UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACION PUBLICA DE OAXACA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 20A

TESINA

"LA MULTIPLICACION SIGNIFICADO Y DIFICULTADES PARA SU APROPIACION EN LA ESCUELA PRIMARIA"

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA
PRESENTA:

ELISEO RUIZ ARAGON

OAXACA DE JUAREZ, OAX. OCTUBRE 1996

INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACION PUBLICA DE OAXACA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 20 A - OAXACA

No. Oficio 862/96
ASUNTO: Dictamen de Trabajo para Titulación.

Oaxaca de Juárez, Oax., Septiembre24 de 1996.

C. PROFR.
ELISEO RUIZ ARAGON
P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad 20-A y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: **"LA MULTIPLICACION SIGNIFICADO Y DIFICULTADES PARA SU APROPIACION EN LA ESCUELA PRIMARIA"**, Opción Tesina, a propuesta de la C. Asesora, **MTRA. ERNESTINA C. MARTINEZ GONZALEZ**, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior se dictamina favorablemente su trabajo por lo tanto se autoriza para que presente su Examen Profesional.

A T E N T A M E N T E
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

INSTITUTO ESTATAL DE EDUCACION
PROFR. SERGIO MANUEL CALLEJA ZORRILLA
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
UNIDAD 20 - A OAXACA, OAX.

INDICE

A QUIENES COMPARTEN SUS CONOCIMIENTOS,

SUS EXPERIENCIAS, SU ALEGRIA DE VIVIR

Y DE APORTAR

INTRODUCCIÓN

La Práctica Docente concebida con el intercambio de experiencias y reconstrucción de conocimiento por parte del maestro y del alumno, deben estar en constante reflexión, reconocimiento y construcción de la actividad misma.

Este reconocimiento de sí mismo y de la acción que el docente realiza, convierte sus experiencias en conocimiento, vinculándolos e integrándolos a su diaria actividad , es precisamente ese hecho que le permite argumentar, justificar , cuestionar y por consecuencia mejorar su práctica docente. Ello implica descubrir contradicciones que al interior del aula se dan, es decir, considerar aquellas situaciones de la práctica docente que obstaculizan el aprendizaje de los niños, que están lejos de la realidad y que son innecesarias para el desarrollo de todos los elementos involucrados en el proceso educativo.

Parte de estos conflictos es lo que se pretende abordar es este trabajo, específicamente lo relacionado a la multiplicación . Conflictos vividos en mi experiencia como docente y como Capacitador Técnico desarrollada a través de 15 años de servicio en contextos diversos.

Hablar de actividad docente es hablar de todos y cada uno de quienes intervienen en el acto educativo; alumno , maestro, contexto, curriculum oficial, etc. Este último , en la actualidad está orientado a considerar por un lado ". el desarrollo cognoscitivo del niño y los procesos que sigue en la adquisición y la construcción de contenidos matemáticos específicos "[1], y , por otro "conceptualizar a las matemáticas como herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen"[2] .Así mismo los contenidos están divididos en seis ejes , lo que permite que a la par con el desarrollo de las habilidades y destrezas matemáticas, los contenidos se incorporen de una manera gradual y estructurada.

Dicha flexibilidad abre aún más al docente la posibilidad de implementar actividades acordes a las características y necesidades de sus alumnos , de establecer, de descubrir lo que MarthaTlaseca llama "contradicciones":

---

[1] SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. Plan y Programa de Estudio de Educación Primaria. México. 1993

[2] Ibidem

"Cuando el maestro reconoce contradicciones entre prácticas y prácticas, experiencias, ideas y prácticas e ideas se perfila hacia una nueva transformación de la experiencia, y se rescata y valida lo que al juicio del maestro debe permanecer"[1].

Es así como, aunque pudiera pensarse que todo está dicho y acabado en el programa oficial, no lo es, ya que, primeramente, el maestro es quien detecta los obstáculos y necesidades que el niño manifiesta además, porque nada es estático, todo está en constante movimiento y transformación, por lo cual el maestro debe ser propositivo, gestor del cambio, de la innovación y de la construcción de metodologías más próximas a la realidad y a las características del sujeto con quien trabaja.

A partir de lo anterior se plantea el siguiente problema de estudio:

"LA MULTIPLICACIÓN : SIGNIFICADO Y DIFICULTADES PARA SU APROPIACIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA"

La importancia del presente problema radica en que; el área de matemáticas es parte fundamental del curriculum oficial de la escuela primaria en nuestro país, como tal al abordarla en el salón de clases se le dedica un porcentaje elevado <el segundo más alto después del español -200 horas anuales, 6 semanales[2]>, del tiempo que se dispone en la escuela. Considerando lo anterior habría de esperarse que los alumnos alcanzaran un nivel "suficiente" en lo que a esta área se refiere, mostraran un mayor interés por la misma y expresaran facilidad al trabajarla. Sin embargo, en la realidad escolar sucede todo lo contrario y las matemáticas representan, para un buen porcentaje de estudiantes de todos los niveles, un obstáculo muy difícil de superar y a veces insalvable.

¿Qué sucede?, ¿Por qué a pesar del tiempo que se dedica para el tratamiento de las matemáticas no rinde los frutos que se esperan ?, ¿De quién depende?, o ¿ acaso las matemáticas son por sí mismas complejas e imposibles de entender? Estas interrogantes son las constantes del docente y son las que particularmente me han llevado a reflexionar y a plantear actividades sobre un contenido que a mi juicio, presenta un alto índice de mecanización al ser abordado por el maestro, esto es; LA OPERACIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA.

---

[1] TLASECA Ponce ,Martha E. Reconstrucción de la Experiencia Docente y Transformación de la Práctica Docente .Matemáticas y Educ. Indígena III. UPN.México 1990.

[2] SECRETARIA DE EDUCACIÓN PUBLICA .Plan y Programa de Estudio de Educación Primaria. México.1993.

Desde tal perspectiva , la multiplicación se ha considerado como "una suma abreviada", por lo cual el alumno debe memorizar las " temidas " tablas de multiplicar y, al trabajar o resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación, no importa el proceso que sigue ni las dificultades que pueda tener si no lo importante es que el niño mecanice el algoritmo convencional y lo aplique en situaciones restringidas, hechas sólo para la escuela y no para que el niño extrapole dicho conocimiento a su vida cotidiana .

Aunado a lo anterior, el dominio y conocimiento de las leyes que rigen al Sistema de Numeración Decimal - el antecedente más importante para comprender y realizar las operaciones básicas : suma, resta, multiplicación y división - generalmente un gran porcentaje de alumnos no se apropia de ellas. Por lo cual es importante que el maestro conozca los conocimientos, el nivel de abstracción y las dificultades a las que se enfrentan los alumnos en la adquisición de la operación y su algoritmo convencional

Esto se logrará en la medida en que le docente parta de situaciones problemáticas presentes en el aula y fuera de ella , entendidas éstas como aquellas que generan descontrol o conflictos pero no implican inmediata y explícitamente su formulación y solución a la vez . Estas situaciones significan una gran riqueza en oportunidades de utilización de multiplicaciones y de las matemáticas en general. Por lo cual no debe limitarse el desarrollo matemático , solamente a la "hora de las matemáticas " , ni al libro de texto como único material de apoyo , si no que debe aplicarse en todos y cada uno de los momentos que lo ameriten.

Para ello es indispensable , primeramente , que el docente se apropie de los elementos que le permitan entender la estructura, las leyes, el significado, etc. del objeto de conocimiento que promueve en el niño para su adquisición .Esto se traduce en planteamientos de situaciones de aprendizaje, más cercanos a la realidad y necesidades de los escolares, con lo cual la apropiación de dicho objeto será menos compleja.

Al asumir la responsabilidad de conocer más a fondo lo que "enseñamos", a quienes "enseñamos" y cómo lo "enseñamos" estamos dándole un cambio significativo a nuestra práctica docente, retomando nuestro papel como propiciadores de conocimiento y no como reproductores del mismo , es decir , convirtiéndonos en promotores de aprendizaje significativos. Con lo que , indiscutiblemente, las condiciones de interacción social. (las oportunidades que tenga el alumno para expresarse, las oportunidades de poder contrastar el punto de vista propio con el de otros , la posibilidad de manipular objetos, la retroalimentación inmediata de esas acciones , la flexibilidad , la disposición del maestro para responder a las interrogantes que el niño le plantee, etc.) mejoraran considerablemente.

OBJETIVOS:

1) Proporcionar elementos al docente que le sirvan como punto de partida para el diseño de actividades encaminadas a favorecer la adquisición del algoritmo de la multiplicación.

2) Incidir en el cambio de actitud que asume el Docente al propiciar el aprendizaje de la multiplicación en el aula.

3)Promover aprendizajes significativos en los alumnos proporcionando a los maestros elementos teórico-conceptuales a través del presente trabajo.

4)Revalorar los conocimientos no escolarizados que posee el alumno para el planteamiento de situaciones didácticas.

TEORÍA DE LAS CANTIDADES

Generalmente se piensa que el " mundo de las matemáticas" se circunscribe a la escuela y en la escuela a la "hora de las matemáticas", dicha concepción trae consigo diversas prácticas al interior del aula que, en general obstaculizan el aprendizaje de este campo de conocimiento. Como ejemplo se citan las siguientes:

- Se prioriza la memorización de conceptos matemáticos sobre la construcción de los mismos por parte del niño.

- Se confunde la representación gráfica de conceptos con los conceptos mismos. Por ejemplo; número y numeral.

- Existe la tendencia a creer que el aprendizaje de los hechos y conceptos de una operación con el aprendizaje del algoritmo son lo mismo.

- Se piensa que las matemáticas al representar abstracciones son sólo eso y, por lo tanto, rara vez se recurre al trabajo con materiales concretos, objetivos.

CASTRO, Martínez , Encarnación[1] nos dice que:

> "El niño no recibe su primera información sobre números en el aula . Todo su medio social esta impregnado de números. Números que tienen que ver con el propio niño y que, en cierto modo lo definen ; su edad , el número de sus hermanos , el número de su casa , los coches que lleva en el bolsillo , los caramelos que le han dado, etc..."

Por lo tanto el trabajo en el aula deberá considerar la riqueza de experiencias y situaciones en las que el niño se encuentra , deberá también marcar los procedimientos que lleven a la organización de los contenidos y , a la vez lograr que ese conocimiento validado en la escuela interactúe nuevamente con el contexto social.

---

[1] CASTRO Martínez, Encarnacion, et.. al . Los Objetivos del Aprendizaje de la Aritmética. Antología Matemáticas y Educación Indígena 11.pp.79.UPN. SEP. 1993

El hablar de las cantidades y del conocimiento que sobre las mismas el niño adquiere , nos remite a aseverar que el niño construye su conocimiento al interactuar y al darse cuenta que el medio en el que se desarrolla , está formado por un sin número de elementos , elementos que poseen características específicas, las cuales los distinguen de los demás y les dan una fisonomía propia. Al mismo tiempo dichos elementos son susceptibles de ser medidos , contados , etc., por lo que se puede afirmar que todos los objetos , personas, cosas, etc., poseen dos factores:

FACTOR CUALITATIVO

OBJETOS

FACTOR CUANTITATIVO

El factor cualitativo , se refiere a las características particulares que distinguen a cada objeto de otra clase , de otro tipo . Por ejemplo; una naranja se distingue de un perro , una manzana , una gente, etc., por el factor cualitativo , el cual nos dice que la naranja es un cítrico , tiene una forma redonda, su cáscara es rugosa , puede ser de color amarillo, verde o anaranjada , etc., cualidades que no comparte en su totalidad - con el perro , la manzana , la gente , etc.

