UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

U. P. N.

UNIDAD UPN 25 B

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE SITUACIONAL SOBRE EL ÁREA DEL CÍRCULO, EN EL 5º GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Juliana Rojas Cuevas

PROPUESTA PEDAGÓGICA PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

MAZATLÁN, SINALOA, MÉXICO. NOVIEMBRE DE 1995.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD 252 TELEFONO 83-93-00

MAZATLAN, SIN.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

sep

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Mazatlán, Sinaloa, 16 de NOVIEMBRE de 1995

C. PROFR (A).: JULIANA ROJAS CUEVAS

Presente.-

En mi calidad de Presidente de la Comision de Examenes Profesionales de esta Unidad, y como resultado del análisis realizado a su trabajo titulado: "ESTRATEGIAS DIDACTICAS PARA EL APRENDIZAJE SITUACIONAL SOBRE EL AREA DEL CIRCULO EN 5o. GRADO DE EDUCACION PRIMARIA".

opción PROPUESTA PEDAGOGICA asesorado por el C. Profr (a).: ENRIQUE ESPINOZA ORDOÑEZ

A propuesta del Asesor Pedagógico, C. Profr (a).: FRANCISCO JAVIER ARANGURE SARMIENTO, manifiesto a usted que reune los requisitos académicos establecidos al respecto por la institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentarlo ante el H. Jurado que se le asignará al solicitar su exámen profesional.

ATENTAMENTE

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 252

M.C. ELIO EDGARDO MILLAN VALDEZ
PRESIDENTE DE LA COMISION DE EXAMENES PROFESIONALES DE LA UPN 25 "B"

C.c.p. Departamento de Titulacion.

DEDICATORIAS

Con mucho cariño, amor y agradecimiento dedico este trabajo a mi esposo y a mis cinco hijos porque supieron darme su ayuda en los momentos más difíciles.

A mis padres Isabel Cuevas y Eustaquio Rojas, los cuales supieron inculcarme el deseo de superación.

A todos los asesores que nos apoyaron, nos aconsejaron, nos orientaron para que pudiéramos vencer los obstáculos.

OIGO Y OLVIDO

VEO Y RECUERDO

HAGO Y COMPRENDO

Proverbio chino

INDICE

INTRODUCCIÓN

La Universidad Pedagógica Nacional se ha formado con el propósito de actualizar a los docentes en ejercicio, respecto a las nuevas formas de introducir los conocimientos necesarios para el desarrollo intelectual, social y cultural de los niños, rompiendo así con aquellas formas tradicionales que aplicábamos durante nuestra práctica docente y que resultan ya obsoletas para las necesidades que exige el mundo moderno y activo en el cual vivimos.

En el área terminal de estos estudios, que empezó a partir del sexto semestre, empezamos a poner en práctica todos los conocimientos aprendidos hasta entonces, en cuanto a las formas de investigación y análisis de nuestro trabajo escolar y respecto a la forma de analizar la sociedad y el contexto institucional en el cual se desarrolla dicha actividad docente.

Posteriormente buscamos situaciones problemáticas referente a los contenidos que enseñaríamos al grupo que estaba a nuestro cargo, de estas situaciones problemáticas seleccionamos la que más nos interesó resolver.

Para poder comprender la esencia del problema seleccionado, investigamos las características de el conocimiento contenido en el programa de Matemáticas de la Escuela Primaria U.N.E.S.C.O. grupo 5° B, de la comunidad Isla de la Piedra, donde aplicaríamos nuestra propuesta y, las características académicas, socioeconómicos, culturales y psicogenéticas de los niños.

Buscamos también las mejores formas de planeación y elaboración de estrategias, que fueran de acuerdo con la Pedagogía Operatoria y el Constructivismo, las mejores formas de evaluación de nuestro trabajo y del aprovechamiento de los niños. Fue así como nos vimos en la necesidad de aplicar varias metodologías de investigación como son: la psicolingüística, sociolingüística, etnografía, psicogenética y constructivismo, de tal forma que el presente trabajo quedó constituído de la siguiente manera.

La primera parte de este trabajo se refiere a la situación problemática que escogimos y que nos ayudó a definir el título de nuestra propuesta quedando definida como: **Estrategias didácticas para el aprendizaje situacional sobre el área del círculo**, en el 5° grado de educación primaria.

En este apartado se encuentra planteado el problema, tal como lo visualizamos en nuestra práctica docente, justificamos del por qué nos interesó resolverlo y exponemos los objetivos generales y específicos que tratamos de alcanzar con la aplicación de dicha propuesta.

En el primer capítulo hablamos de las características psicogenéticas de los niños encontrados por Piaget y que son: senso-motor, operatoria concreta y operatoria formal, donde se da a conocer la edad en que se desarrollan diversas operaciones lógico-matemáticas, que no pueden ser enseñadas por nadie, sino que más bien se desarrollan de acuerdo a su edad mental y cronológica al interactuar con el medio que les rodea, lo cual influye en el aprendizaje general del niño.

El segundo capítulo trata de la información teórica-metodológica que orientaron nuestro trabajo respecto a las formas de comprender la naturaleza de las matemáticas, respecto a su origen y, a las ventajas y problemas de su enseñanza en el mundo actual, así como a las diferencias de la matemática con otras ciencias, también hablamos de los lineamientos adecuados que debe seguir la enseñanza de la matemática con un enfoque operatorio y constructivista, tomando en cuenta que la actividad del niño en el proceso enseñanza-aprendizaje ha sido siempre de gran importancia aún en aquellos métodos tradicionalistas, donde se les pide a los niños que sigan con atención la actividad verbal o expositiva del maestro, a escuchar y repetir lo que el maestro les explica, a preguntar y esperar a que el maestro les conteste sus dudas lo más clara y correcta posible. El maestro en este caso es el guía de la adquisición del conocimiento, por lo tanto el aprendizaje depende de lo que el maestro enseñe y de lo que el alumno pueda memorizar, estableciéndose una relación exteriorizada con el conocimiento y por lo tanto un aprendizaje simulado.

Inspirados en los experimentos de Pavlov (Juan Petrovich 1849-1936), surgió una nueva teoría condicionante del aprendizaje donde se dirige la actividad sobre los objetos a través del estímulo-respuesta-reforzamiento por medio de una enseñanza programada, pero nunca se ha podido demostrar que sea verdaderamente un aprendizaje ni siquiera simulado.

Con la pedagogía operatoria surgió una nueva metodología donde se aconseja al maestro hacer que el alumno actué sobre los objetos conforme a sus instrucciones verbales o a través de los sistemas de fichas (consignas o instrucciones escritas) para que el alumno pueda abstraer y comprender los conocimientos. Las observaciones que se hicieron a esta metodología es que la actividad sobre los objetos seguía siendo dirigida y canalizada, dando lugar a una apropiación operatoria de los conocimientos, pero con una relación exteriorizada y con un aprendizaje simulado.

Todas estas formas de actividad del niño han sido llevadas a la práctica por los docentes durante el proceso enseñanza-aprendizaje, pero aún no satisfechos con lo hasta ahora logrado, la didáctica constructivista retoma todas estas experiencias de los maestros y de los alumnos y formula una nueva metodología que invita a una actividad real del niño sobre los objetos mediante la abstracción y reconstrucción de los conocimientos; donde el alumno acepta un objetivo originado por él mismo o por otra persona y éste organiza su propia actividad para alcanzarlo, así el niño al ir reconstruyendo su propio conocimiento sobre los conceptos, las leyes y las propiedades de las matemáticas tiene relación interiorizada con ellos y un aprendizaje situacional y verdadero de los mismos.

No se trata en esta propuesta hacer que el niño recorra el camino histórico que siguió el hombre para llegar a la conceptualización por ejemplo sobre la fórmula del área del círculo (¶ x r^2). pues esto le llevaría !miles de años!. Se trata de producir una génesis escolar de conocimientos donde tal vez no siempre logremos crear las condiciones ideales para que los niños realicen una absoluta reconstrucción de los conocimientos, probablemente varias veces sólo logremos que se aproximen a él, que se enfrenten a los problemas que justifican la existencia de los conocimientos que le dan sentido. Pero si acaso esto lo logramos ya podemos decir que dimos un paso muy importante en la enseñanza de aprender - aprender matemáticas.

Dentro de este capítulo hablamos también que se deben respetar las etapas concreta, gráfica y simbólica durante la reconstrucción de los conocimientos matemáticos, ya que la acción concreta y gráfica son procedimientos didácticos que siempre han de emplearse cada vez que el niño necesite elaborar un concepto nuevo. Una vez que ha elaborado este concepto, a partir de la experiencia concreta y gráfica, ya estará en condiciones para trabajar en su representación simbólica y para manejarlo en la construcción de nuevos conocimientos.

Tomamos en cuenta también en este capítulo que es conveniente que los niños inicien su aprendizaje con situaciones problemáticas y si ellos las pueden formular, cuanto mejor, ya que los maestros nos hemos preocupado por enseñar primeramente los algoritmos y fórmulas y hasta el último con escasos ejemplos, les pedimos los apliquen resolviendo algunos problemas y, por si fuera poco, los problemas no les resultan interesantes a los niños y a veces, no les encuentran sentido. Tratamos también de la importancia que tiene el juego como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas.

Para la elaboración de este tercer capítulo empleamos algunas Antologías de la U.P.N. y algunos folletos de los talleres de matemáticos editados por la S.E.P. y el gobierno del estado.

El cuarto capítulo se refiere a las formas de relación que se fueron dando entre maestro-alumno y entre alumno-alumno al operativizar las estrategias. También se mencionan las características de los niños, de la escuela y de la comunidad que tomamos en cuenta para visualizar los factores positivos y negativos que influirían en el éxito de la presente propuesta.

El quinto capítulo trata de los orígenes de la geometría, de los conceptos geométricos, de los conceptos de medición, de magnitudes, así como también de los conceptos de círculo, circunferencia y que son empleadas para calcular el perímetro y el área de los mismos y que son el diámetro y el radio.

El sexto capítulo trata de como se fueron operativizando las estrategias didácticas para que el niño de 5° año pudiese llegar al aprendizaje situacional sobre las fórmulas para obtener el perímetro y el área del círculo. En esta parte observamos que de acuerdo al diagnóstico que hicimos a los alumnos respecto a sus antecedentes académicos sobre los conceptos geométricos fue necesario hacer reconstruir a los niños todos los conceptos de cuerpos geométricos, figuras geométricas, líneas, etc., que en grados anteriores lo habían aprendido tan sólo de una forma mecanizada. Otro de los problemas que observamos es que los niños no entendían muy bien la noción de longitud y perímetro, ni de área y volumen. Sólo hacían sus cálculos con frecuencia de manera errónea y en forma mecanizada, ya que frecuentemente se les olvidaban las fórmulas aprendidas anteriormente, y no podían reconstruirlas.

De la misma forma observamos que los niños no concebían muy bien la diferencia que existía entre el metro lineal, metro cuadrado, y metro cúbico.

Consideramos entonces que si el niño no reconstruía los antecedentes académicos necesarios de acuerdo a la Pedagogía Operatoria y la Didáctica Constructivista respetando las etapas concreta, gráfica y simbólica, no podríamos aplicar con éxito las estrategias didácticas planeadas para que los alumnos del 5° B, pudieran obtener un aprendizaje situacional sobre las fórmulas para el perímetro y el área del círculo, ya que estamos de acuerdo con la explicación que nos da Piaget en el primer capítulo: que el desarrollo y organización de la inteligencia del niño durante el aprendizaje parte de las estructuras mentales referente al conocimiento nuevo que obtuvo el niño de su interacción con el medio los cuales van a ayudar a una asimilación de lo nuevo a una acomodación y a una equilibración, y así solo así, esas estructuras mentales son cambiadas, ampliadas o enriquecidas por conocimientos, aprendidos recientemente.

Esta es una de la razones por las que también consideramos que durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje debe hacerse siempre una evaluación diagnóstica , y una evaluación continua.

Se menciona también en este último capítulo como se realizó la planeación del Avance Programático, y la evaluación del aprovechamiento de los niños, así como de nuestra labor docente.

En la sección de anexos se expone una relación organizada de los contenidos programáticos del eje de geometría sobre la cual nos basamos para organizar nuestras estrategias en cuanto a los aspectos de ubicación espacial, cuerpos geométricos, figuras geométricas, longitudes y áreas.

En el último apartado se encuentra la bibliografía de este trabajo.

OBJETO DE ESTUDIO

La modernización educativa, está requiriendo un cambio en las metodologías para la enseñanza de las matemáticas, no sólo en cuanto a la concepción de los números y sus operaciones, o a los problemas; sino también está requiriendo un cambio en la enseñanza sobre las concepciones de las figuras geométricas y sobre sus fórmulas para obtener el perímetro, área y volumen.

En la experiencia docente particular, se ha comprobado que el aprendizaje que parte de lo concreto, gráfico y simbólico, logra una mayor comprensión de las matemáticas y un mejor dominio y gusto por la materia.

Los teóricos en la educación, han definido que estos pasos; cuando son experimentados por los alumnos a través de situaciones conflictivas y no sólo son mostrados por el maestro, se da un verdadero aprendizaje situacional.

La preocupación de nosotros los maestros ha sido desde entonces, documentarnos más para conocer las nuevas metodologías que favorezcan el aprendizaje situacional de las figuras geométricas; y de las fórmulas para calcular el perímetro, área y volumen.

En los auxiliares del maestro editados por la Secretaría de Educación Pública se han encontrado valiosas sugerencias para el aprendizaje situacional de las fórmulas para el área del triángulo, del cuadrado, del rectángulo, etc. En algunos libros editados por editoriales particulares se ha encontrado la explicación detallada del origen del valor de Pi (¶) que se emplea en la fórmula para calcular el perímetro del círculo (¶ x D). Ahora se sabe perfectamente que el valor aproximado de Pi que es 3.1416..., es nada menos que el número de veces que cabe el diámetro de un círculo o de una circunferencia, alrededor de la circunferencia.

En forma aritmética y situacional este hecho se puede comprobar por parte de los alumnos.

La aplicación de algunas estrategias nos ha permitido el aprendizaje situacional de la fórmula para el perímetro del círculo, en el 5° grado de educación primaria.

Estas estrategias didácticas han permitido el aprendizaje situacional del perímetro del círculo, evitando así un aprendizaje mecanizado por parte de los alumnos.

Sin embargo hasta ahora no hemos encontrado estrategias didácticas que permitan a los alumnos una apropiación situacional sobre el área del círculo, por lo cual el aprendizaje mecanizado sobre este tema ($A=\P \times r^2$) sigue siendo vigente en algunas aulas escolares.

Por lo tanto el planteamiento de nuestro problema en este trabajo es: ¿Qué estrategias didácticas nos permitirán el aprendizaje situacional sobre la fórmula para calcular el área del círculo, sustituyendo el aprendizaje mecanizado?

JUSTIFICACION Y OBJETIVOS

Si repasamos en forma general la historia de la Didáctica Educativa en México, encontraremos que son tres las corrientes que han influido para la Planeación de la Educación, en cuanto a su fundamentación y formas de presentar los contenidos académicos a los alumnos.

