

**P**  
**U N**

see

**SECRETARIA DE EDUCACION**  
**EN EL ESTADO**

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL**  
**UNIDAD 16-B**

**“LA DIVISION EN CUARTO**  
**GRADO DE PRIMARIA”.**

**ELISEO APARICIO ALVAREZ**

**ZAMORA, MICH.**

**1998.**

**P  
U N**

**s e e**

**SECRETARIA DE EDUCACION  
EN EL ESTADO**

**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD 16-B**

**“LA DIVISION EN CUARTO  
GRADO DE PRIMARIA”.**

**TESINA QUE PARA OBTENER  
EL TITULO DE LICENCIADO EN  
EDUCACION PRIMARIA**

**PRESENTA:**

**ELISEO APARICIO ALVAREZ**

**ZAMORA, MICH.**

**1998.**

SECCION: ADMINISTRATIVA  
MESA: C. TITULACION  
OFICIO: C.T./061-98

ASUNTO: Dictamen de trabajo de titulación.

Zamora de Hidalgo, Mich., 2 de septiembre de 1998.

C. PROFR. ELISEO APARICIO ALVAREZ  
P R E S E N T E

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales, y después de haber analizado el trabajo de titulación opción Tesina titulado "LA DIVISION EN CUARTO GRADO DE PRIMARIA", a propuesta del Asesor Pedagógico, Profr. Joaquín López García, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

Atentamente

EL PRESIDENTE DE LA COMISION



PROFR. CARLOS CEJA SILVA



S. E. P.  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD UPN-162  
ZAMORA

## DEDICATORIAS

A MI ESPOSA SILVIA.

Porque decidió ser la compañera  
de mi vida, en las buenas y en  
las malas. Porque estemos siempre  
juntos.

A FLORENCIO MI PADRE.

Por ser el autor de mi existencia.  
Por brindarme su apoyo, sobretodo  
en los momentos más trascendentes  
de mi vida.

A ENEDINA, MI QUERIDA TIA.

Por sus consejos que han dado  
sentido a mi existencia.  
porque de ella he aprendido  
a ser perseverante.

A ALICIA Y MOISES, MIS HIJOS.

Porque de sólo pensar en ellos  
me hacen sentir el deseo de ser  
mejor, para ayudarlos más.

## INDICE

	PAGINA
Introducción -----	1
La división en cuarto grado de primaria -----	2
El grupo en su contexto -----	6
La división y sus propiedades -----	21
La división en el programa oficial -----	32
La teoría de Piaget. Generalidades -----	37
Un punto de vista basado en la experiencia -----	48
Conclusiones -----	58
Sugerencias -----	60
Bibliografía -----	62

## INTRODUCCION

El presente ensayo lo he realizado en un intento por plasmar algunas inquietudes que sobre la división en cuarto grado de primaria tenía.

Inquietudes que me llevaron a realizar algunas investigaciones para precisar las ideas.

Contiene los siguientes apartados: propiedades de la división, sustentos teóricos y mi punto de vista.

Considero que es un tema importante donde se tienen en cuenta los propósitos del programa oficial, la manera de abordarlos teniendo en cuenta el aprendizaje de los alumnos, los elementos con los que ellos cuentan.

En los tiempos actuales, el maestro debe tomar el papel de coordinador de las actividades de aprendizaje. Encaminadas a que el alumno se haga reflexivo partiendo de una realidad concreta que le facilita las aportaciones que dan origen a la construcción de conocimientos.

He estructurado el algoritmo de la división de tal manera que sea fácil trabajar con él. Que el alumno lo trabaje con plena satisfacción.

Espero que el sustento teórico planteado satisfaga los requerimientos al respecto.

## **LA DIVISIÓN EN CUARTO GRADO DE PRIMARIA**

Los tiempos actuales están impregnados de corrientes de nuevo pensamiento, el trabajo magisterial no escapa al fenómeno. Aún así, hay muchas escuelas donde las ideas innovadoras no han encontrado cabida, sigue enseñándose en forma tradicionalista. El maestro enseña y el alumno aprende, se arrastran vicios pedagógicos, como las tablas de multiplicar, en el caso de las matemáticas, que en lugar de que el niño las comprenda y que el maestro ayude a lograrlo, se trabaja en la memorización de las mismas dejando de lado aspectos importantes, por omisión o por negligencia, tal es el caso de la seriación, la clasificación, la comprensión esencial de la suma, resta, multiplicación y división, entre otras cosas.

En el presente trabajo estoy abordando el dominio del algoritmo de la división, en 4° grado de primaria. Muchos son los alumnos que necesitan de una orientación convincente para lograr dominar el proceso de resolución, en caso de no darse, se manifiesta una falta de aprendizaje.

Al comenzar el grado, se considera que los alumnos dominan las operaciones de suma, resta y multiplicación en forma esencial, capaces de resolverlas de acuerdo a las exigencias del programa.

Los métodos utilizados por los maestros anteriores al 4° grado son trascendentes, pues constituyen la base para el desarrollo de las capacidades mentales que garantizan el proceso de aprendizaje de las operaciones aritméticas que cité con anterioridad.

Influyen muchos aspectos para desatender las actividades docentes, que acarrearán un detrimento en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además de la negligencia y el desconocimiento, se encuentran, también, las formas tradicionalistas de trabajar que enfatizan la memorización; el horario de clases, que exige una planeación estratégica y que el docente se de tiempo para realizarla; los paros magisteriales que en los últimos años se han dado. Todo lo anterior da como resultado, que los alumnos al ingresar al 4° grado, presenten un diagnóstico que hace necesario retomar las operaciones aritméticas de suma, resta y multiplicación, como preparación para lograr aprender a resolver problemas de división conforme a lo estipulado en los planes y programas vigentes. Mismos que



especifican que al término del grado, debe haberse logrado la capacidad de resolución del algoritmo de la división hasta con dos cifras en el divisor.

No pretendo dar una solución extraordinaria que resuelva el problema de fondo, antes bien, expongo mi particular punto de vista, que esta sujeto a toda censura, lo hago en un intento de reflexionar en el problema, busco un sustento teórico que ilustre la pretensión de tomar las decisiones que se consideran las más convenientes después de revisar con todo cuidado los textos que abordan el tema, tanto a nivel escuela primaria como a nivel general.

Los tiempos actuales donde la tecnología muestra avances muy significativos, demandan una preparación más eficiente, demandan que se analicen las formas de enseñanza-aprendizaje y se actualicen lo más posible, pues la sociedad esta inmersa en una dinámica de desarrollo que así lo demanda.

El aprendiz, por su parte, debe aprender la división porque ésta constituye en sí una garantía del dominio de las operaciones aritméticas fundamentales. Persigo que primeramente se logre el dominio de la división, que haya un desarrollo mental que permita manejar el plano concreto, el semiabstracto y el abstracto,

tanto de la división como de las demás operaciones fundamentales. Que se aplique la división en la consecución de nuevos conocimientos y en la resolución de problemas que la ameriten, que el alumno sea transmisor de este conocimiento.

## EL GRUPO EN SU CONTEXTO

El grupo de 4° grado, que he tomado como base para la realización de este trabajo, recibe clases en el turno matutino, de las 8:00 am a la 1:00 pm, cuenta con un total de 22 alumnos, 10 hombres y 12 mujeres. En su mayoría son hijos de campesinos de escasos recursos económicos, su edad varía entre los 9 y los 11 años.

Habitualmente llegan un poco antes de la hora de entrada, pasan al interior del salón ordenados en formación, dentro trabajan durante la mañana saliendo a recreo a las 10:30 am, volviendo a entrar a las 11:00 am, para terminar la clase a la 1:00 pm.

Reciben clases de español, matemáticas, c. naturales, geografía, historia, educación cívica, educación artística y educación física. Cada una se trabaja de acuerdo al programa vigente, con adaptación al grupo cuando se hace necesario.

Yo como profesor del grupo, dirijo las actividades que los niños deben desarrollar de acuerdo a la clase, doy indicaciones de acuerdo a los procedimientos a seguir en cada actividad, registro los avances de los alumnos.

Al iniciar el ciclo escolar, comento con los alumnos los aspectos disciplinarios a tomar en cuenta, ellos mismos proponen algunas reglas de comportamiento, se reparten las comisiones de disciplina, higiene, puntualidad y asistencia.

