



SEP

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 095 AZCAPOTZALCO



METODOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN EN EL CUARTO GRADO

5823
2

ANA MARÍA MANZO OROZCO

MÉXICO D.F., JUNIO DE 1996

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 095 AZCAPOTZALCO

METODOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN EN EL CUARTO GRADO

PROPUESTA PEDAGÓGICA QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN PRIMARIA PRESENTA:

ANA MARÍA MANZO OROZCO

MÉXICO D.F., JUNIO DE 1996

México, D.F., a 23 de octubre de 1996.

PROFRA. ANA MARIA MANZO OROZCO
P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: "Metodología para la Enseñanza de la División en Cuarto Grado".

Opción Propuesta Pedagógica a propuesta del asesor C. Profr. Manuel Quiles Cruz manifiesto a usted (es) que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le (s) autoriza a presentar su examen profesional.



S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 095
D. F. AZCAPOTZALCO

Atentamente
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

J. Rincon A.
PROFR. Y LIC. J. GUADALUPE RINCON A.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 095.

JGRA/mvcl.*

AGRADECIMIENTO:

A mis maestros de la UPN por los conocimientos y la comprensión recibidos

ÍNDICE GENERAL

	pág.
ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS	V
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	VIII
ÍNDICE DE GRÁFICAS	X
INTRODUCCIÓN	1
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
2. JUSTIFICACIÓN.....	8
3. MARCO REFERENCIAL	9
4. OBJETIVOS	12
5. MARCO CONTEXTUAL	13
6. MARCO TEÓRICO	15
6.1. Suma o adición.....	15
6.1.1. Términos o elementos	16
6.1.2. Casos particulares de la suma	16

	pág.
6.1.3. Leyes de la suma.....	17
6.2. Resta o sustracción.....	19
6.2.1. Términos o elementos	20
6.2.2. Alteraciones del minuendo y del sustraendo.....	20
6.2.3. Leyes de la resta	21
6.3. Multiplicación.....	23
6.3.1. Términos o elementos:	23
6.3.2. Relación entre el producto y el multiplicando.....	24
6.3.3. Leyes de la multiplicación	25
6.4. División.....	29
6.4.1. Términos o elementos	29
6.4.2. Leyes de la división.....	31
6.4.3. Procedimiento usual para dividir	34
7. DESARROLLO DE LA INTELIGENCIA SEGÚN PIAGET	35
7.1. I Desarrollo del pensamiento sensorio-motriz	35

7.2. II Periodo preoperatorio	36
7.3. III Periodo de las operaciones concretas.....	38
7.4. IV Periodo de las operaciones formales	41
8. CONSIDERACIONES PEDAGÓGICAS	42
9. CONTRASTACIÓN	44
10. ESTRATEGIAS	47
10.1. Introducción	47
11. ESTRATEGIA NO. 1	52
12. ESTRATEGIA NO: 2	56
13. ESTRATEGIA NO. 3	58
14. ESTRATEGIA NO. 4	62
15. ESTRATEGIA NO: 5	68
16. ESTRATEGIA NO. 6	73
17. ESTRATEGIA NO: 7	79
18. ESTRATEGIA NO. 8	83

19. ESTRATEGIA NO. 9	87
20. ESTRATEGIA NO. 10	91
21. ESTRATEGIA NO. 11	94
22. ESTRATEGIA NO. 12	101
23. ESTRATEGIA NO. 13	105
24. ESTRATEGIA NO. 14	110
25. ESTRATEGIA NO. 15	113
26. ESTRATEGIA NO. 16	116
27. ESTRATEGIA NO. 17	119
28. ESTRATEGIA NO. 18	125
29. ESTRATEGIA NO. 19	133
30. EVALUACIÓN	145
RESUMEN	147
CITAS	148
BIBLIOGRAFÍA	150

ÍNDICE DE FOTOGRAFÍAS

	pág.
FOTO 1. REPARTIENDO FRIJOLES	55
FOTO 2. ¿CUÁNTAS VECES CABE?	57
FOTO 3. COMPARANDO LONGITUDES	60
FOTO 4. DIVIDIENDO PARA MEDIR.....	60
FOTO 5. ESCRIBIENDO PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN	65
FOTO 6. RESOLVIENDO PROBLEMAS DE DIVISIÓN	66
FOTO 7. EN EL JUEGO "DILO CON UNA CUENTA".....	66
FOTO 8. RESOLVIENDO PROBLEMAS JUNTOS	71
FOTO 9. BUSCANDO UN NÚMERO QUE REPETIDO 8 VECES DE 32	76
FOTO 10. BUSCANDO RESULTADOS EN LA TABLA PITAGÓRICA	77
FOTO 11. RESOLVIENDO PROBLEMAS CON AYUDA DE LA TABLA PITAGÓRICA	77
FOTO 12. BUSCANDO DIVISORES DE 24	81
FOTO 13. BUSCANDO DIVISORES PARA 30	82
FOTO 14. TOMANDO UN PAPELITO PARA RESOLVER UNA DIVISIÓN BUSCANDO EL RESULTADO EN UNA TABLA PITAGÓRICA.....	84

FOTO 15. INVENTANDO PROBLEMAS JUNTOS.....	88
FOTO 16. ESCRIBIENDO EL PROBLEMA INVENTADO	88
FOTO 17. LEYENDO EL PROBLEMA INVENTADO A LOS DEMÁS	89
FOTO 18. RESOLVIENDO LOS ACERTIJOS EN EL CUADERNO.....	92
FOTO 19. PROBANDO CUÁL ES EL RESULTADO DEL "PROBLEMA DE LOS POSTES"	98
FOTO 20. ELABORANDO TABLAS PARA APROXIMARSE AL RESULTADO	99
FOTO 21. DIVIDIENDO DE POQUITO EN POQUITO.....	103
FOTO 22. ¿CUÁNTOS BILLETES NECESITO?	108
FOTO 23. CAMBIANDO CHEQUES	108
FOTO 24. REPARTIENDO DINERO, A VECES HAY QUE CAMBIAR.....	112
FOTO 25. ESTIMANDO RESULTADOS AL DIVIDIR	115
FOTO 26. ANTICIPANDO CIFRAS.....	117
FOTO 27. DIVIDIENDO COMO OTROS NIÑOS EN EL CUADERNO.....	123
FOTO 28. REPARTIENDO DIVISIONES PARA INVENTAR PROBLEMAS	126
FOTO 29. LEYENDO PROBLEMAS PLANTEADOS.....	127

FOTO 30. IDENTIFICANDO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE DIVISIÓN.....	127
FOTO 31. RESOLVIENDO EL PROBLEMA ¿CUÁNTAS NARANJAS COMPRÓ EN TOTAL?	134
FOTO 32. RESOLVIENDO EL PROBLEMA ¿PARA CUÁNTOS DÍAS ALCANZAN LAS NARANJAS?.....	135
FOTO 33. RESOLVIENDO EL PROBLEMA DE LA ACTIVIDAD "REFORESTANDO"	136

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

	pág.
ILUSTRACIÓN 1. EXAMEN DE MECANIZACIONES APLICADO A PRINCIPIO DE AÑO. FALLAS DETECTADAS: DESCONOCIMIENTO DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN Y LAS TABLAS DE MULTIPLICAR	3
ILUSTRACIÓN 2. EXAMEN DE PROBLEMAS REALIZADO A LOS NIÑOS AL PRINCIPIO DEL CURSO. FALLAS ENCONTRADAS: NO SE RECONOCIÓ EN EL PROBLEMA A LA DIVISIÓN COMO INSTRUMENTO PARA RESOLVERLO	4
ILUSTRACIÓN 3. EXAMEN DE PROBLEMAS REALIZADO A LOS NIÑOS AL PRINCIPIO DEL CURSO. FALLAS ENCONTRADAS: DESCONOCIMIENTO DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN	5
ILUSTRACIÓN 4. PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN INVENTADOS.....	72
ILUSTRACIÓN 5. PROBLEMAS DE DIVISIÓN INVENTADOS	72
ILUSTRACIÓN 6. PROBLEMA PROPUESTO	78
ILUSTRACIÓN 7. PROBLEMAS PLANTEADOS A PARTIR DE UNA DIVISIÓN Y RESUELTOS CON AYUDA DE LA TABLA PITAGÓRICA	78
ILUSTRACIÓN 8. DIVISIONES RESUELTAS EN PAPELITOS	85
ILUSTRACIÓN 9. MÁS DIVISIONES EN EL CUADERNO (1).....	85
ILUSTRACIÓN 10. MÁS DIVISIONES EN EL CUADERNO (2)	86
ILUSTRACIÓN 11. PROBLEMAS PLANTEADOS A PARTIR DE OPERACIONES DADAS < MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN > (1)	90
ILUSTRACIÓN 12. PROBLEMAS PLANTEADOS A PARTIR DE OPERACIONES DADAS < MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN > (2)	90

	pág.
ILUSTRACIÓN 13. UNO DE LOS ACERTIJOS RESUELTO POR LOS ALUMNOS.....	93
ILUSTRACIÓN 14. EJEMPLO DE PROBLEMA PLANTEADO.....	99
ILUSTRACIÓN 15. PROBLEMA RESUELTO CON APROXIMACIONES MULTIPLICANDO.....	100
ILUSTRACIÓN 16. PROBLEMA RESUELTO CON UNA DIVISIÓN DE "POQUITO EN POQUITO".....	104
ILUSTRACIÓN 17. UNO DE LOS CHEQUES ELABORADOS POR LOS NIÑOS.....	109
ILUSTRACIÓN 18. ESCRIBIENDO CUÁNTOS BILLETES SE NECESITAN.....	109
ILUSTRACIÓN 19. ANTICIPANDO CIFRAS.....	118
ILUSTRACIÓN 20. DIVIDIENDO CON EL PROCEDIMIENTO USUAL.....	124
ILUSTRACIÓN 21. EJEMPLO DE PROBLEMAS PLANTEADOS POR LOS NIÑOS A PARTIR DE UNA DIVISIÓN DADA. PARTE I DE LA EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 18. DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA (1).....	129
ILUSTRACIÓN 22. EJEMPLO DE PROBLEMAS PLANTEADOS POR LOS NIÑOS A PARTIR DE UNA DIVISIÓN DADA. PARTE I DE LA EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 18. DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA (2).....	130
ILUSTRACIÓN 23. PARTE II DE LA EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 18. DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA.....	131
ILUSTRACIÓN 24. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 19, PARTE I. ESTRATEGIA DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA.....	139
ILUSTRACIÓN 25. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 19, PARTE II. ESTRATEGIA DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA (1).....	141
ILUSTRACIÓN 26. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA 19, PARTE II. ESTRATEGIA DISEÑADA PARA EVALUAR LA PROPUESTA (2).....	142

ÍNDICE DE GRÁFICAS

	pág.
GRÁFICA 1. GRÁFICA DE RESULTADOS DE EXAMEN DE MECANIZACIONES. RESOLUCIÓN DE CUATRO DIVISIONES	6
GRÁFICA 2. CAUSAS POR LAS QUE LOS ALUMNOS NO RESOLVIERON CORRECTAMENTE LAS DIVISIONES DEL EXAMEN DE MECANIZACIONES	6
GRÁFICA 3. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL EXAMEN DE PROBLEMAS PLANTEADOS PARA OBSERVAR SI LOS ALUMNOS RECONOCÍAN UN PROBLEMA DE DIVISIÓN Y ERAN CAPACES DE RESOLVERLO	7
GRÁFICA 4. CAUSAS POR LAS QUE LOS ALUMNOS NO RESOLVIERON EL PROBLEMA DE DIVISIÓN.	7
GRÁFICA 5. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA No. 18: CUATRO PROBLEMAS QUE INCLUYEN UNO DE DIVISIÓN. "RECONOCER Y USAR LA DIVISIÓN COMO UN INSTRUMENTO PARA IDENTIFICAR Y RESOLVER PROBLEMAS UTILIZANDO LAS HABILIDADES DE ANTICIPAR, ESTIMAR Y VERIFICAR RESULTADOS DE CÁLCULOS"	132
GRÁFICA 6. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA No. 19 PARTE I: TRES PROBLEMAS QUE INCLUYEN UNO DE DIVISIÓN. "RECONOCER Y USAR LA DIVISIÓN COMO UN INSTRUMENTO PARA IDENTIFICAR Y RESOLVER PROBLEMAS UTILIZANDO LAS HABILIDADES DE ANTICIPAR, ESTIMAR Y VERIFICAR RESULTADOS DE CÁLCULOS"	143
GRÁFICA 7. EVALUACIÓN DE LA ESTRATEGIA No. 19 PARTE II: CINCO PROBLEMAS QUE INCLUYEN DOS DE DIVISIÓN. "RECONOCER Y USAR LA DIVISIÓN COMO UN INSTRUMENTO PARA IDENTIFICAR Y RESOLVER PROBLEMAS UTILIZANDO LAS HABILIDADES DE ANTICIPAR, ESTIMAR Y VERIFICAR RESULTADOS DE CÁLCULOS". CAUSAS POR LAS QUE LOS ALUMNOS NO RESOLVIERON EL PROBLEMA DE DIVISIÓN	144

INTRODUCCIÓN

En la práctica cotidiana de la labor docente, es frecuente encontrarse con problemas , debido a que algunos de los contenidos programáticos que los niños deben aprender en la escuela no son aprendidos correctamente o no son aplicados prácticamente.

Esto sucede sobre todo en el aprendizaje de los algoritmos de las diferentes operaciones matemáticas y su aplicación en situaciones prácticas.

Entre estos algoritmos matemáticos, destaca la dificultad que presenta el algoritmo de la división para ser aprendido y aplicado en situaciones problemáticas por los niños de educación primaria en los grados de tercero y cuarto.

En el cuarto grado es común encontrarse con el hecho de que los alumnos no conocen el procedimiento para dividir y en una mayoría de casos no son capaces de emplear la operación en la resolución de problemas cotidianos de reparto o de encontrar cuántas veces cabe una cantidad en otra.

La detección de este último problema en un grupo de dicho grado da lugar a este Trabajo Pedagógico, cuyos objetivos se enfocaron a lograr que el niño que cursa el cuarto año aprenda a dividir, utilizando la división como instrumento para reconocer , plantear y resolver problemas ; adquiriendo con la práctica de esta operación aritmética la capacidad de anticipar y verificar resultados; así como la habilidad de estimar resultados de cálculos, llegando al algoritmo propiamente dicho de esta operación matemática a través de distintas formas de razonamiento. Partiendo del principio de que el niño ha de construir su propio conocimiento matemático redescubriendo los conceptos, las leyes y propiedades matemáticas a través de la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y el diálogo permanente con otros niños.

Con base a lo anteriormente expuesto fueron diseñadas las estrategias que se presentan en esta Propuesta y que llevan una secuencia que permite al niño, primeramente trabajar con material concreto esta operación, para facilitarle finalmente el acceso a la simbolización de su algoritmo, así como a su uso práctico en situaciones problemáticas de su entorno. Pudiéndose concluir que el niño aprende a dividir dividiendo.

La presente Propuesta Pedagógica con la que deseo obtener el título de Licenciada en Educación Primaria, la dedico con todo mi amor

A mis hijas: María Alejandra y Miriam Victoria, con el deseo de que mi esfuerzo aliente el suyo. A mi amado esposo Esteban por todos estos años de ser para mí un fiel compañero y el mejor amigo. A mis queridos padres Zeferino y Sofía por el amor incondicional que siempre me han brindado. A mis hermanos Sofía, Zeferino, Ignacio, Guadalupe y Andrés por el cariño y apoyo que de ellos he recibido durante mi vida. A mis cuñados y sobrinos porque su presencia enriquece la alegría familiar. A mis maestros de la U.P.N por su dedicación, guía y cariño. Al Profesor Rodrigo Morales Cruz y a mi amiga Laura que en paz descansen. A mis amigas Manuela, Paty Franco, Lety y Teo por su amistad. A las familias García Osorio y Flores por su ayuda y amistad. A mis compañeras de la UPN por los momentos compartidos.

A Dios... por darme y conservarme la vida, por rodearme de personas maravillosas.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la Esc. Prim. "Profr. Rodrigo Morales Cruz", se realizan visitas regulares a los grupos con la finalidad de verificar el aprovechamiento académico de los alumnos. En una de esas visitas, al inicio del presente ciclo escolar, se aplicó a los alumnos de cuarto año un examen que contenía algunas operaciones básicas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones). Cuando este instrumento de evaluación fue revisado, se encontró que la gran mayoría de los alumnos del citado grado, tenían dificultades para dividir; estas dificultades consistían principalmente en: desconocimiento del algoritmo de la división y de las tablas de multiplicar, lo que se traducía en falta de capacidad para poder anticipar el resultado del cociente (ver Gráficas 1 y 2).

Nombre del Alumno Margarita Peña M Grupo 4ºA

Examen de Mecanizaciones

4º Año

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 15 \\ \hline 3252 \\ - 4 \\ \hline 4527 \end{array}$$
 ✓

$$\begin{array}{r} 458 \\ \times 76 \\ \hline 2748 \\ 32060 \\ \hline 30308 \end{array}$$
 X

$$\begin{array}{r} 5215 \\ \times 27 \\ \hline 36505 \\ 10920 \\ \hline 140705 \end{array}$$
 ✓

$$\begin{array}{r} 2398 \\ - 1654 \\ \hline 1744 \end{array}$$
 X

$$\frac{16}{8} + \frac{2}{8} - \frac{18}{8}$$
 ✓

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = \frac{12}{4}$$
 ✓

$$2 \overline{) 236}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ 236 \\ \hline 12 \\ \hline 06 \end{array}$$
 X

$$6 \overline{) 300}$$
 X

$$4 \overline{) 961}$$
 X

$$7 \overline{) 110}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 110 \\ \hline 10 \\ \hline 02 \end{array}$$
 X

Fecha 7-Sept-96 Calificación: 4

Ilustración 1. Examen de mecanizaciones aplicado a principio de año. Fallas detectadas: desconocimiento del algoritmo de la división y las tablas de multiplicar

El proceso de evaluación demostró que los alumnos no eran capaces de dividir correctamente y mucho menos de aplicar la división en la resolución de problemas, situación que repercutía negativamente en su desarrollo escolar y vida cotidiana, ya que en ambos contextos se les dificultaba resolver problemas que implicaban situaciones de reparto o de encontrar cuántas veces cabe una cantidad en otra (ver Gráficas 3 y 4).

Juan Antonio recibió de regalo de cumpleaños \$ 165 de sus papás, \$ 200 de sus padrinos y \$ 354 de sus tres tíos ; Cuánto dinero recibió Juan Antonio en total de regalo?

RESULTADO 719 pesos

$$\begin{array}{r} 165 \\ + 200 \\ 354 \\ \hline 719 \end{array}$$

Los \$ 165 que recibió de sus papás los repartió en tres partes iguales: una para él, otra para su hermano Diego y otra para su hermana Luna ; Con cuánto dinero se quedó cada quien ?

RESULTADO 55

$$\begin{array}{r} 165 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Después Juan Antonio fue a la papetería y compró accesorios para sus muñecos de Día Jov. En total compró 3 accesorios y cada uno le costó \$36 ; Cuánto se gastó?

RESULTADO 210 pesos

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 36 \\ \hline 210 \end{array}$$

Con los \$354 que le dieron sus tíos Juan Antonio decidió comprarse una bicicleta que le costó \$235 ; Cuánto dinero le quedó del que le regalaban sus tíos ?

RESULTADO 119 pesos

$$\begin{array}{r} 354 \\ - 235 \\ \hline 119 \end{array}$$

Finalmente Juan Antonio necesitaba unos útiles para su escuela y compró un cuaderno que le costó \$15, una pluma de \$2, un lápiz de \$1, un juego de geometría de \$12 y un prisma de \$3 ; Cuánto gastó Juan Antonio en útiles escolares?

RESULTADO 115 pesos

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 2 \\ 1 \\ 12 \\ 3 \\ \hline 115 \end{array}$$

Ilustración 2. Examen de problemas realizado a los niños al principio del curso. Fallas encontradas: no se reconoció en el problema a la división como instrumento para resolverlo

Juan Antonio recibió de regalo de cumpleaños \$ 165 de sus papás, \$ 200 de sus padrinos y \$ 354 de sus tres tíos. ¿Cuánto dinero recibió Juan Antonio en total de regalo?

$$\begin{array}{r} 165 \\ + 200 \\ + 354 \\ \hline 719 \end{array}$$

RESULTADO
N\$ 719

Los \$ 165 que recibió de sus papás los repartió en tres partes iguales: una para él, otra para su hermano Eacho y otra para su hermana Lupe. ¿Con cuánto dinero se quedó cada quien?

RESULTADO
~~N\$ 55~~

DESPUES Juan Antonio fue a la juguetería y compró accesorios para sus muñecos de Gija Josa. En total compró 5 accesorios y cada uno le costó \$36. ¿Cuánto se gastó?

$$\begin{array}{r} 200 \\ - 36 \\ \hline 164 \end{array}$$

RESULTADO
180 N\$ 241

CON los \$354 que le dieron sus tíos Juan Antonio decidió comprarse una bicicleta que le costó \$235. ¿Cuánto dinero le quedó del que le regalaron sus tíos?

$$\begin{array}{r} 354 \\ - 235 \\ \hline 119 \end{array}$$

RESULTADO
119 N\$ 19

Finalmente Juan Antonio necesitaba unos útiles para su escuela y compró un cuaderno que le costó \$15, una pluma de \$2, un lápiz de \$1, un juego de geometría de \$12 y un portatíde de \$5. ¿Cuánto gastó Juan Antonio en útiles escolares?

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 2 \\ + 1 \\ + 12 \\ + 5 \\ \hline 35 \end{array}$$

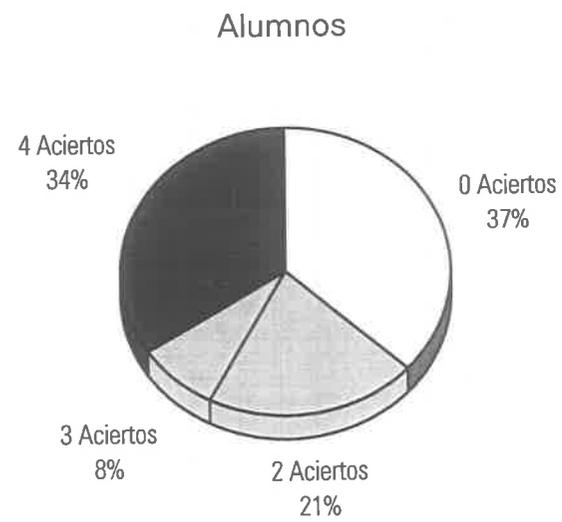
RESULTADO
N\$ 35

Ilustración 3. Examen de problemas realizado a los niños al principio del curso. Fallas encontra-

das: Desconocimiento del algoritmo de la división

Gráfica 1. Gráfica de resultados de examen de mecanizaciones.

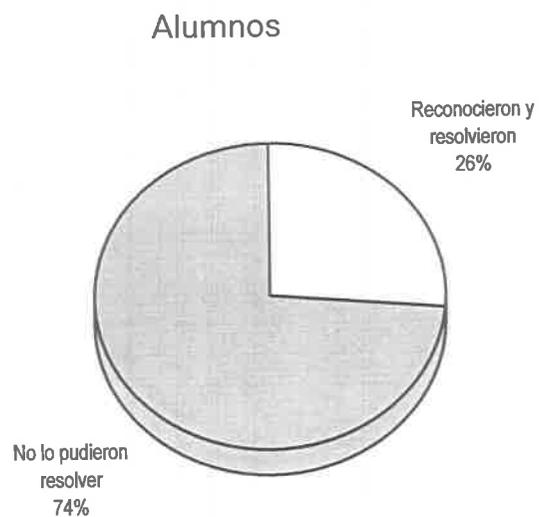
Resolución de cuatro divisiones



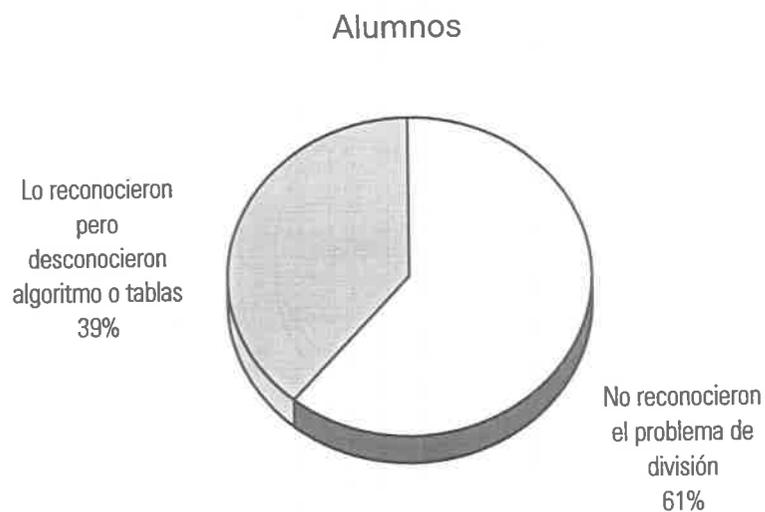
Gráfica 2. Causas por las que los alumnos no resolvieron correctamente las divisiones del examen de mecanizaciones



Gráfica 3. Resultados obtenidos en el examen de problemas planteados para observar si los alumnos reconocían un problema de división y eran capaces de resolverlo



Gráfica 4. Causas por las que los alumnos no resolvieron el problema de división.



