SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 142

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

"EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO RELACIONAL Y EL APRENDIZAJE DE RAZONES Y PROPORCIONES EN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO."

MARIA GUADALUPE MAGAÑA LIRA

TLAQUEPAQUE, JAL. 1996

26-IX-97 meeg

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 142

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

"EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO RELACIONAL Y EL APRENDIZAJE DE RAZONES Y PROPORCIONES EN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO."

MARIA GUADALUPE MAGAÑA LIRA

PROPUESTA PEDAGOGICA

PRESENTADA PARA OBTENER EL TITULO DE LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

TLAQUEPAQUE, JAL. 1996

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

Tlaquepaque, Jal., 25 de JULIO de 1996

C. PROFR. MARIA GUADALUPE MAGAÑA LIRA.

P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado : EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO RELACIONAL Y EL APRENDIZAJE DE RAZONES Y PROPORCIONES EN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO."

Opción : PROPUESTA PEDAGOGICA a propuesta del asesor C. PROFR. MARGARITA T. LEAL ESPINOZA. manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E

PROFR. JOSE NESTOR ZAMORA DE LA PAZ.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN. 142 TLAQUEPAQUE.

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
O.S.E.J.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 142
TLAQUEPAQUE

UNIDAD UPN 142 TLAQUEPAQUE

CONSTANCIA DE TERMINACION DEL
TRABAJO DE INVESTIGACION.

Tlaquepaque, Jal., a **24** de *Julio* de 1996

C. PROFR.(A) **MARIA GUADALUPE MAGAÑA LIRA**
P R E S E N T E.

Después de haber analizado su trabajo intitulado: **"EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO RELACIONAL Y EL APRENDIZAJE DE RAZONES Y PROPORCIONES EN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO".**
opción **PROPUESTA PEDAGOGICA** , comunico a usted que lo estimo terminado, por lo tanto, puede ponerlo a consideración de la H. Comisión de Titulación de la Unidad UPN, a fin de que, en caso de proceder, le sea otorgado el dictamen correspondiente.

A T E N T A M E N T E

ASESOR: PROFR.(A) **MARGARITA T. LEAL ESPINOSA**

C.c.p. Comisión de titulación de la Unidad UPN, para su conocimiento.

INDICE

INTRODUCCION.

En la presente propuesta pedagógica se pretende propiciar el desarrollo del pensamiento relacional en el alumno de sexto grado al tiempo que aprende razones y proporciones. Se considera importante que el alumno que cursa el sexto grado de educación primaria aprenda el tema matemático antes mencionado, pero se considera aún más prioritario que el alumno desarrolle estrategias de pensamiento que le permitan no sólo aprender un tema específico, sino que al ir superando su nivel de desarrollo se le está brindando la oportunidad de formarse, además de informarse.

Es común considerar que el tema razones y proporciones presenta dificultad de aprendizaje para los alumnos, y esta situación se seguirá presentando mientras el proceso educativo se oriente a la mecanización y ejercitación del tema sin antes haber permitido al alumno la oportunidad de ir construyendo el conocimiento a partir de su nivel de desarrollo y sobre todo brindarle las condiciones que le permitan superar éste nivel y acceder al verdadero aprendizaje.

En este trabajo se presenta una propuesta didáctica que, sustentada teóricamente en la psicogénesis y la pedagogía operatoria, pretende conjuntar la formación e información del alumno, desarrollando su pensamiento relacional y a la par que aprende razones y proporciones.

La propuesta está conformada de 4 capítulos desarrollados de la siguiente manera:

Capítulo 1: Se presenta la situación que genera el problema planteado en este trabajo, se define y delimita éste y se establecen los objetivos que permiten precisar los alcances de la propuesta. También se define el marco contextual en que se trabajará con la propuesta.

Capítulo 2. En este capítulo se da un panorama de lo que es el tema matemático razones y proporciones, se presentan algunas consideraciones teóricas sobre el pensamiento relacional y el nivel de desarrollo de los alumnos que cursan el sexto grado de educación primaria.

Capítulo 3. Luego de realizar un análisis de lo que propone el programa de estudio respecto al tema matemático, se presenta la estrategia metodológica sugerida, con sus criterios pedagógicos, explicitando además en el plan de operativización los momentos didácticos, actividades, recursos, propósitos y tiempo probable de realización.

Capítulo 4. Se brinda un informe detallado de las sesiones de trabajo en que se instrumentó el plan de operativización. Están considerados en 5 bloques, cada uno con las diferentes sesiones que se hicieron.

Por último se enuncian algunas conclusiones y sugerencias, además de la bibliografía consultada para la realización de este trabajo.

CAPITULO 1

SITUACION PROBLEMATICA.

MARCO CONTEXTUAL.

SITUACION PROBLEMATICA.

Los programas de estudio de Educación primaria implementados a partir de 1993 han marcado una gran importancia en el tratamiento de la variación funcional, al grado de que precisamente uno de los 6 ejes que integran la asignatura de matemáticas denominado "Procesos de cambio" aborda este tema a partir del cuarto grado.

La importancia que se les ha otorgado es muy justificable, pues es un tema que destaca por tres razones: es básico para que los alumnos aprendan posteriormente otros conocimientos tanto de matemáticas como de otras áreas del conocimiento en la misma primaria y en estudios siguientes. Su aplicabilidad en la vida cotidiana de los alumnos pues situaciones que enfrentan tienen resolución a través de la proporcionalidad y además se trata de un tema matemático que resulta idóneo porque mediante éste puede ayudarse al niño a desarrollar su pensamiento relacional y con ésto estaríamos favoreciendo la formación del educando, que es uno de los propósitos básicos de la educación.

A pesar de la importancia y trascendencia del tema, se tenía la idea de que los alumnos no lograban aprender realmente este tema y como consecuencia fracasaban en el aprendizaje de otros aspectos de matemáticas y de otras asignaturas, no podían resolver situaciones cotidianas que enfrentaban y naturalmente no desarrollaban su pensamiento relacional lo que ocasionaba que no aprendieran las razones y proporciones. Este sentir lo confirmó una investigación[1] realizada en 1993 con una muestra de más de 400 alumnos a los cuales se les valoró y se pudo establecer que apenas lograron un 66% de eficiencia en este tema.

Este porcentaje es muy bajo, pero se consideró que los alumnos de esta muestra no cursaron su educación primaria con los programas implementados precisamente ese año. Así que podemos suponer que en 1996, cuando los alumnos que cursan el sexto grado ya han pasado por un 4° y 5° grado con el nuevo programa que marca un eje especialmente con el tema de razones y proporciones, los resultados deben ser más alentadores.

Para tener un panorama del nivel de eficiencia que tienen los alumnos de sexto grado, se recurrió al grupo único de ese grado de la Escuela Primaria "Pedro Moreno" de la colonia Prados Vallarta en

---

[1] Celis Ramírez, Víctor M. "Principales causas operacionales que ocasionan un bajo índice de eficiencia en el aprendizaje de la matemática". Educación, Jalisco. 1993.

Zapopan, Jal. y se aplicó a una muestra de 10 alumnos, un ejercicio diseñado por Karplus y Peterson[2]. Este ejercicio consiste en mostrar al alumno dos figuras de diferentes tamaño y dos objetos, también de diferente tamaño, para que mida las figuras. Con uno de los objetos mide las dos figuras, con el otro, sólo mide una y a partir de ese resultado se le pide que anticipe el resultado, es decir, lo que mide la otra figura, y que explique el por qué de su respuesta.

El ejemplo de un ejercicio, así como los resultados obtenidos con el total de la muestra fueron como el que se presenta en la página siguiente.

De los diez alumnos que integraron la muestra, siete supusieron que la media del otro objeto que no midieron sería de 8, ya que su razonamiento fue que si de 4 a 6 la diferencia es 2, entonces la medida tomada de 6 y sus dos de diferencia da como resultado 8, esto muestra que usaron la proporcionalidad aditiva, que en este caso no resuelve el problema planteado.

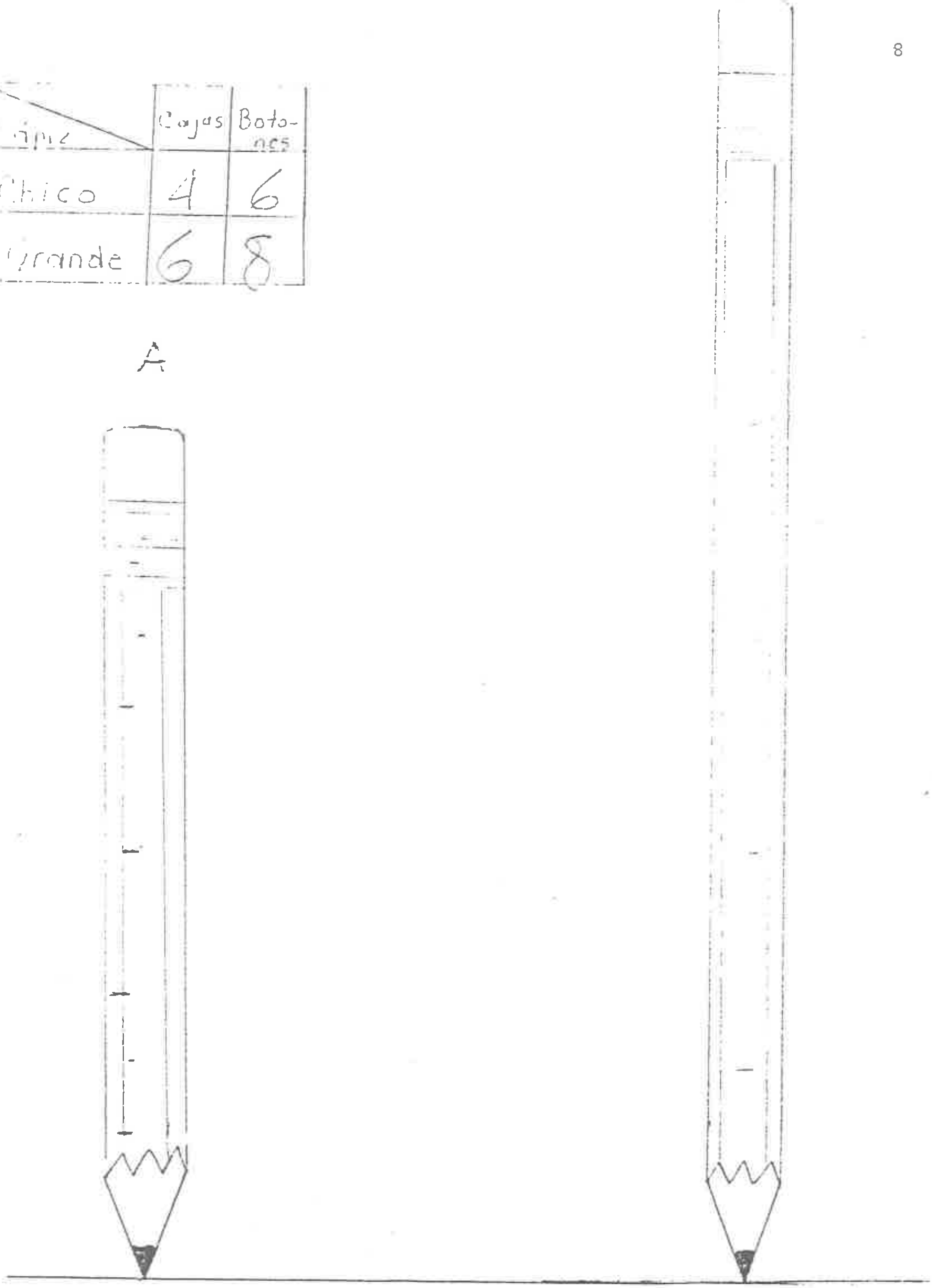
---

2 Orton, Antoby. "Didáctica de las matemáticas" Editorial Morata. España, 1990 p. 28 - 29.

Lápiz	Cajas	Botones
Chico	4	6
Grande	6	8

A

B



RESULTADOS DEL MUESTREO

	A	B	
ALUMNOS	CAJA	BOTON	¿ COMO LO SABES? ¿ POR QUE?
1	4 6	6 8	Porque con los botones fue dos de diferencia en el lápiz chico en el grande también son dos.
2	4 6	6 8	Porque de cuatro a seis aumenta dos y de seis, le aumentamos dos y son ocho.
3	4 6	6 9	Lo calculé poniendo mentalmente las rayitas (de las medidas) en el lápiz grande.
4	4 6	6 8	Porque la diferencia es dos, entonces de seis botones debe ser ocho.
5	4 6	6 8	Porque aumentó dos.
6	4 6	6 8	Porque me late.
7	4 6	6 11	Porque casi está al doble de grande.
8	4 6	6 9	(No midió todo el lápiz, sólo lo que excede al chico) Porque en lo que es más grande son tres botones más.
9	4 6	6 8	Porque aquí se sacan dos de diferencia y acá también.
10	4 6	6 8	Porque al cuatro se le aumentan dos y al seis se le aumentan otros dos.

Otro alumno de la muestra observó la razón 4 - 6 y al pedírsele que anticipara la proporción 6 - x ignoró el dato anterior y comparó visualmente los objetos expresando que uno era casi el doble de grande por lo que debería ser 6 - 11.

Los dos alumnos que si establecieron la proporción 4 - 6, 6 - 9 lo hicieron sin usar un razonamiento proporcional, sólo como un cálculo visual de los dos objetos y los parámetros con que fueron medidos.

Contrario a lo que se supuso, los resultados del ejercicio aplicado a la muestra denotan que los alumnos aún cuando tienen dos cursos trabajando con el tema de razones y proporciones no han logrado el aprendizaje de este tema.

Este bajo nivel de eficiencia podría ser indicador de que el proceso enseñanza-aprendizaje no se está orientando adecuadamente y por ello los resultados dejan mucho que desear. Si la solución a este problema puede encontrarse, en buena parte, en modificar el proceso enseñanza-aprendizaje, somos entonces directamente los maestros, los responsables de buscar alternativas de trabajo que nos lleven a mejores logros en el aprendizaje del tema.

Para lograr mejores resultados debemos planear nuestro trabajo teniendo en mente la interrogante:

¿Qué estrategias didácticas deberán implementarse para lograr que el alumno desarrolle su pensamiento relacional a la vez que aprende razones y proporciones?