La relación social que se da en base al proceso de aprendizaje, es cordial, predomina la convivencia. Me intereso en los problemas grupales. Al inicio del curso aplico una prueba de diagnóstico, para apreciar la situación de cada uno de los alumnos. En el plano informal, platico con los alumnos de temas diversos, juego con ellos y me muestro dispuesto a escucharlos. Por su parte los alumnos platican los hechos que consideran de relevancia, ocurridos en la comunidad o en la familia, platican de eventos, sucesos, anécdotas, etc.

La mayoría de los niños me aceptan y se relacionan conmigo sin embargo, hay algunos que rechazan mi imagen, considero que represento un reto de autoridad a vencer, concepción errónea que se origina por la exigencia que demuestro a la hora de trabajar y por la apatía de ellos o porque no nos hemos entendido bien.

Se da la motivación en el grado en el que se van comprendiendo los temas de estudio, cuando en el grupo se presenta un tema y se llega a comprender, surge el deseo de seguir ejercitándose al respecto.

Las relaciones entre los alumnos se dan de acuerdo a la afinidad observándose pequeños grupos basados en las relaciones familiares o vecinales. También las capacidades influyen la agrupación, al darse un tema para trabajarse en equipo, dando la libertad de agruparse por afinidad, suele ocurrir que los más avanzados rechazan a los atrasados pues los consideran un obstáculo para avanzar en el trabajo.

Usualmente se realizan las actividades de aprendizaje al interior del salón, algunas veces se trabaja fuera, con temas que así lo requieran. El aula es una construcción adecuada con buena iluminación, muebles y accesorios necesarios.

La evaluación que realizo, pretende apreciar en qué medida los alumnos van avanzando en el aprendizaje, se realiza una apreciación cualitativa de cada una de las actividades que se realizan y se registra.

Se registran, también, los hechos sobresalientes de los alumnos, cuando pueden realizar una actividad que antes no podían.

Se realizan asambleas con los padres de familia, al término de cada mes, les informo sobre los problemas que se presentan, para que me ayuden en la medida de lo posible, en el ánimo de lograr un mayor aprendizaje. Les explico temas relacionados con la educación.

EL GRUPO EN LA ESCUELA. El grupo de 4° grado se encuentra en la escuela "Benito Juárez", ubicada en el medio rural, recibe a los hijos de campesinos, ganaderos, jornaleros y unos pocos profesionistas, todos ellos, en su mayoría de escasos recursos. Cuenta con los seis grados de la primaria, siendo de organización completa, con dos turnos, siete grupos en la mañana y tres en la tarde, con una misma dirección. La plantilla de personal se integra con un director, nueve docentes, y un intendente. La actividad cotidiana de la escuela se basa en la impartición de clases a los grupos asistentes, se realiza una formación por grupos y en ellos por sexos, para tomar datos de puntualidad y asistencia, de higiene y para que al entrar en las aulas lo hagan de manera ordenada. La dirección se encarga de coordinar los trabajos de organización interna, de relación escuela-comunidad y el aspecto administrativo.

En lo referente a la organización interna de la escuela, la dirección llama a reunión a los auxiliares docentes para que comenten sobre la mejor manera de organizar la escuela, se toma en cuenta la repartición de grupos; las comisiones, disciplina, higiene, educación física, áreas verdes, acción cívico-social, etc., y su asignación; la preparación de eventos, el mejoramiento de las condiciones materiales.

Las relaciones que se establecen con la comunidad van encaminadas al mejoramiento de la escuela, tal es el caso de las reuniones generales de padres de familia, la realización de eventos sociales o deportivos, la organización de los padres de familia. En las reuniones generales de padres de familia se informa sobre problemas escolares que competen a todos en general, como el hecho de nombrar a la mesa directiva, las mejoras materiales, las situaciones especiales como el proyecto escolar, los informes de actividades, entre otros.

Al preparar los eventos sociales, existe en la comunidad un comité, encargado de organizar. Este se coordina con el maestro encargado de la comisión respectiva, quien a su vez informa en el plantel, las actividades a realizar para participar en los eventos y así repartir los trabajos.

Los padres de familia en su mayoría cumplen con los acuerdos emanados de las reuniones, mismos que tratan sobre el cumplimiento de los deberes que como tales deben observar, mandar a sus hijos con puntualidad a la escuela, apoyar las actividades que el maestro realiza con el grupo y en especial con sus hijos, al procurarles el material, la orientación y los cuidados de que se es capaz.

Los maestros sustentamos el grado de profesores de normal, titulados, con perfiles de desempeño de nuestra labor semejantes a la escuela tradicionalista, donde el maestro enseña y el alumno aprende, con un sistema de estímulo, se utilizan algunas técnicas memorísticas, en algunos aspectos del aprendizaje.

La escuela establece relaciones con las demás escuelas de la comunidad, siendo la única primaria en este lugar, se relaciona con el 'jardín de niños' y con la 'telesecundaria', juntas participan en eventos cívico-sociales, en las fechas históricas más importantes. De igual manera se relaciona con la clínica IMSS-COPLAMAR que se encuentra en la comunidad. De ahí surgen programas de medicina preventiva, desparasitación, vacunación, prevención de caries, etc. Si algún maestro lo solicita, esta en buena disposición para brindar pláticas de



orientación sobre temas de salud, sexualidad, alimentación, contaminación y otros; el profesor puede llevar a sus alumnos para verificar la talla y el peso.

Algunas veces las autoridades establecen relaciones con la escuela, acompañando en los eventos que en ella se realizan, en la celebración del día de las madres, en las fiestas de clausura; otras veces se interesan por los alumnos que no están cumpliendo, con los que faltan mucho, llamándoles la atención a los padres de familia.

Se realizan actividades diversas, como las funciones de matiné para los alumnos, quienes pagan un precio módico a cambio de admirar una película que va de acuerdo con sus intereses, películas de humorismo blanco, de caricaturas o de temas motivantes. También se realizan eventos como, el lanzamiento de mini-candidatas a reinas de la primavera.

Estas actividades mencionadas, tienen el propósito de recaudar fondos económicos para emplearlos en gastos de materiales, accesorios, reparaciones, etc.

La cooperativa escolar trabaja durante el ciclo escolar, aportando recursos que se emplean para los gastos. La forma de organizar la cooperativa, es a través de bonos, aportados uno por alumno. La venta de los productos algunas veces se realiza por padres de familia, a quienes el Consejo Técnico Escolar se los permite, a cambio de que cubran una aportación económica. Otras veces se organiza la venta haciendo un rol, donde le corresponde una semana a cada grupo, reportando las ganancias al maestro encargado de la comisión de finanzas. Al concluir el ciclo escolar se verifican las ganancias, se reparte el porcentaje respectivo entre los beneficiarios. La parte correspondiente a la escuela, se emplea para cubrir algunos gastos.

Se realizan las actividades anteriores, además de la renta de la parcela escolar, con el propósito de proveerse de recursos que eviten, en la medida de lo posible, que los padres de familia desembolsen una cuota significativa. Cuando se va a realizar una obra costosa, se comenta y en su caso se aprueba dentro de la asamblea general de padres de familia, si se rebasan las posibilidades económicas de la escuela, se propone la cooperación económica de los padres de familia, señalando una cantidad con la que se pueda acabar el costo. La mayoría de padres acepta. Estos eventos no son frecuentes pero se llegan a dar.

Existen al interior de la escuela un grupo de niños becados, en el programa “becas por solidaridad”, integrado por alumnos de diversos grados. Los padres de los niños se han organizado y se les ha pedido su participación, demostrando mayor cumplimiento a las disposiciones escolares, que sean puntuales sus niños, asistan limpios, sean disciplinados, cumplan con sus tareas, en sí, que se constituyan en niños modelo. A sus papás se les ha pedido que les auxilien brindándoles el apoyo necesario para que puedan cumplir en la escuela, que atiendan a los llamados del profesor y a sus indicaciones. También se les ha pedido que participen en actividades de mantenimiento de las instalaciones, deshierbe, pintura y otros.

La escuela se ubica en un lugar muy apropiado, al extremo suroeste de la plaza, cuenta con edificios apropiados, con amplios espacios para el esparcimiento, con jardines, árboles, con instalaciones deportivas.

Se asigna una semana de guardia a cada uno de los profesores, quienes se encargan de organizar un programa cívico que se presenta al inicio de semana, durante los honores a la bandera, el resto de la misma ordenará las formaciones de los alumnos al entrar por las mañanas y al terminar los recreos.

LA ESCUELA EN LA COMUNIDAD. El grupo de 4° grado, recibe su instrucción primaria en la escuela “Benito Juárez”, ubicada en la comunidad de Etúcuaro, cuyo nombre significa “Lugar salado”<sup>1</sup>, del Municipio de Tangancícuaro, del estado de Michoacán.

