

SEAD
MONCLOVA

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA



LOS NUMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMERICA
APRENDER JUGANDO

HILDA MARIZA RODRIGUEZ MUÑIZ

ENSAYO
EN OPCION AL TITULO DE LICENCIADO
EN EDUCACION PRIMARIA

MONCLOVA, COAHUILA, 1989

CONSTANCIA DE TERMINACION
DEL TRABAJO DE INVESTIGACION

Monclova, Coah., a 27 de enero de 1989.

C. PROFR. (A) HILDA MARIZA RODRIGUEZ MUÑIZ

P R E S E N T E:

Después de haber analizado su trabajo intitulado, LOS NUMEROS
ENTEROS EN LA RECTA NUMERICA. APRENDER JUGANDO, opción

ENSAYO , comunico a usted que lo estimo -
terminado, por lo tanto, puede ponerlo a consideración de la H. Co-
misión de Titulación de la Unidad UPN, a fin de que en caso de pro-
ceder, le sea otorgado el dictamen correspondiente

A T E N T A M E N T E


PROFR. CUAHTEMOC CORTEZ VAZQUEZ
ASESOR

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Monclova, Coah., a 31 de enero de 1989.

C. PROFR. (A) HILDA MARIZA RODRIGUEZ MUÑIZ
P R E S E N T E:

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado de su trabajo intitulado:

LOS NUMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMERICA. APRENDER JUGANDO,

opción ENSAYO

a propuesta del asesor C. Profr. (a) Cuauhtémoc Cortez Vázquez, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.



S. PROFR. ROSENBERG LEDIZMA MACIAS
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 054
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD DE MONCLOVA

I N D I C E

INTRODUCCION	PAG.
DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO	4
JUSTIFICACION	8
REFERENCIAS TEORICAS Y CONTEXTUALES	19
OBJETIVOS	21
PROPUESTA PEDAGOGICA	30
CONCLUSIONES	41
NOTAS BIBLIOGRAFICAS	44
BIBLIOGRAFIA	48

I N T R O D U C C I O N

Los estudios de Piaget señalan que antes de recibir cualquier tipo de instrucción formal, los niños muestran una notable capacidad para el autoaprendizaje.⁸

El presente trabajo intenta ofrecer a los maestros de educación primaria elementos que enriquezcan su labor frente al grupo, dejando atrás el verbalismo y material de exhibición que favorecen la pasividad de los alumnos, para convertirse en un propiciador de situaciones de aprendizaje, en las que los educandos sean generadores, controladores, ejecutores y evaluadores de sus propias acciones para el beneficio de su desarrollo integral y armónico.

Con este trabajo los maestros podrán introducir en su práctica docente del área de matemáticas innovaciones tendientes a superar el rendimiento y aprovechamiento de sus alumnos en dicha área y que eso sea motivación para la superación en las otras áreas.

Se pretende concientizar al niño de que su concepto de número es limitado; que es necesario hacerlo más amplio, para lo cual el maestro ha de plantear las situaciones adecuadas para ayudar al educando a desarrollar todas sus posibilidades, concientizar y superar sus limitaciones, hacerle reflexionar sobre ellas, las suyas y las de otros niños mediante la competencia amistosa.

En la actualidad la matemática no debe ser considerada como una sucesión de ideas simples, sino como una estructura mental que a partir de las experiencias es creada en el pensamiento¹³.

Por lo tanto se hace la invitación de que a partir de la utilización de la recta numérica en actividades lúdicas, se hagan innovaciones a la práctica docente con el augurio de satisfacciones, éxitos, pautas para la promoción de aprendizajes activos en todas las áreas.



DEFINICION DEL OBJETO DE
ESTUDIO

La enseñanza de las matemáticas es una preparación disciplinaria de la mente, sus métodos de razonamiento llevados de manera natural y sencilla, son formativos por lo que se hacen indispensables para el estudio de las disciplinas físico-naturales y para la comprensión y uso de diversas técnicas. Su objetivo fundamental debe ser el aprovechamiento e incremento de la capacidad para el planteo y solución de problemas o cuestiones por la vía de razonamiento⁷.

Piaget señala que las operaciones matemáticas constituyen una prolongación directa de la lógica; solo que las estructuras operatorias de la inteligencia, aunque son de naturaleza lógico-matemática no están conscientes en el intelecto de los niños, por lo que se deben encontrar los métodos más adecuados para pasar de las estructuras naturales a la reflexión de tales estructuras y a su integración en la teoría⁸.

El estudio, comprensión y manejo efectivo de los números es fundamental en matemáticas; es por eso que si el maestro no tiene bien claro el proceso de construcción del número natural durante el desarrollo del niño, y no es consciente de ello, no lo tomará en cuenta tampoco durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los programas escolares ya atienden a las deficiencias que anteriormente existían en relación a la construcción de concepto de número natural, lo cual es un paso hacia el mejoramiento del concepto de la matemática en general. Pero en cuestión de números enteros son casi nulos los estudios que hay sobre ellos; tampoco se hace evidente su apreciación, es decir, se pasa por alto o se desconoce su importancia. Aunque los números enteros,

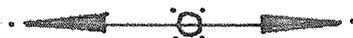
sus operaciones y sus propiedades constituyen uno de los siete aspectos en los que se dosifica el programa escolar de la escuela primaria en el área de matemáticas; para muchos maestros, no existe una diferencia notable entre los sistemas de números que se enseñan en la escuela primaria; solo se hacen diferencias entre los racionales como parte de un entero y los propios enteros positivos; por lo que no parecen darse cuenta de que el conjunto de números enteros, tiene propiedades distintas al conjunto de los números naturales. Esto se debe principalmente a la impreparación y al desinterés del mentor por superarse y adentrarse en los temas, pues al considerarlos intrascendentes, dan la espalda a lo que pudiese ser la pauta que los llevará hacia el conocimiento y gusto pleno por las cualidades operatorias de los números.

Las actitudes negativas del maestro, influyen sobre manera en los alumnos, quienes como por tal razón, tampoco sienten interés por superarse, lo que constituye un posible fracaso en el aprendizaje escolar⁶. Si el maestro es susceptible a reconocer sus fallas y a tratar de corregirlas, es de primordial importancia que primeramente se documente sobre el tema en cuestión; defina el o los objetivos que pretende lograr e introduzca la libre actividad en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Cambiar la actitud pasiva del alumno por actividades en las que el conocimiento no es obtenido por medio del verbalismo del maestro, sino de una relación directa con el objeto de conocimiento y el deseo mismo del niño, lo cual se logra con la intervención del aspecto lúdico en las actividades.

