SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

SUBSECRETARIA DE EDUCACION BASICA

DIRECCION GENERAL DE CAPACITACION Y MEJORAMIENTO PROFESIONAL DEL MAGISTERIO

DIRECCION DE LICENCIATURA PARA MAESTROS EN SERVICIO

Licenciatura en Educación Primaria

"ES UN AVANCE EN LA EDUCACION, EL NUEVO ENFOQUE QUE SE HA DADO A LAS MATEMATICAS EN LOS PROGRAMAS DE ENSEÑANZA PRIMARIA"

INVESTIGACION DOCUMENTAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

PRESENTA

Javier Flores Reynoso

ZAMORA, MICH., NOVIEMBRE DE 1978.

INDICE:

PROLOGO:

La investigación documental la realizamos múltiples veces durante los tres años que estudiamos la Licenciatura en Educación Primaria; pero ahora se trata de hacer una investigación tal, que merezca ser presentada ante un jurado; pues de ésta depende el ver coronados los anhelos de superación que nos motivaron a llevar este curso; sólo ahora vemos lo difícil que es encontrar un tema que realmente nos interese y además, saber acertadamente, modelarlo, darle volumen, luces y color, cual si fuera la quintaescencia del arte.

Así que, para mí, las Matemáticas; aunque es, realmente, un área que no domino, su estudio me interesa; porque en las recientes reformas, ésta área es en la que se han verificado inovaciones más profundas y creo que al decidirme por ella me dejará satisfacciones.

Claro que, únicamente buscaré los temas que se han ido modificando en los programas de enseñanza primaria; pues sé que al desarrollar este trabajo iré aumentando mis conocimientos sobre esta ciencia, ya que algunas de las novedades ahora incluidas, me eran desconocidas; pues en mi acervo sólo existían los conocimientos que en primaria y secundaria me transmitieron mis maestros. Ahora en Licenciatura hemos visto todos estos adelantos que son, desde luego, sumamente interesante; además, creo que esto que es una verdadera novedad, será un gran problema para los que no estudiamos en esta época. Por eso persigo la intención de que mi trabajo sea una invitación al estudio de esta área, y creo que si logro interesar a alguien en el estudio éste, habré logrado una gran parte del cometido fijado, al aceptar un nivel académico de tan alto grado como es la Licenciatura.

PROBLEMA:

¿Es un avance en la educación el nuevo enfoque que se ha dado a las matemáticas en los programas de enseñanza primaria?

HIPOTESIS:

Si es un avance en la educación el nuevo enfoque que se ha dado a las matemáticas en los programas de enseñanza primaria.

OBJETIVOS:

— Investigar cuál es la causa del cambio de nombre, de aritmética a matemáticas, en los libros, auxiliares y programas de enseñanza primaria.

— Buscar en los nuevos programas, cuáles son los temas que se agregaron en la presente reforma.

— Investigar qué tan nuevos son para la ciencia, los temas agregados en los programas de primaria.

— Seleccionar todo lo que encuentre que pueda dar luz a las causas que motivaron incluir estos temas en los programas de educación primaria.

— Tratar de encontrar en libros y revistas todo lo que sea importante del nuevo enfoque que se ha dado a los programas de primaria en el área de matemáticas; para saber si es un adelanto en la educación.

CAPITULO I.

Cuando pensamos cómo se hizo necesario aprender matemáticas, tenemos que transportar nuestra mente hasta la prehistoria y ahí encontramos que esta necesidad, existía ya íntimamente ligada a la posesión de las pocas pertenencias que el hombre primitivo consideraba suyas; aunque la historia narra que los primeros enceres fueron piedras, sin embargo, se colige que a éstas no las consideraban suyas; pues las piedras se encontraban en todos lados y además, fácilmente las dejaban y olvidaban, después de haber hecho uso de ellas.

Mas la apremiante y constante lucha por la supervivencia los obligó a poseer algo: una vara, un palo o maza que ellos pudieran blandir o esgrimir en un momento dado. Estas armas como es de suponer, debían tener el peso, la forma, la medida, o el volumen adecuado y forzosamente al alcance de sus manos; pues cuando eran agredidos por fieras o en el caso de posibles capturas de presas, el tiempo preciso y precioso que necesitaban en ambos casos, no les permitía distraerse en buscar la rama o vara y la enojosa y, a veces, difícil tarea de cortarla; y esta situación les decía que debían estar listos y preparados a toda hora, y fue de aquí de donde nació la idea de conservar, como propiedad personal, sus palos, que aunque rudimentarios al principio, los fueron pulimentando y modificando según las enseñanzas y consejos que en la práctica adquirían, y estas varas, sus primeras pertenencias, ya no fueron tan fácilmente abandonadas como las piedras; solamente cuando se volvían defectuosas por el desgaste del uso, o porque pasaba la época de la caza o por alguna otra causa similar, sólo entonces las dejaban, pero, quizá eran sustituídas por otras ya mejoradas.

Una etapa más en el desarrollo del género humano les sugirió, gracias a su capacidad cerebral, formar rebaños y dedicarse al pastoreo. Con este trabajo algunos llegaron a adquirir muchas cabezas de ganado. En esta época (nos dice la historia) no contaban y sólo anotaban con piedritas o palitos de uno en uno. En caso de que el hato fuera pequeño lo conocían y distinguían por las señas particulares de cada animal, aún ahora, en nuestros tiempos, vemos al ranchero que cuenta su ganado cuando llega; mas no con números, sino repitiendo día con día y siempre o casi siempre en el mismo orden: la pinta, la cuatezona, la mocha, etc.

Esta forma bien pudo dar origen a los nombres de los números que, al pasar de padres a hijos y a fuerza de abreviarlos, ahora sólo significan el número y no la seña particular del animal. También podemos incluir aquí, como caso ilustrativo, el dato que nos aporta Levi Leonard Conant, al referirse que en sus investigaciones hechas en las tribus de la selva brasileña, las razas nativas de Australia y los Chiquitas de Bolivia que aún viven en estado primitivo, carecen en absoluto de sistema de numeración. Durante sus estudios en estas tribus pudo captar y comprobar que son seres desposeídos de la capacidad de contar más allá del dos. Esto puede tener su origen en varias causas, entre ellas (según Gregor Mendel) la consanguinidad; pues los apareamientos se efectúan entre descendientes del mismo tronco sanguíneo por lo que padecen en su mayoría idiocia y son seres en decadencia mental.

Esto de la consaguinidad lo pudimos comprobar con un sencillo experimento; seleccionamos un par de conejos gigantes y los dejamos procrear; después de varias crías, en que solamente los descendientes del primer par seguían reproducindose empezaron a procrear conejos cada vez más chicos y en menor cantidad hasta llegar a producir crías de conejos enfermizos y raquíticos.

Volviendo a nuestro tema de los números, nos dice Mr. Gregor, que hay animales que saben contar y Leroy pone el ejemplo de los cuervos que cuentan hasta cinco, no es precisamente que nombren o escriban los números; pero mentalmente lo hacen (según el ejemplo que nos pone Leroy): Un cazador quería atrapar un cuervo, que solía alimentarse en su granero, cuando el pájaro lo veía llegar, volaba, se econdía y no regresaba hasta que el cazador se alejaba; entonces, cazador invitó a un amigo, más como el cuervo vio a dos personas, cuando una de ellas se fue y el otro quedó invisible para el pájaro, este no se acercó al granero. El cazador prolongó el experimento llegando hasta cinco personas sucesivamente, de las cuales sólo una se quedaba oculta pero el cuervo sabedor de que faltaba un individuo, no bajaba; por último, vino una sexta persona y todo se realizó igual que en las experiencias anteriores; el cuervo que sólo sabía contar hasta cinco se descontroló en la cuenta y bajó al granero. Este caso y otros experimentos de laboratorio nos demuestran que los pájaros pueden contar y además, parece que llevan la cuenta con inclinaciones de cabeza y si las aves lo hacen, es fácl sobreentender que el hombre prmitivo, en alguna forma tambin lo hizo.