Cuando el niño realiza clasificaciones de objetos , - por ejemplo en preescolar -, se vale de una serie de criterios a fin de lograrlo. Así tenemos que, para encontrar las relaciones de inclusión y pertenencia , se apoya en criterios como: color , forma , textura, etc., y, es precisamente el factor cualitativo - presente en los objetos - el que le permite agrupar por semejanzas y separar por diferencias;

"Una de las características al clasificar con objetos , es que la clasificación se fundamenta en las cualidades de los objetos , es decir en las propiedades cualitativas"[1] .

Al igual que en la clasificación , al seriar se establecen relaciones entre elementos que son diferentes en algunas cualidades y , a partir de ese hecho , es posible ordenarlos en forma creciente y decreciente , por ejemplo: más viejo que , más alto que, menos sabroso que , antes de, etc. dichas relaciones poseen dos características conocidas como **transitividad y reciprocidad.**

La primera de ellas se establece al determinar:
* si A es mayor que B Y B es mayor que C , entonces A
es mayor que C *
La reciprocidad por su parte nos dice :
* B es mayor que C pero al mismo tiempo , B es menor que A *

El factor cuantitativo, por su parte , expresa las magnitudes generales de los objetos , las cuales son comunes entre ellos aunque el factor cualitativo que posean no sea el mismo . Así encontramos factores cuantitativos en las naranjas, como peso, cantidad , etc., factores que a diferencia del factor cualitativo, comparten con la gente, el perro , etc.,

"Es muy útil y necesario no solo para los maestros sino
también para los niños, formar el concepto de cantidad
a fin de que sean capaces de clasificar cantidades[2]".

---

[1] NEMIROVSKY Taber , Miriam Edith. et . al Concepto de Número .Anexo 1, Contenidos de Aprendizaje. UPN. SEP. México .1990.
[2] MICHIMASA. Kobayashi. New Ideas of Teaching Mathematics in Japan, Chuo University Press. Tokio, Japan. 1988.

Mientras el niño clasifica y sería con base a criterios cualitativos, se centra en **semejanzas y diferencias** por lo tanto, en el terreno cualitativo, clasificación y seriación se mantienen separadas, no se sería y clasifica al mismo tiempo.

Sin embargo , cuando dichas operaciones se realizan considerando el factor cuantitativo, es decir, cuando se prescinde de las cualidades , los elementos son considerados al mismo tiempo como **equivalentes y diferentes** . A partir de lo anterior el niño construye un concepto tan importante, como es el de número.

> "Un número es la clase formada por todos los conjuntos que poseen la misma propiedad numérica y que ocupa un rango en una serie, serie considerado a partir también de la propiedad numérica"[1].

---

[1] NEMIROVSKY Taber, Miriam. et. al. CONCEPTO DE NÚMERO , anexo 1.Contenidos de Aprendizaje. UPN. SEP. México. 1990

Existen en nuestro lenguaje - y en todas las lenguas del mundo -, una gran variedad de adjetivos calificativos que expresan , el carácter cambiante de las cantidades, como ejemplo tenemos:

LARGO	CORTO	CERCA	LEJOS
GRANDE	PEQUEÑO	LIGERO	PESADO
RÁPIDO	LENTO	FUERTE	DÉBIL

Dichas características el niño las va descubriendo a través del manipuleo de los objetos; de la asimilación y la acomodación.

En el proceso de construcción del concepto de cantidad , paulatinamente se van estableciendo las diferencias entre el factor cualitativo y el factor cuantitativo de los objetos y, posteriormente entre:

CUALIDAD DE LA CANTIDAD (PESO, LONGITUD , ETC.)

MAGNITUD DE LA CANTIDAD (NÚMERO)

La primera se refiere a las diferencias que existen por ejemplo; al medir la distancia entre un punto y otra (longitud), conocer cuántos kg., de frijol debo comprar para una semana (peso) , cuánto tardo de mi casa a la escuela (tiempo), saber la capacidad del tanque de agua que está en la escuela (volumen) , etc., esto quiere decir que son cualidades distintas, las cuales nos permiten distinguir y medir las cantidades.

La magnitud de la cantidad , por su parte, hace posible la comparación entre conjuntos que tienen cualidades de cantidad distinta. Así podemos encontrar la misma magnitud entre un conjunto de personas y un conjunto de frutas , por ejemplo . Llamando a esta magnitud de la cantidad **número.**

" La noción de número es la más importante de la matemática enseñada en la escuela primaria . Lejos de ser una noción elemental. se apoya en otras nociones , como las de función, correspondencia biunívoca , relación de equivalencia , y relación de orden. En el niño , la noción de número es indisociable de la noción de medida "[1]

Lo anterior permite afirmar que no sólo los conjuntos son objetos mensurables; sino que también las longitudes , las áreas , los volúmenes , los pesos, etc., son propiedades físicas medibles en los objetos .

"Por medición entenderemos el proceso por medio del cual asignamos un número a una PROPIEDAD FÍSICA de algún objeto o conjunto de objetos con propósitos de comparación"[2]

Estas son algunas de las razones por las cuales el plan y programa de estudios de matemáticas vigente en Educación Primaria , organiza los contenidos con base en seis ejes temáticos.

De la misma manera que es importante conceptualizar a la cantidad , es importante también clasificarla ,distinguir las distintas clases que existen . Ello permitirá adquirir dicho concepto de una manera más clara y precisa.

Las cantidades se clasifican en dos tipos:

CANTIDADES — DISCRETAS
CANTIDADES — CONTINUAS

[1] VERGNAUD Gerard. El Niño las Matemáticas y la Realidad. Ed. Trillas pp. 101. México. 1991.

[2] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Temas de Matemáticas. MEDIDA. Vol. 15. Ed. Trillas. pp23. México. 1984.

CANTIDADES DISCRETAS : Las cantidades discretas , también llamadas discontinuas se caracterizan porque tienen una unidad mínima , la cual no puede ser dividida en unidades mas pequeñas , si eso se hace la cualidad de la cantidad tiende a desaparecer. Esto es , si los elementos de un conjunto están separados unos de otros y distintos individualmente , podemos contarlos y saber cuántos hay . Por ejemplo : el número de alumnos de la escuela "X" , los integrantes de mi familia , etc.,. A ese tamaño del conjunto se le llama ; CANTIDAD DISCRETA, por lo tanto el valor numeral (un número natural) de una cantidad discreta se determina claramente.

CANTIDADES CONTINUAS : A diferencia de las cantidades discontinuas , las cantidades continuas no tienen unidad mínima , por consiguiente pueden ser divididas tantas veces como se quiera en pequeñas partes, por ejemplo; los líquidos , la arena, etc. En el caso de las cantidades continuas , el valor numeral (número racional) , es un tanto más difícil de determinar , como lo menciona VERGNAUD GERARD [1] .

> "Las relaciones de equivalencia , en el caso discreto , pueden ser comprendidas sin ambigüedad por los niños a temprana edad, Si los números son introducidos como los cardinales de los conjuntos de objetos aislables (objetos sólidos sobre todo), el niño se encuentra en el caso menos ambiguo de las relaciones de orden . y equivalencia . . . .El hecho de que el conjunto de los cardinales excluya la existencia de algún valor intermedio entre 1 y 2 , 2 y 3 , entre 3 y 4, etc., ilustra muy bien el carácter discreto de los cardinales y , por consiguiente, son los primeros números adquiridos por el niño . Eso permite evitar temporalmente las dificultades ligadas a la compresión de lo continuo".

Por lo descrito anteriormente se puede decir que el concepto de NÚMERO NATURAL se introduce a partir del concepto de cantidad la que , a su vez , se clasifica en distintas clases. Además de la clasificación en cantidades continuas y discretas , existen otras dos categorías están son :

1. - CANTIDAD EXTENSIVA

2. - CANTIDAD INTENSIVA

[1] VERGNAUD Gerard. El Niño, las Matemáticas y la Realidad. Ed. Trillas. pp. 107 México. 1991

1.- CANTIDAD EXTENSIVA: La cantidad extensiva , refleja el tamaño o extensión de un conjunto, montón o parte de una entidad. Expresa la expansión de un objeto en el espacio o en el tiempo. Consecuentemente a mayor magnitud de la cantidad corresponde mayor espacio o tiempo. Esta es la razón por la que, cuando dos conjuntos se unen la magnitud de la cantidad se incrementa.

"En general , la cantidad extensiva n , siendo considerada como atributo del cuerpo A, es expresada por n (A) y su carácter es caracterizado por la adicionalidad:

$$A \cap B = \varnothing, \text{ causa } n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$ [1]

Para expresar una cantidad extensiva en valor numeral , es necesario el establecimiento de una unidad, dicho establecimiento de la unidad se efectúa a partir de las siguientes etapas:

comparación directa --> comparación indirecta

--> unidad particular --> unidad universal

Es importante mencionar que estas cuatro etapas corresponden también al proceso que ha seguido la humanidad respecto a la evolución de la cognición de la cantidad. Por lo tanto cuando el niño se enfrenta al conocimiento matemático deberá tener experiencia en las cuatro etapas ordenadamente . Si eso no se realiza las dificultades para la apropiación del objeto de conocimiento se hará más complejo , orientando al alumno a memorizar significantes sin haber construido el significado de los mismos.

2 . - CANTIDAD INTENSIVA : La cantidad intensiva por su parte y , a diferencia de la cantidad extensiva que expresa el tamaño , expresa la "intensidad" o "calidad", es decir refleja la condición o el estado de las cosas. Así encontramos que las cantidades intensivas son razones como "velocidad" , "densidad", "porcentaje" , "precio unitario", etc. Además de lo anterior , las cantidades intensivas se caracterizan porque no son aditivas por lo tanto:

$$A \cap B = \varnothing, \text{ no causa } n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

.... superficie , volumen , pesadez, etc. son cantidades extensivas y densidad , velocidad. temperatura, etc. cantidades intensivas. Como las cantidades extensivas pueden ser discretas o continuas , y las intensivas son cocientes de éstas, las intensivas pueden ser de dos tipos discreta/discreta caramelos por bolsa , discreta/continua - persona por año-, continua/discreta - litros por botella -, o continua /continua - km/h.[2]

---

[1] THE ASOCIATION OF MATHEMATICAL INSTRUCCION (AMI) PRINCIPLES OF MATHEMATICS EDUCATIONS. pp 12, 13 TOKIO, JAPON.

[2] PUIG Luis, CERDAN Fernando, Problemas Aritméticos Escolares. Matemáticas Cultura y Aprendizaje. pp. 126 Ed. Síntesis. Madrid, España. 1988

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL.