La recta numérica es una manera gráfica de visualizar y manejar los números enteros. Cuando se aplicó en México, se introdujo manejándose mediante una rana, que con sus brincos hacia adelante o hacia atrás, realizaba sumas o restas, dejando huella sobre un segmento de recta marcado por espacios de la misma distancia uno con respecto a otro y teniendo como punto de partida el cero.

Así fué en esencia como se inició el uso de la recta numérica en las escuelas primarias mexicanas y de ahí, según el nivel académico en que se aplica, deriva su mayor o menor grado de dificultad. Para implantar su manejo, se recurrió a seminarios destinados al profesorado, en donde de una manera superficial; adoleciendo la experiencia en el conocimiento de su concepto, práctica y utilidad, los maestros que fungieron como expositores la dejaron en medio de un caos de interrogantes y confusión. Es posible que de ahí se haya derivado la existencia de una predisposición en contra de su uso, además, como la metodología didáctica que sugieren los programas escolares no incluye la concientización del concepto y uso práctico de los números enteros sobre la recta numérica; es de suma importancia que para ellos se practique, no sin previa cimentación que sería indispensable para la realización objetiva, para las operaciones básicas, escalas termométricas, localización del punto medio, para resolver diversos problemas de razonamiento, para la Geometría Analítica en general y lo que de ella se deriva dependiendo del nivel en que sea manejado.



J U S T I F I C A C I O N

Al analizar los programas de matemáticas de la escuela primaria es evidente que no incluye objetivos tendientes a que el niño haga conciencia de la necesidad que tiene de ampliar un concepto de número tan limitado con el que cuenta; descubrir el número entero y el uso de la recta numérica para la comprensión de las propiedades de los números.

Al revisar también los libros de matemáticas de los alumnos se encuentra:

En primer grado aparece la recta numérica a mediación del programa; primero se relaciona con agrupamientos gráficos y luego se utiliza para las sumas, usando los saltos de animales tales como ranitas, langostas y conejos además solo se observa en dos objetivos; en segundo, también se maneja con juegos de saltitos para efectuar operaciones de suma. En ambos grados aparece también algo similar para las unidades de medidas de longitud. En tercer grado se observa el manejo de las unidades de longitud, que podría ser una manera de utilizar la recta numérica sin ser llamada así¹².

En cuarto grado, se utiliza la recta numérica para esquematizar las cuatro operaciones fundamentales; para la suma y comparación de fracciones; solo que no aparece preámbulo o introducción alguna sobre su utilidad específica en el uso y comprensión de los números¹².

Ya en quinto grado se manejan los números positivos y negativos, sobre una recta numérica pero también se ofrecen antecedentes referenciales de aplicación y uso; también se manejan distancias, operaciones y comparación de fracciones comunes y operaciones con números naturales¹².

Y en sexto grado se reafirman y amplían los objetivos de quinto; se busca además punto medio y se resuelven distintos problemas de razonamiento en los que se requiere de la comprensión del concepto de número y la práctica de la recta numérica¹².

Tomando en cuenta que hay un apartado especial destinado a los números enteros operaciones y propiedades en los objetivos del programa de matemáticas; analicemos como se introduce el concepto de número entero en quinto grado.

UNIDAD I

Objetivo Particular: efectuar adiciones de números de una cifra, utilizando la recta numérica.

Objetivo Específico 1: representar los números enteros positivos en la recta numérica.

Actividades que se sugieren:

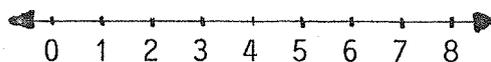
1.2.1.1. Trace una recta y marque en ella segmentos de igual tamaño.

Señale el 0 en el extremo izquierdo de la recta y, a partir de él, anote hacia la derecha en los puntos correspondientes los enteros positivos 1,2,3,....

Localice sobre la recta, números que sugieran el maestro o los compañeros.

1.2.1.2. Indique la distancia entre dos números dados y observe

que esa distancia es la misma hacia la derecha que hacia la izquierda:



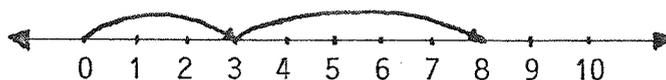
Calcule la distancia entre dos números dados (L.A. Mat. pp. 25 - 28)

Objetivo Específico 2. Ilustrar sumas de dígitos sobre la recta numérica.

Actividades que se sugieren:

- 1.2.2 Ilustrar sumas de dígitos sobre la recta numérica.
- 1.2.1. Juegue a "saltos de rana sobre la recta", conviniendo en que el signo + significa - desplazar la rana hacia la derecha (L.A. Mat. pp. 29 y 30)

--- Ilustre sumas como $3 + 5$, en la recta:



UNIDAD II

Objetivo Particular: Adquirir el concepto de número entero.

Objetivo Específico 1: Representar los números enteros en la recta numérica.

Actividades que se sugieren:

- 2.2.1.1. Observe en un termómetro o un dibujo de éste, que hay números marcados arriba y abajo del cero.
 - Comente que cuando hablamos de 5 grados, por ejemplo, tenemos necesidad de aclarar si es temperatura cero o bajo cero.
 - Observe que para indicar las temperaturas bajo cero tenemos necesidad de utilizar números menores que cero.
 - Observe en su recta numérica, que los números enteros positivos se localizan hacia la derecha del cero, y los números negativos hacia la izquierda (L.A. Mat. p. 70).
- 2.2.1.2. Represente números negativos en una recta numérica horizontal, tomándolos como simétricos de los positivos los escriba con el signo correspondiente 1,2,3,..... y los lea como menos uno, menos dos, etc.
- 2.2.1.3. Represente los números enteros en una recta vertical, conviniendo que los positivos se anotan hacia arriba del 0 y los negativos hacia abajo.
- 2.2.1.4. Resuelva problemas que implique el uso de enteros positivos y negativos; por ejemplo, sobre temperaturas, altitudes bajo y sobre el nivel del mar, pérdidas y ganancias, etc. (L.A. Mat. pp. 71-73).

UNIDAD III

Objetivo Particular 3: Efectuar adiciones y sustracciones con números enteros. Indicar relaciones entre números, utilizando los signos $>$ y $<$.

Objetivo Específico: Comparar números e indicar su conclusión empleando los signos $>$ y $<$.