Por lo que respecta a la escritura de los números, es algo más complicado; aunque ya sabemos (porque en párrafos anteriores lo dijimos) que las primeras cuentas se hicieron con piedritas y palitos; pero surgió la necesidad de anotar determinadas cantidades y fue cuando se efectuaron marcas en madera, rayas en el suelo, en piedras y más tarde en tablillas de arcilla como los sumerios. Hasta que llegaron a ligar mentalmente el nombre del número con movimientos de los dedos de la mano y la línea escrita; siguiendo esta práctica lograron hacerlo así: mientras se dicen los nombres de los números se van desdoblando sucesivamente los dedos de la mano, Ejem.: primero el meñique para el uno y se escribe una línea vertical, después el mismo movimiento del anular para completar el dos y se escriben dos líneas, y así combinando los movimientos de los dedos con el trazo de las rayitas verticales llegaron hasta el cuatro; pues al levantar el pulgar como está opuesto, escribieron la línea inclinada, primero así IIII/ después así ~~IIII~~ luego así IIIV; con el transcurso del tiempo y para hacer más rápida la escritura del cinco quedó en V; para llegar a diez sucedió más o menos lo mismo, primero las dos manos extendidas y separadas así IIIV VIII; al quedar el cinco en una V, el diez también se modificó en VV, después se juntaron las V y se escribió así W, en una última modificación quedó así X solamente. De los babilonios se tomó la idea de dar un movimiento ligeramente giratorio para aumentar el valor de este número así al cinco V se convirtió en cincuenta L

Esta es sólo una somera idea de los principios de la numeración escrita, en este caso la Romana que es la que menos variaciones ha sufrido durante los siglos transcurridos.

Nuestro interés por la numeración no es solamente en cuanto su evolución o progreso, sino también el medio o el modo que aquellos sabios de la antigüedad utilizaron para transmitir su sabiduría y aquellas enseanzas que plasmaron quedaron como si pedacitos de un cerebro pasaran a otro. No cabe duda que fueron grandes cerebros los de aquellos sabios, maestros de la humanidad, que nos legaron el caudal de sus conocimientos; pero que muy poco conocemos de la manera cómo lograron transmitir sus experiencias. Cómo lo pudo lograr Tales de Mileto, o Pitágoras (por ejemplo), aquella pléyade de seguidores de su palabra; aquellos a quienes llamaban Los Pitagóricos, y este gran sabio sigue llenándonos de admiración cuando analizamos cómo pudo absorver y transmitirse él mismo toda la ciencia y sabiduría del Papiro Egipcio denominado Rhind, (Nombre de su primer poseedor).

Este papiro fue escrito Ahmes por el año 1788 (a.C.) y en la actualidad se encuentra en poder del Britsh Museum. No se sabe, aún, si fue una obra mayor para sabios o sólo era un libro de texto para muchachos de escuela; lo que sí se sabe con certeza es que los sacerdotes egipcios lo dominaron y de ellos, tal vez, lo aprendieron Tales y Pitágoras. Existe la creencia en la actualidad que un hombre de inteligencia media con treinta y ocho siglos de evolución más que Ahmes, tendría muchas dificultades para resolver los 85 problemas que muestran el uso de fracciones, resolución de ecuaciones simples y de progresiones, la medición de áreas y volúmenes. En conclusión, en este papiro están escritos los primeros fundamentos de las matemáticas.

En Grecia todos los descubrimientos se transmitían oralmente y eran secretos, como la hermosa estrella pentagonal, símbolo distintivo de la hermandad de los pitagóricos, símbolo idóneo de las matemáticas descubierto por la escuela Pitagórica.

Más tarde les fue imposible, a los griegos, guardar sus conocimientos sólo en la mente y tuvieron que escribirlos. En esta forma, la copia de un tratado de Filolao pasó finalmente a ser propiedad de Platón, acontecimiento muy significativo en la enseñanza de las Matemáticas ya que Platón fue un gran maestro dedicado a la enseñanza de esta disciplina.

Tal vez parezca imposible que un solo hombre haya asimilado tantos conocimientos, como lo hicieron Arquímides o Euclídes que han asombrado al mundo en todas las épocas. Aparte de estos genios hubo otros sabios masemáticos (en todos los tiempos) y que bien podrían entre ellos llenar una inmensa biblioteca, en cuyo caso sería imposible analizar cada uno de sus textos que continen ciencia pura, brillante y la mayoría de las veces, complicadísima; ciencia captada y transmitida por cerebros ecepcionales.

También pensamos que los griegos de las clases privilegiadas que vivían del trabajo de los esclavos hicieron de las matemáticas la abstracción divina que no podían concebir ligada a nada material o mundano, pero cuando tuvieron necesidad de aplicar sus conocimientos. (Por ejemplo, en las defensas de sus ciudades, como Arquímedes), lograron fama de semidioses.

Creo prudente insertar aquí un trozo de la poesía yambica de Juan Tzetzes, bisantino del siglo XII, que relata en su libro de historias: "Arquímedes el sabio, el famoso constructor de máquinas, fue de raza siracusana y trabajó con la geometría hasta la vejez, llegando a los setenta y cinco años. Dominó muchas fuerzas mecánicas y con un aparato de tres poleas arrastró una nave de cincuenta mil medimnos de peso, con sólo la mano izquierda. Cuando el general romano Marcelo asaltaba Siracusa por tierra y por mar, levantó con sus aparatos algunos buques de carga, los suspendió sobre la muralla de Siracusa y los lanzó amontonados a la profundida, con su tripulación. Después de retirar Marcelo sus barcos a distancia, el anciano proporcionó a los siracusanos la manera de levantar piedras tan grandes como un carro y, disparándolas continuamente, hundir los navíos. Al retirarlos Marcelo a un tiro de arco, el anciano construyó una especie de espejo Hexagonal y puso espejos más pequeños, tetragonales a distancias proporcionales al tamaño del espejo, los movió con cuerdas y bisagras, constituyéndolo en centro de los rayos del sol, los rayos de mediodía, tanto en verano como en invierno. Después al reflejarse los rayos en el espejo provocó en los barcos un terrible incendio, convirtiéndolos en ceniza a un tiro de arco de distancia. De esta manera superó el anciano a Marcelo con sus armas. Y en su dialecto de Siracusa, dijo: —Si tuviera sitio para apoyarme, movería con mi caristión toda la Tierra...".

Después del esplendor griego, los romanos no lograron sobresalir en el arte divino, y durante la Edad Media no se consiguieron avances muy importantes en esta ciencia, que durmió 1500 años, teniendo que lamentar que en este tiempo se perdieran la mayoría de los textos griegos.

Pero en el Renacimiento surgen otra vez los grandes pensadores y cobra la matemática nuevos rumbos; los turcos la introducen a Europa con otras formas; se inventa el álgebra, la trigonometría y la búsqueda de la cuadratura del círculo da origen al cálculo integral y diferencial. Y como un acicate más a la ciencia, la desmedida ambición de los tahures incitando a grandes matemáticos a que examinen y conciban leyes del funcionamiento de los juegos de azar, y esto dio como resultado que surgiera otra rama de las matemáticas cuyo nombre es Ley de las Probabilidades. Otra aportación para las matemáticas nos viene de Asia Menor, de la península arábiga, de donde nos lega el matemático Mohammed Ben Musa (Hijo de Moisés) más conocido por Al-guaritzmi, el nombre de guarismos y logarismos y el álgebra que sirve de base a todas las demás.

El sistema axiomático, tiene su origen en las obras de Euclides, conocidas como sus Elementos; pero dejó sin demostrar el postulado de las paralelas, se hicieron cientos de intentos para eliminar este postulado demostrando su equivalente; pero cada una de las supuestas demostraciones llevaba una apariencia engañosa. La venganza de Euclides llegó con el descubrimiento de la geometría no euclidiana cuando se hallaron los motivos fundamentales de dicho postulado y dio origen a la trigonometría esférica.

Aquí, estos grandes sabios fueron esparciendo sus granos de ciencia que se han ido sembrando en los cerebros humanos, para germinar, en lo que hoy conocemos, como Matemáticas; y por el momento creo, que es difícil darnos una idea siquiera, de hasta dónde llegarán sus ramas.

CAPITULO II.

El gran matemático Russell, comentaba en cierta ocasión. "Tuve un sueño horroroso; pues soñé que se quemaba el último volumen de Principia Mathematica", y con este comentario demostraba la importancia de dicha materia. Desde luego que para nostros es de una importancia ineludible; porque ahí están los principios de las matemáticas y los de la lógica matemática; disciplina incluida en los programas de enseanza de las escuelas primarias.

"Principia Mathematica" de Alfred North Whitehead y Bertrand Russell, consta de tres volúmenes in-quarto el primero de los cuales apareció en 1910. Esta obra es la culminación de la tarea que fue felizmente iniciada por George Boole en 1847 para ampliar la enseñanza y el alcance de la lógica aristotélica de la tradición e introducción en esta disciplina, los métodos y además algo parecido a la notación y la algorítmia del álgebra moderna. Aunque desde la aparición de "Principia Mathematica" se han producido cambios verdaderamente revolucionarios en la lógica formal, esa obra sigue siendo uno de los grandes clásicos del tema.