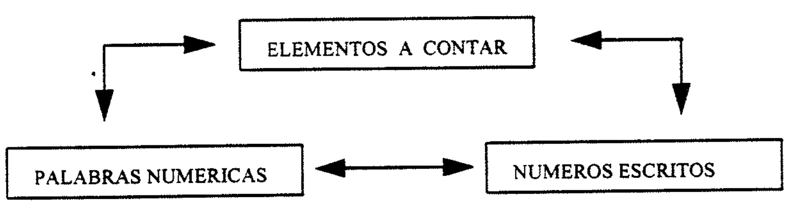
Uno de los contenidos más relevantes a trabajar en los primeros grados de la escuela elemental, es, sin duda alguna, el referente al SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL (SND), contenido fundamental para la adquisición de las operaciones básicas (suma , resta , multiplicación y división),entre otros contenidos.

La invención y el uso del SND por el hombre , surge a partir de la necesidad que tuvo el mismo, de cuantificar conjuntos con un número elevado de elementos.

Así encontramos que, inicialmente el hombre cuantificaba a los elementos de su contexto a partir de una idea muy vaga de numerosidad. Posteriormente se valió del principio de correspondencia , en el cual para cada elemento de un conjunto hacía corresponder una marca , un nudo , una piedra , etc, (ejemplo ; el quipu peruano). Al lograr la conceptualización de número y construir la serie numérica , el hombre tuvo la posibilidad de utilizar el principio de la base. Dentro de los sistemas que utilizan dicho principios se encuentran los sistemas aditivos, los híbridos y las posicionales (a este último pertenece el que actualmente usamos).

La conformación de un sistema de numeración tan efectivo como el que se utiliza hasta hoy, se dio a través de un proceso histórico largo y complicado, proceso que guarda una gran similitud con el que sigue el niño para la adquisición del SDN[1] y que , indiscutiblemente, no se logra en el primero o en el segundo grado de primaria , sino que se va dando a lo largo de su vida escolar, y , de acuerdo a las posibilidades que el desarrollo cognoscitivo le va dando, construye el conocimiento sobre el mismo , para que, poco a poco lo vaya generalizando a situaciones que impliquen mayor dificultad.

De acuerdo a Carlos Maza[2] el aprendizaje del SND, tiene tres niveles sobre los que se deben trabajar: los elementos a ser contados , las palabras numéricas que permiten contarlos y los dígitos escritos cuyo principal argumento es el valor posicional de las cifras. A partir de lo anterior se obtiene el siguiente esquema:



[1] Margarita Gómez Palacios en El Sistema de Numeración SEP.DGEE-OEA, México, 1986, menciona que "si bien en la reconstrucción del SND, el niño no recapitula la historia de la numeración, si que parecen existir ciertos mecanismos comunes entre algunas de las estrategias utilizadas en la historia y empleada por los niños

[2] MAZA Gómez Carlos. Enseñanza de la Suma y la Resta Edit. Síntesis Madrid, España 1991.

Esto quiere decir que el niño a al estar frente a un conjunto de elementos , traduce la cantidad de los mismos en palabras numéricas , las que a su vez se convierten en números; por ejemplo 25 y 12 ; en donde el 2 representa una determinada cantidad (2 decenas en caso de 25 , 2 unidades en el caso de 12), y el 5 y el 1 otra (5 unidades en el caso de 25 , 1 decena en el caso de 12).

Por lo tanto el Sistema Decimal de Numeración no sólo se limita a representar cantidades , ni a entender que los números se agrupan en decenas , centenas, etc.,

> "El sistema Decimal de Numeración y las normas que lo rigen están presentes en la geometría , en los sistemas de pesas y medidas que utilizamos , en los algoritmos de las operaciones, etc., "[1]

Partiendo de lo anterior se afirma entonces que es necesario , para poder operar con este sistema, entender que:

1 . - EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL, posee propiedades tales como:

a). - LA LEY DE CAMBIO :AGRUPAMIENTO - DESAGRUPAMIENTO.

La que la constituye como una forma determinada de agrupamiento- desagrupamiento que puede intercambiarse entre sí de una manera sistemática y de acuerdo con una regla especifica (base 10).Dicha regla consiste en: agrupar diez unidades para poder pasar a otra unidad de orden inmediato superior y asi generar todos los números naturales.

Esto da como resultado que cualquier cantidad se pueda escribir como la suma de potencias de la base. por ejemplo: en el número 275 la primera cifra (5) representa 5 unidades es decir , 5 (5×10^{0}); la cifra 7 representa 7 decenas es decir el número 70 (7×10^{1}) ; por último la cifra 2 representa 2 centenas o sea 200= (2×10^{2}). Escrito en notación desarrollada seria: $275=200 + 70 + 5 = 2 \times 10^{a} + 7 \times 10^{a} + 5 \times 10^{0}$.

En donde 10 representa la base en la que esta escrita dicha cantidad y l os exponentes 0 , 1 ,2 , la potencia a la que está elevada la base .

Los agrupamientos están expresados en la serie numérica (hablada o escrita), en la cual los números están ordenados por la relación (Mayor que , Menor que > <), por lo que cada número ocupa un lugar en la serie , y todos (excepto el 0), tienen un sucesor y un antecesor.

Lo anterior se refiere a la composición de la serie numérica en el aspecto cardinal , la que obedece a los algoritmos +1 , -1.

---

[1] CAD. La Matemática en la Educación primaria. Consejo Nacional de Fomento Educativo. México 1994

b). - EL VALOR POSICIONAL:

El conocimiento de esta propiedad posibilita al niño para entender que todo numeral (del 0 al 9) posee un VALOR ABSOLUTO Y UN VALOR RELATIVO, lo que facilita la representación de las cantidades de manera sencilla y práctica, así como el cálculo con las mismas. Por lo cual al representar cantidades, en los números escritos, es indispensable respetar el valor posicional de cada dígito, pues de no hacerlo la escritura da como resultado un número diferente.

> "El valor de un signo dependerá del lugar que ocupe en el numeral. Por ejemplo: En el número 636 usamos dos veces la cifra 6 ; la primera de derecha a izquierda indica 6 unidades mientras que la otra 6 centenas. En consecuencia resulta que una misma cifra puede denotar tanto unidades como decenas, centenas, etc. De aquí precisamente que nuestro sistema de numeración sea posicional, ya que el valor de cada signo depende del lugar que ocupe en el numeral."[1]

EL USO DEL CERO:

Tradicionalmente, al hablar del " número cero" suele decirse que el cero " no vale" , en una operación como la resta se le convierte en 10 " nada más porque sí " , porque "pedimos prestado", etc.

Sin embargo el papel del " 0 " en la escritura de cantidades , en la resolución de operaciones, etc., es otro muy distinto al que se le ha asignado . Papel que generalmente se olvida, originando serias dificultades en los alumnos cuando encuentran un cero y tiene que operar con él.

El cero es un concepto de difícil compresión y representación para los niños , basta con recordar que fue descubierto tardíamente por el hombre,al respecto Sellares y Bassedas[2] mencionan:

> "El salto hacia el principio de valor pocisional se dio históricamente en el momento que se suprimió la representación de las potencias de la base y se introdujo el cero, este proceso fue lento y dificultoso, la mayoría de los pueblos que nos procedieron no llegaron a consumarlo"

Por lo tanto el llevar al niño a que memorice el concepto de número cero antes de que descubra y comprenda su función dentro del sistema de numeración decimal, creará en él , ideas contradictorias , sin relacionarlo con el valor posicional y el agrupamiento.

---

[1] CONTRERAS Cortés Dora. et. al. Propuesta para el Aprendizaje de la Matemática. Primer Grado. Secretaría de Educación Pública pp. 50 México 1991

[2] SELLARES, Rosa y BASSEDAS Mercé. La Construcción de Sistemas de Numeración en la Historia y en Los Niños. Antología la Matemática en la Escuela. pp. 59 U.P.N. SEP 1987.

EL NÚMERO CERO:

· Indica la ausencia de unidades de cualquier orden. Por ejemplo en el número 203 , con el cero denotamos la ausencia de unidades en el orden de la decenas con lo cual el número 203 , significa 2 centenas ó 200 unidades , 0 decenas y tres unidades.

Del punto anterior se deriva que el cero permite representar cantidades de manera no ambigua . Con ello afirmamos que no tiene el mismo valor el número 802 , que el número 82.

Situado al final de un número su función es la de operador ya que multiplica el valor del número al que sigue por el valor de la base.

Tal es el caso del número 60 , en donde al situarse a la derecha del 6 multiplica su valor por 10, dando como resultado 6 decenas o bien 60 unidades.

La función del cero en la suma es la de elemento neutro , pues al combinarse con cualquier otro da, como resultado este último elemento. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 5 \\ + \quad \\ 0 \\ \hline 5 \end{array} \qquad 5 + 0 = 5$$

En la multiplicación el cero es el elemento absorbente , es decir, el elemento que al combinarse con cualquier otro lo convierte en sí mismo. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times \quad \\ 4 \\ \hline 0 \end{array} \qquad 4 \times 0 = 0$$

Como se puede observar , el dominio , comprensión y adquisición del SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL, no es tan sencillo ni tan superficial , como se ha pensado. Por el contrario las dificultades que se presentan para su aprendizaje nos deben de llevar a tomar en cuenta y respetar el proceso constructivo que sigue niño.

LA MULTIPLICACIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA

El aprendizaje de la matemática se ha desarrollado bajo la concepción de que ésta es un conocimiento acabado que sólo se aprende y se aplica en el aula. Además , "lo que se debe aprender" ya está dicho en los planes y programas de estudio y en los libros de texto, (sin que con ello se pretenda decir - no a la sistematización de los contenidos en los planes y programas-), convirtiendo a estos últimos en el único material disponible, accesible para la adquisición de la misma.

Su enseñanza se circunscribe a la memorización de reglas y procedimientos para llegar al resultado correcto y sus fines se orientan más al nivel informativo que al formativo . A partir de dichas concepciones las matemáticas, como lo menciona ALDAZ [1] ". . . . no son populares y es común que produzcan ansiedad a muchos niños particularmente a la hora del examen".

Sinembargo, las matemáticas en sí, no pueden delimitarse a una concepción tan restringida y tan pobre ya que , al igual que el lenguaje se presentan en las actividades cotidianas del hombre y en todas las culturas. Prueba de ello son las seis actividades universales (contar, medir, localizar, diseñar, jugar, explicar), que han sido y siguen siendo fundamentales en el desarrollo de las matemáticas[2].

La operación de la multiplicación no escapa a las concepciones matemáticas mecanicistas o tradicionales, a partir de las cuales se le concibe como una suma abreviada o como una suma reiterada.

Dicha concepción trae como consecuencia que: a la memorización de las tablas de multiplicar se les asigne el lugar preponderante para el aprendizaje de la operación de la multiplicación, se priorice la mecanización del algoritmo antes que a la comprensión de operación en sí y por lo tanto, se conceptualice a ambos (operación y algoritmo), como iguales o equivalentes. Así mismo cundo se introduce la multiplicación de decimales y fracciones el significado de la misma cambia, por ejemplo; 7 veces 3 no puede extenderse como 7.1 veces 3.6, y , menos aún , 0. 56 veces 0. 27 . Es claro, entonces, que la multiplicación no puede pensarse como una suma repetida .

