependiendo de la estructura del problema, el grado de abstracción de la tarea a resolver y la edad de los mismos. A continuación se describe los tres niveles básicos de las estrategias a las que recurren los niños, propuestos por Carpenter y Moser, citados por Bermejo.

Dentro de esta clasificación se ubican las siguientes:

Primer nivel; estrategias que se realizan utilizando los dedos u objetos físicos (modelos), los niños de edades tempranas recurren a éstas para resolver los problemas. Bergeron y Herscovics (1990) las denominan como estrategias de conteo verbal.

Separar.

Esta estrategia consiste en separar elementos de un conjunto mayor para encontrar el resultado en la realización de la operación, se subdivide en:

*Separar de; se hace la representación en base a conjuntos en donde, el primer conjunto representa al minuendo, siendo este mayor, a partir de esto se forma un subconjunto menor y los elementos que sobran es el resultado. En el caso de $8-5 =$, el niño forma un conjunto de 8 elementos al mismo tiempo separa de este cinco, para contar los elementos restantes.

*Separar a; es similar a la anterior pues se separan elementos del conjunto mayor (minuendo) para encontrar el número que representa el conjunto menor (sustraendo).

Añadir.

Se forma un conjunto mayor después se conforma un conjunto menor añadiéndose a esta cantidad los objetos necesarios para igualar ambos conjuntos. Ejemplo, en un conjunto de 6 elementos y otro de 3 elementos, el niño agregaría 3 elementos a este último y al contar estos elementos añadidos emitirá su respuesta de 3.

Emparejamiento.

En este caso el niño se auxiliará de objetos para formar conjuntos, a los cuales les dará una correspondencia de uno a uno y los elementos que queden sin pareja será el resultado de la operación que se realiza.

Segundo nivel; estrategias basadas en la secuencia de numérica (conteo), a éstas recurre el niño, cuando ha adquirido una mayor flexibilidad y eficiencia en sus operaciones, las principales estrategias son:

Contar.

Son estrategias utilizadas por el niño, para encontrar el resultado de la operación en base al conteo ascendente o descendente; entendiéndose por conteo ascendente a aquel que realiza el niño a partir del número menor hasta encontrar el resultado y por ascendente aquel conteo que

realizado en el número menor donde se encuentra el resultado. Este tipo de estrategia se clasifica en:

* Contar hacia atrás a partir de; es una estrategia fundada en el conteo, se cuenta hacia atrás a partir de un número mayor retrocediendo tantas veces como represente el número menor (sustraendo). Esta estrategia se elabora como complemento descendente. Por ejemplo, $8-2 =$, el niño cuenta 7, 6 el último dígito será el resultado.

* Contar hacia atrás; en esta estrategia el niño cuenta hacia atrás a partir del número mayor o minuendo, tantas veces sea necesario hasta llegar al número menor. Basándose en esto el niño numera dichos números y el total será el resultado, al igual que el anterior es de complemento descendente. Ejemplo, $10-3 =$, el niño cuenta 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 para responder 7.

* Contar a partir de lo dado; Esta estrategia es utilizada por el niño, cuando cuenta a partir del número más pequeño (sustraendo) hasta llegar al número mayor (minuendo), tomando en cuenta que la cantidad de números emitidos se obtiene el resultado deseado. A diferencia de los anteriores es de complemento ascendente. Ejemplo, $14-6 =$, el niño 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 su respuesta sería 8.

Elección.

Es una combinación de las estrategias contar hacia atrás a partir de, y contar a partir de lo dado, el niño elegirá una u otra dependiendo de la eficiencia de estas ante el problema planteado.

Tercer nivel; estrategias basadas en los hechos numéricos, se presentan a lo largo de los años, en función de la complejidad de la tarea.

Uso de reglas.

Esta estrategia se caracteriza por una mayor complejidad, en su ejecución ya que el niño resuelve operaciones usando reglas para llegar al resultado. Se dividen en:

*hecho conocido, la respuesta se basa en un hecho numérico particular. Ejemplo $4-2 = 2$, el niño diría porque $2+2 = 4$

*hecho derivado; es la respuesta derivada de un hecho numérico conocido. Ejemplo $15-7 = 8$, porque $7+7 = 14$ y al agregar uno permite encontrar la respuesta.

Carraher y Schliemann, citados por Bergeron (1990) las nombran estrategia mental dividiéndolas en dos categorías: Evocación de hechos conocidos básicos (hecho conocido) y hechos conocidos o "heurísticos" (hecho derivado).

El tipo de problema, puede influir para la elección de alguna de las estrategias antes mencionadas, por ejemplo, en los problemas de cambio donde la incógnita se ubica en el resultado, se puede utilizar las estrategias separar de y contar hacia atrás a partir de, si la incógnita se encuentra en el sustraendo, favorece para emplear la estrategia separar a y contar hacia atrás.

En la resolución de los problemas de comparación, donde la incógnita se encuentra en la diferencia, se puede recurrir a la estrategia de emparejamiento. En tanto que los problemas de igualación, que suponen acción y cambio, las estrategias más convenientes serían, emparejamiento y separar a.

Expuestos los principios básicos de la operación sustractiva, los tipos de problema así como las diferentes estrategias a las que recurre el niño para resolver los problemas planteados. A continuación se hará una descripción de los errores más usuales en los niños, reportados de investigaciones realizadas.

-El niño sustrae el número más pequeño del más grande, sin tomar en cuenta la distinción entre el minuendo y sustraendo.

$$\begin{array}{r} 4628 \\ -3945 \\ \hline 1323 \end{array}$$

-Cuándo nos llevamos 1 de una columna del minuendo, ocupada por el 0, el niño escribe 9, pero no se lleva otra unidad de la columna inmediatamente a su izquierda.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2228 \end{array}$$

-Cuando hay que restar un número de 0, la respuesta de los niños puede ser, o bien el número que figura en el sustraendo, o bien el mismo 0.

$$\begin{array}{r} 4608 \\ -2475 \\ \hline 2273 \end{array} \quad \text{o} \quad \begin{array}{r} 4608 \\ -2475 \\ \hline 2203 \end{array}$$

-Cuándo hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupado por 0, el niño salta esta columna, llevándose la unidad de la columna siguiente.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2138 \end{array}$$

-Cuándo la columna del substraendo es 0, el niño escribe sistemáticamente 0.

$$\begin{array}{r} 4679 \\ -2405 \\ \hline 2204 \end{array}$$

-Cuando la columna del minuendo es menor que el sustraendo, el niño se limita a escribir

$$\begin{array}{r} 4679 \\ -2795 \\ \hline 2004 \end{array}$$

-Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por 0, el niño lleva de la misma columna del substraendo.

$$\begin{array}{r} 4603 \\ -2475 \\ \hline 2248 \end{array}$$

Estos tipos de errores, pueden deberse a dos cosas, primero, son construcciones de los niños ante situaciones especiales por lo que el procedimiento conocido es inadecuado, dejando de lado el significado cuantitativo de los símbolos, restringiéndose sólo a una manipulación de estos. De esta manera el valor de un número depende del lugar que ocupa, tanto vertical como horizontalmente. Segundo en la comprensión de unos principios básicos que fundamentan la operación sustractiva, como son el principio de conservación de la cantidad y el significado convencional de la posición ocupada por el número (Bermejo, 1990).

En la investigación realizada por Bollás (1997) a niños de tercero y cuarto grado de primaria, se identificaron en ellos errores tales como:

a) Olvido del número "prestado". El niño establece que cuando se requiere "pedir prestado" para restar, al pasar a las decenas se olvida que tiene que "pagar" el que pidió prestado.

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 9 \\ \hline 96 \end{array}$$

"Nueve para quince seis y se baja el nueve"

b) Conceptualización del cero como número independiente. El niño no le da valor el cero en el minuendo (al ubicarlo como número independiente) y coloca la unidad del sustraendo en el resultado, posteriormente, realiza la resta de las decenas.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 6 \\ \hline 56 \end{array}$$

"Seis para cero seis el cinco como no tiene nada, se baja"

c) Localización del número mayor. El niño ubica el número mayor independientemente de que encuentre en el minuendo o en el sustraendo, para restarle el menor.

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 9 \\ \hline 94 \end{array}$$

"A nueve le quito cinco y bajo el nueve"

d) El cero restado se come a la cantidad. En la resolución de la resta y marcando que el cero no vale nada, el niño obtiene cero.

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

"Ocho, menos cero, cero".

e) Desvalorización del sustraendo cuando el minuendo es cero. El niño no le da valor al sustraendo cuando el minuendo es cero; en consecuencia, el resultado es cero.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 19 \\ \hline 40 \end{array}$$

"Si es cero el de arriba, no se le quita nada, porque es cero menos nueve y el cero no vale".

A pesar de la diferencia en cuanto a la clasificación de los errores. En ambas investigaciones, se aprecia similitud en los errores cometidos por los niños.

162489

LA ENSEÑANZA DE LA OPERACIÓN SUSTRACTIVA.

En investigaciones realizadas sobre el aprendizaje y enseñanza de ésta operación, se han diseñado actividades trabajando diferentes aspectos con el objetivo de analizar los efectos de la enseñanza en tareas sustractivas. A lo largo de este apartado describiremos trabajos de diferente autores, reportados por Bermejo.

La investigación realizada por Carpenter y colaboradores, a niños de primer año de primaria consistió en presentarles un problema verbal de cada tipo cambio, combinación, comparación etc..) se les enseñaba a representar los problemas a través de objetos físicos y analizar los problemas verbales desde la relación parte-todo, los resultados obtenidos fueron los siguientes; las respuestas emitidas por los niños en los momentos evaluados fueron similares, por tal motivo, la enseñanza sólo redujo un mínimo la corrección de las respuestas infantiles, sin embargo la enseñanza surtió efectos en el tipo de estrategia utilizada en la resolución de la tarea planteada, ya que la variedad de estrategias se redujo a una estrategia, después de la enseñanza.

En el trabajo realizado por Wolters, con niños belgas y holandeses, de los cursos de 1° a 4° con edades entre 6 a 10 años. Donde los sujetos de los dos primeros cursos recibieron sólo una enseñanza de dos o tres semanas, sobre la comprensión del esquema parte-todo y su aplicación en la resolución de problemas sustractivos y aditivos. A diferencia de los sujetos de 3° y 4° grado su enseñanza se prolonga entre 2 y 3 meses en la aplicación y comprensión del esquema antes mencionado.

Los resultados fueron que la enseñanza del esquema parte-todo surte efecto en la resolución de problemas de combinación sin embargo en la resolución de problemas de cambio y comparación su incidencia es negativa. Según el autor esto se debe a que el niño se centra en la relación parte todo fracasando en las tareas con estructura diferente.

Por su parte Fuson trabajó con niños de primer grado enseñándoles a restar recurriendo a la estrategia de contar hacia adelante. La forma en que se presentaban las tareas sustractivas era como ecuación, por ejemplo, $13-8 = ?$ Para después adaptarla (dependiendo de la estructura del problema) en una historieta verbal y por último representarla gráficamente en el pizarrón.

Enseñando a los niños a contar de un número conocido llegando al todo conocido utilizando los dedos, la enseñanza comprendió 11 períodos de 40 minutos cada uno. Resultando efectiva la estrategia de contar hacia adelante para resolución de los problemas en forma simbólica o numérica y verbal.

Bermejo denomina modélica a la investigación realizada por Corte y Verschaffel por considerar tanto los aspectos evolutivos de los niños como las variables instruccionales. Este trabajo se describe en dos partes, la primera describe que es un estudio evolutivo con niños de primero y segundo grado de primaria, el objetivo fundamental es averiguar y comprender mejor los procesos resolutivos en los problemas sustractivos y aditivos así como sus errores y dificultades. Para tal propósito se llevan a cabo análisis cuantitativos y análisis cualitativos para conocer las acciones mentales como también los procesos subyacentes en la resolución de las tareas planteadas. La otra parte se refiere propiamente al diseño instruccional, estableciendo la siguiente hipótesis "si los niños comprenden el concepto de igualdad y la relación parte-todo y se le enseña a aplicar estos principios durante la fase del pensamiento momento en que se analiza el problema así como en la fase de la verificación entonces se facilitará en gran medida la solución correcta de las tareas aditivas y sustractivas" (Bermejo, 1990 p.178).

El estudio se realizó con un grupo experimental y un grupo control, aplicando en un primer momento un pretest a ambos grupos para conocer su competencia aritmética por medio de tareas numéricas.

Después de esto se impartió al grupo experimental once lecciones durante dos semanas concluyendo con el postest y una prueba de retención. Las lecciones fueron impartidas de la siguiente forma, tres lecciones sobre el concepto de igualdad donde se pretende que el niño comprenda que lo escrito a un lado del signo "=" es igual a lo escrito en el otro, la conveniente utilización de este signo, así como la comprensión y la perfecta utilización de las propiedades que directa o indirectamente se deriven del concepto de igualdad. Se enseña al niño a usar diferentes signos, por ejemplo, =, \neq , < y > comparando cantidades continuas. En la segunda lección se trabaja con los mismos contenidos pero con cantidades discontinuas (o discretas) y en la tercera lección los niños trabajan con términos desiguales para establecer la igualdad añadiendo o quitando elementos a uno de los términos.

Respecto al esquema parte-todo, se da una primera orientación general a los niños para poder representar la parte o partes y el todo con cantidades continuas o discontinuas. Para después enseñar a los niños a manejar el esquema parte-todo, mostrando a los niños cómo identificar los datos y la incógnita como partes o todo de una tarea planteada y realizar la representación adecuada al problema. Se solicita a los alumnos resolver los problemas siguiendo estos pasos: 1) identificar las partes y el todo construyendo la representación esquemática y determinando en ella los datos y la incógnita; 2) elegir la operación aritmética pertinente, y 3) realizar la operación escribiendo el resultado tanto en representación como en la tarea numérica misma. Posteriormente se discutan los errores cometidos mostrando los esquemas de acción erróneos subyacentes. Por último los autores consideran que la enseñanza de las acciones de verificación ayudará a reducir el número de errores cometidos.

Los resultados más significativos fueron los siguientes: el grupo experimental mostró una mejora significativa con respecto al grupo control ya que éste emite las misma respuestas en el pretest. Así mismo el grupo experimental reduce los errores cometidos en la fase de pensamiento, sobre la que incidió prioritariamente la enseñanza de esta manera los efectos son estables y transferibles a otros contenidos variados. "La mejora cuantitativa en el rendimiento del grupo experimental en estos tests puede interpretarse en términos de un cambio cualitativo en las acciones infantiles para solucionar los problemas" (Bermejo, 1990, p.180).

En opinión de Bermejo y bajo este panorama, desde el inicio escolar el niño cuenta con capacidad para adquirir los primeros peldaños que conducen a la adquisición de la operación sustractiva sin olvidar los niveles de complejidad de dicha operación así como el nivel cognitivo de los niños.

Otros de los métodos a los que recurre el profesor para la enseñanza de la operación mencionada, es el tradicional al que se puede denominar como "suma de igual". Este método se utiliza cuando el minuendo es menor que el sustraendo, consiste en sumar diez al número que ocupa las unidades del minuendo, se enseña a los niños que se ha "pedido prestado" y después

"devolverlo", en ambos casos se coloca un pequeño 1, por ejemplo: se resta ocho de quince y cinco de nueve (Cfr. Hughes, 1986).

$$\begin{array}{r} 1 \\ 95 \\ -148 \\ \hline 47 \end{array}$$

Hipotéticamente y basándonos en los errores reportados por Bóllas (1997) este tipo de enseñanza puede llevar al niño a cometer errores tales como: Omisión del número prestado y olvido del número prestado.