(Whitehead y Russell, no se limitaron únicamente a generalizar, ampliar y sistematizar la lógica tradicional, que casi la dejaron inconocible; sino que además, llevaron a una inesperada conclusión los esfuerzos ya iniciados en el siglo XIX,por aritemtizar el análisis matemático, demostrando que la aritmética misma que puede considerarse, simplemente, como una ampliación o una rama de la Lógica Formal. Consiguieron definir todas las ideas que se presentan en aritmética y demostrar las proposiciones como consecuencia lógica con un reducido número de axiomas puramente lógicos. (Como los representados por "Si P entonces P o Q" y " Si todo x tiene la propiedad P entonces hay una x tal que x tiene la propiedad P)". — Por tanto, fue relativamente fácil para ellos establecer, con laborioso detalle, y con rigor matemátiico (hasta entonces desconocido) la tesis de que, el análisis matemático es reducible a la lógica formal.

Pero antes de que sigamos adelante creo conveniente que regresemos a la península de los Balcanes, de la cual hemos nombrado varios de sus maestros; pero en el caso este no hemos dicho nada de Aristóteles, a quien se le adjudica la invención o sistematización de la lógica sentencial; que es de donde nace la materia que en este momento nos ocupa.

Podríamos decir que la lógica sentencial y la lógica simbólica es la misma, sólo que, esta última utiliza símbolos matemáticos. Esto quizá, parezca un poco confuso; pero debemos tener presente que tanto la lógica simbólica como la tradicional se refieren a los principios generales del razonamiento y además ambas utilizan símbolos; pero la lógica tradicional utiliza los familiares símbolos fonéticos del lenguaje, y la lógica simbólica usa un conjunto de símbolos especialmente construidos (ideogramas) que simbolizan directamente la cosa de que se habla. Representada de esta manera se hace más universal y también podemos decir que rompe la barrera del idioma.

El nombre de lógica simbólica es equivalente a lógica matemática o lógica formal o logística, se designa también con el nombre de matamatemáticas; esta última designacin le da Hilbert y la explica con el siguiente ejemplo: Si colocamos las piezas del ajedrez en su posición inicial, sabemos que las blancas tienen 20 opciones para la primera jugada y que las negras tienen otras 20 opciones también para contestar esta primera jugada. A la relación de estas jugadas (en este caso particular) le podemos llamar mataajedrez aunque en mi concepto considero diferente la matamatemática de la lógica; pues según la afirmación de Codet que nos dice lo siguiente: Una página cubierta de signos (sin significación alguna) de una tal matemática formalizada no afirma absolutamente nada; es simplemente un dibujo o un mosaico abstracto que posee una estructura determinada. Pero supongamos que como observadores queremos hacer alguna indicación de cálculo acerca de una determinada configuración, ejemplo: que una cadena es más grande que otra; esta afirmación tiene significación y se expresa en un lenguaje que no reconoce el cálculo acerca de la matemática, no que pertenece a la matemática o también más sencillo, sólo pertenece al lenguaje matemático acerca de la matemática. Para ilustrar mejor la diferencia entre estas veamos el siguiente ejemplo:

Matemática

Para toda x, si x es primo
y x $\underline{\setminus}$2 entonces x es impar.

Matamatemáticas

"x" es una variable numérica
"2" es una constante numérica
"primo" es una expresión predicativa.
"$\underline{\setminus}$" es el predicado diático

Por su parte Hilbert esperaba demostrar la consistencia del mismo cálculo formalizado o desarrollar una teoría de la demostración; pero creo que esto, en resumidas cuentas, lo aleja de la lógica que es lo que nos ocupa por ahora; aunque estamos de acuerdo con Hilbert de que sus deducciones son lógicas; pero el camino que siguió no es el que a nosotros nos interesa.

Con la lógica simbólica sucede en el campo de las matemáticas, algo parecido a lo que sucedió con la invención del álgebra; pues en aquel entonces, se creyó que ya se había descubierto todo y vino la logística, precisamente, a darle un nuevo rumbo a esta Area; y con este nuevo adelanto que no sólo nos sirve para comprender problemas matemáticos, sino que, mediante su conocimiento, podemos corregir también nuestra forma de hablar; porque en algunas ocasiones decimos lo contrario de lo que deseamos expresar; y como comprobación de esto, tenemos el ejemplo (que quizá sea el mejor) y que nos relata Ernest Nagel refiriéndose a la reglamentación de los perros:

"Dentro de las actas de una sección del consejo municipal:

— El concejal T se opone al aviso propuesto para la entrada del parque: 'Prohibido introducir perros en este parque si no van cogidos con la correa'.

— El consejal observó que esta ordenanza no prohibe al propietario soltar su perro una vez entrados al parque.

— El presidente: —qué otra solución propondría Ud. señor consejal.

T. —'Prohibidos en este parque los perros sin correa'

H. —Me opongo —la orden la deben dirigir a los propietarios de los perros y no a los perros.

T. —Una bonita objeción, Muy bien: Prohibida en este parque la presencia de propietarios de perros, si no los llevan de la correa'.

H. —Me opongo, Sr. Presidente, —Hablando propiamente eso me prohibiría, en calidad de propietario de perro, dejar a mi perro en el patio de mi casa y pasear por el parque con mi mujer.

T. —Propongo que nuestro legista amigo redacte él mismo el aviso.

H. —Sr. Presidente, puesto que el consejal T considera tan difícil mejorar mi propia redacción original, acepto dar otro texto: 'No se admite en este parque a nadie que no lleve su perro de la correa'.

T. — Protesto Sr. Presidente. Propiamente hablando, ese aviso me prohibiría, como ciudadano que no tiene perro, pasear por el parque a menos de comprarme un perro.

H. (algo acalorado): —Bueno es muy sencillo —'Hay que traer los peros atados a este parque'.

T. —Protesto Sr. Presidente. Esa es una orden a todo el pueblo para que traigan sus perros al parque.

Y así siguieron discutiendo y proponiendo hasta que el presidente propuso: 'Todos los perros presentes en el parque tienen que estar atados'.

Se aprobó por todos los consejales con dos abstenciones".

Todas las propuestas traducidas a notación lógica, son impropias; porque la última al igual que la segunda, parecen estar dirigidas a los perros. Con este ejemplo estamos demostrando lo difícil que es hablar. Pero sigamos con el estudio de nuestra investigación.

Pero, ¿cómo es posible traducir las palabras a términos matemáticos? para responder a esta interrogante tenemos que investigar cómo funciona la notación matemática; entonces para darnos una idea incluye aquí el cómo se transforman las simples palabras en términos matemáticos, teniendo presente la notación simbólica de Nagel, considerando los enunciados siguientes: El Nevado de Colima es alto; La Ciudad de México es alta. Esto nos revela que cada uno de ellos representa un ejemplo o un caso de la expresión: x es alto. Esto no es un enunciando; claro, pero contiene una variable x tal que, si se sustituye por nombres propios, la expresión resultante será un enunciando. Asimismo: París es más antiguo que Nueva York; El sol es más antiguo que los Andes. Son ejemplos de la forma, x es más viejo que y, la cual tiene dos variables, "x" y "y".

Dado un conjunto de enunciandos, puede formarse con ellos otros enunciados, mediante ciertas partículas lógicas, que se llaman conectivas de enunciados, y paso en seguida a mencionar cinco de esos conectivos lógicos.

Para la negación: Dado el enunciado siguiente: José está en la escuela; su negación o contradictoria se forma con la ayuda de la partícula "no" José no está en la escuela. En lógica matemática la partícula **no** se sustituye por un signo: $\sim$ o así: $\neg$ y la negación de un enunciado se forma anteponiendo el signo al enunciado, ejemplo si **P** es un enunciado su negación se representará así: $\neg$ P.

Para la negación como para las demás utilizaremos las letras P, Q, R. u otras mayúsculas para designar los enunciados. En la conjución, con el mismo caso: José está en la escuela, además el enunciado Juan es feliz pueden combinarse para formar un enunciado conjunto con la ayuda de la partícula "y" que se sustituye por un punto . o $\wedge$ o también por & cualquiera de estos signos que se coloquen entre los enunciados para formar su conjunción, de esta manera José está en la escuela & Juan es feliz, sustituyendo los enunciados por P y por Q sería así: P & Q (no se usan la Y para que no se confunda con la variable).

En la disyunción: Dos enunciados pueden combinarse con la partícula "o" para formar un enunciado disyuntivo, Ejemplo: José está en la escuela o Juan es feliz, sustituyendo los enunciados por P y por Q y la disyunción o por la uve v se coloca así: P v Q .

Condicional: Dos enunciados pueden combinarse con la ayuda de las partículas "Si, entonces". Para formar un enunciado condicional, diremos, Si José está en la escuela entoces Juan es feliz. La corriente de notación lógica, sustituye si entonces por la $\supset$ herradura o también por una flecha $\rightarrow$ y tenemos: José está en la escuela $\supset$ Juan es feliz igualmente con la flecha: P $\rightarrow$ Q .

