



Secretaría de Educación Pública  
Universidad Pedagógica Nacional  
Unidad 011

SEP



✓  
*Las relaciones de pertenencia, inclusión,  
transitividad y reversibilidad en el  
concepto de número*

*Socorro Lozano Loera*

*Jesina  
presentada  
para obtener el título de  
Licenciada en Educación Básica*

*Aguascalientes, Ags., junio de 1997.*

... y transitividad, inclusión

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

UNIDAD 011

Aguascalientes, Ags., 7 de junio de 1997

C. PROFR.(A) SOCORRO LOZANO LOERA  
P r e s e n t e .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado:

Las relaciones de pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad en el concepto de número

Opción Tesina a propuesta del asesor C. Profr.(a)  
Cuauhtémoc Alfaro Delgadillo

manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

Atentamente

"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



Profr. Héctor Najera Gómez  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION  
DE LA UNIDAD UPN.  
INSTITUTO DE EDUCACION  
DE AGUASCALIENTES  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD 011

## INDICE

|  |    |
|--|----|
| INTRODUCCION . . . . .   | 1  |
| I. PSICOGENETICA Y APRENDIZAJE   |    |
| A- EL APRENDIZAJE DESDE LA PERSPECTIVA DE LA<br>TEORIA PIAGETIANA . . . . .          | 8  |
| B- FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE<br>APRENDIZAJE . . . . .                | 11 |
| C- CARACTERISTICAS DEL NIÑO DE PRIMER GRADO DE<br>PRIMARIA . . . . .                 | 14 |
| D- EL APRENDIZAJE DESDE LA PERSPECTIVA<br>PSICOGENETICA . . . . .                    | 18 |
| E- ELEMENTOS DE LA PEDAGOGIA OPERATORIA . . . . .                                    | 21 |
| II. CONSTRUCCION DEL CONCEPTO DE NUMERO  |    |
| A- ANTECEDENTES DEL CONCEPTO DE NUMERO . . . . .                                     | 26 |
| B- CONCEPTO DE NUMERO . . . . .  | 27 |
| C- CONSTRUCCION DEL CONCEPTO DE NUMERO<br>EN EL NIÑO . . . . .                       | 30 |
| 1. Clasificación . . . . .   | 31 |
| 2. Seriación . . . . .   | 32 |
| 3. Correspondencia y conservación de<br>cantidad . . . . .                           | 33 |
| 4. Representación gráfica . . . . .  | 34 |
| D- RELACIONES DE PERTENENCIA, INCLUSION,<br>TRANSITIVIDAD Y REVERSIBILIDAD . . . . . | 36 |
| CONCLUSIONES . . . . .   | 41 |
| BIBLIOGRAFIA . . . . .   | 43 |

## INTRODUCCION

Mi tarea diaria conocida mejor como práctica docente ha atravesado y atraviesa por un sin número de situaciones problemáticas, surgidas desde dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, y desde fuera, el medio escolar: escuela y sociedad que le rodea.

Durante los doce años de servicio (docente) que llevo hasta ahora, la mitad la he trabajado con el primer grado y otra tercera parte en el segundo.

Pero a pesar de eso, hasta este momento he comprendido, con la ayuda de la licenciatura, las características físico-psicoafectivas de los alumnos en esta etapa infantil, gracias a los estudios de la teoría Piagetiana, pues, me he dado cuenta que corresponde a lo observado diariamente en mis alumnos de primero y segundo grado.

La problemática docente que afecta mi labor es muy amplia y hay problemas que están fuera de mi alcance tratar de resolver, pero los profesores debemos tener en cuenta, que hay situaciones que si podemos solucionar, y que por pequeños que sean los logros que obtengamos, irán día a día, transformando nuestra práctica en bien de los alumnos, ya que la docencia es por ellos y para ellos.

Por lo tanto, ¿por qué no adaptar al proceso enseñanza-aprendizaje una metodología que responda a las necesidades, intereses y realidad de los alumnos?.

Buscando este nuevo enfoque en mi trabajo docente, y teniendo en cuenta el problema general que presenta el aprendizaje de las matemáticas en todo nivel educativo, deduzco que tiene su origen en el primer grado de acuerdo a mi experiencia personal, específicamente al adquirir el concepto de número ya que no tomamos en cuenta las relaciones que en él van implícitas: pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad; pues la mayoría de los docentes lo enseñamos en forma mecánica, sin considerar las características de los alumnos ni necesidades, realidad e intereses, por lo que vamos creando aversión, apatía y miedo a las matemáticas.

Debido a esto deseo ampliar mis conocimientos teóricamente sobre los planteamientos metodológicos en el campo educativo de la Pedagogía Operatoria, que surge como respuesta a los estudios de Piaget sobre la adquisición del conocimiento por parte de los educandos, como medio de transformación posterior, en mi metodología, para la enseñanza de las matemáticas.

La práctica docente, debemos ubicarla dentro de una estructura social, cultural, económica y política en la cual está interactuando y su desarrollo es para responder a ésta, por lo tanto, siendo parte de este amplio contexto presenta problemas de índole muy diversa, que están relacionados con las personas que en este proceso participamos: maestros, alumnos, padres de familia y directivos, con los contenidos de aprendizaje, problemas metodológicos, etc.

Con base en mi experiencia, al enfrentamiento cotidiano que diariamente tengo con la realidad docente, entre la multitud de

éstos problemas, están como ya se dijo los de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que las matemáticas forman parte activa de nuestra vida diaria, y que en todo momento estamos haciendo uso de ellas: al ir a la tienda, al cocinar, formar la familia, en el gasto familiar, etc. Al iniciar al alumno en los símbolos convencionales que éstas implican, lo hacemos de forma tradicional (mecánica). El profesor es el que sabe y enseña; el alumno tiene que aprender lo enseñado por el maestro y de determinada forma, la que a su vez debe ser cuantificable.

Todo esto nos ha llevado a utilizar una metodología que lleva al alumno a la mecanización del conocimiento matemático, a la memorización de conceptos.

Cuando el alumno ingresa al primer grado de primaria, el ya ha manejado y maneja en su vida diaria conocimientos matemáticos, en forma oral, gráfica, plástica y mental, pero los maestros en general, yo en particular, lo aislamos de esa realidad, queremos enseñarles las matemáticas convencionales sin tomar en cuenta los conocimientos previos del alumno, además otro aspecto muy importante es que olvidamos o no conocemos a fondo las características del alumno en este grado (5 a 7 años), deseamos que aprenda (mecanice) conceptos, que realice abstracciones y reversibilidad de su pensamiento, creemos que mostrándole bonitos dibujos, esquemas y figuras el niño va a aprender.

Estamos muy equivocados ya que el alumno de primer grado, como muestran los resultados de los estudios de Jean Piaget, su pensamiento es representativo y prelógico, para llevarlo a un

verdadero conocimiento hay que convertir el aprendizaje mecánico en uno operatorio (activo) en el que el niño manipule, construya y desarrolle su creatividad utilizando objetos y situaciones reales.

Las matemáticas forman un contexto muy amplio, por lo que tratar de estudiar su problemática a fondo en forma general sería inútil, por lo que mi estudio lo avocaré a un solo punto, el cual creo yo, es crucial para llevar al niño al convencionalismo de las matemáticas sin que la palabra " matemáticas " cause miedo, apatía o aversión, este punto es: la importancia de tener en cuenta las relaciones de: pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad para la adquisición del concepto de número en el niño.