2. JUSTIFICACIÓN

Es de gran importancia que los educandos de este grado de educación primaria aprendan a dividir, porque la división es una de las operaciones aritméticas que el niño necesita saber manejar para poder solucionar problemas matemáticos en los que reparte una cantidad en partes iguales, tratando de que en el reparto "sobre" lo menos posible o para enfrentar situaciones problemáticas en las que se requiera saber cuántas veces cabe una cantidad en otra, condiciones que se le presentan al niño a lo largo de su vida escolar, familiar y comunitaria, en sitios como el salón de clases, donde requiere poder anticipar el número de veces que cabe un decímetro en un metro o un centímetro en un decímetro; en la mesa familiar, donde se hace necesario repartir alimentos en partes iguales a cada miembro de la familia procurando que en el reparto sobre lo menos posible; en el grupo de amigos donde tantas veces se ve en la necesidad de repartir en el juego: canicas, juguetes, dulces, etc.; en la tienda de la comunidad donde requiere saber, cuántas monedas de \$ 10.00 debe de darle al tendero cuando su mamá le manda cambiar un billete de \$ 50.00 .

La división, es una operación que puede tener utilidad para socializar al niño, porque con ella aprende a repartir y distribuir lo que posee con los demás, para lo que requiere de un concepto de los otros y su aceptación emocional.

3. MARCO REFERENCIAL

La presente propuesta será desarrollada en la Esc. Prim. "Profr. Rodrigo Morales Cruz", Plantel Educativo perteneciente a la Zona Escolar No. 55, Sector V, Subdirección de Educ. Prim. No. 3 en el Valle de México. Esta institución Escolar está enclavada en una zona urbana dentro de la Col. Real de Atizapán, que se ubica en el Municipio de Atizapán de Zaragoza, Estado de México; fundada en el año de 1988.

Ostenta orgullosamente su nombre, en honor del Profr. Rodrigo Morales Cruz, que estuvo al frente de la Subdirección de Educ. Prim. No. 3, y militó dentro del magisterio durante 50 años.

El edificio escolar consta de doce aulas, con cupo para cuarenta alumnos, bien iluminadas, y usadas en su totalidad; tiene un aula dedicada al Proyecto Educativo COEEBA y un salón de usos múltiples con videocassetera y televisor en el que se celebran eventos tales como: Conciertos de Invierno (en los que participan los integrantes del Coro de la Escuela) y Conferencias a las que asisten los padres de familia y que son impartidas por médicos, enfermeras o trabajadoras sociales; de igual forma, los alumnos asisten a esta aula a ver y escuchar materiales educativos audiovisuales que sus maestros utilizan como apoyos didácticos para ponerlos en contacto con los objetos de conocimiento.

Existe en la escuela una pequeña biblioteca escolar, que lleva el nombre de "Profra. Aurora Núñez", como recuerdo póstumo a una maestra que fue pionera del Plantel y que falleció en forma repentina mientras impartía clases a un grupo de cuarto año.

La institución educativa posee, dos canchas deportivas: una de voleibol y otra de baloncesto; un patio cívico y un local destinado a la venta de alimentos durante el receso; sus instalaciones sanitarias, se

encuentran en buenas condiciones de uso e higiene; existe un pequeño huerto escolar y una granjita con conejos y patos.

El Personal Docente que trabaja en esta escuela es el siguiente:

- Directora.

- Dos Apoyos Técnico Pedagógicos (uno dedicado a realizar proyectos que redunden en la calidad académica de los alumnos y otro encargado del Aula Didáctica de COEEBA).

- Doce maestros frente a grupo (once mujeres y un hombre).

Con excepción de un profesor, todo el personal de la escuela ha ingresado a Carrera Magisterial, dos maestras frente a grupo han terminado su licenciatura en educación primaria.

Las relaciones entre compañeros en el trabajo son cordiales, lo que ha propiciado un ambiente de confianza en el que ha sido factible proponer y llevar a cabo estrategias para mejorar en los alumnos aspectos académicos, de disciplina y de formación de hábitos.

El Consejo Técnico Consultivo se reúne una vez al mes para tratar asuntos relacionados con el aprovechamiento de los educandos , la mejora del edificio escolar y la adquisición de materiales didácticos.

La Asociación de Padres de Familia, trabaja en conjunto con la directora para hacer realidad los proyectos planeados para convertir en más funcionales y cómodas las instalaciones del Plantel. El trabajo en equipo, desarrollado en la institución ha permitido adquirir una televisión y videocassetera para uso en

el salón múltiple; una fotocopiadora para la dirección de la escuela, la cisterna, portarrollos y jaboneras para los baños de los pequeños. La Asociación también paga a un maestro que organiza y dirige "La Banda de Guerra Escolar".

Los alumnos de cuarto año con los que será llevada a la práctica esta Propuesta son 38 tienen entre ocho y nueve años de edad; ventiséis son niñas y doce son niños.⁽¹⁾ Hay cuatro repetidores en el grado, dos niñas y dos niños⁽²⁾, de los cuales, uno ha sido canalizado a educación especial, en donde se le ha incorporado a un grupo de terapia psicológica de apoyo al que acude por las tardes.

Dieciséis son hijos de empleados, nueve son de obreros, dos de comerciantes, dos de artesanos y nueve de profesionistas diversos⁽³⁾; las relaciones de convivencia y trabajo entre los pequeños son buenas.

El grupo cursó junto el tercer grado (con excepción de los reprobados).

4. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL: Lograr que los alumnos de cuarto año aprendan a realizar divisiones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Que los alumnos de cuarto grado:

- Utilicen la división como instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- Adquieran con la práctica de esta operación aritmética la capacidad de anticipar y verificar resultados.
- Posean la habilidad para estimar resultados de cálculos.
- Desarrollen distintas formas de razonamiento que los hagan llegar al algoritmo de la división.

5. MARCO CONTEXTUAL

La presente Propuesta podemos contextualizarla a partir del Acuerdo Nacional para la Modernización Educativa, suscrito el 18 de mayo de 1992 por el Gobierno Federal, los gobiernos de cada una de las entidades federativas de la República Mexicana y el S.N.T.E; son objetivos a lograr: extender la cobertura de los servicios educativos y elevar la calidad de la educación a través de tres estrategias:

- 1º La reorganización del sistema educativo.
- 2º La reformulación de los contenidos y materiales educativos.
- 3º La revaloración de la función magisterial.

Es de la segunda estrategia de donde se desprende el cambio de planes y programas de estudio, al consignar en ella, “es aconsejable concentrar el plan de estudios de la educación primaria en aquellos conocimientos verdaderamente esenciales” ⁽⁴⁾. El documento en cuestión nos señala en lo que respecta a Matemáticas que: “su aprendizaje debe de desarrollar la capacidad para relacionar y calcular las cantidades con precisión y fortalecer la habilidad para planear claramente problemas y resolverlos” ⁽⁵⁾.

El nuevo Plan y Programa de Estudio elaborados por la S.E.P. , para entrar en vigor a partir de 1992, tienen en las Matemáticas un nuevo enfoque, según el cual se pretende que el niño desarrolle:

- “La capacidad de utilizar las Matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear, y resolver problemas”
- “La capacidad de anticipar y verificar resultados”.

- “La capacidad de comunicar e interpretar información matemática”.
- “La imaginación espacial”.
- “La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones”.
- “La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo”.
- “El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias” ⁽⁶⁾.

Para que de esta forma, los alumnos se interesen y encuentren el significado y la funcionalidad del conocimiento matemático, lo valoren y hagan de él un instrumento que los ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de sus intereses, algunos de los cuales se señalaron anteriormente en la Justificación de este trabajo pedagógico.

6. MARCO TEÓRICO

La división es una operación aritmética, por ello es importante puntualizar que:

Existen siete operaciones aritméticas: suma o adición, resta o sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación ⁽⁷⁾. Dichas operaciones se clasifican en operaciones de composición o directas y operaciones de descomposición o inversas.

La suma, la multiplicación, la potenciación, son operaciones directas, porque en ellas conociendo ciertos datos se halla el resultado; "la resta, la división, la radicación y la logaritmación son inversas" ⁽⁷⁾

"La resta es inversa a la suma, la división a la multiplicación, la radicación y la logaritmación son inversas a la potenciación. Se les llama así, porque en ellas conociendo el resultado de la operación directa correspondiente y uno de sus datos, se halla el otro dato" ⁽⁷⁾

A continuación se explican brevemente algunas características de las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división, por ser éstas las operaciones que se aplican con mayor frecuencia en el nivel de educación primaria, según el nuevo Programa de Estudios 1992, consecuencia de la Modernización Educativa.

6.1. Suma o adición

"Sumar es reunir el valor de varios números o cantidades en uno solo" ⁽⁸⁾. El concepto de reunión de conjuntos es la base para el concepto de suma de números.

6.1.1. Términos o elementos

A) SUMANDOS.- Son los números o cantidades con los que se ejecuta la operación.

B) SUMA.- Es el resultado de la operación, o sea el número o cantidad que reúne a todos los sumandos.

SIGNO.- Es + y se lee: más

6.1.2. Casos particulares de la suma

1.- SUMANDO UNIDAD.- El 1, representa los conjuntos de un solo elemento. Sumando conjuntos de un solo elemento tenemos:

$$1 \text{ silla} + 1 \text{ silla} + 1 \text{ silla} = 3 \text{ sillas}$$

$$1 \text{ piña} + 1 \text{ piña} + 1 \text{ piña} + 1 \text{ piña} = 4 \text{ piñas}$$

Por tanto, cuando todos los sumandos son 1 la suma es igual al número de sumandos.

2.- SUMANDO NULO.- Se sabe que el 0 representa a los conjuntos nulos o conjuntos que carecen de elementos. Si a un conjunto cualquiera le sumamos un conjunto nulo, la suma será el mismo conjunto.

Ejemplo:

$$4 \text{ flores} + 0 = 4 \text{ flores}$$

El 0 es el único número que sumado con otro no altera la suma.

6.1.3. Leyes de la suma

Las Leyes de la Suma son cinco: Ley de Uniformidad, Ley Conmutativa, Ley Asociativa, Ley Disociativa y Ley de Monotonía.

LEY DE UNIFORMIDAD. - Esta Ley puede enunciarse de tres modos que son equivalentes:

1.- La suma de varios números dados tiene un valor único o siempre es igual.

Ejemplo:

$$2 \text{ paletas} + 3 \text{ paletas} = 5 \text{ paletas}$$

$$2 \text{ blusas} + 3 \text{ blusas} = 5 \text{ blusas}$$

$$2 \text{ calcetines} + 3 \text{ calcetines} = 5 \text{ calcetines}$$

2.- Las sumas de números respectivamente iguales son iguales.

Ejemplo: Si en cada aula de un colegio cada asiento está ocupado por un alumno de modo que no queda ningún alumno sin asiento, ni ningún asiento vacío, tenemos que el número de alumnos de cada aula es igual al número de asientos del aula. Si sumamos los números que representan a los alumnos citados, así como los números que representan los asientos, encontraremos que ambas sumas serán iguales.

3.- Suma de igualdades.- Sumando miembro a miembro varias igualdades resulta una igualdad.

Ejemplo:

$$a = b$$

$$c = d$$

$$m = n$$

$$\text{resulta } a + c + m = b + d + n$$

LEY CONMUTATIVA.- El orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

$$2 \text{ burros} + 4 \text{ burros} = 6 \text{ burros}$$

$$4 \text{ burros} + 2 \text{ burros} = 6 \text{ burros}$$

LEY ASOCIATIVA.- La suma de varios números no varía sustituyendo varios sumandos por su suma.

Ejemplo:

$$(5 \text{ canicas} + 6 \text{ canicas}) + 8 \text{ canicas} = 19 \text{ canicas}$$

$$11 \text{ canicas} + 8 \text{ canicas} = 19 \text{ canicas}$$

LEY DISOCIATIVA.- La suma de varios números no se altera descomponiendo uno o varios sumandos en dos o más sumandos (Ley recíproca a la Asociativa).

Ejemplo:

En la suma: $10 + 3$, puesto que $10 = 7 + 3$, tendremos que:

$$10 + 3 = 7 + 3 + 3$$

LEY DE MONOTONÍA.- Consta de dos partes:

1.- Sumando miembro a miembro desigualdades del mismo sentido con igualdades, resulta una desigualdad del mismo sentido.

Ejemplo:

$$4 > 1$$

$$6 = 6$$

$$4 + 6 > 1 + 6$$

$$10 > 7$$

2.- Sumando miembro a miembro varias desigualdades del mismo sentido, resulta otra desigualdad del mismo sentido.

Ejemplo:

$$8 > 3$$

$$5 > 2$$

$$8 + 5 > 3 + 2$$

6.2. Resta o sustracción

“La resta es una operación inversa a la suma que tiene por objeto, dada la suma de dos sumandos (minuendo) y uno de ellos (sustraendo), hallar el otro sumando (resta, exceso o diferencia)”⁽⁹⁾.

6.2.1. *Términos o elementos*

A) MINUENDO.- Suma de dos sumandos.

B) SUSTRAYENDO.- Sumando conocido.

c) DIFERENCIA.- Sumando desconocido.

SIGNO: Es - y se lee: menos

“La resta es inversa de la suma porque en ésta, dados los sumandos, hay que hallar su suma, mientras que en la resta, dada la suma de dos sumandos y uno de ellos, se halla el otro sumando”⁽⁹⁾

6.2.2. *Alteraciones del minuendo y del sustraendo*

1.- Si el minuendo aumenta o disminuye un número cualquiera y el sustraendo no varía, la diferencia queda aumentada o disminuida en el mismo número.

Ejemplo:

$$9 - 7 = 2$$

$$(9 + 3) - 7 = 2 + 3$$

$$12 - 7 = 5$$

2.- Si el sustraendo aumenta o disminuye un número cualquiera y el minuendo no varía, la diferencia disminuye en el primer caso y aumenta en el segundo caso.

Ejemplo:

$$10 - 3 = 7$$

$$10 - (3 + 5) = 7 - 5$$

$$10 - 8 = 2 \text{ PRIMER CASO}$$

$$15 - 9 = 6$$

$$15 - (9 - 4) = 6 + 4$$

$$15 - 5 = 10 \text{ SEGUNDO CASO}$$

3.- Si el minuendo y el sustraendo aumentan o disminuyen a la vez un mismo número, la diferencia no varía.

Ejemplo:

$$15 - 6 = 9$$

$$(15 + 2) - (6 + 2) = 9$$

$$17 - 8 = 9$$

$$15 - 6 = 9$$

$$(15 - 2) - (6 - 2) = 9$$

$$13 - 4 = 9$$

6.2.3. Leyes de la resta

Las Leyes de la Resta son dos: La Ley de la Uniformidad y la Ley de la Monotonía⁽¹⁰⁾.

LEY DE UNIFORMIDAD.- Esta Ley puede enunciarse de dos formas:

1.- La diferencia de dos números tiene un valor único o siempre es igual.

Ejemplo:

$$7 - 2 = 5, 5 \text{ es el único número que sumado con } 2 \text{ da } 7.$$

2.- Puesto que dos números iguales son el mismo número, se tiene que: restando miembro a miembro dos igualdades, resulta otra igualdad

Ejemplo:

$$a = 3$$

$$5 = b$$

$$a - 5 = 3 - b$$

LEY DE MONOTONÍA.- Consta de tres partes:

1.- Si de una desigualdad (minuendo) se resta una igualdad (sustraendo), siempre que la resta se pueda efectuar, resulta una desigualdad del mismo sentido que la del minuendo.

Ejemplo:

$$8 > 5$$

$$2 = 2$$

$$8 - 2 > 5 - 2$$

$$6 > 3$$

2.- Si de una igualdad (minuendo) se resta una desigualdad (sustraendo), siempre que la resta se pueda efectuar, resulta una desigualdad en sentido contrario que la del sustraendo.

Ejemplo:

$$9 = 9$$

$$5 > 3$$

$$9 - 5 < 9 - 3$$

$$4 < 6$$

3.- Si de una desigualdad se resta otra desigualdad de sentido contrario, siempre que la resta sea posible, resulta una desigualdad del mismo sentido que la desigualdad del minuendo.

Ejemplo:

$$7 > 4$$

$$2 < 3$$

$$7 - 2 > 4 - 3$$

$$5 > 1$$

6.3. Multiplicación

“La multiplicación es una operación de composición que tiene por objeto, dados números llamados multiplicando y multiplicador, hallar un número llamado producto que sea respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad” ⁽¹¹⁾.

6.3.1. Términos o elementos:

A) MULTIPLICANDO.- Indica el número que hay que multiplicar

B) **MULTIPLICADOR.**- Indica el número de veces que hay que multiplicar al multiplicando.

C) **PRODUCTO.**- Número que resulta de multiplicar al multiplicando por el número de veces que indica el multiplicador ⁽¹²⁾

SIGNOS: X ó • . Se lee: por.

“En el caso de que los factores se simbolicen mediante letras o bien mediante un número y letras, se acostumbra omitir el signo de multiplicar entre factores” ⁽¹³⁾

Ejemplos: xy se lee: x por y

12 mn se lee: 12 por m, por n

Es conveniente señalar, que cuando el multiplicador es un número natural, la multiplicación es una suma abreviada que consta de tantos sumandos iguales al multiplicando, como unidades tenga el multiplicador.

6.3.2. Relación entre el producto y el multiplicando

Se considerarán cuatro casos:

1.- Si el multiplicador es 0, el producto es cero.

Ejemplo:

$$5 \times 0 = 0$$

2.- Si el multiplicador es 1, el producto es igual al multiplicando.

Ejemplo:

$$7 \times 1 = 7$$

3.- Si el multiplicador es mayor que 1, el producto es mayor que el multiplicando.

Ejemplo:

$$7 \times 6 = 42, 42 > 7$$

4.- Si el multiplicador es menor que 1, el producto es menor que el multiplicando

Ejemplo:

$$8 \times 0.5 = 4, 4 < 8$$

6.3.3. Leyes de la multiplicación

Las Leyes de la Multiplicación son seis: Ley de Uniformidad, Ley Conmutativa; Ley Asociativa, Ley Disociativa, Ley de Monotonía y Ley Distributiva.

LEY DE UNIFORMIDAD.- Puede enunciarse de tres formas:

1.- El producto de dos números tiene un valor único o siempre igual.

Ejemplo:

$$3 \text{ patos} \times 5 \text{ patos} = 15 \text{ patos}$$

$$3 \text{ lonas} \times 5 \text{ lonas} = 15 \text{ lonas}$$

$$3 \text{ donas} \times 5 \text{ donas} = 15 \text{ donas}$$

2.- Los productos de números respectivamente iguales, son iguales.

Ejemplo:

Si en una sala de cine cada asiento está ocupado por una persona de modo que no quedan asientos vacíos ni personas de pie, es decir, ambos conjuntos están coordinados, o sea el número de personas es igual al de asientos, es evidente que para sentar a triple número de personas, harán falta triple número de butacas y se tendrá entonces que: $p \times 3 = a \times 3$.

3.- Producto de dos igualdades.- Multiplicando miembro a miembro varias igualdades, resulta otra igualdad.

Ejemplo:

$$a = b$$

$$c = d$$

$$\text{resulta } ac = bd$$

LEY CONMUTATIVA.- El orden de los factores (se trate de dos factores o de más de dos factores) no altera el producto.

Ejemplo:

$$6 \times 4 = 4 \times 6$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 4 \times 2 \times 5 \times 3$$

LEY ASOCIATIVA.- El producto de varios números no varía sustituyendo dos o más factores por su producto.

Ejemplo:

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$(2 \times 3) \times 4 \times 5 = 120$$

$$6 \times 4 \times 5 = 120$$

$$(2 \times 3) \times (4 \times 5) = 120$$

$$6 \times 20 = 120$$

LEY DISOCIATIVA.- El producto de varios números no varía descomponiendo uno o más factores en dos o más factores.

Ejemplo:

$$8 \times 5 \text{ . Puesto que } 8 = 4 \times 2, \text{ se tiene}$$

$$\text{que } 8 \times 5 = 4 \times 2 \times 5$$

LEY DE MONOTONÍA.- Consta de dos partes:

1.- Multiplicando miembro a miembro desigualdades del mismo sentido e igualdades, resulta una desigualdad del mismo sentido que las dadas.

Ejemplo:

$$5 > 3$$

$$6 = 6$$

$$5 \times 6 > 3 \times 6$$

$$30 > 18$$

2.- Multiplicando miembro a miembro varias desigualdades del mismo sentido, resulta una desigualdad del mismo sentido que las dadas.

Ejemplo:

$$7 > 3$$

$$8 > 2$$

$$7 \times 8 > 3 \times 2$$

$$56 > 6$$

LEY DISTRIBUTIVA.- La multiplicación es distributiva respecto de la adición y de la sustracción por lo que se contemplan los siguientes casos.

1.- Producto de una suma por un número.- Para multiplicar una suma indicada por un número, se multiplica cada sumando por este número y se suman los productos parciales.

Ejemplo:

$$(5 + 4) \times 2 = 5 \times 2 + 4 \times 2 = 10 + 8 = 18$$

2.- Producto de una resta por un número. Para multiplicar una resta indicada por un número, se multiplican el minuendo y el sustraendo por este número y se restan los productos parciales.

Ejemplo:

$$(8 - 5) \times 3 = 8 \times 3 - 5 \times 3 = 24 - 15 = 9$$

6.4. División

“La división es una operación inversa de la multiplicación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor), hallar el otro factor (cociente)”⁽¹⁴⁾.

6.4.1. Términos o elementos

A) **DIVIDENDO**.- Producto de dos factores.

B) **DIVISOR**.- Factor conocido.

C) **COCIENTE**.- Factor desconocido. Indica las veces que el dividendo contiene al divisor.

SIGNO: El signo de la división es \div ó una rayita horizontal o inclinada colocada entre el dividendo y el divisor.

Así, la división de D (dividendo) entre d (divisor) y siendo c el cociente, se indica de los tres modos siguientes:

$$D \div d = c \qquad \frac{D}{d} = c \qquad D/d = c$$

Dividir un número (dividendo) entre otro (divisor) es hallar un número (cociente) que multiplicado por el divisor dé el dividendo.

Ejemplo: Dividir 20 entre 4, es hallar el número que multiplicado por 4 dé 20. Este número es 5, entonces $20 \div 4 = 5$

Cociente.- "Etimológicamente la palabra cociente significa cuántas veces" ⁽¹⁵⁾. El cociente por tanto indica las veces que el dividendo contiene al divisor.

DIVISIÓN EXACTA.- La división es exacta cuando existe un número entero que multiplicado por el divisor da el dividendo, es decir, cuando el dividendo es múltiplo del divisor.

Ejemplo: $24 \div 3 = 8$, es exacta, porque $8 \times 3 = 24$

DIVISIÓN ENTERA O INEXACTA.- Cuando no existe ningún número entero que multiplicado por el divisor dé el dividendo, la división es entera o inexacta.

Ejemplo: $23 \div 6$, es entera o inexacta porque 23 no es múltiplo de 6, pero se tiene que: $3 \times 6 = 18 < 23$ y $4 \times 6 = 24 > 23$, lo que indica que el cociente exacto de $23 \div 6$ es mayor que 3 y menor que 4. En este caso 3 es el cociente por defecto y 4 el cociente por exceso.

Tomando como ejemplo la división anterior, se puede señalar que si el cociente por defecto es 3 y restamos al dividendo el producto de este último con el divisor, el resultado: 5 es el residuo por defecto. Si de la misma división encontramos que el cociente por exceso es 4 y multiplicamos este por el divisor y a su vez a este producto le restamos el dividendo, se encontrará que la diferencia 1 es el residuo por exceso.

6.4.2. Leyes de la división

Las Leyes de la División exacta son tres: Ley de Uniformidad, Ley de Monotonía y Ley Distributiva.

LEY DE UNIFORMIDAD.- Esta ley puede enunciarse de dos modos:

1.- El cociente de dos números tiene un valor único o siempre es igual:

Ejemplo:

$32 \div 4$ tiene un valor único, porque 8 es el único número que multiplicado por 4 da 32.

2.- Puesto que dos números iguales son el mismo número, se tiene que: Dividiendo miembro a miembro dos igualdades, resulta otra igualdad.

Ejemplo:

$$d = e$$

$$f = g \text{ entonces } d \div f = e \div g$$

LEY DE MONOTONÍA.- Consta de tres partes:

1.- Si una desigualdad (dividendo) se divide entre otra igualdad (divisor), siempre que la división sea posible, resulta una desigualdad del mismo sentido que la desigualdad del dividendo.

Ejemplo:

$$12 > 6$$

$$2 = 2$$

$$12 \div 2 > 6 \div 2$$

$$6 > 3$$

2.- Si una igualdad (dividendo) se divide entre una desigualdad (divisor), siempre que la división sea posible, resulta una desigualdad en sentido contrario que la desigualdad del divisor.

Ejemplo:

$$18 = 18$$

$$6 > 3$$

$$18 \div 6 < 18 \div 3$$

$$3 < 6$$

3.- Si una desigualdad (dividendo) se divide entre otra desigualdad de sentido contrario (divisor), siempre que la división sea posible resulta una desigualdad del mismo sentido que la desigualdad del dividendo.

Ejemplo:

$$24 > 12$$

$$3 < 6$$

$$24 \div 3 > 12 \div 6$$

$$8 > 2$$

LEY DISTRIBUTIVA DE LA DIVISIÓN.- Recordemos que hay una relación de la multiplicación con la adición y la sustracción expresada por la propiedad distributiva. De manera limitada la división también tiene una propiedad distributiva, pero es preciso tener cuidado al utilizarla, porque la división no es conmutativa y, por consiguiente no es de esperar que $a \div (b + c)$ sea lo mismo que $(b + c) \div a$. Algunos casos en los que se aplica esta Ley son:

1.- Cociente de una suma entre un número.- Para dividir una suma indicada entre un número, se divide cada sumando entre este número y se suman los cocientes parciales.

Ejemplo:

$$(9 + 6) \div 3 = 9 \div 3 + 6 \div 3 = 3 + 2 = 5$$

2.- Cociente de una resta entre un número.- Para dividir una resta indicada entre un número se dividen el minuendo y el sustraendo y se restan los cocientes parciales.