Bicondicional: Dos enunciados pueden combinarse con la ayuda de la frase "Si, y solo sí" Para formar un enunciado bicondicional; daremos el siguiente ejemplo: José está e n la escuela sí y sólo si Juan es feliz en lógica matemática se sustituye sí y sólo si por tres guiones $\equiv$ o también por una doble flecha $\longleftrightarrow$ Ejemplo P $\equiv$ Q o también P $\longleftrightarrow$ Q .

Además, hay cuantificadores Existen ciales. Tablas Veritativas, Reglas de Inferencia, para resolver los enunciados según la forma que tomen; y un sin número de reglas y combinaciones que sería bonito conocer aunque sea por simple juego, ya que hay personas que recorrieron los tres niveles de la educación y nunca estudiaron Lógica Matemática, y no se puede incluir en el presente trabajo porque sería demasiado largo y además los programas de Primaria no lo marcan.

CAPITULO III

Hace tres siglos y cuarto el caballero de Malé, aficionado a los juegos de azar, propuso un problema al sabio matemático Pascal; pidiendo que le dijera cómo podría ganar en el juego de los dados. Pascal inició el famoso diálogo, por carta, con Pierre de Fermant y la respuesta contenida en la correspondencia de estos dos grandes matemáticos franceses, se considera como el fundamento de la teoría de la Probabilidad; aunque estos grandes matemáticos no fueron los únicos ni los primeros en descubrir dicha teoría; pues según investigaciones recientes (realizadas por Newman) nos han revelado el hecho de que el matemático italiano Gerolamo Cardano (milanés) un siglo antes (que los sabios franceses) fue el verdadero pionero en este campo. En su pequeño manual del jugador, 'El Liber de Ludo Aleae". Cardano, demuestra en su libro una extraordinaria perspicacia para los problemas fundamentales de la probabilidad. Discute, además, la equiprobabilidad, la esperanza matemática, el razonamiento de la media, Tablas de frecuencia para la probabilidad en el juego de los dados, fórmulas y leyes. Sólo que en aquel entonces cuando se publicó su libro, no llamó la atención, y pronto quedó en el olvido tanto estudio. Mas, tampoco se puede decir que su obra influyera en la probabilidad de Pascal y Fermant.

Ahora refiriéndonos a Henri Poincare que nos dice: ¿Podemos hablar de leyes del azar?, ¿no es el azar la antítesis de toda ley?, la probabilidad se opone a la certeza; es pues, lo que se ignora lo que no podría calcularse.

Pero nosotros sabemos que todo fenómeno, por mínimo que sea, tiene una causa, y alguien bien informado de las leyes de la naturaleza o infinitamente sabio podría prever cualquier fenómeno; y con este personaje no podríamos jugar ningún juego de azar (con miras a ganar) — pues siempre perderíamos.

Esto lo vamos a ilustrar mejor con un ejemplo: Dos hombres, uno el citadino, otro el campesino analfabetas: el primero decide sembrar una tierra, sin investigar los fenómenos y causas que rigen las leyes de la agricultura; sino que,, lo hace en el tiempo y época del año que a él se le ocurre y lo hace con la semilla que primero encuentra. El segundo, aunque analfabeto, y sólo con los conocimientos adquiridos de sus padres campesinos, la constante observación de los fenómenos naturales del lugar, teniendo en cuenta la poca determinada del año, hace la siembra siguiendo las costumbres de su tierra.

Así, pues, el menos ignorante será el que consiga mejor cosecha. Entonces la palabra azar no tendría sentido o más bien no habría azar. Es sólo a causa de nuestra debilidad y de nuestra ignorancia que existe el azar para nosotros; lo que es azar para el ignorante, no lo es para el sabio. Tal parece que el azar, no es más que la medida de nuestra ignorancia.

Los fenómenos fortuitos son aquellos, cuyas leyes ignoramos y para los fenómenos fortuitos es evidente que lo que nos enseña el cálculo de probabilidades no perderá validez el día en que estos fenómenos sean mejor conocidos.

El director de una compañía de seguros de vida, ignora la fecha en que se morirá cada uno de sus asegurados; pero se basa en el cálculos d eprobabilidades y la ley de los grandes números, no se equivoca, puesto que distribuye dividendos a sus accionistas. Estos dividendos no se evaporarían si un médico en extremo perspicaz y no menos indiscreto investigara, una vez subscritas las pólizas e informase al Director, sobre los cambios de vida de los asegurados. Este médico disiparía la ignorancia del director; pero no tendría ninguna influencia sobre los dividendos, que evidentemente son productos pero no de la ignorancia. La explicación de esto nos la da Pierre Simón de Laplace: "Los acontecimientos presentes están unidos con los presedentes, mediante un vínculo, basado en el principio evidente de que nada puede suceder sin una causa que lo produzca". Este axioma conocido como el "principio de la razón suficiente", se extiende también a los axiomas considerados como indiferentes; "la voluntad más libre no puede provocarlos sin un motivo determinado".

Si queremos saber, sobre qué lado caerá un trompo que está bailando, será necesario examinar su simetría con aparatos exactísimos; si ésta fuera perfecta tendríamos que examinar de qué fue hecho (con alguna clase de rayos X) para saber si en alguna parte es más compacto que en otra; examinaríamos también su punta si ésta es perfecta, y si forma una vertical exacta con el centro de gravedad de la Tierra y examinar también la perfección de la superficie en la que está bailando, también tendríamos que encontrar la influencia que pueden producir o ejercer sobre el trompo, las personas, animales o cosas que lo rodean; investigaríamos también si por algún lado se cuela una brisa (no importa que sea pequeña) además la posición que guardan los astros (en un momento dado) y la influencia de la Luna sobre el trompo y un sin número de pequeñísimas posibilidades que pueden afectar la caída del trompo. En resumen, que en hacer todos los cálculos correspondientes, tardaríamos años, y al terminar ya no servirían; por que la mayoría de las cosas ya abrían cambiado. Entonces la probabilidad se relaciona en parte con nuestra ignorancia y en parte con nuestros conocimientos.

Bien; pues ahora sabemos que, la teoría del azar consiste en reunir y reducir todos los acontecimientos de una misma índole, a cierto número de casos igualmente posibles tales, que estemos igualmente inseguros de su acontecimiento y en determinar el número de casos favorables al acontecimiento cuya probabilidad se indaga. La razón de este número con la de todos los casos posibles, es la medida de la probabilidad; que no es más que una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y el denominador el número de casos posibles.

Laplace nos dice que hay siete principios generales del cálculo de probabilidades, que los incluyo para que este trabajo no se quede sólo en un comentario ya que estamos buscando de dónde se nutrieron los nuevos programas de matemáticas de la escuela primaria:

1.— La razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.

2.— Si los distintos casos no son igualmente posibles se determinan sus posibilidades respectivas, cuya adecuada apreciación, es uno de los puntos más delicados de la teoría del azar. Entonces, la probabilidad será la suma de las posibilidades de cada caso favorable, (supongamos que se arroja al aire una moneda cuyas caras opuestas son perfectamente iguales.)(Hallaremos la probabilidad de sacar águila en dos tiradas, por lo menos.. Evidentemente pueden suceder cuatro casos igualmente posibles, a saber: águila en la primera y segunda tirada; águila en la primera y sello en la segunda; sello en la primera y águila en la segunda, finalmente, sello en ambas tiradas. Los tres primeros casos son favorables al acontecimiento, cuya probabilidad se busca;

por consiguiente esta probabilidad es igual a 3/4. De manera que puede apostarse tres contra uno, a que saldrá águila por lo menos una vez en dos jugadas; aunque el resultado depende de la suerte del que apuesta, ya que bien puede caer sello 900 veces en mil tiradas).

3.— Uno de los puntos más importantes de la teoría de probabilidades y el que se presta a más confusiones es la manera de cómo las probabilidades aumentan o disminuyen por sus mutuas combinaciones. Si los hechos son independientes unos de otros, la probabilidad de su existencia combinada es igual al producto de sus respectivas probabilidades. (Así, la probabilidad de sacar un "As" con un sólo dado es de 1/6; la de sacar dos Ases con dos dados; tirados al mismo tiempo será 1/36. Cada cara de un dado puede combinarse con las seis caras del otro, luego existen 36 casos igualmente posibles, entre los que solamente uno dará dos ases.

4.— Cuando dos acontecimientos que dependen uno del otro, la probabilidad del suceso combinado es el producto de la probabilidad del primer acontecimiento y la probabilidad de que habiendo ocurrido dicho acontecimiento ocurra el segundo. (Aquí podemos poner el caso de tres urnas A, B, C, dos de las cuales contienen bolas blancas y en sólo una hay bolas negras; la posibilidad de extraer una bola blanca de la urna C es de 2/3 por que de las tres urnas sólo dos contienen bolas blancas; pero cuando se ha extraído una bola blanca de la urna C, la indecisión relativa que nos queda es de saber qué urna contiene sólo bolas negras, se extiende sólo a las urnas A, B. La probabilidad de extraer una bola blanca de la urna B, es un medio (1/2), el producto de 1/2 por 2/3 o sea un tercio (1/3) es la probabilidad de extraer dos bolas blancas al mismo tiempo de las urnas B y C).

