UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SEP

"EL SISTEMA DE NUMERACIÓN POSICIONAL EN BASE DIEZ EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA A PARTIR DE PLANES Y PROGRAMAS VIGENTES DE 1993".

ALMA CATALINA ESPINOSA CORONA

MEXICO, D. F. JULIO DE 1999.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 095 D.F. AZCAPOTZALCO

"EL SISTEMA DE NUMERACIÓN POSICIONAL EN BASE DIEZ EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA A PARTIR DE PLANES Y PROGRAMAS VIGENTES DE 1993"

INFORME DE PROYECTO DE INNOVACIÓN QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRESENTA:

ALMA CATALINA ESPINOSA CORONA

MEXICO, D.F. JULIO DE 1999.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México, D. F. a, 13 de JULIO de 1999.

ALMA CATALINA ESPINOSA CORONA

PRESENTE

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: "EL SISTEMA DE NUMERACION POSICIONAL EN BASE 10 EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACION PRIMARIA A PARTIR DE PLANES Y PROGRAMAS VIGENTES DE 1993"

Opción INFORME DE PROYECTO DE INNOVACION a propuesta del asesor C. ARMANDO MEIXUEIRO HERNANDEZ manifiesto a usted (es) que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le (s) autoriza a presentar su examen profesional.

Atentamente
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

PROFR. LEONARDO CEJA AVALOS

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 095
D. F. AZCAPOTZALCO

PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 095 D.F. AZCAPOTZALCO

DEDICATORIA

A los maestros comprometidos consigo mismos, concientes de su naturaleza, situación y potencial, en busquedad continua de nuevos retos y excelente participación en la vida, que les permita sentirse satisfechos en las diferentes etapas y actividaddes de su vida.

Es más importante que un individuo sea capaz de hallar una calle en una ciudad dada,. que conocer de memoria los nombres de todas.

G. Cirigliano - Villaverde.

ÍNDICE

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN POSICIONAL EN BASE DIEZ EN EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

INTRODUCCIÓN.

Para tener un desarrollo educativo integral, como lo propone la política educativa actual, es conveniente que el análisis para este proyecto se haga a partir del contexto histórico-social donde realizo mi labor docente, desde diferentes perspectivas como son: las características e intereses de los propios alumnos, el trabajo cotidiano, tanto en clase como extraclase, el currículum del profesor, los padres de familia, la comunidad y las características del plantel entre otros.

Existen muchos problemas educativos que obstaculizan el proceso enseñanza-aprendizaje, uno de ellos es el sistema de numeración posicional en base diez, tema que es abordado en el presente trabajo, con los alumnos del segundo ciclo de educación primaria a partir de los planes y programas vigentes, ya que durante mi práctica docente y sobre todo en el semestre que curse la materia: Construcción del Conocimiento Matemático en la Escuela Primaria, me he podido percatar como la forma tradicional de enseñar las operaciones básicas han llevado al alumno a mecanizar procedimientos que no aplica a su vida diaria por falta de comprensión y razonamiento de los mismos procedimientos empleados, por lo que considero que el sistema posicional en base diez es un aspecto que puede favorecer la comprensión de los algoritmos de las operaciones básicas como son: la suma, resta, multiplicación y división en los alumnos de segundo ciclo , como respuesta a una de las tantas problemáticas e inquietudes que manifestamos los profesores al abordar la aritmética en nuestros grupos, a partir del enfoque constructivista que fundamenta el plan y programa de educación primaria 1993.

Elevar la calidad de la educación es un imperativo que, actualmente debe cumplir nuestra práctica docente, desde la óptica de la investigación participativa, por lo tanto el objetivo de este proyecto es enfatizar la importancia que tiene, que el alumno comprenda el sistema de numeración posicional en base diez como una propuesta alternativa que sirva de base para superar las deficiencias académicas que presentan los alumnos en la construcción o reconstrucción de los algoritmos convencionales de las operaciones básicas en la aplicación y resolución de problemas en su vida cotidiana.

1. EL CONTEXTO ESCOLAR (PROBLEMATIZACIÓN).

La institución escolar donde trabajo es de nivel primaria, identificada con el nombre de "Juan Escutía ", ubicada en la unidad habitacional Jardines de la Hacienda, Cuautitlan Izcalli, perteneciente al sistema estatal dentro del Estado de México, en la cual llevó trabajando 6 años por cambio de adscripción solicitado.

Es así como inicia mi experiencia escolar en esta institución donde no conocía a profesores, alumnos, directivo, padres de familia, comunidad y, en general la organización y funcionamiento de la misma. Pero al igual que cualquier elemento que forma parte de un todo, me fui involucrando con todos los elementos que conforman la comunidad educativa. Iniciaré con la descripción de la escuela, la cual consta de 7 salones,1 dirección, baños, cooperativa escolar, explanada para ceremonias, cancha de volibol y basquetbol, áreas verdes, la estructura del edificio escolar es de un solo nivel. No contamos con barda, en su lugar existe una malla verde, por donde algunos padres de familia de los alumnos, "supervisan el trabajo de los maestros" según comentarios de algunos compañeros de la escuela.

Este proyecto surge de la necesidad de dar respuesta a uno de los tantos problemas que existen en la practica cotidiana, como lo es, la falta de comprensión del sistema posicional en las cifras; como un medio que sirva de base y permita la construcción de los algoritmos convencionales de las operaciones básicas en los alumnos, debido a que la aritmética forma parte de las matemáticas, que le proporciona al educando herramientas, para dar solución a los problemas que el alumno enfrenta en su vida diaria, y a la vez porque esta problemática ha sido manifestada por parte de los maestros y personalmente es, una inquietud mía, ¿ Por qué los alumnos en quinto y sexto grado, aún no saben aplicar correctamente los algoritmos de las operaciones básicas ?, ¿ Cómo enseñar el sistema posicional a partir del enfoque constructivista de los planes y programas vigentes de 1993? ¿ En qué se reestructuraron los planes y programas de matemáticas ?. ¿Es posible por medio del sistema posicional en base diez reforzar la construcción de los algoritmos de las operaciones básicas ?. ¿ El conocimiento del sistema posicional en base diez por parte de los maestros, propiciará una mejor selección y aplicación de actividades para la comprensión del sistema posicional ?.

Al iniciar el proyecto me parece importante destacar los siguientes aspectos: la organización de la escuela y lo que refiere al personal docente, iniciando por la directora, quien tiene 10 años de servicio en este cargo desde el inicio de la escuela 1989. De mis demás compañeras se puede decir que hay una maestra por grado, excepto en quinto grado donde se tienen dos grupos, es importante señalar que hay 5 profesoras desde que se fundó la escuela, trabajando ininterrumpidamente; por lo que es muy raro que algún compañero nuevo llegue a formar parte de nuestro equipo de trabajo. En relación a los estudios de los profesores que laboramos en dicha escuela podemos citar lo siguiente: 4 maestros con nivel licenciatura y 4 más con normal elemental, otro factor que considero relevante es la antigüedad de las profesoras en la que se hace notar una gran disparidad entre los años de servicio que existe entre los docentes, dadas estas características, que a la vez parecen sin importancia son las que dificultan la integración de los compañeros y el bajo rendimiento académico de los alumnos, en la aritmética, por las diferentes concepciones educativas que se tienen sobre el proceso enseñanza-aprendizaje , sobre todo cuando el papel del profesor es de suma importancia, sino se cuenta con un currículum profesional que le permita aplicar una determinada técnica, y poder comprender el contexto histórico-social donde trabaja. “El currículum comprende programas, contenidos, aspectos políticos, sociales, epistemológicos y académicos. Según la interpretación de cada profesor”. (1)

La matrícula de la escuela es de 250 alumnos , quienes se encuentran según la teoría piagetana en el periodo de las operaciones concretas e inicio de las operaciones formales, factor que debe ser tomado en cuenta en la planeación didáctica de nuevas alternativas, según el grado escolar y el contexto de los alumnos. Estas son algunas de las características generales que presentan los niños en clase: aburrimiento, distracción, falta de atención, egoísmo, memorización, falta de argumentación, falta de participación por temor a equivocarse,un deseo enorme de jugar y a la vez de compartir todas sus vivencias y falta de aplicabilidad de lo aprendido en clase, dichas características me inquietan y me motivan a investigar por qué si a los alumnos se les enseña desde los primeros grados los algoritmos de las operaciones básicas, en quinto y sexto no aplican razonadamente los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división en la resolución de problemas.

Inicialmente este trabajo se dió con un grupo de tercer año, el cual contaba con una matrícula de 30 alumnos, a los cuales se les aplicó el estudio de Silvern (ver Antología Básica Construcción del Conocimiento Matemático) , al igual que a una pequeña muestra de alumnos de segundo y cuarto año que según los maestros de estos grupos ya aplicaban correctamente los algoritmos convencionales de la suma, resta y la multiplicación.

Se entrevistaron a 50 alumnos de la escuela "Juan Escutía ", la tarea consistió sobre el valor posicional y el valor con agrupamiento, aplicación del estudio de Silvern. Se mostró a cada niño una tarjeta que tenía escrito el número 16, y un montón de 16 fichas. A continuación le decía, he escrito el número 16 en esta tarjeta y me parece que aquí tengo 16 fichas. ¿ Podrías contarlas para asegurarte ?. Después de que el niño contará las fichas, se rodeaba con un círculo el 1 de 16, y preguntaba, ¿ ves ésta parte ? ¿ qué significa ?. Pedía al niño que demostrará su respuesta con las fichas. Si el niño señalaba una sola ficha, se volvía a preguntar apuntando a las nueve fichas restantes y preguntaba, ¿ y éstas otras ? ¿ esto debe ser así o pasa algo raro ?.

Las respuestas que los niños dieron a las preguntas sobre decenas se agruparon en tres categorías:

1.- El niño respondía que el 1 de 16, significaba 1, y después señalaba una ficha.

2.- El niño respondía que el 1 de 16, significaba 10 y después señalaba una única ficha.

3.- El niño respondía que el 1 en 16 significaba 10, (un 10 o decenas) y señalaba 10 fichas.

Se calcularon los porcentajes de las tres categorías en cada curso escolar, como lo muestra el siguiente cuadro:

ACTUACIÓN EN LA TAREA DEL VALOR DE LA POSICIÓN (EN PORCENTAJES)

Curso	**n**	**1**	**2**	**3**
2°	10	90.0%	10.0%	0.0%
3°	30	50.0%	25.0%	25.0%
4°	10	20.0%	20.0%	60.0%

No. de alumnos: n. = 50
Categorías: 1,2 y 3.

"Evidentemente, el valor de la posición es importante, porque los niños que no la entiendan se verán seriamente en problemas para construir el algoritmo de la suma, resta, multiplicación y división ". (2)

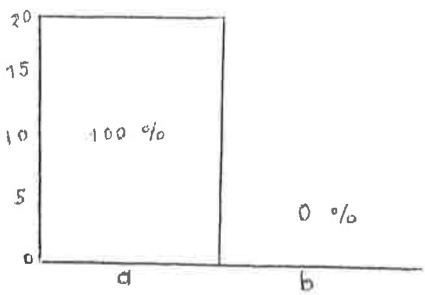
Sin embargo,algunos de los estudios que se aplicaron a todos los alumnos de tercer grado y otros en forma aleatoria de segundo y cuarto grado, han demostrado que la mayoría de los niños hasta tercero o cuarto grado, piensan que el 1 de 16 quiere decir 1.

Es pertinente aclarar que las profesoras de la escuela han cooperado en el presente trabajo, que se entienda; que no se han involucrado con la propuesta planteada, ya que la mayoría de las maestras consideran el sistema posicional como la simple notación desarrollada y no como un tema que requiere de un análisis más profundo para apoyar y reafirmar las operaciones básicas. Se recabaron las opiniones de los profesores a través del siguiente cuestionario.

SE APLICÓ EL SIGUIENTE CUESTIONARIO A 20 PROFESORES DE LA ZONA ESCOLAR No. 14.

1.- ¿ Consideras que el valor posicional de las cifras influye en la comprensión de los algoritmos de las operaciones básicas ?

a) Si b) No

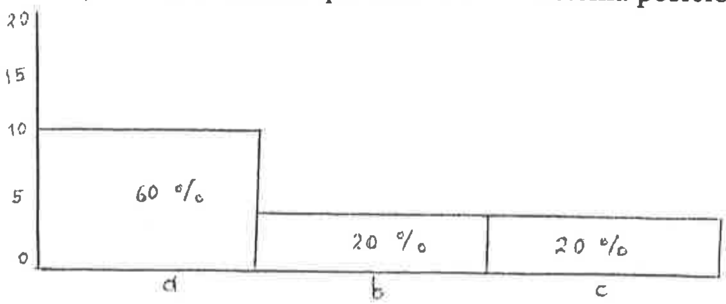


2.- ¿ Cómo enseñas los algoritmos de las operaciones básicas a tus alumnos ?

a) Como me enseñaron " tradicionalmente ".

b) Con material concreto.

c) Con actividades que refuercen el sistema posicional.

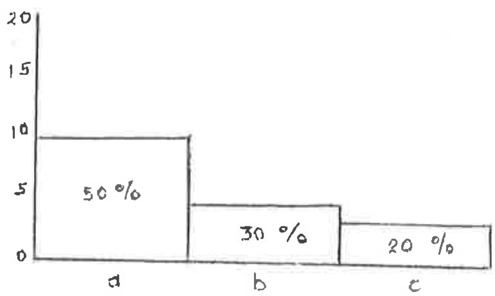


3.- ¿ Conoces la gradación de los contenidos en el tema del sistema posicional en el plan de estudios ?.

a) Si

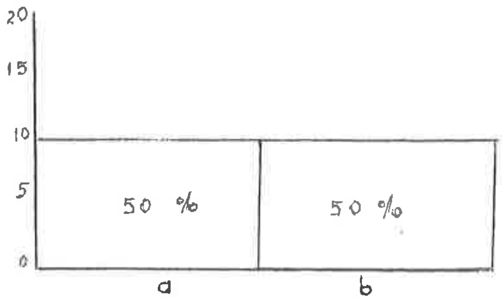
b) Algunos grados.

c) Únicamente el grado que atiendo.



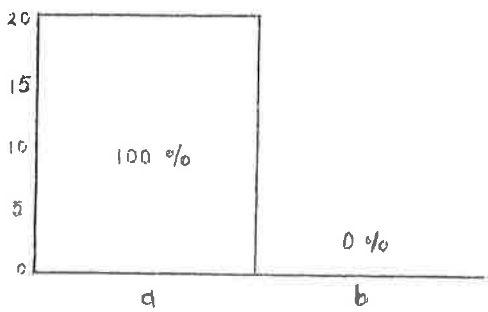
4.¿ Al plantear tu clase consideras importante conocer las características de tus alumnos y los conocimientos previos que el alumno tiene sobre el tema ?

a) Si b) No



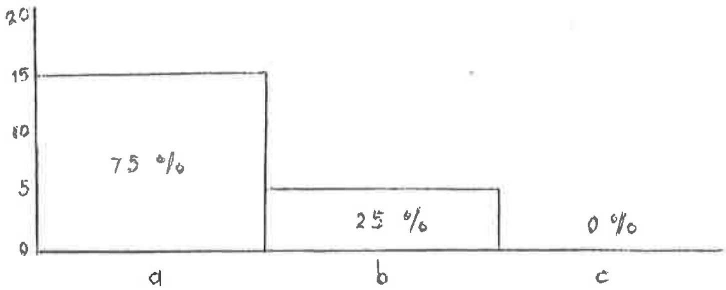
5.-¿ Piensas que el sistema posicional es un tema de fácil comprensión para los alumnos en los primeros ciclos de la educación primaria ?

a) Si b) No



6.- ¿ Cuántas veces a la smana trabajas en equipo tu asignatura del matemáticas ?

a) 0 - 1
b) 2 - 4
c) 5 o más.



PROCEDIMIENTOS Y ERRORES ALGORITMICOS.

Durante mi trayectoria como maestra de grupo la cual es de 12 años. He notado infinidad de problemas educativos, uno de ellos que me angustia es el relacionado con la aplicación de los algoritmos básicos en la resolución de problemas, quizá porque como profesora de grupo yo también fuí partícipe de una enseñanza mecanicista, en la que he observado ciertas deficiencias o carencias procedimentales que tienen que ver con los procesos y conceptualizaciones que se tengan sobre el sistema decimal de numeración.

"Cuando los números que han de ser sumados o restados tienen al menos dos dígitos el procedimiento escolar que permite la resolución de estas operaciones es el algoritmo."(3) No porque sea el único procedimiento para resolverlo sino por la comodidad que implica la resolución del mismo.

Se ha observado que en el primer año de escolaridad primaria el niño suele resolver los hechos numéricos a través de estrategias ligadas a las características semánticas del problema y que reflejan las acciones implícitas en el mismo. A medida que la expresión simbólica se va desarrollando progresivamente el niño resuelve los problemas englobando las acciones dentro de un mismo concepto de operación de manera que el procedimiento de solución no pasa tanto por la construcción de una estrategia que refleje las acciones del problema como por la elección de la operación adecuada que conduzca a la solución. Al tiempo, los hechos numéricos utilizados dejan de ser reconstruidos por estrategias de recuento para ser crecientemente recuperados de modo directo de la memoria a largo plazo.

"De esta manera, los errores característicos al expresar simbólicamente las acciones presentes en el problema son fundamentalmente de dos tipos: " (4)

1.- Errores en la recuperación de hechos numéricos, como afirmar que: 7 - 3 = 5.

2.- Errores en la elección de la operación adecuada, de modo que un problema resoluble a través de la resta se intente resolver por una suma.

Sin embargo, cuando las operaciones a realizar se efectúan con números de dos dígitos aparecen otra serie de errores de naturaleza aparentemente diferente. Así, se pueden utilizar adecuadamente los hechos numéricos y haber elegido la operación conveniente para resolver una resta del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 28 \\ \hline 12 \end{array}$$

Algunos niños, resuelven esta situación restando la cifra menor a la cifra mayor, siguiendo el orden de columnas, donde el alumno no es capaz de percibir la cantidad del número representado.“ Errores de este tipo pueden o no ser motivados por deficiencias conceptuales (respecto al funcionamiento del sistema de numeración decimal), pero en todo caso consisten en la confusión u olvido de una o más etapas del procedimiento algorítmico. Estos errores son, pues, de naturaleza diferente y se presentan con la utilización del algoritmo de una operación ”. (5)

Estos errores específicos de los algoritmos convencionales no aparecen en la mayoría de los casos de forma esporádica en el niño, sino que su presencia es sistemática.

Algunos investigadores como: Brown y Burton (ver Maza Carlos (1989 p.87) . Se limitaron a registrar los errores algorítmicos existentes exponiendo la forma en que cada error podía ser corregido. Posteriormente se pasó a clasificar estos errores según distintos criterios ante la fundada sospecha de que existían relaciones entre ellos de manera que varios errores podían tener orígenes comunes. Esta clasificación se consideraba necesaria para plantear formas correctivas en el plano educativo.

Backman, 1978. Diferenciaba hasta 8 clases de respuestas algorítmicas diferentes:

1.- Errores relacionados con el aprendizaje conceptual referentes a un mal entendimiento de un concepto o principio.

1.1.- Aquellos errores consistentes en una mala utilización de hechos numéricos básicos, como en

$$\begin{array}{r} 46 \\ -\ 13 \\ \hline 34 \end{array}$$

donde se ha considerado 6 - 3 = 4.

1.2.- Errores provenientes de una mala conceptualización de los sistemas de numeración, como es el caso de:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ 12 \\ \hline 8 \end{array}$$

donde se ha realizado 2 + 3 + 2 + 1 ignorando el valor posicional de las cifras.

1.3.- Errores relacionados con una deficiencia en el reagrupamiento de unidades de orden superior. Así, en :

$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 25 \\ \hline 53 \end{array}$$

donde la decena obtenida al sumar las unidades se olvida al sumar las decenas entre sí .

2.- Errores relativos a la secuencialización de etapas dentro de un procedimiento. Estos, a su vez pueden diferenciarse en:

2.1.- Orden incorrecto de las etapas, como en el ejemplo planteado anteriormente donde se restaba la cifra mayor de la menor independientemente de estar en el minuendo o sustraendo .

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 28 \\ \hline 12 \end{array}$$

2.2.- Procedimientos incompletos, como es el caso de:

$$\begin{array}{r} 358 \\ -\ 32 \\ \hline 26 \end{array}$$

De manera similar pasa con la construcción del sistema de numeración posicional en base diez, donde es preciso diseñar actividades de agrupamiento y desagrupamiento para comprender el valor posiconal de las cifras, que sirva como base en la comprensión de los algoritmos convencionales de las operaciones básicas."Mientras que los numerales escritos son conocimiento social, y la decisión de emplear diez como base es también una convención, las relaciones jerárquicas todo-parte, pertenecen al conocimiento lógico-matemático. También en el sistema de las decenas el niño tiene que ordenar las unidades mentalmente e incluir uno en dos, dos en tres, etc.; pero las unidades del sistema son, en realidad, decenas. Para el niño ya es demasiado duro construir el sistema de las unidades. Hacer un grupo con diez unidades es una labor hercúlea y los adultos no somos capaces de apreciar su grado de dificultad". (6)

Todo lo anterior nos lleva a investigar sobre ***la instrumentación didáctica del sistema de numeración posicional en base diez, para proponer una alternativa didáctica que favorezca la comprensión del valor posicional de las cifras y la importancia que tiene este tema en la construcción de los algoritmos convencionales de las operaciones aritméticas, desde el enfoque curricular de las matemáticas en los programas de educación primaria de 1993.***

No obstante que, está línea de trabajo tiene relación con los errores que se cometen en la realización de los algoritmos de las operaciones básicas por lo que se , deben plantear las siguientes preguntas: ¿ Cuál es el origen de los errores ? Y, en caso de existir, ¿ cuál es el origen común de las distintas clases de errores ? Sólo al responder a estas preguntas las posibles clasificaciones resultantes tendrán válidez.