Actividades que se sugieren:

- 3.2.1.1 Localice algunos números enteros en la recta numérica. Observe que un número es mayor que otro si se encuentra a la derecha de él.
- 3.2.1.2 Exprese este hecho usando el signo $>$ entre los dos números observados; por ejemplo: $0 > 4$; $6 > 3$; o bien, empleando el signo $<$ como en $\bar{4} < 0$; $3 < 6$; etc.

Objetivo Específico 2: Efectuar adiciones con enteros de una cifra, utilizando la recta numérica.

Actividades que se sugieren:

- 3.2.2.1 Represente los números enteros en una recta numérica.
- 3.2.2.2 Comente cómo realizar adiciones sobre esa recta numérica.
-Convenga en que los números positivos indican desplazamiento hacia la derecha y los números negativos, hacia la izquierda (L.A. Mat. p. 79).

- 3.2.2.3 Efectúe algunas adiciones de enteros positivos y negativos sobre la recta numérica, y observe que el resultado tiene el signo del sumando mayor (L.A. Mat. pp. 80-82).
- Efectúe, sobre la recta, algunas adiciones con números negativos y observe que la suma de dos o más enteros negativos siempre es negativa (L.A. pp. 83).
 - Realice algunas adiciones con enteros positivos y negativos (L.A. Mat. pp. 84-86).
- 3.2.2.4 Construya una tabla de adición, con números enteros. (L.A. Mat. p. 85).
- Observe en la tabla y en la recta, que la suma de dos números simétricos es cero: $6 + 6 = 0$.
- 3.2.2.5 Efectúe ejercicios de adición de enteros (L.A. Mat. p. 86).

Si como es evidente, en el ejemplo anterior, la programación escolar referente en matemáticas a los números enteros y lo que para ellos significa el uso de la recta numérica, no es clara; no está bien delimitada ni representa objetivos que sean atractivos para el maestro, por lo cual en la mayoría de los casos se pasan por alto o simplemente se cumplen como mero requisito, sin detenerse en su análisis, mucho menos se les concede un tiempo razonable para su desarrollo por considerarlos inútiles.

Al recapitular sobre la enseñanza de los números enteros en quinto grado encontramos que en la primera unidad se pretende que el alumno sea

capaz de efectuar adiciones de números enteros de una cifra, utilizando la recta numérica; pero el seguimiento de las actividades es de carácter puramente conductista, mediante ellas, no se logra que el niño realice sus propias deducciones y para terminar, no se observa una meta determinada, por lo tanto el objetivo se queda en el aire.

En la unidad dos se pretende que el alumno adquiriera el concepto de número entero, para lo cual se presenta en un solo objetivo y con muy pocas actividades en las cuales se trata de iniciar al niño en el descubrimiento y manejo de los números negativos pero de una manera conductista.

En la tercera unidad aparecen objetivos tendientes a que el alumno efectúe adiciones y sustracciones de números enteros sobre la recta, además de establecer relaciones entre los números utilizando los signos "mayor que" y "menor que". No se utiliza la recta para ejemplificar la propiedad conmutativa.

En la cuarta y quinta unidades se manejan los números enteros positivos en la multiplicación y en la división.

En la sexta unidad se pretende que el alumno sume enteros positivos y negativos aplicando las propiedades de dicha operación por medio de actividades abstractas, poco atractivas y de difícil comprensión.

En la séptima unidad no aparece el apartado correspondiente y en la octava, se trata de que el alumno utilice los signos "mayor que" y "menor que" para establecer relaciones entre los números enteros, sólo que las

actividades pretenden que el alumno llegue a conclusiones ya hechas¹³.

Se puede observar que los objetivos suponen como fin que el alumno conozca y maneje los números enteros y que en las actividades sugeridas para ellas no se encuentran los momentos en que el alumno sea quien construya el conocimiento; partiendo falsamente de que el niño "debe saber", se ofrecen tipos de actividades en las que el alumno tiende a reproducir verdades que sin más ni más, le son impuestas como absolutas "dirigiéndolo" hacia el conocimiento por medio de la pauta que el propio maestro indica, la cual en la mayoría de las ocasiones es arbitraria.

Como se ha visto, el curriculum escolar de la educación básica concede poca importancia a la adquisición del concepto y uso de los números enteros y la utilidad que para ello tiene la práctica en la recta numérica; este problema se manifiesta especialmente en los grados superiores y con ese trabajo se pretende despertar el interés de los maestros y por ende el de los alumnos.

Después de observar y analizar algunos libros de matemáticas e investigar con maestros de escuelas secundarias se hace evidente la necesidad que tienen los niños de las primarias de llevar conocimientos sólidos respecto al concepto de número y el uso de la recta numérica, para que realmente puedan lograr los objetivos que ahí se persiguen, ya que serán los cimientos para sus estudios superiores.

Esto hace pensar que debe darse más importancia de la que actualmente se le concede en la escuela primaria, puesto que el análisis de los

libros de matemáticas de enseñanza secundaria lo demuestra con la carga de objetivos en los cuales se utiliza los números enteros y la recta numérica. En primer año de secundaria es utilizado en el plano cartesiano, en los números enteros, en el valor posicional de los números y en la interpretación de problemas cotidianos. En segundo año se utiliza en casi todo el programa, como en los números racionales, números enteros y graficación de funciones en el plano cartesiano.

Por lo anteriormente descrito, se puede comprobar que es de suma importancia que los alumnos de los años posteriores de la escuela primaria, adquieran, afirmen y amplíen su concepto de número, pudiendo para ello utilizar la recta numérica como una manera objetiva de lograrlo y así, resolver con más facilidad problemas cotidianos que pudieran presentárseles, además de estar preparados para cursar con mayor efectividad las matemáticas de sus siguientes y consecuentes estudios.

Al investigar en fuentes bibliográficas sobre la metodología que se utiliza para la enseñanza del concepto del número entero se encontró que se señalan escasas ocasiones en las que el alumno participe espontáneamente en la construcción de sus propios aprendizajes. La recta numérica, solo se presenta como un segmento de recta dividido en partes iguales, con un punto llamado origen, el cual se representa con el 0; los señalamientos ubicados a la derecha representan los números positivos y los de la izquierda, los números negativos.