El segundo método denominado como de "descomposición", al igual que en el ejemplo anterior se coloca un pequeño 1 al lado del 5 pero el proceso se compensa convirtiendo el 9 en 8, por ejemplo: se resta ocho de quince y cuatro de ocho.

$$\begin{array}{r} 81 \\ 95 \\ -48 \\ \hline 47 \end{array}$$

En una observación de clase de matemáticas realizada por Callejas y Salazar (1995) en la escuela primaria, la profesora enseña la operación sustractiva de la siguiente manera, cuando el minuendo es mayor que el sustraendo obtiene el resultado por medio de la suma para establecer la diferencia, por ejemplo presenta a los niños la siguiente resta $9876 - 5342 =$ y pregunta ¿dos y qué número nos dan seis?, los niños responden "cuatro" y así sucesivamente con cada una de las cifras. Y cuando uno de los términos del sustraendo es menor que un término del minuendo $3240 - 6987 =$ se remite a decirles a los niños "que al cero se le agrega un numerito 1, y es 10" para obtener el resultado como en el caso anterior por medio de la suma, haciendo hincapié "que llevamos uno y se lo agregamos a las decenas del sustraendo (8) y es nueve" continua resolviendo a operación, siguiendo esta forma para obtener el resultado.

Como se ha observado, quienes enseñan esta operación recurren a distintas formas para que los niños solucionen correctamente las operaciones planteadas, sobre todo cuando uno de los términos del minuendo es menor que algún término del sustraendo.

Cabe mencionar que existen propuestas pedagógicas en donde el error es concebido como un obstáculo negativo que se debe evitar en los alumnos, pues se piensa que el aprendizaje debe ser una sucesión de respuestas correctas descartando así las incorrectas, desde esta perspectiva se menosprecia el proceso por el cual el alumno arriba a las repuestas. Desde el punto de vista de Castorina y otros autores se piensa que: el error juega un rol constructivo en la adquisición de conocimientos.

En este sentido en la presente investigación el error es concebido, bajo la idea de que este ayuda a la construcción de los conocimientos que le permiten al sujeto llegar a la resolución correcta de cierta situación planteada, de esta forma el docente puede aplicar estrategias que considere necesarias en beneficio del aprendizaje del alumno. (Cfr.Castorina).

CAPITULO III
METODOLOGÍA

CAPITULO III

METODOLOGÍA.

La investigación llevada a cabo constó de tres momentos, observación de clases, entrevista a los profesores y evaluación a los alumnos.

Sujetos.

La investigación se desarrollo con profesores de tercer y cuarto grado de una escuela primaria oficial del turno vespertino, ubicada en el Estado de México; así como con los alumnos de los grados mencionados sus edades oscilaron entre los 8 y 10 años de edad.

A continuación se describe cada uno de los momentos.

Observación:

En un primer momento se observaron dos clases de matemáticas en tres grupos de tercer grado y dos de cuarto grado, por un espacio de 60 minutos a 90 minutos con el propósito de identificar las formas de enseñanza de la operación sustractiva. Fue una observación etnográfica (focalizada) no participante, dicha observación estuvo dirigida a la enseñanza de los contenidos matemáticos y en particular identificar las formas de enseñar el algoritmo en la resta. Las observaciones se videograbaron, la información del desarrollo de las clases se transcribió en hojas de registro con el fin de facilitar el análisis de dicha información (véase anexo no. 1).

Entrevista:

En el segundo momento se realizó una entrevista a profesores de los grados observados. Está se elaboró para recuperar algún o algunos aspectos que los profesores hayan omitido en su clase, se

tomo como una información de apoyo en las formas de enseñar la sustracción enseñanza de los profesores (véase anexo no. 2).

Evaluación:

En el tercer momento de la investigación se aplicó una evaluación a los niños para identificar si los alumnos cometen errores en la resolución de situaciones que se resuelven aplicando la operación, sustractiva, se eligieron al azar la mitad de los sujetos que había en cada grupo. La evaluación se realiza aplicando del método crítico, denominado así por la sistemática controversia a las respuestas emitidas por el sujeto, para captar su actividad lógica de pensamiento, a través de una conversación libre haciendo a un lado las preguntas fijas o estandarizadas, adaptando las expresiones y si es necesario las situaciones a las respuestas, actitudes y vocabulario del sujeto (Vihn-Bang, 1977). Es decir, se recurrió a la contra argumentación orientada a los propósitos de la presente investigación. Señalamos que después de realizar la observación al profesor del grado correspondiente se aplicó la evaluación a los niños.

Para dicho propósito se diseñaron diferentes situaciones que a continuación se describen.

Primera Situación.

Propósito:

La presente situación tuvo como objetivo indagar la aplicación de la operación sustractiva que hace el niño cuando se le presenta una situación problema.

Materiales :

Cien frijoles, una caja de cartón y tarjetas.

Procedimiento:

Se presento al niño una caja con 57 frijoles se le solicitó que extragara algunos y que los contará, después se indicó que por medio de una resta obtuviera el resultado para saber cuántos frijoles quedaban en la caja. Se le preguntó al niño cómo resolvió su operación.

Variación de la Situación:

En esta ocasión se presentó al niño la caja con la cantidad de cien frijoles, nuevamente se le solicitó que extrajera algunos y que los contara, indicándole que por medio de una resta obtuviera el resultado para saber cuántos frijoles quedaban en la caja. Finalmente se le preguntó al niño cómo resolvió su operación.

Segunda Situación.

Propósito:

La siguiente situación se destinó para identificar los errores que los niños pudieran cometer ante la resolución de las operaciones sustractivas.

Materiales:

12 fichas cuadradas de madera pintadas de color azul y otras 12 pintadas de color rojo, cada ficha tendrá asignada un número en uno de sus lados. (Véase anexo No. 3)

Procedimiento:

Se presentó al niño las fichas volteadas con los números hacia abajo, se le solicitó voltear dos fichas una de cada color. Se indicó al niño que al número marcado en la ficha azul se le restara el número marcado en la ficha roja, después se le preguntó cómo realizó la operación. Por ejemplo: si el niño voltea las dos fichas con las cantidades 348 (azul) 28 (roja) (cfr. pág. 3, anexos) procederá a realizar la operación $348 - 28 =$. La actividad se repite varias veces, revolviendo las fichas en cada ocasión, esto permite una combinación de números obteniendo una variedad de operaciones.

Tercera Situación.

Propósito:

Al igual que la situación anterior se pretendía identificar los errores que el niño pudiera cometer en la ejecución de la operación.

Materiales:

Una hoja con operaciones sustractivas impresas, (Véase anexo No. 4)

Procedimiento:

Se le presentó al niño una hoja de operaciones sustractivas, se solicitó al niño realizarlas. Después preguntarle cómo las realizó, en caso de cometer errores. Las restas que se presentaron en la hoja se formularon de esta forma por los diferentes niveles de complejidad que existe en cada operación.

Comparación Analítica:

Se llevó a cabo entre las formas de enseñar el algoritmo de la resta y los errores cometidos por los niños, esta nos permitirá establecer el tipo de relaciones que existen entre las formas de enseñar el algoritmo y los errores cometidos. Y de esta forma tratar de dar una respuesta a nuestra pregunta planteada.

CAPITULO IV
ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN EN 3º GRADO

CAPITULO IV

ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN EN 3º GRADO DE PRIMARIA.

Análisis de las formas de enseñanza de la operación sustractiva en los grupos de tercer grado.

Para analizar la información obtenida en las observaciones de clase sobre la enseñanza de la operación sustractiva, se elaboró un cuadro (véase cuadros no.1 y 2), que permitiera realizar la comparación entre las formas de enseñar la operación sustractiva de cada uno de los profesores, tomando en cuenta diferentes aspectos que surgieron en las clases. Dicho cuadro contiene dos apartados, el primero denominado, sustracción sin transformación y el segundo sustracción con transformación, cada apartado esta conformado a su vez con la descripción de las estrategias utilizadas los profesores en dicha enseñanza.

En la enseñanza de la operación sustractiva, los profesores recurren a dos niveles de enseñanza.

Sustracción sin transformación (1er nivel de complejidad): Este nivel se caracteriza, porque en la operación sustractiva, el minuendo es mayor que el sustraendo; ejemplo $9 - 5 = 4$. Aquí el profesor se auxilia de las siguientes estrategias:

Conceptualización de la palabra sustraer: Es una especie de introducción al tema, antes de enseñar propiamente la sustracción, se explora que entienden los niños por la palabra sustraer, puede ser buscando en el diccionario o por medio de lluvia de ideas.

Ejemplo 1 (profesor de 3º A):

Profesor: ¿Qué significa para ustedes sustraer o restar?

Todos: Quitar...

Niño: Quitar a lo que tiene más, disminuir.

Ejemplo 2 (profesor de 3º B):

Profesor: Vamos a ver que es la sustracción, levanten la mano quienes trajeron su diccionario y busquemos que es sustracción. (Después de un momento) Esmeralda léalo fuerte.

Esmeralda: Acción y efecto de sustraer o sustraerla.

Profesor: A ver Gerardo.

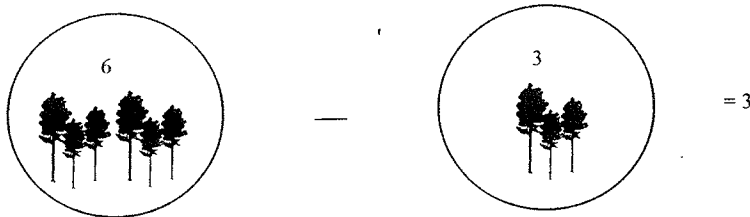
Gerardo: Sustraer, separar, restar, eludir, quitar.

Utilización de representaciones gráficas no convencionales: El profesor se apoya en el uso de ciertos dibujos, para la enseñanza de dicha operación. Ejemplo:

Profesor: (3ºB)...si de este grupo de seis árboles, quiero quitar tres para pasarlos acá (conjunto vacío)...

Niños: ...responden " tres "

El maestro borra de uno en uno los tres árboles, para dibujarlos en el conjunto vacío.



Representación gráfica y resolución de la operación sustractiva: Se puede considerar como alguno de los procedimientos al que recurre el profesor para enseñar la resta en este nivel, consiste en identificar el número mayor para proceder a restar. Ejemplo:

Profesor: ... siempre al número que debo de quitarle debe ser...

Niños: Mayor

Profesor: Mayor para poderle quitar, ahora vamos a verlo con este ejemplo con números, escribe;

$$\begin{array}{r} 9 \\ -6 \\ \hline \end{array}$$

" yo tengo nueve le puedo quitar o sustraer seis "

Niños: Sí, tres.

De una situación problemática recurre a la representación escrita del problema: Se plantea una situación problema, buscándole resolución, organizando los datos y finalmente escribir el problema en el pizarrón, este también se puede considerar como un procedimiento para la enseñanza de la sustracción. Ejemplo:

Profesor: (Da un dulce a un niño) Saben porque traigo estos dulces

Niños: ¡No!

Profesor: Porque el otro día fui a una fiesta y me los dieron, vamos a contar cuántos dulces traigo (se los enseña de uno en uno y los niños los van contando).

Niños: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve.

Profesor: Nueve hay nueve, pero uno que le regale a Marcos.

Niños: Son diez.

Profesor: Tenía diez y uno que le regale a Marcos quedan...

Niños: Nueve.

Profesor: Alguien quiere pasar a escribir en el pizarrón, pásale Carlota ¿qué tenía yo? escríbelo.

Carlota: Dulces, diez

Profesor: ¿Cómo lo vas a escribir?

Carlota: Nueve

profesor: Si, pero sabemos que tenía diez y le regale uno a Marcos y me quedan nueve, como podemos escribir, dale una idea Gabriel.

Gabriel: Tenemos diez y le quito uno, me quedan nueve.

profesor: Ya te lo dijo, pero ahora con números o símbolos porque lo podríamos hacer con dibujos pero nos tardaríamos mucho, ¿cómo lo escribirías?

Carlota: Escribe $10 - 1 = 9$

El profesor continuo la actividad de la forma descrita.

Utilización de Material: Es una estrategia de la que se vale el profesor, en apoyo a la aplicación y representación del procedimiento que enseña. Por ejemplo; dulces, cerillos, etc...

Sustracción con transformación (2o nivel de complejidad): En este nivel las operaciones sustractivas, se caracterizan por que el minuendo es menor que el sustriendo; ejemplo: $75 - 36 =$), debido a esto, es necesario modificar el procedimiento enseñado en el 1er nivel para la solución de estas.

Para esta enseñanza los profesores se basan en dos procedimientos, con sus respectivos rubros, de a continuación se describen.

Disminuir en algún término del minuendo: Este procedimiento consiste, en "pedir" una decena en algún término (centena, u. de millar) y simultáneamente disminuirla.

Plantear situaciones problemas y su resolución representando la operación

Sustractiva: El profesor crea situaciones problemas, involucrando a los niños en el proceso de solución, organizando la información para llegar a la representación gráfica de la sustracción.

Ejemplo;

profesor: Vamos a pensar que su compañera Beatriz lleva esta cantidad ¿cuánto lleva?

Niños: Seis

rofosor: Ahora vamos a pensar que su compañero Enrique, él como jefe de la casa lleva los billetes más grandes ¿cuánto lleva?

liños: Treinta

rofosor: Fíjate bien lo que quiero ahora Beatriz, préstame en este momento, ocho pesos, cuérrdate cuánto llevas.

beatriz: Seis, no se puede.

rofosor: No se puede ¡ah! pero tienes a tu compañero ¿qué podemos hacer?

beatriz: Pedirle prestado a otro.

rofosor: A quién le vas a pedir prestado.

beatriz: A Enrique.

rofosor: A ver dile.

beatriz: Enrique me puedes prestar, para prestarle al maestro.

rofosor: Cuánto te va a prestar.

beatriz: Diez

rofosor: Diez, por lo tanto ¿cuánto tendría, Rosalia?

osalia: Dieciséis

rofosor: Ella nada más tenía estos seis y le pedí ocho para que ella me pudiera prestar los ocho ¿qué tuvo que hacer ella?...

liños: Pedir dinero

rofosor: Hay otra palabrita, pedir que...

liños: Prestado.

rofosor: Exactamente, ¿cuánto tiene su compañero?

Niños: Treinta

Profesor: Su compañero tenía 3 decenas y ella 6 unidades, lo que hizo su compañera fue pedirle cuántas decenas?

Niños: una...

Profesor: y automáticamente ¿cuántos tuvo?

Niños: Dieciséis

Profesor: Por lo tanto ahora si puede prestarme. Escribe en el pizarrón la operación

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 8 \\ \hline 26 \end{array}$$

Le solicita a Sergio realice la operación

Utilización de Material: Es una estrategia de la que se vale el profesor, en apoyo a la explicación y representación del procedimiento que enseña. Por ejemplo; ábaco representando el valor posicional de las unidades, decenas, centenas, u. de millar o monedas con diferente valor.

Pagar la decena "prestada": Dicho procedimiento consiste en pagar la decena "prestada" en algún término del sustraendo (decena, centena, u. de millar) según sea el caso.

Utilización de metáfora: El profesor se apoya en ciertas palabras (transformar, número invisible) que ayudan a la enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la sustracción. Ejemplo:

Profesor: (Escribe)

$$\begin{array}{r} 706 \\ - 497 \end{array}$$

Profesor: ... Cuando hay cero no se puede prestar, al cero no le pueden pedir prestado, dijimos que hay un número invisible por ahí ¿cómo dijimos que se llama...?