Ejemplo:

$$(20 - 15) \div 5 = 20 \div 5 - 15 \div 5 = 4 - 3 = 1$$

3.- Cociente de un producto entre un número.- Para dividir un producto indicado entre un número, se divide uno solo de los factores del producto por dicho número.

Ejemplo:

$$(6 \times 5) \div 2 = (6 \div 2) \times 5 = 3 \times 5 = 15$$

4.- Cociente de un producto entre uno de sus factores.- Para dividir un producto entre uno de sus factores, basta suprimir ese factor en el producto.

Ejemplo:

$$(4 \times 8) \div 8 = 4$$

6.4.3. Procedimiento usual para dividir

Cuando se divide con el procedimiento usual, se dividen por separado los millares, las centenas, las decenas y las unidades.

	M	C	D	U
19	1	6	8	3

Cuando la cantidad de millares no alcanza para ser dividida, se desagrupan los millares y se forman centenas, mismas que se deben juntar con las centenas que ya se tenían. Este proceso de desagrupamiento se sigue haciendo hasta que se puede empezar a dividir (si las centenas no alcanzan para repartirse, se convierten a decenas y si es necesario éstas a unidades).

7. DESARROLLO DE LA INTELIGENCIA SEGÚN PIAGET

Después de haber conceptualizado brevemente las operaciones aritméticas anteriores, se procederá a describir, en forma resumida el proceso de desarrollo de la inteligencia, según Piaget, por considerarse necesario su conocimiento para el adecuado planteamiento de estrategias que conduzcan al logro de los objetivos de este Trabajo.

Piaget divide la secuencia del desarrollo de la inteligencia, en períodos cuya duración establece en virtud de criterios cronológicos de edad. Estas edades sin embargo, cabe aclarar, deben ser consideradas como líneas de guía calculadas en términos medios con relación al desarrollo del niño, ya que pueden existir niños que no alcanzan el final de la secuencia de desarrollo y niños que alcanzan un estadio dado antes o después que otros.

Según Piaget, los periodos de desarrollo de la inteligencia son:

7.1. I Desarrollo del pensamiento sensorio-motriz

Desde el nacimiento hasta los dos años aproximadamente ⁽¹⁶⁾.

Las características generales del niño en este período son:

-El pequeño, no tiene conocimiento del mundo ni de sí mismo.

-Sus modelos innatos de conducta se ejercitan en el medio ambiente y son modificados por la naturaleza de las cosas sobre las que el niño actúa.

-Con la actividad del niño sobre los objetos van coordinándose sus sistemas sensorio-motores.

-Gradualmente va construyendo modelos de acción interna con los objetos que le rodean. Ejemplo:

Hace discriminaciones sencillas entre los objetos succionables.

-Adquiere la conservación de objetos.

-Prevé ciertos acontecimientos. Ejemplo: Si la puerta se abre es señal de que alguien va a aparecer.

-Su conducta es exploratoria.

7.2. II Periodo preoperatorio

De los dos años a los seis años de edad aproximadamente.

Las características generales del niño en este período son:

-Su pensamiento es simbólico, los objetos y los hechos existen dentro del modelo mental a manera de réplicas, estas réplicas se consideran símbolos.

-Como consecuencia del pensamiento simbólico aparece el lenguaje, pero no en el sentido conceptual, ya que el niño puede utilizar una misma palabra para referirse a personas, animales o cosas diferentes. Ejemplo: la palabra 'papá', puede usarla para referirse a su padre, al lechero, cartero, tío, etc.

-Su pensamiento tiene formas distintas como:

a) La Trasducción.- El niño hace afirmaciones de implicaciones. Ejemplo: Papá está poniendo agua caliente, así que se va a afeitar.

b) La Yuxtaposición.- "Es el fenómeno según el cual el niño resulta incapaz de hacer de un relato o de una explicación un todo coherente, y por el contrario, tiene tendencia a pulverizar el todo en una serie de afirmaciones fragmentarias e incoherentes. Estas afirmaciones son yuxtapuestas en la medida en que no existen entre ellas vinculaciones causales o temporales, ni vinculaciones lógicas" ⁽¹⁷⁾. Ejemplo:

ADULTO.- ¿Por qué no se cae el sol?

NIÑO (edad: 5 años y medio)-Porque hace calor. El sol se queda ahí.

ADULTO- Y éso ¿Cómo?

NIÑO.- Porque es amarillo ⁽¹⁸⁾

c) El Sincretismo.- Característica que se puede explicar como la tendencia espontánea del niño a percibir visiones globales en lugar de discernir detalles.

d) La Centración.- Que puede explicarse como la fijación del niño en un aspecto determinado, por ejemplo, en un experimento en el que se le pide al niño que determine en dos conjuntos dispuestos en filas, si hay más o hay menos, el niño centra su juicio en el largo de la fila que ve, es decir se centra sólo en un aspecto: longitud y descuida el otro: número.

e) El Egocentrismo.- Tipo de pensamiento que se caracteriza porque el pequeño cree que lo inanimado tiene sentimientos como los suyos, y también que sus pensamientos tienen potencia para cambiar los hechos.

7.3. III Periodo de las operaciones concretas

De los siete a los doce años de edad aproximadamente.

Las características generales del niño en esta etapa son:

-La interacción social con otros niños provoca en él una forma comunitaria de pensamiento.

-La unidad principal del intercambio social es el lenguaje.

-Desaparecen el preconcepto, la trasducción, la yuxtaposición, el sincretismo, la centración.

-El pequeño es capaz de dar un concepto sobre un objeto con base a sus características, Ejemplo:
de un cuchillo, porque tiene filo, es frío, brilla, etc.

-Hace afirmaciones sin implicaciones.

-Reúne las partes relacionándolas con el todo.

-Relaciona el todo con las partes.

-Comienza a pensar en los términos de una transformación más que en estados separados incone-

xos.

-Desaparece el egocentrismo, empieza a darse cuenta de que las propiedades de las cosas, como el movimiento por ejemplo, no dependen de él.

-Adquiere la capacidad de operar con clases, Ejemplo: en un conjunto de cuentas de madera amarillas y blancas, puede distinguir la 'clase amarillas' de la 'clase blancas' e identificar ambas clases como pertenecientes al conjunto o clase 'de madera' (compara la parte con el todo) ⁽¹⁹⁾.

-Llega a tener en el transcurso de este periodo la habilidad para operar con relaciones, pudiendo distinguir más adelante por ejemplo, que existe la misma cantidad de agua en dos recipientes (uno ancho y uno angosto), aún cuando al llenarlos observe que la altura de los líquidos es diferente en cada uno de ellos.

-También durante esta etapa llega a poseer las conservaciones de número, clase, longitud, anchura, área y volumen ⁽²⁰⁾. Este concepto de conservación se refiere a que el niño tiene la comprensión de que ciertos aspectos de una condición cambiante, son invariables, es decir, permanecen a pesar de los cambios.

-La conservación de número, se llega a dar en este periodo que corresponde al tercero de los estadios por los que el niño atraviesa para llegar a esta conservación, (El niño llega a la conservación de número en tres estadios: El primero, tiene lugar entre los cuatro y cinco años de edad; en él no hay conservación franca de número, hay ausencia de correspondencia término a término y evaluación global de las colecciones. El segundo, se da entre los cinco y seis años y medio de edad aproximadamente, es una etapa intermedia entre la no conservación y la conservación de número, en él hay establecimiento de correspondencia término a término, pero sin equivalencia durable. El tercero, operatorio, sucede a partir de

los seis años y medio de edad aproximadamente, en él se llega a la conservación de número, la equivalencia término a término asegura la equivalencia numérica durable, independientemente de las transformaciones en la disposición espacial de los elementos. Esta conservación de número, está íntimamente ligada a las operaciones lógicas de clasificación y seriación, ya que, cuando pensamos en un número, por ejemplo: 8, imaginamos conjuntos de 8 elementos y los separamos de los de 7, 5 ó 9 elementos, es decir realizamos una clasificación; también al pensarlo, no lo hacemos sólo como propiedad numérica de un conjunto, sino que también pensamos en el 8 como un número que tiene una unidad más que el 7 y una menos que el 9, es decir pensamos en ese número como un rango en una serie, ésto es, pensamos en una seriación) ⁽²¹⁾.

-Su pensamiento adquiere la característica de la reversibilidad: "Llamaremos reversibilidad a la capacidad de ejecutar una misma acción, en los dos sentidos de recorrido, pero teniendo conciencia de que se trata de la misma acción. Esa reversibilidad representa también un aspecto implicativo o lógico: una operación reversible es una operación que admite la posibilidad de una inversa. La reversibilidad verdadera es el descubrimiento de la operación inversa como operación" ⁽²²⁾. La reversibilidad con clases la adquiere al realizar una acción opuesta que contrarresta la primera. La reversibilidad, por su parte se adquiere al realizar una segunda acción, que compensa la primera ⁽²³⁾.

-Llega a ser capaz de operar con los sistemas de símbolos del lenguaje y las Matemáticas, puede por ejemplo, organizar palabras para formar clases y puede referir matemáticamente números sumándolos o restándolos ⁽²⁴⁾.

- "Por lo que respecta a las operaciones de multiplicación y división solamente las puede desarrollar una vez que en él se haya establecido firmemente la conservación de número" ⁽²⁵⁾

7.4. IV Periodo de las operaciones formales

De los once años aproximadamente hasta la adolescencia.

Las características generales del niño en esta etapa son:

-El niño ya no es dominado por la información producida por sus observaciones y experimentaciones. Ha creado un método con qué afrontarlas. Es este método de tratar la información lo que conduce a la naturaleza de las operaciones formales.

-Cuando investiga en su medio puede utilizar: la hipótesis, la experimentación, la deducción.

-Puede razonar desde lo particular a lo general y a la inversa.

-Ya no está sujeto a su medio, pues está llevando a cabo acciones con operaciones formales, no con el medio directamente.

8. CONSIDERACIONES PEDAGÓGICAS

Además de considerar la Teoría Psicogenética del Desarrollo de la Inteligencia de Piaget, por los motivos mencionados anteriormente, es conveniente considerar que:

A) El niño ha de construir su propio conocimiento matemático, redescubriendo los conceptos, las leyes y las propiedades matemáticas. Este redescubrimiento ha de lograrse mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y el diálogo permanente con los otros niños, para llegar a la simbolización de los conceptos.

B) En este trabajo de acción-reflexión, el alumno con ayuda del maestro irá elaborando sus conceptos matemáticos; si se le deja solo, tal vez tarde mucho en hacerlo.

La ayuda del maestro debe consistir en estimular la reflexión del niño a través de cuestionamientos que lo lleven a obtener conclusiones y conocimientos.

C) Cuando en la enseñanza de las Matemáticas se habla de la acción sobre los objetos, ésta se refiere a la manipulación de ellos por parte de los niños.

D) La tarea de accionar sobre los objetos va orientada a otras: la abstracción y la simbolización de los objetos, por lo que es importante señalar que la acción concreta ha de realizarse cada vez que el niño tenga que elaborar un concepto nuevo, pues una vez elaborado este concepto, estará capacitado para trabajar con su representación simbólica y para manejarlo en la construcción de nuevos conocimientos, e irá estructurando su pensamiento matemático desligándose paulatinamente del manejo de elementos concretos, para así trabajar conceptos y relaciones cada vez más abstractos. Esta abstracción de los objetos se irá modificando en función de la experiencia matemática acumulada.

E) Las dificultades para resolver cuestiones matemáticas comienzan precisamente cuando se empieza a trabajar con símbolos, pues a las dificultades naturales para aprender un concepto, algoritmo o relación, se añade la dificultad de recordar el significado de símbolos y la decodificación de los mismos.

F) El primer paso para llegar a la abstracción de un concepto ha de ser siempre el trabajo concreto, al que debe seguir la sistematización del concepto o algoritmo mediante los siguientes pasos que llevarán a la vez a la abstracción: 1) Verbalización espontánea del niño, es decir la expresión de conclusiones propias acerca del trabajo matemático realizado y el comentario e intercambio con los demás . 2) La traducción de las conclusiones propias a un lenguaje más formal con ayuda del maestro. 3) La introducción y explicación de símbolos. 4) La utilización de la expresión simbólica del concepto o algoritmo elaborado en otras tareas matemáticas.

G) Habrá de valorarse en qué casos y en qué momentos se hace necesaria la simbolización, para no caer en el abuso de ésta.

H) Una de las dificultades más grandes con que se enfrentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas es la resolución de problemas , por el grado de abstracción que implican, por lo que es conveniente que éstos, en una primera etapa , se escuchen, se expresen oralmente y se resuelvan con la ayuda de objetos, expresando oralmente también las soluciones, para luego en una segunda etapa, se escriban, se realice la expresión simbólica de la relación entre los datos, se lleve a cabo la resolución algorítmica primero apoyada con objetos y después sin ellos para finalmente llegar a la expresión simbólica de la solución.

9. CONTRASTACIÓN

En este apartado hablaré acerca de mi Práctica Docente, actividad que principié en el año de 1979, al haber terminado mis estudios en la Escuela Nacional de Maestros.

Enfoqué mi práctica como maestra durante muchos años en la forma tradicional de trabajo que desde niña me había sido siempre familiar, porque en ella fui educada. En esta escuela tradicionalista crecí, y si bien, en muchos aspectos sentía que no llenaba mis aspiraciones de estudiante, también me parecía que la preparación que había logrado adquirir en ella no era mala. Por consiguiente, me pareció siempre lo más pertinente comportarme como los buenos maestros que había tenido a lo largo de mi carrera estudiantil. Estos tenían como regla de oro la disciplina (casi militar). Ellos eran los portadores del saber y nosotros sus alumnos éramos personas que veníamos a aprender de sus saberes. Nuestro papel era más bien un papel pasivo, es decir, escuchábamos, tomábamos nuestros apuntes, los estudiábamos, algunas veces preguntábamos algo y nuestros maestros nos respondían. Nuestro papel activo se limitaba a hacer algunas preguntas, participar en algún homenaje cívico o concurso, hacer algún trabajo manual y uno que otro experimento, pero nada más.

Por su parte los maestros a los que me refiero, preparaban excelentes clases, escogían buenos materiales didácticos y nos procuraban también, buenas excursiones en las que teníamos contacto con las culturas antiguas, el arte, etc.

Nos enseñaban a permanecer en silencio mientras ellos explicaban y también a trabajar en cuadernos y libros del mismo modo, sin embargo, se involucraban en forma personal con nosotros ya que se interesaban por nuestros problemas y por nuestros progresos y fracasos escolares. Este es el modelo que

yo adopté para trabajar con los niños de mi escuela primaria, yo enseñaba y ellos aprendían, hablaba y ellos escuchaban en silencio, permitía que me preguntaran sus dudas y respondía a ellas tratando de prepararme siempre lo mejor posible para hacerlo. Los padres de familia estaban satisfechos con mi trabajo, tenía fama de sacar buenos grupos. Los alumnos al principio del año me temían un poco, pero al finalizar el curso escolar llegaban a ser buenos amigos míos y me saludaban con respeto.

De esta manera me conduje siempre y aunque no me parecía una mala forma la realización de mi trabajo, me daba cuenta de que algo me faltaba. Siempre había en mis grupos dos o tres alumnos a los que no les llenaba mi forma disciplinada de ser, a los que no les bastaba mi sabiduría, a los que no les convenía solo escuchar mis palabras y eso me preocupaba. Quería rescatarlos de alguna forma, pero no sabía como hacerlo. Temía dejarlos hacer, por miedo a perder la disciplina del grupo, pensaba que todo se saldría de mi control, que las clases decaerían. Pero a pesar de mis temores, sabía que eran mi responsabilidad y que tenía que hacer algo para que su experiencia en mi aula no fuera una mala experiencia, sino una experiencia que los invitara a seguir preparándose. Fue entonces, que platicando con una maestra de la escuela acerca de mis inquietudes, me enteré de que había una Licenciatura en la U. P. N. y decidí inscribirme en ella con el deseo de encontrar respuesta a mis dudas. El ingreso a esta Licenciatura, marcó el cambio en mi práctica docente, porque lo que en ella he aprendido ha dejado una marca en mi trabajo para siempre. Aprendí como aprenden los niños, entendí que los niños están aprendiendo siempre y que la mayor parte de las veces, cuando nosotros como maestros creemos que no lo hacen, es porque no estamos poniendo a su alcance el ambiente, la actitud, y las actividades adecuadas.

Me di cuenta de que el niño tiene que tener una parte activa y no pasiva en la escuela, y de que no sólo viene a aprender sino de que también enseña; gracias a ello, he podido mejorar mi práctica en bene-

ficio de ellos y he dejado atrás el viejo esquema del maestro activo y el alumno pasivo. Este nuevo cambio me ha motivado a hablar con los padres de familia, para tratar de invitarlos a que participen en la educación de sus hijos en forma activa también. Desgraciadamente, no en todos los casos he podido convencerlos. Esta misma invitación la he hecho a mis compañeros maestros como Apoyo Técnico de la Escuela y con el apoyo de la Directora empezamos a ver algunos cambios en los salones de clase, procurando, por ejemplo, que al niño se le enseñen las matemáticas en forma objetiva y que el pequeño de primer grado no sólo vea los números en el pizarrón, sino que tenga la opción de trabajar los conjuntos numéricos con materiales concretos como semillas. Que los alumnos al trabajar problemas matemáticos los actúen con la finalidad de que se les facilite su comprensión. Que los alumnos de cuarto grado aprendan a dividir con nuevas estrategias que les permitan ir construyendo paulatinamente su conocimiento. Que los maestros revisen sus planeaciones y busquen en la evaluación más que un mecanismo para promover o no al alumno, un instrumento que les ayude a implementar nuevas acciones que ayuden a consolidar los conocimientos en los niños.

10. ESTRATEGIAS

10.1. Introducción

Cualquier operación aritmética se puede resolver de muchas maneras distintas, ejemplo: $260 \div 85$

$$260 - 85 = 175 - 85 = 90 - 85 = 5$$

1 2 3

$$85 + 85 = 170 + 85 = 255 \quad 260 - 255 = 5$$

1 2 3

$$85 * 1 = 85 \quad 85 * 2 = 170 \quad 85 * 3 = 255 \quad 85 * 4 = 340$$

$$260 - 255 = 5$$

RESULTADO: 3 Y SOBRAN 5

Los procedimientos que usamos en la actualidad para resolver operaciones, se han desarrollado a lo largo de muchos años, debido a la necesidad de hacer cuentas con números grandes de forma rápida. Son por tanto procedimientos que contienen muchas abreviaturas, por eso, cuando ya se dominan resultan rápidos de aplicar pero difíciles de comprender.

¿Cómo enseñar entonces las operaciones, y en el caso particular de esta Propuesta las divisiones?

En el espacio escolar se dedican muchas horas y esfuerzo a que los alumnos dominen un procedimiento para dividir y después menos tiempo para que sean capaces de aplicar esta operación en la resolución de problemas. Lo que resulta de esta práctica es que casi siempre los alumnos aprenden a hacer las mecanizaciones pero fracasan al resolver los problemas. Para que ésto no suceda y los alumnos logren comprender y usar las operaciones en la resolución de problemas, es necesario que desde un principio resuelvan problemas y poco a poco posteriormente mejoren la manera de hacer las operaciones, en este caso las divisiones.

Para ello hay que considerar que:

A) Los alumnos siempre tienen conocimientos para resolver un problema de división, aún antes de conocer el algoritmo, ya que, pueden hacerlo dibujando, sumando, restando, multiplicando.

B) Que estos procedimientos no usuales, aunque sean a veces largos, son la base a partir de la cual los alumnos pueden comprender la operación de la división y así pueden desarrollar mejores maneras de hacerla.

C) Es conveniente resolver problemas de división con frecuencia para favorecer que los pequeños identifiquen los problemas que se resuelven con esta operación aritmética.

D) Que es adecuado a partir de cierto momento aumentar el tamaño de los números para propiciar que los niños abandonen procedimientos muy largos.

E) Es importante que se les sugieran a éstos modos de abreviar sus procedimientos y al final se les enseñen los procedimientos usuales como una forma más de resolver problemas de división.

F) Es prudente también, que se les invite a anticipar el resultado (más grande o más chico) y se les permita trabajar en equipos haciendo una revisión grupal que permita a los niños ver distintas maneras de resolver un problema de división además de identificar y corregir sus errores.

Considerando lo anterior, se proponen las siguientes estrategias que se relacionan con los propósitos generales del nuevo enfoque establecido por la S.E.P. para la enseñanza de las Matemáticas en el Programa de Educación Primaria que entró en vigor a partir de 1993 y que son:

" Que los alumnos adquieran conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollen: "

"-La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas"

"-La capacidad de anticipar y verificar resultados."

"-La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones."

"-El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias."⁽⁶⁾

Asimismo las actividades sugeridas en este trabajo tienen relación con el Eje : Los números, sus relaciones y sus operaciones, que establece en el Programa de Cuarto Grado , en cuanto a los números naturales se refiere, que el alumno de este año aprenda a:

"-Plantear y resolver problemas de división, mediante diversos procedimientos."

"-Utilizar el algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras." ⁽²⁶⁾

Cabe señalar que las estrategias propuestas a continuación, están organizadas tomando en cuenta las consideraciones pedagógicas de este trabajo, en las que se señala que el niño ha de construir su propio conocimiento matemático redescubriendo los conceptos mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y el diálogo permanente con otros niños para llegar a la simbolización de los conceptos, es decir, que han sido diseñadas en una secuencia que permite al niño llegar a la abstracción de éstos paulatinamente, principiando con actividades que le permiten manejar la división primeramente con materiales concretos para llegar finalmente a la simbolización y uso de su algoritmo.

El maestro debe trabajar con estas estrategias, estimulando la reflexión del niño a través de cuestionamientos que lo lleven a obtener conclusiones y conocimientos. A fin de facilitarle la planeación y uso de las estrategias en su labor docente, se muestra en la página siguiente una tabla de referencia cruzada entre propósitos generales y las estrategias del presente trabajo que servirán de guía al docente para el uso de esta Propuesta.

11. ESTRATEGIA NO. 1

NOMBRE: "El que parte y recomparte"

MATERIAL: 400 frijoles para todo el grupo.

OBJETIVO: "El alumno reflexione sobre el hecho de que la división es un reparto condicionado, empiece a anticipar resultados de pequeñas divisiones y compare sus anticipaciones con los resultados obtenidos"

DESARROLLO: Se forman 7 equipos de 5 niños cada uno y uno de 3 niños. A cada equipo se le dan 33 frijoles. El maestro les pide que se repartan los frijoles como ellos quieran, si los niños le preguntan si debe tocarles a cada uno la misma cantidad, el maestro les dice que el reparto es libre, es decir que no hay ninguna condición más que la de repartir. Cuando los equipos terminan de repartirse los frijoles, el maestro les pide que expongan a los demás la forma en que lo hicieron y les hace notar que como no hubo condiciones, los equipos llegaron a resultados diferentes, y que todos son válidos. A continuación les pide que vuelvan a repartirse el material, pero con la condición de que a todos les toque igual número de frijoles. Los equipos al terminar exponen a sus compañeros como lo hicieron, el maestro les señala, el hecho de que nuevamente hubo muchas formas de hacerlo. Posteriormente les pide que nuevamente se repartan el material, pero que ahora habrá dos condiciones para el reparto: 1º que a todos les toque igual y 2º que sobre lo menos posible. Cuando terminan esta actividad cada equipo pasa a exponer sus resultados explicando las estrategias que empleó para hacer el reparto, el maestro los hace reflexionar sobre el hecho de que todos llegaron al mismo resultado al establecerse estas dos condiciones (Nota.- En el equipo de tres niños se incorporaron el maestro y el director).

El maestro comenta con los alumnos que la división es un reparto condicionado como el que acababan de efectuar y los invita a resolver por equipos de 2, 3, 4 y 5 niños, las siguientes divisiones haciendo uso de su material concreto (frijoles): 33 frijoles entre 2 niños (para que la resuelvan los equipos de 2 alumnos), 29 frijoles entre 3 niños (para que la resuelvan los equipos con 3 alumnos), 42 frijoles entre 4 niños (para que la resuelvan los equipos de 4 alumnos) y 47 frijoles entre 5 niños (para que la resuelvan los equipos de 5 alumnos). (Nota.- Se hacen 3 equipos de 2 niños, 3 de 3 niños, 2 de 4 niños y 3 de 5 niños). Antes de que inicien su trabajo el docente invita a los alumnos a anticipar los resultados de sus divisiones y los anota en el pizarrón, les indica también que además de hacer uso de su material concreto pueden hacer los dibujos o las cuentas que quieran para llegar al resultado. Al término de esta actividad, cada equipo explica a los demás como llegó a su resolución, compara ésta con la del equipo que obtuvo la respuesta de una división similar, observa si el resultado que anticipó era más chico o más grande que el que obtuvo.

OBSERVACIONES: Como el maestro lo indicó, los alumnos trabajaron en equipos. Cuando el reparto se hizo en forma libre, los equipos optaron por repartirse de uno en uno o de dos en dos el material, procurando que a todos les fuera tocando igual, a pesar de que el maestro no había especificado ninguna condición. Cuando se hizo la revisión de los repartos y se comentó sobre el hecho de que no había condiciones para hacerlos, los alumnos, al darse cuenta de que en todos los equipos el procedimiento para repartirse el material había sido el mismo, pidieron al maestro una segunda oportunidad de realizar la actividad. En esta segunda ocasión lo hicieron de manera diferente, quedando algunos miembros del equipo con más frijoles que otros.