En otras palabras, reconocer las causas de los errores algorítmicos supone dar a conocer qué tipo de deficiencias ofrece la representación del procedimiento y qué clase de acciones se han ejercido sobre tal representación por parte del niño."El algoritmo de una operación numérica presenta una doble naturaleza: una, como procedimiento; la otra como una forma de conocimiento conceptual ligada a un desarrollo previo del esquema parte/todo y de la utilización de la *base de numeración decimal* ".(7)

Por lo tanto el aprendizaje del algoritmo depende del desarrollo de las relaciones entre los aspectos conceptual y procedimental.. Esta relación sería entonces de interdependencia no entendiendo el aprendizaje del algoritmo a través de un solo aspecto del mismo. Resnick, (ver Baroody Arthur, El pensamiento Matemático de los niños p.199) define que los errores algorítmicos no están motivados por el olvido o borrado de algunas etapas del procedimiento, sino del desconocimiento de una importante relación semántica: aunque en el algoritmo de la resta se efectúa ésta entre columnas separadas se está restando en todo caso el minuendo como un todo. Si esta relación conceptual se ha aprendido no será posible aplicar la reparación del cambio de argumento.

De igual manera, el " tomar prestado a través del cero " desconoce otra importante relación del sistema de numeración decimal: Diez unidades de un orden determinado equivalen a una unidad del orden inmediatamente superior y viceversa. Podemos decir que el algoritmo de la suma es más sencillo que el de la resta y de la misma forma el de la multiplicación, es más sencillo que la división, aún cuando se complementen entre sí.

El criterio de dificultad importante es la existencia o no de un posible reagrupamiento (en el caso de la suma) o de la necesidad de tomar prestado (en el caso de la resta). De donde se deduce que los niveles iniciales en ambas jerarquías son anteriores a la multiplicación y división.

La dificultad de un algoritmo es mayor al crecer el número de dígitos implicados en las cantidades con que se opera.

Es necesario considerar como requisito del algoritmo mental la resolución de tal algoritmo por medio de la manipulación de material en base diez. Esto supone un aprendizaje integrado de las operaciones aritméticas por una parte. Además supone un uso alternado del material en base diez (promoviendo un aprendizaje analógico) y de cálculo mental (promoviendo un aprendizaje inductivo) que toma como objeto de aprendizaje las relaciones existentes en el algoritmo entre el conocimiento conceptual y el procedimental. Desde este planteamiento inicial es posible tratar con más detalle los recursos didácticos a emplear en la enseñanza de los algoritmos.

Tanto el desarrollo conceptual como el procedimental se consideran necesarios para el aprendizaje del algoritmo. Estos desarrollos deben ser interdependientes de manera que si el conceptual ayuda en una fase determinada al procedimental éste, a su vez, promueve nuevos desarrollos conceptuales. En este, sentido es posible señalar una serie de actividades que conformen una alternativa didáctica que sea la base para la construcción de los algoritmos de las operaciones básicas por medio del conocimiento del sistema de numeración posicional en base diez.

OBJETIVO: El objetivo de este proyecto es conocer el sistema decimal de numeración a partir de los programas de matemáticas vigentes en educación primaria y la importancia que tiene el sistema posicional en base diez en la construcción de los algoritmos convencionales.

PROPÓSITO: Diseñar y promover actividades que favorezcan la construcción del sistema posicional en las cifras y por consecuente la comprensión de los algoritmos convencionales de las operaciones básicas, en los alumnos de segundo ciclo de educación primaria.

Por lo tanto, para trabajar con esta alternativa didáctica del sistema de numeración en base diez que propongo, es necesario que el maestro esté consciente de la necesidad de hacerlo a partir de una investigación profunda del tema de estudio.

MARCO TEÓRICO

2.CONSTRUCTIVISMO

A través de la historia de la educación se le ha asignado a la práctica docente un papel preponderante en el proceso de aprendizaje del niño. Se ha cuestionado la manera como el maestro propicia que el alumno acceda a los diversos contenidos que se pretende adquiera en la escuela. "La concepción tradicionalista en la escuela ha concebido al alumno como un ser pasivo cuyo rol es el recibir las enseñanzas que el maestro trasmite en forma verbal y que debe demostrar haber aprendido mediante la repetición exacta de lo dicho por el maestro o por los modelos ya preestablecidos ".(8)

Esta posición tradicionalista subsiste actualmente aún cuando han irrumpido en el ámbito educativo propuestas que enfatizan la actividad del sujeto para favorecer su propio aprendizaje. En este sentido cabe preguntarse la noción que tienen los maestros sobre las teorías que sustentan la Modernización Educativa: es decir el Plan y Programas del 93, ya que de ello depende la posición que asuman en el aula frente al proceso de aprendizaje de sus alumnos. En toda práctica pedagógica existe una concepción del aprendizaje que orienta la acción educativa.

En la mayoría de las sociedades contemporáneas se han emprendido reformas educativas porque entre otras razones, existe una enorme distancia entre lo que los alumnos pueden y tienen interés por aprender y lo que presenta la institución escolar. La búsqueda de solución a los problemas mencionados es lo que subyace en la utilización de conceptos y teorías psicopedagógicas en los procesos de las reformas educativas.

En estos momentos se oye hablar de constructivismo como si estuviera claro lo que significa, como si todos dijéramos lo mismo. Eso no es cierto, se pueden entender cosas muy diferentes por constructivismo , también se cree que es algo totalmente elaborado, es decir, una tarea en el sentido estricto del término; no es así, no hay una tarea totalmente elaborada de la construcción del conocimiento en la escuela.

La concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje es hoy una empresa integradora, es decir, se integran ideas al constructivismo de otras teorías (Piaget, Vigostky, Ausubel) estas poseen más elementos en común, que diferencias y se insertan en un esquema coherente de conjunto, que permiten en este momento un campo para reflexionar y una estrategia para actuar. " Los principios constructivistas sobre el aprendizaje y la enseñanza se enriquecen considerablemente y devienen un marco psicológico global de referencia particularmente útil para tareas de diseño y desarrollo del curriculum." (9)

El constructivismo sostiene que el niño construye su peculiar modo de pensar, de conocer de un modo activo, como resultado de la interacción de sus capacidades innatas y la exploración ambiental que realiza mediante el tratamiento de la información que recibe de su entorno. " La naturaleza esencialmente social de la educación y las relaciones entre el desarrollo personal y el proceso de socialización constituyen, por así decirlo, el encuadre en el que hay que situar el proceso de construcción del conocimiento en la escuela." (10)

En el constructivismo el aprendizaje no puede ser entendido únicamente como el resultado de una influencia externa, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente que va construyendo progresivamente. Lo que el sujeto construye, son significados, representaciones relativas a los contenidos.

Cuando se habla de constructivismo se deben precisar tres puntos:

¿ QUIÉN CONSTRUYE ?

Para aclarar tendríamos que decir: " Quien construye es el alumno; es él quien elabora sus conocimientos y nadie lo puede hace por él este es uno de los principios básicos de la concepción constructivista ." (11)

Se cree que la actividad constructivista del alumno se da cuando éste manipula, descubre, inventa, explora; pero, no solo en esos momentos construye, es activo también cuando escucha, lee, recibe explicaciones, etc. Aunque es evidente que determinadas situaciones favorecen más o menos la actividad constructivista. Lo que construye son saberes ya preexistentes que es lo específico de la situación escolar.

¿ QUÉ CONSTRUYE ?

Cuando el alumno y el profesor llegan a la escuela se encuentran con que tienen que reconstruir unos conocimientos que ya están construidos y que están más o menos aceptados como saberes o formas culturales a nivel social. Ejemplo: El alumno al ingresar a la escuela tiene que construir el sistema posicional en base diez, tiene que aprender las reglas del sistema de numeración, aunque es obvio que el sistema de numeración decimal ya está construido desde antes que se inicie en el aprendizaje, también tiene que construir los conceptos como el tiempo histórico; pero es evidente que estos conceptos forman parte de nuestro bagaje cultural. " De ahí, también, la importancia de no contemplar la construcción del conocimiento en la escuela como un proceso de construcción individual del alumno, sino más bien como un proceso de construcción compartida por profesores y alumnos en torno a unos saberes o formas culturales preexistentes en cierto modo al propio proceso de construcción." (12)

¿ CÓMO SE CONSTRUYE ?

El conjunto de informaciones que le llegan al alumno, de toda una serie de fuentes diferentes, las selecciona, las organiza de una manera determinada y establece relaciones entre ellas, esto quiere decir que construye un modelo o una representación de ese contenido; o sea que aprender un contenido es atribuirle un significado; en este proceso de elaboración de los conocimientos los factores que juegan un papel absolutamente decisivo son los conocimientos previos, porque son con los que el alumno se acerca al nuevo contenido de aprendizaje. Todo conocimiento nuevo se construye a partir de otro anterior este es otro principio básico del constructivismo .

En una perspectiva constructivista el profesor ya no es un transmisor, es un guía, un orientador muy especial, porque lo que tiene que hacer es intentar engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo, culturalmente organizado.

La tarea del profesor es organizar los procesos de construcción del alumno hacia lo que significan y representan los contenidos escolares; tanto el proceso constructivo como los errores son elementos necesarios para el conocimiento y querer suprimirlos es intentar eliminar un recorrido necesario para llegar al fin.

2.1 PIAGET.

Un aprendizaje constructivista es el resultado de aplicar el sentido común a la enseñanza. Ello empieza por asegurar las ideas que el alumnado posee sobre el tema a tratar, no para que pase a formar parte de una lista de curiosidades pedagógicas, sino para tenerlas en cuenta en el próximo paso a seguir.

"Sus trabajos se orientaron hacia la formación de los conocimientos en el niño, tema al que se dedicó la mayor parte de sus investigaciones. Uno de sus grandes descubrimientos fue el poner de manifiesto que el crecimiento intelectual no consiste en una adición de conocimientos sino en grandes periodos de estructuración de las mismas informaciones anteriores, dichas informaciones cambian la naturaleza al entrar en un nuevo sistema de relaciones." (13)

En la teoría de Piaget el conocimiento objetivo aparece como un logro y no como un dato inicial. El camino hacia este conocimiento objetivo no es lineal; no nos aproximamos a el paso a paso agregando piezas de conocimiento unos sobre otros, sino por grandes reestructuramientos globales.

Según la teoría genética toda adquisición implica construir, es decir, aprender siempre implica construir.

Esta construcción la realiza el alumno fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea. La realizamos todos los días y en casi todos los contextos en las que se desarrolla nuestra actividad, depende de dos aspectos a saber. De la representación inicial que tengamos de la nueva información y de la actividad externa o interna que desarrollemos al respecto.

Un esquema es una representación de una situación concreta o de un concepto que permite manejarlos internamente y enfrentarse a situaciones iguales o parecidas en la realidad. La interacción con la realidad hace que los esquemas vayan cambiando, es decir, que al tener más experiencia con determinadas tareas, las personas vamos utilizando herramientas cada vez más complejas y especializadas.

Estructura consiste en una serie de elementos que una vez que interactuan, producen un resultado muy diferente de la suma de sus efectos tomándolos por separado.

“Según Piaget el individuo recibe dos tipos de HERENCIA INTELECTUAL.” (14)

HERENCIA ESTRUCTURAL: Parte de las estructuras biológicas que determinan al individuo en relación con el medio ambiente. Nos lleva a percibir un mundo específicamente humano.

HERENCIA FUNCIONAL: Se producen distintas estructuras mentales que parten de un nivel elemental hasta llegar a un estadio máximo (Este desarrollo se llama génesis). Aquí se organizan las distintas estructuras.

Desde el punto de vista psicológico mental el ser humano ha desarrollado su inteligencia a la par de sus estructuras mentales con el fin de adaptarse mejor a la realidad.

Para Piaget, el desarrollo intelectual es un proceso de reestructuración del conocimiento:

“El proceso comienza con una estructura o una forma de pensar propia de un nivel.

Algún cambio externo o intrusiones en la forma ordinaria de pensar crean conflicto y desequilibrio.

La persona compensa esa confusión y resuelve el conflicto mediante su propia actividad intelectual.

De todo esto resulta una nueva forma de pensar y estructurar las cosas; una manera que da nueva comprensión y satisfacción al sujeto. En una palabra, un estado nuevo de equilibrio.” (15)

ASIMILACIÓN: Es el resultado de incorporar los esquemas como consecuencia de la interacción con la información nueva.

ACOMODACIÓN: Es un estado adaptativo entre las dos, que da un estado de equilibrio.

EQUILIBRIO: Es dinámico, puede verse perturbado por nuevas aproximaciones del sujeto, al ocurrir esto, se produce un desequilibrio (conflicto cognitivo) que lleva al sujeto a una equilibración superior.

Se menciona que en cada etapa el niño conoce el mundo de distinta manera y usa distintos mecanismos internos para organizarse, mismos que le sirven para el siguiente periodo, etapa o estadio. Al incorporarse a la educación primaria los alumnos se encuentran en el nivel preoperatorio, en el de operaciones concretas y otros en el inicio de las operaciones formales (5 a 12 años).

El desarrollo intelectual es un proceso de reestructuración del conocimiento. El proceso comienza con una estructura o forma de pensar propia de un nivel. Algún cambio externo o instrucciones de pensar crean conflicto y desequilibrio.

La persona compensa esa confusión y resuelve el conflicto mediante su propia actividad intelectual. De todo esto resulta una nueva forma de pensar y estructurar las cosas, una manera que da nueva comprensión y satisfacción al sujeto: en una palabra un estado de nuevo equilibrio. " Estos procesos gemelos de asimilación y acomodación operan simultáneamente para permitir que el niño alcance progresivamente estados superiores de equilibrio." (16)

2.2 VIGOTSKY

Concibe al sujeto como un ser inminentemente social y al conocimiento como un producto social. De allí que atribuyera una importancia básica a las relaciones sociales. Considera que la educación debe promover el desarrollo sociocultural y cognitivo del alumno.

La propuesta de Vigotsky se fundamenta en la creación de zonas de desarrollo próximo con los alumnos para determinados dominios del conocimiento. La creación de las zonas de desarrollo próximo se da en un contexto interpersonal maestro - alumno (experto-novato). El interés del profesor consiste en trasladar al educando de los niveles inferiores a los superiores de la zona"El punto de partida de los análisis sobre esta temática por parte de Vigotski consiste en la constatación de que el aprendizaje del niño comienza mucho antes del aprendizaje escolar. Para decirlo con sus propias palabras, el aprendizaje escolar jamás parte de cero. Todo el aprendizaje del niño en la escuela tiene una prehistoria. Así, según su ejemplo, cuando el niño comienza a estudiar aritmética en la escuela, tiene tras de sí una cierta experiencia de la cantidad, de las operaciones de adición y sustracción; el niño ha tenido ya una pre-escuela de aritmética y el psicólogo que lo ignorase estaría ciego." (17)

En las fases iniciales de la enseñanza, el maestro toma un papel más directivo y provee un contexto de apoyo (andamiaje) amplio, a medida que aumenta la competencia del alumno de este dominio reduce su participación sensiblemente.

El educando durante todo ese proceso debe ser activo y manifestar un alto nivel de involucramiento en la tarea.

Los procesos de cambio no son autónomos de los procesos educativos, ambos están vinculados desde el primer día de vida del niño, en tanto que éste es participante de un contexto sociocultural y los otros (padres, compañeros, escuela, etc.), quienes interactúan con él para transmitirle la cultura. La cultura proporciona a los integrantes de una sociedad las herramientas necesarias para modificar su entorno físico y social por ejemplo los signos lingüísticos (lenguaje).

La enseñanza debe coordinarse con el desarrollo del niño en sus dos niveles real y potencial, sobre todo este último, para promover niveles superiores de avance y autorregulación.

2.3 AUSUBEL

"Su aportación fundamental ha consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno." (18)

Esto supone una concepción diferente sobre la formación del conocimiento y también de la formación distinta de los objetivos de enseñanza. Para Ausubel aprender es sinónimo de comprender será lo que aprenderá y recordará mejor porque quedará integrado en nuestra estructura de conocimiento.

Para el profesor es fundamental conocer las representaciones que poseen los alumnos sobre lo que se les va a enseñar y analizar el proceso de interacción entre el conocimiento nuevo y el que ya poseen. De esta manera no es tan importante el producto final que emite el alumno como el proceso que lo lleva a dar esta respuesta.

La teoría de Ausubel ha utilizado el método de mostrar que la transmisión de conocimientos por parte del profesor también puede ser un modo adecuado y eficaz de producir aprendizajes siempre y cuando tengan en cuenta los conocimientos previos del alumno y su capacidad de comprensión

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

Es un término que se emplea en oposición al Aprendizaje receptivo y mecánico. El aprendizaje significativo se da cuando se ponen en relación los elementos que ya se tienen (saberes, creencias, costumbres, etc.) con lo que se va a aprender de manera sustancial, no arbitraria.

Lo arbitrario se refiere a un material que no tiene una organización y significación adecuada. " El problema se agrava porque el que enseña también lo hace desde sus propios significados y éstos pueden ser diferentes, o al menos tener algunas diferencias, que al ser presentados dificulte aún más la significación adecuada del aprendiz; este problema se agudiza cuando el profesor enseña lo que ha aprendido de memoria sin haberlo comprendido ni haberlo valorado y por lo tanto exige a su alumno que lo repita idénticamente a como se lo ha enseñado, enseñanza que no enseña, no señala los significados, pide la repetición pero no permite la significación ya que él tampoco la conoce."(19)

Condiciones que se necesitan para que se de el aprendizaje significativo

a) QUE EL ALUMNO MANIFIESTE DISPOSICIÓN.

Que haya una actitud o una tendencia favorable (disponibilidad) para aprender significativamente sin la cual a nadie se le puede obligar a que aprenda si no quiere. Aquí el profesor juega un papel fundamental,puede saber aprovechar cada evento acontecido, etc., que despierte interés en los niños y los motive.

En el proceso del aprendizaje significativo, cuenta mucho el factor motivacional, de aquí la importancia que juega el maestro para lograr que los alumnos se interesen en los nuevos aprendizajes. Esto significa crear las mejores condiciones antes de presentar el conocimiento nuevo.

* Propiciar en el grupo un clima de confianza y colaboración.
* Mostrar la relación entre lo que se aprenderá y lo que se ha aprendido. Al alumno le da seguridad saber que lo aprendido le ayudará a aprender lo nuevo.
* Crear en los alumnos expectativas relacionadas con sus intereses inmediatos hasta donde sea posible.
* Mostrar los aspectos positivos y los logros por obtener con el nuevo conocimiento y no las dificultades que se puedan presentar en su aprendizaje.
* Plantear actividades interesantes.
* El maestro debe valerse de los recurso didácticos más adecuados y de todas las estrategias que ayuden a conservar el interés conseguido.

b) QUE EL CONTENIDO DE APRENDIZAJE SEA POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO.

Es decir, que la información, tarea, actividad,etc, que se ponga al alumno sea significativa desde el punto de vista de su estructura interna, que sea coherente, clara, organizada, para que pueda relacionarse con los conocimientos previos del alumno. Estos conocimientos pueden ser a su vez el resultado de experiencias educativas o de aprendizajes espontáneos.

Para que el contenido de aprendizaje sea potencialmente significativo, es necesario que:

* La naturaleza del material por aprender tenga sentido para el alumno, pero también que sea un material con organización y significación adecuada.
* Que existan en la estructura cognoscitiva del alumno contenidos previos, es decir, que se puedan relacionar con el nuevo conocimiento.

El material de aprendizaje será significativo cuando posea un significado propio, es decir, posea un significado en sí mismo.

La información de determinada materia que se presente al alumno debe tener una secuencia lógica, por lo cual deben respetarse los niveles de antecedentes y consecuentes de generalidad y especificación de los conocimientos por aprender. Ejemplo:

Números Relaciones y Operaciones 2º Ciclo de Primaria.

Números Naturales

Los números de 4 y 5 cifras.

- Conteos
- Agrupamientos y desagrupamientos en decenas de millar, en millares, centenas, decenas y unidades
- Lectura y escritura
- El orden de la serie numérica
- Antecesor y sucesor de un número
- Valor posicional

Otro registro para que el material sea significativo es que el alumno posea los contenidos previos con los cuales pueda relacionar el nuevo conocimiento. El nuevo material adquiere significado para el alumno a partir de la relación que establezcan con lo que ya sabe.Ejemplo:

Asignatura: Matemáticas

Eje: Números Relaciones y Operaciones

Segundo Ciclo de Educación Primaria

Conocimiento Nuevo: El sistema posicional en base diez en números de 4 y 5 cifras.

Conocimiento Previo: Agrupamientos y desagrupamientos en decenas de millar, millares, centenas, decenas y unidades.

El no contar con los conocimientos previos llevará a un aprendizaje por repetición de conocimientos aislados, pues como no se puede relacionar el conocimiento nuevo con otros anteriores que constituyen el antecedente, es difícil para el sujeto hacerlos suyos. Tal es el caso de la construcción de los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división, el alumno debe contar con el conocimiento previo del sistema de numeración posicional según el grado escolar. Por lo tanto el maestro debe tomar en cuenta las experiencias previas de sus alumnos, tanto escolares como extraescolares, para diseñar actividades didácticas que faciliten o apoyen el proceso de construcción de contenidos.