Estas corrientes son: la Didáctica Tradicional que da lugar a una presentación del conocimiento en forma tópica, la Didáctica Tecnología Educativa que da lugar a la presentación del conocimiento como operación, y la Didáctica Crítica que da lugar a la presentación del conocimiento en forma situacional.

Actualmente la modernización educativa, se apoya más en algunos aspectos, en la Didáctica Crítica, principalmente en lo que respecta a la presentación de los conocimientos por parte de los maestros, por lo cual se nos está pidiendo constantemente que modifiquemos nuestras formas de presentar los conocimientos a los alumnos para estimular en ellos una apropiación de aprendizaje mas significativo, más situacional. ya que la forma en que se presentan los conocimientos a los alumnos afectan no sólo su significado sino también "tienen consecuencias para el grado de apropiación posible del conocimiento".(1)

Sin embargo debemos aclarar que en cualquier forma de presentación del conocimiento incide también la influencia del contexto histórico social de la escuela y grupo en que se aplique y de la propia historicidad del maestro en turno ya que como afirma Verónica Edwards Risopatron en su artículo la relación de los sujetos con el conocimiento: "la comprensión de la realidad, está traspasada por la alienación, la mistificación y la reificación de las relaciones, así como por el carácter inevitablemente prescriptivo del discurso pedagógico".(2).

Tomando en cuenta esta limitación consideramos que aún así la presentación del conocimiento en forma situacional sobre la fórmula para obtener el área de los círculos sería la más conveniente, ya que generaría en el alumno una relación intrínseca frente al conocimiento y no las relaciones de exterioridad que generan las otras dos formas de presentación del conocimiento que son: la tópica y la operacional.

El alumno debe tener relaciones de interioridad frente al

(1) EDWARD, R. Verónica. "La relación de los sujetos con el conocimiento". U.P.N. Antología. Análisis de la práctica docente. p. 119 México 1988.
(2) Ibid. p. 135, 136

conocimiento porque sólo de esta manera le resulta más significativo ya que se le permite vivir la situación a base de preguntas y se va despertando en él su interés por conocer como se puede calcular el área de los círculos, "poniendo explícitamente en juego sus conocimientos anteriores"(3), y manipulando por sí mismos materiales concretos, y objetivos que permitan al alumno pasar por las tres etapas necesarias para el aprendizaje de las fórmulas del área, del círculo y que son: etapa concreta, gráfica, y simbólica.

No nos parece conveniente presentar los conocimientos matemáticos a los alumnos en forma tópica u operacional porque generan en los alumnos relaciones de exterioridad frente a ellos, por lo cual les resultan ajenos y sólo se apropian simuladamente de los conocimientos a través de pedir y seguir pistas o de adivinar lo que se pretende de él y de la lección. Con estas estrategias que utiliza el alumno para negociar los conocimientos en el aula les resulta muy difícil apropiarse de los contenidos académicos pues la relación se vuelve mecánica, ajena, exteriorizada y aparentemente exitosa, pues se emplea más la adivinación y memorización que la propia comprensión.

(3)Ibídem. p. 134

Por lo tanto estamos convencidos que es necesario darle un cambio a la forma de presentar los conocimientos ante los alumnos, tomando como fundamentación metodológica a la pedagogía operatoria y la didáctica constructivista.

También, no debemos perder de vista que el planteamiento de los objetivos en la presente propuesta, la buena organización de las estrategias y el desarrollo que tengan éstas en el grupo va a depender y ser influido por las características de la comunidad que es la "Isla de la Piedra", por las características de la escuela primaria U.N.E.S.C.O., por las características psicológicas y académicas de los alumnos del 5° grado "B", con los cuales se va a trabajar y por nuestra propia historicidad y alienación docente; es decir, por nuestra formación magisterial, nuestros intereses, nuestras estructuras mentales respecto a la geometría y el área del círculo formadas por las lecturas y experiencias que hemos tenido respecto al tema.

Objetivos específicos de la propuesta.

Se pretende con esta propuesta alcanzar los siguientes objetivos en el grupo 5° año:

1. Estructurar la presentación del conocimiento situa-

cional partiendo del interés del niño por conocer y tomando como punto de partida, sus conocimientos anteriores acerca de los perímetros y áreas de otras figuras y de su comprensión acerca de la fórmula para obtener el perímetro del círculo que es: (¶ x D).

2. Que las actividades que vayan realizando los alumnos, produzcan en ellos una situación que les resulte inteligible y que a base de preguntas se les siga despertando su curiosidad por conocer más.

3. Que los alumnos manejen primeramente objetos concretos, después gráficos y por último simbólicos para cumplir con el propósito natural del origen de las abstracciones matemáticas en la mente del ser humano.

4. Que se les permita a los alumnos de 5° grado ir contestando libremente las preguntas para que por su propio esfuerzo vayan reconstruyendo el conocimiento y al finalizar las actividades les resulte comprensiva y con significado la fórmula para el área del círculo que es: (¶ x r^2).

CAPITULO I
MARCO PSICOGENETICO

A. Etapas de desarrollo psicogenético del niño (Piaget)

El nivel intelectual de los niños va relacionado con su capacidad de aprendizaje, por eso es importante que nosotros los maestros conozcamos las etapas o estadios del desarrollo cognoscitivo del niño que fueron observadas por Jean Piaget, es decir: conocer en que edad del ser humano aparecen las nociones lógico-matemáticas de conservación, clasificación, seriación, noción de número, de espacio, de velocidad, etc., nos capacita para saber seleccionar los conocimientos que necesitan la aplicación de estas nociones, para su comprensión.

Piaget encontró que estas nociones no pueden ser enseñadas por nadie, sino que evolucionan en el niño intrínsecamente al ir interactuando con el medio de acuerdo a su edad cronológica y mental, haciendo pasar al niño por cuatro etapas o estadios que son:

Etapa senso-motor	(0 a 2 años)
Etapa preoperatoria	(2 a 7 años)
Etapa de las operaciones concretas	(7 a 12 años)
Etapa de las operaciones formales	(12 años en

adelante)

En este trabajo nos ocuparemos del estadio de las operaciones concretas, por ser la etapa intelectual en la cual se encuentran todavía los alumnos del 5° grado, de Educación Primaria.

La mayor parte de ellos tienen una edad que va de los 10 a los 13 años de edad.

En este nivel, las operaciones de reunir, ordenar, desagrupar y adición, etc. han alcanzado su mayor desarrollo, lo que les da la capacidad de reunir diferentes informaciones, ponerlas en relación o correspondencia, en introducir reciprocidades.

También en esta etapa van desarrollándose las nociones de conservación de la materia, de peso, de volumen, las operaciones de clasificación, seriación, correspondencia de agrupaciones y sus encadenamientos, ejemplo: que el conjunto de margaritas y rosas son un conjunto de flores y que las flores y frutas pertenecen a las plantas fanerógamas, etc. Así mismo se desarrollan las nociones de número y las nociones infralógicas de espacio, velocidad, tiempo, causalidad y azar que veremos más adelante.

Nociones de conservación

En las transformaciones de los objetos pueden surgir algunas invariantes como son la materia, el peso y el volumen. El niño las logra percibir sólo hasta después de los siete años y lo hace en forma gradual, por lo que no le será posible adquirir la noción de conservación del volumen si antes no ha distinguido la conservación de la materia y del peso sucesivamente.

Noción de clasificación

En la etapa de las operaciones concretas el niño ha dejado de clasificar solo por semejanzas confundido por la proximidad y aprecia mejor tanto las semejanzas como las diferencias, lo cual le ayuda a que se desarrollen en él otras formas de concebir la clasificación del medio que le rodea como son: la pertenencia inclusiva, la movilidad del criterio clasificatorio y la anticipación de proyectos de clasificación, de las cuales hablaremos más detalladamente.

Pertenencia inclusiva

Cuando el niño adquiere la noción de pertenencia inclusiva, es porque ya está en posibilidades de distinguir las semejanzas y las diferencias y de utilizar un criterio clasificatorio para juntar los objetos.

Movilidad del criterio clasificatorio

Es cuando el niño adquiere la posibilidad de reclasificar el mismo universo con diferentes criterios, por ejemplo: clasificar un mismo grupo de objetos por su tamaño, por su color, aunque tengan una misma anchura; o bien clasificar a los polígonos por su número de lados, por sus ejes de simetría, por la medida de sus lados, etc. hasta llegar a la clasificación simétrica, es decir, de poder obtener subcolecciones de grandes colecciones y reunir varias colecciones para formar una gran colección.

Anticipación de proyectos de clasificación

El niño puede abstraer criterios de clasificación de los objetos antes de llevarla a cabo enunciándolos uno a uno o enunciándolo varios a la vez y después realizar la clasificaciones. El conjunto universo lo puede anticipar en subconjuntos y los conjuntos en conjuntos más abarcativos.

"Aprender relaciones entre clases supone construir toda una lógica de clases en la cuál, hay una jerarquía que va de las más particulares y existen determinadas relaciones de inclusión dentro de esta jerarquía, todo esto, es lo que forma el escolar, de una manera espontánea, durante el período de las operaciones concretas".(4).

Nociones de seriación

En esta etapa el niño ya puede identificar por medio de agrupamientos los objetos más grandes de los más chicos, e identificar también a los medianos, y les puede ir dando un lugar adecuado de acuerdo a su tamaño acomodando los objetos en serie, ya que las diferencias entre los objetos tienen relaciones asimétricas que pueden llegar a agruparse entre sí. La seriación es una operación lógica que establece y ordena estas diferencias. **El proceso de seriación se fija en las diferencias entre los elementos de un mismo grupo y no en sus semejanzas.**

Noción de número

Gracias a las nociones de seriación e inclusión de clases se va desarrollando la noción de número, primero a través de la disposición espacial de los objetos, posteriormente a través de colecciones figurativas y finalmente la noción de número abstracta al independizarse de su objetividad y el niño lo

(4) PIAGET, Jean. "La representación del mundo del niño". Módulo Científico Tecnológico. P.A.C.A.E.P. México 1990. p. 54

puede manejar por su propio símbolo.

Nociones infralógicos

Las nociones operatorias anteriores se aplican en objetos discontinuos o discretos, y se fundan en que el niño aprecia las diferencias entre los elementos y sus semejanzas o equivalencias, pero existe otro grupo de estructuras o nociones que se refieren a objetos continuos y se fundan en las aproximaciones y las separaciones. A estas operaciones se les denomina **infralógicas** porque afectan a otro nivel de la realidad como son al espacio, velocidad, tiempo, causalidad y azar. Se construyen paralela y sincrónicamente a las operaciones **lógico aritméticas** es decir a las operaciones de adición, sustracción, etc. independizadas de su objetividad. Alcanzan su máximo desarrollo sólo hasta después de los 12 años o más, debido a que son operaciones más complejas.

La noción de espacio

Hay tres formas de noción espacial que se desarrollan en el niño referentes a la geometría, como son: la ubicación espacial, el espacio proyectivo y la medida espacial, las cuales actualmente son estudiadas respectivamente por la Topología, la Geometría Proyectiva y la Geometría Euclidiana, respectivamente.

Estas observaciones que Piaget hizo en el niño respecto a las estructuras de espacio, causaron un gran interés dentro de la educación pues históricamente la Geometría Científica apareció primero como Geometría Euclidiana, posteriormente se desarrolló la Geometría Proyectiva y por último la Topología; por lo que el desarrollo de las intuiciones preoperatorias y luego las operaciones espaciales están más próximas a la construcción teórica que a las filiaciones históricas. Por lo tanto las estructuras topológicas (de proximidad, separaciones, envolvimientos, aperturas, cierres, coordinación de las aproximaciones, en orden lineal luego bidimensional y tridimensional) son la base sobre la cual surgen las estructuras proyectivas (desplazamientos, medida, coordenadas o sistemas de referencias y la métrica general en dos o tres dimensiones) y esta última es la base de la métrica euclidiana.

Ubicación espacial.- Primeramente el niño hace uso de las nociones topológicas desarrolladas en la etapa preoperatoria como son adentro, afuera, arriba, abajo, adelante, atrás, posteriormente logra ubicar y desubicar haciendo uso de las nociones de derecha, izquierda, norte, sur, etc.

Espacio proyectivo.- Primeramente el niño reconoce el espacio, la diferencia, identifica sus formas, sus dimensiones, las clasifica y por último logra proyectarlas en el espacio y sobre un plano hasta obtener la concepción abstracta de estas formas.

Medida espacial.- Surge desde la etapa preoperatoria primero por suposiciones de un objeto sobre otro y en la etapa operatoria, se inicia por la suma de sus particiones con medidas arbitrarias y poco a poco va adquiriendo la capacidad de medir los objetos a través de medidas convencionales como lo es: el metro lineal el metro, cuadrado y el metro cúbico. (mt. m^2 m^3)

Así mientras la noción de número en esta etapa es la síntesis de la seriación y de la inclusión, la medida espacial es la síntesis del desplazamiento y de la adición partitiva del objeto.

Un experimento que realizó Piaget ilustra como el niño en la etapa operatoria construye la unidad de medida espacial. Se le presenta al niño una torre hecha de bloques de madera y se le dan otros bloques de distinto tamaño para que construya otra torre de la misma altura pero situada encima de una mesa que está alejada del modelo.

Inicialmente el niño construye la torre sin preocuparse de la altura, pero poco a poco entiende la necesidad de utilizar un término medio como medida (hace uso de la transitividad) y se hace uso por ejemplo de un palo u otro elemento intermedio sobre el cual marca la altura de la primera torre y la compara con la que él construyó (hace uso del razonamiento). El niño alcanza el máximo desarrollo de esta estructura cuando hace uso de la partición, es decir, cuando entiende que el elemento intermedio a utilizar puede ser más pequeño que el objeto y que puede desplazarlo un cierto número de veces sobre el mismo, para calcular su tamaño, iniciándose en él la noción de unidad de medida.

Este último progreso lo alcanza el niño al comienzo de la etapa operatoria y poco a poco va adquiriendo la capacidad de medir el espacio bidimensional y tridimensional con medidas arbitrarias hasta lograr la capacidad de calcular las magnitudes espaciales con las medidas convencionales de metro lineal (mt) metro cuadrado (m^2) y metro cúbico (m^3).

Las nociones de velocidad y tiempo

Las nociones de velocidad y el tiempo no se desarrollan perfectamente en la etapa operatoria sino hasta que el niño alcanza la edad de los diez, once años, o hasta más, cuando entra a la etapa formal; otros, inclusive, si no han tenido experiencias lo suficientemente ricas para que se desarrollen estas nociones, aunque estén dentro de la edad cronológica de la etapa formal, sus nociones se encuentran en la etapa anterior.

Noción de Velocidad.- En la etapa operatoria la noción de velocidad en sus inicios se organiza de manera ordinal considerando sólo los rebasamientos, es decir, mientras en la etapa preoperatoria su noción de velocidad consideraba los puntos de llegada (un móvil era más veloz que otro si este llegaba más lejos) en la operatoria concreta, un móvil es más veloz que el otro si lo rebasa, considerando así únicamente los rebasamientos. Es hasta los diez, once o más años cuando el niño comienza a tomar en cuenta los rebasamientos anticipados, los comprobados, y las distancias recorridas, tras de lo cual llega a darse cuenta de la magnitud creciente o decreciente de los intervalos, alcanzando con ello el nivel hiperordinal de la velocidad al poner en relación las duraciones y los espacios recorridos. Velocidad = distancia recorrida ÷ tiempo transcurrido.