Al tratar de buscar solución a esta interrogante, se plantean como objetivos los siguientes:

- Proponer estrategias didácticas que propicien el desarrollo del pensamiento relacional en el alumno a la par que aprende razones y proporciones.

- Buscar actividades que además de favorecer la formación e información del alumno, le resulten agradables y significativas.

MARCO CONTEXTUAL.

La presente propuesta se trabajará con el grupo de sexto grado de la Escuela Primaria Federal "Pedro Moreno" con clave 14DPR3183s de la zona escolar 189. Se encuentra ubicada en la colonia Prados Vallarta en el municipio de Zapopan.

La colonia cuenta con toda clase de servicios públicos. Existen numerosos jardines para la recreación y el deporte de los colonos, aunque ninguno es muy grande.

El nivel de escolaridad, tomando como muestra a los padres de los niños inscritos en la escuela, es de medio alto pues un alto porcentaje de padres de familia son profesionistas, o militares, aunque también hay quienes son empleados domésticos.[3]

Los servicios educativos con que cuenta la comunidad son en su mayoría planteles de educación privada. Esta escuela federal (la única con que cuenta la colonia) labora en dos turnos. El turno matutino cuenta con mayor alumnado.

La escuela "Pedro Moreno" funciona en el turno vespertino con un

---

3 De acuerdo a la información establecida en el Registro de Inscripción.

total de seis grupos y un promedio de 26 alumnos por grupo. Tiene aproximadamente 12 años de brindar servicio educativo en la comunidad.

El edificio escolar en que funciona es agradable y funcional cuenta con doce aulas de las cuales sólo seis se emplean en el turno vespertino. Cuenta con una sala de proyecciones y una cancha para actividades deportivas, un pequeño patio cívico y recreativo y también un área pequeña destinada a jardín.

La población escolar tiende a ser flotante, ya que por el tipo de empleos de los padres (militares sobre todo) es común que cambien su lugar de residencia.

El personal que labora en la escuela está integrado por una directora, secretario técnico y seis maestras de grupo. Todo el personal tiene estudios de normal elemental, dos además son pasantes de la U.P.N. y una es titulada, todas laboran doble turno.

La organización general de la escuela se da en la primera reunión de Consejo Técnico, al inicio de cada ciclo escolar, se planean las actividades a realizar durante el curso, se asignan comisiones, roles de guardias, etc. En esta misma reunión se ratifican los grupos que cada maestro atenderá, aunque se aceptan cambios si los maestros lo desean.

El trabajo a desarrollar dentro del aula, así como la forma en que se guiará el proceso enseñanza-aprendizaje no se plantea a nivel Consejo Técnico, sino que cada maestro establece la forma en que trabajará. Este trabajo tampoco se supervisa por parte de la dirección.

El grupo de sexto grado está integrado por 28 alumnos: 7 niñas y 21 niños, sus edades fluctúan entre los 11 y 13 años.

Las relaciones entre alumnos, así como con la maestra son cordiales.

El examen de evaluación diagnóstica mostró que el nivel de conocimiento de los alumnos es bajo; al aplicarse otro tipo de test se pudo apreciar que el nivel de desarrollo no es el que pudiera esperarse de alumnos de sexto grado.

Los resultados que arrojaron estos dos instrumentos de medición nos hacen pensar que el trabajo en el grupo debe orientarse de tal forma que se consiga ayudarlos a superara su nivel de desarrollo, a adquirir o consolidar las estructuras mentales que los llevan a acrecentar su nivel y calidad de conocimientos.

CAPITULO 2

RAZONES Y PROPORCIONES Y EL PENSAMIENTO RELACIONAL EN LOS ALUMNOS DE 6° GRADO.

EXPLICACIONES DEL PROBLEMA.

CARACTERISTICAS PSICOSOCIALES DE LOS ALUMNOS.

EXPLICACIONES DEL PROBLEMA.

Al explicar los objetivos de esta propuesta, se manifiesta el interés que se tiene porque el alumno (sujeto) desarrolle su pensamiento relacional, a la vez que aprende razones y proporciones (objeto de conocimiento). El que el alumno desarrolle o no ésta operación lógico-matemática dependerá de la forma en que se establezca la relación sujeto-objeto.

En este apartado de la propuesta intentaremos definir como consideramos al sujeto, al objeto de estudio y la forma en que pretendemos se establezca la interrelación entre ambos para lograr un verdadero aprendizaje. Iniciaremos por definir el objeto de estudio.

Al abordar el tema de razones y proporciones debemos tener presente que éste como cualquier otro tema matemático debe cumplir con tres propósitos que orientan la enseñanza de la matemática en la escuela:

a) Formativo Que considera la manera de desarrollar el proceso de aprendizaje como una práctica estructuradora de la inteligencia.

b) Instrumental: Indispensable para el estudio de la misma materia y otras disciplinas.

c) Práctico: Valor de la aplicación a situaciones de la vida diaria.[4]

El propósito práctico de la enseñanza de razones y proporciones es por demás claro ya que en la vida cotidiana el alumno se encuentra con situaciones que tienen fácil solución aplicando la proporcionalidad como es el caso de precios de productos, cambios de moneda, porcentajes. . .

Su propósito instrumental es también incuestionable, ya que si el alumno aprende razones y proporciones se le facilitará el aprendizaje de otros conceptos matemáticos así como de otras ciencias que se constituyen sobre las ideas básicas de razón y proporcionalidad como son: los números racionales, escalas, representaciones gráficas, cálculo, trigonometría, leyes de física, equivalencias químicas, etc.

Considerando la relevancia que tienen las razones y proporciones en el aspecto práctico e instrumental, hemos de cuidar el enfoque formativo con que se trate, pues de ello dependerá que efectivamente

---

4 CELIS Ramírez, Victor M. "Principales causas operacionales que ocasionan un bajo índice de eficiencia en el aprendizaje de la matemática" Educación, Jal. 1993 p. 16

este tema cumpla con los propósitos que orientan la enseñanza de la matemática en la escuela y sea un aprendizaje significativo o quede en un nivel de memorización o mecanización.

Para abordar el objeto de estudio debe partirse siempre de situaciones problemáticas concretas que se presenten dentro del ámbito escolar, familiar o social del alumno.

Los conceptos que integran la proporcionalidad se van construyendo a partir de la comparación, así que debemos propiciar que el alumno establezca diversas comparaciones, hasta que las realice y entienda como razón (comparación multiplicativa entre dos cantidades). Se puede partir de situaciones tan simples como comparar dos cuadernos (de 100 y 200 hojas por ej.) y que busquen la relación entre ambos, la razón mujeres a hombres del grupo, mesabancos a alumnos, etc.

Para la representación de la razón los alumnos podrán determinar la forma en que lo prefieren: 2 a 1, 2/1, 2:1 o bien usando tablas.

Alumnos	2		
Mesabancos	1		

Alumnos	Mesabancos
2	1

Se propicia que el alumno establezca la razón en numerosos ejercicios proporcionados tanto por el maestro como por los propios alumnos a partir de sus intereses y circunstancias. Debe llegarse además al concepto de razón y explicarse en los mismos ejemplos: la razón mesabancos a alumnos es 1 a 2, la razón pesos a dólares es 1:7.45, etc. Al establecer la razón debe quedar bien claro el orden en que aparecen las cantidades que intervienen en ella.

Una vez que el alumno aplica y tiene cierto dominio de este concepto se plantean situaciones donde la relación no sea entre dos elementos, sino entre cuatro, dos de una categoría y dos de otra, es decir que presenten la estructura multiplicativa denominada isomorfismo de medidas. Algunos ejemplos que pudieran plantearse serían:

- Si una ficha para máquinas de juego cuesta $2 ¿cuántas me darán por $10?

- Si una pintura se prepara con 31. de roja y 5 1. de amarilla ¿cuánta pintura roja ocuparé si tengo 25 1. de amarilla?

El mismo alumno podrá plantear situaciones similares y buscar la manera de representarlas. Para solucionarlas también debe buscar sus propias estrategias (como ya tienen el antecedente de la equivalencia entre fracciones podrá encontrar alguna solución) explicarla y además definir el concepto de proporción.

Descubrir la proporcionalidad implica "descubrir" los operadores. El operador vertical o escalar que permite pasar de una línea a otra en la misma categoría de medidas.

Alumnos	Mesabancos
(/2) 4	(/2) x
(x2) -2	(x2) 1

El operador horizontal representa la función y expresa el pasaje de una categoría a otra, es decir es la multiplicación de la razón.

Alumnos	Mesabancos
2	1
4	x

Estos operadores expresan las propiedades que mantiene la variación proporcional:

- Transfiere de una cantidad a otra cambios multiplicativos o submúltiplos (operador vertical).

- Se mantiene constante a lo largo de la tabla el cociente de las dos cantidades (operador horizontal).

Para llegar a la variación proporcional, los alumnos pasan por diversas etapas:

1. Incompleta: Ignoran parte de los datos o dan una respuesta ilógica.
2. Cualitativa: Toma en cuenta todos los datos pero sólo hace consideraciones cualitativas como “necesita más” o “necesita menos”.

3. Aditiva: Usa diferencias en lugar de proporcionalidad.

4. Pre-proporcional: se basa en una combinación de duplicar, triplicar. . .

5. Razonamiento proporcional: Uso directo de la razón entre dos cantidades para llegar al resultado.

No todos los alumnos pasan por todas las etapas, ni necesariamente llegan a la última. [5]

El razonamiento proporcional implica un nivel conceptual que comúnmente no poseen los alumnos de sexto grado de primaria, pero ello no impide que se pueda llegar cuando menos al razonamiento pre-proporcional.

Si logramos esto, desarrollando además el pensamiento relacional en el alumno, no dudamos que tendrá las bases suficientes que le permitan posteriormente acceder al pensamiento proporcional.

El pensamiento relacional consiste, como su nombre lo indica, en conexionar diversos elementos (o hechos). En forma general, al ayudarle al alumno a desarrollar este tipo de pensamiento le permitirá descartar la visión unidireccional de las situaciones que enfrente en su vida cotidiana, y en el aprendizaje escolar le ayudará a incrementar el nivel y calidad de conocimientos en todas las áreas de aprendizaje.

---

[5] Figueras, Olimpia, Gonzalo López Rueday Simón Mechón, "Razón y proporción" en Guia del maestro. SEP. México, 1992 p. 20

Específicamente en el tema de razones y proporciones, será básico que el alumno desarrolle el pensamiento relacional para comprender y aplicar las proporciones. Por ejemplo, para que el alumno establezca la razón 2/5 (2 litros de pintura roja a 5 1. De pintura amarilla) debe establecer la relación que esto implica y más aún llegar a la proporcionalidad, pues 2/5 = x/10 no le significará nada si no establece la relación que guardan las razones.

Para facilitarle al alumno el desarrollo de su pensamiento relacional debe propiciársele que exprese verbalmente la relación entre diversos eventos, especialmente la que guardan una razón y una proporción. Esta verbalización nos dará la pauta para saber si el alumno está realizando esta operación lógico-matemática.

Piaget establece que la forma de indagar si un alumno está desarrollando su pensamiento relacional será a través de su expresión verbal; en ésta existen palabras que traducen el tipo de estrategia que está usando el alumno para establecer la relación tales como ". . . por lo tanto. . ." ". . . entonces. . . "

Aún cuando la verbalización será el indicador para conocer si el alumno está usando o no el pensamiento relacional, se debe considerar, como el mismo Piaget lo sugiere, que habrá algunos alumnos que tal vez no logren verbalizar su pensamiento por cuestiones de su desenvolvimiento social, intelectual e incluso afectivo, pero eso no implica que no sea capaz de establecer el pensamiento relacional.

Esta situación pone de manifiesto la importancia de conocer a nuestros alumnos en todos sus aspectos: social, intelectual y afectivo. Sin embargo, conocer la realidad de nuestros alumnos no es tan fácil como pudiera parecer a simple vista, por ello debemos recurrir a una teoría que oriente nuestra percepción del alumno. En esta propuesta hemos tomado la teoría psicogenética de J. Piaget.

CARACTERISTICAS PSICOSOCIALES DE LOS ALUMNOS.

La teoría psicogenética de J. Piaget establece que desde los primeros días de vida el individuo empieza a construir su inteligencia y pensamiento a través de ciertos mecanismos. Esta construcción pasa por seis estadios o periodos de desarrollo que se caracterizan por la aparición de estructuras mentales que se suceden unas a otras en espiral, es decir, una etapa surge a partir de las estructuras construidas en la etapa anterior y luego sirve de base para construir nuevos esquemas y acceder a un estadio superior de desarrollo.

Los alumnos que cursan el sexto grado, por su edad, podrían ubicarse en el periodo denominado de las operaciones concretas que se inicia a los 7 - 8 años y culmina a los 11 - 12 , pero la edad no es suficiente sino las facultades que presenta, por ello estableceremos primeramente las facultades que presentan los niños de este periodo y luego las que muestran los alumnos del grupo donde se trabajará con la propuesta.

Algunas operaciones que pueden establecer los niños en este periodo son: la seriación (orden de elementos), construcción del concepto de número (conservación de conjuntos independientemente de las disposiciones espaciales), inclusión (incluir una clase en una extensión mayor), noción de conservación de longitud, peso y volumen.

Veamos en que medida los alumnos del grupo de sexto grado muestran esas facultades. Para la seriación se le mostraron al alumno una serie de objetos ordenados (considerando color, forma, tamaño) y luego se le pedía al alumno que continuara la serie. La mayoría de los alumnos descubrió la seriación.

La construcción del concepto de número es otra operación que han logrado desarrollar los alumnos pues logran establecer la conservación de dos conjuntos independientemente de sus disposiciones espaciales.

Las operaciones de inclusión y conservación de longitud, peso y volumen son operaciones que no han logrado establecer los alumnos en su totalidad. Por ejemplo, para la operación de inclusión se les presentó a los alumnos una lámina con figuras de animales, de los cuales varios eran gatos, al preguntárseles que había más, animales o gatos, no todos tuvieron la capacidad de incluir la categoría gatos en el conjunto de los animales.