Las características del aprendizaje significativo son: **La funcionalidad y la Memorización Comprensiva.**

Un aprendizaje es funcional cuando una persona puede utilizarlo en una situación concreta para resolver un problema determinado, y además que puede ser utilizado al abordar nuevas situaciones y para realizar nuevos aprendizajes.

La memorización comprensiva es absolutamente imprescindible porque el aprendizaje significativo es un ingrediente esencial en el aprendizaje escolar. La memorización se da en la medida en que lo aprendido ha sido integrado en la red de significados, es decir, lo que se aprende significativamente es memorizado .

En base a lo aprendido el alumno es capaz de crear, innovar, descubrir, haciendo del aprendizaje una experiencia con sentido personal.

3.EL ENFOQUE CURRICULAR DE LAS MATEMÁTICAS

La orientación adoptada para la enseñanza de las matemáticas pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas y a medida que van haciendo abstracciones pueden prescindir de los objetos físicos. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje, este proceso es reforzado por la interacción con sus compañeros y con el maestro.

Lo más importante en el diseño de actividades es considerar que éstas, promueven la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas en la interacción con los otros.

Por lo tanto las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

La formación inicial de los alumnos constituye la base más importante del proceso educativo, y en ella la construcción de los primeros conocimientos matemáticos desempeña un papel fundamental. La fase actual de cambio curricular de la educación matemática básica incluye una reestructuración integral. Este cambio tiene dos aspectos.

Uno de éstos esta relacionado con los contenidos. Es necesario poner énfasis no solo en los conceptos sino en los procesos, y en las relaciones que pueden establecerse entre ambos. El otro se refiere al desarrollo de habilidades para operar números. " La integración de éstos posibilita al educando para usar los conocimientos matemáticos en forma más racional y eficiente, tanto en la solución de problemas, dentro y fuera de la escuela, como un proceso más sólido de aprendizaje " (20).

Plan y Programas del 93.

En el plan y programas vigentes de matemáticas se identifican tres ejes fundamentales de la educación primaria que requieren de una atención especial.
* La naturaleza del número y el estudio de la aritmética.
* La intuición geométrica y la imaginación espacial.
* La resolución de problemas.

En primer lugar se está considerando el problema matemático en un sentido diferente. Se plantean situaciones problemáticas más amplias en las que aparecen preguntas de diversos tipos, cuya contestación requiere que el alumno despliegue recursos intelectuales, aplique sus conocimientos y relacione tanto conceptos como procesos. Además las situaciones problemáticas deben estar diseñadas de manera que le permitan al estudiante no solo usar lo que ya sabe, sino posibilitar la adquisición de nuevos conocimientos.

El programa para la modernización educativa señala que el sistema educativo debe ser capaz de proporcionar al educando los conocimientos y habilidades para aprender de manera autónoma,descubrir y asumir valores, analizar y resolver problemas, para mejorar sus condiciones de vida.

Como resultado de este enfoque curricular es claro que la labor docente y el proceso educativo no puede permanecer sin cambios. " El enfoque curricular corresponde a la manera de organizar los contenidos educativos de conformidad con una teoría y sus métodos " (21).

Luis Moreno Armella, investigador de la Sección de Matemática Educativa y Guillermina Waldegg, investigadora de la sección de Metodología y Teoría de la Ciencia, ambos del CINVESTAV, reconocen explícitamente el hecho de que las posiciones filosóficas y las teorías epistemológicas relativas al conocimiento matemático ejercen una influencia determinante sobre la educación matemática.

Entenderemos pues " Educación Matemática " en un sentido amplio, es decir: " No sólo la labor que realiza el profesor dentro del salón de clase, sino que se refieren, además a aquellos otros factores que intervienen y hacen posible que la matemática se enseñe y se aprenda; estos factores son, por ejemplo, el diseño y el desarrollo de planes y programas de estudio, los libros de texto, las metodologías de enseñanza, las teorías de aprendizaje, la construcción de marcos teóricos para la investigación educativa ". (22)

ORGANIZACIÓN GENERAL DE LOS CONTENIDOS.

La selección de contenidos de esta propuesta descansa en el conocimiento que actualmente se tiene sobre el desarrollo cognoscitivo del niño y sobre los procesos que sigue en la adquisición y la construcción de conceptos matemáticos específicos. Los contenidos incorporados al currículum se han articulado con base en seis ejes:

* Los números, sus relaciones y sus operaciones.
* Medición.
* Geometría.
* Procesos de cambio.
* Tratamiento de la información.
* Predicción y azar

"La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada, no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades y destrezas, fundamentales para una buena formación básica en matemáticas." (23)

A contiuación se cita el objetivo del eje " Los números, sus relaciones y sus operaciones" debido a que el presente proyecto trabaja con el sistema de numeración decimal en el 2° ciclo de la primaria, contenido temático correspondiente a este eje.

Los números, sus relaciones y sus operaciones: el objetivo de este eje, es que los alumnos comprendan el significado de los números, y de los símbolos que los representan para que junto con las operaciones puedan utilizarse como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas. La resolución de problemas es a lo largo de la primaria el sustento de los nuevos programas. A partir de las acciones realizadas, el niño construye los significados de la aritmética.

3.1 DIDÁCTICA CONSTRUCTIVISTA.

Entre los representantes más importantes de la didáctica constructivista de las Matemáticas, en general está Guy Brousseau . (ver documento La Matemática en la Educación Primaria 1992).“El objeto de estudio de la didáctica de las Matemáticas, en general, serían las situaciones didácticas que permitan la construcción del conocimiento matemático. Su objetivo último, un tanto ambicioso, es llegar a conocer lo que sucede en el aula escolar que, ante una situación didáctica determinada, se pueda garantizar su reproductibilidad y eficiencia bajo controles bien precisos.” (24)

La situación didáctica cuando queremos que el alumno adquiera un conocimiento matemático determinado lo que solemos hacer es preguntarnos cuál es la manera más clara y sencilla de presentarle este conocimiento. Para ello, lo descomponemos en conocimientos parciales, presentando luego los más elementales, siguiendo la clásica secuencia: de lo sencillo a lo complejo y de lo general a lo particular. Así por ejemplo, cuando queremos enseñar el sistema posicional en base diez enseñamos primero los números del 1 al 9; después a hacer agrupamientos, de a 5 y de a 10, la decena, múltiplos dela decena, múltiplos de la centena, múltiplos de los millares, múltiplos de las decenas de millar, etcétera.

Este socorrido método didáctico se presenta con muchas variantes: el mayor o menor apoyo en imágenes o material concreto, la introducción o no de sistemas de numeración previos al decimal como, por ejemplo, los sistemas posicionales de bases no decimales.Aunque estas diferencias pueden ser importantes (en el sentido que tienen para el aprendizaje), todas ellas tienen en común el hecho de estar dando, o presentando, a los niños un conocimiento (descompuesto en secuencias de pequeños conocimientos) para que ellos lo comprendan y lo apliquen posteriormente en la aplicación de los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división. Podríamos decir que se les lleva de la mano por todos los pasitos que se creen necesarios para adquirir dicho conocimiento. Obsérvese que esto puede suceder aún en el caso de que la secuencia de aprendizaje concuerde con el orden en que se construye, desde el punto de vista cognitivo, un conocimiento: aquello que se ha logrado saber acerca del proceso por el que atraviesa un sujeto (niño o adulto) al construir conocimiento se convierte, en el aula en los manuales de didáctica, en pasos impuestos...dictados por el adulto (ésta es una de las aplicaciones más comunes y desafortunadas en el diseño de actividades).“La intención de que el niño participe en la construcción de su conocimiento exige una transformación de raíz de esa metodología en virtud de que se trata ahora de no proporcionar el conocimiento, sino de producir las condiciones para que él lo construya, es decir, situaciones que lleven a una génesis escolar del conocimiento.” (25)

En esta perspectiva, para un contenido matemático específico, la primera pregunta que nos haríamos es: ¿En qué beneficia que el alumno comprenda el sistema posicional en base diez ?. Muchas veces nos encontraremos con la necesidad de conocer más profundamente su estatuto matemático del sistema posicional en base diez: su o sus posibles definiciones, su relación con otros contenidos, sus propiedades, etcétera. También nos sería muy útil conocer, por un lado su origen, su historia, las condiciones que lo hicieron evolucionar y, por otro, el tipo de hipótesis, de razonamientos y de estrategias que los niños a quiénes nos dirigimos están en condiciones de realizar.

No se trata, por supuesto, de hacer recorrer al niño el camino que siguió un conocimiento determinado en la historia, ¡ le llevaría mucho tiempo !. Sin embargo, tener toda esta información sobre nuestro concepto nos permitiría tener más posibilidades en el diseño de situaciones didácticas. En particular, nos interesará conocer tanto los obstáculos que se presentaron en la evolución histórica de un conocimiento como los que se presentan en el niño.

Estar conscientes de ésta y otras dificultades nos hará , a veces, ser más prudentes. Tal vez no siempre lograremos crear las condiciones para que los niños realicen una absoluta reconstrucción de un conocimiento. Muchas veces lograremos solamente, un paso importante, que se aproxime a él, que se enfrenten a los problemas que justifican su existencia y que le dan sentido.

En el caso del sistema posicional en base diez, es un medio que permite representar de una manera sencilla el conjunto de números naturales. Facilita enormemente el trabajo con números. Es por tanto muy probable que uno de los problemas que propiciaron su evolución haya sido la necesidad de hacer cálculos.

Así, ante un contenido específico, necesitamos diseñar problemas accesibles a los niños del grupo de edad de que se trate, que puedan ser resueltos en un primer momento movilizando algún recurso con que ya cuenten, pero que posteriormente tendría que ser modificado por otro más atractivo.

Otra característica de estos problemas es la de posibilitar un verdadero diálogo entre los niños y la situación. Es decir, el problema debe generar los mecanismos de retroalimentación necesarios para que el niño pueda saber, en un momento dado, si va bien o se regresa. En efecto, desde el punto de vista funcional del conocimiento, la generación de un instrumento inadecuado no podrá producir el efecto que se desea, y su modificación o abandono será visto como parte de un proceso natural de construcción.

En consecuencia, no será el profesor el que dictamine lo acertado o no de una estrategia movilizada por el niño.

En esta perspectiva, el conocimiento aparece como un instrumento que le permite al niño resolver un problema en el cual sus recursos anteriores resultaron insuficientes. El sentido de este conocimiento está dado por el o los problemas que le permitan resolverlo. Decimos que el conocimiento aparece en su carácter funcional (esto es, lo hacemos funcionar como medio de resolución de problemas específicos). Sólo posteriormente el niño toma conciencia de que está en posesión de un nuevo conocimiento. Este recibe su nombre, adopta la presentación convencional, deviene de un conocimiento cultural, como solemos encontrarlo en los libros.

Podemos decir entonces que, a lo largo del proceso, el conocimiento nace en su forma funcional (como herramienta) y después cobra su forma cultural. Exactamente al revés de como suele suceder en la enseñanza tradicional, en la que primero se presenta el conocimiento acabado, desvinculado de todo contexto, y después lo funcionalizamos en los ejercicios de aplicación. En este último caso, el niño no sabe para qué le sirve lo que le enseñan hasta que lo aplica en los ejercicios al final de la lección. El sentido que para él tenga determinado conocimiento vendrá, por lo tanto, después de adquirirlo.

Otra característica fundamental que se desprende de la concepción constructivista es el valor de los conocimientos intermedios o provisionales que se construyen en clase. Es evidente que si para el aprendizaje de un cierto contenido iniciamos con el planteamiento de un problema, los niños no generarán en el primer momento el instrumento en su forma más perfeccionada; crearán instrumentos precarios, alejados de los convencionales. Esto es algo a lo que estamos poco acostumbrados. En clase se dicen y se escriben las cosas como son, es decir, como vienen en los libros, como todo mundo los conoce, excluyendo por supuesto a los niños. Necesitamos aprender a valorar estas producciones intermedias, a concebir inclusive sus errores como uno de los motores didácticos más eficaces para generar la evolución de sus concepciones. "En una dinámica como ésta, aparecerán sin duda muchos caminos y estrategias. Esto, lo sabemos, muchas veces inquieta a los maestros. Pero el maestro ha de tener presente que el grupo es una instancia educadora: confrontar lleva a los niños a aclarar, a reconstruir, a desechar, a unificar y a avanzar."(26)

"Características de las secuencias de problemas que se diseñan en la perspectiva constructivista:" (27)

1) El problema inicial es significativo para los alumnos, pueden abordarlo movilizando sus conocimientos previos.
2) Una vez que los alumnos han entendido lo que se plantea en el problema inicial (y posiblemente lo han resuelto) éste se hace más complejo, haciendo aparecer el obstáculo que desfavorece o impide que el alumno practique con éxito su estrategia inicial (que puede ser una modificación de la anterior o una completamente distinta). Este obstáculo puede consistir, por ejemplo, en un aumento brusco de las magnitudes en juego (como en el ejemplo del sistema posicional en base diez) o en la introducción de restricciones, o en un cambio de material, etcétera.
3) Las estrategias sucesivas que se constituyen, si las situaciones diseñadas son adecuadas, en la dosificación de actividades que se proponen con el contenido del sistema posicional en base diez en los libros de texto y los ficheros del 2° ciclo de la educación primaria, deben aproximarse progresivamente al conocimiento que se pretende que los niños construyan.
4) En todo momento la situación por sí misma debe proveer la retroalimentación necesaria para que el sujeto estime por sí solo sí sus acciones lo aproximan o no al resultado buscado, si está equivocado o progresa.

Aspectos centrales de los trabajos de Guy Brousseau acerca de la teoría de las situaciones didácticas:

En general, en toda situación didáctica, en un salón de clase, intervienen cuatro sujetos protagonistas: el maestro, los alumnos, el conocimiento que se va a enseñar y el medio. El maestro interviene con la voluntad de enseñar y como representante del sistema educativo introduce en el aula, sin necesariamente negarse como sujeto particular con voluntad propia, todo lo instituído: las normas escolares, los programas escolares, etcétera.

Los alumnos participan con la voluntad de aprender como grupo de edad con intereses y saberes previos comunes. Cada alumno participa como sujeto particular, único.

El conocimiento que se va a enseñar interviene al reconocerlo como una habilidad, un dato, un instrumento o un concepto, etcétera. La forma más adecuada de enseñarlo será en función de su tipo.

El medio ambiente tiene dos componentes: El medio exterior da contexto a la escuela y al aula, según sea su situación geográfica, histórica, social y cultural. Definitivamente cada contexto dará una significación particular al saber enseñado y a la misma escuela; habrá por ejemplo contextos donde la significación institucional sea más afín al medio exterior que otros. El medio interior está constituído por todo lo que hay en el salón de clase: las sillas, las mesas, los escritorios, el pizarrón, los materiales didácticos, retroproyectores y eventualmente la computadora.

El hecho de que el profesor pueda estar consciente de todas las particularidades del contexto en que se encuentra le permite diseñar situaciones con mayor probabilidades de éxito. En efecto, considerar estas particularidades permite insertarse en la realidad de los educandos, compartir significados, etcétera, y al mismo tiempo enseñar. Esto en verdad le puede imprimir a su práctica docente una nueva y poderosa fuerza indispensable cuando hablamos de cambios que pueden beneficiar a todos.

Una vez que se ha considerado el contexto donde se enseña, sin dejarlo de lado, pasamos a analizar el proceso en el sistema didáctico restringido, es decir, aquel que incluye las relaciones entre los alumnos, el maestro, el saber enseñado y el medio interior . Para el profesor, aquí se encuentran muchos de sus problemas cotidianos en el aula.

"Brousseau distingue cuatro fases fundamentales en las relaciones que se establecen en las situaciones didácticas a lo largo de la adquisición de un conocimiento." (28)

1) Fase de Acción: Corresponde al momento en el cual, una vez comprendida la consigna o problema, el alumno actúa en busca de un resultado (solo o en colaboración con otros alumnos). S i el alumno no cuenta ya con una estrategia inicial segura, puede verse inmerso en una dialéctica de ensayo y error que le ofrece mucha información. Puede a partir de cierto momento, construir una nueva estrategia. En esta estrategia subyacen nociones, relaciones y propiedades que son utilizadas y de las que el alumno no está necesariamente consciente, aun cuando su acción sea exitosa. Esta primera fase se organiza de forma tal que se pueda generar una comunicación intensa entre los niños: una partición del grupo en 6 u 8 equipos.

2) Fase de Formulación: Se diseñan situaciones en las que los modelos implícitos tengan que ser explicitados. Se intenta que el trabajo tenga sentido para el alumno, y que las situaciones diseñadas para ello el alumno reciba una retroalimentación. Para ello se considera absolutamente insuficiente que sea el profesor quien interrogue al alumno acerca de lo que está pensando.

Uno de los recursos que se utilizan es la organización de confrontaciones entre los niños en las que ellos tengan, por alguna razón, interés en comunicar algo a sus compañeros, por ejemplo, la estrategia que han descubierto y que permitiría resolver el problema, o simplemente que les permita intercambiar información y experiencias.

3) Fase de Situaciones de Comunicación a través de Mensajes Escritos: constituyen otro recurso en muchos casos idóneo para generar formulaciones, e incluso para la creación de un lenguaje. En estas situaciones, un alumno o grupo de alumnos deben enviar un mensaje a otro para que realicen cierta tarea. Por ejemplo volviendo al ejemplo del sistema posicional en base diez, un grupo de alumnos tiene los vasos y su tarea es elaborar un mensaje que le permitirá a otro grupo mandar la cantidad exacta de cucharitas, una para cada vaso pero utilizando el material de las fichas de colores. Notemos que la formulación tiene un sentido para el niño (forma parte de un problema) y proporciona la

retroalimentación que ha de permitir el avance de la formulación. Es , por tanto, la dialéctica que se da entre emisores y receptores lo que lleva progresivamente, como una condición natural de la comunicación misma, a la formulación buscada, a la explicitación de sus modelos. Para que exista una comunicación exitosa, el mensaje transmitido debe ser bien interpretado y observar una síntaxis y una semántica reglamentadas por los protagonistas mismos.

En el caso particular de las Matemáticas, en donde quisiéramos que los mensajes producidos adopten notación matemática, se pueden exigir, en determinados momentos, ciertas condiciones al mensaje (los mismos que hacen que se institucionalice una cierta notación y no otra) como son: que sea escrito y no contenga dibujos ni colores, que no sea ambiguo ni contenga redundancia y que sea breve, lo más pequeño posible.

En la organización de esta fases cabe movilizar el deseo de los niños o equipos de trabajo por demostrar que sus instrumentos construídos funcionan, o encontrar la falla en otros distintos al suyo. Ha de sorprender al maestro cómo los niños defienden sus ideas. En nuestro ejemplo, una vez que se hayan empezado a usar las agrupaciones y desagrupaciones, se podría pedir que los niños que las utilizan demuestren a los otros su funcionamiento y sus ventajas, o al revés, que los que no las utilicen encuentren sus fallas.

4) Fase de Institucionalización: En esta fase, el maestro juega un papel protagonista. De lo que se trata, entre otras cosas, es de hacer que los niños identifiquen el instrumento construído como un conocimiento con cierto nombre y nomenclatura convencionales tal es el caso la construcción de los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división, mediante la construcción previa del sistema posicional en base diez tomando en consideración la secuencia gradual de dicho contenido temático. La institucionalización cierra un ciclo en el proceso de construcción que consiste en una traducción a lo convencional. Otra vez, se trata no de una imposición, sino de una traducción con sentido: el de la comunicación.

Las situaciones didácticas en las que se realiza el proceso de construcción de un conocimiento han sido diferenciadas en cuatro fases que corresponden a momentos cualitativamente distintos del proceso. Cabe señalar que la sucesión de estas cuatro fases no es de ninguna manera rigurosa, ni es siempre posible distinguir con toda nitidez unas de otras.

Retomando lo dicho en la introducción, es conveniente insistir en que el uso de una didáctica como ésta puede contribuir de manera significativa al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas. Al pasar por experiencias de construcción del conocimiento como las descritas pensamos que se logra una enseñanza cualitativamente diferente: los conceptos realmente se aprehenden, no se memorizan, y esto permite funcionalizarlos, es decir, utilizarlos en nuestra vida cotidiana.

Por lo tanto esta didáctica lleva, en forma implícita, una carga de currículum oculto muy benéfico para los alumnos. El hecho de que el aula viva un cambio en el sentido de las relaciones maestro-alumno, alumno-alumno, alumno-conocimiento, etcétera, tal como se propone, puede ayudar a exhaltar ciertas manifestaciones de creatividad, iniciativa, seguridad, confianza y autovaloración que hoy son más bien reprimidas en el salón de clases.

3.2 RESEÑA HISTÓRICA DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

Se puede decir que desde el momento mismo de nuestro nacimiento, nuestra existencia se relaciona con los números. Al nacer un bebé, el médico anota su peso y su estatura, así como la fecha y hora en que ocurre tan importante suceso. Un poco antes, durante el parto, los médicos y las enfermeras miden la presión arterial de la parturienta, el número de latidos de su corazón y su ritmo de respiración, auxiliándose de todos estos datos para conocer su estado de salud durante el proceso de alumbramiento y poder tomar las medidas necesarias en caso de que tales signos vitales salieran de ciertos límites considerados normales.

A partir de ese momento, el ser humano y los números serán prácticamente inseparables, ya que éstos acompañarán a aquél durante casi toda su vida. Cada vez que aparezca la pregunta: ¿ Cuánto ?, asomará un número como respuesta.