En vez de llevar al alumno a la mecanización de símbolos numéricos, guiarlos, encaminarlos a que razonen, manipulen lo que implica el número, que no es simplemente un esquema, un símbolo numérico.

Los docentes debemos cuidar que el alumno a construir el concepto de número, comprenda sus relaciones, y partir de su realidad físico-psicoafectiva, para poder llegar a la generalización del conocimiento.

La Pedagogía Operatoria es la nueva opción educativa que responde a lo anterior, pues sus planteamientos y preceptos están basados en la Psicogenética, es la opción metodología mas viable para lograr el verdadero aprendizaje de los alumnos, propósito fundamental en la docencia.

Considerando a la educación, como todo un proceso de

formación del individuo cuya finalidad será, su participación activa y real en la cambiante sociedad a la cual pertenece.

Es tarea de nosotros los docentes, buscar día a día, mejorar y transformar nuestra práctica, para que responda a estas expectativas.

Nuestra labor como profesores es pues, encausar el proceso de aprendizaje de los alumnos y por el bien de ellos tenemos que actualizarnos, buscando una metodología (de enfoque operatorio) que responda a las necesidades, intereses y características de los niños; en este caso para el conocimiento matemático, específicamente para guiar y resaltar en el aprendizaje, la importancia de las relaciones de: pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad, en el concepto de número en el primer grado, como factor primordial para iniciar pues los convencionalismos del conocimiento matemático, entrelazado y complementado con la realidad.

Con este trabajo pretendo:

- Describir el proceso de construcción del concepto de número en los alumnos de primer grado de educación primaria, de tal manera que me permita desarrollar mi práctica docente considerando este proceso.

- Señalar los aportes de la psicogenética en materia pedagógica para lograr un aprendizaje que responda a las necesidades, intereses y características de los alumnos en el desarrollo del concepto de número.

- Plantear teóricamente los postulados de la Pedagogía Operatoria para facilitar el aprendizaje del concepto de número,



teniendo en cuenta la importancia de las relaciones; pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad.

Los docentes formamos parte de un amplio contexto que es el educativo, donde participa toda la sociedad directa o indirectamente.

Pero nuestra labor aunque va encaminada hacia el bien de ella, se realiza en pequeños grupos. Estos grupos son los que tenemos año con año a nuestro cargo y gracias a lo cual vamos conociendo a los alumnos y sus características así como todo tipo de problemática que surge en el aula.

Por esta razón, el presente trabajo está orientado mediante un estudio teórico, a comprender mejor las expectativas que pretendo lograr de acuerdo a las características del grupo de 10. "B" de la Escuela Primaria Adolfo López Mateos de Calvillo, Ags., en el cual desempeño actualmente mi labor docente.

Este es un grupo heterogéneo, con grandes y marcadas diferencias en las características de los alumnos en cuanto a maduración psíquica, biológica y física para lograr el aprendizaje. Además son niños muy inquietos y juguetones, los cuales se llevan regularmente bien.

Nuestra relación como maestra-alumnos es cordial, existe un clima de comprensión y respeto, además debo de estar constantemente buscando la forma de adaptar la enseñanza de los contenidos programáticos para que mis alumnos los puedan asimilar, ya que hay muchos que a ellos no les interesan, pues no responden a sus intereses y no les encuentran aplicación en su realidad.

Mis alumnos forma parte de una comunidad escolar compuesta

por doce grupos, dos por grado; trece profesores: doce de grupo y uno de educación física, un conserje y el director. Aunque mi grupo está integrado por los niños más pequeños participan en todo tipo de actividades cívicas, sociales y académicas que en la escuela se desarrollan, las cuales ayuda a mejorar su integración escolar.

El presente documento tiene la siguiente estructuración: en el primer capítulo denominado Psicogenética y Aprendizaje el cual trata sobre los estudios de Jean Piaget sobre la adquisición del conocimiento, así, como los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje y los períodos de desarrollo cognitivo; luego tenemos una breve síntesis sobre como se aprende según la Psicogenética y por último el tema de la Pedagogía Operatoria y el rol del maestro como corriente pedagógica que se apoya y pone en práctica la teoría piagetiana. En el segundo capítulo, titulado Construcción del Concepto de Número se encuentran los antecedentes del concepto de número, su definición y construcción del concepto de número en el niño; y por último, las relaciones de pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad. Al final se encuentran las conclusiones a las que he llegado con el presente trabajo y la bibliografía en la cual me he apoyado.

Socorro Lozano Loera.

## I. PSICOGENETICA Y APRENDIZAJE

### A- EL APRENDIZAJE DESDE LA PERSPECTIVA DE LA TEORIA PIAGETIANA

La Psicogenética: Es una teoría cognoscitiva la cual comprende las estructuras del conocimiento, el constructivismo y el método empírico.

Piaget intenta crear una epistemología a través de su método (origen genético) para explicar la adquisición y evolución del conocimiento del ser humano al entrar en contacto con los objetos.

Los conocimientos se producen por la interacción dialéctica entre el sujeto y el objeto ya que el individuo como ser social está constantemente interactuando con su medio. Por lo tanto, el conocimiento ha evolucionado a través de la historia del hombre (método histórico).

La Psicogenética aborda el estudio de la adquisición del conocimiento a lo largo del desarrollo del ser humano, destaca cierto número de etapas a través de las cuales pasa una persona desde su nacimiento hasta desarrollar los procesos mentales de un adulto.

Las ideas piagetianas proporcionan a nosotros los docentes sugerencias muy útiles sobre como concebir la instrucción adecuada a nuestros alumnos pues nos dice que al preparar un programa se deben tomar en cuenta las características específicas de los educandos, su disposición o madurez física y mental para apropiarse de ciertos conocimientos (Cfr. UPN, 1990: 199-216).

Como dice Piaget, algunas formas de pensar que resulten sencillas para un adulto no están al alcance de una persona más joven.

Es decir, debemos tomar en cuenta al niño, su nivel de maduración física y mental, necesidades e intereses y tener en cuenta los cambios específicos que se van presentando a lo largo de sus años escolares, pues a medida que va creciendo se van ampliando sus estructuras cognitivas, su capacidad de razonamiento y aprendizaje.

Esto nos mostrará además las limitaciones y el material con que se puede enseñar al alumno en cada etapa que va pasando, pues, su capacidad para aprender en un hecho se haya limitada por los instrumentos o esquemas mentales que el aporta al problema (Cfr. UPN, 1990:201).

Los maestros hasta hoy en día desconocemos o no tomamos en cuenta lo anterior, y queremos que el alumno aprenda cierto grado de contenidos (programa de estudios ) que de acuerdo a estudios hechos por investigadores y autoridades educativas deben aprender o asimilar nuestros alumnos pero, según mi experiencia, es muy amplio pues en todos los años que llevo en la docencia no he logrado cubrirlo en su totalidad, además de que como antes mencioné no partimos de lo que nuestros alumnos ya conocen, sino que utilizamos una metodología tradicional, la cual responde a nuestro nivel de pensamiento, que el alumno (ser pasivo) aprenda lo que debe de aprender (contenido) y como lo debe de aprender, le marcamos las pautas de aprendizaje.

Con los nuevos enfoques educativos de los programas vigentes

se pretende transformar esta educación, adoptando las nuevas propuestas que se centran en el sujeto que aprende: por lo tanto es importante conocer y comprender como adquieren nuestros alumnos el conocimiento, sus necesidades e intereses y la etapa por la cual va atravesando, como nos señala Piaget.