Tomando en cuenta que la enseñanza de las matemáticas debe iniciarse a partir de situaciones problemáticas de la vida real y si en gran parte de

la cotidianidad del niño el juego desempeña un papel muy importante, es preciso incluir actividades lúdicas que propicien la adquisición de experiencias tendientes a concebir los conceptos y operaciones matemáticas de manera natural. Al realizar dichas actividades, se haría una ruptura del contrato didáctico en cuanto a que sea el propio alumno quien construya sus aprendizajes y no el maestro el que "deba enseñar", así el alumno puede tener autonomía la cual permitirá que se dé cuenta de sus acciones y recapacite sobre ellas³.

Y puesto que los resultados de la investigación bibliográfica, no ofrecen evidencias claras con respecto a la importancia proyectiva del tema, se optó por dirigir el presente trabajo hacia la problemática que ofrece la enseñanza de los números enteros y el uso práctico de la recta numérica; y si tal vez algunos maestros no consideran que ello sea un problema, es que no han sabido valorar su relevancia.



REFERENCIAS TEORICAS Y
CONTEXTUALES

Con el presente trabajo, se pretende que la enseñanza de los números enteros y el uso de la recta numérica se realice en torno a un clima de confianza, logrado mediante interacciones agradables entre maestro-alumno, alumno-objeto de conocimiento y alumno-alumno; tomando en cuenta las diferencias individuales de cada educando.

Se trata de proponer situaciones didácticas que además de convenir a los objetivos que el maestro pretende lograr, atrapen el interés del niño motivado por las necesidades lúdicas del mismo.

También se proponen nuevas rupturas del contrato didáctico,³ para que el alumno tenga confianza en el maestro y sobre todo, tenga confianza en sí mismo, se valore como un ser libre de pensamiento, acción y opinión.

El maestro, al interesarse en este trabajo, es posible que cambie su concepto y actitud con respecto al proceso de enseñanza organizable y tal vez ésto sea una pauta hacia un cambio en la educación rutinaria y mecanizada a la que se ve sometido el alumno.

O B J E T I V O S

Los números enteros, sus propiedades y operaciones, como ya se ha mencionado, forman parte de uno de los siete aspectos en que está organizado el programa del área de matemáticas de la escuela primaria.

La adquisición del concepto de número natural, la comprensión de sus propiedades y el manejo de sus operaciones, sucede en el niño de manera análoga a la que ha tenido la humanidad desde sus orígenes; de la misma manera se da cuenta también de sus limitaciones. Los hombres de la antigüedad consideraban irracional el hecho de que pudiesen existir cantidades que fuesen menores que la ausencia de objetos o que el cero; pero en infinidad de ocasiones se presentaba el problema de tener que manejar dichas cantidades, entonces surgió la necesidad de establecer un conjunto de números en los cuales fuera posible manejar cantidades menores que el cero².

De tal manera surgieron los números enteros, como una clase de números más amplia que los naturales; podría decirse que un número entero, es un número que va acompañado de un signo positivo (+) o negativo (-) que no precisamente indicarían operaciones de suma o resta, pero que hace posible realizar la resta aún en los casos en que el minuendo fuese menor que el sustraendo;² los números negativos aparecen por primera vez en la Historia en la matemática china⁵. Aún cuando los números negativos aparecen en el Plano Cartesiano "En lo que se refiere a la utilización de cantidades negativas, aunque Descartes sabía que los segmentos negativos están dirigidos en el sentido opuesto a los segmentos positivos, no se preocupó de establecer un principio general aplicable en un sistema de coordenadas"⁴.

Para la comprensión del número entero en la enseñanza primaria, se enseñó el uso de la recta numérica; a la cual en México se le empezó a dar más importancia a partir de su inclusión en los Programas de la Reforma Educativa promovida durante el período gubernamental del Lic. Luis Echeverría Álvarez en el año de 1972.

En los Congresos Mundiales Académicos de Matemáticas, es donde se fincan los acuerdos arbitrarios y convencionales para la unificación de criterios sobre el sentido y uso de la recta numérica. De ahí surgió la idea de que se podrían manejar los segmentos de recta, partiendo del cero como origen y de la colocación de los números positivos hacia la derecha y los negativos hacia la izquierda; hacia arriba o hacia abajo todo esto también en forma convencional.



El aprendizaje escolar, no parte nunca de cero, le preceden el cúmulo de experiencias que tiene el niño sobre lo que se le pretende enseñar. El niño pequeño demuestra gran interés en contar, haciéndolo a manera de recitación; aprende a individualizar y a ordenar objetos que gradualmente darán sentido a una serie de números, en un proceso mental constructivo. Para que el niño adquiriera la noción de número y cantidad, se lleva a cabo una evolución de sus estructuras mentales. Uno de los procesos fundamentales se efectúan durante el período preoperatorio y permiten al niño ir conociendo su realidad más objetiva, es la organización y preparación de las operaciones concretas del pensamiento, las cuales se desarrollarán entre los 7 y los 12 años de edad aproximadamente¹.

En la etapa de las operaciones concretas, el niño realiza acciones con objetos concretos, por medio de los cuales ordena las relaciones entre ellos; pero todavía no puede reflexionar sobre abstracciones, es decir, aún no hace operaciones en forma independiente del accionar sobre los objetos concretos⁸.

Las operaciones más importantes que se llevan a cabo son: la clasificación, la seriación y la noción de conservación de números⁸.

La clasificación constituye una serie de relaciones mentales de acuerdo a las cuales, el niño reúne los objetos o semejanzas, los separa por diferencias, define a qué clase pertenecen y si se incluyen en ellas subclases. La clasificación es una necesidad permanente y muchas veces inconsciente en la actividad humana, sirve para organizar diversos objetos que se utilizan en la vida cotidiana con el fin de hacerla más práctica⁸.

La seriación es una operación por medio de la cual se determinan y organizan los objetos de acuerdo a sus características por ejemplo: de tamaño, color, grosor, etc.⁸.

El niño utiliza un sistema de comparación en el cual establece relaciones lógicas entre los objetos considerando por ejemplo que uno de ellos es a la vez mayor que los precedentes y menor que los siguientes; esto es, cuando ha construido las dos propiedades fundamentales de dichas relaciones, que son la transitividad y la reversibilidad⁸.

La transitividad consiste en establecer relaciones entre elementos que hayan sido comparados previamente, partiendo de las relaciones entre otros elementos; por ejemplo: si uno es menor que dos y dos menor que tres entonces uno es menor que tres, y al revés, si dos es mayor que uno y tres mayor que dos, entonces tres es mayor que uno⁸.