Para observar si los alumnos tienen la noción de conservación de longitud, se moldeó junto con cada alumno , una tira de plastilina y se comparaba que fuesen del mismo tamaño, luego a cada una se le daba un acomodo diferente. Al cuestionárseles sobre la longitud de cada una había varios alumnos que aseguraban que una tira era mayor que otra, aún cuando previamente habían visto que ambas medían lo mismo. Por esto podemos establecer que los alumnos del grupo no han logrado llegar a la conservación de longitud. Y como ésta es básica para que el alumno logre establecer la conservación de peso y posteriormente de volumen, podemos suponer que aún no tienen estas nociones adquiridas en el nivel que debiesen (al menos no todos los alumnos).

En el aspecto social y afectivo los alumnos ya son capaces de trabajar individualmente o colaborar cuando se trata de realizar trabajos en equipo, ésta capacidad de comunicarse y cooperar con los compañeros les permite participar en juegos con reglas y acatarlas. Esta capacidad es propia de su nivel de desarrollo de acuerdo a lo establecido por la teoría psicogénetica.

Su desarrollo social les origina una moral de cooperación y autonomía personal que los lleva a ya no aceptar fácilmente todo lo que los adultos le dicen, ni se somete a las decisiones de éstos.

Después de observar más detenidamente a nuestros alumnos bajo la óptica de la teoría psicogenética podemos apreciar que éstos se encuentran, efectivamente, en el período de las operaciones concretas, pero que no han consolidado aún las estructuras lógico-matemáticas que les permitan realizar las operaciones que caracterizan a este periodo. Por ello debemos poner mucho énfasis en propiciar situaciones que favorezcan el desarrollo de éstas mediante un adecuado encausamiento del proceso de enseñanza.

CAPITULO 3

PROPUESTA DIDACTICA

ANALISIS CURRICULAR.

PROPUESTA METODOLOGICA.

PLAN DE OPERATIVIZACION.

ANALISIS CURRICULAR.

El tema de razones y proporciones ha tenido gran cambio en el plan y programas de estudio a partir de 1993 en el que se le ha dado suma importancia, ya que en los programas anteriores sólo se tocaba este tema en un objetivo de la quinta unidad y en otro de la séptima. Actualmente los programas de 4° a 6° de matemáticas están estructurados en seis ejes y precisamente uno de ellos, denominado "proceso de cambio" aborda la variación funcional.

En cada grado se aborda con un nivel de dificultad y enfoque diferente. En 4° se introduce el tema asociado al manejo de escalas; en 5° se introduce la noción de razón asociada a números fraccionarios y porcentajes. En 6° se retoman estos enfoques y se amplían para desarrollar en el niño el pensamiento proporcional y aplicarlo en situaciones de la vida cotidiana de los alumnos.

Los alumnos que están actualmente en sexto grado, cursaron 4° y 5° con el programa implantado en el 93, por lo tanto ya deben tener los antecedentes básicos para abordar en este curso las razones y proporciones. Sin embargo al realizar el muestreo, se apreció que realmente no tienen las bases suficientes para el tema. Y no dudamos que en esos grados trabajó en este tema, pero no logró apropiarse realmente del conocimiento y al enfrentarse a una situación no "practicada" en el aula, como fue el ejercicio aplicado a la muestra, no supo cómo resolverla.

Lo que se hace prioritario en este curso es lograr que el alumno modifique sus estructuras mentales: que desarrolle su pensamiento relacional y acceda al aprendizaje de razones y proporciones, ya que éstas le serán muy útiles para resolver problemas a los que se enfrenta cotidianamente, le ayudarán a construir nuevos conocimientos tanto de la misma matemática como de otras áreas y además le permitirán continuar con los estudios de nivel secundario.

No puede dudarse de la importancia y trascendencia del tema de razones y proporciones, el mismo programa hace énfasis en ello. Pero la línea metodológica y didáctica que marca no parece ser lo suficientemente precisa para que guíen las actividades dentro del aula. Ante esto, muchos maestros optan por reducir la tarea educativa a la realización de los ejercicios del libro de texto y tal vez a la repetición de ejercicios similares en los cuadernos y pretenden así lograr que los alumnos aprendan.

Esta situación evidencia que al pretender la aplicación de un programa sin la adecuada estrategia didáctica, no es suficiente para favorecer el desarrollo intelectual de los alumnos ni su aprendizaje. Por ello se trata de presentar una estrategia metodológica que oriente el proceso enseñanza-aprendizaje de tal forma que efectivamente se logre el desarrollo congnitivo del alumno a la para que logra el aprendizaje de razones y proporciones.

PROPUESTA METODOLOGICA

Si en verdad nos interesa que el alumno adquiera las facultades que le permitan acceder a otros niveles de desarrollo, nuestra participación como maestros será decisiva, ya que es mediante la forma en que encaucemos el proceso de enseñanza-aprendizaje lo que determinará que efectivamente se le ayude al niño a desarrollar sus capacidades o solo se le orille a memorizar datos y mecanizar procesos.

Ya que en esta propuesta se ha fijado como objetivo el que el alumno desarrolle su pensamiento relacional a la vez que aprende razones y proporciones, sería incongruente que se pretendiera lograrlo orientando el trabajo docente con una didáctica tradicional, porque se considera que ésta contradice las ideas expuestas sobre el desarrollo del niño y su capacidad de construir su conocimiento, ya que las ideas básicas que se sustentan con esta didáctica son: que el alumno no "sabe", es el maestro quien posee el conocimiento y debe "transmitírselo" o "enseñárselo" al alumno.

Esta idea conlleva el darle una relevancia suprema al objeto de conocimiento en detrimento del sujeto, oponiéndose esto a la idea de que el conocimiento solo se logra en la medida en que se establece una interrelación sujeto-objeto.

Considerando que para lograr el objetivo de esta propuesta la mejor opción será una pedagogía que sustente precisamente la idea de interacción sujeto-objeto como forma de construir el conocimiento se ha optado por la pedagogía operatoria, ya que ésta parte precisamente de la idea de que el alumno es el constructor de su conocimiento y que en esta construcción intervienen elementos determinantes como es su nivel de desarrollo, pero no solo eso sino que esta pedagogía considera además el ambiente social y afectivo en que se desenvuelve el alumno.

Los principios fundamentales que sustenta esta pedagogía son:

1. El niño construye su conocimiento siendo un sujeto activo y creador, con un sistema propio de pensamiento.

2. Los conocimientos se adquieren mediante un proceso de construcción del sujeto que aprende.

3. No se procede del conocimiento a la acción, sino de la acción al conocimiento.

4.- La construcción del conocimiento supone etapas o estadios sucesivos, cada uno de los cuales tiene sus propios alcances y limitaciones.

5.- La enseñanza ha de esta estrictamente ligada a la realidad inmediata del niño.

6.- Se han de brindar las condiciones necesarias para que los niños creen su propio conocimiento y cultura, por lo que se han de fomentar las relaciones interpersonales y la autonomía de los niños para elegir sus propias formas de organización en la escuela.

7.- Para que un aprendizaje sea tal, debe poder generalizarse, es decir, aplicarse a diferentes contextos. [6]

Para el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje es necesario buscar una estrategia didáctica que se desprenda de estos principios. Una estrategia que se considera, responde a ésto es la llamada Modelo "aproximativo" [7] que sustenta que el saber es construido por el alumno y que la resolución de situaciones

---

6 SEP. Módulo pedagógico PACAEP. México, 1992 p. 113

7 Sharnay, Roland, Emi Farra y Cecilia Irma Sáiz. "Aprender por medio de la resolución de problemas". (Mecanograma) Argentina. Didácticas de la Matemática. 1994 p. 58-60

problemáticas es la fuente y el lugar de elaboración del saber.

La construcción del saber se da en cuatro momentos, que deben tenerse muy en cuenta en el desarrollo del trabajo con el grupo:

1.- Acción. Que es el planteamiento de una situación problemática a la que el alumno se enfrenta y busca la forma de resolver.

2.- Formulación. Se establecen y se confrontan los procesos usados por los alumnos.

3.- Validación. Se presenta una nueva situación y se emplean nuevos procedimientos.

4.- Institucionalización. Cuando se posee una nueva herramienta para resolver problemas, se ejercita, se sintetiza el conocimiento y se emplea el lenguaje convencional.

Resolución de otros problemas que sirvan como evaluación para el maestro y resignificación para el alumno.

Este modelo requiere que quienes intervienen directamente en el proceso enseñanza-aprendizaje: alumno, maestro y objeto de conocimiento asuman un rol determinado:

- El alumno tiene que ser activo, buscar. Proponer y ensayar soluciones a los problemas, confrontar sus hipótesis.

- El maestro propondrá situaciones de aprendizaje. Organizará la comunicación en la clase y los momentos de aprendizaje (acción investigación, formulación, validación e institucionalización). Observará y analizará los errores para considerarlos en nuevas situaciones. En el momento pertinente propondrá los elementos convencionales del saber (terminalogía, algoritmo). Provocará o hará la síntesis.

El objeto de conocimiento es considerado con su lógica propia.

Considerando los fundamentos teóricos que sustentan esta propuesta: los propósitos de la enseñanza de matemática en la escuela, la explicación del objeto de estudio (razones y proporciones), la concepción del sujeto como constructor de su conocimiento y la forma en que se pretende se establezca la relación sujeto-objeto (en base a los postulados de la pedagogía operatoria y el modelo "aproximativo");

se elaborará un plan de operativización que conjunte lo anterior y lleven al logro de los objetivos de esta propuesta.

PLAN DE OPERATIVIZACION

BLOQUE I

MOMENTOS	ACTIVIDADES
ACCION.-	Se entrega a los alumnos un rompecabezas al que le falta una pieza. Se da la indicación de armarlo. Cuando noten la falta de la pieza, se entrega, pero ésta será del doble del tamaño requerido. La consigna será elaborar nuevamente las piezas del rompecabezas para ajustarlas a las dimensiones de la nueva pieza.
FORMULACION.-	Una vez que los alumnos han hecho el intento de modificación de las piezas, se les pide a algunos que muestren su trabajo y expliquen el proceso que siguieron para elaborarlo. Se confrontan los diferentes procesos seguidos por los alumnos.
TIEMPO ESTIMADO.-	Una sesión.

BLOQUE II

MOMENTOS	ACTIVIDADES
ACCION.-	Los alumnos realizan la reconstrucción de un nuevo rompecabezas para ajustarlo a una pieza que será 1.5 veces más grande que la original. Se solicitará además que realicen un registro de las transformaciones que hagan a cada pieza.
FORMULACION.-	Se confrontan las diferentes formas de resolver la situación, explicitando algunos alumnos el proceso seguido. Se observan los registros y se aprecian las ventajas y desventajas de cada forma.
VALIDACION.-	Si su proceso de resolución es adecuado, se dará la validación en el resultado de su nueva versión del rompecabezas.
TIEMPO ESTIMADO.-	Una sesión.

BLOQUE III

MOMENTOS	ACTIVIDADES
ACCION.-	Se formarán equipos de diferente número de integrantes, elaborarán una lista de material necesario para realizar un trabajo y luego calcularán lo requerido para todos los integrantes del equipo y lo registrarán.
FORMULACION.-	Se muestran los registros, se expone la forma de llegar a los resultados. Se establecen las razones aritméticas.
VALIDACION.-	Se elabora el trabajo constatando la adecuada solicitud de materiales. Se presentan nuevas situaciones para que los alumnos establezcan las razones aritméticas.
INSTITUCIONALIZACION.-	Se emplea, deduce y define el concepto de razón aritmética.

TIEMPO ESTIMADO.- 2 a 3 sesiones.

BLOQUE IV

MOMENTOS	ACTIVIDADES
ACCION.-	Se plantea una situación de compra-venta, en la que los alumnos resuelven aspectos de precios de productos en diversas cantidades, o precio unitario, ganancias.
FORMULACION.-	Los alumnos hacen una puesta en común respecto a sus resultados y a su proceso de obtención de los mismos. Se define entre todos si los resultados son o no correctos. Establecerán la razón y proporción que se presente en la resolución de situaciones de compra-venta así como los operadores.
VALIDACION.-	Se plantearán otras situaciones en que se use razón y proporción. Se dará libertad para resolverlos como el alumno tenga más facilidad.
INSTITUCIONALIZACION.-	Se retoma el concepto de razón. Se introduce el concepto de proporción y el manejo de los operadores vertical y horizontal (aunque no el término).
TIEMPO ESTIMADO.-	2 a 4 sesiones.

BLOQUE V

MOMENTOS	ACTIVIDADES
ACCION.-	Los alumnos plantearán y resolverán situaciones que requieran la obtención de proporción.
FORMULACION.-	Se analizarán y confrontarán los procesos y resultados obtenidos por los alumnos.
VALIDACION.-	Planteamiento y resolución de problemas empleando el proceso que prefiera o maneje mejor cada alumno.
INSTITUCIONALIZACION.-	Confirmación del uso de términos convencionales, así como su representación. Uso del pensamiento proporcional, o preproporcional. Introducción del uso de regla de tres como una forma de resolver la proporcionalidad.

TIEMPO ESTIMADO.- 2 a 3 sesiones.

CAPITULO 4
INFORME DE OPERATIVIZACION

BLOQUE I

BLOQUE II

BLOQUE III

BLOQUE IV

BLOQUE V

INFORME DE OPERATIVIZACION

BLOQUE I

SESION 1

De acuerdo a lo planeado para el momento denominado acción, se les propuso a los alumnos armar un rompecabezas -actividad que les gusta mucho- este rompecabezas se elaboró previamente, se le entregó a cada alumno una hoja con el contorno de un rectángulo de las medidas que-debería tener el rompecabèzas y 3 de las 4 piezas de éste.

Los alumnos empezaron a armarlo y notaron la falta de una pieza, se les cuestionó sobre la pieza faltante y repondieron que ésta debería ser un cuadrado. Se les entregó el cuadrado, pero del doble del tamaño necesitado. Empezaron a surgir comentarios:

- Es muy grande, no sirve.
- Podemos recortarlo - o doblarlo.
- Si quitamos piezas al rompecabezas podemos cambiarlas por

ésta y así puede servir.

Se les sugirió buscar otra opción, ya que ninguna de las propuestas podía realizarse. De momento no surgió ninguna propuesta diferente, hasta que un alumno sugirió por fin modificar las otras piezas para que se ajustaran al tamaño de la pieza.