Noción del tiempo.- El niño en la etapa operatoria juzga la duración del tiempo según su contenido, olvidando la velocidad de los hechos, que nosotros los adultos hacemos todavía en las evaluaciones intuitivas, por ejemplo: se estima que un móvil ha caminado más tiempo si este ha llegado más lejos poniendo en relación el tiempo con la distancia y no con la velocidad. Sólo hasta después de los diez, once años el niño hace una relación objetiva del tiempo con la velocidad de su desarrollo haciendo a un lado el contenido físico y psicológico de la duración que antes le parecía indisociables y logra la noción del tiempo en su forma acabada manejando tres clases de operaciones que son: seriación de acontecimientos, que constituyen el orden de sucesión temporal, ajuste de los intervalos entre los acontecimientos puntuales, fuente de la duración, y la métrica temporal y todo esto dependiente de la velocidad.

Noción de causalidad y azar

Las actividades operatorias que realiza el niño según asimile con mayor o menor facilidad la realidad se destribuyen entre la causalidad y el azar.

Noción de causalidad.- Esta noción se viene desarrollando en cuatro fases que se inician desde la etapa preoperatoria; primeramente como **precausalidad sensomotora**, caracterizada por una causalidad mágico - fenoménicas porque realizan una asimilación sistemática de los fenómenos a sus acciones propias, por ejemplo: cuando los niños de cuatro a seis años creen que la luna los sigue, incluso que ellos la obligan a seguirlos, durante la etapa operatoria aparece una **precausalidad intermedia** entre la causa eficiente y la causa final al utilizar los por qué, tienden con estas preguntas a encontrar una razón a los fenómenos que para los adultos resultan inopinados (fortuitos) ejemplo: ¿Por qué hay dos coches, uno grande y otro pequeño? un niño de seis años hace la pregunta y sus coetáneos contestan "es que se necesita uno para los grandes paseos y otro para los pequeños".(5). Posteriormente se desarrolla en el niño una causalidad más objetiva y especializada denominada **precausalidad representativa** que se caracteriza por la asimilación de las acciones egocéntricas y esta poco a poco se contransforma en una **causalidad racional** porque va asimilando las operaciones que se van dando en las acciones hasta alcanzar la noción el máximo desarrollo que es la **causalidad proyectiva.** Ejemplo: Si se les pregunta a los niños lo que pasa con un terrón de azúcar que se disuelve en el agua. Los niños de cinco años constestarían: el azúcar se desaparece y se va como un simple olor; los de siete años dirían: el azúcar se encuentra en el agua pero ha perdido su peso y su volumen; a los nueve o diez años adquieren la conservación del peso y hasta los once la del volumen. De esta manera se desarrollan en ellos la causalidad proyectiva de la realidad.

El desarrollo de estas formas de causalidad se enfrentan a obstáculos cuando la realidad resiste a la deducción y entraña una parte mayor o menor de aleatorio.

Noción de azar.- El niño ante lo aleatorio no capta la

---

(5) DELVAL, Juan. "La construcción del conocimiento en la escuela". U.P.N. Antología. El método experimental en la enseñanza de las C.N. p. 71

noción de azar o de mezcla irreversible si no se haya en posesión de operaciones reversibles para que le sirvan de referencias, solo concibe el azar como obstáculo negativo que le impide la deductibilidad; una vez construida las operaciones reversibles comprende lo irreversible y llega pronto a asimilar lo aletaorio de la operación, "comprendiendo que, si los casos individuales permanecen imprevisibles, los conjuntos dan lugar a una presibilidad: la noción de probabilidad se construye poco a poco, en tanto que, es relación entre los casos favorables y los casos posibles. Pero a esta conclusión supone una estructura que se elabora solamente después de los once o doce años". (6).

Ejemplo: si se le presenta a los niños una caja bascular con 10 perlas blancas de un lado y diez piedras negras del otro, agrupadas en pequeños departamentos; el niño de cuatro a seis años anticipa la mezcla por motivo de los balanceos diciendo que todas van a volver a su sitio, cuando comprueba la mezcla de las cuentas ratifica que van a separarse o que las negras ocuparán el lugar de las blancas o bien que va a ver un cruce alternativo o regular.

El niño de ocho-nueve años logra prever que las cuen-

(6) Ibid. p. 73

cuentas van a mezclarse y que es improbable que las cuentas regresen a su estado inicial. Y sólo hasta los once-doce años el niño logra asimilar lo aleatorio de la operación comprendiendo los casos previsibles de los imprevisibles.

B. La adaptación de las estructuras cognitivas del niño (Piaget)

Para el psicológo suizo Jean Piaget, "el niño tiene un desarrollo cognitivo en base a la interacción que éste tiene con el medio ambiente que le rodea y a medida que se van desarrollando física e intelectualmente van cambiando sus comportamientos para adaptarse a su entorno social".(7).

Es decir, el conocimiento no es absorvido pasivamente del ambiente, sino que es construido por el niño a través de la interacción de sus estructuras mentales con el medio. El desarrollo intelectual en todo ser humano es pues, un proceso de reestructuración del conocimiento, ya que todo proceso empieza con una estructura o forma de pensar propia de un nivel, las cuales van cambiando a medida que se va desarrollando.

---

(7) M. CLIFFORD, Margaret. "Enciclopedia Práctica de la Pedagogía". Edit. Océano. Vol. 1 p. 82

Para Piaget "el intelecto se compone de estructuras o habilidades físicas y mentales a las cuales llama esquemas; éstas son experiencias que el niño va teniendo y a la vez adquiere otras".(8).

"Las estructuras son una serie de niveles de desarrollo las cuales, están determinadas por la interdependencia de series de estructuras intelectuales que describen tipos estables de reacciones ante el medio ambiente, cada etapa de desarrollo implica la adquisición de nuevas estructuras que son esenciales para el progreso hacia la siguiente etapa".(9).

El desarrollo de la inteligencia se describe pues, como una serie de estructuras definibles, cada una de ellas diferente de las otras, estable de un período dado e influído por las estructuras anteriores.

Los contenidos y las estructuras de inteligencia son variables, pero las funciones que se realizan para lograr estas nuevas estructuras en el ser humano son invariables, ya que la función de adaptación y organización explican todo aprendizaje cognitivo.

(8) Ibid.
(9) BERGAN, JOHN R. y etc. al. "Biblioteca de Psicología de la Educación". Vol. 1. p. 108

"La adaptación es un proceso que consiste en adquirir información y en cambiar las estructuras cognitivas previamente establecidas, hasta adaptarlas a la nueva información que percibe. La adaptación es el mecanismo por medio del cuál, una persona se ajusta a su medio ambiente".(10).

Desde el momento del nacimiento de una persona, ésta empieza a buscar medios para adaptarse más satisfactoriamente al entorno que le rodea, esta adaptación supone una constante búsqueda de nuevas formas de aceptar más eficazmente ese entorno. Para lograr cambios de adaptación es necesario que se lleven a cabo dos procesos básicos, la asimilación y la acomodación.

> "La asimilación tiene lugar cuando uno se encuentra ante una situación nueva. La acomodación es un proceso que tiene lugar cuando una persona en cuestión descubre que el resultado de actuar sobre un objeto utilizando una conducta ya aprendida, no es satisfactoria y así desarrolla un nuevo comportamiento".(11).

El ser humano cuando adquiere una información está asimilando, pero cuando ya existe un cambio, a la luz de la

(10) M. CLIFFORD, Margaret. loc. cit. p. 82
(11) WOOLFORD E. Anita y et. al. "Una teoría global sobre el Pensamiento. La obra de Piaget". U.P.N. Antología. Teorías del aprendizaje. p. 202.

nueva información de las estructuras cognitivas establecidas, está haciendo una acomodación y es cuando a la par estos dos procesos logran un cambio adaptativo en la persona.

Los procesos de asimilación y acomodación tiene lugar al mismo tiempo y desemboca en el aprendizaje. Se puede dar el caso que una persona asimile la información, pero que no puede acomodar inmediatamente a sus estructuras, es aquí cuando existe un desequilibrio cognitivo, pues las ideas viejas no se acoplan a las nuevas.

Este problema de adaptación sucede continuamente dentro del proceso enseñanza-aprendizaje y es por ello, que el niño a veces no logra aprender. Este continuo proceso de establecimiento entre las ideas viejas y nuevas es una parte esencial de todo aprendizaje.

"Entre el proceso de asimilación y acomodación se hace posible una compensación de manera que las interacciones del niño con el medio ambiente conduzcan progresivamente a niveles superiores de entendimiento, a esta compensación intelectual activa con el medio ambiente Piaget le llama equilibrio".(12).

(12) PIAGET, Jean. "Métodos e ideas de Piaget". Cap. 2 Ed. Ariel. México 1978. p. 36

Cuando las estructuras intelectuales con que cuenta el individuo puede representar la realidad, podemos decir que existe un equilibrio, pues reacciones serán en una forma lógica congruente ante el mundo que le rodea.

La adaptación a través de la asimilación y acomodación conducen pues, a cambios en la estructura cognitiva del individuo, cambios en suma de organización. La organización es la segunda función del desarrollo intelectual.

"Organización es un proceso de categorización, sistematización y coordinación de las estructuras cognitivas. La organización de las estructuras ayudan a la persona a que aprenda a ser selectiva en sus respuestas a objetos y acontecimientos".(13).

A medida que el ser humano se va desarrollando física e intelectualmente, las estructuras internas van cambiando recibiendo el nombre de esquemas.

Cuando se organiza la conducta para tornarse más compleja y más adecuadamente al entorno, los procesos mentales de una persona se vuelven también más organizadas

---

(13) M: CLIFFORD, Margaret. op. cit. 83

y se desarrollan nuevos esquemas, pero, para que el niño vaya desarrollando sus esquemas intervienen cuatro factores que son: maduración, actividad, transmisión social y equilibración.

La maduración es el factor básico donde aparecen cambios que se hallan genéticamente programados en la concepción de cada ser humano. Este factor es el menos cambiable pero proporciona una base biológica para que se produzcan otros cambios.

El segundo factor es la actividad o experiencia física ésta se lleva a cabo cuando una persona está actuando sobre su entorno explorando, ensayando, observando o pensando activamente respecto a un problema. Un niño puede tener u obtener conocimiento físico directamente a partir de la percepción de los objetos, pero si se llega a realizar una manipulación de los objetos y una estructuración interna de su acción será un conocimiento lógico.

El niño a través de la manipulación descubre las propiedades en las acciones y no en los objetos mismos. Mientras más experiencia física tenga el niño con objetos de su medio ambiente es más probable que desarrolle un conocimiento apropiado de ellos.

Con una creciente madurez física aparece cada vez más capacidad para actuar sobre su entorno y aprender de éste.

La interacción o transmisión social es otro de los factores que influyen en el desarrollo intelectual. Este factor consiste en darles la oportunidad a los niños de actuar entre sí con compañeros, padres, maestros, etc., a medida como van desarrollándose, ya que estas experiencias estimulan a los niños a pensar, utilizando diversas opiniones y de esta forma construyen un conocimiento social.

Sin la transmisión social del conocimiento los seres humanos tendrían que reinventar todo lo que ya les ofrece la cultura en cuyo seno han nacido, el volumen de lo que las personas pueden aprender de la transmisión social, variará según sea en cada momento su etapa de desarrollo cognitivo.

Por ejemplo un niño estará dispuesto a entender una explicación verbal y posiblemente capte, otro niño sin embargo necesitará manipular activamente para poder entender.

La equilibración es el factor fundamental que más influye en el desarrollo intelectual, ya que es aquí donde se coordina la maduración, experiencia física e interacción social. Este factor involucra una interacción continua entre la mente del niño y la realidad.

El niño no sólo asimila experiencia en su marco de trabajo mental, sino que acomoda las estructuras de su marco de referencia en respuesta a sus experiencias.

Aquí el factor de equilibración es, pues, donde se dan los verdaderos cambios.

Piaget supone que "cada persona generalmente prefiere un estado de equilibrio; así que continuamente ensayan la adecuación de sus procesos mentales. Si aplican determinados esquemas para actuar sobre un hecho y funciona entonces un equilibrio".(14).

(14) ALEKSANDROV, A.D. Folmogorov. "Visión general de la Matemática". U.P.N. Antología. La Matemática en la escuela primaria 1. 1988. p. 135.

CAPITULO II
MARCO TEORICO Y METODOLOGICO

A. La enseñanza de la matemática como ciencia hecha y sus problemas

La causa principal de la enseñanza de las matemáticas en todos los países del mundo, se debe al gran desarrollo de las ciencias matemáticas durante este último siglo. Crecimiento que puede clasificarse de explosión o mutuación con el surgimiento de las matemáticas modernas, la cual ha sido bien recibida por el público.

Debemos ponernos en guardia contra cierto número de ideas falsas y extraordinariamente difundidas como son:

- Oponer unas matemáticas llamadas clásicas a otras modernas.
- Presentarlas como dos maneras irreductibles igualmente válidas de concebir la ciencia, donde su elección sería más un asunto de gusto personal o de capricho colectivo.

En realidad la Matemática Moderna es la hija legítima de la Matemática Clásica, de quien no reniega, y cuya herencia se ha acrecentado realizando un buen número de sus esperanzas, sacándolas del estancamiento en que se encontraban y, aclarando muchos puntos antes oscuros; así como un ser viviente se vuelve distinto al transformarse y sin embargo permanece esencialmente el mismo.

La Matemática Moderna es una extensión de la anterior, sólo que ahora cuenta con una experiencia más sólida, rica y profunda, y con frecuencia puede hacer lo que antes hubiera parecido difícil o imposible.

La transformación interna de las Matemáticas se dio acompañada también de una extensión en sus dominios de aplicación. Las ciencias físicas ya no son las únicas consumidoras de las matemáticas, también lo son las ciencias biológicas, económicas y humanas.

La enseñanza de las matemáticas por lo tanto ha de ser concebida como una disciplina que debe colaborar con todas las otras, y que debe ser apta a todos los estudiantes para que puedan determinar cuando un problema amerita ser tratado matemáticamente.

B. Ventajas de la enseñanza de la matemática.

La enseñanza de la matemática ha de ser concebida como una ciencia que puede intervenir en las actividades humanas de la siguiente manera:

-Para determinar una situación, es decir: hacer una delimitación relativamente precisa de un campo de actividad en el interior de un campo más vasto y fija los objetivos que uno se propone alcanzar.

-Promueve la fabricación de modelos matemáticos que traduzcan junto con las simplificaciones o distorciones en general inevitables los rasgos específicos de la situación.

-Ayuda a la edificación de teorías generales, ya que si un mismo modelo puede funcionar en situaciones diferentes, es frecuente que modelos diferentes tengan la misma estructura y estudiar estas estructuras es el objeto de las teorías matemáticas. Además el matemático encuentra un placer estético al elaborar estas teorías generales, pues tienen la ventaja práctica de realizar una considerable economía de pensamiento.