En la reversibilidad se establecen relaciones de mayor a menor o de menor a mayor; implica que toda operación, tiene otra operación que es inversa¹.

La noción de conservación de números es una síntesis de las operaciones de clasificación y seriación; consiste en que el niño puede establecer relaciones entre los objetos que no corresponden a las características externas de ellos y que a pesar de que se realicen transformaciones externas, permanecen en el niño la identidad numérica de los conjuntos, la reversibilidad y la compensación¹.

Todo esto hace posible la construcción de la noción de número coadyuvado por la utilización de todo tipo de situaciones y materiales, de manera espontánea o provocada en actividades en las cuales el niño ejerza acciones directas sobre objetos de manera tal que obtenga experiencias lógico-matemáticas que posteriormente le servirán para llegar a la abstracción. Ya que el número es una abstracción de una colección concreta y una propiedad común en ella; solo puede ser concebido en la mente, pero debe también ser expresado por medio del lenguaje, para lo cual se le ha asignado un nombre generalizado, que aún cuando haya sido puesto de manera arbitraria, permite una materialización sencilla del concepto de número. Al conjunto al que pertenece ese número y que sirve para contar, recibe el nombre de conjunto de los números naturales⁴.

El aprendizaje y manejo de los números naturales, es el más generalizado en las matemáticas que se imparten en la escuela primaria. Como ya se había mencionado, hoy en día se siguen métodos más acertados para su enseñanza, pero en su mayoría, solo se les da importancia en primer grado de enseñanza primaria, en donde los maestros propician situaciones en las que los niños accionan directamente con los objetos, tienen más libertad ya que las actividades de enseñanza-aprendizaje no se limitan a las cuatro paredes del aula, sino que juegan y se ejercitan fuera de ellas. Esto no parece suceder en los grados posteriores, ya que en gran parte de la enseñanza, si es que no es en su totalidad, el maestro se limita a desarrollar actividades en las cuales el alumno ha de relacionarse solo con símbolos abstractos que no le dicen nada y que por lo tanto parece que son inútiles en su vida cotidiana fuera del contexto escolar.

Pero con el conjunto de números naturales no bastaría para resolver problemas de la vida diaria, ya que es frecuente servirse de cantidades que son menores que el cero por lo que existe la necesidad de recurrir a los números enteros¹⁴.

Si existe el problema de que el alumno hace una separación de su vida social y su vida escolar, partiendo de que lo que "aprende" en la escuela, además de el saber leer, escribir y hacer cuentas, no le servirá más que para resolver situaciones exclusivamente escolares; es labor del maestro lograr hacer una vinculación escuela-vida cotidiana. Haciendo el enfoque hacia el uso de los números, encontramos que si el alumno no los hace parte de sí mismo, no le serán prácticos. Por tal motivo es de suma importancia introducir al niño en situaciones en las que se dé cuenta de que la serie de números que conoce y que maneja no son suficientes para cubrir todas sus necesidades numéricas y en ese momento, por medio de sus propias experiencias podrá iniciar el aprendizaje del número entero.

El alumno capta con facilidad los conceptos matemáticos basados principalmente en manipuleos que conducen, por medio de la actividad sensomotora a internalizar la acción dando lugar a la operación mental; los manipuleos han de ser realizados en forma natural sobre los objetos y éstos deben poseer características reveladoras que faciliten el redescubrimiento por parte del educando¹.

Si el conjunto de números enteros incluye números que tienen menor valor que el cero ¿cómo sería posible que el niño los maneje en forma objetiva? la respuesta a esa cuestión hace remitirse a la observación de

que los números enteros pueden representarse gráficamente sobre una recta dividida en segmentos espaciados a la misma distancia cada uno con respecto al del otro, en la que se coloca el cero denominando como origen; a la derecha se inicia la serie de los números enteros positivos, que son los números naturales, y a la izquierda la serie de números negativos; para cada una existen los signos convencionales + y -, respectivamente, pero en el caso de los positivos es posible prescindir del signo.

Para la captación del número entero por parte del alumno y para que el número entero sea objetivo, además del recurso de involucrar al educando en situaciones problemáticas en donde observen que su concepto de número es insuficiente para resolverlas, el maestro puede utilizar la recta numérica como un aliado insustituible para el objetivo que se pretende lograr.

Con el fin de obtener óptimos resultados en el proceso enseñanza-aprendizaje, es indispensable considerar diferentes aspectos, tales como los elementos que interactúan en él, las interferencias que se dan y los requisitos del proceso educativo.

Los elementos son los componentes indispensables en el proceso educativo, dichos elementos son: el maestro o guía, el sujeto que aprende y el objeto de conocimiento dentro del ejercicio de la enseñanza-aprendizaje; pueden ocurrir interferencias que perturben el proceso educativo. Dichas interferencias pueden ser provocadas por el maestro, cuando el mensaje que comunica es oscuro y confuso, carece de ideas claras acerca del tema de estudio; cuando improvisa situaciones fuera de la comprensión del educando; cuando no utiliza los medios adecuados para el aprendizaje o desarrolla el

tema cohercionado por circunstancias adversas. Por parte del sujeto que aprende cuando muestra desinterés; cuando no ha sido motivado o recibe el conocimiento en medio de situaciones inadecuadas. O bien si el objeto de conocimiento no es preciso, claro y concreto; cuando se encuentra fuera de las posibilidades del alumno o el medio no es adecuado para que se logre⁶.



PROPUESTA PEDAGOGICA

Lo que se propone lograr con el presente trabajo está dirigido principalmente a maestros y alumnos de los grados superiores de la escuela primaria con el fin de que adquieran bases sólidas en la construcción del concepto y manejo de los números enteros, uso práctico de la recta numérica, además de los diversos sentidos y criterios que de ella se derivan.

La noción de la recta numérica, permite introducir al educando en el manejo objetivo a partir de actividades lúdicas si se presenta la recta numérica sin ser nombrada como tal, mas bien, estructurada a manera de un juego en el que el alumno comparta sus propias experiencias con las de sus compañeros y viceversa. Detallando sobre dichos procedimientos es posible describir un ejemplo de juego, en el que se usa una especie de tablero y dos dados, de los cuales uno tiene los puntos de color rojo y el otro de color azul. El tablero puede ser una tira de papel o cartón que tenga marcados 21 casilleros del mismo tamaño; el del centro será el origen, pero se le denominará salida; en el extremo derecho estará un casillero con la palabra "gané" y en el opuesto, la palabra "perdí"; se ilumina uno de rojo y el otro de azul. También se utilizan fichas que sirven para marcar los movimientos que realice cada jugador.