La comunidad presenta el tipo rural, ubicada entre tierras cultivables, de pastoreo y algún terreno boscoso cercano. Cuenta con abundante agua, aprovechado para el uso doméstico, agrícola y ganadero.

Para llevar el agua a los hogares, se cuenta con sistema de agua potable, que hace posible que con abrir una llave, apropiada para el caso, se pueda disponer del líquido vital, en las cantidades que las necesidades domésticas lo requieran. En los hogares el agua es utilizada para preparar alimentos, para consumo humano, para labores de higiene, para riego de plantas de ornato, entre otros usos.

El agua se aprovecha en la agricultura, se cuenta con un sistema de riego a base de canales y zanjas, con abrevaderos para los animales.

---

<sup>1</sup> RAMIREZ R. Simón. Etúcuaro y un maestro rural. Eddisa.- ediciones y distribuciones. México, D: F: 1978 p.15

Se cuenta con una población aproximada de 1500 habitantes, en su mayoría, personas de escasos recursos económicos, algunos agricultores acomodados y algunos profesionistas.

La población cuenta, además del servicio de agua potable, con luz eléctrica, alcantarillado, transporte, teléfono, radio y televisión, correo, tiendas de abarrotes, clínica y otros.

En ocasiones llegan a la comunidad personas de otros lugares, ofreciendo artículos, productos alimenticios, servicios, etc. Hay algunos que asisten con regularidad a ofrecer pan, pescado, etc.

Se establecen relaciones con otras comunidades, acudiendo a ellas a realizar actividades diversas: compras, visitas al médico, a realizar estudios, a trabajar. Cuando se hace necesario las personas acuden a la ciudad a comprar ropa, calzado, artículos deportivos, productos de uso agrícola o ganadero, reparación de aparatos. Cuando se padece una enfermedad grave o un padecimiento que necesita atención urgente, alguna operación. Cuando se va a visitar a un pariente cercano.

Las fuentes de trabajo están representadas por labores agrícolas y ganaderas principalmente, existen en menor cantidad talleres diversos y algunos servicios.

La repartición de la tierra está basada en el sistema ejidal, los ejidatarios realizan las labores de cultivo necesarias al sembrar sus terrenos, se auxilian con los integrantes de la familia. Cuando se tiene un cultivo que demanda mucha mano de obra, contratan un cierto número de peones según los requerimientos. Se da el caso de algunas personas que rentan sus parcelas.

Los cultivos que son más frecuentes es el maíz elotero, el janamargo, la fresa; en menor escala: papa, brócoli, cebolla, etc. Todos los terrenos ejidales cuentan con regadío, permitiendo que se pueda cultivar durante todo el año. Por su parte los terrenos de temporal carecen de éste, cultivándose únicamente en el tiempo de lluvias, generalmente se siembra en ellos maíz, frijol y calabaza simultáneamente, constituyendo el sustento alimenticio familiar.

El cultivo más trascendente es la fresa, dado que requiere labores rigurosas, constituye la mayor fuente de empleo. Entre las labores está “la repela”, la fumigación, la pizca de planta o de fruto. Es frecuente escuchar a las personas hablar acerca del cultivo, de lo conveniente de participar, pues puede ganarse algún dinero, que mucha falta hace en los hogares. Algunos alumnos llegan a

pedir permiso de faltar a clase, para dedicarse a trabajar en la fresa. Muchas personas participan en estas tareas, principalmente señoras, muchachas y niños.

La ganadería se da en pequeña escala, quienes poseen ganado lo limitan de acuerdo a la proporción en que sus parcelas pueden proveerle de forrajes, contrastándolo con la necesidad de sembrar productos que puedan vender y a su vez que puedan aprovechar para el ganado, como en el caso del maíz elotero, se vende el elote y se aprovecha la planta como forraje.

La ganadería local se integra de ganado bovino, porcino, ovino, caprino, etc. El ganado bovino es el más significativo, quienes lo poseen en mayor número, llegan a tener hasta veinte vacas en producción lechera, además de las crías. Aunque son pocos los que se encuentran en esta situación, algunos más cuentan con menos cabezas de ganado. Acostumbran llevarlas a las parcelas a pastar, cuando es posible, recogen forrajes que almacenan para alimentarlas en casa. Un tanto igual ocurre con los borregos y los chivos. Se cuenta con algunos ejemplares porcinos, que se ubican en chiqueros en la parte posterior de las casas destinados al consumo humano.

Se tienen caballos empleados para recorrer los trayectos casa-parcela y viceversa, cargando algunas cosas que se utilizan para labores de cultivo, también

se cuenta con la participación predominante de maquinaria para realizar estas labores.

Algunas otras fuentes de trabajo como el comercio que se establece en las tiendas de abarrotes, trabajo en talleres de herrería, carpintería, costura.

Sucedo que las fuentes de trabajo son insuficientes en comparación con las necesidades, dando como resultado la búsqueda de otras fuentes en otras partes, tal es el caso de la migración de un número significativo de personas a los Estados Unidos, quienes de allá envían recursos económicos y acarrear estereotipos culturales que afectan el comportamiento de niños y jóvenes.

La comunidad se organiza socialmente tomando en cuenta aspectos diversos, siendo el esencial la familia, su modelo está representado por un padre y una madre unidos en matrimonio procreando cinco hijos en promedio.

Existe una oficina de registro civil donde se anotan los nacimientos, matrimonios y demás. Un encargado del orden, representa a la autoridad civil, perteneciente al municipio.

Las autoridades ejidales, representadas por el comisariado ejidal, su tesorero y vocales. Encargados de organizar a los ejidatarios en problemas propios del grupo. Algunas veces, a través de este comité se emiten comunicados en los que



se dan a conocer acuerdos de competencia de la escuela, como el siguiente: “Los hijos de los ejidatarios que estén en edad escolar, deben asistir a recibir educación, de lo contrario, el comisariado aplicará una sanción.

La religión que se practica en la comunidad es la católica, un número mínimo se identifica con corrientes protestantes. Los católicos cuentan con una iglesia pequeña, donde efectúan eventos religiosos como misas, bautizos, confirmaciones y demás eventos propios de la religión.

## LA DIVISION Y SUS PROPIEDADES.

La división es una de las cuatro operaciones aritméticas calificadas comúnmente como fundamentales. Posee un alto grado de dificultad en su aprendizaje, al implicar a las demás operaciones suma, resta y multiplicación. Su objeto consiste en averiguar cuántas veces un número, llamado divisor está contenido en otro, llamado dividendo. El signo con que ello se indica es :  $\bar{\circ} \div$  que se lee “divido por”.

La división es la operación aritmética inversa de la multiplicación, al deshacer lo que esta última hace.

En la operación de multiplicación aplicada al par ordenado (4,5), con el fin de determinar el número desconocido  $\underline{n}$  que es el producto  $4 \times 5$  de los factores conocidos 4 y 5, contamos con el número de elementos de una disposición 4 por 5, este es, un cuadro de 4 filas con 5 elementos en cada fila. (o cuatro conjuntos disyuntos con 5 elementos en cada conjunto).

```

X X X X
X X X X
X X X X
X X X X
X X X X

```

20 objetos dispuestos en filas

de 4 elementos cada una.<sup>2</sup>

Un problema asociado con el que tratamos consiste en partir de 20 objetos y preguntar cuántos subconjuntos disjuntos hay en este conjunto, si cada subconjunto debe tener 4 elementos. En términos de disposiciones, la pregunta es: “Si un conjunto de 20 elementos se dispone en filas de 4 por fila, ¿Cuántas filas habrá?” En este caso particular la respuesta es 5. Por consiguiente,  $5 \times 4 = 20$  como  $20 \div 4 = 5$ .

En muchos casos puede no haber respuesta; por ejemplo, 20 objetos dispuestos en fila, de a 6 por fila no da un número exacto.

Se dice que la división es exacta cuando el dividendo es un número exacto de veces del divisor.

Ordinariamente efectuamos una división, tal como 20 dividido por 6, obteniendo un cociente y un resto. Pero en la división como una operación en el conjunto de los números cardinales, la expresión 20 dividido por 6 carece de sentido, porque no es un número entero.

---

<sup>2</sup> UPN. La matemática en la escuela I. Apéndice, editorial SEP. 2ª edición, México, 1990. P. 88.