Situaciones como las que describimos a continuación se asocian con números, y seguramente usted podrá ampliar la lista usando su propia experiencia. Aparecerán uno o varios números:

* Cuando nos digan el resultado de un encuentro deportivo o de una votación.
* Cuando nos pregunten nuestra dirección, nuestra edad, nuestra estatura o nuestro peso.
* Cuando vayamos a pintar una pared y queramos comprar la cantidad adecuada de pintura.
* Cuando nos paguen o paguemos deudas, salarios, etcétera.
* Cuando queramos estimar el tiempo que tardaremos en trasladarnos de un lugar a otro.
* Cuando midamos cualquier objeto, por ejemplo un cristal o una pieza mecánica para reemplazarlos.

* Cuando el médico nos hace un reconocimiento general.
* Cuando vayamos a construir o fabricar un objeto desde un alfiler hasta una nave espacial.

Por lo anterior, no nos debe sorprender que, dentro de lo que se considera el equipaje necesario para nuestro viaje por la vida, el conocimiento y manejo de los números tenga una importancia muy especial, y se nos pida entonces un cierto grado de habilidad en este renglón. " Para planificar teniendo en cuenta que el aprendizaje significativo requiere mucho tiempo. Es frecuente que los niños puedan memorizar datos y procedimientos en seguida y en base a un programa preestablecido . Sin embargo, y al igual que ocurre con el dominio de las combinaciones numéricas básicas, el aprendizaje significativo del número, la aritmética y los órdenes de unidades se consigue de manera gradual, mediante la comprensión de cada paso." (29)

ALGUNOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

"Desde una perspectiva histórica, la preocupación del hombre por los números data del tiempo inmemorial. El hombre aprendió a contar mucho antes de saber cómo escribir el número. Cada civilización de la que tenemos memoria se ha visto precisada a inventar símbolos (o cifras) para describir los números que ha necesitado, bien haya sido para contar sus posesiones, medir sus dominios, llevar una cuenta de su tiempo o desarrollar actividades tan diversas como el comercio y la navegación."(30)

Quizá en el principio, al tratar de describir números pequeños, el ser humano no necesitó más ayuda que sus dedos, o bien formaba montoncitos de piedras, conchas, palitos, granos de cereal, etc., o simplemente utilizaba las palabras uno y muchos. " Sin embargo, la necesidad que el ser humano tenía de contar era limitada; por ejemplo, algunos descendientes del hombre prehistórico como los sobrevivientes de la Edad Piedra que han sido descubiertos en Australia, Nueva Guinea y Brasil, no tienen nombres para los números superiores al dos o tres. Sin duda, los esfuerzos para sobrevivir tenían un carácter primordial."(31)

La idea de número que se tenía entonces, y que representaba la cantidad de objetos que poseían, está íntimamente relacionada con nuestro concepto actual de conjunto, ya que a medida que el hombre evolucionaba iba comprendiendo que, por ejemplo, una pareja de personas es comparable, en número, a un par de patos, frutos, arboles, granos de cereal, etc., y que esta comparación no guarda relación alguna con el tipo de objetos que de esta manera se comparan. Esta abstracción, que a nosotros nos parece muy natural, significa uno de los mayores pasos de la humanidad.

Al principio, el hombre representaba los números por medio de incisiones en piedras o pedazos de madera. Estas incisiones ya pueden llamarse numerales y su propiedad esencial es que representan números.

"Los primeros números escritos de los que tenemos noticia fueron encontrados en los archivos de un templo de Sumeria, en la Mesopotamia, y datan de unos 5000 años antes de Cristo. Los sumerios leían, escribían y tenían un respetable método de trazar numerales." (32)

Los babilonios aprendieron de los sumerios y escribieron sus cartas y documentos históricos sobre tablillas de arcilla.

En la antigua India se utilizaron los numerales, y los griegos y romanos también desarrollaron sus propias formas de representar los números. Los egipcios representaban los números pintados sobre cerámica o tallados en piedra.

Todos estos pueblos antiguos utilizaron un símbolo parecido a nuestro 1 para representar el número uno, y algunos otros.

A medida que el grado de complejidad de la civilización fue en aumento, fue preciso que se diera nombre a los números y que se elaborara la operación de contar más allá de las nociones uno y muchos. Combinar numerales y escribir grandes números representaba un problema de otro tipo, y el hombre fue teniendo la necesidad de desarrollar nuevos y mejores métodos para escribir los números.

SISTEMAS RUDIMENTARIOS

"El desarollo de los sistemas de numeración muestra cómo los conceptos de **suma, resta, multiplicación y división** están interrelacionados y cómo en base a ello podemos escribir los números." (33)

Así como la escritura apareció después de que el hombre aprendió a hablar, la expresión gráfica de los números empezó mucho después de que el hombre aprendió a contar.

Las primeras representaciones de números de las que contamos con datos fidedignos, son colecciones de "muescas" o marcas en madera o piedra, en esencia equivalentes a las siguientes representaciones:

l ______________________________ 1
ll ______________________________ 2
lll ______________________________ 3
llll ______________________________ 4
lllllll ______________________________ 7
llllllllllllllll ____________________ 16

Es decir, en este sistema, para representar un número, se usa una colección de marcas cuya cardinalidad coincide con el número que queremos representar. La ventaja de este sistema es su gran simplicidad. Por ejemplo, para realizar una suma basta con escribir un número a continuación del otro; la resta también es inmediata y lo mismo pasa con la multiplicación. Pero este sistema tiene grandes inconvenientes; además de que la representación de grandes números se vuelve sumamente laboriosa, tampoco permite reconocer fácilmente el número escrito, ni siquiera nos da una idea aproximada de la cantidad representada.

Más precisamente, al ver, por separado, los números 67 y 86 escritos en este sistema, no podemos, a primera vista, darnos cuenta si se trata de números distintos y mucho menos de qué tan diferentes son. Una manera de superar estas dificultades (la de tener una idea aproximada de la cantidad y la de permitirnos reconocer con mayor facilidad al número) es introducir la idea de agrupar:

IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII__________________27

IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII II__________________27

o también:

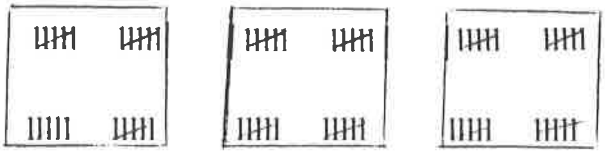
IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII II__________________27

"El agrupar en paquetes permite ya un manejo adecuado de números del orden de 80 ó 100, y todavía es usado en mercados y otros lugares. Ahora bien, para números mayores es igual de inconveniente que el primer sistema: la escritura es tediosa y no nos permite tener una idea aproximada de la cantidad que se representa." (34)

SISTEMAS ADITIVOS.

Para remediar esta situación se usan principalmente dos ideas: primero, la idea de hacer paquetes de paquetes:

IIIII IIIII   IIIII IIIII   IIIII IIIII



IHII = 65

Segundo, usar símbolos para la representación de tales paquetes y no una representación fiel de éstos, cómo arriba hicimos al escribir 65.

Un ejemplo de tales sistemas de numeración es el egipcio, usado ya en el año 3,400 A.C., Según lo atestiguan documentos de aquella época.

EL SISTEMA EGIPCIO.

Este sistema está basado en dos principios: uno consiste en formar grupos de 10, 100, 1000 hasta 1 000 000.

La unidad y cada uno de estos grupos se representa con un símbolo distinto. En total se manejan siete símbolos:

"Los símbolos usados en este sistema son los siguientes:" (35)

1 |

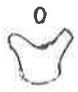
10 

100 

1 000 

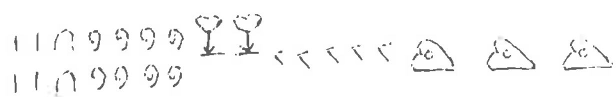
10 000 

100 000 

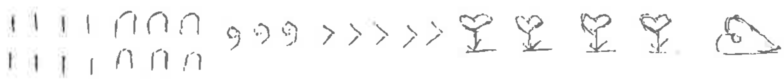
1 000 0 

Este sistema es aditivo en toda la extensión del calificativo, dado que cada símbolo tiene un valor absoluto que se suma con los valores de los demás. Cada símbolo se puede repetir hasta nueve veces; al tener 10 símbolos iguales se sustituyen por otro que los representa (salvo en el caso del símbolo del millón, cuya repetición era seguramente poco frecuente).

La escritura de derecha a izquierda y la repetición de los símbolos anteriores, son usados para escribir los números, así:

352 824 = 

El valor de la colección es precisamente la suma de los valores de los símbolos que en ella aparecen, por lo que el orden de ellos no es indispensable, por ejemplo:

154 368 = 

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO.

El sistema de numeración romano se forma con 7 símbolos y un operador; es la raya horizontal que se escribe arriba de un símbolo y que significa multiplicar por mil a éste: por lo que:

$\overline{\text{VI}}$ = 6000

$\overline{\text{X}}$ = 10 000

$\overline{\text{D}}$ = 50 000

El sistema de numeración romano es aditivo y se escribe ordenadamente de izquierda a derecha, registrando primero las cantidades de mayor orden.

M M C D X X X V

2 000 + 400 + 30 + 5 = 2 435

Los símbolos de este sistema son:

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1 000

En este sistema los agrupamientos básicos son múltiplos de 5 y de 10: 5, 10,100,500, 1000. Los símbolos que representan al 1, 10, 100, 1 000 (I, X, C, M) pueden repetirse hasta tres veces. Los que representan al 5, 50 y 500 (V, L, D) sólo se pueden escribir una sola vez, sin repetirse juntos en el mismo número.

I = 1 II = 2 III = 3 X = 10 XX = 20 XXX = 30

Los símbolos que se repetirían 4 veces se representan restando el símbolo de la izquierda al de la derecha:

IV = 5 - 1 = 4   XL = 50 - 10 = 40

"Como puede verse, el sistema de numeración romano se basa tanto en la suma como en la resta. La forma de saber si el valor de un símbolo debe sumarse o restarse al valor de otro está en la posición de los símbolos: si a la izquierda de un símbolo aparece otro de menor valor que él, se resta (XC = 90). En cambio, si a la derecha de un símbolo aparece otro de menor valor que él, se suma (CX = 110).

Ambas reglas, la de suma y la de resta pueden combinarse para formar un número, por ejemplo el 479:" (36)

CD	LXX	IX	=	CDLXXIX
(500 - 100) +	(50+10+10) +	(10 - 1)	=	479

El sistema de numeración romano en la actualidad se sigue usando en algunos relojes, para señalar capítulos de libros, para escribir los siglos, etcétera.

SISTEMAS MULTIPLICATIVOS.

El sistema usado en Babilonia hace aproximadamente 5000 años tiene también características interesantes.

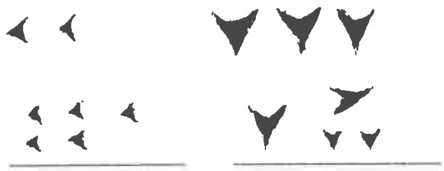
"En este sistema los principales agrupamientos son de 60 en 60 pero, debido a que éste es un número bastante grande, para números menores que 60 se usan agrupamientos de 10 en 10. Además se usa el mismo símbolo para denotar 1, 60, 3 600 = 60 X 60, 60 X 60 X 60, etc.; este símbolo es "".(37)

El valor que este símbolo representa queda determinado, salvo algunas ambigüedades, por suposición en la expresión.

Para denotar al 10 se usa el símbolo "".

Para 100 también existe un símbolo, pero en general se prefería expresarlo en base de los otros símbolos.

Este sistema es un sistema multiplicativo en donde también se emplea la sustracción; con más precisión, números menores que 60 son expresados por colecciones como:



20 + 3 = 23

50 - 2 = 48

50   - 2

en donde aparecen los símbolos:

 = 10,  = 1  = resta.

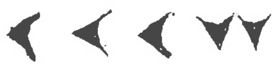
El valor de la colección es la suma de los valores de los integrantes que aparecen a la izquierda del símbolo resta () menos el valor de la colección que aparece debajo de éste.

Otros ejemplos son:

20 - 1 = 19 

60 - 3 = 57 

10 + 1 = 11 

30 + 2 = 32 

30 - 2 = 28 

Para representar números mayores que la base se usan colecciones de expresiones como las de arriba, ordenadas de izquierda a derecha, usando la posición para simbolizar la multiplicación por el agrupamiento correspondiente al lugar.Ejemplo:

11 X 60 + 18

11 18

En este sistema nos encontramos que, al no contar con un símbolo para el cero, es imposible por ejemplo, distinguir algunas expresiones.

EL SISTEMA MAYA.

Por último, antes de analizar nuestro sistema, describiremos el sistema maya que, en esencia, es similar al anterior, pero, por contar con un símbolo para el cero, no tiene las ambigüedades antes señaladas.

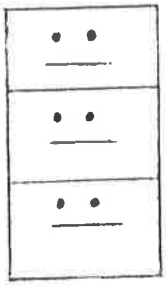
En él los agrupamientos son de 20 en 20, con una excepción, el segundo grupo en vez de ser de 20 es de 18; es decir, el primer agrupamiento es de 20, el segundo en vez de ser 20 X 20, es de 360 = 20 X 18; el tercero es de 360 X 20 = 7 200 X 20 = 144 000, etc.

El hecho de ser 20 el número elegido como base está ligado con los estudios astrónomicos. El segundo agrupamiento es de 360 = 18 X 20 que corresponde a un año y 20 al mes lunar.

En el sistema maya se usan únicamente los siguientes símbolos:

valor 1 valor 5 valor 0

"En el sistema de numeración maya, las posiciones son de abajo hacia arriba y cada posición se conoce como " nivel ". El primer nivel se utiliza para representar unidades, en el segundo nivel se representan los grupos de 20 elementos, en el tercer nivel se escriben los grupos formados por 20 grupos de 20 elementos, y así sucesivamente. Por esto se dice que el sistema maya es un sistema de numeración vigesimal." (38)



7 X 20 X 20 = 2 800

7 X 20 = 140

7 X 1 = 7

En nuestro sistema, el número representado con símbolos mayas en el cuadro es el dos mil novecientos cuarenta y siete, porque la suma de sus valores es: 2 800 + 140 + 7 = 2 947.

Los sistemas que hemos mencionado, el egipcio, el romano, el babilonio y el maya, nos permiten escribir brevemente grandes números y son adecuados para encarar algunos problemas prácticos. El egipcio y romano tienen el inconveniente de no usar un número fijo de símbolos y tener que inventar nuevos símbolos a medida que se quieren escribir números mayores. El babilonio, por no contar con el cero, se vuelve impreciso como ya antes se mencionó.

El maya es sin duda el más completo de ellos, pero por la anomalía del segundo agrupamiento (360), así como por otros problemas, no es adecuado para el desarrollo de algoritmos para multiplicar y dividir. (39)

EL SISTEMA DECIMAL.

Del sistema indoarábigo, con la inclusión del cero, sabemos que era usado en la India ya antes del siglo IX de nuestra era y es lógico suponer que pasó a Europa a través de los árabes, que en aquel tiempo dominaban a España y tenían estrechos contactos comerciales con la India.

En el lenguaje de los números que hoy día se utiliza prácticamente en todo el globo terráqueo, se emplean como alfabeto las 10 cifras del 0 al 9. Este lenguaje se llama sistema decimal .

Últimamente oponen una seria competencia al sistema decimal los sistemas binario y, en parte, ternario que son los que "prefieren utilizar" las modernas computadoras.

Las razones por las cuales precisamente el sistema decimal ha sido universalmente aceptado son los diez dedos de las manos que han constituído el aparato primario de cálculo que empleó el hombre desde los tiempos prehistóricos. Valiéndose de los dedos es fácil contar hasta diez. Al llegar a diez, es decir, después de consumir todas las posibilidades de nuestro aparato de cálculo natural, lo lógico es considerar el número 10 como una unidad nueva, mayor (la unidad del orden siguiente). Diez decenas forman la unidad del tercer orden y así sucesivamente. Por lo tanto, precisamente el cálculo a base de los dedos de las manos ha dado origen al sistema que nos parece ahora completamente natural.

El sistema decimal de numeración tardó mucho en ocupar la posición dominante que tiene actualmente. En distintos períodos históricos muchos pueblos emplearon sistemas de numeración diferentes del decimal.

El sistema indoarábigo se basa en las mismas ideas que el babilonio o el maya, pero además nos ofrece las siguientes ventajas:

"La base (el diez) es, por un lado, suficientemente grande como para que la escritura de números grandes sea razonablemente breve y, por otro, es suficientemente pequeña para que sea posible realizar mentalmente, inclusive memorizar, las operaciones aritméticas entre elementos menores que diez; es decir, para que las " tablas " de sumar y multiplicar, las cuales son unas de las bases de los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división, tengan un tamaño razonable. Más adelante, al hablar de algoritmos se pondrá de manifiesto esta ventaja." (40)

Es claro que si tuviésemos que manejar tablas que fueran hasta el "60" o incluso hasta el " 20 ", nuestra labor sería mucho más ardua que la que desarrollamos al operar hoy en día. Otra ventaja radica en que no necesitamos usar agrupamientos más pequeños para expresar a los números menores que la base, sino que bastan 10 símbolos, cada uno de ellos representando un elemento menor que la base, lográndose así que la escritura sea más breve y fácil el operar. Además este sistema no tiene ninguna anomalía del tipo descrito en los sistemas anteriores.

CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

Las reglas básicas del sistema decimal son igualmente válidas para los otros sistemas, aunque tengan base distinta de diez.

La base determina el número de cifras de cada sistema numérico.

La base determina igualmente los valores posicionales en un sistema. Estos valores son siempre potencias de la base.

10 significa 10.10.10.10.

La potencia cero de cualquier número es siempre 1; por ejemplo, 10 = 1.

La posición quinta de un número decimal tiene el valor 10 = 10 000.

Cuando en una serie creciente de números y en una posición determinada se sobrepasa la cifra mayor del sistema considerado, se cambia esta cifra por 0, aumentando la inmediata a su izquierda en 1; por ejemplo, en el sistema decimal el paso de 9 a 10, de 49 a 50, de 99 a 100.

OTRAS BASES.

Cualquier número se puede tomar como base de nuestros agrupamientos y con los mismos principios del sistema decimal podemos formar otro sistema de numeración. Para ello necesitaremos una colección de símbolos con el mismo número de elementos que la base; es decir, si 28 es la base, necesitaremos 28 símbolos, uno para el cero, otro para el uno y así sucesivamente hasta el 27.

Si elegimos un número demasiado grande, como es el caso de 28, la cantidad de símbolos que tenemos que usar es difícil de manejar. Además, tenemos el problema de las tablas que ya antes hemos mencionado.

Si el número que elegimos como base de nuestros agrupamientos es demasiado pequeño, 2 por ejemplo, nos encontramos con que las " tablas " son muy breves.

Por esta razón (lo largo que resulta escribir números relativamente pequeños), esta base no es adecuada para ser usada en nuestras actividades diarias, pero sin embargo, la simplicidad de las " tablas " y el reducido número de símbolos que son necesarios, hacen que el sistema posicional en base 2 sea ampliamente usado al hacer cálculos numéricos por medio de computadoras. Esto mueve a pensar que nuestro sistema numérico, que en este momento se ajusta tan adecuadamente a nuestras necesidades, quizás sea modificado e inclusive desechado al cambiar éstas últimas.

"Los sistemas posicionales tienen la ventaja de que permiten escribir números grandes mediante una cantidad relativamente pequeña de símbolos. Otra ventaja, aún mayor, de los sistemas posicionales es que permiten realizar fácilmente las operaciones aritméticas con números escritos en otros sistemas." (41)

4.SISTEMAS DE NUMERACIÓN Y ALGORITMOS.

Al igual que el concepto de número, las operaciones aritméticas aparecen poco a poco y como resultado de observar un sinnúmero de situaciones concretas que las sugieren e ilustran.

Desde épocas muy remotas, el hombre tuvo necesidad de repartirse, a partes iguales, distintas cosas: la caza, el producto de la siembra, etc. Situaciones de este estilo llevaron a la noción de división. Asimismo, procesos semejantes dieron lugar a las otras operaciones aritméticas. Históricamente, el hombre tuvo claros estos conceptos inclusive antes de contar con sistemas para la escritura de los números.

Las necesidades prácticas, el comercio sobre todo, hacen necesario perfeccionar la escritura de los números, depurar los nombres y crear los símbolos y maneras más adecuadas de expresarlos. Asimismo, también plantean la necesidad de encontrar procedimientos (algoritmos) más eficaces para expresar los resultados de tales operaciones.

Por ejemplo, para multiplicar 24 X 35 podemos hacerlo de muchas maneras, una de ellas, sumar 24 + 24 +... + 24, 35 veces, otra, dibujar un rectángulo cuadriculado cuyos lados midan 24 y 35 respectivamente y después contar los cuadritos; una más, el procedimiento usual: 35 X 24 = 35 X (20 + 4) = 35 X 20 + 35 X 4 = 700 + 140 = 840. Claramente, el último procedimiento es el más rápido.

Una vez que el hombre ha desarrollado un sistema de numeración, uno de los problemas con los que se encuentra es el de buscar procedimientos que le permitan obtener la expresión correspondiente (en tal sistema), por ejemplo, del producto de dos números también expresados en ese sistema. A tales procedimientos los llamamos algoritmos; más precisamente, un proceso sistemático finito para efectuar alguna operación es un algoritmo. Al hablar, con frecuencia confundimos los algoritmos con las operaciones mismas, así decimos "en tercer grado los niños no saben dividir", cuando lo que en realidad queremos expresar es que desconocen el algoritmo que tradicionalmente se enseña para dividir. La diferencia entre operaciones y algoritmos es clara; el concepto de división no depende del sistema de numeración que usemos, los algoritmos de división sí dependen del sistema de numeración en base diez.