Se les dió el material necesario y la consigna de que cada quien debería hacerlo como creyese conveniente, sin consultarlo con nadie.

Cuando los alumnos terminaron la actividad se recogió el material y se observó que 15 alumnos lograron rearmar el rompecabezas de tal forma que las piezas elaboradas guardaban la proporcionalidad y 9 alumnos no lograron ésto en su trabajo.

Una vez recolectados los trabajos se pasó al momento de formulación. Se pidió a algunos alumnos que explicaran el proceso que siguieron en su trabajo.

Se tomaron 5 casos que se presentaron más significativos, los cuales se explican a continuación.

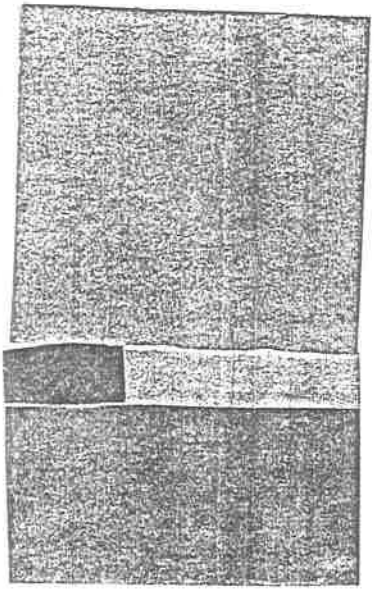
CASO 1

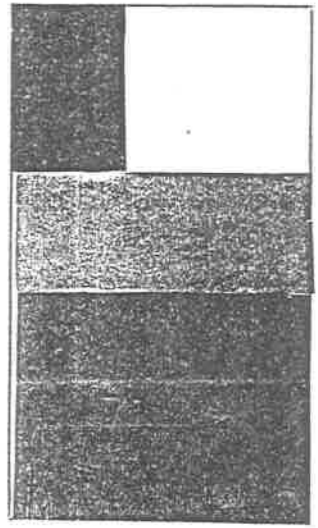
El alumno trazó primero el rectángulo en el que debería armarse el rompecabezas. (Del mismo tamaño que el que ya estaba impreso en la hoja). Y acomodó primero la pieza rosa (que era del doble de tamaño).

Cuando se le pidió que explicara cómo había hecho para resolver el problema presentado, comentó que:

- Si la pieza rosa tenía que quedar en el rompecabezas y que sólo las otras se podían modificar, entonces las otras deberían hacerse más pequeñas. Pegó la pieza rosa y entonces recortó las otras piezas en pequeño para que no salieran del rectángulo, sin considerar medida alguna.

Llamó la atención este trabajo porque el razonamiento del niño fue que si una pieza aumenta (el doble) las otras deben disminuir. No consideró que si una pieza aumenta el doble, los otros, así como la superficie total también deberán hacerlo para mantener la proporcionalidad.





[illegible]

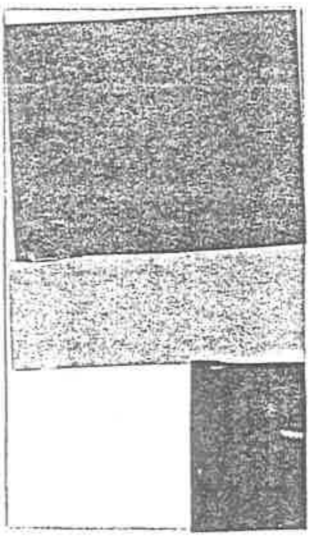
CASO 2

Este alumno trazó también un primer rectángulo igual al que ya estaba en la hoja, pegó el cuadrado rosa, luego recortó una pieza azul de aproximadamente las mismas medidas de la rosa, pero luego amplió el rectángulo base, puso la pieza negra, volvió a aumentar el rectángulo y luego hizo nuevos recortes de los diferentes colores para formar el rompecabezas.

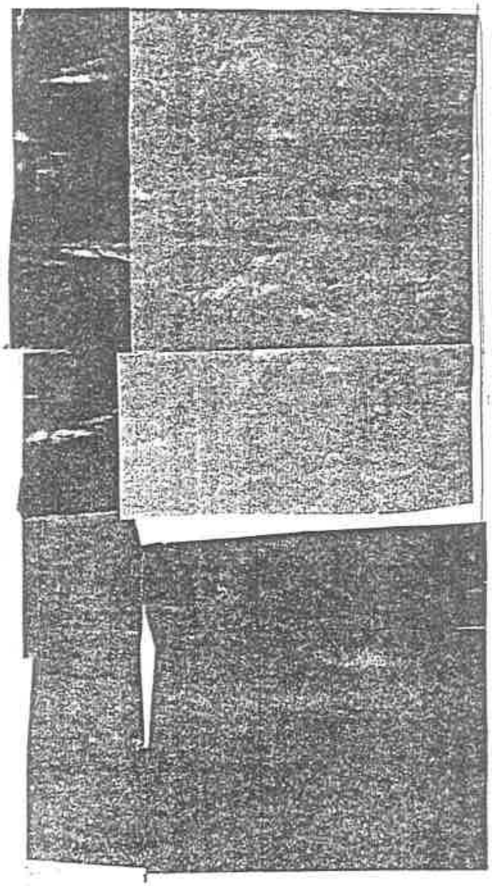
Explicó que no le salió el rectángulo ni el rompecabezas "a la primera" así que tuvo que cortar otros pedazos para completar. Pero cuanto terminó "sintió" que no le había salido.

El alumno razonó que si una pieza incrementa sus proporciones, las otras también deberán hacerlo, pero no logró identificar en qué medida debería hacerse este incremento. Todo su trabajo lo realizó por ensayo y error.

hako



NO
ME
SALIO



CASO 3

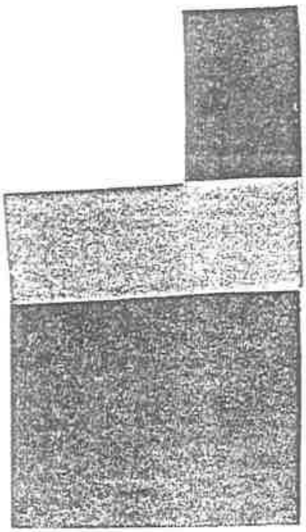
Este alumno no inició haciendo el contorno del rompecabezas como los anteriores, sino ubicando las piezas en el espacio que les correspondía.

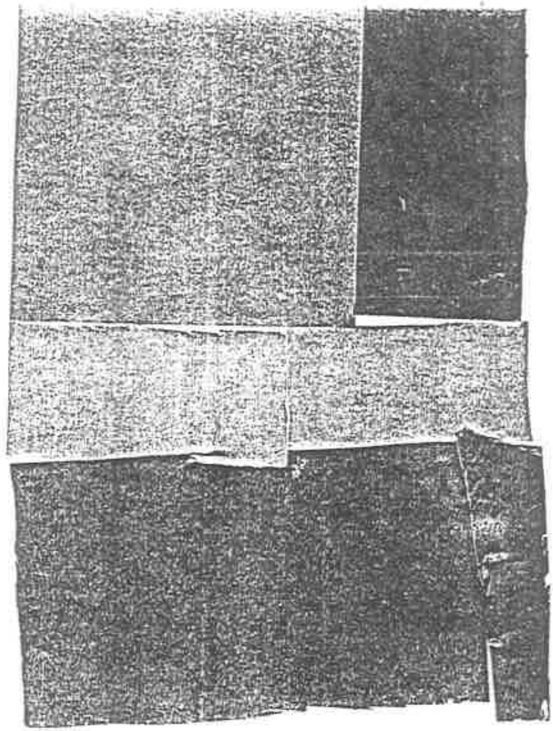
Por los cortes que se observan en su trabajo se puede deducir que lo realizó en varios pasos, en un primer momento recortó una pieza igual a la original y luego recortó otra igual (naranja) para completar el doble, que era lo que se necesitaba.

En una sesión posterior se le pidió que explicara cómo había realizado su trabajo. Explicó:

"Pegué la pieza rosa, luego recorté una anaranjada igual (a la del 1er rompecabezas) y ví que era más chica que la rosa, así que recorté otra igual y la pegué y ya me dió el tamaño, recorté la azul más grande que la otra (original) pero cuando la pegué quedó más chica que las anaranjadas, así que recorté otro pedacito más y entonces la negra ya me salió a la primera."

Como puede notarse, también lo hizo por ensayo y error.





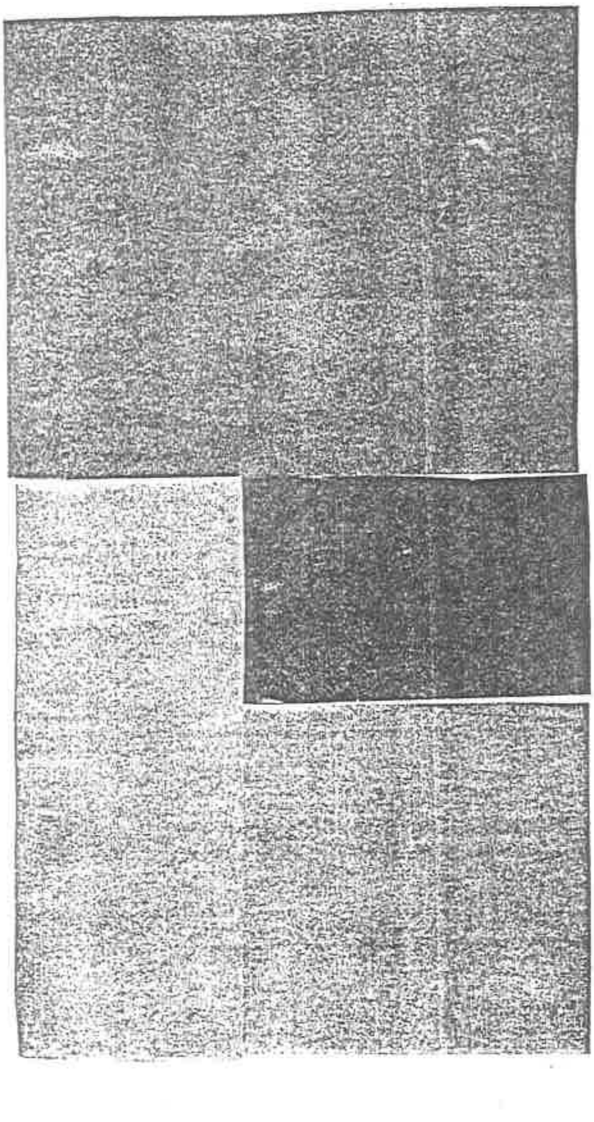
CASOS 4 Y 5

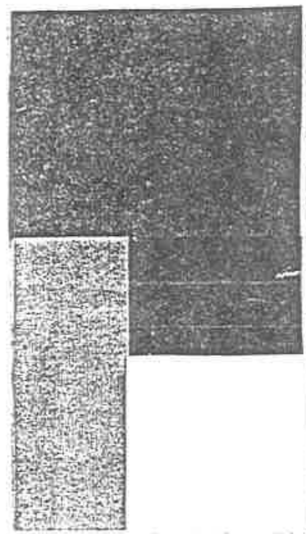
Estos dos alumnos realizaron su trabajo con la proporcionalidad y además fueron de los primeros en terminar su actividad.

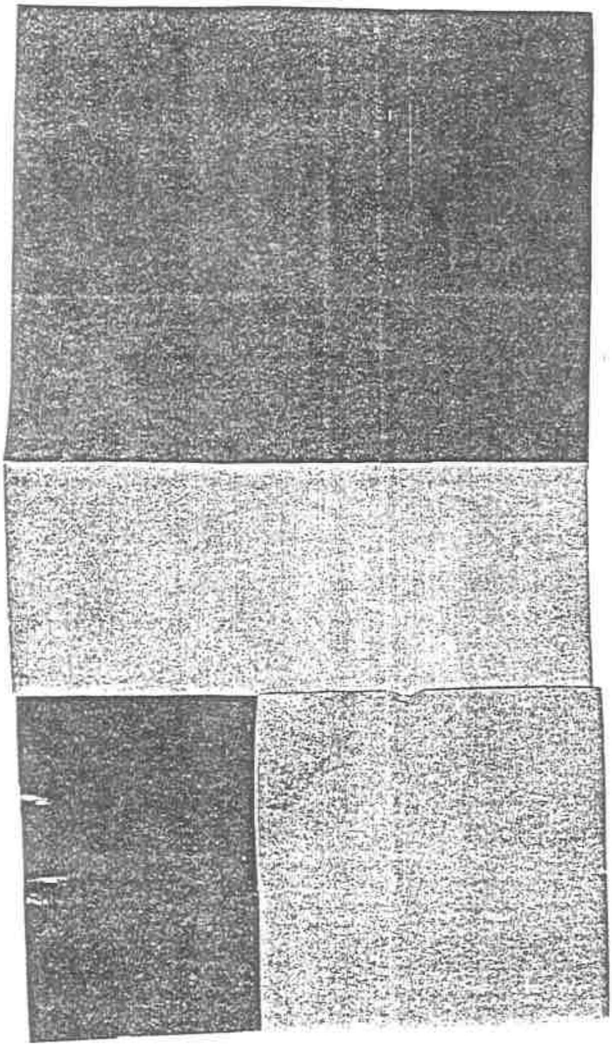
Al explicitar su proceso para la realización del trabajo expusieron (por cierto, con mucha seguridad).

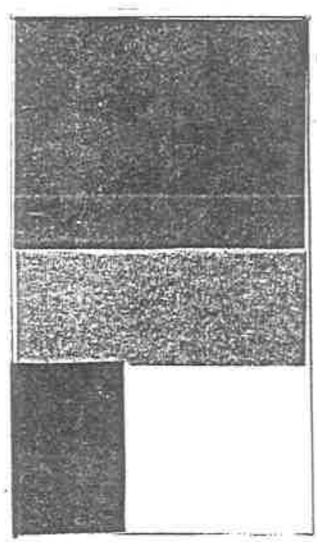
- Necesitabamos un cuadrado de 3 x 3, y se nos dió uno de 6 x 6, si teníamos que modificar las otras piezas, entonces 6 es el doble de 3, pues las otras piezas también tienen que aumentar el doble, así que tomaron las medidas del original y entonces hicieron el nuevo trazo.