En las técnicas de la división, el proceso definido por:  $20 \div 6 = 3$  residuo 2 se aplicará a cualquier par ordenado  $(a,b)$  con  $b \neq 0$ , el dividendo  $a$  se puede expresar como sigue:

$$a = (q \times b) + r, \text{ donde } a \text{ es el dividendo}$$

q es el cociente  
b es el divisor  
y r es el residuo

Así, para el par  $(20,6)$ ,

$$20 = (3 \times 6) + 2.^3$$

Podemos considerar al cociente 3 como el mayor número de filas completas del cuadro de 20 objetos, a 6 por fila. En efecto, el enunciado  $20 = (3 \times 6) + 2$  es precisamente el procedimiento para verificar lo expresado por  $20 \div 6 = 3$  residuo 2.

### CLAUSURA

La operación de división aplicada al par ordenado de números  $(20,4)$ , significa que se debe determinar un factor desconocido  $n$  tal que si 4 y  $n$  son los dos factores, el producto será 20. Es decir,  $n$  es un número que hace cierto uno cualquiera de los enunciados numéricos  $4 \times n = 20$  ó  $n \times 4 = 20$ . Por supuesto que los dos enunciados numéricos dicen lo mismo, pues para cualquier número

<sup>3</sup> UPN La matemática en la escuela I Apéndice, editorial SEP 2ª edición, México, 1990 p. 88.

cardinal  $\underline{n}$   $4 \times n = n \times 4$ . Mediante la operación de división, al par ordenado (20,4) se le asocia al número cardinal 5. Para el par ordenado (20,6), no existe número cardinal alguno que se le pueda asociar; ni lo hay para (5,15). En consecuencia, mediante la operación de división, (20,6) y (5,15) no están definidos en el conjunto de los números cardinales.<sup>4</sup> Por tanto, el conjunto de los números cardinales no es cerrado respecto a la división. El último caso, (5,15), es un ejemplo simple de que para el par ordenado de números cardinales (a,b), si  $\underline{b}$  es mayor que  $\underline{a}$  y  $\underline{a} \neq 0$ , la operación de división nunca da un número cardinal.<sup>4</sup>

### LOS PAPELES DE $\underline{0}$ Y DE $\underline{1}$ EN LA DIVISIÓN

“La operación de división esta relacionada con la operación de multiplicación mediante el enunciado siguiente:

$$a + b = n \text{ si, y solamente si, } a = b \times n.”^5$$

Ya que  $\underline{0}$  y  $\underline{1}$  cumplen papeles especiales en la multiplicación, es apropiado prestar particular atención, dentro de la división, a estos dos números.

---

<sup>4</sup> Ibid p. 89.

<sup>5</sup> Ibid p. 91.

Si  $\underline{a} = \underline{0}$  y  $\underline{b}$  es cualquier número diferente de cero, entonces  $\underline{0} \div \underline{b}$  es el número  $\underline{n}$ , si lo hay, tal que  $0 = \underline{b} \times \underline{n}$ . En efecto,  $\underline{0} = \underline{b} \times \underline{n}$  es cierto, si  $\underline{n} = \underline{0}$ .

Luego,

$$0 \div b = 0 \text{ si } b \neq 0.$$

Lo anterior es cierto para  $\underline{a} = \underline{0}$  y  $\underline{b} = \underline{0}$ . Consideremos, ahora,  $\underline{a} = \underline{0}$  y  $\underline{b} = \underline{0}$ ; éste es el caso  $\underline{0} \div \underline{0}$ . Según la definición de división,  $\underline{0} \div \underline{0}$  es igual a un número  $\underline{n}$ , si lo hay, para el cual es cierto que  $\underline{0} = \underline{0} \times \underline{n}$ . Pero, por la propiedad multiplicativa especial de 0,  $0 \times n$  es igual a  $\underline{0}$  para cualquier número cardinal  $\underline{n}$ .

Así,

$0 \div 0$  es un símbolo ambiguo.

En el caso  $\underline{a} \div \underline{0}$ , donde  $\underline{a} = \underline{0}$ , presenta otros aspectos.  $\underline{a} \div \underline{0}$  debe ser igual a un número  $\underline{n}$  tal que  $\underline{a} = \underline{b} \times \underline{n}$ . Pero esto es una contradicción para cualquier número  $\underline{a}$  distinto de  $\underline{0}$ , pues debemos tener que  $\underline{a} = \underline{0} \times \underline{n}$  y  $\underline{0} \times \underline{n}$  siempre es igual a  $\underline{0}$ . Por esta razón,  $\underline{a} \div \underline{0}$  carece de sentido para  $\underline{a} \neq \underline{0}$ ; es decir,

$\underline{a} \div \underline{0}$  no está definido.

Obsérvese que  $\underline{0} \div \underline{b} = \underline{0}$  si  $\underline{b} \neq \underline{0}$ , pero que  $\underline{a} \div \underline{0}$  es ambiguo o carente de sentido, según  $\underline{a}$  sea o no igual a  $\underline{0}$ . En cada caso, la división por  $\underline{0}$  debe evitarse. Así,  $\underline{0}$  juega un papel muy especial con respecto a la división- un papel que no es claramente entendido por muchos- En resumen

$\underline{a} \div \underline{b}$  es ambiguo, si  $\underline{a} = \underline{0}$  y  $\underline{b} = \underline{0}$ ;

$\underline{a} \div \underline{b}$  no tiene sentido, si  $\underline{a} \neq \underline{0}$  y  $\underline{b} = \underline{0}$ ;

$\underline{a} \div \underline{b}$  es cero, si  $\underline{a} = \underline{0}$  y  $\underline{b} \neq \underline{0}$ .

Usando la definición, se puede notar que para cada número cardinal  $\underline{b} \neq \underline{0}$ ,  $\underline{1} \div \underline{b}$  nunca es un número cardinal a menos que  $\underline{b} = \underline{1}$ , mientras que  $\underline{a} \div \underline{1} = \underline{a}$  para cualquier número cardinal  $\underline{a}$ . En consecuencia,

$\underline{a} \div \underline{1} = \underline{a}$  para cualquier número cardinal  $\underline{a}$ ;

$\underline{1} \div \underline{b}$  no es número cardinal a menos que  $\underline{b} = \underline{1}$ .

El número  $1$  actúa como un elemento identidad para la multiplicación, en la cual para cualquier  $a$ ,  $1 \times a = a \times 1$ , el número  $1$  está limitado en su actuación como elemento identidad para la división  $a$  operar a la derecha del símbolo  $\div$ .

## PROPIEDADES DE LA DIVISION

Se pueden dar muchos ejemplos para demostrar que el conjunto de los números cardinales no es cerrado para la división. Así, mientras que  $6 \div 3 = 2$ ,  $3 \div 6$  no es un número cardinal. Estos mismos ejemplos muestran que  $6 \div 3 \neq$

$3 \div 6$ ; por consiguiente, la operación no es conmutativa. Para ver que la división no es asociativa, se pueden dar muchos ejemplos. Uno de ellos:

$$(12 \div 6) \div 2 = 2 \div 2 = 1$$

pero

$$12 \div (6 \div 2) = 12 \div 3 = 4$$

“Los resultados diferentes obtenidos para  $(12 \div 6) \div 2$  por un lado y para  $12 \div (6 \div 2)$  por el otro, muestran que, en general, no es cierto que  $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$ .”<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> Ibid p. 92.



Hasta aquí, la división es el conjunto de los números cardinales se ha revelado como una operación que no tiene las propiedades de clausura, conmutatividad y asociatividad. Además, tiene que evitarse la división por  $0$ . Para librarnos de la impresión de que acerca de esta operación no puede decirse mucho, sólo necesitamos considerar la importante noción de que la división por  $b$  es la inversa de la operación de multiplicación por  $b$ . Es decir  $(a \times b) \div b = a$ , suponiendo, por supuesto, que  $a \neq 0$ .

## LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

Recordemos que hay una relación de la multiplicación con la adición y la sustracción, expresada por la propiedad distributiva. De manera limitada, la división también tiene una propiedad distributiva, pero es preciso tener cuidado al utilizarla.<sup>7</sup> Esto es así, porque la división no es conmutativa y, por consiguiente, no es de esperar que  $a \div (b + c)$  es lo mismo que  $(b + c) \div a$ .<sup>7</sup> En general,

si  $b + c$  mayor que  $a$ ,  $a \div (b + c)$  no es un número

cardinal a menos que  $a = 0$ , pero  $(b + c) \div a$

---

<sup>7</sup> Ibid. P. 93.

puede ser un número cardinal.