Para el seguimiento del juego, se sugieren las instrucciones que a continuación se describen:

- 1.- Se colocan las fichas de cada jugador en el casillero marcado como salida.
- 2.- Se designa al jugador que habrá de iniciar, mediante una

tirada de dados.

- 3.- El primer jugador avanza según los números de cada dado; suponiendo que en la tirada cae tres rojo avanza tres casilleros hacia el lado de ganar y si el dado azul, tiene número cuatro, entonces retrocederá hacia el lado de perder y ahí permanecen hasta el siguiente turno.
- 4.- Los siguientes jugadores hacen el mismo procedimiento.
- 5.- Solo un jugador puede ocupar cada casillero.
- 6.- Si el jugador llega a un casillero que se encuentre ocupado, hará que el jugador que esté ahí, se desplace hasta el lugar que él ocupara antes.
- 7.- El jugador que llegue al casillero de *perdí* será descalificado.
- 8.- El jugador que llegue primero al casillero de *gané* habrá obtenido el triunfo y puesto fin al juego.

Durante el seguimiento del juego anteriormente descrito, el maestro solo fungirá como mediador y guía; dejando que la práctica total del mismo permita que se facilite el procesamiento. Otra observación sería que existe la necesidad de que el maestro se encargue de regular el tiempo de juego en lo que juzgue pertinente y dosificarlo en varias secciones con el fin de evitar que los alumnos caigan en el tedio y se provoque el desinterés.

Para lograr que el juguetito cumpla con el objetivo propuesto, conviene también que sea el propio alumno quien determine el nombre que ha de llevar, además puede ser él mismo quien de ser necesario asigne nombres a los casilleros para diferenciar unos de otros; ésto debido a que en principio no se identificarán los casilleros mediante números, con el fin de que el alumno por medio de razonamiento lógico llegue a tal situación.

El maestro debe intervenir a discreción, para propiciar que el alumno avive su ingenio mediante cuestionamientos disfrazados de espontaneidad que encauzarán al niño hacia el fin que considere necesario, de tal manera que sea el propio alumno quien construya el conocimiento, sin que parezca una situación forzada o fuera de la realidad, tal como lo recomienda Jean Piaget.⁸

Algunos de los objetivos que se pueden lograr en base a las acciones que se realicen mediante el juego, son las que a continuación se detallan:

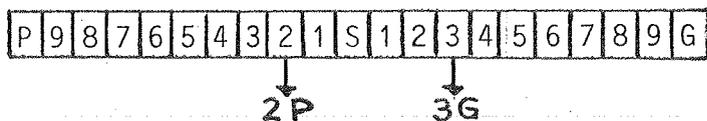
- 1.- Reforzar su concepto de número natural.
- 2.- Ampliar el concepto de número hacia el conjunto de números enteros.
- 3.- Conocer y manejar la recta numérica.
- 4.- Conocer la ubicación convencional de los números positivos y negativos.

- 5.- Encontrar las relaciones de orden.
- 6.- Redescubrir la suma de enteros y sus propiedades:
 - Conmutativa
 - Neutro
 - Inverso aditivo o simétrico
- 7.- Redescubrir la regla de los signos en la suma de enteros.
- 8.- Calcular la distancia entre dos puntos.
- 9.- Practicar diversas operaciones.
- 10.- Resolver problemas de razonamiento.

Para reforzar el concepto que tiene de número y ampliarlo hacia el conocimiento de los números enteros. Puesto que el alumno durante el desarrollo de alguna sección de juego, podrá observar que es posible tener menos puntos que cero; considerando que se encuentre en un casillero del lado de perder, notará que tiene menos puntos que si estuviese en la salida u origen.

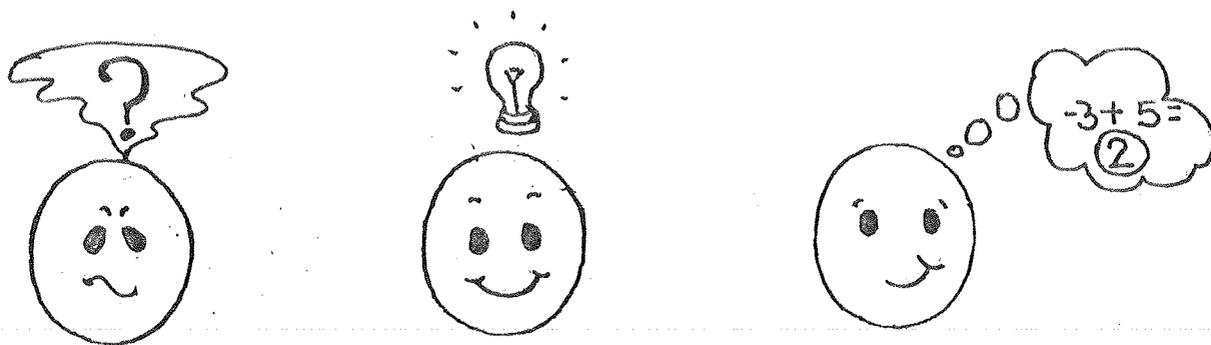
Durante el seguimiento de las actividades del juego, el niño siente la necesidad de enumerar las casillas para facilitar los desplazamientos: contando a partir de la salida 1,2,3..... hacia el lado de ganar y 1,2,3... de salida hacia el lado de perder. Mediante las interacciones con otros compañeros logra establecer una diferencia entre los números que se encuentran a la derecha de la salida y los números que se encuentran a la

izquierda, inventando diferentes notaciones tales como 3G (indicada así la tercer casilla situada a la derecha) y 2P (segunda casilla de la izquierda).



Para reforzar el concepto que tiene de número y ampliarlo hacia el conocimiento de los números enteros ya se ha descrito el proceso; así, el niño asimilará paulatinamente la idea de que existen números que "valen menos" que el 0. Una vez adoptado este criterio, podrá establecer relaciones entre los números según su ubicación en el juego, determinando quien de los jugadores tiene más posibilidades de ganar o de perder; si uno se encuentra en el 2P y otro en el 7P, qué diferencia hay entre el jugador que está en 5P y el que está en 5G; el niño así de una manera natural y práctica puede diferenciar los números que aunque se representan con un mismo símbolo, es decir tengan el mismo valor absoluto, uno "vale más", y otro "vale menos". Más adelante y con base en dichas observaciones, dejará de enunciar las diferencias con literales, cambiándola por las palabras "de más" o "de menos", durante los comentarios que se realicen entre él y sus compañeros al estar jugando, como en las expresiones: "me cayeron 3 de más y 5 de menos", o "¿cuántos te cayeron?....".