5.— Si calculamos la influencia del pasado sobre la probabilidad del porvenir; el acontecimiento ocurrido y la probabilidad de un evento compuesto de éste y de un segundo suceso esperado; la segunda probabilidad dividida por la primera, será el suceso esperado.

6.— Cada una de las causas a las que puede atribuirse un acontecimiento observado está indicado con tanta verisimilitud cuando más probable sea que ocurra el acontecimiento, si se supone existente dicha causa. La probabilidad de la existencia de una de estas causas es, por consiguiente una fracción, cuyo numerador es la probabilidad del acontecimiento resultado de esta causa y el denominador será la suma de las probabilidades similares relativas a todas las causas; si esas causas diversas no son igualmente probables, es necesario en lugar de la probabiildad del acontecimiento resultante de cada causa emplear el producto de esta probabilidad por la probabilidad de la causa misma. Este es el principio fundamental de esta rama del azar, que consiste en pasar de los sucesos a las causas. Aquí nos parece oportuno usar la palabra extraordinario. Ordenemos mentalmente todos los posibles acontecimientos en varias clases y consideremos como extraordinarios los de la clase que comprenden un número muy pequeño de ellos (en el juego de águila o sello el resultado de 900 veces sello, seguidas, nos parecerá extraordinario; por que son casi infinitas las combinaciones posibles en mil tiradas. La extracción de una bola blanca de una urna que contiene un millón de bolas negras y sólo una bola blanca nos parecerá también extraordinario; porque formamos solamente dos clases de acontecimientos relativos a los dos colores; pero la extracción del número 346876 (por ejemplo) de una urna que contenga un millón de números nos parecerá un hecho ordinario).

7.— La probabilidad de un acontecimiento futuro es la suma del producto de la probabilidad de cada causa, inferida del hecho observado por la probabilidad de que existiendo dicha causa, el futuro acontecimiento ocurrirá, (pongamos un ejemplo: Imaginemos una urna que contiene dos bolas cada una de las cuales puede ser negra o blanca, una de estas bolas es extraída e introducida seguidamente en las mismas urnas, para proceder a una nueva extracción. Supongamos que en las dos primeras extracciones se haya sacado bola blanca; se desea saber la probabilidad de sacar nuevamente bola blanca en la tercera extracción. Aquí podemos formular dos hipótesis: que una bola sea blanca y la otra sea negra; o que las dos sean blancas. En la primera hipótesis la probabilidad del acontecimiento es de 1/4 en la segunda es la unidad o sea la certeza. Por consiguiente, considerando estas hipótesis como otras tantas causas, de acuerdo con el sexto principio, sus respectivas probabilidades serán 1/5 y 4/5; Pero si se cumple en la primera hipótesis la probabilidad de extraer una bola blanca en la tercera extracción es 1/2; en la segunda hipótesis es la certeza; multiplicando estas últimas probabilidades por las de sus correspondientes hipótesis, la suma de los productos 9/10 será la probabilidad de extraer una bola blanca en la tercera extracción.

Obtenemos así que, si un fenómeno se repite sucesivamente un número cualquiera de veces, la probabilidad de que suceda la vez siguinte es igual a este número incrementado en dos unidades.

Existen grandes autores que han escrito diversos tratados sobre probabilidades, dándoles diferente curso en sus tratados; como ejemplo de esto citaremos a Peirce, que dice en su libro "Que la teoría de las probabilidades no es mas que la ciencia lógica tratada cuantitativamente". Por su parte Reynes, prefiere la aplicación de la probabilidad al comportamiento humano.

En los programas de nuestra escuela primaria, encontramos que esto se incluye y de aquí la causa principal de nuestra investigación, además, tenemos que seleccionar para la enseñanza de los niños lo que corresponda a los valores y combinaciones que con base lógica se pueden desarrollar y coleccionar ya que a cada paso por la vida tenemos que escoger entre varios caminos y es necesario saber cuál nos brinda más probabilidades de conseguir lo que queremos.

CAPITULO IV

Al iniciar este capítulo, empiezo por recordar a George Bernard Shaw, crítico satírico; cuyo pensamiento científico no era precisamente su fuerte. Este señor despreciaba rotundamente los experimentos de laboratorio, aduciendo que eran trucos preparados para probar teorías preconcebidas, evadiendo así el peso de la evidencia.

Desde luego que nunca fue un gran calculador y cuando sostenía ciertas aberraciones añadía: —"Yo no he usado un logarítmo en mi vida y no podría intentar extraer la raíz cuadra de cuatro sin equivocarme". Pero se dedicó y aprendió a apreciar la importancia de una rama de las matemáticas superiores: La teoría de las probabilidades y la estadística, de esta última logró realizar un estudio muy sensible.

Aquí, incluimos algo de la manera como se desarrolló ese estudio, que se cree fue más o menos así:

En aquel lejano pasado, que fue tan peligroso viajar que la gente cuando partía hacia ultramar hacía testamento solemne y rezaba como si fuera a morir. Pues bien, he aquí una conversación de negocios efectuada entre un comerciante codicioso y un capitán de navío ávido de carga y pasajeros.

El capitán asegura al comerciante que él y sus productos estarán completamente a salvo; pero el comerciante ibuido por las aventuras de Jonás, San Pablo, Ulices y Robinson Crusoe, teme demasiado a la aventura.

El diálogo que sostienen se desarrolla así:

"Capitán. —¡Venga le apuesto bastantes libras a que usted estará sano y salvo dentro de un año, si viaja conmigo.

Comerciante. —Pero si acepto la apuesta, estaré apostando esa cantidad a que dentro de un año estaré muerto.

Capitán. —Desde luego que no, si usted pierde la apuesta, como es lógico.

Comerciante. —Pero si yo me ahogo, usted también se ahogará y entonces qué pasará con nuestra apuesta?

Capitán. —Es verdad; pero encontrar a alguien en tierra que haga la apuesta con su esposa y familia.

Comerciante. —Desde luego, la cosa cambia, pero, qué pasará con mi carga?

Capitán. —¡Puaf! También podemos apostar por la carga; o dos apuestas: una por su vida y otra por la carga. Ambas estarán a salvo ¡se lo aseguro! no sucederá nada y usted verá todas las maravillas del extranjero.

Comerciante. —Pero si yo y mis productos salimos sanos y salvos le tendré que pagar el valor de mi vida y el de los productos. Si no me ahogo, me arruinaré.

Capitán. —Esto también es verdad; pero no crea que llevo las de ganar. Si usted se ahoga yo me ahogaré también; porque debo ser el último en abandonar el barco si se hunde. Sin embargo, déjeme todavía persuadirle a arriesgarse: Le apuesto diez contra uno. Le tienta esto?

Comerciante. —¡Oh! en ese caso...".

De esta manera el capitán ha descubierto los seguros igual que los orfebres descubrieron la banca.

Ahora sabemos que, una compañía de seguros bien dirigida y que efectúa docenas de mlilares de apuestas, no está verificando un juego de azar en absoluto; sabe con precisión suficiente, a que edad morirán sus clientes, cuántas de sus casas arderán cada año, la frecuencia con que serán desvalijados, a qué cuantía se elevarán los desfalcos de sus cajeros, cuántas compensaciones se pagarán a sus empleados accidentados, cuántos accidentes sufrirán sus coches y ellos mismos, hasta qué punto padecerá una enfermedad y falta de trabajo; cuánto les costarán los nacimientos y las defunciones; en suma. Saben que le pasará a cada grupo de mil, diez mil o un millón de personas, incluso, cuando la compañía no puede saber qué le va a pasar a cada uno de los individuos que forman el grupo.

Por fin se descubre también que las aseguradoras no sólo no necesitan tener barcos, caballos, casas, dinero o cosa alguna de las que aseguran, sino que, además y gracias a los descubrimientos, hechos por el cerebro humano, estas personas ya no será preciso ni que existan; pues su lugar puede ser ocupado por una máquina.

Pero tenemos que aclarar que, a quien se le debe la base fundamental de las estadísticas, es a John Grand que fue él quien investigó, por el año de 1603 las tablas de la vida y las de mortalidad; a raíz de una gran peste (epidemia) que azoló a Inglaterra el año antes mencionado.