Niños: El uno

profesor: Este número siempre se va a colocar en el número más chico de los de arriba, porque no se puede restar en este caso ¿dónde se va a acomodar?... en el seis en que sé convierte...

niños: En dieciséis

profesor: En dieciséis, ahora a dieciséis puedo restarle siete.

niños: Sí

profesor: ¿Cuántos me quedan?

niños: Nueve

profesor: ¿Qué pasa con este uno invisible, a dónde lo voy a pasar?

$$\begin{array}{r} 706 \\ - 497 \\ \hline 9 \end{array}$$

niños: Al nueve... (se refieren a las decenas del sustraendo)

profesor: Al nueve pero lo voy a qué...

niños: Sumar, diez

profesor: Diez para cuánto... (pone su dedo meñique en las decenas del minuendo, este lo utiliza como el número invisible).

niños: Diez

profesor: Diez para diez, me quedan...

niños: Cero

profesor:

$$\begin{array}{r} 706 \\ - 497 \\ \hline \end{array}$$

“Y ahora este uno (dedo meñique) a dónde se pasa...”

Niños: Al cuatro... (centenas de sustraendo)

Profesor: El uno invisible se pasa al cuatro y que le pasa aquí, se combierte en...

Niños: Cinco

Profesor: Cinco para siete...

Niños: Dos

Profesor:

$$\begin{array}{r} 706 \\ - 497 \\ \hline 209 \end{array}$$

Resolución de problemas escritos: Para la enseñanza de dicha operación el profesor recurre al dictado de problemas, con el fin de que el niño los resuelva, observando el manejo y aplicación de la resta. Ejemplo;

Profesor: Pedro tenía ahorrado 320 pesos y compró una camisa de 145 pesos ¿cuánto le quedo a Pedro?.

Después de un momento el profesor solicita a un niño resuelva el problema en el pizarrón

$$\begin{array}{r} 320 \\ - 145 \\ \hline 175 \end{array}$$

Resolución de operaciones sustractivas: El procedimiento de enseñanza se aplica directamente a la operación sustractiva, sin involucrar al niño en la resolución de situaciones problema o problemas escritos.

En este caso el profesor sólo se limita escribir en el pizarrón operaciones para que los niños las resuelvan en su libreta, después de explicar el procedimiento.

<u>76</u>	<u>810</u>	<u>601</u>	<u>716</u>	<u>870</u>
<u>- 47</u>	<u>- 675</u>	<u>- 343</u>	<u>- 427</u>	<u>- 385</u>

La información expuesta se ha integrado en dos cuadros, que corresponden a cada nivel de complejidad de la enseñanza de la operación sustractiva, en los que se puede hacer una comparación de las formas de enseñanza de cada profesor. (véase cuadro 1 y 2).

NIVEL DE COMPLEJIDAD 1 (SUSTRACCIÓN SIN TRANSFORMACIÓN)

Profesores	Conceptualización del término sustrac. ↓	Identificación del número mayor para proceder a la representación de la operación sustractiva.	Utilización de representaciones gráficas no convencionales (dibujos).	De la situación problema recurre a la representación escrita del problema.	Utilización de material manipulable.
3° A	X (Lluvia de ideas)	X	X		
3° B	X (Diccionario)	X	X		X
3° C				X	X

CUADRO No. 1 FORMAS DE ENSEÑAR LA SUSTRACCIÓN

NIVEL DE COMPLEJIDAD 2 (SUSTRACCIÓN CON TRANSFORMACIÓN)

DISMINUCIÓN DE LA DECENA "PRESTADA" EN ALGUN TÉRMINO (DECENA, CENTENA, ETC...) DEL MINUENDO		PAGAR EL NÚMERO "PRESTADO" EN ALGUN TÉRMINO (DECENA, CENTENA, ETC...) DEL SUSTRAYENDO.			
Profesores.	Utilización de material manipulable.	Planteamiento de situaciones problema y su resolución, representando, la operación sustractiva.	Utilización de metáfora.	Resolución de problemas escritos.	Resolución de operaciones sustractivas.
3° A			X		X
3° B	X	X			
3° C			X	X	

CUADRO No. 2 FORMAS DE ENSEÑAR LA SUSTRACCIÓN

De acuerdo a la información expuesta en el cuadro no. 1, los profesores de los grupos de 3° A y 3, al enseñar la resta en el nivel de complejidad 1 su procedimiento y estrategias son similares, pues ambos recurren primeramente a conceptualizar el término sustraer, utilizando representaciones gráficas no convencionales introduciendo a los niños a la representación gráfica para después identificar el número mayor y resolver la operación, en este proceso los maestros se auxilian de material manipulable.

Por lo que respecta al profesor del grupo de 3° C, para la enseñanza de este nivel recurre a plantear situaciones problemas para después representar por escrito el problema identificando los datos que permitan la resolución de este llegando a la representación gráfica de la resta.

En cuanto a la enseñanza del nivel no. 2, los profesores de 3° A y 3° C, utilizan el procedimiento de "pagar" el número "prestado" en algún término del sustraendo auxiliándose de palabras que emplean como metáforas, después de esto el profesor de 3° A les plantea a los niños operaciones sustractivas para su resolución, a diferencia del profesor de 3° C que les plantea a los niños problemas escritos. El profesor de 3° B les plantea situaciones problemas buscando su resolución, a lo largo de este proceso representan la operación sustractiva, al mismo tiempo se les enseña el procedimiento de disminuir el número "prestado" en algún término del minuendo.

DESCRIPCIÓN DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ALUMNOS EN LOS GRUPOS DE TERCER GRADO.

Se evaluaron a niños de tres grupos de tercero, veinte alumnos de 3° A, diecinueve de 3° B y catorce de 3° C. En el desarrollo de las situaciones los niños mostraron errores en los que combinan el procedimiento enseñado por el profesor y su propio conocimiento así como sus procedimientos. Cabe aclarar que los errores se clasificaron considerando la semejanza o acercamiento al procedimiento enseñado por el profesor.

A continuación se describen los errores encontrados en la evaluación realizada a los alumnos.

A Olvido de la decena "prestada".

El niño inicia restando bien las unidades, estableciendo cuando se requiere pedir prestado, pero al pasar a las decenas se olvida de pagar. Este error se caracteriza por que el niño. Corrige en el momento que da su explicación.

Eduardo (9,5)

$$\begin{array}{r} 905 \\ - 419 \\ \hline 496 \\ \\ 905 \\ - 419 \\ \hline 486 \end{array}$$

"Me equivoqué... por que era ocho, el uno que le pongo al cinco lo sumo aquí".

(Señalando el uno de las decenas del sustraendo).

Operación corregida

B Omisión de la decena "prestada".

En la resolución de la resta, cuando el minuendo es mayor que el sustraendo, el niño pide prestada la decena, pero al restar la siguiente cifra no toma en cuenta que hay que "pagar" o disminuir la decena según el procedimiento enseñado por el profesor.

Jonathan R. (9,4)

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 290 \\ \hline 1710 \end{array}$$

"Cero menos cero, cero, ahora a diez le quito nueve quedan uno, le paso el número tres,

le quitamos tres a diez quedan siete y bajo el uno".

C Pedir "prestado" cuando los números son similares, agregando la decena al minuendo y sustraendo.

El niño "pide prestado", aún cuando los números se pueden restar.

<p>Selene (10 , 5)</p> $\begin{array}{r} 1029 \\ - 28 \\ \hline 0091 \end{array}$	<p>"A nueve le quito ocho quedan una, ahora a dos quítale dos, no se puede porque se convierte en tres, el uno invisible se pone acá, tres, cuatro, cinco, seis, etc.... doce, son nueve".</p>
---	--

D "Pagar" un números que no pidió.

El niño realiza correctamente la resta en las unidades, decenas, centenas pero al restar las unidades de millar "paga" un número sin necesidad de esto.

<p>Míreya (9 , 0)</p> $\begin{array}{r} 2335 \\ - 290 \\ \hline 1045 \end{array}$	<p>A pesar que Míreya no explica su operación, en las decenas pide prestado lo "paga" correctamente en las centenas en las U. De millar "paga" nuevamente la decena.</p>
---	--

E Pedir dos veces las decenas en el número de la cifra siguiente

En este caso, ante la presencia del cero intermedio, el niño pide dos veces la decena al mismo número.

<p>Judith A. (9 , 9)</p> $\begin{array}{r} 1704 \\ - 316 \\ \hline 1298 \end{array}$	<p>"...es que ya no se puede por que esta el cero ... ¡ah! Pide prestado a este (c. del minuendo), le vuelve a prestar se convierte en diez menos uno, nueve y se convierte en cinco (c. del minuendo) por que presto uno a este (u. del minuendo) y a este (d. del minuendo) .</p>
--	--

F Al pedir prestado en vez de disminuirlo a las decenas lo aumenta.

El niño pide prestada la decena y en lugar de disminuirla o pagarla, la suma a las decenas del minuendo.

Selene (10, 5)

75

- 8

87

“A cinco quítale ocho, no se puede, se convierte en quince, son siete, este se tiene que convertir en ocho, por que hay un numero invisible que se pone para que se haga mas grande el numero”.

G pagar y disminuir simultáneamente la decena “prestada”.

El niño realiza correctamente la resta en las unidades, decenas, centenas pero al restar las unidades de millar “paga” un número sin necesidad de esto.

Carlos A. (8, 10)

701

- 208

483

“ A ocho no se le puede quitar, a once le quitamos ocho, tres se baja (se refiere a la decena prestada), no se le puede quitar (decena del minuendo) pide prestado a nueve le quitamos uno, ocho, a seis le quitamos cuatro”.

H Combinación de operaciones.

Este consiste en que el niño simultáneamente suma y resta en una operación.

Karina. (9, 6)

37

- 20

50

“Siete, se pone el cero, tres mas dos cinco”.

I Aumentar dos unidades cuando el minuendo es menor que el sustraendo.

Al ver que el minuendo es menor, el sujeto pide dos unidades solo las aumenta para que el numero sea mas grande.

Claudia (9, 7)

57

- 8

31

“Este ... el cinco le presto dos al siete, se convierte en nueve a nueve le quitamos ocho le queda una, como le presto dos ya no es cinco es tres y lo bajamos”.

J Desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero.

El niño no le da valor al minuendo cuando las unidades y/o decenas del sustraendo son cero, al restar obtiene cero

Claudia (8, 7)

323

- 100

200

“ A tres le quitamos cero, quedan cero, a dos le quitamos una quedan dos”

K Conceptualización del cero como número independiente

El niño no le da valor al cero en el minuendo y coloca la unidad del sustraendo como resultado.

Adriana (9,9)

80

- 32

52

“Dos para cero, dos, tres, para ocho, cinco”.

L Pedir "prestado" once unidades.

El niño disminuye la decena prestada el algún término del minuendo, pero cuando en este le queda cero decenas o cero centenas, recurre a pedir once unidades en el número siguiente.

Fernando A. (10,4)

7108

- 990

5218

"Acá, como esta el cero se baja el ocho, el cero pide uno prestado al uno se convierte en diez, nueve para diez, una, el uno se convierte en cero pide prestado dos, porque no tiene con que restarle arriba al nueve, nueve para once nos sobran dos, entonces el siete se convirtió en cinco".

M Localización del número mayor.

El niño ubica el número mayor independiente de que se encuentre en el minuendo o en el sustraendo para restarle el menor.

Stephany S. (8,6)

477

- 419

062

"Siete para nueve, dos, siete menos una seis, cuatro menos cuatro, cero".

N Pedir prestado en el sustraendo

Cuando en la resta se trata de pedir prestado y en el lugar de las decenas hay cero, el niño recurre a pedir prestado en las decenas o centenas del sustraendo.

Juan C. (8,10)

102

- 39

083

701

- 208

503

“A dos le quito nueve no se puede, le tengo que pedir uno... prestado a este número pero no es grande, entonces al tres y se convierte en dos, a doce le quito nueve, tres a cero le quitamos dos no se puede, le pide prestado uno al uno, se convierte en diez a diez le quito dos quedan ocho, este se convierte en cero se baja”.

“A una le quito ocho no se puede, le pide prestado uno al dos, se convierte en once, a once le quito ocho, tres a cero le quito cero, no se puede se baja el cero a siete le quito dos quedan cinco”.

O Ubicación inadecuada de cantidades

Consiste en que el niño coloca inadecuadamente las cantidades sin respetar el valor posicional de cada número.

Karina (9,6)

20

- 3

00

“Cero, tres para dos no se puede, se pone el cero”.

P Inversión del minuendo y sustraendo

En este caso el niño no identifica la cantidad inicial y la cantidad que sustrae y tiende a invertir las cantidades obteniendo un resultado incorrecto,

Miriam (9,5)

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 57 \\ \hline 27 \end{array}$$

“Realiza la operación ... “quedan veintisiete”.

Q La decena prestada la aumenta a las unidades del minuendo, restando las unidades con las decenas del minuendo

El niño agrega la decena que pide “prestada” a las unidades y a las decenas del minuendo, olvidándose de las decenas del sustraendo.

Gloria N. (10,10)

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 19 \\ \hline 8 \end{array}$$

“A siete no le podemos quitar se convierte en diecisiete, diecisiete le quito nueve quedan ... ocho ahora a cinco le quito nueve quedan ... no a quince le quito nueve ...”.

R El número prestado lo regresa al mismo número que lo pidió

En este caso, parece ser que el niño solo pide el número "prestado" para poder restar las decenas del minuendo cuando son menores, sin pagarlo o disminuirlo.

Rodolfo (8,10)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2335 \\ - 419 \\ \hline 2245 \end{array}$$

"Aquí como no hay número se baja el cinco, aquí (d. del minuendo) no se puede, pide prestado un uno, trece menos nueve, cuatro, se lo devuelve se convierte en tres, le quitas una dos, dos menos cuatro dos."

NOTA: Cabe señalar que el alumno comete otro error ubicación inadecuada de cantidades

S Imposibilidad de restar con cero en el minuendo.

En este caso al enfrentarse con un cero intermedio el sujeto tiene dificultad para ejecutar la sustracción.

José G. (8,8)

$$\begin{array}{r} 102 \\ - 39 \\ \hline 3 \\ \\ 701 \\ - 208 \\ \hline 03 \end{array}$$

"Esta no la puedo hacer, por que el uno se le pasa al tres son cuatro para cero, no se puede".

"... es que aquí no sé si pasarle acá"

T Imposibilidad de restar si no aparece número en el minuendo.

En la resolución de la resta el niño ejecuta la operación correctamente, pero al pasar a las unidades de millar, en donde no existe número, simplemente no resta.

Ana L. (8,3)

3999

- 721

278

“Una para nueve, ocho, dos para nueve siete, siete para nueve dos y aquí ya no se hace nada”.

U Imposibilidad de restar cuando las unidades del minuendo son menores que las unidades del sustraendo.

Al no tomar en cuenta la posibilidad de pedir prestado, el niño obtiene como resultado cero.

Gloria N. (10,10)

7108

- 990

7098

“A ocho le quito cero, no se puede lo bajo, a cero le quito tampoco le bajo el nueve, a una le quito el nueve tampoco se puede le pongo cero, a siete como no hay número pongo siete”.

V El sustraendo resta tanto a las unidades como a las decenas del minuendo.

Al realizar la operación, el niño resta las unidades del sustraendo así como a las decenas del minuendo.

Perla B. (9,4)

41

- 8

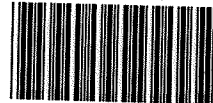
47

“A ocho le quitamos uno, son siete, ocho le quito cuatro quedan cuatro”.

Nota: En el caso anterior la alumna simultáneamente localiza el número mayor.