Si  $(b + c) \div a$  es un número cardinal y si  $(b \div a)$  y  $(c \div a)$  son números cardinales, entonces es verdad que

$$(b+c) \div a = (b \div a) + (c \div a)$$

Esto es lo que queremos expresar cuando decimos que la división tiene una propiedad distributiva restringida; tiene solamente la propiedad distributiva por la derecha y sólo cuando  $(b \div a)$  y  $(c \div a)$  están definidos. Por ejemplo,

$$(15 + 24) \div 3 = 39 \div 3 = 13$$

$$(15 \div 3) + (24 \div 3) = 5 + 8 = 13,$$

y vemos entonces que los dos resultados son los mismos; es decir,

$$(15 + 24) \div 3 = (15 \div 3) + (24 \div 3).$$

Por otro lado

$$20 \div (2 + 5) = 20 \div 7 \text{ no es un número cardinal,}$$

mientras que  $(20 \div 2) + (20 \div 5) = 10 + 4 = 14$

es un número cardinal. Así,  $20 \div (2 + 5) \neq (20 \div 2) + (20 \div 5)$ .

Por tanto, en general,  $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ , pero es verdad que  $(b + c) \div a = (b \div a) + (c \div a)$ , si  $(b \div a)$  y  $(c \div a)$  tienen sentido. También, se puede dar muchos ejemplos para confirmar que la división tiene la propiedad distributiva por la derecha respecto a la sustracción, con tal de que cada una de las divisiones y la sustracción indicadas tengan sentido; esto es,

$$(b - c) \div a = (b \div a) - (c \div a), \text{ si}$$

$(b \div a)$  y  $(c \div a)$  son números cardinales.

Como ejemplo de este caso podemos considerar  $(24 - 15) \div 3$  y  $(24 \div 3) - (15 \div 3)$ ; pero debemos tener en cuenta que éste es un simple ejemplo y que no demuestra nuestra afirmación mayor de que la propiedad distributiva por la derecha se verifica siempre que cada sustracción y división indicadas tienen sentido para números cardinales.

Observe que 39 también se puede escribir en la forma  $30 + 9$  y entonces

$$39 \div 3 = (30 + 9) \div 3 = (30 \div 3) + (9 \div 3).$$

Sin embargo, si escribimos 39 como  $25 + 14$ , sería incorrecto decir que

$$(25 + 14) \div 3 = (25 \div 3) + (14 \div 3).$$

## LA DIVISIÓN EN EL PROGRAMA OFICIAL

El programa oficial vigente, comprende los planes y programas de estudio de 1993. Con respecto de la división en 4º grado de educación primaria, señalan que el alumno debe realizar "planteamientos y resoluciones de problemas de división mediante diversos procedimientos; que al terminar el ciclo debe ser capaz de manejar el algoritmo de la división, con divisor hasta dos cifras."<sup>8</sup>

Para el logro de los objetivos anteriores el programa oficial se complementa, en parte, con el libro de texto. En él, están contenidas las siguientes lecciones referentes al tema:

En el bloque 1 se encuentra la lección 11, "La huerta de don Fermín", en ella se plantean problemas de división, como el siguiente: Don Fermín, en la cosecha de fruta, llenó uno de los costales con 325 mameyes, ¿Cuántos montones de 5

---

<sup>8</sup> SEP Plan y programas de estudio 1993. Fernández editores, México, D.F. 1993. p. 62.

mameyes metió en el costal?<sup>9</sup> Se sugiere que se usen los procedimientos que se crean convenientes, sin explicar ninguno.

También en el bloque 1, se encuentra la lección 17, “La camioneta de don Fermín”. Plantea la resolución de un problema de reparto de \$9,300. Entre 12 mensualidades. Sugiere solucionarlo por tanteos, utilizando sumas, multiplicaciones. Presentan el algoritmo de la división solucionado a medias y sin explicación alguna.<sup>10</sup>

En el bloque 2 se encuentra la lección 8, “Entre 10 y 100”. Plantea realizar apreciaciones acerca de divisiones, como: 1920 entre 15. Las apreciaciones deben ir encaminadas a estimar un posible resultado, sugiriéndose respuestas como las siguientes:

- El resultado es menor que 10.
  
- El resultado está entre 10 y 100.

---

<sup>9</sup> AVILA Alicia, Matemáticas cuarto grado. SEP México, D.F. 1996, p. 28.

<sup>10</sup> *Ibid* p.40.

- El resultado está entre 100 y 1000.

- El resultado es mayor que 1000.<sup>11</sup>

No se explica ningún procedimiento de resolución del algoritmo de la división.

En el bloque 3 se encuentra la lección 8, “Cajeros y clientes”. En ella se plantean problemas de reparto como el siguiente: repartir \$2,844. En 12 bolsas, se sugiere que se deposite un billete de \$100 en cada bolsa, verificar lo que se ha repartido, lo que resta y continuar repartiendo una cantidad razonable a la vez, hasta que se termine de repartir.<sup>12</sup>

También en el bloque 3, se encuentra la lección 10, “El número premiado”, En ella se plantea el reparto de un premio de \$5,652 entre 24 niños. Se pide que se analicen los posibles procesos de resolución entre alumnos y maestro y se dan los siguientes ejemplos:

---

<sup>11</sup> Ibid p. 63.

<sup>12</sup> Ibid. P 105.

El equipo de Yoatzin

$$100+100+10+20+5=235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5652} \\ \underline{- 2400} \\ 3252 \\ \underline{- 2400} \\ 825 \\ \underline{- 240} \\ 612 \\ \underline{- 480} \\ 132 \\ \underline{- 120} \\ 12 \end{array}$$

El equipo de Sonia

$$200+30+5=235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5652} \\ \underline{- 4800} \\ 852 \\ \underline{- 720} \\ 132 \\ \underline{- 120} \\ 12 \end{array}$$

El equipo de Raúl

$$\begin{array}{r} 235 \\ 24 \overline{) 5652} \\ \underline{- 48} \\ 85 \\ \underline{- 72} \\ 132 \\ \underline{- 120} \\ 012 \end{array}$$

Se hacen reflexiones sobre cada uno de los ejemplos y se dan algunas operaciones para que se practique.<sup>13</sup>

En el bloque 4 se encuentra la lección 11, “La máquina de escribir”. En ella se plantean problemas de reparto, como: Si se va a comprar una máquina de

<sup>13</sup> Ibid p109.



escribir con un valor de \$1,149.00 a pagarse en mensualidades, ¿Cuántas mensualidades de \$60. se deben hacer?, ¿De cuánto será el último pago?<sup>14</sup>

No se sugieren procedimientos de resolución.

En los planes y programas de estudio 1993, se hace hincapié en que debe ser el maestro quien con su experiencia enriquezca, concrete y lleve a cabo las actividades necesarias para lograr alcanzar los objetivos planteados. Sin embargo, los maestros que como en mi caso, <sup>cuentan el tiempo necesario,</sup> no contamos con una experiencia muy amplia, <sup>Debido a que deben de cumplir el programa y no a trasarse</sup> se me hace necesario hacer un alto en el camino y reflexionar sobre el quehacer educativo, específicamente en temas difíciles como la división en 4° grado. Buscar la manera de enriquecer el contenido de los libros de texto a través de la aplicación de actividades que reditúen en el aprendizaje de los niños.

---

<sup>14</sup> Ibid. P149.

## LA TEORIA DE PIAGET. GENERALIDADES.

### ESTRUCTURA Y FUNCIÓN

La idea básica subyacente es que las funciones permanecen invariables a lo largo del desarrollo infantil, mientras las estructuras cambian sistemáticamente. Esta modificación de las estructuras es el desarrollo.

Otro término hallado con suma frecuencia en los escritos de Piaget es el de contenido, que indica los estímulos y respuestas observables. Se puede hablar en abstracto acerca de “función” y “estructura”, pero en cuanto se cite un ejemplo real, se debe hablar también del contenido.

Consideremos un ejemplo: “Un niño ve un sonajero y lo coge”. La estructura de este hecho incluye los medios(mirar, alcanzar, asir) y el fin (estimulación del objeto en la mano). Cada uno de estos factores está relacionado con el otro, y es a esta relación a la que Piaget denomina “estructura”. La función del acto del niño es la adaptación; es decir la recepción y registro de inputs, y la acomodación de cada elemento a los restantes. El “contenido” se refiere a la pautas de inputs y outputs.

El término “estructura” se refiere a las propiedades sistemáticas de un hecho. Abarca todos los aspectos de un acto, sean internos, sean externos, sin embargo, la función se refiere a los modos de interactuar con el ambiente que son heredados biológicamente, modos que resultan característicos de tal integración en todos los sistemas biológicos. En lo que concierne a la inteligencia, este “Núcleo funcional” heredado impone “ciertas condiciones necesarias e irreductibles” a las estructuras. Existen dos funciones básicas: organización y adaptación. Cada acto es organizado, y el aspecto dinámico de la organización es la adaptación.