C. La naturaleza de las matemáticas

En la actualidad hemos escuchado varias veces que la matemática tiene su aplicación en todos los aspectos de nuestra vida, pero también hemos escuchado que es una ciencia tan abstracta y por lo mismo muy difícil de entender. Estas opiniones se deben precisamente a la naturaleza de las matemáticas como son: "su abstracción, su precisión, su rigor lógico, el irrefutable carácter de sus conclusiones, y el campo excepcionalmente amplio de sus aplicaciones"(15), lo cual ha dado lugar que los idealistas y los metafísicos traten de explicar que la matemática brota del pensamiento puro, pero la historia del origen de la aritmética y de la geometría elemental por ejemplo, no ofrecen el más ligero soporte a estas opiniones ya que los conceptos abstractos de número de adición, sustracción, multiplicación, figura geométrica, área, volúmenes, su medición y las fracciones, etc., tuvieron su origen en la manipulación constante que hicieron los hombres sobre los objetos concretos para satisfacer sus necesidades concretas de contar, medir, distinguir un objeto sobre otro, de acomodar un objeto sobre otro, etc. Además la abstracción de estos conceptos se fueron dando en forma lenta y gradual durante muchos muchísimos años.

Además de las relaciones entre los objetos concretos y sus números, surgieron los conceptos de adición, sustracción, multiplicación, división, etc., y con ello surge la necesidad de establecer signos que representan a los números y a las operaciones; es decir: establecer en forma escrita lo que ya se manejaba en forma oral, ejemplo: el número siete debería

(15) ALEKSANDROV, A.D. Folmorov "Visión General de la matemática".
U.P.N. Antología. La Matemática en la escuela primaria 1. 1988. p. 135

escribirse con el signo (7) y la operación de adición debería representarse con el signo (+), o sea se hizo una abstracción de otra abstracción hasta llegar a una generalización, sin la cual, la aritmética ni la geometría, ni todas las ramas de la matemática actual hubiesen podido realizar muchos progresos.

Es precisamente la generalización de estos conceptos abstractos lo que hizo que la matemática perdiera aparentemente toda conexión con la vida diaria y que el hombre medio en la actualidad no entienda nada salvo de que todo es incomprensible.

Por lo tanto el lenguaje de la matemática es simbólico ya que requiere de significado y significante. El primero es el concepto o imagen mental que el sujeto ha abstraído o elaborado en base a sus experiencias externas e internas sobre algo y le ha dado existencia independiente de la presencia física o gráfica de los objetos que manipuló.

El segundo es la forma convencional y arbitraria mediante la cual el sujeto puede expresar por medio de grafías o signos, dicho significado.

Si la matemática se considera como un lenguaje, entonces aprenderla nos obliga a conocer y dominar el uso de las codificaciones orales y escritas que se han establecido en la sociedad actual. Así entendido el lenguaje de la matemática nos ayudaría para designar nociones, relaciones, transformaciones, etc.

La palabra matemáticas proviene del griego Mathemata, significa cosas que se aprenden. La definición no nos resulta clara ya que para los antiguos griegos esta área del conocimiento incluía desde el estudio de los números, del espacio de la astronomía y de la música. Actualmente también las matemáticas son un arte en el que crean grandes sinfonías con bellísimas piezas pequeñas, sean estas de música o de ideas, pero también son un arma poderosísima para comprender y planear. Cada vez la matemática va infiltrándose más y más con ideas nuevas, lo cual implica para esta ciencia una gran responsabilidad.

D. Las diferencias entre conocimiento lógico-matemático y conocimiento social

La abstracción no es la característica exclusiva de la matemática, también lo es de toda ciencia y de toda actividad mental en general. Sin embargo son tres los rasgos de las abstracciones matemáticas que la distinguen y la hacen diferentes de las demás ciencias, dichos rasgos son los siguientes:

- Las abstracciones matemáticas tienen el propósito de abstraer sólo las relaciones cuantitativas y formas especiales de los objetos, dejando de lado otras propiedades que pudieran tener y que les serviría a otras ciencias, por ejemplo: sea este un recipiente esférico, una esfera de acero, una estrella o una gota de agua, la matemática se preocupa cómo poder medir su volumen, mientras que la astronomía se ocuparía de saber las clases de estrellas que hay en el universo, y la química, de los elementos químicos que componen la gota de agua. Es decir, la matemática por medio de la geometría abstrae la magnitud y la posición de los cuerpos y figuras geométricas en su forma más abstracta y general.

- Las abstracciones matemáticas aparecen como una sucesión de grados de abstracción creciente que llegan más lejos que las abstracciones de las demás ciencias, ejemplo: el surgimiento de los conceptos tan grandes como un millón, trillón, etc., aparecieron mucho antes de que las necesidades prácticas del hombre le exigieran hacer uso de ellas. También podría ser el surgimiento de los números variables (números reales) ya que éstos no son siempre el reflejo inmediato de los hechos de la experiencia, sino que los trasciende, pues el número real no refleja una magnitud concreta, sino más bien la magnitud en general, con abstracción de toda su concreción.

- La matemática debe moverse casi por completo "en el campo de los conceptos abstractos y de sus interrelaciones"(16), empleando sólo razonamientos y cálculos, mientras que el científico de la naturaleza debe seguir experimentando constantemente con los objetos para demostrar sus aseveraciones.

El matemático aunque hace constantemente uso de modelos y analogías físicas y recurre con frecuencia a ejemplos bien concretos para el descubrimiento de teoremas y métodos, ningún teorema pertenece definitivamente a la matemática si este no ha sido rigurosamente demostrado por un razonamiento lógico, a partir de propiedades fundamentales de los conceptos que aparecen en determinado teorema, ejemplo: el matemático podría medir los ángulos de la base de miles de triángulos isósceles con extrema precisión pero nunca le daría ese procedimiento una demostración matemática del teorema que diga que los ángulos son iguales. El matemático debe deducir estos resultados de los conceptos fundamentales de la geometría que se han formulado en forma precisa y rigurosa en los axiomas.

Estas son poderosas razones por la cual no sólo los

(16) Ibid. p. 136

conceptos, sino también los métodos de las matemáticas son abstractos y teóricos.

Los tres rasgos de la matemática mencionados anteriormente permiten que se diferencie de las demás ciencias.

Por lo tanto la enseñanza de los conocimientos matemáticos no puede ser igual a la enseñanza de los conocimientos sociales ya que la principal característica del conocimiento social es que es enormemente arbitrario por naturaleza. El hecho de que cierta gente celebre la Navidad mientras que otros no lo hacen es un ejemplo de la arbitrariedad del conocimiento social. No existe un motivo físico ni lógico para considerar el 25 de diciembre distinto de cualquier otro día del año. El hecho de que llamemos "árbol a un árbol es absolutamente arbitrario. En otras lenguas se llama al mismo objeto con otro nombre, ya que no existe ninguna relación física o lógica entre un objeto y su nombre. De aquí se deduce que para la adquisición por parte del niño del conocimiento social, es indispensable el recoger información de los demás.

Al igual que el conocimiento físico, el conocimiento de contenidos exige un marco lógico- matemático para su asimilación y organización. Igual que el niño necesita un marco lógico-matemático para reconocer un pez rojo como tal (conocimiento físico), necesita el mismo marco lógico-matemático para reconocer una palabra fea como tal (conocimiento social). Para reconocer una palabra fea, el niño necesita realizar una dicotomía entre "palabras feas" y "palabras que no lo son" y entre "palabras y "cualquier cosa". El niño utiliza el mismo marco lógico-matemático para construir el conocimiento físico como el conocimiento social.

Las personas que creen que los conceptos relativos al número deben enseñarse por transmisión social no son capaces de establecer la distinción fundamental entre el conocimiento lógico-matemático y conocimiento social. En el conocimiento lógico-matemático el origen de conocimiento es el propio niño, y no existe nada arbitrario en este campo. Por ejemplo, 2 + 3 da el mismo resultado en todas las culturas. De hecho, toda cultura que construye cualquier tipo de matemáticas acaba por construir exactamente las mismas matemáticas, ya que se trata de un sistema de relaciones en que nada absolutamente es arbitrario. Para citar otro ejemplo de la naturaleza universal y no arbitraria del pensamiento lógico-matemático, en todas las culturas hay más animales que vacas.

Las palabras uno, dos, tres, cuatro son ejemplos de conocimiento social. Cada lengua tiene un conjunto diferente de palabras para contar. Pero la idea subyacente del número pertenece al conocimiento lógico-matemático, que es universal.

La suma 2 + 3, pero ni el número ni la adición están "ahí fuera" en el mundo social, para ser transmitidos desde las personas. A los niños se les puede enseñar a dar la respuesta correcta a 2 + 3 pero se les puede enseñar directamente la relación que subyace a esta adición, incluso los niños de 2 años pueden ver la diferencia entre un montón de 3 bloques y uno de 10 bloques. Pero esto no implica que el número esté "ahí fuera" en el mundo físico, para aprenderlo por abstracción empírica.

E. El aprendizaje escolar

La forma en que se dirija la actividad del niño va a producir diferentes formas de relación entre el alumno-conocimiento-maestro, y por lo tanto diferentes formas de apropiación o aprendizaje de los conocimientos que pueden ser tópica, operacional o situacional.

Aprendizaje tópico

En esta forma el alumno es activo siguiendo atentamente la actividad verbal o expositiva del maestro, limitándose a escuchar y repetir lo que el maestro le explica, de preguntar y esperar a que el maestro le conteste lo más clara y correctamente posible.

El maestro en este caso es el guía de la adquisición de los conocimientos y el aprendizaje va a depender de lo que el maestro enseñe y de lo que el alumno pueda memorizar, estableciéndose con ello una relación exteriorizada del conocimiento con el alumno logrando sólo una apropiación simulada.

Aprendizaje condicionante.

Se dirige la actividad de los niños a través del estímulo-respuesta- reforzamiento por medio de una enseñanza programada. Hasta la fecha no se ha aceptado que sea verdaderamente un aprendizaje.

Aprendizaje operacional.

En esta forma el alumno actúa sobre los objetos conforme a las instrucciones verbales del maestro ó a través del sistema de fichas (consignas o instrucciones escritas). En ambos casos la actividad del alumno sobre los objetos sigue siendo dirigida y canalizada, por lo tanto la relación del conocimiento con el alumno es exteriorizada y el aprendizaje simulado aún cuando la apropiación ha sido operatoria.

Apropiación situacional o constructivista

Es la forma que permite al maestro lograr la actividad propia y real del alumno ya que este primeramente acepta un objetivo originado por el mismo o por otra persona y luego organiza su propia actividad para alcanzarlo.

En este caso el niño construye su propio conocimiento redescubriendo los conceptos, las leyes y las propiedades matemáticas, dándose una apropiación situacional y verdadera de los mismos.

No se trata de hacer que el niño recorra "el camino que siguió un conocimiento determinado en la historia" (17), pues le llevaría !miles de años!. Se trata de producir una génesis escolar de conocimientos donde tal vez no siempre logremos crear condiciones ideales para que los niños realicen una absoluta reconstrucción de los conocimientos, probablemente varias veces sólo logremos que se aproximen a él que se enfrenten a los problemas que justifican su existencia y que le dan sentido. Si esto logramos ya podemos decir que dimos un paso muy importante en la metodología empleada.

(17) AUTORES VARIOS, Revista Cero en conducta. El constructivismo. "La enseñanza de las Matemáticas". Año 1 No. 4 Marzo-Abril 1986 p. 18

F. El pensamiento matemático en la pedagogía operatoria

Pedagogía operatoria como su nombre lo dice operar que significa establecer relaciones entre los datos y acontecimientos que suceden a nuestro alrededor, para obtener la coherencia, la cuál, se extiende no sólo en el campo intelectual.

Por otro lado en la matemática los descubrimientos y adquisiciones nuevas no se apoyan en experimentos observables como los de otras ciencia, se apoyan más bien en experimentos demostrables a partir de procedimientos matemáticos sobre los objetos y esto le da un carácter abstracto.

El desarrollo histórico de las matemáticas ha partido de situaciones "ancladas en lo concreto" (18) por ejemplo: el cálculo elemental que se inició en los pueblos primitivos a partir de la correspondencia de los elementos de un conjunto con los elementos de otro conjunto tomado como patrón, es el mismo procedimiento que observamos que se inicia en el niño.

Por lo tanto "la experiencia lógico-matemática es el re-

---

(18) MONSERRAT, Moreno. "El pensamiento matemático". U.P.N. Antología. La matemática en la escuela 1. p. 68

sultado de la abstracción de las propiedades de las acciones del sujeto".(19)

Para que exista la abstracción es necesario que exista algo de donde abstraer, y éste algo no puede ser más que la organización de las acciones sobre los objetos concretos a los que el niño tiene acceso.

Si el niño no actúa reflexionando sobre las acciones que realiza sobre los objetos y sobre los resultados que producen, éstos no pueden comprender ni construir las operaciones elementales y las leyes lógicas inconscientes que les dan un carácter de necesidad.

G. La didáctica constructivista en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria

Las matemáticas en el nivel básico es fundamentalmente un problema de método de enseñanza.

Los métodos de enseñanza de la matemática propuestos en programas y libros de texto de este nivel, han transcurrido desde la mecanización de procedimientos y el dominio de al-

(19) Ibid. p. 70

goritmos, formando la memorización de conceptos dados por dictado, hasta propuestas curriculares que se han preocupado por tomar en cuenta los elementos formativos de la matemática y la utilidad práctica que ella ofrece, si esta se enseña bajo los lineamientos de la pedagogía operatoria de la cual hablamos anteriormente y de la didáctica constructivista que enfatiza lo siguiente:

- El proceso de reconstrucción de los conocimientos matemáticos y...
- La aplicación de los conceptos matemáticos en diferentes ámbitos.

La didáctica constructivista se funda en que:

Los hallazgos de la epistemología genética han puesto en evidencia que las nociones que el niño adquiere pasan por un complejo proceso de construcción: desde la primera vez que el niño se acerca a algún objeto, **lo mira a partir de determinados conocimientos previos que tiene sobre los objetos**. Podemos decir que el niño tiene su hipótesis acerca de cómo es, cómo funciona o para qué sirve ese objeto. Su acción sobre el objeto se verá orientada por estas hipótesis, pero es en esa misma acción que sus hipótesis pueden ser confirmadas o contradichas; la aparición de estas contradicciones entre lo que el niño supone y lo que observa al actuar darán lugar a un replantamiento de la hipótesis original. En este proceso presentado en forma por demás simplificada, estriba la evolución del conocimiento en el niño.

En esta explicación del proceso de adquisición del conocimiento en el niño, nos lleva a reflexionar que la enseñanza (tradicional) del conocimiento matemático por simple transmisión debe sustituirse por una enseñanza que genere en el niño un proceso de construcción del conocimiento a partir de su experiencia propia y a partir de la reflexión sobre la organización de su misma actividad.