[1] ALDAZ Isaías "Cultura y Educación Matemática, en Matemáticas y Educación Indígena" Antología Básica SEP. U.P.N. pp. 41 México 1993

[2] Ibidem

Irma fuenlabrada (1), menciona, sobre el mismo aspecto, que :

> En la mayoría de los libros dedicados a la multiplicación esta se presenta de manera lineal, a saber;
>
> a)Introducción del signo "x"; presentación del producto de dígitos por dígitos, asignándole a la multiplicación un papel de " suma abreviada".
>
> b)Aprendizaje (memoristico) de una técnica operatoria usando el conocimiento del producto de dígitos por dígitos.
>
> c) Aplicación de la multiplicación en la resolución de problemas multiplicativos.
>
> Esta proposición de enseñanza es pobre . . . . ;no sólo en cuanto a la "idea" de multiplicación que subyace en ella sino también en lo que se refiere al papel que juegan los niños en la apropiación de este conocimiento.

A partir de lo anterior , lógicamente surge la pregunta:
¿Que es la multiplicación?
Para dar respuesta a la interrogante debemos establecer , primeramente: que la multiplicación es una operación aritmética entre números naturales , en la cual se encuentran en juego 2 números que , al combinarse , registran una transformación dando como resultado un tercero distinto o no de los anteriores. Por ejemplo:

Problema 1.¿Cuanto debe pagar Dino y Lin ,si compraron 9 dulces y cada uno cuesta 5 pesos?

Esto quiere decir que el conjunto 9 operado con el 5 dan como resultado el conjunto 45. En esta operación , tanto el 9 como el 5 tienen un papel equivalente en la definición, adquiriendo así la multiplicación un carácter binario, ya que;

$$N \times N \Rightarrow N$$

$$(9 \times 5) = 45$$

El multiplicando (9) es una medida-número de elementos de un conjunto -, mientras que el multiplicador (5) es un operador sin dimensión - número de conjuntos -.

El establecimiento de la medida y el operador sin dimensión en la multiplicación , dejan muy claro la diferencia que existe con la suma , en donde los factores son medidas (número de elementos- de dos o más conjunto de una misma clase que se relacionan para obtener un conjunto mayor en N)

Por ejemplo en un problema como el siguiente:

Problema 2 .Dino y Lin compraron 5 dulces a Din y 4 dulces a Don ¿Cuántos dulces compraron en total?.

la situación se esquematiza así:

ESTADOS INICIALES	OPERADOR	ESTADO FINAL
5 dulces	reúne	9 dulces
4 dulces		

Se observa entonces que, para su solución se utiliza una de las acciones concretas que corresponde a situaciones que implican suma : REUNIR.

Los estados iniciales y el operador son subclases de una clase mayor , la cual se representa en el estado final.

En el problema 1., a diferencia del problema 2, el operador no junta ni reúne las cantidades en juego sino que multiplica. Esto es :

ESTADO INICIAL	OPERADOR	ESTADO FINAL
9 DULCES	X 5 (PESOS)	45 (PESOS)

El estado inicial y el estado final pertenece a clases diferentes . En este caso no estamos adicionando 9 dulces y 5 pesos.

La suma se refiere a un solo universo homogéneo, el de los conjuntos. De esta manera la adición de 4 dulces y 5 dulces pertenece, exclusivamente, al conjunto de dulces. La multiplicación por el contrario se realiza en dos conjuntos distintos.

"La operación de la multiplicación no consiste en reunir los conjuntos indicados por el ESTADO INICIAL y el OPERADOR, sino en reemplazar , a través del establecimiento de una correspondencia, cada elemento del estado inicial, por un conjunto de elementos en el estado final[1] "

Dicha concepción difiere en gran parte de lo que tradicionalmente se enseña en la escuela primaria, en donde (tomando el ejemplo anterior, problema 1), 9 y 5 juegan papeles diferentes en virtud de que 9 es el multiplicando, quien es transformado por 5, que es el multiplicador y quien señala el número de veces que se repite 9. Por tanto:

$$N \times N \Rightarrow N$$

$$(9 \,.\, 5) \Rightarrow 45$$

Esta concepción unitaria de la multiplicación es muy limitada ya que solo define los resultados de multiplicar cualquier número natural por 5.

[1] LERNER De Zunino, Delia. ¿Qué es la multiplicación?. Antología La Matemática en la Escuela 1. UPN, SEP. pp 134. México. 1988

Así, por ejemplo, el resultado del problema , a partir de la suma reiterada, sería:

EI	Op	ESTADO FINAL
9 dulces	x 5 pesos	45 pesos

Ya que de acuerdo a Carlos Maza[1]:

Si entendemos a la multiplicación como una suma reiterada....la multiplicación de *a x b* requeriría los siguientes pasos:

1) Escoger un conjunto A cuyo cardinal fuera ***a***.
2) Realizar la unión del conjunto A consigo mismo tantas veces como marque el cardinal ***b***.
3) Hallar el cardinal c del conjunto unión de todos los anteriores, con el resultado ***c*** volvemos al primer nivel se refiere exclusivamente al conjunto total de elementos que se pueden contar al final.

Considerando los aspectos antes mencionados, es posible entender por qué cuando los niños se enfrentan a problemas, donde manejan cantidades continuas, como: 3.5 x 4 ó más difícil aún, 53.5 x 4.2, representan una serie de desaciertos que los llevan a maginarse de la matemática y, considerarse, como "poco hábiles" para ella, lo que trae como consecuencia el fracaso del alumno en dicha área.

[1] MAZA Gómez, Carlos, Enseñanza de la Multiplicación y la División. Matemáticas , Cultura y Aprendizaje. Ed. Síntesis. pp. 18. Madrid , España. 1991.

"Esta disimetría entre multiplicando y multiplicador hace que los números que se pueden utilizar en el multiplicando y el multiplicador no sean los mismos en las diversas etapas de la enseñanza de la multiplicación. Mientras que, de entrada, se pueden usar en el multiplicando números de varias cifras, en el multiplicador sólo se pueden usar operadores simples de una cifra. De la misma manera , cuando el niño dispone de números con punto, su presencia en el multiplicando casi no ofrece problemas, pero sí en el multiplicador."[1]

Para Michimasa Kobayashi[2] , el significado esencial de la multiplicación es del tipo:

CANTIDAD INTENSIVA (I) X CANTIDAD INTENSIVA (E)

Considerando de esa manera a la multiplicación, no se tendrá ninguna dificultad para extenderla a multiplicaciones tales como ;

3.4 x 8.2 y ½ x ¾

Un problema del tipo I x E -problemas de razón según Bell[3] , sería:

[1] VERGNAUD,Gerard. El Niño las Matemáticas y la Realidad. Ed.Trillas. pp. 150. México 1991.
[2] KOBAYASHI;Michimasa. New Ideas of Teaching Mathematics in Japan. Chuo University Press. pp. 113. Tokio,Japan. 1988.

[3]PUIG,Luis.CERDAN;Fernando. Problemas Aritméticos Escolares. Ed.Síntesis .pp. 130 Madrid,España.1988.

¿Cuánto debe de pagar Dino y Lin, si compraron 25 dulces y cada uno cuesta 12 pesos?[1]

Si la cantidad intensiva:
expresa la "intensidad" o "calidad", es decir refleja la condición o el estado de las cosas[2] ". Podremos entender que existe una correspondencia entre dos tipos de cantidades (el número de dulces -E- y su precio unitario-I-). De esta forma el resultado del problema se obtiene apartir del establecimiento de la proporción simple directa entre dos cantidades o dos espacios de medida.

Al esquematizarlo tenemos:

Cantidad 1		Cantidad 2	Incógnita
(Regla de correspondencia)			
Dulces(25)	x	12(pesos)	?(pesos)
C/extensiva		C/intensiva	C/extensiva

[1] Instrumento de Investigación, Tesina: la Multiplicación, Significado y Dificultades para su Apropiación en el Tercer Grado de la Escuela Primaria. 1996.

[2] RUIZ Aragón , Eliseo "El Algoritmo de la Multiplicación en la Escuela Elemental Japonesa Reporte de Investigación. Universidad Nacional de Yokohama. Japan. 1996.

Sin embargo no sólo nos enfrentamos cotidianamente a los problemas de razón (como ejemplo tenemos al problema 3 , cuya característica es ser del tipo discreto/ discreto-pesos x dulces), sino que también nos vemos en la necesidad de resolver problemas de "combinación", denominados así porque;

"Han de combinarse los elementos de cada uno de los conjuntos de datos originales. . . . .responden a un modelo binario de la operación. Se dispone de dos cantidades iniciales, ambas al mismo nivel. Deben considerarse las dos, simultáneamente, para resolver el problema."[1]

EJEMPLOS:

Producto discreto/discreto

PROBLEMA 4. Si tengo 4 pantalones y 5 camisas. ¿De cuántas maneras distintas me puedo vestir?

Producto continuo/continuo.

PROBLEMA 5. Mi cuarto tiene 4 metros de largo . y 3 metros de ancho. ¿cual es su área?

[1] MAZA Gómez, Carlos . Enseñanza de la Multiplicación y División. Matemáticas Cultura y Aprendizaje. Ed. Síntesis.pp 27.28. Madrid, España. 1991.

En los problemas anteriores la estructura de las cantidades es del tipo E x E, teniendo como resultado final una cantidad Extensiva también. Luis Puig[1], llama a este tipo de problemas <u>multiplicación como producto Cartesiano:</u>

" Su rasgo más distintivo es que el resultado es una cantidad extensiva nueva, cuya unidad se crea a partir de las cantidades extensivas de los datos".

Al mismo tiempo la multiplicación como producto cartesiano esta íntimamente relacionado con lo que VERGNAUD[2] denomina <u>producto de medidas:</u>

" Esta forma de relación PRODUCTO DE MEDIDA, consiste en una relación ternaria entre tres cantidades, de las cuales, una es el resultado de las otras dos...el esquema mas natural para representar esta forma de relación es el cuadro cartesiano, pues es de hecho la noción de producto cartesiano de conjuntos la que explica la estructura del PRODUCTO DE MEDIDAS".

La solución de dichos problemas se define a partir del siguiente cuadro:

PROBLEMA 4.

descripción; pantalones: negro(N), azul (A), café (C),

gris (G)

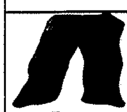
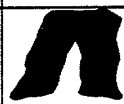
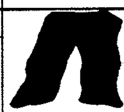
Camisas: blanca (1), a rayas (2),

a cuadros (3), roja (4),

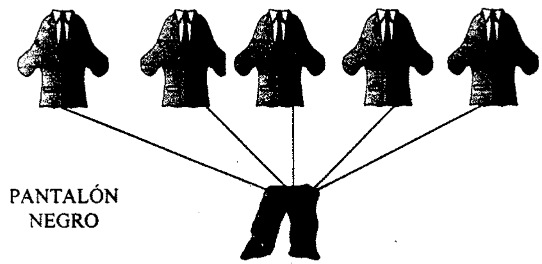
verde (5)

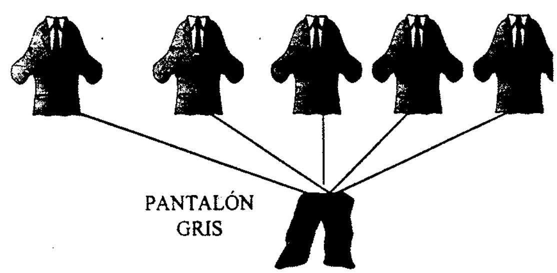
[1] 1 PUIG, Luis. Cerdán Fernando. Problemas Aritméticos Escolares. Editorial Síntesis. pp. 127 Madrid, España. 1988.
[2] 2 VERGNAUD, Gerard El Niño las Matemáticas y la Realidad. Editorial Trillas. pp 211,212 México 1991.