Permanentemente, se originan discontinuidades en la estructura, a partir de la acción permanente de las funciones invariables. A través del período de desarrollo, las funciones son permanentes. Más las estructuras son transitorias; si no fueran así, no habría desarrollo.

#### ASIMILICACION.

El cerebro humano es como una máquina destinada a manipular información. Debe aceptarse no sólo que se trata de una máquina extraordinariamente

compleja, sino también que su estructura interna se halla en una permanente modificación.<sup>15</sup>

La asimilación ha sido definida por Piaget como la incorporación de los objetos en los esquemas de conducta, no siendo tales esquemas más que la trama de las acciones susceptibles de repetirse activamente. La asimilación es por consiguiente, la fase de intercambio entre el sujeto y el objeto, mediante la cual el sujeto se modifica o actúa sobre el objeto que ha incorporado.

Esta modificación de la realidad esta determinada por respuestas diferentes: perceptivas, motoras, conceptuales, etc. y se halla en continua evolución hacia formas progresivamente más complejas.

Constituye junto con la acomodación la configuración del proceso de equilibrio entre las relaciones del sujeto con el objeto, proceso que denomina adaptación.<sup>16</sup>

---

<sup>15</sup> UPN. La matemática en la escuela I. SEP. México, 1990. P. 229.

<sup>16</sup> Publicaciones Diagonal y Santillana para profesores. Diccionario de las ciencias de la educación Santillana, México, D.F. 1984 p. 141.

## ACOMODACION

Al mismo tiempo que el input resulta modificado por los procesos mediadores, los procesos mediadores son alterados por el input. Cada "corrección que es aplicada por el cerebro a una imagen retiniana tiene que ser aprendida; es decir los procesos mediadores que actúan sobre el input han sido, a su vez, moldeados por dicho input.

Veamos por ejemplo, la constancia del tamaño. Pensemos en los cientos y cientos de veces que el tamaño de una imagen sobre nuestra retina ha variado al mismo tiempo que la distancia que nos separa del objeto. Otros inputs, tales como los propioceptivos que se originan en la medida en que nos aproximamos al objeto, y las relaciones temporales entre ellos, han contribuido conjuntamente a la modificación de las pautas de medición. Piaget denomina acomodación al mecanismo porque se producen tales cambios.<sup>17</sup>

## INVARIANTES FUNCIONALES: ASIMILACION Y ACOMODACIÓN.

Acomodación y asimilación son denominadas "invariantes funcionales", puesto que son características de todos los sistemas biológicos, prescindiendo de

---

<sup>17</sup> UPN, La matemática en la escuela I. SEP, México 1990. P. 229.

los distintos contenidos de estos sistemas. Sin embargo, no siempre están equilibradas entre sí.

Se producen desequilibrios temporales cuando un niño imita (la acomodación supera la asimilación) y cuando juega (la asimilación supera la acomodación). La conducta resulta más adaptativa cuando acomodación y asimilación se hallan en equilibrio, pero tal equilibrio es siempre temporal, puesto que el proceso de adaptación pone de manifiesto imperfecciones del sistema.<sup>18</sup>

## ESQUEMAS

El desarrollo cognitivo consiste en una sucesión de cambios esencialmente estructurales.

En el sistema de Piaget, las unidades estructurales son denominadas esquemas. Constituyen un tipo de red en la que deben encajar los datos sensoriales aferentes; pero se trata de una red que esta modificando continuamente su forma, para mejor asimilar aquellos datos.

---

<sup>18</sup> Ibid. P. 230.

## EQUILIBRIO

Su importancia radica en haber constituido la inspiración de la teoría y de haber mantenido su papel de principio sustentador.

Esta idea supone que las estructuras tienden permanentemente hacia un estado de equilibrio, de modo que, cuando se ha alcanzado un estado de relativo equilibrio, la estructura resulta más acusada, más claramente delimitada, que lo había sido previamente: más esa mayor delimitación subraya inconsistencias y fallas de la estructura que nunca habían sido puestos de manifiesto anteriormente. Por consiguiente, "cada estado de equilibrio lleva consigo los gérmenes de su propia destrucción, pues, a partir de este instante, las actividades del niño se dirigen a la eliminación de las inconsistencias y la solución de los fallos."<sup>19</sup>

Se denomina equilibración al proceso por el que las estructuras pasan de un estado a otro; el resultado de tal proceso es un estado de equilibrio. El equilibrio siempre es dinámico y nunca es absoluto, más la consecuencia de un sistema de actos relativamente equilibrados constituye la consecuencia esperada de cada una de las distintas unidades de desarrollo.

---

<sup>19</sup> UPN Teorías del aprendizaje. SEP. México D.F. 1984. P. 64.

## UNIDADES DE DESARROLLO.

Piaget concibe el desarrollo intelectual como un proceso continuo de organización y reorganización de estructuras de modo que cada nueva organización integra a sí misma a la anterior. Aún que tal proceso es continuo, sus resultados no lo son; resultan cualitativamente diferentes a lo largo del tiempo. Por tal motivo Piaget ha decidido dividir el curso total del desarrollo en unidades denominadas periodos, subperiodos, y estadios. No obstante, debe tenerse muy presente que cada una de estas porciones del desarrollo es descrita en función de lo mejor que el niño puede hacer en aquel momento. Se producirán muchas conductas previamente aprendidas aún cuando sea capaz de nuevos y mejores comportamientos.<sup>20</sup>

## EL PERIODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS.

Enfoco ahora este período, considerando que es acorde al momento por el que atraviesan los alumnos de 4º grado.

El periodo de las operaciones concretas se sitúa entre las edades de los siete a los once ó doce años. Aún teniendo que recurrir a la intuición y a la propia

---

<sup>20</sup> UPN, La matemática en la escuela I, SEP, México 1990, p.231.



acción del niño, ya sabe descentrar, lo que tienen sus efectos tanto en el plano cognitivo como en el afectivo o moral.

Mediante un sistema de operaciones concretas (Piaget habla de estructuras de agrupamiento), el niño puede liberarse de los sucesivos aspectos de lo percibido para distinguir a través del cambio lo que permanece invariable. No se queda limitado a su propio punto de vista, antes bien, es capaz de coordinar los diversos puntos de vista y de sacar las consecuencias.

Las operaciones del pensamiento son concretas en el sentido de que sólo alcanzan a la realidad susceptible de ser manipulada, o cuando existe la posibilidad de recurrir a una representación suficientemente viva. Todavía no puede razonar fundándose exclusivamente en enunciados puramente verbales y mucho menos sobre hipótesis.

El niño concibe los sucesivos estados de un fenómeno, de una transformación, como "modificaciones", que pueden compararse entre sí, o bajo el aspecto de invariante, que implica la reversibilidad. Empleará la estructura de agrupamiento (operaciones) en problemas de seriación y clasificación. Puede establecer equivalencias numéricas independientemente de la disposición espacial

de los elementos; llega a relacionar la duración y el espacio recorridos y comprende de este modo la idea de velocidad. Las explicaciones de fenómenos físicos se hacen más objetivas. Ya no se refiere exclusivamente a su propia acción, sino que comienza a tomar en consideración los diferentes factores que entran en juego y su relación. Es el inicio de una causalidad objetiva y especializada a un tiempo.

Por más que ya se coordinen las acciones en un sistema de conjunto el pensamiento infantil avanza muy paso a paso; todavía no sabe reunir en un sistema todas las relaciones que pueden darse entre los factores; se refiere sucesivamente ya a la operación contraria (anulación de la operación directa por la operación inversa) ya a la reciprocidad (entendiendo que pueden compensarse algunos actos). El niño no es capaz de distinguir aún de forma satisfactoria lo probable de lo necesario... Razona únicamente sobre lo realmente dado, no sobre lo virtual. Por tanto en sus previsiones es ilimitado, y el equilibrio que puede alcanzar es aún relativamente poco estable.

La coordinación de acciones y percepciones, base del pensamiento operatorio individual, también afecta a las relaciones interindividuales. El niño no

se limita al cúmulo de información, sino que las relaciona entre sí, y mediante la confrontación de los enunciados verbales de las diferentes personas, adquiere conciencia de su propio pensamiento con respecto al de los otros. Corrige el suyo (acomodación) y asimila el ajeno.

El pensamiento del niño se objetiva en gran parte gracias al intercambio social. La progresiva descentralización afecta tanto el campo del comportamiento social como al de la afectividad. En esta edad, no sólo es objeto receptor de transmisión de la información lingüístico-cultural en sentido único, surgen nuevas relaciones entre niños y adultos y especialmente entre los mismos niños.