Al establecerse la primera condición en los repartos, es decir, la de que a todos les tocara igual, los equipos optaron nuevamente por ir repartiendo de uno en uno o de dos en dos los frijoles a cada uno de sus integrantes; sólo en dos equipos repartieron en forma distinta el material: en uno, cada integrante quedó con un frijol dejando los restantes sobre su pupitre, en otro cada elemento del equipo recibió 4 frijoles, guardando los que quedaron el jefe del mismo. El maestro preguntó a los equipos si la actividad que habían realizado había sido correcta aunque en algunos equipos los repartos difirieran y si sabían por qué estaba bien realizado su trabajo, a lo que éstos respondieron que estaba bien ejecutado porque habían cumplido con la condición de tener todos igual. Finalmente al establecerse las dos condiciones (que a todos les tocara igual y que sobrara lo menos posible), todos los equipos repartieron de uno en uno o de dos en dos sus materiales llegando al mismo resultado: 6 frijoles a cada integrante quedando 3 sin repartir. Cuando se hizo el comentario de que la división es un reparto que cumple con estas condiciones, uno de los alumnos hizo la observación de que ahora comprendía por qué el residuo de una división siempre debe ser un número más pequeño que el del divisor.



Foto 1. Repartiendo frijoles

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo de manera cualitativa observando el trabajo realizado por los niños en los equipos, la forma en que ellos mismos retomaban la actividad cuando se daban cuenta de que era necesario hacerlo, escuchando sus respuestas y reflexiones sobre el trabajo realizado, tal y como ocurrió con la reflexión del pequeño acerca del residuo de la división. El trabajo realizado fue satisfactorio, al final de la estrategia los pequeños lograron comprender que una de las funciones de la división es la de repartir, con dos condiciones: que el reparto sea equitativo y que la cantidad que sobra, en los casos que así suceda, debe ser lo más pequeña que se pueda.

12. ESTRATEGIA NO: 2

NOMBRE: "¿ Cuántas veces caben ?"

MATERIAL: 50 frijoles por equipo.

OBJETIVO: "El alumno resuelva problemas en los que se necesita saber cuántas veces cabe una cantidad en otra y construya la idea de reparto y división".

DESARROLLO: Se organizan 7 equipos de 5 niños y 1 equipo de 4 alumnos. El maestro les dice a los equipos , que a cada uno le serán entregados 50 frijoles, para que con ellos hagan 4 montones, pero que antes de que les entregue el material, cada equipo deberá anticipar el número de frijoles que cree que habrá en cada montón, así como el número de frijoles que cree que le sobrarán al hacerlo. También les indica que podrán usar las estrategias que más les parezcan para encontrar el resultado tales como: dibujo, cálculo mental , operaciones, etc. Cuando cada equipo tenga sus resultados, pasará a anotarlos en el pizarrón y los expondrá a los demás, explicando sus procedimientos . El profesor hará observar a los alumnos cuáles de los procedimientos empleados por los equipos son los más rápidos, después les entregará su material concreto para que verifiquen sus resultados y anticipaciones.

OBSERVACIONES: Cuando el maestro invitó a los niños a hacer sus anticipaciones, la gran mayoría decidió utilizar el dibujo para realizar el cálculo, un equipo utilizó plastilina que había usado en un trabajo de Artes Plásticas haciendo pequeñas bolitas, otro hizo restas para llegar al resultado y uno más usó la división. Casi todos los equipos acertaron en su cálculo, el que utilizó la resta como procedimiento no acertó y sus compañeros opinaron que su procedimiento al igual que el de los que habían dibujado era

muy tardado, en cambio concluyeron que era más rápido usar la división para efectuar el cálculo de el número de frijoles que deberían ponerse en los 4 montoncitos.



Foto 2. ¿Cuántas veces cabe?

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo de manera cualitativa, observando el trabajo realizado por los niños en los equipos y escuchando sus participaciones, en las cuales expusieron que los procedimientos empleados con plastilina, resta y dibujo eran más tardados para efectuar el cálculo del número de frijoles que deberían de ponerse en cada uno de los montoncitos. La actividad realizada fue satisfactoria y los niños concluyeron que para saber cuántas veces cabe una cantidad en otra la forma más fácil de hacerlo es usar la división.

13. ESTRATEGIA NO. 3

NOMBRE: Dividir para medir.

OBJETIVO: Formar en el niño la noción de que para medir se requiere la subdivisión de cierta unidad de referencia, estimar cuántas veces cabe una longitud en otra

MATERIALES: Cintas de cartulina de alrededor de 1 m. de largo, cada una con longitud diferente a las demás por algunos centímetros. Cintas de cartulina de 10 cm. de largo y de 1 cm. de largo. Lápices. Una regla de cartoncillo de 50 cm y tijeras para cada equipo.

DESARROLLO: Formar equipos de tres a cinco niños. Colocar en el piso una cinta de cartulina de aprox. 2 m. de largo por cada equipo, numerándolas. Solicitar a cada equipo que estimen el orden de las cintas según su longitud, de menor a mayor, anotando su estimación.

Asignar una cinta a cada equipo y proporcionarles un lápiz y una cinta de 10 cm. de largo, solicitando que marquen una línea sobre la cinta que les fue asignada cada vez que quepa la cinta de 10 cm. en ella. Repetir la estimación de orden.

Proporcionar a cada equipo una cinta de 1 cm. de largo, solicitando que marquen una línea sobre el último tramo de la cinta que les fue asignada cada vez que la cinta de 1 cm. quepa en ella. Repetir la estimación de orden y discutir los resultados para llegar a una conclusión, exponer las conclusiones de cada equipo.

Como actividad complementaria, el docente enseña a los equipos una tira de 50 cm. de largo por 2 de ancho y les dice que la van a recortar en pedazos de 4 cm. de largo, pero que, al igual que en la activi-

dad anterior, cada equipo deberá anticipar sus resultados los cuales volverán a ser anotados por el maestro en el pizarrón, de igual forma les indicará que será válido usar los procedimientos que cada equipo estime más pertinentes . Nuevamente todos los equipos expondrán los procedimientos usados a los demás observando cuáles de ellos fueron los más rápidos. Finalmente cada equipo recibirá su tira de 50 cm y la recortará en pedazos de 4 cm. para verificar sus resultados y anticipaciones . El maestro comentará con los alumnos que en cada caso se repitió una cantidad dentro de otra varias veces.

OBSERVACIONES: Cada equipo pasó al pizarrón a escribir sus estimaciones sobre el orden en que debían de colocarse las cintas , luego cada equipo recibió su respectiva cinta para medir, primero con el decímetro y después con el centímetro, hasta llegar a calcular correctamente la longitud de la cinta que le fue asignada. Partiendo de las longitudes encontradas, nuevamente ordenaron las cintas, comparando el resultado obtenido con sus estimaciones previas, al estar haciendo las divisiones de 10 en 10 cm primero y de 1 cm en 1 cm posteriormente en cada una de las cintas los niños se percataron de que tanto el decímetro como el centímetro cabían varias veces dentro de ellas, también se dieron cuenta de que realizaban divisiones o marcas en su interior, de igual longitud. Cuando realizaron la actividad complementaria ya tomaban en cuenta que los 4 cm tenían que caber un determinado número de veces dentro de la cinta de 50 cm y que para saberlo iban a tener que realizar divisiones en ella, en este caso no con lápiz sino con tijeras.



Foto 3. Comparando longitudes



Foto 4. Dividiendo para medir

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia fue cualitativa, se realizó mediante la observación del trabajo realizado por los equipos, al estimar y confrontar sus resultados , al medir las cintas haciendo las divisiones de forma adecuada, pero sobre todo al realizar la actividad complementaria en la que aplicaron las experiencias vividas en la primera actividad.

14. ESTRATEGIA NO. 4

NOMBRE: "SERÁ MELÓN, SERÁ SANDIA"

MATERIAL: Cuaderno, lápices, frijoles para los alumnos que los soliciten para efectuar cálculos, comprobaciones, etc.

OBJETIVO: "El alumno establezca diferencias entre el uso de la multiplicación y la división, y construya su concepto de que la división es una operación de reparto"

DESARROLLO: Los alumnos forman equipos de dos integrantes, y se preparan con sus cuadernos y lápices , para copiar del pizarrón los problemas que el maestro les presenta y que anteriormente leyeron con él. Los problemas (dos) proponen al alumno dificultades que pueden ser resueltas mediante la multiplicación . El maestro invita a los alumnos a que anticipen los resultados de cada problema (es decir que digan si éste será menor o mayor) esta actividad , la hace en forma grupal. Luego permite que los niños resuelvan los problemas con sus propios recursos. Posteriormente organiza la revisión de los resultados haciendo resaltar las estrategias que ayudaron a que la resolución de los problemas fuera mas ágil. Si ningún niño propuso la multiplicación como estrategia, el maestro sugiere su empleo , explicando como razón la economía de tiempo. Si los niños tienen problemas para multiplicar porque no saben las tablas, les permite el uso de la Tabla Pitagórica Grupal o individual que elaboraron en tercer grado.

Después de que los niños resuelven los problemas de multiplicación, el maestro les sugiere que copien en su cuaderno dos problemas más, éstos últimos presentarán al niño situaciones que requerirán para su resolución de la división. Los alumnos los resolverán con sus propios recursos y antes de hacerlo anticiparán sus resultados. El maestro organizará la revisión de estrategias y resultados y pedirá a los ni-

ños que establezcan diferencias entre los problemas que acaban de resolver y los que resolvieron con anterioridad. Resaltará el hecho de que los dos últimos problemas refieren situaciones de reparto o de división. Finalmente los niños identificarán de una serie de cuatro problemas, cuáles se refieren a situaciones de reparto o división y cuáles no, con el juego "Dilo con una cuenta", que consiste, en decidir por equipos que operación harían de acuerdo a los datos que refiere el problema y a la problemática que plantea.

Algunos ejemplos de problemas planteados en esta estrategia son:

PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN:

1.- En un salón de un Jardín de Niños hay 19 niñas, si cada niña tiene 6 crayolas ¿ Cuántas crayolas tienen entre todas ?

2.- Tío Carlos regaló a cada uno de sus 4 sobrinos 8 canicas ¿ Cuántas canicas regaló en total el tío Carlos ?

3.- Rosita tiene 4 muñecas, cada muñeca tiene 3 vestiditos, ¿ Cuántos vestiditos de muñecas tiene Rosita ?

4.- Adán tiene 4 camioncitos de juguete, a cada camioncito le caben 6 muñequitos de plástico ¿ Cuántos muñequitos de plástico necesita Adán para llenar sus camioncitos ?

PROBLEMAS DE DIVISIÓN:

1.- Arturo, Noé y Bernardo fueron a pescar a una laguna. Entre los cuatro niños sacaron 16 peces y se los repartieron en partes iguales ¿ Cuántos peces le tocaron a cada uno ?

2.- Nadia, Raquel, Susana, Efrén, David y Pascual le ayudaron a Don Nabor a regar su huerta, Don Nabor les regaló 15 naranjas para que se las repartieran en partes iguales ¿ Cuántas naranjas le tocaron a cada uno ?

3.- Elena tiene 36 cuentitas y va a hacer con ellas unos collares. Quiere que cada collar tenga el mismo número de cuentitas. Si hace 6 collares ¿ Cuántas cuentitas debe de poner en cada uno ?

4.- Doña Chabela tiene 20 lechugas y 4 marranos en su corral,¿ Cuántas lechugas le debe de dar a cada marrano para que les toquen el mismo número de lechugas ?

OBSERVACIONES: Los alumnos leyeron y actuaron los problemas, con el maestro, a continuación hicieron sus anticipaciones sobre los resultados (es decir, dijeron si éstos serían más grandes o más chicos) , luego se abocaron a la resolución de los mismos. En el caso de los problemas de multiplicación , algunos niños sugirieron procedimientos de suma. Estos procedimientos fueron presentados en el pizarrón al igual que los procedimientos usuales de multiplicación, los niños compararon y confrontaron ambos procedimientos y llegaron a la conclusión de que era mejor usar la multiplicación porque esta era menos tardada y ofrecía, sabiéndose las tablas, menos riesgos de equivocación que la suma que era más larga y tediosa. En cuanto a los problemas planteados para usar la división, los niños identificaron en los problemas la condición de reparto equitativo y decidieron que en ellos se debía usar la división. Cuando el maestro les propuso que establecieran diferencias entre ambos problemas algunas de las diferencias que los niños plantearon fue en relación al tamaño de los resultados, ellos establecieron que los resultados de la multiplicación siempre son más grandes que los datos aportados (salieron más de 6 crayolas, etc.), mientras que en la división los resultados son más pequeños porque la cantidad se reparte. Es decir,

identificaron como se dijo anteriormente la condición de reparto equitativo en los problemas de división. Participaron entusiastamente en el juego de "Dilo con una cuenta" de forma que hubo que incrementar el número de problemas de multiplicación y división programados.

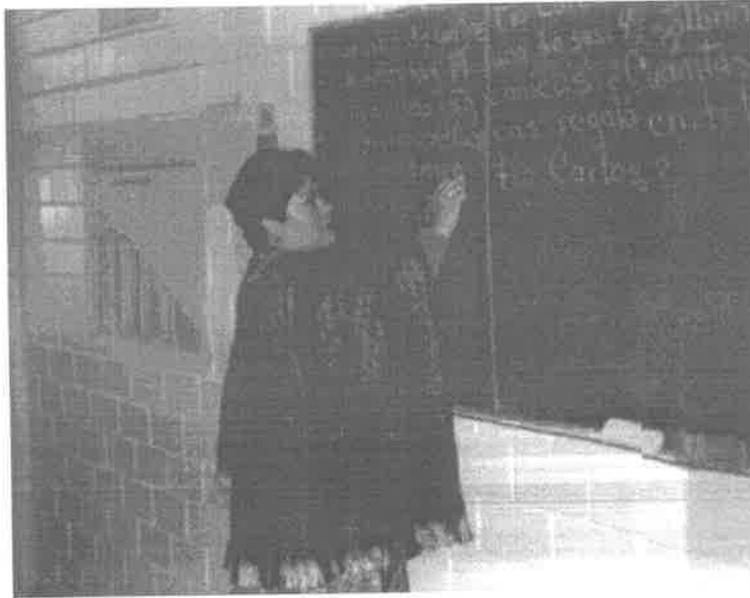


Foto 5. Escribiendo problemas de multiplicación



Foto 6. Resolviendo problemas de división



Foto 7. En el juego "Dilo con una cuenta"

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se realizó en forma cualitativa, observando el trabajo realizado por los niños y escuchando su participaciones, pero sobre todo tuvo lugar en el juego “Dilo con una cuenta” en el que el maestro pudo percatarse de que los alumnos diferenciaban los problemas de multiplicación y división.

15. ESTRATEGIA NO: 5

NOMBRE: "REPARTIENDO IGUAL"

MATERIAL: Cuadernos, frijoles para los equipos que lo soliciten para efectuar cálculos , comprobaciones, etc.

OBJETIVO: "El alumno se familiarice con la resolución de problemas de reparto y construya el concepto de que para resolverlos la operación de la división es la mejor alternativa"

DESARROLLO: El grupo es organizado por el profesor en parejas, que trabajarán en la resolución de problemas que el maestro previamente habrá escrito en el pizarrón y que los alumnos copiarán en sus cuadernos. Estos problemas, que plantean al niño situaciones que pueden resolverse mediante la división, serán resueltos por ellos con sus propios recursos (dibujando, sumando , restando, haciendo uso de su material concreto o bien usando la división como la han manejado en el tercer grado) El maestro observará con atención las estrategias que usan los niños y organizará la revisión de los resultados. Es importante señalar, que al igual que en las estrategias anteriores, el maestro solicitará a los niños que anticipen sus resultados con la finalidad de que, como mencionábamos en la introducción a las estrategias de este trabajo, la apreciación del resultado (más chico o más grande) lo ayude a seleccionar los procedimientos más congruentes.

Al presentar cada pareja sus estrategias y soluciones , el maestro guiará la atención de los niños sobre aquéllas que hicieron más fácil su trabajo y lo llevaron al resultado correcto. Algunos ejemplos de problemas planteados en esta actividad son:

1.- Doña Lola quiere empacar 48 manzanas en 6 cajas, de manera que cada caja tenga la misma cantidad de manzanas ¿ Cuántas manzanas debe poner en cada caja ?

2.- Genaro y sus cuatro primas juntaron 45 estampas de animales, se las quieren repartir de tal manera que a todos les toque la misma cantidad.¿ Cuántas estampas le tocarán a cada uno ?

3.-A Israel, Adrián y Renato les regalaron 26 canicas. Se las quieren repartir de tal manera que a todos les toque la misma cantidad ¿ Cuántas canicas le tocarán a cada uno?

Cuando ya tienen los resultados de los 3 problemas, el profesor hace notar a los alumnos que en los tres casos se repartieron cantidades en partes iguales y les dice que al hacerlo han estado usando una operación que se llama división y anota en el pizarrón la operación correspondiente al primer problema.

$$48 \div 6 = 8$$

y les explica que significa: 48 manzanas repartidas en 6 cajas es igual a 8 manzanas por cada caja. A continuación los invita a pasar al pizarrón a escribir las divisiones que corresponden a los otros 2 problemas y a que las anoten también en su cuaderno, en el caso del tercer problema , les señala que no se repartieron todas las canicas sino que sobraron canicas y que van a anotar cuántas canicas sobraron, al lado de la división.

Ejemplo:

$$26 \div 3 = 8 \text{ y sobran } 2$$

Posteriormente comenta con ellos sobre el uso de la división en el reparto. Finalmente, invita a los niños a inventar problemas de reparto en equipos de 2 alumnos, a partir de divisiones que él les escribe en el pizarrón, tales como : $60 \div 8 =$, $24 \div 3 =$, $32 \div 5 =$

OBSERVACIONES: Los alumnos leyeron y actuaron los problemas con el maestro e hicieron sus anticipaciones acerca de la magnitud de los resultados. A continuación, resolvieron los problemas. Como en la actividad anterior establecieron características de los problemas de división, no tuvieron dificultad para identificar que se trataba de problemas de este tipo. Se hizo la revisión grupal y en ella los alumnos explicaron por qué habían usado la división, refiriéndose a la situación de reparto. Cuando el maestro les dio la operación para que inventaran un problema relacionado con ella, lo pudieron hacer adecuadamente. Para cerciorarse de que los alumnos estaban entendiendo lo que hacían y no únicamente actuaban mecánicamente, el maestro les dio como actividad complementaria operaciones de división y de multiplicación simultáneamente, para que en torno a ellas los alumnos inventaran problemas. Los pequeños respondieron favorablemente a la actividad y pudieron inventar problemas alrededor de la división y de la multiplicación.



Foto 8. Resolviendo problemas juntos

EVALUACIÓN: Esta estrategia se evaluó cualitativamente al igual que las anteriores mediante la observación del trabajo de los alumnos en todos los aspectos (de anticipación, resolución, participación oral, etc.), pero además se pudieron recoger de los cuadernos de éstos los problemas inventados por ellos, como lo muestran las ilustraciones 4 y 5, en las que se percibe que el objetivo de la estrategia fue alcanzado.

Susana tiene 3 sobrinas y a cada sobrina le dio 20 paletas de dulce. ¿Cuántas paletas de dulce regaló la tía Susana?

En la huerta de don Narsiso hay 8 árboles con cuarenta y cinco 45 manzanas cada uno. ¿Cuántas manzanas hay en total?

Ilustración 4. Problemas de multiplicación inventados

Jueves 8 de febrero de 1996

En un granja hay 24 vacas y en la misma granja hay 3 corrales. ¿Cuántas vacas les tocó al corral?

En tres parras y 24 puerros y 20 ajos se los repartieron entre 3 parras iguales. ¿Cuánto puerros le tocaron a cada corral?

Ilustración 5. Problemas de división inventados

16. ESTRATEGIA NO. 6

NOMBRE: "Pitágoras nos ayuda a dividir"

MATERIAL: Tabla Pitagórica para todo el grupo, Tabla Pitagórica individual, cuaderno y lápiz.

OBJETIVO: "Que el alumno empiece a relacionar las operaciones de multiplicación y división como inversas y se ayude de la multiplicación para mejorar sus resultados al dividir".

DESARROLLO: El maestro plantea a los alumnos un problema de división en el que el residuo sea 0, por ejemplo: Doña Lupe tiene que hacer 72 canastas en 8 días. Si cada día hace la misma cantidad de canastas, ¿ Cuántas canastas tiene que hacer por día ?

A continuación pregunta a los niños ¿ Cuántas canastas creen que debe hacer por día ?, pero, les señala que en esta ocasión sólo quiere que respondan a su pregunta sin hacer cuentas ni dibujos. Escribe algunas de las respuestas de los alumnos y escoge una que no sea el resultado, por ejemplo 10. Luego dibuja en el pizarrón 8 marcas que representan los días y en cada una de ellas pone el número que escogió y pide a los alumnos que calculen cuántas canastas habría en total si Doña Lupe hiciera 10 cada día. Como el resultado son 80 canastas el maestro les hace notar a los niños que son 8 canastas más de las que hizo en total la artesana, y les propone que prueben con un número más chico que 10, por ejemplo: 7, y anota en las marcas que representan los días ese número. A continuación les pide a los alumnos que calculen el resultado y los hace observar que hacen falta canastas, de igual forma les hace reflexionar sobre el hecho de que están buscando un número que repetido 8 veces dé 72, y les propone que lo busquen en la Tabla Pitagórica. Los niños lo hacen bajo la coordinación del maestro y encuentran como resultado el número 9. Como siguiente actividad comprueban, escribiendo el 9 en las marcas de los días , que

efectivamente el 9 repetido 8 veces da como resultado 72. El maestro les hace notar a los niños que al encontrar el número que multiplicado por 8 da 72, han resuelto la división $72 \div 8$ y la anota en el pizarrón, diciéndoles que significa: 72 canastas entre 8 días es igual a 9 canastas por día. Posteriormente resuelven otros dos problemas semejantes al anterior, es decir donde al hacer la división el residuo sea 0. En cada caso el maestro les pide a los alumnos que busquen el resultado en la Tabla Pitagórica.

A continuación el maestro les plantea otro problema en el que la división que tendrán que hacer no resulte exacta, ejemplo: Susana tiene 35 dulces y los va a repartir en partes iguales entre 8 niños ¿ Cuántos dulces le tocarán a cada niño ?

Luego, pide a los alumnos que busquen el resultado en la Tabla Pitagórica, y les hace observar que el resultado no se encuentra allí, pero que van a buscar el resultado que más se aproxime a la respuesta correcta, por ejemplo, eligen el 5, hacen el cálculo y ven que el número es mayor que la cantidad total de dulces, entonces invita a los alumnos a probar con el 4 y otros números menores, hasta que decidan cuál es el número que les permite repartir más dulces en forma equitativa y a la vez deja sin repartir los menos dulces posibles, de esta manera los niños llegan a concluir, después de experimentar con los otros números que el resultado es el número 4. El maestro les hace notar que aunque en la Tabla Pitagórica no venía el número que exactamente daba esa cantidad, les fue de gran ayuda para encontrar el resultado correcto . En otra actividad, los alumnos resuelven otros problemas semejantes de división ayudándose de la Tabla Pitagórica. Finalmente invierten el proceso de la actividad, es decir, el maestro les plantea una división , ellos juegan a decir un problema de reparto y luego resuelven la división con ayuda de la Tabla pitagórica.

OBSERVACIONES: Al plantearse el problema de las canastas los alumnos hicieron sus cálculos sin hacer uso de dibujos, ni de cuentas, tal y como se los pidió el maestro. Los números sugeridos por éstos para solucionar el problema fueron 7 y 8. El número que se ocupó para trabajar en el pizarrón fue el 8. Al realizar el cálculo del no. 8 repetido 8 veces y obtener como resultado el no. 64, los alumnos se dieron cuenta de que faltaban canastas y acto seguido el maestro les hizo reflexionar sobre el hecho de que buscaban un número que repetido en las 8 marcas diera como resultado 72, y les sugirió que lo buscaran en la Tabla Pitagórica. Los niños lo hicieron y propusieron al maestro el no. 9, ya que como pudieron observar en la citada Tabla, éste repetido 8 veces daba como resultado el 72. Lo escribieron en las 8 marcas y comprobaron que efectivamente daba ese resultado. El maestro les hizo notar que al encontrar el no. 9 que 8 veces repetido daba 72 habían resuelto la división 72 entre 8 y la anotó en el pizarrón explicándoles lo que significaba. Posteriormente invitó a los niños a resolver otros problemas semejantes. Cada uno de los problemas, además de ser escrito en su cuaderno, fue leído en forma grupal. Antes de resolverlo los niños anticiparon si el resultado debía ser mayor o menor, y si se trataba o no de un problema de reparto, luego lo resolvieron ayudándose de la Tabla Pitagórica individual que el maestro les proporcionó. Los resultados se comentaron en forma grupal y en cada caso los alumnos que pasaron al pizarrón a explicar como lo habían hecho demostraron a los demás la forma en que se habían ayudado de la Tabla Pitagórica, haciendo uso de la Tabla Pitagórica colectiva. Cuando el maestro propuso el primer problema cuyo residuo no era exacto, al principio los niños se desconcertaron un poco, pero cuando el maestro les hizo notar que aún podían ayudarse de la Tabla buscando el número que más se aproximara al resultado que necesitaban, se animaron nuevamente a participar y lo encontraron. A continuación, resolvieron algunos problemas similares siguiendo la mecánica antes señalada (leer, anticipar, reflexionar sobre el tipo de problema, buscar en la Tabla, pasar al frente a explicar la forma en la que lo solucionaron). Finalmente

al darles el maestro una división determinada,(cuyo residuo podía o no ser cero), ellos inventaron un problema y resolvieron la división haciendo uso de la Tabla Pitagórica, lo leyeron y presentaron a sus demás compañeros. Cabe mencionar que los niños trabajaron por parejas durante la estrategia.