PLANO CARTESIANO QUE ILUSTRA CLARAMENTE LAS COMBINACIONES POSIBLES QUE SOLUCIONAN A LA INTERROGANTE DEL PROBLEMA 4.

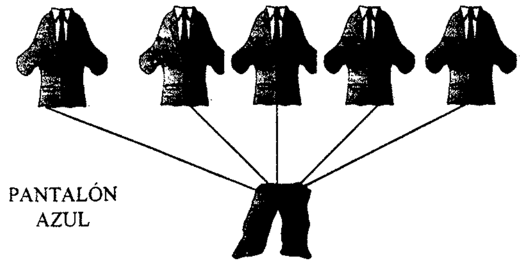
CAMISAS PANTALONES	BLANCA	A RAYAS	A CUADROS	ROJA	VERDE
 NEGRO					
 AZUL					
 CAFÉ					
 GRIS					

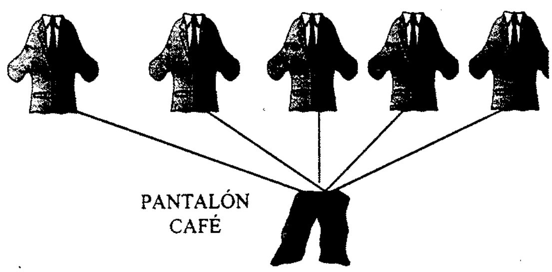
CONJUNTO DE COMBINACIONES QUE PUEDEN ESTABLECERSE ENTRE TODOS LOS ELEMENTOS DEL CONJUNTO DE PANTALONES Y DEL CONJUNTO DE LAS CAMISAS. LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 4 , EN ESTE CASO, SE DA A PARTIR DE LAS REPRESENTACIONES DE LAS CANTIDADES EN JUEGO UTILIZANDO EL DIAGRAMA DE VENN.





1.- BLANCA
2.- A RAYAS
3.- A CUADROS
4.- ROJA
5.- VERDE


PANTALÓN
AZUL


PANTALÓN
CAFÉ

Ubicamos a las cantidades en el cuadro cartesiano, 4 pantalones; N , A, C, G, y camisas, 1, 2, 3, 4, 5.

	1	2	3	4	5
N	N1	N2	N3	N4	N5
A	A1	A2	A3	A4	A5
C	C2	C2	C3	C4	C5
G	G1	G2	G3	G4	G5

La repuesta al problema y, a partir de la realización del cuadro cartesiano es 20.
¿Qué se hizo?, se multiplicó el número de camisas por el número de pantalones y así se encontró el número de formas de vestir posible Es decir, el conjunto producto, es el conjunto de las combinaciones posibles del conjunto de camisas y el conjunto de pantalones (producto cartesiano) y el número de parejas (pantalón-camisa) es el producto del número de camisas por el número de pantalones.
ó sea

Cantidad 1	Cantidad 2	Incógnita
Pantalones 4	Camisas 5	Combinaciones posibles
C/Extensiva	C/Extensiva	C/Extensiva

La actividad que se realiza a partir de la operación:

cardinal A x cardinal B , ES LA CONSTRUCCIÓN DEL CONJUNTO DE TODOS LOS PARES ORDENADOS.

La solución del problema 5 también se obtiene a partir de la utilización del producto cartesiano. De esta manera encontramos que la medida de la superficie es el producto de la dimensión -longitud- por la dimensión -ancho-

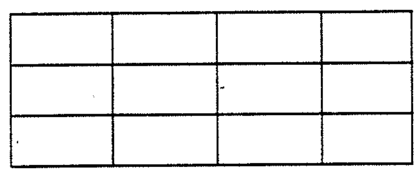
. En el plan numérico 4(largo) x 3 (ancho).

DESCRIPCIÓN:	4	METROS (m)	DE	LARGO
	3	METROS (m)	DE	ANCHO

Al descomponer el rectángulo en cuadrados, a través de líneas y columnas la operación se expresa de la siguiente manera:

4M

3M



"x" m cuadrados = 3 metros x 4 metros

"x" metros cuadrados = "x" = 3 x 4 (para los números).

metros cuadrados = metros x metros (para las dimensiones)

" La dimensión de área es la dimensión producto de la dimensión largo por la dimensión ancho : y el área del rectángulo es el producto de la medida del largo por la medida del ancho"[1]

---

[1] VERGNAUD, Gerard. El Niño las Matemáticas y la Realidad Ed. Trillas pp. 131. México 1991.

Al esquematizar el problema obtenemos:

cantidad 1	cantidad 2	Incógnita
4 metros (largo)	3 metros (ancho)	metros cuadrados
C / Extensiva	C/ Extensiva	C / Extensiva

La actividad que se realiza a partir de la operación cardinal A x cardinal B , ES LA CONSTRUCCIÓN DEL CONJUNTO DE TODOS LOS METROS CUADRADOS (m 2) POSIBLES.

> " La noción de m2 tiene, pues , dos sentidos complementarios, el de cuadrado de un metro de lado ,y el de producto de dos medidas de longitud (metro x metro). Solo el segundo sentido permite extender a formas que no se dejan descomponer en cuadrados (triángulos , círculos , etc.) la relación fundamental:
>
> longitud x longitud = longitud al cuadrado

Esta relación es la que da un sentido a la escritura simbólica de las unidades de área : m2 , km2, etc."[1]

Medir el área de una región plana , es determinar el número de veces que está contenida una unidad convencional de medida (en el caso de nuestro país . por usar el SISTEMA MÉTRICO DECIMAL * SMD * Las unidades de medidas convencionales o estándar son las citadas arriba). en dicha región . Por lo tanto : el área es igual al número de veces que la región unidad (m , cm , m2 , km2 , etc.) se usa para "cubrir " la superficie completamente .Lo anterior permite entender entonces , porque decimos , por ejemplo : que el área del rectángulo se obtiene a partir de: fórmula A=b x a. .

[1] VERGNAUD, Gerard. El Niño las Matemáticas y la Realidad. Ed. Trillas. pp 213. México 1991

Al comparar la manera de solucionar los problemas 4 y 5 se puede establecer la siguiente analogía:

1 camisa x 1 pantalón = 1 forma de vestir
1 metro x 1 metro = 1 metro cuadrado

De tal manera que el resultado que obtenemos a través de los números ; 5 x 4 y 3 x 4 .

5 camisas x 4 pantalones = 20 formas distintas de vestir
3 metros x 4 metros = 12 metros cuadrados (m2) de área.

PROPIEDADES FUNDAMENTALES EN LA MULTIPLICACIÓN

Uno de los conocimientos pilares de la operación de la multiplicación, y pareciera desconocido tanto para los alumnos como para el maestro[1] es, sin lugar a dudas, el relativo a las propiedades elementales multiplicativas.

Generalmente en el aprendizaje de la operación de la multiplicación, se le da mayor peso a la mecanización del algoritmo. Esto impide que el niño descubra las regularidades que se dan en la solución (y las distintas maneras de llegar a ella) de un problema.

Encarnación Castro Martínez[2] menciona, al abordar los objetivos del aprendizaje de la aritmetica que:

> "Normalmente, se considera a la Aritmética básica como un saber tan bien establecido que actúa mecánicamente y no necesita de razonamiento. Esto no es así, el razonar es una habilidad fundamental que los niños necesitan en todas las etapas de la matemática . . . . "

Por lo cual es indispensable permitirle al niño la búsqueda y reflexión de las posibilidades que se le presentan al operar con cantidades.

Al hablar específicamente de la multiplicación el niño debe ir descubriendo las relaciones, las regularidades presentes al trabajar con dicha operación. Ello le permitirá el establecimiento de los conceptos y los patrones utilizados en la matemática en general y en la aritmética en particular.

Por ejemplo; cuando el niño le agrega uno al cinco y éste se convierte en seis, uno al seis y éste se convierte en siete, etc. descubre la regla $x + 1$ = un número mayor que x, regularidad que lo lleva a

---

[1] para la realización del presente trabajo se realizó una breve investigación en la cual se pudo constar que un buen porcentaje de los maestros y niños entrevistados. desconocen la utilización y el signficado de las propiedades multiplicativas (ver anexo 1)

[2] CASTRO, Martínez Encarnación et. al. Los Objetivos del Aprendizaje de la Aritmética. Antología Matemáticas y Educación Indigena 11 UPN.SEP .pp. 85 México 1993.

formar al concepto de sucesor . Desafortunadamente y a pesar de que constituye una estrategia general importante, la búsqueda de regularidades casi no se propicia en el aula .

En la adquisición de la multiplicación además de las características del Sistema de Numeración Decimal, las propiedades nultiplicativas tienen gran importancia, ya que sustentan a dicha operación.

De acuerdo a Carlos Maza 1, las propiedades multiplicativas son tres ; conmutativa, distributiva de la suma y asociativa, a las cuales las define como:

> "...regularidades que facilitan la expresión matemática de las acciones ejercidas sobre las cantidades en juego . Desde el punto de vista estrictamente matemático las propiedades tienen el sentido de mostrar la estructura fundamental que subyace al conjunto donde se ha definido la operación ".

Y , en efecto en la operación de la multiplicación están presentes dichas propiedades . A continuación se hará un breve análisis de ellas.

Propiedad conmutativa:

Es muy conocida la frase " el orden de los factores no altera el producto" , pero , en la multiplicación , ¿hasta donde es comprendida por los niños?

La conmutatividad en dicha operación , al contrario de lo que pudiera pensarse , es tardíamente comprendida por el niño . Esto es evidente cuando, al plantearle un problema y cuestionarlo sobre el mismo, el alumno asegura que no es lo mismo multiplicar;

a x b que b x a

Un claro ejemplo de lo anteriormente planteado lo encontramos en la producción de Verónica[1] quien , al resolver un problema de razón como el siguiente:

¿Cuánto debe pagar Dino y Lin , si compraron 25 dulces y cada uno cuesta 12 pesos ?

encontró el resultado correcto usando tanto el algoritmo convencional de la multiplicación , como la suma. Al cuestionarla sobre si resultaría lo mismo multiplicar 25 x 12 que 12 x 25; respondió:

"No porque entonces fueran menos dulces y costaran más"

[1] MARTINEZ, Cruz. Verónica Produción . anexo 1 Instrumento de Investigación Tesina : La Multiplicación, Significado y Dificultades, para su Apropiación en la Escuela Primaria.

La respuesta es lógica si entendemos que Verónica está respondiendo a partir del trabajo que efectúa en el plano de los objetos - dulces y su costo en pesos , y a pesar de que opera ya que en el plano numérico , la abstracción de la propiedad en sí aún no lo logra.