Piaget basa su teoría en tres premisas fundamentales:

- La dimensión biológica.
- La interacción sujeto-objeto.
- El constructivismo psicogenético (Cfr. Ruiz, 1990: 239-240).

Los estudios psicológicos muestran que son los mecanismos biológicos los que hacen posible que aparezcan las funciones cognitivas en el sujeto. Que se requiere cierto grado de maduración para que el individuo sea capaz de adquirir algunos conocimientos y que la adquisición de conocimientos es gradual y va evolucionando a medida que se desarrolla el organismo.

Las estructuras biológicas determinan los niveles de desarrollo o esquemas (cimientos del pensamiento).

Cada individuo tiene sus propios esquemas de acuerdo a las experiencias que va teniendo en la interacción con el medio, por lo que pueden ser muy pequeños y específicos o muy amplios y generales.

Según Piaget citado por Woolfolk (1983), plantea que a medida que los niños se desarrollan de acuerdo a su potencial genético cambian su comportamiento para adaptarse a su entorno.

Lo anterior, lo he comprobado en mis alumnos cuando ingresan al primer grado ya que los que provienen de familias con mayor

cultura, en donde ya han interactuado con material gráfico y plástico como los libros traen un nivel de maduración cognoscitiva que facilita el proceso de aprendizaje, en cambio los que no tienen este tipo de experiencias previas se les dificulta.

## **B- FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE**

Los estudios de Piaget nos señalan que para ir adquiriendo el conocimiento en el individuo intervienen una serie de factores cognitivos entre ellos la adaptación.

Para llegar ella tienen lugar dos procesos básicos que son: asimilación y acomodación.

**La asimilación:** Se da cuando una persona hace uso de ciertas conductas naturales o ya aprendidas, en situaciones nuevas. Es todo lo que está recibiendo al interactuar con el medio y de lo cual se va apropiando.

**La acomodación:** Tiene lugar cuando el individuo se da cuenta de que el conocimiento sobre un objeto ya no es suficiente e indaga y reacomoda ese conocimiento, desarrollando un nuevo comportamiento. Es decir el individuo llega a la modificación de esquemas para lograr adaptarse a las circunstancias de su medio.

"Según Piaget la adaptación a través de la asimilación y de la acomodación conduce a unos cambios de estructura cognitiva del individuo, cambios en suma de organización" (Woolfolk 1983: 203). Esto quiere decir, que el individuo al irse adaptando al medio va desarrollando y ampliando sus estructuras volviéndolas más complejas.

A medida que los alumnos van asimilando y acomodando el conocimiento van ampliando sus estructuras mentales y nivel de aprendizaje.

En el logro de esto intervienen, en gran medida las llamadas causas de cambio que son:

**La maduración:** La maduración del sistema nervioso (base biológica) tiene lugar a medida que el desarrollo lo permite y el sujeto va interactuando con su medio, o sea, la experiencia que va adquiriendo.

Piaget explica el proceso de aprendizaje en términos de adquisición del conocimiento. Para esto establece una marcada diferencia entre maduración y aprendizaje, es decir, entre las estructuras hereditarias y el proceso de aprendizaje por experiencia directa.

Es muy importante pues tener en cuenta el grado de desarrollo mental en que están nuestros alumnos, para saber si están aptos para asimilar los conocimientos y guiarlos de acuerdo a sus capacidades físicas y mentales.

"Piaget considera que un niño activo es un niño que está aprendiendo, y a su juicio, esta actividad, asume tres formas: ejercicio (movimiento), experiencia física (manipulación de objetos) y experiencia lógico-matemática (abstracción)" (Swenson, 1984: 205).

Cuando el individuo está actuando sobre el medio está conociendo y a medida que aumenta su madurez física crece su capacidad de acción sobre el entorno y el aprendizaje de él.

En los primeros años el ser humano al realizar algún

movimiento (ejercicio) con su cuerpo aprende (a patear, caminar, etc.), luego llega a manipular los objetos con el fin de conocerlos, ya cuando llega a determinado nivel de desarrollo del pensamiento aprende utilizando su experiencia lógico-matemática (proceso mental para elaborar reglas lógico-abstractas ).

**Transmisión social:** El medio social también afecta en gran medida en el desarrollo del pensamiento, pues el niño aprende de sus padres, hermanos, amigos, medios de comunicación, etc., pero aprende de acuerdo a las hipótesis que él se formula de los hechos que para él son evidentes. Más que aprender de los adultos, aprende de la relación que se da entre sus iguales por el nivel de desarrollo mental.

Pues como ya dije antes algunos hechos o conocimientos que para el adulto son sencillos y fáciles para el niño son demasiado complejos, de ahí que debemos los profesores ascender a nivel del alumno, tanto en pensamiento como en lenguaje y experiencia para transmitir el conocimiento, además de auxiliarnos de los otros niños.

Aunque estos tres factores antes mencionados: maduración, actividad y transmisión social son causa de cambio los verdaderos cambios se producen a través de un cuarto factor que es:

**El proceso de equilibración:** Este es el factor fundamental de desarrollo pues coordina la maduración, experiencia y transmisión social. Organiza la información que recibe para ajustarla a los esquemas ya existentes, pero si esta información no encaja con exactitud con dichos esquemas realiza cambios para poder acomodarla, o si por el contrario se encuentra con hechos



totalmente extraños recurra a la formación de nuevos esquemas para acomodarlos.

De ahí que tengamos pues que todo lo que recibe o asimila el individuo va formando y ampliando sus estructuras mentales: nivel de pensamiento, aprendizaje y conocimientos.

Los estados de equilibrio son temporales y dinámicos pues la estimulación del medio ambiente pone al individuo ante situaciones conflictivas.

Estas fases jamás serán aisladas si no que se interrelacionan y funcionan al mismo tiempo.

#### C- CARACTERISTICAS DEL NIÑO DE PRIMER GRADO DE PRIMARIA

Según los estudios de Piaget en relación con el aprendizaje, las características de primer grado, de acuerdo a su edad cronológica 5-8 años comprenden el período preoperacional, que va de los 2 a 7 años, dándose en este grado la transición al período de las operaciones concretas 7-11 ó 12 años, por lo que se describirán a continuación.

Período preoperacional (2-7 años). Período del pensamiento representativo y prelógico.

Se caracterizan por la aparición de acciones internalizadas que son reversibles en el sentido de que puede pensar en una acción y lo que ocurrirá si esa acción es anulada. Este Período ya no se limita al aprendizaje por ensayo o por error sino que empieza el aprendizaje cognitivo cada vez mayor.

En el cambio a este Período el niño descubre que algunas

cosas pueden tomar lugar de otras (función simbólica). El pensamiento se interioriza, es decir, ya no está sujeto a acciones externas.

Las representaciones internas que aquí surgen lo ayudan a acrecentar su inteligencia y son: la imagen mental y el rápido desarrollo del lenguaje hablado.

El niño ejecuta experimentos mentales en los cuales recorre los símbolos de hechos como si participara directamente en ellos. Esto lo conduce al desarrollo del pensamiento unidireccional (egocentrismo simbólico) todo gira alrededor de sí mismo y muestra incapacidad para tomar en cuenta otros puntos de vista.