Foto 9. Buscando un número que repetido 8 veces de 32

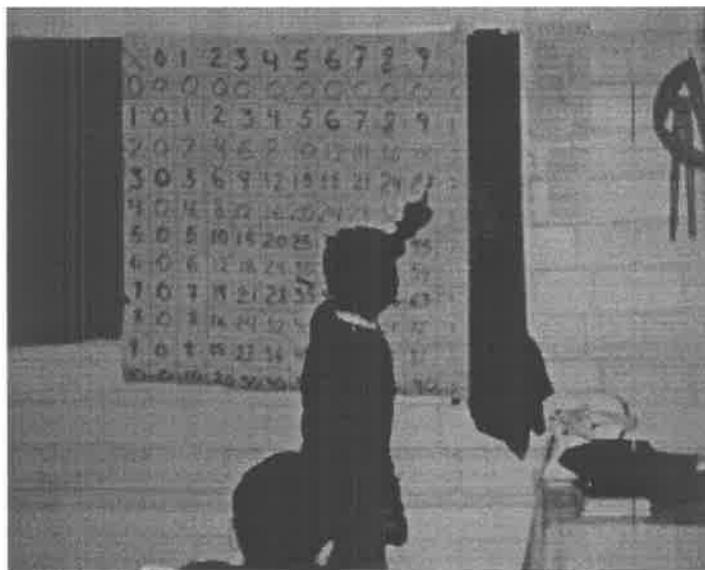


Foto 10. Buscando resultados en la Tabla Pitagórica



Foto 11. Resolviendo problemas con ayuda de la Tabla Pitagórica

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia fue cualitativa, observando y escuchando a los niños trabajar. El logro del objetivo pudo apreciarse más, durante la actividad de inventar el problema y resolverlo con la ayuda de la Tabla Pitagórica en la que todos participaron en forma entusiasta y cuyos trabajos realizados se observan en las ilustraciones 6 y 7.

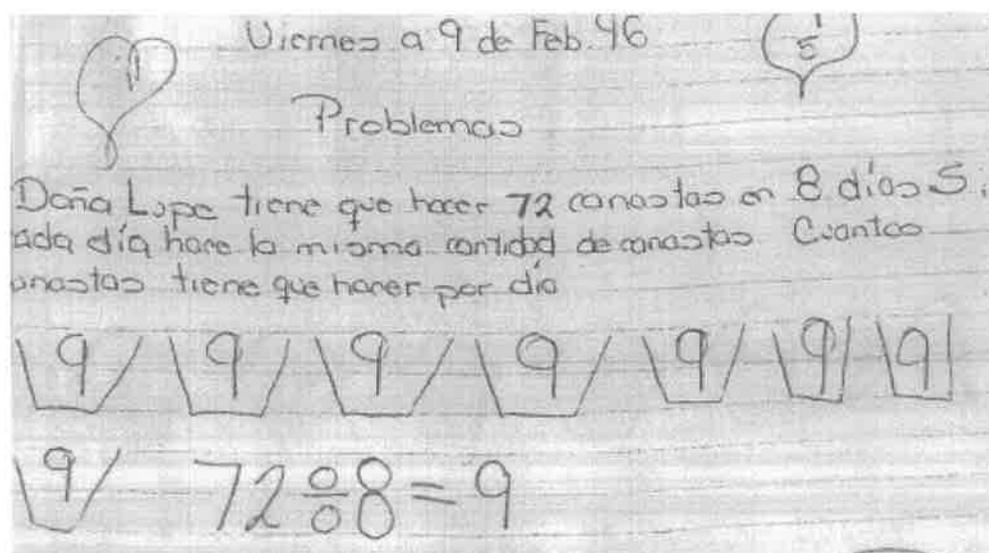


Ilustración 6. Problema propuesto

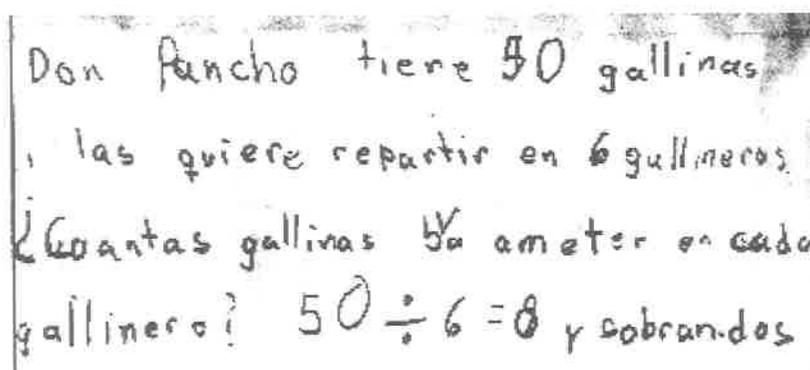


Ilustración 7. Problema planteados a partir de una división y resueltos con ayuda de la tabla pitagórica

17. ESTRATEGIA NO: 7

NOMBRE: Divisor digital.

OBJETIVO: Inducir al niño a que establezca la relación existente entre la división y multiplicación, así como la adquisición del concepto de divisor, logrando que ejercite la habilidad mental de encontrar divisores para cantidades menores a cien.

MATERIALES: Tabla pitagórica 100 frijoles .

DESARROLLO: Entregar al niño la Tabla Pitagórica y solicitarle que acomode diferentes cantidades de frijoles en forma rectangular comenzando desde la esquina superior izquierda de la tabla (1 x 1).

En primera instancia, proporcionar frijoles en cantidades que admitan uno o varios divisores sin dejar residuo, indicando al niño que trate de encontrar la forma de repartirlos haciendo rectángulos , anotando la división que corresponda a la formación rectangular que hizo . Ejemplo: con 24 frijoles pueden formarse rectángulos de 6 x 4 y de 3 x 8 frijoles sin que sobre ninguno y se pueden anotar las divisiones $24 \div 6 = 4$, $24 \div 3 = 8$, $24 \div 4 = 6$, $24 \div 8 = 3$, de forma que los alumnos pueden deducir que son divisores de 24 que dividen a este número exactamente el 6, el 4, el 8 y el 3. Asimismo pueden encontrar al usar la Tabla la relación que existe entre la multiplicación y la división .

Posteriormente, proporcionar frijoles en cantidades que no tengan divisores exactos, indicando al niño que debe tratar de encontrar la formación rectangular que deje menos frijoles sobrantes, anotando en este caso las divisiones que se representen con esas formaciones y el número de frijoles que sobran así como elegir después de entre las divisiones formadas aquélla en que el residuo sea menor. Ejemplo:

con 29 frijoles puede formarse un rectángulo de 3 x 9 sobrando 2 frijoles, o bien, un rectángulo de 4 x 7 sobrando una solo frijol, por lo que al escribir las divisiones en el pizarrón y observar los residuos de cada una de ellas el reparto entre 7 o entre 4 será el preferido.

Finalmente, repetir los dos ejercicios anteriores, ésta vez proporcionando únicamente las cantidades, no las fichas, para que los niños establezcan los posibles divisores de esos números y cuál de ellos es el que divide más exactamente la cantidad por dejar un residuo más pequeño.

OBSERVACIONES: Para la realización de esta actividad el grupo fue organizado por parejas. En el centro del salón se puso en el piso la Tabla Pitagórica colectiva para que las parejas que iban haciendo sus formaciones rectangulares en sus tablas individuales pasaran a presentarlas al grupo en ésta, utilizando las fichas que elaboró el maestro para que pudieran hacerlo. El maestro decía las cantidades y observaba el trabajo de los alumnos por parejas, e invitaba a pasar a la Tabla Pitagórica a los pequeños, procurando que lo hicieran de tal forma que se pudieran ejemplificar diferentes maneras de realizar los repartos para identificar los varios divisores de las cantidades. Primero, como se estipuló en el planteamiento de la estrategia, se trabajo con números que admitían uno o varios divisores sin dejar residuo como el 24, 27, 28, 16, 18, 36. Después, se realizó la actividad con números que no tenían divisores exactos como el 75, el 29, el 19 y el 17. Para estos números, los alumnos establecieron al hacer sus repartos en forma rectangular las siguientes divisiones:

-Para el 75: $75 \div 9$, $75 \div 8$, $75 \div 10$, siendo los divisores preferidos el 8 y el 9.

-Para el 29: $29 \div 5$, $29 \div 7$, $29 \div 3$, $29 \div 4$, siendo los divisores preferidos el 4 y el 7.

-Para el 19: $19 \div 6$, $19 \div 4$, $19 \div 2$, siendo los divisores preferidos el 6 y el 2.

-Para el 17: $17 \div 8$, $17 \div 4$, $17 \div 2$, estableciendo que los 3 divisores dejaban el mínimo residuo.

Finalmente la actividad de encontrar divisores se realizó sin frijoles, utilizándose únicamente la Tabla Pitagórica como material y los niños pudieron establecer divisores de números como el 82, el 25, el 65, el 12, el 34, etc. (En el último ejercicio se manejaron 10 números, el trabajo fue realizado por parejas, que pasaron a escribir al pizarrón los divisores encontrados.)



Foto 12. Buscando divisores de 24

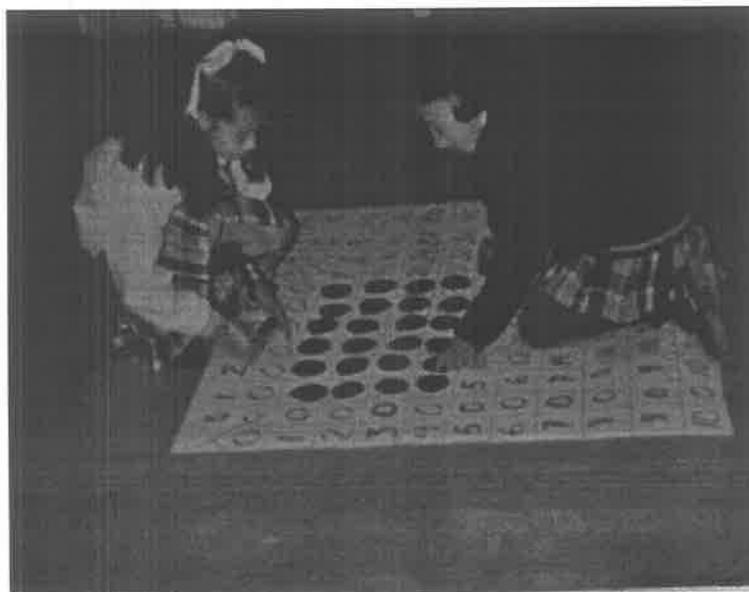


Foto 13. Buscando divisores para 30

EVALUACIÓN: La evaluación de esta actividad se hizo en forma cualitativa observando el trabajo realizado por los alumnos, sobre todo en la actividad final, en la que el maestro pudo constatar que los niños eran capaces de encontrar los divisores de las cantidades planteadas, haciendo uso de la relación división - multiplicación, con ayuda de la Tabla Pitagórica.

18. ESTRATEGIA NO. 8

NOMBRE: "Jugando a dividir con Pitágoras"

MATERIAL: Tabla Pitagórica, papelitos, caja de cartón.

OBJETIVO: "Que el alumno se familiarice con la Tabla Pitagórica para la resolución de divisiones, interiorizando a través del juego los resultados contenidos en ésta, aplicando dicha interiorización como instrumento para agilizar y mejorar su desempeño al resolver este tipo de operaciones aritméticas"

DESARROLLO: En una caja de cartón se meten 50 papelitos, cada uno contiene una división escrita. Cada niño pasa a tomar un papelito, lee su división y busca rápidamente su resultado en la Tabla Pitagórica, cuando termina de resolver la división, si ésta es correcta, toma otro papelito. Gana el que más divisiones resuelve.

OBSERVACIONES: Una pequeña del grupo llevó la caja a sus compañeros para que cada uno de ellos tomara su papelito. Todos los alumnos del salón lo hicieron y a la indicación del maestro lo abrieron y resolvieron la división que contenía con ayuda de la Tabla Pitagórica. Conforme la fueron terminando, la presentaron al maestro y éste verificó que estuviera correcta, permitiendo que a continuación el pequeño escogiera otro papelito para resolver un ejercicio más. Hubo niños en el grupo que sacaron 5 papelitos. La revisión de cada uno de ellos se hizo en forma individual. Debido a que la actividad entusiasmó mucho a los niños y los papelitos no fueron suficientes, el maestro escribió en el pizarrón 10 divisiones más, para que los niños las resolvieran lo más rápidamente que pudieran ayudándose únicamente de la Tabla Pitagórica. Al igual que en la actividad anterior, la revisión de los trabajos de los niños se hizo en forma individual.



Foto 14. Tomando un papelito para resolver una división buscando el resultado en una Tabla Pitagórica

EVALUACIÓN: Esta estrategia fue evaluada mediante la revisión de las divisiones resueltas en los papelitos y en los cuadernos de los niños, donde el maestro pudo apreciar que los alumnos pudieron dividir correctamente ayudándose de la Tabla Pitagórica. Además, el maestro se percató de que los pequeños se interesaron en interiorizar los resultados contenidos en ella para destacar en el juego realizado, pudiendo sacar más papelitos y de esta forma participar más.

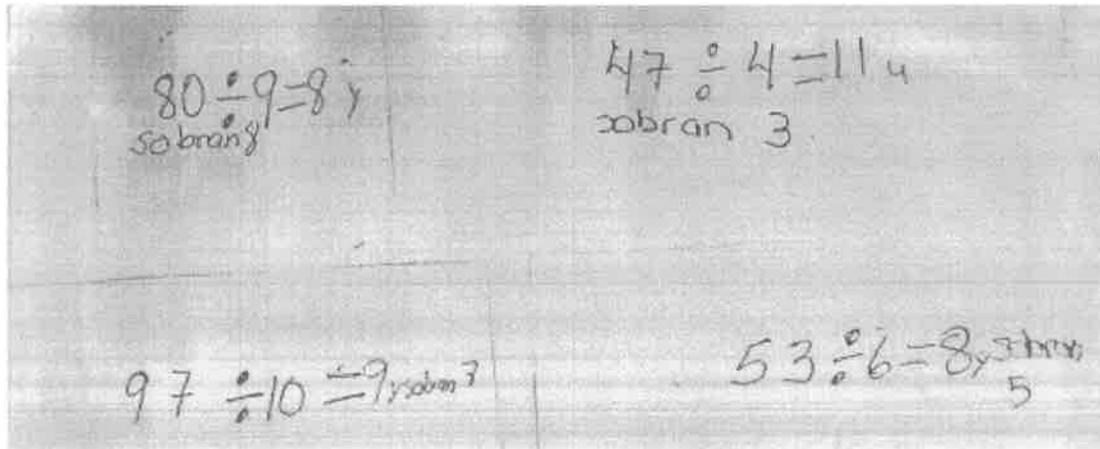


Ilustración 8. Divisiones resueltas en papelitos

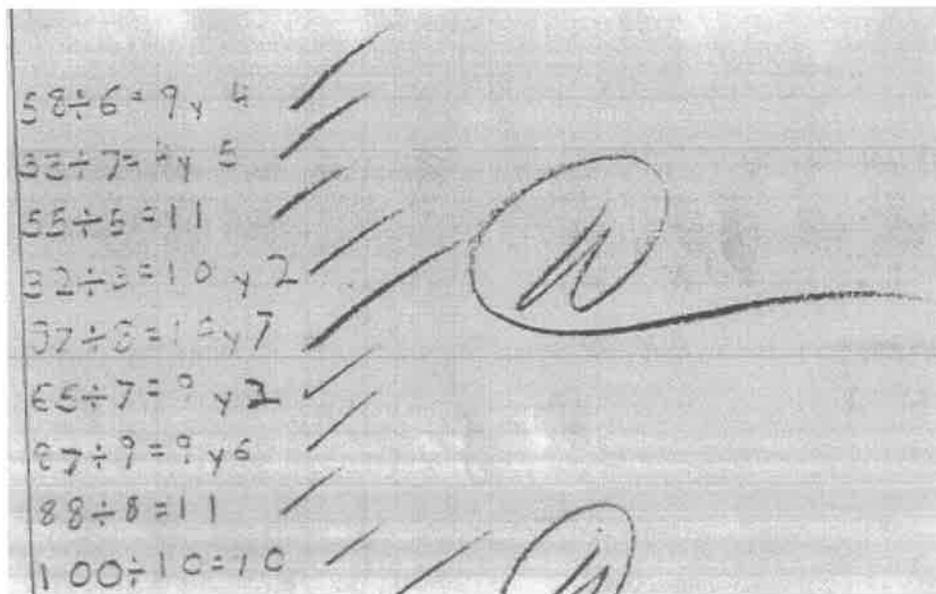


Ilustración 9. Más divisiones en el cuaderno (1)

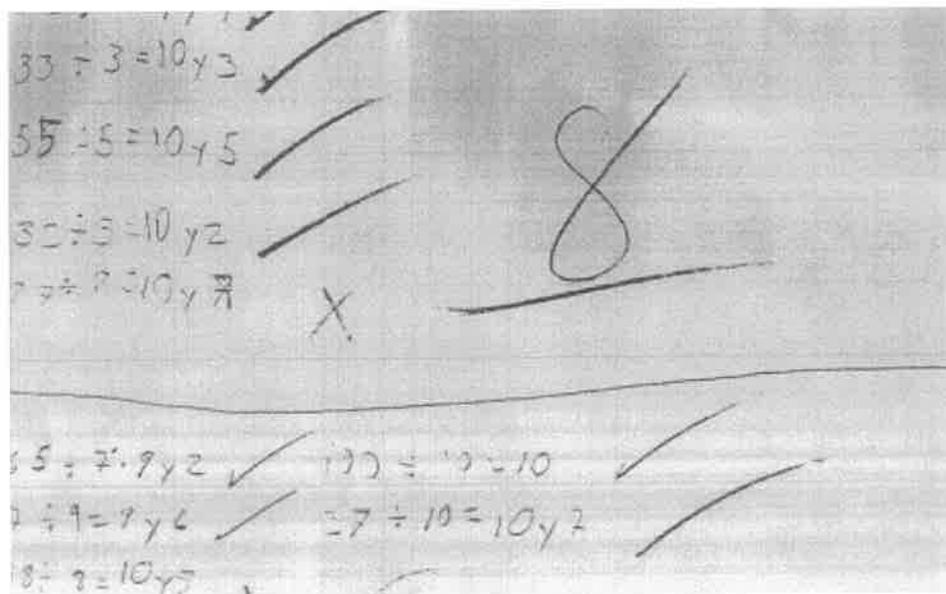


Ilustración 10. Más divisiones en el cuaderno (2)

19. ESTRATEGIA NO. 9

NOMBRE: "Inventándonos problemas"

MATERIAL: Cuaderno y lápiz

OBJETIVO: "El alumno advierta la diferencia que hay entre las situaciones que pueden resolverse con divisiones o con multiplicaciones"

DESARROLLO: El maestro organiza al grupo en 8 equipos, a cada equipo le dicta una multiplicación y una división, pero les pide que no la resuelvan, sino que a partir de ella, jueguen a inventar problemas que se puedan resolver con estas operaciones. Después de un tiempo pertinente los equipos leen los problemas que han formulado y bajo la coordinación del maestro verifican que efectivamente pueden resolverse con las operaciones mencionadas y comentan el por qué.

OBSERVACIONES: Tal y como se menciona en el desarrollo de la estrategia, los alumnos trabajaron en equipos. Las divisiones que se dictaron fueron las siguientes: $55 \div 9$, $35 \div 10$, $50 \div 10$, $29 \div 3$, $65 \div 7$, $83 \div 9$, $45 \div 6$, $25 \div 6$. Para las multiplicaciones se usaron los mismos números con la finalidad de que los niños pudieran apreciar más fácilmente las diferencias al manejarlos en los distintos planteamientos y operaciones. Los niños tras discutir animadamente en sus equipos plantearon los problemas con las operaciones citadas tal como se los sugirió el maestro. Posteriormente los leyeron a los demás equipos y éstos fueron analizando los planteamientos y corroborando si efectivamente se trataba o no de problemas de división o de multiplicación. Además de inventarlos y leerlos los fueron solucionando para comprobar ante sus compañeros que habían realizado planteamientos correctos.



Foto 15. Inventando problemas juntos



Foto 16. Escribiendo el problema inventado



Foto 17. Leyendo el problema inventado a los demás

EVALUACIÓN: La actividad fue evaluada cualitativamente observando el trabajo realizado por los alumnos dentro de los equipos , sobre todo en el momento en que cada uno de ellos dio lectura a sus problemas inventados a partir da la operación dada por el maestro, el cual pudo darse cuenta de que los alumnos fueron capaces de realizar los planteamientos adecuadamente con las operaciones proporcionadas.

Martes 20 de Febrero de 1996.

En un ^{restaurant} restorán había 83 hamburguesas y 9 niños. ¿Cuántas hamburguesas le toca a cada niño?

Datos: Operación R = 9 y sobran 2

83 83 ÷ 9

En una fábrica de carros fabrican 83 carros por día. ¿Cuántos carros fabricarán en 9 días?

Datos Operación R = 747 carros

83 83
 × 9

 747

Ilustración 11. Problemas planteados a partir de operaciones dadas <multiplicación y división> (1)

Martes a 20 Feb. 96. $45 \times 6 = 45 \div 6 =$

Eran 6 Paúles y se van a comer 45 tortas. ¿Cuántas tortas le tocan a cada uno?

Datos Operación R = 7 y sobran 3

6 Paúles 45 ÷ 6 = 7

45 tortas

Juan, Jorge, Paúl, Elías, Rodrigo y Erick tienen 45 globos cada uno. ¿Cuántos globos son en total?

Datos Operación R = 270 globos

6 niños 45
 × 6

 270

45 globos

Ilustración 12. Problemas planteados a partir de operaciones dadas <multiplicación y división> (2)

20. ESTRATEGIA NO. 10

NOMBRE: "El acertijo"

MATERIAL: Cuaderno, lápiz

OBJETIVO: "El alumno ejercite el cálculo mental mediante la resolución de ejercicios numéricos"

DESARROLLO: El maestro organiza al grupo en equipos de 5 ó 3 niños

pero les dice que todos van a copiar en su cuaderno el ejercicio que está escrito en el pizarrón y que lo van a resolver , escribiendo en el cuadro vacío los signos : X ó ÷ según ellos creen que corresponda. El ejercicio que el maestro escribirá en el pizarrón es como el siguiente:

$$\begin{array}{l}
 5 \square 4 = 20 \quad 12 \square 6 = 2 \quad 5 \square 5 = 1 \quad 3 \square 6 = 18 \quad 25 \square 5 = 5 \\
 9 \square 6 = 54 \quad 8 \square 2 = 4 \quad 25 \square 5 = 125 \quad 16 \square 4 = 4 \\
 6 \square 5 = 30 \quad 8 \square 2 = 16 \quad 9 \square 9 = 1
 \end{array}$$

Cuando terminen de hacerlo, el maestro les pedirá que comparen sus resultados en el equipo, para saber en cuántos signos se equivocaron. Si tienen dudas el maestro les ayuda a resolverlas.

A continuación los invitará a resolver, organizados de la misma forma los siguientes ejercicios pidiéndoles que escriban en los espacios vacíos el número que corresponda.

$$\begin{array}{l}
 \square \times 8 = 72 \quad \square \times \square = 81 \quad \square \times 5 = 40 \quad \square \times \square = 64 \\
 72 \div 8 = \quad \square \quad 40 \div 5 = \square \quad 20 \div \square = 5 \quad 20 \div \square = 4
 \end{array}$$

Al igual que en la actividad anterior los alumnos compararán sus resultados, rectificarán sus errores y aclararán sus dudas.

OBSERVACIONES: Los alumnos copiaron los acertijos en sus cuadernos y después formaron los equipos. Una vez en ellos, dieron solución a los ejercicios planteados, posteriormente pasaron al pizarrón a escribir los resultados para que los demás equipos pudieran verlos y analizarlos.



Foto 18. Resolviendo los acertijos en el cuaderno

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se realizó cualitativamente observando el trabajo realizado por los niños al resolver los acertijos de forma rápida durante la actividad.

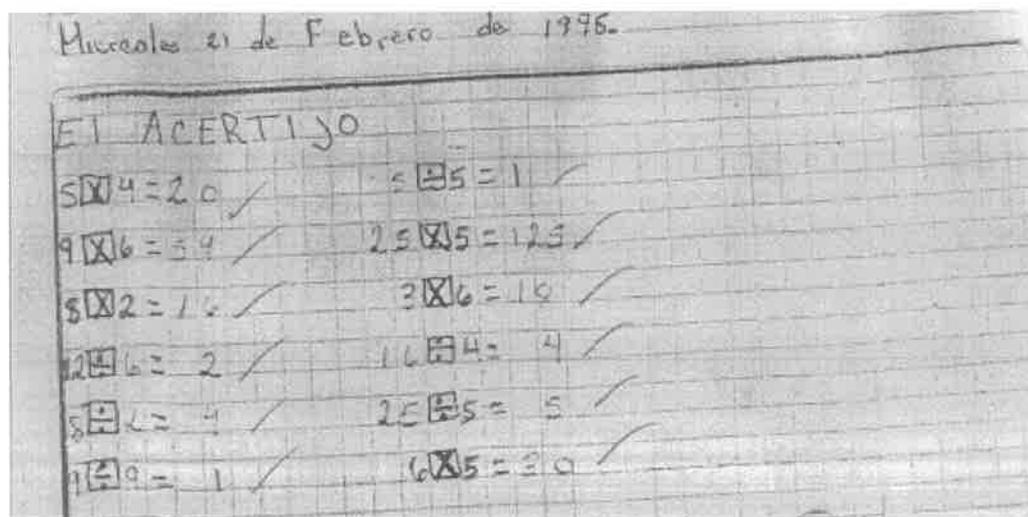


Ilustración 13. Uno de los acertijos resuelto por los alumnos

21. ESTRATEGIA NO. 11

NOMBRE: "Aproximándonos al resultado"

MATERIAL: Cuaderno y lápiz

OBJETIVO: "Que el alumno resuelva problemas de división haciendo aproximaciones con multiplicaciones. Siga afirmando la relación existente entre ambas operaciones"

DESARROLLO: El maestro organiza al grupo en parejas y les dice que van a escribir en su cuaderno 3 problemas, también les informa que abajo de cada problema habrá anotadas 3 respuestas , de las cuales sólo una es correcta, por lo que ellos tendrán que 'probar' cual de los resultados es el verdadero, si los alumnos no intuyen la forma de hacer esta prueba, el maestro les sugerirá la forma de hacerlo, diciéndoles que lo hagan multiplicando los resultados , por ejemplo, en el caso del primer problema, les solicitará que multipliquen las respuestas (3 arbolitos, 24 arbolitos y 120 arbolitos) por los 5 terrenos, con la finalidad de que ellos se percaten de que obteniendo 15 arbolitos, faltarían arbolitos, de que con 24 el resultado nos da exactamente el no. de arbolitos repartidos, mientras que con 120 el número de arbolitos sería excesivo. Los problemas que se propondrán, serán como los siguientes:

1.- Se mandaron al sur de la ciudad 120 arbolitos para reforestar 5 terrenos, si en cada terreno se van a plantar la misma cantidad de arbolitos ¿ Cuántos arbolitos se plantan en cada terreno ?