Analiza el cambio en el juego, en las actividades de grupo y en las relaciones verbales. Por la asimilación del mundo a sus esquemas cognitivos y apetencias, como en el juego simbólico, sustituirá la adaptación y el esfuerzo conformista de los juegos constructivos o sociales sobre la base de unas reglas.

El símbolo de carácter individual y subjetivo es sustituido por una conducta que tiene en cuenta el aspecto objetivo de las cosas y las relaciones interindividuales. Los niños son capaces de una auténtica colaboración en grupo.

Pasan de la actividad individual aislada a ser una conducta de cooperación. Tiene en cuenta las reacciones de quienes lo rodean, el tipo de conversación consigo mismo que al estar en grupo.

## UN PUNTO DE VISTA BASADO EN LA EXPERIENCIA DOCENTE.

El quehacer educativo tiene como propósito fundamental que el alumno aprenda, entendiendo el aprendizaje como la manera en que el alumno responde a la acción del profesor, es decir, la forma como asimila por su propio esfuerzo el caudal de cultura que está al alcance de su grado evolutivo. El aprendizaje es un producto de la técnica ; no es pura adquisición de conocimientos, habilidades y destrezas, sino éste debe repercutir en el comportamiento del educando dirigiéndolo a cambiar sus conocimientos por otros más positivos.

La enseñanza y el aprendizaje son dos actividades paralelas encaminadas al mismo fin, el perfeccionamiento del alumno, en la enseñanza el maestro orienta, encausa la actividad escolar, por lo cual éste logra aprender algo.<sup>21</sup>

Considero que, en la actualidad la actividad del maestro es muy trascendente, debe sentirse comprometido con un buen desempeño, pero sobre todo, debe mantenerse al día en las innovaciones educativas, encaminadas a incrementar el rendimiento escolar.

---

<sup>21</sup> VILLALPANDO, José Manuel Manual de Psicotécnica Pedagógica 18ª edición, México, Editorial Porrúa, p. 260.

Una de estas innovaciones es la teoría de Piaget, innovación en cuanto a que en muchos centros educativos se conoce muy poco sobre ella y, por tanto, no se hace una buena aplicación de la misma.

De acuerdo a esta teoría se señala la existencia de estructuras de conocimiento, mismas que se van constituyendo en el grado en el que el individuo aprende, habrá una estructura para cada tipo de conocimiento.

Así tenemos, por ejemplo, que la estructura de conocimiento, de un niño de 4 ó 5 años, referente al elemento "árbol" será reducida, considerándolo como un todo de manera global. Paulatinamente, conforme se vaya desarrollando tanto en su edad como en sus conocimientos, la estructura de conocimiento respecto del elemento "árbol", se verá enriquecida concibiéndolo con mayor propiedad, tanto en su estructura como en su función.

De la misma manera, al alumno de 4° grado, posee una estructura de conocimientos respecto a la división. Estructura que cuenta con elementos valiosos para seguir desarrollándose, clasificación, seriación, reversibilidad, cantidad, número, causalidad, conservación, son algunos de ellos.

El alumno de 4° grado, se encuentra en el período de las operaciones concretas, comprendido entre los 7 y los 11 ó 12 años, se le reconoce la capacidad de aprender a realizar operaciones aritméticas, tomando como base elementos concretos.

El programa oficial vigente señala que el alumno de 4° grado, al concluir el ciclo, debe ser capaz de manejar el algoritmo de la división, con un divisor hasta de dos cifras. Para lograrlo se cuenta con varias lecciones en el libro de texto de matemáticas. Además, se invita al maestro a que a través de su experiencia y/o capacidad, enriquezca dichas lecciones.

Al ingresar a 4° grado, el alumno tiene nociones de la operación de la división, ha participado en más de una ocasión en situaciones de reparto, de dinero, de alimentos, de tareas, etc., apegándose estrictamente a situaciones concretas; es capaz de realizar operaciones de suma, resta y multiplicación con mediana eficiencia. Elementos que constituyen un antecedente muy importante para la comprensión del algoritmo de la división. En caso de que no se posean estas capacidades, es bueno madurarlas a través de ejercicios.

Tomaré un ejemplo:

David y Juan desean repartirse 6 canicas, de antemano los alumnos de 4º grado, saben la respuesta, eso es un elemento muy importante que constituye el enlace del conocimiento. Se tienen 6 canicas de verdad y se pide a dos alumnos que pasen a representar a David y a Juan y se repartan las canicas, al preguntar cuántas tocaron a cada uno, la respuesta obvia es tres canicas.

Ahora, tomando el ejemplo anterior, pasamos a explicar el algoritmo de la división. Es muy importante que se hable con toda propiedad al respecto.

Dos niños seis canicas

David y Juan 0 0 0 0 0 0

Reparto

David, 0 0 0 = 3 canicas

Juan, 0 0 0 = 3 canicas.

Algoritmo

$$2 \overline{) 6}$$

divisor	2	3	cociente
	2	6	dividendo
		-6	resta
		0	residuo

El proceso de resolución. La cantidad que se va a repartir recibe el nombre de “dividendo”, se coloca dentro de la casita; el número de partes en que se va a repartir el dividendo, recibe el nombre de divisor, se coloca fuera de la casita, al



lado izquierdo. Se inicia el procedimiento al buscar un factor  $n$  tal que:  $2 \times n = 6$ ; dicho factor será 3, pues  $2 \times 3 = 6$ , en este caso, el factor encontrado  $n = 3$  se anota sobre la casita, en la parte superior, haciendo línea vertical con el número 6 que corresponde al dividendo. Ahora, tomando en cuenta la capacidad de los alumnos para manejar la “reversibilidad”, se puede plantearles que, tanto  $2 \times 3 = 6$  como  $6 \div 2 = 3$ . Pueden manejarse ámbos conductos, en este caso, para encontrar el cociente. Siguiendo con el procedimiento, se multiplica el divisor por el cociente, el resultado será la cantidad repartida, en este caso el número 6, se anotará en la parte inferior del lugar que ocupa el número 6 del dividendo y se restará al segundo el primero, el resultado de la resta constituirá el residuo.

El proceso de resolución que acabo de explicar implica la participación, por parte del alumno, de diversas capacidades para lograr comprenderlo. Las principales de acuerdo a la teoría de Piaget, son: la asimilación, la acomodación y el equilibrio; procesos que conllevan otras habilidades del individuo.

Considero la “asimilación”, como el proceso mediante el cual se da la incorporación de los objetos en los esquemas de conducta, no siendo tales esquemas más que la trama de las acciones susceptibles de repetirse activamente.

En este caso, asimilación del proceso de resolución del algoritmo de la división utilizado para repartir las seis canicas entre David y Juan.

La “acomodación” considera la influencia del medio sobre el organismo, influencia que no produce una respuesta mecánica pasiva, por parte del individuo, sino que, al contrario, éste tiende a modificar su comportamiento según las exigencias del medio, al mismo tiempo que intenta incidir en el desarrollo de esas exigencias. En el ejemplo que he dado, la acomodación se manifiesta cuando los alumnos intentan aplicar lo asimilado, el proceso de resolución del algoritmo de la división al intentar aplicarlo en la resolución de problemas que impliquen un grado de dificultad similar.

El equilibrio debe entenderse como una compensación de fuerzas integrada por las actividades del sujeto en respuesta a las perturbaciones del exterior. Estas sólo pueden ser compensadas a través de las reacciones o respuestas adecuadas. Al máximo de equilibrio corresponderá no un estado de reposo, sino un máximo de actividades del individuo que compense las perturbaciones actuales. Lo importante no es el concepto, sino, el proceso mismo de equilibramiento, resultado de una combinación de los procesos de asimilación y acomodación. En el ejemplo que presenté anteriormente, el equilibrio se manifiesta cuando los

alumnos logran comprender y aplicar correctamente el algoritmo de resolución de la división en ese grado de dificultad.

El proceso de resolución del algoritmo de la división, presentada en el ejemplo, se repetirá con ciertas variantes conforme aumente el grado de dificultad de los problemas.

Las fallas que se presentan en el uso de los algoritmos se deben a varias razones. El sentido de un algoritmo está dado tanto por los problemas que permite resolver, como por los procedimientos largos y no sistemáticos que el algoritmo reemplaza, no obstante, en la enseñanza escolar ambas fuentes del sentido de los algoritmos tienden a estar ausentes.