El pensamiento preoperacional no es reversible pero el niño va adquiriendo poco a poco habilidades que le darán acceso a este nuevo instrumento del pensamiento. Al mismo tiempo el niño va realizando acciones que lo llevan a la descentralización, que tienen mucho que ver con el espacio que ocupan los objetos.

El niño preoperacional comienza a mostrar habilidades de clasificación (agrupa hechos en conceptos o esquemas) aunque no con la misma jerarquía de los adultos.

Aunque aquí el aprendizaje se va dando por mecanismos cognitivos tienen un carácter primitivo y su pensamiento es dominado por los mecanismos ambientales.

"En el Período sensoriomotor el niño avanzó del ejercicio no intencional de reflejos al aprendizaje de la discriminación y por ensayo y error y de ahí a los comienzos del pensamiento simbólico y la comprensión de la causalidad. En el Período preoperacional, el niño descentra las acciones y presenta una conducta perceptual

primitiva. El pensamiento es todavía egocéntrico o irreversible" (Swenson, 1984: 211).

#### **Período de operaciones concretas (7-11 ó 12 años).**

Socialización y objetivación del pensamiento.

Teniendo aún que recurrir a la intuición y a la propia acción, el niño en este Período ya sabe descentrar (razonar al manipular objetos) lo que viene a repercutir en los planos cognitivo, efectivo y moral.

En cuanto al desarrollo del pensamiento, por medio de la experiencia el niño llega a la reversibilidad del pensamiento, pues, ya que en toda operación (acción) que se realiza se sigue un proceso y para llegar al pensamiento reversible es necesario volver al punto de partida, es decir, desandar dicho proceso.

La adquisición de la reversibilidad del pensamiento juega un rol fundamental pues a partir de ahí el niño es capaz de reconocer la conservación de la materia, constancia de peso y volumen. Además, adquiere otros principios de conservación como longitud, superficie, paralelo, velocidad y espacio.

Otra característica que se da en esta etapa es que debido a las nuevas capacidades mentales que se van desarrollando, se llega a la clasificación, ordenamiento de objetos y seriación, así, como al concepto de número por medio de la percepción, pero es muy importante tener muy presente la objetividad del pensamiento ya que sus operaciones son concretas, solo son reales para él las que son susceptibles de ser manipuladas o cuando se puede recurrir a representarlas vivamente.

Todavía no puede razonar basándose en enunciados puramente

verbales y menos en conjeturas de carácter hipotético.

En lo referente a la conducta y socialización de los siete años en adelante el niño se vuelve mas sociocéntrico, es decir, acepta los puntos de vista de los demás, acepta la existencia de reglas y propone otras. Esto se debe a que piensa antes de actuar y está en el principio de la reflexión o construcciones lógicas.

Aparecen además en esta etapa nuevos valores morales y la organización de la voluntad.

Los valores surgen por las relaciones que se dan entre iguales: respeto mutuo, colaboración, justicia, etc..

la voluntad se encarga de ir regulando la energía, en la medida que los esquemas se encuentran en equilibrio, la voluntad ayuda para despertar el interés.

Como ya mencioné, en los alumnos de primer grado se da la transición del Período preoperacional al de las operaciones concretas, en el primero se desarrollan habilidades tanto clasificatorias como de reversibilidad, el aprendizaje es guiado por mecanismos ambientales, discrimina por ensayo y error; en el de las operaciones concretas se llega a la reversibilidad, clasificación y seriación mediante la acción sobre los objetos, todo esto muy importante en la construcción del número.

Por lo tanto, en el primer grado debemos enfatizar actividades concretas para lograr la construcción de conceptos como el de número. Esto no quiere decir que el niño va adquirir este concepto en este grado, pero va ir formando las estructuras adecuadas para ello.

El proceso de desarrollo de conocimiento, el cual va a la

par del desarrollo biológico del niño de primer grado, debe ser fundamental para nosotros los maestros, pues para guiar el aprendizaje debemos conocerlos, estar al tanto de las condiciones, necesidades e intereses de nuestros alumnos y lograr la construcción de verdaderos aprendizajes, evitando así errores que estamos cometiendo en nuestras aulas, como la exigencia de adquisición de conceptos (concepto del número), y lo que es peor aún, de manera abstracta a los alumnos de primer grado. Cuando el niño todavía no tiene los esquemas o conocimientos para adquirirlo. Esto nos permitirá además, poder seleccionar las actividades pedagógicas que respeten el proceso de desarrollo y que propicien el equilibrio cognitivo, para impulsar a los niños a elaborar sus hipótesis, ideas y juicios, y la constante evolución de estos, que faciliten a su vez su desarrollo (ampliación de esquemas cognitivos) (Cfr. Piaget, 1971: 31-61).

#### **D- EL APRENDIZAJE DESDE LA PERSPECTIVA PSICOGENETICA**

La Psicogenética es la teoría psicológica creada por Jean Piaget para explicar como adquiere el individuo el conocimiento, esta teoría comprende todo el proceso ya descrito en las etapas cognitivas.

Piaget nos dice que conocimiento y aprendizaje psicológicamente son conceptos distintos.

El conocimiento es un reflejo mental que resulta de la interacción sujeto-objeto, es una labor voluntaria, espontánea. Para llegar al conocimiento se necesita actuar sobre el objeto a

conocer, hacer algo.

El aprendizaje es una transformación o cambio cualitativo en las estructuras mentales, ascenso o avance de éstas. La voluntad no influye en estas estructuras internas. El aprendizaje viene siendo la teoría o concepción completa que el sujeto tiene del mundo.

La Psicogenética nos dice teóricamente que el conocimiento y a su vez el aprendizaje es construido por el sujeto al actuar sobre el objeto.

Pero esta concepción no está aceptada totalmente, pues, en el plano educativo los docentes nos dedicamos a enunciar leyes y conceptos como actividades de aprendizaje; queremos que el alumno las entienda, nos las explique de acuerdo a nuestro nivel mental; pero como nos dice Montserrat Moreno "el enunciar una ley no es ni ha sido nunca el punto de partida para el descubrimiento científico sino el punto de llegada" (Moreno, 1983: 56).

Debemos entender primero nosotros el proceso que se siguió para llegar a esa ley, pues debió existir una serie de pasos por los cuales surgió, pasos que el individuo debe seguir para lograr el conocimiento.

Para que el hombre aprenda, tiene que seguir un recorrido que lo lleve a construir y reconstruir su propio conocimiento. Esto con el fin de volverlo generalizable, pues si no se puede volver a construir o reconstruir en hechos y situaciones generales este conocimiento va a permanecer aislado a una situación particular.

Para que se de la generalización del conocimiento es

necesario que exista la construcción o varios ensayos para que los procesos adquiridos se puedan aplicar con mayor habilidad en otros contextos.

Considero que hasta ahora en la escuela contribuimos a formar individuos en teoría, pues lo que se aprende, sirve solo para resolver los problemas que la escuela le presenta, como memorizar o mecanizar conceptos para pasar un examen, pero lo que en ella se aprende en ocasiones no sirve para resolver problemas de la vida diaria, de su realidad, ya que gracias a esta mecanización y a que no se sigue proceso constructivo no se puede generalizar, es decir, no se puede llevar a la práctica porque no se sabe como.