Cuando escucharon la forma en que estos alumnos habían realizado su trabajo, muchos de los que no habían logrado hacerlo bien, solicitaron su trabajo para corregirlo luego de haber exclamado un ¡Ah! Al notar que, efectivamente, la solución era muy sencilla.









Cesar Sanchez Silva

Se hizo énfasis en la forma de solucionar la situación planteada. Cabe hacer mención que quienes resolvieron el trabajo satisfactoriamente siempre mencionaron la palabra doble para indicar la relación que guardaba una figura con la otra a construir.

Con esto se dió por finalizada la primer sesión de trabajo, en la siguiente se presentará una situación similar, pero con un grado de dificultad mayor.

BLOQUE II

SESION 1

En esta sesión se presentó a los alumnos un nuevo rompecabezas, sin una pieza, que deberían armar y posteriormente modificar para ajustarlas a una pieza entregada posteriormente, se les solicitó también que realizaran un registro de las modificaciones que fuesen haciendo a las piezas.

Se les pidió que recordaran cómo había solucionado el problema del primer rompecabezas, pensando que les ayudaría a reflexionar sobre la forma de enfrentarse a este nuevo trabajo aún cuando presentara mayor dificultad.

La dificultad que presentaba este rompecabezas era que la proporcionalidad era fraccionaria (1.5) la pieza entregada después era un cuadrado de 6 cm., cuando el espacio en el rompecabezas era de 4 cm.

Los alumnos iniciaron con mucha seguridad y entusiasmo el trabajo, pero poco a poco éste fue decayendo, pues aún cuando se les permitió hacerlo en pequeños equipos (2-3 alumnos) para que fuese más fácil encontrar la solución, no lo lograron.

Fue realmente frustrante para todos, ya que nadie del grupo pudo resolver satisfactoriamente el problema. Por lo que se concluyó que deberá trabajarse la proporcionalidad entera en más actividades.

Los registros que se habían pedido a los alumnos no sirvieron para el propósito previsto (que fuesen similares a una tabla de variación proporcional que sirvieran para luego que se trabajase ésta). En realidad más que registro fue una forma de escribir los intentos que hicieron para resolver la situación.

Se seleccionaron dos casos que representan las dos formas en que los alumnos trataron de hacer el trabajo. Se incluye además los registros para que se aprecie la forma en que lo hicieron.

CASO 1

El alumno observó que la pieza a la que deberían ajustarse las otras era mayor, para resolverlo explicó:

La pieza que faltaba se necesitaba de 4 x 4 y se nos dió una de 6 x 6, que es casi el doble, así que tomé la medida de las otras piezas y les aumenté el doble, pero luego les disminuí casi 2.5 cm. Porque no era exactamente el doble, sino poco menos.

Este tipo de razonamiento fue realizado por varios alumnos, en el sentido que la pieza era más grande, pero no el doble, así que procedieron a realizar las figuras al doble de su tamaño original y luego a recortárseles una porción para ajustarlas al rompecabezas, pero para ésto no consideraron ninguna medida especial, sólo por ensayo y error.

CASO 2

La forma en que éste, y otros alumnos más, trataron resolver el problema fue de la siguiente forma:

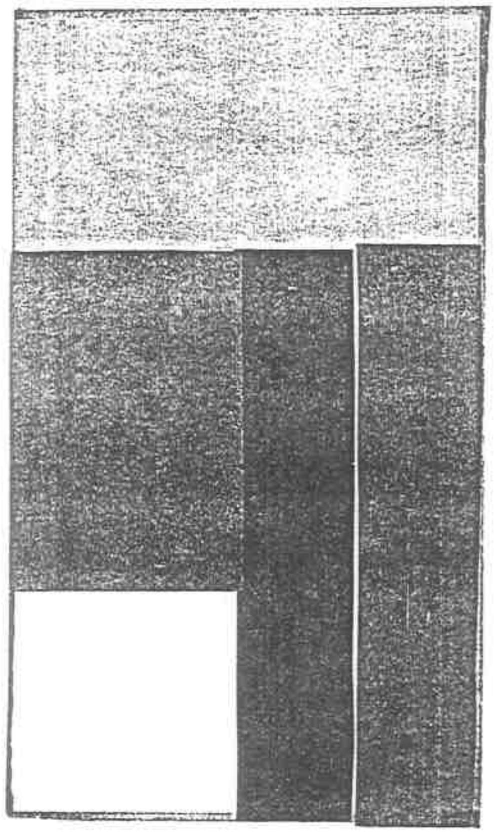
La figura que nos dió era de 6 cm. Cuando la que necesitábamos era de 4 cm., era 2 cm. más grande, entonces todas las figuras las hice 2 cm. más grandes, pero no me salió.

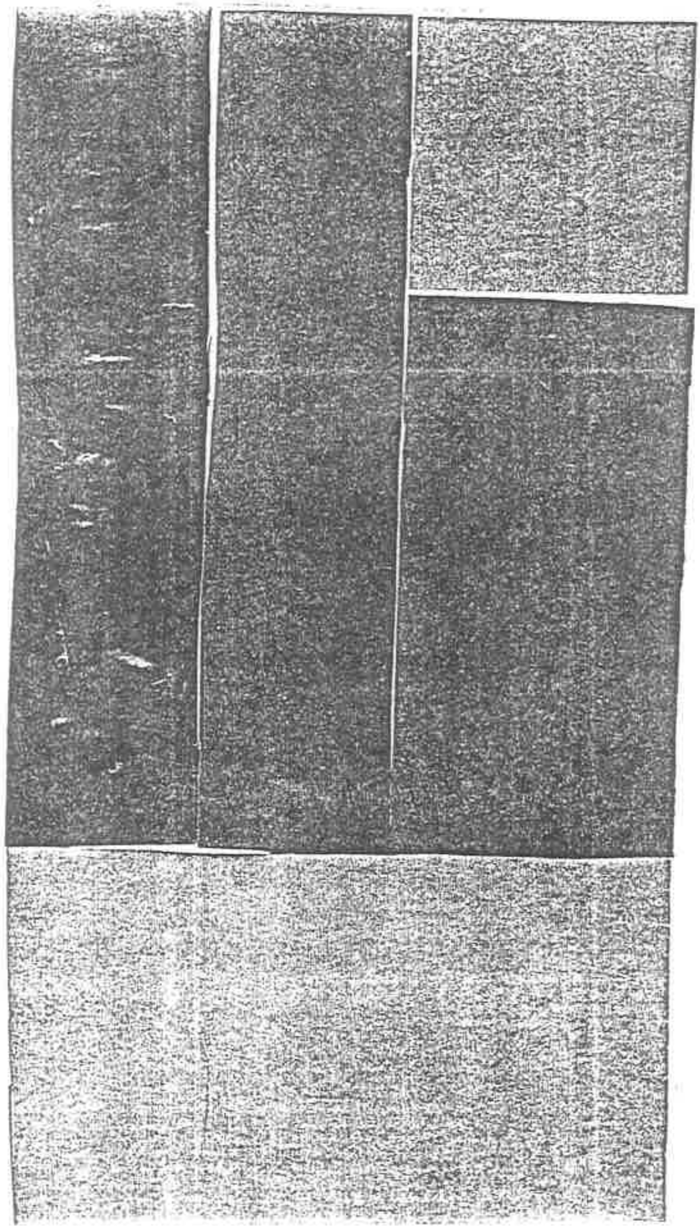
Esta forma de "solución" llama la atención porque en la actividad anterior ellos habían marcado muy claramente que no era sumar los centímetros que excedía una figura a la otra, sino que era el doble, o que había que multiplicar por 2 para obtener la medida de las nuevas figuras.

Sin embargo, en este problema, al no ser tan accesible a su razonamiento la proporcionalidad, recurrieron a un proceso que, aparentemente ya habían desechado, para resolver este tipo de problemas.

Ante estos resultados, se optó como ya se mencionó antes, por presentar situaciones en las que la proporcionalidad sea entera y por tanto, más accesible a los alumnos.

William





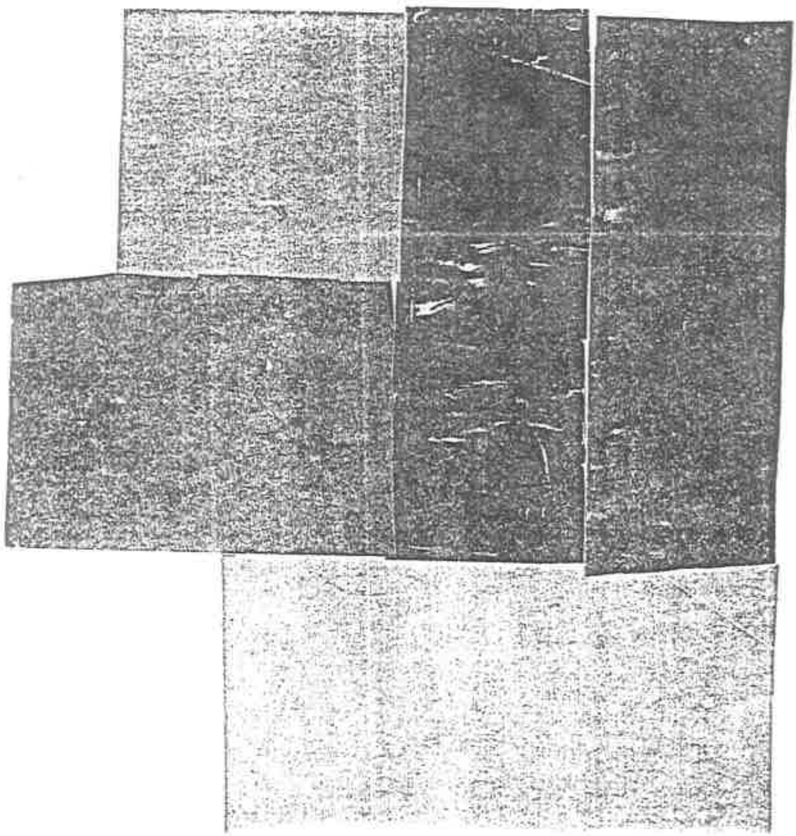
William

William

hice el doble y reduci un poco

Naranja
media 4x8
y aumente
el doble
que es 8x16
y luego disminui
casi dos cm. y medio
y asi sucesivamente
con todos

Morado
media 10x2
y aumente
el doble



Eduardo

Eduardo

Le aumente 2cm a cada figura
y poreso no sale

BLOQUE III

SESION 1

Para el momento denominado acción, se organizó al grupo en equipos de 2, 3, 4 y 5 elementos, formándose 2 equipos de cada número de integrantes. Se les entregó una hoja con la silueta de un buho, (material individual) y una hoja (por equipo) para que registraran el material necesario para completar en la hoja un "paisaje nocturno".

Se les cuestionaba sobre lo que faltaría para hacer el trabajo, conforme lo que iban diciendo se armaba en el pizarrón un trabajo y los alumnos anotaban en sus hojas el material y la cantidad necesitada.

Terminado el trabajo en el pizarrón se les pidió que calcularan y registraran el material que necesitarían para todos los integrantes del equipo. Cuando terminaron los registros, éstos se colocaron al frente para analizarlos y contrastar resultados de los equipos con igual número de integrantes.

Se pidió a un elemento del equipo que pasara a dar a conocer su registro y la forma en que habían hecho el cálculo del material necesitado.

Los equipos de 2 y 3 miembros explicaron que por ejemplo: el buho necesitaba dos ojos y que como ellos iban a hacer 2 (o 3) ocupaban el doble (o el triple) o sea 4 (o 6), y así sucesivamente con todos los demás materiales.

Los equipos de 4 o 5 niños, dieron una explicación muy similar, pero curiosamente nunca usaron el término cuádruple, o quíntuple, sino que decían que como eran 4, entonces multiplicaban por ese número todos los materiales.

Se pidió que revisaran si coincidían los registros de los equipos con igual número de miembros y se cuestionó a varios alumnos sobre los resultados de otros equipos, en el sentido de que si consideraban correcto el material solicitado y por qué.

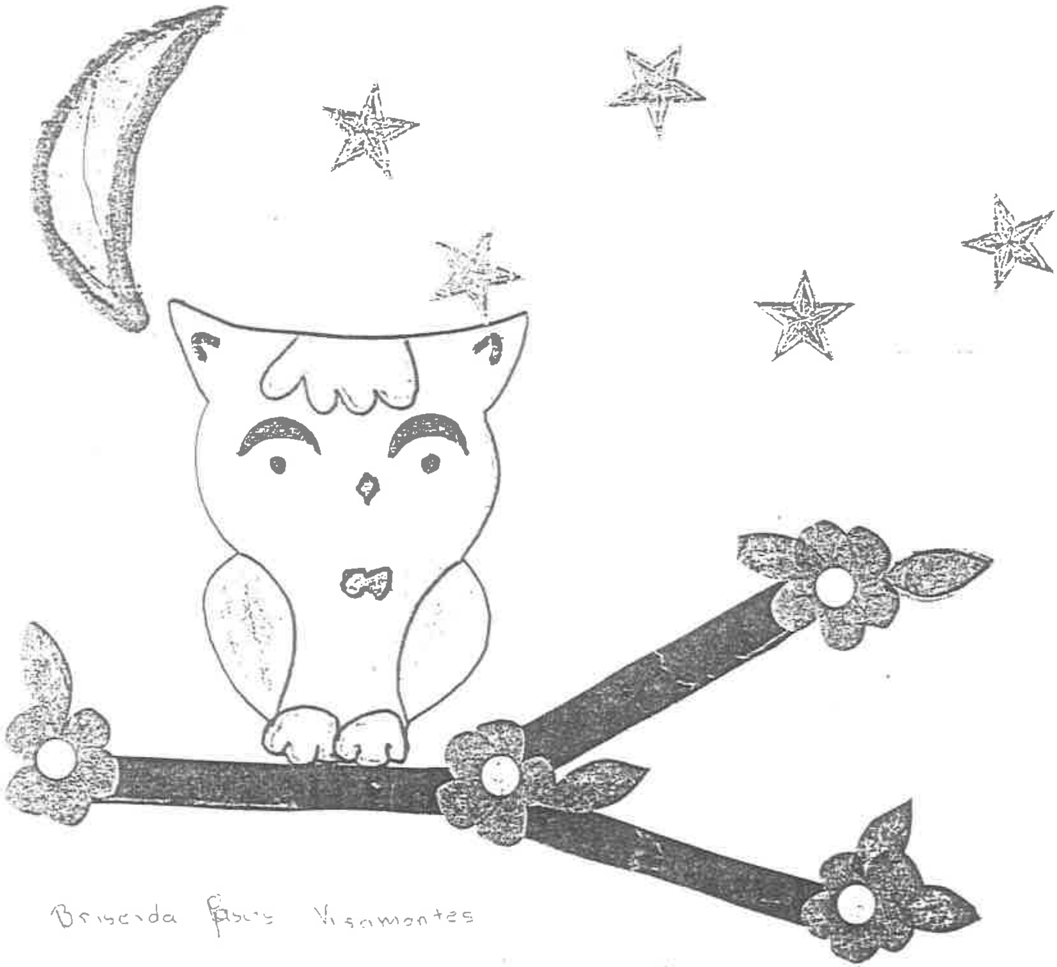
Una vez terminado el momento de formulación, se procedió a entregar el materal solicitado por cada equipo para que al realizar el trabajo, esté validada o no su razonamiento, considerando si el material solicitado era efectivamente el justo.