> " El hecho de que el orden de los factores no altera el resultado final del producto no es evidente para el niño que comienza a resolver problemas de multiplicación . Ni siquiera esta propiedad . que suele ser la más sencilla de descubrir , resulta inmediata sobre todo porque los dos factores no viene a jugar papeles equivalentes en la mayoría de los problemas que se plantean"[1] .

De acuerdo a lo anteriormente mencionado es claro, entonces que un problema que implica la operación de multiplicación , existe una acción multiplicativa que diferencia con claridad el papel del multiplicando y el multiplicador .Como en el siguiente problema de razón[2] :

"¿ Cuánto cuestan 6 kilos de frijol , si un kilo cuesta N$ 2.00 ?"

A partir del ejemplo , se hace evidente que el multiplicando 6 kilos juega un papel distinto al multiplicador N$ 2.00 Puesto que no es lo mismo 6 kilos de frijol a 2 pesos , que dos kilos a 6 pesos . Lo que explica porqué , en un momento dado, la propiedad conmutativa no es tan clara para los niños.

[1] MAZA Gómez, Carlos . Enseñanza de la Multplicación y la División. Editorial Síntesis. pp Madrid 1991
[2] Los datos del problema se tomaron del libro "Matemáticas tercer grado, lecturas: EL MERCADO. pp. 92. SEP. México

El desconocimiento de lo que es en sí , la propiedad conmutativa , provoca que el niño enfrente obstáculos que dificultan su comprensión y adquisición . prácticas tediosas . carentes de significado , y , sobre todo , un vacío muy grande en él , que a fin de cuentas lo llevan a aborrecer a las matemáticas.

Un claro ejemplo es el aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar , ya que , si bien es cierto que el alumno debe llegar al conocimiento de éstas , a partir de la propiedad conmutativa no es necesario que memorice a todas ellas.

Esto quiere decir que , un aprendizaje constructivo de la propiedad conmutativa en la multiplicación , le permitirá al niño entender que ;

si a x b = c entonces b x a = c

si 3 x 9 = 27 entonces 9 x 3 = 27

ó lo que es lo mismo;

EL ORDEN DE LOS FACTORES NO ALTERA EL PRODUCTO

El alumno que realmente comprende la propiedad conmutativa , encuentra la manera de acortar el camino del cálculo . Por lo tanto , aunque trabaje en un problema en el plano de los objetos , la abstracción que hace completa el reconocimiento y expresión de la propiedad , logrando con ello trasladar ese conocimiento al campo numérico.

PROPIEDAD ASOCIATIVA

Al igual de las propiedades anteriormente citadas, el uso de la propiedad asociativa en la multiplicación resulta sumamente importante.

Dicha propiedad le permite al niño operar con números grandes, sin necesidad de recurrir a operaciones muy complejas. Por ejemplo;

En una multiplicación : 5×8

si el niño desconoce el producto final, la propiedad asociativa le permitirá, doblando el resultado de 5×4, encontrar éste último.

Carlos Maza[1] afirma, acerca de la propiedad asociativa lo siguiente:

> "Por aplicarse a la multiplicación de tres números como mínimo, esta propiedad viene a resultar de posterior descubrimiento respecto a la conmutativa"

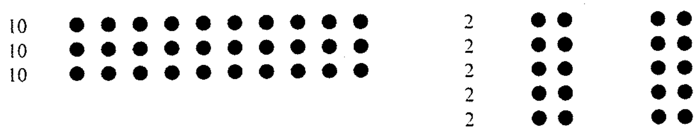
Así en un problema como el siguiente:

> Si compras en la tienda 2 paquetes de chicles en un día, y cada paquete tiene 5 chicles: ¿ Cuántos chicles te comprarás en tres días, comprando la misma cantidad de paquetes?

[1] MAZA, Gómez Carlos. Enseñanza de la Multiplicación y la División. Ed. Síntesis. pp. 64 Madrid, España. 1988

El procedimiento para encontrar el resultado del problema sería;

A partir de arreglos rectangulares.



10 dulces tres veces ó 15 veces 2 dulces

es decir (5 x 2) + (5 x 2) + (5 x 2) = (3 x 10) = (5 x 2 x 3) ó (15 x 2)

En este sentido las multiplicaciones realizadas reflejan claramente el uso de la propiedad asociativa, así mismo nos permiten entender que el empleo de esta propiedad, exige un dominio numérico muy fuerte.

Por lo tanto, para que el niño la vaya descubriendo y se dé cuenta de su utilidad, la deberá ir construyendo a partir, precisamente, de la resolución de problemas que impliquen a la multiplicación. Lo que lo posibilita para la conformación y entendimiento de las tablas de multiplicar.

Lo anterior difiere, en gran medida de la concepción tradicionalista en el sentido de que; "para multiplicar primero hay que memorizar las tablas y después operar". De esta manera, además de que en el aprendizaje de la misma se ahorrará tiempo, se evitarán frustaciones, los hechos multiplicativos ganarán en compresión.

Por ejemplo:

> Cuando se multiplica: 2 x 4 el resultado es = 8, por lo cual el niño deberá comprender que el 8 es el resultado de multiplicar (2 x 2)+ (2 x 2), o bién (2 x 4) esto quiere decir que al asociar los multiplicandos -en este caso 2- y, multiplicarlos por el multiplicador,obtenemos la cantidad deseada. A su vez, esa extensión de la operación, que es posible gracias a la propiedad asociativa, determina las combinaciones que se pueden realizar para obtener una misma cantidad.

Lo tratado hasta aquí, nos ilustra claramente las dificultades por las que atraviesa el niño para la comprensión de una operación, que parece muy sencilla y que, erróneamente se cree, se adquiere con solo mecanizar el algoritmo y memorizar las tablas de multiplicar.

Es necesario hacer mención, de que no es el niño el único al que se le dificulta la comprensión de la operación de la multiplicación, también los docentes, al conceptualizarla como una suma abreviada, muestran que aún hay mucho que conocer, que comprender, que reinventar de la operación de la multiplicación. En la medida en que esto se logre, las situaciones didácticas, estrategias metodológicas, materiales didácticos, etc., utilizados por el maestro crearán situaciones de aprendizaje más cercanas a la realidad del alumno y, por consiguiente facilitarán la superación de conflictos presentes en los niños.

Otras de las regularidades que el niño debe descubrir al operar con la multiplicación, es la propiedad distributiva, es decir, entender que:

"Al multiplicar "x" número, este se separa en partes, y que el producto final es el resultado de las multiplicaciones parciales efectuadas".[1]

POR EJEMPLO:

Hay 3 equipos con 12 niños cada uno. ¿Cuántos niños hay por todos?[2]

La solución del problema implica, para el niño, comprender lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
3 \times 12 &= 3 \times (10 + 2) \\
&= (3 \times 10) + (3 \times 2) \\
&= 30 + 6 \\
&= 36
\end{aligned}
$$

[1]AVILA Storer, Alicia. La Comprensión del Algoritmo de Multiplicación. Antología de la Matemática en la Escuela pp. 138. UPN. SEP. México 1988.

[2] RIEDSEL, Alan. BURNS. Paul Handbook for Exploratory and Sistematic Teaching of ELEMENTARY SCHOOL, pp158.The Maple .Press .Company. . United States of América

Escribiendo los productos parciales , equivaldría a:

```
 12
x
 3        3 x (2 + 10)
--------
 6        3 x 2


 30       3 x 10
--------
 36       (3 x 10 ) + ( 3 x 2 )
```

VERNAUD ,Gerard,[1] comenta acerca de la propiedad distributiva en la multiplicación :

> ". . . . la tercera[2] , dificultad de la multiplicación es la descomposición aditiva del multiplicador la distributividad de la multiplicación respecto a la adición .Dicha dificultad es sin duda la más compleja . la multiplicación por número de varias cifras , de las cuales al menos una , a la izquierda de la cifra de las unidades , difiere de 1 , implica una doble descomposición , aditiva y multiplicativa .
>
> 36 = 30 + 6 (descomposición aditiva)
>
> 36 = (3 x 10) + 6 (descomposición multiplicativa)
>
> En la operación multiplicativa, en efecto , la multiplicación por 30 se realiza en dos multiplicaciones sucesivas; por 10 y por 3 : la multiplicación por diez se expresa con un cero en la columna de las unidades (o por el desplazamiento de un espacio hacia la izquierda), y la multiplicación por 3 la aplicación del algoritmo."

[1] VERGNAUD hace la alusión al problema de las "llevadas " en la adición . como primera dificultad y la multiplicación por la base (por diez) como segunda gran dificultad en la operación de la multiplicación
[2] VERGNAUD., Gerard. El Niño las Matemáticas y la Realidad. pp 153 Ed Trillas. México 1991. ibídem. pp

Esa tercera dificultad que menciona Vergnaud, se observa muy claramente en la producción de Adrián[1] , quien al resolver el probema planteado (ver anexo). Utilizó a la suma como primera opción y a la multiplicación como segunda.

Su respuesta al problema, cuando hizo uso de la multiplicación, fue la siguiente:

$$
\begin{array}{rr}
 & 25 \\
\times & 12 \\
\hline
 & 25 \\
\hline
 & 75
\end{array}
$$

La respuesta de Adrián, nos da una clara idea de lo que implica el entender, que es el multiplicador el que está descompuesto aditivamente, y no el multiplicando. Es decir, deducir que:

El número doce se compone de 1 decena y 2 unidades, y por lo tanto al multiplicar, se multiplica por 2 y por 10, y no por 2 y por uno(como tradicionalmente se enseña). Esto lo llevará a establecer;

$$25 \times (10+2) = (25\times10) + (25\times2)$$

por lo tanto;

12 veces = 10 veces + 2 veces

es el significado del multiplicador.

[1] ADRIAN.- Producción-Anexo . Instrumento de Investigación. Tesina. La Multiplicación, Significado y Dificultades

C O N C L U S I O N E S

En el aprendizaje de la operación de la multiplicación y de las demás operaciones (suma ,resta, división),no debe anteponerse el criterio del maestro sobre el niño , por el contrario se debé permitir , que el alumno construya , encuentre sus propias conclusiones .
Ello permitirá que logre una comprensión amplia del significado de cada operación y como consecuencia , al disponer de estrategias de cálculo , las aplique en todas y en cada una de las situaciones problemas que se le presenten.

Los niños resuelven los problemas que se le presenten, utilizando estrategias propias, las cuales han desarrollado a partir de interactuar con el objeto de conocimiento tanto en la vida cotidiana, como en el contexto escolar.

El alumno es capaz de formular y aplicar sus propios procedimientos cuando se enfrenta a problemas multiplicativos, utilizando estrategias no convencionales antes de apropiarse del algoritmo convencional.

El planteamiento y resolución de problemas , cercanos a la realidad del niño, le permite contrastar sus hipótesis con las de sus compañeros , con la que el maestro presenta , accediendo así a conocimientos más elevados . A la par con lo anterior descubre las propiedades presentes en la multiplicación y formaliza conocimientos no validados en su contexto.

La operación de la multiplicación no puede entenderse como una suma abreviada , por lo tanto en su enseñanza deberán considerar , las características , las dificultades y todos y cada uno de los conocimientos que el niño deberá poseer para su adquisición.