El siguiente paso de esta reflexión consiste en crear los medios didácticos que permitan alcanzar ese objetivo, ya que la Psicología genética nos ha dado una nueva concepción acerca del proceso de adquisición del conocimiento, sin embargo no nos dice como podrían los niños aprender los contenidos matemáticos. El propio Piaget nos dice al respecto:

> "Las estructuras operatorias de la inteligencia, aún siendo de naturaleza lógico-matemática, no son conscientes en tanto que estructuras en la mente de los niños: son estructuras de acciones o de operaciones que dirigen, por supuesto, el razonamiento del niño, pero no constituyen un objeto de reflexión para él.
>
> ***La enseñanza de las matemáticas por el***

contrario, invita a los sujetos a una reflexión consciente sobre las estructuras". (20).

H. Las etapas concreta, gráfica y abstracta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Desde hace mucho tiempo se ha sugerido que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se respeten las tres etapas básicas que son: concreta, gráfica y abstracta pero además se nos pide que las llevemos a la práctica pero de la siguiente manera.

Etapa concreta o de situación

En esta etapa tendremos que delimitar un campo de actividad dentro de un campo más vasto, fijar los objetivos que se pretenden alcanzar y, por medio de preguntas, propiciar situaciones o problemas para que el niño se interese en manipular objetos conocidos por ellos, y posteriormente realizar diversas operaciones como son: agrupar, clasificar, seriar, abstraer características y propiedades, como tamaño, color, formas, peso, etc. y reflexionar con sus compañeros y maestro.

---

(20) AUTORES VARIOS. El constructivismo. "La enseñanza de las matemáticas". Revista cero en conducta. Año 1 No. 4 Marzo-Abril 1986 p. 14-15

Etapa gráfica o de modelos matemáticos

El niño deberá construir modelos matemáticos de lo que observó en los objetos concretos y de sus operaciones, ya sea por medio de dibujos, figuras, signos, símbolos, etc. representando así propiedades observadas como de longitud, forma, área, o de sus operaciones como: correspondencia, clasificación, multiplicación, cálculo de áreas, perímetros, etc.

Etapa abstracta o de teoría

El niño deberá convertir las explicaciones de las propiedades o características abstraídas de los objetos manipulados y de sus operaciones durante la etapa concreta y gráfica en explicaciones teóricas abstractas como: algoritmos, teoremas, fórmulas, definiciones, postulados, conceptos, etc. Solo de esta manera lograremos que los alumnos comprendan los conceptos abstractos de la matemática por haber sido ellos mismos quienes las elaboraron.

Cuando se respetan estas tres fases durante la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas: concreta, gráfica y abstracta (o situación, modelo, teoría) no se mutila aquello que se pretende enseñar, y se hace más fácil la asimilación.

También si se respeta el enfoque constructivista de estas etapas enriquecerá el desarrollo de las aptitudes intelectuales de los alumnos, como son: **el razonamiento y autosuficiencia intelectual.**

Con esto estaremos cumpliendo con objetivo principal de la enseñanza de las matemáticas que dice: la enseñanza de las matemáticas no debe ser un medio de selección de alumnos, sino más bien, lograr que el mayor número posible de personas sea capaz de servirse inteligentemente de ellas.

Por lo tanto "la misión del profesor es sobre todo la de enseñar a aprender". (21).

¿Cómo guiaremos el redescubrimiento de los niños?

Para que los alumnos cuenten con las experiencias y conocimientos necesarios que les permitan hacer nuevos redescubrimientos y, para que la táreas de enseñar a aprender a aprender las matemáticas sea exitosa, la graduación y dosificación de los conocimientos va a ser muy detallada y en función de los aprendizajes previos del niño, organizando las estrategias de la siguiente manera:

---

(21) ANDRE, Revuz. "Problemas que plantea la enseñanza de las matemáticas". U.P.N. Antología. La matemática en la escuela 1.

1. Presentaremos situaciones de experimentación matemática cuidadosamente graduadas, ligadas a las experiencias previas del los alumnos.

2. Ayudaremos a los niños a reflexionar y elaborar los conocimientos con las preguntas pertinentes.

3. Propiciaremos el intercambio de reflexiones con otros niños.

¿Cómo iniciar a los niños en el uso de las representaciones gráficas?

El contacto frecuente que tengan los niños con las representaciones gráficas va a depender de las características del medio en que se desenvuelva el niño. Por lo tanto es función del maestro garantizar ese contacto entre el niño y las representaciones gráficas, ya que es condición necesaria para el buen uso de ellas que los niños tengan un contacto frecuente con las mismas y le sirvan de base para las futuras abstracciones de los conocimientos matemáticos.

Para ello podemos iniciar con situaciones donde los niños reflexionen acerca del significado de algunos significantes familiares y tomen conciencia de la diferencia que existe entre las representaciones gráficas que conocen, cuándo se emplean y para qué se emplean. También deben plantearse situaciones en las que surja la necesidad de inventarlas para que resuelva algún problema.

Las situaciones deben ser lo suficientemente ricas y variadas para que los niños manejen las representaciones gráficas en todos los casos en los que sean útiles dentro y fuera de la escuela.

Podemos hacer uso de carteles, anuncios, láminas, avisos, envases con etiquetas, etc. favoreciendo el intercambio de éstos entre los niños para que los comparen y aumenten su conocimiento y criterio en cuanto a las representaciones gráficas.

Para establecer la secuencia respecto a cuales representaciones gráficas se trabajarán antes y cuáles después es necesario considerar detenidamente el nivel de complejidad de lo que cada una está representando.

Actividades para que el niño establezca la diferencia entre significante y significado de las representaciones gráficas

Dado que cada significante representa un significado de objeto, acción, concepto, sentimiento, etc. es fundamental que los niños reconstruyan esos significados para poder trabajar sobre sus significantes.

Para que los niños comprendan las diferencias entre significado podemos tomar como ejemplo el dibujo de un caballo y se interroga a los niños ¿Qué es esto? ¿Pueden montarse en él? ¿Le pueden dar de comer? De esta manera se hará que el niño reflexione acerca de la diferencia entre una representación gráfica y el objeto concreto que representa.

Si los niños inventan representaciones gráficas, las analizan y les dan un uso, pueden comprender mejor la función que tienen, y manejarlas durante la adquisición de las nociones matemáticas, como el uso de las fórmulas y figuras geométricas representadas por símbolos y dibujos.

La variedad y la riqueza de las actividades dependerá de la creatividad e iniciativa de los alumnos y el maestro al momento de abordar los conceptos matemáticos en la escuela.

I. El planteamiento de los problemas como fase inicial para el aprendizaje situacional de las matemáticas.

La matemática surgió como una necesidad del hombre para resolver situaciones de su vida cotidiana, por ello se considera que el trabajo en matemáticas debe partir de la necesidad de resolver situaciones.

Hemos dicho que uno de los requisitos que hubo para que los conocimientos surgieran y se desarrollarán fue precisamente por la necesidad de resolver los distintos problemas que se representan en la vida, por lo tanto la evolución de los conocimientos matemáticos fue por la misma necesidad de resolver problemas de cálculo, medición, etc. Por lo tanto la pregunta forzosa que debemos hacernos es ¿Qué tipo de problemas debemos plantear en el grupo (situaciones problemáticas) para que los alumnos se interesen en resolverlos y se inicien en el redescubrimiento de las nociones matemáticas?

En cuanto a esta pregunta casi todos reconocemos que el planteamiento de problemas en la escuela primaria son un verdadero problema. "Los maestros nos damos cuenta que los alumnos fracasan mucho en este punto. Sentimos que no razonan. Quizá éste sea uno de los motivos por el cual casi nunca se proponen problemas en clase, excepto en los exámenes".(22).

"Uno de los principales motivos del fracaso en la reso-

(22) GOBIERNO DEL ESTADO DE SINALOA, S.E.P.C. , S.E.P.D.E.S.. y otros. "Los problemas". La matemática en la escuela primaria. Agenda curso Taller-Mat. S.E.P. Enero 1995. p. 4

lución de problemas es que en la escuela, se dedican muchas horas y esfuerzos a que los alumnos dominen primero las técnicas para ejercitar operaciones, y después en menos horas, se les proporcionan algunos problemas para que las apliquen".(23).

O sea, se dedica mucho tiempo a que los alumnos hagan bien las operaciones básicas, pero se plantean pocos problemas. Sin embargo saber hacer operaciones o saber de memoria algunas fórmulas no significa saber resolver problemas.

Debemos invertir el orden, los niños deben resolver problemas desde el principio y, poco a poco, mejorar la manera de hacer las operaciones para resolver los problemas con más facilidad.

Pero por otro lado, resolver problemas planteados por el profesor o por los manuales, no ejercita la capacidad de abstraer, sólo permiten una aplicación mecánica sin sentido de las nociones matemáticas. Unicamente se favorece la generalización de las nociones matemáticas cuando los problemas u otros conocimientos hayan sido previamente construídos por los alumnos.

(23) Ibid.

Más que la resolución de problemas, lo importante es el planteamiento por los propios niños.

Para ello debemos tener en cuenta que los alumnos siempre tienen recursos para resolver un problema aún antes de conocer el procedimiento usual de la operación o fórmula que lo puede resolver, ya sea dibujando, sumando, restando, multiplicando un problema de división por ejemplo, o midiendo con sus manos, con su cuaderno, con su libro un problema de medición de áreas.

Problemas que interesan a los niños

"Los problemas interesantes para los niños pueden ser problemas de su vida cotidiana, problemas de la fantasía, juegos o problemas puramente numéricos. Lo importante para que un problema sea interesante es que presente un reto a los alumnos, con una dificultad adecuada a su edad".(24)

Cualquier problema interesante para los niños pueden representarse varias veces con pocas modificaciones mientras el problema les siga presentando una dificultad, un reto.

(24) Ibídem. p. 5

Cuando los alumnos ya encuentran una forma sistemática de resolver un problema, ese problema deja de ser problemático y por lo tanto ya no es interesante.

Conviene variar la forma con la que se presentan los datos del problema, a veces en la forma tradicional de un texto, en un dibujo, en una gráfica, en una tabla de datos y otras con material concreto.

Es recomendable plantear a veces problemas que no tienen preguntas para que los niños las formulen, o bien operaciones para que los alumnos inventen problemas que se resuelvan con ellas.

En algunas sesiones el maestro puede plantear a los niños **problemas incompletos,** es decir, problemas en los que la información que se da es insuficiente para resolverlo. Los alumnos tendrán que decir en qué problemas falta información y cuál es la información que falta.

El juego como recurso didáctico

A través del juego "el niño interactúa sobre el mundo que lo rodea, descarga su energía, expresa sus deseos, sus conflictos, lo hace voluntaria y espontáneamente, le resulta placentero". (25).

El niño "reproduce las acciones que vive diariamente. Ocupar largos períodos en el juego permite al niño elaborar internamente las emociones y experiencias que despierta su interacción con el medio exterior". (26).

"El juego es una especie de escuela de relaciones sociales, ya que disciplina aquellos que lo comparten, los hace tomar acuerdos, a interrelacionarse, a integrarse al grupo, a compartir sentimientos, ideas, es decir, forma y sentimiento social".(27).

"Por lo general los niños mantienen el interés por el juego mientras no descubren la estrategia para ganar. Una vez que la encuentran se recrean en ella durante un tiempo ganándoles a sus compañeros".(28)

"Es frecuente que los juegos involucren varios contenidos temáticos, a fin de profundizar sobre ellos, o bien favorezcan el desarrollo de ciertas habilidades matemáticas importantes como cálculo mental, la estimación de magnitu-

(25) Ibídem. p. 5
(26) Ibídem . p. 6
(27) Ibídem
(28) Ibídem

des, la memorización de las relaciones aritméticas de los primeros números que se requieren en la operatoria con los números grandes, el desarrollo de la percepción geométrica, etc." (29)

El papel del maestro en el juego

> "En el desarrollo de los juegos, el papel del maestro se reduce prácticamente a explicar las reglas. Sin embargo, mientras los niños juegan, su participación es importante para señalar si alguna regla no fue interpretada correctamente, para plantear nuevos obstáculos a los niños que teminan rápido, para confrontar los hallazgos de los niños, etc.
>
> Es importante que se adapten algunos juegos tradicionales a los contenidos de aprendizaje, a fin de permitir que los alumnos a través de la interacción grupal construyan nuevos conocimientos". (30).

(29) Ibídem.
(30) Ibídem

CAPITULO III
LOS SUJETOS QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DEL APRENDIZAJE

A. El papel del maestro en la enseñanza de aprender a aprender las matemáticas

Consideramos como docentes que durante la aplicación de esta propuesta logramos cumplir con el objetivo principal de la materia que fue enseñar aprender a aprender las matemáticas. Así fue, porque logramos propiciar situaciones problemáticas a base de preguntas a los alumnos que los motivó a aceptar el objetivo y a decidirse a reflexionar y manipular los objetos para ir reconstruyendo los conocimientos. Como docentes vigilamos que los alumnos los fueran reconstruyendo de acuerdo a sus estructuras mentales que ya habían sido identificadas con el diagnóstico.

Además también nos preocupamos porque esta nueva forma de trabajo la conocieran los padres de familia de manera que pudiesen apoyar a sus hijos cuando estuvieran con ellos en su casa. Los padres de familia ven con muy buenos ojos que los maestros los tomen en cuenta para auxiliarlos en la educación de sus hijos.

B. El papel del alumno en la apropiación situacional de las fórmulas para el área del círculo

La participación de los alumnos fue muy entusiasta ya que estaban experimentando nuevas formas de aprender las matemáticas donde tenían la oportunidad de manipular los objetos, de interactuar con sus compañeros de reflexionar a las preguntas, de interactuar con su maestro, y lo que más les gustó fue que al final de cada estrategia terminaban abstrayendo conceptos matemáticos que antes les resultaba muy difícil de aprender.

La satisfacción más grande de este trabajo fue cuando varios de ellos manifestaron que nunca les había tocado una maestra que les enseñara así. También el comentario de una madre de familia que dijo que no sabía en qué consistía, pero que su hija, que antes batallaba ahora todo entendía en las clases, principalmente las de matemáticas.

Con las estrategias de esta propuesta los alumnos lograron realizar una actividad real sobre los objetos y sobre las representaciones gráficas, reconstruyendo así no sólo los conceptos abstractos sobre(¶ x r^2) sino también otros conceptos como de metro lineal, metro cuadrado y metro cúbico, de igual manera lograron identificar sus símbolos (mt, m^2, m^2) y otros conceptos como objetos unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales.

Lo que también les gustó a los niños fue cuando manejaron algunos conocimientos a través del juego.

Aprendieron las fórmulas para obtener el perímetro y el área de las figuras geométricas hasta el círculo, más por el simple interés de conocer y aprender que por la exposición verbal y apropiación memorística de los conocimientos. Los alumnos no siguieron pistas, ni trataron de adivinar lo que se pretendía que aprendieran sino que más bien indagaron, consultaron, opinaron, interactuaron con sus compañeros y maestros para reconstruir los conceptos por lo tanto su aprendizaje en ningún momento fue simulado.

C. Características de los alumnos de 5° "B"

El grupo de quinto "B" está formado por 28 alumnos de los cuales 14 son mujeres y 14 son hombres. De estos, nueve niños pertenecen a una posición económica más desahogada, pero gracias a las características naturales y económicas del lugar, sus padres procuran satisfacer las necesidades más elementales de sus hijos.

Académicas

Sus antecedentes académicos no son del todo completos debido a los cambios de maestros que sufrieron desde tercer año, y por qué no decirlo también debido a los errores didácticos y éticos de algunos docentes.