3 arbolitos 24 arbolitos 120 arbolitos

2.- Se van a empacar 3000 papas. En cada costal se pondrán 60 papas ¿ Cuántos costales se necesitarán ?

5 costales 50 costales 500 costales

3.- Para cercar el terreno de la Iglesia se necesitan 168 postes. En la comunidad hay 12 familias y todas quieren dar la misma cantidad ¿ Cuántos postes debe de dar cada familia ?

10 postes 18 postes 14 postes

Cuando terminan de hacerlos se hace la revisión de resultados y el comentario sobre el por qué de los procedimientos usados. El maestro comenta con los alumnos que lo que acaban de hacer es una aproximación al resultado de las divisiones de cada problema, ayudándose con la multiplicación, de forma parecida a cuando usaban los resultados de la Tabla Pitagórica.

Como siguiente actividad el maestro invita a los alumnos a seguir resolviendo problemas de división a través de aproximaciones multiplicando, sólo que esta vez, no les da los resultados probables, sino que los invita a hallarlos por medio de la elaboración de tablas de multiplicar, para ello plantea a los alumnos un problema como el siguiente : Se van a repartir 235 vestidos en 5 almacenes de ropa ¿ Cuántos vestidos recibirá cada almacén ?, luego, pregunta a los alumnos si creen que el número que buscan es menor de 10; los invita a realizar el cálculo multiplicando y les hace observar que el resultado, 50, es muy pequeño en relación al 235, por lo que el número que buscan debe de ser mayor que 10, les propone entonces el no. 100 para que realicen el cálculo y hace notar que el resultado 500 es mayor que 235 por lo que el número que buscan es mayor que 10 pero también menor que 100 y entonces les propone hacer una tabla de multiplicaciones como la siguiente:

$$20 \times 5 = 100$$

$$30 \times 5 = 150$$

$$40 \times 5 = 200$$

$$50 \times 5 = 250$$

Llama su atención sobre el hecho de que el no. buscado debe ser menor que 50, por lo que les propone hacer una nueva tabla como la siguiente:

$$45 \times 5 = 225$$

$$46 \times 5 = 230$$

$$47 \times 5 = 235$$

En ella los alumnos pueden observar que el resultado que buscan es el 47, el maestro, entonces anota en el pizarrón $235 \div 5 = 47$. El maestro dicta otros problemas semejantes en los que guía a los alumnos para que éstos decidan si el no. que buscan es mayor o menor que 10, mayor o menor que 100, mayor o menor que 1000 y los invita a realizar tablas de multiplicación como las anteriores, haciéndoles anotar los residuos en caso de que los haya.

OBSERVACIONES: El grupo se organizó en parejas para el trabajo de la actividad. El maestro dictó los problemas a los niños, a continuación éstos los leyeron. En forma general el profesor les preguntó a los pequeños si se trataba de problemas de reparto o no y por qué, los alumnos contestaron afirmativamente y explicaron a éste las razones que tenían para afirmarlo .

A continuación el docente se dirigió al grupo y le preguntó cuál era la operación más conveniente para dar solución a los problemas planteados, a lo que la mayoría contestó que la operación más adecuada era la división.

Como los resultados de los problemas ya estaban dados, el profesor hizo a los niños la siguiente pregunta: Si los problemas fueron resueltos con divisiones ¿Cómo podemos saber cuál de los tres resultados es el correcto ?

Algunos de los pequeños sugirieron que se podía recurrir a la Tabla Pitagórica para saber el resultado, ya que en ella habían buscado en actividades anteriores los resultados de divisiones.

El maestro les hizo la observación de que en este caso, no se encontraban en la Tabla Pitagórica ninguno de los resultados que se manejaban en los problemas, ya que, en el renglón del 5 ningún número multiplicado por éste se aproximaba lo suficiente a 120 y en los otros casos hacían falta en la Tabla renglones para encontrar números que multiplicados por 60 y por 12, dieran 3000 ó 168 respectivamente.

A continuación les preguntó cuál creían que podía ser la estrategia a seguir. Como ningún niño hizo otra sugerencia, el profesor les propuso que comprobaran los resultados haciendo multiplicaciones (multiplicando cada uno de los resultados por el divisor con la finalidad de darse cuenta si al hacerlo alguno de ellos les daba como producto el dividendo). Los niños hicieron estas comprobaciones por parejas participando activamente y hallaron los resultados correctos, subrayándolos en sus cuadernos, pasando algunos de ellos al pizarrón a realizarlas.

Posteriormente, el maestro escribió en el pizarrón el problema en el que se plantea el reparto de 235 vestidos en 5 almacenes. Nuevamente invitó a los niños a que dijeran si se trataba de un problema

de reparto, plantearan la división correspondiente y estimaran el resultado aproximado, animándolos esta vez a que comprobaran por medio de multiplicaciones si su estimación era correcta o no. Los niños elaboraron tablas junto con el maestro en el pizarrón hasta llegar al resultado correcto. Después realizaron una actividad semejante nuevamente en el pizarrón bajo la guía del maestro.

Posteriormente el maestro les dictó dos problemas de división para que los resolvieran en sus cuadernos por parejas planteando la operación respectiva y llegando al resultado de ésta a través de la resolución de multiplicaciones (tablas). Finalmente algunos alumnos pasaron al pizarrón a demostrar a sus compañeros la forma en que los resolvieron.



Foto 19. Probando cuál es el resultado del "problema de los postes"



Foto 20. Elaborando tablas para aproximarse al resultado

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo cualitativamente observando el trabajo realizado por los niños y escuchando sus respuestas. Pudo apreciarse el logro del objetivo al revisarse los problemas resueltos por ellos.

Se mandaron al sur de la ciudad 120 arbolitos para reforestar 5 terrenos, si en cada terreno se van a plantar la misma cantidad de arbolitos ¿Cuántos arbolitos se plantan en cada terreno?

3 arbolitos : 24 arbolitos 120 arbolitos

Se van a empacar 3,000 papas. En cada costal se pondrán 60 papas ¿Cuántos costales se necesitarán?

50 costales 50 costales 3000 papas

Ilustración 14. Ejemplo de problema planteado

En una granja hay 850 gallinas y se van a repartir en 26 naves. ¿Cuántas gallinas van en cada nave?

DATOS

850 gallinas	$26 \times 10 = 260$	$850 \div 26 = 32$ y resto
26 naves	$26 \times 20 = 520$	18
	$26 \times 30 = 780$	
	$26 \times 31 = 806$	
	$26 \times 32 = 832$	

Ilustración 15. Problema resuelto con aproximaciones multiplicando

22. ESTRATEGIA NO. 12

NOMBRE: "De poquito en poquito, podemos repartir también"

MATERIAL: Cuaderno y lápiz

OBJETIVO: "Los alumnos realicen divisiones en problemas mediante el reparto sucesivo de pequeñas cantidades"

DESARROLLO: Los niños trabajarán por parejas como en actividades anteriores. El maestro les contará a todos la siguiente historia: Un día una pobre mujer logró comprar con sus ahorros una bolsa de dulces para sus 7 hijos, ella quería que les tocara a cada uno de ellos la misma cantidad de dulces, pero si se los daba de uno en uno, pensó que se tardaría demasiado, así que resolvió dárselos de la siguiente manera: el lunes, dio 10 dulces a cada uno de sus hijos y le sobraron dulces, entonces, el martes dio 5 dulces a cada uno y nuevamente le sobraron, así que el miércoles decidió dar 3 dulces a cada uno, pero como todavía le sobraron dulces, el jueves pudo darles un dulce a cada quien y se quedó con 2 dulces que ya no pudo repartir. Al concluir la historia en este punto, el maestro anotará en el pizarrón las siguientes preguntas que los niños contestarán:

- 1.- ¿Cuántos dulces repartió a sus hijos el lunes?
- 2.- ¿Cuántos el martes?
- 3.- ¿Cuántos el miércoles?
- 4.- ¿Cuántos el jueves?

5.- ¿Cuántos dulces había en total en la bolsa?

6.- ¿Cuántos dulces recibió cada uno de sus hijos en total?

Cuando los alumnos terminen de contestar las preguntas, el maestro organizará la revisión de los resultados y explicará a los niños que lo que acaban de hacer es la división $135 \div 7$, pero que la hicieron repartiendo poco a poco y anotará en el pizarrón la forma en que se realizó la operación:

$$\begin{array}{r}
 10 + 5 + 3 + 1 = 19 \\
 \hline
 7 \overline{) 135} \\
 \underline{- 70} \\
 65 \\
 \underline{- 35} \\
 30 \\
 \underline{- 21} \\
 9 \\
 \underline{- 7} \\
 2
 \end{array}$$

Aclarando con los niños que : 135, es la cantidad total de dulces que había en la bolsa; 10, la cantidad de dulces que dio la mujer a cada niño el lunes; el 35 la cantidad de dulces que les dio a sus hijos el martes; el 9 la cantidad de dulces que sobraron después de que la mujer repartió los dulces la tercera vez, etc. Asimismo dirá a los pequeños que en esta forma de anotar la división, el dividendo se escribe adentro de la casita y el divisor afuera de ella, y la división se lee 135 entre 7, siendo el resultado : 19 dulces, sobrando 2.

Finalmente, el profesor planteará a los niños problemas similares, para que éstos los resuelvan anotando la división en la casita y haciendo pequeños repartos.

OBSERVACIONES: Después de contarles la historia a los alumnos el maestro les planteó las preguntas. Los niños las resolvieron por equipos y pasaron al pizarrón a mostrar sus procedimientos.

Posteriormente el profesor les hizo el comentario acerca de que lo que habían hecho era la división $135 \div 7$, les presentó la división dentro de la casita y les demostró el procedimiento que habían seguido para resolverla. A continuación les propuso un nuevo problema, animando a los niños a pasar al pizarrón a hacer el planteamiento de la división correspondiente dentro de la casita y a resolverla haciendo pequeños repartos, tal y como él anteriormente lo había hecho.

Se tuvieron que plantear algunos problemas más de los planeados para que los niños consolidaran el desarrollo de la operación, pero finalmente el maestro tuvo la satisfacción de verlos resolver dos problemas sin su ayuda, aún cuando en uno de ellos se tenía que realizar una división entre tres cifras.



Foto 21. Dividiendo de poquito en poquito

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo en forma cualitativa observando el trabajo realizado por los niños y escuchando sus respuestas. Como se comentó en el desarrollo, se tuvieron que implementar más actividades que las planeadas para facilitar a los niños el logro del objetivo.

Finalmente éste se logró alcanzar y los alumnos pudieron resolver problemas de división hasta de entre tres cifras como se puede apreciar en la ilustración anexa de uno de los trabajos.

Problema
 tenemos 1140 carros que se van a verificar 124 verificadores
 ¿Cuántos carros se van a verificar en cada verificador?

$$\begin{array}{r}
 124 \overline{) 1140} \\
 \underline{248} \\
 892 \\
 \underline{620} \\
 272 \\
 \underline{248} \\
 624
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 124 \\
 \times 2 \\
 \hline
 248
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 124 \\
 \times 5 \\
 \hline
 620
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 124 \\
 \times 2 \\
 \hline
 248
 \end{array}$$

Ilustración 16. Problema resuelto con una división de "poquito en poquito"

23. ESTRATEGIA NO. 13

NOMBRE: "Convirtiendo"

MATERIAL: Dinero de papel: Billetes de \$ 1000.00, \$ 100.00, \$ 10.00 y de \$ 1.00. Gis y borrador para el pizarrón.

OBJETIVO: "El alumno adquiera la habilidad de agrupar de distintas maneras una cantidad, (millares en centenas, centenas en decenas, decenas en unidades) misma que le será útil cuando utilice el procedimiento usual para dividir"

DESARROLLO: El maestro organiza al grupo en 8 equipos (7 de 5 niños y uno de 3 integrantes), a 4 de los equipos les da 5 tarjetas, cada tarjeta tendrá anotados los siguientes datos para llenar posteriormente: cantidad de dinero a pagar, no. de billetes de \$1000.00, no. de billetes de \$ 100.00, no. de billetes de \$10.00, y no. de monedas de \$1.00. También les da dinero de papel para que puedan verificar con él las anotaciones que hacen en las tarjetas. A los otros 4 equipos también les proporciona dinero de papel para que verifiquen las tarjetas y les dice que ellos serán los Bancos. Los equipos que tienen tarjetas escribirán cantidades que el maestro dictará y pedirán al Banco por medio de ellas el no. de billetes de cada nominación que necesitan para recibir la cantidad que el maestro dictó, para hacerlo podrán hacer uso del dinero de papel. El Banco recibirá las tarjetas y firmará aquellas que estén hechas correctamente, para verificar que lo estén, podrán hacer uso también del dinero de papel que el maestro les dio. Las tarjetas que estén mal realizadas se quedarán en el Banco y supondrán puntos menos para el equipo que las pierda. Las cantidades que el maestro dictará serán primero de 2 cifras, luego de 3 y finalmente de 4 cifras. El maestro, después de dictar unas 3 cantidades, establecerá pequeñas restricciones, para favore-

cer el que los niños cambien millares por centenas, centenas por decenas etc. Estas restricciones serán por ejemplo: El Banco no tiene por el momento billetes de \$1000.00 (para pagar \$ 1100.00), el Banco no tiene por el momento billetes de 100.00 (para pagar \$128.00), el Banco no tiene por el momento billetes de \$10.00 (para pagar \$35.00), etc. Durante la actividad cambiará el papel de los equipos, es decir, los que eran Bancos, pasarán a hacer tarjetas y viceversa.

Después de esta actividad, los alumnos pasarán al pizarrón a escribir en el cuadro del maestro , el no. de billetes de cada nominación que se necesitan para formar las cantidades escritas en él, teniendo cuidado con las restricciones que en éste se establecen y que serán semejantes a las de la actividad anterior, sólo que en el cuadro estarán señaladas por una cruz, los alumnos podrán utilizar para fundamentar sus respuestas el dinero de papel.

OBSERVACIONES: El grupo fue organizado tal y como se plantea en el desarrollo de la estrategia. Primeramente se dictaron a los niños cantidades pequeñas como: \$ 95.00, \$ 35.00, \$ 124.00, \$ 132.00, a continuación se dictó a los pequeños una cantidad de cuatro cifras: \$ 1260.00. Como pudieron trabajar perfectamente con estas ejercicios, se empezaron a establecer las restricciones. Los alumnos escribieron en sus << cheques >> (tarjetas) cantidades como: \$ 1100.00, \$ 3264.00, \$ 2715.00 sin hacer uso al realizar el << cheque >> del renglón de billetes de \$1000.00. De igual forma procedieron a escribir en sus tarjetas cantidades como: \$ 128.00, \$ 213.00, \$ 1232.00, \$ 1312.00, sin utilizar el renglón de billetes de \$ 100.00 y las cantidades de: \$ 35.00, \$ 42.00, \$ 219.00, \$ 531.00 y \$ 2522.00 ,sin ocupar el renglón de billetes de \$ 10.00. La actividad se realizó en forma exitosa , todos los niños tuvieron cuidado de elaborar correctamente sus cheques, consultaban entre ellos mismos y verificaban con los billetes antes de llevar sus tarjetas al Banco, los niños del Banco iban elaborando con el dinero las cantidades para contar

los billetes y saber que cantidad de cada nominación deberían de escribir sus compañeros, sólo un equipo perdió un << cheque >>, pero ésto le sucedió porque escuchó mal la cantidad dictada.

Como la actividad se realizó sin contratiempos, el maestro procedió a la realización del cuadro de cantidades en el pizarrón en el que había, como se menciona en el desarrollo de la estrategia , restricciones parecidas a las que se habían hecho en el juego del Banco. En primer término, se les permitió a los niños corroborar sus resultados con el dinero de papel. Trabajando de esta forma los niños pudieron realizar muy bien el ejercicio, motivo por el cual el maestro les preguntó si se sentían capaces de realizar un cuadro semejante sin el uso del dinero, a lo que la mayoría del grupo respondió afirmativamente.

El profesor les propuso tres cantidades más para que las desglosaran escribiendo el número de billetes que se necesitaban de cada nominación para formar la cantidad, sólo tres alumnos no realizaron correctamente el ejercicio. Estos se quedaron a trabajar con el maestro un poco más, formando cantidades con los billetes y escribiendo qué cantidad de billetes de \$ 1000.00, de \$ 100.00 , de \$ 10.00 y de \$ 1.00 habían necesitado para hacerlas. Después de algunos ejercicios con el material concreto, pudieron realizar el ejercicio sin éste.

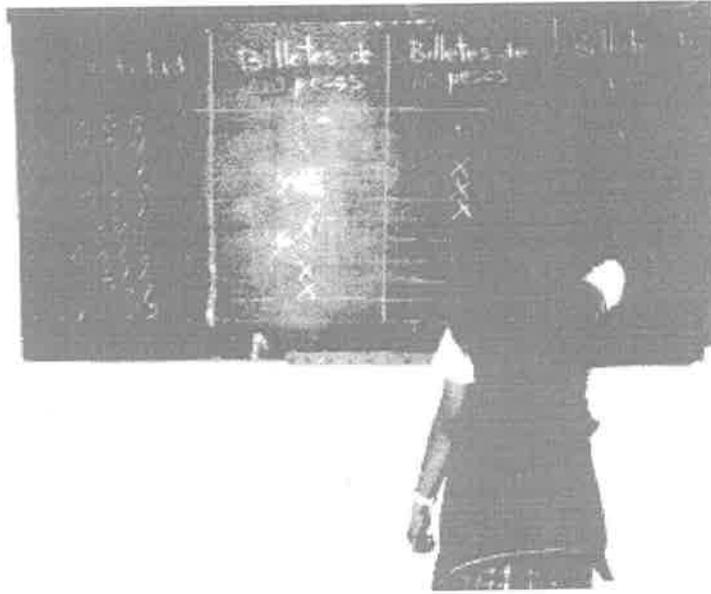


Foto 22. ¿Cuántos billetes necesito?



Foto 23. Cambiando cheques

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo en forma cualitativa observando el trabajo de los niños y escuchando sus respuestas, también pudo realizarse con la revisión del cuadro de cantidades y de los cheques realizados y autorizados por ellos. Con los ejercicios realizados el maestro se percató de que los alumnos eran capaces de agrupar de distintas maneras una cantidad.

Cantidad	2599	✓	ERIKA
Billates de 1000	2		
Billates de 100	5		
Billates de 10	X		
Billates de 1	99		ELIAS

Ilustración 17. Uno de los cheques elaborados por los niños

Martes 5 de Marzo de 1996.

Cantidad	Billetes de 100 pesos	Billetes de 10 pesos	Billetes de 1 peso
325	3	2	5
124	X	12	4
303	3	X	3
220	X	X	220
257	2	X	57
390	X	39	X
1285	12	8	5
378	X	37	8
907	X	90	7
1992	19	X	2

Cantidad	Billetes de \$100	Billetes de \$10	Billetes de \$1
452	4	5	2
396	X	39	6
1246	12	X	46

Ilustración 18. Escribiendo cuántos billetes se necesitan

24. ESTRATEGIA NO. 14

NOMBRE: "Repartiendo dinero, a veces hay que cambiar"

MATERIAL: Dinero de papel para cada equipo (billetes de \$ 100.00, de \$ 10.00 y de \$ 1.00)

OBJETIVO: "Los alumnos aprendan a dividir por separado, los millares, las centenas, las decenas y las unidades de una cantidad"

DESARROLLO: El maestro pedirá a los niños que formen 12 equipos, de 3 integrantes cada uno y uno de dos en el que se incorporará él. A cada equipo le repartirá 3 billetes de \$ 100.00, 6 de \$ 10.00 y 7 monedas de \$ 1.00 . Luego les ordenará que se repartan el dinero de manera que a los tres les toque la misma cantidad de dinero y sobre los menos posible. Cuando hayan terminado de hacerlo, el maestro les preguntará: ¿ Cuántos billetes de \$ 100.00 le tocaron a cada uno, cuántos de \$ 10.00, cuántas monedas de \$ 1.00 ? ¿ Cuánto dinero le tocó en total a cada niño ? ¿ Cuánto dinero sobró ? y posteriormente escribirá en el pizarrón la división $367 \div 3 = 122$ y sobra 1.

Después los invitará a que se repartan \$ 165.00 entre los 3, de manera que a todos les toque igual y sobre lo menos posible, asimismo, les preguntará ¿ Se puede dar a cada niño un billete de \$ 100.00 como en la actividad anterior ?, ¿ Qué sugieren que podemos hacer ?. Si ninguno de los niños lo dice, el maestro les sugerirá que cambien el billete de \$ 100.00 por billetes de \$ 10.00 y les hará notar que los 16 billetes de \$10.00 si se pueden repartir entre 3 niños y el resultado lo pueden encontrar buscando en la Tabla Pitagórica ¿ Cuántos billetes creen que le podemos dar a cada niño ?. Como la respuesta es 5, el maestro pedirá a los equipos que lo comprueben cambiando sus billetes y repartiéndolos, (él anotará el resultado en el pizarrón) y les hará notar que sobra un billete de \$ 10.00. Nuevamente les preguntará, ¿

Este billete de \$ 10.00, lo podemos repartir entre los 3 ? . Como los niños contestarán negativamente, el maestro los invitará a que cambien su billete por monedas de \$ 1.00 y les preguntará, ¿ Si ahora tenemos 10 monedas de \$ 1.00, que obtuvimos al cambiar nuestro billete de \$ 10.00 + 5 monedas de \$ 1.00 que ya teníamos antes, ¿ Cuántas monedas de \$ 1.00 tenemos ? Como la respuesta es: 15 monedas, el maestro interrogará a los niños sobre si éstas alcanzan para repartirse entre los 3, como los niños responderán afirmativamente el maestro los animará a buscar en la Tabla Pitagórica el resultado que más se aproxime, de este modo los pequeños encontrarán que éste es: 5 y propondrá a los niños que realicen el reparto con el dinero de papel, luego les preguntará ¿ Cuántas monedas sobran ? ¿ Cuántos billetes de \$ 10.00 les tocaron a cada uno ?, ¿ Cuántas monedas de 1.00 tienen ?.

A continuación anotará en el pizarrón: El resultado de dividir \$ 165.00 entre 3 niños es 5 billetes de \$ 10.00 y 5 monedas de \$ 1.00, es decir, \$ 55.00.

Finalmente los niños realizarán otros repartos semejantes.

OBSERVACIONES: Los alumnos formaron equipos de tres, el maestro se incorporó en uno de ellos. Se hizo el reparto del material y el profesor procedió a interrogar a los niños tal y como se plantea en el desarrollo de la estrategia a fin de conducir la actividad. Los pequeños participaron en forma entusiasta. Sí hubo alumnos que al darse cuenta de que alguno de los billetes no alcanzaba para repartirse entre los del equipo sugirieron que el dinero se cambiara haciendo alusión a la estrategia anterior en que habían jugado al Banco.

En la mesa del maestro se instaló el Banco y un representante de cada equipo iba a realizar los cambios necesarios tomando del dinero que había sido dispuesto para ello.

También participaron buscando en la Tabla Pitagórica los resultados para realizar los repartos de billetes de \$ 1000.00, de \$ 100.00, de \$ 10.00 y de \$ 1.00 y verificaron con el material concreto cada uno de ellos. De igual forma al terminarse de dividir la cantidad, constataron que cada uno de ellos tenía la misma cantidad y que habían dejado sin repartir lo menos posible. Realizaron junto con el maestro 5 divisiones de este tipo, cambiando millares por centenas, centenas por decenas, decenas por unidades cuando así se requería, y repartiéndolas por separado.



Foto 24. Repartiendo dinero, a veces hay que cambiar

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se realizó cualitativamente observando el trabajo efectuado por los alumnos y escuchando sus respuestas. Al concluir la actividad los alumnos eran capaces de ir dividiendo por separado los millares, las centenas, las decenas y las unidades de una cantidad, cambiando millares por centenas, centenas por decenas y decenas por unidades cuando éstas no bastaban para realizar el reparto.