Es fundamental que el maestro conozca a fondo el objeto de conocimiento que pretende el niño se apropie , en este caso de la operación de la multiplicación.
El conocimiento del objeto de conocimiento , implica entender su naturaleza , su estructura , las leyes y propiedades que lo rigen , lo que permitirá al docente , entender y anticipar las dificultades a la que se enfrenta el niño en la adquisición de dicho conocimiento , además , permitirá que el planteo de las situaciones didácticas lleven a la construcción de la OPERACIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN por parte del niño.

BIBLIOGRAFIA

-BRAINERD, Charles, J:THE ORIGNS OF THE NUMBER CONCEPT.. Praegers Publishers. Unidted States of America. 1979.

-BLOCK, David. FUENLABRADA Irma. et.al. LO QUE CUENTAN LAS CUENTAS DE MULTIPLICAR Y DIVIDIR. Consejo Nacional de Fomento Educativo. México. 1994.

-CAD. LA MATEMATICA EN LA EDUCACION PRIMARIA . Consejo Nacional de Fomento Educativo. México. 1994.

-CERDAN, Fernando. PUIG. Luis. PROBLEMAS ARITMETICOS ESCOLARES Editorial Síntesis. Madrid, España . 1988.

-CONTRERAS, Cortés , Dora et.. al. PROPUESTA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA. . Primer grado Secretaría de Educación Pública. México. 1991,.

-KOBAYASHY, Michimasa. NEW IDEAS OF TEACHING MATHEMATICS IN JAPAN. Chuo University Press. Tokio, Japan. 1988.

-MAZA, Gómez, Carlos. ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION Y DIVISION. EDITORIAL Síntesis. Madrid, España. 1991.

-MAZA Gómez, Carlos. MULTIPLICAR Y DIVIDIR A TRAVES DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS. Editorial Visor. Madrid, España. 1991.

-NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. TEMAS DE MATEMATICAS MEDIDA. Vol. 15 Editorial Trillas. México. 1984.

-NELSON , David . CHEVERGNASE, Joseph and WILLIAMS Julian. MULTICULTURAL MATHEMATICS. Oxford University Press. Oxford, New York. 1993.

-NEMIROVSKY Taber, Miriam. et. al. CONCEPTO DE NUMERO.ANEXO 1 CONTENIDOS DE APRENDIZAJE. UPN. SEP. México. 1990.

-RUIZ, Aragón, Elíseo. MULTIPLICATION ALGORITHM IN THE JAPANESE ELEMENTARY SCHOOL . INFORME DE INVESTIGACION Yokohama National University. Yokohama, Japan. 1995.

-SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. PLAN Y PROGRAMA DE ESTUDIO DE EDUCACION PRIMARIA. México. 1993.

-SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA MATEMATICAS Y EDUCACION INDIGENA I, II, III Antología básica, U.P.N. México. 1994.

-SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. ANTOLOGIA LA MATEMATICA EN LA ESCUELA I U.P.N. México. 1985.

-VERGNAUD, Gerard. EL NIÑO LAS MATEMATICAS Y LA REALIDAD. Editorial Ttrillas. México.

ANEXO

EL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

A fin de que el presente documento se sustentara en hechos, reflexiones y experiencias cotidianas escolares, se diseñó un instrumento de evaluación, el cual se aplicó a alumnos pertenecientes al 3er. grado de dos escuelas en el estado. Las escuelas primarias donde se aplicó el instrumento fueron; la de la comunidad de los ocotes, Ejutla de Crespo y la de Santa Maria Atzompa., Centro, Oaxaca.

Dicho instrumento está conformado por un breve cuento, a partir del cual los niños encuentran un problema de razón a resolver. El cuento les permite no sólo el recrearse, desplegar su imaginación, o leer, sino que también favorece la comprensión de estructuras semánticas, sintácticas, etc. En lo que se refiere al problema planteado, el cuento propicia el ir encontrando las relaciones que existen entre la acción de pagar, por ejemplo, y las cantidades que se encuentran en juego. Así, la significación que le dan al acto de pagar y las cantidades presentes, es fundamental para el logro de la comprensión del mismo.

Dentro de la estrategia, se le proporcionó al niño, una hoja en blanco para que resolviera el problema, así como para que diera una explicación a "Don armadillo" del como hacerlo. Ello con la finalidad de encontrar más elementos para valorar las estrategias que el niño usa en la resolución de problemas multiplicativos. Por último se les permitió comentar con sus compañeros el resultado obtenido, para posteriormente resolverlo en forma grupal, lo que confrontó todos los resultados obtenidos en el grupo, llevándolos a la autocorreción en los casos necesarios.

Es importante mencionar que la estrategia aplicada se elaboró en forma de cuento a fin de evitar que el niño pensara en que se le estaba aplicando un examen o una evaluación. Con ello la ansiedad, el miedo la sensación de "no poder resolver un problema de matemáticas" no se hizo presente . Además de que las respuestas obtenidas fueron más espontáneas.

Nota : Todas las producciones de los alumnos que aparecen en el anexo de la presente tesina, estan acompañadas de su correspondiente análisis, así como de un pequeño cuestionario que se diseño para conocer las conceptualizaciones que el niño tiene respecto a la operación de la multiplicación.

ANALISIS DE LA PRODUCCION

ADRIAN GUTIERREZ ZARATE
ESC. Prim. "AQUILES SERDAN"
3er.Grado. Santa Ma. Azompa,Oax.

Adrián utiliza la suma para resolver el problema planteado. En su primer intento suma el 12, 25 veces; sin embargo, considera muy larga y difícil la suma con tantos sumandos, por lo que simplifica la operación, asociando de 2 en 2 los "12", de tal manera que suma 12 veces 24 más una vez 12. A pesar de dicha estrategia, Adrián considera que es posible simplificar aún más, lo que le lleva a agrupar de 4 en 4 a los "12", por lo tanto suma 6 veces 48 y una vez 12, procedimiento que lo lleva a obtener el resultado final de 310.

Las estrategias utilizadas por Adrián, manifiestan la conceptualización que él maneja en la resolución de problemas (en este caso de razón). Dichas estrategias son creadas por él, al estar en la búsqueda del resultado final.

Al cuestionarlo sobre la manera en que resolvió el problema; contesto que a través de la suma y además de que podría resolverse de otra manera (utilizando la resta y la multiplicación). Al resolver el problema utilizando la multiplicación, lo hizo multiplicando el 12 x 25, sin embargo al sumar los sumandos parciales el resultado fue distinto, esto debido a que aún no consolida el conocimiento del algoritmo convencional de la multiplicación, al tener el multiplicador dos cifras y su estrecha relación con las leyes que rigen al sistema de numeración decimal.

En relación a la pregunta No. 2 del cuestionario, contesto: "porque está en el lugar de las decenas", respuesta que, al igual de la obtenida en la pregunta No. 5: "El 2 porque está en el lugar de las decenas ", "Vale 2 decenas o sea 20", manifiesta un conocimiento amplio del valor posicional de nuestro sistema de numeración decimal.

Por lo cual se puede concluir que; Los niños resuelven los problemas que les presentan, utilizando estrategias propias, las cuales han desarrollado a partir de interactuar con el objeto de conocimiento tanto en la vida cotidiana como en el contexto escolar.

12 de Marzo

12
12
24

2

12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
<u>12</u>

24
24
24
24
24
24
24
24
24
24
24
24
<u>12</u>

Adrian Gutierrez zarate

$$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \\ 48 \\ 48 \\ 48 \\ 48 \\ 12 \\ \hline 310 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 12 \\ \hline 50 \\ +25 \\ \hline 75 \end{array}$$

178294

ADRIÁN GUTIÉRREZ ZARATE ESC.Prim. "AQUILES SERDAN " 3er. Grado. Santa Ma. Atzompa, Oax.

1. "Sumé y le puse el resultado"
   "Sí multiplicando y restando"

2. "El 5 no el 2". "Porque está en lugar de decenas"

3. "Sí, porque el mismo resultado"

4. "queda como renglón vacío

5. "El 2 del 25 porque está en lugar de decenas vale 2 decenas, o sea, 20 unidades

NOTA: La pregunta 4 no se le hizo a Adrián, en virtud de que colocó equivocadamente las sumas parciales.

VERÓNICA MARTÍNEZ VASQUEZ
ESC. Prim. "ALQUILES SERDAN"
3er. Grado, Santa Ma. Atzompa, Oax.

1. "Es que si sumo 12 veces 25 me tardo más"

2. "El 5 el 2 porque estos son cinco y estos son 20"

3. "No, porque entonces fueran menos dulces y costaran más"

5. "El del 25"

12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12

300

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 25 \\ \hline 60 \\ 24 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 25 \\ \hline 60 \\ 24 \\ \hline 300 \end{array}$$

Armadillo yo multiplique
25 X 12 y me salio 84
yo para no sumar
25 veces 12 multiplique
25 X 12

Verónica Martínez Cruz

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 25 \\ \hline 60 \\ 24 \\ \hline \end{array}$$

ANALISIS DE LA PRODUCCION

VERONICA MARTÍNEZ VASQUEZ
Esc. Prim. "AQUILES SERDAN"
3er. Grado. Santa Ma. Atzompa,Oax.

La producción de Verónica nos muestra claramente, la interpretación y resolución adecuada del problema. Utiliza el algoritmo convencional de la multiplicación para llegar al resultado final, sin embargo en su primer intento al sumar los resultados parciales, la colocación de éstos no es la correcta.

Como resultado del cuestionamiento acerca de obtención del resultado, Véronica contesto; "Iba a sumar 12 veces 25 pero como ya sé multiplicar, porque si sumaba 12 veces iba a sumar mucho". Al pedirle que comprobara a través de la suma el resultado de la primera multiplicación realizada, advirtió que los resultados no coincidían, por lo que procedió a revisar su operación, dándose cuenta al realizar nuevamente la operación, que eran los resultados parciales los que no habían sido bien ubicados.

Los cuestionamientos relativos al conocimiento del valor posicional, permitieron ver que Verónica, ha construido buena parte de ellos, ya que sus respuestas "el dos por que son decenas " y "el dos porque éstos son cinco y éstos son veinte", así lo manifiestan, Esto es, está consciente de que el valor de un número depende del lugar que ocupa en una cifra(valor relativo) y no sólo del cardinal que representa (valor absoluto).

En cuanto a la propiedad conmutativa (pregunta no. 3 del cuestionario 9, se considera que Véronica, aún se centra más en el terreno de los objetos que en el de los números, por lo cual argumenta; "no porque entonces fueran menos dulces y costaran más".

Por lo que se puede concluir que Véronica, está construyendo, paulatinamente, su conocimiento acerca de la operación de la multiplicación, al ir descubriendo las regularidades que en ella se presentan.

BERNARDINA ORDAZ ESC.
Prim. Rural. Los Ocotes Ejutla,
Oax.

1. "Multiplicando"
" si sumando"

2.- "El 2 porque son dos decenas y el 5 sólo vale 5 unidades".

3.- "Sí porque da el mismo resultado pero son menos dulces y más caros"

4.- "Porque así se hace, sino no saldría el mismo resultado."