Para que el hombre desarrollase los algoritmos que actualmente usamos y éstos pasen a ser parte de la cultura general, tuvo que transcurrir bastante tiempo después de la introducción de nuestro sistema de numeración. Aún en el siglo XV, a alguien versado en efectuar la operación de dividir se le consideraba como un hombre de grandes conocimientos matemáticos.

La palabra algoritmo proviene de un tratado de aritmética del año 825 d. C. Que fue traducido al latín y que contenía la aritmética basada en el sistema de numeración indoarábigo. En él Al -jwarizni dio reglas para efectuar las operaciones aritméticas.

El nombre Al - jwarizni se transformó en el algoritmo y dio origen a la palabra guarismo, sinónimo de dígito."Los algoritmos que nosotros usamos tienen como fundamento las ideas en las que el sistema decimal de numeración está basado y en propiedades aritméticas de los números: la conmutativa, la asociativa y la distributiva. De aquí la gran importancia que tienen estas propiedades. A partir de ellas y las tablas de la suma y la multiplicación de los números del 0 al 9 se pueden elaborar reglas para efectuar las operaciones aritméticas entre números arbitrarios. Estas reglas son precisamente los algoritmos." (42)

4.1 LA SUMA Y SU ALGORITMO.

En efecto, actualmente sabemos que tanto en el campo matemático como en otras áreas del conocimiento, la edad cronológica no es condición suficiente para que un niño pueda resolver determinado tipo de problemas. Para ello es fundamental su nivel de desarrollo cognoscitivo. Sabemos también que el efectuar mecánicamente un algoritmo de ninguna manera garantiza la necesaria comprensión del mismo, ni mucho menos la posibilidad de utilizarlo en la resolución de problemas si el niño no ha descubierto el sentido de las operaciones, es decir, que significa sumar o restar, y cuándo ellas sirven para resolver un problema.

Para ver qué hacemos, qué necesitamos saber o qué necesitamos poder hacer cuando efectuamos ese tipo de operaciones, es necesario detallar un poco una retrospectiva, que si bien en muchos aspectos puede ser ya familiar para el maestro, nos ayudará a reflexionar acerca de los conocimientos tanto previos como inherentes a estas operaciones que el niño requiere para estar en posibilidad de efectuarlas.

En el algoritmo de la suma está presente la regla de la adición. De acuerdo con Vergnaud, (ver Gómez Palacio Margarita 1986) la comprensión de dicha regla requiere que el niño establezca ciertos homorfismos: entre la representación y el concepto, entre la representación y las reglas de la adición, etc. Como cada uno de estos aspectos implica el funcionamiento de distintos niveles de pensamiento, es conveniente que cuando se pretende abordar con el niño el conocimiento de la regla de la adición (y en consecuencia también el de la suma y su relación con la representación en el algoritmo correspondiente), es necesario que los materiales empleados y las formas didácticas en general le permitan trabajar en cuatro planos o niveles de pensamiento distintos:

- El de los objetos.
- El de los conjuntos.

- El de los cardinales.
- El de la representación escrita de cardinales.

Todo esto nos lleva a realizar inmediatamente una distinción entre significado y significante. El significado es el concepto, en este caso el concepto de cardinal y el concepto de adición. El significante es la representación del concepto, en este caso la representación escrita del número. Las operaciones, incluídas las operaciones materiales de la escritura, se desarrollan en el plano del significante pero se apoyan sobre las operaciones del pensamiento, estrechamente ligadas al concepto, que no son observables.

Cuando el niño, por ejemplo, mediante sus acciones sobre los objetos llega a comprender el número en tanto concepto (aunque sea en un nivel primario) y sabe que "ocho" remite a un conjunto de objetos menor que 9 y mayor que 7 y que permanecerá invariable mientras no se le agreguen o quiten elementos, independientemente de las transformaciones que se realicen sobre los elementos que lo forman, está seguro de ello porque ha establecido una relación.

Las operaciones del pensamiento que llevan a la formación de conceptos tienen lugar entonces en el plano de la representación (mental). Cuando pasamos al plano de las representaciones que constituyen los diversos temas de símbolos y signos, por ejemplo, la representación escrita de los cardinales (ej.; 8) es preciso también que el sujeto detecte las relaciones existentes entre la representación gráfica y la realidad y de ambas con el concepto involucrado, pues de otra manera no podrá comprender las relaciones que existen entre diversos significantes (representaciones 9 ni los sistemas y operaciones simbólicos que ellos involucran, como sería el caso de: 8, 4 + 4; 2 x 4;
(2 + 2) x 2;

Sólo cuando se descubren tales relaciones es que una representación externa (un significante) como " 7 " o 26 etc. Puede verdaderamente constituirse en tal, puesto
+ <u>14</u>

que remite a un concepto previa o paralelamente construído. De otra manera no será mucho más que una forma de " dibujo ", cuyo " significado " será muy subjetivo y en todo caso impreciso."Los algoritmos son formas convencionales de procedimientos que nos permiten resolver determinados problemas; son, a la vez, representaciones de conceptos y por tanto su aprendizaje y utilización adecuada requieren que el sujeto comprenda claramente las relaciones que guardan con los conceptos que representan y con las acciones involucradas en la resolución de un problema específico." (43)

Se ha visto ya que el número y su representación son objetos distintos; se ha observado también la regla de la adición. Cuando para efectuar tal operación pasamos a la escritura de los números correspondientes, es decir a la representación escrita de la cantidad de elementos de cada conjunto, a partir de la cual desarrollamos el algoritmo,
(ej. $\begin{array}{r}36\\ +27\\ \hline\end{array}$) debemos manejar un determinado sistema de signos y reglas que representen en cierta manera las acciones que llevaríamos a cabo para conocer el cardinal de la unión. Debemos entender también la equivalencia o la semejanza (el homomorfismo) entre la forma en que de acuerdo con esas reglas debemos manejar los números y los procedimientos que materialmente tendríamos que llevar a cabo para obtener suma de los conjuntos en cuestión. En $\begin{array}{r}38\\ +27\\ \hline\end{array}$ estamos enunciando simbólicamente que tenemos, por ejemplo, un conjunto de 38 manzanas, otro de 27 y de la unión de ambos obtenemos 65 manzanas.

Ahora bien, el desarrollo de este algoritmo obedece a determinadas reglas que a su vez derivan de las que rigen al sistema decimal de numeración. Todas estas cuestiones nos parece que demuestran claramente lo inapropiado que resulta enseñar a los niños primero los algoritmos y después sus aplicaciones en problemas, pues así descontextuados el niño difícilmente podrá encontrar la relación que estas representaciones y procedimientos tienen con los conceptos que involucran y con la realidad misma.

4.2 LA RESTA Y SU ALGORITMO.

Todo lo dicho en relación con el algoritmo de la suma respecto a que remite a conceptos y obedece a determinadas reglas estrechamente ligadas al sistema de numeración posicional en base diez así como la manera en que pensamos debe abordarse su aprendizaje por parte de los niños es igualmente válido para el algoritmo de la resta.

En ambos casos es fundamental que de entrada se proponga al niño situaciones problemáticas que lleven a descubrir el sentido de las operaciones, es decir, qué significa sumar y restar, así como en qué casos es pertinente utilizar uno u otro algoritmo para resolver un problema determinado.

Es importante pues que el niño llegue a descubrir el sentido propio de la sustración en todas sus modalidades: sustracción propiamente dicha, diferencia como resultado de dos números puestos en relación e invertibilidad con respecto a la suma.

Los niños, aún los pequeños, no tienen en general mayor dificultad en aceptar que una acción como agregar 2 palitos a un conjunto de 6 pueda expresarse matemáticamente con 6 + 2 = 8. Pueden entender que ésta es una forma de expresarse gráficamente (lo que teníamos, lo que agregamos y lo que tenemos en total). En la representación de la adición todos los números escritos remiten a cantidades que, por así decirlo, tienen una existencia independiente.

Por el contrario, en la expresión l6 - 12 = 4, el 16 remite, tratándose de palitos, a los 16 palitos originales; pero el 12 (-12) no es otra cantidad de palitos independientes de esos 16 es una parte del 16; no existe por sí misma. Son, digámoslo así los palitos que se regalaron o se perdieron, los que " ya no están ". Sin embargo para resolver esa ecuación es preciso escribir un número que presenta esos (12) elementos ausentes. Investigaciones realizadas en México (cf. Nemirovsky M., 1988) nos permiten adelantar que representar la ausencia no es algo fácilmente aceptable para los niños pequeños.

Por una parte, hay quiénes sólo representan los estados inicial y final (lo que había y lo que quedo); otros intentan representar lo que había y lo que se quito; otros más representan el estado final y el operador. Pero lo que se quiere destacar es que, a pesar de que estos niños se enfrentaron reiteradas veces a situaciones de acción y representación exclusivamente sustractivas, unas veces como productores y otras como receptores de mensajes y haber constatado sistemáticamente que se trataba siempre de 'quitar algo' a una cantidad, continuaron interpretando las marcas utilizadas para indicar ' lo que se sacó ' como elementos que fueron agregados a la cantidad original. Con lo cual podemos traducir su pensamiento como: 'lo que está puesto es que está ahí' o ' no se puede poner lo que se quitó porque ya no está '.

En una operación $\begin{array}{r}54\\ -26\\ \hline 28\end{array}$ la situación se complica aún más.

En el caso de la suma, el niño debe tener clara la base del sistema decimal de numeración para saber por qué "lleva" decenas, centenas, millares o decenas de millar, etc.; una vez agrupadas 10 unidades de cualquier orden, se forma una del orden inmediato superior (ej. 10 unidades = decena).

En una resta como la del ejemplo, donde hay que " pedir prestado " además de todo lo anterior el niño debe comprender que:

* El " uno " que pide no es una unidad simple sino una cantidad del valor correspondiente al orden del número que está " haciendo el préstamo ". En el ejemplo se pide una decena.

* Al " prestar ", el orden de las decenas tiene una decena menos (5 - 1) y por tanto al restar las decenas se tendrá 4 - 2.

Sólo para comprender esto el niño necesita entender muy bien el sistema decimal de numeración y saber qué en casos como éste, todo " préstamo " significa hacer *desagrupamientos* de órdenes de unidades mayores en unidades de órdenes menores (ej. una decena puede desagruparse para formar 10 unidades y allí sustraer las 6 necesarias).

Son raras las pesonas que comprenden y pueden justificar su propio procedimiento al aplicar los algoritmos. Esto trae como consecuencia que las operaciones, cuando mucho, se resuelvan mecánicamente y los niños tengan serías dificultades cuando, por ejemplo, hay que pedir prestado a un cero (que no tiene).

4.3 EL ALGORITMO DE LA MULTIPLICACIÓN.

Cuando hablamos de la multiplicación solemos hacer referencia a ésta como una simplificación de la suma, esto es, una forma más rápida de obtener el producto de 4 + 4 + 4 + 4 sería multiplicar 4 X 4 con números enteros.

Si bien es cierto que es posible obtener un proceso multiplicativo por medio de una suma iterada, el multiplicar remite a una variedad de significados diferentes:suma de sumandos iguales, número de veces que se repite un conjunto, relación de proporcionalidad, etc.

Uno de los principales problemas que presenta el aprendizaje de la multiplicación aritmética es el descubrimiento del operador multiplicativo, es decir, del número de veces que se repite un determinado conjunto, o lo que es lo mismo, del número de acciones u operaciones realizadas.

Al identificar el operador multiplicativo podemos observar que mientras el multiplicando es una medida (número de elementos de un conjunto) el multiplicador es un operador sin dimensión, (número de veces que se repite el conjunto) a diferencia de la suma en donde ambos factores son medidas (número de elementos de dos conjuntos de una misma clase que se ponen en relación para obtener el conjunto producto de la unión de ambos).

Al tomar en cuenta los aspectos hasta ahora mencionados, no podemos seguir pensando que la enseñanza de la multiplicación o de la división debe reducirse a un aprendizaje mecánico en donde la multiplicación sea tan sólo una suma económica y la división la operación para repartir.

A diferencia de esta posición, pensamos que la labor pedagógica debe enfocarse a ayudar al niño a reconocer la estructura del problema permitiéndole poner en práctica sus procedimientos, tanto erróneos como correctos, propiciando situaciones de confrontación, de tal manera que lleven al niño a desarrollar estrategias cada vez más eficientes y económicas para solucionar el problema.

Desde este punto de vista, el algoritmo debe ser considerado como una representación más del procedimiento, en la cual pueden descubrirse ciertas ventajas sobe otras formas de representación.

A continuación es analizado el algoritmo de la multiplicación destacando los pasos que se encuentran abreviados en éste, así como las propiedades en que se fundamentan.

Además de las características del sistema numérico decimal, una de las propiedades más importantes en las que se basa el algoritmo es la distributividad.

Si bien la presencia de la distributividad en el algoritmo de la multiplicación nos puede parecer extraña a primera vista, en muchos casos la utilizamos sin darnos cuenta. Por ejemplo al plantearle a un adulto que resolviera mentalmente la multiplicación 1 845, podría proceder primero a descomponer el 1 845. X 2

Primero en (1 500 + 300 + 40 + 5) y a duplicarlo, lo cual es igual a 3 000 + 600 + 80 + 10, obteniendo finalmente el resultado 3 690).

"En general, podemos decir, que las dificultades que se pueden presentar residen en que los niños no tienen una cabal comprensión del *Sistema Numérico Decimal* y de la propiedad distributiva lo cual obstaculiza, principalmente la adecuada disposición de los dígitos de los productos parciales, por ejemplo:" (44)

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 36 \\ \hline 144 \\ 72 \\ \hline 216 \end{array} \qquad \text{en vez de} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ \times\ 36 \\ \hline 144 \\ 72 \\ \hline 864 \end{array}$$

En este caso, el niño no comprende que el 72 hace referencia a 720 unidades, en función de lo cual el hueco corresponde al cero, que se elimina al respetar el valor posicional en relación al número superior.

Aunado a lo anterior hay que considerar también que se puede complejizar el algoritmo en función de variables tales como: retención número de dígitos en el multiplicando y el multiplicador, presencia del cero, posición horizontal o vertical, etc.

En el aprendizaje del algoritmo de la multiplicación suele enfatizarse la memorización de la técnica y de manera paralela la de las tablas multiplicativas, ocasionando que el niño no realice un aprendizaje que lo lleve a comprender el significado de las acciones que esta operación implica.

Las relaciones numéricas que implica el algoritmo de la multiplicación no siempre están presentes en los niños. Los niños tienen, en tarea dicha operación, sus explicaciones y preocupaciones propias que difieren de las de la disciplina matemática.

Las relaciones que implica el concepto de multiplicación no siempre son entendidas como relaciones matemáticas por parte de los niños, sino como relaciones espacio-perceptuales. Se da el caso de que en tercer grado la mayoría de ellos busca la relación adición-multiplicación en la forma o el tamaño de las operaciones, es decir, mediante índices espaciales y el concepto de multiplicación como suma de sumandos iguales no está presente.

El valor posicional en los números, tampoco es comprendido por los niños. Así la variable fundamental que ellos manejan para saber sí un número es mayor o menor que otro, especialmente en 3° y 4°, grados, es el número de cifras que lo representan (longitud de la representación numérica) y no los principios matemáticos que están atrás del sistema decimal. La multiplicación agrega una dificultad más a la comprensión del valor posicional. Esta dificultad es la posición peculiar de los productos parciales. El valor que deriva de dicha posición, resulta totalmente incomprensible para los niños y entonces el "hueco" bajo el primer producto, es decir, el criterio objetivo que ellos sí pueden percibir, se torna fundamental en las justificaciones que elaboran respecto al valor numérico y a la colocación de los productos parciales.

La propiedad distributiva, es también desconocida por los niños. Los argumentos dados para explicar la suma de los productos parciales están siempre en función de la necesidad de seguir la norma (así se hacen las multiplicaciones) y de obtener un resultado.

De los tres procesos matemáticos, el más comprensible para los niños es el concepto de multiplicación. El valor posicional de los números, dentro del sistema algorítmico de dicha operación, y la distributividad , resultan totalmente inentendibles, salvo en escasas excepciones.

4.4 LA DIVISIÓN Y SU ALGORITMO.

En lo que se refiere a la división, su técnica operatoria es sumamente compleja; ésta responde tanto a razones de orden conceptual como a las reglas operatorias implicadas en ella.

En el plano de las reglas operatorias, se dice que la división es la operación más compleja porque para su resolución se requiere aplicar las propiedades del *sistema decimal de numeración, la adición, sustracción, multiplicación y la búsqueda por estimaciones de las cifras del cociente.*

Aún cuando el aprendizaje de las tablas facilite el cálculo del cociente, al momento de llevar a cabo la división no es conveniente subordinar el aprendizaje de los algoritmos al dominio de éstas, lo cual es válido también para la multiplicación.

La estimación y la resta en el algoritmo de la división constituyen una constante que ha existido independientemente de las civilizaciones y de los sistemas numéricos, lo cual confirma que ambas se abordan naturalmente.

"La mecanización debe estar sustentada por la comprensión, tanto del sistema de numeración decimal que fundamenta los pasos algorítmicos, como de la operación que representa, y del conocimiento lógico-matemático que subyace a ella." (45). Por lo tanto aprender a sumar, restar y multiplicar implica que el niño haya construído las unidades, después la decenas, enseguida las centenas y así progresivamente. Extraer mentalmente 1 de 100 o 1 de cada 1000 y coordinarlo jerárquicamente con la estructura de las centenas, decenas y las unidades es una tarea difícil.

4.5 LAS OPERACIONES LÓGICAS Y LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS.

Los descubrimientos de Piaget han demostrado que el hecho de que un niño sepa recitar, la serie numérica no significa que haya construído un concepto operatorio de número. El niño, a través de sus acciones sobre los objetos y la coordinación y reflexión sobre ellas, de manera espontánea va aprendiendo acerca de lo que es el número, conocimiento que se va ampliando y consolidando conforme avanza en su desarrollo intelectual y con la información y estimulación que recibe del exterior (eje., los nombres de los números).

El niño de los niveles preoperatorios antes de los 7 a 8 años no llega a una noción racional del número, aún cuando aprenda a enumerar verbalmente, hasta tanto no llegue a una conservación de los conjuntos numéricos: después de haber puesto en correspondencia dos conjuntos de cinco fichas cada uno, el niño dirá, por ejemplo., que una de las 2 fichas repartidas en 3 + 2 será mayor que la otra, ya sea porque el número haya cambiado es lo que espera en primer lugar, ya sea que estén presentes los mismos números, pero con un aumento en la cantidad los nombres de los números serán, entonces, únicamente palabras destinadas a individualizar los elementos, pero sin que se haya aceptado la igualdad del *todo* y de la suma en partes.

Hacia los 7 a 8 años, en cambio, el niño llega a la idea operatoria del número y lo logra en dos estructuras operatorias, previas o casi contemporáneas, pero de naturaleza puramente lógica o cualitativa.

La primera de tales estructuras es la agrupación aditiva de las clases, que constituye el principio de la clasificación... La segunda de estas estructuras es la seriación, es decir, el encadenamiento de las relaciones asimétricas transitivas

Con respecto a estas estructuras lógicas señaladas por Piaget que apoyan la construcción del número, sabemos que la inclusión de clases subyace en la inclusión numérica donde el 2 incluye al 1, el 3 incluye al dos, etc. Cuando el niño descubre la inclusión de clases, sabe que, por ejemplo., en una colección de 21 frijoles donde hay 15 frijoles negros y 6 blancos, siempre va a ser mayor el conjunto de todos los frijoles que el de los frijoles negros puestos que éstos, lo mismo que los blancos, son sólo algunos, es decir, una porción de los frijoles que constituyen la totalidad de la colección. Esto facilitará que comprenda la inclusión numérica el 1 está incluído en el 2, el 2 en el 3, etc. Por tanto, siguiendo con el mismo ejemplo 21 (todos los frijoles) es mayor que 15 los frijoles negros, aunque éste sea mayor que 6 los frijoles blancos, pues tanto 15 como 6 están incluídos en 21.

De esta manera, cuando contamos para saber el número de objetos que hay en un conjunto, lo que hacemos es establecer mentalmente entre esos objetos una relación de inclusión de clase, es decir, que vamos nombrando conjuntos sucesivos cuyo número de elementos designamos con un cardinal (uno, dos, etc.) que representa una relación que incluye.

En cuanto a la seriación, pensemos que al contar objetos hacemos caso omiso de las diferencias de color, tamaño, etc., que ellos pueden tener; solamente incluímos cada objeto en una clase común a la que designamos con un número (uno, dos, tres, etc.), es decir, consideramos a cada uno como una unidad, y la única diferencia que podemos establecer entre un objeto y otro es el lugar (el 1º., el 2º., etc.) que ocupa la serie de objetos que estamos contando.

Cuando el niño descubre la necesidad de establecer un orden para contar (el cual puede ser lineal, en círculo, etc. Pero sobre todo mental) que le permita asignar un solo número por objeto sin saltear ninguno, se inicia el camino que lo llevará más adelante ha descubrir que los números son clases seriadas, donde gracias a la regla + 1 que los compone, cada número de la serie es mayor que su antecesor (2 - 1, 3 - 2 etc.) y al mismo tiempo es menor que su sucesor (1 + 2, 2 + 3, etc.).