Al terminar, los equipos expusieron sus trabajos y confirmaron que el material había sido el necesario.

Se anexa un ejemplo del trabajo realizado y dos hojas de registro una de un equipo de 4 elementos y que muestra la forma común en que los equipos, en su mayoría lo hicieron. La segunda hoja de registro se anexó porque llamó la atención que el equipo explicitó la multiplicación de la razón.

En esta actividad donde la proporción fue entera se obtuvieron muy buenos resultados, ya que todos los equipos lograron resultados correctos.

En la siguiente sesión se continuará trabajando a partir de estos registros para tratar de llegar al momento de la institucionalización en que el alumno llegue al uso y posteriormente definición del término razón aritmética.



Briseida Flores Visamontes

1: 2 ojos = 8
2= 3 troncos = 12
3o- 5 estrellas =20
4o 20 petalos = 80
5o 4 centros de la flor =16
6= 1 Luna = 4
7o- 6 hojas = 24

Itzel,

Itzel, Ana, Flor y Alicia

OJós − 2 x 5 = 10

ramos − 3 x 5 = 15

estrellas − 5 x 5 = 25

Petalós − 20 x 5 = 100

Polen − 4 x 5 = 20

Luna − 1 x 5 = 5

hadas − 6 x 5 = 30

Briseida
Pasos
Viramontes

BLOQUE III

SESION 2

Se partió de comentar lo realizado en la sesión anterior y con los rompecabezas. Luego se pidió a un alumno que escribiera el registro del material que habían hecho en su equipo o las medidas originales y las transformaciones de las piezas de los rompecabezas. El registro que se realizó en el pizarrón fue así:

10 ojos para los 5	de 2 cm. quedó en 4 cm.
15 troncos para 5	de 3 cm. quedó en 6 cm.

Cuando terminó el registro se pidió la participación por si alguien proponía otra forma de hacer el registro. La forma propuesta era usando una mayor cantidad de palabras haciendo el enunciado más explicativo. Se les propuso que buscaran una forma que fuese clara pero que tuviera el mínimo o ninguna palabra. Un alumno pasó y propuso 2 a 4 (inició con estos elementos porque dijo que eran escala y que podía escribirse así). Los alumnos aceptaron y entonces se les pidió que pasaran a escribir nuevamente los enunciados de esta forma.

Quedó un listado así:

10 a 5 8 a 4 2 a 4 etc.

Se les cuestionó para aclarar si todas eran escalas (ya que el alumno que propuso el registro usó este término) y comentaron que las que se referían a los rompecabezas sí, las otras no. Se les preguntó en qué eran similares y en qué diferentes. Luego de varias opiniones y comentarios entre ellos definieron que las dos tenían dos números, pero que en la escala los dos eran centímetros y en la otra eran dos casos diferentes. Se les preguntó si sabían como se les llamaba a ese registro (10 a 5).

Como no surgió ninguna respuesta se les dijo que era una razón. Al escuchar el término inmediatamente comentaron el sentido común que se da al término. Se empleó esto para que los alumnos establecieran que lo que estábamos viendo era una razón que ellos mismos propusieron que denominaramos razón matemática, o se les dió también el término razón aritmética.

Para que quedara bien claro que en la razón debe establecerse el orden de los elementos, se retomó una razón: ojos a buho (2 a 1) y se preguntó que si también podría ser 1 a

2. Las opiniones fueron divididas en sí y no. Se cuestionó a quien dijo que sí: Es igual dos ojos a un buho que un buho a dos ojos. Inmediatamente uno de los alumnos que dijo no, argumentó: -La razón que dijo la maestra fue ojos a buho y no puede ser 1 a 2 porque sería un cíclope con 2 cabezas. Esta explicación "parece que fue muy convincente pues en el trabajo posterior no se tuvo que volver a indicar la importancia de establecer elorden de los elementos de la razón.

Se les pidió que buscasen otras situaciones en las que pudiera establecerse la razón aritmética. Las primeras opiniones fueron en relación a miembros del cuerpo con éste (razón a manos a persona 2 a 1). Al sugerirles que buscaran otras situaciones completamente diferentes a las ya trabajadas, -no hubo momento participaciones-, por fin surgió un alumno que dijo:

Si compro un kilo de tortillas pago $ 3.00, la razón tortillas a pesos es 1 a 3.

Esta participación dió una pauta para que los alumnos propusieran otras situaciones. Se les solicitó que escribieran el enunciado y la razon. Se tomaron tres trabajos que se incluyen a continuación.

CASO 1

Este alumno fue el único que aún cuando logró identificar situaciones en que puede establecerse una razón aritmética, no representó ésta. Al preguntársele el por qué no lo había hecho, dijo que este registro era más claro.

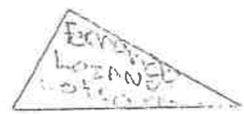
La razón de [illegible]

4 Naranjas para 2 niños

1 manzana para 2 niños

2 Rebanadas para 4 niños

1 [illegible] para [illegible]



CASO 2

Este es un ejemplo de lo que hicieron 3 o 4 alumnos, en el sentido de que parece que si hubiesen entendido lo que es una razón e identificaran situaciones en la que puede establecerse una, pero en algún momento (en este caso el último enunciado) proponen una situación en la que no se establece la razón pues queda un solo elemento.

A este alumno, cuando se le preguntó si en el último enunciado podía establecerse una razón, dijo que si le pusiera algo más si, pero que no se le ocurría como que ponerle.

razon aritmetica

hax razon de el pan

es 2 a 10 pesos

ha razon de leche

es 2 a 6 50

ha razon de chilentes

4/8 3,64/8 4 3,6

Roberto M.

CASO 3

Este trabajo muestra el nivel que logró la mayor parte del grupo. El alumno propone situaciones en las que puede establecerse una razón y es capaz de registrar ésta sin modificar el orden de los elementos.

Cuando los alumnos entregaron sus trabajos, se tomaron algunos se leía los enunciados a algún alumno y se le pedía que escribiera la razón en el pizarrón y la explicara. Las participaciones fueron acertadas.

Se dió por finalizada la sesión, ya que en la próxima se retomarían las razones propuestas por los alumnos y se podría constatar si efectivamente entendían éstas.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] a $ es de:

1 a 1.50

[illegible]

1 a 200

[illegible] $ a un chocolate:

100 a 1

La razón de Manzanas a niños es de: 8.4

BLOQUE III

SESION 3

Previo al inicio de esta sesión se escribieron en láminas algunas de las razones propuestas por los alumnos en la sesión anterior. Entre ellas:

1. La razón de refrescos a pesos es 1 a 1.50

2. La razón de casas a habitantes es 1 : 5

3. La razón de huevos a pasteles es 12 : 2

Se pidió a los alumnos que leyeran y explicaran cada razón. Los resultados satisfactorios.

Se les pidió que observaran las razones. Notaron que en la razón 1 se escribió a y en otras :, pero como ya antes las habían "leído" como a decidieron que también podría usarse este signo para representar la razón.

Como una forma de ejercitar la representación de la razón aritmética se les leyeran varios enunciados y se les pidió que si era posible establecer una razón la registraran.

La totalidad de los alumnos lo hizo en forma correcta, lo que se apreció en sus registros fue que 13 usaron :, 3 usaron indistintamente : , o a y el resto del grupo continuó usando sólo a.

Se anexa sólo un caso, porque como ya se dijo, todos lograron hacerlo bien.

CASO 1

Las razones escritas corresponden a los siguientes enunciados:

1. Mi carro, en la ciudad, por cada litro de gasolina que le pongo, recorre 7 kilómetros.

2. Hice un examen, tuve 90 aciertos y me pusieron 9 de calificación.

3. La relación de niños a niñas en este salón.

4. La razón de persona a extremidades.

5. Cómo se repertirá un terreno de 500 metros a 4 personas.

6. En la farmacia tienen la medicina con el 25 % de descuento.

Alicia Barredes Peralta

1.- 1 : 7

2.- 10 : 1

3.- 7 : 0

4.- 1 : 4

5.- 500 : 4

6.- 25 : 100

El último enunciado tuvo que ser explicado un poco más porque algunos alumnos decían que si no faltaba algo. Con ayuda de los compañeros se estableció cuál sería el descuento que estaban haciendo, entonces preguntaban que cuanto se había comprado -parecía que no identificaban los dos elementos de la razón- hasta que se les pidió que explicaran que significaba "por ciento". Entonces reaccionaron y ya pudieron establecer la razón.

Cuando todos terminaron, se pidió a algunos niños que explicaran las razones que habían escrito, se hizo un listado con éstas y otras más surgidas en el momento. Se les cuestionó sobre qué era entonces una razón aritmética.

Algunas opiniones fueron:

- Es algo lógico para razonar.
- Algo que se da entre dos números.
- Un número se puede multiplicar por otro y da la otra parte de 1 razón.

Registraron su definición de razón. En la siguiente página se anexan 2 de estos registros.

En sus conceptos de razón todos inician su definición con que es algo lógico, pero al pedirles que explicaran que era eso tuvieron sería dificultades y sólo mencionaron al o parecido a que "porque así es", "es logico, usted entiende".

Es la logica de un número a otro y se multiplica para optener esto etc.

Eduardo Pantoja

LA RAZON ARITMETICA

La razon [illegible] es la logica que se saca de [illegible]

David Alfonso Zepeda Macedo

Aunque sus definiciones puedan parecer a simple vista no muy precisas, se aprecia lo sustancial del conepto "relación multiplicativa entre dos cantidades".

Los alumnos que expusieron su concepto lo explicaron adecuadamente e incluso ejemplificaron.

Esta fue la primer sesión en que se llegó al momento de la institucionalización, ya que hasta este momento se puede pensar que el alumno posee un conocimiento que le permite resolver este tipo de problemas, ya lo ha ejercitado y además maneja el lenguaje convencional y sabe definir e interpretar el concepto de razón.

En las posteriores sesiones se iniciará nuevamente con el momento acción para crear una situación de aprendizaje que permita llegar al manejo de la proporcionalidad.

BLOQUE IV

SESION 1

Esta sesión, de acuerdo a lo planeado, se inició "creando" una situación de compra-venta (el mercado), en la que luego de haber hecho una serie de comentarios los alumnos, se les pidió que eligieran un producto que les gustara vender. Hicieron el dibujo en una hoja, le pusieron precio y pegaron su cartel en su "puesto".

Una vez que estuvieron listos, se simularon algunas compras (se seleccionaron compras de mercancía con precio fraccionario y a alumnos que no tienen una gran facilidad para el cálculo mental rápido). Como el saber el monto de la compra resultaba muy lento, se cuestionó a los alumnos sobre una forma en que fuera más rápido saber cuánto sería el total de la compra de los. "clientes". Rápidamente un alumno propuso hacer como en las tortillerías, donde ya tienen una "lista". Los alumnos estuvieron de acuerdo en esta propuesta. Se les proporcionó otra hoja para que hicieran su registro.

Al revisar los registros se observó que del grupo, sólo dos casos no expresaron la razón convencionalmente, de los otros alumnos que si registraron convencionalmente la razón, sólo 3 continuaron usando a (3 a 2.50). Se tomó un registro y se preguntó a los alumnos que qué era lo que estaba escrito. Contestaron que eran razones aritméticas, se pidió que explicaran alguna de las razones registradas.

Se continuó con otras "compras" cuestionando tanto a "compradores" como a "vendedores" sobre lo acertado o no del precio pactado. Como todas las tablas incluían el precio unitario, los alumnos justificaron sus respuestas al encontrar la multiplicación de la razón. Por ejemplo: se cuestionó si estaba bien que pagara $ 10.00 por 5 kg. De pepino, su respuesta fue sí, argumentando que si un kg. De pepino costaba $ 2.00 entonces 5 x 2 son 10 pesos. Fueron pocos los que usaron los operadores verticales para resolver la proporcionalidad.

Todas las actividades de compra-venta se realizaron bien, ésto se debió, en parte a que casi todos manejaron cantidades pequeñas y números enteros.

De las actividades realizadas se anexan tres casos.

CASO 1.

El alumno manejó una tabla con números fraccionarios. De todo el grupo sólo se presentaron tres casos así.

Al preguntársele cómo la había hecho, cómo sabía que así estaba bien, explicó que si un artículo costaba $ 7.90, entonces 2 serían 2 x 7.90, 3, 3 x 7.90, etc.. O sea que identificó la multiplicación de la razón u operador horizontal y así resolvió la proporcionalidad.

William y Fernando

Ambvrgesas

- 1: 7.90
- 2: 15.80
- 3: 23.70
- 4: 31.60
- 5: 39.50
- 6: 47.40
- 7: 55.30
- 8: 63.20
- 9: 71.10
- 10: 79.00
- 11: 86.90
- 12: 94.80
- 13: 102.70
- 14: 110.60
- 15: 116.50

CASO 2

Los alumnos que realizaron este trabajo no usaron la representación convencional de la razón, pero manejaron su tabla como si fuese.