25. ESTRATEGIA NO. 15

NOMBRE: "Estimando resultados al dividir"

MATERIAL: Tarjetas con divisiones anotadas, cuadernos y lápices para hacer las estimaciones necesarias

OBJETIVO: "Que el alumno estime si el resultado de una división es menor que 10, menor que 100, o menor que 1000"

DESARROLLO: Los alumnos trabajarán por parejas, el maestro escribe, en tarjetas, una división de un lado de ésta y del otro lado, escribe si el resultado es menor que 10, menor que 100 ó menor que 1000. Luego dice a los niños que él les irá mostrando la tarjeta con la división y que cada equipo por turnos irá respondiendo si cree que el resultado es menor que 10, que 100 ó que 1000. Si el equipo acierta, recibirá la tarjeta , si no lo hace , el maestro se quedará con la tarjeta, por supuesto ganará el equipo que más tarjetas tenga. Las divisiones que mostrará el maestro, serán en total 16 y podrán tener divisores de una o dos cifras. Cuando los niños estimen el resultado de la división en cuanto a su tamaño, el maestro observará si sólo lo hacen al azar o si usan un procedimiento. Si responden únicamente sin procedimiento de análisis , el maestro les sugerirá que elaboren tablas de multiplicar para estimar el resultado como hicieron en algunas estrategias anteriores, o que reflexionen sobre si los millares (comparados con billetes de \$ 1000), las centenas (comparadas con billetes de \$ 100), las decenas (comparadas con billetes de \$ 10) o las unidades (comparadas con billetes de \$ 1.00) pueden repartirse entre el número indicado en el divisor, si este reparto no es posible, les propondrá que cambien millares por centenas, centenas por decenas, etc. y que en base a lo primero que van a repartir, es decir, millares o centenas, o decenas, etc., estimen el tamaño del resultado de la división que les tocó. Ejemplo: si en la división $239 \div 15$, los dos

millares no alcanzan para repartirse entre 15, quiere decir que éstos se tendrán que convertir en centenas y sumarse a las centenas que ya se tenían, es decir, 23 centenas será lo primero que se reparta por lo tanto el resultado de la división comenzará con centenas, que son menores que el no. 1000.

OBSERVACIONES: El grupo se organizó en equipos de tres niños a petición de los mismos. El maestro fue mostrando a los pequeños las tarjetas con las divisiones y estos fueron contestando.

Como se les dificultaba el responder la palabra menor, ya que a veces, aunque acertaban contestaban: mayor que 10, 100, etc., y esto llevaba al desconcierto de los demás equipos que decían: "no dijeron menor" a lo que los del equipo en cuestión respondían: "pero estamos contestando bien" y explicaban el por qué, el maestro cambio la consigna para dar mayor agilidad y claridad a la actividad y pidió a los alumnos que dijeran la nominación de los billetes con que debería empezar el resultado del cociente; de esta manera se trabajó mejor.

El maestro observó al principio del trabajo que la mayoría de los niños respondía en los equipos al azar, motivo por el cual les sugirió que escogieran un procedimiento para hacerlo.

Entre los pequeños que no contestaban al azar surgió la propuesta de que se elaboraran tablas para anticipar el resultado, pero los compañeros del grupo consideraron que de esa manera se tardaban mucho, motivo por el cual el maestro les sugirió que analizaran si el número de millares, centenas, decenas era repartible entre el divisor y en base a ello contestaran con qué billetes debería de empezar el resultado. Esta propuesta fue bien acogida por los integrantes de los equipos, de tal manera que ese fue el método que utilizaron para anticipar los resultados.

Al principio hubo algunas contestaciones equivocadas, pero como se iba explicando en el pizarrón por qué estaban mal las respuestas dadas, los niños fueron incorporándose a la actividad en forma acer-

tada conforme se iban realizando más ejercicios. En total se utilizaron 30 divisiones, el equipo que ganó, obtuvo cuatro tarjetas.

Como la actividad al comprenderse despertó mucho entusiasmo por parte de los alumnos y no era posible prolongarla para que cada equipo tuviera un buen número de tarjetas y hubiera más premiados debido a que el grupo tenía que salir a la actividad de educación física, el maestro les propuso un ejercicio similar en los cuadernos.



Foto 25. Estimando resultados al dividir

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se realizó cualitativamente observando el trabajo realizado por los alumnos y escuchando sus respuestas.

También pudo realizarse mediante la revisión del ejercicio realizado en el cuaderno, donde el maestro pudo percatarse de que los alumnos habían alcanzado el objetivo.

26. ESTRATEGIA NO. 16

NOMBRE: "Anticipando cifras"

MATERIAL: Tarjetas con divisiones escritas, cuadernos y lápices para hacer cálculos.

OBJETIVO: "Que los alumnos anticipen cuántas cifras tendrá el resultado de una división"

DESARROLLO: El grupo se organizará del mismo modo que en la estrategia anterior, el juego que realizarán maestro y alumnos, también será similar al que realizaron en la estrategia no. 14, puesto que se trabajará con las mismas divisiones cuyos resultados estimaron los alumnos previamente, sólo que en esta ocasión, los alumnos deberán decir el número de cifras que tendrá el resultado, Ejemplo: si estimaron que el resultado de la división $111 \div 23$ es menor que 10, porque los millares no alcanzan a repartirse, ni las centenas tampoco, los alumnos tendrán que responder cuando le toque el turno a su equipo que el resultado por ser menor que 10, deberá escribirse con una cifra. Ganará el equipo que se quede con más tarjetas, al igual que en la estrategia anterior el maestro sugerirá a los alumnos el que escojan un método para llegar a su conclusión.

OBSERVACIONES: Los alumnos trabajaron por equipos como en la actividad anterior. No hubo necesidad de sugerirles métodos para anticipar el número de cifras del cociente, ya que, los alumnos por propia iniciativa utilizaron el método de la actividad anterior para hacerlo. No hubo dificultades en las respuestas y la participación fue acertada.

En esta ocasión empataron 2 equipos. Al igual que en la estrategia anterior, además del concurso de tarjetas los alumnos realizaron un ejercicio escrito en el cuaderno el cual resolvieron acertadamente.



Foto 26. Anticipando cifras

EVALUACIÓN: Esta estrategia fue evaluada cualitativamente observando el trabajo realizado por los pequeños y escuchando sus respuestas.

También pudo evaluarse con la revisión del ejercicio realizado por los niños en su cuaderno, en el que el maestro pudo constatar que alcanzaron el objetivo.

Miércoles 13 de Marzo de 1996

Escribe las cifras que usarías para resolver las siguientes divisiones

$$72 \overline{) 325} \quad \begin{matrix} XX \\ \end{matrix} \quad 2 \text{ cifras}$$

$$6789 \overline{) 9858} \quad \begin{matrix} Y \\ \end{matrix} \quad 1 \text{ cifra}$$

$$4 \overline{) 1002} \quad \begin{matrix} XXX \\ \end{matrix} \quad 3 \text{ cifras}$$

$$124 \overline{) 8965} \quad \begin{matrix} XY \\ \end{matrix} \quad 2 \text{ cifras}$$

$$4 \overline{) 267} \quad \begin{matrix} VX \\ \end{matrix} \quad 2 \text{ cifras}$$

$$602 \overline{) 3458} \quad \begin{matrix} X \\ \end{matrix} \quad 1 \text{ cifra}$$

$$72 \overline{) 5712} \quad \begin{matrix} XY \\ \end{matrix} \quad 2 \text{ cifras}$$

$$104 \overline{) 8967} \quad \begin{matrix} XY \\ \end{matrix} \quad 2 \text{ cifras}$$

$$72 \overline{) 9244} \quad \begin{matrix} XY \\ \end{matrix} \quad 3 \text{ cifras}$$

$$8 \overline{) 5829} \quad \begin{matrix} X \\ \end{matrix} \quad 4 \text{ cifras}$$

carre te pto
gratia

Ilustración 19. Anticipando cifras

27. ESTRATEGIA NO. 17

NOMBRE: "Dividiendo como otros niños"

MATERIAL: Cuadernos y lápices

OBJETIVO: "Que los alumnos conozcan y dividan con el procedimiento usual"

DESARROLLO: El maestro escribe en el pizarrón la siguiente división:

$$15 \div 1671$$

A continuación, pide a los niños que la copien en su cuaderno y les dice que la van a resolver juntos. Arriba de la división (dejando espacio para el resultado), el maestro anota M (millares), C (centenas), D (decenas) y U (unidades) y pide a los alumnos que hagan lo mismo en su cuaderno. Ejemplo:

$$\begin{array}{cccc}
 & M & C & D & U \\
 15 & \overline{) 1} & 6 & 7 & 1
 \end{array}$$

Luego se dirige a ellos y les pregunta, ¿Creen que el resultado es menor que 1000, que 100 o que 10? ¿Por qué?. Una vez que los niños contestan a la pregunta del maestro, nuevamente éste les interroga de la siguiente manera: ¿Cuántas cifras deben escribirse en el resultado de acuerdo con lo que estimaron? y espera a que ellos anticipen el número de cifras. Después va trabajando con ellos la división, haciéndoles las siguientes reflexiones:

¿El millar que tenemos en la división nos alcanza para repartirlo entre 15, imaginémonos: niños? ¿Qué debemos hacer entonces? Como no alcanza, los niños dirán que debe cambiarse el millar a centenas y sumar a éstas, las que ya había, quedando 16 centenas. El maestro les preguntará entonces ¿Si

son 15 niños, a los que hay que repartir estas centenas ¿ Cuántas creen que debemos darles a cada uno?.

Como la respuesta será : 1, el maestro la anotará como resultado en la división en el lugar de las centenas, que es lo que están repartiendo y pedirá a los niños que la anoten también en su cuaderno.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \text{M C D U} \\
 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 15 \overline{) 1671} \\
 \underline{- 15} \\
 01
 \end{array}$$

Les hará notar a los alumnos que si reparten 1 centena a cada niño, son 15 centenas repartidas y queda 1 por repartir; como ésa no se puede dar a cada uno de los 15 niños, hay que cambiarla a decenas y sumar las decenas que salen con las 7 que ya había antes, por lo que quedarán 17 decenas. Entonces, preguntará a los pequeños, si alcanzan para repartirse entre los 15 niños y a cuánto creen que le tocaría a cada uno. Como la respuesta es 1, la anotará en el pizarrón en el lugar correspondiente (de las decenas , haciéndoles notar que es lo que se está repartiendo) y les solicitará que ellos hagan lo mismo en su cuaderno. Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \text{M C D U} \\
 \quad \quad \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 15 \overline{) 1671} \\
 \underline{- 15} \\
 017 \\
 \underline{- 15} \\
 02
 \end{array}$$

Nuevamente llamará su atención sobre el hecho de que quedaron 2 decenas por repartir y los cuestionará con la finalidad de que ellos le respondan si éstas alcanzan para repartirse entre los 15 niños o no y qué pueden hacer en caso de que ese reparto no sea posible. Una vez que los alumnos se den cuenta de que no es posible repartir las decenas que quedaron, el maestro los animará para que las conviertan en unidades. Como el resultado de esta conversión es: 21, preguntará a los pequeños de nueva cuenta ¿ Cuántas unidades pueden tocarles a cada uno de los 15 niños entre los que se tienen que repartir ?

A continuación anotará la respuesta : 1, en el lugar de las unidades, recalcándoles a los niños de que ése es el lugar que debe ocupar la cifra, porque son unidades las que acaban de repartir. Los alumnos anotarán también en su cuaderno el resultado. Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \text{M C D U} \\
 \quad \quad \quad 1 \ 1 \ 1 \\
 15 \overline{) 1 \ 6 \ 7 \ 1} \\
 \underline{- 1 \ 5} \\
 0 \ 1 \ 7 \\
 \underline{- \ 1 \ 5} \\
 0 \ 2 \ 1 \\
 \underline{- \ 1 \ 5} \\
 0 \ 6
 \end{array}$$

Posteriormente, afirmará la conclusión, con los niños, de que el resultado de dividir $1671 \div 15$ es 111 y sobran 6. Asimismo verificará junto con ellos que el resultado fue menor que 1000 como estimaron y tuvo 3 cifras como lo anticiparon.

Finalmente realizará ejercicios semejantes de división con los niños y permitirá que éstos realicen en el pizarrón y en el cuaderno divisiones usando el procedimiento usual.

OBSERVACIONES: Una vez planteada la división en el pizarrón, los niños la copiaron en sus cuadernos. A continuación, el maestro les pidió que estimaran si el resultado empezaría con millares, centenas, decenas o unidades.

Los pequeños estimaron acertadamente que el resultado de la división empezaría con centenas, es decir, sería menor que 1000 y asimismo anticiparon correctamente que en base a lo anterior, tendría tres cifras.

Posteriormente, participaron activamente en el diálogo con el maestro para la resolución de la división. El profesor hizo junto con los alumnos tres ejercicios de división similares (entre los que incluyó divisiones entre tres y cuatro dígitos) con el objeto de que éstos adquirieran seguridad en el uso del procedimiento y disiparan sus dudas.

Una vez realizados estos ejercicios en conjunto, el maestro propuso a los educandos cuatro divisiones para que ellos las resolvieran solos. Los alumnos las resolvieron satisfactoriamente, en especial aquella en la que el divisor propuesto era de cuatro cifras, ya que con la presente Propuesta los niños han logrado una gran habilidad para proponer números que se aproximen al resultado deseado. En las divisiones entre dos dígitos hubo en algunos alumnos dificultades, porque al usar el procedimiento planteado en esta estrategia, estas operaciones exigían hacer más restas, que por ejemplo la división entre cuatro dígitos, en la que aproximando bien se requería de una sola resta para resolver la operación.

Estas dificultades se presentaron en algunos casos en que los pequeños no realizaron alguna de las restas bien.

Por tal motivo, se revisó el procedimiento para restar de los alumnos y se hicieron algunas sugerencias a éstos para que superaran el problema, la principal de las cuales fue pedirles que no olvidaran las decenas o centenas que habían pedido prestadas al restar, ya que ésa era la situación que provocaba que sus restas no fueran correctas.

Finalmente, se propusieron a los integrantes del grupo otros ejercicios de división entre dos cifras y entre una cifra también, para provocar el uso más frecuente de la resta en la división, haciendo hincapié a los pequeños de que pusieran más atención al restar y de este modo la resolución de los ejercicios mejoró notablemente, tratándose los tres casos que reincidieron en el mismo error en forma particular con el propósito de identificar la dificultad que presentaban a fin de planear actividades que los llevaran a superar sus deficiencias.



Foto 27. Dividiendo como otros niños en el cuaderno

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo en forma cualitativa, observando el trabajo realizado por los niños y escuchando sus respuestas.

También se realizó mediante la revisión de los ejercicios realizados en los cuadernos y en el pizarrón, donde el maestro pudo percatarse de que los niños podían resolver las divisiones con el procedimiento usual.

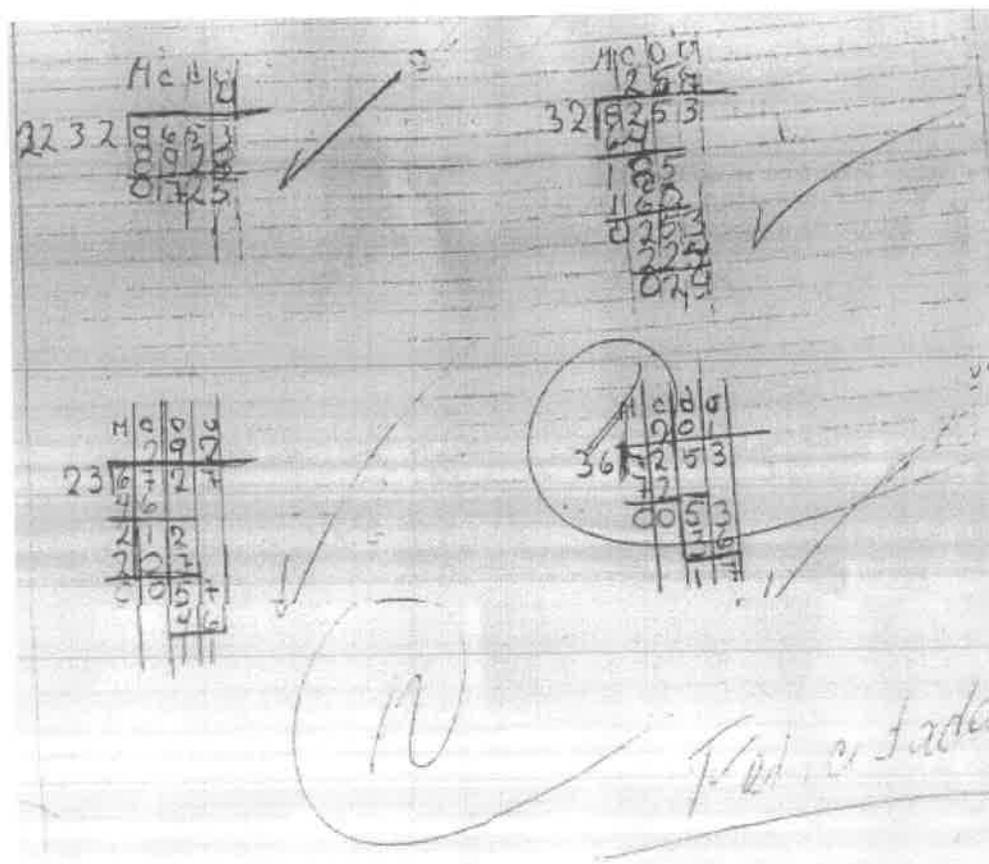


Ilustración 20. Dividiendo con el procedimiento usual

28. ESTRATEGIA NO. 18

NOMBRE: "Usando la división"

MATERIAL: Cuadernos y lápices.

OBJETIVO: "Que los alumnos utilicen la división como instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas"

DESARROLLO: Los alumnos trabajarán por parejas, acto seguido, el maestro entregará 3 divisiones a cada equipo, para que usando las divisiones que les tocaron formulen 3 problemas. Los problemas planteados serán leídos por cada equipo y el grupo en conjunto con el maestro aprobará o desaprobará los problemas presentados.

Como siguiente actividad el maestro repartirá a cada equipo 4 problemas diferentes, uno sólo de los cuales podrá resolverse con división, e invitará a los alumnos a que lo reconozcan y lo resuelvan, asimismo les pedirá que sin resolver digan la cuenta o cuentas que deben realizarse en los otros tres problemas.

Finalmente cada equipo pasará a exponer sus conclusiones y resultados a los demás, el resto del grupo y el maestro calificarán los errores y aciertos de cada equipo.

OBSERVACIONES: Los alumnos solicitaron al maestro trabajar en equipos de tres, con la finalidad de poder leer cada uno de ellos un problema de los que tenían que plantear a partir de las tres divisiones dadas por el docente.

Cada equipo recibió sus tres divisiones y en base a éstas, les fue solicitado que plantearan problemas, lo que pudieron hacer sin ninguna dificultad. Terminada esta actividad cada equipo leyó sus problemas a los demás para confirmar si eran problemas de reparto o no. Aunque el maestro no pidió que resolvieran la división que se les había dado para plantear el problema, los alumnos lo hicieron por iniciativa propia.

Posteriormente, a cada equipo le fue entregada una hoja que contenía cuatro problemas, uno sólo de los cuales se podía resolver con la división. El maestro invitó a los equipos a leerlos y señalar cuál de ellos era el que podía resolverse mediante una división. Los alumnos pudieron identificarlo sin dificultad y lo resolvieron. Después, el maestro les pidió que dijeran las operaciones con que se deberían resolver los problemas restantes y los alumnos también lograron hacerlo, finalmente resolvieron estos problemas también.



Foto 28. Repartiendo divisiones para inventar problemas



Foto 29. Leyendo problemas planteados



Foto 30. Identificando para resolver problemas de división

EVALUACIÓN: La evaluación de esta estrategia se hizo en forma cualitativa. Esta estrategia es una de las planeadas para evaluar el trabajo realizado durante la presente Propuesta en la que se plantearon como objetivos que el alumno de cuarto grado aprendiera a dividir, a utilizar la división para reconocer, plantear y resolver problemas, así como a estimar, anticipar y verificar resultados con la práctica de esta operación.

Se puede concluir al término de esta actividad, que los alumnos de cuarto grado aprendieron a dividir entre una, dos, tres y cuatro cifras, además pudieron ser capaces de plantear problemas a partir de divisiones dadas; asimismo, aprendieron a reconocer un problema de división entre otros problemas dados y al resolver la división aplicaron las habilidades de estimar, aproximar, calcular y verificar. Todo esto pudo observarse en el desarrollo de esta estrategia en la que los niños inventaron problemas de división, resolvieron las divisiones haciendo uso de las habilidades mencionadas y reconocieron el uso de la división en uno de cuatro problemas diferentes planteados .

en una bodega hay 678 lápices y
 los quieren repartir entre 115 papilernas
 ¿Cuántos lápices les toca a cada una?

MCDU

$$\begin{array}{r} 5 \\ 115 \overline{) 678} \\ \underline{575} \\ 103 \end{array}$$

5 lápices a b

Pepe y Juan tenían 232 medicamentos que
 juntaron en una ^{caja} cblca si se los daban
 46 enfermeras ¿cuántas medicinas le tocara
 a cada enfermera?

Operacion R = 5 medicinas a b

$$\begin{array}{r} 5 \\ 46 \overline{) 232} \\ \underline{230} \\ 002 \end{array}$$

Ilustración 21. Ejemplo de problemas planteados por los niños a partir de una división dada. Par-

te I de la evaluación de la estrategia 18. Diseñada para evaluar la propuesta (1)

En una fábrica hay 758 dulces y los quieren repartir en 66 dulcerías ¿Cuántos dulces habrá en cada dulcería?

DATOS	OPERACION	RESULTADO
758 dulces	$ \begin{array}{r} 11 \\ 66 \overline{) 758} \\ \underline{66} \\ 098 \\ \underline{66} \\ 32 \end{array} $	11 dulces y sobran 32
66 dulcerías		

En una fábrica de ropa hay 829 vestidos y los

Ilustración 22. Ejemplo de problemas planteados por los niños a partir de una división dada. Par-

te I de la evaluación de la estrategia 18. Diseñada para evaluar la propuesta (2)

-Susana ahorró el lunes \$ 35.00, el martes \$ 150.00, el miércoles 32.00, el jueves \$ 72.00 y el viernes \$ 15.00 ¿ Cuánto dinero tiene ahora?

$$\begin{array}{r}
 35.00 \\
 150.00 \\
 + 32.00 \\
 + 72.00 \\
 + 15.00 \\
 \hline
 304.00
 \end{array}$$

R = 304.00 \$ ✓

- Román tiene 25 años y Susi 7 años ¿ Cuántos años es más grande que Susi?

Operación

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 - 7 \\
 \hline
 18
 \end{array}$$

R: 18 años más grande Román
~~18 años~~

3.- Andrés tiene 5 años y Tonita tiene el cuádruple de la edad de Andrés ¿ Cuántos años tiene Tonita ?

$$5 \times 4 = 20$$

Tonito tiene 20 años.

4.- En un cine hay 239 butacas, separadas en 26 filas ¿ Cuántas butacas hay en cada fila ?

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 20 \overline{) 239} \\
 \underline{234} \\
 005
 \end{array}$$

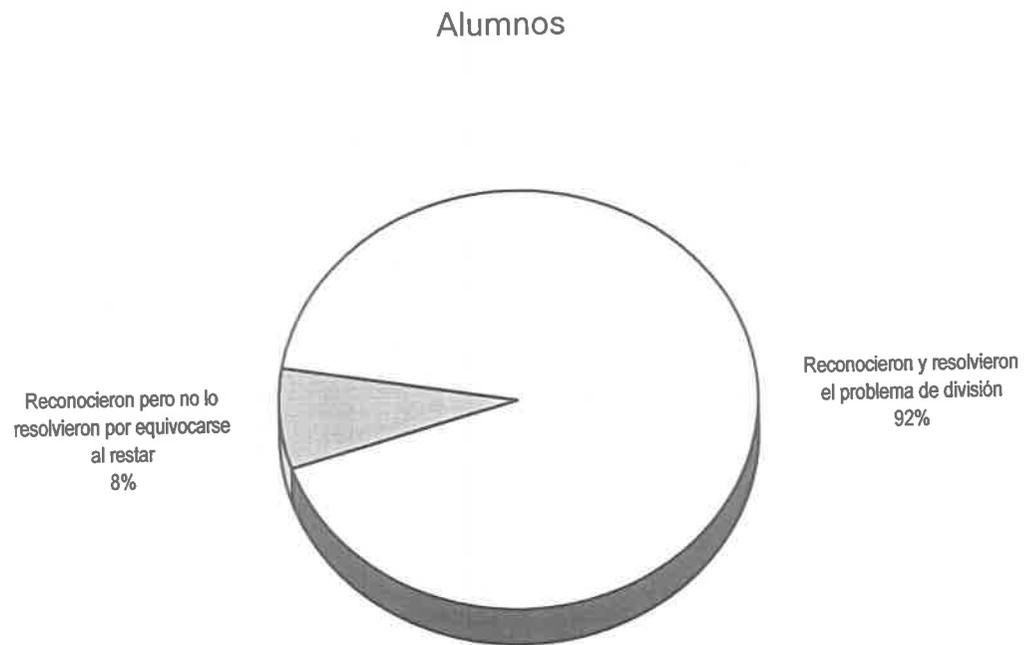
R = 9 butacas y sobran 5

239 butacas
26 Filas

Ilustración 23. Parte II de la evaluación de la estrategia 18. Diseñada para evaluar la propuesta

Gráfica 5. Evaluación de la estrategia No. 18: cuatro problemas que incluyen uno de división.

"Reconocer y usar la división como un instrumento para identificar y resolver problemas utilizando las habilidades de anticipar, estimar y verificar resultados de cálculos"



29. ESTRATEGIA NO. 19

NOMBRE: "Comprando naranjas y reforestando"

OBJETIVO: "Que los alumnos apliquen adecuadamente la división en una situación problemática cotidiana"

DESARROLLO:

PARTE I: Los alumnos trabajarán por parejas, el maestro les repartirá una hoja con el siguiente problema:

Joaquín compró tres bolsas con 36 naranjas cada una. Una bolsa tenía naranjas chicas y le costó \$ 8.00, otra bolsa tenía naranjas medianas y le costó \$ 12.00. La otra bolsa tenía naranjas grandes y le costó \$15.00. Joaquín pagó con un billete de \$ 50.00.

- A) ¿ Cuántas naranjas compró en total ?
- B) ¿ Cuánto le dieron de cambio ?
- C) ¿ Para cuántos días le alcanzarán las naranjas si cada día consume 9 naranjas de cualquier tamaño ?