Para este concienzudo trabajo y que fue muy bien planeado por John Graunt, quien empezó por hacer una recopilación tomando de los registros de las iglesias de Londres, las causas de las defunciones. Como abundamiento de estos conocimientos, recordamos que los registros de las causas de defunción, eran en aquella época, matronas juradas a su cargo o más claramente personal empírico y no físicos con estudios científicos. Por esta razón se encuentran en las tablas de dicho registro, causas curiosas como las siguientes: muerte por aflicción, por agotamiento, por letargo, lunaticos y depresión; además una serie de enfermedades raras: planeta escaldado y otras causas que existían en aquel entonces; ejecutado y condenado.

Pero para el estudio de John Graunt, le fueron más interesantes los totales que encontró en las tablas de registro: bautizados 9584; enterrados 9535. De estas tablas pudo deducir que el 80% de defunciones correspondían a niños y este dato incrementado con estudios sucesivos y posteriores ha sido aprovechado por las compañías de seguros que en el desarrollo de sus negociaciones no aseguran recién nacidos.

Después de los estudios que Graunt realizó, mediante el análisis de las causas contenidas en el registro, fue Halley, quien elabora las primeras tablas de seguros de vida.

Dichas tablas revelan la gran ventaja de depositar dinero en un fondo dado, un 14% por año de la tasa de una adquisición de de siete años de vida, cuando las vidas jóvenes valen, a la tasa de interés corriente, más 13 años de adquisición. Revela así la ventaja de las vidas jóvenes sobre aquellas entradas en años. Teniendo una vida de diez años un valor casi igual a 13 1/2 años de adquisición, mientras una de 36 sólo vale 11. Mas debo aclarar que, no sé si los cálculos de Halley se sigan usando tal cual: pues viene a mi mente la teoría de otros matemáticos que aseguran que la invención de los seguros nació de la necesidad que existía para resarcir de sus pérdidas a los comerciantes que perdían sus productos en un barco mientras que otros llegaban a puerto con toda felicidad, en esos casos los comerciantes agraciados se unían y cooperaban para ayudar al comerciante en desgracia (no el capitán del barco como nos dice Bernard Shaw) y aunque esto fue al principio obra del compañerismo, se amplió después pensando que sería más eficaz la ayuda si contribuían todos los comerciantes que utilizaban tal o cual compañía de barcos.

En cuanto a los seguros de vida (cuyo estudio no está incluido en la programación de educación primaria) pero para tener una idea clara de que la teoría de los grandes números, y a donde conducen los datos coleccionados llamados estadísticos. Tomaré el camino má fácil para aclarar esto; pasando en seguida a hacer una somera exposición, tomando el caso de nosotros, los maestros, que tenemos un seguro de vida de cuarenta mil pesos; si este caso lo viéramos superficialmente, no podríamos comprender en qué forma funciona la aseguradora Hidalgo, porque, un maestro que ha estado pagando durante treinta años el seguro, apenas alcanza a pagar un total de cuatro mil quinientos pesos. Veamos ahora mi caso particular: pago doce pesos al mes que suman ciento cincuenta pesos al año, en el caso de que yo no muriera al cumplir 40 años cotizando, sólo alcanzaré a pagar en todo ese tiempo $6,000.00 cantidad que no cubre ni la sexta parte del importe del seguro; además, si un maestro llegara a hacerse tan viejo que lograra pagar los cuarenta mil pesos (266 años de servicio) en cuyo caso el dueño de la aseguradora perdería las esperanzas de ver sus ganancias. De esto se deduce que las aseguradoras funcionan con un conocimiento más amplio del valor de los números; pues de los datos primordiales se fija el número de asegurados, por ejemplo: que los asegurados sean quinientos mil burócratas, multiplicada esta cantidad por $150.00 al año daría una suma como de setenta y cinco millones de pesos cada año, cantidad que alcanzaría a cubrir el seguro de dos o tres asegurados que murieran ese primer año, además, que por estudios previos, las aseguradoras saben que en el tiempo que duran los burócratas en servicio no llegan al 20% las defunciones y además siempre hay quien supla a los que se retiran (con este margen logran que no haya ningún déficit). Por otra parte, las aseguradoras no se limitan a acumular el dinero y tenerlo inactivo; pues suponiendo que el depósito de que se dispone se colocara con un pequeño interés del 12% anual, esta operación produciría $128,871.27 por cada asegurado.

Ahora podemos considerar un caso insólito; supongamos que en una fecha determinada murieron los 500,000 asegurados e incluso que el 10% no alcanzara a cubrir los $6,000.00 de su seguro, pues en este caso, después de todas las legales liquidaciones, gozaría la aseguradora de una ganancia bruta de treinta y siete mil novecientos noventa y dos millones setenta y cinco mil pesos ($37,992'075,000.00) una cantidad de once cifras. El resultado es un número grande sobre todo hablando de dinero.

Pero tenemos que admitir que no siempre se puede utilizar la ley de los grandes números o más bien no siempre será posible hacer ciertas determinaciones, por ejemplo: conocer la altura de un millón de niños de 12 años de edad, para el desarrollo de este trabajo tropezaríamos, en algunas ocasiones, con el factor tiempo que no es favorable y en algunas otras la falta de medios económicos y cuando esto sucede el investigador, se verá obligado a sacar sólo conclusiones aproximados. Citaremos en este caso el siguiente ejemplo: una ama de casa desea comprar un buen queso; pues con una pequeña parte que pruebe, puede darse cuenta de la calidad del queso sin ser necesario engullirlo todo. Esto se llama muestreo se usa con frecuencia en la vida práctica (no sólo con comestibles). Las técnicas para la investigación científica verifican muestreos V. gr. para conocer el índice de protección de algún poblado donde se efectuó vacunación antivariolesa o cualquier otra inmunización. Pero en todo caso, tendremos que aceptar, que el muestreo no siempre nos da un dato exacto; para llevar a efecto un muestreo tendremos que fijarnos en la selección de la cual vamos a partir para sacar aproximaciones más o menos correctas.

Se conocen varios métodos y sistemas para sacar y conocer un promedio determinado. Tenemos, entre otros, el conocido ejemplo del avión, con el que mostraremos que no todos los promedios o medidas se utilizan de la misma manera. Si un avión recorre una pista cuadrada que mide 100 Km. por cada lado y el recorrido del primer lado lo verifica a la velocidad de 100 Km/h. el segundo lo hace a 200 Km/h. el tercero a 300Km/h. y finalmente el cuarto lo hace a 400 Km/h. si lo promediamos así, $\frac{100 \quad 200 \quad 300 \quad 400}{4} = 250$ Km/h. fue su promedio de velocidad. Pero si no estamos conformes con este promedio podemos hacerlo así: Velocidad máxima menos, mínima, sobre dos; $\frac{400 - 100}{2} = 150$ Km/h. o también as: raíz cuarta del producto de sus velocidades: $\sqrt[4]{100 \times 200 \times 300 \times 400} = 221.33$ Km/h. que será otro promedio completamente diferente; y sin embargo, utilizando el promedio geométrico nos alejamos más y más de la realidad (su fórmula $\sqrt[n]{\Sigma x}$). Pero buscando los recíprocos, encontramos que lo correcto en este caso es 400: $\frac{25}{12} = 192$ Km/h. Este es el promedio o la velocidad **media** que en realidad, andábamos buscando

Pues para terminar esta sección de la matemática, sólo me resta mencionar que la Estadística, esto que en sí es una verdadera ciencia, consiste en censar o agrupar los habitantes o los productos o también los hechos, físicos o morales de un universo (extensión a cantidad que se investiga). Estas agrupaciones se hacen mediante estudios o investigaciones relativas a lo censado. Cuya finalidad es poder vaciar los resultados en cuadros, tablas o gráficas, que a su vez, nos darán a conocer todo lo relacionado con lo que se censó.

A los ciudadanos de una nación versados en los negocios de estado o materia política se les denomina con la palabra, estadistas.

Ahora que como nos corresponde cultivar el espíritu de los niños, en forma práctica y amena, con el objeto de adentrarlos en el estudio de las estadísticas; empezaremos por formarles el hábito de coleccionar datos. Y una vez que aprendan a hacer la recopilación de todos los datos necesarios, descubrirán que ya pueden confeccionar una gráfica, (sobre determinado estudio).

Una vez confeccionadas las gráficas son de suma importancia y en la actualidad ya representan una necesidad vital; pues en todas las oficinas públicas y privadas se exhiben en gráficas los trabajos desarrollados, los medios económicos y naturales con que se cuenta, etc. y así con el mínimo de tiempo podemos enterarnos de lo que deseamos conocer.