A esto refiere Piaget cuando, al hablar de la seriación, menciona las relaciones asimétricas transitivas. Ellas, como puede advertirse, remiten al orden de los números en la serie, es decir, al aspecto ordinal del número.

Es así, que la síntesis de los descubrimientos que hemos mencionado que el niño hace con respecto a la clasificación y la seriación, vinculados con el descubrimiento de la conservación de la cantidad, surge el concepto de número que, como dice Piaget " La síntesis en cuestión sólo se efectúa progresivamente"

Las diversas propiedades de los números una vez descubiertas para los números pequeños, de 1 a 7 ú 8, no son generalizadas, de modo inmediato, a los números siguientes. Mientras que a los siete años la serie de 1 a 8 está casi estructurada, con coordinación de la sucesión y la interacción, la serie de 8 a l4 ó 15 sólo es ya una serie ordenada de términos equidistantes y la interacción ya no es empleada para las previsiones exigidas, la serie de 15 a 30 ó 40 no es más que una serie ordenada sin reconocimiento necesario de la interacción y más allá de 30 ó 40, el propio orden ya no es seguro. De siete u ocho a nueve o diez años, los segmentos de series se alargan, naturalmente, pero se vuelven a encontrar diferencias análogas con desfasajes antes de que la serie de los números enteros esté enteramente estructurada, hacia los 11 ó 12 años. Dicho de otro modo, la síntesis de que hablamos más atrás no se efectúa sino muy progresivamente, por medio de una especie de aritmetización gradual de la serie.

"En cambio, podemos observar, a la inversa, síntesis precoces, como en la situación que estudio B. Inhelder. Se pide al niño que ubique una perla con una mano y una segunda con la otra mano, ya sea con vasos iguales, tapadas a continuación con un cartón, ya sea en vasos desiguales, con su contenido constantemente visible. Después de haber preguntado a intervalos regulares si las colecciones obtenidas son iguales o no, se hace anticipar lo que resultaría de esta operación si se continuara " mucho, mucho tiempo después". Ahora bien, después de un nivel de rechazo de las equivalencias, luego de un nivel de aceptación de las igualdades realizadas pero de rechazo de toda previsión, se encuentran desde los cinco años y medio (¡ antes de la conservación de los conjuntos en las pruebas habituales !) generalizaciones casi recursivas: ¡ Ah si, una vez que se sabe, se sabe para siempre ! dice un sujeto de cinco años y nueve meses. En efecto, en este caso, la síntesis de la clase y la seriación o de la cardinalidad y el orden se ven facilitados por la acción misma, puesto que a una sucesión de acciones, todas parecidas, le corresponde una adición de elementos discretos, todos equivalentes: de lo cual emerge esta síntesis numérica precoz de los valores absolutos." (46)

Así pues, otros descubrimientos importantes que el niño necesita hacer, y en los que se apoya también la construcción del concepto de número, son: la necesidad de establecer un orden (ya sea lineal o de otro tipo, pero ante todo mental) al contar objetos; que al contar, a cada número enunciado debe corresponder un solo objeto y que la cantidad se conserva independientemente de cómo estén los objetos ordenados en el espacio, siempre y cuando no se agreguen ni se quite ningún elemento.

Ahora bien, la serie de números naturales se genera por la regla (ir agregando uno): $1 + 1 = 2$; $2 + 1 = 3$; $3 + 1 = 4$, etc., es así que el número contiene una forma de la suma. Cuando el niño sabe contar no sólo recita la serie numérica de los números, está ya en el camino de hacer descubrimientos iniciales acerca se la suma.

Para Piaget, la noción de adición presupone las ideas lógicas descritas con anterioridad. Previene que los niños sin esta base lógica solamente serán capaces de memorizar formas simples carentes de sentido.

Algunos estudios hechos en los Estados Unidos refuerzan la opinión de que la habilidad de los niños para memorizar, engaña tanto a los padres como a los maestros. Los estudios demuestran que los niños pueden memorizar los resultados de la adición sin una firme noción del concepto número.

No hay duda que en la práctica diaria, existen siempre elementos de innovación y aún más cuando existe, una investigación participativa en la propuesta y aplicación de una alternativa didáctica y sobre todo cuando la estrategia forma parte del constructivismo, donde el alumno, maestro y contenido están constantemente en interacción, lo que favorece construir otras actividades complementarias que apoyen el proceso enseñanza aprendizaje dentro del ámbito educativo.

5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA.

Es evidente que se necesita cambiar el enfoque didáctico, de aquellos esquemas tradicionales (mecanicistas), a métodos participativos en los cuales se brinden nuevas alternativas de construir conocimiento matemático al alumno, a partir de la creatividad del profesor en el diseño de propuestas didácticas, en la que se tome en cuenta el contexto escolar donde desempeña la labor docente, donde se planteen las actividades adecuadas que satisfagan las necesidades prioritarias del grupo.

En relación con los padres de familia, es necesario crear espacios para conocer mejor a los alumnos y a los padres de familia y de ésta forma aprovechar la disponibilidad que tienen algunos padres de familia para la elaboración de materiales didácticos que sirvan de apoyo en el proceso educativo

La comprensión del sistema posicional en los alumnos, no es un tema fácil, por lo que sugerimos que los profesores se actualicen, tengan conocimiento de los contenidos a tratar, conozcan el enfoque de la asignatura, la gradualidad del conocimiento, los intereses y necesidades de los alumnos, la secuencia didáctica de los libros de texto, el uso del fichero de matemáticas, los libros de apoyo con los que cuenta y la flexibilidad y habilidad que tiene como profesor para diseñar sus estrategias didácticas.

El maestro deberá tomar en cuenta los siguientes puntos:

1. Los conocimientos previos de los niños son punto de partida para el aprendizaje .

2. El diálogo y la interacción como parte medular del aprendizaje.

3. El papel de la actividad y del material concreto.

4. El conocimiento del tema por parte del profesor, para el diseño de alternativas didácticas que promuevan la construcción del sistema posicional

5. El uso variado de materiales auxiliares como son: el contador, materiales recortables, billetes, fichas de colores, tarjetas, cuadrículas, tableros, ábaco, semillas, calculadora, etc.

6. La interacción constante maestro-contenido-alumno.

7. El juego como un recurso didáctico.

En esta propuesta se sugiere una secuencia didáctica para que los alumnos identifiquen y comprendan el valor posicional de cada cifra en una cantidad escrita. Formando colecciones de objetos, a partir de una cantidad, comparando números entre sí, leyendo y escribiendo cantidades. A partir de la siguiente alternativa que tiene la finalidad de reforzar la construcción del sistema de numeración decimal como base en la comprensión de algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división en los alumnos del segundo ciclo de educación primaria.

La evaluación de las actividades propuestas, se hace desde la revisión oral de las actividades como son todas las preguntas o interrogantes que se planteen en cada actividad sugerida y la revisión escrita que indican las actividades propuestas como es anotar los puntos que obtienen sus compañeros en cada jugada, el anotar que número se forma al esquematizar sus procedimientos que utilizan en el cuaderno para solución a las actividades planteadas.

5.1 EL SISTEMA POSICIONAL.

En este tema se trabaja la comprensión del valor relativo de las cifras en un sistema de numeración posicional, que consiste en dar un valor distinto a cada cifra de un número según el lugar en que se anote.

En un número, la primera cifra de la derecha indica la cantidad de unidades, la segunda la cantidad de decenas, la tercera la cantidad de centenas, la cuarta las unidades de millar , la quinta las decenas de millar, etc.

El sistema que utilizamos para representar los números es el sistema de numeración en base diez, lo cual indica que los números se representan por medio de agrupamientos de diez en diez, y los símbolos básicos adquieren un valor de acuerdo a la posición que ocupan en la escritura de un número. Por ejemplo: en 2 534, el 2 significa 2 000 unidades, el 5 significa 500 unidades, el 3 representa 30 unidades, y el 4 representa 4 unidades.

Por lo tanto, es necesario que los niños se den cuenta de la importancia de usar el cero (0), lo que permitirá, una mayor comprensión del valor posicional, lo que evitará poner el número 5 en lugar de 50 para representar 5 decenas , además de pensar que el número 31 corresponde a una colección de 4 objetos, 3 + 1, olvidando que el 3 representa 3 decenas, es decir; 30.

En el trabajo desarrollado con los niños respecto al valor posicional podemos considerar tres aspectos generales para abordarlo: el agrupamiento, la representación convencional y los valores relativos de los números dependiendo de la posición. En un principio los niños no logran entender claramente lo que implica el valor posicional y presentan confusiones y desaciertos en su manejo principalmente en lo que se refiere a su utilización dentro del algoritmo.

Esto nos lleva a pensar que los niños no pueden pasar tan automáticamente del plano concreto a la representación gráfica del agrupamiento, en donde ellos más bien consideran la grafía compuesta por los diferentes signos numéricos como una totalidad que representa una cantidad de objetos, y en cuánto se ven estos dígitos parcialmente, para ellos representan el valor absoluto y no, como ya mencionamos, el agrupamiento implícito.

Es conveniente señalar que los adultos (padres de familia), incluidos algunos maestros, consideran que si un niño se equivoca al efectuar el algoritmo de la división, se olvida de llevar en la suma o de pedir en la resta o devolver en la resta, etc; es que no ha entendido esas operaciones. Esto puede ser cierto, sin embargo rara vez (por no decir nunca) se ve la estrecha relación de estos olvidos o fallas en las operaciones con la no comprensión del sistema de numeración en base diez por parte del niño.

Retomando los aspectos que se consideran para abordar el valor posicional en la alternativa didáctica diseñada a partir de los libros de texto y ficheros de matemáticas en educación primaria mencionaremos las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 1: LA CALCULADORA.

Que los alumnos profundicen sus conocimientos sobre el valor que adquieren los cifras por el lugar que ocupan en un número.

MATERIALES: Una calculadora de las más sencillas para cada alumno.

DESARROLLO:

El maestro organiza al grupo en equipos de cuatro niños. Solicita que saquen su calculadora y los invita a investigar que otras cosas, además de las que ya saben, pueden hacer con ella. Después de un rato pide que le enseñen a sus compañeros lo que descubrieron.

Después inicia la siguiente actividad. El maestro elige 4 números menores que 10, por ejemplo el 9, 4 , 2, y 1. Pide a los alumnos que enciendan su calculadora y opriman la tecla 9. Los alumnos leen el número que apareció en la pantalla. Sin borrar el 9, el maestro pide que opriman la tecla 4 y después pregunta:

¿ Qué paso al 9 ?
¿ En dónde estaba el 9 antes de oprimir la tecla 4 ?
¿ Qué número se formó cuando oprimieron la tecla 4 ?

Este mismo procedimiento se utiliza con los números 2 y 1.

El ejercicio se repite hasta que los niños se den cuenta de que al introducir el 4, el 9 toma el lugar de las decenas y el 4 de las unidades, y al oprimir la tecla 2, el 9 toma el lugar de las centenas, el 4 de las decenas y el 2 de las unidades; y al oprimir la tecla 1 el 9 toma el lugar de las unidades de millar, el 4 de las centenas, el 2 de las decenas y el 1 de las

unidades. Escriben en su cuaderno el número que se formó con el 9, 4, 2, y 1. Borran el número que está en la pantalla y repiten la actividad con otros números.

VERSIÓN 2.

El maestro pide que pongan en la pantalla de la calculadora un número, de cuatro o cinco cifras, por ejemplo 2 576, solicita que sumen, 1, 10, 100, 1 00, 10 000, indistintamente. Después pregunta:

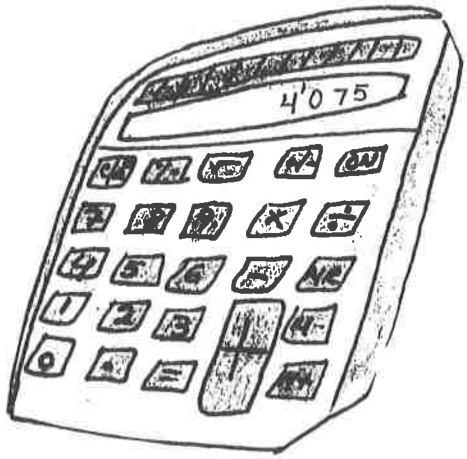
¿ Qué número se formó al sumar, por ejemplo 100 al número propuesto ?
¿ Qué número se modificó al sumar 100 ?
¿ Por qué cambio únicamente el lugar de las centenas ?

Se realiza el mismo procedimiento con los otros números y se cuestiona el resultado para cada caso...

NOTA: El 90 % de los alumnos de cuarto grado se dan cuenta del movimiento que tienen los números y el valor que se obtiene de los mismos, de acuerdo al lugar que tienen en esta actividad promoviendo de manera indirecta la suma y la multiplicación, además que incluye el orden de las cifras de un número.

La calculadora, como todo instrumento técnico, provoca recelo en parte del profesorado. El motivo fundamental consiste en la creencia de que, con la calculadora, el alumno se precipita a hacer cálculos que impiden una adecuada comprensión del algoritmo.

Frente a esta postura surge la réplica. En primer lugar, se debe enseñar a utilizar la calculadora de un modo inteligente lo que implica afirmar que la comprensión de las relaciones numéricas de un algoritmo es una condición básica en la realización de cálculos por calculadora. Ello no significa apartarla cuando el problema reside en comprender, sino integrarla en esta fase de comprensión, tanto para comprobar los resultados como, mediante dicha comprobación, controlar el procedimiento seguido, tal como se ha comentado.



LA CALCULADORA

Los niños después de haber trabajado un rato con la calculadora, se muestran fascinados de oprimir las teclas, reconocer cifras numéricas, los signos convencionales de las operaciones básicas y aún más de compartir sus experiencias y saberes jugando a sumar, restar y multiplicar o simplemente reconociendo algunas cantidades ya conocidas por los mismos alumnos.. Según el conocimiento previo que se tiene de esta herramienta de trabajo.

La actividad con la calculadora se les aplicó en forma grupal:

Se les pidió a los alumnos que encendieran su calculadora y oprimieran la tecla del número 9, leyendo así el número que apareció en la pantalla el cual respondieron en coro el 9. Enseguida se les solicitó que oprimieran la tecla 4. Se les preguntó ¿ que en dónde estaba el 9 antes de oprimir la tecla 4 ?, en su mayoría responden que el 9 estaba donde está el 4, pero que al oprimir la tecla del 4, cambio de lugar y ocupó el lugar del 9.

Les pregunté también ¿ qué número se formó ? y dijeron el 94. Así sucesivamente se trabajo el ejercicio y las respuestas fueron parecidas hasta con cantidades de 4 cifras. Pero sin reconocer que esto tiene que ver con el agrupamiento en base diez de nuestro sistema de numeración.

Este tipo de ejercicios permite la escritura y lectura de cantidades de 4 o 5 cifras, utilizando las cifras del 1 al 9 sin dificultad, además de hacer reflexionar a los alumnos cuando es utilizado el 0 y del valor que adquiere éste de acuerdo a la posición que tiene.

Versión 2:

La estrategia aplicada demostró que los niños al trabajar la actividad citada, se percatan de la relación de agrupamiento que representa el sistema de numeración decimal.

En esta actividad se les pidió a los niños que pusieran el 9435 en la pantalla de la calculadora y que sumaran 100. Después pregunté ¿ qué número se formó ?, los niños contestaron que el 9535.

Pregunté ¿ qúe número se modificó al sumar 100. La respuesta que dieron los niños es que ya no es el mismo porque sumamos 100, cambió es mayor que antes porque aumentamos otra cantidad. Solo 5 alumnos de 30, se dan cuenta después de anotar en el pizarrón la cantidad 9435 y compararar el 9535 en la pantalla de la calculadora que, la cifra modificada es el el 4.

Enseguida se planteó la siguiente pregunta ¿ Por qué cambio únicamente el lugar de las centenas ?, ellos dicen que porque las centenas son de 100 en 100, pero la repuesta no es muy convincente para el resto del grupo. El propósito de esta actividad se logra a través de la reflexión y el trabajo con ejercicios de este tipo o similares.

ACTIVIDAD 2: AGRUPAMIENTOS

Que los alumnos realicen agrupamientos y representen cantidades con números de 4 y 5 cifras.

MATERIAL: 1 vaso grande con un letrero de millar, 10 vasos más pequeños con un letrero de centenas y 10 tapas de frascos con un letrero de decenas para cada niño y frijoles suficientes para cada equipo.

DESARROLLO.

1.- A cada equipo de 8 niños se le entrega una cantidad de frijoles para que la cuenten, de la manera más rápida posible, hasta completar 1 825 frijoles.

Después de que terminan de contar frijoles se les plantean los siguientes problemas:

a. Se quieren guardar los 1 825 frijoles en vasos, poniendo en cada uno 100 frijoles. ¿ Cuántos vasos se necesitan ? ¿ Cuántos frijoles sobran ?

b. Se quieren guardar los 1 825 frijoles en tapas de 10 frijoles. ¿ Cuántas tapas se necesitan ? ¿ Cuántos frijoles sobran ?

c. Se guarda esa cantidad de frijoles utilizando vasos a los que les cabe 1000 y 100 frijoles. ¿ Cuántos vasos de cada uno se necesitan ? ¿ Cuántos frijoles sueltos quedan ?

Se plantean actividades similares combinando vasos de un millar y de 10 frijoles, de 100 y 10 frijoles, etcétera.

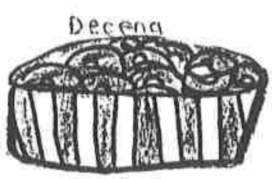
Cuando terminen de realizar cada actividad, un niño de cada equipo explica como lo hicieron. Si hay diferencias, entre todos buscan en donde esta el error. Esta actividad se divide en varias sesiones.

NOTA: El alumno práctica y ádquiere la comodidad de agrupar para facilitar el conteo, además se familiariza con la convencionalidad de buscar métodos más sencillos para formar números. Esto los acerca al mecanismo de agrupar, elemento importante en la suma " llevar ", propiedad aditiva (+1).

Una regla para escribir los números es agrupar los objetos de una colección en decenas, centenas, millares, etcétera. Es importante que los niños comprendan lo que hacen para después inferir la o las reglas porque sin ellas no podrán saber después por qué al sumar " se lleva " uno, por qué en la resta " se pide prestado " y por qué al multiplicar se escriben los resultados en " escalera ".

La representación con actividades de agrupamiento están encaminadas a que los niños descubran las formas de representación más claras y económicas, para después relacionarlas con la representación convencional que ya conocen pero que no entienden. Así por ejemplo, al estar trabajando con las semillas se verán obligados a buscar procedimientos más sencillos que les faciliten el conteo y su representación con números mayores en los cuales sus procedimientos iniciales ya no resultan funcionales.

El análisis de las construcciones realizadas en esta actividad implica representaciones simbólicas y establecimiento de relaciones entre símbolos. Mencionamos ya que el énfasis de la actividad propuesta en esta ficha estriba en acciones que expliciten las reglas de cambio del sistema de numeración en base diez, al tener un agrupamiento determinado, ley de cambio (agrupamiento), se obtiene un elemento del orden inmediato superior al de los elementos agrupados ..



AGRUPAMIENTOS.

En la actividad de los agrupamientos se les entregó respectivamente el material a los alumnos y les solicite por equipo, que de la manera más rápida posible contarán una cantidad de 1825 frijoles y la representarán en los recipientes.

Es importante observar como algunos niños se auxilian de las tapas para contar de 10 en 10, otros contaban por montoncitos, unos más usaban los frascos de 100, algunos más se desesperaban por perderse en el conteo oral quizá por no existir una organización interna de equipo.

Únicamente dos equipos lograron organizarse desde el inició de la actividad y representar los 1825 frijoles en los frascos predeterminados. Lo que sirvió para que compartieran su experiencia con sus demás compañeros.

Las actividades señaladas en las letras A, B y C, se tuvieron que realizar con cantidades de 3 cifras, para no cansar a los alumnos con cantidades grandes. Facilitando el conteo y más adelante poder trabajar con números de 4 cifras, ya que los alumnos hayan socializado la estimación por medio del agrupamiento para representar ciertas cantidades.

ACTIVIDAD 3: EL CARACOL

Que los alumnos lean y escriban números de 4 y 5 cifras y los representen con material concreto.

MATERIAL: Billetes 20 de cada denominación 1, 10, 100 y 1 000, dos dados y una pista de caracol para cada equipo.