Esto sucede en todas las áreas del saber, pero principalmente en las matemáticas, como considero y así consideramos casi todos los docentes, son conocimientos abstractos, queremos que los alumnos reflexionen y resuelvan problemas prefabricados convencionalmente, como es la adquisición del concepto de número ya mencionado anteriormente, mostrándole el signo numérico por medio de un dibujo, pues, no los ponemos a realizar acciones para que comprenda, reflexione y experimente sobre hechos y situaciones reales, como es, contar, seriar, clasificar, agrupar y desagrupar objetos, es decir, que se siga todo un proceso de construcción del concepto de número y no la mecanización de un signo numérico. Yo creo que esto se debe a que creemos que es una pérdida de tiempo, pues no conocemos o tenemos miedo de intentar conformar el proceso de aprendizaje basado en una didáctica constructivista que respete las características de los niños en

cuanto al proceso de adquisición del conocimiento como, nos dice la Psicogenética (Cfr. Moreno, 1983: 43-59).

#### **E- ELEMENTOS DE LA PEDAGOGIA OPERATORIA**

La pedagogía Operatoria es una corriente pedagógica que se apoya teóricamente en la Psicogenética. Es una serie de trabajos realizados sobre aprendizaje y generalización aplicados a la escuela. Se basa en la capacidad operatoria del individuo que lo conduce a descubrir el conocimiento como una necesidad para dar respuesta a los problemas que enfrenta cotidianamente y que provoca la escuela, buscando satisfacer sus necesidades reales, tanto sociales como intelectuales, es decir, que esta nueva corriente educativa esta centrada en el alumno y no en los conocimientos, que el aprendizaje es por él y para él (Cfr. Moreno, 1983: 13-23).

Analizando las reformas hechas a los programas educativos de nuestro país, me he dado cuenta que los nuevos enfoques implícitos en ellos, tienen la finalidad como nos muestra la Pedagogía Operatoria, que el alumno construya su conocimiento volviendo el proceso de aprendizaje más activo, para formar individuos críticos, reflexivos, creadores y transformadores de su realidad (Cfr. SEP, 1993: 13).

La Pedagogía Operatoria nos dice que el maestro debe iniciar el proceso educativo partiendo del nivel de conocimientos que ya trae el alumno, pues como muestra Piaget, el niño desde que nace va adquiriendo el conocimiento mediante la formación de esquemas



y ampliación de sus estructuras mentales siguiendo los procesos constructivos ya señalados, como son: asimilación, acomodación y equilibración.

La Pedagogía Operatoria basa su acción educativa como su nombre lo indica en la operación o acción del sujeto sobre el objeto como esencia de conocimiento, ya que toda acción interiorizada que lo modifica lo va a llevar a la reversibilidad del pensamiento.

Los principios básicos planteados por la Pedagogía Operatoria son los siguientes:

El aprendizaje como un proceso activo; que se promuevan las interacciones sociales entre los niños y que se base toda actividad intelectual en experiencias directas.

La Pedagogía Operatoria tiene como objetivo general formar individuos autónomos capaces de desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo que lo lleven a construir conocimientos para aplicarlos a la realidad.

Para lograr lo anterior se pretende:

Hacer que todos los aprendizajes se basen en las necesidades e intereses de sus alumnos.

Tomar en consideración en cualquier aprendizaje la génesis de adquisición del conocimiento. ¿Qué tanto sabe el alumno?, ¿Qué nivel mental posee como punto de partida?.

Ha de ser el propio niño el que vaya construyendo su propio aprendizaje en el que se tomará en cuenta tanto aciertos como errores constructivos necesarios en toda construcción intelectual.

Que se debe convertir las relaciones sociales afectivas como tema básico de aprendizaje.

Evitar la separación entre el mundo escolar y extraescolar. La enseñanza debe pues estar ligada a la realidad del alumno (Cfr. Moreno, 1983: 23-24).

Tomando en cuenta la finalidad esencial del aprendizaje operatorio, que el alumno construya su propio conocimiento de acuerdo a sus necesidades e intereses:

¿ Cual va a ser ahora la función del maestro?

Desde la perspectiva de la Pedagogía Operatoria el papel del maestro sufrirá un cambio trascendental, seguirá al frente de un grupo pero: como guía.

Hay que eliminarse el autoritarismo y la represión, pues si queremos que los alumnos sean creadores, inventores y descubridores debemos dejarlos que actúen , ejerciten y manipulen con el universo que los rodea.

Como guía el maestro debe encauzar el aprendizaje, provocando situaciones en los que los conocimientos se presenten como necesarios, para alcanzar las finalidades concretas propuestas por ellos mismos. Que se propongan actividades precisas que lleven al alumno a recorrer todas etapas necesaria en la construcción del conocimiento.

El profesor debe utilizar continuamente las técnicas de cuestionamiento y contrastación de los resultados que el alumno obtiene con la realidad, y con los resultados obtenidos por sus compañeros; además, crear situaciones que obliguen al sujeto a analizar y rectificar sus errores cuando estos se presenten.

El maestro tiene además que auxiliarse de la naturaleza activa y curiosa del niño para buscar y proponer situaciones de aprendizaje de acuerdo a sus intereses; también valerse del juego y aprovechar todas las situaciones espontáneas no planificadas que surjan dentro del grupo, valorando el orden a realizar el trabajo.

A la vez con su actitud propiciar el respeto recíproco, cuidar todas las situaciones de tipo afectivo que puedan de alguna forma repercutir en la dinámica del grupo, y observar activamente al niño para descubrir como piensa y actúa y valorar la comunicación como instrumento de aprendizaje.

Para que el profesor pueda guiar el aprendizaje en este caso del concepto de número con enfoque operatorio es indispensable pues que conozca las etapas de desarrollo cognoscitivo que lo llevarán a respetar las necesidades e intereses de los alumnos (Cfr. Moreno, 1983: 41-61).

#### **Papel del alumno dentro de la Pedagogía Operatoria**

De acuerdo a los principios y objetivo general de la pedagogía Operatoria el alumno como ser autónomo será capaz de:

- Organizar el mundo que lo rodea gracias a la realización de operaciones mentales, aumentando cada vez el nivel de complejidad y convirtiendo su universo en operable.

- Construir sus propios sistemas del pensamiento mediante el ensayo y el error. Considerando el error como un paso necesario en este proceso.

- Ser autónomo para elegir sus propias formas de organización dentro de la escuela y llegar al aprendizaje social, tan

importante como el de las materias.

Por lo anterior, el niño tiene que hacer uso, con la guía del maestro, de su actividad, curiosidad y creatividad, cualidades naturales en él, para interactuar y operar en el mundo que le rodea y lograr los procesos en la adquisición y construcción del conocimiento (Cfr. Moreno, 1983: 34-37).

## II. CONSTRUCCION DEL CONCEPTO DE NUMERO

### A- ANTECEDENTES DEL CONCEPTO DE NUMERO

Como todas las ciencias, la matemática ha ido evolucionando a lo largo de la historia. Sus nuevas adquisiciones no se apoyan en la observación sino en la demostración mediante procedimientos matemáticos.

Esto le da un carácter abstracto, que para los adultos (docentes) con poca o mucha experiencia en esta área es comprensible y en su caso asimilable, pero, para un niño de pensamiento concreto (5-7 años) en los inicios de la escolaridad primaria no lo es.

Es muy importante por lo tanto tener en cuenta como nos dice Genoveva Sastre "que al igual que el niño, el pensamiento matemático posee también una génesis cuyas raíces históricas están ancladas en lo concreto" (Moreno, 1983: 159).