Los algoritmos se suelen enseñar separadamente de los problemas, e incluso antes de los problemas. Esas largas y numerosas horas que los alumnos dedican a dominar la técnica de un algoritmo fuera de contexto producen, en el mejor de los casos, destreza en una técnica algorítmica vacía de significado; aprenden a dividir con un sofisticado procedimiento, pero no saben cuándo dividir. Por otro lado, nunca se ha dado un espacio en que los alumnos desarrollen por sí mismos procedimientos de resolución informales, previamente a la enseñanza del

algoritmo, de tal forma que el algoritmo no es para ellos una herramienta que evita esfuerzos, ahorra tiempo, etc.

Un algoritmo es una forma de resolver una operación, pero la variedad de problemas que se resuelven con cierta operación, reconocer que otras se resuelven también con ella no es nada inmediato. Implica un proceso en el que, durante un tiempo se ponen en juego nuevamente procesos informales, hasta más adelante se descubre que aquella operación los resuelve. Cuando esto sucede, se ha enriquecido el significado que tal operación tiene.<sup>22</sup>

En un intento de alcanzar los propósitos plasmados en el programa oficial, al abordar las lecciones que sobre el tema están contenidos en el libro de texto, he trazado cinco líneas respecto del algoritmo de la división, que me facilitan trabajar con ellas. Estas líneas, se caracterizan por observar soluciones casi uniformes, con mínimas variaciones, de manera tal que los alumnos las comprendan con facilidad.

---

<sup>22</sup> PROGRAMA Nacional de actualización permanente, La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria Lecturas, SEP México 1996. P. 13.



156001

156001

La primera línea de divisiones, comprende a todas las divisiones que tienen una cifra en el divisor y sus resultados serán de una cifra en el cociente; comenzando de:

$$\underline{1} \overline{) 1} \quad \text{hasta} \quad \underline{9} \overline{) 89}$$

La segunda línea, comprende las divisiones que cuentan con una cifra en el divisor y sus resultados serán de dos cifras en el cociente, comenzando de:

$$\underline{1} \overline{) 10} \quad \text{hasta} \quad \underline{9} \overline{) 899}$$

La tercera línea, comprende las divisiones que cuentan con una cifra en el divisor y sus resultados serán de tres cifras en el cociente, comenzando de:

$$\underline{1} \overline{) 100} \quad \text{hasta} \quad \underline{9} \overline{) 8999}$$

La cuarta línea, comprende las divisiones que cuentan con dos cifras en el divisor y sus resultados serán de una cifra en el cociente, comenzando de:

$$\underline{10} \overline{) 10} \quad \text{hasta} \quad \underline{99} \overline{) 989}$$

La quinta línea, comprende las divisiones que cuentan con dos cifras en el divisor y sus resultados serán de dos cifras en el cociente, comenzando de:

$$\underline{10} \overline{) 100} \quad \text{hasta} \quad \underline{99} \overline{) 9899}$$

Las líneas mencionadas las trabajo en sus casos más sencillos con materiales concretos, cuando se hace necesario utilizar muchos materiales los

sustituyo por tarjetas de colores, dándoles un valor específico del 1, 10, 100, ó 1000.

Esta idea de trabajar, la tome del ejemplo número 5, de la lección 8, del bloque 3, del libro de matemáticas de 4° grado.

No es posible recorrer toda una línea, ni se hace necesario, la primera línea la abordo con materiales y aprovechando los conocimientos que sobre las tablas de multiplicar poseen los niños.

En los primeros intentos auxilio a los alumnos a representar el algoritmo del reparto que han realizado, posteriormente, ellos podrán representarlo.

La dificultad radica en que en una clase sólo se pueden realizar dos o tres ejercicios.

Comienzo a trabajar con la primera línea, manteniéndome en ella hasta que los niños la dominan con mediana eficiencia. En seguida abordo la segunda hasta lograr que se domine y así continúo trabajando durante el ciclo.

## CONCLUSIONES

La división es un tema muy complejo, en el que inciden diversos elementos. Constituye un reto, tanto para el profesor que intenta guiar, como para los alumnos que intentan aprenderla.

En el algoritmo de la división se encuentran contenidos los algoritmos de la suma, resta y multiplicación, junto con otras propiedades matemáticas que en su conjunto la dificultan. Aunado a esto, el papel que al respecto tome el profesor, da como resultado el grado de aprendizaje logrado por los alumnos.

Aún en estos días, la teoría de Piaget se desconoce en muchos lugares, en donde se conoce un poco, se detecta en seguida que su aplicación demanda mucha dedicación por parte del profesor. Deben conseguirse materiales diversos y en cantidades significativas para cada uno de los temas a desarrollar, sobretodo en matemáticas.

Los profesores no nos sentimos cómodos a la hora de trabajar, no sabemos conducirnos conforme a los requerimientos de la teoría, no nos agrada que los alumnos abandonen los lugares asignados para deambular en el salón. Esto se da por desconocimiento y por falta de capacidad.

Los postulados hechos por Piaget están encaminados a mejorar el rendimiento de la labor educativa. Corresponde a nosotros como docentes buscar la forma de integrarnos a nuevas teorías, en la medida que lo hagamos se facilitará nuestro trabajo.

Esta incorporación debe ser paulatina, como ahora que estoy tratando de explicar la forma de trabajar la división en cuarto grado de primaria. Los materiales concretos como granos de maíz, corcholatas, etc., se constituyen como elementos de aprendizaje, logrando que los alumnos se sientan más cómodos a la hora de solucionar problemas, aprendiendo con facilidad de la realidad inmediata.

Los procesos de aprendizaje están sujetos a constantes revisiones, tratando de lograr mejoras en todo sentido, que reditúen en mejores formas de aprender. Sin embargo, queda claro, que existe la necesidad de contribuir a este proceso.



## SUGERENCIAS

Mucho se ha hablado en los últimos tiempos, en el medio educativo, de la necesidad de formar en los alumnos un pensamiento crítico, que les ayude a reflexionar sobre el estado que guardan las cosas y los eventos que acontecen en su entorno. Este mismo propósito debe aplicarse primeramente entre los profesores, para que se conviertan en críticos de las formas educativas actuales, que reflexionen en los planes y programas de estudio, en los materiales disponibles, en los procedimientos utilizados, en su forma de trabajar. Pero que no se de una crítica destructiva, sino al contrario, una crítica sana que ayude a mejorar las formas y los resultados actuales.

En ningún momento debe dejarse de lado la función que el maestro tiene en la sociedad, debe guiarle a la superación, debe observar este propósito en cada una de las actividades que realiza. De esta manera estará contribuyendo al desarrollo social. Hay tanto y tantos individuos que necesitan prepararse.

No cabe duda de que el camino es difícil, pero en la medida que nos preparemos seremos capaces de afrontar cualquier situación. Los tiempos van

cambiando y con ellos las formas de enseñanza aprendizaje, surgen nuevos elementos que deben ser considerados, como las nuevas teorías.

Piaget, en su teoría, considera varios aspectos que deberían ser tomados muy en cuenta en el desarrollo de la actividad escolar. Pueden llegar a constituir toda una forma de trabajo, es adaptable y puede ser enriquecida con el ingenio del profesor.

Cada una de las escuelas se encuentra inmersa en condiciones específicas, su entorno es muy particular y por ello demanda cierto tipo de acciones. De alguna manera deben llevarse a cabo las actividades consideradas en los planes y programas oficiales afortunadamente se cuenta con materiales adecuados, programas, libros para el maestro, libros para el alumno, etc., sin embargo eso no quiere decir que nada más se debe estar sujeto a ellos, por el contrario, debemos ver la conveniencia de enriquecer estos materiales con otros más que nos ayuden a situar al alumno en una realidad inmediata.

Debemos estar en disposición de analizar con detenimiento, las posibilidades que faciliten nuestra labor.

## BIBLIOGRAFIA

AVILA, Alicia. Matemáticas cuarto grado. SEP México. D. F. 1996.

PROGRAMA Nacional de actualización permanente. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas. SEP México 1996.

PUBLICACIONES Diagonal/Santillana, para profesores. Diccionario de las ciencias de la educación. Santillana México, D. F. 1984.

RAMIREZ R. Simón. Etúcuaro y un maestro rural. Eddisa-Ediciones y publicaciones. México, D. F. 1978.

SEP Plan y programas de estudio 1993. Primaria. Fernández editores, México, D. F. 1993.

UPN La matemática en la escuela I Apéndice. SEP México 1990.

UPN La matemática en la escuela I. SEP México 1990.

UPN Teorías del aprendizaje. SEP México 1987.