CAPITULO 7

En el desarrollo de nuestro trabajo, en escuelas primarias vemos que los niños, desde el primer año, empiezan a operar con conjuntos; aunque tal cosa parezca una contradicción, si tomamos en cuenta que la teoría de conjuntos, a la que se ha dado en llamar "El arte supremo de la abstracción" que, según algunos maestros de las matemáticas afirman que esta teoría si no se concreta a una sola rama de las ciencias Vg. al conjunto de puntos en Geometría, o los elementos en Física, o los átomos en Química, o cualesquiera otros conjuntos bien definidos; entonces el estudio de dicha teoría sólo sería apta para lunáticos; pero bien sabidos estamos de lo que marcan los programas de educación primaria y conscientes de lo que nos corresponde enseñar, vemos que ni siquiera las bases de la teoría tenemos que tocar, y que si los niños comprenden o aceptan los conjuntos es sólo por intuición. Así,, pues, en nuestras escuelas nos conformamos con que los niños aprendan lo más simple sobre los conjuntos y un poquito de su simbología; porque nosotros (los maestros de primaria) no estamos preparados para meternos en honduras, ya que el trabajo de conjuntos es fácil caer en la teoría del infinito (teoría también del sueco Cantor) y la mayoría de los razonamientos de esta teoría entran o caen directamente en las matemáticas puras. Bien podríamos afirmar que Cantor fue el último de los matemáticos que tuvo la suficiente capacidad para encontrar, en una área tan rebuscada como son las matemáticas, una nueva teoría que viene a ocupar el punto de reunión de la gran madeja que forman desde la Aritmética, Geometría, Algebra, Cálculo, Lógica, Probabilidades y en general la unión de todas las ramas. Creemos sin lugar a dudas, que si alguna persona tuviera la osadía de querer aprenderlas todas, fácilmenet se trastornaría.

Con respecto a nosotros, es suficiente con que conozcamos los términos simples y no rebuscarlos; ejemplificando: Albert F. Kempf, dice "Un conjunto es, sencillamente, una colección de cosas consideradas como unidad" y con esta definición nos basta. Ahora las cosas que forman esa colección del conjunto reciben el nombre de elementos, y aquí es necesario un símbolo especial para indicar si tal o cual elemento pertenece o no a determinado conjunto y este símbolo es $\in$ que puede leerse así: "Está en o pertenece a". Cuando no es posible escribir todos los elementos y se pueden identificar con una muestra, se escriben los primeros, sobre todo si se trata de números, y luego puntos suspensivos y así se identificará qué clase de elementos tiene el conjunto, ejemplo: Para escribir el conjunto de números pares lo haremos así: 2, 4, 6... si no son todos los pares sino solamente hasta el 20, se indica de la manera siguiente 2, 4, 6,...... 20 así comprenderemos que el conjunto sólo llega hasta 20 y los designamos con una mayúscula así $A = \{2, 4, 6, \ldots\ldots 20\}$ y para evitar alguna confusión se encierran los elementos entre llaves tal como lo muestra el conjunto "A" además, cuando dos conjuntos constan de los mismos elementos, se dice que son iguales o idénticos y cuando un conjunto tiene la totalidad de elementos de que se está tratando recibe el nombre de conjunto universal (U); ahora, los conjuntos menores o iguales al conjunto U, reciben el nombre de C subconjuntos propio si es menor o subconjunto impropio $\subseteq$ si es igual al conjunto U. También sabemos que, si comparamos un conjunto U, con un subconjunto propio, veremos que a este último le faltan algunos elementos para ser igual al universal, al conjunto formado por estos elementos se le llama complemento; el complemento del conjunto U, es el conjunto $\emptyset$ vacío y el complemento del conjunto cavio $\emptyset$ es el conjunto U.

Otra cosa importante de esta teoría es; que si dos conjuntos ejemplo X = (x1, x2......) y Y = (y1, y2,......) están en correspondencia biunívoca, se puede establecer un apareamiento de la X e Y de manera que cada X le corresponda una, y solo una Y; cuando dos conjuntos se pueden asociar en correspondencia biunívoca, se dice que son conjuntos equivalentes y que tienen el mismo número cardinal. Nos permitimos aquí hacer una pequeña pausa para darnos una asomadita a lo que Bruce E. Maserve y Max A. Sobel dicen en su libro "Introducción a las Matemáticas", sobre conjuntos equivalentes.

En primer lugar nos hacen recordar que en estos tiempos que estamos acostumbrados a oir hablar de grandes números ya sea en los informes del presupuesto de la nación o de la deuda pública; pues bien ¿cuál es el número más grande que conocemos?, ¿un millón?, ¿mil millones?, o ¿mil billones?, nosotros sabemos que uno de los números más grandes es el "googol que se ha definido como el uno seguido de cien ceros (1000000000000000000000000000000000000000000000000000000 0000000000000000000000000000000000000000000000). Dicen los autores del libro que antes mencioné, que dicho número es mayor que el que se considera como número total de protones o electrones en el universo. Esta cantidad puede expresarse también por medio de exponentes así: 10^{100} y todavía tenemos un número mayor que el googol que es el "googolplex" y respecto a este número un gran matemático destacado, dice que no hay espacio suficiente entre la tierra y la luna, para escribir todos los ceros (con el tipo de una máquina de escribir) pues el googolplex se representa con el uno seguido de un googol de ceros. Bueno aquí podemos ver por un agujerito, un poquito de la teoría del infinito (de Cantor). Todos estos númerotes que nombramos son finitos; pero si escribimos el número más grande y luego le vamos agregando uno, lo convertiremos en número infinito, el conjunto de números naturales es infinito y recordando a Cantor, recordaremos que éste, propuso un símbolo para este conjunto: $\aleph_0$ (aleph subindice cero) y lo mismo recordamos a los matemáticos Meserve y Sabel, estos indican que el estudio de los números transfinitos da lugar a ciertas paradojas aparentes y muy interesantes entre las más famosas se destacan la historia de la casa infinita.

Se trata de una casa que tiene un número infinito de cuartos 1, 2, 3, 4, 5...... cada cuarto está ocupado por una persona (en correspondencia biunívoca) un día llega un forastero y solicita un cuarto; el encargado que era aficionado a las matemáticas se las ingenió de esta manera para dar acomodo al visitante. Pidió a la persona del cuarto No. 1 que pasara al cuarto No. 2 y al del cuarto No. 2 al cuarto No. 3 y así sucesivamente. ¡En esta forma todas las personas ocuparon un cuarto dejando desocupado al No. 1 para el forastero! En otras palabras hemos demostrado que $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$.

Días más tarde llegó a la casa un número infinito de forasteros, pidiendo cada uno su cuarto individual, nuevamente el encargado se las arregló y los acomodó. Simplemente pidió a cada uno de los huéspedes que se cambiase al cuarto cuyo número fuera el doble del que ocupaba (aclarando, hizo lo siguiente) el huésped uno pasó al cuatro 2, el huésped 2 pasó al 4, el huésped 3 paso al cuarto 6 y así sucesivamente quedando desocupados o disponibles los cuartos 1, 3.5.7.... para los visitantes; este hecho revela que $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$. Después de esto sabemos que el conjunto de números naturales es igual al conjunto de los números pares y que el conjunto de los números impares es igual al conjunto de los números naturales y que además, el conjunto de los números pares más el conjunto de los números impares es también igual al conjunto de los números naturales. Entonces consideramos que está mal planteado el axioma que dice: "que nunca una parte podrá ser igual al todo". Veamos por qué: Una muestra de pintura tiene que ser igual a toda la pintura (que se utilizará en los muros de una escuela, por ejemplo); o como dijimos en páginas anteriores; una muestra de queso puede ser igual a todo el queso (una pieza). Siguiendo nuestro tema, tendremos presente que un $\aleph_o$., es igual a otro Aleph subíndice cero; pero no todos los conjuntos infinitos se pueden poner en correspondencia biunívoca con el conjunto de los números naturales y este es el caso de los números reales que hay entre el 2 y el 3 por ejemplo; por lo cual existen otros $\aleph_9$. (Aleph) que se les pondrá el subíndice 1, 2, ó 3, etcétera. Claro que esto del infinito y transfinito nos da idea de que se habla de números inmensos, incalculables no sólo para la pluma, sino también para la mente humana; aunque los hay infinitos que pueden estar encerrados en un simple punto. Para ilustrar un poco esto echaré mano de un problema muy simple que recuerdo ahora y dice más o menos así: Dos ciclistas (puntuales) que están colocados a una distancia de veinte kilómetros, uno de otro, salen a la misma hora, para encontrarse, a una velocidad de 10 Km/h. cada uno; al mismo tiempo una mosca (puntual) vuela de un ciclista a otro con una velocidad de 15 Km/h. ¿Qué distancia recorre la mosca mientras los ciclistas se encuentran? Por lógica se dice, si los ciclistas tardan una hora en encontrarse y la mosca vuela a 15 Km/h., entonces recorre 15 Km.