Y si al jugar se lleva un récord en donde hacen cada uno sus anotaciones, podrán escribir los puntos así: 3+ y 5- en el mejor de los casos sino es que lo escriben 3P y 5P. Mediante la práctica y comprensión del juego, el niño llega a descubrir la propiedad conmutativa de la adición¹⁰ ya que primero se da cuenta de la obtención del mismo resultado si empieza contando los números de ganar que si lo hace con los de perder.



Gracias a la ley del menor esfuerzo, llega a sintetizar la operación de conteo punto por punto sobre las casillas y lo hace mentalmente cuando de manera repentina lo asalta un "insigth" que le permite recapacitar sobre ello y en adelante realizar el conteo de puntos en el pensamiento; redescubriendo la suma de enteros de manera espontánea.

Por la misma vía se da cuenta de que la suma de números opuestos arroja como resultado el 0, es decir, si al llegar su turno tira los dados y obtiene 2P y 2G, no podrá efectuar ningún desplazamiento, permaneciendo en el mismo sitio para seguir el turno de otro compañero.

Si observa la posición que guardanen el tablero los números, tomando como referencia la salida, llega a afirmar que quien se encuentre en la casilla 4G comparado con el que se encuentra en la casilla 4P, están localizados ambos, a la misma distancia con respecto a la salida, aunque en dirección opuesta, de tal manera adquirirá la noción del concepto de simétrico o inverso¹⁰.



También lo puede comprobar haciendo una relación de correspondencia biunívoca entre los números de ganar y los números de perder.



Por medio del juego el niño observa también que tiene más puntos con respecto a otro jugador, si se encuentra situado a la derecha de su contrincante; o tiene menos puntos si él mismo se encuentra a la izquierda de otro jugador, que todo número situado en el lado de perder, es menor que 0 y todo número positivo es mayor que 0 y que cualquier negativo¹⁰. Al ejemplificar gráficamente esto tal como lo haría el niño, se puede observar que:

Si $a > 0$ \longrightarrow a debe estar en el lado derecho o lado de ganar.

Si $a < 0$ \longrightarrow a estará situada a la izquierda del 0 y posteriormente no tendrá dificultad para comprender que todo número positivo es mayor que cero y cero es mayor que todo número negativo; así como que de dos números cualesquiera relacionados como $a > b$, a siempre estará ubicada a la derecha de b . Esto es obvio para los casos: a).- Que los dos números son positivos. b).- Uno es positivo y el otro es el cero; no así cuando uno es positivo y el otro negativo $|a| > |b|$ o los dos son negativos.

El niño le llama por sí mismo "avanzar" al hecho de desplazarse de un casillero a otro al efectuar la suma de los puntos obtenidos cuando tira los dados, o sea, a salvar la distancia que existe entre dos números enteros situados en la misma recta numérica. Los avances se llevan a cabo como resultado de la suma de los puntos arrojados por los dados. Suponiendo que se inicie una partida, los puntos que señale cada uno de los dados indicarán

siempre un avance a partir de cero hacia el lado de ganar, los rojos y hacia el lado de perder los azules. El total de la suma de puntos se representa por un desplazamiento que se mide desde cero hasta el final del segundo avance. El niño puede observar que si el dado rojo tiene más puntos que el azul, su posición quedará situada hacia el lado de ganar; al contrario de lo que pasaría si el mayor número de puntos corresponde al dado azul, entonces se situará en una casilla ubicada en el lado de perder. Con lo anterior, el educando ejercita la suma de números enteros que tienen distinto signo y establecer criterios como el de que al sumar una pareja de enteros, de los cuales uno es positivo y el otro es negativo si el valor absoluto del número positivo es mayor que el número negativo entonces el resultado será un número positivo. Y si el valor absoluto del número negativo es mayor que el del número positivo, entonces el resultado será un número negativo. O al establecer relación de comparaciones de menor que, sería al contrario; si el valor absoluto del número positivo es menor que el del número negativo, el resultado será un número negativo y si el valor absoluto del número negativo es menor que el del número positivo, entonces el resultado será un número positivo¹⁰.

Con la clase de procedimientos anteriormente descritos, es el propio niño quien lleva la pauta, así que podrá ir descubriendo los conocimientos de manera natural y no provocada; además, han de ser los conocimientos que la propia necesidad, al estar en una situación determinada por el alumno, acudan sin tener prioridad alguno sobre otro.

Las situaciones surgidas en el ámbito escolar en determinado caso podrán ser transferidas a situaciones que se presenten en la cotidianidad

de la vida del niño, por una relación lógica entre ambas; puesto que al hacer conscientes las "mecanizaciones" que hiciere sin pensar, por considerarlas muy obvias, pasan a ser parte de sí mismo.

Para el mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje se requiere primeramente de un cambio de actitud por parte del maestro en lo que respecta a su práctica docente. La presente propuesta pedagógica, aún cuando está dirigida hacia el área de Matemáticas, hace posible el estrechamiento de las relaciones interpersonales entre los sujetos que involucra el enseñaje, lo cual ha de repercutir en todas las áreas del programa escolar.

Tomando en cuenta la esencia del tema de esta prospectiva, -es la ampliación del concepto de número entero y el uso práctico de la recta numérica; se observa que la utilidad y la aplicación de dichos elementos, se proyecta hacia diversos aspectos tanto de la práctica docente como de la vida diaria; un ejemplo sería la utilización de escalas termométricas, en las que se utilizan los números positivos (sobre cero, en el caso de los grados centígrados) y los negativos (bajo cero). La línea del tiempo es también como una réplica de la recta numérica, tomando como origen el nacimiento de Cristo; los años posteriores serían los números positivos y los anteriores, los negativos.

La aplicación de las actividades sugeridas por la proyectiva en cuestión, son de fácil acceso, tanto para el mentor como para los educandos, ya que los materiales objetivos que se utilizan, son económicos y pueden ser elaborados por los propios alumnos; pueden ser aplicados fácilmente, al organizar el grupo en equipos de trabajo, y los resultados se observan

paulatinamente durante todo el proceso, con la evidencia que ofrece el razonamiento y las conclusiones a las que llegan los alumnos, esto podrá ser verificado por el maestro, mediante el planteamiento de cuestiones que aún cuando se encuentren fuera de la situación del juego, las experiencias que a partir de él se deriven, estarán latentes para surgir en el momento preciso.