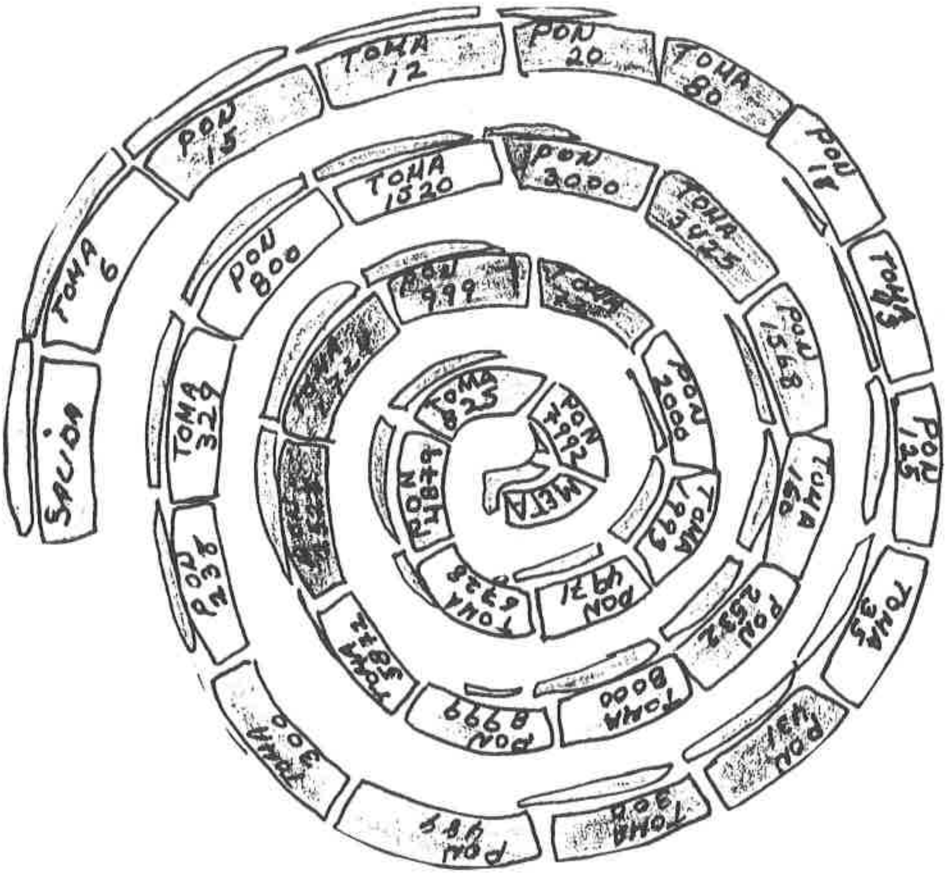
DESARROLLO.

1.- En cada equipo, un niño será cajero. Al iniciar el juego el cajero repartirá a cada jugador 2 555, y el mismo hará los cambios de billetes necesarios.

2.- Por turnos, los jugadores lanzan los dados y avanzan el número de casillas que estos indiquen. Según la casilla en que cae, se pone o toma la cantidad señalada. Por ejemplo, si con el primer lanzamiento llega a la casilla PON 431, el jugador tiene que dar al cajero esa cantidad. En caso de no tener suficientes billetes de 1 peso; o bien puede cambiar un billete de 100 pesos por 10 billetes de 10 pesos. Si el jugador llega a una casilla que dice TOMA, el cajero se encargará de darle la cantidad que esta indicada.

Cuando uno de los jugadores llega a la meta se termina el juego. Para saber quien gano se cuenta el dinero y se anotan las cantidades en un cuadro.

NOTA: El alumno se introduce en el proceso de desagrupar, lo que permite un avance en la convencionalidad de la resta, sobre todo cuando una parte del minuendo es más pequeña que el sustraendo " el por qué se pide prestado " o lo que llamamos actualmente las transformaciones.



BILLETES DE 1000	BILLETES DE 100	BILLETES DE 10	MONEDAS DE 1	NÚMERO
3	1	3	5	3135
4	6	4	0	4640
1	7	0	9	1709

EL CARACOL.

Es muy interesante checar en esta actividad como los niños a través del juego muchos de ellos avanzan en la ley del cambio al tener necesidad de cambiar billetes, cuando tienen que poner o pagar al cajero y no les alcanza por no contar con cambio suficiente, el niño se enfrenta a dicha situación que en ocasiones no es tan sencilla como se ve.

Es curioso darse cuenta que hay niños que en apariencia aplican el algoritmo convencional de la suma y la resta. Sin embargo les cuesta trabajo manejar la regla de la ley de cambio, y viceversa niños que aplican bien la ley del cambio en el juego del caracol algunos no aplican correctamente el algoritmo de la suma y la resta.

El trabajo con billetes en el juego del caracol es muy divertido para los alumnos y los introduce al sistema de numeración decimal, con respecto al agrupamiento de unidades, decenas, centenas,etc., permitiendo la escritura, la lectura de cantidades y la confrontación de sus respuestas.

ACTIVIDAD 4. EL TELÉFONO DESCOMPUESTO.

Que los alumnos representen números de 4 y 5 cifras de acuerdo al valor que le corresponde a cada cifra, mediante diversos materiales.

MATERIAL: El contador, billetes de denominación 1, 10, 100, 1 000 y 10 000, fichas de colores, calculadora, tarjetas con números del 0 al 9 y un tablero.

DESARROLLO:

1.- El grupo se organiza en equipos de 5 niños cada uno. Uno de los integrantes dice un número para que los otros compañeros del equipo lo representen en el contador, con billetes, calculadora, tarjetas de números, tablero y fichas de colores. Cada vez que un niño dice un número se anota en el cuaderno.

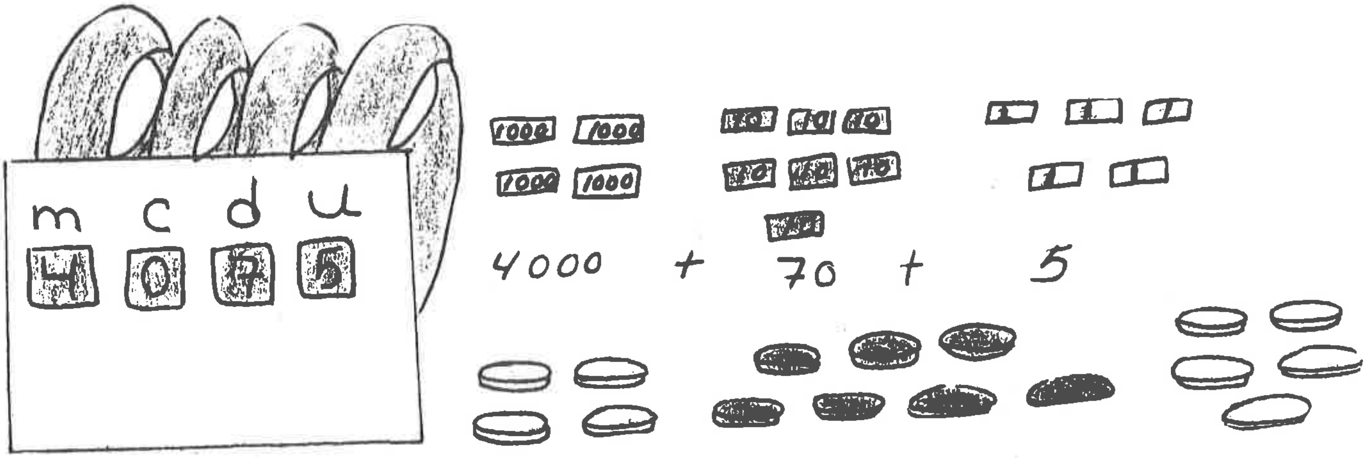
El siguiente niño del equipo tendrá que decir un número mayor o menor que el que dijo el compañero, según acuerde el equipo y los demás niños lo comprobarán en su contador, billetes, fichas de colores, calculadora y tarjetas de números, este material los niños tendrán que intercambiarlo con sus compañeros de equipo para que todos trabajen con todos los materiales.

2.- Por turnos, uno de los integrantes del equipo representa con billetes un número o con cualquier otro material, para que sus compañeros lo representen con el material que tienen.

NOTA: Esta actividad permitió al alumno darse cuenta que las cifras, representan un valor distinto según el lugar que ocupen en el número, dando origen a utilizar la multiplicación y la suma como base del sistema de numeración decimal, para formar cantidades.

Las actividades de esta ficha se concretizan en el sistema de numeración en base diez, con la manipulación de diversos materiales. Realmente esta ficha no agrega nada nuevo, salvo quizás el trabajo con nuevos materiales en base diez. Sin embargo, cabe aclarar que no obstante que se vuelve a plantear encontrar la cardinalidad de un conjunto, construir series, ordenar cantidades, buscar antecesor y sucesor de un número, la manera de presentar la actividad varia de acuerdo al equipo de trabajo.

Saber formar un número de distintas maneras es útil para iniciarse el algoritmo de la división.



EL TELÉFONO DESCOMPUESTO.

Es una actividad que permite observar la representación de cantidades con diversos materiales y la socialización por parte de los alumnos, además de argumentar los procedimientos utilizados y confrontar sus experiencias y conocimientos con el equipo y después al interior del grupo.

La representación con materiales es agradable y facilita la comprensión del trabajo con números enteros. Pero hay materiales que es más difícil su manejo, tal es el caso de las fichas, donde resultó un poco confuso para el alumno ya que implica conservar el valor relativo que representa la ficha de acuerdo al color asignado, donde pudé observar que al comparar algunos niños colecciones de fichas, aseguraban que la representación mayor es donde hay mayor número de fichas.

El tablero es un auxiliar en el trabajo con el sistema de numeración decimal, además que permite al alumno, familiarizarse con el orden inmediato que tiene las cifras por el lugar que ocupan en una cantidad determinada.

ACTIVIDAD 5 INTERCAMBIOS.

Que los alumnos reflexionen sobre el valor posicional de las cifras, según el agrupamiento que representan, y sobre todo en la equivalencia entre unidades, decenas, centenas, unidades de millar y decenas de millar.

MATERIAL: Fichas amarillas, rojas, azules, verdes y rosas una caja de zapatos para cada equipo.

DESARROLLO:

1.- El grupo se organiza en equipos. Cada equipo toma las fichas de colores, las coloca en la caja de zapatos y atiende las indicaciones. Las fichas azules valen 1 punto, las rojas valen 10 puntos, las amarillas 100 puntos, las verdes 1 000 puntos y las fichas rosas valen 10 000 puntos; cuando un jugador reúna 10 fichas del mismo color tendrá que cambiarlas por una que sea equivalente a la suma del valor de las diez fichas; por ejemplo, si saca 10 fichas azules, las cambiará por una roja (el cambio se hará con las fichas que hay en la caja).

2.- Por turnos, uno de los niños del equipo saca un puñado de las fichas las pone sobre la mesa y dice en voz alta cuantos puntos obtuvo (si saca más de 10 fichas de un color debe cambiarlas por la ficha correspondiente); enseguida, los demás niños del equipo anotan en su cuaderno el número de puntos que obtuvo su compañero.

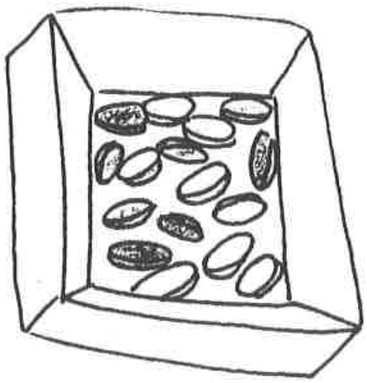
3.- Después de que todos los integrantes del equipo han sacado fichas dos o tres veces, se compará el número de puntos que se obtuvieron con las fichas, para saber quien reunió más.

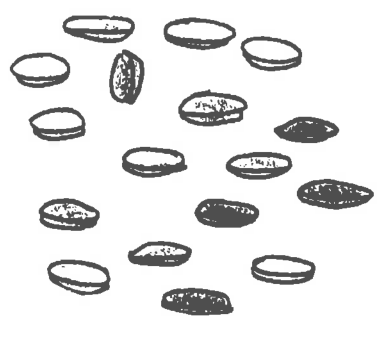
Se pueden hacer preguntas como las siguientes:

¿ Quién obtuvo el mayor número de puntos ?
¿ Cómo podemos saber cual es el número más grande ?
¿ Quién obtuvo el número menor ?

NOTA: La actividad facilitó el establecer relaciones y reglas del sistema de numeración en base diez, y la convencionalidad en ahorrar tiempo y descubrir otros procedimientos para representar números grandes.

En la actividad se dispone de fichas de colores, un material que concretiza a un sistema de numeración en base diez; a diferencia de los materiales usados en las fichas anteriores la *ley de cambio no viene dada por el material,* sino que se establece una *convención de cambio*: cada 10 elementos iguales forman un grupo de orden inmediato superior, se habla de una convención porque ciertamente podríamos haber convenido que los agrupamientos en lugar de ser de 10 elementos cada vez fueran de cualquier otro tamaño. Además, en las concretizaciones de las fichas anteriores, cuando se tiene un elemento de determinado orden, *no se ven* las unidades de órdenes inferiores que dieron lugar a ese elemento, es decir, cuando en el sistema de base 10 se tiene una ficha amarilla, en éste *no se ven* las 10 fichas rojas ni las fichas azules que por la ley de cambio dieron lugar a la ficha amarilla.





INTERCAMBIOS.

Al empezar el juego se les pide a los alumnos realicen las indicaciones citadas en la actividad, en el momento que todos saben lo que van a realizar, se inicia el juego.

Un niño saca un puñado de fichas y preguntamos, ¿ cuántos puntos obtuviste ?. El niño responde 3537 y todos afirman o niegan la afirmación hecha por César u algún otro participante, en este aspecto puedo citar como, algunos niños les cuesta trabajo conservar el valor que representan las fichas por el color asignado. Otro factor que olvidan algunos de los alumnos es cambiar las diez fichas de un color por su equivalencia. Cuando logran ponerse de acuerdo leen la cantidad representada y la escriben en su cuaderno.

Terminado el juego se procede a contar el número de puntos reunidos por cada alumno y se pide que digan por equipo ¿ quién ganó ?, ¿ quién perdió ? y ¿ cómo le hicieron para saberlo ?. En esta pregunta observé como muchos alumnos se auxilian de la magnitud de los números, del argumento el primero es el que manda y de la serie oral . Por lo tanto considero pertinente este tipo de actividades para una mejor comprensión del valor posicional en los números.

ACTIVIDAD 6 EL CONTADOR.

Que los alumnos reflexionen sobre el valor posicional representando en el contador números de 4 y 5 cifras, pero cambiando el lugar de las cifras y representándolo con material concreto.

MATERIAL: El contador y billetes de diferente denominación 1, 10, 100, 1 000 y 10 000.

DESARROLLO.

1.- Los alumnos arman su contador.

2.- Se dan algunos minutos para que los niños manipulen libremente el contador. Luego se discute en donde han visto contadores parecidos a este.

3.- Se les pide que representen números de 4 y 5 cifras, que sean elegidos por ellos mismos.

4.- Una vez que han representado un número, se les indica que muevan, por ejemplo, 1,2 o 3 lugares la banda de las unidades hacia adelante y algún niño lee en voz alta los números que se van formando. Después se puede preguntar si tenemos el 1 501 en el contador y movemos 6 lugares hacia adelante la banda de las unidades ¿ qué número formamos ? ¿ y si luego movemos 4 números hacia adelante la banda de las decenas ? Los niños responden primero calculando mentalmente y luego comprueban sus respuestas moviendo las bandas del contador.

5.- La actividad puede repetirse para representar en el contador distintas cantidades de billetes. Para que los niños reflexionen sobre el valor posicional resultará interesante que representen en el contador números como 2 360 y 6 302, y luego la representen con billetes. Puede discutirse por qué, en cada caso, el número de billetes de cada denominación es diferente, aunque las cifras que componen los números sean las mismas

NOTA: El alumno a través de operar con distintos materiales se dá cuenta de la necesidad de buscar métodos más fáciles para representar o dar solución a ciertos problemas planteados, que impliquen la resolución y aplicación razonada de los algoritmos convencionales de alguna de las cuatro operaciones básicas de la aritmética.

Esta actividad sirve para que los niños manejen poco a poco la serie de los números y conozcan sus regularidades. Esto les ayudará a contar, sumar y restar más fácilmente.

La representación gráfica de las cantidades, de acuerdo con el sistema decimal en base diez, es decir, en los números escritos, es preciso respetar el valor posicional de cada dígito, pues su alteración da por resultado la escritura de otro número muy distinto.

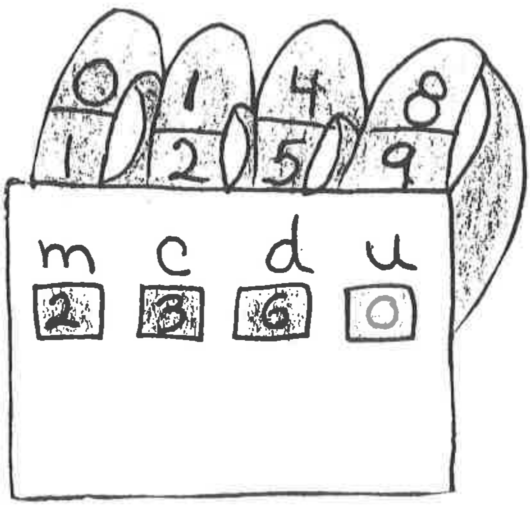
Esto puede verse claramente en el marcador de una bomba de gasolina o en este recurso didáctico llamado contador, donde en el cuadro del extremo derecho van pasando en orden las cifras del 0 al 9; después del 9, vuelve a aparecer el 0 y se añade una unidad a la cifra que se encuentra en el cuadro de la izquierda; por ejemplo:

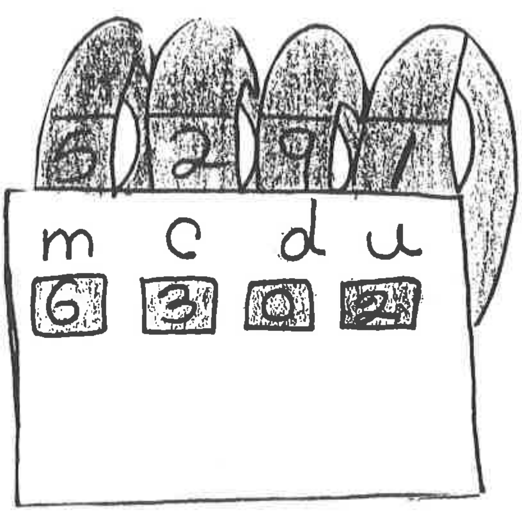
Este mecanismo obedece precisamente a los agrupamientos en base diez por lo que se rige el sistema , los cuales hacen que por cada 10 unidades de un orden determinado se forme otro del orden inmediato superior.

Siendo así los algoritmos de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división) funcionan y se rigen por el sistema decimal de numeración.

En esta ficha se proponen actividades diferentes no sólo en la manera de plantearse, sino también en los resultados obtenidos; para resolver estas actividades se requiere del agrupamiento o del desagrupamiento, ya que siempre prevalece la intención de practicar estas dos acciones.

La intención central de esta ficha es la de familiarizase con las leyes de los sistemas de *base y posición*, en particular con la ley de cambio (desagrupamiento).





EL CONTADOR.

En el trabajo libre con el contador los alumnos se dan cuenta de la gran cantidad de números que se pueden formar entre todos los del grupo. Y que cada banda del contador recibe un nombre específico de acuerdo al orden donde se coloquen.

El representar números de 4 ó 5 cifras por medio del contador es muy sencillo para algunos, pero para otros se les complica un poco el movimiento de las bandas de las unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, etc., ya que esto requiere de la reflexión sobre el valor de las cifras conforme a la banda de movimiento, cuestión que no todos los niños saben utilizar.

Esta actividad es importantente trabajarla con los alumnos porque de ella depende el reconocimiento de 10 cifras en el uso y función del sistema posicional en base diez y la comprensión del uso del cero en la escritura y lectura de numeros.

ACTIVIDAD 7 LA GUERRA DE LAS CARTAS.

Que los alumnos afirmen sus conocimientos sobre el valor de los números de 4 y 5 cifras, según la posición que ocupen los dígitos.

MATERIAL: Para cada equipo, cuatro o cinco juegos de tarjetas del 0 al 9.

DESARROLLO.

1.- El maestro organiza al grupo en equipos de 4 niños. Cada niño elaborá su juego de tarjetas del 0 al 9. Antes de iniciar el juego los niños acuerdan si juegan al número mayor o al menor.

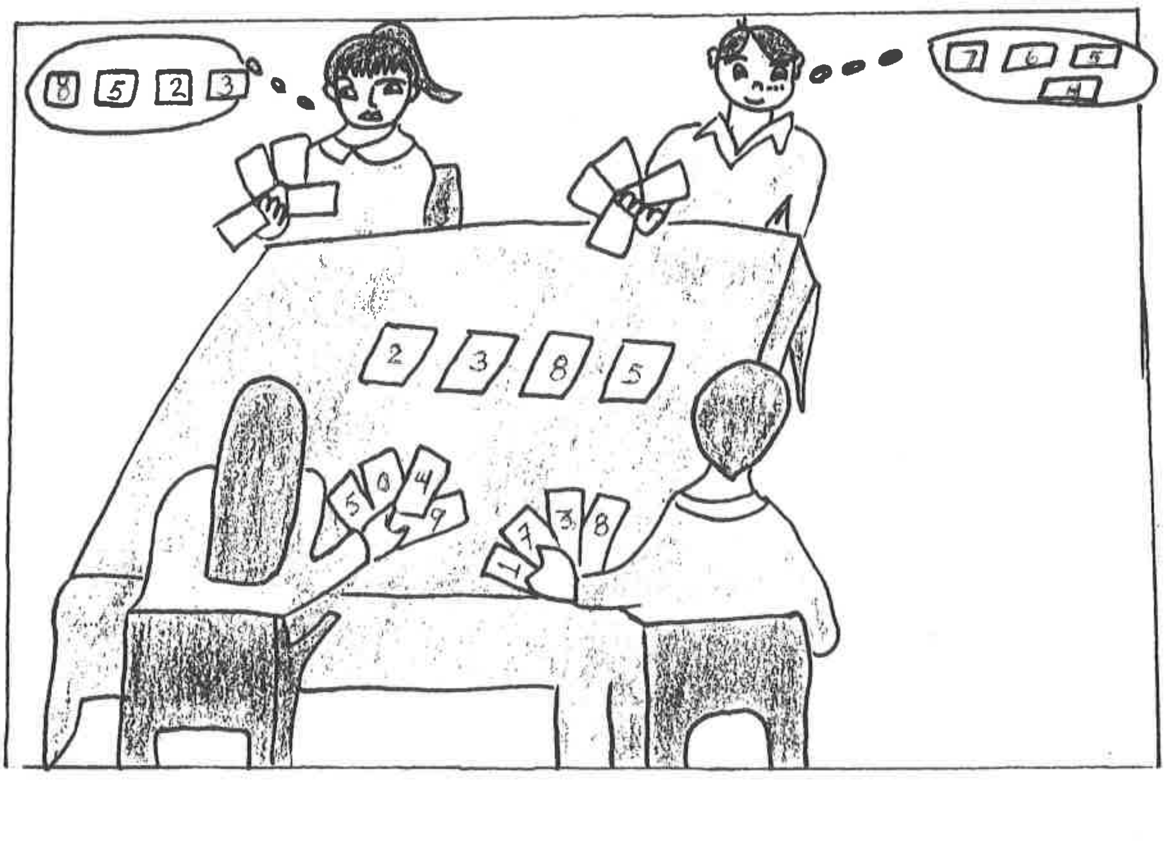
2.- Revuelven las tarjetas y las colocan sobre la mesa con los números hacia abajo . Por turnos, cada jugador saca cuatro tarjetas y forma con ellas un solo número; por ejemplo, si un niño saca el 5, 2, 3, y el 8 puede formar el número 2 385 o 8 532, etcétera, según le convenga.