Esto quiere decir, que el conocimiento matemático parte de la actividad operatoria del hombre primitivo, surgida de la necesidad de contar sus pertenencias.

Al igual que el niño, en el hombre primitivo la forma más elemental del cálculo era poner en correspondencia los elementos de un conjunto: ganado, con otro tomado como patrón (dedos), el cual dio origen al sistema decimal. Este recurso lo encontramos en los inicios de todo pensamiento matemático.

Por lo tanto, si el alumno, que al ingresar al primer grado de primaria ya lleva experiencias previas y procedimientos

propios, como el cálculo mediante la correspondencia, para resolver problemas matemáticos al comprar en la tienda, cuántos dulces tiene, conteo de sus juguetes, dinero, etc. Porque no llevar al alumno a la construcción del concepto de número partiendo de sus mismos procedimientos que son la manipulación de objetos y la operación, acción e interacción sobre ellos, agrupando y desagrupando (Cfr. SEP, 1994: 9).

Y como los números son abstracciones a las que ha llegado el hombre a través de la historia, las cuales representamos con un numeral (signo) es necesario conducir al niño al uso convencional de ellos.

Pero "para que exista abstracción es necesario que exista algo que abstraer, y este algo en las formas más elementales del pensamiento no puede ser más que la organización de las acciones sobre los objetos concretos a los que el niño tiene acceso" (Sastre cit. por Moreno, 1983: 62).

Nuestra tarea es pues organizar en el niño dichas acciones para llevarlo mediante la práctica del conocimiento a la abstracción de él.

## **B- CONCEPTO DE NUMERO**

En la vida diaria, usamos frecuentemente en casi todas las situaciones los números, de ahí se desprende la gran importancia de que por medio de la práctica docente llevar a los alumnos al aprendizaje convencional de éstos.

Además, la adquisición del concepto de número es el cimiento

para el aprendizaje de conocimientos matemáticos necesarios para resolver las situaciones problemáticas que nos plantea la vida cotidiana.

Para que nuestros alumnos adquieran adecuadamente los números convencionales debemos tener en cuenta que es el número (Cfr. UPN, 1983: 3-18).

Los estudiosos de las matemáticas durante mucho tiempo han discutido y llegado a diversas concepciones.

De la concepción que señala que el número es el resultado de la síntesis de las operaciones de clasificación y seriación tenemos el siguiente concepto:

"Un número es la clase formada por todos los conjuntos que tienen la misma propiedad numérica y que ocupa un rango en una serie, serie que es considerada a partir de dicha propiedad. De ahí que la clasificación y la seriación se fusionen en el concepto de número" (UPN. 1983:3).

Esto significa que un número no es un signo, palabra o conjunto determinado, sino que es la agrupación de todos los conjuntos que tienen la misma propiedad numérica o cantidad de elementos y que además de acuerdo a esta cantidad de elementos ocupa un lugar en la serie numérica.

Para entender mejor esto, es necesario clarificar en forma general en qué consisten las operaciones de clasificación y seriación.

La clasificación es una operación lógica que es fundamental en el desarrollo del pensamiento, pues interviene en la construcción de todos los conceptos que irán conformando la

estructura intelectual del individuo.

"Clasificar es juntar por semejanzas y separar por diferencias" (UPN. 1983:3).

Aplicando esto al concepto de número, es reunir en una misma clase o número a todos los conjuntos que tienen la misma cardinalidad, y separar en otras clases a los que difieren de ésta.

Dentro de la clasificación además de semejanzas y diferencias otras dos relaciones que son pertenencia e inclusión.

La pertenencia es la relación que se establece entre cada elemento y la clase de la que forma parte y la inclusión señala la relación entre subclase y la clase a la que pertenece. Por ejemplo: la clase 2 incluye a la clase 1, por lo que ésta es una subclase que está incluida y pertenece a la clase 2. Esto nos permite afirmar que la clase es mayor que la subclase.

Al igual que la clasificación, la seriación es también una operación que constituye uno de los aspectos fundamentales en el desarrollo del pensamiento lógico.

Seriar es establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar estas diferencias.

Al seriar dentro del concepto de número se observan y ordenan las clases de acuerdo a la cantidad de elementos, primero de menor a mayor y viceversa. Aquí entran las relaciones de transitividad ya que si el conjunto 6 es mayor que el conjunto 5, el conjunto 5 es mayor que el 4, por deducción:

Si  $6 > 5$  y  $5 > 4$  entonces  $6 > 4$

La reversibilidad consiste en adquirir la capacidad mental



de retroceder, hacer una acción retrospectiva del pensamiento, es decir si avanzamos en el conteo de la serie del 1 al 10 poder retroceder a su vez el conteo del 10 al 1.

### C- CONSTRUCCION DEL CONCEPTO DE NUMERO EN EL NIÑO

El niño desde que nace inicia un proceso de desarrollo del pensamiento que va integrando y conformando sus estructuras mentales y que de acuerdo a la edad y grado de maduración física y mental va adquiriendo la capacidad de poder asimilar los conocimientos y grado de complejidad.

Por lo tanto, para llevar al alumno a la construcción del número, debemos tener en cuenta el proceso psicológico por medio del cual el niño construye dicho concepto; para que las situaciones del aprendizaje que se propongan favorezcan y apoyen al alumno.

Como ya indiqué, las operaciones de la clasificación y de seriación, están involucradas en el concepto de número y se mezclan a través de la operación de correspondencia, la cuál ayuda a la construcción de la conservación de cantidad (Cfr. UPN, 1983: 22-39)

Debido a la importancia de lo anterior es necesario hacer un breve análisis sobre como el alumno llega a la construcción de estas operaciones teniendo en cuenta lo siguiente:

- Los procesos de construcción de las tres operaciones son simultáneos, es decir, se dan al mismo tiempo.
- El niño atraviesa en cada operación por etapas o estadios

en el proceso de construcción, aunque no van a la par los estadios de las tres operaciones, la secuencia de un estadio a otro si se conserva.

- Las edades cronológicas con las que se relacionan los estadios son aproximadas pues varían de una comunidad a otra o un niño a otro, dependiendo de su estado físico y mental e interacción con el medio (Cfr. UPN, 1983: 22).

## 1. Clasificación

El proceso de construcción de la clasificación se da en tres estadios.

El primero es hasta 5-6 años. A este estadio se le denomina colección figural, porque al clasificar, coloca cada elemento junto al anterior(le da continuidad) y obtiene un objeto total o figura a la cual el niño le da en ocasiones significado simbólico(de su realidad).

En este estadio el niño no toma en cuenta las diferencias ni el total de los objetos y al finalizar logra reacomodar los elementos formando subgrupos, pero aún no los separa.

En el segundo estadio que va de los 5-6 años hasta los 7-8, se da un proceso de evolución muy importante que logra el avance de la colección figural a la clasificación lógica.

Toma en cuenta las diferencias entre los elementos por lo que forma varias colecciones separadas utilizando la totalidad de objetos(colección no figural). Busca las máximas semejanzas y establece criterios clasificatorios (color, forma, tamaño, etc.)

y llega a ser capaz de conservarlos, anticiparlos y cambiarlos.

Al final logra clasificaciones parecidas a las del estadio operatorio que es el siguiente, pero sin llegar a construir la cuantificación de la inclusión .

El tercero y último estadio denominado operatorio que va de los 7-8 años en adelante el niño anticipa y conserva el criterio clasificatorio que va a utilizar, maneja distintos tipos y toma en cuenta todos los elementos.