NOMBRE DEL ALUMNO	PROCEDIMIENTO DEL PROFESOR	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1.- Fernando A. Ambrocio Cocco	si	*	*									*										*		
2.- Adriana Aparicio Ordoñez	no	*	*																					
3.- Abraham S. Castro Diaz	no	*						*																
4.- Claudia Duran Mejia	no	*	*		*		*			*	*	*												*
5.- Eduardo García Cabrera	no	*	*		*		*		*	*	*													
6.- Rodolfo Garcia reyes	no	*	*	*	*	*	*		*	*	*			*			*	*	*	*	*	*	*	*
7.- Stephany García Velázquez	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*			*										
8.- Edgar González Nuñez	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
9.- Karina Guzman Jiménez	no	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
10.- Silvia Hernández Hernández	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
11.- Mauro Jarillo Rodríguez	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*												*	*
12.- Judith A Martínez Cocco	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
13.- Carlos Montes de Occa García	no	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
14.- Kemish Morales Solorio	no	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
15.- Beatriz Muñoz Nieto	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*												*	*
16.- Esmeralda B. Sorita Torres	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
17.- José A. Pérez Sánchez	no	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
18.- Jeymi C. Ramírez González	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													
19.- Diana Olivera Rámirez	si	*	*	*	*	*	*		*	*	*													

TOTALES	11	15	3	4	5	6	3	6	2	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	2	2
---------	----	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



162489

162489

Cuadro No. 4 Errores cometidos grupo de 3° B

NOMBRE DEL ALUMNO	PROCEDIMIENTO DEL PROFESOR																							
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	
1.- José E. Alva Muñoz	si			*				*		*														*
2.- Josafat Becerra Martínez	si	*																*						
3.- Mireya Chaires de Jesús	si			*													*							
4.- Gerardo Cruz Caballero	si	*	*	*																				
5.- Roxana Coutiño Martínez	si	*	*	*	*					*														
6.- Arlynn Dorantes Constantino	si	*																						
7.- Yadiria García Tirado	si		*		*																			
8.- Nancy B. González Alvarez	si	*	*	*																				
9.- Benjamin Escamilla González	si		*																					
10.- Marisol Martínez Ponce	si	*																*						
11.- Silvia L. Ochoa Montero	si	*																						
12.- Julio C. Rocha Venegas	si	*	*	*				*																
13.- Edgar J. Ruiz González	si	*	*	*	*			*																
14.- Anayeli Zamora González	si	*	*	*	*			*																

TOTALES	7	7	5	5	3	1	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	1
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Cuadro No. 5 Errores cometidos grupo de 3° C

ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS SUJETOS EN LOS GRUPOS DE TERCER GRADO.

Por la información expuesta en los cuadros antes mencionados se puede apreciar que, en el grupo de tercero A se cometieron un total de 18 errores, es decir un 78.2%; en tercero B cometieron 16 errores que corresponde a un 69.5% y en tercero C se registraron 10 errores, es decir un 43.4% de los 23 errores registrados en los tres grupos.

Al realizar el análisis de la evaluación aplicada a los sujetos de los terceros grados, se registro que, los alumnos manifiestan dificultades al enfrentarse a la resolución de situaciones en las que se requiere aplicar y ejecutar la operación sustractiva sobre todo cuando el minuendo es menor que el sustraendo (nivel de complejidad 2).

Los sujetos tuvieron dificultades al resolver restas en las que se presenta el número cero, en este sentido el error cometido con mayor frecuencia fue; *conceptualización del cero como número independiente*, en este caso los alumnos no contemplan la posibilidad de pedir "prestado", por lo tanto no aplican el procedimiento enseñado por los profesores.

Otro de los errores presentados tuvo que ver con el *olvido de la decena "prestada"*, por lo que se refiere a este error lo cometen los sujetos que tratan de aplicar el procedimiento enseñado por los profesores, al ejecutar la operación los alumnos que incurrían en dicho error, se percatan de ello y corrigen.

En el error caracterizado como *omisión la decena "prestada"*, a pesar de que los alumnos reconocen en que momento tienen que pedir "prestado", al restar las decenas, centenas o u. de millar no toman en cuenta la decena que llevan "prestada".

Al incurrir en el error *localización del número mayor* los alumnos se vieron imposibilitados de pedir "prestado" de esta manera le restan al sustraendo ya que aquí se encuentra el número mayor.

En los casos donde el alumno tuvo que resolver situaciones problemas aplicando y representando gráficamente la resta por sí solos. Se presentó el error denominado *ubicación inadecuada de cantidades*, es decir los alumnos no tienen un manejo del valor posicional, que puede llegar a ocupar un número pues al escribir la operación no respetaron el valor de la cantidad del minuendo y sustraendo.

Así mismo llegaron a *invertir las cantidades del minuendo y sustraendo* sin tomar en cuenta la cantidad inicial y cantidad que se extrae de esta misma.

Otro de los errores registrados fue *desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero*, aquí los alumnos simplemente no le dan valor al minuendo, y por lo tanto al restar obtienen como resultado cero.

Por último el error denominado como *combinación de operaciones* en este los alumnos en vez de restar la decena que llevan "prestada" en la columna siguiente, la sumaron dejando de lado que están efectuando una resta.

Por los que se refiere a los demás errores descritos se pueden considerar como casos aislados ya que sólo los llegan a cometer de uno a tres alumnos.

De acuerdo con la información recopilada, en los grupos de 3° A y 3° C, los errores cometidos se relacionan hasta cierto momento, pues se pudo apreciar que los errores cometidos por los sujetos tienen que ver con operaciones donde el minuendo es menor que el sustraendo, los errores que se relacionan con este caso son: *conceptualización del cero como número independiente, olvido del número prestado, localización del número mayor y omisión de la decena "prestada"*.

Otro aspecto es la falta de manejo del valor posicional que puede llegar a ocupar un número; aquí se puede ubicar el error identificado como *ubicación inadecuada de cantidades*.

A pesar de que en los grupos de tercero A y tercero C, el procedimiento es similar, es decir, los profesores enseñan la sustracción con el procedimiento de "pagar" la decena "prestada" en algún término del sustraendo. En el grupo de 3° A se registran más errores que en 3° C, esto puede deberse a que el primer profesor después de enseñar el procedimiento de resolución, se limita plantearles a los alumnos la resolución de operaciones sustractivas, en ocasiones sin revisar donde está el error. A diferencia del profesor de 3° C trata de consolidar el procedimiento con problemas escritos auxiliándoles a identificar los datos para la resolución correcta, además por lo que se observó en la videograbación de clases corrige los posibles errores de los niños.

En el grupo de 3° B donde el profesor enseña disminuyendo en algún término del minuendo. Se registró que al igual que en los otros grupos, los alumnos manifiestan problemas al ejecutar operaciones con el minuendo menor que el sustraendo. El error cometido con más porcentaje fue *conceptualización del cero como número independiente, olvido del número prestado, omisión de la decena "prestada"*. Igualmente demostraron problemas con relación a la *ubicación de cantidades* (valor posicional)

Otro caso donde los sujetos presentaron dificultades es aquel que tiene que ver con el valor del cero, pues al enfrentarse a operaciones donde el cero se tiene que restar da por hecho que el resultado es cero. En este caso se encuentra el error *desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero*.

A demás de estos confunden el procedimiento de la resta y la suma, cometiendo el error de *combinación de operaciones*.

Por lo anterior podemos decir que el grupo de tercero C se manifestó cometer menos errores, a pesar de esto en los tres grupos les falta consolidar el procedimiento enseñado por el profesor. Para una mayor apreciación y comparación de los errores cometidos en los tres grados ver gráficas en el apartado de anexos.

CAPITULO V
ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN EN 4º GRADO

CAPITULO V

ENSEÑANZA DE LA OPERACIÓN SUSTRACTIVA EN 4º GRADO

Análisis de las formas de enseñanza la operación sustractiva en los grupos de cuarto grado.

Para obtener la información sobre la enseñanza de la operación sustractiva en los grupos de cuarto grado se utilizó el mismo procedimiento que en los grupos de tercero. Se observó una clase de matemáticas del profesor de 4º A por un espacio de 60 minutos a 90 minutos, esto por la razón de que en esa sesión abordó el objetivo que nos interesaba. En el grupo de 4º D fueron dos sesiones, cada una de igual manera por espacio de 60 a 90 minutos, siendo videograbadas dichas sesiones para después transcribir las clases.

Para analizar la información obtenida en las observaciones de clase sobre la enseñanza de la operación sustractiva, de igual forma se elaboraron cuadros (véase cuadros no.6, no.7 y no.8), que permitiera realizar la comparación entre las formas de enseñanza de la operación sustractiva de cada uno de los profesores. En esta nos pudimos percatar que los profesores recurren a dos niveles encontrados en los grados de tercer año.

Sustracción sin transformación (nivel de complejidad 1): Este nivel se caracteriza, porque en la operación sustractiva, el minuendo es mayor que el sustraendo; ejemplo $9 - 5 = 4$. Aquí el profesor se auxilia de las siguientes estrategias:

Comparación entre la palabra restar y quitar: Por medio de una situación el profesor hace notar si hay diferencia entre la palabra restar o quitar. Ejemplo:

Profesor: (4º A) ... Es lo mismo restar que quitar.

Grupo: ¡Sí!

Profesor: Es lo mismo restar que sumar.

Grupo: ¡No!

Profesor: Qué fue lo que le hice a Sergio.

Varios niños: Le sustrajo, le quito, le resto.

Profesor: Le reste su tripita (un pedazo de liga para resortera). En este caso tenía una tripita y yo no tenía nada y le quite una ahora una, ¿cuántas le quedaron?

Grupo: ¡Cero!

Profesor: En primer lugar restar va a ser lo mismo o sinónimo de quitar, vamos a quitarnos de la mente esa palabrita de restar, cuando el maestro nos diga que hay que restar vamos a...

Grupo: Quitar.

Empleo de situaciones de la vida cotidiana que ilustren el uso de la resta: En este caso el profesor pregunta a los alumnos ejemplo en los que se use la resta. Ejemplo:

Profesor: ¿Para qué nos servirá la resta?, ¿dónde manejamos la resta?

Niño: En matemáticas.

Profesor: Pero en la vida real.

Niño: Cuando compras.

Profesor: Cuando uno compra o cuándo más...

Niño: Cuando compras una cosa y pagas con un billete de doscientos.

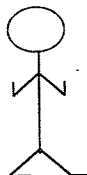
Profesor: Lo que hacen ustedes cuando juegan canicas, ahí es una forma de restar. Toda la vida es sumar, restar.

Utilización de representaciones gráficas no convencionales: Como ya se menciona el profesor utiliza dibujos como apoyo a su explicación sobre la operación sustractiva. Ejemplo:

Profesor: Vamos a ver lo siguiente, yo siempre manejo la resta como suma en lugar de quitar vamos a ver cuántos alcanza, siempre va a haber números grandes y números chicos.

Dibuja lo siguiente

Números
grandes



Números
chicos



Continúa... Eso los podemos ver en la vida real, por ejemplo, un niño grande y niño chico. Si pasamos a Baena y pasa Ezequiel (los dos niños pasan al frente del grupo ubicándose al frente del dibujo que le corresponde por el Tamaño). Hay posibilidad de que el suéter que tiene Ezequiel le quede a Baena, pero el suéter de Baena le quedara a Ezequiel...

Niños: ¡Noj.

Profesor: A ver hagan la prueba (los niños se quitan el suéter y se los miden respectivamente, comprueban que el suéter de Ezequiel le queda a Baena pero el suéter de este no le queda a Ezequiel).

Representación gráfica de la operación sustractiva: Es el procedimiento al que recurre el profesor para enseñar la resta en este nivel, consiste en identificar el número mayor para proceder a restar. Ejemplo:

Profesor: Siempre vamos a tener números grandes, hay dos tipos de suma, la que nos interesa ahora es la de los números grandes arriba y la de números chicos, podemos encontrar números acomodados así $447 - 132 =$ ahí no los tengo ni arriba ni los tengo abajo, pero la primera regla que tenemos que tomar en cuenta que al número grande se le

pueda quitar el chico, es decir, al suéter grande le puedo quitar cachitos para que le quede exactamente a Baena, vamos a acomodar la resta 447

- 132

Aquí podemos hacer dos opciones, a siete le quito dos..

Niños: ¡Cinco!...

Profesor: Cinco, o también al revés a dos le sumo o cuántos le tengo que sumar para que me den siete.

Niños: Cinco.

Profesor: Es exactamente lo mismo, si se les dificulta hagan la suma en lugar de quitarle le ponemos, tengo cuatro pesos me gaste tres...

Niños: Uno.

Profesor: Cuatro pesos y le quite uno...

Niños: Tres.

Profesor: ¿Cuántos pesos tenía?

Niños: Cuatrocientos cuarenta y siete.

Profesor: ¿Cuántos pesos me gaste?

Niños: Ciento treinta y dos.

Profesor:

$$\begin{array}{r} 447 \\ - 132 \\ \hline 315 \end{array}$$

¿Cuántos me quedaron?

Niños: Trescientos quince.

Planteamiento de problemas por parte del alumno: Los alumnos desarrollan su capacidad para elaborar problemas en cuya resolución se utiliza la resta. Ejemplo:

Profesor: ¿Quién me dicta un problema de resta?

Niños: Yo maestro... "Chuchito tenía tres canicas azules y dos verdes, pero le quitaron una azul
¿cuántas canicas le quedaron en total?

Profesor: Qué es lo que voy a hacer.

Niños: Una resta.

Jesús: Una suma y una resta.

Profesor: Una suma y una resta, primeramente que voy hacer, sumar cuántas tengo

$$\begin{array}{r} \text{(escribe) } 3 \text{ azules} \\ + 2 \text{ verdes} \\ \hline 5 \end{array}$$

Niños: Cinco.

Profesor: Cinco, cuántas le quitaron

Niños: Una azul.

$$\begin{array}{r} \text{Profesor: Una } 3 \\ + 2 \\ \hline 5 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$$

Niños: Cuatro...

Profesor: Qué es lo que nos da a entender (señala la última operación) voy a sumar o a restar.

Niños: Restar.

Profesor: A qué le voy a restar.

Niños: A cinco le quitamos uno, cuatro.

Aplicación de juegos como un apoyo didáctico: El profesor recurre a utilizar juegos en los que se reafirme la operación sustractiva.

Ejemplo:

Profesor: Acá son dieciséis y acá son quince, vamos a trabajar la resta y cada uno la va ir haciendo en su mente. De este lado son águilas y de este son sol, cuando caiga el volado, si cae águila quiénes son los que van a perseguir...

Equipo sol: Ellos.

Profesor: Ellos (refiriéndose al equipo águila) a ustedes (equipo sol) hasta el tercer cuadro, estando en el tercer cuadro ya no pueden. (Lanza el primer volado, la moneda cae águila) ¿cuántos agarraron?

E. águila: Tres.

Profesor: Tenían dieciséis y quitaron tres ¿cuántos les quedan?

E. águila: Trece.

Profesor: (Los cuenta de uno en uno)... son trece continuamos (esta vez la moneda cae sol) ¿cuántos agarraron aquí? (Refiriéndose al E. Sol) eran catorce más cuántos agarraron... tres, diecisiete y quitaron tres... ¿cuántos quedan?...

E. sol: Catorce.

Profesor: Estan comprendiendo lo que es quitar, le quito siempre a la cantidad mayor le quito números menores. La actividad se repite en varias ocasiones.