Con la obtención de resultados alentadores, el maestro que ponga en práctica los procedimientos cuestionados en la propuesta que se plantea, proyectaría sus experiencias hacia los compañeros, lo cual podría ser el primer peldaño tendiente a una renovación de la práctica docente en general.



C O N C L U S I O N E S

Mediante las actividades desarrolladas en diversas sesiones, interactúan entre sí alumno y objeto de conocimiento en forma práctica, con la guía del maestro; por medio de la reflexión el sujeto construye el conocimiento, comprende la realidad y la infinidad de alternativas que ofrece el buen manejo de los números enteros.

El objeto de conocimiento debe reunir características que faciliten su aprendizaje, tales como: que sea oportuno, que para su apropiación se utilicen tanto los materiales como el lenguaje adecuados; que se practiquen diversas actividades para su afianzamiento y que esté bien planeado para que el propio maestro lo comprenda y lo transmita correctamente.

El maestro ha de apreciar las posibilidades que ofrece la recta numérica para que el alumno descubra los números enteros. Con el procedimiento planteado se logran resultados benéficos para su enseñanza:

- Mayor rapidez en la enseñanza
- Mejor comprensión en el manejo del tema
- Base firme en los conocimientos que gradualmente van adquiriendo
- Mayor atención basada en el interés
- Homogeneidad en el grupo
- Mejoramiento de la memoria visual
- Desarrollo de estrategias que resuelvan situaciones planteadas.
- Problemas accesibles a los niños
- Confrontación de procedimientos

Se pretende cambiar el tedio por el interés; la pasividad por el dinamismo; la indiferencia por la alegría; el silencio por el ruido organizado y la ignorancia por el descubrimiento del conocimiento.

Al diseñar material didáctico con carácter lúdico el maestro encauza al alumno, preparándolo para la generalización y las futuras aplicaciones en las que pudiera verse involucrado.

Es indiscutible que cada maestro tenga su propio método de enseñanza, el cual emplea según las circunstancias de cada grupo, pero es indispensable exhortarlos a formar individuos mentalmente activos; niños creadores, inventores, descubridores e innovadores.

Ya es tiempo que desaparezca del estudio la enseñanza memorística, tediosa y mecánica, para abrirle paso al juego, a la competencia y a la diversión, llegando así al descubrimiento y gusto pleno del razonamiento matemático, porque al aprender jugando la huella es indeleble.



NOTAS BIBLIOGRAFICAS

- 1.- AJURRIAGUERRA J. de en Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. Antología UPN. 1a. edición. Editorial SEP. México, 1986. pp. 352-360.
- 2.- ALEKSANDROV, A.P., Folmogorov en La Matemática en la Escuela I. Antología UPN. 1a. edición. Editorial SEP. México, 1988. pp. 140-150.
- 3.- BROSSEAV, Guy en La Matemática en la Escuela II. Antología UPN. 1a. edición. Editorial SEP. México, 1988. pp. 326-828.
- 4.- COLLETE, Jean-Paul en Historia de las Matemáticas II. Editorial Siglo XXI. México, 1986. pp. 18-20.
- 5.- DIRK J. Struik en Historia Concisa de las Matemáticas. Editorial CNIP. México, 1980. pp. 45-46,144.
- 6.- GALVEZ, Grecia en La Matemática en la Escuela II. Antología UPN. 1a. edición. Editorial SEP. México, 1988. pp. 11-42.

- 7.- NOT, Luis en La Matemática en la Escuela II.
Antología UPN. 1a. edición.
Editorial SEP. México, 1988.
pp. 43-90.
- 8.- PIAGET, Jean en La Matemática en la Escuela II.
Antología UPN. 1a. edición.
Editorial SEP. México, 1988.
pp. 293-306.
- 9.- REYES, Martínez Daniel en De la Primaria a la Secundaria.
1a. edición. Editorial Futura.
México, 1982. pp. 105-108.
- 10.- ROBLEDO Vázquez
Felipe y Fernando en Matemáticas II. 2o. grado. de
Josué Cruz Ramos Educación Secundaria, Editorial
Trillas. México, 1984. pp.
- 11.- SELLARES, Rosa y en La Matemática en la Escuela I.
Mercé Bassedas Antología UPN. 1a. edición.
Editorial SEP. México, 1988.
pp. 49-60.
- 12.- SEP Serie de libros de Matemáticas
para el alumno de enseñanza
primaria. Editorial SEP.
México, 1973.

- 13.- SEP Serie de libros para el maestro de educación primaria. Edición SEP. México, 1982.
- 14.- TORNAZOS, Fausto Z. Enseñanza de las Matemáticas. - 4a. edición. Editorial Kapelusz Buenos Aires, 1972. pp. 372.

B I B L I O G R A F I A

COLLETE, Jean-Paul. Historia de las Matemáticas II. Editorial Siglo XXI. México, 1986. pp. 607.

DIRK J. Struik. Historia Concisa de las Matemáticas. Editorial Consejo Nacional del I.P.N. México, 1980. pp. 278.

REYES, Martínez Daniel y José Piña Flores. De la Primaria a la Secundaria. 1a. edición. Editorial Futura. México, 1982. pp. 277.

ROBLEDO Vázquez Felipe, Fernando Josué Cruz Ramos. Matemáticas I 1o. Grado de Educación Secundaria. Editorial Trillas. México, 1984. pp. 260.

ROBLEDO Vázquez Felipe, Fernando Josué Cruz Ramos. Matemáticas II 2o. Grado de Educación Secundaria. Editorial Trillas. México, 1984.

SEP Serie de libros de Matemáticas para el alumno de 1o. a 6o. grado. Editorial SEP. México, 1973.

SEP Serie de libros para el maestro. Editorial SEP. México, 1982.

SERRALDE, Márquez y otros. Matemáticas III. 2a. edición. Editorial Pedagógicas. México, 1988. pp. 204.

TORNAZOS, Fausto. Enseñanza de las Matemáticas. Editorial Kapelusz. Buenos Aires, 1972. pp. 372.

UPN Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. Antología UPN. 1a. edición. Editorial SEP. México, 1986. pp. 366.

UPN Las Matemáticas en la Escuela I, II Y II. Antología UPN. 1a. edición Editorial SEP. México, 1986. pp. 319,371 y 379.