El logro fundamental es que establece las relaciones de la inclusión y deduce que hay más elementos en la clase que en la subclase. Esto es gracias a la coordinación interiorizada de asociación y disociación (reversibilidad) (Cfr. UPN, 1983: 22-27).

## 2. Seriación

La construcción de la seriación atraviesa también por tres estadios que son los siguientes:

Primer estadio hasta los 5-6 años. En el inicio realiza seriaciones considerando los elementos en términos absolutos (grandes y chicos) formando parejas y luego tríos. Luego avanza y ordena de cuatro a cinco elementos formando escaleritas en un solo sentido, creciente y decreciente.

Al llegar al final de esta etapa el niño llega a considerar la línea de base, formando la escalera en un extremo y la línea en el otro.

El segundo estadio es de los 5-6 años a los 7-8. Utiliza la comparación para colocar los objetos con respecto a la línea de

base; como aún no conserva la transitividad no puede deducir y utiliza la comparación efectiva (de elemento a elemento).

Como dice Piaget (1975) "Ya efectuada una seriación el niño encuentra algunas dificultades sistemáticas en intercalar elementos nuevos como si la hilera construida constituyera un conjunto rígido y cerrado en sí mismo" (Piaget, 1975: 59).

Puede intercalar dos o tres elementos pero por las dificultades a que se enfrenta prefiere desbaratar su serie y construirla nuevamente.

Tercer estadio llamado también operatorio va desde los 7-8 en adelante. En este estadio el método que utiliza el niño para seriar es sistemático. Hace seriaciones crecientes y decrecientes. Anticipa la serie completa antes de hacerla, e invierte el orden en la comparación pues ya ha construido la reversibilidad y transitividad y es capaz de deducir e invertir la relación entre los elementos (Cfr. UPN, 1983: 28-32).

### **3. Correspondencia y conservación de cantidad**

El proceso de construcción de la operación de correspondencia atraviesa igualmente por tres etapas.

La primera va hasta los 5-6. Realiza la correspondencia entre objetos centrándose en el espacio o longitud que ocupan los conjuntos y no en la cantidad de elementos. No establece la correspondencia biunívoca. Para el niño el conjunto que ocupa más espacio es el más grande, con mayor cantidad de elementos.

Segunda etapa es de los 5-6 años a los 7-8 aproximadamente. Aquí ya establece la correspondencia biunívoca, es decir, busca

la equivalencia cuantitativa, aunque se sigue apoyando en el espacio, por lo que necesita realizar la acción inversa en forma práctica para comprobar la equivalencia entre los conjuntos, cuando se mueven en el espacio.

Establece pues la correspondencia cuantitativa entre dos conjuntos solo cuando es visible la correspondencia término a término.

Tercera etapa o estadio (operatorio) es a partir de los 7-8 años.

Sostiene ya la equivalencia numérica de los conjuntos; además afirma la conservación de cantidad llegando después a fundamentarlo. Logra también realizar la acción inversa en forma interiorizada y pueden deducir ya las transformaciones que se hacen.

Para que el alumno construya el concepto de número, es fundamental que llegue a la correspondencia, conservación de cantidad y considere la equivalencia y las relaciones de orden entre los conjuntos.

La operación de correspondencia representa la fusión de la seriación y clasificación y la noción de número resulta de síntesis de éstas (Cfr. UPN, 1983: 32-36).

#### **4. Representación gráfica**

Para que el alumno llegue a la representación gráfica del número (uso del numeral) se realiza en el un proceso de construcción a través del cual llega a comprenderlos y a utilizarlos convencionalmente.

El niño desde muy temprana edad (2 años) realiza grafismos, luego les otorga significados y desde este momento constituyen representaciones gráficas, pues existe relación entre significante (dibujo) y significado (el que otorga el niño).

Estos dibujos son símbolos, pues son semejantes a lo que representan e individuales; siendo estas las principales características del símbolo.

Los signos, por el contrario, son representaciones gráficas arbitrarias y convencionales que no tienen parecido con lo que representan y es manejado por varios sujetos (comunidades).

Para llegar al uso convencional de los signos numéricos se recorre un proceso muy complejo.

En un primer momento, cuando se le pide al niño representar una cantidad de elementos, hace un dibujo cualquiera. Después, por cada elemento del conjunto, elabora un grafismo (punto, raya, etc.). Luego, llega al uso de los numerales para la representación de cantidades; finalmente, cuando ya ha construido la inclusión, puede utilizar los numerales y comprende su significado, es capaz de utilizarlos en todos los contextos en que se le presentan, pues logra finalmente la abstracción de ellos.

Teniendo en cuenta todo lo anterior y la forma tradicional en que los profesores queremos que el alumno aprenda los números, he percibido como ya lo dije, que los llevamos a la mecanización de la serie numérica y memorización de numerales.

De ahí surge el problema de las confusiones entre estos, y lo mas importante, que no son capaces de utilizarlos para resolver las situaciones problemáticas que le plantea la escuela

y mucho menos la vida, pues de acuerdo a lo observado en mis alumnos y estudiado a fondo por Piaget, el alumno debe seguir un proceso constructivo para formar y ampliar sus estructuras mentales y de esta forma comprender, transformar y ampliar sus conocimientos, en este caso, los números para aplicarlos a la realidad (Cfr. UPN, 1983: 37-39).

#### **D- RELACIONES DE PERTENENCIA, INCLUSION, TRANSITIVIDAD Y REVERSIBILIDAD**

En el desarrollo diario de mi clase tengo el propósito de que mis alumnos aprendan los números; las actividades que realizó son las siguientes: el conteo de objetos, la comparación e igualación de colecciones, la repetición oral y gráfica (numerales) de la serie numérica, la relación entre conjuntos de objetos y numerales, la relación de orden entre conjuntos, etc.. Los recursos utilizados son: objetos y láminas (dibujos con conjuntos de objetos y numerales).

Como se puede apreciar, estoy haciendo que mis alumnos clasifiquen y seríen, pero le he dado poca importancia, para mi ahora desconocida, de lo relevante que es, que al final de la construcción de estas operaciones debe llegar a la comprensión y adquisición de las relaciones que en ellas van involucradas y que si no las adquiere no va a construir el concepto de número, sólo lo va a mecanizar.

Para que el alumno construya verdaderamente la operación de clasificación debe llegar pues hasta comprender, relacionar y

conformar dentro de sus estructuras mentales el concepto de las relaciones de pertenencia e inclusión que consisten en lo siguiente.

- **Pertenencia:** Es la relación que se da entre un elemento y el conjunto del cual forma parte. Se dice que X elemento pertenece al conjunto Y.

Dentro de la clasificación,, esta relación se funda en la semejanza, pues decimos que un elemento pertenece a determinada clase si se parece a los otros elementos que lo integran. Esta semejanza se va a dar de acuerdo al criterio clasificatorio.

Al hablar de clasificar dentro de los números ya no tomaremos los criterios de semejanzas entre objetos, sino semejanzas entre conjuntos. Vamos a agrupar elementos en conjuntos, establecer relaciones de equivalencia, igualdad y desigualdad.

Para decir que un elemento pertenece a un número pertenece a una clase (número), debe cumplir con las propiedades en base a las cuales se ha formado la clase. Cuando los adultos pensamos o expresamos un número, en base a nuestra experiencia y a la abstracción lógico-matemática a la cual hemos llegado, lo relacionamos con su equivalencia cuantitativa o cardinalidad que éste representa, porque este concepto ya ha sido construido en nuestra mente y estamos llegando a la generalización de él.