Plantemiento de situaciones problemas utilizando material manipulable: El profesor crea situaciones problemas, involucrando a los niños en estas, les proporciona material manipulable, de esta manera también se involucran en el proceso de resolución. Ejemplo:

profesor: (4° A) Vamos a ver lo que es la resta, repartimos a cada equipo un paquete de galletas, van a abrirlo y van a contar las galletas.

niños: (Después de contarlas)... seis.

profesor: Se van a repartir entre cada uno de los integrantes del equipo y se van a comer una galleta, (los niños realizan lo solicitado por la maestra). Vamos a preguntarle al equipo de Ali, a ver ¿cuántas galletas tenía tu equipo?.

li: Seis.

profesor: Y ¿cuántas se repartieron?.

li: Le repartimos a cada quien una.

profesor: ¿Cuántas les quedaron?

li: Dos.

anteamiento de preguntas en relación a la situación problema: El profesor realiza ciertas preguntas en relación a la situación planteada, que les permite a los niños organizar la formación de dicha situación accediendo a su resolución y finalmente llegar a la presentación gráfica de la sustracción. Ejemplo:

profesor: ...Después de esto, todos los equipos teníamos la misma cantidad de galletas, lean las siguientes preguntas, a ver Miriam.

miriam: ¿Cuántas galletas tenían?, ¿Cuántas galletas se comieron?, ¿Cuántas galletas les quedaron?.

profesor: De que forma podríamos representar lo que hicieron ustedes con las galletas, mediante una operación que conteste estas preguntas, lo va a hacer cada equipo y después comentamos (les proporciona una mitad de cartulina y marcadores).

Utilización de representaciones gráfica no convencionales y la representación gráfica de la operación sustractiva: Para la resolución de la situación problema los niños recurren a representar por medio de dibujos lo que hicieron para después representar la operación sustractiva. Ejemplo:

$$6 - 4 = 2$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad \bullet \bullet \bullet \bullet \\ - 4 \quad \circ \circ \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad \otimes \otimes \otimes \otimes \\ - 4 \quad \otimes \circ \circ \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \otimes \otimes \otimes \otimes \\ \circ \circ \end{array} = 2$$

6 Teníamos seis galletas
 -4 y nos comimos 4
 2 quedan 2 $\otimes \otimes \otimes \otimes \circ \circ$

Exposición por parte de los alumnos sobre la resolución de la situación problema: El profesor solicita a un integrante de cada equipo la explicación sobre la forma en que resolvieron la situación problema, para tal propósito clasifica aquellos trabajos donde el procedimiento es similar y aquellos donde se aprecian diferencias. Ejemplo:

Profesor: Entonces vamos a tener cuatro exposiciones porque los equipos que se parecen creo que con un equipo que los explique es suficiente y los otros van a tener que explicarnos por que lo hicieron así, de quién es este

$$\begin{array}{r} 6 \quad \otimes \otimes \otimes \otimes \\ - 4 \quad \otimes \circ \circ \\ \hline 2 \end{array}$$

Niño: Mío.

Profesor: Qué fue lo que hicieron, qué representaste ahí.

Niño: El paquete que nos dio, de esas galletas, somos cuatro en el equipo nos comimos cuatro galletas yo lo representa con la resta a seis le quitamos cuatro quedan dos.

Profesor: A ver Ivonn pasa a explicar.

Ivonn: Nosotros teníamos seis galletas pero como somos tres integrantes nada más nos comimos tres galletas y nos sobraron tres.

$$\begin{array}{r} 6 \text{ galletas} \\ - 3 \text{ nos comimos} \\ \hline 3 \end{array}$$

○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○

Profesor: ...Y les sobraron tres y por qué acomodaron así su dibujo.

Ivonn: Porque aquí dibujamos las seis galletas y aquí las que nos comimos.

Profesor: Estan de acuerdo con ella.

Grupo: Sí.

Profesor: Pero yo veo nueve galletas, Alejandro tu qué opinas.

Alejandro: Le hubieran quitado, si las tres.

Profesor: Porque esta bien ella diciendo teníamos seis (señala las galletas) nos comimos tres, pero porque representó estas tres aquí (señala las tres galletas) si de las que se comieron fueron las del paquete.

Profesor: Por qué este equipo le tacho aquí y ellas en vez de tacharle le pusieron las tres acá, abajo.

$$\begin{array}{r} 6 \quad \otimes \otimes \circ \\ - 4 \quad \otimes \otimes \circ \\ \hline 2 \end{array}$$

Ivonn: Es que las dibujamos acá (señalando las tres galletas que se comieron).

Profesor: Pero de dónde son esas tres galletas.

Ivonn: De las del paquete.

Profesor: Y dónde estan las del paquete.

Ivonn: Acá (señala las seis galletas)

Profesor: Entonces estas tres galletas (las que se comieron) tú estas indicando aquí que se las quitaste de aquí (de las seis galletas) pero no los hiciste como otros compañeros.

Ivonne: Afirma.

Sustracción con transformación (nivel de complejidad 2): Como ya se dijo anteriormente la enseñanza de la operación sustractiva requiere de otro procedimiento, pues el minuendo es menor que el sustraendo.

Al igual que los profesores de los terceros grados para la enseñanza de este nivel los profesores se basan en los dos procedimientos.

Disminuir la decena "prestada" en algún término del minuendo: Este procedimiento consiste, en pedir una decena prestada en algún término al mismo tiempo que se disminuye.

Planteamiento de situaciones problemas proporcionando datos para su resolución: En este caso el profesor plantea una situación en la que proporciona cierta información para que los alumnos la organicen y de esta forma dar solución a la situación planteada.

Profesor: Bien les quiero comentar que en estos días he tenido una gran problemática, ya se acerca el día del papá después de que paso el día del maestro, el día de la mamá, tuve que ahorrar en mi cochinito ahora sigue el día del papá y lo que logre ahorrar fue esto (pega un cartel con billetes y monedas de diferente denominación) ¿quién me ayuda a hacer mi cuenta? a ver Ma. Luisa

Ma. Luisa: Realiza la siguiente operación .

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 20 \\ 10 \\ \hline 4 \\ \hline 84 \end{array}$$

Profesor: Esta bien.

Niños: Sí.

Niño: Sus ahorros son de ochenta y cuatro pesos.

Profesor: Ahorre ochenta y cuatro pesos pero que creen yo quiero comprar de regalo una calculadora y cuesta sesenta y nueve pesos.

Niño: Le sobraría...

Profesor: Creen que me alcance el dinero para comprar esta calculadora.

Niños: Sí.

Profesor: Por qué, Noé.

Noé: Porque son mayor los ahorros que lo que cuesta la calculadora (pasa al pizarrón escribe la siguiente operación).

$$\begin{array}{r} 74 \\ 84 \\ - 69 \\ \hline 15 \end{array}$$

Profesor: Explicanos, a ver nos quedamos en que yo tenía ochenta y cuatro pesos ahorrados y quiero comprar la calculadora que vale sesenta y nueve pesos, por qué los acomodaste así.

Niño: Porque el número mayor es este (señala el número 84)...

Profesor: Viene siendo el que...

Niño: El minuendo y el sustraendo (señala el número 69).

Profesor: Y cuál es lo que yo tenía ahorrado.

Niño: Ochenta y cuatro.

Profesor: Y cuál es la cantidad que cuesta la calculadora.

Niño: Sesenta y nueve.

Profesor: Entonces si me alcanza.

Niño: Sí, se hizo una resta para saber cuánto le va a sobrar de sus ahorros.

Profesor: Cuánto me va sobrar.

Niño: Quince.

Exposición de un alumno sobre el procedimiento de resolución de la resta: El profesor solicita que un alumno explique el procedimiento de resolución de la situación planteada.

Ejemplo:

Profesor: (Pega un cartel)

Quiero comprar un regalo	
ahorre	84
me cuesta	<u>- 69</u>

continua ... ¿quién quiere explicarlo?

Niño: El regalo que quiero comprar cuesta setenta y nueve, yo ahorre ochenta y cuatro pesos, como el ochenta y cuatro es mayor que el sesenta y nueve, si lo puedo comprar ahora quiero saber cuánto me va a sobrar. Primero como el cuatro no cabe en el nueve...

Profesor: Al revés.

Niño: Como el nueve no alcanza al cuatro, el cuatro le pide una decena al ocho se convierte en catorce, el ocho siete. Ahora si cabe el nueve en el catorce toca a cinco si cabe el siete sobran una.

$$\begin{array}{r} 714 \\ 84 \\ - 69 \\ \hline 15 \end{array}$$

Profesor: Me sobran quince.

Afirmación del procedimiento de resolución por parte del profesor: Después de escuchar la explicación del alumno el profesor nuevamente expone con el fin de disipar dudas. Ejemplo:

Profesor: Ahora se los voy a explicar.

$$\begin{array}{r} \text{ahorre} \quad 84 \\ \text{me cuesta} \quad - 69 \\ \hline \end{array}$$

Lo que procedo a hacer es ver que la cantidad mayor quede arriba para que sea el minuendo y la menor quede abajo para que sea el sustraendo. Si yo hago lo que quisieron hacer compañeros quitarle al sustraendo estoy en un error, tengo que quitarle al de arriba al minuendo, entonces voy a separar las unidades de las decenas por que tengo que restar unidades con unidades, decenas con decenas. Entonces esto es unidades y esto decenas

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 84 \\ - 69 \\ \hline \end{array}$$

una vez que ya hice esto voy a ver si le puedo restar al cuatro y efectivamente como dijeron sus compañeros no sé puede restar por que es menor, entonces de las decenas voy a cambiar una decena y se la voy ceder a las unidades para que pueda alcanzar y la decena se convierte en diez unidades pero si le sumo al cuatro van a hacer catorce por lo cual este número (se refiere al 4 de las unidades) ya no van a tener validez, lo que va a tener validez es este (el número 14) y como este son 8 decenas que valen ochenta y le cedió una a las unidades para que sean mayor se queda en setenta pero se representa con el siete. Una vez que ya hice esto voy a proseguir a restarle al catorce que es el minuendo le voy a quitar nueve que es el sustraendo y me van a restar cinco y de este lado (se refiere al lugar de las centenas) el ocho ya no va tener validez al siete le voy a quitar seis me va quedar una. Yo estoy manejando quitar, debemos manejar al minuendo le quito el sustraendo y me va a sobrar, restar o me van a quedar.

laboración de un problema de sustracción por parte de los alumnos: El profesor solicita a sus alumnos redacten y resuelvan un problema para tal propósito le proporciona material manipulable. Ejemplo:

profesor: Ahora vamos a redactar un problema igual que como lo hice cuando iba a comprar un regalo (pega un cartel).

Redacta un problema:

1. - Cuenta el dinero
2. - Revisa el precio del regalo
3. - Escribe un problema
4. - Resuelve el problema
5. - Explica lo que hiciste

Resolución de operaciones sustractivas: El procedimiento de enseñanza se aplica directamente a la operación sustractiva. Ejemplo:

profesor: Sacan su cuaderno, escriben la fecha y ejercicio.

(pega un cartel con operaciones)

copia y resuelve.

$$\begin{array}{r} 2354 \\ - 1589 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 89235 \\ - 25123 \\ \hline \end{array}$$

Amplifica con una situación real la identificación del número mayor y el número menor:

profesor recurre a buscar situaciones concretas para identificar el número mayor y el número menor. Ejemplo:

profesor: Hoy vamos a ver la resta pero cuando el número de arriba es más chico. La vez pasada veíamos que este era Ezequiel y este...

Niños: ¡Baena!

Profesor: Qué es lo que decíamos en este caso que el suéter de Baena no le quedaba a Ezequiel, pero el suéter de Ezequiel si le quedaba a Ba...

Niños: Baena.

Profesor: Ahora vamos a ver una de las situaciones cuando el número de arriba (señala el muñeco chico) es más pequeño que el número de abajo. Si Ezequiel se quiere agarrar a Baena a trancazos que es lo que haría Baena...

Niño: Decirle a uno que lo ayudara.

Profesor: Decirle a uno que le ayudara y con quien iba a ir.

Niños: Con Hipólito.

Profesor: Y por que va a ir con Hipólito.

Niño: Porque esta del mismo vuelo.

Profesor: Y por que no fue con Héctor y se fue con Hipólito.

Niños: No emiten respuesta.

Profesor: Porque vamos a tratar de que los números sean iguales, si Ezequiel quiere agarrarse a Baena, Baena que va a decirle Hipólito te doy dos pesos, si me ayudar y que sucedería si aún Ezequiel les pega a los dos ¿qué harían?.

Niña: Le diría a usted que si les hace un paro con Ezequiel.

Profesor: Y por qué a mí.

Niña: Por que usted esta más grande.

Profesor: Porque yo si les puedo ayudar, pero en cuestión de números recuerden la ley, siempre debe de haber un número más grande y un número chico.

Utilización de metáfora y la representación gráfica de la operación sustractiva: El profesor enseña el procedimiento para resolver la sustracción cuando el minuendo es menor que el sustraendo recurriendo a utilizar palabras que funcionan como metáfora. Ejemplo:

Profesor:... Por ejemplo digan un número una cantidad.

Niño: Dos mil doscientos cuarenta y tres.

Profesor: A dos mil cuarenta y tres le voy a quitar mil cuatrocientos cincuenta y cuatro, a ver Ángeles pasa a hacerla.

Ángeles: Resuelve la operación

$$\begin{array}{r} 2243 \\ - 1454 \\ \hline 0799 \end{array}$$

Profesor: Vamos a recordarlo ya lo vimos Ezequiel va a golpear a Baena va a pedirle ayuda a...

Niños: Hipólito.

Profesor: Y quién es el grande...

Niños: Ezequiel.

Profesor: Aquí tenemos a Ezequiel (escribe la letra E en las unidades del sustraendo) y quién es el chico...

Niños: Baena.

Profesor: Escribe la letra B en las unidades del minuendo, la operación queda de la siguiente forma :

$$\begin{array}{r} 2243 \text{ B} \\ - 1454 \text{ E} \\ \hline 0799 \end{array}$$

...Qué es lo que vamos a hacer en toda la resta donde deben de estar los números grandes...

Niños: ¡Abajo!

Profesor: ¿Abajo?

Niños: Arriba.

Profesor: Y los números chicos.

Niños: Abajo.

Profesor: Vamos a realizar esta resta de la siguiente manera, vamos a imaginarnos que arriba hay un pequeño duende ese duende va a convertir a Ezequiel lo va a hacer chiquito y a Baena lo va a hacer grandote para que ahora si se pueda agarrar y ver quien es el que gana y quien es el que va a ganar siempre el que tiene números grandes. Decimos que este duende, este mago o hada madrina como le quieran llamar va a ser quien, a quien le va a pedir ayuda Baena.

Niños: A Hipólito.

Profesor: Entonces nuestro duende se llama
$$\begin{array}{r} \text{Hipólito} \\ 2243 \text{ B} \\ - 1454 \text{ E} \\ \hline \end{array}$$

Ezequiel va correteando a Baena, qué es lo que pasa, vamos a ver tengo tres pesos puedo pagar cuatro.

Niños: ¡No!

Profesor: Por qué.

Niños: Porque le falta un peso.

Profesor: Bien, el número de arriba (señala el 3 de la u. del minuendo) el maguito lo va a convertir en un número mayor...

Niño: ... en trece.

Profesor: ...va a poner un dedo o va a poner un uno, en qué número se convirtió.

Niños: ¡Trece!

Profesor: Ahora si, quién es el mayor... Hipólito

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2243 \text{ B} \\ - 1454 \text{ E} \\ \hline \end{array}$$

Niños: ¡Baena!

Profesor: Baena que Ezequiel, qué es lo que va a pasar con este tres (u. del minuendo), a trece ya le puedo quitar cuatro.

Niños: Si.

Profesor: A trece le puedo quitar cuatro, cuántos me quedan.

Niños: Nueve.

Profesor: Después que va a pasar, el mago hizo un acto de magia a Ezequiel y lo hizo más grande a Baena y que es lo que va a hacer Ezequiel, ahora quien es el más chico.

Niños: Ezequiel.

Profesor: Ezequiel porque aquí son trece, pero que es lo que hace Ezequiel se va a comer este número (se refiere al uno prestado) en qué número se convierte...

Niños: En seis.

Profesor: Este (el uno prestado) nos lo vamos a quedar en la mente seis, quien es más grande el cuatro o el seis.