Una vez que cada equipo tenga su hoja, el maestro pedirá a los alumnos que lean el problema con cuidado, que analicen las preguntas y que antes de contestarlas piensen, como en estrategias anteriores, si el resultado que buscan debe ser más grande o más chico de manera que esta anticipación los ayude a

elegir las operaciones más adecuadas para resolver las cuestiones propuestas. A continuación dará a los alumnos un tiempo pertinente para que respondan las preguntas planteadas en esta situación cotidiana.

Finalmente hará un sorteo para elegir a los equipos que presentarán la solución de cada una de las cuestiones marcadas en el ejercicio . Esta actividad la realizarán en el pizarrón para facilitar que todos los niños comparen sus procedimientos y aclaren sus dudas en el caso de que éstas existan. Del mismo modo aprovecharán la actividad para autoevaluar su desempeño en la presente estrategia. El maestro estará atento a este proceso para garantizar que esta autoevaluación sea honesta.



Foto 31. Resolviendo el problema ¿Cuántas naranjas compró en total?



Foto 32. Resolviendo el problema ¿Para cuántos días alcanzan las naranjas?

PARTE II : El grupo trabajará organizado de la misma manera que en la PARTE I de esta estrategia.

Esta segunda parte será aplicada en una sesión diferente. El problema presentado a los alumnos en la hoja les proporcionará la oportunidad de aplicar la división con tres y cuatro dígitos en el dividendo y dos en el divisor, tal y como lo marca el programa de Matemáticas para el cuarto grado de educación primaria.

El problema planteado será el siguiente:

Se planea reforestar la escuela con rosales de diferentes colores, para hacerlo se han realizado juntas con las vocales de grupo con el fin de saber la cantidad de plantas de ornato que cada grupo puede sembrar en su área. Las juntas han terminado y los datos recogidos de éstas son los siguientes: El 1º A

puede sembrar 25 rosales, el 1º B: 15, el 2º A: 30, el 2º B: 26, el 3º A: 12, el 3º B: 21, el 4º A: 18, el 4º B: 23, el 5º A: 11, el 6º A : 25 y el 6º B: 25. El costo total de los rosales será de \$ 3904.00.

A) ¿ Cuántos rosales se plantarán en la escuela ?

B) ¿ Cuántos rosales plantarán los cuartos años ?

C) ¿ Cuántos rosales plantarán los sextos años ?

E) Si el costo de los rosales será pagado equitativamente entre los 12 grupos de la escuela ¿ Qué cantidad aportará cada grupo ?

F) Si en el cuarto "A" hay 38 alumnos ¿ Cuánto aportará cada alumno ?

Quando cada equipo tenga su hoja, se seguirán las mismas actividades que se sugieren en la PARTE I de la estrategia para resolver y revisar en conjunto las cuestiones planteadas.



Foto 33. Resolviendo el problema de la actividad "Reforestando"

OBSERVACIONES:

PARTE I: Los alumnos trabajaron por parejas, como no se pudo fotocopiar el problema en una hoja debido a que la fotocopidora de la escuela estaba descompuesta, los alumnos escribieron el problema en una hoja de su cuaderno.

Terminada la escritura del problema, el maestro pidió a los niños que lo leyeran con cuidado y que pensaran si los resultados que buscaban para dar respuesta a las cuestiones dadas deberían ser más grandes o más chicos, igualmente señaló a los pequeños que tomando en cuenta sus anticipaciones buscaran los procedimientos más adecuados con el fin de resolver las problemáticas planteadas.

A continuación dio a los alumnos tiempo para que resolvieran el problema. Estos solicitaron al maestro que en lugar de hacer un sorteo para elegir al equipo que pasaría al pizarrón, se permitiera el acceso a éste de acuerdo al orden en que éstos fueran terminando de realizar el trabajo. Esta petición fue aceptada por el maestro.

Transcurrido el tiempo pertinente se procedió a la revisión del trabajo tal y como se planeó en el desarrollo de la presente estrategia.

Los equipos que terminaron primero el trabajo, escribieron en el pizarrón las cuestiones y presentaron al resto del grupo los procedimientos empleados.

De este modo los pequeños que no pasaron al pizarrón compararon sus procedimientos y pudieron darse cuenta de si éstos eran acertados o no, si eran iguales o diferentes, etc.

Sólo en la cuestión en la que tenía que averiguarse el número total de naranjas compradas hubo procedimientos distintos, ya que dos equipos en lugar de multiplicar las 36 naranjas por el número de bolsas, sumaron tres veces la cantidad de naranjas.

Esto llevó al grupo a comentar sobre los "pros" y los "contras" de usar la suma en lugar de la multiplicación.

Para el resto de las cuestiones los equipos coincidieron en el uso de procedimientos, los cuales fueron aplicados en forma acertada.

Jueves 28 de Marzo de 1976.
 DENISSE Monserrat Bernal Alvarez.

El Joaquín compra 3 bolsas con 36 naranjas
 cada una. Una bolsa tenía naranjas chicas
 y la costó \$3 pesos, otra bolsa tenía naranjas
 medianas y le costó \$12 pesos. La otra bolsa
 tenía naranjas grandes y le costó \$15 pesos.
 Joaquín pagó con un billete de \$30 pesos.
 ¿Cuántas naranjas le dio en total?
 R= 102 naranjas

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \end{array} \quad \checkmark$$

¿Dónde está la dirección de cambio?

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 3 \\ \hline 105 \end{array} \quad \checkmark$$

c) ¿Para cuántos días le organizarán la fiesta
 si a 5 días le dan 5 naranjas de cada día?
 R= 12 días

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \end{array} \quad \checkmark$$

Ilustración 24. Evaluación de la estrategia 19, Parte I. Estrategia diseñada para evaluar la propuesta

PARTE II.- Esta parte fue aplicada tal y como se planeó en otra sesión diferente. En este caso el material se entregó a los niños impreso en una hoja blanca.

Los pequeños, al igual que en la PARTE I, leyeron el problema cuidadosamente y siguiendo la sugerencia del maestro hicieron las anticipaciones de los resultados de cada una de las cuestiones dadas.

Luego, en el tiempo que el profesor les proporcionó, buscaron la solución a las preguntas eligiendo las operaciones que consideraron más adecuadas para hacerlo.

Cuando el tiempo brindado para realizar el trabajo llegó a su término, se hizo la revisión de éste de la misma manera que se procedió a hacerlo en la PARTE I de la estrategia.

No hubo procedimientos diferentes en la resolución del problema dado, pero sí en su ejecución.

Como las cantidades estaban impresas con punto y dos ceros, algunos equipos al realizar las divisiones dividieron estos ceros también y subieron el punto en forma intuitiva.

Los niños utilizaron procedimientos adecuados y realizaron bien sus divisiones revisando cuidadosamente sus restas, cuestión en la que el maestro al detectar el problema les ha insistido.

Finalmente, con el deseo de enriquecer la actividad, el maestro planteó a los niños una cuestión más además de las impresas, ésta pregunta fue: ¿Cómo podríamos saber cuánto dinero costó cada rosal comprado? ¿Creen que podemos averiguarlo de alguna forma?

Esta interrogante tuvo rápida respuesta en los equipos los cuales contestaron que podía hacerse con una división.

El maestro preguntó a los niños cuáles deberían de ser las cantidades usadas para realizar la división y los pequeños fueron capaces de contestar acertadamente.

Finalmente a invitación del maestro añadieron la cuestión en la hoja impresa, plantearon la división, que resultó tener cuatro dígitos en el dividendo y tres en el divisor y la resolvieron, pasando un equipo al frente a mostrar el procedimiento empleado a los demás con la finalidad de que compararan sus resultados y establecieran si su resolución era acertada o no.

Se planea reforestar la escuela con rosales de diferentes colores. Para hacerlo se han reunido juntas en las vocales de grupo con el fin de saber la cantidad de plantas de ornato que cada grupo puede sembrar en su área. Las juntas han terminado y los datos recogidos. Éstos son los siguientes: El 1º A puede sembrar 25 rosales, el 1º B: 18, el 2º A: 30, el 2º B: 24, el 3º A: 12, el 3º B: 21, el 4º A: 15, el 4º B: 27, el 5º A: 11, el 5º B: 25 y el 6º B: 11. El costo total de los rosales será de \$ 3904.00.

A) ¿Cuántos rosales se plantarán en la escuela?
 B) ¿Cuántos rosales plantarán los cuartos 5ºB?
 C) ¿Cuántos rosales plantarán los cuartos 6ºB?
 D) Si el costo de los rosales será pagado equitativamente entre los 12 grupos de la escuela ¿Qué cantidad aportará cada grupo?
 E) Si en el cuarto 6ºB hay 38 sillas ¿Cuánto aportará cada silla?

¿Cuántos rosales plantarán en la escuela?
 R = 292 rosales

¿Cuántos rosales plantaron los cuartos 5ºB?
 R = 23 rosales

¿Cuántos rosales plantaron los cuartos 6ºB?
 R = 41 rosales

Si el costo será pagado equitativamente entre los 12 grupos de la escuela ¿Qué cantidad aportará cada grupo?
 R = 325.00 pesos

¿Cuántos plantaron los baños?
 R = 50 rosales

12 | 3904.00 R 325.00 pesos

Ilustración 25. Evaluación de la estrategia 19, Parte II. Estrategia diseñada para evaluar la propuesta (1)

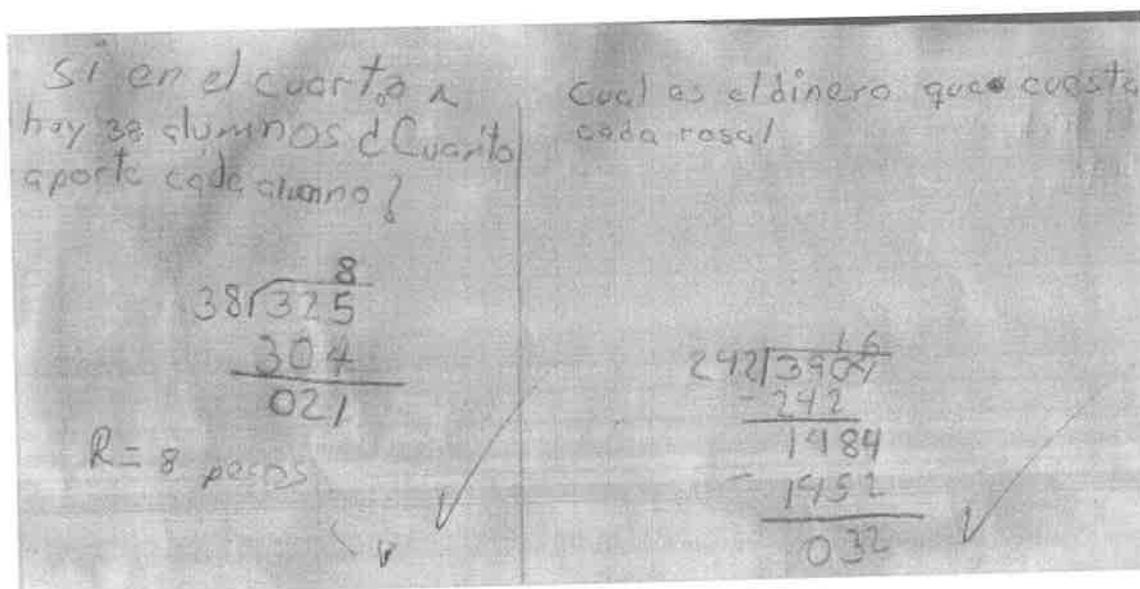


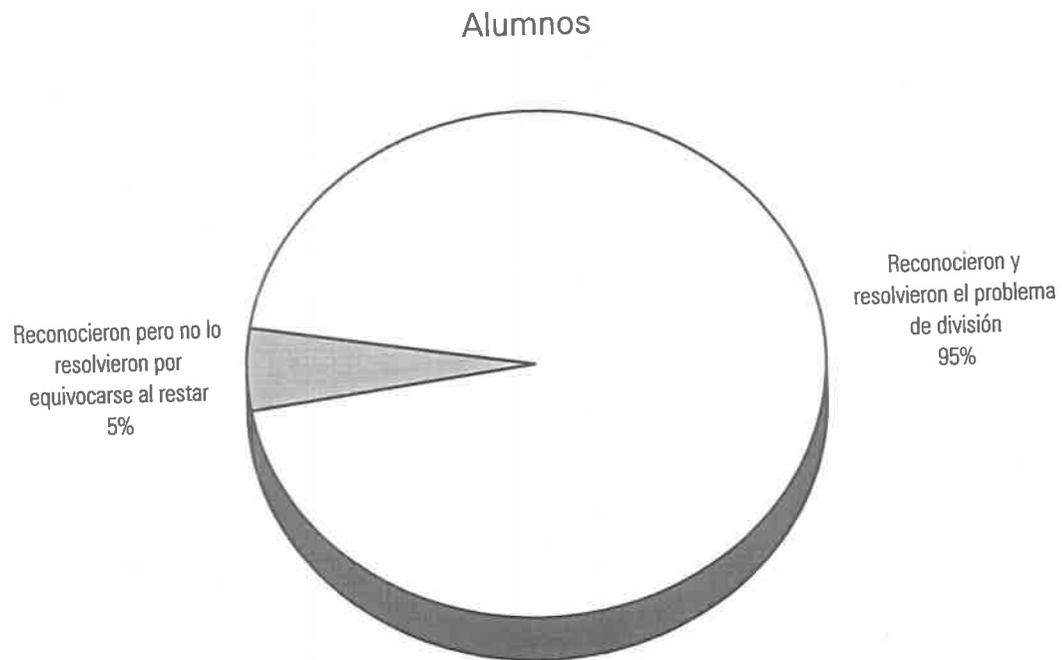
Ilustración 26. Evaluación de la estrategia 19, Parte II. Estrategia diseñada para evaluar la propuesta (2)

EVALUACIÓN: La evaluación de ambas partes se realizó en forma cualitativa observando el trabajo de los niños y escuchando sus respuestas.

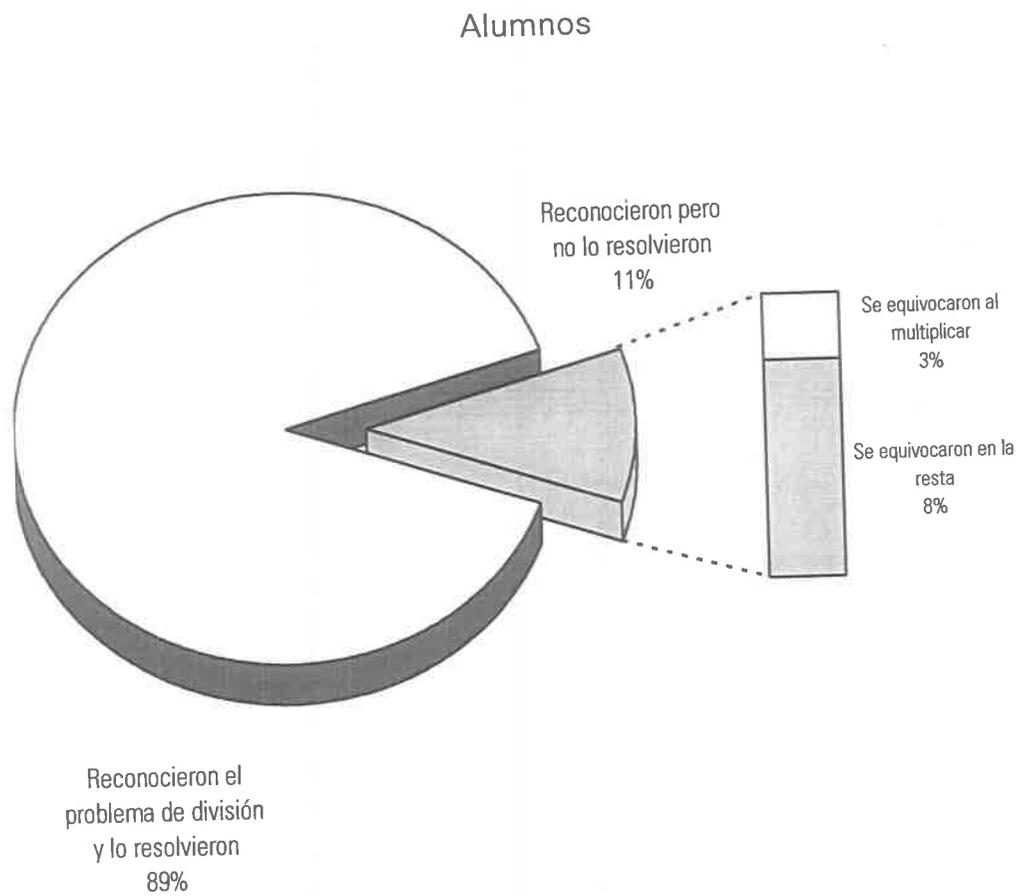
También pudo realizarse con la revisión de los trabajos ejecutados en el cuaderno y en la hoja impresa.

Esta es otra de las estrategias diseñadas para evaluar la presente Propuesta. Con esta actividad el maestro pudo percatarse de que los niños son capaces de dividir y de emplear esta operación para resolver problemáticas cotidianas al alcance del mundo infantil y aplicar en su resolución las habilidades de anticipar, estimar y verificar resultados de cálculos.

Gráfica 6. Evaluación de la estrategia No. 19 Parte I: tres problemas que incluyen uno de división. "Reconocer y usar la división como un instrumento para identificar y resolver problemas utilizando las habilidades de anticipar, estimar y verificar resultados de cálculos"



Gráfica 7. Evaluación de la estrategia No. 19 Parte II: cinco problemas que incluyen dos de división. "Reconocer y usar la división como un instrumento para identificar y resolver problemas utilizando las habilidades de anticipar, estimar y verificar resultados de cálculos". Causas por las que los alumnos no resolvieron el problema de división



30. EVALUACIÓN

El presente trabajo se realizó con la participación entusiasta de los alumnos, que en todo momento se mostraron interesados en las actividades sugeridas en él.

Al término del mismo, se hizo una valoración general del trabajo realizado en la presente Propuesta, de esta apreciación cabe destacar lo siguiente: los alumnos de cuarto grado, amén de participar en forma interesada como se ha destacado al inicio de este apartado, lograron construir su conocimiento matemático sobre la división, llegando a esta construcción a través de distintas formas de razonamiento, que se fueron dando en la medida en la cual los pequeños fueron interactuando con el objeto de conocimiento en las diferentes actividades implementadas para ello.

Pudo constatarse asimismo, que los alumnos aprendieron a hacer uso del algoritmo de la división entre una, dos tres y cuatro cifras. Igualmente llegaron a la aplicación de éste en situaciones problemáticas cotidianas planteadas.

Además de lo anterior lograron desarrollar las habilidades de estimar, aproximar y verificar resultados de cálculos al resolver divisiones y problemas diversos. Cabe señalar con respecto a éstos últimos que los niños llegaron a reconocer de entre las variadas problemáticas planteadas aquellas cuya solución podía facilitarse con la división. Las gráficas de los resultados obtenidos en las estrategias diseñadas para evaluar la Propuesta señalan los porcentajes de aprovechamiento adquiridos al finalizarla. En ellos puede apreciarse que el trabajo realizado fue satisfactorio, aunque no pudo lograrse un éxito total, debido a algunas pequeñas deficiencias en la resta que al resolver las divisiones, algunos niños mostraron.

Se trabajó en forma especial con estos pequeños investigándose primero si eran capaces de contar colecciones y advertir los cambios que se hacían en ellas quitando o agregando elementos, lo que pudieron hacer sin dificultad, también se les plantearon problemáticas que requerían para su resolución la resta, con números menores que 20 en el minuendo, pudiendo realizar este tipo de operaciones sin dificultad pero recurriendo al manejo de materiales concretos cuando las unidades del minuendo eran menores que las del sustraendo, así pudo identificarse que presentaban dificultad al realizar restas en las cuales había menos unidades en el minuendo que en el sustraendo, es decir se les dificultaba tomar una decena prestada y convertirla en unidades, por lo cual se realizaron con ellos más actividades de agrupación y desagrupación de cantidades con los billetes utilizados en las estrategias 13 y 14, haciéndose una revisión del algoritmo de la resta con minuendos hasta centenas que tenían menor número de unidades o de decenas que en el sustraendo, utilizándose los billetes para realizar las transformaciones necesarias en un primer momento y posteriormente haciendo las transformaciones sin ellos. Asimismo se plantearon situaciones problemáticas que requerían de la aplicación de la resta para su resolución. Esto ayudó a los niños a mejorar notablemente su desempeño en el uso del algoritmo, incurriendo en errores, sólo en algunos casos porque olvidaban la transformación realizada en las decenas o centenas, por lo que se sigue trabajando con ellos con la finalidad de que la práctica frecuente de este algoritmo en situaciones problemáticas o dentro del algoritmo de la división los lleve a superar sus deficiencias por olvido en forma total.

RESUMEN

El problema planteado en la presente Propuesta Pedagógica, refiere la dificultad de los niños de cuarto grado para dividir usando y aplicando el algoritmo de la división correctamente en situaciones problemáticas de reparto y de saber cuántas veces cabe una unidad en otra. Este trabajo, tuvo como propósito el de lograr que el niño superara esta dificultad y aprendiera a emplear la división como instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas, así como a estimar, anticipar y verificar resultados de cálculos. Para ello se implementaron actividades que le proporcionaron la oportunidad de manejar con objetos concretos la operación de la división, con la finalidad de que redescubriera su aplicación y las condiciones en las que ésta se realiza. Igualmente se implementaron actividades para que el niño pudiera utilizar esta operación aritmética como instrumento para plantear, reconocer y resolver problemas, así como para desarrollar las habilidades de anticipar, estimar y verificar resultados de cálculos con su práctica. Dichas actividades fueron situaciones problemáticas al alcance de su experiencia infantil. Los resultados obtenidos con el trabajo realizado fueron satisfactorios, ya que el 92% de los pequeños aprendieron a dividir entre una, dos, tres y cuatro cifras, además adquirieron la capacidad para plantear problemas a partir de divisiones dadas, asimismo reconocieron un problema de división entre otros problemas proporcionados y al resolver la división, aplicaron las habilidades de estimar, aproximar, calcular y verificar.

CITAS

- (1) Dato obtenido de la Estadística Escolar.
- (2) Dato obtenido de las Formas I.A.E
- (3) Datos sacados del Registro de Inscripción de la Escuela.
- (4) Acuerdo Nacional para la Modernización Educativa. México. 1992 . Pág. 13.
- (5) Acuerdo Nacional para la Modernización Educativa. México 1992.. Pág. 15.
- (6) Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. S. E. P. Pág. 52.
- (7) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana. S. A.. Guatemala. 1971. Pág. 58.
- (8) PENICHE GARCÍA Antonio. Matemáticas. Enrique Sainz Editores. S. A. . Méx. D.F. 1967. Pág. 43.
- (9) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana. S. A. Guatemala. 1971. Pág. 70.
- (10) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana. S. A. Guatemala. 1971. Pág. 74.
- (11) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana S.A. Guatemala. 1971 Pág. 90.
- (12) GALDOS L. Consultor Matemático. Aritmética I. Edit. Cultural. Tercera Edición. España. 1989. Pág. 75.
- (13) GALDOS L. Consultor Matemático. Aritmética I. Edit. Cultural. Tercera Edición. España. 1989. Pág. 76.
- (14) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana. S.A. Guatemala. 1971 Pág. 113.
- (15) BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Edit. Cultural Centroamericana. S.A. Guatemala. 1971. Pág. 114.
- (16) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Pág. 20

- (17) "Diccionario de Epistemología Genética" en Antología de Licenciatura en Educación Básica. Sistema de Educación a Distancia. Sexto Curso Optativa. Paquete del autor Jean Piaget. U. P. N. Méx. D. F. 1985. Pág. 478.
- (18) RICHMOND P.G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Pág. 42.
- (19) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Pág. 61.
- (20) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición.. Madrid, España. 1985 Pág. 65.
- (21) DENER Delia "Clasificación, Seriación y Concepto de Número" en Antología " La Matemática en la Escuela I ". U. P. N. Méx. D.F. 1994. Pág. 284.
- (22) "Diccionario de Epistemología Genética" en Antología de Licenciatura en Educación Básica. Sistema de Educación a Distancia. Sexto curso optativa. Paquete del Autor Jean Piaget. U. P. N. Méx. D. F. 1985. Pág. 79.
- (23) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Págs. 64-65.
- (24) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Pág. 71.
- (25) RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. Madrid, España. 1985. Pág. 147.
- (26) Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. S. E. P. Pág. 62.

BIBLIOGRAFÍA

- Acuerdo Nacional para la Modernización Educativa. México 1992.P.21.
- Antología " La Matemática en la Escuela I ". U.P.N. Méx. D.F. 1994. P. 371
- Antología "La Matemática en la Escuela II". U.P.N. Méx. D.F. 1994.P. 334
- Antología "La Matemática en la Escuela III". U.P.N. Méx. D.F. 1994.P.270
- Antología de Licenciatura en Educación Básica. Sistema de Educación a Distancia. Sexto Curso Operativa. Paquete del autor Jean Piaget. U. P. N. Méx. D. F. 1985. P. 479
- BALDOR Aurelio. Aritmética Teórico Práctica. Guatemala. Edit. Cultural Centroamericana. S. A.. 1971. P. 639
- GALDOS L. Consultor Matemático. Aritmética I. España. Edit. Cultural. Tercera Edición. 1989. Pág.
- PENICHE GARCÍA Antonio. Matemáticas. Méx. D.F. Enrique Sainz Editores. S. A. 1967. P. 364.
- Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica. S. E. P. P. 164.
- RICHMOND P. G. Introducción a Piaget. Madrid, España. Editorial Fundamentos. Onceava Edición. 1985. P.158.