Pero a un niño, que está en el proceso de construcción debemos encaminarlo a que agrupe elementos, cuente, forme conjuntos, observe que todos los conjuntos que el pueda formar con la misma cantidad de elementos forman ese número (no los



dibujos de una sola lámina ilustrativa), que cada elemento en esos conjuntos formados pertenecen a dicho número, conformando su cardinalidad y si alguno es movido, el número ya no será el mismo.

- **Inclusión:** "Es la relación entre cada subclase y la clase de la que forma parte" (UPN. 1983: 7). Esto nos muestra que en un conjunto de elementos podemos volver a formar conjuntos mas pequeños o subconjuntos aumentando criterios clasificatorios. En los números debe comenzar desde que construye el número dos, pues debe comprender que el dos esta formado por dos subconjuntos con un elemento, por lo tanto, el uno está incluido en el dos, además por ser un subconjunto de dos es menor. Qué el uno y el dos están incluidos en el tres y así sucesivamente.

De igual manera como en la clasificación, para que el alumno adquiera en forma total la operación de la seriación tiene que llegar a considerar relacionar y comprender las relaciones de transitividad y reversibilidad, pues llegando a éstas va a poder interiorizar o abstraer el conocimiento y volverlo a utilizar para aplicarlo en todas las situaciones de su vida (Cfr. UPN, 1983: 7-27).

- **Transitividad:** "Al establecer una relación entre un elemento de una serie y el siguiente, y de este con el posterior, podemos deducir cual es la relación que hay entre el primero y el ultimo" (UPN. 1983: 8).

Esto quiere decir que cuando establecemos una relación entre varios elementos comparándolos de uno en uno, la propiedad de transitividad nos va a mostrar por medio de la deducción la

relación que existe entre ellos dando un criterio de comparación.

Ejem:

Si  $A > B$  y  $B > C$  entonces  $A > C$ .

Dentro del proceso de adquisición de números es importante que establezca la relación entre las clases, si la clase 6 es mayor que la clase 5 y la clase 5 es mayor que la clase 4; deducimos que la clase 6 es mayor que la clase 4.

Esto es fundamental, pues nos apoyará en la relación de orden entre los números (Cfr. UPN, 1983: 8-30).

- **Reversibilidad:** Al aplicar la transitividad y a su vez comprender a la relación de orden el último paso o complemento fundamental es poder reinvertirlo, es decir, lograr la reversibilidad del pensamiento, pues el alumno debe comprender que "cada elemento de una serie tiene una relación tal con el elemento inmediato que al invertir el orden de la comparación, dicha relación también se invierte" (UPN. 1983: 10).

Esta propiedad ayuda a considerar en una serie ordenada de elementos (serie numérica) dos relaciones: una que va en forma creciente de menor a mayor (1, 2, 3, 4, 5...) los elementos guardan un orden  $1 < 2$ ,  $2 < 3$ ,  $3 < 4$ , ... etc., tenemos que en esta misma serie podemos considerar en forma inversa de mayor a menor (...5, 4, 3, 2, 1) observamos que la relación entre elementos también se invierte  $5 > 4$ ,  $4 > 3$ ,  $3 > 2$  y  $2 > 1$ .

La reversibilidad es una reversión mental de las acciones realizadas hasta el punto de inicio. Es volver al punto de partida.

Al llegar a asimilar y comprender esta relación, el niño ha

llegado a la abstracción, pues solo mentalmente se puede llegar a la reciprocidad. Esto será fundamental para la asimilación de las operaciones, pues a cada operación responde una operación inversa

Además, la reversibilidad del pensamiento lleva a la generalización del conocimiento, así pues, aplicar esta propiedad al concepto de número ayudará a la generalización de ellos y así aplicarlos en todos los contextos en que se presentan sentando las bases adecuadas para el conocimiento matemático y llegado su momento la abstracción de él (Cfr. UPN, 1983: 10-13).

## CONCLUSIONES

La educación es factor primordial en el desarrollo de los pueblos y los docentes por ser los directamente implicados en ella debemos tomar conciencia de nuestra labor y su trascendencia procurando día a día la actualización y transformación de nuestra práctica, conociendo las propuestas educativas contemporáneas y de ahí adaptar nuevas estrategias metodológicas que respondan a las necesidades e intereses de los alumnos.

Es necesario hacer de nuestro conocimiento los aportes teóricos de la Psicogenética pues ellos nos muestran como se van desarrollando física y psíquicamente nuestros alumnos, nos permiten aclarar y comprender sus conductas ya que en ellas se puede observar el período evolutivo por el cual van atravesando.

Es necesario cambiar nuestra práctica tradicional por una activa apoyándonos en la Pedagogía Operatoria, pues, si el niño es activo por naturaleza debemos aprovechar y canalizar esa actividad en el proceso de aprendizaje, dejarlo que busque, reflexione, cree, siga todos los procesos necesarios en la construcción del conocimiento y llegar de esta forma a su generalización.

Dentro de esto para que exista una adecuada construcción del concepto de número en donde el alumno reflexionó, observó, discernió, es decir, siguió todo el proceso ensayo-error y autocorrección, además, hay que vigilar que se sigan adecuadamente las etapas de clasificación y seriación ya que esto sentará las bases del conocimiento matemático convencional.

Los maestros al guiar el aprendizaje del número de acuerdo a la clasificación y seriación debemos cuidar que el alumno atraviese todas las etapas que estas propiedades conllevan pues los procesos que ahí se siguen lo llevarán a la comprensión y aplicación de las relaciones de pertenencia, inclusión, transitividad y reversibilidad en el concepto de número y a su vez, como nos ayudan en el desarrollo del pensamiento lógico, podrá aplicarlas en todas las situaciones de su vida ya que intervienen en la construcción de todos los conceptos de su estructura intelectual.

## BIBLIOGRAFIA

- MORENO, Montserrat (1983a). La Pedagogía Operatoria. Barcelona, Laia.
- MORENO, Montserrat (1983b). "La aplicación de la psicología genética en la escuela". En UPN, 1988: 45-61.
- PIAGET, Jean (1971). Seis estudios de psicología. Barcelona, Barral Editores.
- \_\_\_\_\_ y Alina Szeminska (1975). Génesis del número en el niño. Buenos Aires, Editorial Guadalupe.
- RUIZ, Estela (1983). "Reflexiones en torno a las teorías de aprendizaje". En UPN, 1990: 239-240.
- SEP (1993). Plan y programas de estudio de educación básica. Primaria. México, SEP.
- \_\_\_\_\_ (1994). Libro para el maestro. Matemáticas primer grado. México, SEP.
- SWENSON, Leland (1984). "Jean Piaget: una teoría maduracional-cognitiva". En UPN, 1990: 205-216.
- UPN (1983). Contenidos de aprendizaje. Anexo 1. México, SEP-UPN.
- \_\_\_\_\_ (1988). El niño aprendizaje y desarrollo. Antología. México, SEP-UPN.
- \_\_\_\_\_ (1990). Teorías de aprendizaje. Antología. México, SEP-UPN.
- WOOLFOLK, Anita y Nicolich Larroine (1983). "Una teoría global del pensamiento. La Obra de Piaget". En UPN, 1990: 199-204.