En la prueba de diagnóstico se detectó que los niños a pesar de haber llegado hasta el quinto grado tenían la necesidad de reconstruir los conocimientos que no les quedaron muy firmes desde tercer año.

Sociales

Afortunadamente los niños y los padres de familia de este grupo estuvieron conscientes que debido a las deficiencias académicas necesitaban una nivelación, por lo cual se trabajó más a gusto con la propuesta debido a los deseos de los alumnos de nivelarse y de aprender construyendo los conocimientos y jugando con ellos.

D. La escuela primaria donde se aplicó la propuesta.

Historia de la escuela

La primera escuela se formó en 1935 por iniciativa de los propios pobladores ya que el gobierno en aquellos tiempos no quería reconocer el poblado y por lo tanto la S.E.P. tampoco aceptó reconocer la escuela.

Cuentan habitantes como Don Tino Peraza que tuvieron que pagar una maestra por su propia cuenta y que la escuela comenzó a funcionar debajo de algunos árboles cercanos a las casas, con dos grados.

Fue hasta 1936, en el mismo año que se reconoció al poblado cuando la S.E.P. reconoció la escuela y los ejidatarios se dieron a la táreas de construir la primera escuela de material, compuesta de tres aulas y acondicionada para que los maestros que ahí llegaron a trabajar pudieran quedarse. A la "Escuelita" (con ese nombre es reconocida) le pusieron el nombre de Juan de Jesús Moreno en honor a uno de los líderes que formaron el ejido y que luchó mucho por ellos.

Esta escuela comenzó a trabajar con cuatro grados, pero al ir aumentando la población escolar se mandaron a construir en 1943 más aulas en el lugar que actualmente tienen, para poder atender hasta el sexto grado. Cuentan que en 1951 la directora (de la cual no recuerdan su nombre, solo que vivía en Urías), fue la que registro a esta nueva escuela con el nombre de U.N.E.S.C.O.

En tiempos más recientes la organización de C.A.P.C.E. construyó otras aulas más de tal forma que actualmente cuenta con 2 direcciones, (pues se pretende formar el turno vespertino) cuatro cuartos de sanitarios, ocho aulas, un bebedero en funcionamiento, pero como la población escolar siempre va en aumento, tiene varios años que se han seguido utilizando las aulas de la primera escuela que se encuentran al frente de la entrada, lo cual provoca en ocasiones problemas de indisciplina.

Condiciones materiales

Las condiciones materiales de la escuela si no son excelentes, por lo menos son cómodas, ya que cuenta con un salón de "Coeba", a excepción de las tres aulas que están fuera del edificio escolar, que siguen ocupándose por falta de salones dentro del terreno escolar.

Uno de estos salones es el que ocupó el grupo de 5° "B". Salón algo amplio pero con unos pilares muy anchos que impiden la buena visibilidad del pizarrón, sin embargo, gracias a que la propuesta tienen un enfoque constructivista, dicha incomodidad en esta ocasión no afectó del todo, pues casi no se utilizó el pizarrón.

Características del personal docente

La Escuela Primaria U.N.E.S.C.O. con clave 25DPR-

O242C está ubicada en la Isla de la Piedra, por lo cual es una escuela que verdaderamente sufre los problemas de un personal docente muy fluctuante, aún los directores, aunque no tan seguido, se han estado cambiando.

Al parecer sólo una maestra desde que empezó a trabajar no se ha cambiado por lo que ya tiene una antigüedad de 20 años.

Los padres de familia se quejan constantemente de los cambios de maestros, ya que estas situaciones afectan la educación de sus hijos.

Consideramos que esta situación fluctuante de los maestros ha impedido en cierta manera la identificación de la escuela con los intereses de la Comunidad.

No obstante este problema, los maestros nos esforzamos en sacar adelante el trabajo con los alumnos,algunos por responsabilidad propia y ética profesional y otros para no tener problemas con las autoridades educativas superiores.

E. Características de la Comunidad Isla de la Piedra

La Isla de la Piedra como se le conoce hoy en día, es una península rodeada por las aguas del Océano Pacífico, que se encuentra al sur de este puerto, frente a los muelles fiscales.

Se puede tener acceso a ella por lancha, atravesando la bahía, o en carro, a través de una carretera de terracería que sale de un entronque de la carretera pavimentación que va al aeropuerto.

Cuenta con 17 Kms. de playa, con oleaje tranquilo todo el año, además es de poca profundidad, por lo que es disfrutada por personas de todas las edades. Todo el año llegan al lugar turistas de diversas partes del país y del extranjero.

El ejido tiene registrado a 84 ejidatarios más la parcela escolar, con títulos de propiedad totalmente legalizados por la Secretaría de la Reforma Agraria.

Las actividades económicas del lugar en un principio fueron de agricultura, la pesca y por último el turismo. Actualmente la situación ha cambiado, es el Turismo la actividad económica más importante de la cual viven la mayoría de los habitantes , ocupando el segundo lugar la agricultura y por último la pesca.

Historia de la Isla de la Piedra

Cuentan los habitantes del lugar que durante la "época de la Colonia se conoció como la Isla de la Tortuga; quizás porque en esos años abundaba el quelonio en sus playas". También se les conoció como la Isla del Pirata, porque ahí tenían su cuartel general los piratas que asaltaban a los galeones españoles que zarpaban del puerto de Chametla, llevando como cargamento el oro y la plata que se extraía de las minas que se encontraban en el Rosario.

Cuando la Nueva España logró su independencia los piratas fueron desterrados. Algunas personas cuentan que existe un barco de la época sepultado al pie del cerro del poblado.

Durante la época de la Revolución, la Isla fue punto estratégico para atacar al puerto de Mazatlán por las fuerzas del Gral. Ramón F. Iturbe que desembarcó en la playa de la Isla.

Después del triunfo de la Revolución se trató de poner una viñata, prueba de ello son los vestigios de agaves tequileros que se encuentran por la orilla de los cocoteros, a unos cuantos metros de la orilla del mar.

Después pasó la Isla a manos de unos extranjeros pero en el período del Gral. Lázaro Cárdenas, por decreto presidencial, el día 7 de noviembre de 1936 les fueron expropiadas las tierras para entregárselas a los ejidatarios que poblaron el lugar.

Entre los primeros líderes fundadores se recuerda mucho a Juan Jesús Moreno, Don Felipe Navarro, Don Francisco Solís, Don Francisco Oliva Ramos, Heleodoro Bañuelos, Lorenzo García, Victor Medrano y José Vargas.

Los ejidatarios con sus familias después de haber vivido en diversos lugares de la Isla decidieron fincar sus casas definitivas en las faldas del cerro del poblado, por ser el lugar más higiénico que los protegería de las enfermedades y epidemias.

Con el tiempo comenzaron a llegar más personas de diferentes partes del país formando nuevas Colonias como: Col. Vicente Guerrero, Col. Ecológica, Col. Universidad.

Los hijos de los habitantes de estas tres colonias y del poblado original acuden a la escuela U.N.E.S.C.O., aunque también hay personas que prefieren llevar a sus hijos a las escuelas del puerto por diferentes motivos.

CAPITULO IV
MARCO CONCEPTUAL

A. Definición de la geometría y su objeto de estudio

La geometría se derivo de las palabras griegas "gaía" y "metría" que significan tierra y medida respectivamente.

En la actualidad sabemos que la geometría es una rama de la matemática que estudia "las formas espaciales de los cuerpos reales, eliminando de ellos las restantes propiedades y considerando estas formas desde un punto de vista puramente abstracto".(31). Es decir, la geometría se ocupa de los cuerpos y figuras geométricas estudiando sus relaciones mutuas respecto a la magnitud y la posición en su forma más abstracta y general. Es este nivel de abstracción y generalidad lo que distingue a la Geometría, de la Astronomía, Geodesia o Cristalografía, que también se ocupan de las posiciones y formas de los objetos, pero en forma más particular como de los cuerpos celestes, de la forma de la tierra o de los cristales respectivamente.

La geometría es una ciencia más general, que puede

(31) ALEKSANDROV, A.D. Folmogorov.op. cit. p. 153

abstraer lo que es común a todos los cuerpos, ejemplo: sea este un recipiente esférico, una esfera de acero, una estrella o una gota de agua, la fórmula para obtener sus volúmenes es la de la esfera que dice: 4/3 X ¶ X r^3. Esta generalidad de la geometría y la de toda la matemática es la que les permite tener un campo tan amplio; las emplean los obreros, las amas de casa, el ingeniero, el piloto, el astrónomo, el viajero, el físico, etc.

Por esta razón es importante que el niño desde los primeros años de su educación básica empiece a relacionarse con las formas que le ofrece la geometría para ver el medio circundante pues ésta le permitirá observar, manipular y abstraer propiedades muy generales de todos los objetos, simbolizarlos y trabajar a la vez con las abstracciones elaboradas, para satisfacer sus necesidades en un momento dado a través de un razonamiento lógico-matemático.

Orígenes de la geometría.

Los primeros hombres llegaron a concebir las formas geométricas a través de observar la luna llena y en cuarto creciente, al observar la superficie lisa de un lago, la rectitud de un rayo de luz o de un árbol bien conformado, al cortar piedras, al construir edificios, al vallar parcelas, al tensar las cuerdas en sus arcos, al modelar cacharros de arcilla, adquiriendo con ello la noción de que una olla es curva, que una cuerda tensa de arco es recta. El hombre primero dio formas a sus materiales y tuvo que manufacturar miles de ellos antes de adquirir las nociones de recta, curva, triángulo, cuadrado, rectángulo, etc. exactamente del mismo modo, la noción de magnitudes geométricas: de longitud, de área, de volumen, surgieron de las actividades de la vida diaria.

La gente medía longitudes, determinaba distancias, estimaba a ojo el área de sus superficies y el volumen de los cuerpos, y todo ello por motivos prácticos. Fue así como se descubrieron las leyes generales más sencillas, las primeras relaciones geométricas, por ejemplo que el área de un rectángulo es igual al producto de las longitudes de sus lados".(32).

Posteriormente de estas relaciones surgieron las nociones de fracción de las cuales no nos corresponde hablar en esta ocasión.

B. Historia de la geometría

Se tuvo conocimiento de la geometría desde antes del

(32) Ibídem

comienzo de la historia escrita. Los Babilonios del 2000 a 1600 años A.C. estaban familiarizados con la manera de determinar las áreas de rectángulos, triángulos, etc. También determinaron fórmulas correctas para el volumen de ciertos sólidos. Existen evidencias de que estaban familiarizados con el famoso teorema de Pitágoras sobre los triángulos rectángulos. Es probable que la división del círculo en 360 partes iguales a los cuales hoy les denominamos grados se deba a los Babilonios.

Fueron las cuestiones ¿Qué? y el ¿Por qué? las que dieron origen al pensamiento geométrico.

La geometría también se desarrolló en Egipto y en Grecia. Los egipcios primitivos hicieron descubrimientos geométricos en las relaciones con la medición de tierras y capacidades, pero sus conocimientos no eran tan precisos como el de los Babilonios.

Los griegos del período que comenzó con el S. VI A.C. empezaron a preguntarse la cuestión fundamental: ¿Por qué? principalmente aquellos hombres que disponían de tiempo de ocio para pensar reflexivamente.

Algunos griegos reunieron todo lo que se sabía de geometría, descubrieron hechos nuevos y comenzaron a organizar este conocimiento en un sistema consistente y lógico. Por eso se dice que fueron los griegos quienes desarrollaron la geometría del modo que la conocemos ahora.

Euclides es el geómetra griego más conocido a través de su obra **Elementos** que escribió alrededor del año 300 A.C., ha tenido la más alta estima desde el tiempo en que se escribió hasta el presente.

Las normas de presentación lógica y desarrollo de Euclides, han servido como modelos de las demostraciones matemáticas rigurosas y además textos de geometría están basados en su obra **Elementos.**

Euclides reunió y ordenó los más importantes conocimientos matemáticos de su época, hoy el campo de las matemáticas ha crecido y se ha desarrollado tanto que hacer lo mismo sería humanamente imposible.

En los siglos XVI y XVII Descartes relacionó la geometría con el álgebra y apareció la geometría analítica. En el siglo XIX el gran matemático ruso Lobachwski y el húngaro Bolyai, abrieron una profunda huella a las geometrías basadas en los postulados de Euclides. Con sus trabajos descubrieron la posibilidad de construir una disciplina geométrica que podía prescindir del postulado V de Euclides (conocido como el postulado de las paralelas), dando lugar a la construcción de geometrías no euclidianas, "que tanta importancia han tenido en la resolución de problemas actuales y sobre las que se basan algunas de las conclusiones de la teoría de la relatividad".(33), de modo que la geometría comenzó a relacionarse más estrechamente con otras ramas de las matemáticas perdiendo su autonomía.

Actualmente se conocen varias geometrías como la topológica o plana que estudia las figuras situadas en un plano (geoplano); la geometría del espacio o proyectiva, que estudia las figuras cuyos puntos no están en un mismo plano; la geometría a "n" dimensiones, que opera sobre un espacio probable que puede tener más de tres dimensiones y las geometrías elípticas e hiperbólicas.

C. Los conceptos geométricos que se manejan en la escuela primaria

En los nuevos programas de matemáticas del nivel primario, observamos que ha habido un cambio completo no solo en cuanto a la forma de enseñar los conocimientos a los alumnos, sino también en su orden de presentación ya que en

(33) Sin autor. Diccionario Enc. 2000 "Geometría". Edi. LIBSA Madrid 19991. p. 530.

programas anteriores se consideró que los conceptos geométricos deberían enseñarse partiendo primero de las líneas, luego las figuras geométricas y hasta el último los cuerpos geométricos. Se consideró así porque el programa de geometría en la escuela elemental se basaba entonces en la geometría euclidiana. Este orden de presentación se siguió aplicando aún con la influencia de la pedagogía operatoria. Al niño se le enseñaba por ejemplo que observaran su salón y que identificara todas las cosas que tenían la forma de líneas, después de esta actividad el maestro se preocupaba porque los niños conocieran las diferentes clases de líneas y sus representaciones gráficas.

Los niños parecían aprenderlo todo muy bien pero nos dábamos cuenta que no sabían aplicar sus conocimientos en el momento en que se presentaba la ocasión de hacerlo. Posteriormente se les enseñaban las figuras geométricas y que las identificaran en los objetos que los rodeaban, siguiendo así las bases de la geometría de Euclides. Sin embargo gracias a las fases de desarrollo de las nociones lógico-matemáticas en cuanto el niño, observadas por Piaget hizo reflexionar a la didáctica de la matemática que la enseñanza de la geometría en este orden iba en contradicción con el desarrollo psicogenético del niño en cuanto a la noción de espacio y medida, ya que observó que estas nociones se iniciaban en el niño, primeramente por un razonamiento **senso-motor ego-**

céntrico topológico, a la edad de 5 años correspondiente a la etapa preoperatoria, y se va perfeccionando por un razonamiento de **evaluación métrica** de los 7 a los 12 años, durante la etapa de las operaciones concretas.