Niños: En seis.

Profesor: Tenemos que ahora el cuatro Ezequiel se convirtió en más grande y otra vez va atrás Baena y a quién le va a pedir ayuda.

Niños: A Hipólito.

Profesor: Entonces Hipólito le va a mandar otro dedito (escribe un uno al lado de las d. del minuendo) quién es más grande... Hipólito

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2243 \\ - 1454 \\ \hline \end{array}$$

... ahora a catorce le puedo quitar seis.

Niños: ¡Sí!, ocho

Profesor: Qué es lo que va a hacer Ezequiel.

Niño: Se va a comer el uno (se refiere al uno prestado, el profesor lo borra).

Profesor: Se va convertir en...

Niños: Cinco.

Profesor: Quién es más grande el dos o el cinco.

Niños: El cinco.

Profesor: Al dos le puedo quitar cinco.

Niños: ¡No!

Profesor: Quién es el más grande...

Niños: Ezequiel.

Profesor: Ezequiel que otra vez va a corretear a Baena y va a llegar con Hipólito y qué va a hacer Hipólito...

Niños: Le va a poner un dedo.

Profesor: Le va a poner un (escribe un uno al lado del dos, centenas del minuendo) a doce le puedo quitar cinco.

Niños: ¡Si!

Profesor: Cuántos me quedan

Niños: Siete.

Profesor: Escribe

$$\begin{array}{r} \text{Hipólito} \\ 2243 \text{ B} \\ - 1454 \text{ E} \\ \hline 789 \end{array}$$

Profesor: Ahora que va a hacer Ezequiel con ese dedo (decena prestada).

Niños: Se lo va a comer.

Profesor: Cuántos va a tener.

Niños: Dos.

Profesor: Ahora si estan iguales, ya creció Baena se hizo chaparro Ezequiel estan de la misma altura ¿quién va a ganar?.

Niños: Nadie.

Profesor: Dos menos dos.

Niños: Cero

Profesor: Concluye la resta. Hipólito

$$\begin{array}{r} 2243 \\ - 1454 \\ \hline 0789 \end{array}$$

Resolución de operaciones sustractivas: El procedimiento de enseñanza se aplica directamente en la resolución de operaciones sustractivas. Ejemplo:

Profesor: Ya vimos que los números de arriba deben de ser más grandes, siempre, siempre. vamos a ver otro ejemplo; Ezequiel pasa a resolver la siguiente operación

4876

- 3987

Ezequiel: Resuelve la operación.

4876

- 3987

0889

Profesor: Esta bien o esta mal.

Niños: Esta bien.

Después de ejemplificar las formas de enseñar la operación sustractiva, se presentan los cuadros correspondientes a este nivel de complejidad en los que se aprecia de una forma resumida las estrategias utilizadas por cada profesor.

NIVEL DE COMPLEJIDAD 1 (Sustracción sin transformación)										
	Comparación entre la palabra restar y quitar.	Empleo de situaciones de la vida cotidiana.	Utilización de representaciones gráficas no convencionales	Representación gráfica de la operación sustractiva.	Planteamiento de problemas por parte de los alumnos.	Aplicación de juegos como apoyo didáctico.	Planteamiento de situaciones problema utilizando material manipulable.	Planteamiento de preguntas en relación a la situación problema.	Utilización de representaciones gráficas no convencionales y la representación gráfica de la operación sustractiva	Exposición por parte de los alumnos sobre la resolución de la situación del problema.
Profesor										
4° A							X	X	X	X
4° D	X	X	X	X	X	X				

Cuadro No 6. FORMAS DE ENSEÑAR LA SUSTRACCIÓN.

NIVEL DE COMPLEJIDAD 2 (Sustracción con transformación)							
DISMINUCIÓN DE LA DECENA "PRESTADA" EN ALGUN TÉRMINO DEL MINUENDO							
	Planteamiento de situaciones problemas, proporcionando datos para su resolución.	Utilización de material manipulable.	Identificación de la cantidad mayor	Exposición de un alumno sobre el procedimiento de la resta.	Afirmación del procedimiento de resolución por parte del profesor.	Elaboración de un problema de sustracción por parte de los alumnos.	Resolución de operaciones sustractivas.
Profesores							
4° A	X	X	X	X	X	X	X

CUADRO NO. 7 FORMAS DE ENSEÑAR LA SUSTRACCIÓN

NIVEL DE COMPLEJIDAD 2 (Sustracción con transformación)

“Fagar” el número “Prestado” en algún término del sustraendo.

Profesores	Ejemplifica con una situación real, la identificación del número mayor y número menor.	Representación gráfica de la operación sustractiva para su resolución.	Utilización de metáfora y representación gráfica de la operación sustractiva.	Resolución de operaciones sustractivas.
4º. D	X	X	X	X

CUADRO NO. 8 FORMAS DE ENSEÑAR LA SUSTRACCIÓN.

DESCRIPCION DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ALUMNOS EN LOS GRUPOS DE CUARTO GRADO.

Se evaluaron a dos grupos de 4° grado, 15 alumnos de 4° A y 17 alumnos de 4° D. Quienes manifestaron errores en el desarrollo de las situaciones planteadas en la evaluación. Algunos de los errores encontrados en los grupos de cuarto grado son similares a los registrados en los grupos de tercero, a continuación de describirán estos así como aquellos nuevos procedimientos.

A Olvido de la decena “prestada”.	
El niño inicia restando bien las unidades, estableciendo cuando se requiere pedir prestado pero al pasar a las decenas se olvida de pagar.	
<p>Ricardo (10,4)</p> $\begin{array}{r} 75 \\ - 26 \\ \hline 59 \\ 75 \\ - 26 \\ \hline 49 \end{array}$	<p>“... Ah si era cuatro, porque seis para quince son nueve se pone aquí (se refiere a la decena prestada) son tres, tres para siete cuatro”.</p>

B Omisión de la decena “prestada”.	
En la resolución de la resta, cuando el minuendo es mayor que el sustraendo, el niño pide prestada la decena, pero al restar la siguiente cifra no toma en cuenta que hay que “pagar” o disminuir la decena según el procedimiento enseñada por el profesor.	
<p>Montserrat (9,8)</p> $\begin{array}{r} 621 \\ - 618 \\ \hline 013 \end{array}$	<p>“Se aparece un duende (señala la u) y le da un dedito (es la decena prestada) el uno, ocho para once tres, se le quita (se refiere a la decena prestada) ahora dos menos uno, uno, a seis le quito seis cero.”</p>

C Disminuye dos veces el número prestado.

Ante la presencia del cero en las unidades, decenas y centenas el sujeto pide "prestada" la decena disminuyendo las veces que sea necesario.

Alejandro (10,3)

1000

- 316

0584

"Diez para seis, cuatro, como este (decenas del minuendo) se convirtió en cero, le presto uno este (u. de millar del minuendo) dije una para nueve son ocho, como este se convirtió en ocho, dije tres para ocho son cinco y acá (u. de millar del minuendo) ya no hay nada."

D Paga un número que no pidió

El sujeto resta correctamente las unidades, decenas y centenas sin embargo en la unidad de millar para un número para proceder a restar.

Jesús

3999

- 1721

2278

"Le hice normal reste en los otros números, aquí (señala las u. del minuendo) pague una."

E Omitir pedir prestado.

El sujeto realiza la resta correctamente en las unidades, decenas sin embargo, al proceder a restar la centena, solo "paga" la decena sin percatarse que se requiere pedir "prestado"

Vianey (9,10)

1000

- 80

1120

"... reste cero para cero me quedan cero, como este (d. del minuendo) es menor aparece un uno (decena "prestada") se convierte en diez menos ocho, dos, le puse el uno aquí (se refiere a que la decena "prestada" la bajo directamente al resultado) y entonces bajo uno".

F Pedir un número sin que esto se requiera

En este caso el sujeto parece ser que no tienen claro que solo se pide la decena "prestada" cuando el minuendo es menor que el sustraendo.

Yesenia (10,4)

640

- 205

335

"El cuatro le presta al cero, diez menos cinco, cinco. Luego el cero le regresa el uno

(decena "prestada") al cero (d. del sustraendo) luego le resto el cuatro menos uno, tres.

Este (c. del minuendo)" le presta al cuatro y el cuatro le devuelve el uno (decena

"prestada") al dos, luego resto seis menos tres, tres."

G Pagar y disminuir simultáneamente la decena "prestada".

En este caso, le decena "prestada", el niño la disminuye y paga al mismo tiempo.

Tania (10,1)

7930

- 198

7722

"Ocho para cero no se puede el tres le presta uno al cero, sería ocho para diez dos, el

tres se convierte en dos, el uno que le presto al tres se lo come el nueve (d. del

sustraendo) se convierte en diez, diez para dos no se puede, el dos le pide una prestado

una al nueve (c. del minuendo), se convierte en doce, sería diez para doce, dos. El

nueve (c. del minuendo) se convierte en ocho, una para ocho, siete y aquí (u. de millar)

se baja el siete porque ya no hay número".

H Combinación de operaciones

Este consiste en que el niño simultáneamente suma y resta en una operación.

Héctor (11,3)

1

75

- 19

96

"Le puse quince menos nueve ... son seis (continua realizando la operación, se puede

apreciar que al pasar a las decenas del minuendo y sustraendo suma la decena

prestada)".

I Desvalorización del sustraendo cuando el minuendo es cero.

Cuando existen ceros en el minuendo, simplemente no se le da valor al sustraendo, al restar se obtiene como resultado cero, sin tomar en cuenta la posibilidad de pedir "prestado".

Martha (9,6)

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 312 \\ \hline 1000 \end{array}$$

"Dos para cero no alcanza se baja el cero, un para cero no alcanza se baja el uno, tampoco aquí (refiriéndose a las c. del minuendo y sustraendo). aquí (u. de millar del minuendo) se baja uno".

J Desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero.

El niño no le da valor al minuendo cuando las unidades y/o decenas del sustraendo son cero, al restar obtiene cero.

Ana D. (9,11)

$$\begin{array}{r} 1213 \\ 2335 \\ - 80 \\ \hline 2250 \\ 323 \\ - 100 \\ \hline 200 \end{array}$$

"A cinco le quito cero, quedan cero a trece le quito ocho quedan cinco, dos, dos".

K Conceptualización del cero como número independiente.

El niño no le da valor al cero en el minuendo y coloca la unidad del sustraendo como resultado.

Ma. de la luz (9,9)

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 5 \\ \hline 25 \end{array}$$

"Como aquí (u. del minuendo) no hay número para restar, le pongo el cinco, aquí (lugar vacío de las d. del sustraendo tampoco le pongo el dos".

L Imposibilidad de pedir prestado ante la presencia del cero en el sustraendo y minuendo.

A pesar de ejecutar la sustracción correctamente en las unidades el sujeto no contempla la posibilidad de pedir prestado cuando hay cero decenas en el minuendo y sustraendo”.

Alejandro (10,3)

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 109 \\ \hline 391 \end{array}$$

“Aquí (u. del minuendo le pidió prestado uno al cinco, se convirtió en diez. Nueve por diez es una, aquí como es cero para cero, se alcanza se pone cero. Este (c. millar) como se convirtió en cuatro, uno para cuatro son tres”.

M Localización del número mayor.

El niño ubica el número mayor independientemente de que se encuentre en el minuendo o en el sustraendo para restarle el menor.

Cinthy (10,10)

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 38 \\ \hline 21 \end{array}$$

“Aunque la niña no da ninguna explicación de su operación se aprecia que no aplica el procedimiento de “pedir” la decena “prestada”

N Pedir prestado en el sustraendo.

Cuando en la resta se trata de pedir prestado y en lugar de las decenas hay cero, el niño recurre a pedir prestado en las decenas o centenas del sustraendo.

Gerardo I. (10,8)

$$\begin{array}{r} 102 \\ - 39 \\ \hline 123 \end{array}$$

“Por lo que se aprecia el niño pide la decena en las decenas del sustraendo simultáneamente la disminuye y solo se concreta a bajar las del minuendo.”

Sandra (9,11)

$$\begin{array}{r} 102 \\ - 39 \\ \hline 123 \end{array}$$

O Ubicación inadecuada de cantidades.

Consiste en que el niño coloca inadecuadamente las cantidades sin respetar el valor posicional de cada número.

Leonardo (10,1)

57

- 9

67

“No resto nada (u. del sustraendo) nada más bajo el siete, a quince le quito nueve, seis.

Cabe aclarar que al restar las decenas le pide prestado.”

P Inversión del minuendo y sustraendo

En este caso el niño no identifica la cantidad inicial y la que sustrae y tiende a invertir las cantidades obteniendo un resultado incorrecto.

Sergio (10,10)

15

- 25

30

“ Realiza la operación ... “quedan 30”

Q Imposibilidad de pedir “prestado” con cero en el minuendo

En este caso al enfrentarse con un cero intermedio en sujeto tiene dificultad para ejecutar la sustracción.

José A. (10,3)

102

- 39

“Esto no se va a poder hacer porque nueve para dos no se puede y este (d. del minuendo) es muy chico y no le puede prestar.”

Las estrategias de conteo utilizadas en éste grado a diferencia del tercer grado resultaron ser más evolucionadas dichas estrategias fueron: contar hacia atrás apartir de, hecho conocido, hecho derivado.

En los dos grupos de cuarto grado se registraron un total de diecisiete errores, a continuación se describen dichos errores en cada uno de los grupos.

NOMBRE DEL ALUMNO	PROCEDIMIENTO DEL PROFESOR	LETTERS A-Z																									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W			
1.- Martha Aguilar Hernández	si	*	*																								
2.- Yazmin Campos Esquivel	si	*		*																							
3.- Martha Cardenas Martínez	si	*						*																			
4.- Emmanuel Cortes Almazan	si	*		*								*															
5.- Alejandro González Díaz	si	*		*						*			*						*								
6.- José Guevara Chaverria	si	*		*						*			*						*								
7.- Maria Hernández Hernández	si	*		*						*			*						*								
8.- Laura Isidro Miguel	si	*	*	*						*	*	*	*						*								
9.- Ana Camacho Jiménez	si	*	*	*						*	*	*	*		*				*								
10.- Gustavo Martínez Almendarez	si	*		*						*					*				*								
11.- Cesar Piñon Solana	si	*		*						*			*						*								
12.- José Ruiz Mauleon	si	*	*	*						*			*				*		*								
13.- Carlos Tobon Utrera	si	*	*	*						*	*	*	*		*				*								
14.- Gerardo Zamudio Lira	si	*	*	*						*	*	*	*		*				*								
15.- Dalila Zarate Hernández	si	*	*	*						*	*	*	*		*				*								
TOTALES		7	9	7	0	0	0	0	0	0	0	4	2	1	1	5	1	1	2	1	1	2	0	0	0	0	0

Cuadro No. 9 Errores cometidos grupo de 4° A

NOMBRE DEL ALUMNO	PROCEDIMIENTO DEL PROFESOR	LETTERS A-Z																									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W			
1.- Roberto Angeles Ramirez	si	*																									
2.- Montserrat Arroyo Sánchez	si	*																*									
3.- Leonardo Cruz López	si	*			*													*									
4.- Ma. de los Angeles Diaz Quintanar	si	*			*																						
5.- Hipólito García Reyes	si									*																	
6.-Ezequiel Godínez Maldonado	si		*								*							*									
7.- Ricardo Granillo Morales	si	*																									
8.- Vianey J. Grimaldo Hernández	si	*			*																						
9.- Ma. de la Luz Hernández Terronez	si										*							*									
10.- Tania I. López Martínez	si	*							*									*									
11.- Sergio Mendieta Rebolledo	no		*										*					*									
12.- Héctor San Martín Machuca	si	*							*									*									
13.- Maricela Trejo Oimos	si	*																									
14.- Sandra M. Valero Mondragón	si	*																*									
15.- Yesenia Velázquez Mariles	si	*						*																			
16.- Jesus A. Avila García	si	*			*					*																	
17.- Cinthya Olivares García	si	*			*										*									*			
TOTALES		12	3	0	3	2	1	1	1	2	1	0	5	0	3	1	4	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro No. 10 Errores cometidos grupo de 4° D

ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS SUJETOS EN LOS GRUPOS DE CUARTO GRADO.