Se incluyó este caso porque fueron de los pocos que manejaron cantiddes menores que la unidad y además en resolver la proporcionalidad con los operadores verticales, es decir usando múltiplos, ya que ellos explicaron que: si un cuarto cuesta $ 2.00 medio (que es el doble) va a costar el doble, o sea, $ 4.00, y así sucesivamente.

Como vemos en la siguiente página, las cantidades en pesos que manejaron fueron todas enteras.

Cesar Sanchez Silva
Jaime Armando Gomez Juarez

Kg de huevo	$
1/4	2
1/2	4
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
10	80

CASO 3

Se anexó este caso porque, fueron muy pocos los que, como este alumno, no manejaron la serie numérica en su tabla sino que lo hace sin un orden aparente. Maneja grandes cantidades, cuando lo común fue cantidades muy pequeñas, pero eso sí, como todos, incluye el precio unitario.

Como explico, su forma de resolver la proporcionalidad fue identificando el operador horizontal.

Se concluyó la sesión. La próxima se pretende continuar trabajando la proporción.

Daniel Martínez B.

cant $
1 : 2
5 : 10
9 : 18
13 : 26
3500 : 7000
1000 : 2000

BLOQUE IV

SESION 2

En esta sesión se siguió trabajando con situaciones de compra-venta. Se les pidió que trabajaran en binas. A cada una se le entregó una hoja conla ilustración de un producto y se les pidió que conforme la ilustración, escribieran una "oración" que pudieran expresar en una razón aritmética. Todos lograron hacerlo. La mayoría lo hizo en relación de objeto a costo, pero en este caso ya no todos los registros incluían el precio unitario.

Luego se les pidió que en otra columna escribieran el elemento de otra razón y que otra pareja buscaría el elemento correspondiente para que la razón quedara "bien".

Se intercambiaron las hojas y cada bina buscó la proporcionalidad en la hoja que le tocó. Se expusieron algunos trabajos, se les preguntaba cómo habían llegado al resultado, y por sus explicaciones se puede confirmar que lo hicieron usando tanto el operador vertical como el horizontal. Este último lo usaban sobre todo cuando la primera razón tenía el precio unitario, cuando no era así era más común que intentaran resolverlo buscando el operador vertical o el precio unitario.

Luego, esta misma pareja escribió un elemento de otra razón y se volvieron a intercambiar las hojas. El trabajo resultó muy divertido y rápido. Cuando una pareja no obtenía rápido el resultado de la proporcionalidad, siempre hubo voluntarios para ayudarlos.

CASO 1

Este trabajo inicia con la enunciación de la razón, y luego la expresión convencional de la misma y luego, algunos de los ejercicios de búsqueda de proporcionalidad que se hicieron en la sesión.

Este trabajo inicia con precio unitario, y como ya se explicó, en casi la totalidad de estos casos, la forma de resolver la proporcionalidad fue a través de la multiplicación de la razón, como de hecho se aprecia en el extremo de la hoja, donde el equipo dejó la evidencia de este proceso seguido.

D.A.C.G.
D.A.Z.M.

La razón de un short a $

1 a 50
7:350
10:500

CASO 2

Al ver este trabajo puede notarse que la proporción o la tabla (no guarda aparentemente proporcionalidad). Por ese motivo, se seleccionó para que los equipos que participaron explicitaran sus procesos.

Una pareja recibió la hoja, enunció una razón y la escribieron aunque no con el precio unitario (13 a $ 32.50) luego escribieron convencionalmente así 13 : 32 pero como puede notarse, omitieron el decimal.

Briseida
Flor

La razón de jabón a $

13 a $ 32.5

13:32 $ 13 32

26:64 26 64

208:520

Cuando pasaron la hoja el equipo que la recibió vió la siguiente columna (que tenía sólo una parte de la razón para que ellos buscaran la proporcionalidad) que era 26:____. Ellos resolvieron el problema buscando el operador vertical -también puede observarse esto en la anotación que dejaron- y razonaron: si 26 es el doble de 13, entonces el número que falta tiene que ser el doble de 32 y es 64. Cuando terminaron de explicar esto, el equipo que inicialmente había tenido la hoja dijo que estaba mal, porque ellos habían puesto la razón de tal forma que cada jabón costaba 2.50, y por lo tanto, el resultado debería ser 65.

El equipo "dos" defendió su trabajo argumentando que ellos sólo se fijaron en la razón 13:32 y en ese momento habían buscado la multiplicación de la razón y no era 2.50 como afirmaba el equipo. Este equipo aceptó que se habían equivocado al exprsar convencionalmente la razón y que entonces el resultado de sus compañeros estaba bien.

Ante esta decisión, protestó el tercer equipo que había tenido la hoja, ya que, según explicaron ellos se fijaron en la razón expresada 13 a $ 32.50, entonces dividieron 32.50 entre 13 y les salió 2.50. Se les preguntó que por qué habían hecho eso y qué era el 2.5, explicaron que habían hecho eso para buscar el precio de un jabón que era precisamente el 2.5. Y entonces como ya tenían el precio de un jabón multiplicaron por 208 (así recibieron la hoja 208: --) y por lo tanto el resultado era 520.

Como puede verse, los argumentos de los equipos validó su resultado y por tanto ambos se aceptaron como válidos. Sobre todo el proceso y el saber cómo llegar a los resultados.

Se continuó con otros equipos, pero todos mostraron un trabajo similar. Se notó que los equipos en general prefieren trabajar con cantidades que no exceden las centenas y las cifras enteras.

La próxima sesión pretende continuar trabajando la proposición, pero llegar ya a la parte llamada institucionalización.

BLOQUE IV

SESION 3

Se recordó con los alumnos las actividades realizadas en la sesión anterior. Se les propuso que analizaran el siguiente problema:

Un vehículo recorre 240 km. en 60 minutos, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 180 min.?

Se les pidió que buscaran la forma de registrarlo usando razones aritméticas, a fin de ver cómo registraban la proporción.

En un primer momento se registraron la razón 240:60 y luego preguntaron si resolvían el problema, se les dijo que no, que sólo intentaran registrar el enunciado del problema usando sólo números.

Se obtuvieron cuatro tipos de registros.

Caso 1.- Este alumno, así como otros, escribió primero el problema y luego escribió una primera razón aritmética y en la segunda, donde faltaba un dato para lograr la proporcionalidad escribió X.

1 ¿d un veiculo recorre 240 K en 60 mTS cuantos K rec. en 180 mTs

240 : 60
X : 180

Juan Pablo Mariscal G.

Caso 2.- Este alumno muestra otro tipo de registro en el que deja en blanco el lugar del dato que se desconoce.

240 : 60
: 180

Eduardo Pantoja

Caso 3.- Los alumnos, como en este caso, registraron la razón y en el espacio del dato faltante en la siguiente razón usaron el signo de interrogación para indicar que no sabían.

240 : 60
¿? : 180

Briseida Pasos V.

Caso 4.- Hubo varios alumnos que presentaron un registro como éste:

60:240
180:720

Roberto Montes R.

Al cuestionarlos sobre si su registro representaba el enunciado del problema contestaron que no precisamente porque en el problema no estaba un dato, pero que ellos ya lo habían "sacado" y de una vez ponían el resultado. Se les preguntó qué harían si no supieran la respuesta tan rápido como para registrarla en ese momento y sus opciones fueron poner X o dejar en blanco donde les correspondiera.

Se presentaron otros problemas de proporcionalidad dados tanto por maestra como por alumnos y se pedía a algunos niños que hicieran el registro en el pizarrón.

De éstos, se tomó uno para que los alumnos nos dedujeran el concepto de proporcionalidad y las formas en que puede resolverse ésta.

El enunciado propuesto por un alumno fue:

Si 40 refrescos cuestan $ 60.00 ¿cuánto costará cada uno? El registro lo hicieron así:

40 : 60

1 : X

Se les pidió que de momento no dieran el valor de X, aunque ya lo tuvieran.

Se les cuestionó:

M. ¿El precio a pagar será menor o mayor que $ 60.00?

A. Menor.

M. ¿Por qué?

A. Porque 60 es de 40 refrescos y ahora sólo queremos saber cuánto cuesta uno.

M. ¿Si comprara 8 refrescos, el costo sería igual al de uno?

A. No, porque son más refrescos y entonces paga más.

M. ¿Y si fueran menos refrescos?

A. Entonces pago menos. ¡Obvio!

M. ¿Cómo se le llama a la variación en la que si un elemento aumenta, el otro también, y si disminuye el otro también?

A. (No hubo respuesta clara, sólo se escucharon murmullos como: lógico, justo...)

Se les propuso el término proporcional -variación proporcional-. Les pareció adecuado el término y surgió el comentario de un alumno que dijo: "Si mi mamá me da un billete y me dice que lo reparta entre mi hermanito y yo, no lo voy a repartir igual, lo voy a repartir proporcional, porque mi hermanito está más chiquito, le toca menos; yo estoy más grande, entonces me toca más".

Al pedírseles que explicaran qué entendían por proporcional, llegaron al concenso de que era "cuando dos razones son iguales, si una aumenta o disminuye, la otra también". Se les pidió que dieran un ejemplo y un alumno retomó el problema planteado anteriormente y dijo: Si un refresco cuesta

1.50 (1:1.50) y si compra el doble, entonces será 2:3.00 y si le quieren cobrar 2:5.00 no es proporcional, no es justo porque si lleva el doble debe pagar el doble, o sea $ 3.00

Continuando con este ejemplo, se pidió que agregaran otras razones a la tabla que ha se había iniciado, hasta tener:

40	:	60
1	:	1.50
8	:	12
20	:	30
4	:	6
2	:	3

Cuando se tuvo así la tabla, se les cuestionó si estaban seguros que las razones variaban proporcionalmente. Su respuesta fue Sí. Al preguntárseles cómo podríamos demostrar que efectivamente así era, justificaron:

Porque si por 40 refrescos se pagan $ 60 cuando compramos la mitad de refrescos pagamos la mitad. (Justificaron usando el operador vertical que se conserva en toda la tabla).

Se les solicitó que buscaran otra forma de justificar, respondieron:

- Porque si un refresco cuesta $ 1.50, 2 van a costar 2 x 1.50, 6 costarán 6 x 1.50 (esta justificación indica que usan el operador horizontal, identificaron el cociente que se mantiene a lo largo de toda la tabla).

Se hizo una síntesis de lo expuesto por los alumnos en esta sesión respecto al concepto y características de la proporcionalidad. Se dió por concluida la sesión.

BLOQUE V

SESION 1

Se les dijo a los alumnos que trabajaríamos con problemas de variación proporcional. Se les cuestionó para ver si recordaban qué era y se les pidió que propusieran problemas.

Una vez que se comprobó que los alumnos sí recordaban el tema, se les solicitó resolvieran algunos de los problemas ya planteados por ellos. De estos problemas se seleccionó uno que tenía las características de no incluir el precio unitario, manejar la fracción y no ser tan obvio el operador vertical.

El problema y la solución dada por los alumnos se explica a continuación en el caso seleccionado.

Caso 1.- Se les leyó el problema y algunos -como el alumno de este caso- escribieron todo el problema y luego registraron la razón y la proporción, poniendo X en el lugar del elemento faltante.

JUAN PABLO MARISCAL GARCIA

1-7 jabones cuestan $32.20

¿cuanto cuestan 5 Jabones?

7 : 32.20
5 : X

$7\overline{)32.20}$ = 4.60   4.60 X 5 = 23.00   7 = 32.20
5 = 23.00

Como no era fácil descubrir el operador vertical, curiosamente todos los alumnos buscaron el precio unitario (usando por tanto el operador horizontal) y multiplicando luego por el número de artículos solicitado (5).

Cuando todos los alumnos dijeron tener el resultado, se solicitó a un alumno al pizarrón para explicar su proceso de solución. Como ya estaba escrito en el pizarrón el problema, el alumno procedió a hacer el registro convencional -solicitándole que explicara qué significaba- y cuestionándose a otros alumnos si estaban de acuerdo con esta explicación.

Entonces se le pidió que resolviera la proporción y fuese explicando lo que iba haciendo.

Dijo que si 7 jabones costaban $ 32.20, 5 iban a costar menos, y para saber cuánto tenía que dividir $ 32.20 entre 7 -¿para qué?- para saber cuánto cuesta cada jabón. Procedió a hacer la operación indicada y continuó: si un jabon cuesta $ 4.60, entonces multiplico 5 x 4.60 -lo hizo- y entonces ya sé que 5 jabones cuestan $ 23.00 -y cambió en el registro la X por su valor-.

Se pidió a otro alumno que pasara al pizarrón y comprobara que efectivamente en 7 : 32.20

5 : 23.00 se había guardado la proporcionalidad. Por un momento dudó, luego dijo: "Si multiplico 7 x 4.60 son 32.20, entonces si multiplico 5 x 4.60 deben ser 23.00 y sí es". Con esta comprobación de proporcionalidad se denota que el alumno está manejando el operador horizontal, aunque desconozca el término.

Se solicitó a otro alumno que pasara y demostrara de otra forma, que sí se había conservado la proporcionalidad. Ni él ni el grupo acertaron a decir cómo podrían hacerlo. Como el operador vertical no era tan obvio, -ni doble, ni triple o mitad...- se supuso que necesitaría ayuda, por lo que se agregó la razón 1 : 4.60 que estuvieron de acuerdo que era proporcional. Y se les cuestionó:

M. De 5 a 1 ¿cuántas veces disminuye?

A. 5 veces.

M. Entonces, si de 5 : 1 disminuye 5 veces, de 23.00 a 4.60 ¿debe disminuir cuántas veces?

A. Cinco.

Lo comprobaron y entonces se le pidió nuevamente al alumno que demostrara que las razones

7	:	32.20
5	:	23.00

tenían proporcionalidad. Ahora sí lo pudo demostrar diciendo que de 5 a 7 aumentaba 1.4 veces. Se le pidió que anticipara si de 23.00 a 32.20 también aumentaba 1.4 veces. Dudó y dijo que no estaba seguro -sin embargo, cuando hizo el problema estaba seguro que el resultado era correcto-. Antes que él terminara de decidirse si era o no 1.4 veces mayor, sus compañeros ya lo habían comprobado y dijero qu sí era 1.4 veces mayor. El lo comprobó y se entusiasmó al ver que efectivamente 5 a 7 la función es 1.4 y de 23.00 a 32.20 se mantiene, por lo que es proporcional.