Sin embargo hay que estar conscientes que no todos los seres humanos alcanzan a desarrollar estas nociones en forma completa, por lo cual el programa de geometría actual en la escuela primaria nos invita a que reforzemos estas nociones en el niño comenzando porque reconozca su cuerpo, su ubicación en el espacio y la ubicación de los objetos en el espacio por sí mismos, posteriormente que identifique las formas de los objetos que ocupan el espacio, hasta ir abstrayendo poco a poco las figuras geométricas, sus características y por último culminar con los conceptos de punto, o vértice que es una noción mucho muy abstracta, lo mismo que recta y segmento de recta.

Como estamos de acuerdo con la organización actualizada de los contenidos de geometría en la escuela primaria, decidimos organizar las estrategias para el desarrollo de esta propuesta de igual forma, de manera que el niño logre la adquisición de los siguientes conceptos en forma operatoria y constructivista.

El espacio

El alumno de quinto año se apropiará del concepto espacio como todo el lugar donde se mueven los objetos desplazándose hacia la derecha, izquierda, arriba, abajo, al frente, atrás.

(En los libros de geometría elemental se define este concepto como el lugar representado por lo menos por cuatro puntos coplanares).

Los cuerpos

Identificará como cuerpos a todos los objetos que ocupan un lugar en el espacio.

Las dimensiones

En el nivel de quinto grado los alumnos se apropiarán de estos conceptos como la extensión o magnitud que tienen los objetos a través de líneas, líneas y caras, caras y volúmenes, (o sea espacios encerrados) y los clasificará con ayuda de lecturas en unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales.

Las figuras

Como la representación gráfica general de la forma de los objetos o de alguna de sus partes.

Los polígonos

Como todas las figuras formadas por tres o más lados.

Polígonos regulares

Figuras formadas por lados iguales.

Polígonos irregulares

Figuras formadas por lados desiguales.

En geometría elemental. los polígonos se definen como líneas curvas cerradas por tres o más segmentos de recta.

Clases de polígonos

Triángulo: polígono de tres lados

Triángulo equilátero: sus tres lados iguales, con tres ejes de simetría.

Triángulo isósceles: triángulo de dos lados iguales y uno desigual, con un eje de simetría.

Triángulo escaleno: sus tres lados diferentes, con cero ejes de simetría.

Triángulo rectángulo: triángulo que tiene un ángulo recto y tiene cero ejes de simetría.

Cuadriláteros: polígonos de cuatro lados.

Cuadrado: polígono de cuatro lados iguales, cuatro ejes de simetría, lados y perpendiculares.

Rectángulo: dos lados largos, dos lados anchos, lados paralelos y perpendiculares, dos ejes de simetría.

Tangrama: conjunto de varios triángulos, cuadrados y rectángulos que sirven para formar otros cuadriláteros como rombos y trapecios; y también para formar pentágonos, exágonos, etc. a base de triángulos.

Simetría: es la línea imaginaria que divide las figuras o cuerpos en partes iguales. Los polígonos de lados iguales tienen los mismos ejes de simetría que su número de lados.

Pentágonos	Tienen 5 lados
Exágonos	Tienen 6 lados
Eptágonos	Tienen 7 lados
Octágono	Tienen 8 lados

Eneágono	Tienen 9 lados
Decágono	Tienen 10 lados
Endecágono	Tienen 11 lados
Codecágono	Tienen 12 lados
Treceágono	Tienen 13 lados
Catorceágono	Tienen 14 lados
Pentedecágono	Tienen 15 lados
Dieciseiságono	Tiene 16 lados ...
hasta Milágono	Tiene 1000 lados

Líneas perpendiculares: Son dos rectas, tales que cada una es eje de simetría de la otra y simbólicamente se expresa:

Líneas paralelas: Son dos líneas que conservan la misma distancia de separación y nunca se intersectan.

Línea vertical: Recta o semirecta que se orienta de la superficie terrestre hacia el horizonte o a la inversa.

Línea horizontal: Recta que se orienta en forma paralela al plano del horizonte o en forma tendida o acostada.

Línea oblícua: Son líneas que se cortan unas a otras formando ángulos rectos.

Línea mixta: Línea formada por una recta y una línea curva.

Circunferencia y círculo: Son considerados como polígonos rectangulares por tener un infinito número de ejes de simetría, de lados, de simetrías de rotación, etc.

Circunferencia: Polígono regular de una dimensión por no tener área.

Círculo: Polígono regular de dos dimensiones por tener perímetro y área.

Radio: Se llama radio al segmento de recta que tiene por extremos el centro y un punto de la circunferencia.

Cuerda: Se llama cuerda al segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia.

Diámetro: Se llama diámetro a la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.

Perímetro: Es la medida que tiene la línea que forma el polígono. Esta se calcula sumando la medida de los lados del polígono.

Área o superficie: Es el espacio comprendido dentro de un plano o polígono limitado por la línea que lo forma. La superficie o área se calcula sabiendo cuantas unidades de área caben en ella.

Perímetro del círculo:

Cualquier perímetro de un círculo o circunferencia si se divide entre la medida del diámetro nos da como resultado 3.14...etc. Esto significa que la medida del diámetro alrededor de la circunferencia cabe aproximadamente 3.14...veces. Como esto sucede en todas las circunferencias y círculos a dicha medida se le ha dado el nombre de Pi y se representa por el signo (¶) que tiene el valor anteriormente citado. Por lo tanto para calcular el perímetro basta multiplicar la medida del diámetro por el valor de Pi.

(¶ x D)=3.14 x D ó (3.14 x r + r)=3.14 x 2r=¶ x 2r

Área del círculo

A medida que aumenta el número de lados de un polígono regular su perímetro se aproxima a la longitud de la circunferencia y el apotema se aproxima a la medida del radio. Por lo tanto como la fórmula para el área de los polígonos es $\frac{\textbf{Perímetro por apotema}}{2}$

Cuando sintetizamos la fórmula amplia del perímetro del círculo por el apotema, que en este caso es el radio y lo dividimos entre dos, la igualdad queda de la siguiente manera:

$$\text{Área} = \frac{¶ \times (r + r) \times r}{2} = \frac{¶ \times 2\, r \times r}{2} = ¶ \times r^2$$

Naturalmente que el niño para la comprensión completa de esta deducción aritmética algebraica de las fórmulas, necesita emplear también sus conocimientos respecto a las potencias.

D. Los conceptos de medición que se manejan en la escuela primaria

Anteriormente se introducían en las clases los conceptos de medición, partiendo de las medidas convencionales como son el metro lineal, el metro cuadrado y el metro cúbico.

Este procedimiento resultaba tan abstracto a los alumnos que lo aprendía en forma mecánica pero con un aprendizaje simulado.

Actualmente el enfoque operatorio y constructivista ha dado un giro inverso al orden de presentación de estos conocimientos tomando en cuenta que el desarrollo psicogenético de los niños respecto a sus nociones de espacio y medición ha recorrido un camino inverso al de la geometría, ya que históricamente la geometría nació con la geometría euclidiana le siguió la geometría proyectiva y por último se desarrolló la geometría topológica, mientras que en los niños, primero se inicia su noción de espacio como lo comprende la topología posteriormente comprende el espacio proyectivo y su medición arbitraria, por último la concepción de las figuras geométricas y sus mediciones convencionales como nociones abstractas; tal y como lo aprecia la geometría euclidiana. Así fue como observó Piaget el desarrollo de estas nociones, a partir de la etapa sensomotor preoperatoria, operatoria concreta (que es en la que se encuentran los niños del quinto grado) y operatoria formal.

Por lo tanto, es sólo en la fase final de la etapa de las operaciones concretas cuando el niño está capacitado para comprender los conceptos geométricos de espacio, figuras geométricas y medición, tal y como lo aprecia la geometría euclidiana, de ahí la razón por la cual en esta propuesta también decidimos seguir el orden del desarrollo psicogenético del niño para presentar la reconstrucción de los conocimientos de medición de la siguiente manera:

1. Identificación de los objetos de una dimensión, de dos y tres dimensiones.
2. Reconstrucción de las nociones de medición con medidas arbitrarias.
3. Reconstrucción de las nociones de medición con medidas convencionales.
4. Comprensión de las características de las unidades de medida convencionales.
5. Construcción con materiales del medio, de estas medidas convencionales.

Unidades de medida de longitud

La unidad de medida de longitud es el Metro y sus múltiplos y submúltiplos.

Metro: Es la longitud a la temperatura 0° C. del prototipo internacional de platino e iridio que se conserva en Svres Francia. Es una barra que corresponde a menos de la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. (M).

Múltiplos del metro

Decámetro	Mide diez metros	(Dam)
Hectómetro	Mide 100 metros	(Hm)
Kilómetro	Mide 1000 metros	(Km)

Submúltiplos del metro

Decímetro: Es la décima parte del metro .1 m. = 1 dm.

Centímetro: Es la centésima parte del metro .01m. = 1 cm.

Milímetro: Es la milésima parte del metro .001m. = 1 mm.

Unidades de medida de área

La unidad de medida de área es el metro cuadrado (m^2)

Metro cuadrado: Es un cuadrado que mide un metro por cada lado y que tiene

área.

Múltiplos del metro cuadrado

Decámetro cuadrado = 100 m^2 (10 x 10) = 1 Dam^2.

Hectómetro cuadrado = 10000 m^2 (100 x 100)

Hectárea = Hm^2 .

Kilómetro cuadrado = 1000000 m^2 (1000 x 1000) = 1 Km^2 .

Submúltiplos del metro cuadrado

Decímetro cuadrado (dm^2): un cuadrado que mide un decímetro de cada lado.

Centímetro cuadrado (cm^2): un cuadrado que mide un centímetro de cada lado.

Milímetro cuadrado (mm^2): un cuadrado que mide un milímetro de cada lado.

CAPITULO V

ESTRATEGIAS METODOLOGICAS DIDACTICAS

A. Desarrollo de estrategias metodológicas

Para el desempeño de las actividades pedagógicas se consideraron tres elementos básicos que son: Planeación, Desarrollo de Actividades y Evaluación.

Es necesario aclarar que la evaluación no fue un elemento que se aplicó al final, sino que este se inició como una evaluación diagnóstica (para ver en que nivel se encontraban los alumnos y que ellos mismos tomaran conciencia de su situación), una evaluación continúa y una evaluación sumaria donde se tomaron en cuenta no sólo los resultados obtenidos a partir del nivel en que se encontraban los alumnos respecto a los conocimientos a tratar, sino también su desenvolvimiento y evaluando también la actividad pedagógica realizada por mi trabajo docente.

Durante la operatividad de esta propuesta retome el marco psicogenético, el marco teórico-metodológico, el marco conceptual y los objetivos generales y específicos tratados en el primer apartado de esta propuesta.

Planeación de actividades

La planeación es de gran importancia en la escuela ya que como institución escolar fue creada para brindar el servicio educativo de manera sistemática y formal, por lo que no puede ser posible que los contenidos a tratar no se sujeten a una organización y control predeterminados bajo una cuidadosa planeación considerando toda una serie de actividades que permitan que cada alumno desarrolle sus propias potencialidades.

Por lo tanto la planeación de las actividades escolares fue para mí un proceso que me permitió preparar y ordenar las oportunidades educativas, establecer los propósitos a lograr tomando en cuenta las características y necesidades concretas de los alumnos, prever y aplicar nuevas fórmulas de evaluación; me hizo posible además, poner énfasis en el desenvolvimiento grupal e individual de los alumnos.

Para el desarrollo de la planeación consideré las siguientes características: que fue precisa, clara y realista y que fuera registrando los tiempos y períodos ocupados para la clase de geometría que fue de cuatro meses aproximadamente.

El modelo del plan de trabajo con el cual estuve laborando consta de los siguientes apartados: datos de identificación, (escuela, grado, grupo, tema, referencias metodológicas, bibliografía, etc.) antecedentes, propósito, actividades, consigna, material didáctico y observaciones.

Antecedentes

En esta columna se consideraron no sólo los antecedentes académicos, sino también el comportamiento y la respuesta que tuvieron los alumnos en el desarrollo de las clases anteriores y sobre el manejo que le dieron al material didáctico.

Los antecedentes académicos se obtuvieron a través de dos concursos de diagnóstico: a ver, quién conoce más figuras y a ver, quién lee las siguientes fórmulas de perímetro y áreas.

A través de los concursos logramos que los alumnos de 5° grado "B" se dieran cuenta de la necesidad que tenían de volver a reconstruir su aprendizaje respecto a las figuras geométricas y sus fórmulas, para calcular sus perímetros y áreas y que además se despertará en ellos el deseo de aprender.

Propósitos

En este apartado se consignó el objetivo que se pretendía alcanzar en cada clase; dicho objetivo no fue de ninguna manera el que se citaba en el programa o libro del maestro, sino el objetivo específico que se pretendía lograr con las actividades planeadas para ese día y semana, tomando en consideración las características de los conocimientos a tratar y el tiempo disponible, así como las necesidades del grupo, y las características del enfoque operatorio y constructivista. Cuidando a la vez el alcance diario de esos objetivos fueran estructurando día con día el objetivo y los objetivos específicos señalados anteriormente en nuestra propuesta.

Actividades

Aquí se anotaron todas las actividades planeadas para cada semana; algunas actividades por su amplitud o complejidad tuvieron que desarrollarse en dos de ellas. Fueron en total dieciséis semanas aproximadamente, cuatro meses, el tiempo que tuvimos que emplear para culminar las estrategias que guiaron a los alumnos en el aprendizaje situacional de la fórmula para el área del círculo.

Dentro de ese tiempo incluimos también las actividades de diagnóstico, de evaluación continua, de evaluación sumaria y después retroalimentando los conceptos al iniciarse los niños en el cálculo de volúmenes de los prismas y cilindros.

Las actividades planeadas de nuestra propuesta se organizaron de la siguiente manera:

1era. semana

-Actividades de diagnóstico y actividades para percibir el espacio e identificar las formas de los objetos observados.

2da. semana

-Actividades para manipulación concreta y luego gráfica de los objetos observados para clasificarlos en objetos de una dimensión, dos y tres dimensiones.

3a. y 4a. semana

-Actividades concretas y gráficas para la conceptualización de las figuras geométricas como polígonos regulares y no regulares; su clasificación en triángulos, cuadriláteros, pentágonos, exágonos, etc., sus características simétricas y líneas que los forman: paralelas, perpendiculares, verticales, horizontales, la medida de sus lados, etc., abstrayendo todos estos conceptos con ayuda de geoplanos y figuras de cartulina (tangramas) construidos por los niños. Se evalúo a los niños por medio de un juego llamado "Somos las figuras gigantes". En este juego los niños se disfrazaron y se presentaron ante sus compañeros mencionando el nombre y sus características.

5ta. semana

-Actividades concreta y gráfica para la conceptualización del círculo y de la circunferencia como polígonos de mil lados (milágonos). Identificación del diámetro y el radio en forma concreta y gráfica y apoyados con lecturas que hablan sobre el tema. Evaluación según el desenvolvimiento de los niños en la construcción del conocimiento.

6ta. semana

-Reconstrucción de procedimientos concretos y gráficos para medir los objetos de una, dos y tres dimensiones, con medidas arbitrarias, reconstruyendo en su mente el concepto de perímetro, área y volumen apoyados con lecturas que hablen sobre el tema, empleando la percepción y su razonamiento lógico-matemático. Evaluación.