En la información expuesta en los cuadros, se aprecia que, en el grupo de 4° A se registraron un total de 13 errores que corresponde a un 76.47 % por lo que respecta al grupo de 4° D, se cometieron un total de 14 errores es decir un 82.35 % del total de los 17 errores encontrados en los dos grupos.

Al llevar a cabo el análisis de la evaluación aplicada a los alumnos de los cuartos grados se encontró lo siguiente:

Al igual que los alumnos de 3° grado manifestaron ciertas dificultades al enfrentarse a la resolución de situaciones problemas así como en la ejecución de la resta en el nivel de complejidad 2.

En primer lugar a pesar de que los sujetos de dichos grados aplican los procedimientos enseñados por los profesores, presentaron el error de *olvido de la decena "prestada" y omisión de la decena "prestada"*.

Por lo que se refiere a las operaciones con cero los alumnos incurrieron en los errores denominados; *conceptualización del cero como número independiente, imposibilidad de pedir "prestado" con cero en el minuendo y sustraendo, disminuir dos veces la decena "prestada"*.

Por otra parte, presentaron dificultades en el manejo del valor posicional, como ya se mencionó, no toman en cuenta el valor que ocupa un número (unidades, decenas etc..).

Otros de los errores registrados se refiere a la dificultad que enfrentan al no reconocer la cantidad inicial y la cantidad que se extrae de esta, por lo cual cometieron el error denominado como *inversión del minuendo y sustraendo*.

Hubo errores cometidos con menos frecuencia como fueron; "*pagar*" un número que no pidió, aquí al no existir un número en alguna cifra, para el sujeto parece ser que debiera de haber un número para poder restar por lo cual los sujetos "*pagan*" la decena.

Los alumnos que no aplicaron los procedimientos enseñados por los profesores, presentaron el error *localización del número mayor*, sin contemplar la posibilidad de pedir "*prestado*".

Al igual que en los grupos de tercero existieron errores considerados como casos aislados.

En los grupos de cuarto grado el procedimiento de enseñanza de la operación sustractiva con transformación es diferente. En el grupo de 4° A, el profesor enseña disminuyendo la decena "*prestada*" en algún término del minuendo. Sin embargo cuando los sujetos se enfrentan a este tipo de sustracciones en las situaciones planteadas en la evaluación se encontraron errores tales como: *omisión de la decena "prestada"*.

Las sustracciones con la presencia del cero en el minuendo o sustraendo, aumenta aún más el grado de dificultad para los alumnos, pues se dieron casos en que los sujetos se olvidan totalmente del procedimiento enseñado, por ejemplo, *desvalorización del sustraendo cuando el minuendo es cero* o bien *desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero*; *imposibilidad de pedir prestado con cero en el minuendo*. Otro caso que se presentó en este tipo fue *pedir prestado en el sustraendo* cuando el cero ocupa el lugar de decenas así como *desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero*.

En el grupo de 4° D, el profesor basa la enseñanza de la resta con el procedimiento de pagar la decena "*prestada*" en algún término del sustraendo.

Los alumnos presentaron de igual manera dificultad en la resolución de restas con este nivel de complejidad, pues *olvidan pagar la decena prestada*. Manifestaron problemas con respecto al

valor posicional por lo que cometen el error caracterizado como *ubicación inadecuada de cantidades*; en el momento que se les presenta sustracciones en el lugar de la u. de millar del sustraendo, ejecutan la resta pagando las decenas sin que esto se requiera. En ocasiones los sujetos dejan de lado el procedimiento enseñado por el profesor y restan localizando el número mayor, sin percatarse que dicho número se encuentra en el sustraendo. En el momento de la valuación se observó que cuando se plantean a los alumnos situaciones para establecer la diferencia entre dos cantidades invierten el minuendo y sustraendo sin advertir que el primero debe de ser una cantidad mayor.

Los datos obtenidos ilustran que en el grupo de 4° D se cometen un error más a diferencia del grupo de 4° A. A pesar de que en 4° D el error con más alto porcentaje fue *olvido del número restado* se le puede considerar no muy grave, a diferencia del error *omisión del número restado* que obtuvo el más alto porcentaje en el grupo de 4° A. Ya que en el primero los alumnos rectifican al momento de preguntarles cómo resolvieron la operación mientras que en el segundo los alumnos no toman en cuenta la decena “prestada” al restar las decenas, centenas etc.. según corresponda.

CONCLUSIONES.

Al realizar el análisis general de los procedimientos utilizados en la enseñanza de la sustracción, los alumnos no manifiestan dificultad alguna en la ejecución de la resta sin transformación. Sin embargo de los dos procedimientos utilizados en la sustracción con transformación, los sujetos manifestaron dificultades, debido a esto podemos decir que a los alumnos les falta consolidar los procedimientos respectivamente, en el tercer grado se registraron más errores que en el cuarto grado, además algunos de los errores fueron distintos en los dos grados.

Una de las dificultades a las que se enfrentaron los sujetos, fue aplicar adecuadamente el procedimiento en la ejecución de operaciones con presencia del cero, pues parece ser que los errores que cometen en las operaciones de este tipo, tiene que ver con el valor de este número, por ejemplo: *desvalorización del sustraendo cuando el minuendo es cero; desvalorización del minuendo cuando el sustraendo es cero; conceptualización del cero como número independiente, pedir prestado en el sustraendo.* Se presentaron casos en que los sujetos dejan de aplicar la aplicación del procedimiento en las sustracciones con transformación, *imposibilidad de pedir prestado ante la presencia del cero en minuendo y sustraendo; imposibilidad de pedir prestado con cero en el minuendo; omitir pedir prestado y localización del número mayor.*

Otra dificultad es no identificar el lugar que ocupa el minuendo (cantidad mayor) y el sustraendo (cantidad menor), en la representación gráfica de la sustracción, *inversión del minuendo y sustraendo*

La escritura de cantidades, que tiene relación con el valor posicional que puede llegar a ocupar un número, también llevó a los sujetos a cometer errores, *ubicación inadecuada de cantidades.*

Cabe mencionar que hubo una variedad de errores que sólo los llegaron a cometer de uno a dos alumnos en los dos grados al ejecutar las sustracciones, en este sentido se consideran como casos aislados ya que no fueron una constante en los alumnos, tales errores fueron los siguientes:

olvido de la decena prestada; disminuye dos veces el número prestado; pagar una decena que no "pidió"; pedir la decena sin que esto se requiera; Pagar y disminuir simultáneamente la decena "prestada"; Aumenta el número "prestado" en el lugar de las decenas; aumentar dos unidades cuando el minuendo es menor que el sustraendo; Pedir "prestado" once unidades; la decena prestada la aumenta a las unidades del minuendo, restando las unidades con las decenas del minuendo; el número prestado lo regresa al mismo número donde lo pidió; imposibilidad de restar si no aparece número en el minuendo; imposibilidad de restar cuando las unidades del minuendo son menores a las unidades del sustraendo; el sustraendo resta tanto a las unidades como a las decenas del minuendo; inicio de la operación por la izquierda.

Los errores descritos anteriormente, podemos ubicarlos en tres problemáticas que enfrentan los alumnos y que a continuación se describen.

La primera tiene que ver con el valor del número "cero", ya que al tratar de resolver operaciones donde se presenta dicho número, el grado de dificultad aumenta para los sujetos, argumentando que este no vale. Escritura de números, que como ya se menciono guarda relación con el valor posicional, por lo cual al solicitarles al los sujetos escriban dos cantidades para realizar una sustracción, no ubican a los números del minuendo y sustraendo en el lugar que les corresponde, es decir decenas con decenas, centenas con centenas etc... de esta manera ejecutan la operación sustractiva incorrectamente. Por último la falta de precisión con respecto a la ubicación del minuendo y el sustraendo al representar gráficamente la resta.

Al hacer una comparación entre los procedimientos de los dos grupos 3° B y 4° A en donde les enseñan con el procedimiento de disminuir la decena en algún término del minuendo el grupo de

4° A se comete un error menos. En los grupos de 3° A, 3° C y 4° D donde aplican el procedimiento de "pagar la decena en algún término del sustraendo el grupo de 3° C se registraron menos errores.

Por la información encontrada creemos que los errores cometidos por los niños al ejecutar dicha operación no radica en el procedimiento de enseñanza del profesor, si no más bien en las estrategias a las que recurre al enseñar el procedimiento de resolución. Puese en los dos procedimientos de enseñanza se registraron errores cometidos por los alumnos.

SUGERENCIAS DIDACTICAS.

Tratando de apoyar la enseñanza de la operación sustractiva nos permitimos hacer las siguientes sugerencias, considerando los errores encontrados y esperando sirvan de apoyo a dicha enseñanza.

Primeramente no hay que dejar de lado el objetivo que se pretende desde el nuevo enfoque de la enseñanza de las matemáticas. A la par de que los alumnos aprendan las matemáticas también manejar información diversa, así como su interés sobre temas de otras asignaturas. Tomando en cuenta los conocimientos y concepciones previas que los educandos han construidos, así como los intereses y necesidades de los mismos.

Para desarrollar la escritura de números, es recomendable fomentar en los alumnos la reflexión e identificación sobre el uso de los números, asignando a los alumnos actividades como: ver números en anuncios, su domicilio, las placas de los autos etc...

Construcciones de series numéricas, utilizando intervalos amplios por ejemplo: de 50 en 50, de 100 en 100, de esta forma se evitará realizar series numéricas largas y tediosas.

Conteo de cantidades grandes: El conteo cantidades grandes de objetos, servirá para desarrollar en los alumnos la comprensión de la magnitud de los números así como del sistema decimal con los que se representan. En este sentido los alumnos pondrán en juego diferentes estrategias de conteo que irán evolucionando con la realización frecuente de actividades de conteo.

Creemos pertinente hacer mención a los siguientes aspectos ya que tienen relación con los errores encontrados durante la investigación pues ayudan a los alumnos a desarrollar la escritura y lectura correcta de los números.

Por lo que se refiere a la ejecución y aplicación de la operación sustractiva, se sugiere tomar en cuenta el procedimiento previo de resolución de los alumnos, en este sentido los profesores deben hacer un esfuerzo por seguir el procedimiento de enseñanza que fue utilizado por el profesor en el grado anterior, para evitar confusiones al momento de que los alumnos se enfrentan a la resolución de la resta. En cuanto a la aplicación, se puede fomentar y desarrollar

en los alumnos, permitiéndoles aplicar sus propias estrategias en la resolución de problemas planteados (desde el tercer grado) para después, de manera paulatina acercar a los alumnos a las expresiones matemáticas y algoritmos convencionales de resolución. También hay que considerar la importancia que tiene el diálogo y la interacción entre compañeros pues les van a permitir confrontar distintos puntos de vista y estrategias de resolución al problema planteado, cuando los alumnos cometan errores al permitirles dicha confrontación se estará concibiendo al error como un elemento en la construcción de los conocimientos. El material manipulable es otro elemento en la construcción y desarrollo de conocimientos matemáticos que permitirán a los alumnos llegar a la solución de un problema. Así mismo no olvidar trabajar con ellos el valor del número “cero” en la ejecución de las operaciones sustractivas para permitir en el alumno una mayor comprensión de dicho valor.

Si el profesor participa como un organizador y coordinador, en las sugerencias mencionadas anteriormente se alcanzarán resultados óptimos. (Cfr. Libro para el maestro. Matemáticas.)

ANEXOS

LUGAR DE OBSERVACIÓN _____	INICIO: _____
OBJETIVO: _____	FIN: _____
	DURACIÓN: _____

TIEMPO	DESCRIPCIÓN DE EVENTOS	INFERENCIA

GUÍA DE ENTREVISTA.

- 1.- ¿Cuántos años ha impartido este grado?
- 2.- ¿Cuáles son los contenidos que se le dificultan al niño?
- 3.- ¿A qué atribuye que el niño manifieste dificultades al aprender dichos contenidos?
- 4.- ¿Cuáles son los elementos que Usted considera necesarios para el aprendizaje de éstos contenidos?
- 5.- ¿Qué tipo de problemas considera Usted pertinentes enseñarles a los alumnos?
- 6.- ¿Sigue usted alguna metodología o estrategia para impartir los algoritmos (pasos) de la resta?
- 7.- ¿Qué tipos de apoyos didácticos utiliza usted para la enseñanza de dicha operación?
- 8.- ¿Cree Usted que se alcanza el objetivo del aprendizaje de la operación sustractiva durante el año escolar?

FICHAS COLOR AZUL.

7930	4204	2335	1704
1029	1000	905	711
640	541	477	348

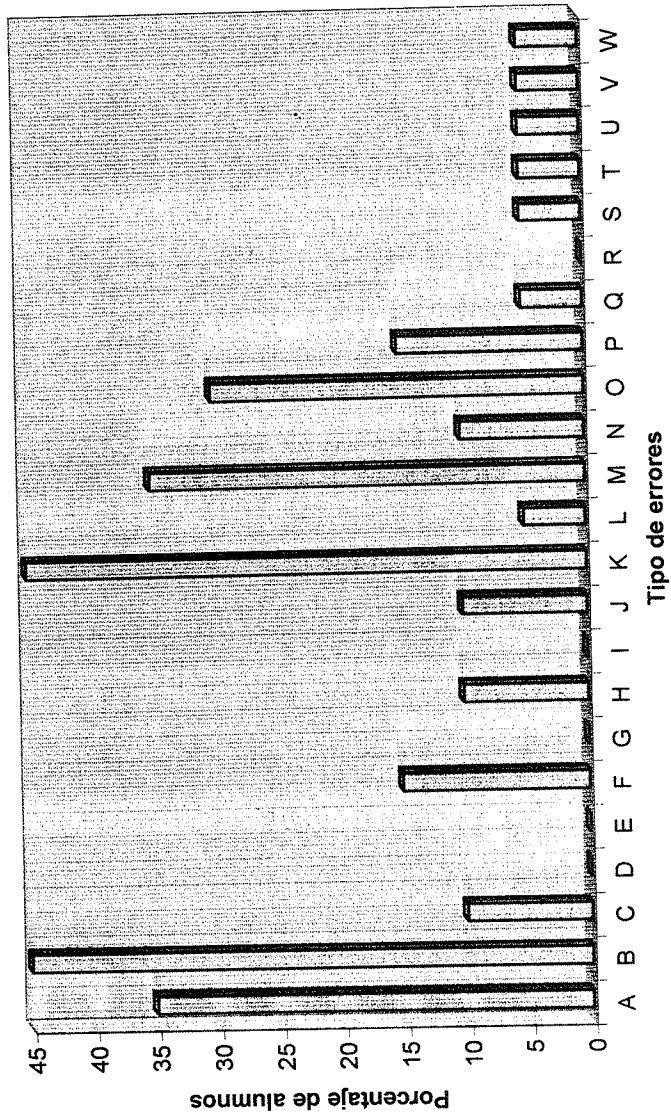
FICHAS DE COLOR ROJO.