Si dos o más niños empatan, solo ellos toman nuevamente tarjetas. Quien forme el número mayor o el menor se lleva todas las cartas que sacaron en esa jugada.

El juego termina cuando se acaban las cartas o cuando ya no alcanzan para todos los jugadores.

NOTA: Al finalizar con esta actividad, nos percatamos de la importancia que tiene el desarollo de actividades de este tipo, donde el alumno manipula, interacciona, debate y convence de sus procedimientos a sus compañeros y hace notar al colectivo escolar de la necesidad de llegar a la formalización de la convencionalidad al aplicar los algoritmos de las operaciones básicas, pero como resultado de un proceso lento que se va construyendo para simplificar el trabajo mediante el uso razonado de aplicación y funcionalidad de los algoritmos convencionales en la resolución de problemas.

Estos conocimientos, junto con otros que están implícitos o se derivan de ellos, son los que queremos favorecer en los alumnos por medio de las actividades antes citadas, como por ejemplo, el descubrimiento del algoritmo + 1 en la composición de la serie numérica, probablemente ya hayan sido construidos por los niños y nuestro trabajo en tales casos vendrá a consolidar tales conocimientos; para otros, será necesario efectuar un trabajo sistemático orientado a su construcción.



LA GUERRA DE LAS CARTAS.

Al igual que todas las actividades antes citadas, está se aplicó en equipo y después en forma grupal.

En el juego de las cartas pudé observar como los alumnos a través de las consignas o acuerdos establecidos por ellos mismos, sienten la necesidad de descubrir la forma de ganar en el juego, lo que permite buscar nuevos procedimientos o copiar estrategias de otros niños que han encontrado la forma de ganar, favoreciéndose de está forma al novato con la ayuda del experto.

Debo aclarar también que el trabajo en equipo no es sencillo. Es una tarea ardua que debe enfrentar el profesor de grupo sobre todo cuando se estila mucho la individualización del conocimiento y el control del grupo.

6. LA EVALUACIÓN DE LA APLICACIÓN DE LA ALTERNATIVA.

Como se ha mencionado desde el inicio de esta propuesta metodológica, la aplicación de la alternativa se ha centrado más en una evaluación de tipo formativo, considerando la evaluación como parte integral del proceso de planificación y desarrollo de la intervención pedagógica, contribuyendo continuamente a la replanificación y el aprendizaje sobre la intervención, mientras ésta se está llevó a cabo. En general, la evaluación formativa cumple la función de ayudar a los implicados en el programa a mejorar y ajustar lo que se realiza.

Según el contenido de la evaluación, se pueden diferenciar cuatro tipos de evaluación en el proceso metodológico de la investigación.

A) La evaluación de necesidades se hizó después de haber estudiado la realidad y es previa a la formulación del proyecto. Se evalúa el contexto y la realidad sobre la que se quiere intervenir y se realiza un diagnóstico de las necesidades de y con el grupo destinatario, para dirigir nuestra acción. Este tipo de evaluación coincide con el análisis de la realidad, que ya ha sido tratado previamente y que da inicio a esta propuesta de intervención pedagógica en el capítulo de la problematización.

B) La evaluación del diseño de la propuesta de intervención pedagógica es la pertinencia y coherencia de la aplicación de la alternativa a trabajar , este momento cumplió una ayuda, a la hora de dar forma al proyecto y toma de decisiones sobre la estructura de la misma investigación.

Las bases para este tipo de evaluación se encontró en los procesos de planificación y elaboración de un marco teórico y referencial, que también quedan especificados con anterioridad en el trabajo.

C) Evaluación del proceso y desarrollo de la aplicación de la alternativa didáctica, está sirvió para guiar el proceso de ejecución del programa, de manera que pudiéramos recabar información útil para realizar los ajustes convenientes mientras el programa se llevó a cabo a partir de los siguientes instrumentos como fueron: el cuestionario, la entrevista , la observación directa e indirecta, la recopilación de material, grupo de discusión, otras técnicas de grupo (debates y lluvia de ideas) y escalas o instrumentos estandarizados como lo es la sistematización de las actividades de la alternativa contenidas en los ficheros de matemáticas de 1° a 6°. La función de este momento de la evaluación es la retroalimentación, de ofrecer información que permita mejorar y refinar el diseño y la ejecución del programa.

D) La evaluación de los resultados describe y juzga los resultados de un programa de intervención, relacionándolos con los objetivos y las necesidades, antes propuestos, para evaluar los efectos producidos en la aplicación de la alternativa, no sólo los pretendidos y positivos sino también los no buscados y negativos, mediante un proceso lógico y secuencial durante la investigación, la cual ha quedado señalada en el capítulo de la aplicación de la alternativa.

Los criterios de evaluación.

Cuando hablamos de criterios de evaluación, estamos hablando de cuáles deben ser las preguntas que nos debemos formular a la hora de evaluar un programa de intervención pedagógica. Aunque cada programa, actividad o intervención tiene sus propias características, se puede generalizar y hacer un listado de los criterios (que hay que especificar según cada caso) más importantes, siendo conscientes de que no es una lista cerrada.

Al realizar la aplicación de actividades sugeridas en la alternativa propuesta, el maestro puede averiguar los conocimientos de los alumnos sobre lo siguiente:

¿ Pudó identificar en un número de dos cifras la cantidad de objetos que corresponde a las decenas y la que corresponde a las unidades ? No

¿ Pudó escribir números de dos cifras ? Si

¿ Hasta qué número ha aprendido a contar bien cuando cuenta los objetos de una colección ? Hasta el orden de los millares y con algunas dificultades

¿ Aprendió a contar los objetos de colecciones mayores separando un objeto por cada número que dice ? Si , pero al juntar un orden con otro de orden inmediato le cuesta trabajo.

¿ Qué nombres de los números ya conocía y cuáles ha aprendido ? Conocía el orden de la unidad de millares y se introducen al orden de la decena de millares, no olvidando el proceso que se sigue para la construcción de los números grandes.

¿ Logró colocar un número en una serie numérica ? Si , pero la mayoría de las veces es por la forma que tiene la serie numérica presentada, lo cual forma parte de su pensamiento lógico-matemático, recordando que la presente investigación se realizó con el 2° ciclo en educación primaria.

¿ Pudó identificar el número que va antes y el que va después de un número ? En su mayoría pudieron identificar el sucesor de un número, pero les costó trabajo identificar el antecesor de un número, quizá porque esto tiene que ver con la reversibilidad de pensamiento.

¿ Relaciona las características del sistema de numeración en base diez, para la aplicación de los algoritmos ? En este sentido es muy incipiente el conocimiento, pero sí se da en forma paulatina el avance razonado de este conocimiento.

¿ Diferencia los problemas de suma, resta, multiplicación y división y los puede resolver, aunque no utilice en su primer intento el procedimiento usual (gráfico) de las operaciones ? Si lo hace

¿ Cuándo se le solicita puede escribir alguna de las 4 operaciones aritméticas que resuelvan el problema y luego resolver la operación con los procedimientos usuales ? Si, sólo en los casos donde el alumno empieza a comprender las reglas del sistema de numeración decimal, lo aplica de una forma más razonada, de lo contrario nos encontramos en la resolución de la operación aplicada que no realizan adecuadamente las transformaciones que implica dicho sistema de numeración.

¿ Es probable que varios alumnos resuelvan bien los problemas, pero sin utilizar de manera espontánea por escrito los procedimientos usuales para sumar, restar, multiplicar y dividir ? Si, esto es correcto ya que en la medida en que vayan dominando estos procedimientos empezarán a usarlos con más frecuencia. Y en el caso de los niños que todavía tienen dificultades con los procedimientos usuales para aplicar los algoritmos de las operaciones, el maestro debe tener presente que el uso de las fichas de colores, los billetes y todos los materiales citados en la propuesta alternativa, todo esto los ayudará a comprender las reglas de estos procedimientos convencionales.

¿ Pudieron resolver los problemas de división, aunque hayan hecho sumas repetidas, aproximaciones sucesivas, reparto de billetes o algún otro procedimiento ? Si, lo que permitió acercarse a una característica importante del procedimiento usual para dividir, que consiste en dividir por separado los millares, las centenas, las decenas y las unidades del dividendo.

¿ Reconoció más problemas de división que antes ? Si

¿ Aplicó correctamente algún procedimiento (el procedimiento usual u otro) para resolver las divisiones ? Si , pero cuando las cantidades eran grandes, los alumnos empezaban a repartir los objetos de dos en dos o tres en tres, utilizando otros procedimientos. Sin embargo también empezaban a usar los procedimientos convencionales de la suma, resta o la multiplicación para encontrar el resultado, lo cual más adelante les ayudará a reforzar, comprender y aplicar el algoritmo de la división en la resolución de problemas.

7. CONCLUSIONES.

En este proyecto del sistema de numeración decimal, no se trata ya de enseñar un concepto, un algoritmo convencional o una estrategia de resolución como primer paso del aprendizaje (aún estando inmersos en una situación-problema). Se trata más bien de una inversión: utilizar como instrumentos de resolución los saberes con que cuentan los alumnos y, a partir de su utilización como instrumento, proceder a su ampliación, enriquecimiento y formalización como conocimiento matemático de la comprensión de los algoritmos convencionales de las operaciones aritméticas por medio de la construcción del sistema de numeración decimal con actividades que favorezcan la agrupación y desagrupación de materiales diversos para comprender el valor que representa una cifra en una cantidad como fueron las actividades citadas.

Una tarea central para el maestro, derivada de este enfoque, que contempla el plan y programas vigentes de 1993, es conocer el sistema de numeración en base diez y la relación estrecha que tiene con los procedimientos algorítmico y procedimentales de la suma, resta, multiplicación y la división, además de los saberes con que cuentan sus alumnos al iniciar una actividad, o mejor dicho, dejarlos poner en marcha esos saberes, por ejemplo aplicando las actividades seleccionadas en la alternativa didáctica con problemas novedosos e inmersos del interés lúdico del niño, que ellos resuelvan sin que les digamos cómo, ante la situación-problema, ellos hacen aflorar los saberes pertinentes.

Los errores que comenten los niños son muestra del grado de comprensión que han alcanzado de un concepto . En este sentido, los errores no constituyen un elemento para etiquetar a los que saben, y a los que no saben, sino que son una fuente muy importante para que los niños busquen nuevos procedimientos para resolver problemas y para que el maestro sepa cómo piensan sus alumnos, las dificultades que enfrentan y las actividades que conviene que realicen para superarlas. Tal como fue el caso de estudio de esta investigación en: *el sistema de numeración posicional, una alternativa que permitió* *reforzar la construcción de los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división con actividades del sistema de numeración decimal que fueron aplicadas al interior del grupo.*

En cualquier caso, es importante recordar que así como el hombre ha pasado por un largo proceso para representar los números con el sistema que ahora usamos y que hoy nos parece sencillo porque no es familiar, los niños también requieren de un trabajo que supone un proceso, si no tan largo, si que necesita tiempo y sentido para comprender y manejar los números adecuadamente. Así, un problema de " multiplicación " se puede resolver mediante el conteo, la suma o la multiplicación. Encontrar formas sencillas o rápidas para resolver un problema, por ejemplo con una sola operación, implica un proceso que se da a lo largo de numerosas experiencias resolviendo problemas.

Por eso, no debe exigirse a los alumnos que para resolver un problema apliquen la "operación ". Esta exigencia puede inhibir su capacidad de buscar procedimientos y llevarlos a elegir operaciones al azar. Ya que el procedimiento usual para multiplicar es difícil de comprender y usar.

Los niños no utilizan la multiplicación para resolver un problema, ya que interpretan el problema de una manera estática, no se lo representan mentalmente con la idea de temporalidad, de movimiento, de ahí que no sean sino las que ven en el momento inicial. Por lo que el uso de la calculadora es un auxiliar didáctico en el descubrimiento de la idea del movimiento en los números y las reglas del sistema de numeración.

En este trabajo se plantearon actividades que permitieron a los niños comprender el valor posicional que representa cada cifra por el lugar que ocupa en una cantidad y los procedimientos usuales para sumar, restar, multiplicar y dividir con estrategias didácticas relacionadas con el sistema de numeración en el que habitualmente se escriben los números.

Vemos entonces, que es precisamente el cálculo relacional el que permite explicar las diferencias de dificultad en los problemas que se resuelven, en la utilización y aplicación de determinado procedimiento ya sea convencional o no convencional.

Los procedimientos usuales para la aplicación de las operaciones básicas en la resolución de problemas, son útiles porque son una manera relativamente fácil de hacer cálculos de conteo, de ahorrar tiempo y simplificar procedimientos, necesarios cuando las cantidades que aparecen en los problemas son números grandes, donde se hace necesario que los niños comprendan mejor el sistema de numeración, con procedimientos que involucren la realización de agrupamientos y desagrupamientos, por lo que es conveniente que los niños sigan trabajando previamente con objetos, con los que representan las unidades, decenas , centenas, etcétera de los números que se suman o se restan.

Es conveniente señalar que cuando los niños resuelven problemas con números pequeños, generalmente recurren al conteo con los dedos o con dibujos para resolverlos. Si los niños resuelven problemas con números grandes, poco a poco encuentran ventajas en el procedimiento usual para sumar, restar, multiplicar y dividir a través de cada columna (unidades, decenas, centenas, etc.) recurran al conteo de los dedos.

La alternativa real en la enseñanza reside en desarrollar una enseñanza multi-estratégica, aplicada al aprendizaje de los algoritmos, mediante el descubrimiento de las leyes que rigen el sistema de numeración posicional en base diez.

NOTAS

1. EXLLIOTT, John. "El Cambio Educativo Desde la Investigación Acción" *En Antologia Básica de la Práctica Docente Propia* . UPN, México, 1994. p 38.
2. CONSTANCE, Kamii, " Valor de la Posición y Adición en Doble Columna" . En *Antología Básica Construcción del Conocimiento Matemático"* UPN, México, 1994 p 38.
3. MAZA, Gómez Carlos "El Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Suma y la Resta" Visor, España 1989. p 81.
4. Ibid. p 83.
5. Ibidem. p 82.
6. CONSTANCE, Kamii, "Valor de la Posición y Adición en Doble Columna" . En *Antología Básica Construcción del Conocimiento Matemático"* UPN, México, 1994. p 43.
7. MAZA, Gómez Carlos. Opus cit p 93.
8. SALOMA, Rahaim "Compendío de Filosofía" Limusa, México. 1970 p 425.
9. COLL, Cesar "Constructivismo e Intervención Educativa: ¿Cómo se ha de enseñar lo que se ha de construir? En *Antología Básica Corrientes Pedagógicas.* UPN, México, 1995 p 14.
10. Ibid. p16.
11. FOPP, Manfred " Los Conceptos Fundamentales de la Pedagogía" Herder, Barcelona 1928. p36
12. COLL, Cesar "Constructivismo e Intervención Educativa: ¿Cómo se ha de enseñar lo que se ha de construir? En *Antología Básica Corrientes Pedagógicas.* UPN México. 1995 p16
13. PICHARDO, Laura "Teorias que Sustentan el Plan y Programas del 93" *En Educativa*, México, 1997 p 7.
14. Ibid. p 8.
15. LABINOWICZ, Ed "Introducción a Piaget Pensamiento Aprendizaje Enseñanza" Addison-Wesley-Iberoamericana, México, 1986. p35
16. Ibid. p 41.
17. PALACIOS, Jesus "Reflexiones en Torno a las Implicaciones Educativas de la Obra de Vigotski" En *Antología Básica Génesis del Pensamiento Matemático en el niño de Preescolar.* UPN México, 1996 p 112.
18. PICHARDO, Laura. Opus cit p 9.
19. PLASENCIA, Medardo "El Estudio como Proceso Cognoscitivo y Crecimiento Humano" Universidad Iberoamericana, México 1994 p 130.
20. SEP, "Educación Primaria Contenidos Básicos" Méxcio 1992 p 10.
21. SEP- CONALTE "Perfiles de Desempeño para Preescolar Primaria y Secundaria" 1989 p 36.
22. SANCHEZ, Sergio "Educación Matemática" Santillana, México, Vol 4, 1994 p 7.
23. SEP "plan y Programas del 93 Educación Básica Primaria p 52.
24. SEP "La Matemática en la Educación Primaria Documento del Docente" México 1992 p 55.
25. Ibid. 56

26. SEP "Procesos de Construcción de la Aritmética en la Escuela Primaria" En Libros del Rincón, México 1994, p 86.
27. SEP "La Matemática en la Educación Primaria Documento del Docente" México 1992, p 59.
28. Ibid. p 60.
29. BAROODY, Arthur. "El Pensamiento Matemático de los Niños" Visor, España 1981. p30.
30. MOOS, Lotar "Sistemas de Numeración" Dossat, Madrid 1973, p30.
31. FOMIN, S.V. "Sistemas de Numeración Lecciones Populares de Matemáticas" Mir, Moscú 1984. p10.
32. IFRAH, Georges "Las Cifras Historia de una Gran Invención" Alianza Editora, Madrid 1988. p 61.
33. SEP "Matemática 3er Grado Libro del Maestro", México 1972. p18.
34. Ibid. p 19
35. SEP "La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria" México 1995. p 55.
36. SEP "Los Números y su Representación" En Líbros del Rincón, México 1991. p 59.
37. SEP "Matemáticas 3er Grado Libro del Maestro" México 1972. p 21.
38. SEP "Los Números y su Representación" En Libros del Rincón.México 1991. p 63.
39. SEP "Matemática 3er Grado Libro del Maestro" México 1972. p 22.
40. Ibid. p 23.
41. FOMIN, S.V. Opus cit. 14.
42. SEP "Matemáticas 3er Grado Libro del Maestro". México 1972. p 26.
43. SEP "La Matemática en la Educación Primaria Documento Docente" México 1992. p 105.
44. Ibid. p 113.
45. VELAZQUEZ, J. " Problemas y Operaciones de Suma y Resta" En Antología Matematicas II, UPN México 1988. 126.
46. Ibid. p 91

BIBLIOGRAFIA.

BALDOR, Aurelio, "ARITMÉTICA, TEÓRICA Y PRÁCTICA" Códice , Madrid 1983.

CARVAJAL, Alicia "PROPUESTA PARA TRABAJAR Y DIVERTIRSE EN EL AULA" SEP, México 1991.

CONSTANCE, Kamii "EL NIÑO REINVENTA LA ARITMÉTICA" Visor, España 1995.

CELA, P. y CABELLO, T. "APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL CICLO MEDIO" Narcea, España 1984.

FUENLABRADA, Irma "SISTEMAS DE NUMERACIÓN" CUADERNOS DE LABORATORIO DE PSICOMATEMÁTICA" DIE- CINVESTAV IPN, México 1986.

GALVAN, Federico "ALGORITMO DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS" Trillas, México 1989

GOMEZ, Palacio, Margarita " LA ADICIÓN Y LA SUSTRACCIÓN. DGEE-SEP-OEA", México. (Serie de estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo 1) 1986.

JIMENEZ, Gonzalez Enrique "COMPLEMENTO DE LAS MATEMÁTICAS ELEMENTALES" Patria, México 1967.

LABINOWICZ, Ed. " INTRODUCCIÓN A PIAGET, PENSAMIENTO,APRENDIZAJE , ENSEÑANZA" Universidad Santo Tomás de Colombia, Fondo Educativo Interamericano, México, 1986.

MAZA, Gómez Carlos "MULTPLICAR Y DIVIDIR A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS" Visor, España 1991.

MAZA, Gómez Carlos " LA ARITMÉTICA Y SU REPRESENTACIÓN" Paidos. Madrid 1992.

SEP "GUIA PARA EL MESTRO SEGUNDO GRADO" México 1992.

SEP " MATEMÁTICAS 4° GRADO" México 1994.

SEP "LO QUE CUENTAN LAS CUENTAS DE MULTIPLICAR Y DIVIDIR" En Libros del Rincón, México 1994.

SEP "LOS NIÑOS TAMBIEN CUENTAN" En Libros del Rincón, México 1994.

SEP "LO QUE CUENTAN LAS CUENTAS DE SUMAR Y RESTAR" Libros del Rincón, México 1994.

SEP " FICHEROS DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS DE PRIMERO A SEXTO GRADO, México 1994.

VV. AA. "LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA" SEP, México 1992.

VV. AA. "ANTOLOGÍA BÁSICA EL CONSTRUCTIVISMO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA PRIMARIA", UPN, México 1995.