Se pidió que hicieran una síntesis de cómo verificar que las razones conservan la proporcionalidad.

Se propuso otro tipo de problema que aunque no se había trabajado no representó dificultad para registrarlo con razones aritméticas. El enunciado del problema era: En el departamento de electrónica están haciendo el 30 % de descuento. Si compro un equipo de sonido de $ 680, ¿cuánto me va a costar?

Como se decía, los alumnos lo representaron con razón sin mayor dificultad, excepto que hubo quiénes preguntaron si 30 % era que iban a descontar 30 pesos en cada 100. Se les cuestionó cómo iban a hacer para resolverlo.

Un alumno sugirió que si multiplicabamos y luego dividíamos tendríamos el resultado, pero no estaba muy seguro de cuáles datos se multiplicaban y cuál debía ser el divisor. Otros alumnos apoyaron esta idea e incluso usaron el término regla de tres.

Como ya se había presentado la regla de tres como opción de solución al problema, se trató de indagar qué tanto conocían del proceso y el término. Conocían el nombre que se les dá a los elementos: extremos y medios y que los elementos se multiplican y se divide entre el otro dato conocido. Sólo unos pocos alumnos identificaban sin error extremos y medios y podían establecer cuáles serían los factores y cuál el divisor. Se optó por realizar ejercicios que ayudaran a todos a "saber" ésto.

(Esta situación resultó muy curiosa porque era de suponerse que si se hubieran empleado estos mismos datos en otro tipo de problema es casi seguro que hubiesen buscado otra forma de solución, sin embargo, aquí se hacé evidente la forma tan memorística y dogmática como se enseñan tradicionalmente las matemáticas: un determinado tipo de problema se resuelve de una forma específica. En este caso, en cuanto el alumno vió en el planteamiento del problema la palabra porcentaje, "recuerda" que éste se resuelve de una determinada manera y aunque no recuerdan exactamente la "fórmula" se deciden por esta como único camino de solución).

Se les pidió que resolvieran el problema y usaron regla de tres. El resultado fue correcto, pero nunca lograr explicar cómo había sido el proceso, sólo repetían el algoritmo de la regla de tres.

Un ejemplo es el siguiente:

2. % $
30 : 100
× 680

30 : 100
204 : 680

Rocío: Florecita.

Luego se les pidió que buscaran otra forma de solución. Para ellos resultaba extraño, pues con regla de tres era la forma de resolverlo. Se tenía en el pizarrón el registro:

30 : 100

X : 680

Se les animó para que buscaran resolverlo usando el operador vertical (sin usar el término) y dedujeron que de 100 a 680 aumentaba 6.8 veces, entonces de 30 a X debía aumentar 6.8 veces, hicieron la multiplicación y comprobaron que era 204.

También se les pidió que lo hicieran por medio de una tabla de variación proporcional. (De la cual se incluye un caso).

Ana Celia do

30:100
?:680

30:100
60:200
120:400
180:600
15:50
3:10

180+
15
3
3
3
204

Los alumnos se mostraron admirados de que usando estos tipos de solución "también sale" (fue su expresión).

Cuando realizaron la tabla algunos alumnos -como el del ejemplo- se nota que fueron duplicando y luego buscando los submúltiplos hasta obtener el resultado, otros pasaron directamente de 100 a 600 y 10 y con eso resolvieron el problema.

Se concluyó que un problema puede tener diferentes formas de solución. Se dió por terminada la sesión.

BLOQUE V

SESION 2

Se llevó al grupo material publicitario y se les pídió que a partir de eso inventaran problemas de variación proporcional, ésto con el fin de ver si los alumnos identifican situaciones y pueden elaborar problemas de proporcionalidad y luego verificar si pueden resolverlos y cuál es su proceso.

La gama de problemas presentados por los alumnos fue de lo más variado y todos lograron enunciar correctamente los problemas de proporcionalidad. Aunque el material publicitario daba opción a plantear problemas de porcentajes, éstos no fueron considerados por los alumnos. Se puede observar que en sus planteamientos que ya manejan números fraccionarios pero las cantidades siguen siendo pequeñas. Unos cuantos manejaron cantidades exageradamente grandes.

Algunos ejemplos de problemas propuestos por los alumnos fueron:

Cuanto costara 15,593,293 kl
Tomate
kilos a 8 pesos

Daniel Martinez B.

Alicia Barredes Peralta

un kilo de azucar vale $5.00 si compro kg 4 - 1/2 cuanto costaran?

1 : 5
4.5 : X

si una Pizza tiene 24 rebanadas ¿Cuantas rebanadas tienes 8 Pizzas?

1:24
8:X

Briseida Pasos V.

Ana Celza

¿2 plumas cuestan 10.00 ¿Cuantas plumas me costaran 100.00?

2 : 10 2 : 10
X : 100 20 : 100

Se retomaron algunos problemas propuestos para resolverlos. Se pudo observar que los alumnos tienen ya cierto dominio del tema pues los resolvieron prácticamente sin dificultades, aunque se hace notar que las situaciones no son muy complejas.

Para resolverlos usan indistintamente el operador vertical, el horizontal o precio unitario y en esta sesión se usó también la regla de tres.

En uno de los problemas presentados se les pidió que resolvieran de 2 formas, las que ellos eligieran. El problema y los resultados se presentan a continuación:

CASO 1.

Rocío Florecita Núñez Pérez.

1º-¿Cuántos Km recorrerá un vehículo en 12 horas si en 5 horas recorre 250 Km?

3

250 : 5

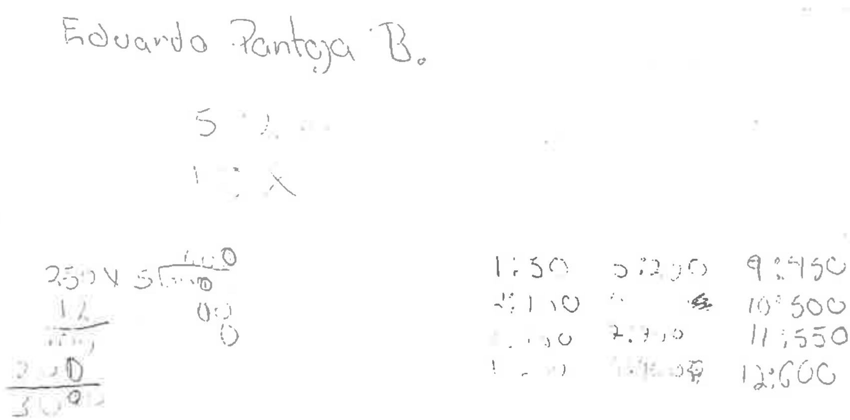
X : 12

$$\begin{array}{r} 250\times \\ 12 \\ \hline 500 \\ 250 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 5\overline{)3000} \\ 00 \end{array}$$

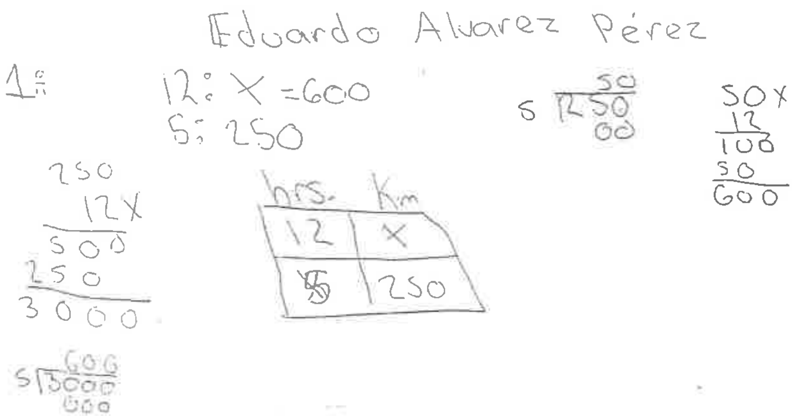
La alumna escribió todo el problema. Realizó el registro del algoritmo de regla de tres, pero como puede verse, éste registro inicia con los datos que se conocen, no como se van presentando en el enunciado del problema, y además escribe km/hr no hr/km. Como está en el planteamiento.

CASO 2



El alumno registra el algoritmo de la regla de tres, pero no el enunciado del problema. También inicia el registro con los datos que conoce en el orden hr/km. Y usa como opciones de solución la regla de tres y una tabla de variación proporcional que inicia desde la unidad.

CASO 3



El alumno hizo el registro con los datos como se van presentando en el problema, sólo cambiando hs/km. Para resolverlo usa regla de tres y el valor de la unidad, es decir busca el dato relacionado al número de km. Que se recorren en 1 hr.

Se continuó trabajando con otros problemas y por las soluciones dadas y la forma en que explicaron su proceso para llegar a éste podemos establecer que en general han logrado todos los alumnos -aunque sea en diferente nivel- el desarrollo de su pensamiento relacional y el aprendizaje de razones y proporciones.

Llama la atención que en los últimos ejercicios utilicen la regla de tres como forma de resolver los problemas de proporcionalidad, cuando para ellos esta forma era exclusiva para porcentajes.

En los problemas de porcentajes se presentó la siguiente situación: si el enunciado era más o menos cuál es el X % de X cantidad lo resolvían sin dificultad pero si se cambiaba a : de cantidad descontaron -o aumentaron- X cantidad a que % corresponde, los alumnos se perdieron y les resultó difícil. Puede suponerse que se debió a que este tipo de planteamiento no es común en la vida cotidiana de los alumnos.

A partir de esta última sesión del plan de operativización debe continuar ejercitándose tanto el pensamiento relacional como las razones y proporciones e ir considerando situaciones cada vez más complejas, pues se presupone que con las bases que los alumnos tienen, poco a poco lograrán mayor dominio.

CONCLUSIONES.

En la estrategia didáctica propuesta se tuvo el objetivo de que se lograrà, ante todo, que el alumno fuera desarrollando su pensamiento relacional mientras trabajaba con razones y proporciones ya que sin el desarrollo del primero no se lograría el aprendizaje de lo segundo. Se considera que lo anterior sí se logró pues a lo largo del informe de operativización puede verse el proceso que siguieron los alumnos en la construcción del conocimiento y el desarrollo de su pensamiento.

- Se buscó que las actividades realizadas fueron agradables para que el alumno se interesará en éstas y le fuese más fácil integrar la actividad, aparentemente recreativa a una actividad intelectual que lo llevara al desarrollo del pensamiento relacional y al aprendizaje de razones y proporciones. Durante el desarrollo de las actividades de la propuesta se logró que los alumnos estuvieran interesados por lo que se iba a realizar en cada sesión y además no se presentaron problemas de disciplina.

- La operativización de la propuesta metodológica resultó un trabajo muy interesante, por un lado, constatar que los alumnos si se les brinda el apoyo y los medios, son muy activos y capaces de construir su conocimiento. Por otro lado, aunque el trabajo tenía un fin, el hecho de desarrollarlo con el apoyo teórico de la psicogénesis y la pedagogía operatoria, confirmó que el proceso es aún más importante ya que es en éste donde el alumno va formándose y aprendiendo. Si se cuida este proceso se logrará con certeza el fin.

- Se logró una superación en los alumnos tanto en el desarrollo de su pensamiento relacional como en el aprendizaje de razones y proporciones, aunque en diferentes niveles y pudiera decirse que en situaciones no muy complejas, pero las bases que han construido les permitirían enfrentar posteriormente situaciones más complejas. Deberá también ejercitarse el conocimiento ya que no puede dominarse algo sin ejercitarse.

SUGERENCIAS.

- El conjuntar, analizar y seleccionar el material que conformará el marco teórico de la propuesta requiere de tiempo y trabajo considerables, sin embargo es esencial, ya que tener el apoyo teórico conlleva a una práctica más reflexiva.

- Los maestros debemos tener una actitud más abierta al cambio en la práctica docente, cuestionarla constantemente para detectar errores e incongruencias entre teoría y práctica y rescatar todo aquello que redunde en la superación de la calidad educativa.

- Al abordar éste o cualquier otro contenido matemático, sin importar el grado o nivel escolar, no debe perderse de vista que los propósitos de esta área son formativo, instrumental y práctico dejar a un lado uno sólo de ellos es guiar al fracaso el proceso enseñanza-aprendizaje.

BIBLIOGRAFIA.

ALARCON, J. Figueras Olimpia. Et. Al. "Matemáticas cien horas" México, Fondo Educativo Interamericano, 1981.

BALBUENA, Hugo y David Block "¿Qué significa multiplicar por 1/4?" en Cero en Conducta No. 25 México, 1991.

CELIS Ramírez, Victor M. "PRINCIPALES CAUSAS OPERACIONALES DE EFICIENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA", México. Educación Jalisco, 1993.

FIGUERAS, Olimpia, Gonzalo López Rueda y Simón Mechón. "RAZON Y PROPORCION" Méx. SEP. Guía del maestro. Quinto grado. 1992.

FREGOSO, Arturo "LOS ELEMENTOS DEL LENGUAJE DE LA MATEMATICA" México, Trillas, 1977.

GLAZMAN, Raquel. "EL MARCO TEORICO" México, UNAM, 1985.

ORTON, Antony "DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS" España, Morata, 1990.

PIAGET, Jean "EL JUICIO Y EL RAZONAMIENTO EN EL NIÑO" "ESTUDIOS SOBRE LA LOGICA DEL NIÑO". Editorial Guadalupe 1977.

PIAGET, Jean "SEIS ESTUDIOS DE PSICOLOGIA" México, Ariel,1988.

SANCHEZ, E. y Santos L. "LECCIONES DE MATEMATICAS BASICAS" México, CINVESTAV, I.P.N. (Mecanograma) 1993.

Secretaría de Educación Pública "MODULO PEDAGOGICO-PACAEP" México, SEP. 1992.

Secretaría de Educación Pública "LIBRO PARA EL MAESTRO. MATEMATICAS-SEXTO GRADO" México. SEP. 1994.

Secretaría de Educación Pública "FICHERO ACTIVIDADES DIDACTICAS. MATEMATICAS SEXTO GRADO" México, SEP 1995.

SHARNAY, Roland, Emi Farra y Cecilia Irma Sáiz "APRENDER POR MEDIO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS" (Mecanograma) Argentina. Didáctica de la Matemática. 1994.