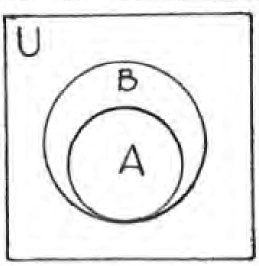
Pero haciendo el problema por medio de las matemáticas, vemos que el primer recorrido de la mosca es de 12 Km., el segundo de 1066.66 M. el tercero de 480. M. el cuarto de 96 M. el quinto de 19.2 M. el sexto 3.84 M. y así seguirá; pues en el duodécimo recorrido o vuelta será de una distancia de 2.4576-4 M. (o sin exponente será 0.00024576 M.) en la decimo sexta vuelta su recorrido es de 3.93216-7 (en decimales será 0.000000393216 M.) y aún le falta un número infinitadecimal por recorrer y un número infinito de vueltas y lo más interesante es que la suma de todos sus recorridos no llegará a 15 Km.

Regresando a los otros conjuntos, a los finitos, encontramos que tienen relaciones muy interesantes como es la intersección. Formalmente se dice que la intersección de dos conjuntos, es el conjunto de los elementos que son elementos comunes a los dos conjuntos dados (se escribe así: $A \cap B$) y la unión de dos conjuntos es el conjunto de los elementos que son elementos de el menos uno de los conjuntos dados (se escribe: $A \cup B$).

Todas las relaciones entre conjuntos se pueden ilustrar mediante diagramas de Euler y Venn; y recordamos que con estos diagramas se puede transformar un razonamiento matemático en otro, ejemplo:

La intersección ($A \cap B$), y los razonamientos lógicos:

Todos los novatos (A) son listos (U)
Toda persona atrevida (B) es lista (U)
Todos los novatos (A) son atrevidos (B)



Estamos utilizando el mismo diagrama para el razonamiento lógico y la intersección de conjuntos y también se pueden utilizar estos diagramas para ilustrar los cálculos de probabilidades.

Como ya dijimos que algunos matemáticos le llaman a la teoría de conjuntos, "El arte supremo de la abstracción", y es que esta teoría llega a un punto en el que segn Sir. Arthur Stanley Eddington, se necesita a un super-matemático para que la opere (un experto que con todos sus conocimientos la maneje y poco a poco se le convierta en humo) y al tratar de explicarla dice: "Mi tarea es explicar cómo una posibilidad de progreso que empieza en trivialidades, puede levantarse con impulso propio y suficiente para llegar a ser un método para el experto y cuando lo vislumbre por última vez, lo verá desaparecer rápidamente en lo desconocido".

Quiere decir que poco a poco se van borrando las operaciones y los operadores convencionales, y se termina por operar con actividades desconocidas o que son de un género desconocido y que tienen lugar en una entidad de naturaleza desconocida.

A los matemáticos no les interesa ni mucho ni poco tratar con cantidades desconocidas, ejemplo: en álgebra manejan literales como n, x, y, etc. que representan cantidades desconocidas sometiéndolas a cuanta operación pueden; suma, división, etc. Acerca de esto Bertrand Rusell sostiene "El matemático nunca sabe de qué está hablando, ni si es verdad lo que dice; pero al menos sabe lo que está haciendo". Con esta teoría casi lo descalifica la última limitación; pues estos supermatemáticos tratan en un universo que es escenario de acciones y operaciones desconocidas.

Retrocediendo al principio de este capítulo, nos encontramos en nuestras escuelas en las que no vislumbramos nada de estas teorías; pues los conocimientos que tratamos y que los niños manejan son casi o solamente la intuición de captar un lejano olor que no sabríamos de dónde viene o a dónde va; pero si algún niño sigue por el camino de las matemáticas llegará, algún día, no sólo a olor sino a beber del arte supremo de la abstracción.

CONCLUSIONES

1.— En la enseñanza de las matemáticas, lo mismo que en otras ciencias, se han verificado grandes modificaciones por un progreso ascendente y cuidadoso que no ha dejado, quizá, lagunas por resolver.

2.— Hace dos o tres décadas, nuestros materiales eran casi obtusos, pues teníamos como guías y programas aquellos del Profr. Prudencio Patrón Peniche y Francisco J. Carranza; en esa época, en la primaria, no se enseñaba (ni siquiera) los temas contenidos en el "Papiro Rhind".

3.— El capítulo primero de la investigación está probando la imperiosa necesidad que tiene el hombre del conocimiento de las matemáticas.

4.— Desde el principio de la humanidad, ha ido unido al progreso lo cuantitativo y lo cualitativo.

5.— Es impresionante la gran importancia que los sabios, entre ellos los griegos, dieron a las matemáticas ya que Platón las consideró "el bien máximo".

6.— Ahora ya con el estudio y tantos descubrimientos hechos y comprobados por diferentes sabios, podemos decir que tenemos acumulado el material más que suficiente, del que nosotros necesitamos para la formación de nuestros niños.

7.— La importancia que tiene la lógica Matemática y el adelanto experimentado con esta relación es grande, y lo mejor es que ahora se enseña en todos los niveles de la educación.

8.— No importan las causas que dieron origen a la Ley de Probabilidades, pero de esto tenemos los mejores resultados en su aplicación, de esta ley, encontrada por Fermant y Pascal.

9.— Como ley indispensable la tenemos en el campo científico, económico y social ya que es imprescindible su uso en la mayoría de los acontecimientos, especulaciones y experimentos, que tienen su base en las probabilidades.

10.— Ligada a las probabilidades está forzosamente la estadística; pues sin ésta, no sería posible ningún cálculo de esta naturaleza.

11.— En la vida real está tan avanzado el uso de la estadística; que a los jefes de la nación se les designa como "Estadistas" porque son los que dirigen el destino de sus pueblos a través de los datos que acumulan de sus estados.

12.— En el capítulo dedicado a la teoría de conjuntos se dejó asentado que en la primaria sólo se enseña el olor de esta teoría y sus posibilidades futuras para grandes matemáticos.

13.— Hace, además, ocho años que empezó esta reforma y no es posible ver todavía los resultados en los alumnos; porque sólo los que iniciaron en ese tiempo su primaria han tenido la oportunidad de aprovechar lo que estoy llamando el "Nuevo enfoque".

14.— Los niños que tuvieron la suerte de tener maestros responsables de su deber, que supieron captar la necesidad que tienen los pueblos de instruirse, llegarán a demostrarnos que no estamos equivocados al afirmar que sí es un adelanto, el nuevo enfoque que se ha dado a los programas de Matemáticas.

PROPOSICIONES

1.— Tomando en cuenta que el conocimiento de las matemáticas es una necesidad universal, propongo que todos las estudiemos a fondo.

2.— Que los maestros debemos aprovechar las oportunidades que se nos brindan para mejorar profesionalmente.

3.— Si los maestros deseamos alcanzar buenos resultados en la enseñanza de esta área, debemos conocerla ampliamente.

4.— En cuanto a los programas de matemáticas yo propondría que se docificara en partes muy pequeñas para cada grado en línea ascendente, de tal manera de que no sea necesario repetir lo ya tratado en el año anterior.

5.— Toda la enseñanza de esta área es árida; por lo que será necesario desplegar algún esfuerzo aprovechando juegos, ya que el juego es el mayor interés del niño.

6.— Tenemos la lógica simbólica que quizá sea de las ciencias que más se prestan para enseñarlas con juegos.

7.— Debemos aprovechar también, la cualidad innata que tienen los niños, como coleccionistas, induciéndolos a la enseñanza de la estadística.

8.— En cuanto a las probabilidades, que tuvieron su origen en los juegos de azar, es una ventaja que no debemos dejar pasar para su enseñanza.

9.— Si a los niños se les enseña a operar con conjuntos esto será excelente; pues no tendrán en el futuro las limitaciones de entendimiento que tuvimos los que nos encontramos por primera vez, con toda una teoría de la que no conocíamos ni siquiera su existencia.

BIBLIOGRAFIA

INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS de
Bruce E. Maserve y Max A. Sobel

MODERNAS MATEMATICAS SIMPLIFICADAS de
Albert F. Kempf.

INTRODUCCION A LA LOGICA MATEMATICA de
P. Suppes S. Hill.

ENCICLOPEDIA MONITOR
Varios.

EL MUNDO DE LAS MATEMATICAS de
James R. Newman.

ALGEBRA INTERMEDIA Y
GEOMETRIA ANALITICA
simplificada de Doc. F. J. BALDOR.

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL de
Frank Ayers Jr.

MATEMATICAS I
Texto para el 1er. año de Licenciatura.
en Educación Primaria.

MATEMATICAS
Libros del Maestro. Edición 1974.

LECTURAS UNIVERSITARIAS 7
Antología de Matemáticas. Selección de Miguel
Lara Aparicio.

INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS
2o. y 3er. Curso de Licenciatura en Educación Prim.

SELECCIONES del Reader's Digest ( )