7ta. semana

-Actividades de juego y de lectura colectiva para apoyar la conveniencia de utilizar procedimientos de mediación con unidades de medida convencionales:(metro lineal, metro cuadrado, metro cúbico: mt. ,m^2 ,m^3).

8a. y 9a. semana

-Construcción de metro lineal, metro cuadrado y metro cúbico con materiales del medio; conceptualización de sus múltiplos y submúltiplos, apoyados con lecturas relacionadas.

10a. y 11a. semana

-Reconstrucción concreta, gráfica y simbólica de las fórmulas para obtener el perímetro de las figuras estudiadas como la suma de todos sus lados, incluyendo el "milágono" regular.

12a. semana

Reconstrucción concreta, gráfica y simbólica de las fórmulas para obtener el perímetro del círculo, midiendo en primer lugar las circunferencias de los objetos redondos (botes) y sus diámetros; en segundo lugar, encontrar la razón o relación que existe entre la medida de la circunferencia y del diámetro, haciendo divisiones aritméticas de estas magnitudes para que los alumnos se inicien en la reconstrucción del valor de "Pi" (¶ = 3.14...)

13a. semana

-Retroalimentación del valor de "Pi" (¶) midiendo directamente los diámetros con estambre y luego recorrer esta medida alrededor de la circunferencia de los objetos y de las figuras para comprobar que el valor de ¶ también es el número de veces que cabe el diámetro alrededor de las circunferencia. Concluir por lo tanto que la fórmula para obtener la medida de la circunferencia o el perímetro del círculo es multiplicado el valor de ¶ por la medida del diámetro, ó (dos veces el radio).

14a. semana

-Reconstrucción concreta, gráfica y simbólica de la fórmula para obtener el área de las figuras geométricas usando medidas convencionales de: dm^2 ,cm^2 , m^2, y con apoyo del geoplano y de los tangramas.

15a. semana

-Reconstrucción concreta, gráfica y simbólica de la fórmula para obtener el área del círculo aplicando la fórmula de los polígonos de más de cuatro lados que es:

$$A=\frac{\text{Perímetro x apotema}}{2}$$

y relacionándola con la fórmula construida para obtener el perímetro de la circunferencia, abstrayendo así, mediante una operatividad lógico-matemática la fórmula a la cual le llamaremos "amplia" para obtener el área del círculo:

$$A= \frac{¶ \text{ x } 2r \text{ x } r}{2}$$

16a. semana

-Actividades lógico-matemáticas para sintetizar la fórmula amplia del área del círculo con ¶ x r^2 tomando en cuenta la fórmula para el perímetro del círculo y la fórmula para el área de los polígonos de más de cuatro lados, de igual forma, aplicar sus conocimientos sobre las potencias y recordar que la medida del radio de la circunferencia se parece al apotema de los polígonos, quedando así sintetizada la fórmula amplia de la siguiente manera:

$$A=\frac{\P \times 2r \times r}{2} = \P \times r^2$$. Evaluación

Las consignas

Para el desarrollo de las actividades procuré que las consignas fueran claras, precisas, utilizando el código lingüístico que el niño maneja, que presentara situaciones problemáticas posibles de resolver no sólo con la manipulación y observación de los objetos, ni con la realización de diversas operaciones con ellos, sino también que pudieran resolverlas o aclarar sus dudas con ayuda de lecturas que se elaboraron con anterioridad a cada tema, las cuales les sirvieron de documentación o información a los alumnos, que al interactuar con ellas, mediante lecturas colectivas e individuales, enriquecieran más científicamente sus estructuras mentales respecto a los conocimientos que fueron abstraídos a través de su acción sobre los objetos.

Las lecturas elaboradas sirvieron de apoyo para evitar en lo más mínimo nuestra participación como informantes y no caer así en el tradicionalismo.

Todas las consignas llevaban como propósito alcanzar las nociones que tenían que lograr los alumnos y después enriquecerlas por medio de lecturas; ejemplo: ¿Qué partes del pizarrón debemos medir para adornarlo alrededor con cadenas de papel china? ¿Qué partes del pizarrón debemos medir para forrar el pizarrón con cuadritos de cartulina de 10 cm. de cada lado? ¿Qué partes del salón debemos medir para saber cuantas cajas de libros pueden caber?

Como podemos notar estas consignas tuvieron como propósito que el niño estructurará en su mente que a los objetos les podíamos medir varias magnitudes como son el perímetro, área y volumen.

Los alumnos tomaron conciencia de estas nociones de manera más científica al documentarse en las lecturas que se les entregó por equipos.

Material didáctico

Este fue de gran importancia para que el niño pudiera reconstruir sus conocimientos matemáticos, de acuerdo a la pedagogía y la didáctica constructivista, y a las etapas por las cuales debe pasar la enseñanza de las matemáticas.

El alumno puede aprender en forma efectiva el lenguaje simbólico de las matemáticas, manejarlos y abstraer por medio de ellos generalizaciones matemáticas siempre y cuando el mismo las abstraiga accionando y reflexionando sobre los objetos, luego graficar sus observaciones y construir la simbología de acuerdo a sus posibilidades y por último perfeccionarlas por medio de su documentación bibliográfica que en este caso lo fueron las lecturas elaboradas con anterioridad.

Los niños llevaron el material didáctico al salón obteniéndolo del medio que les rodea, llevaron por ejemplo: cajas de zapatos, de galletas, aros, ganchos, estambres, cuadros, botes, cajas de medicinas, anillos, pulsera, etc.

Por medio de estos materiales didácticos los niños por ejemplo clasificaron objetos de una dimensión de dos y de tres dimensiones. Identificaron las líneas, caras y espacios, etc.

También llevaron colores, plastilina, cartulinas, papel lustre, etc. los cuales les sirvieron para elaborar sus modelos matemáticos de lo observado en la realidad y reflexionar más sobre ellos y sus diversas operaciones.

Emplearon sus cuadernos para graficar sus observaciones y para manejar la simbología elaborada.

Podemos concluir entonces que sin el material didáctico nuestra propuesta no hubiese podido realizarse. También utilizamos como recurso didáctico algunos juegos como el de la presentación de figuras con sus características por parte de los niños, ejemplo: yo me llamo equilátero y tengo tres lados iguales y 3 ejes de simetría.

Observaciones

Esta columna fue de enorme utilidad, ya que aquí se anotaron los pormenores del desarrollo de la clase que a causa de su dinámica se fueron manifestando en ocasiones otros intereses, otras necesidades, motivadas por la misma clase, fueron actitudes individuales o grupales no previstas en el plan original por ejemplo: que los alumnos desearon medir con sus unidades arbitrarias la altura de un arbusto que se encontraba fuera del salón. Con esta iniciativa de los alumnos pude darme cuenta que las clases siguientes debería planearlas con actividades también fuera del salón.

B. Desarrollo de estrategias para la apropiación situacional del perímetro y área del círculo.

Perímetro del círculo

Hemos definido anteriormente que el perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de los lados del polígono; también hemos definido al círculo como un polígono que puede tener mil lados. Aunque esto último no es geométricamente correcto, ya que el círculo no contiene segmentos de ninguna clase consideramos que es la idea que más se aproxima a la definición de circunferencia o perímetro que nos dan los estudiosos de la geometría que dice: "La circunferencia de un círculo es el límite de los perímetros de los polígonos regulares inscritos del círculo cuando el número de lados de los polígonos aumenta indefinidamente". (34).

Pero a esta idea se le anexa otra, al comprobar que la razón que existe entre la longitud de un círculo y el diámetro de un círculo es de 3.14; razón que se cumple en todos los círculos y circunferencias, por lo que a esa medida se le ha dado el nombre de Pi y se representa (¶).

En esta propuesta se trató que el niño reconstruyera este conocimiento pero de una manera más sencilla sin que por ello perdiera su valor científico.

El alumno comprobó que al dividir la longitud de las

(34) NICHOLS, Palmer Sehecht. "La circunferencia de un círculo". Geometría Moderna. México 1989. p. 513

formas circulares y dividirlas entre la medida de su diámetro le dio 3.14...; pero que también al medir el diámetro con un cordel, esta medida le cupo aproximadamente 3.14... veces alrededor de la circunferencia. Al comprobar que salían los mismos resultados con varios objetos circulares, los alumnos reconstruyeron que la fórmula más adecuada para el perímetro del círculo sería: ¶ x D ó ¶ x r + r ó ¶ x 2r

Área del círculo

Para que el alumno se apropiara de este conocimiento retomó la idea de la fórmula construida anteriormente para calcular el perímetro de los círculos, también que la circunferencia y el círculo pueden ser un milágono, y que el apotema del polígono es similar al radio de la circunferencia, al mismo tiempo utilizó la fórmula elaborada para calcular el área de los polígonos.

Sólo de esta manera el alumno descubrió que la fórmula para obtener el área del círculo es ¶ x r^2.

$$\text{Área de los polígonos} = \frac{\text{Perímetro x apotema}}{2}$$

apotema del polígono = radio de la circunferencia

Perímetro del círculo = ¶ x D = ¶ x r + r = ¶ x 2r

$$\text{Área del círculo} = \frac{\P \times 2r \times r}{2} = \P \times r^2.$$

Comprobaron esta igualdad cuando unos equipos encontraron el área de los círculos con la fórmula amplia y otros equipos encontraron la misma área aplicando la fórmula sintetizada.

C. Evaluación

La evaluación es un elemento fundamental del proceso educativo; constituye un proceso sistemático, el cual debe ser planeado con anticipación, es decir, forma parte del desarrollo del trabajo y cuyos propósitos deben ser claros y precisos, de manera tal que nos permita en el momento que así se requiera, disponer de elementos de juicios confiables mediante la recolección continúa y sistemática de información. Lo esencial de la evaluación es consignar resultados del aprendizaje individual, más que del aprendizaje grupal, sin que esto último deje de ser importante.

Se permitió al alumno reflexionar sobre lo aprendido, lo mismo que al docente sobre su didáctica para propiciar el aprendizaje, así como también comparar esta actividad con el proceso grupal.

La obligación del maestro consistió en detectar errores que en base a ellos realizar mejor nuestras actividades docentes, enriqueciéndolas y adaptándolas a la realidad y tomando en cuenta todos los sujetos que intervinieron en el proceso enseñanza aprendizaje.

Se consideraron aspectos como fueron los caminos que siguió el educando para lograr la construcción de conocimientos y la manera en que los socializaron.

La evaluación que se realizó en todo el desarrollo de las actividades fue continúa, las observaciones de las actividades se hicieron de una manera directa y constante y al final se hizo una evaluación sumaria no solo del aprovechamiento de los alumnos sino de uno mismo como docente; del tiempo y del material didáctico utilizado y de la propuesta en general.

CONCLUSIONES Y/O RECOMENDACIONES

Uno de los motivos que me impulsó a tomar la determinación de abordar el tema objeto de estudio de esta propuesta fue culminar una estrategia que ya venía estructurándola desde años anteriores en forma empírica respecto a la enseñanza de la geometría en la escuela primaria, tomando como marco teórico y metodológico lo que se nos enseñaba en los cursos de mejoramiento magisterial y de lo que veníamos leyendo en los nuevos planes y programas de estudio.

Dichas estrategias venían dándome resultado, pero no pude proseguir con ellas al llegar al tema sobre el área del círculo, pues mi marco conceptual estaba muy limitado respecto al conocimiento y me faltaba más mi marco teórico-metodológico, así como comprender mejor el desarrollo de las nociones psicognéticas del niño observadas por Piaget.

Debido a estas limitaciones terminaba dando las clases de este tema, en forma tradicional; por lo tanto, desarrollar con éxito esta propuesta fue para mí una especie de reto y estaba segura que si lograba culminar con éxito las estrategias, sería más fácil lograr el aprendizaje situacional en los alumnos de quinto grado, respecto a las fórmulas para obtener el volumen de los cuerpos geométricos, dándoles un enfoque operatorio y constructivista al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Al elaborar el marco psicogenético, teórico-metodológico y conceptual de mi propuesta pude darme cuenta de cuantos errores y limitaciones tenemos nosotros los docentes al enseñar a los alumnos los conceptos matemáticos; pude darme cuenta también de las razones que me hicieron como estudiante de secundaria dominar las ecuaciones u operaciones trigonométricas y con el paso de los años se me olvidaron. Siempre decía que era porque había dejado de practicarlos, pero en realidad ahora se que fue más bien porque los aprendí en forma tópica u operacional pero con un aprendizaje simulado lo cual me ha impedido hasta ahora reconstruir esos conocimientos con facilidad.

He logrado hacerlos en el momento que necesito aplicarlos pero con muchas, muchísimas dificultades.

¿Cuántas cosas no habré enseñado así a mis alumnos anteriormente?

Recomiendo a todos mis colegas que es tiempo de que pongamos en práctica estrategias que permitan a nuestros alumnos un aprendizaje operatorio y constructivista de los conocimientos no sólo de matemáticas, sino también de naturales, de español y para los conocimientos de sociales debemos investigar más sobre la metodología de investigación-acción.

También recomiendo que usen los juegos, que los creen, poniendo a volar la imaginación ya sea para introducir a los niños en algunos temas o para reafirmarlos.

Estoy convencida por los resultados obtenidos en mi práctica docente, que si así lo hacemos, podremos mejorar el nivel de aprovechamiento de nuestros alumnos.

BIBLIOGRAFIA

BERGAN, John R. y etc. al. Biblioteca de Psicología de la Educación. Volumen I. 320 pags.

BERISTAIN, Eloisa y Campos Yolanda. Matemática y realidad I. Edic. Pedagógicas. México 1990. 256 pags.

DICCIONARIO ENCIPLOPEDICO 2000. Editorial Libsa, Madrid 1991. 1222 pags.

GOBIERNO DEL ESTADO DE SINALOA. S.E.P.C. S.E.P.D.S. y otros. Agenda Curso de taller. La matemática en la escuela primaria. S.E.P. Enero 1995 11 pags.

M. CLIFFORD, Margaret. Enciclopedia práctica de la pedadogía. Edit. Océano. Volúmen I. 258 pags.

PALMER, S. Nichols. Geometría Moderna. México

1989. 200 pags.

PIAGET, Jean. La representación del mundo del niño. Módulo científico tecnológico P.A.C.A.E.P. México 1990. 235 pags.

REVISTA CERO EN CONDUCTA. El constructivismo. La enseñanza de las matemáticas. Año I. No. 4 Marzo-Abril 1986. 53.

S.E.P. Matemática sexto grado. México 1988. 192 pags.

—— Plan y programa de estudio de educación básica primaria matemáticas. Fernández Cueto Editores. S.A. de C.V. 163 pags.

—— Antología. Teorías del Aprendizaje. México 1985. 450 pags.

—— Antología. Método experimental en la enseñanza de las ciencias naturales México 1993. 273 pags.

—— Antología. La relación de los sujetos con el conocimiento. Análisis de la práctica docente. México. 223 pags.

—— Antología. La matemática en la escuela I. México 1988. 367 pags.

—— Antología. La matemática en la escuela II. México 1985. 330 pags.

—— Antología. La matemática en la escuela III. México 1988. 271 pags.