5.- "El 2 del número 25 porque vale 20."

Bernardina Ordaz Altamirano
los Ocotes Ejutla Oax. a 7 de marzo
de 1996

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 25 \\ \hline 60 \\ 24 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 1212 \\ 12 \\ \hline 156144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156 \\ 144 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 25 \\ \hline 60 \\ 24\ \ \\ \hline 300 \end{array}$$

ANALISIS DE LA PRODUCCION

BERNARDINA ORDAZ
Esc. Prim. Rural. Los Ocotes
Ejutla, Oax.

La producción de Bernardina nos muestra el uso de diferentes estrategias (2) utilizadas para la resolución del problema. Inicialmente utiliza a la multiplicación para encontrar la respuesta adecuada, estrategia que permite saber que Bernardina conoce y utiliza el algoritmo convencional de la multiplicación correctamente. Al mismo tiempo, al cuestionarla sobre la ubicación de los numerales valor posicional, agrupamientos, ubicación, sus respuestas demuestran que ha logrado entender las reglas que rigen a nuestro sistema de numeración decimal (SND).

El cuestionamiento sobre si habría otra forma de resolver dicho problema, la llevó a utilizar la suma como segunda forma de solución; "sumó 25 veces 12, separando su suma en grupos de 13 y grupos de 12, lo cual la llevó a obtener resultados parciales (156 y 144), procediendo a sumarlos para obtener finalmente 300 La pregunta no. 3 referente a la propiedad conmutativa permitió saber que, aunque su respuesta es correcta, ("Si, porque da el mismo resultado pero son menos dulces y más caros"), aún considera la situación como inherente al costo de los dulces. Sin embargo el hecho de que haya encontrado la regularidad de los resultados al multiplicar cantidades iguales, la lleva paulatinamente a construir y entender la propiedad conmutativa.

Las respuestas el "2 porque son dos decenas y vale 20, en cambio el 5 sólo vale 5 unidades" así como "el 2 del numero 25 porque vale mas de 20", correspondiente a las preguntas 2 y 5, y muestran su concepción con respecto al valor posicional del SND

CUESTIONAMIENTOS PARA LOS NIÑOS

1. ¿Cómo obtuviste el resultado ?

   ¿Podrías resolverlo de otra forma ?

2. ¿En esta cifra (25) qué número vale más, el 2 ó el 5 ?

   ¿por qué? (Valor posicional)

3. ¿Resultaría lo mismo, si en lugar de 25 dulces fueran 12 y costaran 25 pesos cada uno?

   (propiedad Conmutativa)

4. ¿Por qué sumas estos dos resultados?

   ¿Por qué no colocas el 5 bajo el 0?

5. ¿Cuál de los dos "2" vale más?

   ¿por qué?

APENDICE

ACERCA DE LAS ESTRATEGIAS

Uno de los aspectos importantes -si es que no el más importante- que el maestro considera al realizar las actividades escolares, es el referente a las estrategias didácticas. Esto es el cómo hacer más accesible el conocimiento al niño, el cómo lograr, que el encuentro entre el alumno y el conocimiento sea más agradable, más fructífero.

El uso de materiales didácticos en el aula indiscutiblemente que favorece en gran medida lo anotado líneas arriba. Sin embargo, al aplicar o utilizar cualquier material didáctico, cualquier estrategia metodológica, se debe estar consciente que no solamente esa parte es la que permite el aprendizaje, si no que sólo es un elemento de ese complejo proceso al que se enfrentan los alumnos y el maestro durante el desarrollo de la actividad docente.

Así contrariamente a lo que se piensa, emplear material didáctico en las sesiones de clase, implica conocer a fondo el objeto de conocimiento que se pretende el alumno aprenda. Es decir, entender, por un lado, cuáles son las características, las leyes que lo rigen, cómo se conforma, su grado de dificultad, etc., y por otro lado, conocer al alumno.

Esto último nos lleva a considerar; cómo aprenden los alumnos, cuáles son los conocimientos que poseen con respecto a lo que va adquirir, cuáles han sido sus experiencias previas en relación al objeto de conocimiento, qué pueden aportar al grupo y así mismo, que tanto, lo planteado, está cerca de la realidad y los intereses del niño, etc.

or lo cual la utilización de material didáctico sin los fundamentos conceptuales y cognoscitivos, no reporta algún conocimiento significativo en los alumnos, no cubre la función que tiene, ni permite la adquisición de conocimientos nuevos.

Con lo anteriormente planteado, no se pretende agotar lo referente al uso y diseño del material didáctico. La intención del mismo es sólo para recalcar que las sugerencias didácticas que ha continuación se describen, no tendrán utilidad alguna ni podrán salir de los esquemas tradicionales de uso, si antes no se considera, a la estructura conceptual (en este caso a la operación de la multiplicación) con todo lo que ello implica, y a las características específicas de los alumnos con quienes se trabaja, Así como también las dificultades a las que se enfrenta el niño para construir dicho conocimiento.

Las ventanas numéricas pretenden:

◊ * apoyar al alumno en el momento en el que se enfrenta a la resolución de problemas múltiplicativos.

◊ * ser un material de consulta para el alumno que evita la memorización de las tablas de multiplicar.

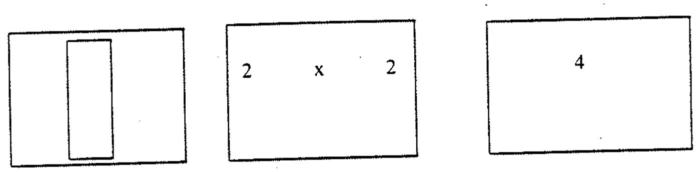
◊
◊
◊
◊
◊ ** que el niño descubra nuevos hechos numéricos, como por ejemplo; los múltiplos comunes entre números (al superponer, por ejemplo, el cuadro perforado del 4 y del 6, se encuentran las coincidencias entre estos números).

TRI-MEMORAMA MULTIPLICATIVO

OBJETIVO: Entender la ley de cambio agrupamiento desagrupamiento, al trabajar con esquemas.

Que el niño se familiarice con los resultados de multiplicar “x” números entre sí.

MATERIAL: 27 tarjetas blancas de 5 x 7 cm (por juego). Escritas en cada una de ellas; la multiplicación, el resultado de la misma y dibujado el esquema que represente el producto de la multiplicación. -ver ejemplo-.



Con este material se pretende:

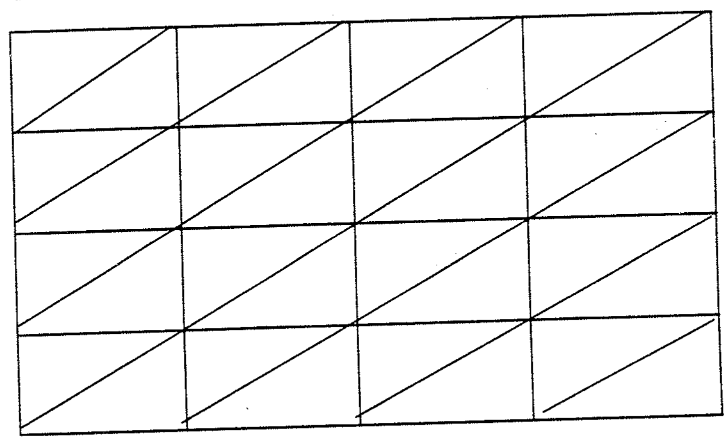
◊ * Que el niño a la par con el juego, consolide el conocimiento sobre la ley de cambio agrupamiento-desagrupamiento, que rige al sistema de Numeración Decimal
Lograr que el niño comprenda cómo y por qué se obtiene el producto de las multiplicaciones.

M U L T I P L I C A N D O   F Á C I L M E N T E

MATERIALES: UN CUADRADO DE CARTULINA O DIBUJANDO EN EL PISO DE 80 cm X 80 cm, DIVIDIDO EN 8 PARTES, O 16 CUADRADOS PEQUEÑOS, ESTOS MISMOS DIVIDIDOS DIAGONALMENTE (VER EL EJEMPLO).

5 JUEGOS DE NUMERALES DEL 0 AL 9 DE CARTÓN GRUESO O GRISES.

El cuadr deberá ser como el siguiente;

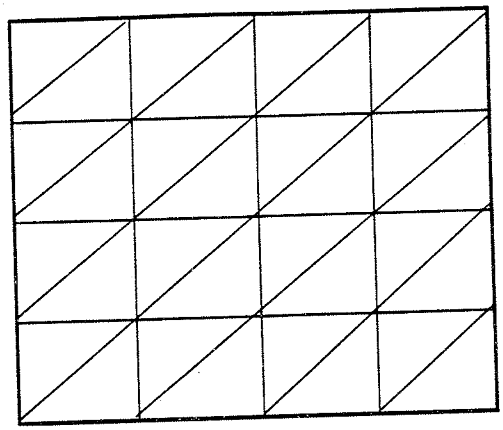


EL TRABAJO CON ESTE CUADRO (LLAMADO GELOSÍA) PERMITE QUE EL NIÑO SE INTRODUZCA O AFIANCE SU CONOCIMIENTO SOBRE LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA EN LA MULTIPLICACIÓN, ASÍ TAMBIÉN FAVORECE LA COMPRENSIÓN DEL ALGORITMO CONVENCIONAL DE LA MULTIPLICACIÓN EN CUANTO AL USO DE "LLEVADAS".

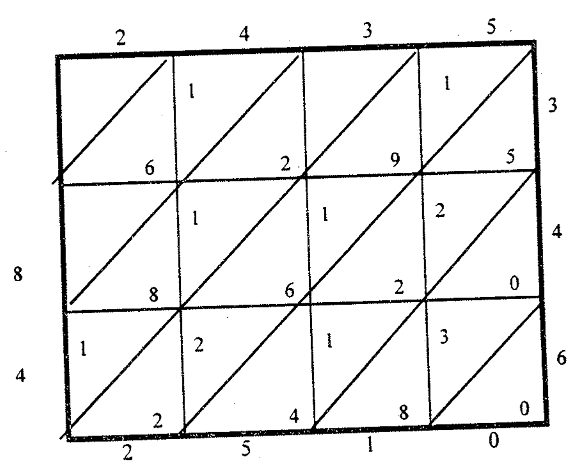
OTRO ASPECTO IMPORTANTE A FAVORECER, ES LA COMPRENSIÓN DEL VALOR POSICIONAL EN LOS RESULTADOS PARCIALES OBTENIDOS AL MULTIPLICAR LAS UNIDADES, DECENAS, CENTENAS, ETC. DEL MULTIPLICADOR. ESTO ES EL ECHO DE "CORRER UNA CIFRA A LA IZQUIERDA".

A continuación se ejemplificará una multiplicación utilizando dicho cuadro.

EJEMPLO:



A CONTINUACION SE EJEMPLIFICA UN OPERACION EN LA " GELOSIA "..



A CONTINUACION SE RESUELVE LA MISMA OPERACION UTILIZANDO EL ALGORITMO CONVENCIONAL DE LA MULTIPLICACION.

$$
\begin{array}{r}
2435 \\
\times 346 \\
\hline
14610 \\
9740 \\
7305 \\
\hline
842510
\end{array}
$$