419	316	312	290
300	254	205	198
99	80	39	28

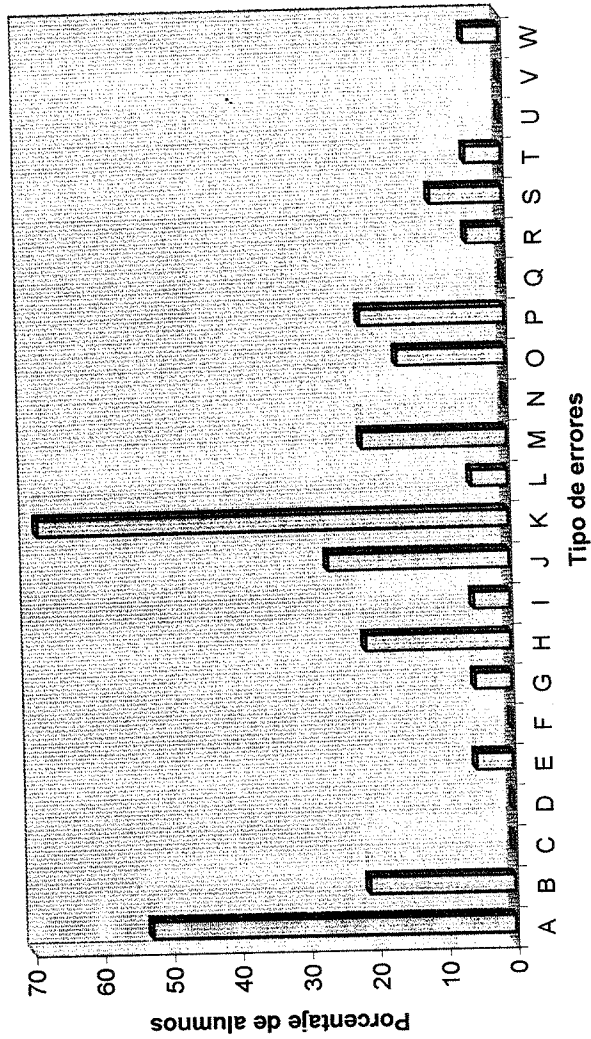
18 - 8	74 - 49	323 - 100	102 - 39	50 - 6
990 - 721	500 - 109	887 - 54	34 - 27	4006 - 1496
70 - 20	3999 - 109	621 - 618	89 - 40	701 - 208
30 - 0	7108 - 990	80 - 32		

Hoja de resta (anexo no. 4)

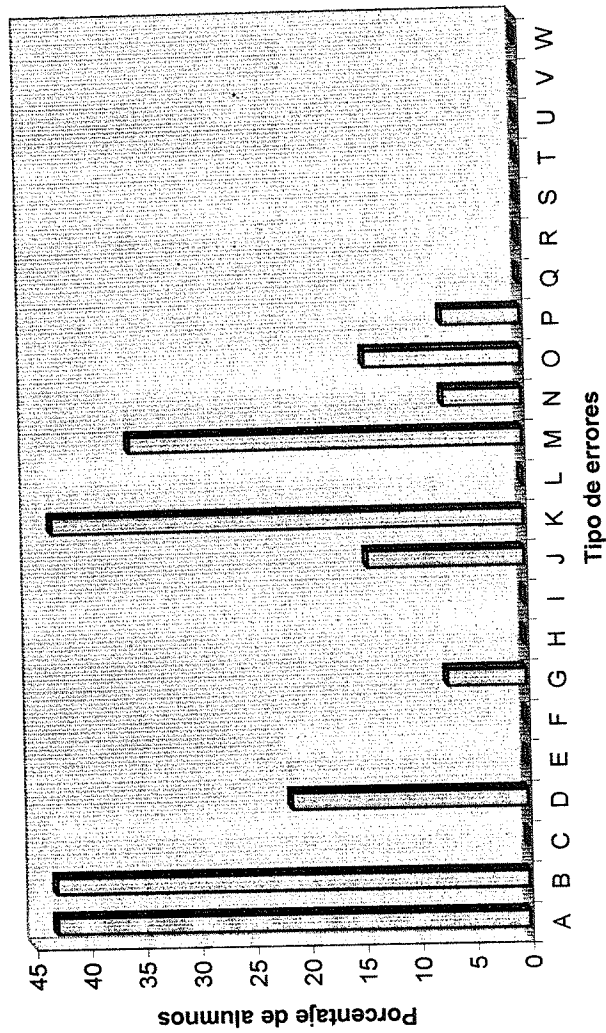
Gráfica de Errores de 3° A



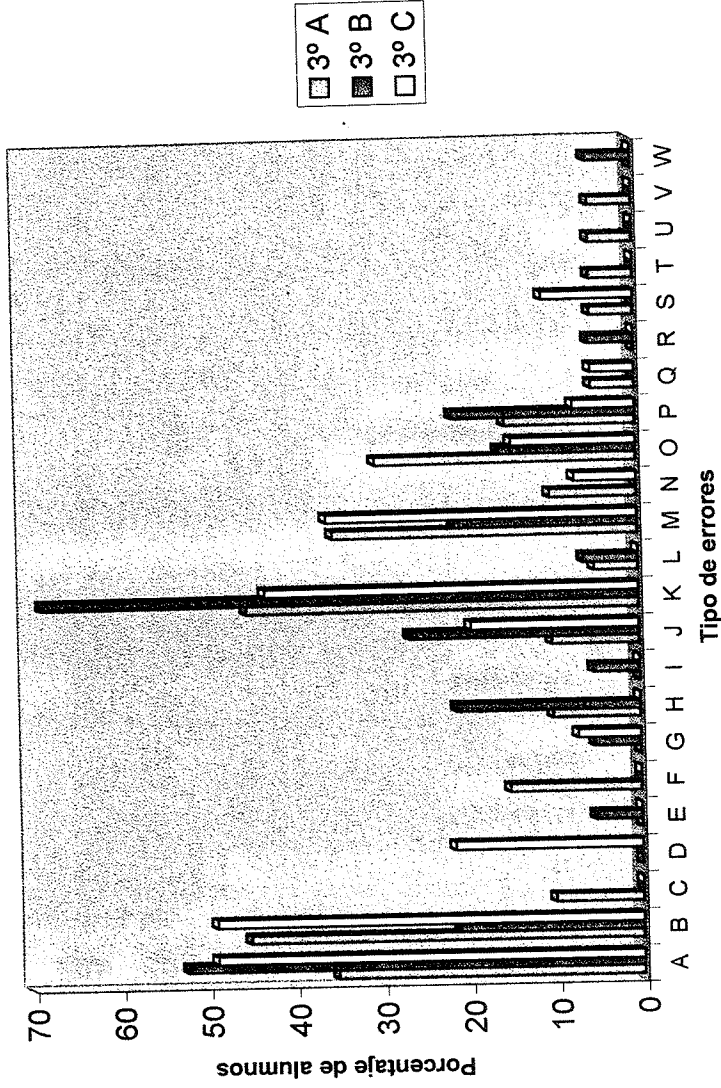
Gráfica de Errores de 3ºB



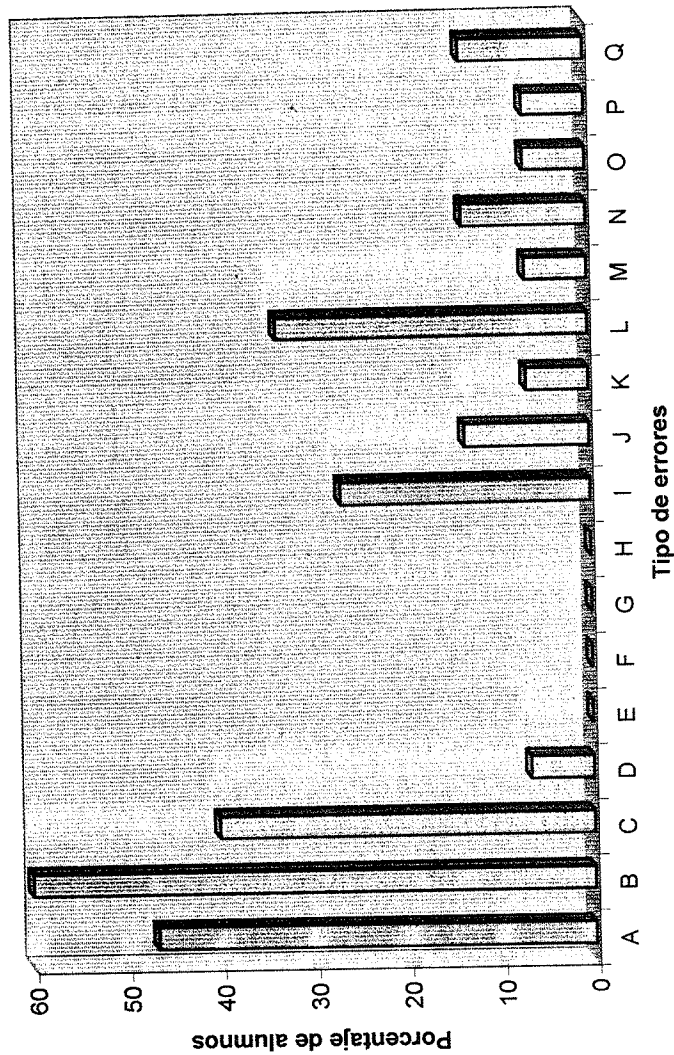
Gráfica de Errores de 3°C



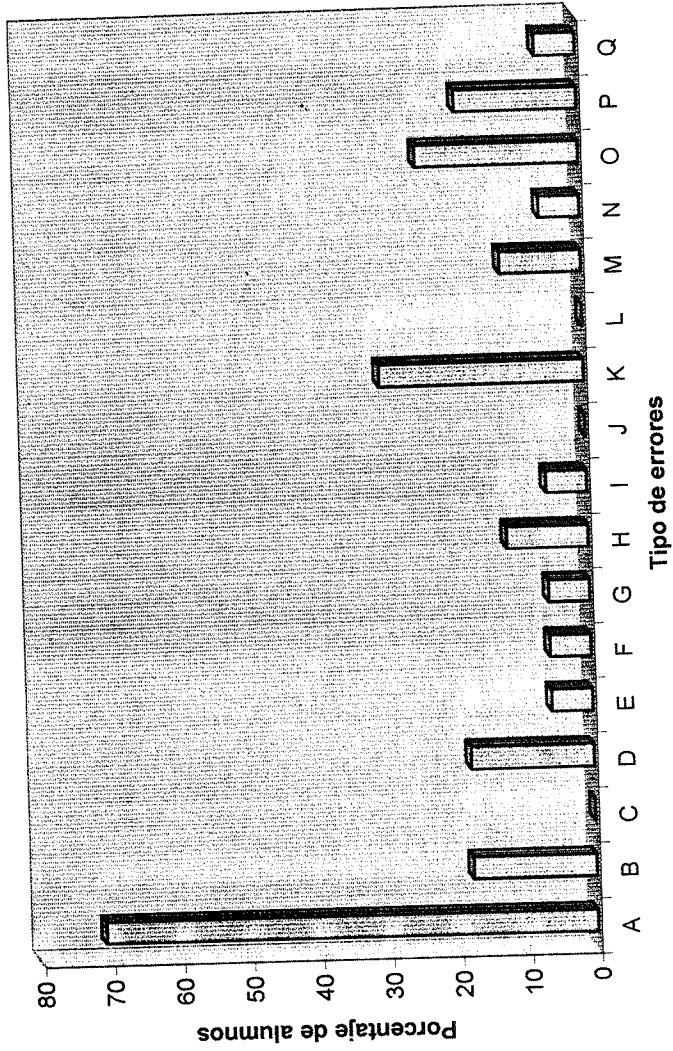
Comparación de errores de los Terceros grados



Gráfica de Errores de 4ºA

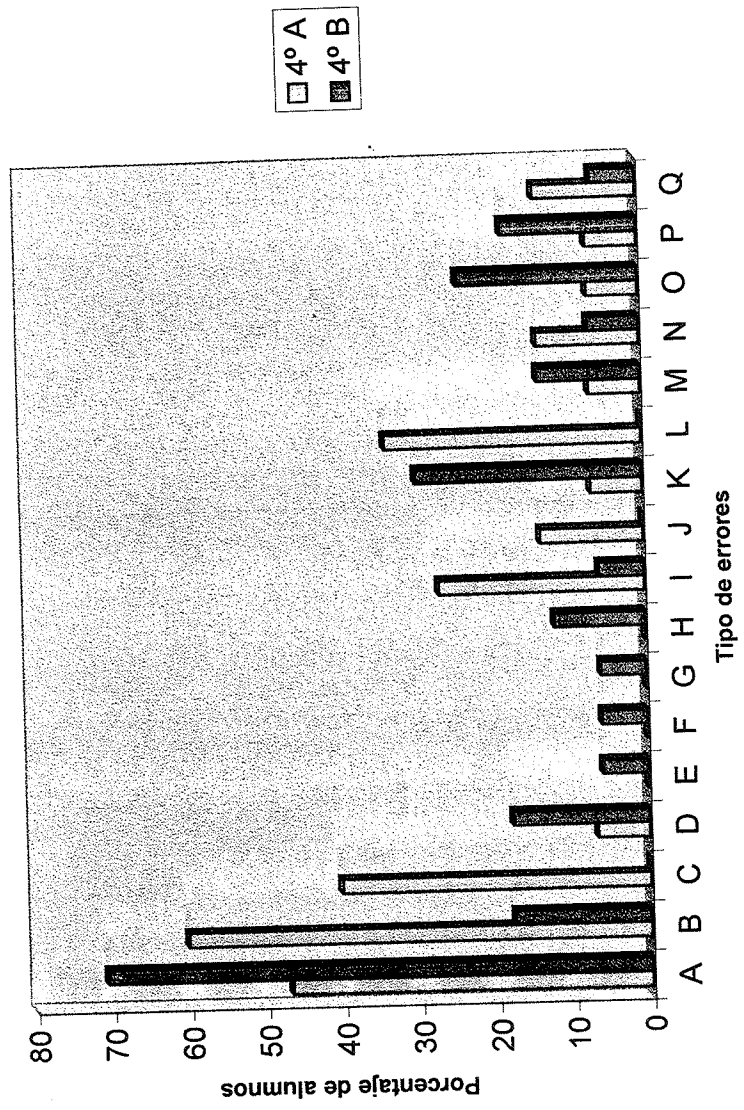


Gráfica de Errores de 4ºD



Anexo no. 10

Comparación de errores de los Cuartos grados



BIBLIOGRAFÍA.

- Berjeron, J. y Herscovics, N. "Psychological aspects of learning early arithmetic", en: Nesher, P y J, Kilpatrick (eds.) Mathematics and Cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge University Press, New York, 1990. (Trad. de Mario A. Sánchez R.)
- Bermejo, V. El niño y la aritmética. Ed. Paidós, Barcelona, 1990.
- Bollás, P. La interacción entre compañeros y el aprendizaje de los conocimientos matemáticos de la suma y la resta en educación primaria. UPN, México, 1995 (en prensa).
- Vallejas, M. y Salazar, M. Matemáticas en la escuela. UPN, México, 1995 (mimeo).
- Castorina, J. et al. "El rol constructivo de los errores en la adquisición de los conocimientos", en: Psicología Genética. Ed. Miño y Dávila, Buenos Aires, 1986. pp.43-61.
- Dirección General de Materiales y Métodos Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal. Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado. S.E.P. México, 1994.
- Hughes, M. Los niños y los números. Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Ed. Paidea, Barcelona, 1986.
- Langford, P. El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria. Ed. Paidós, Madrid, 1989.
- Maza, C. "Estructura de los problemas de suma y resta", en: Sumar y restar. Ed. Visor, Madrid, 1989.
- S.E.P. Planes y programas. Educación básica primaria. México, 1993.

Vinh-Bang. "El método clínico y la investigación en la psicología del niño", en: Psicología y epistemología genética. Ed. Proteo, Buenos Aires, 1977.